

# Određivanje geometrije 3D ispisane replike krvne žile koja zadovoljava fiziološke promjere tijekom srčanog ciklusa

---

Letica, Ivan Krešimir

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:755366>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

Download date / Datum preuzimanja: **2024-10-02**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

**Ivan Krešimir Letica**

Zagreb, 2023.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Igor Karšaj, dipl. ing.

Student:

Ivan Krešimir Letica

Zagreb, 2023.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru Prof. dr. sc. Igoru Karšaju i Doc. dr. sc. Lani Virag na pruženoj pomoći i savjetima prilikom izrade ovog rada.

Zahvaljujem se svojoj obitelji, posebice roditeljima, na neprekidnoj podršci prilikom cjelokupnog školovanja. Hvala im, također, na njihovoj prisutnosti tijekom cijelog mog života te vremenu i trudu koje su uložili u moj osobni i akademski razvoj.

Posebno hvala mojoj djevojci, Korini, na ljubavi, strpljenju, razumijevanju i pažnji koje mi je pružila proteklih mjeseci čime me je poticala privesti diplomski studij kraju.

Hvala svim mojim prijateljima za društvo, potporu i motivaciju tijekom cjelokupnog studiranja. Hvala im što su bili i ostali uz mene u dobrim i lošim trenucima i uvijek mi dali snagu za novi radni dan.

Na kraju, hvala svim kolegama s fakulteta za njihovu nesebičnost i kolegijalnost od početka do kraja studiranja. Uz znanje kojega smo zajedno stjecali, poznanstva i prijateljstva sa svima njima je najvrjednije što ću ponijeti s fakulteta.

Ivan Krešimir Letica



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:

Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 23 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 23 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Ivan Krešimir Letica** JMBAG: 0035205176

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Određivanje geometrije 3D ispisane replike krvne žile koja zadovoljava fiziološke promjere tijekom srčanog ciklusa**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Determination of 3D printed blood vessel replica that reproduces physiological diameters during cardiac cycle**

Opis zadatka:

Metode slikovnog snimanja u medicini mogu nam dati informacije o geometriji krvnih žila iz kojih se može razviti realistični 3D ispisani model. Pravilnim oblikovanjem materijala korištenih za 3D ispis može se napraviti replika arterije tako da se u fiziološkom rasponu tlakova ponaša slično pravoj žili. Mehanička svojstva arterija su složena i ne mogu se odrediti *in vivo*. Mehaničko ponašanje 3D ispisanih polimernih materijala može se dobro opisati Neo-Hooke materijalnim modelom. U skladu s navedenim potrebno je napraviti sljedeće zadatke:

1. Razviti numerički postupak za određivanje geometrijskih parametara replike neopterećene zdrave aorte. Prilikom definiranja replike potrebno je držati odgovarajući unutarnji radijus aorte tijekom cijelog srčanog ciklusa dok se ostali parametri (npr. debljina stijenke ili materijal replike) mogu slobodno mijenjati.
2. Razvijeni postupak potrebno je segmentalno primijeniti na aneurizmu abdominalne aorte tako da se može definirati replika neopterećene geometrije aneurizme traženog unutarnjeg radijusa:
  - o izrađena od jednog materijala i promjenjive debljine stijenke,
  - o približno konstantne debljine stijenke izrađena od više materijala različitih svojstava.
3. Za tako definirane geometrije aneurizme pomoću metode konačnih elemenata treba odrediti deformiranu geometriju u sistoli i diastoli.
4. Potrebno je naći relativnu grešku izračunatog i ciljanog unutarnjeg radijusa aorte te usporediti točnost replika izrađenih od jednog i više materijala.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

17. studenoga 2022.

Datum predaje rada:

19. siječnja 2023.

Predvideni datumi obrane:

23.- 27. siječnja 2023.

Zadatak zadao:

Prof.dr.sc. Igor Karšaj

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS OZNAKA .....	VI
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY .....	IX
1 UVOD.....	1
1.1 Kardiovaskularni sustav .....	2
1.1.1 Ljudsko srce .....	2
1.1.2 Krvne žile.....	3
1.1.3 Krv .....	5
1.2 3D printanje.....	6
2 MATEMATIČKI IZRAZI ZA DOBIVANJE NEOPTEREĆENE GEOMETRIJE KRVNIH ŽILA.....	7
2.1 Opis gibanja materijalnog tijela .....	7
2.2 Gradijent deformiranja .....	8
2.3 Cauchyjev tenzor naprežanja .....	8
2.4 Neo – Hooke materijalni model .....	10
2.5 Gradijent deformiranja za krvne žile pojednostavljene osnosimetričnim modelom..	10
2.6 Jednadžba tlaka na unutarnjoj stijenci krvnih žila .....	12
2.6.1 Jednadžba tlaka izražena Neo-Hooke materijalnim modelom.....	12
2.7 Uvjet nestlačivosti materijala.....	12
2.8 Newton – Raphsonova iterativna metoda .....	13
3 DOBIVANJE NEOPTEREĆENE GEOMETRIJE KRVNIH ŽILA NUMERIČKOM METODOM.....	15
3.1 Funkcija <i>integral</i> .....	16
3.2 Funkcija <i>neopterećeni</i> .....	18
3.3 Funkcija <i>opterećeni</i> .....	20
3.4 Funkcija <i>dijastola</i> .....	22
3.5 Izvođenje analize.....	23
3.5.1 Zadani podatak – materijalna konstanta.....	23
3.5.2 Zadani podatak – debljina krvne žile .....	23
4 PRIMJENA NUMERIČKE METODE NA RAVNE KRVNE ŽILE .....	26
5 PRIMJENA NUMERIČKE METODE NA AORTE S ANEURIZMOM .....	30
5.1 Model aorte s aneurizmom izrađen od jednog materijala – Model 1.....	32
5.2 Model aorte s aneurizmom izrađen od triju materijala – Model 2.....	33
5.3 Model aorte s aneurizmom izrađen od 37 materijala – Model 3 .....	34
6 ANALIZA DOBIVENIH MODELA METODOM KONAČNIH ELEMENATA.....	35
6.1 Model 1 – rezultati analize metodom konačnih elemenata .....	36
6.2 Model 2 – rezultati analize metodom konačnih elemenata .....	40
6.3 Model 3 – rezultati analize metodom konačnih elemenata.....	43

---

7 ZAKLJUČAK.....	46
LITERATURA.....	48
PRILOZI.....	49

**POPIS SLIKA**

Slika 2.1 Vektori početnog i trenutnog položaja te vektor pomaka čestice [8] .....	7
Slika 2.2 Grafički opis Newton - Raphsonove iterativne metode [11] .....	14
Slika 3.1 Generalni opis rada numeričke metode za dobivanje neopterećene geometrije žila	15
Slika 3.2 Preslikavanje opterećene geometrije krvne žile u neopterećenu [9].....	15
Slika 3.3 Funkcija <i>integral</i> – dijagram toka .....	17
Slika 3.4 Funkcija <i>neopterećeni</i> – dijagram toka .....	19
Slika 3.5 Funkcija <i>opterećeni</i> - dijagram toka .....	21
Slika 3.6 Funkcija <i>dijastola</i> - dijagram toka .....	22
Slika 3.7 Žila sa zadanom materijalnom konstantom - dijagram toka .....	24
Slika 3.8 Žila sa zadanom debljinom - dijagram toka.....	25
Slika 4.1 Ovisnost krvnog tlaka o unutarnjem promjeru krvnih žila [12].....	26
Slika 4.2 Analiza ravne žile - usporedba unutarnjih radijusa pri sistoli.....	28
Slika 4.3 Analiza ravne žile - usporedba unutarnjih radijusa pri dijastoli .....	29
Slika 5.1 Model 1 -točke neopterećene geometrije .....	32
Slika 5.2 Model aorte s aneurizmom izrađen od jednog materijala (FLX9840 DM, $C_1=0,2$ ). 33	
Slika 5.3 Model aorte s aneurizmom izrađen od triju materijala .....	33
Slika 5.4 Model 2 - granice primjene različitih materijala.....	34
Slika 5.5 Model aorte s aneurizmom izrađen od 37 materijala .....	34
Slika 6.1 Rubni uvjeti i opterećenje .....	35
Slika 6.2 Model 1 - radijalni pomaci pri sistoli.....	36
Slika 6.3 Model 1 - raspodjela cirkularnog naprezanja pri sistoli.....	37
Slika 6.4 Model 1 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri sistoli.....	37
Slika 6.5 Model 1 - radijalni pomaci pri dijastoli .....	38
Slika 6.6 Model 1 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri dijastoli ....	39
Slika 6.7 Model 2 - radijalni pomaci pri sistoli.....	40
Slika 6.8 Model 2 - raspodjela cirkularnog naprezanja pri sistoli.....	41
Slika 6.9 Model 2 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri sistoli.....	41
Slika 6.10 Model 2 - radijalni pomaci pri dijastoli .....	42
Slika 6.11 Model 2 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri dijastoli ..	42
Slika 6.12 Model 3 - radijalni pomaci pri sistoli.....	43
Slika 6.13 Model 3 - raspodjela cirkularnog naprezanja pri sistoli.....	44
Slika 6.14 Model 3 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri sistoli.....	44



---

Slika 6.15 Model 3 - radijalni pomaci pri dijastoli ..... 45

Slika 6.16 Model 3 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri dijastoli .. 45

**POPIS TABLICA**

Tablica 4.1 Rezultati numeričke analize ravne krvne žile .....	27
Tablica 4.2 Rezultati analize ravne krvne žile dobivene metodom konačnih elemenata.....	28
Tablica 5.1 Ulazni podaci - opterećena geometrija aorte s aneurizmom .....	31
Tablica 5.2 Ulazni podaci - dostupni hiperelastični materijali i njihove materijalne konstante .....	32
Tablica 6.1 Model 1 - greška.....	39
Tablica 6.2 Model 2 - greška.....	43
Tablica 6.3 Model 2 - greška.....	45

**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Opis</b>
$A$	$\text{mm}^2$	trenutna površina
$A_0$	$\text{mm}^2$	početna površina
<b>b</b>		lijevi <i>Cauchy-Green</i> tenzor deformiranja
<b>C</b>		desni <i>Cauchy-Green</i> tenzor deformiranja
$C_1$	MPa	materijalna konstanta <i>Neo-Hooke</i> materijalnog modela
$F$	N	sila
<b>F</b>		tenzor gradijenta deformiranja
<b>I</b>		jedinična matrica
$I_1$		prva invarijanta <i>lijevog Cauchy-Green</i> tenzora deformiranja
$I_2$		druga invarijanta <i>lijevog Cauchy-Green</i> tenzora deformiranja
$J$		Jakobijan
$L$	mm	aksijalna duljina geometrije u neopterećenom stanju
$l$	mm	aksijalna duljina geometrije u opterećenom stanju
<b>P</b>	MPa	prvi <i>Piola-Kirchhoff</i> tenzor naprezanja
$P$	MPa	tlak
$R$	mm	radijus geometrije u neopterećenom stanju
$r$	mm	radijus geometrije u opterećenom stanju
$R_u$	mm	unutarnji radijus geometrije u neopterećenom stanju
$R_v$	mm	vanjski radijus geometrije u neopterećenom stanju
$r_u$	mm	unutarnji radijus geometrije u opterećenom stanju
$r_v$	mm	vanjski radijus geometrije u opterećenom stanju
<b>S</b>	mm	drugi <i>Piola-Kirchhoff</i> tenzor naprezanja
$u_i$	mm	pomak
$v$	$\text{mm}^3$	volumen geometrije u opterećenom stanju
$V$	$\text{mm}^3$	volumen geometrije u neopterećenom stanju
$W$		energija deformiranja
$x_i$	mm	prostorne koordinate
$X_i$	mm	materijalne koordinate

$\varepsilon$	mm	deformacija
$\lambda_i$	mm/mm	istezanje
$\sigma$		<i>Cauchyjev</i> tenzor naprezanja
$\sigma_i$	MPa	naprezanje u smjeru osi i

**SAŽETAK**

Aditivna proizvodnja (3D printanje) dobiva sve veći značaj u medicinskoj industriji. Osim u proizvodnji umjetnih tkiva, njena primjena je vidljiva i u raznim istraživanjima u području zdravstvenog razvoja. Cilj ovog rada je dobivanje modela neopterećene geometrije krvnih žila, aorta, s aneurizmom. Ti modeli namijenjeni su za proizvodnju 3D printanjem uporabom hiperelastičnih materijala. Oni su dobiveni numeričkom metodom koja se temelji na mehanici kontinuuma. U toj se metodi uzimaju medicinski podaci o geometriji opterećenih krvnih žila kod ljudi te se iterativnim proračunom dolazi do geometrije neopterećenih krvnih žila. U radu su izvedeni i zapisani izrazi korišteni u numeričkoj metodi te je opisano na koji način se ona provodi. Njom su dobiveni modeli aorti s aneurizmom od jednog i više hiperelastičnih materijala. Modeli su analizirani metodom konačnih elemenata te je njihova opterećena geometrija uspoređena s geometrijom stvarnih ljudskih žila s aneurizmom.

Ključni pojmovi: aneurizma, krvne žile, aditivna proizvodnja, mehanika kontinuuma, hiperelastični materijali, metoda konačnih elemenata

**SUMMARY**

Additive manufacturing (3D printing) is gaining more and more importance in the medical industry. In addition to the production of artificial tissues, its application is also visible in various research in the field of health development. The aim of this paper is to obtain models of the unloaded geometry of blood vessels, aorta, with an aneurysm. These models are intended for production by 3D printing using hyperelastic materials. They were obtained by a numerical method based on continuum mechanics. In this method, medical data on the geometry of human loaded blood vessels are taken, and the geometry of unloaded blood vessels is arrived at by an iterative calculation. In the paper, the expressions used in the numerical method are derived and written down, and the way in which they are implemented is described. It was used to obtain models of aorta with aneurysm made out from one or more hyperelastic materials. The models were analyzed using the finite element method and their loaded geometry was compared with the geometry of real human blood vessels with aneurysm.

Key terms: aneurysm, blood vessels, additive manufacturing, continuum mechanics, hyperelastic materials, finite element method

## 1 UVOD

Napretci koji se događaju u tehnologiji i medicini vrlo često se događaju zajedno. Interdisciplinarno djelovanje ovih dvaju područja sve više dovodi do rješenja koja pospješuju čovjekovo zdravlje, produljuju mu životni vijek te poboljšavaju kvalitetu života. Već duže vrijeme moguće je vidjeti osobe s umjetnim zglobovima ili prostetskim udovima. Moguća je izrada kompletnog zubala od umjetnih materijala. Prisutna su također i mnoga pomagala za korekciju osjetila. Međutim, u moderno vrijeme sve je više raširena tehnologija aditivne proizvodnje, odnosno 3D printanja. Može se reći da je sasvim očekivano da je prepoznat potencijal takvog načina proizvodnje i u medicini. Mogućnosti aditivne proizvodnje u kontekstu nadogradnje i istraživanja ljudskoga tijela praktički su neograničene. Međutim, one tek trebaju biti prepoznate i razrađene kako bi mogle biti iskorištene.

U ovome radu fokus je na primjeni 3D printanja na istraživanje krvnih žila te posebice na istraživanje krvnih žila s prisutnom nepravilnošću u obliku aneurizme. Kako bi se dijelovi krvožilnog sustava proučavati u kontekstu medicinskih istraživanja, potrebno je izraditi krvne žile iz umjetnih materijala. Krvne žile su u ljudskome tijelu podvrgnute konstantnom opterećenju u obliku krvnog tlaka. Njihovu geometriju tako je moguće mjeriti isključivo unutar raspona krvnih tlakova, od najnižeg, dijastoličkog, do najvišeg, sistoličkog. Umjetne krvne žile će u trenutku proizvodnje svakako biti u neopterećenom stanju u kojemu je njihovu geometriju nemoguće izmjeriti unutar medicinskog istraživanja. Iz tog razloga, potrebno je razraditi numeričku metodu koja će uzimati izmjerenu opterećenu geometriju ljudskih krvnih žila kao ulazni parametar te davati neopterećenu geometriju umjetnih žila kao krajnji izračun. Takve umjetne žile potom je potrebno, korištenjem računalnog alata za simulaciju, opteretiti naprezanjima koja su istovjetna onima koje opterećuju stvarnu ljudsku žilu. Umjetna žila će se zbog toga deformirati te je potrebno izmjeriti njenu geometriju u opterećenom stanju. Numerička metoda će se smatrati pouzdanom ukoliko geometrija umjetne žile bude identična geometriji ljudske žile pri jednakom opterećenju i to unutar cijelog raspona krvnih tlakova. Krajnji cilj je dobivanje, simulacijom provjerenih, modela umjetnih žila s aneurizmom koje će biti moguće proizvesti 3D printanjem hiperelastičnih materijala i koristiti za medicinska istraživanja.

## 1.1 Kardiovaskularni sustav

Kardiovaskularni sustav je tjelesni sustav koji je odgovoran za pumpanje i transport krvi kroz tijelo. Sastoji se od srca, krvnih žila i krvi. Kardiovaskularni sustav neophodan je za održavanje cjelokupnog zdravlja i funkcije tijela. Pomaže u isporuci kisika i hranjivih tvari u tjelesne stanice, uklanja otpadne tvari i regulira tjelesnu temperaturu i pH vrijednost. Disfunkcija kardiovaskularnog sustava može dovesti do raznih zdravstvenih problema, uključujući bolesti srca, moždani udar i hipertenziju. [1]

### 1.1.1 Ljudsko srce

Ljudsko srce je mišićni organ smješten u prsnom košu, iza prsne kosti. Odgovoran je za pumpanje krvi kroz tijelo i neophodan je za održavanje cjelokupnog zdravlja i funkcije tijela. Srce ima četiri komore: lijevu i desnu pretklijetku te lijevu i desnu klijetku. Pretklijetke primaju krv iz tijela i pumpaju je u klijetke, koje zatim pumpaju krv u ostatak tijela. Lijeve klijetke je najmišićavija komora srca i pumpa oksigeniranu krv u tjelesna tkiva. Desna klijetka pumpa deoksigeniranu krv u pluća radi oksigenacije. Srce je okruženo vrećicom koja se zove perikard, koja štiti i podržava srce. Srce je također okruženo plućima, koja pomažu u oksigenaciji krvi. Srce ima vlastiti električni sustav koji pomaže u koordinaciji i reguliranju njegovih kontrakcija. Ovaj električni sustav sastoji se od specijaliziranih stanica koje se nazivaju *pacemaker* stanice, koje proizvode električne signale koji potiču srce na kontrakcije. [2]

Srce ima niz važnih funkcija, uključujući:

- Pumpanje krvi: Srce pumpa krv po cijelom tijelu, dostavljaajući kisik i hranjive tvari u tjelesne stanice i uklanjajući otpadne proizvode.
- Održavanje krvnog tlaka: Srce pomaže regulirati krvni tlak skupljanjem i opuštanjem određenom brzinom.
- Regulacija tjelesne temperature: srce pomaže u regulaciji tjelesne temperature tako što pumpa krv u tjelesna tkiva i pomaže u odvođenju topline.
- Održavanje ravnoteže elektrolita: srce pomaže u održavanju ravnoteže elektrolita pumpanjem elektrolita, poput natrija i kalija, po cijelom tijelu.



Problemi sa srcem, poput bolesti srca, mogu dovesti do raznih zdravstvenih problema i mogu biti opasni po život ako se ne liječe. Međutim, uz pravilnu njegu i liječenje, mnoga se srčana oboljenja mogu kontrolirati i kontrolirati. [2]

### **1.1.2 Krvne žile**

Krvne žile su cijevi koje nose krv kroz tijelo. Postoje tri glavne vrste krvnih žila: vene, kapilare i arterije. [3]

Vene nose deoksigeniranu krv (krv koja je dopremila kisik u tjelesna tkiva i vraća se u srce) natrag u srce. Imaju tanje stijenke od arterija i manje su u stanju izdržati visoki pritisak. Najveća vena u tijelu je donja šuplja vena, koja nosi deoksigeniranu krv iz donje polovice tijela u desnu pretklijetku srca. Kapilare su najmanje krvne žile u tijelu i odgovorne su za izmjenu hranjivih tvari, kisika i otpadnih tvari između krvi i tjelesnih tkiva. Toliko su male da se crvena krvna zrnca moraju poredati u jedan red kako bi prošla kroz njih. Arterije nose oksigeniranu krv (krv koja je oksigenirana u plućima) od srca prema tjelesnim tkivima. Imaju debele stijenke i mogu izdržati visoki tlak koji stvara pumpanje srca. Aorta je najveća arterija u tijelu i prenosi krv obogaćenu kisikom iz lijeve klijetke srca u ostatak tijela. Počinje u dnu srca i ide prema dolje kroz prsa i abdomen, na kraju se granajući u manje arterije koje opskrbljuju krvlju različite organe i tkiva u tijelu. [3]

Aorta se sastoji od tri sloja tkiva: najdubljeg sloja (endotel), srednjeg sloja glatkog mišića i elastičnog tkiva (medija) i vanjskog sloja vezivnog tkiva (adventicije). Ovi slojevi omogućuju aorti da se rasteže i skuplja dok srce pumpa krv kroz nju, a također pomažu u zaštiti žile od oštećenja. Aorta je podijeljena u četiri glavna segmenta: uzlaznu aortu, aortni luk, silaznu aortu i torakalnu aortu. Uzlazna aorta je prvi segment aorte, a počinje od baze srca i ide prema gore prema glavi. Luk aorte je zakrivljeni dio aorte koji počinje na vrhu uzlazne aorte i ide prema dolje prema lijevoj strani tijela. Silazna aorta je dio aorte koji ide prema dolje kroz prsa i abdomen, a torakalna aorta je dio silazne aorte koji prolazi kroz prsa.

Aorta je važan dio krvožilnog sustava, a problemi s aortom mogu dovesti do ozbiljnih zdravstvenih problema. Aneurizme aorte, na primjer, su izbočine u stijenci aorte koje mogu prsnuti i uzrokovati unutarnje krvarenje, a aortalna stenoza je stanje u kojem se aorta sužava, što otežava protok krvi. Oba ova stanja mogu biti opasna po život ako se ne liječe. [4]

Aneurizma je izbočina ili balon u stijenci krvne žile, obično arterije. Nastaje kada stijenka krvne žile oslabi, uzrokujući njeno izbočenje prema van. Aneurizme se mogu pojaviti u bilo kojem dijelu tijela, ali najčešće se nalaze u aorti (glavnoj arteriji koja prenosi krv iz srca u ostatak tijela) i mozgu. [5]

Postoji nekoliko vrsta aneurizmi, uključujući:

- Aneurizma aorte: aneurizma koja se javlja u aorti, glavnoj arteriji koja prenosi krv od srca do ostatka tijela.
- Cerebralna aneurizma: Aneurizma koja se javlja u arteriji u mozgu.
- Aneurizma abdominalne aorte: Aneurizma koja se javlja u trbušnoj aorti, dijelu aorte koji prolazi kroz abdomen.
- Aneurizma slezene: Aneurizma koja se javlja u slezeni, malom organu smještenom u gornjem lijevom dijelu abdomena.
- Bubrežna aneurizma: Aneurizma koja se javlja u arteriji koja vodi do bubrega. [5]

Aneurizme mogu biti uzrokovane nizom čimbenika, uključujući visoki krvni tlak, aterosklerozu (otvrdnuće arterija), traumu i genetsku predispoziciju. U nekim slučajevima aneurizme ne moraju uzrokovati nikakve simptome i mogu se otkriti tijekom rutinskog liječničkog pregleda. Međutim, u drugim slučajevima aneurizme mogu puknuti i uzrokovati krvarenje, koje može biti opasno po život. Liječenje aneurizme ovisi o mjestu, veličini i općem zdravstvenom stanju bolesnika. Neke male aneurizme možda neće zahtijevati nikakvo liječenje i mogu se povremeno pratiti kako bi se osiguralo da ne rastu. Međutim, veće aneurizme ili one koje uzrokuju simptome možda će trebati liječiti kako bi se spriječilo pucanje ili krvarenje. [5]

Mogućnosti liječenja aneurizme mogu uključivati:

- Lijekovi: lijekovi kao što su lijekovi za krvni tlak ili lijekovi za snižavanje kolesterola mogu se koristiti za smanjenje rizika od rasta ili pucanja aneurizme.
- Promjene načina života: promjene u načinu života, poput prestanka pušenja i zdrave prehrane, mogu pomoći u smanjenju rizika od rasta ili pucanja aneurizme.
- Kirurgija: Možda će biti potrebna operacija za popravak ili uklanjanje aneurizme.

Postoji nekoliko vrsta kirurških zahvata koji se mogu koristiti, uključujući otvorenu

kirurgiju (kod koje kirurg radi rez na koži kako bi pristupio aneurizmi) i endovaskularnu kirurgiju (kod koje se kateter umeće kroz krvnu žilu u nozi i vodi do aneurizme). Specifična vrsta kirurškog zahvata ovisit će i o mjestu i veličini aneurizme, kao i o cjelokupnom zdravstvenom stanju pacijenta. [5]

Važno je napomenuti da aneurizme mogu biti opasne po život, stoga je važno potražiti liječničku pomoć ako se pojavljuju simptomi kao što su iznenadna i jaka glavobolja, bol u vratu ili slabost na jednoj strani tijela, jer to mogu biti znakovi puknuća aneurizma. [5]

Sve u svemu, krvne žile u tijelu čine složenu mrežu koja je neophodna za održavanje protoka krvi i opskrbu tjelesnih tkiva kisikom i hranjivim tvarima potrebnim za pravilno funkcioniranje.

### **1.1.3 Krv**

Ljudska krv je vitalna tjelesna tekućina koja cirkulira kroz tjelesna tkiva i organe, prenoseći kisik, hranjive i druge tvari do stanica i uklanjajući otpadne proizvode. Sastoji se od crvenih i bijelih krvnih stanica, trombocita i plazme. Crvena krvna zrnca sadrže protein zvan hemoglobin, koji se veže na kisik i prenosi ga cijelim tijelom. Bijela krvna zrnca pomažu u borbi protiv infekcija i bolesti, dok trombociti pomažu u stvaranju krvnih ugrušaka i zaustavljanju krvarenja. Plazma je bistra, žućkasta tekućina koja prenosi hranjive tvari, hormone i druge tvari kroz tijelo. [6]

Postoje četiri glavne vrste ljudske krvi, na temelju prisutnosti određenih proteina koji se nazivaju antigeni: A, B, AB i O. Ti se antigeni nalaze na površini crvenih krvnih stanica i koriste se za klasifikaciju krvnih grupa. ABO sustav krvnih grupa je najvažniji sustav krvnih grupa u transfuziji ljudske krvi. [6]

Ljudska krv također sadrži niz važnih tvari, uključujući elektrolite (kao što su natrij, kalij i kalcij), enzime, hormone i antitijela. Ove tvari pomažu u održavanju cjelokupnog zdravlja i funkcije tijela. [6]

Poremećaji krvi mogu se pojaviti kada postoji problem s proizvodnjom ili funkcijom krvnih stanica ili kada postoji abnormalna razina tvari u krvi. Neki uobičajeni poremećaji krvi uključuju anemiju, leukemiju i anemiju srpastih stanica. Liječenje poremećaja krvi može uključivati lijekove, transfuziju krvi i druge terapije. [6]

## 1.2 3D printanje

3D printanje, poznat i kao aditivna proizvodnja, proces je stvaranja fizičkog objekta izgradnjom sloja po sloja korištenjem raznih materijala, uključujući plastiku, metale i keramiku. Omogućuje stvaranje složenih oblika i struktura koje bi bilo teško ili nemoguće proizvesti tradicionalnim metodama kao što je injekcijsko prešanje ili strojna obrada.

Proces 3D printanja započinje izradom digitalnog 3D modela objekta koji se ispisuje. Ovaj se model obično izrađuje pomoću softvera za računalno potpomognuto projektiranje (CAD) ili se skenira pomoću 3D skenera. Nakon što je digitalni model gotov, reže se na tanke slojeve i zatim šalje na 3D printer, koji čita digitalne upute i gradi objekt sloj po sloj. [7]

Postoji nekoliko različitih vrsta 3D pisača, svaki sa svojim jedinstvenim mogućnostima i ograničenjima. Neki uobičajeni tipovi 3D pisača uključuju:

- Fused Deposition Modeling (FDM) pisači: Ovi pisači izrađuju objekte topljenjem i istiskivanjem tanke niti plastike ili drugog materijala kroz malu mlaznicu.
- Stereolitografski (SLA) pisači: Ovi pisači koriste laser za stvrđnjavanje slojeva smole, stvarajući čvrsti objekt.
- Pisači selektivnog laserskog sinteriranja (SLS): Ovi pisači koriste laser za stapanje slojeva metala u prahu ili plastike, stvarajući čvrsti objekt.
- Pisači za digitalnu obradu svjetla (DLP): Ovi pisači koriste projektor za stvrđnjavanje slojeva smole, stvarajući čvrsti objekt.

3D printanje ima širok raspon primjena, uključujući izradu prototipova, proizvodnju i izradu po narudžbi. Koristi se u raznim industrijama, uključujući zrakoplovstvo, automobilsku industriju i zdravstvo i ima potencijal revolucionirati konstrukcijske i proizvodne procese. [7]

## 2 MATEMATIČKI IZRAZI ZA DOBIVANJE NEOPTEREĆENE GEOMETRIJE KRVNIH ŽILA

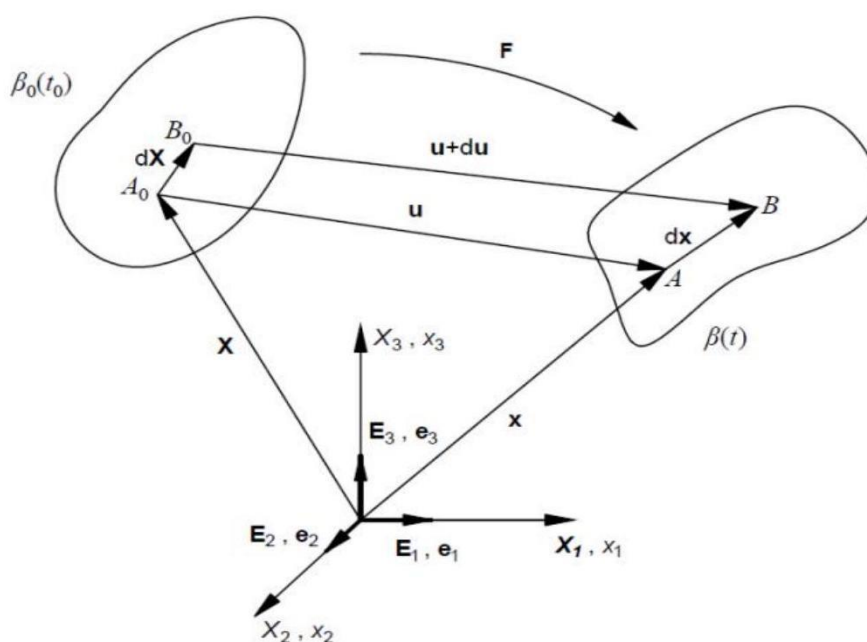
Mehanika kontinuuma bavi se analizom gibanja fizičkih tijela na makroskopskoj razini. Za razliku od mikroskopske razine koja analizira atomsku strukturu tijela, u mehanici kontinuuma pretpostavlja se materijalni kontinuum, tj. ideja da tijelo u obliku svoje sastavne tvari neprestano ispunjava neki prostor. Materijalno tijelo tako obuhvaća određeni volumen prostora  $V$  ispunjen tvari mase  $m$ . Granica materijalnog tijela jest vanjska površina volumena, označena kao zatvorena ploha  $S$ . [8]

### 2.1 Opis gibanja materijalnog tijela

U analizu gibanja kontinuuma potrebno je uvrstiti vremensku varijablu. Na taj način se vektorom položaja u vremenu može odrediti lokacija svake čestice u određenom trenutku te na taj način opisati deformacija. Vektor se u indeksnom zapisu označava sljedećim izrazom:

$$x_i = x_i(X_1, X_2, X_3, t), \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

u kojemu su  $X_1, X_2$  i  $X_3$  materijalne koordinate, odnosno koordinate pojedine čestice na početku analize ( $t=0$ ). One se u određenom vremenskom trenutku preslikavaju u prostorne koordinate,  $x_i$ . [8]



Slika 2.1 Vektori početnog i trenutnog položaja te vektor pomaka čestice [8]

Početna konfiguracija označena je s  $\beta_0(t_0)$ , a trenutna s  $\beta(t)$ . Diferencijalne veličine  $d\mathbf{X}$  i  $d\mathbf{x}$  spajaju dvije materijalne čestice u navedenim konfiguracijama. Vektorom pomaka,  $u_i$ , spojeni su položaji čestice u početnoj i trenutnoj konfiguraciji.

$$u_i = u_i(X_1, X_2, X_3, t). \quad (2)$$

Sljedeći izraz označava polje pomaka. Sa slike Slika 5.1, vidi se da je:

$$\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X}. \quad (3)$$

## 2.2 Gradijent deformiranja

Gradijent deformiranja  $F_{ij}$  je poveznica između diferencijalnih veličina i zapisuje se kao:

$$F_{ij} = \frac{dx_i}{dX_j}. \quad (4)$$

Raspisani gradijent deformiranja u Kartezijevim koordinatama:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Za analizu osnosimetričnih tijela prikladniji je gradijent deformiranja u cilindričnim koordinatama:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial R} & \frac{\partial r}{R \partial \theta} & \frac{\partial r}{\partial Z} \\ r \frac{\partial \varphi}{\partial R} & r \frac{\partial \varphi}{R \partial \theta} & r \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \\ \frac{\partial z}{\partial R} & \frac{\partial z}{R \partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial Z} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

## 2.3 Cauchyjev tenzor naprezanja

Inženjersko naprezanje (prvi Piola-Kirchhoff tenzor naprezanja) u slučaju jednoosnog naprezanja jednak je omjeru sile i referentne površine djelovanja navedene sile.

$$P = \frac{F}{A_0}. \quad (7)$$

U slučaju velikih deformacija, kao što je slučaj pri naprezanju krvnih žila, potrebno je za izračun naprezanja umjesto referentne površine koristiti trenutnu površinu. Takav tenzor zove se Cauchyjev tenzor naprezanja i glasi:

$$\sigma = \frac{F}{A}. \quad (8)$$

Drugi Piola-Kirchhoff tenzor naprezanja izražava se kao:

$$S = \sqrt{\frac{F^2}{A_0}}. \quad (9)$$

Veza između Cauchy i prvog Piola-Kirchhoff tenzora naprezanja izražava se kao:

$$\mathbf{P} = J\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}. \quad (10)$$

Prvi i drugi Piola-Kirchofov tenzor naprezanja povezani su sljedećom jednačinom:

$$\mathbf{S} = \mathbf{P}\mathbf{F}^{-T}. \quad (11)$$

Kada se (10) uvrsti u (11) dolazi se do veze drugog Piola-Kirchoffovog i Cauchyevog tenzora naprezanja:

$$\mathbf{S} = J\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T}. \quad (12)$$

Dodavši izraz:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}}, \quad (13)$$

u kojemu  $\frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}}$  označava energiju deformiranja materijalnog modela deriviranu po desnom Cauchy-Greenovu tenzoru naprezanja, dolazi se do Cauchyjevog tenzora naprezanja opisanog energijom deformiranja. Time je moguće izračunati naprezanja kod hiperelastičnih materijala:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{2}{J} \cdot \mathbf{F} \cdot \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} \cdot \mathbf{F}^T. \quad (14)$$

## 2.4 Neo – Hooke materijalni model

Jedan od izotropnih materijalnih modela je Neo – Hooke model. On sadrži samo jednu materijalnu konstantu,  $C_1$  te se kao takav može smatrati najjednostavnijim materijalnim modelom. Opisan je sljedećim izrazom:

$$W = C_1 \cdot (I_1 - 3), \quad (15)$$

u kojemu je je  $I_1$  prva invarijanta lijevog Cauchy-Greenovog tenzora deformiranja.

## 2.5 Gradijent deformiranja za krvne žile pojednostavljene osnosimetričnim modelom

Deformiranje krutog tijela u kojem se ono deformira u smjerovima svih triju osi koordinatnog sustava zapisuje se izrazima:

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda_1 \cdot X_1, \\ x_2 &= \lambda_2 \cdot X_2, \\ x_3 &= \lambda_3 \cdot X_3, \end{aligned} \quad (16)$$

u kojima član se  $\lambda_i$  odnosi istežanje u svakom od tri smjera koordinatnog sustava.

Kada se koriste osnosimetrični modeli praktičnije je koristiti cilindrični koordinatni sustav.

Tada se jednadžbe deformiranja zapisuju kao:

$$\begin{aligned} r &= \lambda_r \cdot R, \\ \varphi &= \lambda_\theta \cdot \theta, \\ l &= \lambda_z \cdot L. \end{aligned} \quad (17)$$

Kada se u izraz za gradijent deformiranja (6) uvrste jednadžbe deformiranja (17) dobije se:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \lambda_r & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Kutna deformacija nije prisutna, odnosno  $\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = 1$  te se iz izraza (18) i (6) dolazi do :

$$\lambda_\theta = \frac{r}{R}. \quad (19)$$

Preko izraza (17) dolazi se do:

$$\lambda_z = \frac{l}{L}. \quad (20)$$



Relacija između volumena u referentnoj i trenutnoj konfiguraciji je:

$$v = J \cdot V, \quad (21)$$

Iz uvjeta nestlačivosti krutih tijela zaključuje se da je Jakobijeva matrica  $J = \det(\mathbf{F}) = 1$  ili raspisano:

$$\det(\mathbf{F}) = \lambda_r \cdot \lambda_\theta \cdot \lambda_z = 1, \quad (22)$$

pa slijedi da je:

$$\lambda_r = \frac{1}{\lambda_z \cdot \lambda_\theta}. \quad (23)$$

Gradijent deformiranja ne odnosi se ciljano niti na referentnu niti na trenutnu konfiguraciju već na obje. Stoga je potrebno uvesti i pojmove tenzora deformiranosti. Desni Cauchy-Greenov tenzor deformiranosti  $\mathbf{C}$  odnosi se na referentni koordinatni sustav. Lijevi Cauchy-Greenov tenzor deformiranosti  $\mathbf{b}$  odnosi se na trenutni koordinatni sustav. Zbog simetričnosti tenzora deformiranja  $\mathbf{F}$  proizlazi i jednakost tenzora deformiranosti:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{b} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T = \begin{bmatrix} \lambda_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_\theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z^2 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Prva invarijanta obaju tenzora deformiranosti je:

$$I_1 = \lambda_r^2 + \lambda_\theta^2 + \lambda_z^2. \quad (25)$$

Kada je riječ o nestlačivim materijalima, primjer kojih su i biološka tkiva (krvne žile), izraz (14) može se zapisati kako slijedi:

$$\boldsymbol{\sigma} = -p \cdot \mathbf{I} + 2 \cdot \frac{\partial W}{\partial I_1} \cdot \mathbf{b} - 2 \cdot \frac{\partial W}{\partial I_2} \cdot \mathbf{b}^{-1}. \quad (26)$$

U njemu su  $I_1$  i  $I_2$  prva i druga invarijanta lijevog Cauchy-Greenovog tenzora deformiranja, dok je  $p$  Lagrangeov multiplikator.

## 2.6 Jednadžba tlaka na unutarnjoj stijenci krvnih žila

Iz jednadžbi ravnoteže za opterećeni cilindar dolazi se do jednadžbe tlaka na unutarnjoj stijenci cilindra [10]:

$$P = \int_{r_u}^{r_v} (\sigma_\theta - \sigma_r) \frac{dr}{r}, \quad (27)$$

u kojoj su  $r_u$  i  $r_v$  unutarnji te vanjski radijus opterećenog cilindra. Varijable  $\sigma_\theta$  i  $\sigma_r$  ovise o korištenom materijalome modelu.

### 2.6.1 Jednadžba tlaka izražena Neo-Hooke materijalnim modelom

Jednadžbu materijalnog modela za početak je potrebno derivirati po invarijantama  $I_1$  i  $I_2$  :

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = C_1, \quad \frac{\partial W}{\partial I_2} = 0. \quad (28)$$

Tako se dobiva izraz:

$$\boldsymbol{\sigma} = -p \cdot \mathbf{I} + 2 \cdot C_1 \cdot \mathbf{b}. \quad (29)$$

Uvrštavanjem (24) u (29) dobiva se:

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_z \end{bmatrix} = -p \cdot \mathbf{I} + 2 \cdot C_1 \cdot \begin{bmatrix} \lambda_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_\theta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z^2 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Naposlijetku se  $\sigma_\theta$  i  $\sigma_r$  ubacuju u jednadžbu tlaka i dobiva se:

$$P = \int_{r_u}^{r_v} 2 \cdot C_1 \cdot \left( \lambda_\theta^2 - \frac{1}{\lambda_\theta^2 \cdot \lambda_z^2} \right) \frac{dr}{r}. \quad (31)$$

Numeričkom integracijom te Newton – Raphsonovim iterativnim postupkom dobiva se neopterećeni radijus  $R$  za zadani tlak.

## 2.7 Uvjet nestlačivosti materijala

Biološka tkiva izrađena su od nestlačivih materijala. Iz toga je moguće zaključiti da se volumen materijalnog tijela neće mijenjati neovisno o konfiguraciji. Kako krvne žila imaju oblik šupljeg cilindra, jednakost volumena početne i trenutne konfiguracije moguće je zapisati kao:

$$(r^2 - r_u^2)\pi l = (R^2 - R_u^2)\pi L, \quad (32)$$

gdje su velikim slovima označene varijble početne konfiguracije (neopterećene geometrije), a malim one vezane za trenutnu konfiguraciju.

Iz jednadžbi (20) i (32) dobivaju se izrazi za neopterećeni i opterećeni radijus koji će se koristiti u numeričkoj metodi:

$$R = R_u + \sqrt{(r^2 - r_u^2) \cdot \lambda_z}, \quad (33)$$

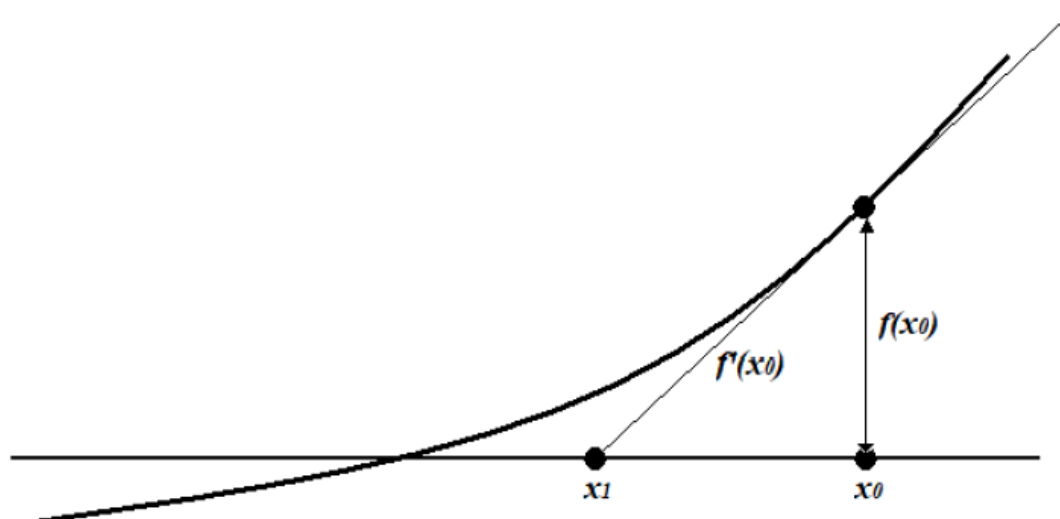
$$r = \sqrt{r_u^2 + (R^2 - R_u^2) \cdot \frac{1}{\lambda_z}}. \quad (34)$$

## 2.8 Newton – Raphsonova iterativna metoda

Newton – Raphsonovom metodom iterativno se pogađa željena vrijednost neke funkcije. Za početak, potrebno je odabrati početnu točku te za nju izračunati vrijednost funkcije te pripadajući nagib (derivaciju). Nakon toga se prema izrazu (35) računa sljedeća točka koja je bliže zadanoj vrijednosti. [11] Postupak se iterativno ponavlja dok se ne dođe do vrijednosti uz koja daje grešku manju od zadane (prihvatljive).

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (35)$$

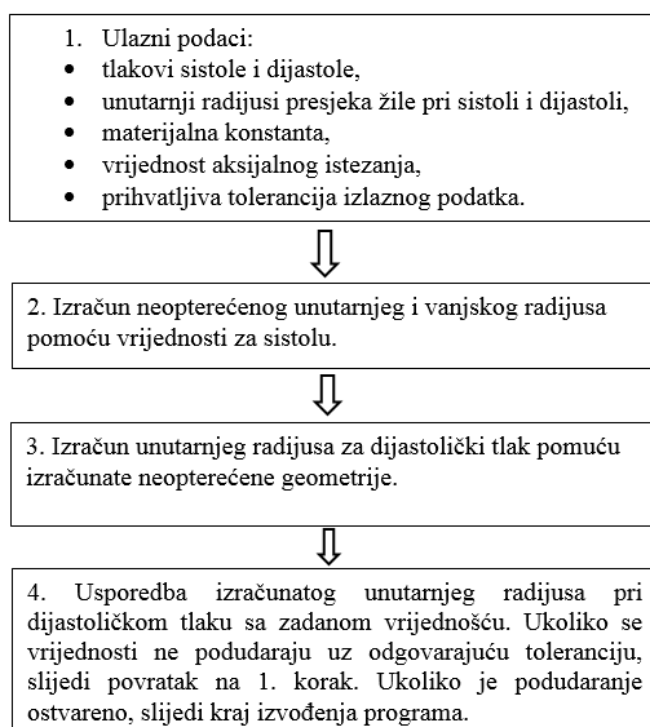
Slika 2.2 grafički opisuje Newton – Raphsonovu iterativnu metodu.



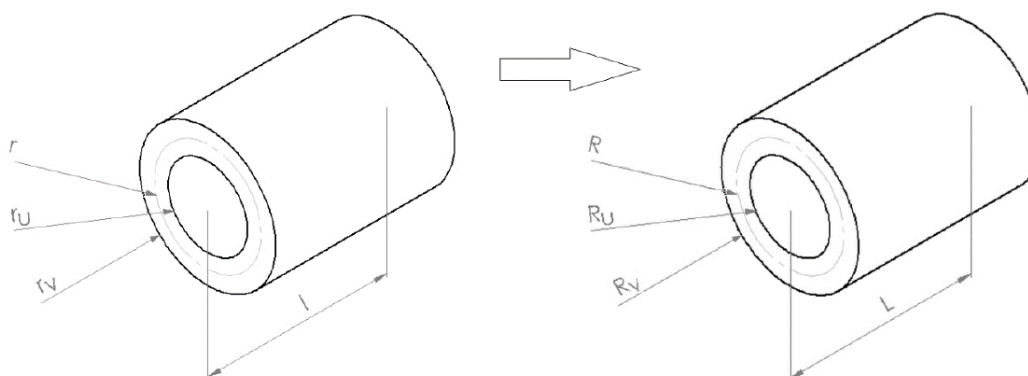
Slika 2.2 Grafički opis Newton - Raphsonove iterativne metode [11]

### 3 DOBIVANJE NEOPTEREĆENE GEOMETRIJE KRVNIH ŽILA NUMERIČKOM METODOM

U sljedećim podpoglavljima biti će objašnjeni pojedini dijelovi programskog koda za dobivanje geometrije krvnih žila u opterećenom i neopterećenom stanju. Objašnjenja će biti prikazana pomoću dijagrama toka. Sam programski kod napisan je u programskome jeziku *Python*. Slika 3.1 prikazuje generalan opis rada numeričke metode u obliku programskog koda po koracima. Slika 3.2 grafički prikazuje zadatak koji se izvod numeričkom metodom, a to je dobivanje neopterećene geometrije krvne žile iz opisane opterećene geometrije.



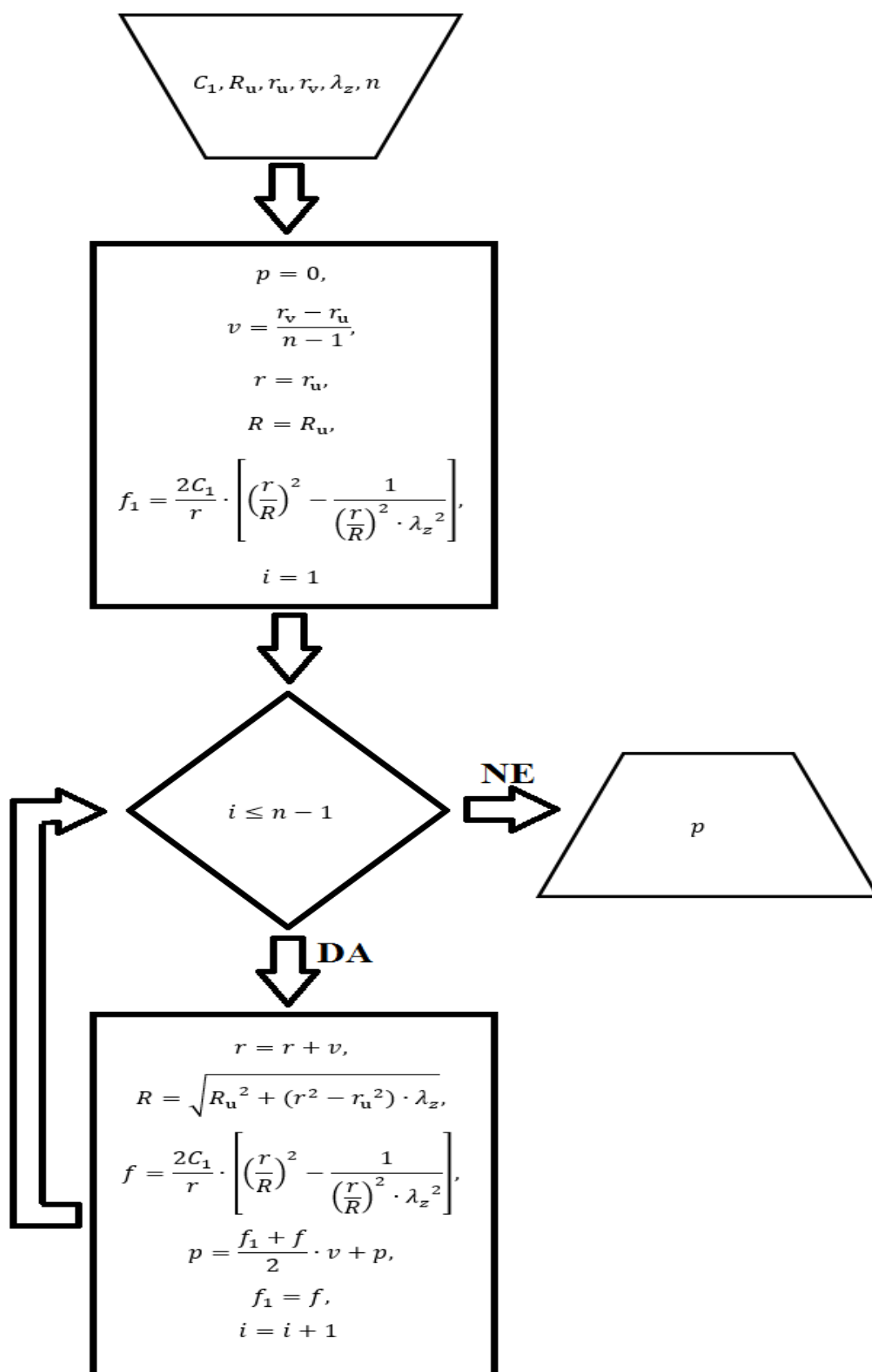
Slika 3.1 Generalni opis rada numeričke metode za dobivanje neopterećene geometrije žila



Slika 3.2 Preslikavanje opterećene geometrije krvne žile u neopterećenu [9]

### 3.1 Funkcija *integral*

Funkcija *integral* za ulazne podatke uzima materijalnu konstantu, neopterećeni unutarnji radijus, opterećeni vanjski i unutarnji radijus, aksijalno istezanje i broj particija površine integrala. Geometrijske veličine iz ulaznih podataka prikazuje Slika 3.2. To su prema izrazu (31) parametri koji ulaze u formulu te kao izlazni podatak ova funkcija daje izračunati tlak. Funkcija djeluje tako da se površina integrala podijeli na  $n-1$  particija te se računa površina svake particije i to u formi površine trapeza (srednja vrijednost paralelnih stranica pomnožena s visinom). Zbroj svih  $n-1$  površina čini tlak prema izrazu (31). U programskome kodu korišteno je 999 particija ( $n = 1000$ ). Empirijski, pomoću jednadžbi s poznatim rješenjem, je provjereno da toliki broj particija daje rješenje s visokim stupnjem točnosti. Također, područje integracije ide od vrijednosti unutarnjeg do vrijednosti vanjskog radijusa krvne žile što nisu udaljene vrijednosti tako da je 999 particija dovoljno da se tlak računa točno, a da izvođenje programskog koda ne traje dugo.

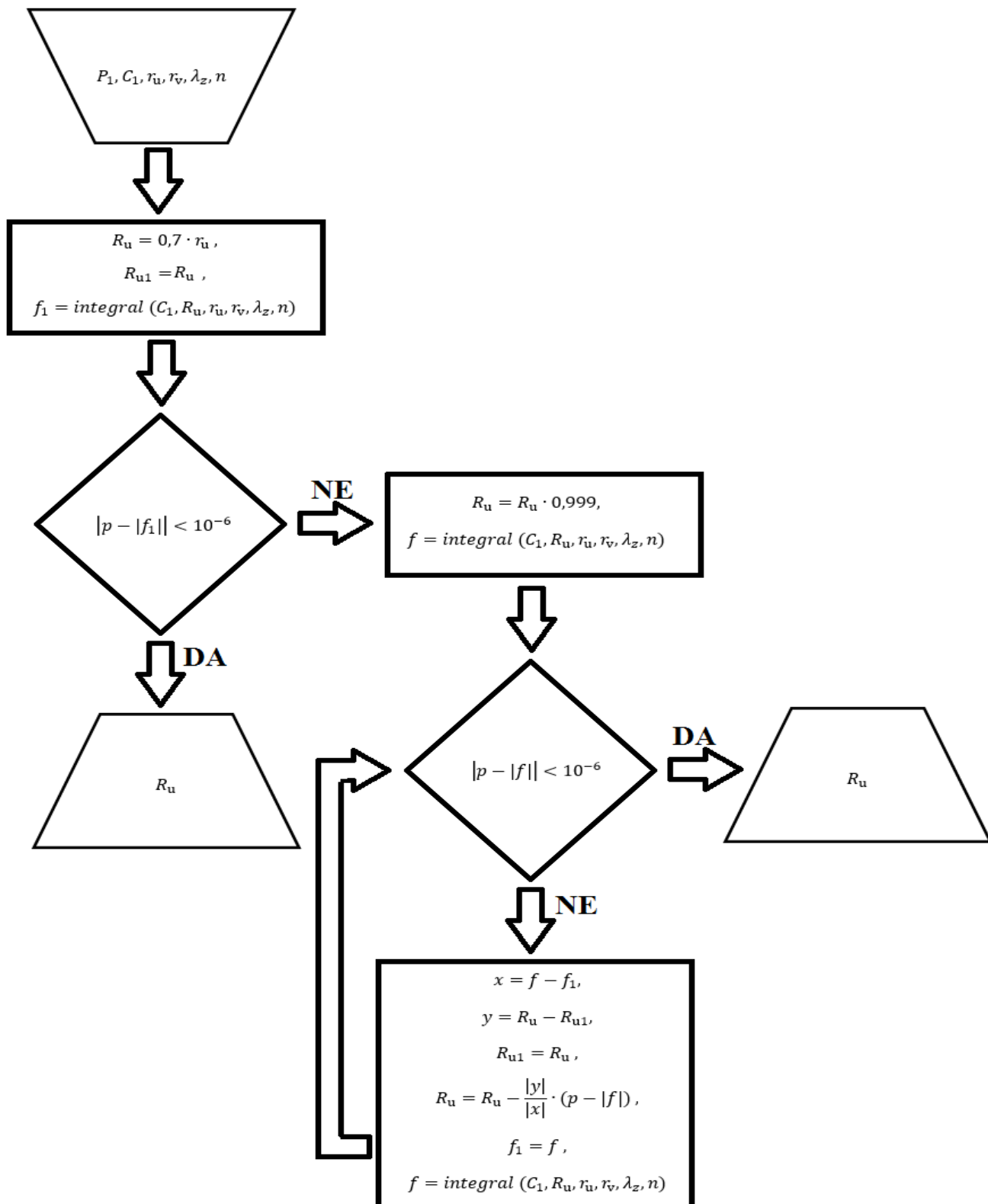
Slika 3.3 Funkcija *integral* – dijagram toka

---

### 3.2 Funkcija *neoptereceni*

Funkcija *neoptereceni* za ulazne podatke uzima ciljani tlak, materijalnu konstantu, opterećeni vanjski i unutarnji radijus, aksijalno istežanje i broj particija površine integrala. Izlazni podatak je neopterećeni unutarnji radijus za ciljani tlak. Ona koristi Newton-Raphsonovu aproksimaciju kako bi se iterativnim pogađanjem neopterećenog unutarnjeg radijusa došlo do vrijednosti koja uvrštena u izraz (31) daje ciljani tlak uz minimalnu prihvatljivu grešku.

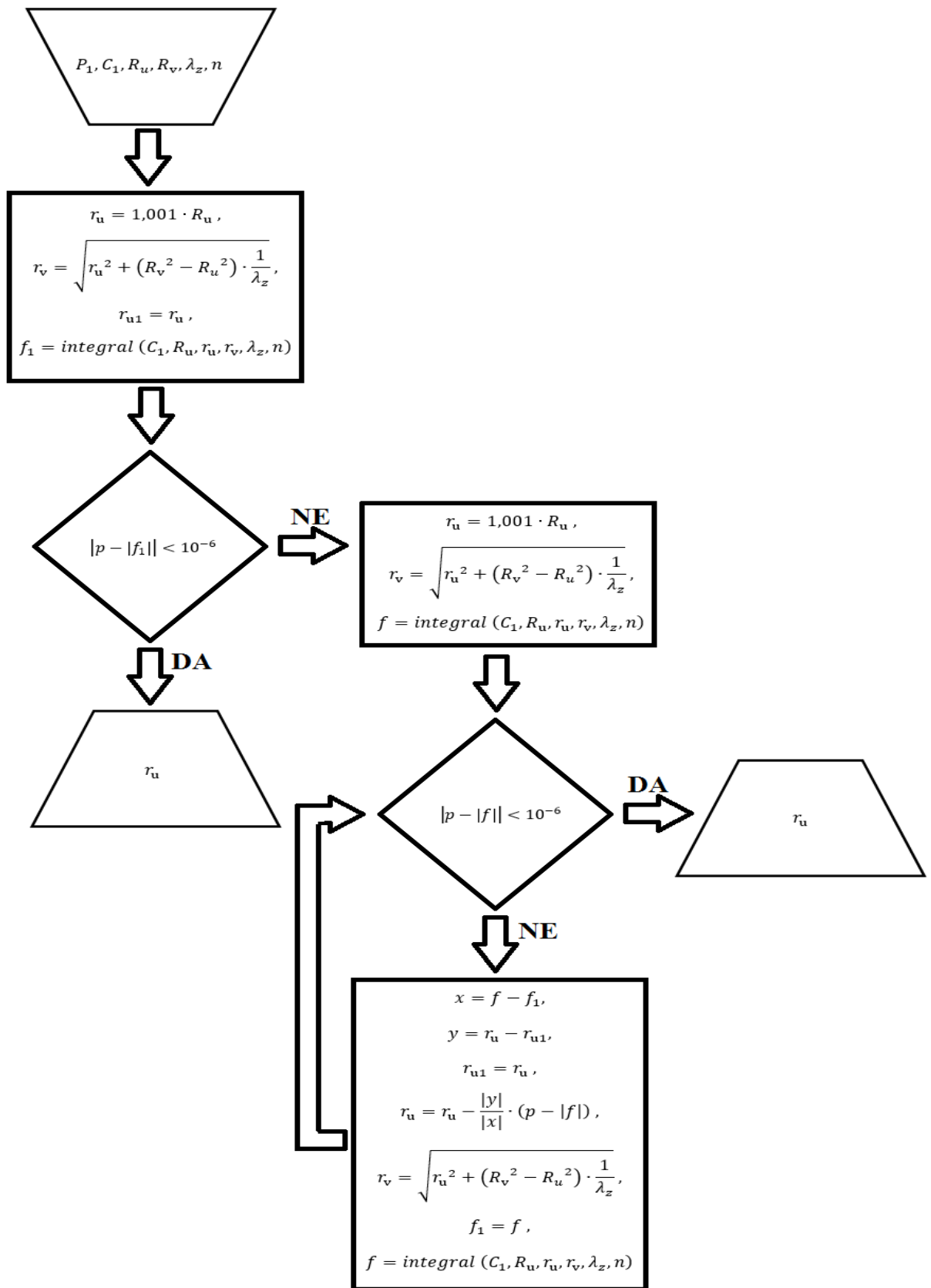




Slika 3.4 Funkcija neoptereceni – dijagram toka

### 3.3 Funkcija *opterećeni*

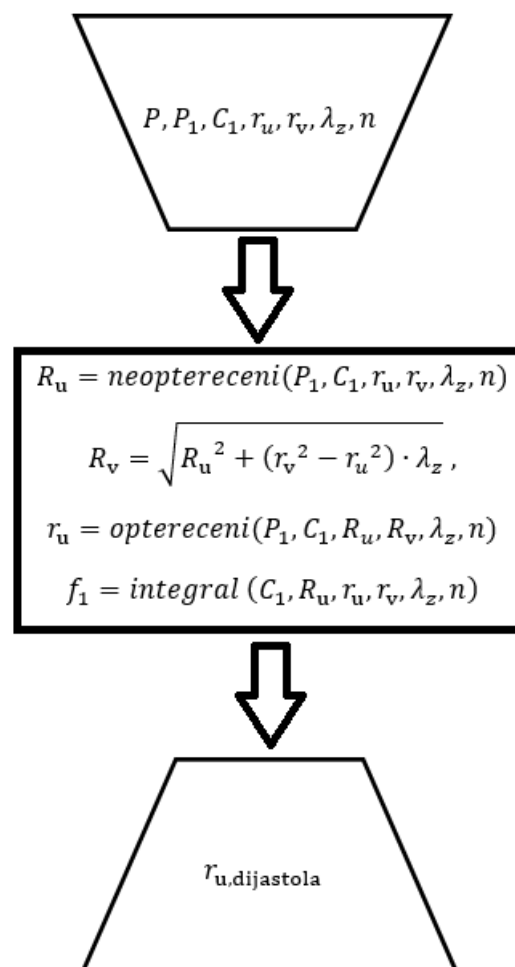
Funkcija *opterećeni* za ulazne podatke uzima ciljani tlak, materijalnu konstantu, neopterećeni vanjski i unutarnji radijus, aksijalno istežanje i broj particija površine integrala. Izlazni podatak je opterećeni unutarnji radijus za ciljani tlak. Ona koristi Newton-Raphsonovu aproksimaciju kako bi se iterativnim pogađanjem opterećenog unutarnjeg radijusa došlo do vrijednosti koja uvrštena u izraz (31) daje ciljani tlak uz minimalnu prihvatljivu grešku. Ova funkcija djeluje suprotno od funkcije *neopterećeni*, tj. umjesto da od opterećene geometrije dolazi do neopterećene ona od neopterećene geometrije dolazi do opterećene.



Slika 3.5 Funkcija opterecenj - dijagram toka

### 3.4 Funkcija *dijastola*

Funkcija *dijastola* sastoji se od kombiniranja funkcija *neoptereceni* i *optereceni*. Ona je temeljni dio programskog koda za izračun neopterećene geometrije krvne žile. U nju kao ulazni podaci ulaze dvije vrijednosti tlaka (sistole –  $P$  i dijastole –  $P_1$ ), materijalna konstanta, vanjski i unutarnji radijus žile pri sistoli, aksijalno istežanje i broj particija površine integrala. Izlazni podatak joj je unutarnji radijus žile pri ciljanom tlaku dijastole. Ona od opterećene geometrije pri sistoli dolazi do neopterećene geometrije te onda do opterećene geometrije pri dijastoli.



Slika 3.6 Funkcija *dijastola* - dijagram toka

### 3.5 Izvođenje analize

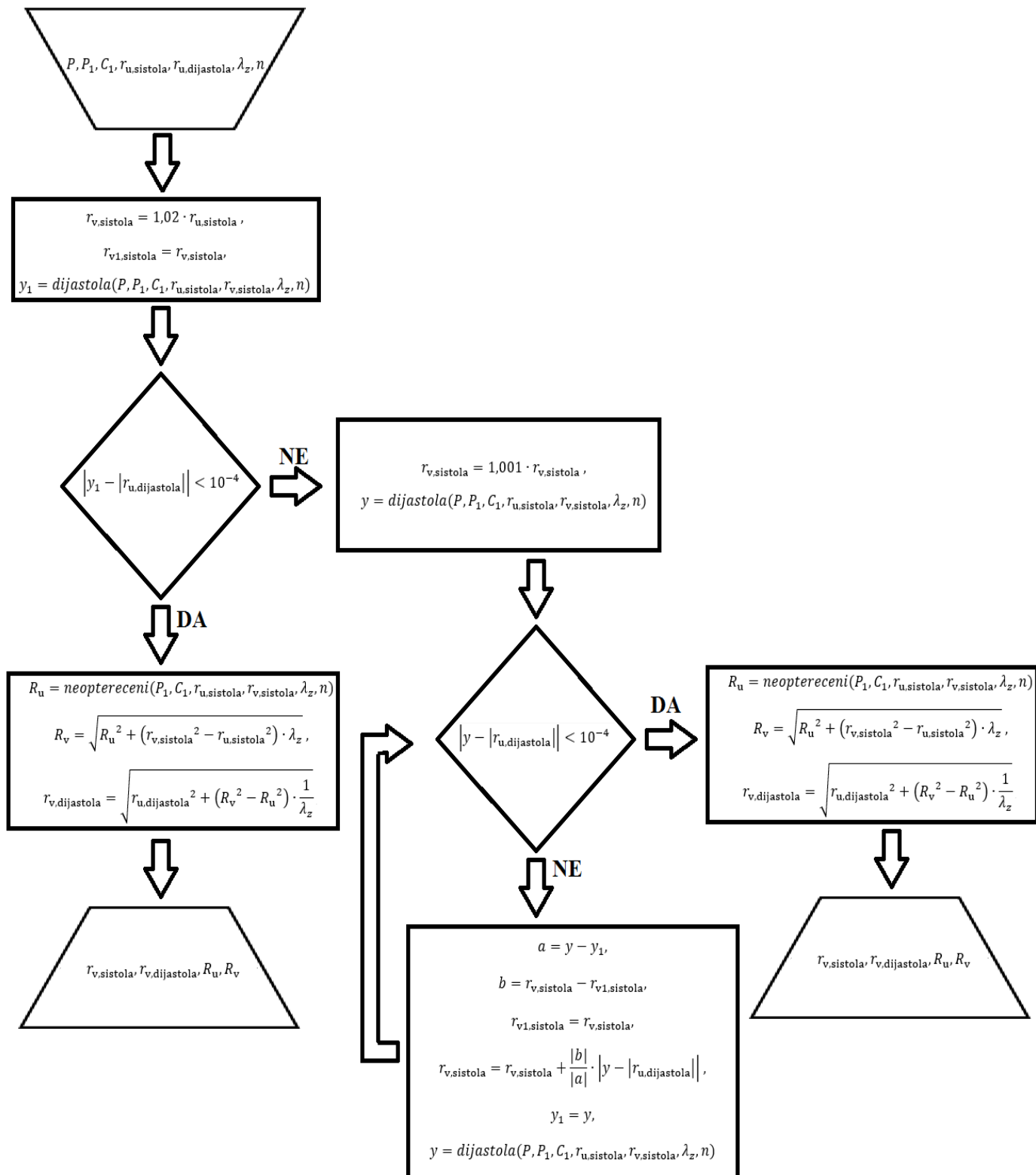
Glavni dijelovi analize mogu se razlikovati s obzirom na zadane ulazne podatke. U nastavku su prikazani dijagrami toka glavnog dijela programa za dva slučaja – žilu sa zadanom materijalnom konstantom i žilu sa zadanom debljinom. Ako se zadaje jedna materijalna konstanta očekuje se dobivanje modela neopterećene žile s aneurizmom koji ima promijenjivu debljinu kako bi krutost promjenom debljine odgovarala promjenjivim radijalnim pomacima. Ako se zadaje debljina, dobit će se model s više različitih materijalnih konstanti, odnosno model izrađen od većeg broja materijala. Tako će krutost biti prilagođena pomacima pomoću materijalnih svojstava. Dobiveni modeli odgovarat će različitim oblicima aneurizmi (s obzirom na oblik) koji se pojavljuju u ljudskome tijelu.

#### 3.5.1 Zadani podatak – materijalna konstanta

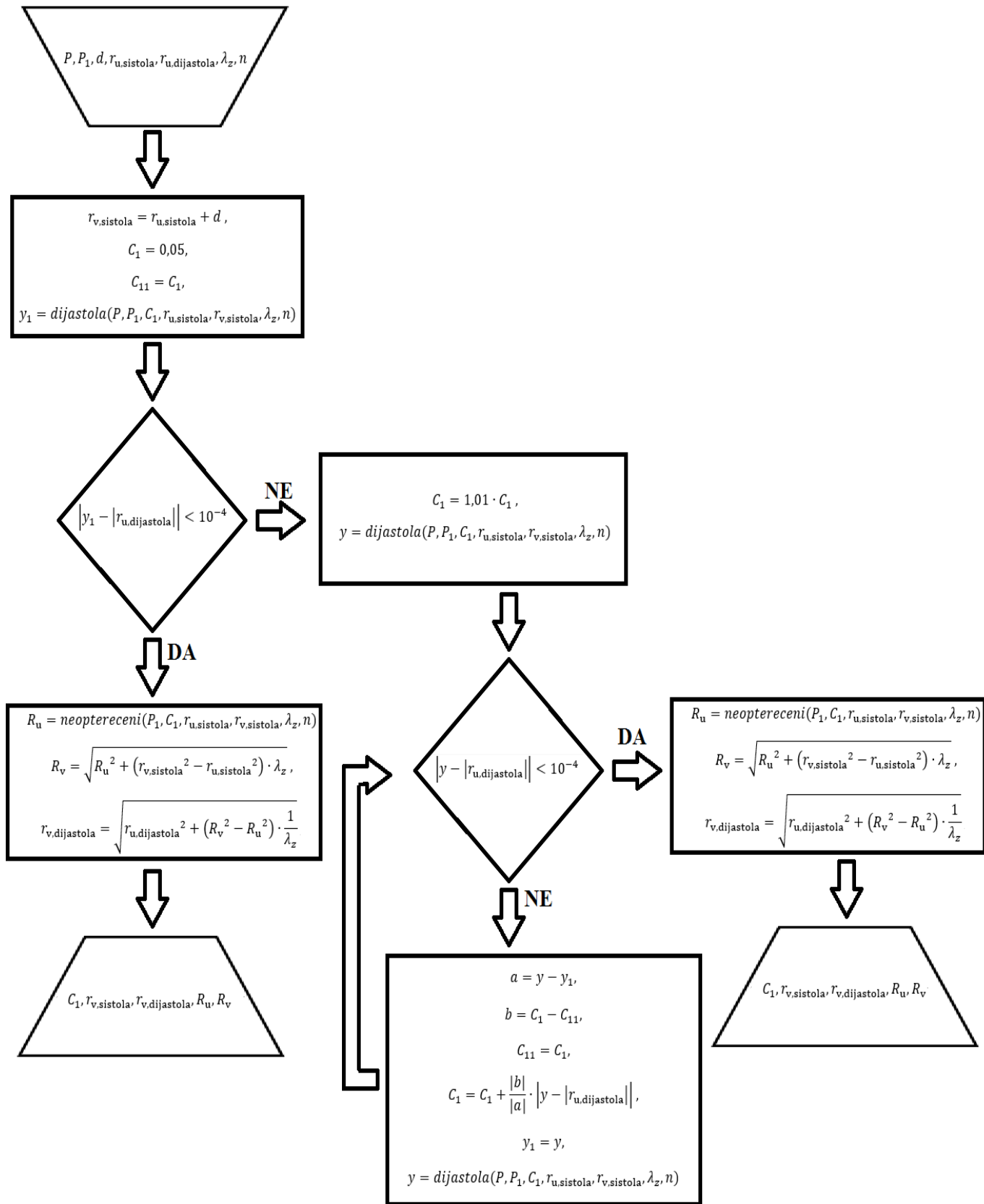
Ulazni podaci glavnog dijela programa u ovome su slučaju, uz materijalnu konstantu, tlakovi pri sistoli i dijastoli te vrijednosti unutarnjeg radijusa pri sistoli i dijastoli kao i aksijalno istežanje i broj particija površine integrala. Korištenjem funkcije *dijastola* i Newton – Raphsonove aproksimacije (unutar aproksimacije, prilagođava se vanjski radijus žile pri sistoli), iterativnom metodom se dolazi do geometrije krvne žile u neopterećenom slučaju te u slučajevima opterećenosti sistoličnim/dijastoličnim tlakom. Iterativna metoda pogađa vrijednost unutarnjeg radijusa pri dijastoli koji bi uz minimalnu grešku odgovarao zadanoj vrijednosti.

#### 3.5.2 Zadani podatak – debljina krvne žile

Ulazni podaci glavnog dijela programa u ovome su slučaju, uz debljinu krvne žile, tlakovi pri sistoli i dijastoli te vrijednosti unutarnjeg radijusa pri sistoli i dijastoli kao i aksijalno istežanje i broj particija površine integrala. Korištenjem funkcije *dijastola* i Newton – Raphsonove aproksimacije (unutar aproksimacije, prilagođava se materijalna konstanta), iterativnom metodom se dolazi do geometrije krvne žile u neopterećenom slučaju te u slučajevima opterećenosti sistoličnim/dijastoličnim tlakom. Iterativna metoda pogađa vrijednost unutarnjeg radijusa pri dijastoli koji bi uz minimalnu grešku odgovarao zadanoj vrijednosti.



Slika 3.7 Žila sa zadanom materijalnom konstantom - dijagram toka



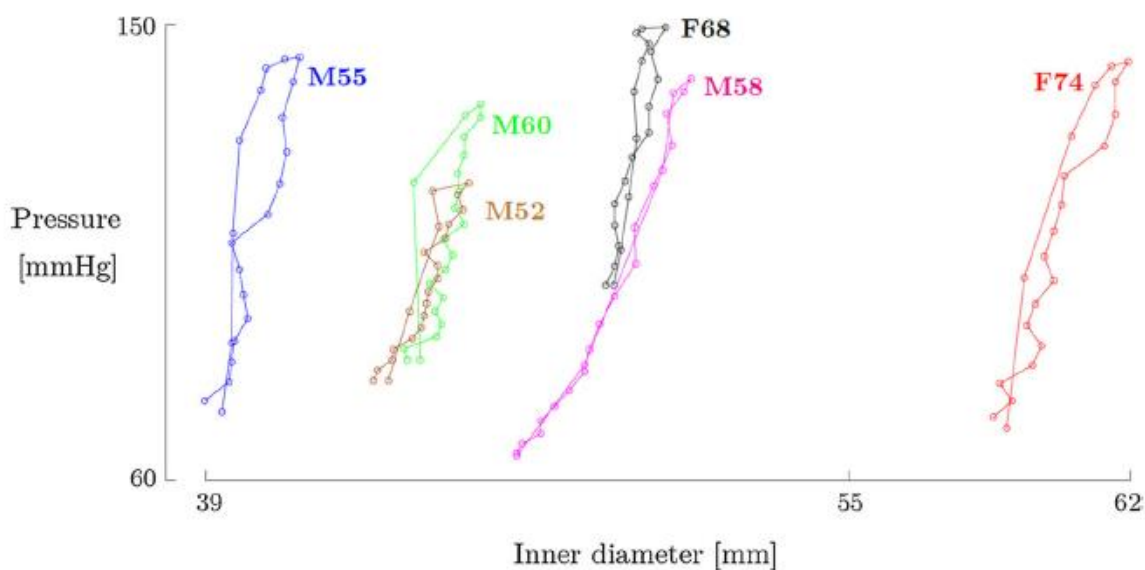
Slika 3.8 Žila sa zadanom debljinom - dijagram toka

#### 4 PRIMJENA NUMERIČKE METODE NA RAVNE KRVNE ŽILE

Za početak, cilj je bio dobiti dimenzije ravne neopterećene krvne žile (bez aneurizme) koju bi bilo moguće dobiti aditivnom proizvodnjom, tzv. 3D printanjem. Materijali koji bi se upotrebljavalo za takvu vrstu proizvodnje spadaju u skupinu hiperelastičnih materijala.

Polazni podaci potencijalno podobnih materijala za uporabu u aditivnoj proizvodnji krvnih žila su materijalne konstante dobivene eksperimentalno prema određenom modelu proračuna hiperelastičnih materijala (*Neo-Hooke, Mooney-Rivlin...*).

Polazni podaci o geometriji krvnih žila uzeti su iz grafa [12] koji prikazuje ovisnost krvnog tlaka o iznosu unutarnjeg promjera krvnih žila za pacijente različitog spola i starosti. Kao referentne točke uzeti su podaci maksimalnog i minimalnog tlaka te pripadnih promjera pacijenta M58. Maksimalni tlak još zovemo sistolički, a minimalni dijastolički.



Slika 4.1 Ovisnost krvnog tlaka o unutarnjem promjeru krvnih žila [12]

Provjera rezultata koje daje navedeni program čini se pomoću alata Abaqus uporabom metode konačnih elemenata. U *Abaqusu* se dobiju radijalni pomaci opterećenog modela te se oni pribrajaju ili oduzimaju od početnih radijusa i uspoređuju s rezultatima dobivenim programiranjem.



Sljedeće tablice prikazuju podatke dobivene pomoću opisane numeričke analize (Pythono programa) te provjere rezultata dobivene simulacijom u alatu *Abaqus*.

**Tablica 4.1 Rezultati numeričke analize ravne krvne žile**

<b>REZULTATI NUMERIČKE ANALIZE</b>					
$C_1$ [MPa]	$\lambda z$	$P$ [mmHg]	$R_u$ [mm]	$R_v$ [mm]	$h$ [mm]
0.1225	1.00	0.00000	22.08516	26.91079	4.82563
		64.98170*	23.36170*	27.96793	4.60623
		140.10700*	25.52265*	29.79668	4.27403
0.2000	1.00	0.00000	22.11621	24.82311	2.70690
		64.98170*	23.36170*	25.93894	2.57724
		140.10700*	25.52265*	27.90099	2.37834
0.2000	1.10	0.00000	23.27754	26.53104	3.25350
		64.98170*	23.36170*	26.32659	2.96489
		140.10700*	25.52265*	28.26174	2.73909
0.2000	1.15	0.00000	23.83701	27.38311	3.54610
		64.98170*	23.36170*	26.52752	3.16582
		140.10700*	25.52265*	28.44901	2.92636
0.3435	1.00	0.00000	22.13656	23.63176	1.49520
		64.98170*	23.36170*	24.78310	1.42140
		140.10700*	25.52265*	26.82981	1.30716

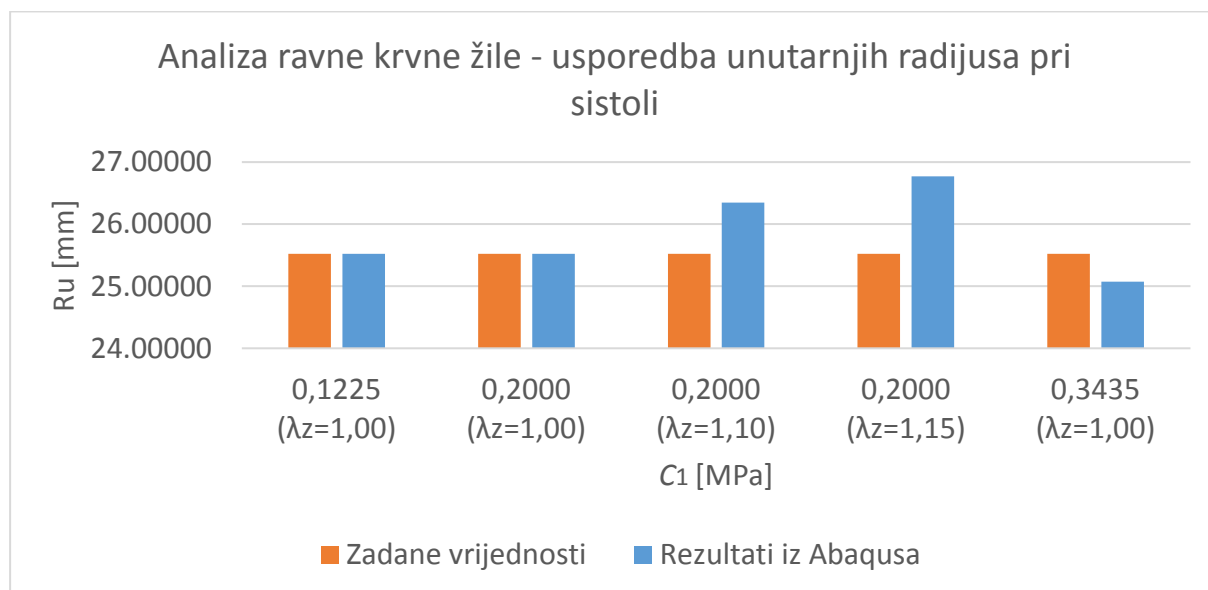
\*ulazni podaci dobivni iz grafa (Slika 4.1)

U sljedećoj tablici prikazani su rezultati MKE analize ravne krve žile i njihovo postotno odstupanje od rezultata dobivenih numeričkom metodom. Vidljivo je dobro poklapanje rezultata u slučaju nepostojanja aksijalnog istezanja, ali kako se ono vodi i raste vidljivo je da se odstupanje povećava, tj. da je greška veća.

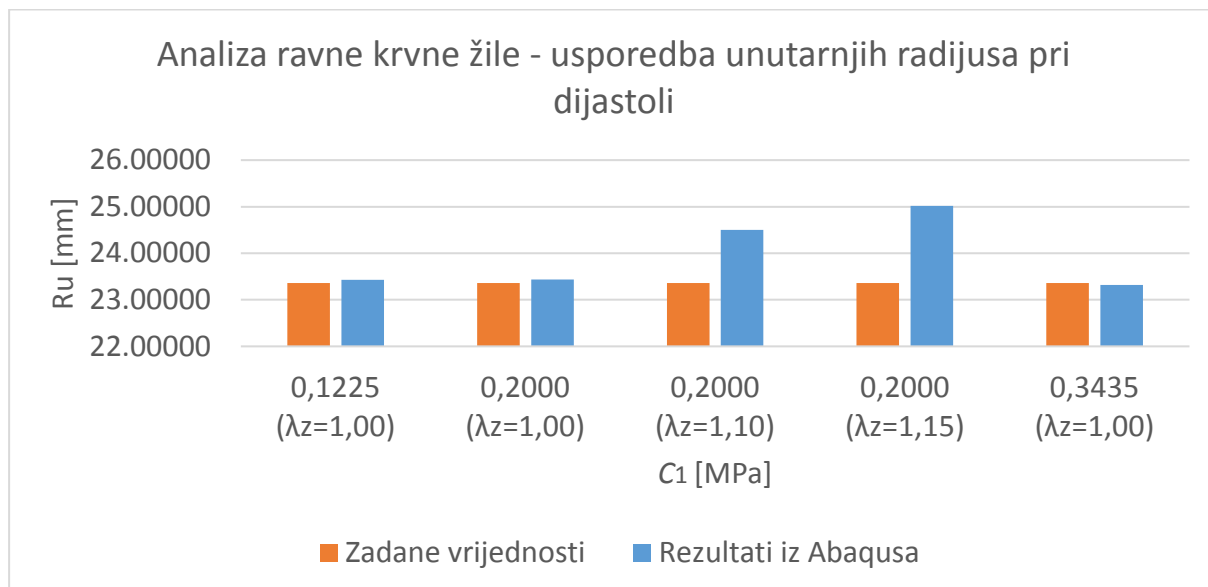
Tablica 4.2 Rezultati analize ravne krvne žile dobivene metodom konačnih elemenata

REZULTATI MKE ANALIZE								
$C_1$ [MPa]	$\lambda z$	$P$ [mmHg]	$R_u$ [mm]	$R_v$ [mm]	$h$ [mm]	pogreška $R_u$ [%]	pogreška $R_v$ [%]	pogreška $h$ [%]
0.1225	1.00	0.00000	22.08518	26.91085	4.82567			
		64.98170	23.43118	28.02585	4.59467	0.29741	0.20709	-0.25096
		140.10700	25.52218	29.79585	4.27367	-0.00184	-0.00279	-0.00842
0.2000	1.00	0.00000	22.11627	24.82321	2.70694			
		64.98170	23.43327	26.00321	2.56994	0.30636	0.24777	-0.28325
		140.10700	25.52227	27.90121	2.37894	-0.00149	0.00079	0.02523
0.2000	1.10	0.00000	23.27754	26.53104	3.25350			
		64.98170	24.49954	27.60804	3.10850	4.87054	4.86751	4.84369
		140.10700	26.34854	29.26204	2.91350	3.23591	3.53941	6.36744
0.2000	1.15	0.00000	23.83701	27.38311	3.54610			
		64.98170	25.01801	28.41711	3.39910	7.08985	7.12313	7.36871
		140.10700	26.77201	29.97211	3.20010	4.89510	5.35379	9.35428
0.3435	1.00	0.00000	22.13656	23.63176	1.49520			
		64.98170	23.31656	24.66576	1.34920	-0.19322	-0.47347	-5.07950
		140.10700	25.07156	26.22076	1.14920	-1.76741	-2.27005	-12.08421

Na sljedećim slikama vidljiva je grafička usporedba vrijednosti unutarnjih radijusa. Uspoređene su vrijednosti unutarnjeg radijusa krvne žile čovjeka s vrijednostima unutarnjih radijusa modela dobivenih numeričkom metodom. Modeli su različiti po materijalu, tj. materijalnoj konstanti i po vrijednosti aksijalnog istezanja. Modeli dobiveni numeričkom metodom analizirani su metodom konačnih elemenata u *Abaqusu*.



Slika 4.2 Analiza ravne žile - usporedba unutarnjih radijusa pri sistoli



**Slika 4.3 Analiza ravne žile - usporedba unutarnjih radijusa pri dijastoli**

---

## 5 PRIMJENA NUMERIČKE METODE NA AORTE S ANEURIZMOM

U ulaznim podacima zadane su vrijednosti unutarnjih radijusa ljudske aorte s aneurizmom za tlakove sistole (120 mmHg) i dijastole (60 mmHg) kako prikazuje Tablica 5.1. Vrijednost  $Z$  označava aksijalnu koordinatu aorte. Postupkom numeričke analize opisanom u četvrtom poglavlju dobivene su vrijednosti neopterećenog unutarnjeg i vanjskog radijusa za svaku od zadanih kombinacija ulaznih podataka ( $Z, R_{u, \text{sistola}}, R_{u, \text{dijastola}}$ ). Te vrijednosti ubačene su u alat *Solidworks* kao skup točaka (*Point Cloud* - Slika 5.1). Korištenjem funkcija *Spline* i *Revolve* dobiveni su modeli za daljnju provjeru metodom konačnih elemenata i konačno za ispis tehnologijom 3D printanja.

Tablica 5.1 Ulazni podaci - opterećena geometrija aorte s aneurizmom

Z [mm]	$R_{u, \text{ sistola}}$ [mm]	$R_{u, \text{ dijastola}}$ [mm]	Z [mm]	$R_{u, \text{ sistola}}$ [mm]	$R_{u, \text{ dijastola}}$ [mm]
0.0000	10.1834	9.4110	127.7914	11.0880	10.5351
9.1587	10.1834	9.4110	128.8522	11.4182	10.8549
17.8449	10.1834	9.4110	129.8965	11.8110	11.2323
26.0728	10.1834	9.4110	130.9480	12.2704	11.6723
33.8566	10.1834	9.4110	132.0340	12.8000	12.1792
41.2108	10.1834	9.4110	133.1732	13.3951	12.7494
48.1494	10.1834	9.4110	134.3839	14.0463	13.3738
54.6869	10.1834	9.4110	135.6821	14.7403	14.0387
60.8375	10.1834	9.4110	137.0706	15.4480	14.7228
66.6153	10.1834	9.4110	138.5427	16.1293	15.3972
72.0348	10.1834	9.4110	140.0870	16.7611	16.0382
77.1103	10.1834	9.4110	141.6917	17.3344	16.6321
81.8559	10.1834	9.4110	143.3494	17.8485	17.1735
86.2860	10.1834	9.4110	145.0584	18.3099	17.6646
90.4148	10.1834	9.4110	146.8147	18.7222	18.1079
94.2562	10.1833	9.4110	148.6066	19.0851	18.5027
97.8255	10.1831	9.4110	150.4274	19.4023	18.8510
101.1367	10.1825	9.4113	152.2713	19.6779	19.1551
104.2032	10.1813	9.4122	154.1332	19.9150	19.4177
107.0395	10.1791	9.4143	156.0092	20.1159	19.6409
109.6593	10.1758	9.4188	157.8963	20.2826	19.8268
112.0743	10.1717	9.4273	159.7916	20.4182	19.9785
114.2994	10.1678	9.4419	161.6922	20.5257	20.0990
116.3455	10.1668	9.4656	163.5952	20.6099	20.1933
118.2232	10.1730	9.5019	165.4978	20.6754	20.2656
119.9446	10.1935	9.5552	167.3993	20.7269	20.3212
121.5209	10.2376	9.6306	169.3002	20.7639	20.3610
122.9665	10.3149	9.7341	171.2005	20.7887	20.3877
124.2975	10.4335	9.8714	173.1004	20.8029	20.4030
125.5329	10.5990	10.0476	175.0000	20.8075	20.4080
126.6908	10.8159	10.2672			

U ulaznim podacima također je bilo potrebno definirati hiperelastične materijale dostupne za 3D printanje zajedno s njihovim materijalnim konstantama kako prikazuje Tablica 5.2.

**Tablica 5.2 Ulazni podaci - dostupni hiperelastični materijali i njihove materijalne konstante**

Oznaka materijala	Materijalna konstanta, $C_1$ [MPa]
TBP	0,1225
FLX9840 DM	0,2000
FLX9850 DM	0,3435
FLX9860 DM	0,4870
FLX9870 DM	0,9250

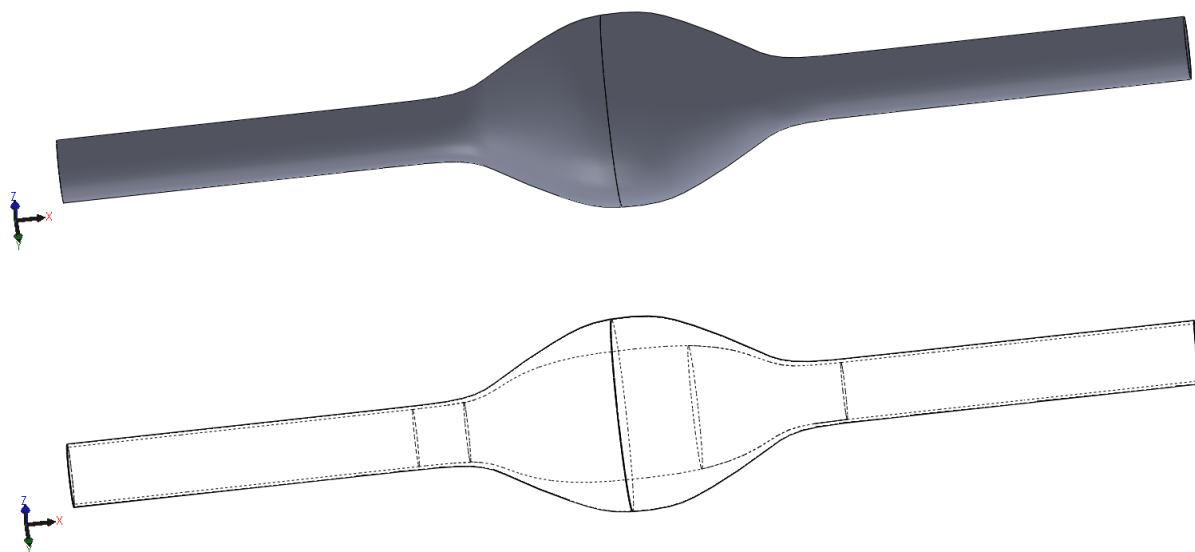
### 5.1 Model aorte s aneurizmom izraden od jednog materijala – Model 1

Slika 5.1 pokazuje točke neopterećene geometrije dobivene numeričkom metodom. Točke koje su na višoj poziciji gledano po Y osi predstavljaju točke vanjskog radijusa, dok točke na nižoj poziciji predstavljaju točke unutarnjeg radijusa. Njihovim povezivanjem i korištenjem funkcije *Revolve* dobiven je Model 1.



**Slika 5.1 Model 1 -točke neopterećene geometrije**

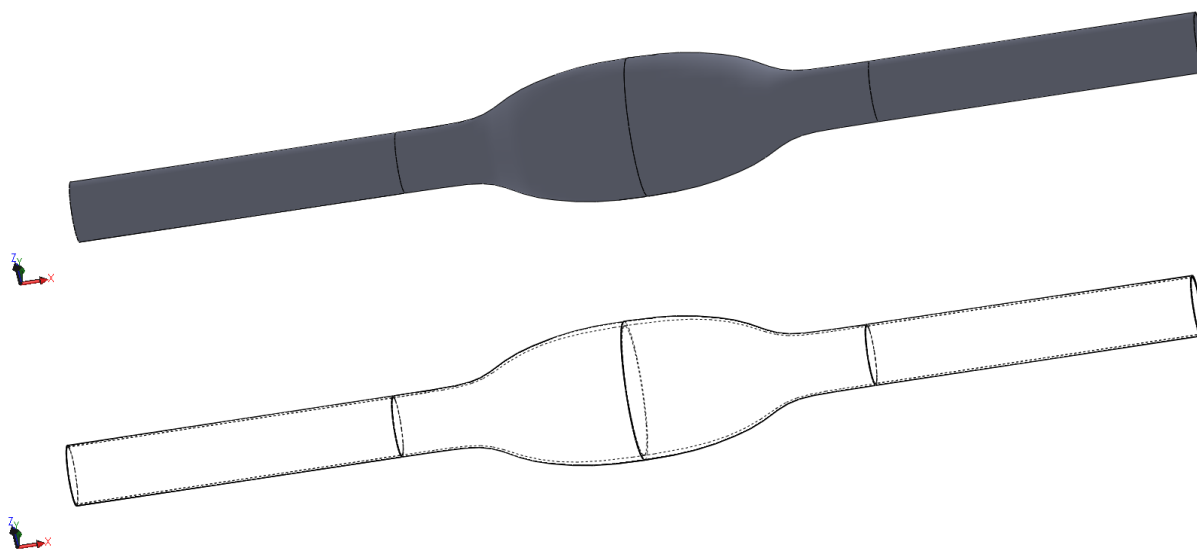
Slika 5.2 prikazuje model aorte s aneurizmom izrađen od jednog materijala materijalne konstante  $C_1 = 0,2000$  MPa.



**Slika 5.2 Model aorte s aneurizmom izrađen od jednog materijala (FLX9840 DM,  $C_1=0,2$ )**

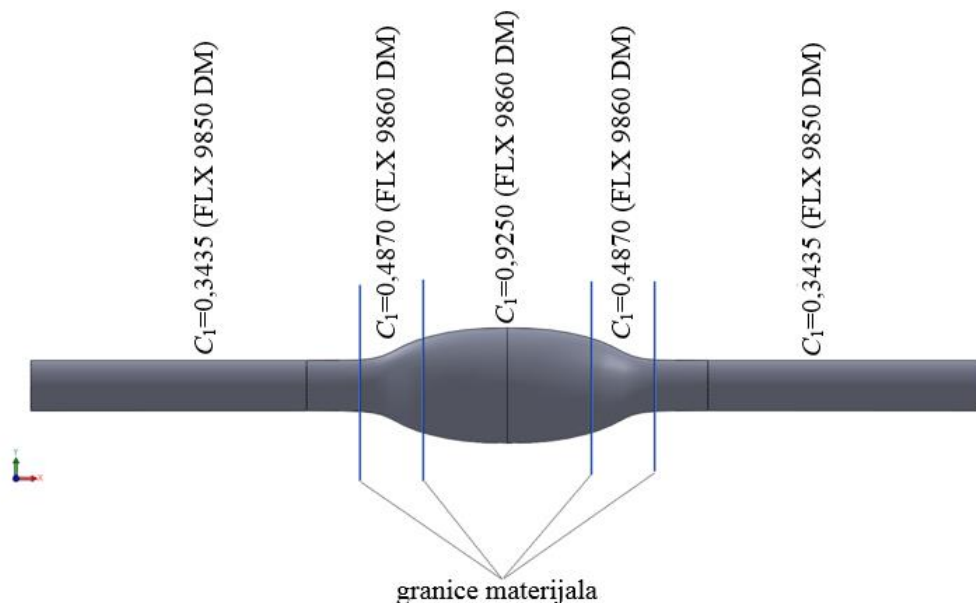
## 5.2 Model aorte s aneurizmom izrađen od triju materijala – Model 2

Slika 5.3 prikazuje model aorte s aneurizmom izrađen od triju materijala.



**Slika 5.3 Model aorte s aneurizmom izrađen od triju materijala**

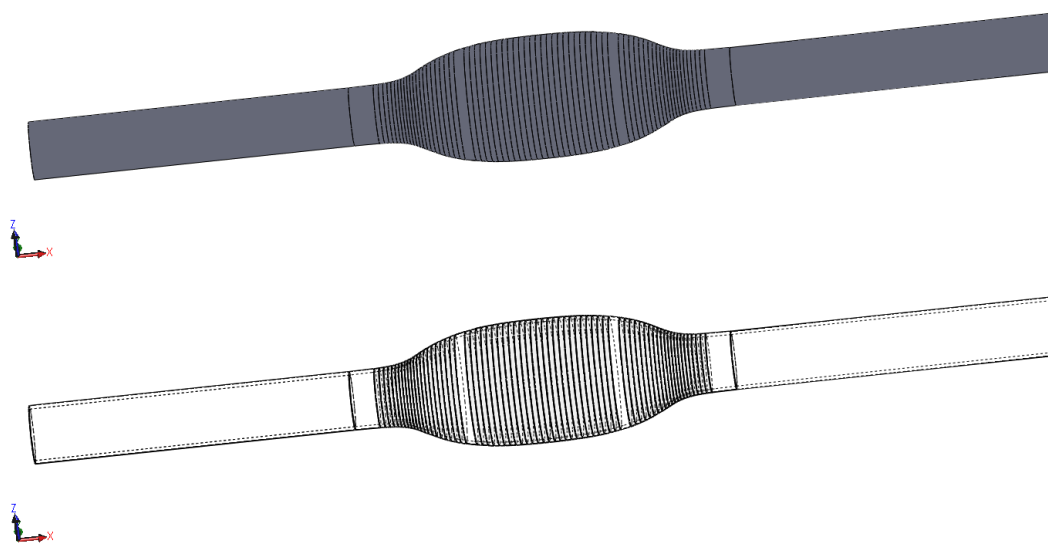
Slika 5.4 Prikazuje područja i granice primjene pojedinih materijala kod Modela 2. Za svaku točku izračunata je materijalna konstanta te joj dana vrijednost hiperelastičnog materijala (Tablica 5.1) koji je svojom materijalnom konstantom najbliži izračunatoj vrijednosti.



Slika 5.4 Model 2 - granice primjene različitih materijala

### 5.3 Model aorte s aneurizmom izrađen od 37 materijala – Model 3

Treći model krvne žile s aneurizmom ima konstantnu debljinu od 1 mm. Kako bi to bilo moguće ostvariti, on se sastoji od mnoštva hiperelastičnih materijala različitih materijalnih konstanti dobivenih numeričkom metodom, tj izvođenjem iterativnog proračuna iz poglavlja 3.5.2.



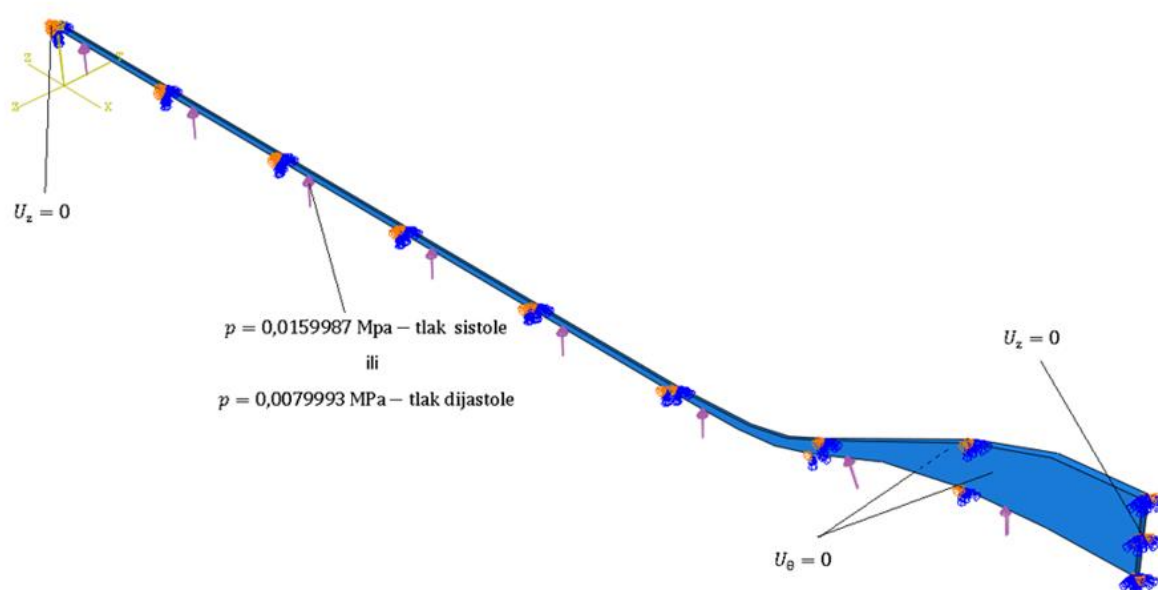
Slika 5.5 Model aorte s aneurizmom izrađen od 37 materijala



## 6 ANALIZA DOBIVENIH MODELA METODOM KONAČNIH ELEMENATA

Modele dobivene numeričkom metodom potrebno je analizirati metodom konačnih elemenata. Tako je moguće usporediti unutarnji radijus opterećen sistoličkim/dijastoličkim tlakom s ulaznim podacima i procijeniti valjanost dobivenih modela. Analiza metodom konačnih elemenata izvedena je u programskome paketu *Abaqus*.

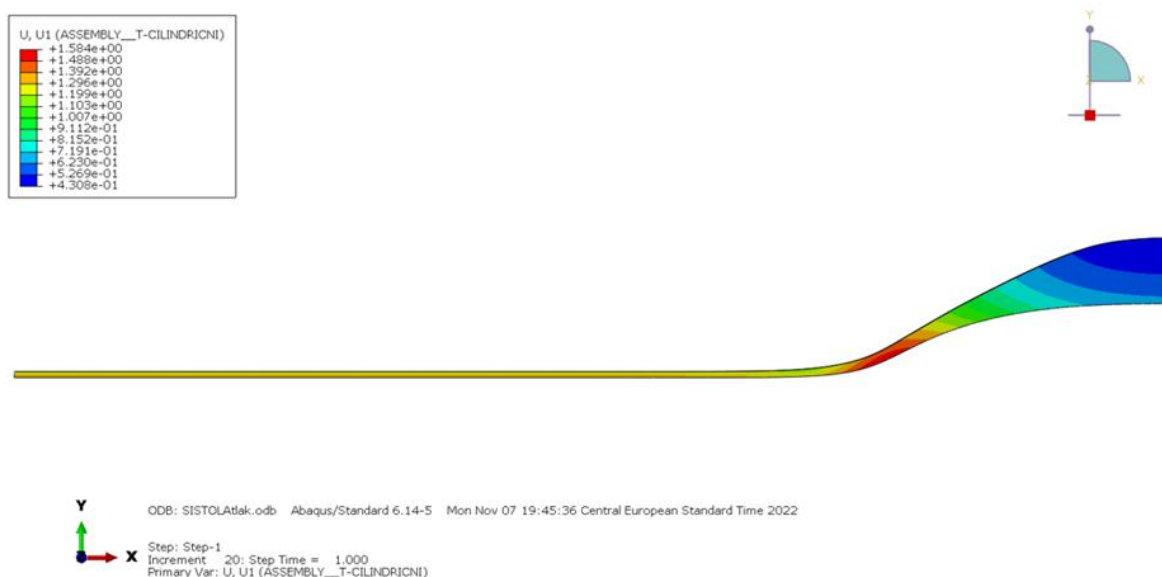
Zbog pojednostavljenja analize, iskorišteni su uvjeti simetrije i osimetrije te su modeli prepolovljeni. Također, uzet je segment krvne žile s anaurizmom od  $2^\circ$  tako da je analiza provedena korištenjem cilindričnog koordinatnog sustava. Rubni uvjeti i opterećenje stoga su zadani kako prikazuje Slika 6.1.



Slika 6.1 Rubni uvjeti i opterećenje

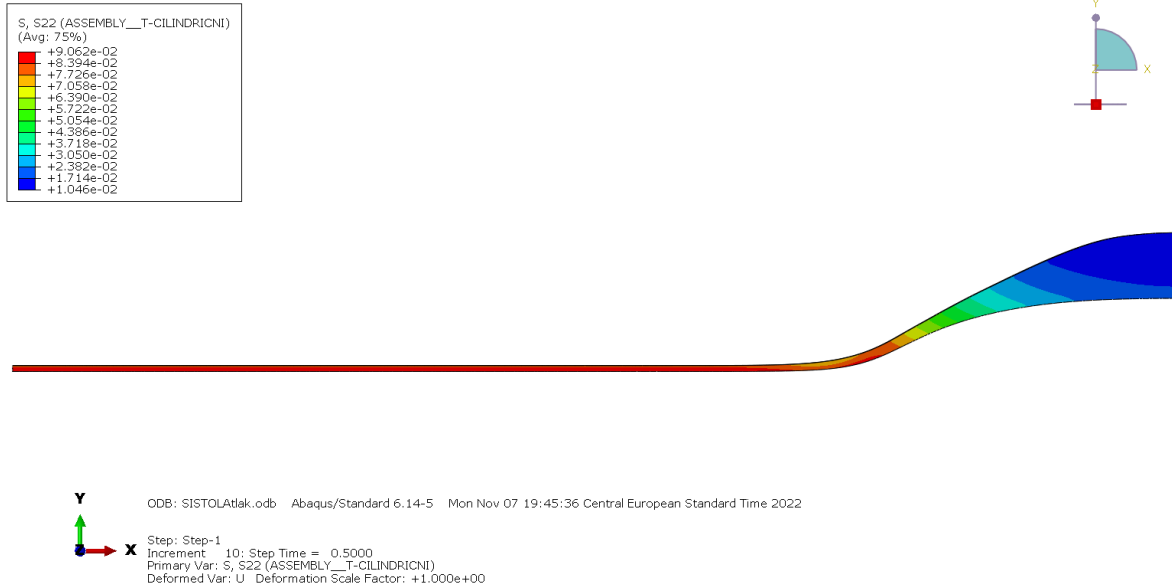
## 6.1 Model 1 – rezultati analize metodom konačnih elemenata

Sljedeća slika prikazuje radijalne pomake na modelu 1 pri sistoli. Vidljivi su identični pomaci vanjskog i unutarnjeg ruba kod zdravog dijela žile dok su kod dijela žile s aneurizmom pomaci vanjskog ruba znatno manji od pomaka unutarnjeg ruba. Ta je pojava najizraženija na vrhu aneurizme gdje su također prisutni i najmanji iznosi radijalnih pomaka ( $<0.4$  mm). Najveći radijalni pomaci ( $>1,5$  mm) vidljivi su na prijelazu sa zdravog dijela žile na dio s aneurizmom.



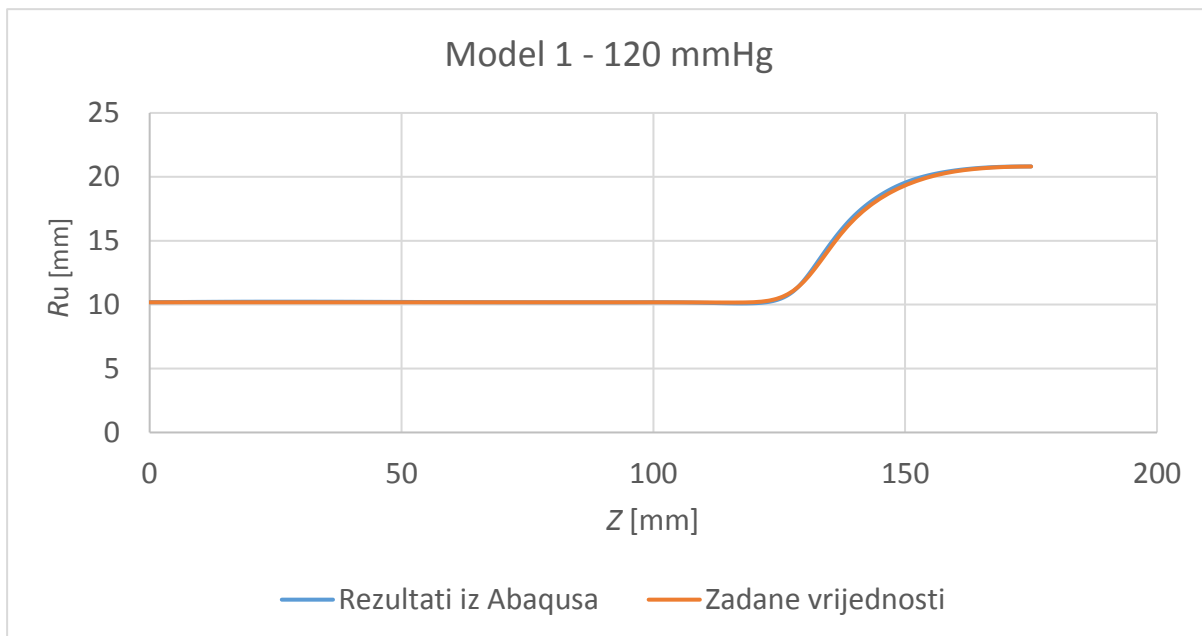
**Slika 6.2 Model 1 - radijalni pomaci pri sistoli**

Na sljedećoj slici prikazana je raspodjela cirkularnog naprezanja pri sistoli za Model 1. Kako je sistolički tlak najveće naprezanje kojem će model biti podvrgnut te je najveće naprezanje ono u cirkularnom smjeru, može se zaključiti da ako naprezanja u cirkularnom smjeru nisu kritično visoka neće doći niti do pucanja modela. Maksimalno naprezanje iznosi oko 0.1 MPa i prisutno je na prijelazu sa zdravog dijela žile na dio s aneurizmom. Takvo naprezanje je dovoljno malo da se donese zaključak kako je model siguran za stvarno ispitivanje.



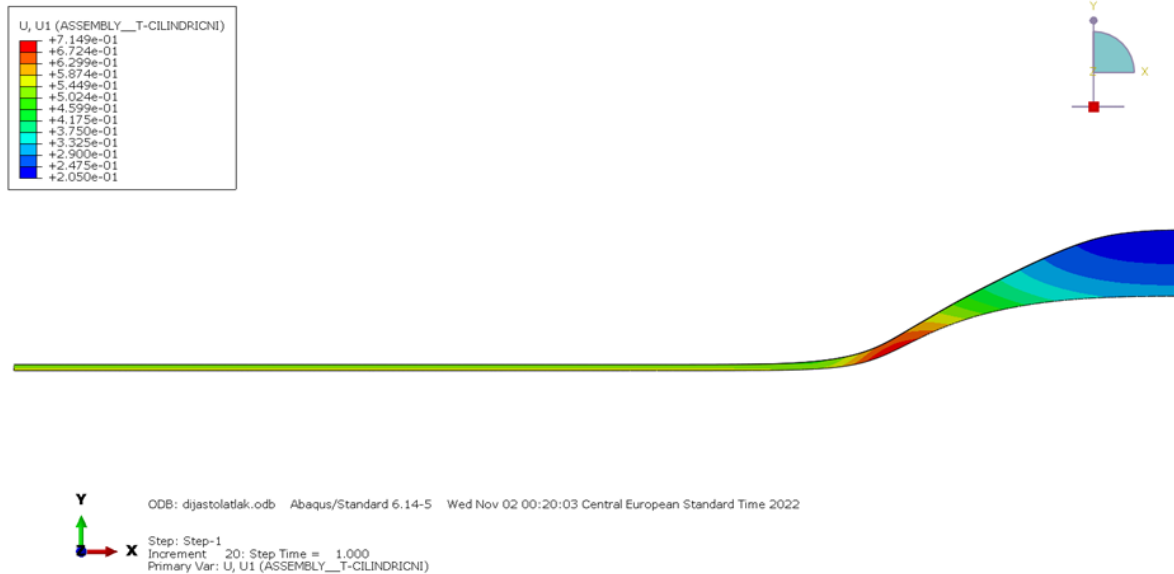
**Slika 6.3 Model 1 - raspodjela cirkularnog napreznja pri sistoli**

Na sljedećem grafu prikazana je usporedba unutarnjeg radijusa modela 1 pri sistoli sa zadanim vrijednostima. Uočavaju se odlična poklapanja na zdravom dijelu žile, na prijelazu sa zdravog dijela žile na aneurizmu te na vrhu aneurizme. Blago odstupanje u iznosu unutarnjeg radijusa vidljivo je najviše na sredini „uspona“ prema vrhu. Tablica 6.1 prikazuje globalnu pogrešku između rezultata dobivenih metodom konačnih elemenata i zadanih vrijednosti.



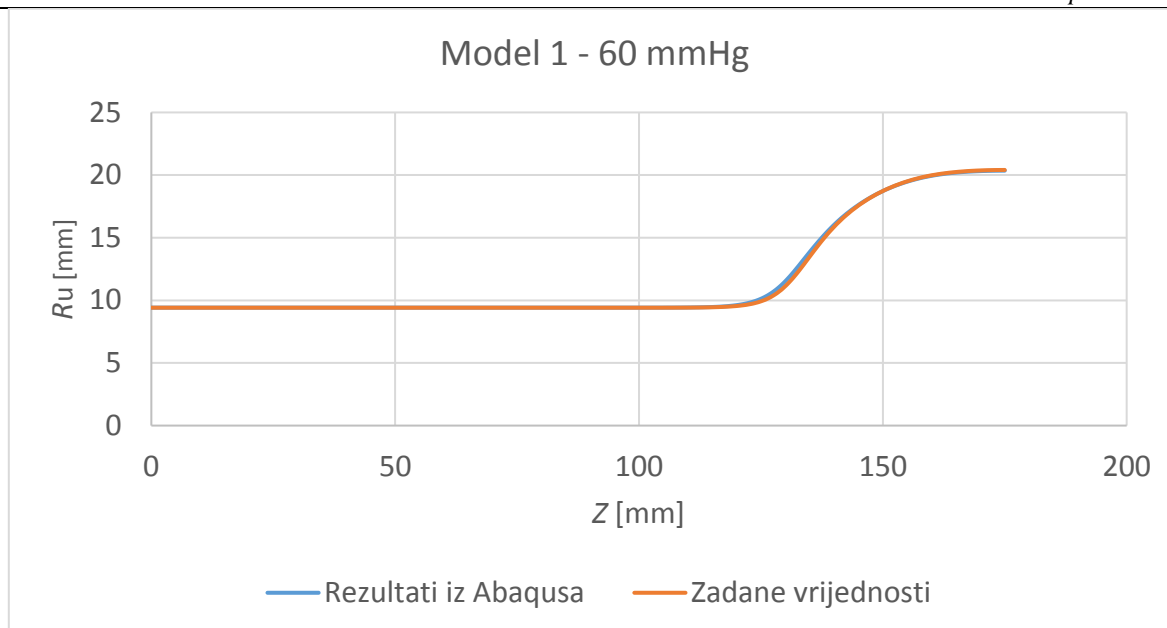
**Slika 6.4 Model 1 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri sistoli**

Sljedeća slika prikazuje radijalne pomake na modelu 1 pri dijastoli. Pomaci su raspoređeni na identičan način kao i pri sistoli tako da je jedina razlika u njihovim iznosima. Najmanji iznosi radijalnih pomaka ( $\sim 0.2$  mm) prisutni su na vrhu aneurizme dok su na prijelazu sa zdravog dijela žile na dio s aneurizmom vidljivi najveći pomaci ( $>0.7$  mm).



**Slika 6.5 Model 1 - radijalni pomaci pri dijastoli**

Na sljedećem grafu uspoređen je unutarnji radijus pri dijastoli dobiven metodom konačnih elemenata sa zadanim vrijednostima. Vidljivo je poklapanje na zdravom dijelu žile i na vrhu aneurizme, a odstupanje je prisutno na prijelazu između zdravog dijela žile i aneurizme. Tablica 6.1 prikazuje globalnu pogrešku.



**Slika 6.6 Model 1 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri dijastoli**  
Prethodno opisana poklapanja i odstupanja vrijednosti dobivenih MKE analizom u odnosu na zadane vrijednosti mogu se izraziti u obliku globalne greške prema izrazu:

$$err = \frac{\sum (r_{u,Abaqus} - r_{u,zadano})^2}{\sum r_{u,zadano}^2}. \quad (36)$$

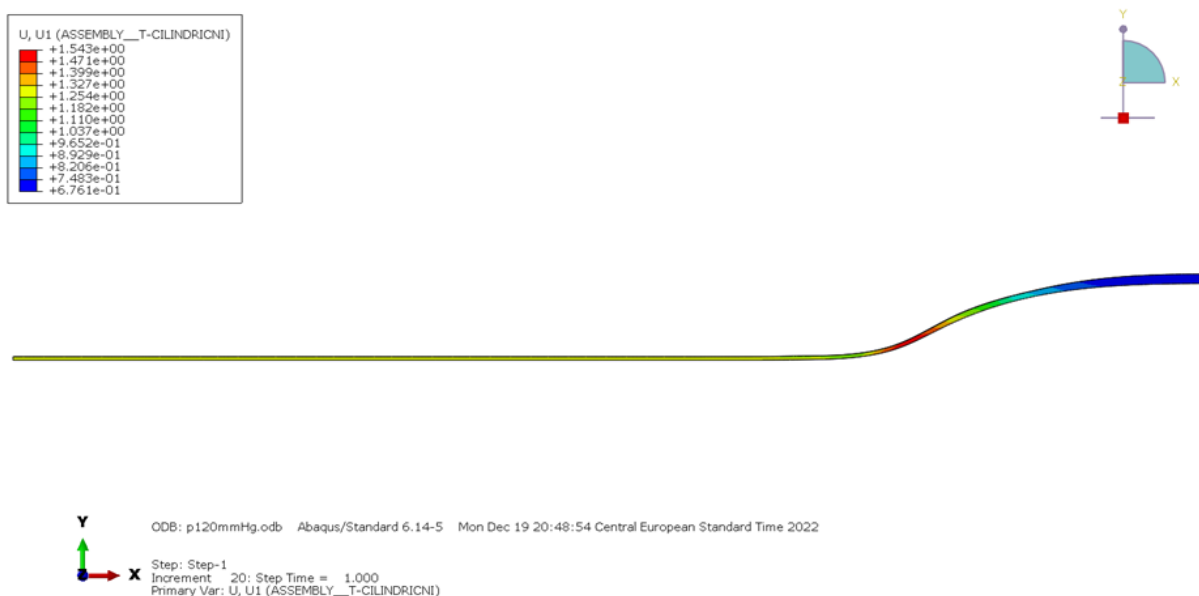
Moguće je ocijeniti da su poklapanja vrijednosti za model 1 zadovoljavajuća s obzirom da su globalne greške reda veličine  $10^{-5}$ .

**Tablica 6.1 Model 1 - greška**

	Sistola (120 mmHg)	Dijastola (60 mmHg)
Greška	6.28E-05	7.57E-05

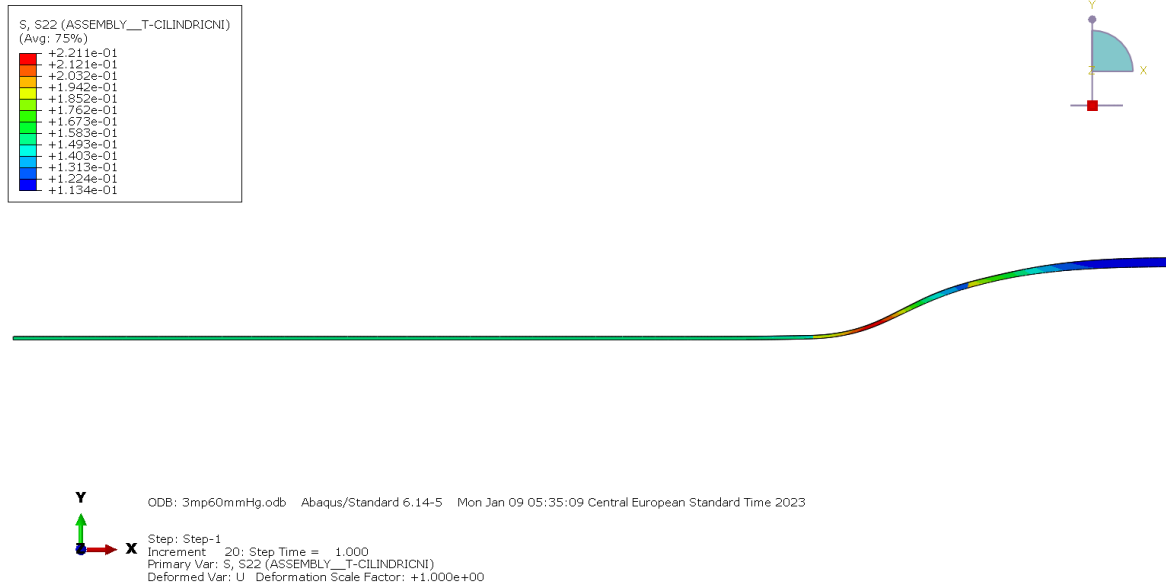
## 6.2 Model 2 – rezultati analize metodom konačnih elemenata

Slika 6.7 prikazuje radijalne pomake modela 2 pri sistoli. Kao i kod modela 1, najveći pomak prisutan je na prijelazu sa zdravog dijela žile na dio s aneurizmom (~1.5 mm) dok je najmanji pomak na vrhu aneurizme (~0.7 mm). Kako je model 2 izrađen od triju materijala različitih materijalnih konstanti (za razliku od modela 1) te su mu samim time manje izražene promjene debljine, ne uočavaju se zamjetne razlike u pomacima unutarnje i vanjske stijenke žile.



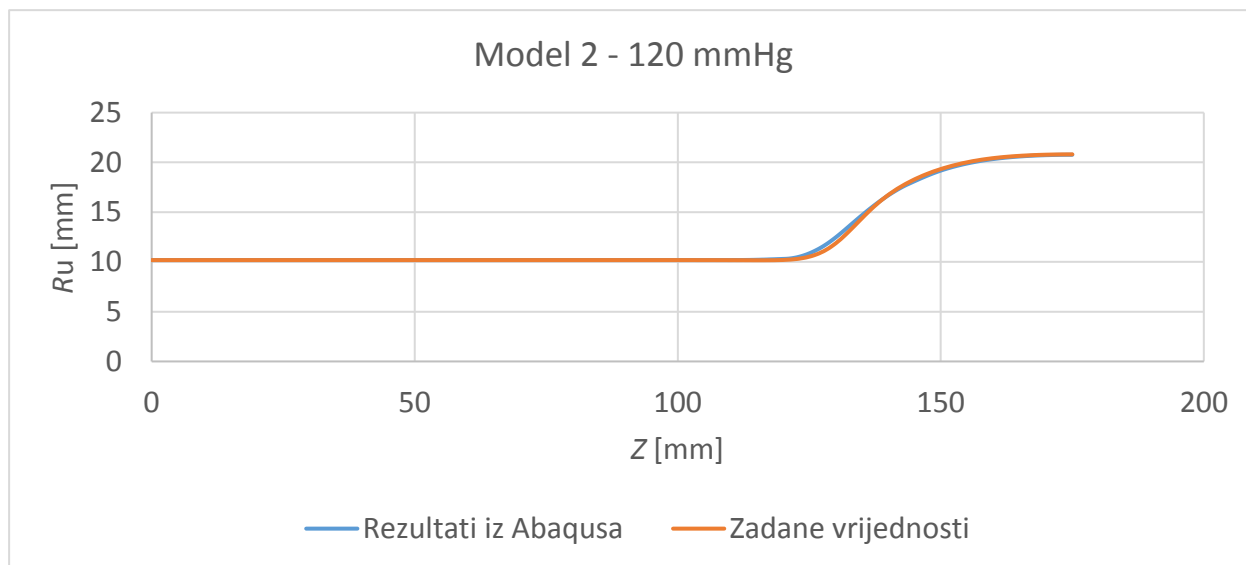
Slika 6.7 Model 2 - radijalni pomaci pri sistoli

Na sljedećoj slici prikazana je raspodjela cirkularnog naprezanja pri sistoli za Model 2. Kako je sistolički tlak najveće naprezanje kojem će model biti podvrgnut te je najveće naprezanje ono u cirkularnom smjeru, može se zaključiti da ako naprezanja u cirkularnom smjeru nisu kritično visoka neće doći niti do pucanja modela. Maksimalno naprezanje iznosi 0.22 MPa i prisutno je na prijelazu sa zdravog dijela žile na dio s aneurizmom. Takvo naprezanje je dovoljno malo da se donese zaključak kako je model siguran za stvarno ispitivanje.



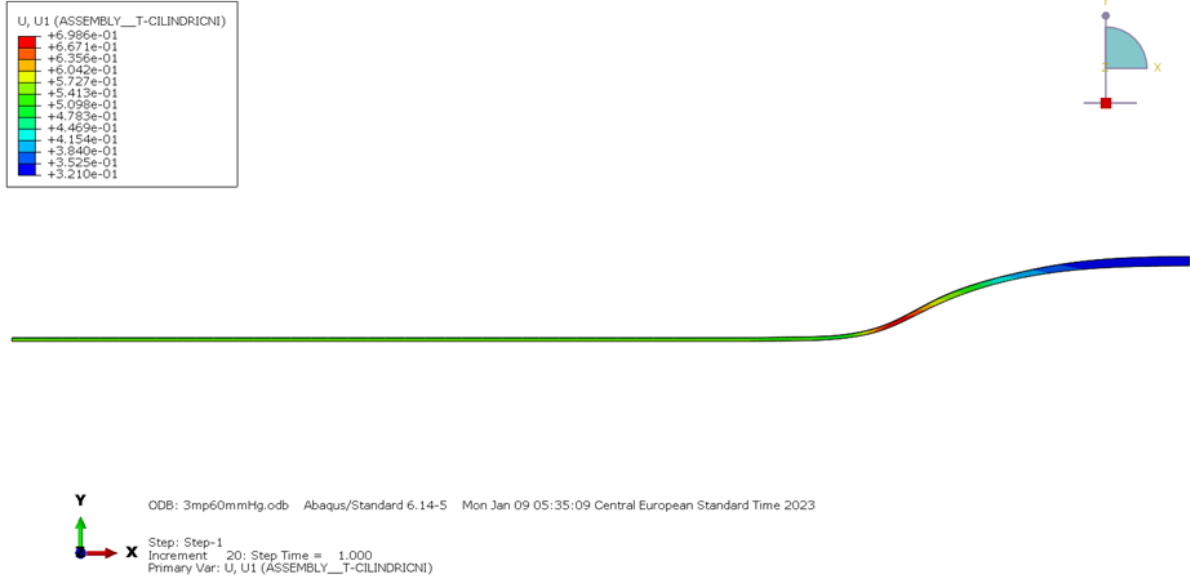
**Slika 6.8 Model 2 - raspodjela cirkularnog naprezanja pri sistoli**

Sljedećim grafom uspoređene su vrijednosti unutarnjeg radijusa modela 2 pri sistoli dobivene MKE analizom sa zadanim vrijednostima. Primjećuju se poklapanja vrijednosti na zdravom dijelu žile i na vrhu aneurizme, a odstupanje je vidljivo na prijelazu između zdravog dijela žile i dijela s aneurizmom. Na tom mjestu analiza daje nešto veće vrijednosti unutarnjeg radijusa od zadanih. Globalnu grešku prikazuje Tablica 6.2.



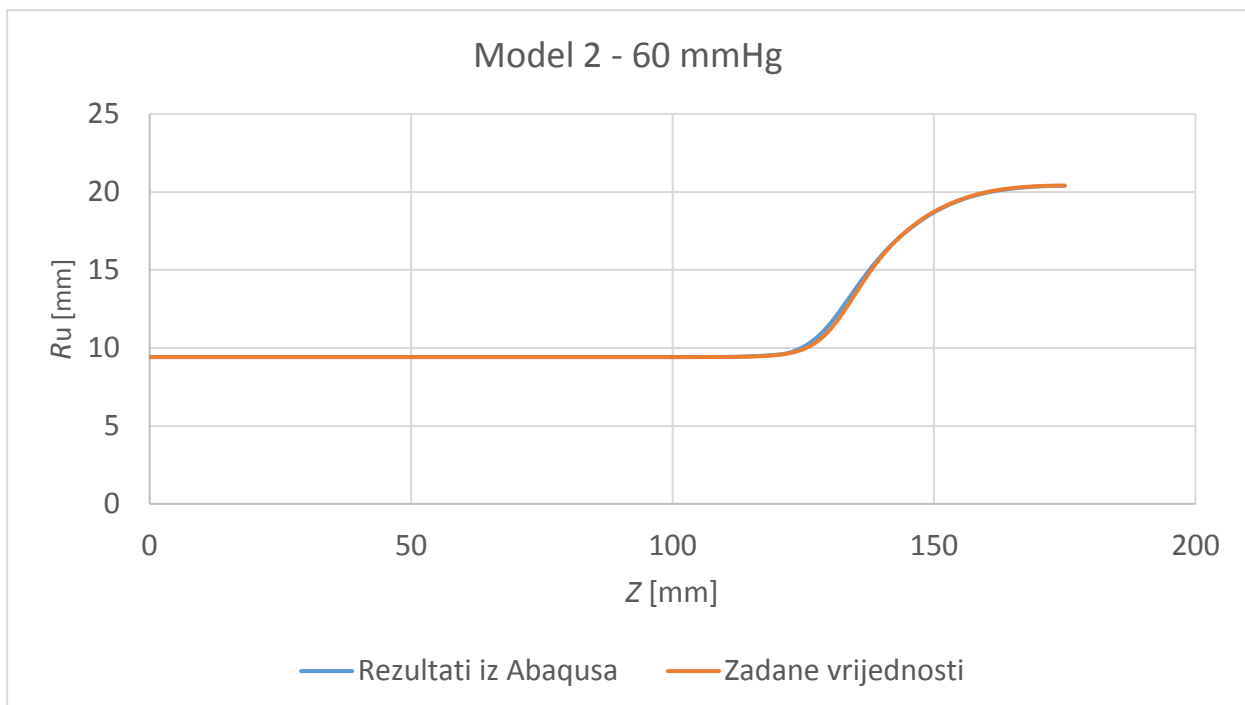
**Slika 6.9 Model 2 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri sistoli**

Slika 6.10 prikazuje radijalne pomake modela 2 pri dijastoli. Kao i pri sistoli, najveći pomak prisutan je na prijelazu sa zdravog dijela žile na dio s aneurizmom (~0,7 mm) dok je najmanji pomak na vrhu aneurizme (~0.3 mm).



Slika 6.10 Model 2 - radijalni pomaci pri dijastoli

Kod dijastole modela 2, preklapanja i odstupanja dobivenih vrijednosti unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima nalaze se na istim lokacijama modela kao i kod sistole. Međutim, odstupanje na prijelazu između zdravog dijela žile i aneurizme je manje. To je vidljivo i u usporedbi globalnih greški (Tablica 6.2) za ova dva slučaja opterećenja.



Slika 6.11 Model 2 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri dijastoli



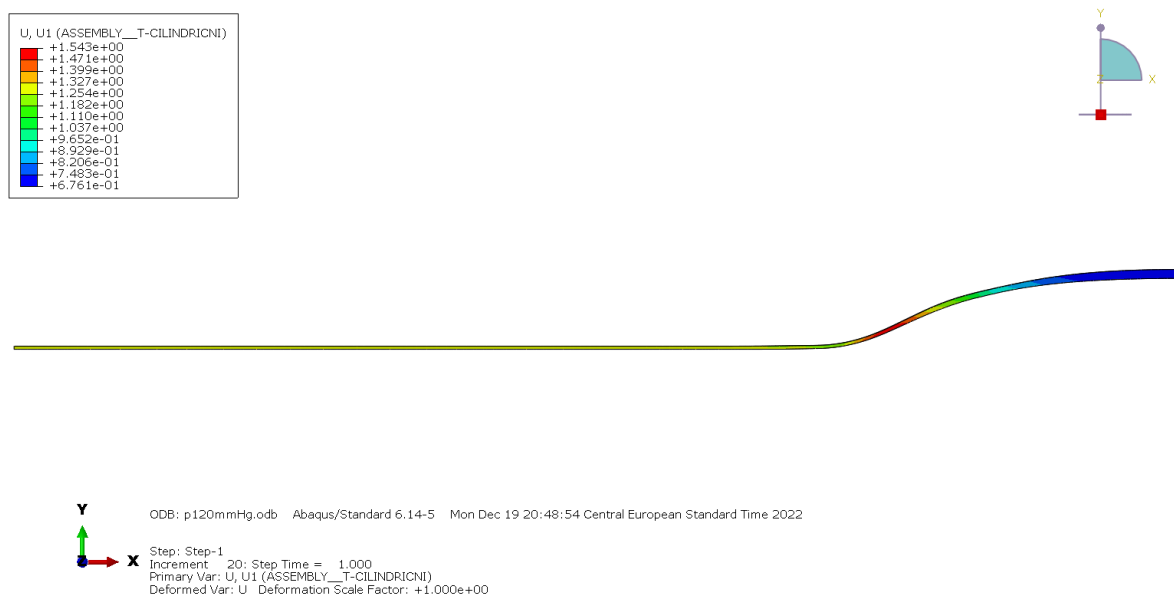
Tablica 6.2 prikazuje globalne greške vrijednosti unutarnjeg radijusa kod modela 2 za slučajeve opterećenja sijastoličkim i dijastoličkim tlakovima. Globalne greške izračunate su prema izrazu (36). Primjećuje se otprilike duplo veća globalna greška kod sistole u odnosu na dijastolu.

**Tablica 6.2 Model 2 - greška**

	Sistola (120 mmHg)	Dijastola (60 mmHg)
Greška	0.000116	5.43E-05

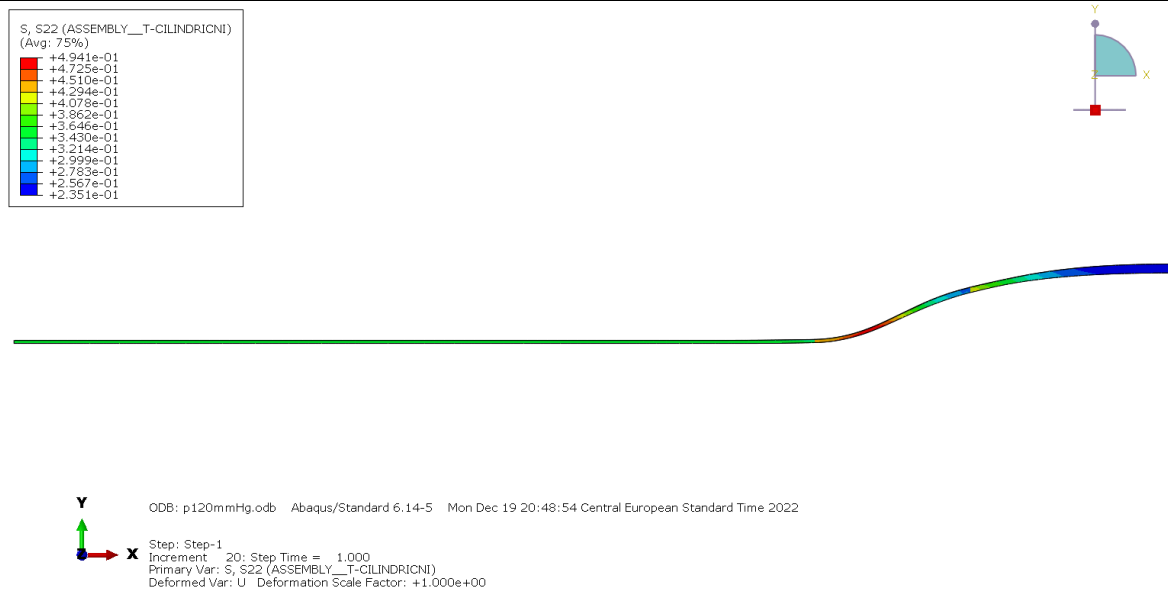
### 6.3 Model 3 – rezultati analize metodom konačnih elemenata

Sljedeće slike prikazuju rezultate analize modela 3 metodom konačnih elemenata. Radijalni pomaci kod ove analize približno su jednaki analizi modela 2.



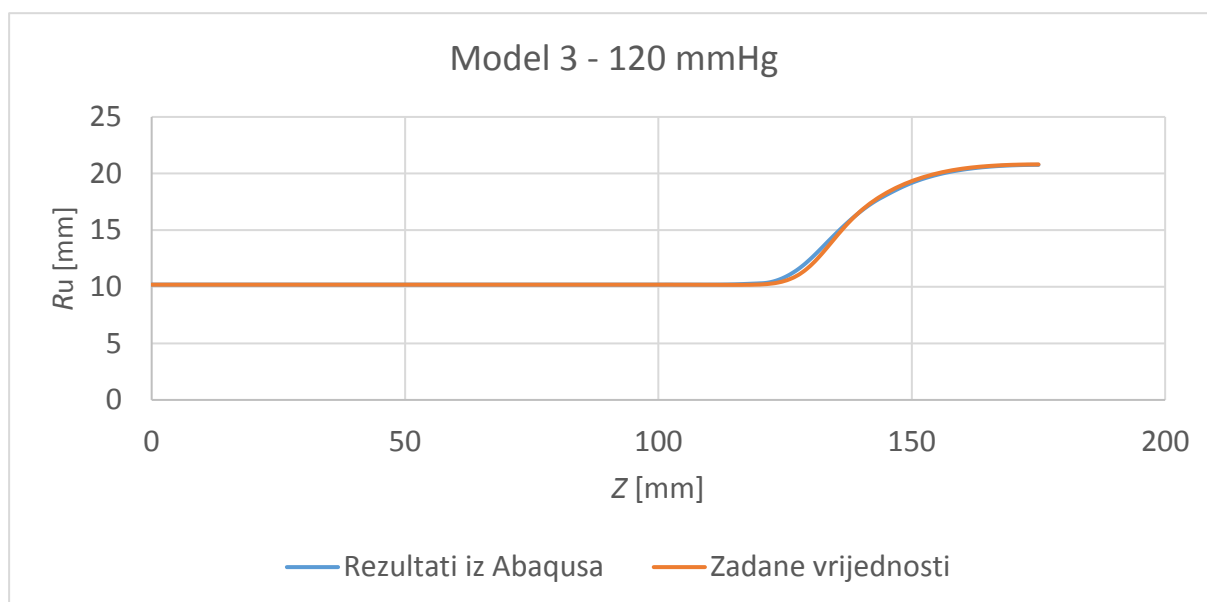
**Slika 6.12 Model 3 - radijalni pomaci pri sistoli**

Na sljedećoj slici prikazana je raspodjela cirkularnog naprezanja pri sistoli za Model 3. Kako je sistolički tlak najveće naprezanje kojem će model biti podvrgnut te je najveće naprezanje ono u cirkularnom smjeru, može se zaključiti da ako naprezanja u cirkularnom smjeru nisu kritično visoka neće doći niti do pucanja modela. Maksimalno naprezanje iznosi oko 0.5 MPa i prisutno je na prijelazu sa zdravog dijela žile na dio s aneurizmom. Takvo naprezanje je dovoljno malo da se donese zaključak kako je model siguran za stvarno ispitivanje.

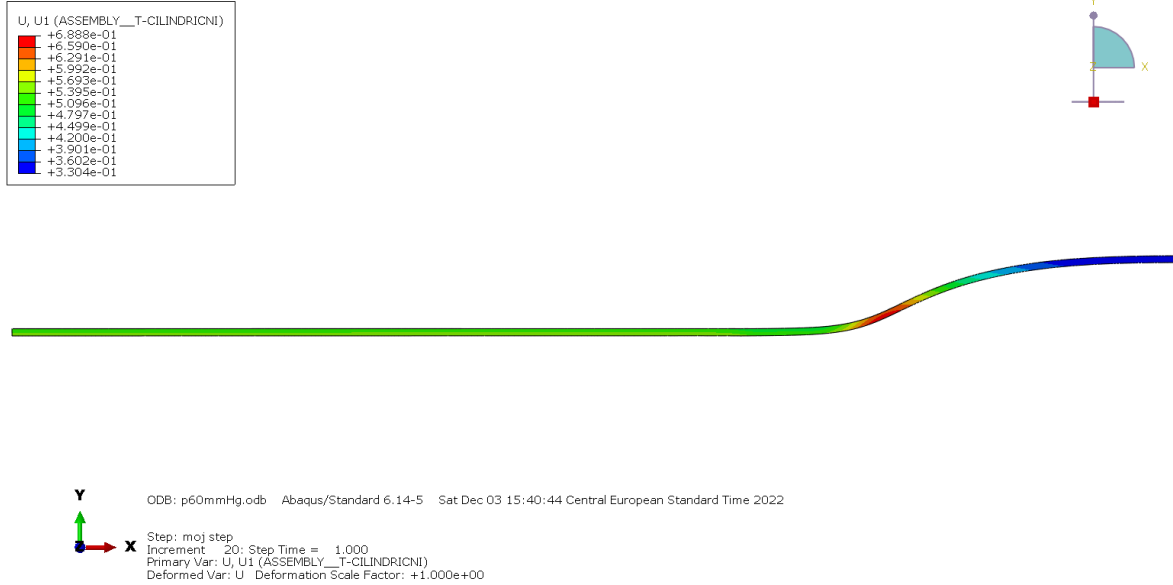


**Slika 6.13 Model 3 - raspodjela cirkularnog naprezanja pri sistoli**

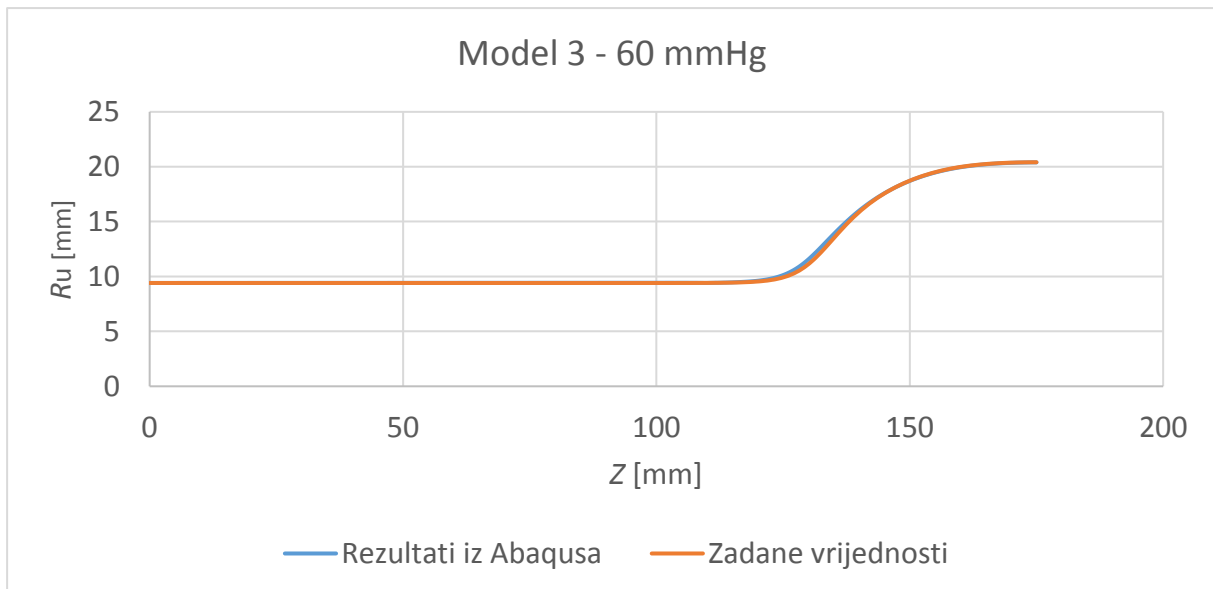
Poklapanja i odstupanja analitičkih vrijednosti u odnosu na zadane nalaze se na istim lokacijama kao i kod modela 2.



**Slika 6.14 Model 3 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri sistoli**



Slika 6.15 Model 3 - radijalni pomaci pri dijastoli



Globalne greške za opterećenje sistoličkim i dijastoličkim tlakovima prema izrazu (36) vidljive su u sljedećoj tablici. Usporedbom s globalnim greškama modela 2 vidljivo je da analiza oba modela daju globalne greške istog reda veličine.

Slika 6.16 Model 3 - usporedba unutarnjeg radijusa sa zadanim vrijednostima pri dijastoli

Tablica 6.3 Model 2 - greška

	Sistola (120 mmHg)	Dijastola (60 mmHg)
Greška	0.000106	8.00E-05

## 7 ZAKLJUČAK

Krajnji cilj je dobivanje, simulacijom provjerenih, modela umjetnih žila s aneurizmom koje će biti moguće proizvesti 3D printanjem hiperelastičnih materijala i koristiti za medicinska istraživanja. Modeli su dobiveni numeričkom metodom koja računa neopterećenu geometriju umjetne krvne žile iz podataka o opterećenoj ljudskoj žili.

U ulaznim podacima izražena je geometrija ljudske aorte s aneurizmom za dva iznosa krvnih tlakova, sistolu i dijastolu. Geometrija je opisana mrežom točaka unutarnje stijenke aorte i to u cilindričnim koordinatama. Numeričkim metodama dobivena su tri modela neopterećenih krvnih žila (aorti) s aneurizmom. Numeričkom analizom utvrđeno je radijalno širenje unutarnjeg radijusa postepeno sve manje gledano od zdravog dijela žile do vrha aneurizme. Na vrhu aneurizme, radijalno širenje je, dakle, najmanje na razini cijelog modela. To podrazumijeva da je na vrhu žile, ujedno i najveća krutost.

Prvi model sadrži isti hiperelastični materijal na cijelom svojem volumenu. Na njemu se znatno razlikuju debljine između zdravog dijela žile i dijela zahvaćenog aneurizmom. Razlog tome je što krutost nije ostvarena promjenom materijala pa stoga ona mora biti ostvarena postupnim povećanjem debljine.

Drugome se modelu volumen dijeli na nekoliko segmenata od različitih materijala. Na njemu ne postoji toliko izražena promjena debljine, već se razlike u krutosti očitavaju upotrebom hiperelastičnih materijala različitih materijalnih konstanti.

Treći model ima uniformnu debljinu te je izrađen od mnoštva materijala različitih materijalnih konstanti.

Proizvodnja umjetnih ravnih krvnih žila od hiperelastičnih materijala aditivnim metodom kompliciranija je kako raste materijalna konstanta zbog toga što pada debljina neopterećene žile. Metodom aditivne proizvodnje, radi strukturalne nestabilnosti, nije jednostavno proizvesti uzorak s malom debljinom. Međutim, pod uvjetom da se žila prednapregne tj. da je njena dužina u opterećenom stanju veća nego u neopterećenom, mogu se proizvesti uzorci veće debljine.

Opisana numerička metoda koristi izraz za tlak na unutrašnjem rubu cilindra. Zbog toga daje rezultate visoke točnosti kod analize ravnih žila, odnosno cilindričnih modela. Kod uporabe navedene metode za dobivanje neopterećene geometrije krvnih žila s aneurizmom postoji nedostatak iz razloga što takvi modeli nisu cilindrični već postoji promjenjivi nagib stijenki. Međutim, ako se navedeni algoritam primjeni na mnoštvo presjeka krvne žile s aneurizmom onda je to analogno dobivanju mnoštvu manjih cilindara čijim povezivanjem nastaju neopterećeni modeli krvnih žila s aneurizmom. Analizom takvih modela dobiva se veća

globalna greška te veća odstupanja na kritičnim presjecima, ali svejedno unutar inženjerski prihvatljivih vrijednosti.

Kako bi se razvili bolji modeli neopterećenih krvnih žila s aneurizmom, potrebno je u budućim istraživanjima modificirati izraz za tlak, tako da on prati promjenu nagiba žile. Takvu numeričku metodu bit će znatno teže opisati matematičkim formulama, ali će se modeli dobiveni njome, pod uvjetom jednakih opterećenja, ponašati gotovo identično kao i stvarne krvne žile unutar cijelog srčanog ciklusa.

---

**LITERATURA**

- [1] „Circulatory sistem“, Wikipedia, web stranica:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Circulatory\\_system](https://en.wikipedia.org/wiki/Circulatory_system), (siječanj 2023.)
- [2] „Heart“, Wikipedia, web stranica:  
<https://en.wikipedia.org/wiki/Heart>, (siječanj 2023.)
- [3] „Blood vessel“, Wikipedia, web stranica:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Blood\\_vessel](https://en.wikipedia.org/wiki/Blood_vessel), (siječanj 2023.)
- [4] „Aorta“, Wikipedia, web stranica:  
<https://en.wikipedia.org/wiki/Aorta>, (siječanj 2023.)
- [5] „Aneurysm“, Wikipedia, web stranica:  
<https://en.wikipedia.org/wiki/Aneurysm>, (siječanj 2023.)
- [6] „Blood“, Wikipedia, web stranica:  
<https://en.wikipedia.org/wiki/Blood>, (siječanj 2023.)
- [7] „3D printing“, Wikipedia, web stranica:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/3D\\_printing](https://en.wikipedia.org/wiki/3D_printing), (siječanj 2023.)
- [8] Ivo Alfirević, Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma, Golden marketing, 2003.
- [9] Tina Panić, Diplomski rad, FSB, 2020.
- [10] Cardamone L, Valentín A, Eberth JF, Humphrey JD. Origin of axial prestretch and residual stress in arteries. *Biomech Model Mechanobiol.* 2009 Dec;8(6):431-46. doi: 10.1007/s10237-008-0146-x
- [11] „Newton's method“, Wikipedia, web stranica:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s\\_method](https://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s_method), (siječanj 2023.)
- [12] Smoljkić M, Fehervary H, Van den Bergh P, Jorge-Peñas A, Kluyskens L, Dymarkowski S, Verbrugghe P, Meuris B, Vander Sloten J, Famaey N. Biomechanical Characterization of Ascending Aortic Aneurysms. *Biomech Model Mechanobiol.* 2017 Apr;16(2):705-720. doi: 10.1007/s10237-016-0848-4

---

## **PRILOZI**

- CD-R disc
- Programski kodovi za *Python*

**PROGRAMSKI KODOVI ZA PYTHON****Dobivanje neopterećene geometrije krvne žile za zadanu materijalnu konstantu**

```

from math import *
def integral(Ru,ru,rv,lam,C1,n):
    suma=0
    v=(rv-ru)/(n-1)
    r=ru
    R=Ru
    f1=(2*C1*((r/R)**2-(1/(((r/R)**2)*lam**2))))/r
    for i in range(n-1):
        r+=v
        R=sqrt(Ru**2+((r**2-ru**2)*lam))
        f=(2*C1*((r/R)**2-(1/(((r/R)**2)*lam**2))))/r
        suma+=(((f+f1)/2)*v)
        f1=f
    return suma
def integral1(Ru,Rv,ru,lam,C1,n):
    suma=0
    v=(Rv-Ru)/(n-1)
    r=ru
    R=Ru
    f1=(2*C1*((r/R)**2-(1/(((r/R)**2)*lam**2))))/r
    for i in range(n-1):
        R+=v
        r=sqrt(ru**2+((R**2-Ru**2)*(1/lam)))
        f=(2*C1*((r/R)**2-(1/(((r/R)**2)*lam**2))))/r
        suma+=(((f+f1)/2)*v)
        f1=f
    return suma
def neopterećeni(p,C1,ru,rv,lam,n):
    Ru=0.7*ru
    Ru1=Ru
    f1=integral(Ru,ru,rv,lam,C1,n)
    if abs(p-abs(f1))<0.000001:
        Ru=Ru
    else:
        Ru=Ru*0.999
        f=integral(Ru,ru,rv,lam,C1,n)
        if abs(p-abs(f))<0.000001:
            Ru=Ru
        else:
            while abs(p-abs(f))>0.000001:
                x=f-f1
                y=Ru-Ru1
                Ru1=Ru
                Ru=Ru-(abs(y)/abs(x))*(p-abs(f))
                f1=f
                f=integral(Ru,ru,rv,lam,C1,n)

```



```

    return Ru
def optereceni(p1,C1,Ru,Rv,lam,n):
    ru=1.001*Ru
    ru1=ru
    f1=integral1(Ru,Rv,ru,lam,C1,n)
    if abs(p1-abs(f1))<0.000001:
        ru=ru
    else:
        ru=ru*1.001
        f=integral1(Ru,Rv,ru,lam,C1,n)
        if abs(p1-abs(f))<0.000001:
            ru=ru
        else:
            while abs(p1-abs(f))>0.000001:
                x=f-f1
                y=ru-ru1
                ru1=ru
                ru=ru+(abs(y)/abs(x))*(p1-abs(f))
                f1=f
                f=integral1(Ru,Rv,ru,lam,C1,n)

    return ru
def dijastola(p,p1,C1,ru,rv,lam,n):
    Ru=neoptereceni(p,C1,ru,rv,lam,n)
    Rv=Rv=sqrt(Ru**2+((rv**2-ru**2)*lam))
    ru=optereceni(p1,C1,Ru,Rv,lam,n)
    return ru

p=float(input("Željeni sistolički krvni tlak u mmHg:"))
p*=0.00013332239
p1=float(input("Željeni dijastolički krvni tlak u mmHg:"))
p1*=0.00013332239
C1=float(input("Materijalna konstanta u MPa:"))
ru_s=float(input("Unutarnji opterećeni radijus pri sistoli u mm:"))
ru_d=float(input("Unutarnji opterećeni radijus pri dijastoli u mm:"))
lam=1
n=1000
print()
print()
rv=ru_s*1.02
rv1=rv
y1=dijastola(p,p1,C1,ru_s,rv,lam,n)
print(y1)
if abs(y1-ru_d)<0.0001:
    print(rv,"mm je vrijednost vanjskog radijusa pri sistoli.")
else:
    C1=1.001*C1
    y=dijastola(p,p1,C1,ru_s,rv,lam,n)
    if abs(y-ru_d)<0.0001:
        print(rv,"mm je vrijednost vanjskog radijusa pri sistoli.")

```

```
else:
    while abs(y-ru_d)>0.0001 or rv<=ru_s:
        a=y-y1
        b=rv-rv1
        rv1=rv
        rv=rv+(abs(b)/abs(a))*abs(y-ru_d)
        y1=y
        y=dijastola(p,p1,C1,ru_s,rv,lam,n)
print(rv,"mm je vrijednost vanjskog radijusa pri sistoli.")
Ru=neopterećeni(p,C1,ru_s,rv,lam,n)
print(Ru,"mm je vrijednost neopterećenog unutarnjeg radijusa.")
Rv=sqrt(Ru**2+((rv**2-ru_s**2)*lam))
print(Rv,"mm je vrijednost neopterećenog vanjskog radijusa.")
rv_d=sqrt(ru_d**2+((Rv**2-Ru**2)*(1/lam)))
print(rv_d,"mm je vrijednost vanjskog radijusa pri dijastoli.")
```

**Dobivanje neopterećene geometrije krvne žile za zadanu debljinu**

```

from math import *
def integral(Ru,ru,rv,lam,C1,n): #izračun tlaka zbrajanjem n-1 površina trapeza
    suma=0
    v=(rv-ru)/(n-1) #razmak između dvije vrijednosti r
    r=ru
    R=Ru
    f1=(2*C1*((r/R)**2-(1/(((r/R)**2)*lam**2))))/r
    for i in range(n-1):
        r+=v
        R=sqrt(Ru**2+((r**2-ru**2)*lam))
        f=(2*C1*((r/R)**2-(1/(((r/R)**2)*lam**2))))/r
        suma+=(((f+f1)/2)*v)
        f1=f
    return suma
def integral1(Ru,Rv,ru,lam,C1,n): #izračun tlaka zbrajanjem n-1 površina trapeza
    suma=0
    v=(Rv-Ru)/(n-1) #razmak između dvije vrijednosti r
    r=ru
    R=Ru
    f1=(2*C1*((r/R)**2-(1/(((r/R)**2)*lam**2))))/r
    for i in range(n-1):
        R+=v
        r=sqrt(ru**2+((R**2-Ru**2)*(1/lam)))
        f=(2*C1*((r/R)**2-(1/(((r/R)**2)*lam**2))))/r
        suma+=(((f+f1)/2)*v)
        f1=f
    return suma
def neopterećeni(p,C1,ru,rv,lam,n):
    Ru=0.7*ru
    Ru1=Ru
    f1=integral(Ru,ru,rv,lam,C1,n)
    if abs(p-abs(f1))<0.000001:
        Ru=Ru
    else:
        Ru=Ru*0.999
        f=integral(Ru,ru,rv,lam,C1,n)
        if abs(p-abs(f))<0.000001:
            Ru=Ru
        else:
            while abs(p-abs(f))>0.000001:
                x=f-f1
                y=Ru-Ru1
                Ru1=Ru
                Ru=Ru-(abs(y)/abs(x))*(p-abs(f))
                f1=f
                f=integral(Ru,ru,rv,lam,C1,n)
    return Ru
def opterećeni(p1,C1,Ru,Rv,lam,n):
    ru=1.001*Ru

```

```

    ru1=ru
    f1=integral1(Ru,Rv,ru,lam,C1,n)
    if abs(p1-abs(f1))<0.000001:
        ru=ru
    else:
        ru=ru*1.001
        f=integral1(Ru,Rv,ru,lam,C1,n)
        if abs(p1-abs(f))<0.000001:
            ru=ru
        else:
            while abs(p1-abs(f))>0.000001:
                x=f-f1
                y=ru-ru1
                ru1=ru
                ru=ru+(abs(y)/abs(x))*(p1-abs(f))
                f1=f
                f=integral1(Ru,Rv,ru,lam,C1,n)

    return ru
def dijastola(p,p1,C1,ru,rv,lam,n):
    Ru=neoptereceni(p,C1,ru,rv,lam,n)
    Rv=Rv=sqrt(Ru**2+((rv**2-ru**2)*lam))
    ru=optereceni(p1,C1,Ru,Rv,lam,n)
    return ru

p=float(input("Željeni sistolički krvni tlak u mmHg:"))
p*=0.00013332239
p1=float(input("Željeni dijastolički krvni tlak u mmHg:"))
p1*=0.00013332239
d=float(input("Debljina žile pri sistoli u mm:"))
ru_s=float(input("Unutarnji opterećeni radijus pri sistoli u mm:"))
ru_d=float(input("Unutarnji opterećeni radijus pri dijastoli u mm:"))
lam=1
n=1000
print()
print()
rv=ru_s+d
C1=0.11
C11=C1
y1=dijastola(p,p1,C1,ru_s,rv,lam,n)
print(y1)
if abs(y1-ru_d)<0.0001:
    print(rv,"mm je vrijednost vanjskog radijusa pri sistoli.")
else:
    C1=1.001*C1
    y=dijastola(p,p1,C1,ru_s,rv,lam,n)
    if abs(y-ru_d)<0.0001:
        print(rv,"mm je vrijednost vanjskog radijusa pri sistoli.")
    else:
        while abs(y-ru_d)>0.0001 or rv<=ru_s:

```

```
a=y-y1
b=C1-C11
C11=C1
C1=C1+(abs(b)/abs(a))*abs(y-ru_d)
y1=y
y=dijastola(p,p1,C1,ru_s,rv,lam,n)
print(rv,"mm je vrijednost vanjskog radijusa pri sistoli.")
Ru=neoptereceni(p,C1,ru_s,rv,lam,n)
print(Ru,"mm je vrijednost neopterećenog unutarnjeg radijusa.")
Rv=sqrt(Ru**2+((rv**2-ru_s**2)*lam))
print(Rv,"mm je vrijednost neopterećenog vanjskog radijusa.")
rv_d=sqrt(ru_d**2+((Rv**2-Ru**2)*(1/lam)))
print(rv_d,"mm je vrijednost vanjskog radijusa pri dijastoli.")
print(C1, "je izračunata materijalna konstanta.")
```