

Ispitivanje utjecaja brzine opterećenja na lomno ponašanje sinteriranog čelika

Minauf, Matea

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:729692>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-02**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Matea Minauf

Zagreb, 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Tomislav Lesičar, mag. ing.

Student:

Matea Minauf

Zagreb, 2023.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Tomislavu Lesičaru na pruženoj pomoći pri odabiru teme, te na svim savjetima i pomoći tijekom pisanja ovog diplomskog rada. Vaš pristup radu učinio je ovo zadnje iskustvo u mom akademskom obrazovanju vrijednim pamćenja.

Hvala svim mojim prijateljima koji su moje studiranje učinili nezaboravnim iskustvom.

Posebno se zahvaljujem svojim roditeljima i bratu na potpori, strpljenju i razumijevanju tijekom studiranja.

Na kraju, veliko hvala dečku Mateju što si bio uz mene na ovom putu i ulijevao mi hrabrosti i snage. Zbog tvoje podrške, razumijevanja i ljubavi sve je bilo lakše.

Matea Minauf



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomatske ispite
Povjerenstvo za diplomatske ispite studija strojarstva za smjerove:
Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 23 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 23 -	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Matea Minauf** JMBAG: 0035211133

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Ispitivanje utjecaja brzine opterećenja na lomno ponašanje sinteriranog čelika**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Investigation of the loading rate influence on the fracture behaviour of sintered steel**

Opis zadatka:

Proteklih godina tehnologija metalurgije praha postaje sve popularnija. U usporedbi s klasičnom metalurgijom, metalurgija praha omogućuje niže troškove proizvodnje i manje onečišćenje okoliša. Jedan od učestalo korištenih materijala dobiven metalurgijom praha je sinterirani čelik. Zbog načina proizvodnje, konstitutivno ponašanje sinteriranog čelika je nelinearno, uz pojavu elastoplastičnih deformacija. Kako bi se u numeričkim simulacijama postiglo realnije ponašanje komponenti izrađenih od sinteriranog čelika, potrebno je čim preciznije opisati konstitutivno ponašanje materijala.

U ovom diplomskom radu razmatrat će se sinterirani čelik Astaloy Mo+0,2C triju gustoća: $6,5\text{g/cm}^3$, $6,8\text{g/cm}^3$ i $7,1\text{g/cm}^3$, za koji su provedena eksperimentalna ispitivanja pri brzini opterećenja 1 mm/min . Potrebno je:

1. Proučiti potrebnu literaturu vezanu uz numeričko modeliranje elastoplastičnog ponašanja materijala i eksplicitnu vremensku integraciju u metodi konačnih elemenata.
2. Odrediti parametre konstitutivnog ponašanja materijala za svaku razmatranu gustoću sinteriranog čelika pomoću rezultata eksperimentalnih ispitivanja.
3. Odrediti parametre lomnog ponašanja materijala za svaku razmatranu gustoću sinteriranog čelika pomoću rezultata eksperimentalnih ispitivanja.
4. Pomoću dobivenih materijalnih parametara ispitati utjecaj brzine opterećenja na lomno ponašanje sinteriranog čelika.

Odabrane materijalne parametre potrebno je validirati numeričkim simulacijama eksperimentalnih ispitivanja. Za provedbu numeričkih simulacija primijeniti komercijalni programski paket Abaqus. U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

28. rujna 2023.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Tomislav Lesičar

Datum predaje rada:

30. studenoga 2023.

Predviđeni datumi obrane:

4. – 8. prosinca 2023.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS OZNAKA	VI
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY	IX
1. Sinterirani čelici	1
1.1. Metalurgija praha.....	1
1.1.1. Proizvodnja praha	3
1.1.2. Miješanje praha	5
1.1.3. Kompaktiranje.....	6
1.1.4. Sinteriranje	7
1.2. Sinterirani čelik Astaloy Mo + 0,2C.....	8
2. Metoda konačnih elemenata	10
2.1. Općenito o metodi konačnih elemenata.....	10
2.2. Nelinearno rješavanje problema	10
2.3. Eksplicitna metoda vremenske integracije	11
2.3.1. Vremenska inkrementacija.....	14
2.4. Korišteni programski paket i korišteni konačni elementi	15
3. Elastoplastično ponašanje materijala	17
3.1. Konvencijalni dijagram razvlačenja	17
3.2. Elastično ponašanje	19
3.3. Elastoplastično ponašanje.....	20
3.4. Funkcija tečenja	21
3.5. Očvršćenje materijala	22
4. Modeliranje oštećenja materijala	24
4.1. Inicijacija oštećenja [21].....	26
4.2. Rast oštećenja [13, 22].....	27
5. Modeliranje oštećenja sinteriranog čelika pri različitim brzinama opterećivanja.....	29
5.1. Uvod	29
5.2. Numerički model	31
5.3. Parametri elastoplastičnog ponašanja	32
5.4. Parametri lomnog ponašanja materijala	33

5.5. Numerička simulacija i rezultati	35
5.6. Utjecaj brzine opterećivanja na lomno ponašanje epruvete	43
5.6.1. Sinterirani čelik gustoće 6,5 g/cm ³	43
5.6.2. Sinterirani čelik gustoće 6,8 g/cm ³	46
5.6.3. Sinterirani čelik gustoće 7,1 g/cm ³	49
6. Zaključak	53
LITERATURA	55

POPIS SLIKA

Slika 1.1. Osnovni proces metalurgije praha [4].....	2
Slika 1.2. Oblici čestica praha i metode njihovog dobivanja [6].....	4
Slika 1.3. Shematski prikaz postupka jednoosnog kompaktiranja u kalupu [3].....	7
Slika 1.4. Utjecaj udjela ugljika na Youngov modul, vlačnu čvrstoću, granicu tečenja i istezljivost [9].....	9
Slika 2.1. Shema jednoosnog opterećenja štapa – 1. inkrement [13].....	12
Slika 2.2. Shema jednoosnog opterećenja štapa – 2. inkrement [13].....	13
Slika 2.3. Konačni element C3D8R [12].....	15
Slika 3.1. Ponašanje materijala pri ciklusu opterećenje-rasterećenje: a) elastičan, b) elastoplastičan, c) viskoelastičan i d) viskoplastičan [15].....	17
Slika 3.2. Konvencionalni dijagram razvlačenja [16].....	18
Slika 3.3. Von Misesova i Trescina ploha tečenja [17].....	21
Slika 3.4. Izotropno i kinematičko očvršćenje [17].....	23
Slika 4.1. Shematski prikaz karakterističnih načina popuštanja duktilnih materijala [13]	25
Slika 4.2. Faze duktilnog oštećenja [13]	25
Slika 4.3. Dijagram naprezanje-deformacija duktilnog materijala uz napredovanje oštećenja [13].....	27
Slika 5.1. Ispitni uzorci materijala Astaloy Mo+0,2C gustoća 6,5 g/cm ³ , 6,8 g/cm ³ i 7,1 g/cm ³	29
Slika 5.2. Geometrija ispitnog uzorka.....	29
Slika 5.3. Dijagrami naprezanja-deformacija i sila-pomak za vlačno ispitivanje pri brzini opterećivanja od 1 mm/min	30
Slika 5.4. Rubni uvjeti i opterećenje ispitnog uzorka u <i>Abaqusu</i>	32
Slika 5.5. Dijagram konvergencije von Misesovog naprezanja – 6,5 g/cm ³	36
Slika 5.6. Dijagram konvergencije von Misesovog naprezanja – 6,8 g/cm ³	36
Slika 5.7. Dijagram konvergencije von Misesovog naprezanja – 7,1 g/cm ³	37
Slika 5.8. Usporedba eksperimentalnog ispitivanja i numeričke simulacije monotonog vlačnog testa pri brzini opterećivanja od 1 mm/min - 6,5 g/cm ³	38
Slika 5.9. Usporedba eksperimentalnog ispitivanja i numeričke simulacije monotonog vlačnog testa pri brzini opterećivanja od 1 mm/min - 6,8 g/cm ³	38
Slika 5.10. Usporedba eksperimentalnog ispitivanja i numeričke simulacije monotonog vlačnog testa pri brzini opterećivanja od 1 mm/min – 7,1 g/cm ³	39
Slika 5.11. Vremenski tok simulacije - 6,5 g/cm ³ : a) 0,0 sekundi, b) 5,25 sekundi, c) 10,5 sekundi, d) 15,75 sekundi, e) 21,0 sekundi	40
Slika 5.12. Vremenski tok simulacije - 6,8 g/cm ³ : a) 0 sekundi, b) 8,1 sekundi, c) 18,9 sekundi, d) 22,95 sekundi, e) 27 sekundi	40

POPIS TABLICA

Tablica 1.1. Prednosti metalurgije praha [5]	2
Tablica 1.2. Nedostaci metalurgije praha [5]	3
Tablica 5.1. Vrijednosti pomaka u smjeru osi y	31
Tablica 5.2. Elastični i elastoplastični parametri materijala.....	32
Tablica 5.3. Parametri oštećenja materijala	34
Tablica 5.4. Istezljivost sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C	35
Tablica 5.5. Usporedba eksperimentalnih i numeričkih vrijednosti von Misesovog naprežanja	35
Tablica 5.6. Karakteristike provedenih numeričkih simulacija za brzinu opterećivanja od 1 mm/min i 1830 KE	37

POPIS OZNAKA

Oznaka	Mjerna jedinica	Opis
b	-	- materijalni parametar
G_k	-	- inicijalni kinematički modul očvršćenja
c_d	mm/min	- brzina dilatacijskog vala
D_{ijkl}	-	- tenzor elastičnosti
\mathbf{D}	-	- vektor varijabli oštećenja
E	MPa	- modul elastičnosti
G_f	N/m ²	- disipacija energije loma
\mathbf{I}	-	- vektor unutarnjih sila
L_{\min}	mm	- najmanja duljina konačnog elementa
\mathbf{M}	-	- matrica čvornih masa
N_i	-	- funkcija oblika
\mathbf{P}	-	- vektor vanjskih opterećenja
p	Pa	- hidrostatski tlak
Q_∞	MPa	- materijalni parametar
S_{ij}	-	- tenzor devijatora naprezanja
t	s	- vrijeme
u	mm	- pomak u smjeru osi x
u_k	-	- vektor pomaka
\dot{u}_i	mm/min	- brzina
$\ddot{\mathbf{u}}$	-	- vektor čvornih ubrzanja
\mathbf{v}	-	- vektor stupnjeva slobode
v	mm	- pomak u smjeru osi y
w	mm	- pomak u smjeru osi z
w_D	-	- varijabla stanja
α_k	-	- model kinematičkog očvršćenja

γ_k	-	- omjer opadanja kinematičkog očvršćenja
δ_{ij}	-	- Kroneckerov simbol
ε_{el1}	-	- ukupna deformacija
ε_{el1}^0	-	- početna deformacija
ε_{ij}^e	-	- elastična deformacija
ε_{ij}^p	-	- plastična deformacija
$\dot{\varepsilon}_{el1}$	-	- brzina deformiranja
η	-	- troosnost naprezanja; koordinata čvora
κ	-	- parametar očvršćenja
λ, μ	-	- konstante elastičnosti
ν	-	- Poissonov faktor
ξ	-	- koordinata čvora
ξ_{max}	-	- faktor kritičnog prigušenja
σ_{ij}	MPa	- naprezanje
σ_y	MPa	- granica tečenja
ζ	-	- koordinata čvora
ω_{max}	Hz	- najviša vlastita frekvencija sustva

SAŽETAK

Danas proces metalurgije praha pronalazi široku primjenu u različitim industrijama. Ona omogućuje proizvodnju novih materijala specifičnih i poboljšanih svojstava. Jedan od često korištenih materijala dobiven procesom metalurgije praha je sinterirani čelik. U ovom radu na temelju eksperimentalno dobivenih podataka prilikom provedbe monotonog vlačnog testa pri brzini opterećivanja od 1 mm/min provedeno je modeliranje konstitutivnog ponašanja materijala i određivanje parametara loma. Za tako definirane materijalne parametre, provedena je numerička analiza najprije u *Abaqus/Standardu*, a potom u *Abaqus/Explicitu* pri raznim brzinama opterećivanja. U prvom poglavlju opisan je proces dobivanja sinteriranog čelika i dana su svojstva sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C. U drugom poglavlju opisana je metoda konačnih elemenata, objašnjene su eksplicitne metode vremenske integracije i opisani su korišteni konačni elementi. U trećem poglavlju opisano je elastoplastično ponašanje i očvršćenje materijala. Također su objašnjeni i materijalni modeli koji se koriste u numeričkim proračunima. U četvrtom poglavlju opisano je numeričko modeliranje inicijacije i rasta oštećenja. U petom poglavlju provedena je numerička simulacija vlačnog testa na epruvetama izrađenim od sinteriranog čelika triju različitih gustoća: 6,5 g/cm³, 6,8 g/cm³ i 7,1 g/cm³ te su dani rezultati utjecaja različitih brzina opterećivanja na lomno ponašanje sinteriranog čelika. Korištene brzine opterećivanja su: 1 mm/min, 2 mm/min, 5 mm/min i 10 mm/min. U šestom poglavlju dan je zaključak cijelog rada.

Ključne riječi: metalurgija praha, sinterirani čelik, *Abaqus/Standard*, *Abaqus/Explicit*, elastoplastičnost, oštećenje, brzina opterećivanja

SUMMARY

Today, the powder metallurgy process is widely applied in various industries. It provides the production of new materials with specific and improved properties. One of the frequently used materials obtained by the powder metallurgy process is sintered steel. In this thesis, based on the data obtained experimentally during the execution of the monotonic tensile test at a loading speed of 1 mm/min, the modeling of the constitutive behavior of the material and the determination of the fracture parameters were carried out. For the material parameters defined in this way, a numerical analysis was performed first in Abaqus/Standard and then in Abaqus/Explicit at various loading rates. In the first chapter, the process of obtaining sintered steel is described and the properties of sintered steel Astaloy Mo+0,2C are given. In the second chapter, the finite element method is described, explicit methods of time integration are explained and the finite elements used are described. In the third chapter, the elastoplastic behavior and hardening of the material is described. Also, material models used in numerical calculations are explained. The fourth chapter describes the numerical modeling of damage initiation and growth. In the fifth chapter, a numerical simulation of the tensile test was performed on test tubes made of sintered steel of three different densities: 6.5 g/cm³, 6.8 g/cm³ and 7.1 g/cm³, and the results of the influence of different loading rates on the fracture behavior of sintered steel were given. The loading speeds used are: 1 mm/min, 2 mm/min, 5 mm/min and 10 mm/min. The conclusion of the entire work is given in the sixth chapter.

Key words: powder metallurgy, sintered steel, *Abaqus/Standard*, *Abaqus/Explicit*, elastoplasticity, damage, loading rate

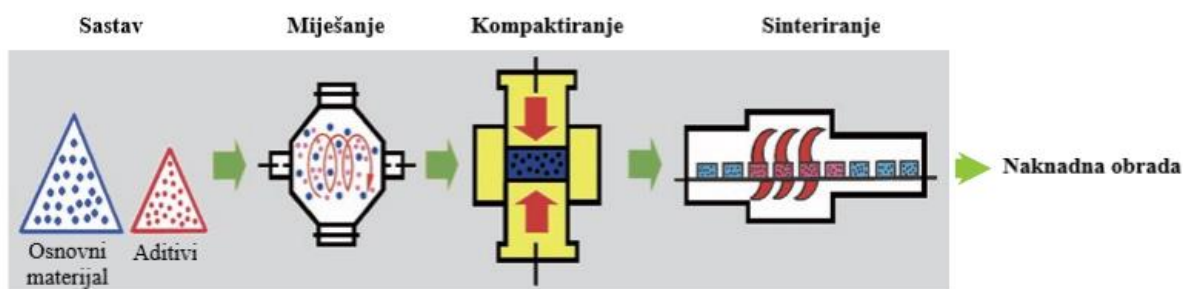
1. Sinterirani čelici

1.1. Metalurgija praha

Proizvodnja raznih predmeta upotrebom procesa metalurgije praha datira iz vremena drevnih civilizacija. Do upotrebe metala, kao što je željezo, s visokim točkama taljenja dolazi poslije otkrića peći u kojima je moguće dosegnuti temperature blizu točke taljenja. Prvi koji su počeli s proizvodnjom pomoću metalurgije praha bili su stari Egipćani. Njihov proces se sastojao od zagrijavanja oksidiranog željeza izgaranjem ugljena, a produkt zagrijavanja bilo je porozno metalno željezo sposobno za oblikovanje u željeni oblik. Slične metode koristile su i druge civilizacije, dok je rezultat primjene takvih metoda vidljiv je na primjeru željeznih stupova i statua, kao što je šest tonski željezni stup u Delhi-ju koji datira iz petog stoljeća nove ere [1].

Za početak razvoja moderne metalurgije praha zaslužno je otkriće volframovih karbida krajem devetnaestog stoljeća. Postići volframovu visoku točku tališta bilo je moguće samo u pećima na ugljen. Spoznaja da ugljik i volfram reagiraju tvoreći karbide te velika potražnja industrije za duktilnim volframom, ponajviše u proizvodnji žarulja, dovela je do oživljavanja metalurgije praha. Sve do početka dvadesetog stoljeća postupak metalurgije praha koristio se povremeno i nije se smatrao održivom metodom proizvodnje. Tehnološkim napretkom primjena procesa metalurgije praha počinje se naglo širiti. Tri su razloga takvog rasta: ekonomična izrada, jedinstvena svojstva i zatvorenost samog procesa proizvodnje. Metalurgija praha omogućila je brzu, ekonomičnu i visoko serijsku proizvodnju preciznih komponenti iz metalnog praha. Tijekom posljednjih godina vidi se velik pomak u razvoju metalurgije praha. Zbog sve većih zahtjeva za proizvodnjom novih materijala specifičnih i poboljšanih svojstava metalurgija praha kontinuirano pronalazi nove mogućnosti vlastite primjene u raznim industrijskim granama. Široku primjenu pronalazi u automobilskoj industriji, svemirskoj industriji i u raznim drugim mehaničkim i nemehaničkim industrijama [1, 2, 3].

Metalurgija praha je definirana kao tehnologija proizvodnje novih materijala pa tako i dijelova, zagrijavanjem ispod temperature taljenja prethodno kompaktirane mješavine raznih metalnih i nemetalnih prahova. Osnovni proces metalurgije praha, prikazan na slici 1, podijeljen je u četiri dijela, a to su: proizvodnja praha, miješanje, kompaktiranje i sinteriranje. Svaki od dijelova bit će detaljnije objašnjen u nastavku rada [4].



Slika 1.1. Osnovni proces metalurgije praha [4]

Prednosti metalurgije praha usko su vezane uz proces, metalurgiju i komercijalne prednosti, dok nedostatke vežemo za tehnička, ekonomska i psihološka ograničenja [5]. Tablica 1.1. daje uvid u prednosti, a tablica 1.2. u nedostatke metalurgije praha.

Tablica 1.1. Prednosti metalurgije praha [5]

Prednosti	
Prednosti procesa	<ul style="list-style-type: none"> - potrebna minimalna ili nikakva strojna obrada, - visoka stopa iskoristivosti materijala, - mogućnost postizanja uskih tolerancija, - pruža kvalitetan završni sloj, - omogućuje toplinsku obradu zbog povećanja čvrstoće ili poboljšanja otpornosti na trošenje, - mogućnost izrade kompleksnih oblika, - isplativija proizvodnja pojedinih komponenti u odnosu na uobičajene metode, - mogućnost oblikovanja materijala koje je teško oblikovati drugim postupcima, - energetski učinkovita, - ekološki prihvatljiva,
Metalurške prednosti	<ul style="list-style-type: none"> - upotreba praha jedinstvenog kemijskog sastava sa željenim karakteristikama, - upotreba prirodnih i prethodno legiranih prahova, - mogućnost razvoja materijala novih mikrostruktura, - upotreba širokog spektra materijala – metali, legure, keramika, polimeri, kompoziti,

	<ul style="list-style-type: none"> - izrada dijelova zahtijevane poroznosti, - mogućnost dobivanja materijala poboljšanih magnetskih svojstava,
Komercijalne prednosti	<ul style="list-style-type: none"> - mogućnost poboljšanja karakteristika impregnacijom dijelova, - mogućnost naknadne toplinske obrade i galvanizacije dijelova, - dijelovi pogodni za naknadno valjanje i kovanje, - mogućnost proizvodnje velikog broja dijelova u kratkom vremenskom periodu, - pouzdanost dijelova u teškim uvjetima rada.

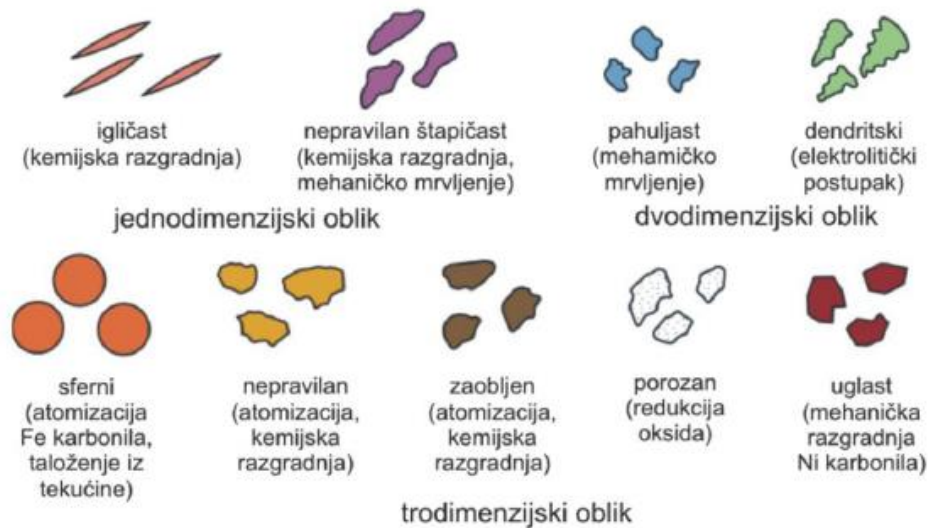
Tablica 1.2. Nedostaci metalurgije praha [5]

Nedostaci	
Tehnička ograničenja	<ul style="list-style-type: none"> - visoka cijena metalnih prahova, - poteškoće u skladištenju i rukovanju prahom, - zahtijeva se sterilna radna okolina, - ograničenje oblika i dimenzija gotovih dijelova, - javljaju se promjene u gustoći kod složenih dijelova, - visoki zahtjevi za kontrolom svih faza proizvodnje.
Ekonomska ograničenja	<ul style="list-style-type: none"> - visoka cijena potrebne opreme i alata, - isplativo jedino za velikoserijsku proizvodnju.
Psihološka ograničenja	<ul style="list-style-type: none"> - manjak povjerenja u odnosu na uobičajene metode.

1.1.1. Proizvodnja praha

Proizvodnja praha je prvi korak u procesu metalurgije praha. Ona je temelj za postizanje preciznih materijalnih karakteristika. Prahovi koji se koriste u procesu metalurgije praha napravljeni su od čistih elemenata, smjese elemenata i legura. Karakteristiku praha određuju kemijska, fizikalna i metalurška svojstva. Kemijska svojstva obuhvaćaju sastav i čistoća praha, fizikalna dimenzije i oblik čestica, a metalurška nasipnu gustoću, stlačivost i brzinu tečenja. Oblik i veličina čestica ovise o sirovini od koje nastaje i načinu dobivanja praha. Kategoriziraju se u tri osnovne skupine prema normi ISO 3252. Slika 1.2. prikazuje oblike čestica praha i metode njihovog dobivanja. Da bi se prah mogao pretvoriti u inženjersku komponentu maksimalni promjer čestice može iznositi 150 μm . Kako bi se dobila željena veličina čestice

nekoj prahu koristi se proces mljevenja. Mljevenje se provodi u kugličnim, vibracijskim, vrtložnim, atritornim i planetarnim mlinovima.



Slika 1.2. Oblici čestica praha i metode njihovog dobivanja [6]

Postupci dobivanja praha dijele se na: mehaničke, elektrolitičke, kemijske i atomizaciju.

Mehanički postupak dobivanja praha okarakteriziran je dobivanjem praha usitnjavanjem polaznog materijala djelovanjem vanjskih sila. Najčešći postupci mehaničkog usitnjavanja su:

1. udarno djelovanje – brzo trenutno drobljenje materijala,
2. atritiranje – usitnjavanje materijala trenjem,
3. sječenje i
4. tlačenje – razgrađivanje materijala pomoću sile pritiska.

Ova metoda koristi se za materijale koji su lako lomljivi (čisti antimon i bizmut), relativno tvrde i krhke legure i keramike, reaktivne materijale (berilij i metalni hidrid) te uobičajene metale (željezo i aluminij).

Elektrolitički postupak dobivanja praha okarakteriziran je taloženjem praha na katodi metala u procesu elektrolize. Dobiveni metal je najčešće u obliku laganih grudica ili pahuljica koje se mljevenjem usitnjavaju u prah. Ovim postupkom dobivaju se čisti prahovi metala visoke čistoće s izvrsnim svojstvima. Metali koji se mogu dobiti ovim postupkom su: Fe, Ag, Cu, Mg, Zn, Co, Ni, Pd. Ograničenje ovog postupka je mogućnost dobivanja samo elementarnih prahova. Elektrolitički prahovi su obično vrlo reaktivni i krhki.

Kemijski postupak dobivanja praha je postupak kojim se mogu dobiti prahovi gotovo svih metala. Najčešći kemijski procesi su:

1. redukcija – dobivanje metalnih prahova iz metalne smjese poput oksida, karbonata, nitrita ili halogenida uz pomoć plinovitih (uglavnom vodik) ili krutih (ugljik ili visoko reaktivni metali) redukcijskih sredstava,
2. hidrid-dehidrid postupak – dobivanje metalnog praha iz metala koji je najprije zasićen vodikom te naknadno izložen razlaganju hidrida zagrijavanjem (titan i njegove legure),
3. postupak reakcijske sinteze – dobivanje prahova intermetalnih spojeva (NiAl, NiTi, TiAl, Fe₃Al, Ni₃Al, Ni₃Si, Ti₅Si₃) egzotermnom reakcijom između elementarnih prahova,
4. taloženjem iz otopine soli metala i,
5. isparavanjem/kondenzacijom.

Atomizacija je postupak dobivanja praha prskanjem taline. Proces atomizacije sastoji se od tri dijela: taljenje, dezintegracija taline u kapljice i skrućivanje (hlađenje). Razlikujemo više metoda u ovisnosti o načinu dovodjenja energije za dezintegraciju, a neke od njih su: centrifugalna atomizacija, atomizacija tekućinom ili plinom, atomizacija u vakuumu i tako dalje. Atomizacija kao postupak dobivanja praha dominira u proizvodnji prahova metala i predlegiranih prahova od aluminija, željeza, bronce, niskolegiranih čelika, nehrđajućih čelika, legura titana i superlegura te se smatra najvažnijim postupkom metode prahova metala [6].

1.1.2. Miješanje praha

Miješanje praha je drugi korak u procesu metalurgije praha. To je tehnika kojom se postiže homogena masa praha. Da bi se dobila homogena mikrostruktura, prahu se dodaju lubrikanti. Lubrikanti se dijele na tekuće (ulja i masti) i čvrste (grafitni prahovi). Svrha lubrikanta je smanjiti trenje između mase praha i površine alata pri kompaktiranju te postići jednolikost gustoće kroz cijeli kompakt. Najčešći upotrebljavani lubrikanti su: stearinska kiselina, stearin, metalni stearati i organski viskozni spojevi. Proces miješanja provodi se u miješalicama. U ovisnosti da li se miješanje izvodi sa ili bez sredstva za podmazivanje razlikujemo mokro ili suho miješanje. Kako bi miješanje praha bilo efikasno, optimalan volumen praha u miješalici kreće se između 50 i 60 %, a optimalno vrijeme miješanja je u rasponu od 5 do 30 minuta u zavisnosti o kakvoj je smjesi riječ i o vrsti miješalice. Cilj je miješati prahove onoliko dugo koliko je potrebno da bi se postigla ujednačena gustoća mješavine. Gustoća mješavine ima tendenciju povećanja s vremenom miješanja [3, 6].

Neke od važnih varijabli u miješanju prahova su:

1. vrsta miješalice,

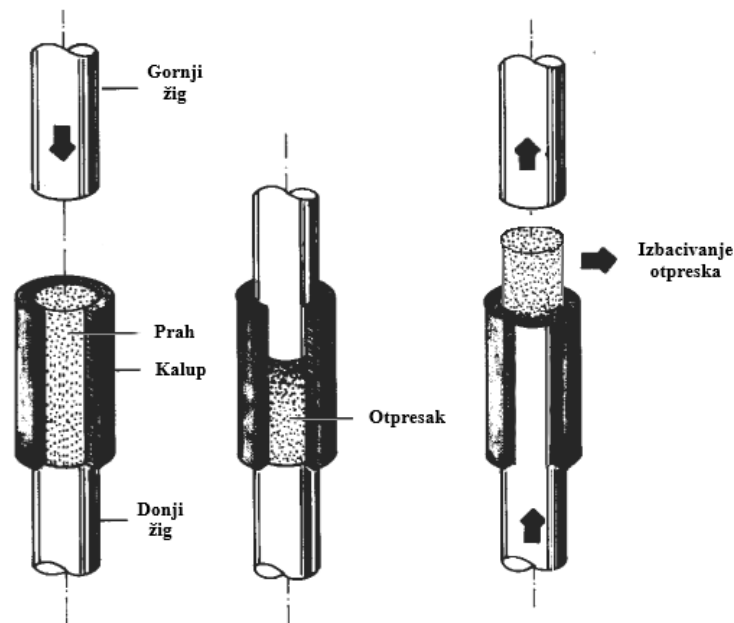
2. volumen miješalice,
3. geometrija miješalice,
4. površina unutrašnjosti miješalice,
5. materijal izrade i završni sloj miješalice,
6. volumen praha u miješalici prije i nakon miješanja,
7. volumenski udio pojedinih komponenti praha,
8. volumenski odnos količine praha i veličine miješalice,
9. karakteristike komponenti praha,
10. vrsta, lokacija i broj punjenja i pražnjenja uređaja,
11. kutna brzina (brzina rotacije) miješalice,
12. vrijeme i temperatura miješanja,
13. mediji za miješanje (tekućine ili plinovi) i
14. vlažnost okoline [3].

1.1.3. Kompaktiranje

Kompaktiranje je treći korak u procesu metalurgije praha. Ono uključuje prešanje smjese praha u željeni oblik ili kalup. Kada je kompaktiranje pravilno izvedeno, smanjuju se potencijalne šupljine i značajno se povećava gustoća proizvoda, što je neophodno za postizanje željenih svojstava materijala. Neke od važnih funkcija kompaktiranja metalnih prahova su:

- učvršćivanje praha u željeni oblik,
- omogućiti u najvećoj mogućoj mjeri postizanje željenih konačnih dimenzija uzimajući u obzir naknadne promjene proizašle sinteriranjem,
- omogućiti željenu razinu i vrstu poroznosti i
- omogućiti adekvatnu razinu čvrstoće za naknadno rukovanje.

Proces kompaktiranja se može izvesti na dva osnovna načina: toplo i hladno kompaktiranje. Daljnji tekst koncentrirati će se na hladno kompaktiranje. Konvencionalno kompaktiranje je najčešće korištena metoda hladnog kompaktiranja. Sastoji se od: popunjavanja kalupa česticama praha, prešanja, rasterećivanja i izbacivanja otpreska. Ovaj postupak prikazan je na slici 1.3. Najčešća oprema koja se koristi za konvencionalno kompaktiranje su mehaničke i hidrauličke preše. Svaka vrsta metalnog praha zahtijeva različitu razinu pritiska za prešanje ovisno o svojim svojstvima [3, 5].



Slika 1.3. Shematski prikaz postupka jednoosnog kompaktiranja u kalupu [3]

1.1.4. Sinteriranje

Sinteriranje je četvrti korak u procesu metalurgije praša. Definira se kao tehnika proizvodnje materijala i dijelova željene gustoće iz praša u kontroliranim uvjetima temperature i vremena. Otpresak koji se dobiva nakon postupka kompaktiranja nema dovoljnu čvrstoću da bi se mogao koristiti kao konačni proizvod. Za razvoj trajnih veza između čestica otpreska, otpresak se zagrijava na visokoj temperaturi. Potrebna temperatura za sinteriranje varira u skladu s bazičnim materijalom otpreska te obično iznosi oko 70% temperature točke taljenja baznog materijala. Najvažniji parametri koji utječu na proces sinteriranja su:

- geometrijska struktura čestica praša – prašovi izrađeni od finih čestica ili čestica s visokom unutarnjom poroznošću sinteriraju se brže od prašova s velikim česticama,
- sastav smjese praša – zavisno o željenim fizikalnim svojstvima i mogućnosti kontrole promjene dimenzija pri sinteriranju odabire se sastav smjese praša,
- gustoća kompakta – efektivnije vezanje i proces legiranja tijekom sinteriranja postiže se većom gustoćom kompakta,
- temperatura i trajanje – trajanje procesa sinteriranja reducira se povećanjem temperature sinteriranja i
- sastav zaštitne atmosfere u peći za sinteriranje – postoje dvije osnovne zadaće atmosfere, prva je štititi materijal od oksidacije i smanjiti zaostale okside, a druga je

spriječiti dekarbonizaciju materijala koji sadrže ugljik te kod materijala koji ne sadrže ugljik spriječiti karbonizaciju.

Postupak sinteriranja dijeli se u dvije skupine:

1. sinteriranje u čvrstom stanju – prilikom sinteriranja kompakt je zgusnut u potpunosti u čvrstom stanju i
2. sinteriranje u tekućoj fazi – prilikom sinteriranja u kompaktu je prisutna tekuća faza.

Sinteriranje se provodi u komornim ili protočnim pećima. Komorne peći koriste za sinteriranje malih serija dok se protočne peći koriste za velikoserijsku proizvodnju. Sinteriranje malih serija nije isplativo pa se danas najčešće za provođenje sinteriranja instaliraju protočne peći. Prilikom sinteriranja otpresak u peći prolazi kroz tri zone: ulazna zona (predgrijavanje), zona visokotemperaturnog sinteriranja (sinteriranje) i zona hlađenja. Nakon sinteriranja komad je spreman za upotrebu ili po potrebi naknadnu dodatnu obradu [3, 5, 6].

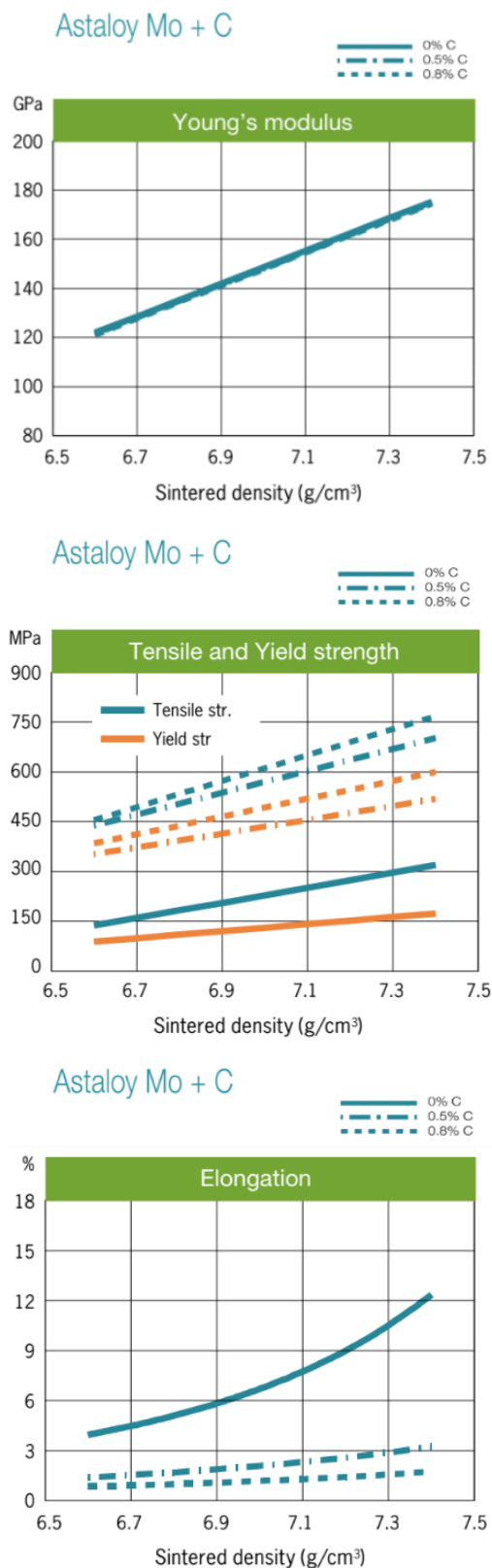
1.2. Sinterirani čelik Astaloy Mo + 0,2C

Astaloy je prethodno legirani prah dobiven postupkom atomizacije. Dodavanjem legirajućih elemenata prije atomizacije postiže se homogenost materijalnog praha, ali isto tako legirajući elementi povećavaju tvrdoću praha te samim time reduciraju stlačivost. Miješanjem Astaloy-a s odgovarajućom količinom ugljika postiže se visoka granica tečenja te se smanjuje odstupanje od konačnih dimenzija pri sinteriranju [7, 8].

Astaloy Mo je atomizirani čelični prah homogeno legiran s 1,5 % molibdena. Njegove karakteristike su visoka tlačna čvrstoća i homogena mikrostruktura nakon sinteriranja. Dodatkom 0,2 % ugljika, Astaloy Mo postiže bolju tvrdoću čime ovaj prah predstavlja izvrstan izbor za dijelove koji zahtijevaju dobra svojstva površine [8, 9].

Uvjeti pri kojima je proizveden sinterirani čelik Astaloy Mo + C, čija svojstva su prikazana na slici 1.4. glase:

- aditivi: 0,8 % amidni vosak i 0,6 % mazivo,
- tlak prešanja: 400 – 800 MPa,
- vrsta kompaktiranja: konvencionalno ili toplo kompaktiranje,
- temperatura sinteriranja: 1120 °C,
- vrijeme sinteriranja: 30 min i
- zaštitna atmosfera u peći za sinteriranje: 90/10 N₂/H₂ [9].



Slika 1.4. Utjecaj udjela ugljika na Youngov modul, vlačnu čvrstoću, granicu tečenja i istežljivost [9]

2. Metoda konačnih elemenata

2.1. Općenito o metodi konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata je numerička metoda koja se koristi za rješavanje složenih inženjerskih problema. Numeričke metode su u pravilu, u usporedbi s eksperimentalnim istraživanjima, jeftinije te omogućuju brže dobivanje rezultata. Ne treba zanemariti činjenicu da podaci dobiveni eksperimentalnim istraživanjima najčešće služe kao ulazne vrijednosti za numeričke proračune te isto tako služe kao kontrolne vrijednosti za neke dijelove numeričkog modela.

Metoda konačnih elemenata zasniva se na fizičkoj diskretizaciji razmatranog područja. Diskretizacija, kao osnovni pojam metode konačnih elemenata, predstavlja proces pri kojem se konačna neprekidna sredina s beskonačno stupnjeva slobode dijeli na konačan broj relativno malih i geometrijski jednakih dijelova. Ti dijelovi nazivaju se konačni elementi i imaju konačan broj stupnjeva slobode. Zbog te činjenice inženjerski problem se ne rješava diferencijalnim jednadžbama već sustavom algebarskih jednadžbi. Svaki konačni element sastoji se od čvorova u kojima je povezan s drugim konačnim elementima. Takvim povezivanjem nastaje mreža konačnih elemenata. Važno je naglasiti da način izbora oblika i ukupnog broja elemenata ovisi o prirodi problema koji se rješava i potrebne točnosti traženog rješenja [10, 11].

2.2. Nelinearno rješavanje problema

Izvori nelinearnosti koji se pojavljuju u računalnim simulacijama mogu se podijeliti u tri skupine:

- materijalna nelinearnost – proizlazi iz nelinearnog ponašanja materijala u dijagramu napreznja i deformacija,
- nelinearnost rubnih uvjeta – pojavljuje se u slučaju kada dođe do promjene rubnih uvjeta tijekom trajanja analize i
- geometrijska nelinearnost – proizlazi iz promjene geometrijske strukture tijekom deformiranja.

Nelinearni problemi rješavaju se pomoću implicitnih i eksplicitnih metoda integracije u programskom paketu *Abaqus* [12]. Integracija implicitnom metodom provodi se na način da za računanje nepoznatih veličina u trenutku $t + \Delta t$ koriste se poznate veličine izračunate u trenutku t i nepoznate veličine iz trenutka $t + \Delta t$. Stoga je za rješavanje potrebno koristiti iteracijske postupke. Iteracijska metoda koju koristi *Abaqus/Standard* je Newton-Raphsonova

metoda. Kod Newton-Raphsonova iteracijskog postupaka inkrementalni pomak računa se za konstantni parametar opterećenja.

Kod eksplicitne metode nepoznate veličine u trenutku $t + \Delta t$ računaju se iz poznatih veličina u trenutku t . Stoga kod eksplicitne metode nije potrebno koristiti iterativne postupke. Abaqus/Explicit za rješavanje nelinearnih problema koristi Euler-forward metodu. U nastavku rada detaljnije je objašnjena eksplicitna metoda vremenske integracije [12].

2.3. Eksplicitna metoda vremenske integracije

Eksplicitna metoda vremenske integracije je originalno razvijena za rješavanje dinamičkih problema uključujući deformabilna tijela. Primjenom eksplicitne dinamičke analize na učinkovit način se obrađuje velik broj vrlo malih inkremenata. Zahvaljujući primjeni eksplicitne vremenske integracije koja koristi metodu središnjih razlika, pojedini vremenski inkrement zahtjeva manji angažman procesora, tj. svaki vremenski inkrement je procesorski „jeftiniji“ u odnosu na primjenu direktne integracije dinamičkih analiza [12, 13].

U eksplicitnom pristupu vremenske integracije se pretpostavlja da su ubrzanje i brzina za pojedini vremenski inkrement konstantni tijekom vremenskog inkrementa i koriste se za rješavanje idućeg vremenskog inkrementa. Vektor čvornih ubrzanja, $\ddot{\mathbf{u}}$, izračunava se prema jednadžbi gibanja:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{P} - \mathbf{I}, \quad (2.1)$$

i glasi:

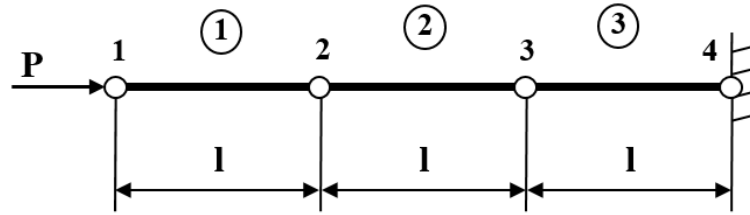
$$\ddot{\mathbf{u}} = (\mathbf{M})^{-1} \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{I}), \quad (2.2)$$

gdje je:

- \mathbf{M} - matrica čvornih masa,
- \mathbf{P} - vektor vanjskih opterećenja,
- \mathbf{I} - vektor unutarnjih sila.

Dobiveno rješenje je trivijalno jer je matrica \mathbf{M} dijagonalna matrica.

Radi boljeg razumijevanja, princip rada rješavanja problema eksplicitnom metodom bit će prikazan na primjeru jednoosnog opterećenja štapa. Slika 2.1. prikazuje štap opterećen silom P na slobodnom kraju.



Slika 2.1. Shema jednoosnog opterećenja štap – 1. inkrement [13]

Za prvi vremenski inkrement, unutarnje sile su jednake nuli. U čvoru 1 djeluje sila P . Tada je jednačba (2.2) za dobivanje akceleracije, \ddot{u}_1 , u čvoru 1 glasi:

$$\ddot{u}_1 = \frac{P}{M_1}. \quad (2.3)$$

Na temelju dobivenog ubrzanja, izraz (2.3), dobiva se brzina, \dot{u}_1 , u čvoru 1 prema izrazu:

$$\dot{u}_1 = \int \ddot{u}_1 dt. \quad (2.4)$$

Zbog brzine u čvoru 1, \dot{u}_1 , dolazi do pojave brzine deformiranja elementa 1. Izraz za brzinu deformiranja, $\dot{\epsilon}_{el1}$, glasi:

$$\dot{\epsilon}_{el1} = \frac{\dot{u}_1}{l}, \quad (2.5)$$

gdje je:

l - duljina elementa.

Prirast deformacije, $\Delta\epsilon_{el1}$, u ovom vremenskom inkrementu dobiva se prema izrazu:

$$\Delta\epsilon_{el1} = \int \dot{\epsilon}_{el1} dt. \quad (2.6)$$

Ukupna deformacija, ϵ_{el1} , elementa 1 izračunava se prema izrazu:

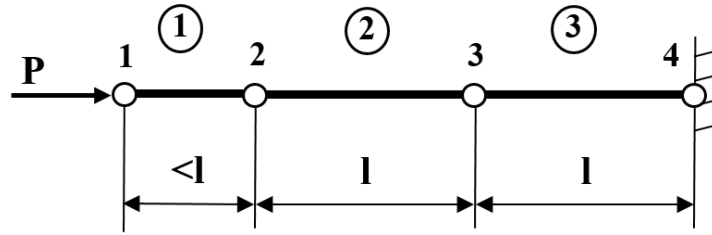
$$\epsilon_{el1} = \epsilon_{el1}^0 + \Delta\epsilon_{el1}, \quad (2.7)$$

gdje je:

ϵ_{el1}^0 - početna deformacija.

U ovom slučaju iznos početne deformacije je nula, no to nije uvijek slučaj. Iz ukupne deformacije, dobivene prema izrazu (2.7), izračunava se stanje naprezanja u elementu 1.

Slika 2.2. prikazuje problem u idućem vremenskom inkrementu.



Slika 2.2. Shema jednoosnog opterećenja štapa – 2. inkrement [13]

Prethodno dobivena naprezanja postaju unutarnje sile, I_{el1} elementa 1 prikazanog na slici 2.2. te se koriste za izračunavanje dinamičke ravnoteže spomenutog elementa. Akceleracija, \ddot{u} , elementa 1 u čvorovima 1 i 2 izračunava se prema izrazima:

$$\ddot{u}_1 = \frac{P - I_{el1}}{M_1}, \quad (2.8)$$

$$\ddot{u}_2 = \frac{I_{el1}}{M_2}. \quad (2.9)$$

Izraz za brzinu, \dot{u}_1 , u čvoru 1 uz poznatu brzinu u prethodnom vremenskom intervalu, \dot{u}_1^{old} , dobivenu prema izrazu (2.4) glasi:

$$\dot{u}_1 = \dot{u}_1^{old} + \int \ddot{u}_1 dt. \quad (2.10)$$

Brzina, \dot{u}_2 , u čvoru 2 određuje se analogno već danim izrazom (2.4). Slijedom navedenog, brzina deformiranja, $\dot{\varepsilon}_{el1}$, elementa 1 dobiva se prema izrazu:

$$\dot{\varepsilon}_{el1} = \frac{\dot{u}_2 - \dot{u}_1}{l}. \quad (2.11)$$

Novi inkrement deformacije određuje se prema izrazu (2.6) koristeći brzinu deformiranja dobivenu izrazom (2.11). Početna deformacija, ε_{el1}^0 , jednaka je ukupnoj deformaciji, ε_{el1}^{old} , dobivenoj izrazom (2.7). Ukupna deformacija, ε_{el1} , elementa 1 sad glasi:

$$\varepsilon_{el1} = \varepsilon_{el1}^{old} + \Delta\varepsilon_{el1}. \quad (2.12)$$

U idućem vremenskom inkrementu sila u čvoru 2 elementa 1 postaje vanjsko opterećenje čvora 1 elementa 2. Gore opisani proces ponavlja se sve dok ukupno proteklo vrijeme ne dosegne unaprijed definiranu vrijednost [13].

Računalni rješavač *Abaqus/Explicit* [12] koristi metodu središnje razlike kako bi odredio vrijednosti integrala. On izraze (2.4) i (2.10) određuje algebarskim pojednostavljenjem koje glasi:

$$\dot{u}|_{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \dot{u}|_{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \frac{(\Delta t_{(t+\Delta t)} + \Delta t_{(t)})}{2} \cdot \ddot{u}|_{(t)}. \quad (2.13)$$

Pretpostavlja se da je akceleracija, $\dot{u}|_{(t)}$, u danom vremenskom trenutku, (t) , konstantna, čime je jednostavno odrediti promjenu brzine između dva vremenska inkrementa. Izrazom (2.13) određuje se brzina čvora $\dot{u}|_{(t+\frac{\Delta t}{2})}$ na polovici trenutnog vremenskog inkrementa $(t + \frac{\Delta t}{2})$, dodavanjem iznosa promjene brzine nastale zbog postojanja ubrzanja između dva vremenska inkrementa $(\Delta t_{(t+\Delta t)} + \Delta t_{(t)})$ brzini $\dot{u}|_{(t-\frac{\Delta t}{2})}$ na polovici prethodnog vremenskog inkrementa $(t - \frac{\Delta t}{2})$. Na isti način određuje se i prirast deformacije definira izrazom (2.6).

Ukupni pomak čvora $u|_{(t+\Delta t)}$ u trenutnom vremenu određuje se korištenjem izračunatog pomaka u prethodnom inkrementu $u|_{(t)}$ prema izrazu:

$$u|_{(t+\Delta t)} = u|_{(t)} + \Delta t_{(t+\Delta t)} \cdot \dot{u}|_{(t+\frac{\Delta t}{2})}. \quad (2.14)$$

Brzina ovog vremenskog inkrementa $\dot{u}|_{(t+\frac{\Delta t}{2})}$ je konstantna.

Zbog uvedene pretpostavke o konstantnosti ubrzanja i brzine tijekom vremenskog inkrementa za postizanje točnijih rezultata potrebno je računati koristeći što manje vremenske intervale. Na taj način je pretpostavka točnija [13].

2.3.1. Vremenska inkrementacija

Za rješavanje pomoću eksplicitne metode potrebno je odrediti stabilni vremenski inkrement koji ovisi o najvišoj frekvenciji sustava i veličini konačnih elemenata jer smanjenjem veličine konačnih elemenata smanjuje se i vremenski inkrement. Prvo, stabilno rješenje dobiva se samo kada je vremenski inkrement, Δt , manji od stabilnog vremenskog elementa. U suprotnom, rješenje je nestabilno. Izraz za određivanje stabilnog vremenskog inkrementa pomoću najviše vlastite frekvencije sustava, ω_{\max} , u sustavima bez prigušenja, glasi:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}}, \quad (2.15)$$

a u sustavima s prigušenjem:

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{\max}} \left(\sqrt{1 - \xi_{\max}^2} - \xi_{\max} \right). \quad (2.16)$$

gdje je:

ξ_{\max} - faktor kritičnog prigušenja pri najvišoj vlastitoj frekvenciji.

Izraz za određivanje stabilnog vremenskog inkrementa pomoću veličine konačnog elementa glasi:

$$\Delta t \leq \frac{L_{\min}}{c_d}, \quad (2.17)$$

gdje je:

- L_{\min} - najmanja dimenzija najmanjeg konačnog elementa u mreži,
- c_d - brzina širenja dilatacijskog vala.

Kako bi se smanjila šansa za dobivanjem nestabilnih rješenja, programski rješavač *Abaqus/Explicit* koristi strategije za kontrolu vremenske inkrementacije. Prva je automatsko određivanje vremenskog inkrementa, a druga fiksna vremenska inkrementacija [12, 13].

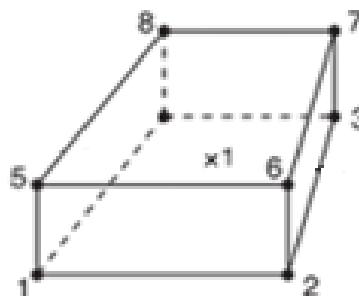
U ovom radu će se koristiti automatsko određivanje vremenskog inkrementa što znači da su svi inkrementi stabilni.

2.4. Korišteni programski paket i korišteni konačni elementi

Postoji više računalnih programa koji se koriste za rješavanje problema metodom konačnih elemenata. Numerički proračuni ovog rada proveden je u programskom paketu *Abaqus*.

Konačni element, koji se koristi u svim proračunima, je element čija oznaka u *Abaqus*-u glasi C3D8R. To je strukturalni 3D konačni element s osam čvorova i reduciranom shemom integracije. Zbog osam čvorova može se zaključiti da je on heksaedarski element s čvorovima raspoređenim u kutovima. Takvi elementi u svakom čvoru imaju tri stupnja slobode, odnosno tri translacijska pomaka. Spadaju u elemente prvog reda ili linearne elemente koji koriste linearnu interpolaciju u svakom smjeru. Reducirana integracija za linearne elemente znači da imaju samo jednu točku integracije za integraciju matrice krutosti i izračunavanje nepoznatih veličina. Ta točka integracije se nalazi u težištu elementa. Reducirana integracija štedi na vremenu, ali može dati lošije rezultate za neke probleme stoga pri upotrebi treba biti oprezan [12].

Slika 2.3. prikazuje korišteni element.



Slika 2.3. Konačni element C3D8R [12]

Komponente pomaka prikazanog elementa opisane su nepotpunim polinomom trećeg stupnja i glase:

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5xy + a_6yz + a_7xz + a_8xyz, \quad (2.18)$$

$$v = a_9 + a_{10}x + a_{11}y + a_{12}z + a_{13}xy + a_{14}yz + a_{15}xz + a_{16}xyz, \quad (2.19)$$

$$w = a_{17} + a_{18}x + a_{18}y + a_{19}z + a_{20}xy + a_{21}yz + a_{22}xz + a_{23}xyz. \quad (2.20)$$

Vektor stupnjeva slobode glasi:

$$\mathbf{v}^T = [u_i \quad v_i \quad w_i]; i = 1 \dots 8. \quad (2.21)$$

Funkcija oblika u kraćem zapisu glasi:

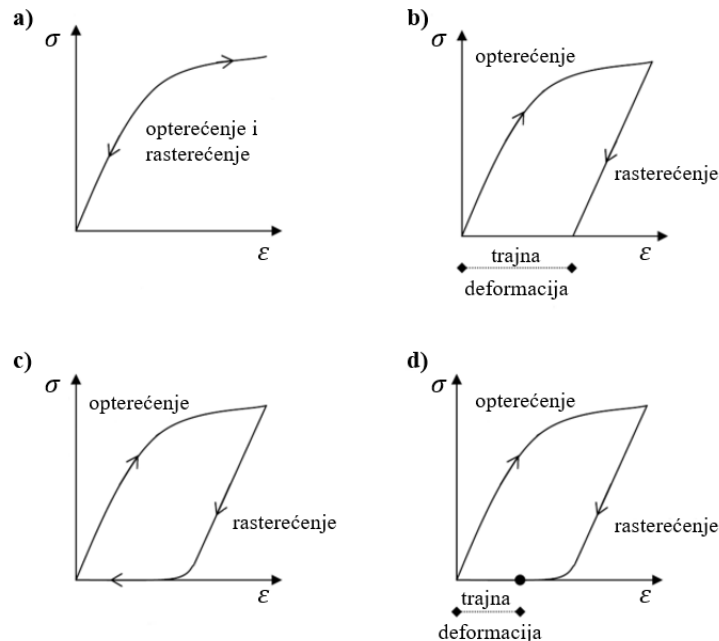
$$N_i = \frac{1}{8} (1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(1 + \zeta\zeta_i); i = 1 \dots 8, \quad (2.22)$$

gdje su:

ξ, η, ζ - koordinate čvorova koje poprimaju vrijednosti ± 1 .

3. Elastoplastično ponašanje materijala

Razvijene su različite teorije gdje se pomoću konstitutivnih jednadžbi opisuju ponašanja pojedinih vrsta materijala. Razlikujemo: elastične, elastoplastične, viskoelastične, viskoplastične i elastoviskoplastične materijale. Glavne razlike u ponašanju materijala očituju se u ciklusu opterećenje-rasterećenje. Ta razlika prikazana je na slici 3.1.

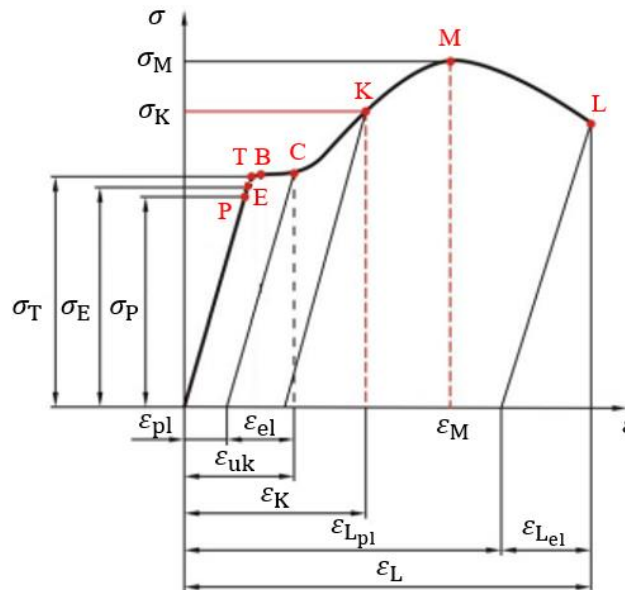


Slika 3.1. Ponašanje materijala pri ciklusu opterećenje-rasterećenje: a) elastičan, b) elastoplastičan, c) viskoelastičan i d) viskoplastičan [15]

Gledajući krivulju naprezanja i deformacije za slučaj elastičnog materijala (a) vidimo da se nakon rasterećenja elastični materijal vraća u svoje prvobitno stanje. Kod elastoplastičnog materijala (b) nakon rasterećenja dolazi do pojave trajnih plastičnih deformacija. Kod viskoelastičnih materijala (c) prilikom rasterećenja najprije dolazi do elastičnog oporavka, nakon čega slijedi kontinuirano smanjenje deformacije do početnog stanja. Za viskoplastične materijale (d) prilikom rasterećenja najprije dolazi do elastičnog oporavka potom slijedi kontinuirano smanjenje deformacije i nakon toga dolazi do pojave trajnih plastičnih deformacija [14, 15].

3.1. Konvencijalni dijagram razvlačenja

Za dobivanje dijagrama razvlačenja provodi se jednostavni vlačni test. Na način da se ispitna epruveta izlaže vlačnom opterećenju u kidalici. Dijagram dobiven tim postupkom prikazan je na slici 3.2.



Slika 3.2. Konvencionalni dijagram razvlačenja [16]

Linearno-elastično područje nalazi se na krivulji između ishodišta i točke P. U točki P nalazi se granica proporcionalnosti, σ_P . U tom dijelu krivulje vrijedi Hookeov zakon: $\sigma = E \cdot \varepsilon$. Iz njega se može zaključiti da pri povećanju modula elastičnosti, E , za isto istezanje, ε , dobiva se veći iznos naprezanja, σ . To dovodi do povećanja nagiba Hookeovog pravca. U točki E nalazi se granica elastičnosti, σ_E . Ona predstavlja najviše naprezanje do kojeg se materijal ponaša elastično, to jest nakon rasterećenja vraća se u prvobitni položaj. Iduća je točka T. U njoj se nalazi granica tečenja, σ_T ili σ_y (yield). Granica tečenja je ono naprezanje kod kojeg se epruveta počinje produljivati bez povećanja naprezanja. Za nju su karakteristične dvije vrijednosti, gornja i donja granica tečenja. Na dijagramu je prikazano kao ploha tečenja od B do C. Rasterećenjem iz tog dijela pojavljuju se trajne plastične deformacije, ε_{pl} . Za materijale koji nemaju izražen prijelaz iz elastičnog u plastično područje deformacija, određuje se konvencionalna granica tečenja, $R_{p0,2}$. Kod konvencionalne granice tečenja u materijalu nakon rasterećenja ostaje plastična deformacija od 0,2%. Za rasterećenje iz neke točke K vrijedi pravilo da je veza između smanjenja naprezanja i smanjenja deformacija linearna. Stoga se rasterećenje događa po pravcu u kojem i dalje vrijedi Hookeov zakon. Od točke C do točke M se nalazi područje očvršćenja materijala. Uzorak se deformira jednoliko po čitavoj dužini, to jest svaka jedinica njegove dužine daje jednako produljenje. Povećanju deformacije prethodi povećanje sile pa tako i naprezanja. Sila poprima maksimalnu vrijednost u točki M. Naprezanje pri maksimalnoj sili naziva se vlačna čvrstoća, σ_M . Daljnja deformacija uzorka lokalizira se na manjem dijelu epruvete što dovodi do naglog suženja poprečnog presjeka, to jest pojave vrata

na uzorku. Stvarno naprezanje tada i dalje raste iako se sila smanjuje. Nakon točke M sve do točke L dolazi do omekšavanja materijala. U točki L dolazi do loma epruvete. Naprezanje u toj točki naziva se lomno naprezanje, σ_L [16, 17].

3.2. Elastično ponašanje

Ovisnost naprezanja o deformacijama, kao i o brzini prirasta deformacija opisuje se konstitutivnim jednadžbama. Jednadžba linearno-elastičnog ponašanja materijala opisana je Hookeovim zakonom i glasi:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}^e, \quad (3.1)$$

gdje je:

- σ_{ij} - naprezanje,
- D_{ijkl} - tenzor elastičnosti,
- ε_{kl}^e - elastična deformacija.

U izotropnim materijalima elastična svojstva ne ovise o smjeru. Tenzor elastičnosti tada je izotropan tenzor. Njegov najopćenitiji oblik glasi:

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (3.2)$$

gdje su:

- λ, μ - konstante elastičnosti ili Laméove konstante,
- δ_{ij} - Kroneckerov simbol.

Uvrštavanjem izraza (3.2) u izraz (3.1) dobije se:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} \varepsilon_{kl}^e + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \varepsilon_{kl}^e. \quad (3.3)$$

Odnosno Hookeov zakon tada glasi:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}. \quad (3.4)$$

Izraz za prva Laméovu konstantu, λ , glasi:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)}, \quad (3.5)$$

gdje je:

- ν - Poissonov faktor.

Izraz za druga Laméovu konstantu, μ , koja se podudara s modulom smicanja, G , glasi:

$$\mu = G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}. \quad (3.6)$$

Za Kroneckerov simbol, δ_{ij} , vrijedi:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (3.7)$$

Tenzor naprezanja može se podijeliti na sferni i devijatorski dio. Njegov izraz glasi:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} + S_{ij}. \quad (3.8)$$

gdje je:

$\frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$ - sferni dio (pri elastičnom deformiranju utječe isključivi na promjenu volumena),

S_{ij} - devijatorski dio (mijenja oblik tijela, a volumen ostaje stalan).

3.3. Elastoplastično ponašanje

Ukupna deformacija na granici tečenja može se prikazati zbrojem elastične i plastične komponente. Njen izraz glasi:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p, \quad (3.9)$$

gdje je:

ε_{ij}^e - elastična deformacija,

ε_{ij}^p - plastična deformacija.

Tada jednačba (3.1) glasi:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \cdot (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^e), \quad (3.10)$$

gdje je:

σ_{ij} - Cauchyjev tenzor naprezanja,

ε_{kl} - Green-Lagrangeov tenzor deformacija.

Za Green-Lagrangeov tenzor deformacija vrijedi:

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k} + u_{m,k} u_{m,l}) \quad (3.11)$$

gdje je:

u_k - vektor pomaka.

Treći član, $u_{m,k} u_{m,l}$, u slučaju malih deformacija iščezava.

3.4. Funkcija tečenja

Funkcija tečenja opisuje pojavu plastične deformacije, tj. očvršćenje materijala. Ona ovisi o naprezanju, σ_{ij} , plastičnoj deformaciji, ε_{ij}^p , i parametru očvršćenja, κ . Izraz za funkciju tečenja glasi:

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \kappa) = 0. \quad (3.12)$$

Ako je:

- $f < 0$ → materijal se nalazi u elastičnom području, tj. unutar plohe tečenja,
 $f = 0$ → materijal se nalazi u neutralnom stanju, tj. na plohi tečenja,
 $f > 0$ → materijal se nalazi izvan plohe tečenja (nije moguće, stanje naprezanja ne može se nalaziti izvan plohe tečenja).

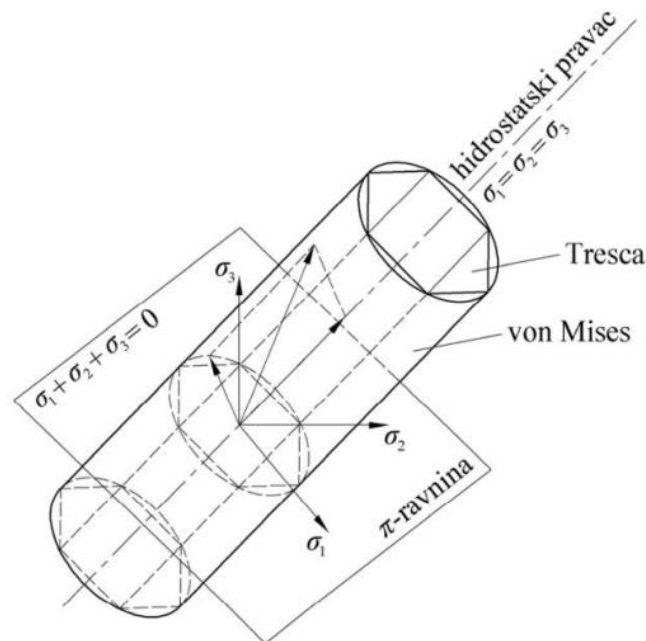
Ako je materijal izotropan, funkcija tečenja se može prikazati na slijedeći način:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0, \quad (3.13)$$

gdje su:

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - glavna naprezanja.

Najčešće korišteni kriteriji tečenja materijala su von Misesov i Trescin, a njihove plohe tečenja prikazane su na slici 3.3.



Slika 3.3. Von Misesova i Trescina ploha tečenja [17]

Oblik kružnog cilindra predstavlja von Misesovu plohu tečenja, a oblik šesterostrane prizme Trescinu. Hidrostatski pravac je pravac kod kojega su sva tri glavna naprezanja jednaka, $\sigma_1 =$

$\sigma_2 = \sigma_3$. Ravnina koja prolazi kroz ishodište, a stoji okomito na hidrostatski pravac, naziva se π ravnina. Krivulja po kojoj π ravnina siječe plohu tečenja naziva se krivulja tečenja. Na ovakvom prikazu unutar plohe tečenja nalazi se elastični dio, a tečenje nastaje kada se stanje naprezanja nalazi izvan plohe tečenja. Za zadovoljenje funkcije tečenja potrebno je uvesti pojam očvršćenja materijala [17-20].

3.5. Očvršćenje materijala

Očvršćenjem materijala dolazi do promjene oblika plohe tečenja. Zaključuje se da oblik i veličina plohe tečenja ovise o kompletnoj povijesti deformiranja. Modeli plastičnog očvršćenja dijele se na:

- izotropno očvršćenje,
- kinematičko očvršćenje i
- kombinirano oštećenje.

Izotropno očvršćenje je očvršćenje kod kojeg se ploha tečenja jednoliko (izotropno) povećava u svim smjerovima pri čemu središte plohe ostaje nepromijenjeno. Granica tečenja za model izotropnog očvršćenja definira se kao:

$$\sigma_y = \sigma_y(\varepsilon^p). \quad (3.14)$$

Model izotropnog očvršćenja korišten u ovom radu glasi:

$$\sigma_y(\varepsilon_{ekv}^p) = \sigma_y^0 + Q_\infty \left(1 - e^{-b\varepsilon_{ekv}^p}\right), \quad (3.15)$$

gdje je:

- ε_{ekv}^p - ekvivalentna plastična deformacija,
- σ_y^0 - granica tečenja pri $\varepsilon_{ekv}^p = 0$,
- Q_∞, b - materijalni parametri (određuju se eksperimentom).

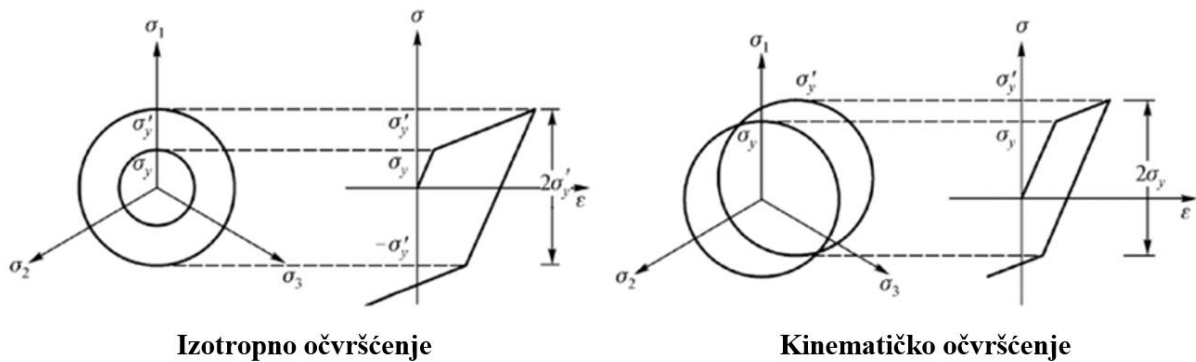
Kod kinematičkog očvršćenja ploha tečenja translacija kao kruto tijelo bez promjene veličine plohe tečenja. Model kinematičkog očvršćenja koji je korišten u ovom radu glasi:

$$\alpha_k = \frac{C_k}{\gamma_k} \left(1 - e^{-b\varepsilon_{ekv}^p}\right), \quad (3.16)$$

gdje je:

- C_k - inicijalni kinematički modul očvršćenja,
- γ_k - omjer opadanja kinematičkog očvršćenja s povećanjem ekvivalentne plastične deformacije.

Pošto je u ovom radu korišteno samo monotono opterećenje, kinematičko očvršćenje nije nužno potrebno, ali je zbog potpunosti modeliranja također ubačeno u materijalni model. Na slici 3.4 dan je grafički prikaz izotropnog i kinematičkog očvršćenja.



Slika 3.4. Izotropno i kinematičko očvršćenje [17]

Kombinirano očvršćenje je kombinacija izotropnog i kinematičkog očvršćenja stoga nisu potrebna dodatna objašnjenja. U stvarnosti najčešće dolazi do kombiniranog očvršćenja [16, 17].

4. Modeliranje oštećenja materijala

Akumulacija oštećenja u materijalu je proces pri kojem dolazi do pojave loma u materijalu. Mehanika oštećenja je dio mehanike koji opisuje postupno ili progresivno smanjenje, degradaciju mehaničkih svojstava materijala, pri raznim uvjetima opterećivanja uslijed nukleacije i rasta mikrošupljina i mikropukotina. Daljnjom degradacijom dolazi do njihovog spajanja u makropukotine i loma. Mehaniku oštećenja prvi je uveo L. M. Kachanov. On uvodi varijablu koja povezuje gustoću materijala s mikrooštećenjima. Iako mehanika oštećenja omogućava uvid u mjeru degradacije mehaničkih svojstava materijala na mikro razini, varijable oštećenja su predstavljene tako da prikazuju prosječnu degradaciju mehaničkih svojstava materijala na makro razini. Oštećenje u materijalu okarakterizirano je kao: specifične praznine i površinske pukotine, specifične pukotine i volumenske praznine ili razmaci između pukotina i uključina. Razlikuju se tri glavna tipa oštećenja:

- duktilno oštećenje,
- zamorno oštećenje i
- oštećenje pri puzanju.

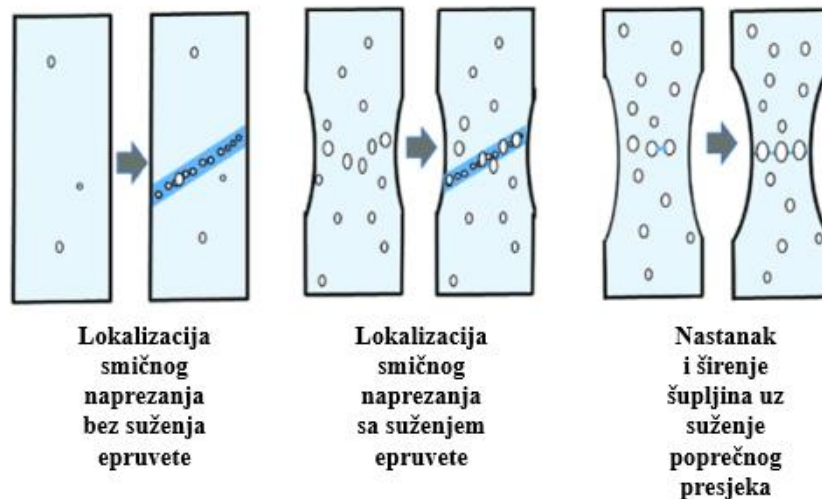
U daljnjem tekstu bit će razmatrano duktilno oštećenje [17, 21, 22].

Duktilni lom kao i krhki lom su tipovi oštećenja koje karakterizira pojava plastične deformacije koja je prethodila lomu. Kod duktilnog loma dolazi do pojave velikih plastičnih deformacija koje su popraćene sporim rastom pukotine. Prednost plastičnog deformiranja je usporavanje odnosno odgoda loma, što daje više vremena za uočavanje pojave grešaka i za otklanjanje istih. Za deformiranje duktilnih materijala potreban je veći utrošak energije u odnosu na krhke materijale [17].

Popuštanje duktilnih materijala odvija se prema jednom od dva mehanizma:

- duktilnim lomom – nastanak rast i međusobno povezivanje šupljina unutar materijala,
- smičnim lomom – kao posljedica lokalizacije smičnog naprezanja [13].

Slika 4.1. shematski prikazuje navedene mehanizme popuštanja duktilnih materijala.

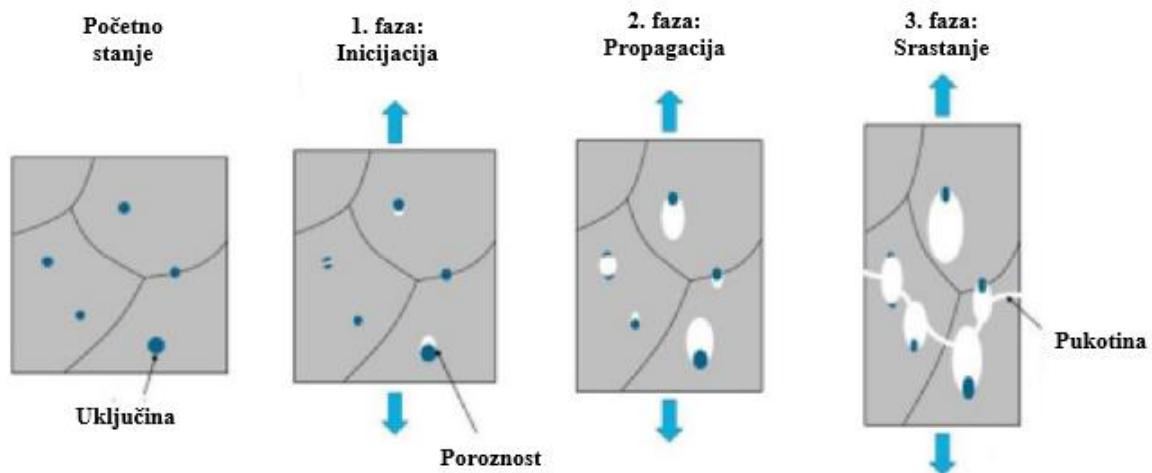


Slika 4.1. Shematski prikaz karakterističnih načina popuštanja duktilnih materijala [13]

Razlikujemo tri faze duktilnog oštećenja:

1. faza - Inicijacija → unutar materijala dolazi do pojave mikropukotina ili poroznosti,
2. faza - Propagacija → rast mikropukotina,
3. faza - Srastanje → povezivanje mikropukotina u makropukotine i nastanak loma [13, 22].

Na slici 4.2. prikazane su faze duktilnog oštećenja.



Slika 4.2. Faze duktilnog oštećenja [13]

U idućim poglavljima opisati će se model koji će se koristiti u *Abaqus*-u.

4.1. Inicijacija oštećenja [21]

Ekvivalentna plastična deformacija, $\bar{\varepsilon}_D^{pl}$, u trenutku inicijacije oštećenja zapisuje se kao funkcija:

$$\bar{\varepsilon}_D^{pl} = \bar{\varepsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\varepsilon}^{pl}), \quad (4.1)$$

gdje je:

- η - troosnost naprezanja,
- $\dot{\varepsilon}^{pl}$ - brzina plastične deformacije.

Izraz za troosnost naprezanja, η , glasi:

$$\eta = -\frac{p}{\sigma_{ekv}^{HMH}}, \quad (4.2)$$

gdje je:

- p - hidrostatski tlak,
- σ_{ekv}^{HMH} - ekvivalentno von Misesovo naprezanje.

Izraz za hidrostatski tlak, p , glasi:

$$p = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}. \quad (4.3)$$

Izraz za ekvivalentno von Misesovo naprezanje, σ_{ekv}^{HMH} , glasi:

$$\sigma_{ekv}^{HMH} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}. \quad (4.4)$$

Tensor naprezanja ima samo jednu normalnu komponentu naprezanja u smjeru opterećivanja za slučaj jednoosnog vlačnog naprezanja. Njegov izraz glasi:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Izraz (4.2) tada postaje:

$$\eta = -\frac{\sigma_1}{\sigma_1} = -\frac{1}{3}. \quad (4.6)$$

Kriterij inicijacije oštećenja kaže da do inicijacije oštećenja dolazi kada je ispunjen uvjet:

$$w_D = \int \frac{d\bar{\varepsilon}^{pl}}{\bar{\varepsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\varepsilon}^{pl})} = 1, \quad (4.7)$$

gdje je:

- w_D - varijabla stanja.

Varijabla stanja, w_D , se monotono povećava s plastičnom deformacijom. Promjena varijable stanja, Δw_D , računa se tijekom analize u svakom inkrementu prema slijedećem izrazu:

$$\Delta w_D = \frac{\Delta \bar{\varepsilon}^{pl}}{\bar{\varepsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl})} \geq 0. \quad (4.8)$$

4.2. Rast oštećenja [13, 22]

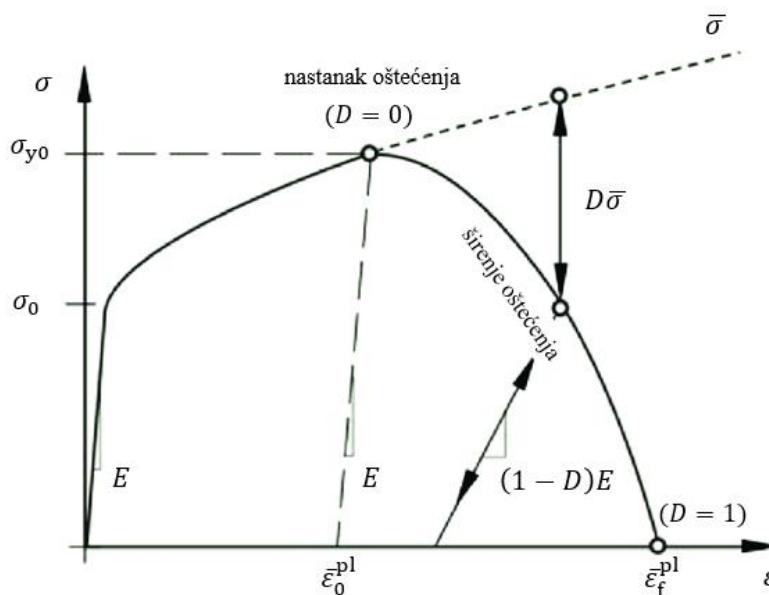
Nakon inicijacije oštećenja stvarna naprezanja, σ , računaju se iz vrijednosti naprezanja neoštećenog materijala, $\bar{\sigma}$, pomoću matrice relacije:

$$\sigma = (1 - D)\bar{\sigma}, \quad (4.9)$$

gdje je:

D - varijabla oštećenja.

Vrijednost varijable D kreće se od 0 do 1. Vrijednost 0 označava neoštećeni materijal, a vrijednost 1 potpuno oštećeni materijal. Na slici 4.3. prikazan je koncept efektivnog naprezanja pri jednoosnom vlačnom ispitivanju duktilnog materijala s uključenim modelom razvoja oštećenja.



Slika 4.3. Dijagram naprezanje-deformacija duktilnog materijala uz napredovanje oštećenja [13]

Zakon rasta oštećenja može se zadati preko ekvivalentnog plastičnog pomaka, \bar{u}^{pl} , ili preko energije loma, G_f . Disipacija energije loma, G_f , računa se izrazom:

$$G_f = \int_{\varepsilon_{eqv,0}^p}^{\varepsilon_{eqv,f}^p} L\sigma_y d\bar{\varepsilon}^{pl} = \int_0^{\bar{u}_f^{-pl}} \sigma_y d\bar{u}^{pl}, \quad (4.10)$$

gdje je:

L - karakteristična duljina elementa.

Karakteristična duljina loma, L , ovisi o geometriji i formulaciji konačnog elementa i jednaka je poprečnoj duljini konačnog elementa za elemente prvog reda. Nakon što je postignut kriterij inicijacije oštećenja efektivni pomak, \bar{u}^{pl} , može se definirati izrazom:

$$\dot{\bar{u}}^{pl} = L\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \quad (4.11)$$

Povećanje varijable oštećenja može se definirati tablično, u linearnom ili eksponencijalnom obliku. U linearnom obliku, preko plastičnog pomaka, povećanje varijable oštećenja računa se prema izrazu:

$$\dot{D} = \frac{L\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}}{\bar{u}_f^{pl}} = \frac{\dot{\bar{u}}^{pl}}{\bar{u}_f^{pl}}. \quad (4.12)$$

Za $\bar{u}^{pl} = \bar{u}_f^{pl}$ dolazi do potpune degradacije krutosti, to jest $D = 1$. U eksponencijalnom obliku treba zadati eksponent α . Varijabla oštećenja se tada definira preko plastičnog pomaka izrazom:

$$D = \frac{1 - e^{-\alpha(\bar{u}^{pl}/\bar{u}_f^{pl})}}{1 - e^{-\alpha}}. \quad (4.13)$$

Zakon propagacije oštećenja disipacijom energije loma, G_f također se zadaje u linearnom i eksponencijalnom obliku. U linearnom obliku kada je postignut kriterij inicijacije oštećenja, izraz za plastični pomak kod loma, \bar{u}_f^{pl} glasi:

$$\bar{u}_f^{pl} = \frac{2G_f}{\sigma_{y0}}, \quad (4.14)$$

gdje je:

σ_{y0} - naprezanje tečenja u trenutku loma.

Varijabla oštećenja za eksponencijalni oblik, disipacijom energije loma, G_f , definira se izrazom:

$$d = 1 - \exp\left(-\int_0^{\bar{u}^{pl}} \frac{\bar{\sigma}_y d\bar{u}^{pl}}{G_f}\right). \quad (4.15)$$

5. Modeliranje oštećenja sinteriranog čelika pri različitim brzinama opterećivanja

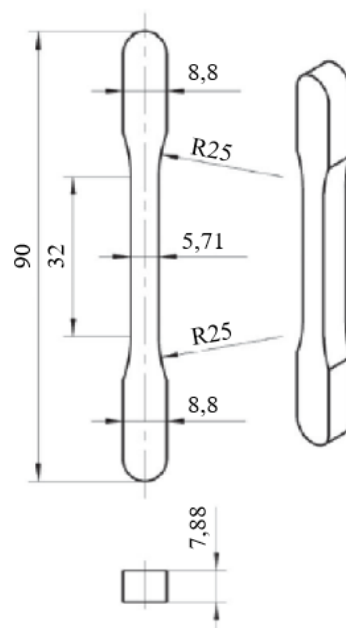
5.1. Uvod

U ovom poglavlju odrediti će se konstitutivno ponašanje sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C za tri gustoće: $6,5 \text{ g/cm}^3$, $6,8 \text{ g/cm}^3$ i $7,1 \text{ g/cm}^3$. Nakon toga odrediti će se parametri lomnog ponašanja. I naposljetku, prema dobivenim parametrima materijala, ispitivat će se utjecaj brzine opterećivanja na lomno ponašanje sinteriranog čelika.

Na materijalu je provedeno monotono vlačno eksperimentalno ispitivanje pri brzini opterećivanja od 1 mm/min . Ispitni uzorci prikazani su na slici 5.1.

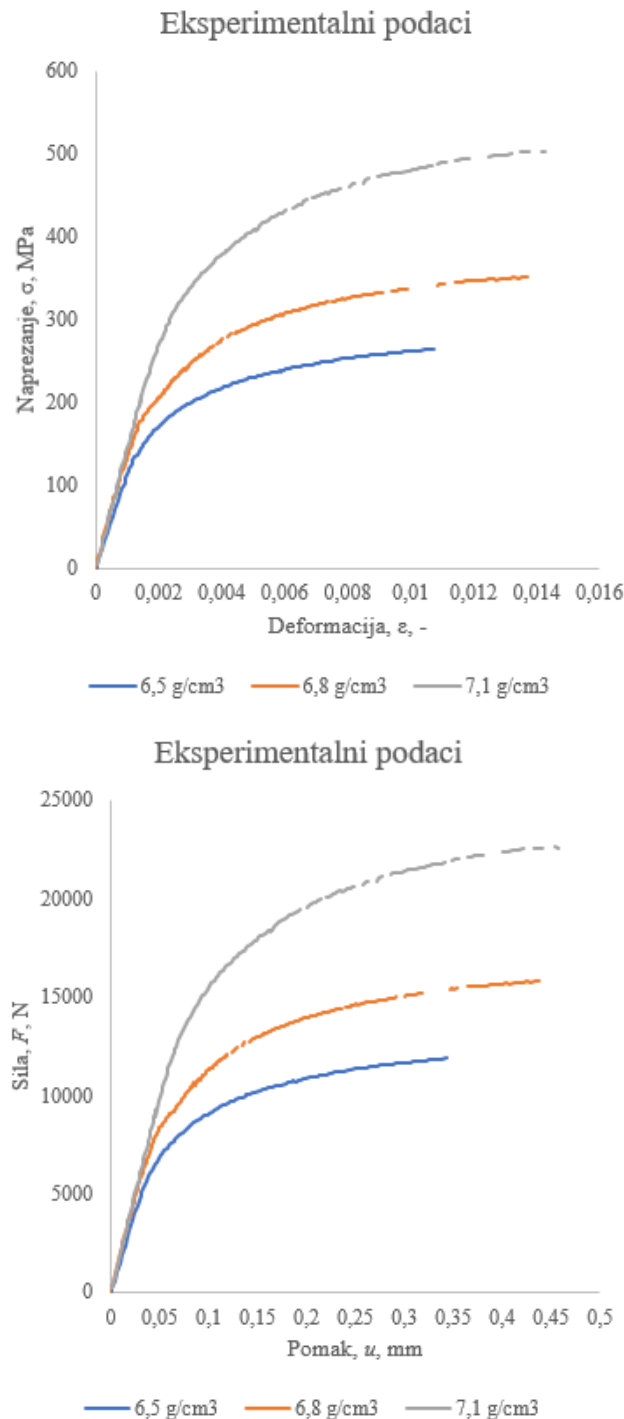


Slika 5.1. Ispitni uzorci materijala Astaloy Mo+0,2C gustoća $6,5 \text{ g/cm}^3$, $6,8 \text{ g/cm}^3$ i $7,1 \text{ g/cm}^3$
Geometrija ispitnih uzoraka je napravljena prema dimenzijama prikazanim na slici 5.2.



Slika 5.2. Geometrija ispitnog uzorka

Mjerni dio uzorka epruvete iznosi 32 mm dok rubni dijelovi epruvete služe za prihvat uzorka na kidalicu. Rezultati eksperimentalnog ispitivanja, za sve tri gustoće, prikazani su na dijagramima naprezanje-deformacija i sila-pomak na slici 5.3.



Slika 5.3. Dijagrami naprezanja-deformacija i sila-pomak za vlačno ispitivanje pri brzini opterećivanja od 1 mm/min

Kao što je već rečeno numerička analiza se provodi u programskom paketu *Abaqus*. Za rješavanje nelinearnih problema *Abaqus* koristi dva rješavača: *Standard* i *Explicit*. Glavna

razlika između navedenih rješavača je što *Standard* mora iterirati kako bi odredio rezultate nelinearnih problema, a *Explicit* dolazi do rješenja bez iterativnog postupka, eksplicitno napredujući prema sljedećem stanju prolazeći od stanja na kraju prethodnog inkrementa [12, 13]. U ovom radu konstitutivno ponašanje sinteriranog čelika i parametri lomnog ponašanja provjereni su u rješavaču *Standard*, a nakon toga za dobivene parametre materijala ispituje se utjecaj različitih brzina opterećivanja u rješavaču *Explicit*.

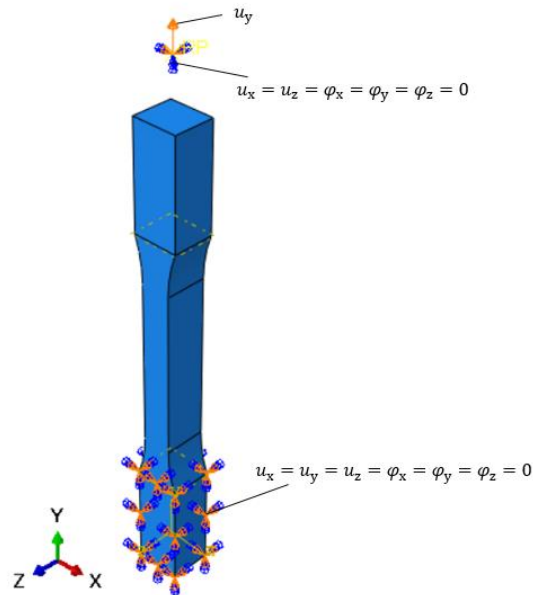
5.2. Numerički model

Numerički model izrađen je prema dimenzijama prikazanim na slici 5.2. Zadani su rubni uvjeti i opterećenje koji simuliraju ponašanje epruvete prilikom monotonog vlačnog testa u kidalici. Donji dio je uklješten, a na gornjem dijelu ograničeni su svi pomaci osim vertikalnog pomaka u smjeru osi y . Na tom kraju također je zadano i opterećenje pomakom u pozitivnom smjeru y osi. Svi pomaci i opterećenja na gornjem dijelu svedeni su referentnu točku, RP, koja je kinematički povezana s gornjim dijelom. Iz dijagrama sila-pomak, prikazanog na slici 5.3, očitani su maksimalni pomaci pri kojima dolazi do loma epruveta. Zadano opterećenje pomakom uvećano je, sigurnosti radi, za određeni postotak. U tablici 5.1. prikazane su vrijednosti pomaka u smjeru osi y .

Tablica 5.1. Vrijednosti pomaka u smjeru osi y

Pomak u smjeru osi y , u_y		
Gustoća, ρ , g/cm ³	Eksperiment, $u_{y\text{eksp}}$, mm	Abaqus, u_y , mm
6,5	0,343698	0,5
6,8	0,438289	0,7
7,1	0,457142	1

Na slici 5.4. prikazan je model epruvete s zadanim opterećenjem i rubnim uvjetima.



Slika 5.4. Rubni uvjeti i opterećenje ispitnog uzorka u *Abaqusu*

5.3. Parametri elastoplastičnog ponašanja

Konstitutivno ponašanje kompaktnog materijala je nelinearno, uz pojavu plastičnih deformacija. Za postizanje što realnijeg ponašanja komponenti u numeričkim simulacijama potrebno je čim preciznije opisati konstitutivno ponašanje materijala. Elastični i plastični parametri materijala određeni su na temelju eksperimentalnih ispitivanja i prikazani su u tablici 5.2. za sve tri gustoće.

Tablica 5.2. Elastični i elastoplastični parametri materijala

Gustoća, $\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$			
Elastični parametri	Modul elastičnosti	E , MPa	98000
	Poissonov faktor	ν , –	0,28
Elastoplastični parametri	Granica tečenja	σ_y , MPa	165
	Kinematičko očvršćenje	C_1 , –	14802,035
		γ_1 , –	253,162
	Izotropno očvršćenje	Q_∞ , MPa	50,9
b , –		315,313	

Gustoća, $\rho = 6,8 \text{ g/cm}^3$			
Elastični parametri	Modul elastičnosti	$E, \text{ MPa}$	115000
	Poissonov faktor	$\nu, -$	0,28
Elastoplastični parametri	Granica tečenja	$\sigma_y, \text{ MPa}$	175
	Kinematičko očvršćenje	$C_1, -$	29972,751
		$\gamma_1, -$	295,914
	Izotropno očvršćenje	$Q_\infty, \text{ MPa}$	75
$b, -$		478,94	
Gustoća, $\rho = 7,1 \text{ g/cm}^3$			
Elastični parametri	Modul elastičnosti	$E, \text{ MPa}$	131000
	Poissonov faktor	$\nu, -$	0,28
Elastoplastični parametri	Granica tečenja	$\sigma_y, \text{ MPa}$	280
	Kinematičko očvršćenje	$C_1, -$	36714,587
		$\gamma_1, -$	306,46
	Izotropno očvršćenje	$Q_\infty, \text{ MPa}$	102,7
$b, -$		395,035	

Ovi parametri uneseni su *Abaqus* u modulu *Properties*. Elastično ponašanje materijala definirano je opcijom: *Elasticity – Elastic*, a elastoplastično ponašanje opcijom: *Plasticity – Plastic* i *Suboptions – Cyclic Hardening*. *Abaqus* kriterije očvršćenja računa prema jednadžbama (3.15) i (3.16). Iako su definirana svojstva za kinematičko očvršćivanje, ona ne dolaze do izražaja jer je zadano opterećenje monotono, a ne cikličko.

5.4. Parametri lomnog ponašanja materijala

Inicijacija oštećenja u *Abaqusu* zadaje se kao jedan redak i to s podacima prikazanim u tablici 5.3.

Tablica 5.3. Parametri oštećenja materijala

Gustoća, $\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$		
Ekvivalentna plastična deformacija kod iniciranja oštećenja	$\bar{\varepsilon}_0^{\text{pl}}, \text{ mm/mm}$	0,0085
Troosnost naprezanja	$\eta, -$	0
Brzina promjene ekvivalentne plastične deformacije	$\dot{\varepsilon}^{\text{pl}}, -$	0
Ekvivalentni plastični pomak kod loma	$\bar{u}_f^{\text{pl}}, \text{ mm}$	0,02379
Gustoća, $\rho = 6,8 \text{ g/cm}^3$		
Ekvivalentna plastična deformacija kod iniciranja oštećenja	$\bar{\varepsilon}_0^{\text{pl}}, \text{ mm/mm}$	0,0113
Troosnost naprezanja	$\eta, -$	0
Brzina promjene ekvivalentne plastične deformacije	$\dot{\varepsilon}^{\text{pl}}, -$	0
Ekvivalentni plastični pomak kod loma	$\bar{u}_f^{\text{pl}}, \text{ mm}$	0,03302
Gustoća, $\rho = 7,1 \text{ g/cm}^3$		
Ekvivalentna plastična deformacija kod iniciranja oštećenja	$\bar{\varepsilon}_0^{\text{pl}}, \text{ mm/mm}$	0,0108
Troosnost naprezanja	$\eta, -$	0
Brzina promjene ekvivalentne plastične deformacije	$\dot{\varepsilon}^{\text{pl}}, -$	0
Ekvivalentni plastični pomak kod loma	$\bar{u}_f^{\text{pl}}, \text{ mm}$	0,04558

Ovi parametri uneseni su u *Abaqus* u modulu *Properties*. Inicijacija oštećenja definirana je opcijom: *Ductile Damage* i *Suboptions – Damage Evolution*. Jasno je da jedna točka nikako nije dovoljna za provođenje interpolacije ili ekstrapolacije krivulje, odnosno površine koja opisuje ovisnost plastične deformacije u trenutku inicijacije oštećenja o stanju naprezanja pri deformaciji. Prema tome, radi jednostavnosti, odabrana vrijednosti troosnog naprezanja, η , i brzine ekvivalentne plastične deformacije, $\dot{\varepsilon}^{\text{pl}}$, je nula. Inicijacija oštećenja, $\bar{\varepsilon}_0^{\text{pl}}$, očitana je iz dijagrama na slici 5.3. dobivenog iz eksperimentalnih podataka. Vrijednost ekvivalentnog plastičnog pomaka kod loma, \bar{u}_f^{pl} , određena je prema jednadžbi (4.11). Ona kaže da je ekvivalentni plastični pomak kod loma jednak umnošku duljine stranice konačnog elementa, L ,

i plastične deformacije kod loma, tj. istezljivosti. U ovom slučaju vrijednost duljine stranice konačnog elementa, L , računa se kao količnik širine vrata epruvete i broja konačnih elemenata po širini vrata epruvete. Istezljivost je određena linearnom interpolacijom iz dijagrama prikazanog na slici 1.4., a njegove vrijednosti prikazane su u tablici 5.4.

Tablica 5.4. Istezljivost sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C

Gustoća, g/cm ³	Istezljivost, %
6,5	2,5
6,8	3,47
7,1	4,79

5.5. Numerička simulacija i rezultati

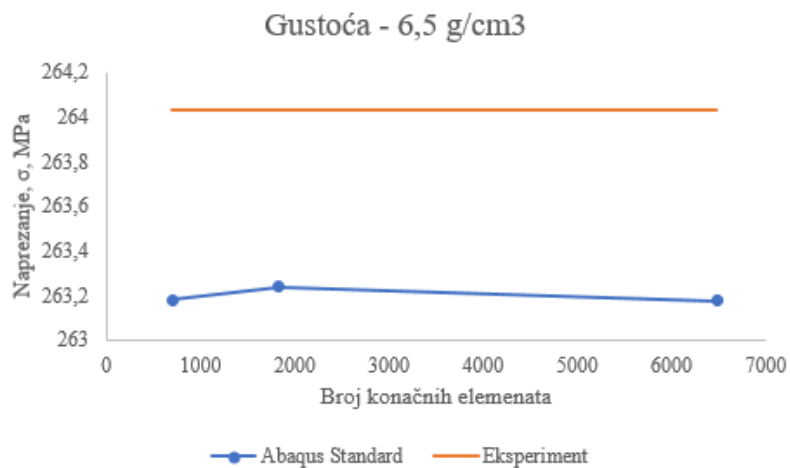
Simulacija je provedena u *Abaqus* rješavaču *Standard* za tri različite gustoće mreže. U tablici 5.5. prikazani su dobiveni iznosi naprezanja u ovisnosti o broju konačnih elemenata za sve tri gustoće. Prikazana je i relativna greška u odnosu na eksperimentalne rezultate.

Tablica 5.5. Usporedba eksperimentalnih i numeričkih vrijednosti von Misesovog naprezanja

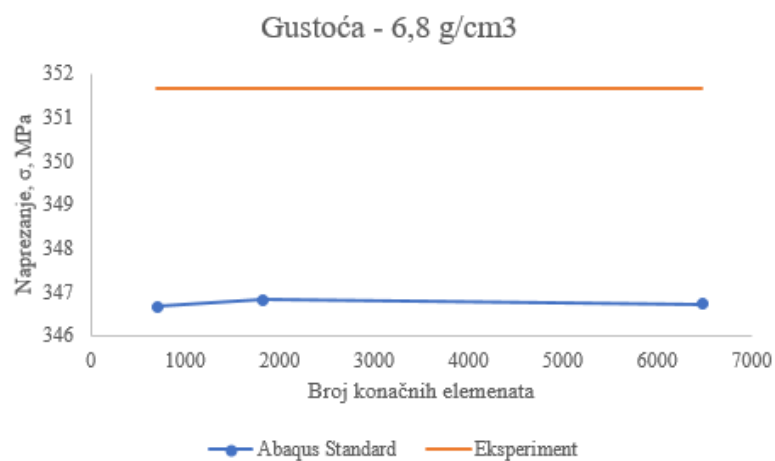
Gustoća, $\rho = 6,5 \text{ g/cm}^3$			
Broj KE	Abaqus Standard, MPa	Eksperimentalno, MPa	Relativna greška, %
704	263,178558	264,03215	0,323
1830	263,239563		0,300
6480	263,177337		0,324
Gustoća, $\rho = 6,8 \text{ g/cm}^3$			
Broj KE	Abaqus Standard, MPa	Eksperimentalno, MPa	Relativna greška, %
704	346,671936	351,63577	1,416
1830	346,829742		1,367
6480	346,725433		1,396
Gustoća, $\rho = 7,1 \text{ g/cm}^3$			
Broj KE	Abaqus Standard, MPa	Eksperimentalno, MPa	Relativna greška, %
704	496,42746	501,59698	1,031

1830	496,43576		1,029
6480	495,32714		1,250

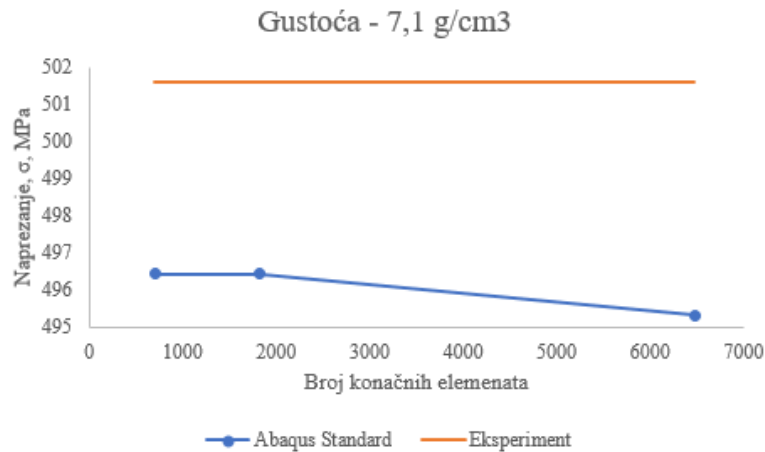
Na slikama 5.5., 5.6. i 5.7. prikazani su dijagrami konvergencije von Misesovog napreznja za sve tri gustoće.



Slika 5.5. Dijagram konvergencije von Misesovog napreznja – 6,5 g/cm³



Slika 5.6. Dijagram konvergencije von Misesovog napreznja – 6,8 g/cm³



Slika 5.7. Dijagram konvergencije von Misesovog naprezanja – 7,1 g/cm³

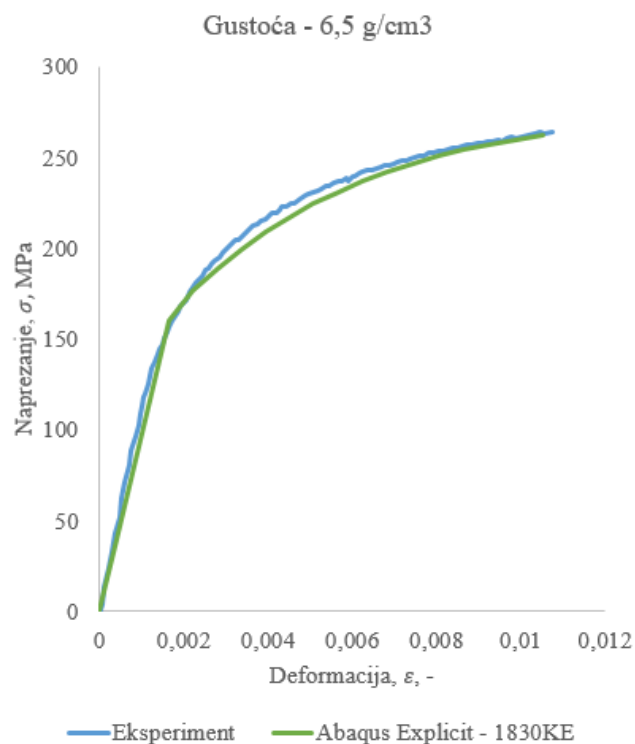
Iz slika je vidljivo da su dobivena rješenja konvergirala i da se daljnjim povećanjem broja konačnih elemenata ne dobiva se znatno veća točnost proračuna. Stoga za ovakav problem nije potrebna gušća mreža. Također je moguće vidjeti da pri korištenju 1830 KE relativna greška prikazana u tablici 5.3. nije velika te je prihvatljiva za inženjerske primjene.

Za provođenje daljnjih simulacija odabrana je mreža s 1830 KE. Ponovno je provedena simulacija, ali ovaj put u *Abaqus* rješavaču *Explicit* pri brzini opterećivanja od 1 mm/min. Karakteristike provedenih simulacija dane su u tablici 5.6. Treba napomenuti da su se simulacije provodile uz paralelizaciju s 4 procesora.

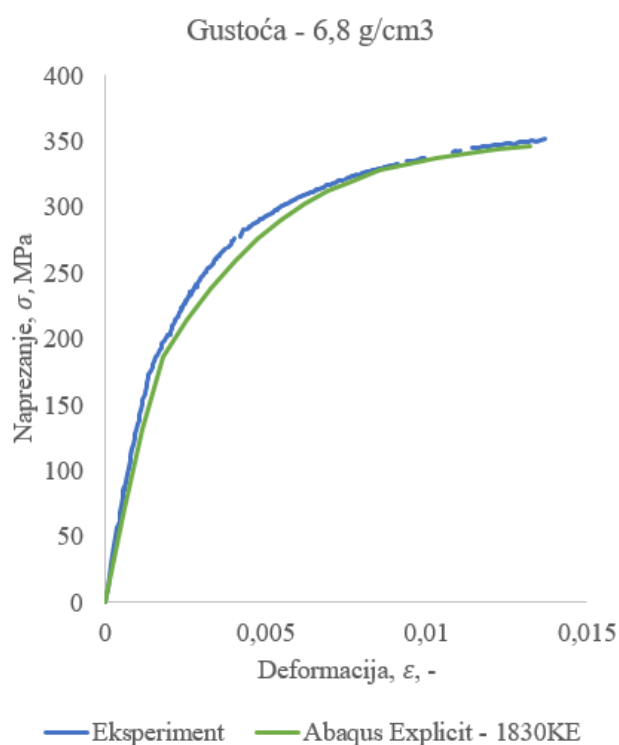
Tablica 5.6. Karakteristike provedenih numeričkih simulacija za brzinu opterećivanja od 1 mm/min i 1830 KE

	Gustoća, ρ , g/cm ³		
	6,5	6,8	7,1
Inicijalni vremenski inkrement, Δt	1,62745E-07	1,53663E-07	1,47115E-07
Trajanje simulacije	cca. 6h	cca. 10h	cca. 12h

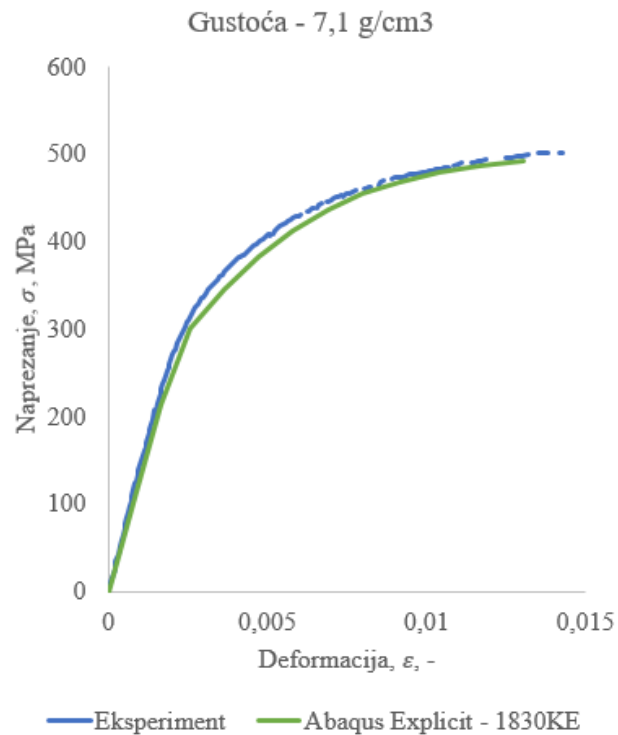
Iz tablice se može primijeniti da je vremenski inkrement jako mali, pa je relativno dugo trajanje simulacije razumljivo. Na slikama 5.8., 5.9. i 5.10. prikazani su rezultati eksperimentalnih ispitivanja i numeričke simulacije za opisani materijalni model izotropnog očvršćenja i zadane parametre lomnog oštećenja za sve tri gustoće.



Slika 5.8. Usporedba eksperimentalnog ispitivanja i numeričke simulacije monotonog vlačnog testa pri brzini opterećivanja od 1 mm/min - 6,5 g/cm³



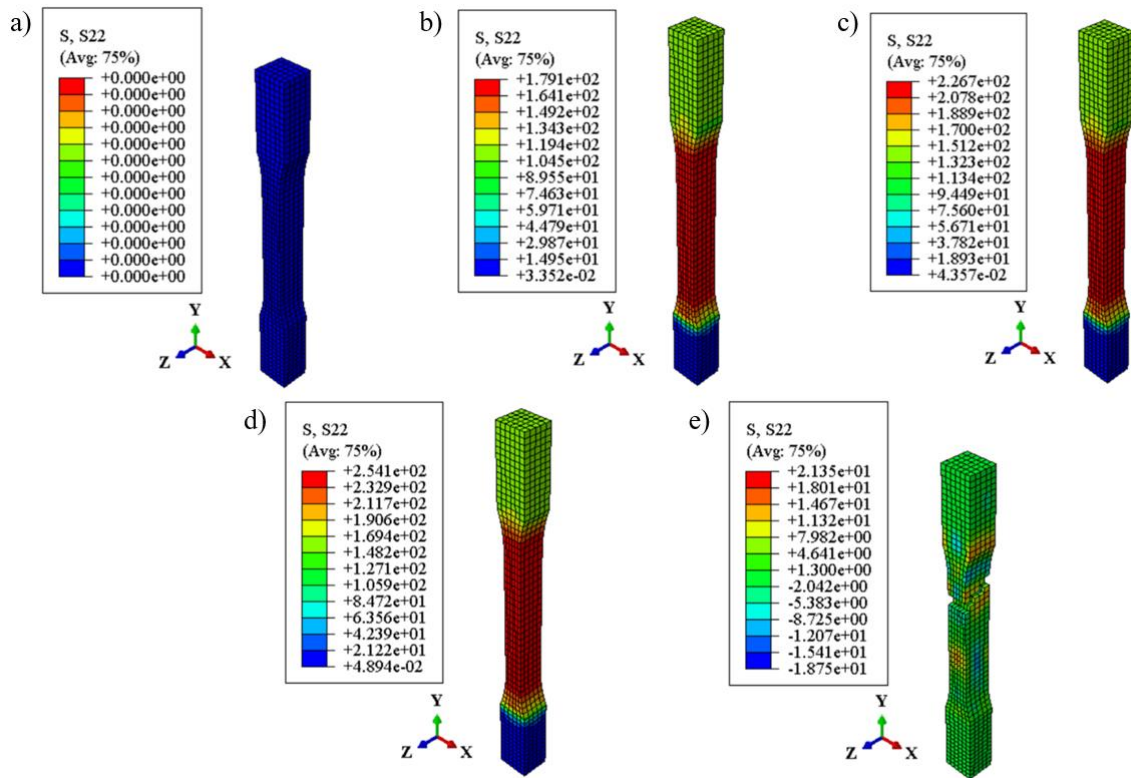
Slika 5.9. Usporedba eksperimentalnog ispitivanja i numeričke simulacije monotonog vlačnog testa pri brzini opterećivanja od 1 mm/min - 6,8 g/cm³



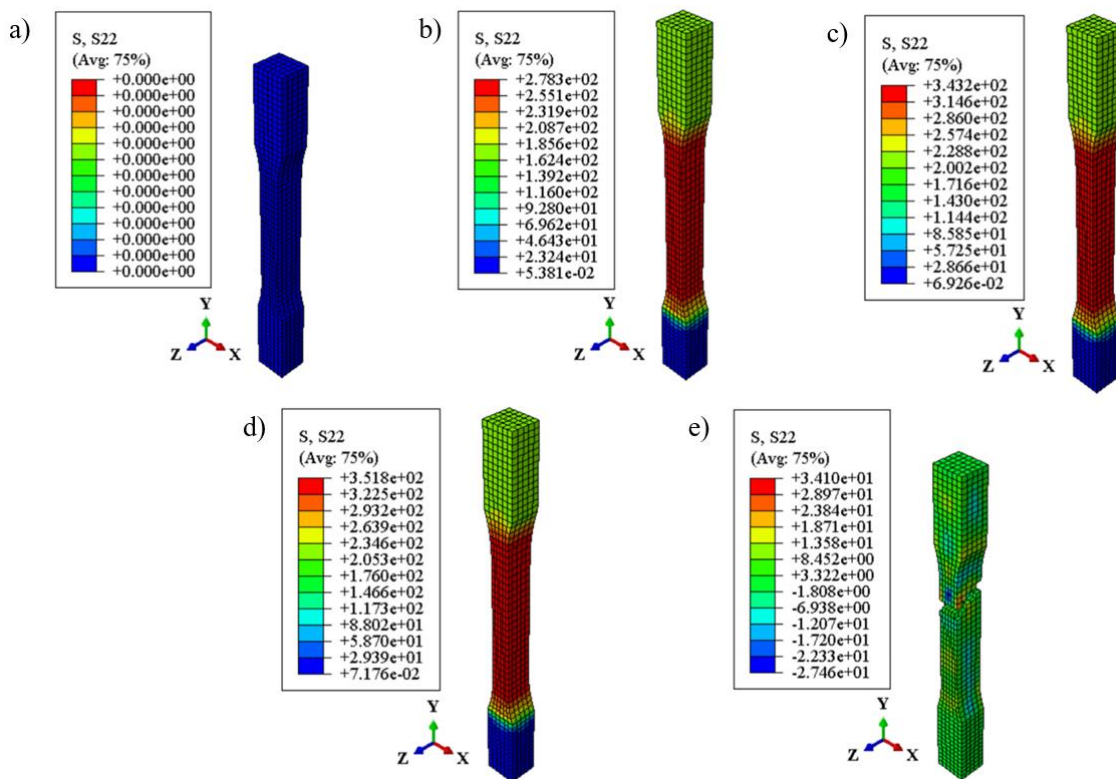
Slika 5.10. Usporedba eksperimentalnog ispitivanja i numeričke simulacije monotonog vlačnog testa pri brzini opterećivanja od 1 mm/min – 7,1 g/cm³

Iz slika se može zaključiti da postoji dobro poklapanje rezultata eksperimentalnih ispitivanja i numeričke simulacije.

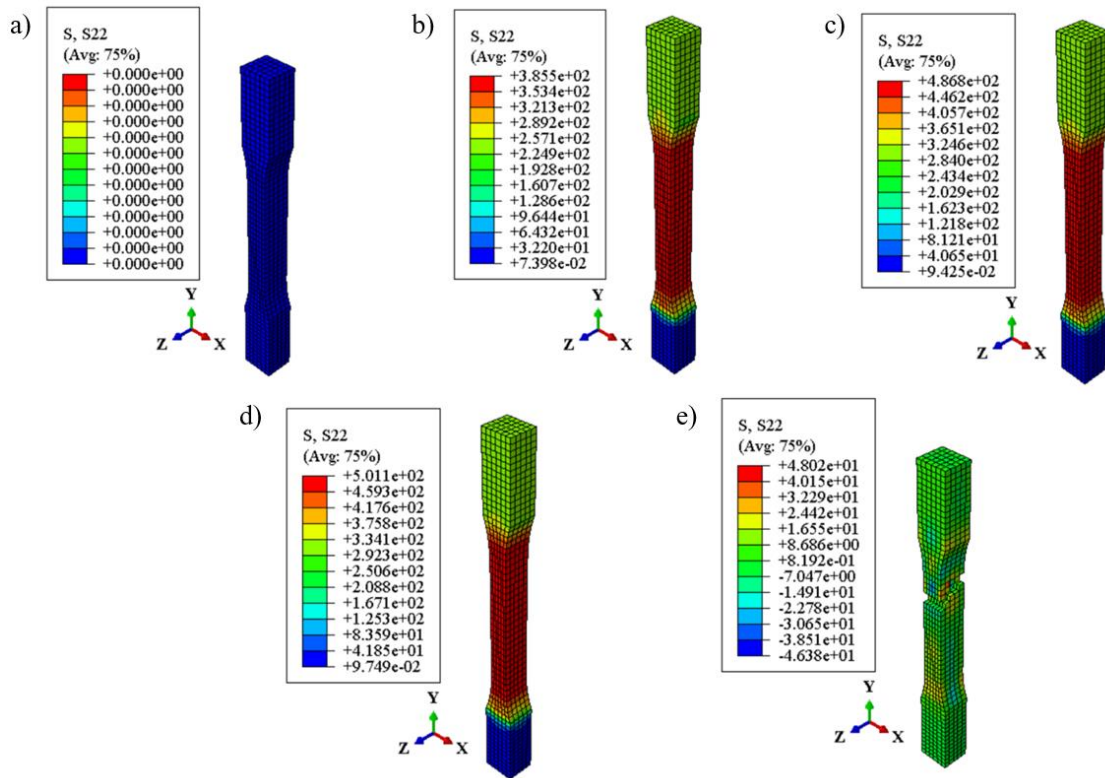
Na slikama 5.11., 5.12. i 5.13. je prikazan vremenski tok simulacije u 5 uzastopnih trenutaka za sve tri gustoće.



Slika 5.11. Vremenski tok simulacije - 6,5 g/cm³: a) 0,0 sekundi, b) 5,25 sekundi, c) 10,5 sekundi, d) 15,75 sekundi, e) 21,0 sekundi

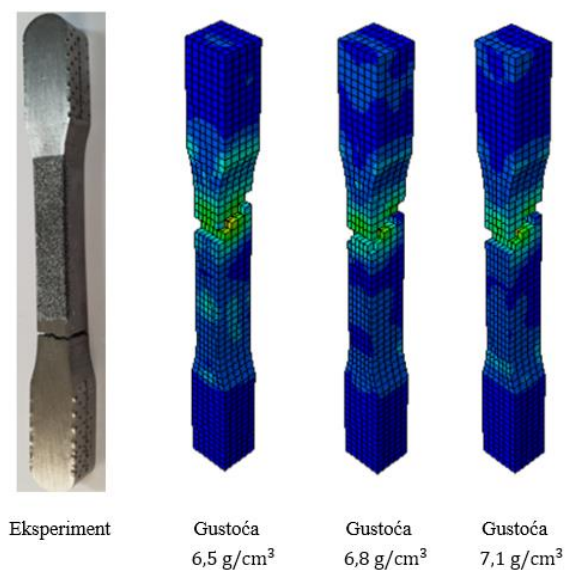


Slika 5.12. Vremenski tok simulacije - 6,8 g/cm³: a) 0 sekundi, b) 8,1 sekundi, c) 18,9 sekundi, d) 22,95 sekundi, e) 27 sekundi



Slika 5.13. Vremenski tok simulacije – 7,1 g/cm³: a) 0 sekundi, b) 7,5 sekundi, c) 15,0 sekundi, d) 18,0 sekundi, e) 30,0 sekundi

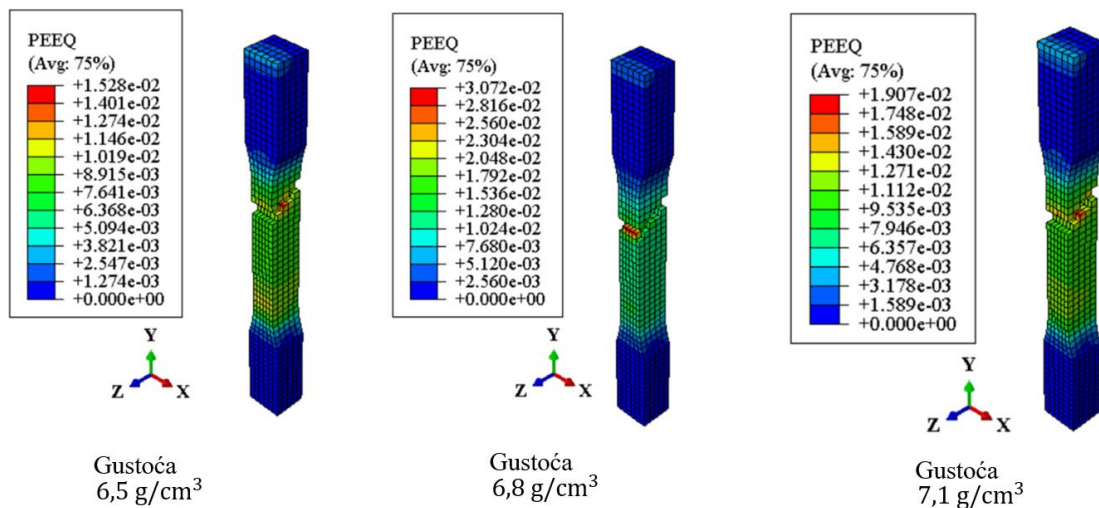
Na slikama je vidljiv očekivani tijek ispitivanja. Vidljivo je da nakon jednolikog istezanja, materijal počinje teći pri čemu dolazi do lokalizacije naprezanja i naposljetku loma. Lom je simuliran brisanjem konačnih elemenata u kojima je vrijednost varijable oštećenja jednak 1. Na slici 5.14. prikazano je mjesto loma ispitnih uzoraka kod eksperimentalnih ispitivanja i u numeričkim simulacijama pri brzini opterećivanja od 1 mm/min za sve tri gustoće.



Slika 5.14. Mjesto loma epruvete pri brzini opterećivanja 1 mm/min

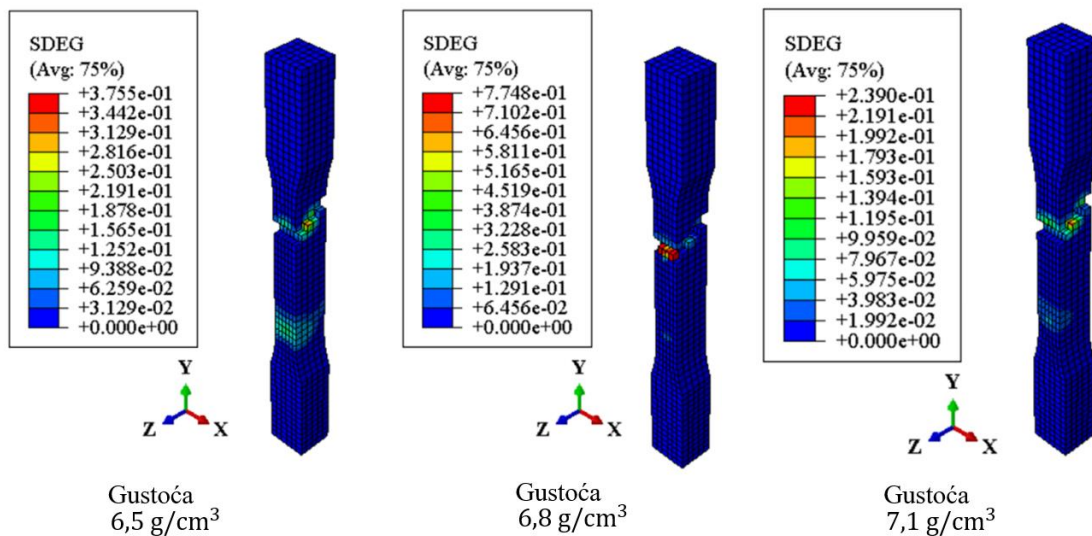
Iz slike 5.14. je vidljivo da epruveta podvrgnuta eksperimentalnom ispitivanju puca na donjoj polovici epruvete, dok sve epruvete dobivene numeričkom simulacijom pucaju na gornjoj polovici epruvete. Međutim, položaj loma se nalazi otprilike u istoj zoni epruvete.

Na slici 5.15. prikazana je ekvivalentna plastična deformacija za sve tri gustoće pri brzini opterećivanja 1 mm/min.



Slika 5.15. Ekvivalentna plastična deformacija pri brzini opterećivanja 1 mm/min

Na slici 5.16. prikazana je degradacija varijable oštećenja za sve tri gustoće pri brzini opterećivanja 1 mm/min.



Slika 5.16. Varijabla degradacije materijala pri brzini opterećivanja 1 mm/min

5.6. Utjecaj brzine opterećivanja na lomno ponašanje epruvete

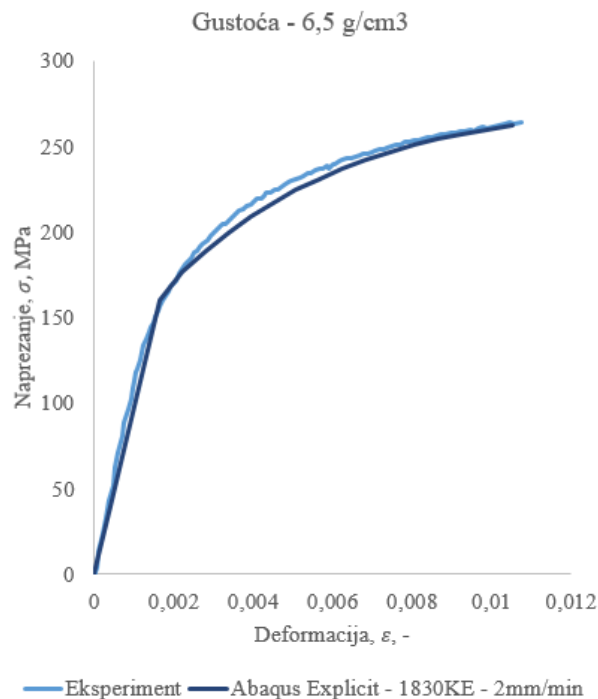
U ovom poglavlju epruvete su podvrgnute većim brzinama opterećivanja. Vrijednosti brzina opterećivanja su:

- 2 mm/min,
- 5 mm/min i
- 10 mm/min.

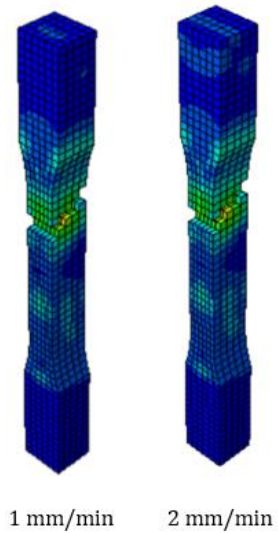
I dalje se simulacija provodi s mrežom od 1830 KE u rješavaču *Explicit* za sve prethodno postavljene parametre. Razlika između karakteristika provedenih simulacija, u odnosu na one navedene u tablici 5.6. je u trajanju simulacije. Trajanje simulacije za veće brzine opterećivanja se skraćuje.

5.6.1. Sinterirani čelik gustoće 6,5 g/cm³

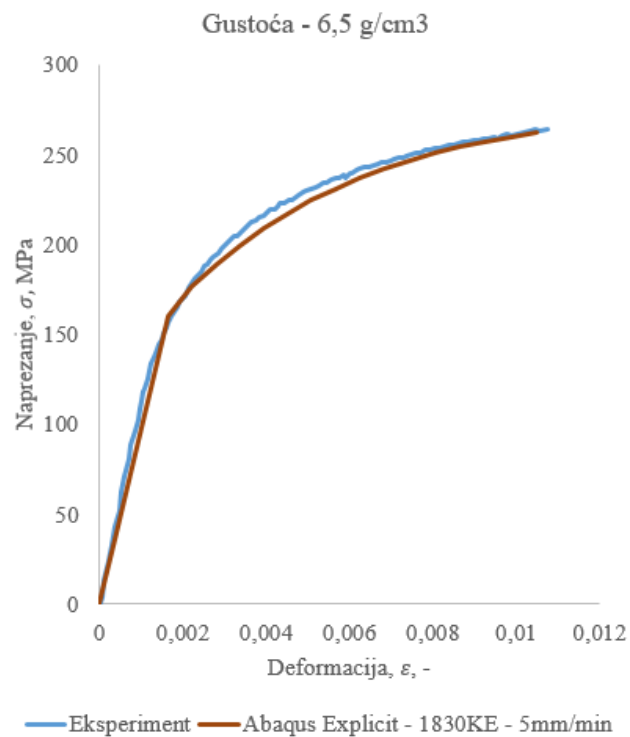
U ovom dijelu prikazani su rezultati numeričkih simulacija za epruvetu gustoće 6,5 g/cm³. Na slikama 5.17., 5.19. i 5.21. prikazani su rezultati eksperimentalnih ispitivanja pri brzini opterećivanja 1 mm/min i numeričke simulacije za opisani materijalni model izotropnog očvršćenja i zadane parametre lomnog oštećenja za različite brzine opterećivanja. Na slikama 5.18., 5.20. i 5.22. dana je usporedba mjesta loma epruvete opterećene pri brzini opterećivanja 1 mm/min i epruveta opterećenih različitim brzinama vrtnje.



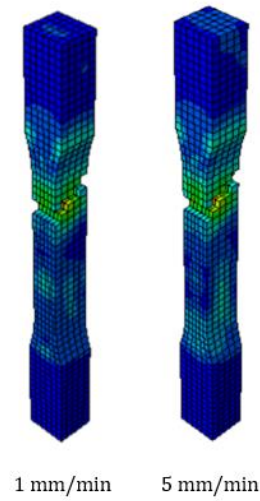
**Slika 5.17. Monotoni vlačni test pri brzini opterećivanja 1 mm/min
i numerička simulacija pri brzini opterećivanja 2 mm/min**



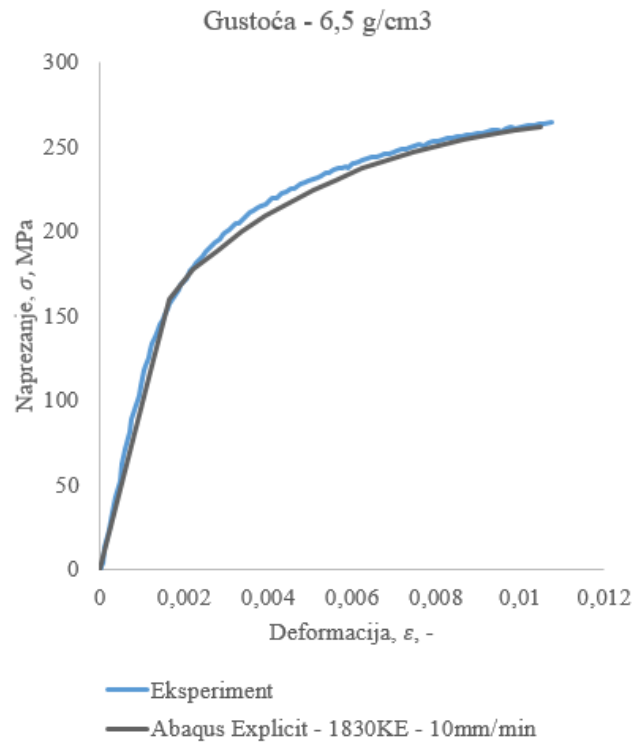
Slika 5.18. Mjesto loma epruvete pri brzini opterećivanja 2 mm/min



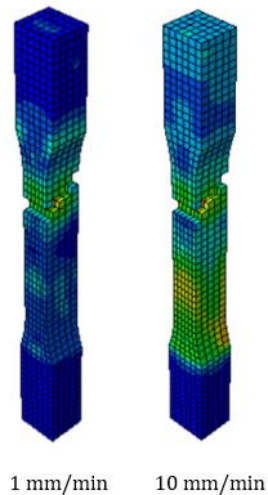
Slika 5.19. Monotoni vlačni test pri brzini opterećivanja 1 mm/min
i numerička simulacija pri brzini opterećivanja 5 mm/min



Slika 5.20. Mjesto loma epruvete pri brzini opterećivanja 5 mm/min



Slika 5.21. Monotoni vlačni test pri brzini opterećivanja 1 mm/min
i numerička simulacija pri brzini opterećivanja 10 mm/min

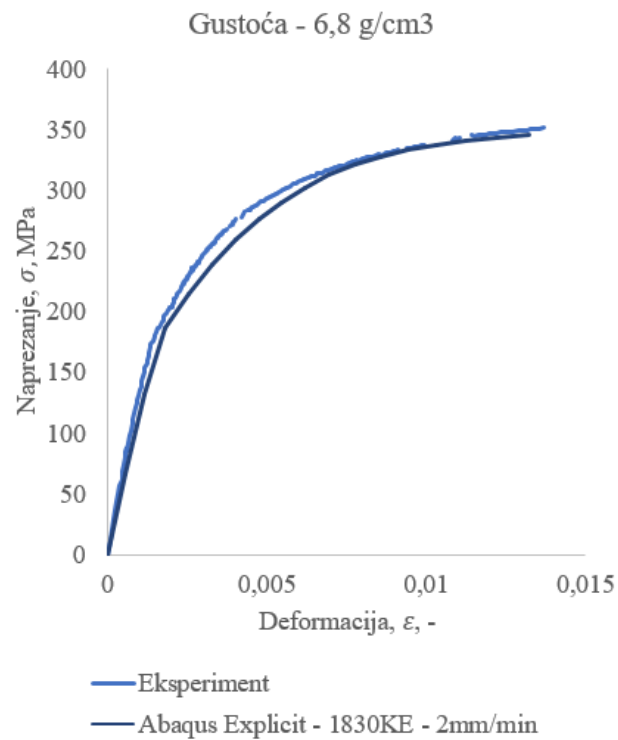


Slika 5.22. Mjesto loma epruvete pri brzini opterećivanja 10 mm/min

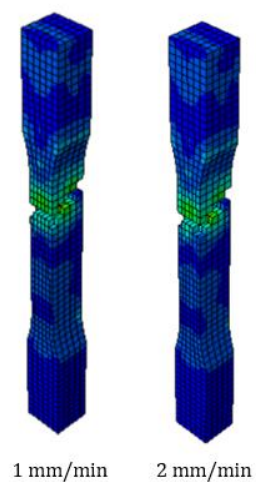
Iz slika vidimo da promjena brzine opterećivanja za ovako postavljen numerički model nema neki značajni utjecaj na lomno ponašanje epruvete.

5.6.2. Sinterirani čelik gustoće 6,8 g/cm³

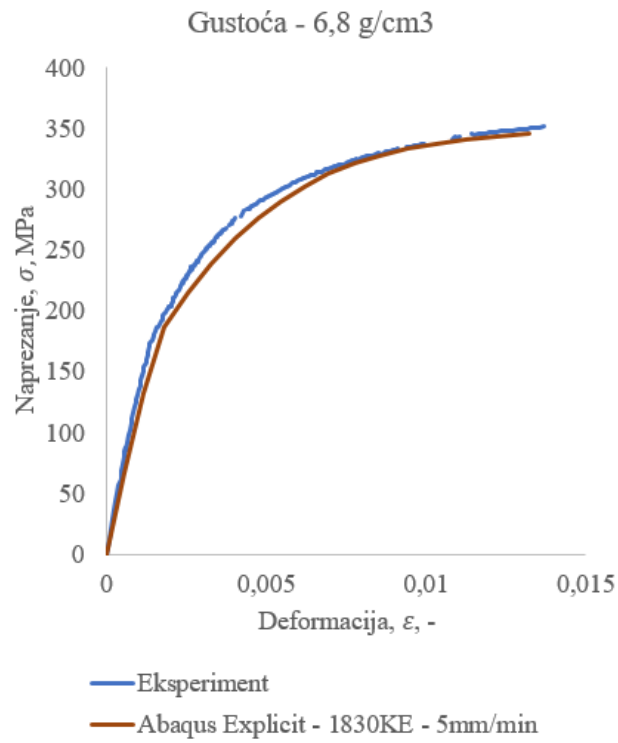
U ovom dijelu prikazani su rezultati numeričkih simulacija za epruvetu gustoće 6,8 g/cm³. Na slikama 5.23., 5.25. i 5.27. prikazani su rezultati eksperimentalnih ispitivanja pri brzini opterećivanja 1 mm/min i numeričke simulacije za opisani materijalni model izotropnog očvršćenja i zadane parametre lomnog oštećenja za različite brzine opterećivanja. Na slikama 5.24., 5.26. i 5.28. dana je usporedba mjesta loma epruvete opterećene pri brzini opterećivanja 1 mm/min i epruveta opterećenih različitim brzinama vrtnje.



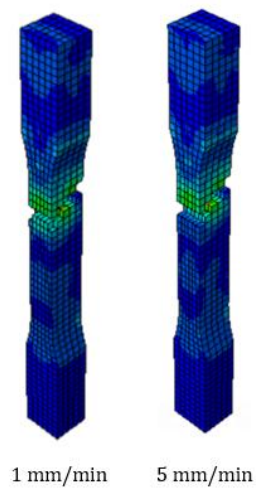
**Slika 5.23. Monotoni vlačni test pri brzini opterećivanja 1 mm/min
i numerička simulacija pri brzini opterećivanja 2 mm/min**



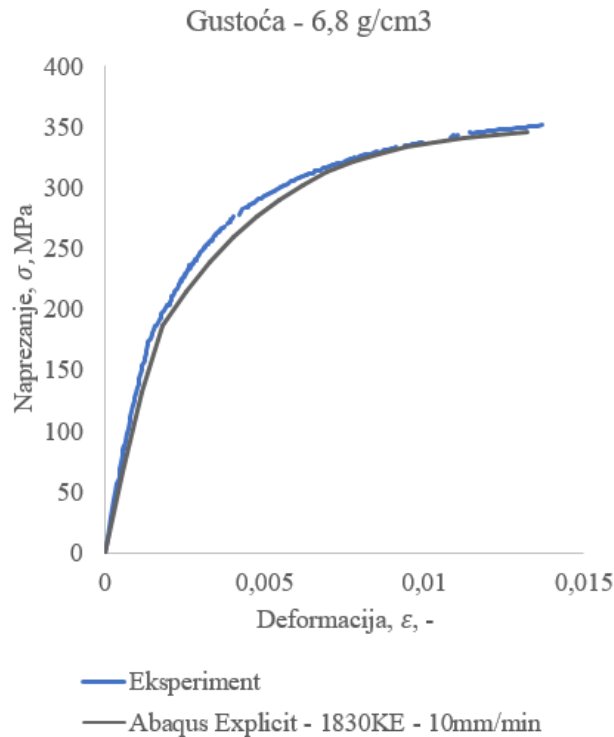
Slika 5.24. Mjesto loma epruvete pri brzini opterećivanja 2 mm/min



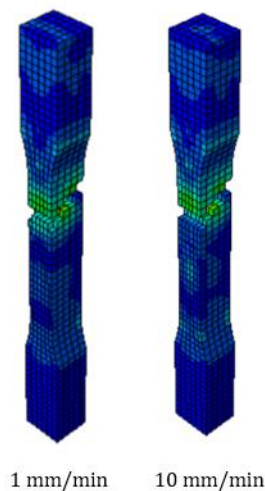
**Slika 5.25. Monotoni vlačni test pri brzini opterećivanja 1 mm/min
i numerička simulacija pri brzini opterećivanja 5 mm/min**



Slika 5.26. Mjesto loma epruvete pri brzini opterećivanja 5 mm/min



Slika 5.27. Monotoni vlačni test pri brzini opterećivanja 1 mm/min i numerička simulacija pri brzini opterećivanja 10 mm/min



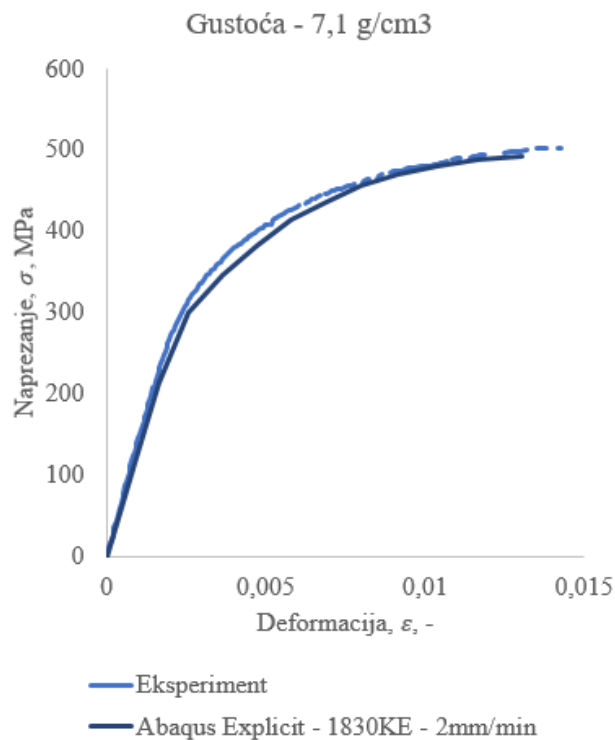
Slika 5.28. Mjesto loma epruvete pri brzini opterećivanja 10 mm/min

Iz slika vidimo da promjena brzine opterećivanja za ovako postavljen numerički model nema neki značajni utjecaj na lomno ponašanje epruvete.

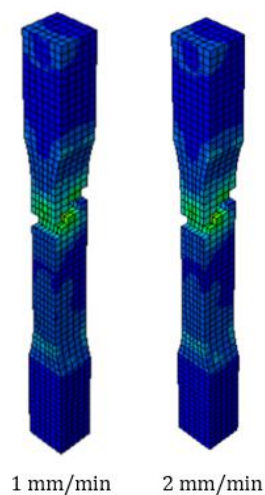
5.6.3. Sinterirani čelik gustoće 7,1 g/cm³

U ovom dijelu prikazani su rezultati numeričkih simulacija za epruvetu gustoće 7,1 g/cm³. Na slikama 5.29., 5.31. i 5.33. prikazani su rezultati eksperimentalnih ispitivanja pri brzini opterećivanja 1 mm/min i numeričke simulacije za opisani materijalni model izotropnog

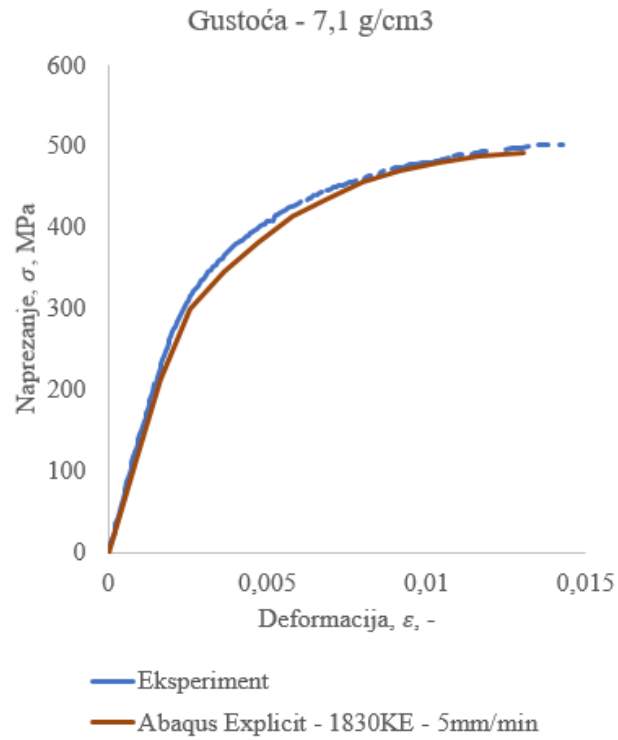
očvršćenja i zadane parametre lomnog oštećenja za različite brzine opterećivanja. Na slikama 5.30., 5.32. i 5.34. dana je usporedba mjesta loma epruvete opterećene pri brzini opterećivanja 1 mm/min i epruveta opterećenih različitim brzinama vrtnje.



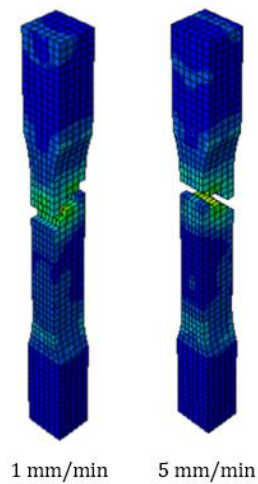
Slika 5.29. Monotoni vlačni test pri brzini opterećivanja 1 mm/min i numerička simulacija pri brzini opterećivanja 2 mm/min



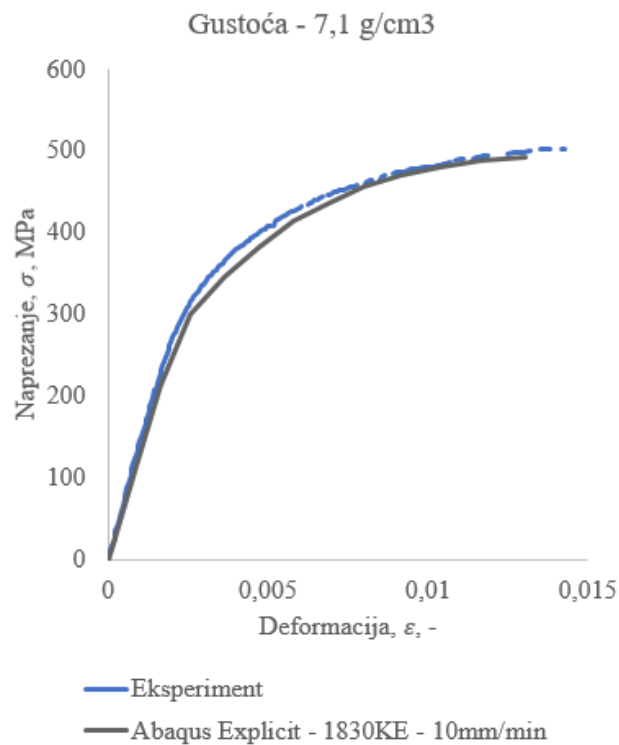
Slika 5.30. Mjesto loma epruvete pri brzini opterećivanja 2 mm/min



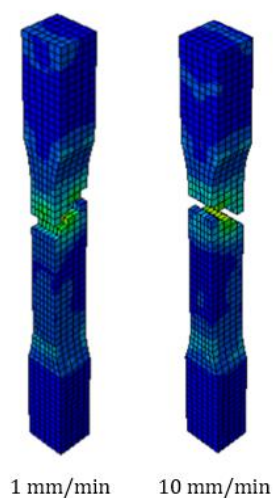
Slika 5.31. Monotoni vlačni test pri brzini opterećivanja 1 mm/min i numerička simulacija pri brzini opterećivanja 5 mm/min



Slika 5.32. Mjesto loma epruvete pri brzini opterećivanja 5 mm/min



Slika 5.33. Monotoni vlačni test pri brzini opterećivanja 1 mm/min i numerička simulacija pri brzini opterećivanja 10 mm/min



Slika 5.34. Mjesto loma epruvete pri brzini opterećivanja 10 mm/min

Iz slika vidimo da promjena brzine opterećivanja za ovako postavljen numerički model nema neki značajni utjecaj na lomno ponašanje epruvete.

6. Zaključak

U radu je bilo potrebno opisati utjecaj brzine opterećivanja na lomno ponašanje sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C. Da bi se razmotrio utjecaj brzine, prvo je opisano konstitutivno ponašanje materijala i određeni su parametri lomnog ponašanja materijala. Opisan je način provođenja numeričkih simulacija primjenom eksplicitnih metoda. Numerički proračuni su provedeni na epruvetama triju različitih gustoća: $6,5 \text{ g/cm}^3$, $6,8 \text{ g/cm}^3$ i $7,1 \text{ g/cm}^3$.

Na početku rada kroz opisani proces metalurgije praha objašnjeno je koji procesi prethode nastanku proizvoda od sinteriranog čelika. Važno je napomenuti da postoje četiri procesa proizvodnje koji su u jednakoj mjeri zaslužni za proizvodnju konačnog proizvoda s zahtijevanim karakteristikama i svojstvima. Nadalje, dan je uvid u metodu konačnih elemenata koja služi kao podloga za rješavanje numeričkih problema. Pojašnjeno je i funkcioniranje ugrađene eksplicitne integracijske sheme u *Abaqusovom* rješavaču *Explicit*. Objasnjeno je način zadavanja materijalnih svojstava ispitnog uzorka kao i model oštećenja te način na koji rješavač implementira ta ista svojstva i uvodi ih u proračun potreban za rješavanje nelinearnih problema. U ovom je radu simuliran monotoni vlačni test na tri ispitna uzorka različitih gustoća. U programskim paketima *Abaqus/Standard* i *Abaqus/Explicit* zadano je opterećenje, rubni uvjeti i materijalna svojstva koja simuliraju uvjete provedbe eksperimenta. Dobiveni rezultati nakon provedene analize prikazuju zadovoljavajuće podudaranje s eksperimentalno dobivenim podacima.

Prilikom provedbe numeričkih simulacija ispitan je utjecaj gustoće mreže konačnih elemenata na rezultate. Primijenjene su tri mreže koje se sastoje od 704, 1830 i 6480 konačnih elemenata. Rezultati dobiveni trima mrežama vrlo malo se razlikuju. Ova činjenica važna je zbog vremena potrebnog za provođenje simulacije koje ovisi o gustoći mreže konačnih elemenata.

Za definiranje konstitutivnog ponašanja korišteni su modeli izotropnog i kinematičkog materijalnog očvršćivanja. No, zbog provedbe monotonog ispitivanja, a ne cikličkog ispitivanja, kinematičko materijalno očvršćivanje nije došlo da izražaja.

Nadalje, iz rezultata vidljivo je podudaranje inicijacije oštećenja i konačnog loma s eksperimentalno dobivenom krivuljom naprezanja i deformacija. Treba napomenuti da je u ovom radu korišten najjednostavniji model oštećenja. Odabirom nekog složenijeg modela oštećenja moguće je dobiti više podudaranja, to jest točnije rezultate.

Naposljetku, vidi se da za dostupne materijalne parametre brzina opterećivanja nema utjecaj na lomno ponašanje sinteriranog čelika. Nažalost, u trenutku izrade diplomskog rada nije bilo

možnosti provedbe dodatnih eksperimentalnih ispitivanja pri različitim brzinama opterećivanja, kako bi se preciznije opisao utjecaj brzine opterećivanja.

LITERATURA

- [1] <https://www.omcd.it/powder-metallurgy-hard-metal-history/#:~:text=This%20implies%20that%2C%20objects%20made,hammered%20into%20the%20desired%20shape>
- [2] <https://www.iqsdirectory.com/articles/powder-metal-parts/powder-metallurgy.html>
- [3] Upadhyaya G. S., Powder Metallurgy Technology, Cambridge international Science Publishing, Cambridge, 2002.
- [4] Tsutsui T., Recent Technology of Powder Metallurgy and Applications, Hitachi Chemical Technical Report No. 54
- [5] [Angelo P.C.; Subramanian R.; Ravisankar B., POWDER METALLURGY: Science, Technology and Applications, Second Edition, PHI, Delhi, 2008.](#)
- [6] L. Slokar, Metalurgija praha i sinter materijali, Sveučilište u Zagrebu, Metalurški fakultet, Sisak, 2015.
- [7] Ericsson H., Influence of Notches on Fatigue Behaviour of PM Steels, Master's thesis, Luleå university of technology, Luleå, 2003.
- [8] Höganäs Handbook for Sintered Components, Sintered iron-based materials
- [9] Höganäs Handbook for Sintered Components, Iron and steel powders for sintered components
- [10] Sorić, J., Metoda konačnih elemenata, Golden marketing Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [11] Hrnjica, B., Metoda konačnih elemenata, I. izdanje, Univerzitet u Bihaću, Bihać, 2022.
- [12] Abaqus, CAE, Dessault Systèmes Simulia Corp., Abaqus Analysis User's Guide, Providence RI, USA, 2010.
- [13] Ratković, J., Numeričke metode nelinearne analize konstrukcija, Seminarski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2023.
- [14] Frigić, L.; Hudec, M., Mehanika kontinuuma i reologija, Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb, 2006.

- [15] Lovrenić-Jugović, M., Numeričko i eksperimentalno modeliranje procesa deformiranja kortikalnog koštanog tkiva, Disertacija, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012.
- [16] Pustačić D.; Cukor I., Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti, Sažetak predavanja, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2009.
- [17] Mlinarić, M., Mikromehaničko modeliranje oštećenja u sinteriranom čeliku, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2020.
- [18] Rako, J., Određivanje parametara loma sinteriranog čelika metodom faznog polja, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2023.
- [19] Alfirević, I., Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2003.
- [20] Begić, A., Modeliranje konstitutivnog ponašanja sinteriranog čelika pri monotonom i cikličkom opterećenju, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2022.
- [21] Zhang, W.; Cai, Y., Continuum Damage Mechanics and Numerical Application, Zhejiang University Press, Hangzhou, 2010.
- [22] Begović, N., Numeričko modeliranje oštećenja na mikrostrukturi sinteriranog čelika, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2021.