

Analiza performansi jedrilice

Fabečić, Tommy

Undergraduate thesis / Završni rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:682496>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-03**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Tommy Fabečić

Zagreb, 2023. godina.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Analiza performansi jedrilice

Mentori:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak, dipl. ing.

Student:

Tommy Fabečić

Zagreb, 2023. godina.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku na prenesenom znanju, savjetima i pomoći oko izrade ovog završnog rada.

Zahvaljujem se svojoj obitelji i prijateljima na pruženoj podršci i razumijevanju tijekom studija.

Tommy Fabečić



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 23 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 23 -	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Tommy Fabečić** JMBAG: **0035222235**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza performansi jedrilice**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Sailplane performance analysis**

Opis zadatka:

Za jedrilicu kao zrakoplov bez pogona od interesa su performanse doleta i istrajnosti leta s obzirom na raspoloživu visinu leta. Predmet analize rada su performanse odabrane jedrilice koja bi bila prikladna za modifikaciju dodavanja električnog pogona.

U završnom radu za razmatranu jedrilicu odabrane geometrije potrebno je:

- prikazati geometriju jedrilice i sve korištene podatke;
- odrediti aerodinamički koeficijent sile otpora;
- procijeniti iznos maksimalnog koeficijenta sile uzgona;
- analizirati odabrane performanse promatrane jedrilice;
- usporediti odgovarajuće performanse promatrane jedrilice s dostupnim rezultatima sličnih jedrilica te jedrilica s pogonom.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2022.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Datum predaje rada:

1. rok: 20. 2. 2023.
2. rok (izvanredni): 10. 7. 2023.
3. rok: 18. 9. 2023.

Predvideni datumi obrane:

1. rok: 27. 2. – 3. 3. 2023.
2. rok (izvanredni): 14. 7. 2023.
3. rok: 25. 9. – 29. 9. 2023.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA	IV
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY	VII
1. UVOD.....	1
2. GEOMETRIJSKE ZNAČAJKE.....	1
2.1. Krilo	7
2.2. Tijelo	8
2.3. Horizontalni rep.....	8
2.4. Vertikalni rep.....	9
2.5. Zrakoplov.....	10
3. PROCJENA IZNOSA MAKSIMALNOG KOEFICIJENTA SILE UZGONA.....	11
4. ODREĐIVANJE AERODINAMIČKOG KOEFICIJENTA SILE OTPORA	14
4.1. Nulti uzgon.....	14
4.1.1. Krilo	14
4.1.2. Tijelo.....	15
4.1.3. Horizontalni rep.....	16
4.1.4. Vertikalni rep.....	18
4.1.5. Dodatni otpor.....	19
4.1.6. Ukupni nulti otpor.....	19
4.2. Koeficijent induciranog otpora i ukupni otpor.....	20
5. ANALIZA PERFORMANSI JEDRILICE.....	22
5.1. Dolet.....	23
5.2. Istrajnost.....	28
6. ZAKLJUČAK.....	37
LITERATURA.....	39

POPIS SLIKA

Slika 1.	Prikaz jedrilice kompanije Alexander-Schleicher modela ASG-32.....	1
Slika 2.	Inačica ASG-32 EL s električnim pogonom.....	2
Slika 3.	CAD model jedrilice	3
Slika 4.	Prikaz aeroprofila EPPLER 393.....	4
Slika 5.	Prikaz aeroprofila EPPLER 393.....	4
Slika 6.	Geometrijske značajke u bokocrtu.....	5
Slika 7.	Geometrijske značajke u tlocrtu.....	5
Slika 8.	Pojednostavljen model trupa.....	8
Slika 9.	Funkcija $C_1(\lambda)$	11
Slika 10.	Funkcija $f_L(\Lambda_{LE}, \Delta y)$	12
Slika 11.	Maksimalni koeficijent sile uzgona profila C_{lmax} u ovisnosti o relativnoj debljini profila \bar{t}	13
Slika 12.	Prikaz prijelazno Re_t kao funkcija Machovog broja i hrapavosti.....	17
Slika 13.	Polara jedrilice.....	21
Slika 14.	Prikaz ovisnosti doleta x_{max} o raspoloživoj visini leta h	24
Slika 15.	Potrebna brzina leta za režim najvećeg doleta u ovisnosti o raspoloživoj visini leta i usporedba za različita stanja atmosfere.....	25
Slika 16.	Potrebna vertikalna brzina leta za režim najvećeg doleta u ovisnosti o raspoloživoj visini leta i usporedba za različita stanja atmosfere.....	26
Slika 17.	Promjena brzine leta za režim najvećeg doleta na određenoj visini u ovisnosti o postavljenoj masi balasta vode	27
Slika 18.	Promjena vertikalne brzine spuštanja za režim najvećeg doleta na određenoj visini u ovisnosti o postavljenoj masi balasta vode	27
Slika 19.	Grafički prikaz ovisnosti istrajnosti o raspoloživoj visini leta i gustoći zraka na promatranoj visini	30
Slika 20.	Grafički prikaz ovisnosti istrajnosti o raspoloživoj visini leta i gustoći zraka na promatranoj visini	31
Slika 21.	Ovisnost istrajnosti o masi jedrilice na različitim visinama leta	32
Slika 22.	Promjena istrajnosti s obzirom na napunjenost balastom vode za različite visine leta	33
Slika 23.	Brzina leta za režim najveće istrajnosti u ovisnosti o raspoloživoj visini leta i usporedba za različita stanja atmosfere	34
Slika 24.	Minimalna brzina spuštanja za režim najveće istrajnosti u ovisnosti o raspoloživoj visini leta i usporedba za različita stanja atmosfere	35
Slika 25.	Promjena brzine leta za režim najveće istrajnosti na određenoj visini u ovisnosti o postavljenoj masi balasta vode	35
Slika 26.	Promjena minimalne brzine spuštanja za režim najveće istrajnosti na određenoj visini u ovisnosti o postavljenoj masi balasta vode	36

POPIS TABLICA

Tablica 1. Geometrijske značajke	6
Tablica 2. Nulti otpor za svaki segment i postotni udio u ukupnom nultom otporu	19
Tablica 3. Prikaz rezultata doleta ovisno o visini na kojoj se jedrilica nalazi.....	24
Tablica 4. Prikaz dobivenih rezultata istrajnosti u ovisnosti o visini i gustoći zraka	29
Tablica 5. Prikaz dobivenih rezultata za različite visine i atmosfere	30
Tablica 6. Rezultati istrajnosti za različite vrijednosti mase balasta na određenim visinama	33

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
ΔC_D	/	Dodatni otpor
ΔC_{Lmax}	/	korekcija maksimalnog uzgona za $\Delta Ma = Ma - 0.2$
Δh	m	Promjena visine leta
Δt	s	Promjena vremena
Δy	m	Parametar profila
Λ_{LE}	rad	Kut strijele napadnog brida
$\Lambda_{\frac{1}{4}}$	rad	Kut strijele na 25 % tetive
Λ_t	rad	Kut strijele na mjestu najveće debljine
γ	rad	Kut spuštanja
γ_{min}	rad	Minimalni kut spuštanja
λ	/	Suženje krila
ρ	$\frac{kg}{m^3}$	Gustoća zraka
ν	$\frac{m^2}{s}$	Kinematička viskoznost zraka
AR	/	Vitkost krila
b	m	Raspon krila s podtrupnim dijelom
b_w	m	Raspon dvaju polukrila
C_1	/	Eksperimentalna funkcija
C_D	/	Ukupni koeficijent otpora
C_{D0}	/	Koeficijent nultog otpora
C_{Db}	/	Koeficijent otpora baze
C_{Df}	/	Koeficijent otpora trenja
C_{Di}	/	Koeficijent induciranog otpora
C_{Dw}	/	Koeficijent valnog otpora
C_L	/	Koeficijent uzgona
C_{Lmax}	/	Maksimalni koeficijent uzgona
C_{lmax}	/	Koeficijent maksimalnog uzgona koji ovisi o \bar{t}
c	$\frac{m}{s}$	Brzina zvuka
c_0	m	Tetiva krila na mjestu uzdužne osi tromosti
c_A	m	Aerodinamička tetiva
c_d	/	Koeficijent otpora profila
$(c_f)_{ploče}$	/	Koeficijent otpora ploče
c_r	m	Tetiva u korijenu krila
c_t	m	Tetiva na vrhu krila
D	N	Aerodinamička sila otpora

d_{BW}	m	Promjer trupa između dva polukrila
d_{max}	m	Najveći promjer trupa
e	/	Oswaldov faktor efikasnosti
F_F	/	Korekcija zbog relativne debljine
F_{Ma}	/	Korekcija za stlačivost
F_S	/	Koeficijent otpora krila prema koeficijentu otpora profila
f	/	Vitkost trupa
f_L	/	Koeficijent proporcionalnosti
g	$\frac{m}{s^2}$	Gravitacijska akceleracija
h	m	Visina leta
K	/	Koeficijent inducirano g otpora
L	N	Aerodinamička sila uzgona
l_B	m	Duljina trupa
\bar{l}_t	m	Mjesto prijelaza iz laminarnog u turbulentni granični sloj
Ma	/	Machov broj
m_0	kg	Masa konstrukcije jedrilice
m, m_{uk}	kg	Ukupna masa jedrilice
m_p	kg	Masa pilota
m_{wb}	kg	Masa balasta vode
Re	/	Reynoldsov broj
S_w	m ²	Površina krila
S_{ref}	m ²	Referentna površina
t_{max}	s	Maksimalno vrijeme trajanja leta (istrajnost)
\bar{t}	/	Mjesto najveće debljine relativno u odnosu na tetivu profila
V	$\frac{m}{s}$	Brzina leta
V_{min}	$\frac{m}{s}$	Brzina leta u režimu najveće istrajnosti
V_{stall}	$\frac{m}{s}$	Brzina sloma uzgona
V_V	$\frac{m}{s}$	Vertikalna brzina
V_{Vmin}	$\frac{m}{s}$	Minimalna vertikalna brzina
W	N	Težina zrakoplova
x	m	Horizontalna udaljenost
x_{max}	m	Najveća horizontalna udaljenost (dolet)

SAŽETAK

Cilj ovog završnog rada je analizirati performanse doleta i maksimalnog trajanja leta bezmotorne jedrilice. Model na kojem je napravljena ova analiza nalik je na bezmotoru jedrilicu ASG-32 njemačke kompanije Alexander Schleicher. Iz tako napravljenog modela izvučene su geometrijske značajke neophodne za procjenu nultog otpora jedrilice. Nulti otpor računat je za svaki segment jedrilice zasebno i pretpostavljeno je da će biti konstantan za cijeli raspon brzine leta. Inducirani otpor je određen pomoću Weissingerovog modela noseće linije te je naposljetku određen ukupni otpor, a prikazana je polara jedrilice. Iznos maksimalnog koeficijenta sile uzgona procijenjen je postupkom za letjelice velikih vitkosti krila. Dolet jedrilice određen je prema režimu minimalne potrebne sile i pokazano je kako se dolet mijenja linearno u ovisnosti na raspoloživu visinu letjelice. Grafički su predstavljene potrebna brzina leta i potrebna brzina spuštanja za takav režim. Pokazan je utjecaj povećanja visine, nestandardne atmosfere i povećanje mase balasta na iznose tih brzina. Performansa istrajnosti proračunavala se prema režimu najmanje potrebne snage i također je pokazano kako se mijenja s obzirom na visinu na kojoj se jedrilica nalazi i ta je ovisnost vrlo blago parabolična. Nadalje, pokazano je kako nestandardna atmosfera (toplija i hladnija) utječe na performansu istrajnosti i može se zaključiti da je hladnija povoljnija od standardne, dok toplija narušava maksimalno trajanje leta i daje najlošije rezultate. Osim toga, još je promatrano kako se mijenja istrajnost za neku određenu visinu u ovisnosti o tome s kolikom masom balasta vode napunimo jedrilicu. Zaključeno je kako dodatna masa negativno utječe na maksimalno trajanje leta i razlika u performansama između prazne i pune jedrilice iznosi čak do 10 %. U konačnici su prikazane brzine leta i minimalne vertikalne brzine za raspon promatranih visina i kako dodatno utječe nestandardna atmosfera na iste. Također, kratko je i komentirana dobivena ovisnost brzine leta i minimalne vertikalne brzine spuštanja u ovisnosti o postavljenoj masi balasta vode u jedrilici.

Ključne riječi: jedrilica, koeficijent maksimalnog uzgona, koeficijent ukupnog otpora, polara, dolet, istrajnost

SUMMARY

The goal of this undergraduate thesis is to analyse flight performance of range and endurance of an engineless sailplane. The model for which analysis was made is similar to the ASG-32 sailplane of the German company Alexander Schleicher. From the model created in that way, the geometric features necessary for the evaluation of the zero drag coefficient of the sailplane were extracted. The zero drag coefficient was calculated for each segment of glider separately and it was assumed to be constant for the entire range of flight speed. The induced drag was determined using the Weissinger lifting line model and finally the total drag was determined and the glider polar is also shown. The maximum coefficient of lift is estimated by using the procedure for aircraft with high aspect ratio of wings. The range of the sailplane was determined according to the flight regime of minimum force required and it was proved how the range changes linearly depending on the available flight altitude. The required flight speed and sink speed for such a regime are graphically represented. The influence of flight altitude increase, the influence of non-standard atmosphere and influence of ballast mass increase are shown. The endurance of the sailplane was determined according to the flight regime of minimum power required, and it was also shown how an endurance changes with respect to the flight altitude and this dependence is slightly parabolic. Furthermore, it was shown how a non-standard atmosphere (hot and cold atmosphere) affects endurance performance and it could be concluded that the colder one is more favorable than the standard one, while the warmer one downgrades endurance and provides the worst results. In addition, it was also observed how the endurance changes for a certain flight altitude depending on how much water ballast mass we put in the sailplane. It was concluded that the additional mass negatively affects the endurance and percentage difference between an empty and a full sailplane could be up to 10 %. Finally, the flight speed and minimum sink speed (vertical speed) for the various flight altitudes are represented and additionally how the non-standard atmosphere affects them. Also, it was briefly commented the dependence of the flight speed and minimum vertical speed (sink speed) depending on mass of water ballast putted in the sailplane.

Key words: sailplane, glider, coefficient of maximum lift, coefficient of total drag, polar, range, endurance

1. UVOD

Jedrilice su letjelice teže od zraka koje su u određenim atmosferskim uvjetima u stanju održavati i povećavati visinu leta bez potrebe za pogonom bilo koje vrste. To se postiže aerodinamičkim dizajnom krila s velikim aspektnim odnosom što znači da smo noseću površinu povećali na način da smo povećali raspon a smanjili duljinu tetive krila. Veliki aspektni odnos jedrilici omogućava više uzgona za manji iznos aerodinamičkog otpora te zato jedrilice imaju najveću i najbolju finesu, omjer uzgona i otpora, što znači da mogu prevaliti značajnu udaljenost uz mali pad visine leta u usporedbi s ostalim vrstama zrakoplova. Takav dizajn ima visoku aerodinamičku efikasnost na konto manevarbilnosti. Obzirom na to da je prioritet na efikasnosti i da manevarbilne mogućnosti jedrilice nisu od presudne važnosti, te je takav kompromis zadovoljavajuć. Jedrilice stvaraju dodatni uzgon na krilima pomoću energije zračnih struja u nestabilnoj zemljinoj atmosferi. Tako taj uzgon može biti zbog toplinske energije zračnih struja, posljedica ubrzavanja zračnih struja zbog prilagođavanja obliku prepreke (najčešće planina) te valnih zračnih struja koje nastaju iza prepreke (planina). Ako se radi o bezmotornoj jedrilici, polijetanje i dovođenje na visinu leta moguće je vučom uz pomoć nekog drugog zrakoplova na motorni pogon ili vuča pomoću čelične užadi spojena na trup zrakoplova i pogonjenog vitla. Na slici 1. prikazana je bezmotorna jedrilica kompanije Alexander Schleicher model ASG-32 čija je geometrija bila inspiracija za model zrakoplova koji će biti predmet razmatranja u ovom završnom radu.



Slika 1. Prikaz jedrilice kompanije Alexander-Schleicher modela ASG-32 [1]

Postoji inačica ovog modela jedrilice i s električnim pogonom kao što je prikazano na slici 2., koja je dizajnirana tako da se propeler nalazi spremljen u trupu zrakoplova i ima opciju izvlačenja. Tako električni model jedrilice može poletjeti bez potrebe vuče te kada postigne neku određenu visinu ima opciju isključiti pogon i spremi u trup jedrilice te dalje može letjeti s letnim performansama kao bezmotorna jedrilica. Osim električne inačice postoji i treća varijacija a ona je pogonjena motorom s unutrašnjim izgaranjem ASG-32 MI.

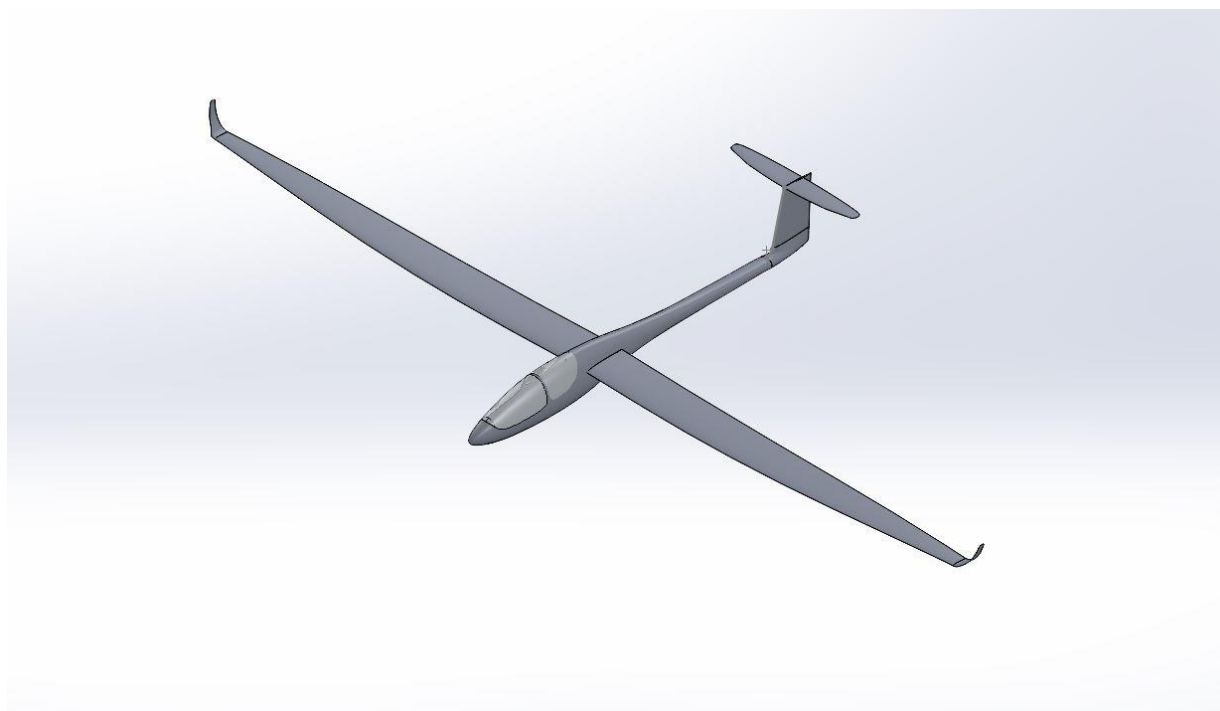


Slika 2. Inačica ASG-32 EL s električnim pogonom [1]

Danas se jedrilice koriste u sportske i rekreativne svrhe. U zrakoplovnom jedriličarstvu natječu se piloti u postizanju apsolutne visine i brzine na zadanim letnim rutama, ali također i što duljem zadržavanju jedrilice u zraku, takozvanoj istrajnosti leta te ostvarivanju što veće duljine puta, takozvanom doletu. Upravo će istrajnost i dolet biti performanse koje će se detaljno analizirati u ovom radu.

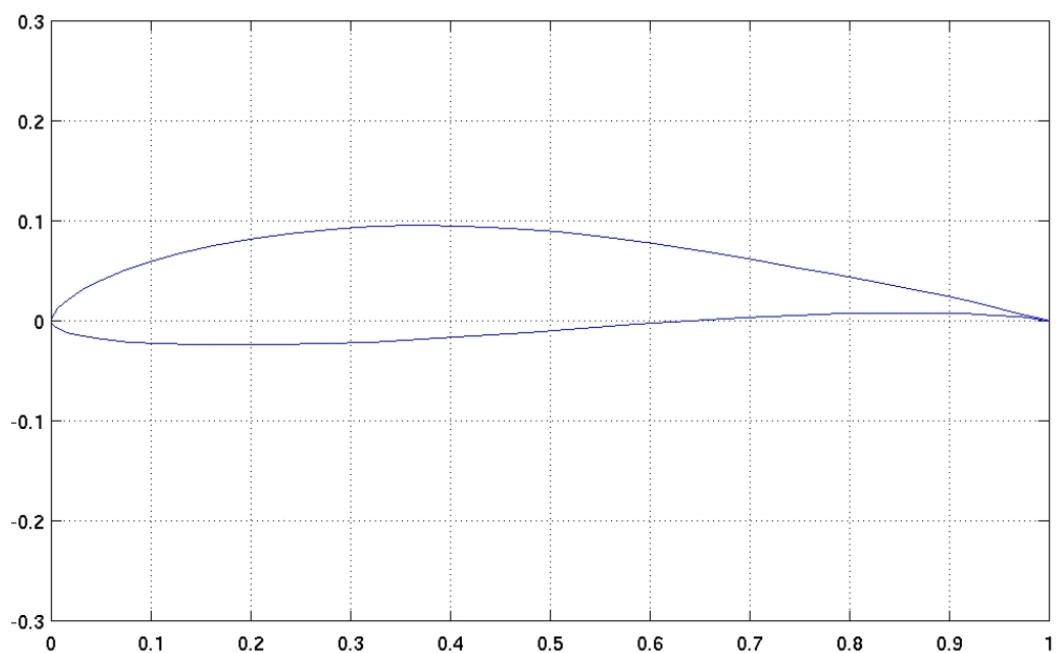
2. GEOMETRIJSKE ZNAČAJKE

Prema dostupnim podacima na [1] u programskom paketu SolidWorks napravljen je model jedrilice s geometrijom nalik na Alexander Schleicher ASG-32. Na slici 3. prikazan je CAD model jedrilice iz kojeg se dobiju izmjere bitnih geometrijskih značajki za krilo, trup i rep zrakoplova. Bitno je naglasiti kako je model inspiriran jedrilicom ASG-32 te iz tog razloga geometrijske izmjere na modelu nisu nužno u korespondenciji sa stvarnom geometrijom jedrilice.



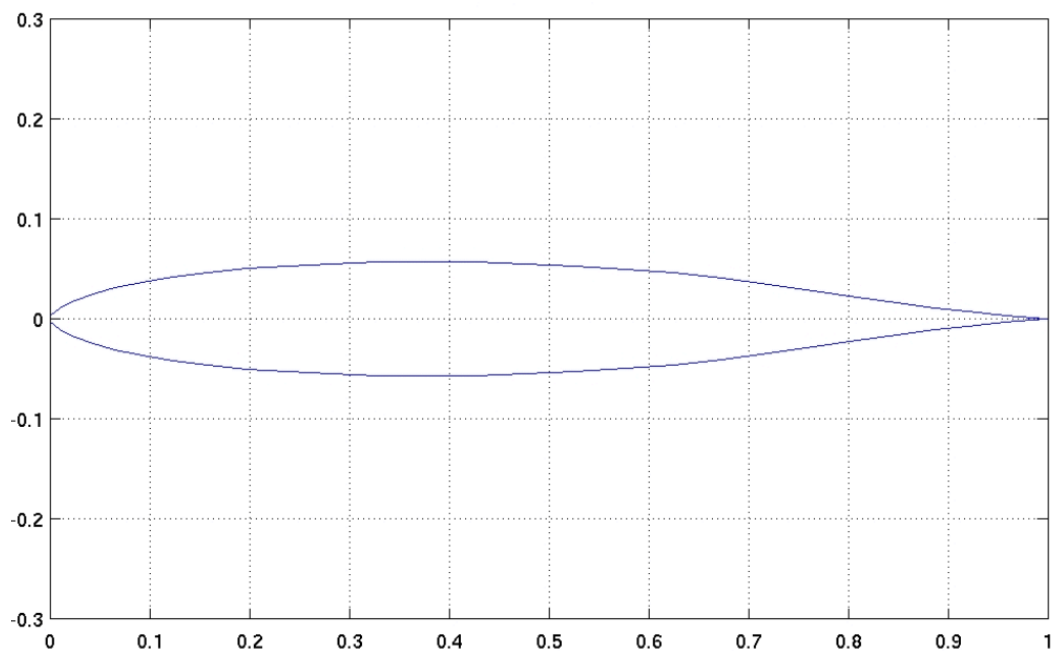
Slika 3. CAD model jedrilice

Zbog nedostatka podataka i radi jednostavnosti, za svaku noseću površinu, izuzev vertikalnog repa, izabran je nesimetrični aeroprofil Eppler 393 koji se često koristi kod jedrilica. Za profil vertikalnog repa izabran je simetričan profil Eppler 297. Prema [2] najveća debljina Eppler 393 profila iskazana u multiplama tetive iznosi 0.115, na mjestu apscise 0.323, također izraženoj u multiplama tetive. U literaturi [3] dostupne su koordinate točaka aeroprofila. One su nam potrebne kako bismo odredili parametar Δy koji će biti potreban za procjenu maksimalnog koeficijenta sile uzgona. Koordinata apscise koja je vezana za ordinatu Δy prema [4] nalazi se na 6 % tetive krila. Za tako određenu apscisu iz [3] pronađemo dvije točke između kojih se nalazi te linearnom interpolacijom izračunamo vrijednost ordinate Δy . Taj parametar za odabrani aeroprofil iznosi $\Delta y = 0.037$ m. Odabrani profil prikazan je na slici 4.



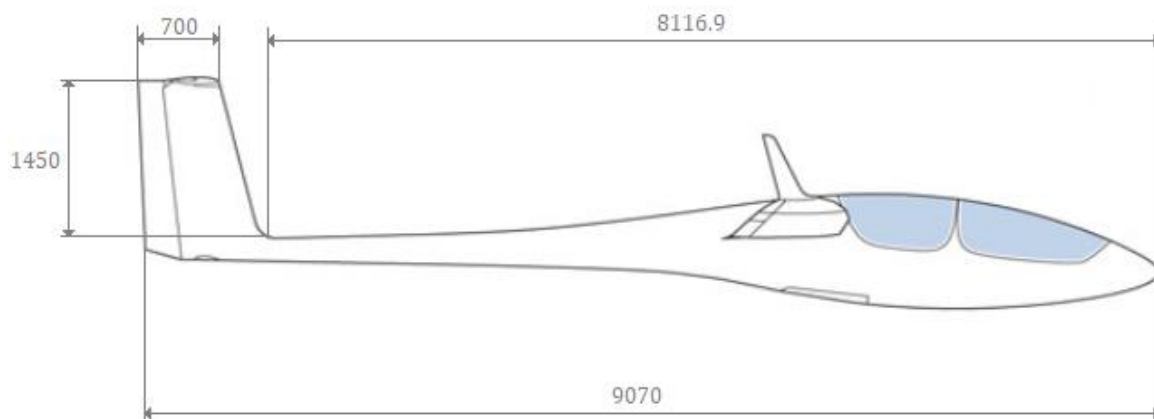
Slika 4. Prikaz aeroprofila EPPLER 393 [2]

Kod simetričnog Eppler 297 profila najveća relativna debljina iznosi 0.377 na mjestu 0.114 relativno u odnosu na tetivu profila [5].

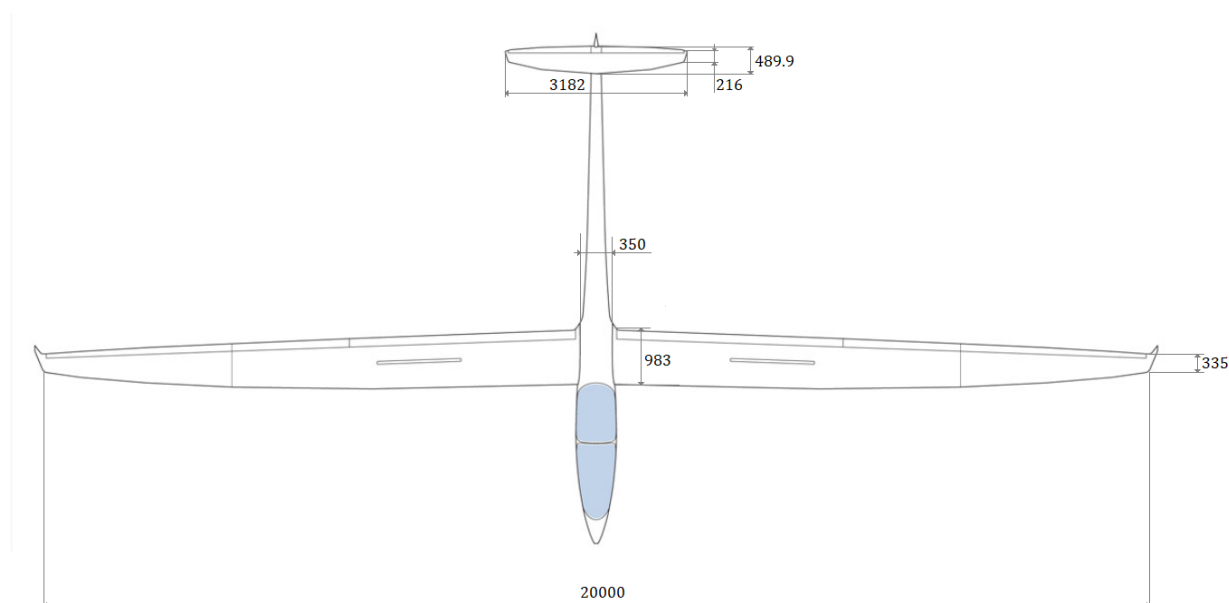


Slika 5. Prikaz aeroprofila EPPLER 297 [2]

Na slici 6. i slici 7. prikazana je jedrilica u bokocrtu i tlocrtu s kotiranom geometrijom. Sve vrijednosti izražene su u milimetrima.



Slika 6. Geometrijske značajke u bokocrtu



Slika 7. Geometrijske značajke u tlocrtu

Procijenjene vrijednosti geometrijskih značajki sa slike 6. i slike 7., dobivene po uzoru na dostupan izvor [1], za segmente jedrilice koje će nam biti potrebne za procjenu nultog ili parazitskog otpora zrakoplova. Segmenti jedrilice s dobivenim izmjerama prikazani su u tablici 1.

Tablica 1. Geometrijske značajke

KRILO	
Karakteristike aeroprofila	Eppler 393 $\bar{t} = 0.115$ $\bar{x}_t = 0.323$ $\Delta y = 0.037 \text{ m}$
Raspon krila s podtrupim dijelom	$b = 20 \text{ m}$
Raspon dva polukrila	$b_w = 19.65 \text{ m}$
Korijenska tetiva	$c_r = 0.983 \text{ m}$
Vršna tetiva	$c_t = 0.335 \text{ m}$
Kut strijele napadnog brida	$\Lambda_{LE} = 0.0698 \text{ rad}$
Kut strijele na $\frac{1}{4}$ tetive	$\Lambda_{\frac{1}{4}} = 0.0534 \text{ rad}$
Kut strijele na mjestu maksimalne debljine profila	$\Lambda_t = 0.00086 \text{ rad}$
TIJELO	
Duljina trupa	$l_B = 9.07 \text{ m}$
Maksimalni promjer trupa	$d_{max} = 0.73 \text{ m}$
Promjer trupa između krila	$d_{Bw} = 0.35 \text{ m}$
HORIZONTALNI REP	
Karakteristike aeroprofila	Eppler 393 $\bar{t} = 0.115$ $\bar{x}_t = 0.323$
Raspon horizontalnog repa	$b_h = 3.182 \text{ m}$
Raspon kormila visine	$b_\delta = 3 \text{ m}$
Korijenska tetiva	$c_{rh} = 0.4899 \text{ m}$
Vršna tetiva	$c_{th} = 0.216$

VERTIKALNI REP	
Karakteristike aeroprofila	Eppler 297 $\bar{t} = 0.114$ $\bar{x}_t = 0.377$
Raspon vertikalnog repa	$\frac{1}{2} b_v = 1.45 \text{ m}$
Korijenska tetiva	$c_{rv} = 0.9531 \text{ m}$
Vršna tetiva	$c_{tv} = 0.7 \text{ m}$

2.1. Krilo

Kao segment krila promatrat ćemo dva spojena polukrila bez trupa. Tada će površina krila bez podtrupnog dijela iznositi

$$S_w = \frac{b_w(c_r + c_t)}{2} = 12.95 \text{ m}^2 \quad (2.1)$$

Aspektni odnos (vitkost) krila je

$$AR = \frac{b_w^2}{S_w} = 29.82 \quad (2.2)$$

a suženje krila λ određujemo prema

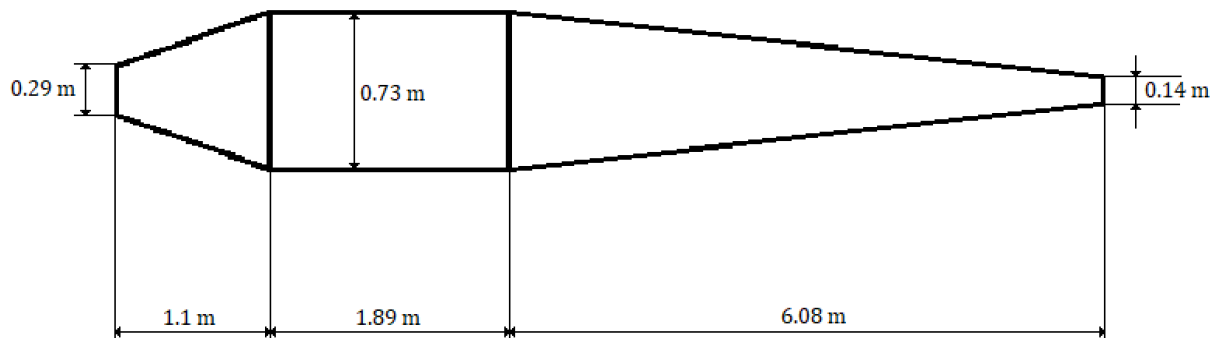
$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} = 0.341 \quad (2.3)$$

gdje su AR i λ bezdimenzijske veličine. Tada je aerodinamička tetiva krila

$$c_A = \frac{4 S_w}{3 b_w} \left[1 - \frac{\lambda}{(\lambda + 1)^2} \right] = 0.715 \text{ m} \quad (2.4)$$

2.2 Tijelo

Kod trupa ili tijela zrakoplova bitna nam je samo opstrujavana površina trupa. Geometriju trupa ćemo pojednostaviti pomoću dva krnja stošca i jednim cilindrom. Pojednostavljeni model trupa s izmjerama iskazanim u metrima prikazan je na slici 5.



Slika 8. Pojednostavljen model trupa

Ukupnu površinu dobit ćemo zbrojem opstrujivanih površina triju djela

$$S_B = 1.76 + 4.34 + 8.31 = 14.41 \text{ m}^2 \quad (2.5)$$

2.3. Horizontalni rep

Korisna površina horizontalnog stabilizatora sa 'T' konfiguracijom repnih površina iznosi

$$S_h = (c_{rh} + c_{th}) \frac{b_h}{2} = 1.123 \text{ m}^2 \quad (2.6)$$

suženje horizontalnog repa

$$\lambda_h = \frac{c_{th}}{c_{rh}} = 0.441 \quad (2.7)$$

strijela napadnog brida repa

$$\Lambda_{LEh} = \arctan\left(\frac{c_{rh} - c_{th}}{\frac{1}{2}b_h}\right) = 0.171 \text{ rad} \quad (2.8)$$

strijela na mjestu najveće debljine profila

$$\Lambda_{th} = \arctan \left(\tan \Lambda_{LEh} - \bar{x}_t \frac{c_{rh} - c_{th}}{\frac{1}{2} b_h} \right) = 0.117 \text{ rad} \quad (2.9)$$

duljina aerodinamičke tetive horizontalnog repa je

$$c_{Ah} = \frac{4 S_h}{3 b_h} \left[1 - \frac{\lambda_h}{(\lambda_h + 1)^2} \right] = 0.3706 \text{ m} \quad (2.10)$$

2.4. Vertikalni rep

Izložena površina vertikalnog repa u zračnoj struji

$$S_v = (c_{rv} + c_{tv}) \frac{b_v}{2} = 1.199 \text{ m}^2 \quad (2.11)$$

suženje vertikalnog repa

$$\lambda_v = \frac{c_{tv}}{c_{rv}} = 0.735 \quad (2.12)$$

strijela napadnog brida

$$\Lambda_{LEv} = \arctan \left(\frac{c_{rv} - c_{tv}}{\frac{1}{2} b_v} \right) = 0.173 \text{ rad} \quad (2.13)$$

strijela na mjestu najveće debljine profila

$$\Lambda_{tv} = \arctan \left(\tan \Lambda_{LEv} - \bar{x}_t \frac{c_{rv} - c_{tv}}{\frac{1}{2} b_v} \right) = 0.109 \text{ rad} \quad (2.14)$$

duljina aerodinamičke tetive određuje se prema standardnom obrascu za trapeznu noseću površinu

$$c_{Av} = \frac{2}{3} c_{rv} \left(1 + \frac{\lambda_v^2}{1 + \lambda_v} \right) = 0.833 \quad (2.15)$$

2.5. Zrakoplov

Za proračun otpora još je potrebna referentna površina krila koju dobivamo tako da u jednadžbu za površinu krila umjesto korijenske tetive c_r stavljamo tetivu krila koja se nalazi na uzdužnoj osi tromosti zrakoplova c_0 .

$$c_0 = c_t + \frac{1}{2}b \cdot \tan \Lambda_{LE} = 1.034 \text{ m} \quad (2.16)$$

pa referentna površina iznosi

$$S_{ref} = \frac{1}{2}(c_0 + c_t)b = 13.69 \text{ m}^2 \quad (2.17)$$

Bitno je navesti kako će se daljnji proračuni vršiti pod pretpostavkom da je jedrilica ispunjena maksimalnom količinom balasta vode koji iznosi 120 l [1], što približno odgovara masi od $m_{wb} = 120 \text{ kg}$. Masa prazne jedrilice prema [1] iznosi $m_0 = 490 \text{ kg}$, a kao masu pilota uzet ćemo globalno prosječnu masu čovjeka koja iznosi $m_p = 75 \text{ kg}$. Tada će ukupna masa jedrilice biti suma mase prazne jedrilice i suma balasta vode u tankovima krila jedrilice.

$$m_{uk} = m_0 + m_p + m_{wb} = 685 \text{ kg} \quad (2.18)$$

Masa balasta vode je promjenjiva veličina jer jedrilice tijekom leta ispuštaju vodu iz tankova i prije slijetanja su obvezne potpuno isprazniti tankove da se postigne što je moguće blaže slijetanje, odnosno izbjegne tvrdo slijetanje.

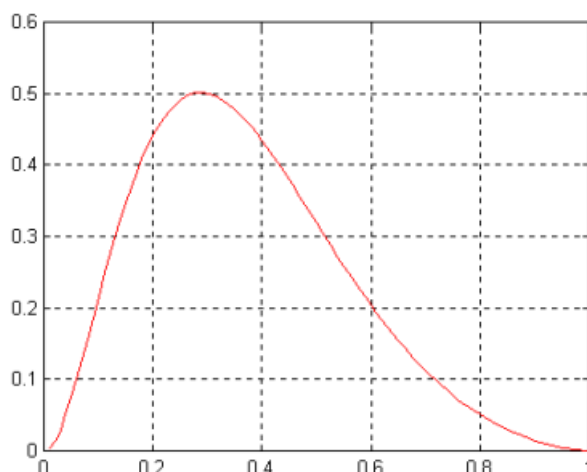
3. PROCJENA IZNOSA MAKSIMALNOG KOEFICIJENTA SILE

UZGONA

Prema literaturi [4] za postupak procjene maksimalnog koeficijenta sile uzgona najprije se određuje granica između krila malih i velikih vitkosti, AR_B , jer se i sami postupak za iste razlikuje. Ta granica ovisi o Machovom broju i obliku krila zrakoplova, a određuje se prema izrazu:

$$AR_B = \frac{3\sqrt{|1 - Ma^2|}}{[C_1(\lambda) + 1] \cos \Lambda_{LE}} \quad (3.1)$$

gdje je Ma Machov broj, λ suženje krila te Λ_{LE} kut strijele napadnog brida krila. Eksperimentalnu funkciju $C_1(\lambda)$ iščitavamo iz slike 9. te ono za $\lambda = 0.341$ iznosi $C_1(\lambda) = 0.45$.



Slika 9. Funkcija $C_1(\lambda)$ [4]

Machov broj predstavlja omjer brzine leta u odnosu na brzinu zvuka. Iznos brzine zvuka možemo uzet za visinu od 1000 m pa će ona prema ISO 2533 standardnoj atmosferi [4] iznositi $c = 336.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Kao referentnu brzinu leta uzet ćemo $V = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ pa tada Machov broj iznosi

$$Ma = \frac{V}{c} = 0.0892 \quad (3.2)$$

Za prethodno definirani oblik krila i Machov broj dobiva se granica malih i velikih vitkosti krila AR_B

$$AR_B = \frac{3\sqrt{|1 - Ma^2|}}{[C_1(\lambda) + 1] \cos \Lambda_{LE}} = 2.066 \quad (3.3)$$

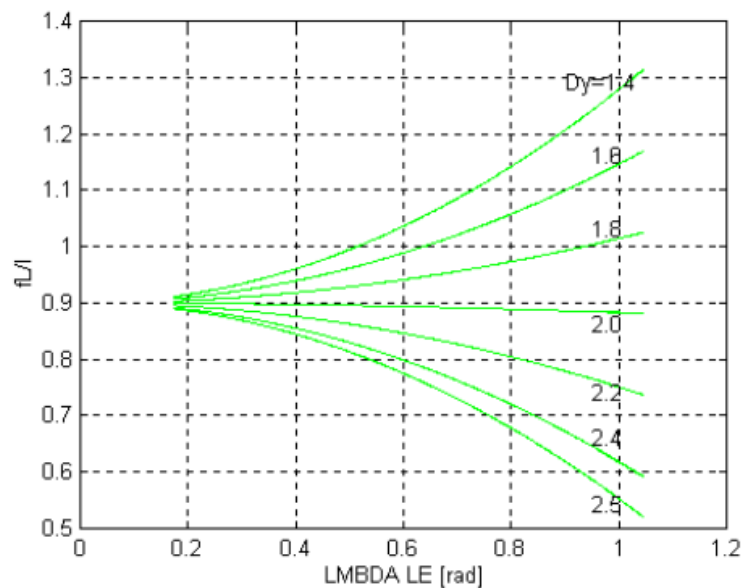
Vitkost krila razmatrane jedrilice jest

$$AR = \frac{b_w^2}{S_w} = 29.816 \quad (3.4)$$

Dakle $AR > AR_B$, što znači da ćemo procjenu maksimalnog koeficijenta sile uzgona vršiti prema postupku za krila velikih vitkosti. Primjena postupka uvjetovana je ograničenjem do vrijednosti Machovog broja $Ma = 0.6$, no s obzirom na to da jedrilica leti pri vrlo niskim vrijednostima Machovog broja ovaj uvjet je ispunjen u cijelom rasponu operativnih brzina jedrilice. Maksimalni koeficijent sile uzgona suma je dvaju članova

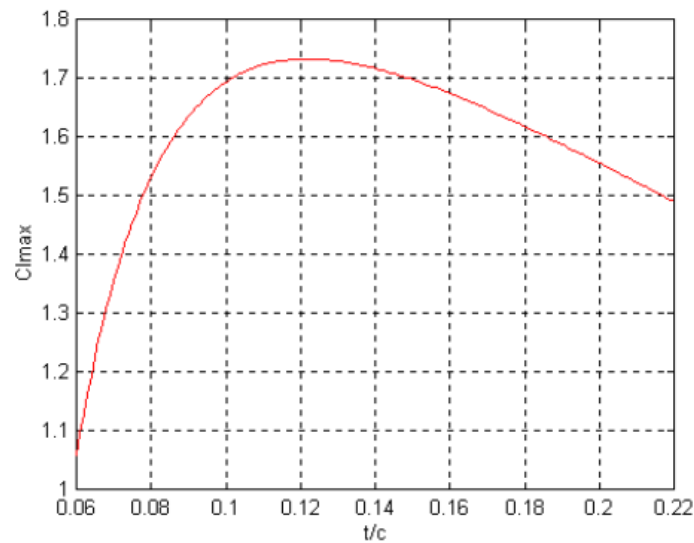
$$C_{Lmax} = f_{\frac{L}{\bar{t}}} C_{lmax} + \Delta C_{Lmax} \quad (3.5)$$

Prvi član $f_{\frac{L}{\bar{t}}} C_{lmax}$ predstavlja koeficijent maksimalnog uzgona krila pri Machovom broju $Ma = 0.2$ gdje su $f_{\frac{L}{\bar{t}}}$ koeficijent proporcionalnosti koji ovisi o Λ_{LE} i Δy , C_{lmax} koeficijent maksimalnog uzgona profila koji ovisi o relativnoj debljini profila \bar{t} , a drugi član ΔC_{Lmax} predstavlja korekciju maksimalnog uzgona za $\Delta Ma = Ma - 0.2$ koji također ovisi o Λ_{LE} i Δy .



Slika 10. Funkcija $f_{\frac{L}{\bar{t}}}(\Lambda_{LE}, \Delta y)$ [4]

Iz slike 10. slijedi da koeficijent proporcionalnosti za geometriju promatrane jedrilice iznosi $f_{\frac{L}{\bar{t}}} = 0.9$. Koeficijent maksimalnog uzgona profila prema slici 11. iznosi $C_{lmax} = 1.7$.



Slika 11. Maksimalni koeficijent sile uzgona profila C_{lmax} u ovisnosti o relativnoj debljini profila \bar{t} [4]

Korekcija maksimalnog koeficijenta sile uzgona bit će jednak nuli jer je Machov broj za sve ostvarive brzine jedrilice $Ma < 0.2$.

Konačno, zbrojem prvog i drugog člana procjenjujemo maksimalni koeficijent sile uzgona

$$C_{Lmax} = f_{\frac{L}{\bar{t}}} C_{lmax} + \Delta C_{Lmax} = 1.53 \quad (3.6)$$

Iz uvjeta za horizontalni režim leta određujemo brzinu sloma uzgona za slučaj kada je $C_L = C_{Lmax}$ za slučaj visine $h = 1000$ m pri kojoj je gustoća okolnog zraka $\rho = 1.1117 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ [4]

$$V_{stall} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S_{ref} C_{Lmax}}} = 23 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (3.7)$$

4. ODREĐIVANJE AERODINAMIČKOG KOEFICIJENTA SILE OTPORA

Ukupni otpor zrakoplova čine dva dijela. Prvi dio je otpor zrakoplova kada ne postoji sila uzgona i naziva se nulti ili parazitski otpor i označavamo ga sa C_{D0} . Taj otpor predstavlja sumu otpora trenja, valnog otpora te otpora dna. Drugi dio je otpor zrakoplova koji se javlja kao neizbježna posljedica zbog djelovanja sile uzgona kojeg nazivamo inducirani otpor zrakoplova i označavamo ga sa C_{Di} .

Prema tome, ukupni aerodinamički koeficijent sile otpora se računa prema:

$$C_D = C_{D0} + C_{Di} = C_{Df} + C_{Dw} + C_{Db} + C_{Di} \quad (4.1)$$

gdje su C_{Df} koeficijent otpora trenja, C_{Dw} koeficijent valnog otpora, a C_{Db} koeficijent otpora dna. Valni otpor u subsonici se može zanemariti, dno jedrilice je također zanemarivo pa će stoga i otpor dna biti zanemaren u daljnjem proračunu.

4.1. Nulti uzgon

Nulti ili parazitski otpor jedrilice dobit ćemo tako što zbrojimo nulti otpor svakog pojedinog segmenta jedrilice. Za procjenu nultog otpora u daljnjem proračunu koristit ćemo prethodno određenu najmanju brzinu kojom jedrilica može letjeti, brzinu sloma uzgona, $V_{stall} = 23 \frac{m}{s}$, pri kojoj će i biti najveći otpor jer je let pri najvećem napadnom kutu. Kinematička viskoznost zraka iznosit će $\nu = 1.46 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$.

4.1.1. Krilo

Koeficijent trenja ploče ovisi o mjestu tranzicije iz laminarnog u turbulentni granični sloj i o Reynoldsovom broju.

$$Re = \frac{Vc_A}{\nu} = 1.126 \cdot 10^6 \quad (4.2)$$

Ako je vrijednost Reynoldsa $Re > 10^6$ možemo reći da će na cijeloj nosećoj površini biti turbulentan granični sloj i mjesto tranzicije bit će $\bar{l}_t = 0$. Schlichtingova formula glasi [4]

$$(c_f)_{ploče} = \frac{1.3}{\sqrt{Re}} \sqrt{\bar{l}_t} + \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}} (1 - \bar{l}_t^{0.8}) = 0.00437 \quad (4.3)$$

Korekcija zbog relativne debljine F_F [4]

$$F_F = 1 + \frac{0.6\bar{t}}{\bar{x}_t} + 100\bar{t}^4 = 1.231 \quad (4.4)$$

Obzirom da je za cijeli raspon brzina jedrilice Machov broj vrlo nizak neće biti utjecaja stlačivosti stoga nije ni potrebna korekcija za stlačivost $F_{Ma} = 1$. Tada je ukupni koeficijent otpora profila jednak [4]

$$c_d = F_F F_{Ma} 2(c_f)_{ploče} = 0.01076 \quad (4.5)$$

odnos koeficijenta otpora krila prema koeficijentu otpora profila [4]

$$F_S = (\cos \Lambda_t)^{0.28} = 1 \quad (4.6)$$

konačno, koeficijent otpora krila iznosi

$$(C_{D0})_w = \frac{S_w}{S_{ref}} c_d F_S = 0.0102 \quad (4.7)$$

4.1.2. Tijelo

Reynoldsov broj za tijelo jedrilice

$$Re = \frac{V l_B}{\nu} = 14.288 \cdot 10^6 \quad (4.8)$$

koji nam govori da je opstrujavanje trupa potpuno turbulentno. Tada je koeficijent trenja

$$(c_f)_{ploče} = \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}} = 0.00284 \quad (4.9)$$

Vitkost trupa predstaviti ćemo kao omjer duljine trupa i najvećeg promjera trupa

$$f = \frac{l_B}{d_{max}} = 12.438 \quad (4.10)$$

Faktor korekcije zbog oblika tijela zrakoplova [4]

$$F_F' = 1 + \frac{60}{f^3} + \frac{f}{400} = 1.062 \quad (4.11)$$

kojeg još dodatno uvećavamo za 30 % iz razloga što presjek nije kružni

$$F_F = 1.3 \cdot F_F' = 1.381 \quad (4.12)$$

ovdje, kao i kod krila, koeficijent za korekciju zbog stlačivosti također je $F_{Ma} = 1$, pa otpor tijela zbog trenja iznosi

$$(C_{Df})_B = \frac{S_B}{S_{ref}} (c_f)_{ploče} F_F F_{Ma} = 0.00413 \quad (4.13)$$

Otpor baze $(C_{Db})_B$ jedrilice potpuno je zanemariv, što znači da će nulti otpor tijela jedrilice biti upravo trenje uslijed opstrujavanja trupa

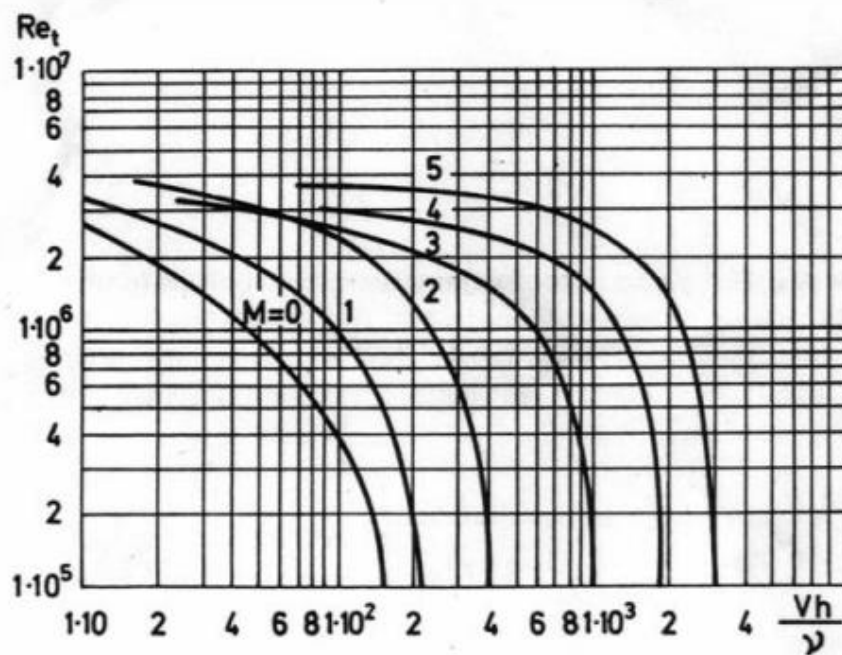
$$(C_{D0})_B = (C_{Df})_B = 0.00413 \quad (4.14)$$

4.1.3. Horizontalni rep

Vrijednost Reynoldsovog broja za horizontalni rep jedrilice će biti

$$Re = \frac{V C_{Ah}}{\nu} = 5.838 \cdot 10^5 \quad (4.15)$$

što znači da se nalazi u prijelaznom području. Pretpostavit ćemo da je prijelaz iz laminarnog u turbulentni granični sloj trenutačan u jednoj točki. Strujanje na površini horizontalnog stabilizatora bit će laminarno do točke koja se nalazi na duljini \bar{l}_t od napadnog ruba te tada prelazi u potpuno turbulentno strujanje. Mjesto prijelaza \bar{l}_t određujemo tako što iz slike 11. na temelju Machovog broja i hrapavosti odredimo prijelazni Reynoldsov broj. Prijelazni Reynoldsov broj ćemo prema relaciji (4.16) iskoristiti za određivanje mjesta prijelaza iz laminarnog u turbulentni granični sloj. Iz slike 12 vidimo da je približno $Re_t = 3.8 \cdot 10^5$.



Slika 12. Prikaz prijelazno Re_t kao funkcija Machovog broja i hrapavosti [4]

Mjesto prijelaza iz laminarnog u turbulentno opstrujavanje

$$l_t = \frac{v Re_t}{V} = 0.2412 \text{ m} \quad (4.16)$$

izražen u multiplama aerodinamičke tetive horizontalnog repa

$$\bar{l}_t = \frac{l_t}{c_{Ah}} = 0.651 \quad (4.17)$$

pa prema Schlichtingovoj formuli izračunavamo koeficijent trenja ploče

$$(c_f)_{ploče} = \frac{1.3}{\sqrt{Re}} \sqrt{\bar{l}_t} + \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}} (1 - \bar{l}_t^{0.8}) = 0.002811 \quad (4.18)$$

koeficijent korekcije zbog relativne debljine

$$F_F = 1 + \frac{0.6\bar{t}}{\bar{x}_t} + 100\bar{t}^4 = 1.231 \quad (4.19)$$

Ponovno je zanemaren utjecaj stlačivosti $F_{Ma} = 1$, pa je ukupni koeficijent otpora profila

$$c_d = 2(c_f)_{ploče} F_F F_{Ma} = 0.00692 \quad (4.20)$$

odnos koeficijenta otpora horizontalnog repa prema koeficijentu otpora profila

$$F_S = (\cos \Lambda_{th})^{0.28} = 1 \quad (4.21)$$

te dobivamo ukupni aerodinamički koeficijent sile otpora horizontalnog repa

$$(C_{D0})_h = \frac{S_h}{S_{ref}} c_d F_S = 0.000568 \quad (4.22)$$

4.1.4. Vertikalni rep

Na vrlo sličan način kao i kod horizontalnog repa odredit ćemo koeficijent aerodinamičkog otpora vertikalnog repa. Najprije provjeravamo prirodu strujanja

$$Re = \frac{V c_{Av}}{\nu} = 1.312 \cdot 10^6 \quad (4.23)$$

što znači da će granični sloj biti turbulentan jer je $Re > 10^6$ i koeficijent otpora ploče će se dalje računati kao

$$(c_f)_{ploče} = \frac{3.91}{(\ln(Re))^{2.58}} = 0.00425 \quad (4.24)$$

korekcija zbog relativne debljine profila

$$F_F = 1 + \frac{0.6\bar{t}}{\bar{x}_t} + 100\bar{t}^4 = 1.198 \quad (4.25)$$

uz $F_{Ma} = 1$ koeficijent otpora profila vertikalnog repa iznosi

$$c_d = (c_f)_{ploče} F_F F_{Ma} = 0.00509 \quad (4.26)$$

odnos koeficijenta otpora vertikalnog repa prema koeficijentu otpora profila

$$F_S = (\cos \Lambda_{tv})^{0.28} = 1 \quad (4.27)$$

pa je ukupni aerodinamički koeficijent sile otpora vertikalnog repa jednak

$$(C_{D0})_v = \frac{S_v}{S_{ref}} c_d F_S = 0.000446 \quad (4.28)$$

4.1.6. Dodatni otpor

Da bismo obuhvatili i sve ostale elemente na trupu, primjerice elemente Pitot-statičkog sustava jedrilice, neke nesavršenosti trupa i sl. te kako bismo osigurali da je proračun na strani sigurnosti, slobodni smo dodatno povećati ukupni otpor za 5 %.

4.1.5. Ukupni nulti otpor

Zbrojem nultih otpora svakog razmatranog segmenta jedrilice dobivamo ukupni nulti ili parazitski otpor

$$C_{D0} = 1.05 \cdot [(C_{D0})_w + (C_{D0})_B + (C_{D0})_h + (C_{D0})_v] = 0.0161 \quad (4.29)$$

Tablični prikaz dobivenih rezultata za parazitski otpor prikazani su u tablici 2.

Tablica 2. Nulti otpor za svaki segment i postotni udio u ukupnom nultom otporu

PROMATRANI SEGMENT	NULTI OTPOR SEGMENTA $(C_{D0})_i$	POSTOTNI UDIO OTPORA SEGMENTA $\frac{(C_{D0})_i}{C_{D0}} \cdot 100 \%$
KRILO	$(C_{D0})_w = 0.0102$	$\frac{(C_{D0})_w}{C_{D0}} \cdot 100 \% = 63.35 \%$
TRUP	$(C_{D0})_B = 0.00413$	$\frac{(C_{D0})_B}{C_{D0}} \cdot 100 \% = 25.65 \%$
HORIZONTALNI REP	$(C_{D0})_h = 0.000568$	$\frac{(C_{D0})_h}{C_{D0}} \cdot 100 \% = 3.53 \%$
VERTIKALNI REP	$(C_{D0})_v = 0.000446$	$\frac{(C_{D0})_v}{C_{D0}} \cdot 100 \% = 2.77 \%$
DODATNI OTPOR	$\Delta C_D = 1.05$	$\frac{\Delta C_D}{C_{D0}} \cdot 100 \% = 5 \%$

4.2. Koeficijent induciranog otpora i ukupni otpor

Za izračun aerodinamičkog koeficijenta induciranog otpora korišten je *Matlab* programski paket. U *Matlabu* je korišten Weissingerov model noseće linije gdje je gotov potprogram **weissinger2.m** [4] prilagođen geometriji krila jedrilice. Tako se dobiju gradijent koeficijenta uzgona $C_{L\alpha}$ i gradijent koeficijenta induciranog otpora $C_{Di\alpha^2}$ u ovisnosti o napadnom kutu. Napadani kut je definiran u rasponu od -5° do 15° s korakom od jednog stupnja. Dobiveni rezultati induciranog otpora o napadnom kutu se uvećaju za veličinu nultog otpora. Pomoću potprograma **Polara.m** [4] i pomoću funkcije *polyfit* interpoliramo polinomom drugog stupnja kroz dobivene rezultate te definiramo granice uzgona u kojima promatramo. Donja granica je uzeta proizvoljno, primjerice $C_{Lmin} = -0.78$, a gornju smo definirali za iznos prethodno određenog maksimalnog aerodinamičkog koeficijenta sile uzgona $C_{Lmax} = 1.53$. Prilagodili smo kod za dobivanje polare koja ima oblik:

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2 \quad (4.30)$$

Dobiveno rješenje u *Matlabu* za takav polinom glasi

$$C_D = 0.0161 + 0.010798C_L^2 \quad (4.31)$$

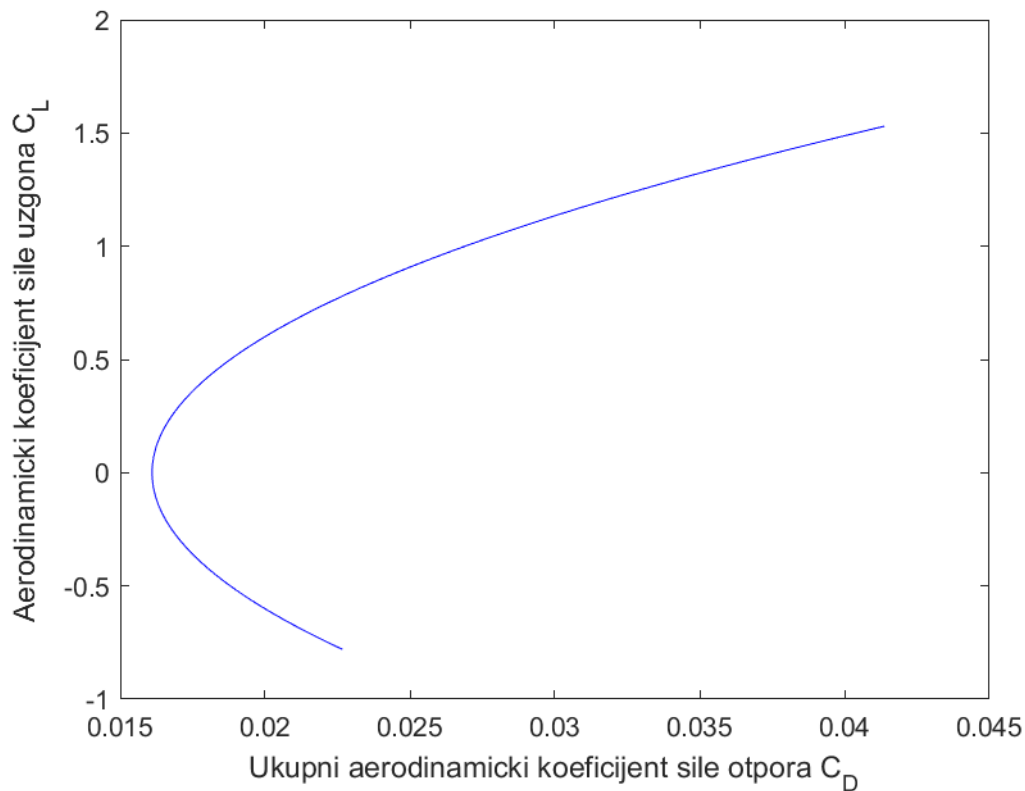
i to predstavlja ukupni otpor jedrilice. Iz ukupnog otpora jedrilice možemo odmah očitati koeficijent induciranog otpora i zaokružiti na

$$K = 0.0108 \quad (4.32)$$

pa je konačno izraz za ukupni otpor

$$C_D = 0.0161 + 0.0108C_L^2 \quad (4.33)$$

Dobivena polara jedrilice prikazana je na slici 13.



Slika 13. Polara jedrilice

Oswaldov faktor efikasnosti e jedrilice za koeficijent inducirano g otpora K i vitkost jedrilice AR iznosi

$$e = \frac{1}{K\pi AR} = 0.9884 \quad (4.34)$$

Dobiveni rezultat Oswaldov faktora efikasnosti $e = 0.9884$ promatranog modela jedrilice za vitkosti $AR = 29.82$ odgovara, odnosno usporediv je s rezultatima letjelica sličnih konfiguracija prema literaturi [6] gdje je promatran slični model jedrilice, ali manjih vitkosti krila $AR = 16$ te za takvu vitkost dobiven je faktor efikasnosti $e = 0.9$.

5. ANALIZA PERFORMANSI JEDRILICE

Performanse doleta i istrajnosti leta određuju se u režimu spuštanja zrakoplova. U režimu spuštanja pretpostavljamo da nema pogonske sile, da se odvija pravocrtno i stacionarno. Tada prema jednadžbama modela gibanja središte mase mora vrijediti

$$D = W \sin|\gamma| \quad (5.1)$$

$$L = W \cos \gamma \quad (5.2)$$

gdje je D ukupni otpor letjelice, γ kut spuštanja, $W \sin|\gamma|$ komponenta težine u smjeru brzine leta, L uzgon i $W \cos \gamma$ komponenta težine okomita na smjer brzine leta. Stavljanjem u omjer jednadžbe (5.1) i (5.2) dobivamo

$$\tan|\gamma| = \frac{D}{L} = \frac{C_D}{C_L} = \frac{C_{D0} + KC_L^2}{C_L} \quad (5.3)$$

Iz trigonometrije trokuta kut spuštanja također možemo definirati na način

$$\tan|\gamma| = \frac{h}{x} \quad (5.4)$$

gdje je h visina na kojoj se jedrilica nalazi, a x udaljenost koju će prevaliti s takvim kutem spuštanja. Vertikalna brzina spuštanja je

$$V_V = V \sin \gamma = V \frac{D}{W} \quad (5.5)$$

kvadrat aerodinamičke brzine određujemo iz činjenice da nema sile pogona i da je stoga težina zrakoplova vektorski zbroj sile uzgona i sile otpora

$$V^2 = \frac{2W}{\rho S_{ref} \sqrt{C_L^2 + C_D^2}} \quad (5.6)$$

Gore navedenim izrazima služiti ćemo se u narednom proračunu određivanja performansi.

5.1. Dolet

Dolet je optimizirani način spuštanja kod kojeg je cilj ostvariti maksimalni prevaljeni put za raspoloživu visinu. Za takav režim spuštanja potrebno je da vertikalna brzina spuštanja V_V teži u nulu odnosno da kut spuštanja γ bude minimalan. Dakle, $x = x_{max}$ će biti kada je $\gamma = \gamma_{min}$ pa iz jednadžbe (5.3) vidimo da će to biti kada je omjer otpora prema uzgonu minimalan, to jest, kada je ukupni otpor minimalan, a to je slučaj režima minimalne potrebne sile. U režimu minimalne potrebne sile inducirani otpor odgovara nultom otporu jedrilice [4] pa s tom informacijom jednadžbu (5.3) pišemo u obliku

$$\tan|\gamma| = \frac{2C_{D0}}{\sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}} \quad (5.7)$$

pa će izraz za određivanje doleta u ovisnosti o raspoloživoj visini leta jedrilice prema jednadžbi (5.4) glasniti

$$x_{max} = \frac{h\sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}}{2C_{D0}} \quad (5.8)$$

Koeficijent inducirano otpora K i koeficijent nultog otpora C_{D0} su konstantne vrijednosti što znači da će dolet jedrilice linearno ovisiti samo o raspoloživoj visini h . Kada uvrstimo konstante vrijednosti u jednadžbu (5.8) možemo je napisati u obliku

$$x_{max} = 37.92 \cdot h \quad (5.9)$$

što znači da za svaki metar visine leta zrakoplova jedrilica može prevaliti 37.92 m horizontalne udaljenosti, to jest doleta. Konstantnu ispred h možemo tumačiti i na način da ona predstavlja najveći omjer koeficijenta uzgona i koeficijenta otpora što znači da jedrilica stvara silu uzgona 37.92 puta veću od sile otpora. Treći način tumačenja bi jednostavno bio da je vrijednost arkus tangens konstante recipročna vrijednost kuta pri kojem se moramo spuštati da bi ostvari maksimalni dolet jedrilice. Uzimajući u obzir predznak, kut pri kojem se moramo spuštati za maksimalni dolet iznosi

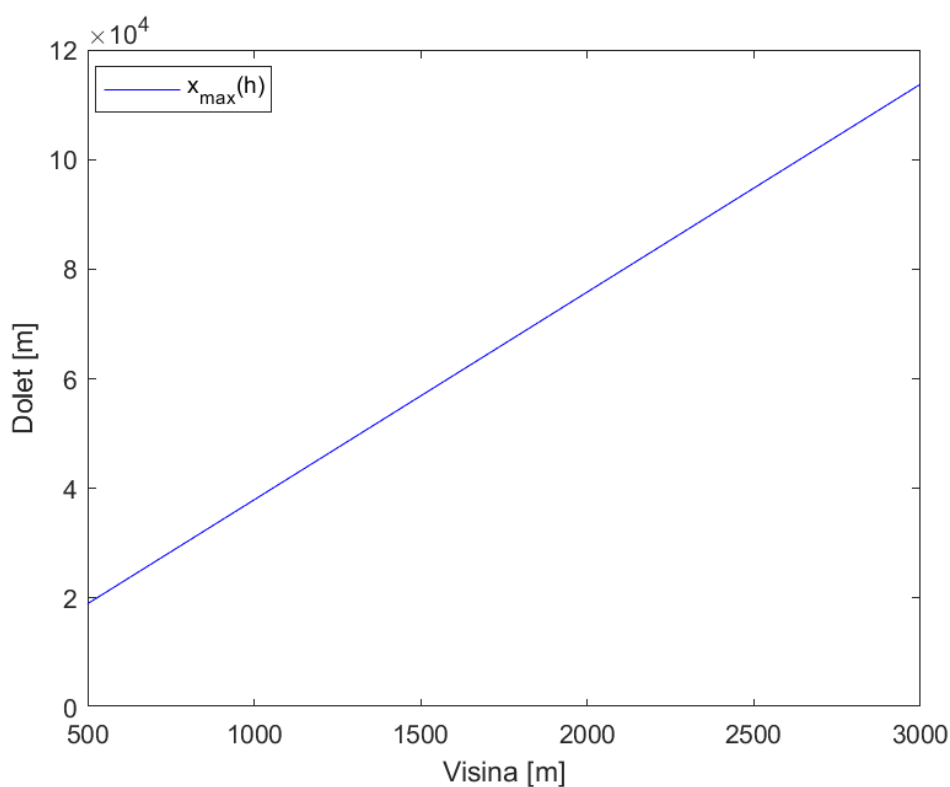
$$\gamma_{min} = -0.0264 \text{ rad} = -1.51^\circ \quad (5.10)$$

U *Matlab* programskom paketu određene su raspoložive visine u rasponu od 500 m do 3000 m s korakom od 500 m izračunati su doleti za svaku pripadajuću visinu. Takav raspon odgovara

visinama na kojoj jedrilica obično leti. Rezultati su prikazani tablično u tablici 3. te grafički na slici 14.

Tablica 3. Prikaz rezultata doleta ovisno o visini na kojoj se jedrilica nalazi

Visina h	Dolet $x_{max} = x(h)$
500 m	18959 m
1000 m	37918 m
1500 m	56877 m
2000 m	75836 m
2500 m	94795 m
3000 m	113754 m



Slika 14. Prikaz ovisnosti doleta x_{max} o raspoloživoj visini leta h

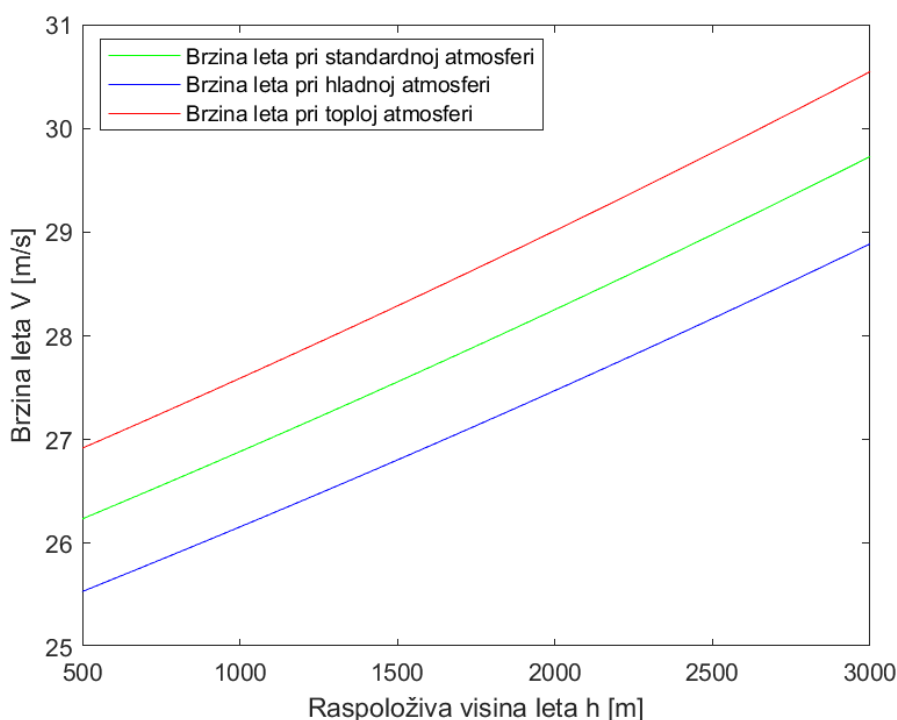
Brzinu leta pri takvom režimu spuštanja s minimalnom potrebnom silom dobit ćemo ako u jednadžbu (5.6) iskoristimo činjenicu da će inducirani otpor biti jednak nultom otporu letjelice pa sređivanjem dobijemo konačni izraz

$$V = \sqrt{\frac{2mg}{\rho S_{ref} \sqrt{4C_{D0}^2 + \frac{C_{D0}}{K}}}} \quad (5.11)$$

a vertikalnu brzinu spuštanja V_V dobit ćemo prema poznatoj relaciji (5.5) uz razliku da se uvrsti minimalni kut spuštanja kojeg smo odredili u (5.10) za režim leta minimalne potrebne sile

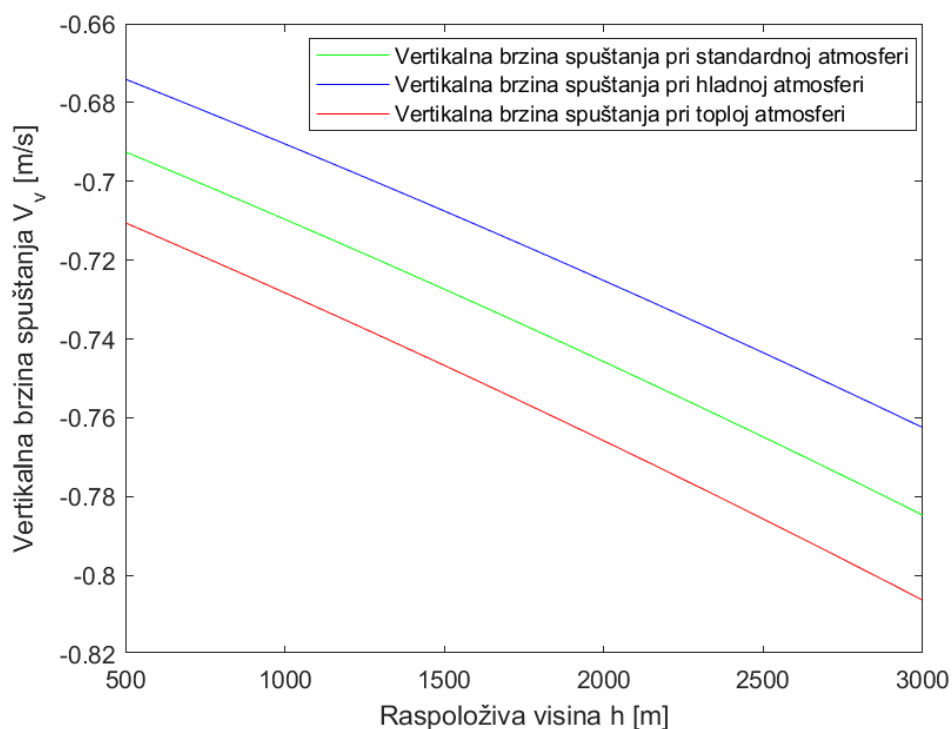
$$V_V = V \sin \gamma_{min} \quad (5.12)$$

Potrebna brzina leta i brzina spuštanja za ostvarivanje takvog režima će rasti s povećanjem visine leta kao što je prikazano na slici 15. i 16. Vidi se kako su razlike u brzinama, ukupne i vertikalne, od najmanje do najveće prikazane visine nešto više od čak 10%. Također je i pokazano kako se brzina leta mijenja s obzirom na stanje atmosfere, to jest, nalazimo li se u standardnoj, hladnoj ili toploj atmosferi. Razlika temperature okolnog zraka između hladne i standardne biti će -15 K, a između tople i standardne $+15$ K. Očito je da će u toploj atmosferi jedrilica morati letiti pri većim brzinama leta V nego li u standardnoj kako bi ostvarila isti dolet, dok obratno vrijedi za hladniju atmosferu. Dobiveni rezultati su za masu letjelice potpuno napunjenom vodenim balastom $m = m_{max} = 685$ kg.



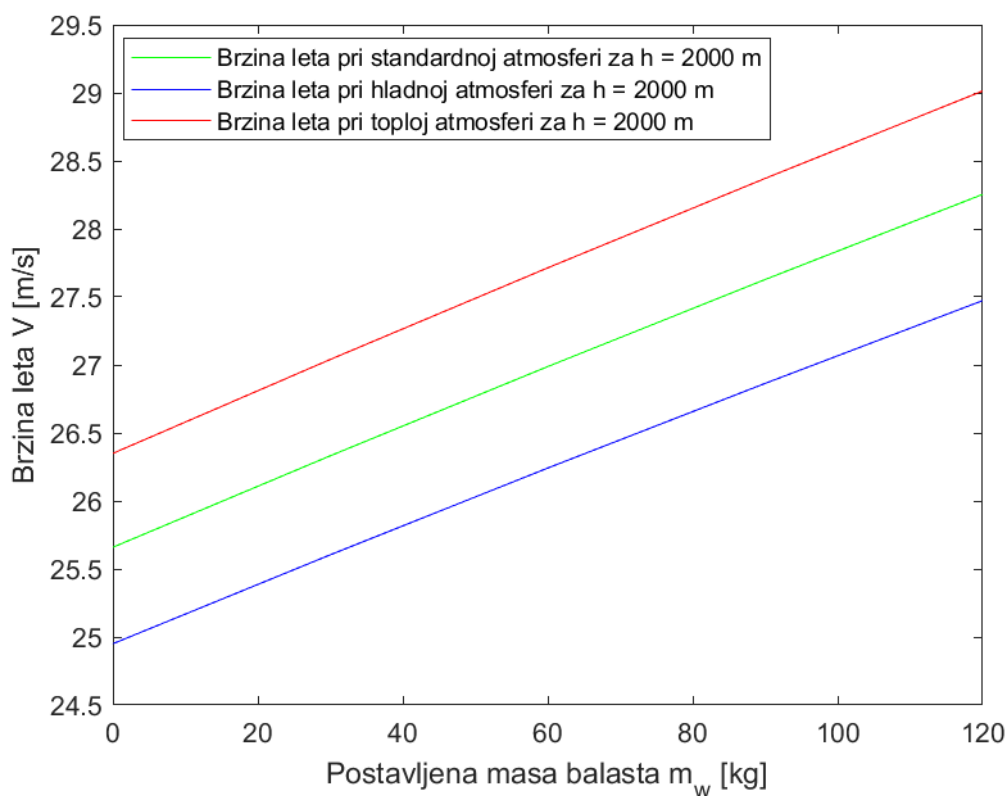
Slika 15. Potrebna brzina leta za režim najvećeg doleta u ovisnosti o raspoloživoj visini leta i usporedba za različita stanja atmosfere

Također i vertikalna brzina spuštanja jedrilice u toploj atmosferi će morati biti veća od one u standardnoj za isti dolet jedrilice. Prikaz vertikalnih brzina spuštanja u ovisnosti o raspoloživoj visini leta i varijacija atmosfere nalazi se na slici 16.

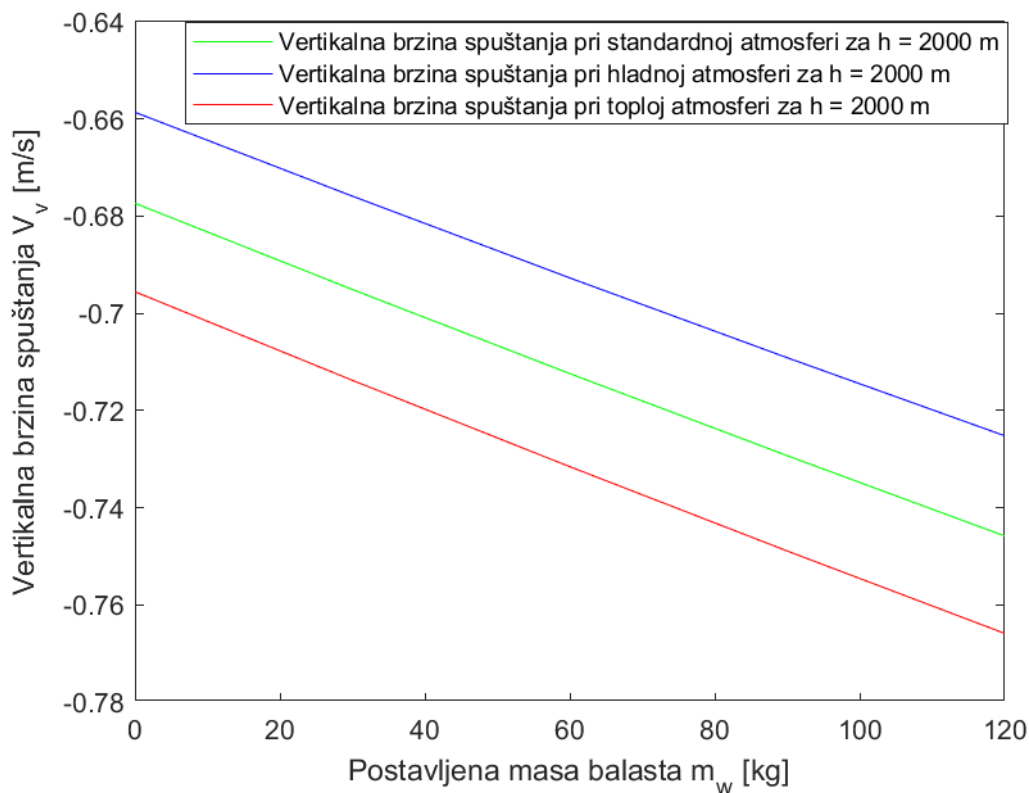


Slika 16. Potrebna vertikalna brzina leta za režim najvećeg doleta u ovisnosti o raspoloživoj visini leta i usporedba za različita stanja atmosfere

Na slikama 17. i 18. redom je prikazano kako se brzina leta i vertikalna brzina za odabranu visinu $h = 2000$ m mijenjaju u ovisnosti o tome kolika se masa balasta vode postavi u jedrilicu. Dakle očito je i da će i povećanje mase balasta negativno utjecati tako da će se morati ostvariti veća brzina leta i vertikalna brzina spuštanja kako bi se ostvario željeni dolet. Svi utjecaji imaju gotovo podjednako negativan utjecaj u povećanju potrebne brzine leta i spuštanja i njihov utjecaj između dviju ekstremnih vrijednosti iznosi oko 10 %.



Slika 17. Promjena brzine leta za režim najvećeg doleta na određenoj visini u ovisnosti o postavljenoj masi balasta vode



Slika 18. Promjena vertikalne brzine spuštanja za režim najvećeg doleta na određenoj visini u ovisnosti o postavljenoj masi balasta vode

5.2. Istrajnost

Istrajnost je druga vrsta optimiziranog načina spuštanja kod kojeg želimo ostvariti takav režim spuštanja da se jedrilica zadrži u zraku što je dulje moguće. To znači da promjena visine u vremenu mora biti najmanja, drugim riječima vertikalna brzina spuštanja mora biti minimalna V_{Vmin} . U jednadžbi (5.5) je pokazano da je vertikalna brzina spuštanja omjer snage otpora i težine jedrilice, stoga da bi V_V bila minimalna, snaga mora također biti minimalna. Dakle performansa istrajnosti spada u slučaj režima minimalne potrebne snage. U režimu minimalne potrebne snage inducirani otpor jednak je trostrukoj vrijednosti otpora pri nultom uzgonu [4]. Koristeći tu informaciju jednadžbu (5.3) možemo pisat

$$\tan \gamma = -\frac{4C_{D0}}{\sqrt{\frac{3C_{D0}}{K}}} \quad (5.13)$$

ako tu činjenicu uvrstimo i u (5.6) dobit ćemo

$$V_{min} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S_{ref} \sqrt{\frac{16C_{D0}^2 + 3C_{D0}}{K}}}} \quad (5.14)$$

iz jednostavne geometrije trokuta proizlazi [4]

$$V_{Vmin} = V_{min} \sin \gamma \quad (5.15)$$

Vertikalna brzina spuštanja predstavlja promjenu visine s vremenom

$$V_{Vmin} = \frac{\Delta h}{\Delta t_{max}} \quad (5.16)$$

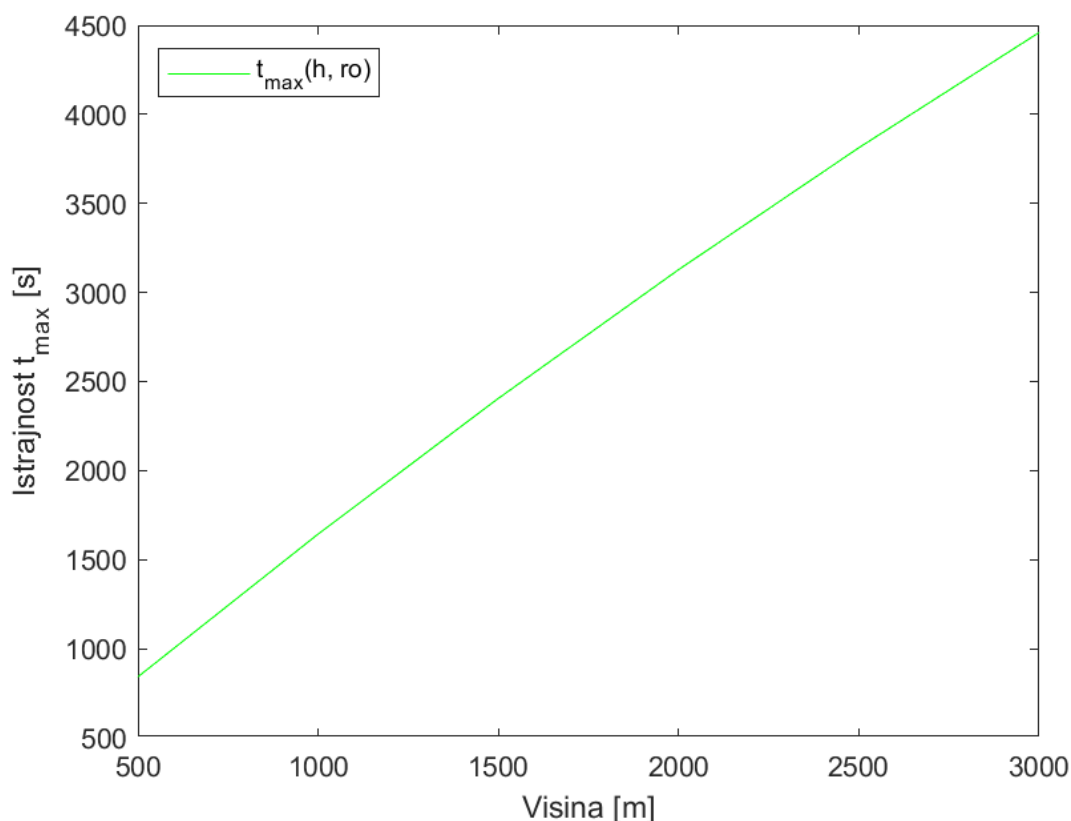
gdje su $\Delta t_{max} = t_{max} - t_0$ i $\Delta h = h_f - h_0$. Definiranjem rubnih uvjeta da je početno vrijeme $t_0 = 0$ s i konačna visina $h_f = 0$ m možemo konačno napisati jednadžbu za maksimalno vrijeme održavanja jedrilice u zraku u ovisnosti o raspoloživoj visini i gustoći zraka na toj visini

$$t_{max} = \frac{h_0}{\sin \gamma \cdot \sqrt{\frac{2mg}{\rho S_{ref} \sqrt{\frac{16C_{D0}^2 + 3C_{D0}}{K}}}}} \quad (5.17)$$

gdje je $m = 685$ kg je ukupna masa jedrilice i držimo je konstantnom, odnosno ne ispuštamo balast vode iz tankova krila, $g = 9.80665 \frac{m}{s^2}$ gravitacijska akceleracija i ρ gustoća zraka na promatranoj visini prema standardnoj atmosferi ISO 2533 [4]. Ovo vrijeme t_{max} nazivamo istrajnost letjelice. Ponovno je u programskom paketu *Matlab* izračunata istrajnost leta za visine u rasponu kao i za dolet s tom razlikom što je u *for* petlju koda ubačen gotovi potprogram **isoatmos.m** koji definira promjenu gustoće s visinom. Dobivena ovisnost nije linearna već blago parabolična. Dobiveni rezultati su predstavljeni u tablici 4. i na slici 19.

Tablica 4. Prikaz dobivenih rezultata istrajnosti u ovisnosti o visini i gustoći zraka

Visina h	Istrajnost t_{max}
500 m	842.21 s
1000 m	1643.8 s
1500 m	2405.54 s
2000 m	3128.22 s
2500 m	3812.63 s
3000 m	4459.55 s

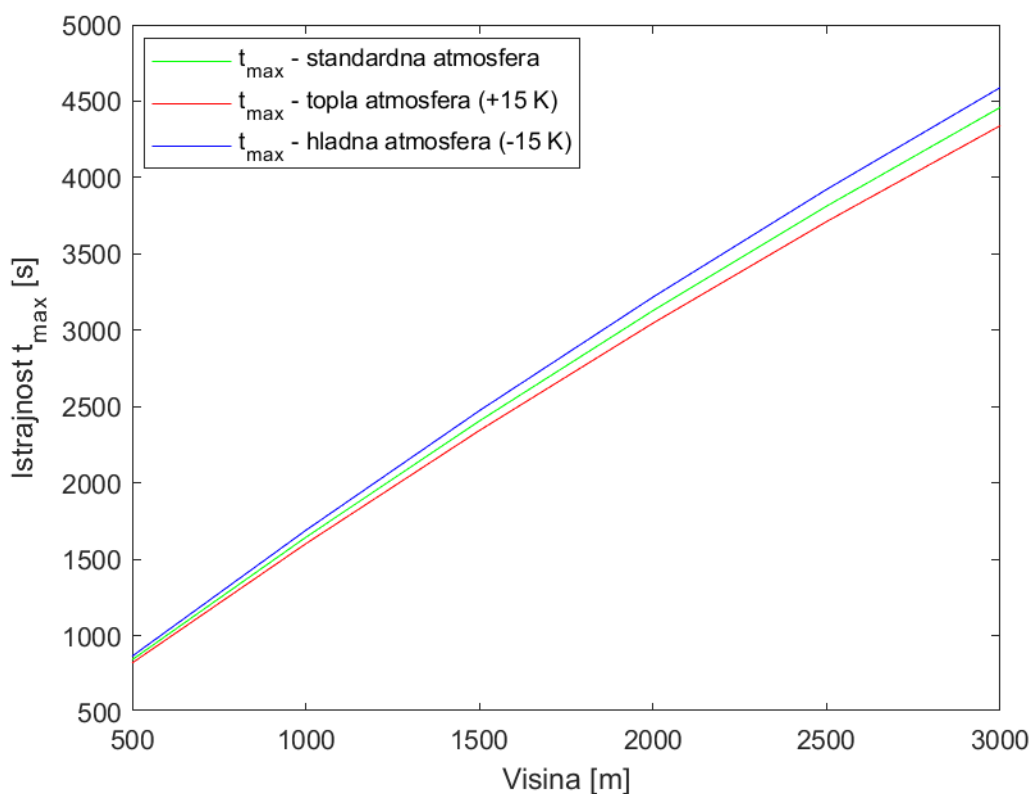


Slika 19. Grafički prikaz ovisnosti istrajnosti o raspoloživoj visini leta i gustoći zraka na promatranj visini

Dalje ćemo proanalizirati kako se mijenja istrajnost ako nemamo standardan oblik atmosfere. Nestandardna atmosfera može biti hladnija ili toplija od standardne. Za hladnu atmosferu uzeta je devijacija temperature od -15 K od standardne, dok je za topliju $+15$ K. Takvom varijacijom atmosfere dobivamo i različite performanse istrajnosti jedrilice. U *Matlab* potprogramu **isoatmos.m** izmijenjena je temperatura na razini mora tako da se dobiju hladna i topla atmosfera. Tablična usporedba nekoliko rezultata za odabrane visine prikazano je u tablici 5. Na slici 16. se vidi da će istrajnost jedrilice u ovisnosti o raspoloživoj visini biti veća u hladnijim uvjetima u atmosferi.

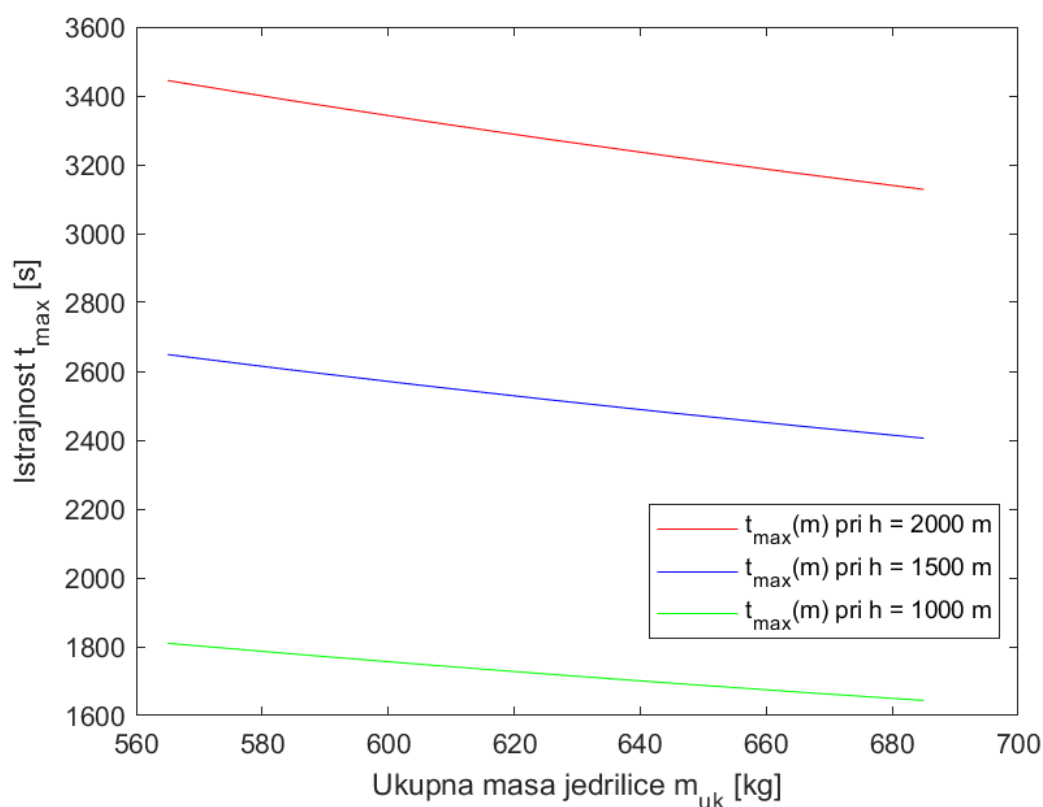
Tablica 5. Prikaz dobivenih rezultata za različite visine i atmosfere

Visina	Hladna atmosfera (-15 K)	Standardna atmosfera	Topla atmosfera (+15 K)
1500 m	2473.09 s	2405.54 s	2343.24 s
2000 m	3217.14 s	3128.22 s	3046.29 s
2500 m	3922.36 s	3812.63 s	3711.63 s
3000 m	4589.52 s	4459.55 s	4340.04 s



Slika 20. Istrajnost jedrilice u ovisnosti o raspoloživoj visini i gustoći zraka za različite atmosfere

Istrajnost jedrilice ovisi i o njevoj masi, a ukupna masa jedrilice neće biti konstantna tijekom leta. Ako je jedrilica napunjena balastom vode, ta masa vode mora se ispustiti prije nego li jedrilica sleti. Naravno s izuzetkom ako nije apsolutno nužno ili neizbježno izvesti slijetanje s masom balasta. Iz tog razloga ćemo imati fiksni dio mase koju čini masa jedrilice m_0 i masa pilota m_p i varijabilni dio koji će biti mase vode m_{wb} . Ta dodatna masa vode povećava brzinu sloma uzgona V_{stall} i vertikalnu brzinu spuštanja V_V . Rečeno je kako je za maksimalnu performansa istrajnosti uvjet da jedrilica ima što je moguću manju vertikalnu brzinu spuštanja, pa iz toga proizlazi da će jedrilica s potpuno praznim tankovima za balast vode imati veću istrajnost na nekoj visini u usporedbi s težom jedrilicom. Na slici 21. prikazano je kako performansa istrajnosti raste kako se smanjuje ukupna masa jedrilice na nekoj visini. Promjena mase Δm_{wb} je moguća u rasponu od 0 kg (rezervoari vode puni) do -120 kg (potpuno ispuštena voda).



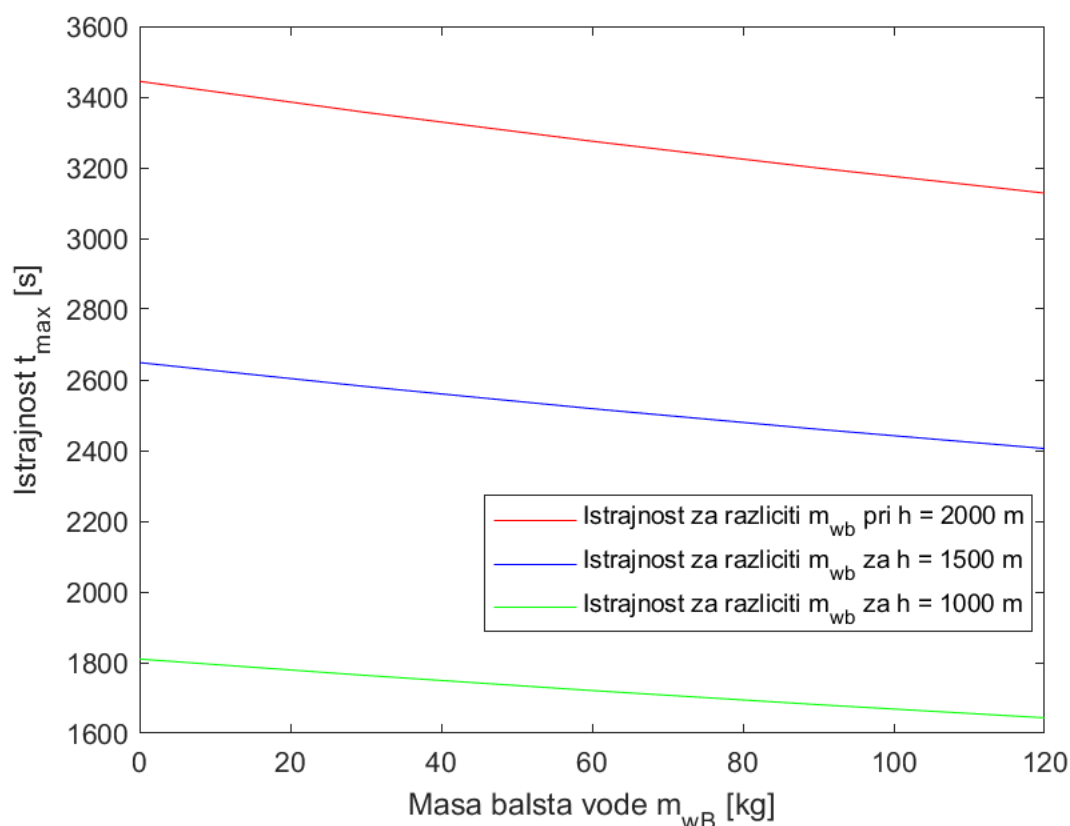
Slika 21. Ovisnost istrajnosti o masi jedrilice na različitim visinama leta

Reprezentativniji oblik od promjene mase jedrilice bio bi kako se mijenja istrajnost s obzirom na to koliko masu balasta vode pilot stavi u jedrilicu. Na slici 22. prikazana je promjena performanse istrajnosti jedrilice pri standardnoj atmosferi za tri različite odabrane visine od slučaja da je pilot odlučio ne staviti balast $m_{wb} = 0$ kg, pa sve do drugog krajnjeg slučaja gdje je jedrilica napunjena na maksimalnu dozvoljenu masu balasta $m_{wb} = 120$ kg. Može se primijetiti da s povećanjem mase balasta dolazi do pada maksimalnog vremena koje jedrilica može provesti u zraku, pa će tako jedrilice s $m_{wb} = 0$ kg biti u stanju da se najdulje održavaju u zraku, dok će potpuno napunjena jedrilica $m_{wb} = 120$ kg imati najlošiju performansu istrajnosti. U tablici 6. prikazani su rezultati performanse istrajnosti za različitu uzetu masu balasta vode za visine 1000 m, 1500 m i 2000 m pri standardnoj atmosferi.

Tablica 6. Rezultati istrajnosti za različite vrijednosti mase balasta na određenim visinama

Masa balsta vode	Visina 1000 m	Visina 1500 m	Visina 2000 m
0 kg	1809.96 s	2648.7 s	3444.44 s
30 kg	1763.74 s	2581.07 s	3356.48 s
60 kg	1720.89 s	2518.36 s	3274.94 s
90 kg	1681.02 s	2460.01 s	3199.06 s
120 kg	1643.8 s	2405.54 s	3128.22 s

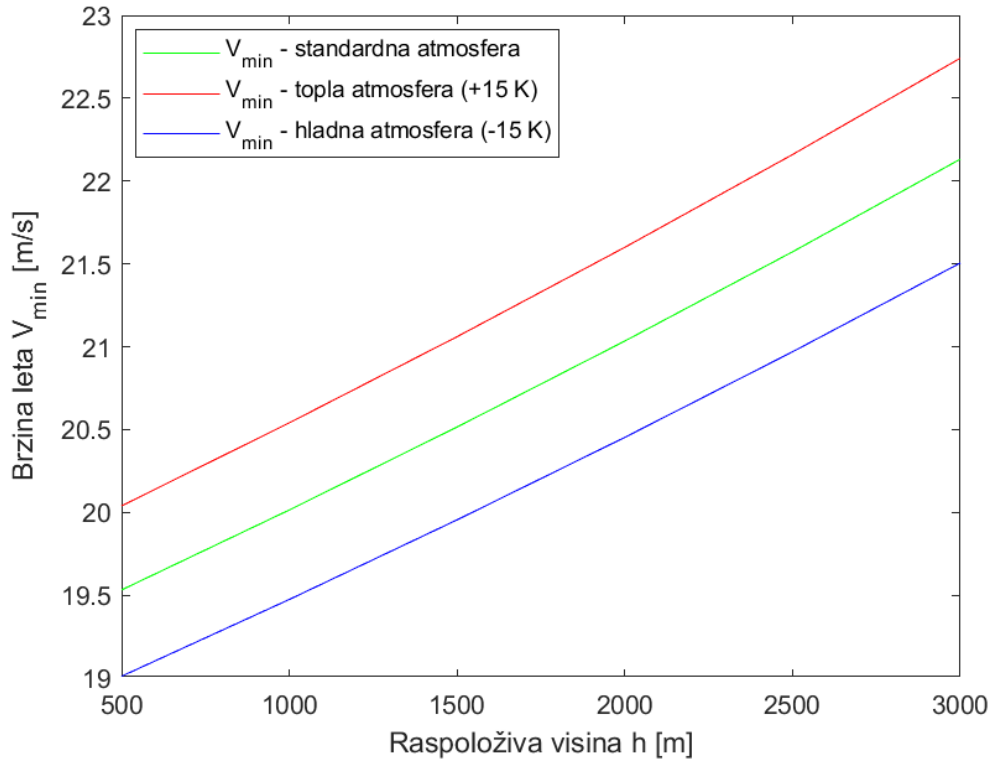
Iz tablice 6. očita je degradacija performanse istrajnosti povećanjem težine balasta i to ugrubo za 10 % između dviju krajnjih vrijednosti.



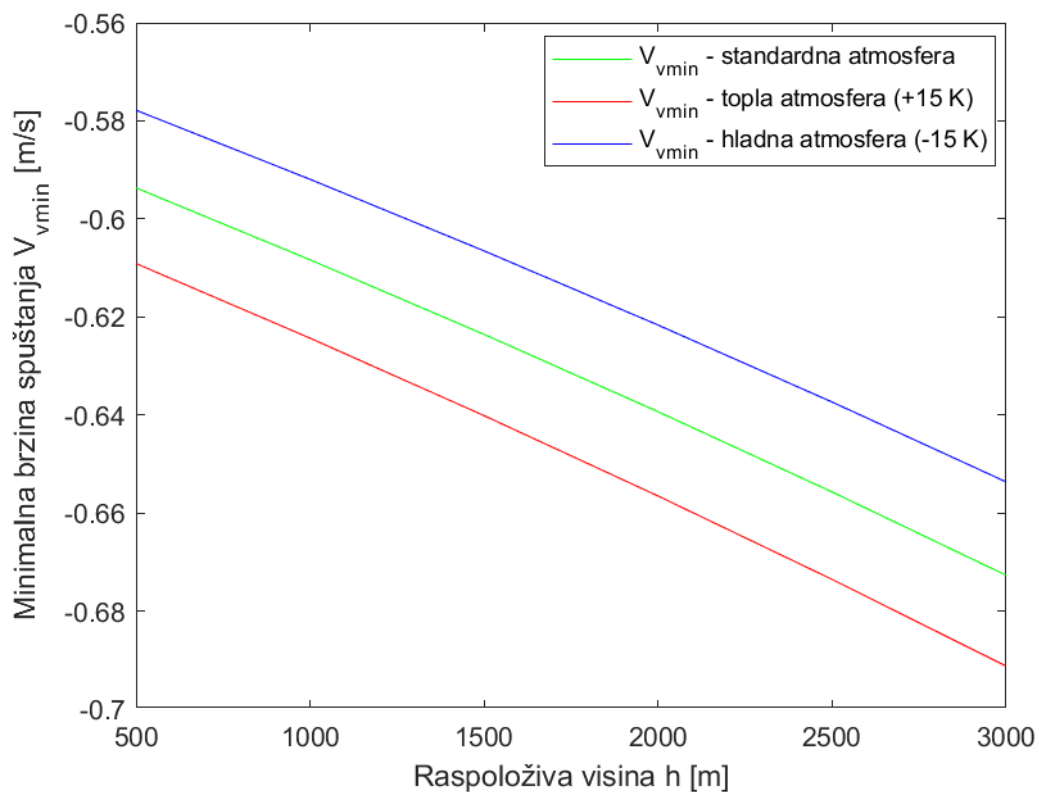
Slika 22. Promjena istrajnosti s obzirom na napunjenost balastom vode za različite visine leta

Dalje će se samo ukratko grafički prikazati koje su to brzine leta i vertikalne brzine za ostvarivanje režima minimalne potrebne snage. Te brzine se nalaze na slikama 23., 24., 25. i 26. Potrebne relacije za njihovo određivanje već su predstavljene u (5.14) i (5.15) te će se grafički pokazati kako se mijenjaju s obzirom na raspoloživu visinu leta, u različitim atmosferama te za različite mase balasta vode. Može se primijetiti da povećanjem visine leta, varijacijom atmosfere i mase balasta vode dolazi do istog efekta kao i kod performanse doleta

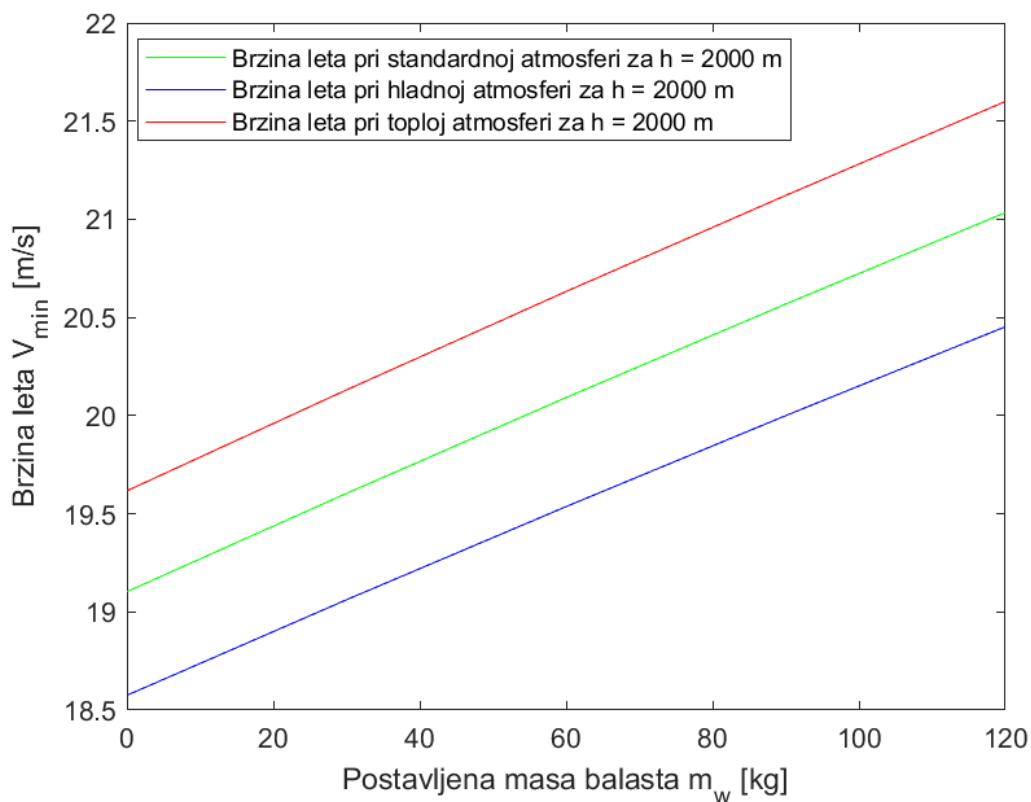
gdje se potrebne brzine leta i vertikalne brzine spuštanja povećavaju s većom raspoloživom visinom, toplijom atmosferom i s većom masom balasta vode i postotna razlika između krajnjih ekstremnih vrijednosti iznosi oko 10 %.



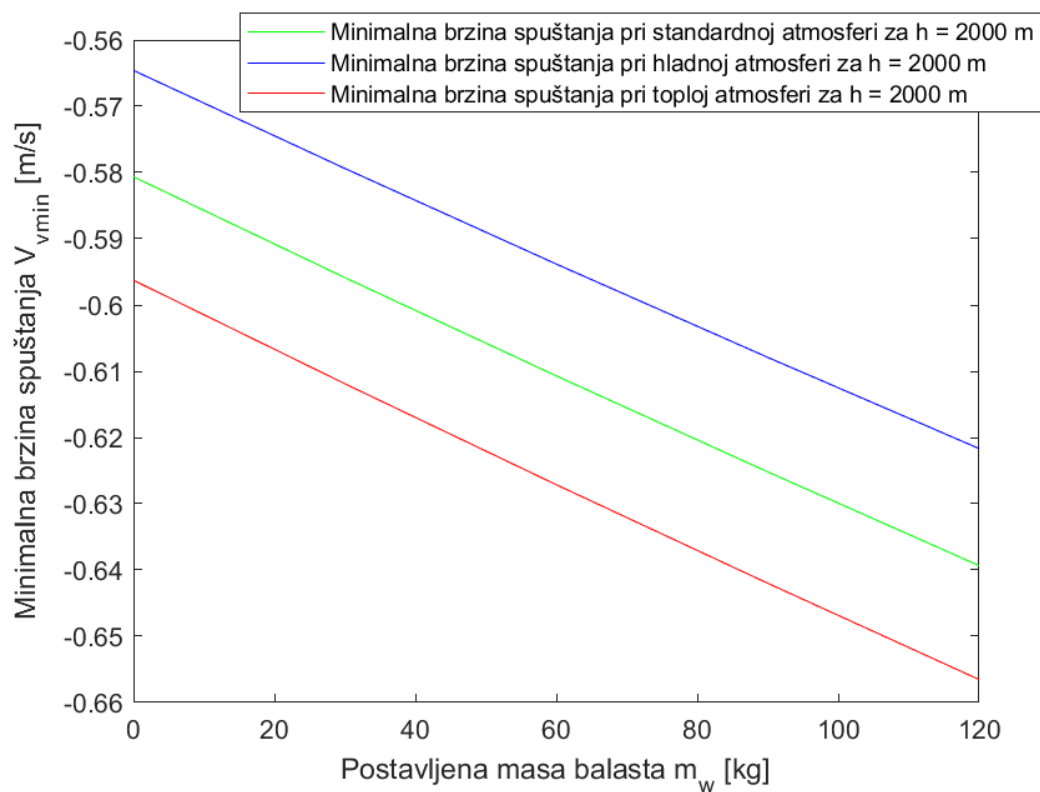
Slika 23. Brzina leta za režim najveće istrajnosti u ovisnosti o raspoloživoj visini leta i usporedba za različita stanja atmosfere



Slika 24. Minimalna brzina spuštanja za režim najveće istrajnosti u ovisnosti o raspoloživoj visini leta i usporedba za različita stanja atmosfere



Slika 25. Promjena brzine leta za režim najveće istrajnosti na određenoj visini u ovisnosti o postavljenoj masi balasta vode



Slika 26. Promjena minimalne brzine spuštanja za režim najveće istrajnosti na određenoj visini u ovisnosti o postavljenoj masi balasta vode

6. ZAKLJUČAK

U ovom radu provedena je analiza performansi doleta i istrajnosti bezmotorne jedrilice pomoću modela gibanja središte mase. Za promatranu jedrilicu napravljen je CAD model i na temeljnijem procijenjen otpor jedrilice. Za proračun doleta korišten je režim minimalne potrebne sile dok je za istrajnost režim minimalne potrebne snage. Performanse su se analizirale s obzirom na raspoloživu visinu leta. Dodatno se promatrao i utjecaj nestandardne atmosfere (topla i hladna) na performanse, kao i utjecaj različitog odabira mase balasta vode. Iz svega provedenog mogu se izvući sljedeći zaključci:

- Najveći dolet jedrilice mijenjat će se linearno s povećanjem visine s faktorom proporcionalnosti koji predstavlja minimalni omjer otpora i uzgona.
- Najveći dolet neće ovisiti o atmosferi i masi letjelice.
- U režimu za maksimalni dolet potrebna brzina leta i brzina spuštanja će rasti s toplijom atmosferom i s povećanjem mase jedrilice. Postotne razlike između ekstremnih vrijednosti, najmanja – najveća visina, prazna – puna letjelica, kreću se oko čak 10 %.
- Istrajnost letjelice će se povećavati po nelinearnoj tj. blago paraboličnoj putanji s povećanjem visine
- Nestandardna atmosfera će imati blagi utjecaj na performanse $\pm < 5\%$ ovisno radi li se o toploj ili hladnoj atmosferi. Hladnija će davati bolju istrajnost, povećanje $< 5\%$ u odnosu na standardnu, dok će toplija narušavati performanse za nešto manje od 5 %, također u odnosu na standardnu.
- Masa balasta će imati znatniji utjecaj na istrajnost i degradaciju u nekim slučajevima do čak 10 % između potpuno napunjene i potpuno prazne jedrilice.
- Brzina leta i minimalna brzina spuštanja za ostvarivanje režima minimalne potrebne snage također će rasti s povećanjem visine kao i s toplijom atmosferom i većom masom balasta vode. Postotne razlike između ekstremnih vrijednosti, najmanja – najveća visina, prazna – puna letjelica, također se kreću oko čak 10 % kao i kod performansi doleta.

U daljnjoj analizi jedrilice mogla bi se napraviti estimacija koeficijenta sile uzgona i momenta propinjanja te analizirati ravnotežni let, napraviti analizu njezine stabilnosti i upravljivosti. Za aerodinamički koeficijent otpora koji je određen u ovom zadatku može se nadopuniti za

modifikaciju ovog modela jedrilice motorom s unutrašnjim izgaranjem ili električnim pogonom. Suvremeni manji zrakoplovi sve češće koriste električni pogon te bi za takvu letjelicu bilo zanimljivo usporediti performanse jedrilice s i bez pogona.

LITERATURA

- [1] Alexander Schleicher, ASG-32, <https://www.alexander-schleicher.de/en/flugzeuge/asg-32-mi>, Veljača 2023.
- [2] Airfoil tools, Eppler 393, <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=e393-il>, Veljača 2023.
- [3] UIUC Applied Aerodynamics Group, UIUC Airfoil Coordinates Database, https://m-selig.ae.illinois.edu/ads/coord_database.html, Veljača 2023.
- [4] Janković, S.: *Mehanika leta zrakoplova*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2002.
- [5] Airfoil tools, Eppler 297, <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=e297-il>, Veljača 2023.
- [6] Sukumar P. P. , Selig M. S., Dynamic Soaring of Sailplanes over Open Fields, *Journal of aircraft*, vol 50., no. 5, 2013.