

# Analiza nestacionarnog strujanja zraka oko 2-D cilindra kvadratnog i kružnog poprečnog presjeka

---

**Kuhta, Nives**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2011**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:288858>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-19**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**ZAVRŠNI RAD**

Nives Kuhta

Zagreb, 2011.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**ZAVRŠNI RAD**

Mentor:

Prof. dr. sc. Zoran Lulić

Dr. Sc. Ante Šoda

Nives Kuhta

Zagreb, 2011.

## Sadržaj

Sadržaj.....	i
Izjava o samostalnosti izrade završnog rada.....	iii
Popis oznaka .....	iv
Popis slika .....	v
Popis tablica.....	vii
Sažetak.....	viii
1. Uvod.....	1
1.1. Aerodinamika.....	1
1.2. Aerodinamične sile i momenti.....	3
1.3. Aerodinamički koeficijenti .....	4
1.4. Karakteristike strujanja .....	7
2. Računalna dinamika fluida .....	9
2.1. Opis računalnih programa.....	9
2.1.1. Program Gambit za diskretizaciju domene strujanja .....	9
2.1.2. Fluent.....	10
2.2. Modeliranje turbulencije.....	11
2.2.1. Spalart-Allmarasov model.....	11
2.2.2. Standardni $k-\varepsilon$ model.....	12
2.2.3. Ostvarivi $k-\varepsilon$ model .....	13
2.2.4. Standardni $k-\omega$ model.....	13
3. Opis problema.....	14
3.1. Diskretizacija domene strujanja – CFD mreže .....	15

3.2. Parametri strujanja .....	18
3.2.1. Numerički parametri .....	18
3.2.2. Fizikalni parametri .....	19
4. Analiza rezultata .....	22
4.1. Utjecaj modela turbulencije .....	22
4.2. Utjecaj zaobljenja oštih bridova .....	27
5. Zaključak .....	32
6. Literatura.....	33

## *IZJAVA O SAMOSTALNOSTI IZRADE ZAVRŠNOG RADA*

*Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno služeći se stečenim znanjem, te literaturom navedenom na kraju ovog rada.*

*Posebne zahvale dugujem svom mentoru Dr. sc. Anti Šodi na pomoći danoj pri odabiru teme i na svim komentarima koji su bili od neprocjenjive važnosti tokom pisanja ovog rada.*

## Popis oznaka

Oznaka	Značenje	Mjerna jedinica (SI)
$T$	period	$s$
$\Delta t$	vremenski korak	$s$
$t$	vrijeme	$s$
$v$	brzina	$m/s$
$a$	brzina zvuka	$m/s$
$R$	radijus	$m$
$D$	duljina stranice prizme	$m$
$L$	udaljenost	$m$
$\rho$	gustoća	$kg/m^3$
$\mu$	dinamična viskoznost	$Pa\cdot s$
$q$	dinamički tlak	$Pa$
$p$	tlak	$Pa$
$M$	aerodinamični moment	$Nm$
$D'$	aerodinamična sila otpora	$N$
$L'$	aerodinamična sila uzgona	$N$
$R$	ukupna aerodinamična sila	$N$
$N$	normalna sila	$N$
$A$	uzdužna sila	$N$
$f$	frekvencija	$Hz$
$f_L$	frekvencija uzgona	$Hz$
$f_D$	frekvencija otpora	$Hz$
$S$	referentna površina	$m^2$
$Ma$	Machov broj	-
$Re$	Reynoldsov broj	-
$C_D$	aerodinamični koeficijent otpora	-
$C_L$	aerodinamični koeficijent uzgona	-
$St$	Strouhalov broj	-
$NTPER$	broj vremenskih koraka $\Delta t$ unutar jednog perioda $T$	-
$NINNER$	broj iteracija unutar vremenskog koraka	-
$\bar{x}$	aritmetička srednja vrijednost	-
$\sigma$	standardna devijacija	-
$x_{RMS}$	efektivna vrijednost	-
$n$	broj proizvoljnih veličina	-

Veličine s indeksom  $\square$  odnose se na veličine neporemećenog strujanja

## Popis slika

Slika 1. Podjela aerodinamike prema [2].....	1
Slika 2. Strujnice pri optjecanju cilindra vrlo malim brzinama (eng. Creeping flow) [3].....	3
Slika 3. Raspodjela tlaka i napreznja [1].....	3
Slika 4. Rezultanta sila i komponente rezultante sile [1].....	3
Slika 5. Referentne površine [1] i [4].....	5
Slika 6. Vrste strujanja [1] .....	7
Slika 7. Zona odvajanja i vrtložni trag.....	8
Slika 8. Model unutar koordinatnog sustava.....	14
Slika 9. Geometrijski modeli .....	14
Slika 10. Domena strujanja.....	15
Slika 11. Diskretizacija domene (lijevo) i rubni sloj (desno) .....	16
Slika 12. Utjecaj Reynoldsovog broja na Strouhalov broj (gore) i koeficijent otpora (dolje) prilikom strujanja oko cilindra kružnog presjeka. Eksperimentalni rezultati iz [15] .....	21
Slika 13. Nestacionarni signal koeficijenta tlaka na R0 cilindru izmjeren u zračnom tunelu .....	22
Slika 14. Izračunati aerodinamički koeficijent otpora u ovisnosti o vremenu za model R0 .....	23
Slika 15. Izračunati aerodinamički koeficijent otpora u ovisnosti o vremenu za model R0.5 .....	24
Slika 16. Aerodinamični koeficijenti u ovisnosti o vremenu za model R0.02 i R0.1, izračunati s uključenim kriterijem konvergencije .....	25
Slika 17. Aerodinamični koeficijenti u ovisnosti o vremenu za model R0.02 i R0.1 s vrijednošću uvjeta konvergencije $10^{-6}$ .....	26
Slika 18. Ovisnost aerodinamičkog koeficijenta $C_d$ o omjeru $r/D$ .....	27
Slika 19. Utjecaj zaobljenja na srednju vrijednost koeficijenta otpora.....	28
Slika 20. Utjecaj zaobljenja na srednju vrijednost koeficijenta otpora [16]. Lijevo: eksperimentalni rezultati za 2-D cilindar kockastog presjeka. Desno: utjecaj zaobljenja na otpor zraka generičkog oblika putničkog autobusa.....	28
Slika 21. Trenutna slika strujanja za R0 (ostvarivi $k-\varepsilon$ model s uključenim uvjetom konvergencije) u trenutku $t = 50$ s .....	29



Slika 22. Trenutna slika strujanja za R0.02 (ostvarivi $k-\varepsilon$ model s uključenim uvjetom konvergencije $10^{-6}$ ) u trenutku $t = 50$ s.....	30
Slika 23. Trenutna slika strujanja za R0.1 (ostvarivi $k-\varepsilon$ model s uključenim uvjetom konvergencije $10^{-6}$ ) u trenutku $t = 50$ s.....	30
Slika 24. Trenutna slika strujanja za R0.5 (ostvarivi $k-\varepsilon$ model) u trenutku $t = 50$ s.....	31

## Popis tablica

Tablica 1. Usporedba mreža .....	17
Tablica 2. Pregled parametara simulacija .....	20

## Sažetak

Zadatak ovoga rada je analizirati viskozno, nestlačivo, nestacionarno, strujanje zraka oko cilindra slijedećih poprečnih presjeka: kvadratni presjek s oštrim bridovima ( $r/D = 0$ ), kvadratni presjek sa zaobljenim bridovima ( $r/D = 0.02$  i  $0.10$ ), te kružni presjek ( $r/D = 0.5$ ). Dobiveni rezultati za ta aerodinamički tupa tijela uspoređeni su s eksperimentalnim podacima iz literature. Međusobnom usporedbom rezultata određen je utjecaj zaobljenja na dinamičke karakteristike strujanja. Ispitivanje strujanja u ravnini (2-D) napravljeno je pomoću računalnih simulacija (CFD). U istraživanju je korišten komercijalni CFD program FLUENT 12, te hibridne mreže, sa strukturiranim slojevima u blizini viskoznih površina i nestrukturiranim elementima u polju potencijalnog strujanja, tj. tamo gdje su viskozna naprezanja zanemariva.

# 1. Uvod

## 1.1. Aerodinamika

Aerodinamika je grana mehanike fluida koja proučava gibanje plina (zraka) oko tijela, s ciljem određivanja mehaničkih reakcija između tijela i plina, odnosno, određivanja veličina koje definiraju stanje fluida (slika 1.).



Slika 1. Podjela aerodinamike prema [2]

Teorijska aerodinamika polazi od temeljnih zakona fizike (Newtonovi zakoni gibanja, zakon o održanju mase, zakon ravnoteže stanja, zakon o održanju energije, zakon o promjeni entropije, zakoni prijenosa topline). Primjenom jednog ili više navedenih zakona dobiva se matematički model gibanja fluida. U općem slučaju, analitičko rješavanje sustava jednažbi, koji opisuju matematički model, veoma je teško pa se primjenjuju numeričke metode i pojednostavljeni matematički modeli.

Eksperimentalna aerodinamika bavi se rješavanjem problema eksperimentalnim metodama na zadanim modelima. Isto tako se koristi kao provjera pretpostavki o matematičkim modelima dobivenim teorijskom aerodinamikom.

Primijenjena aerodinamika koristi saznanja dobivenih teorijskom i eksperimentalnom aerodinamikom na konkretnim problemima, poput određivanja oblika vozila s obzirom na otpor zraka.

Vanjska aerodinamika odnosi se na određivanje sila i momenata koje utječu na vanjske površine, npr. na krilo zrakoplova. Na tom principu rade se mjerenja u zračnim tunelima. Unutarnja aerodinamika bavi se određivanjem sila i veličina stanja zraka pri strujanju u zatvorenim prostorima, kao npr. kroz protočne kanale cjevovoda ili ispod poklopca motora u automobilu.

Aerodinamika se prema brzini strujanja zraka dijeli na granu koja proučava strujanje zraka pri malim brzinama i granu koja proučava strujanje pri velikim brzinama. Brzina strujanja zraka karakterizira se bezdimenzijskom značajkom zvanom Machov broj, koji predstavlja odnos između brzine nastrijavanja ( $V_\infty$ ) i lokalne brzine zvuka ( $a$ ):

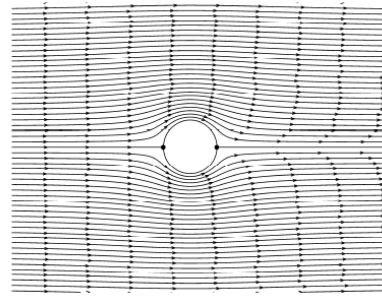
$$Ma = \frac{v_\infty}{a}$$

Za aerodinamiku malih brzina uvjet je  $Ma_\infty \leq 0.4$  što znači da su promjena gustoće i temperature uslijed strujanja zraka relativno male i da se mogu zanemariti (nestlačivo strujanje, eng. *Incompressible flow*, njem. *inkompressible Strömungen*). Kod aerodinamike velikih brzina promjena gustoće i temperature se uzimaju u obzir, a dijeli se na:

- Podzvučnu aerodinamiku ( $0.4 < Ma_\infty < 0.8$ )
- Krozzvučnu aerodinamiku ( $0.8 < Ma_\infty < 1.2$ )
- Nadzvučnu aerodinamiku ( $1.2 < Ma_\infty < 5$ )
- Hiperzvučnu aerodinamiku ( $Ma_\infty > 5$ )

Iz svega navedenog, može se zaključiti kako su temeljne veličine u aerodinamici: tlak  $p$ , gustoća  $\rho$ , temperatura  $T$ , brzina protoka  $V$ .

Elementarne čestice fluida, koje se gibaju u prostoru i oko tijela, stvaraju linije (slika 2.) koje se nazivaju strujnice (eng. *Streamlines*).

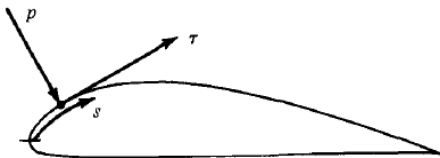


Slika 2. Strujnice pri optjecanju cilindra vrlo malim brzinama (eng. *Creeping flow*) [3]

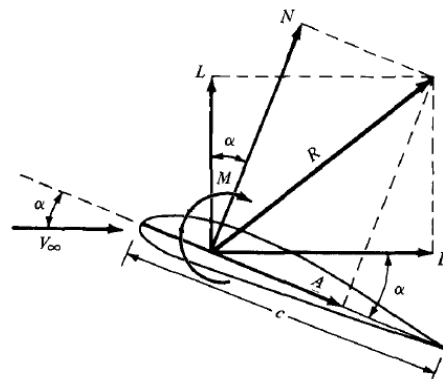
## 1.2. Aerodinamične sile i momenti

Sile i momenti koji se javljaju na tijelu uslijed gibanja fluida, rezultat su (slika 3.):

- raspodjele tlaka po površini tijela [ $p$ ]
- raspodjele posmičnih napreznja po površini tijela [ $\tau$ ]



Slika 3. Raspodjela tlaka i napreznja [1]



Slika 4. Rezultanta sile i komponente rezultante sile [1]

*Relativan vjetar*  $V_\infty$  definiran je kao brzina strujanja daleko ispred tijela (eng. *Freestream velocity*). Naziva se još i slobodna (neporemećena) brzina. Napadni kut  $\alpha$  je kut između pravca neporemećene brzine  $V_\infty$  i tetive tijela duljine  $c$  (eng. *Chord*). Prema konvenciji, moment koji povećava kut  $\alpha$  je pozitivan, dok onaj moment koji smanjuje napadni kut je negativnog predznaka. *Centar tlaka* je ona točka na tijelu u kojoj aerodinamički moment iznosi nula.

Integriranjem sile tlaka i tangencijalnog naprezanja po promatranj površini dobiva se rezultanta aerodinamička sila  $R$  i moment  $M$ . Rezultanta aerodinamička sila  $R$  sastoji se od (slika 4.):

- $L$  = uzgon (eng. *Lift*) = komponenta aerodinamične sile okomita na neporemećenu brzinu  $V_\infty$
- $D$  = otpor (eng. *Drag*) = komponenta aerodinamične sile paralelna s brzinom  $V_\infty$
- $N$  = normalna sila = komponenta aerodinamične sile okomita na tetivu
- $A$  = uzdužna (aksijalna) sila = komponenta aerodinamične sile u pravcu tetive

### 1.3. Aerodinamički koeficijenti

U aerodinamici pojavljuju se bezdimenzijski koeficijenti vezani uz silu i moment, a izvode se pomoću dinamičkog tlaka  $q_\infty$ . To su:

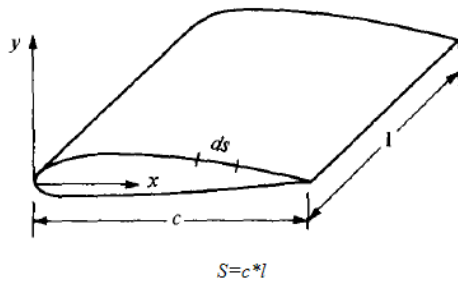
Koeficijent uzgona	$C_L = L/q_\infty S$
Koeficijent potiska (otpora)	$C_D = D/q_\infty S$
Koeficijent momenta	$C_M = M/q_\infty Sl$

Gdje je  $q_\infty = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_\infty$  dinamički tlak neporemećene struje, a  $S$  referentna površina.

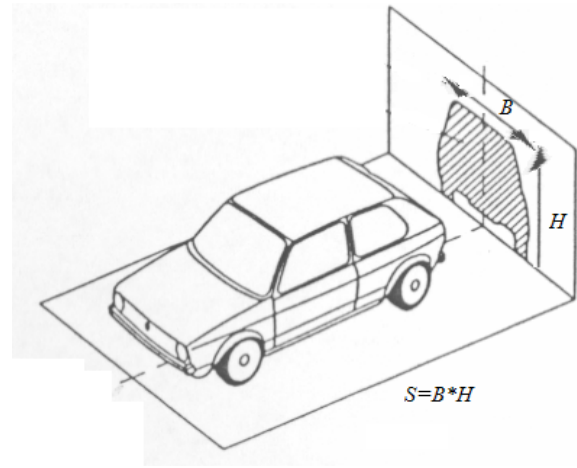
Simboli pisani velikim slovima označavaju koeficijente vezane uz 3-D tijela, dok za 2-D analizu tijela koeficijente označavamo malim slovima:

$$\begin{aligned}c_L &= L^{\prime}/q_\infty c \\c_D &= D^{\prime}/q_\infty c \\c_M &= M^{\prime}/q_\infty c^2\end{aligned}$$

Aerodinamički oblikovana tijela (eng. *Streamlined bodies*)



Aerodinamički neoblikovana tijela (eng. *Bluff bodies*)



Slika 5. Referentne površine [1] i [4]

Umjesto referentne površine  $S$ , u 2-D slučaju uzima se referentna duljina  $c$ . Referentna površina  $S$  definira se kao ona površina, na kojoj nastaju najveće aerodinamičke sile.

Referentna površina definira se kao produkt referentne duljine tijela i duljine okomite na smjer strujanja. Za aerodinamički oblikovana tijela referentna duljina je duljina tetive  $c$ , dok se za aerodinamički neoblikovana tijela obično uzima visina  $H$  (slika 5.). Za 2-D analizu uzima se jedinična širina tijela, okomita na smjer strujanja, dakle:

$$S = c \cdot 1 = c \quad \text{za aerodinamički oblikovana tijela}$$

$$S = 1 \cdot H = H \quad \text{za aerodinamički neoblikovana tijela}$$

Dimenzijskom analizom određuju se koeficijenti aerodinamičke sile. Temelj dimenzijske analize je Buckinghamov  $\pi$  teorem kojom se na kraju dobivaju bezdimenzionalne značajke  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  i  $\pi_3$ . Iz prijašnjih pretpostavki može se zaključiti da je:



$$R = f(q_\infty, V_\infty, c, \mu_\infty, a_\infty)$$

Rješenja  $\pi$  teorema glase:

$$\pi_1 = \frac{R}{q_\infty \cdot S} = C_R \quad \dots \text{ koeficijent rezultante sile}$$

$$\pi_2 = \frac{q_\infty \cdot v_\infty \cdot c}{\mu_\infty} = Re \quad \dots \text{ Reynoldsov broj}$$

$$\pi_3 = \frac{v_\infty}{a_\infty} = Ma \quad \dots \text{ Machov broj}$$

Čime se nadalje može zaključiti:

$$C_R = f(Re, Ma_\infty)$$

Reynoldsov i Machov broj nazivaju se parametri sličnosti jer ostaju isti bez obzira da li se promatra umanjeni model ili geometrija stvarnih dimenzija. Teorija sličnosti opisuje proces strujanja oko fizičkog modela koji je sličan procesu strujanja oko stvarnog objekta ako su relevantne veličine stanja proporcionalne. S obzirom da su uzgon i potisak komponente rezultante aerodinamične sile koja djeluje na tijelo, posljedica prethodne jednadžbe je:

$$C_L = f(Re, M_\infty)$$

$$C_D = f(Re, M_\infty)$$

$$C_M = f(Re, M_\infty)$$

Za razmatranje strujanja oko aerodinamički oblikovanih profila, npr. krila zrakoplova ili lopatice propelera, na umu treba imati i napadni kut  $\alpha$ , pri čemu prethodne jednadžbe poprimaju oblik:

$$C_L = f(Re, M_\infty, \alpha)$$

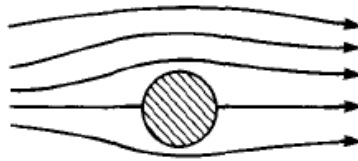
$$C_D = f(Re, M_\infty, \alpha)$$

$$C_M = f(Re, M_\infty, \alpha)$$

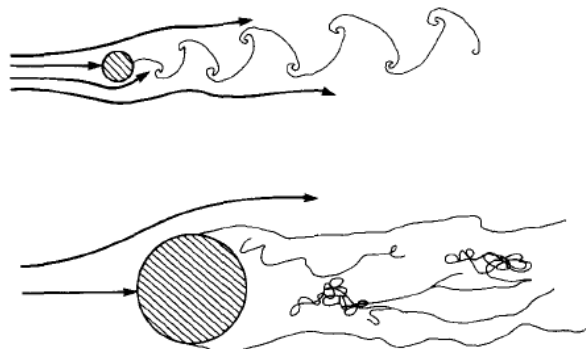
## 1.4. Karakteristike strujanja

Jedna od podjela strujanja je prema gustoći fluida. Ako je gustoća konstantna, strujanje je nestlačivo, što je karakteristika strujanja tekućina. Strujanje plinova pri niskim Machovim brojevima je približno nestlačivo ( $Ma < 0.3$ ). S obzirom na viskoznost, strujanje može biti neviskozno ili viskozno (eng. *Viscous flow*, njem. *reibungsbehaftete Strömung*). Viskozno strujanje u prirodi se pojavljuje kao laminarno ili turbulentno (slika 6.). Laminarno strujanje je uredno strujanje u kojem se čestice fluida gibaju u slojevima (slika 6, gore), za razliku od turbulentnog strujanja gdje postoji snažna izmjena čestica između susjednih slojeva, tj. čestice fluida su u stanju sličnom kaotičnom gibanju (slika 6, dolje). U prirodi se laminarno strujanje održava pri niskim vrijednostima Reynoldsova broja. Isto tako, u praksi su strujanja najčešće turbulentna, te vremenski promjenjiva, odnosno, nestacionarna, što predstavlja dodatan problem u analizi strujanja.

Laminarno strujanje



Turbulentno strujanje

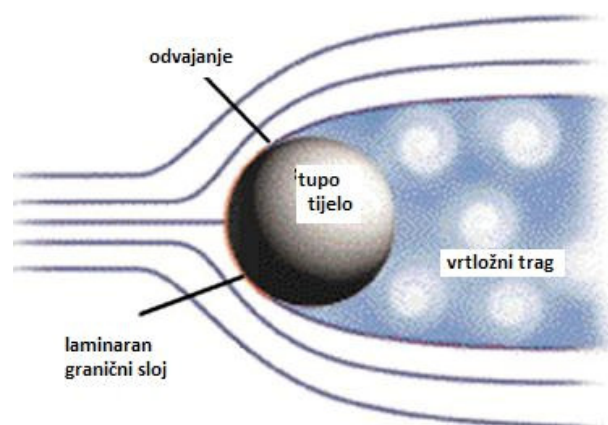


Slika 6. Vrste strujanja [1]

Velike vrijednosti Reynoldsova broja u praksi znače mali utjecaj viskoznosti, pa se pri visokim vrijednostima Reynoldsova broja viskozne sile mogu zanemariti u većem dijelu područja strujanja. Ako u području strujanja postoji čvrsta stjenka, utjecaj viskoznih sila neće se moći zanemariti u neposrednoj blizini stjenke. Zbog viskoznosti fluida brzina fluida na stjenci jednaka je nuli, a udaljavanjem od stjenke brzina čestica fluida se postupno povećava, sve dok ne dostigne brzinu neporemećene struje. Zbog toga će uz stjenku uvijek postojati područje u kojem se strujanje fluida odvija malim brzinama i s malim inercijskim silama, te se u tom području utjecaj viskoznih sila neće moći zanemariti. To područje se zove granični sloj (eng. *Boundary layer*, njem. *Grenzschicht*). Reynoldsov broj je definiran:

$$Re = \frac{\rho_{\infty} \cdot v_{\infty} \cdot D}{\mu_{\infty}} = \frac{\text{inercijske sile}}{\text{viskozne sile}}$$

Za aerodinamički neoblikovana (tupa) tijela karakteristično je vremenski promjenjivo (nestacionarno) strujanje, odvajanje graničnog sloja od površine tijela (eng. *Flow separation*, njem. *Strömungsablösung*) i stvaranje vrtložnog traga (eng. *Vortex wake*, njem. *Wirbelstrasse*). Za takva tijela ne postoji pojednostavljeno matematičko rješenje, te se sile koje djeluju na takva tijela procjenjuju rješavanjem Navier-Stokesovih jednažbi ili eksperimentom (slika 7.).



Slika 7. Zona odvajanja i vrtložni trag

## 2. Računalna dinamika fluida

Računalna dinamika fluida (*eng. Computational Fluid Dynamics-CFD, njem. Numerische Strömungsdynamik*) je grana mehanike fluida koja koristi numeričke metode i algoritme za rješavanje i analizu problema strujanja fluida. Upotrebom računala moguće je simulirati interakcije tekućina i plinova po unaprijed definiranim površinama. Zbog toga je potreban računalni program koji može dovoljno točno i brzo riješiti kompleksne slučajeve poput nadzvučnog ili turbulentnog strujanja. Temelj svakog CFD problema su Navier-Stokesove jednačbe koje definiraju općenito strujanje jednokomponentnog fluida. Ove se jednačbe mogu pojednostaviti izostavljanjem viskoznosti čime se dobivaju Eulerove jednačbe koje opisuju neviskozno strujanje fluida. Daljnjim pojednostavljenjem, odnosno, izostavljanjem komponenti vrtložnosti, dobivaju se linearne potencijalne jednačbe. CFD je uglavnom primijenjen u dinamici fluida gdje su problemi kompleksni i nepredvidivi, dok se statika fluida može dovoljno dobro modelirati tradicionalnim, analitičkim metodama.

### 2.1. Opis računalnih programa

#### 2.1.1. Program Gambit za diskretizaciju domene strujanja

Dva glavna elementa CFD simulacija su: diskretizacija domene rješavanja i diskretizacija jednačbi matematičkog modela. Kod diskretizacije domene rješavanja prostorna domena se dijeli na skup konačnih volumena, odnosno, kreira se mreža konačnih volumena. Diskretizacija jednačbi matematičkog modela se svodi na primjenu integralnog oblika zakona očuvanja za svaki konačni volumen koji prekriva domenu rješavanja.

Za simulaciju strujanja fluida oko nekog tijela u programu Fluent (vidi dolje), potrebno je izraditi mrežu, što omogućava računalni program Gambit. Gambit je jedinstveno sučelje za kreiranje geometrije i umrežavanje.

Sve simulacije u radu su provedene na modelima oko kojih je generirana 2-D hibridna mreža. To znači da se mreža sastoji od strukturiranih dijelova uz samu stjenku modela te nestrukturiranih dijelova u preostalom dijelu domene strujanja. Strukturirani dio mreže diskretiziran je osnovnom četverokutnim elementima, dok je preostali dio domene strujanja diskretiziran trokutnim elementima. Svaka hibridna CFD mreža u memoriji računala spremljena je kao nestrukturirana mreža, što znači da poznavanje susjednih čvorova (eng. *Grid nodes connectivity*) treba biti zadano eksplicitno.

### 2.1.2. Fluent

U radu je korišten komercijalni CFD programski paket ANSYS Fluent. Fluent pruža mogućnost stacionarne i nestacionarne analize za 2-D i 3-D tijela, te modeliranja za širok spektar nestlačivih i stlačivih, laminarnih i turbulentnih problema strujanja fluida. Za rješavanje problema Fluent koristi numerički diskretizirane jednadžbe očuvanja mase, količine gibanja, energije, te transportne jednadžbe kemijskih spojeva i jednadžbe turbulentnih modela korištene za zatvaranje sustava jednadžbi. Svaka od ovih jednadžbi dolazi u općem formatu koji se sastoji od utjecajnih faktora. Utjecajne faktore određuje korisnik prema tome što zahtjeva fizikalni sustav koji korisnik modelira. U općenitom slučaju, za rješavanje svih vrsta strujanja Fluent rješava jednadžbe zakona očuvanja mase i zakona očuvanja količine gibanja. Za strujanja koja uključuju izmjenu topline ili stlačivost, rješava se dodatna jednadžba očuvanja energije. Za turbulentno strujanje rješava se dodatna transportna jednadžba koja modelira utjecaj turbulentnih fluktuacija na strujanje fluida. Unutar Fluent-a ponuđena su dva solvera:

- Pressure-based solver - za rješavanje nestlačivih i slabo stlačivih strujanja
- Density-based solver - za rješavanje stlačivih strujanja pri visokim vrijednostima Machova broja

U ovom radu korišten je tzv. Pressure-based solver.

## 2.2. Modeliranje turbulencije

Turbulentno strujanje je naizgled kaotično gibanja fluida. Kada je turbulencija prisutna, ona obično dominira nad drugim pojavama i stvara povećan gubitak energije, miješanja, prijenos topline i otpore. Nakon razvijanja potpunog turbulentnog strujanja sve fizikalne veličine variraju u širokom spektru frekvencija i u velikom rasponu karakterističnih dimenzija turbulentnih vrtloga. Svako viskozno strujanje, čak i kada je turbulentno, prikazuje se pomoću vremenski osrednjenih varijabli brzine i tlaka, te se time gubi dio informacija koje sadrže originalne Navier-Stokesove jednačbe. Vremenski osrednjene jednačbe u eng. jeziku zovu se *Reynold-Averaged Navier-Stokes* (RANS) jednačbe. Da bi se povratile izgubljene informacije potrebno je poznavati korelacije trenutne brzina i tlaka za sve čestice promatranog fluida. Zadatak modela turbulencije je usklađivanje broja jednačbi i broja nepoznatih polja, zaustavljajući se na određenoj korelaciji. Sve više korelacije modeliraju se pomoću nižih koje su obuhvaćene modelom turbulencije. Fluent pruža širok izbor modela turbulencija, a u ovom radu korišteni su slijedeći:

- Spalart-Allmarasov model s jednom transportnom jednačbom
- Standardni  $k-\varepsilon$  model s dvije transportne jednačbe
- Ostvarivi  $k-\varepsilon$  model (eng. *Realizable  $k-\varepsilon$  model*) s dvije transportne jednačbe
- Standardni  $k-\omega$  model s dvije transportne jednačbe

### 2.2.1. Spalart-Allmarasov model

Spalart-Allmarasov model je relativno jednostavan model koji se sastoji od jedne jednačbe za rješavanje transportne jednačbe kinematičke (turbulentne) viskoznosti vrtloga. Ovo predstavlja relativno novu klasu modela s jednom jednačbom u kojima nije potrebno eksplicitno računati debljinu lokalnog posmičnog sloja. Spalart-Allmarasov model je načinjen specifično za upotrebu u aerodinamici, pri računanju toka fluida vezanog za stjenku, a pokazivao je dobre rezultate za granične slojeve izvrnute nepovoljnim gradijentima tlaka.

U svom izvornom obliku, Spalart-Allmarasov model je zapravo model sa niskim Reynoldsovim brojem koji zahtjeva dobro definirano viskozno područje graničnih slojeva. U Fluentu, s druge strane, Spalart-Allmarasov model je implementiran tako da upotrebljava tzv. zidne funkcije (eng. *Wall function*, njem. *Wandfunktionen*) kada mreža nije dovoljno fina uz stjenku tijela. Nadalje, gradijenti transportne varijable uz stjenku u ovom su modelu mnogo manje od gradijenata transportnih varijabli u  $k-\varepsilon$  ili  $k-\omega$  modelu. Ovo može model učiniti manje osjetljivim na numeričke pogreške pri uporabi mreža koje nisu uslojene, a nalaze se u blizini zidova [5].

### 2.2.2. Standardni $k-\varepsilon$ model

Najjednostavniji „kompletni modeli“ turbulencije su modeli sa dvije jednačbe, u kojima rješenje dvije nezavisne transportne jednačbe, jedna opisuje brzinu stvaranja turbulentne kinetičke energije,  $k$ , dok druga opisuje brzinu destrukcije, tj. disipacije turbulentne kinetičke energije,  $\varepsilon$ . Takav pristup omogućava da se turbulentna brzina i duljinske skale karakteristične za turbulentno strujanje (eng. *turbulent length scales*) odrede neovisno jedna o drugoj. Standardni  $k-\varepsilon$  model u Fluentu spada u ovu vrstu modela, te je prerastao u glavno oruđe u rješavanju praktičnih proračuna inženjerskih strujanja. Otpornost na manja odstupanja, ekonomičnost i prihvatljiva točnost za široki spektar turbulentnih strujanja objašnjava zašto je ovaj model tako popularan, poglavito u analizama industrijskih strujanja te u simulacijama prijenosa topline. Ovaj model je polu-empirijski, što znači da je osnovica modela potekla iz određenih fenomenoloških pretpostavki, te empirijskih mjerenja.

Kako su se bolje upoznavale prednosti i mane ovog modela, tako se on unaprjeđivao kako bi mu se poboljšale performanse. Dvije varijacije nastale ovakvim unapređenjem dostupne su u Fluentu: tzv. Re-Normalisation Group (RNG)  $k-\varepsilon$  model, te *ostvarivi*  $k-\varepsilon$  model (eng. *Realizable  $k-\varepsilon$  model*).

Pri korištenju  $k-\varepsilon$  modela pretpostavljamo da je strujanje u potpunosti turbulentno, te da su utjecaji molekularne viskoznosti zanemarivi. Standardni  $k-\varepsilon$  model daje najbolje rezultate kod simulacija potpuno razvijenih turbulentnih strujanja [5].

### 2.2.3. Ostvarivi $k$ - $\varepsilon$ model

Ostvarivi  $k$ - $\varepsilon$  model je relativno nov i razlikuje se od standardnog  $k$ - $\varepsilon$  modela u dvije značajne stvari:

- ostvarivi  $k$ - $\varepsilon$  model sadrži novu formulaciju turbulentne viskoznosti
- taj model sadrži i novu transportnu jednadžbu za disipaciju turbulentne energije,  $\varepsilon$ , koja se dobiva preko izravne jednadžbe za prijenos kvadrata srednjih vrijednosti kolebanja (fluktuacije) vrtložnosti (eng. *Mean-square vorticity fluctuation*)

Izraz "ostvarivi" znači da model zadovoljava određena matematička ograničenja na Reynoldsovo naprežanje, u skladu sa fizikom turbulentnog toka. Ni standardni  $k$ - $\varepsilon$  model, ni RNG  $k$ - $\varepsilon$  model ne ispunjavaju ovaj uvjet.

Korist od ostvarivog  $k$ - $\varepsilon$  modela je u tome što on točnije predviđa širenje ravninskih, kao i kružnih mlazova. Također se mogu omogućiti bolje performanse za tokove koji sadrže rotaciju, granične slojeve izvrgnute jako promjenjivom gradijentu pritiska, razdvajanju i recirkulaciji. Prednost nad standardnom  $k$ - $\varepsilon$  metodom posebno je izražena kad su u pitanju proračuni razdvojenih tokova, te tokova sa kompleksnim značajkama strujanja [5].

### 2.2.4. Standardni $k$ - $\omega$ model

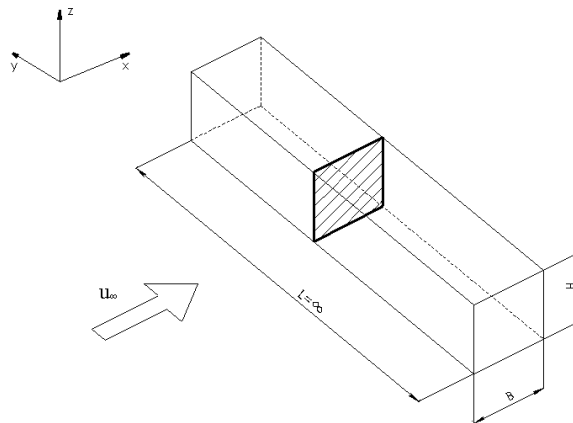
Standardni  $k$ - $\omega$  model u Fluentu temelji se na Wilcox  $k$ - $\omega$  modelu, koji uključuje promjene pri strujanjima s niskim Reynoldsovim brojem. Wilcox model predviđa širenje smičnog naprežanja toka po stjenci, što je usko povezano s mjerenjima vrtložnog traga, miješanja slojeva, te ravninskih, kružnih i radijalnih mlazova pa je zbog toga primjenjiv za strujanja po definiranoj stjenci. Standardni  $k$ - $\omega$  model je empirijski model koji se temelji na modelu transportnih jednadžbi za produkciju turbulentne kinetičke energije ( $k$ ) i njezinu destrukciju, tj. brzinu disipaciju ( $\omega$ ), koji također može biti promatran kao omjer  $\varepsilon$  i  $k$ .

Kako se  $k$ - $\omega$  model s godinama mijenjao i unaprjeđivao, tako je poboljšana točnost modela za predviđanje širenja smičnog naprežanja.



### 3. Opis problema

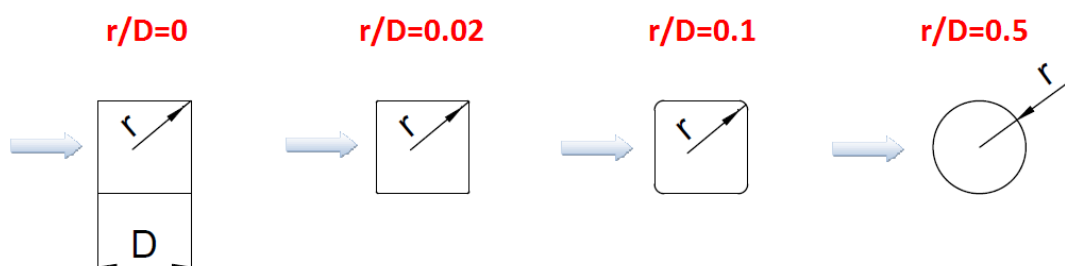
Geometrijski modeli korišteni u ovom radu zamišljeni su kao poprečni presjeci beskonačno duge prizme, čije su geometrijske karakteristike prikazane slikom 8:



Slika 8. Model unutar koordinatnog sustava

Na slici je vidljiv smjer strujanja neporemećene struje koja se poklapa sa smjerom x-osi, čime je ujedno određen napadni kut strujanja koji je jednak nuli.

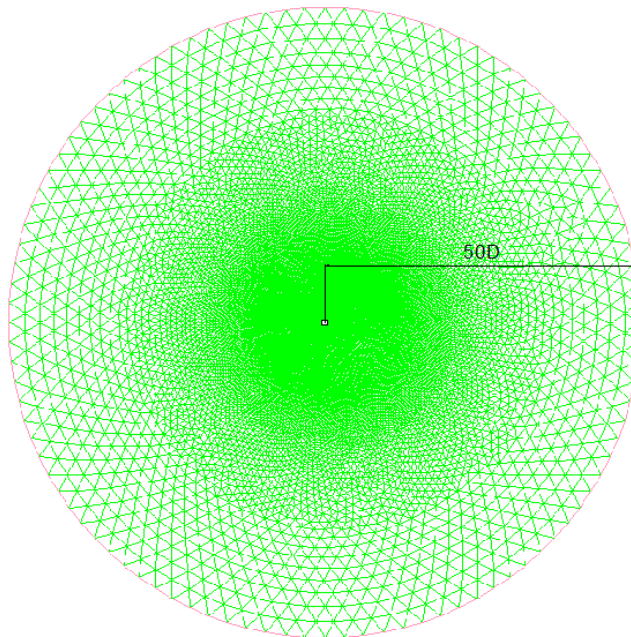
Geometrijski modeli korišteni u radu (slika 9.) označeni su kao R0, R0.02, R0.1, R0.5. Brojčana oznaka označava odnos radijusa zaobljenja bridova prizme i jedinične dužine  $D$ .



Slika 9. Geometrijski modeli

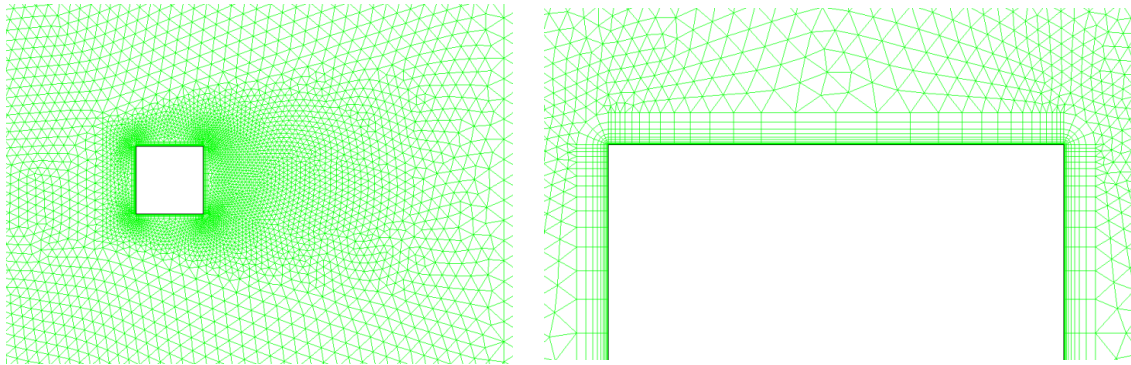
### 3.1. Diskretizacija domene strujanja – CFD mreže

Kako bi se na vanjskom rubu domene strujanja (eng. *farfield*) postigle vrijednosti fizikalnih veličina neporemećene struje potrebno je generirati mrežu čiji će vanjski rub biti dovoljno udaljen od tijela. U ovom radu vanjski rub svih mreža je na radijusu  $R = 50D$  definiran kao *pressure farfield* (slika 10.).

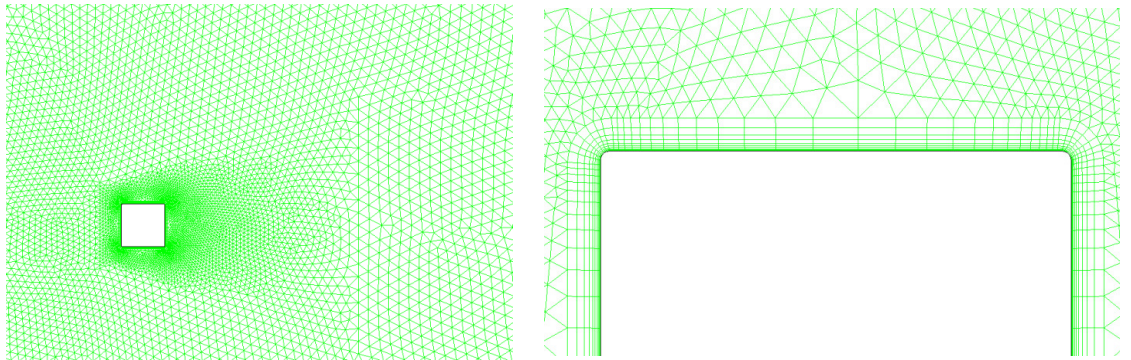


Slika 10. Domena strujanja

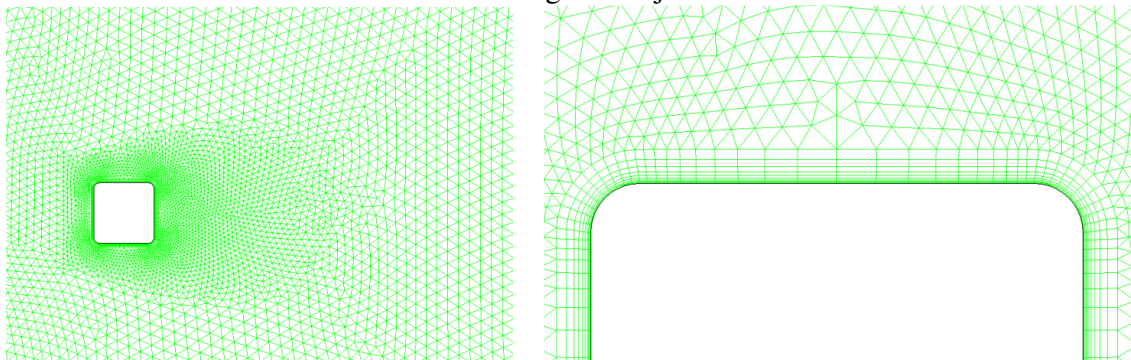
Strukturirani dio mreže u neposrednoj blizini površine prikazan je na Slici 11. U svim modelima broj i visina strukturiranih slojeva je ista. Debljina prvog sloja je 1mm ili 0.1 % od referentne duljine tijela,  $D$ . Faktor rasta je 1.4 i ukupno ima 10 strukturiranih slojeva. Model R0 ima 30 čvorova po stranici koji se zgušnjavaju prema rubu. Model R0.02 ima 27 čvorova po stranici koji se zgušnjavaju i 5 čvorova istog razmaka na rubnom zaobljenju. Model R0.1 ima 20 čvorova po stranici koji se zgušnjavaju prema rubu i 10 čvorova istog razmaka na rubnom zaobljenju, dok model R0.5 ima ukupno 120 čvorova po obodu raspodijeljenih jednoliko. Isto tako, na slici 11. (lijevo) vidljiva je domena strujanja gdje je mreža finija jer se na tom mjestu očekuje veliki utjecaj viskoznih sila, tj. odvajanje struje od površine, te stvaranje vrtloga iza promatranog modela (eng. *Wake region*).



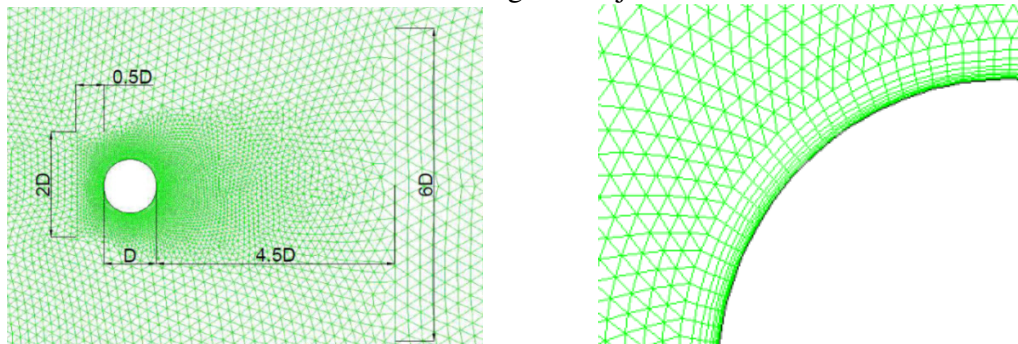
R0 geometrija



R0.02 geometrija



R0.1 geometrija



R0.5 geometrija

Slika 11. Diskretizacija domene (lijevo) i rubni sloj (desno)

U tablici 1. dana je usporedba parametara svih korištenih mreža, tj. broj čvorova i ćelija, te visina i broj strukturiranih slojeva uz stjenku.

**Tablica 1. Usporedba mreža**

	<b>R0</b>	<b>R0.02</b>	<b>R0.1</b>	<b>R0.5</b>
<b>L/D</b>	0	0.02	0.1	0.5
<b>Broj čvorova</b>	19708	19381	21699	19344
<b>Broj elemenata</b>	37852	37254	41978	37268
<b>Visina prvog sloja</b>	0.001	0.001	0.001	0.001
<b>Broj strukturiranih slojeva</b>	10	10	10	10

## 3.2. Parametri strujanja

### 3.2.1. Numerički parametri

Kako bi se u provedenim simulacijama pravilno opisale nestacionarne pojave, stvaranje i odvajanje vrtložnog traga, potrebno je odrediti dovoljno mali vremenski korak  $\Delta t$ , kojim će solver iterativno rješavati RANS jednadžbe u čitavoj domeni strujanja, te napraviti finu diskretizaciju prostora (CFD mrežu). Potrebno je naći optimum između dovoljno male diskretizacije vremena i prostora za točno opisivanje fizikalnih pojava, te efikasnog vremena računanja. Znači da vremenski korak mora biti odabran tako da obuhvaća dovoljan spektar frekvencija fizikalnih veličina, a da proračun ne traje predugo.

Vremenski korak  $\Delta t$  odabran je na temelju Strouhalovog broja od 0.2, poznatog iz literature [6] kao karakteristična vrijednost nastajanja na prizme pravokutnog i kružnog presjeka. Strouhalov broj je bezdimenzijski parametar nestacionarnog strujanja, te označava omjer dominantnih frekvencija odvajanja vrtloga na rubovima prizme i prosječne brzine strujanja.

$$St = f \cdot \frac{D}{v_{\infty}} = \frac{1}{T} \cdot \frac{D}{v_{\infty}} = \frac{1}{NTPER \cdot \Delta t} \cdot \frac{D}{v_{\infty}}$$

Pri čemu  $NTPER$  označava broj vremenskih koraka  $\Delta t$  unutar jednog perioda  $T$ ,  $D$  je referentna visina modela od 1 m, dok je  $v_{\infty}$  brzina neporemećenog strujanja. U ovom radu korištena je brzina zraka od 10 m/s (36 km/h), što odgovara snazi 5 po Beaufortovoj skali [7], te osigurava relativno mali Machov broj ( $M_{\infty} = 0.0295$ ), tj. nestlačivo strujanje oko tijela. Uvrštavanjem  $St = 0.2$ , te izabranog broja fizikalnih vremenskih koraka za svaki period odvajanja,  $NTPER = 100$ , u gornji izraz, dobiva se vremenski korak korišten u simulacijama:

$$\Delta t = \frac{1}{NTPER \cdot St} \cdot \frac{D}{v_{\infty}} = \frac{1}{100 \cdot 0.1} \cdot \frac{1}{10} = 0.01 \text{ s}$$

Slučaj strujanja promatran u ovom radu je nestacionarno strujanje uz konstantne rubne uvjete, tj. nestlačivo optjecanje tijela jednolikom i konstantnom brzinom, gdje na stražnjem dijelu tijela dolazi do periodičkog otkidanja vrtloga.

### 3.2.2. Fizikalni parametri

U uvodnom dijelu definiran je Reynoldsov broj. Uvrštavanjem zadanih parametara strujanja u izraz za Reynoldsov broj dobije se iznos:

$$Re = \frac{\rho_{\infty} \cdot v_{\infty} \cdot D}{\mu_{\infty}} = \frac{1.23 \cdot 10 \cdot 1}{1.7894 \cdot 10^{-5}} = 687382$$

Gdje je  $\mu_{\infty}$  dinamička viskoznost neporemećenog strujanja,  $\rho_{\infty}$  gustoća neporemećenog strujanja,  $v_{\infty}$  brzina neporemećenog strujanja, a  $D$  referentna visina. Reynoldsov broj je isti za sve promatrane slučajeve, kao i svi parametri neporemećenog strujanja. Pregled parametara i simulacija vidljiv je u tablici 2. Parametar *NINNER* predstavlja broj iteracija unutar svakog vremenskog koraka  $\Delta t$ , a  $t$  ukupno simulirano vrijeme.

Fluent, kao i svaki drugi CFD program, koristi tzv. dual-time stepping metodu za nestacionarne simulacije. U toj metodi jednačbe se rješavaju po fizikalnom (stvarnom) vremenu, koje je definirano veličinom vremenskog koraka (u ovom slučaju  $\Delta t = 0.005$  s), i po iteracijama (umjetno stvorenom vremenu, eng. *Pseudo-time*). To znači, da za svaki vremenski korak od 0.005 sekundi iterativno rješava nestacionarne jednačbe strujanja, sve dok se rješenja jednačbi između dvije iteracije ne dođu unutar zadane vrijednosti (vrijednost kod koje rješenje konvergira). Tada se uzima da je postignuto stacionarno stanje unutar jednog vremenskog koraka, i može se preći na sljedeći vremenski korak, tj. fizikalno vrijeme povećava se za 0.005 s.

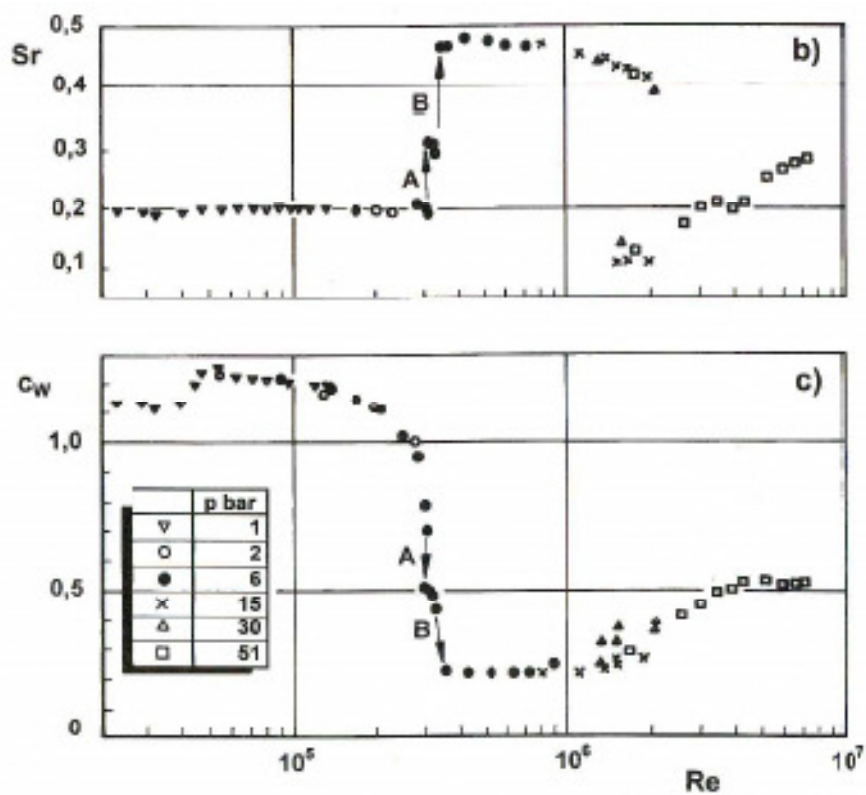
Ispod oznake modela turbulencije (S-A,  $k-\varepsilon$ , R- $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$ ) u Tablici 2 upisana je i vrijednost kriterija konvergencije, za one slučajeve gdje je taj kriterij korišten kao limit za broj unutarnjih iteracija umjesto konstantne vrijednosti  $NINNER = 50$ . Kriterij konvergencije znači, da se iteracije unutar jednog vremenskog koraka prekidaju kada se zadovolji kriterij konvergencije od 0.001, tj. kada je razlika između rješenja jednačbi strujanja između dvije unutrašnje iteracije dovoljno mala. Tada solver ide na sljedeći vremenski korak, neovisno o tome je li postignut limit od 50 unutarnjih iteracija ili nije.

Tablica 2. Pregled parametara simulacija

Objekt	R0					R0.02		R0.1		R0.5				
Model	S-A	$k-\varepsilon$	R	R	$k-\omega$	R	R	R	R	S-A	$k-\varepsilon$	R	R	$k-\omega$
turbul.			$k-\varepsilon$	$k-\varepsilon$		$k-\varepsilon$	$k-\varepsilon$	$k-\varepsilon$	$k-\varepsilon$			$k-\varepsilon$	$k-\varepsilon$	
				1e-03			1e-06		1e-06					1e-03
<b>Re</b>	687382													
<b><math>\rho_\infty</math></b>	1.23 kg/m <sup>3</sup>													
<b><math>T_\infty</math></b>	288 K													
<b><math>M_\infty</math></b>	0.0295 $\approx$ 0.03													
<b><math>p_\infty</math></b>	101325 Pa													
<b><math>\mu_\infty</math></b>	1.7894 $\cdot$ 10 <sup>-5</sup> Pa $\cdot$ s													
<b><math>v_\infty</math></b>	10 m/s													
<b><math>\Delta t</math></b>	0.005 s													
<b>NINNER</b>	50													
<b>t</b>	50 s													

Prije nego se pokrenu simulacije, potrebno je izvršiti kontrolu odabranog vremenskog koraka. Eksperimentalne rezultati iz literature [15] za četvrtasti cilindar s oštrim bridovima R0 pokazuju da je srednja vrijednost otpora otprilike  $Cd_{MEAN} = 2.0 - 2.2$ , dok je pripadajuća vrijednost Strouhalovog broja je  $St = 0.11$ . Istraživanja su također pokazala, da je strujanje oko R0 cilindar neosjetljivo na promjenu Re-vrijednosti, tj. otpor i St-broj ostaju skoro konstantni neovisno o promijeni Re-broja. S druge strane, za cilindar kružnog presjeka R0.5 obje vrijednosti, Cd i Strouhalov broj, ovise ne samo o Reynoldsovom broju (slika 12), nego i o intenzitetu turbulencije, hrapavosti površine, itd. Oko vrijednosti Re-broja između  $2 \cdot 10^5$  i  $4 \cdot 10^5$ , dolazi do naglog porasta St-broja, tzv. tranzicijskog skoka (slika 12, gore), što je posljedica tranzicije iz laminarnog graničnog sloja u turbulentni. Turbulentni granični sloj sadrži više energije od laminarnog, te dolazi do kasnijeg odvajanja od površine cilindra, što direktno

uzrokuje skokovito smanjenje koeficijenta otpora (slika 12, dolje). Vrijednosti za Re-broj odabran u ovom radu,  $Re = 6.7 \cdot 10^5$ , su  $Cd_{MEAN} = 0.2 - 0.3$  i  $St = 0.45 - 0.5$ . Ovo pokazuje, da je vrijednost St-broja korištenog u definiciji vremenskog koraka za simulacije,  $St = 0.2$ , bila premala, tj. u stvarnosti frekvencija odvajanja velikih vrtloga je otprilike dvostruko veća, što znači da će za R0.5 cilindar svaki period odvajanja biti vremenski diskretiziran s 50 vremenskih koraka, a ne sa 100 kao što je u početku predviđeno ( $NTPER = 100$  u jednađbi za  $\Delta t$ ).



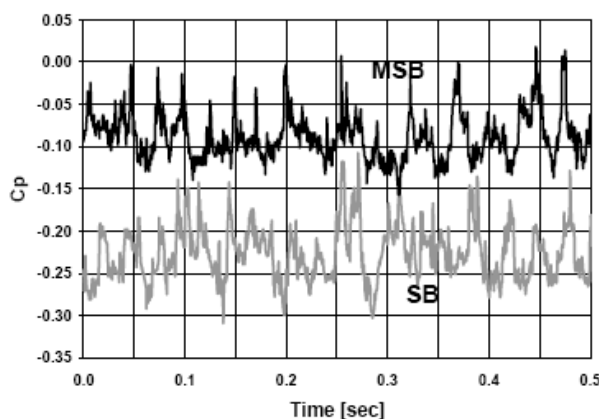
Slika 12. Utjecaj Reynoldsovog broja na Strouhalov broj (gore) i koeficijent otpora (dolje) prilikom strujanja oko cilindra kružnog presjeka. Eksperimentalni rezultati iz [15]



## 4. Analiza rezultata

### 4.1. Utjecaj modela turbulencije

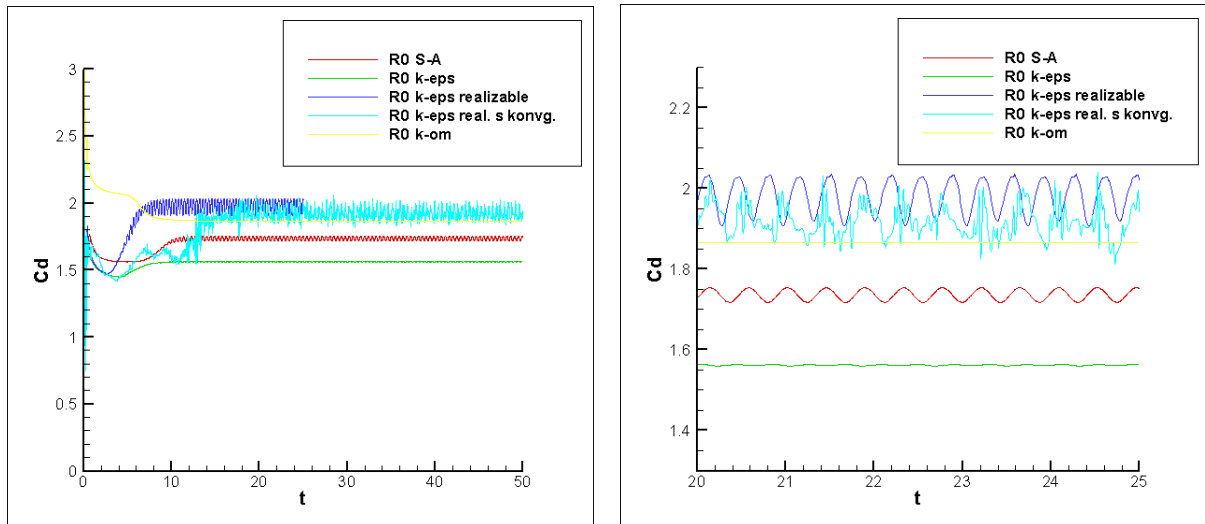
U ovom poglavlju prikazana je usporedba koeficijenta otpora zraka  $C_d$  svih modela turbulencija za geometrijske modele R0 i R0.5. Prije analize rezultate simulacija korisno je konzultirati literaturu i pronaći nestacionarne rezultate za slične slučajeve strujanja, izmjerene u zračnom tunelu. Slika 13, na primjer, prikazuje jedan tipičan vremenski signal nestacionarnog koeficijenta tlaka izmjerenog u zračnom tunelu na površini cilindra s oštrim bridovima. Vrlo slično izgledaju i izmjereni signali sile otpora zraka i sile uzgona. Jasno su vidljive periodičke oscilacije sa velikim udjelom fluktuacija različitih frekvencija, koje su superponirane na osnovni periodičkog signala odvajanja najvećih vrtloga na stražnjim (nizvodnim) bridovima cilindra.



Slika 13. Nestacionarni signal koeficijenta tlaka na R0 cilindru izmjeren u zračnom tunelu

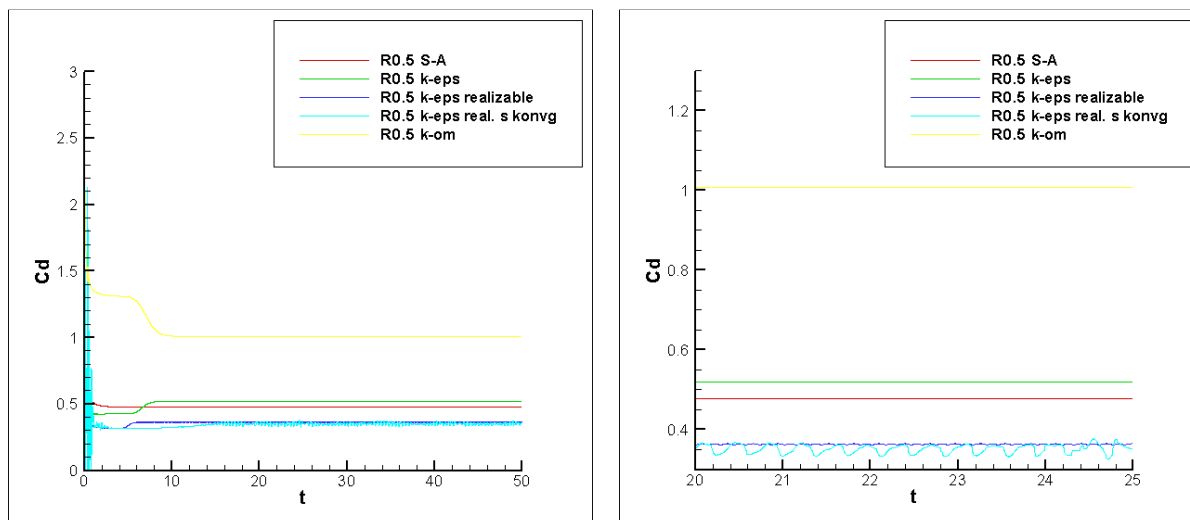
Rezultati izračunati u ovom radu, konkretno koeficijent otpora, prikazani su na slikama 13. i 14.. Za kocku sa oštrim bridovima (slika 14.) vidljivo je da dva modela turbulencije, standardni  $k-\varepsilon$  i  $k-\omega$ , nisu sposobni predvidjeti nestacionarno periodičko strujanje, tj. daju stacionarno strujanje i konstantni koeficijent otpora. Ostali testirani modeli sposobni su predvidjeti periodičke oscilacije, iako samo *Realizable*  $k-\varepsilon$  model s uključenim kriterijem konvergencije daje rezultate slične stvarnom signalu, tj. predviđa vrtloge različitih veličina i različitih frekvencija otkidanja od oštrih bridova kocke. Što se tiče srednje vrijednosti

koeficijenta otpora, najbliže eksperimentalnoj vrijednosti od približno  $C_d = 2.0$ , oba su *Realizable k-ε* modela, s isključenim i uključenim kriterijem konvergencije, dok svi ostali modeli predviđaju premale vrijednosti.



Slika 14. Izračunati aerodinamički koeficijent otpora u ovisnosti o vremenu za model R0

Za strujanje oko cilindra kružnog presjeka R0.5 rezultati su prikazani na Slici 15. Slično kao i kod R0 cilindra, i za R0.5 samo *Realizable k-ε* model daje nestacionarne rezultate, sa srednjom vrijednosti otprilike  $C_{d_{MEAN}} = 0.35$ , što je dosta blizu izmjerenoj vrijednosti. Svi ostali modeli predviđaju previsoke vrijednosti. Zanimljivo, za R0.5 geometriju najjednostavniji model od svih testiranih, Spalart-Allmarasov model, daje točnije rezultate što se tiče srednje vrijednosti otpora, nego standardni *k-ε* i *k-ω* modeli. Naravno, ovakva jednostavna analiza ne mora značiti da je S-A model u svim slučajevima bolji od standardnih modela sa dvije jednačbe. Ovi rezultati pokazuju samo da na odabranoj CFD mreži i sa odabranim vremenskim korakom Spalart-Allmarasov model bolje funkcionira od standardnih *k-ε* i *k-ω* modela.

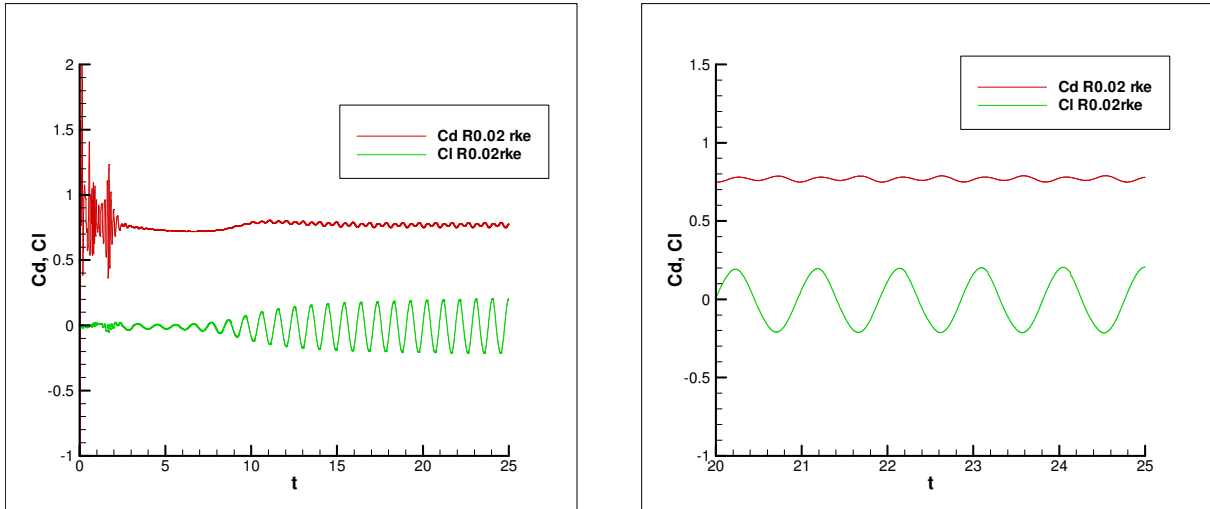


Slika 15. Izračunati aerodinamički koeficijent otpora u ovisnosti o vremenu za model R0.5

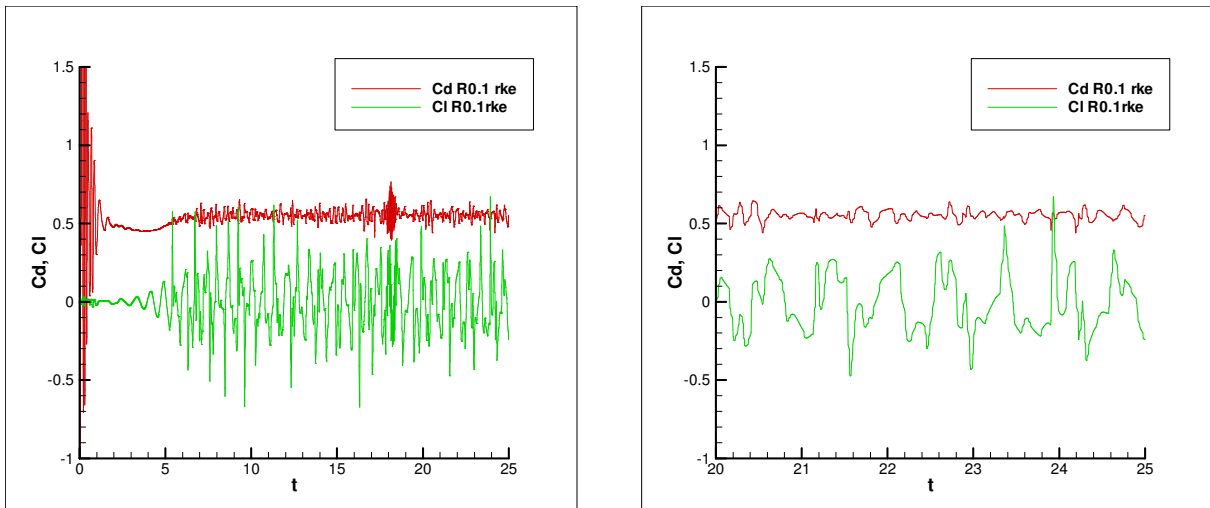
U stvarnosti, čak i strujanje oko aerodinamički tupih tijela bez oštih bridova, kao što je model R0, nikad nije potpuno periodičko s amplitudama jednakih veličina. Potpuno glatki rezultati, tj. harmonične oscilacije, rezultat su nedostatnog numeričkog modeliranja, odnosno, posljedica su pojednostavljenih jednadžbi koje rješava solver, numeričke disipacije, veličine ćelija u CFD mreži oko tijela, itd. Bolji modeli turbulencije razlikuju se od onih lošijih po tome što su sposobni predvidjeti neharmonične oscilacije i superponiranja različitih frekvencija u strujanju. Za tako nešto mreža treba biti dosta fina i treba uzeti manji vremenski korak, što nije uvijek praktično.

Nakon analize rezultata za dva kraja slučaja geometrije, dolazi se do zaključka da najbolja rješenja daje ostvarivi  $k-\varepsilon$  model turbulencije. Stoga će simulacije za dva slučaja geometrije između krajnjih slučajeva biti simulirane ostvarivim  $k-\varepsilon$  modelom turbulencije sa uključenim kriterijem konvergencije. Rezultate prikazuje slika 16.

### Model R0.02 s uključenim kriterijem konvergencije



### Model R0.1 s uključenim kriterijem konvergencije

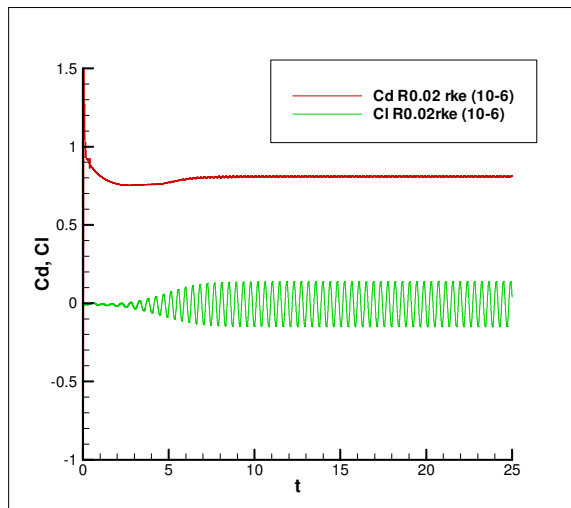
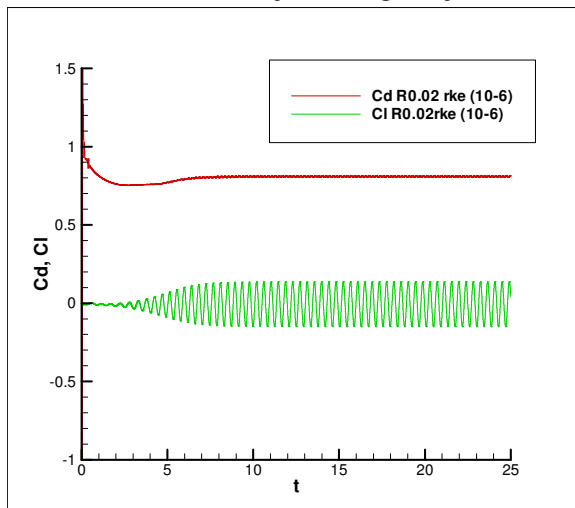


**Slika 16. Aerodinamični koeficijenti u ovisnosti o vremenu za model R0.02 i R0.1, izračunati s uključenim kriterijem konvergencije**

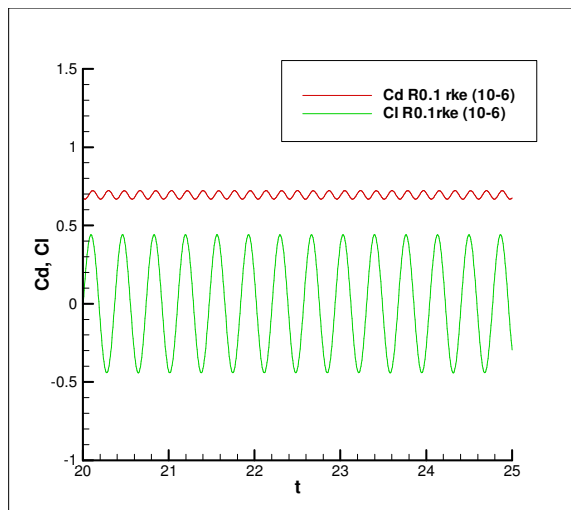
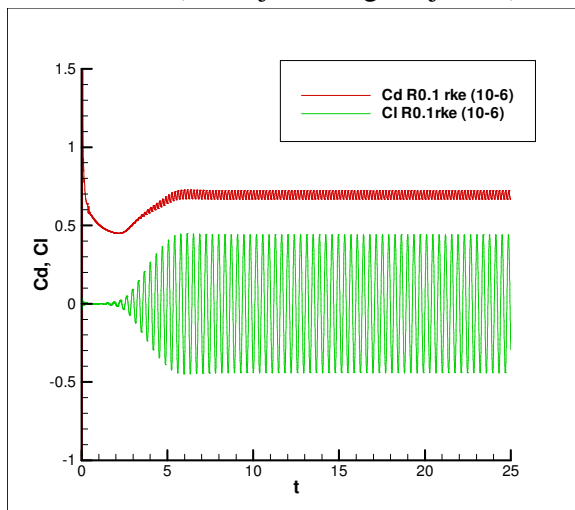
Ostvarivi  $k-\varepsilon$  model za slučaj R0.02 daje potpuno periodičko strujanje s amplitudama jednakih veličina, dok je za slučaj R0.1 strujanje dosta nepravilno. Za R0.02 i R0.1 geometrije strujanje je ponovno simulirano ostvarivim  $k-\varepsilon$  modelom, ali je vrijednost uvjeta konvergencije

promijenjena s  $10^{-3}$  na  $10^{-6}$  (slika 17.). U slučaju s ostvarivim  $k-\varepsilon$  modelom, s vrijednosti uvjeta konvergencije  $10^{-6}$  dobije se potpuno periodičko strujanje s amplitudama jednakih veličina.

Model R0.02 (kriterij konvergencije  $10^{-6}$ )



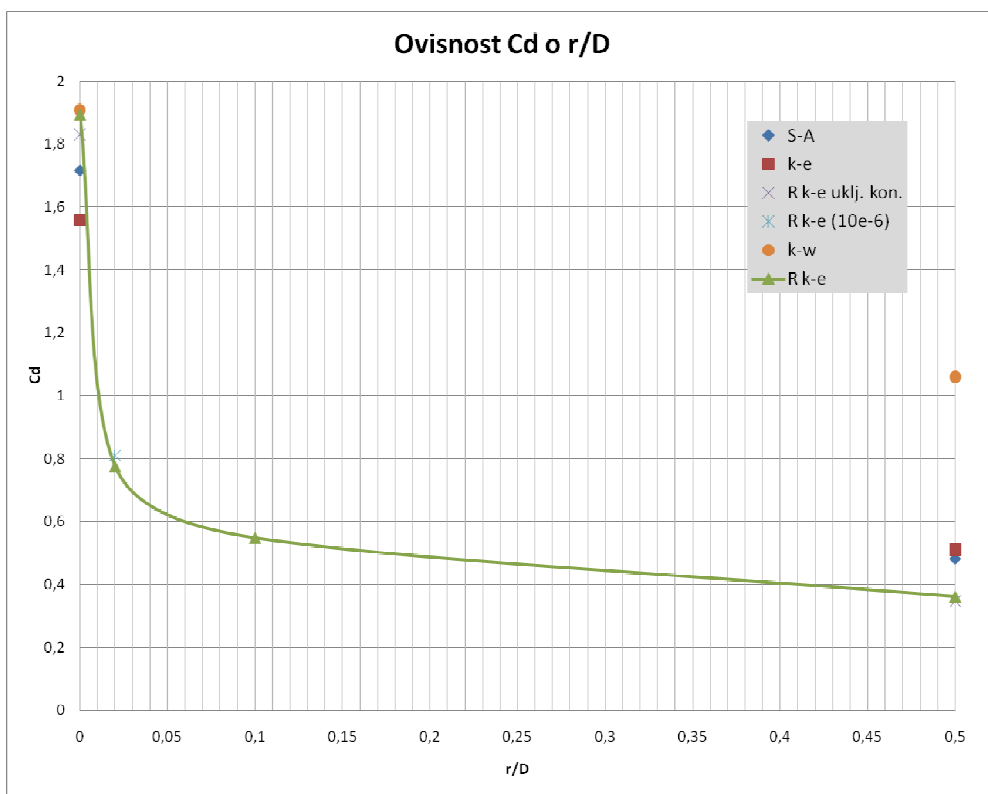
Model R0.1 (kriterij konvergencije  $10^{-6}$ )



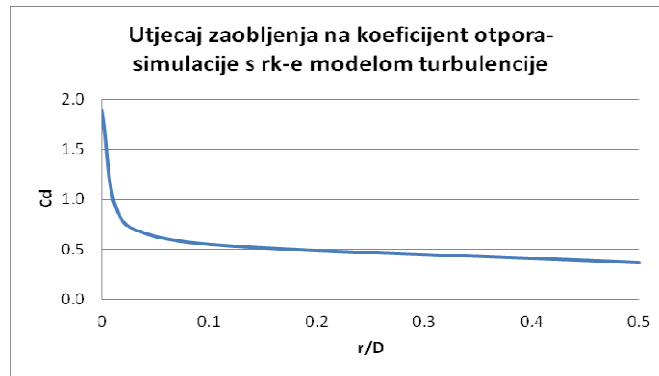
Slika 17. Aerodinamični koeficijenti u ovisnosti o vremenu za model R0.02 i R0.1 s vrijednošću uvjeta konvergencije  $10^{-6}$

## 4.2. Utjecaj zaobljenja oštih bridova

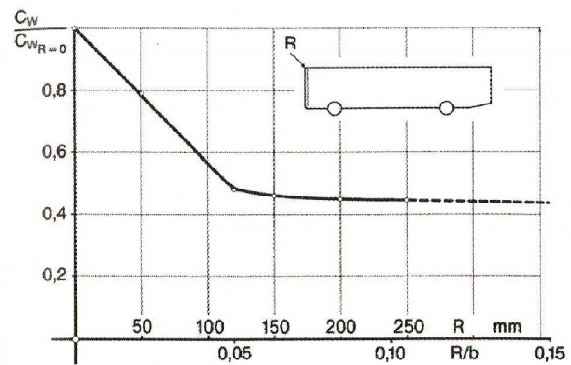
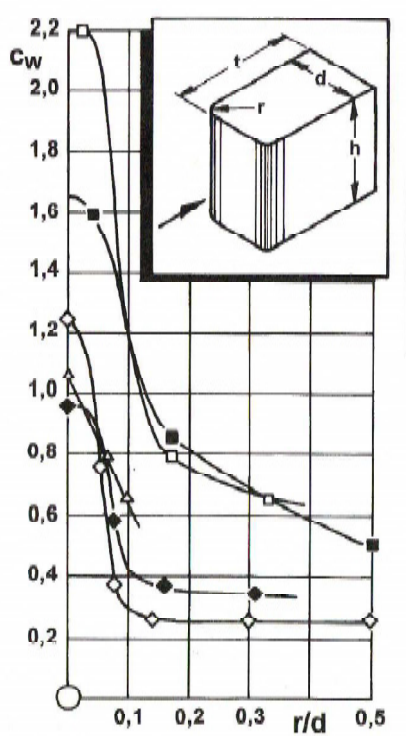
Slike 18. i 19. prikazuju da se sa povećanjem odnosa  $r/D$  smanjuje aerodinamički koeficijent otpora zraka  $C_d$ . Daleko najveći pad vrijednosti događa se između cilindara R0 i R0.05, što znači da i najmanje zaobljenje značajno utječe na koeficijente otpora zraka. Slične rezultate može se naći u literaturi (slika 20.).



Slika 18. Ovisnost aerodinamičkog koeficijenta  $C_d$  o omjeru  $r/D$

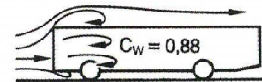


Slika 19. Utjecaj zaobljenja na srednju vrijednost koeficijenta otpora

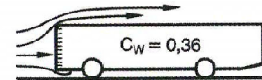


R = Frontradius  
R/B = Frontradius bezogen auf die Fahrzeugbreite b

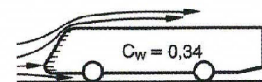
1. Kantige Front



2. Gerundete Front



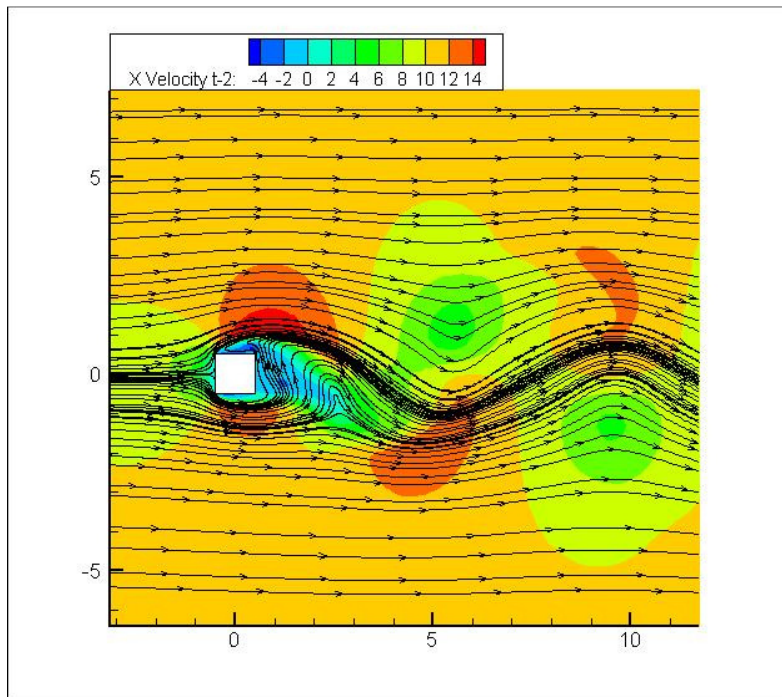
3. Stromlinien-Front



**Bild 11.58**  
Einfluss d  
nach Gilha

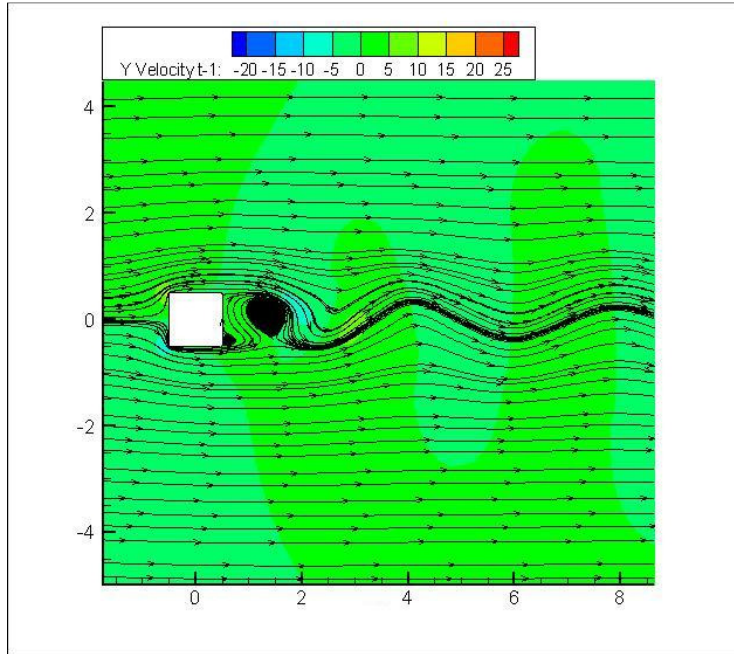
Slika 20. Utjecaj zaobljenja na srednju vrijednost koeficijenta otpora [16]. Lijevo: eksperimentalni rezultati za 2-D cilindar kockastog presjeka. Desno: utjecaj zaobljenja na otpor zraka generičkog oblika putničkog autobusa

Na kraju, slike 21. do 24. prikazuju trenutne slike strujanja oko cilindra, s jasno vidljivim odvajanjem vrtloga od stražnjih (nizvodnih) bridova. Na oštrim rubovima geometrijskog modela R0 vidljivi su inercijski recirkularni vrtlozi, koje struja nosi nizvodno (eng. *Downstream*), te nastaju široki vrtložni tragovi (eng. *Von Karmann street*). Strujanje unutar vrtloga nastaje kao posljedica djelovanja viskoznih sila na površini modela i smjera strujanja nadolazećih čestica na vrtlog. Za razliku od slike strujanja modela R0, za model R0.5, kao krajnji geometrijski model (slika 24.), uočava se najuži vrtložni trag, što uzrokuje najmanji otpor strujanja.

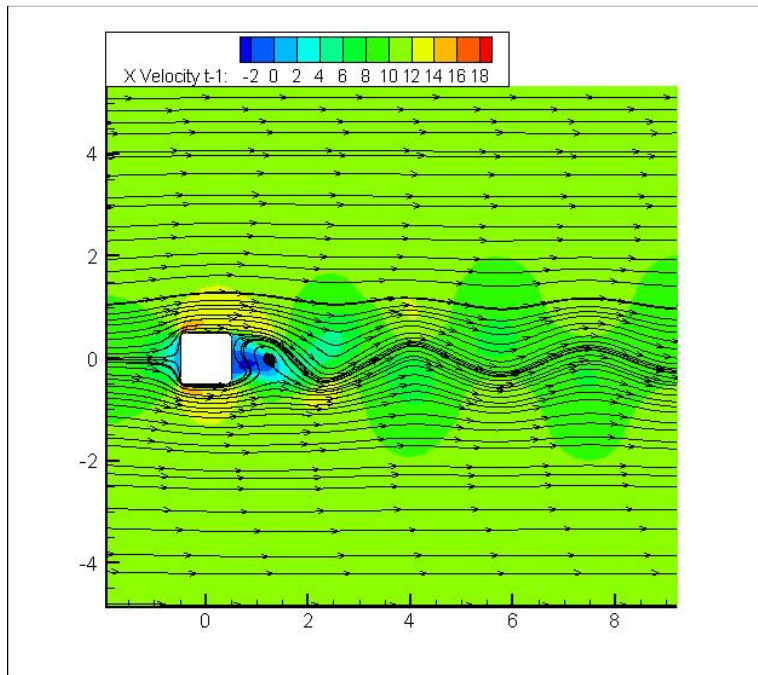


Slika 21. Trenutna slika strujanja za R0 (ostvarivi  $k-\varepsilon$  model s uključenim uvjetom konvergencije) u trenutku  $t = 50$  s

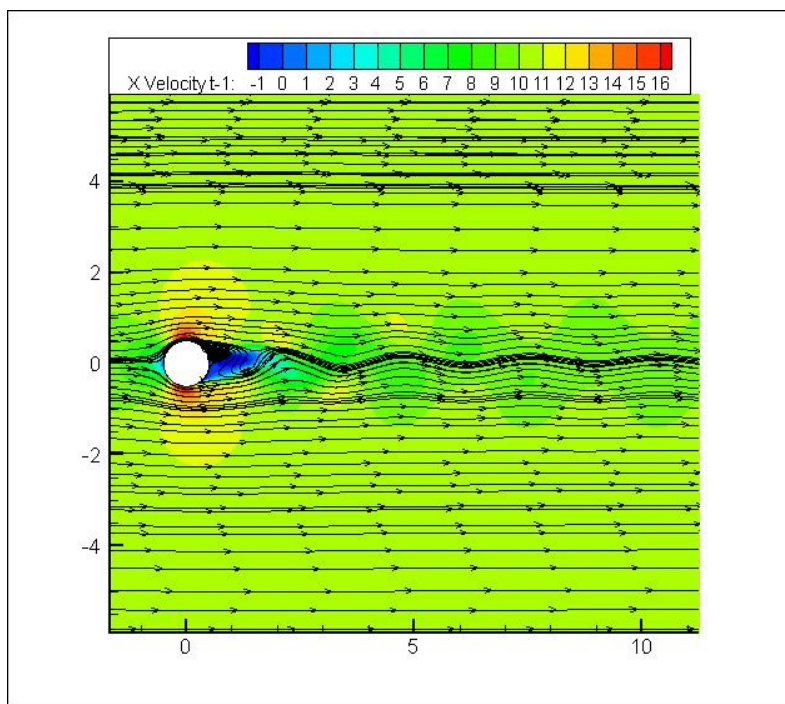




Slika 22. Trenutna slika strujanja za R0.02 (ostvarivi  $k-\varepsilon$  model s uključenim uvjetom konvergencije  $10^{-6}$ ) u trenutku  $t = 50$  s



Slika 23. Trenutna slika strujanja za R0.1 (ostvarivi  $k-\varepsilon$  model s uključenim uvjetom konvergencije  $10^{-6}$ ) u trenutku  $t = 50$  s



Slika 24. Trenutna slika strujanja za R0.5 (ostvarivi  $k-\epsilon$  model) u trenutku  $t = 50 s$

## 5. Zaključak

U ovom radu istražene su karakteristike nestlacivog strujanja zraka oko četiri cilindra kockastog presjek ali različitih zaobljenja bridova, od kvadratnog presjeka s oštrim bridovima ,  $r/D = 0$ , do potpuno zaobljenog presjeka,  $r/D = 0.5$ . Rezultati pokazuju da na svim ispitanim geometrijama dolazi do velikih zona odvajanja strujanja na oštrim prednjim bridovima, te do naizmjeničnog odvajanja vrtloga sa nizvodnih bridova, što strujanje čini izrazito nestacionarnim. Nadalje, stupanj zaobljenja bridova ima veliku ulogu u smanjenju otpora zraka, s time da najmanji ispitan radijus zaobljenja,  $r/D = 0.02$ , smanjuje koeficijent otpora za više od 50%.

Nestacionarne simulacije strujanja provedene su pomoću komercijalnog CFD programa FLUENT. Pokazalo se da numeričkoj simulaciji treba određeno vrijeme da se nestacionarno strujanje razvije, tj. da strujanje postane periodičko. Period odvajanja vrtloga ovisi kako o modelu turbulencije, tako i o razmatranoj geometriji. Ovaj rad je pokazao da je potrebno vrlo dobro poznavati teoriju i princip rada CFD programa da bi se ispravno postavili parametri strujanja i model turbulencije. Kao najbolji model turbulencije pokazao se ostvarivi  $k-\varepsilon$  model, međutim, ovisno o uvjetima konvergencije, kvaliteta rezultata dobivenih istim modelom može doista varirati. Neki od ispitanih modela turbulencije ne mogu predvidjeti nestacionarno strujanje za pojedine slučajeve geometrijskih modela, kao npr.  $k-\omega$  model.

Na kraju, ovaj rad pokazuje da se i sa relativno jednostavnim 2-D simulacijama mogu dobiti realistične aerodinamične sile, koje djeluju na aerodinamički neoblikovana (tupa) tijela, kao što su automobili, kamioni, autobusi, zgrade, mostovi, itd.

## 6. Literatura

- [1] Anderson J. D., *Fundamentals of Aerodynamics* 3ed., McGraw-Hill, USA, 2001
- [2] Kesić Petar, *Osnove aerodinamike*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2003.
- [3] Web materijali katedre za Mehaniku fluida <http://www.fsb.hr/hydro/>
- [4] Web materijali za nastavu, Šoda, Ormuž, *Motorna vozila*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2008.
- [5] Ansys Inc. *FLUENT 12.0 Theory Guide*, May 2008
- [6] Mustafa Sarioglu, Tahir Yavuz, *Vortex Shedding From Circular and Rectangular Cylinders Placed Horizontally in a Turbulent Flow*, Department of Mechanical Engineering, Karadeniz Technical University, Turkey, May 1999.
- [7] [http://en.wikipedia.org/wiki/Beaufort\\_scale](http://en.wikipedia.org/wiki/Beaufort_scale)
- [8] Yukio Tamura, presentation, lecture 4, *Flow Patterns and Wind Forces*, Tokyo Polytechnic University
- [9] Meng Wang, Pietro Catalano, Gianluca Iaccarino, *Prediction of high Reynolds number flow over a circular cylinder using LES with wall modeling*, Center for Turbulence Research, 2001.
- [10] Dr. J.D. Holmes, presentation, Wind loading and structural response, Lecture 8, *Basic bluff-body aerodynamics I*
- [11] Dr. J.D. Holmes, presentation, Wind loading and structural response, Lecture 9, *Basic bluff-body aerodynamics II*
- [12] Yoichi Yamagishi, Shigeo Kimura, Makoto Oki, Chisa Hatayama, *EFFECT OF CORNER CUTOFFS ON FLOW CHARACTERISTICS AROUND A SQUARE CYLINDER*, *Flucome*, 10<sup>th</sup> International Conference on Fluid Control, Measurements, and Visualization, Moscow, Russia, 2009.
- [13] M. Tutar, A. E. Holdø, *Computational modelling of flow around a circular cylinder in sub-critical flow regime with various turbulence models*, INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN FLUIDS, Int. J. Numer. Meth. Fluids 2001; 35: 763–784
- [14] S. Murakami, A. Mochida, *ON TURBULENT VORTEX SHEDDING FLOW PAST 2D SQUARE CYLINDER PREDICTED BY CFD*, Institute of Industrial Science, University of Tokyo, Tokyo, Japan, Dec. 1993.
- [15] Hucho, W.-H., *Aerodynamik der Stumpfen Körper*, Vieweg, 2002
- [16] Hucho, W.-H., *Aerodynamik des Automobils*, Vieweg, 2005