

Prošireni nestacionarni model aerodinamičke interferencije leta u formaciji

Andrić, Marijan

Doctoral thesis / Disertacija

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:207393>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-10**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)





Sveučilište u Zagrebu

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Marijan Andrić

PROŠIRENI NESTACIONARNI MODEL
AERODINAMIČKE INTERFERENCIJE
LETA U FORMACIJI

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2022.



Sveučilište u Zagrebu

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Marijan Andrić

PROŠIRENI NESTACIONARNI MODEL
AERODINAMIČKE INTERFERENCIJE
LETA U FORMACIJI

DOKTORSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Zagreb, 2022.



University of Zagreb

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
AND NAVAL ARCHITECTURE

Marijan Andrić

EXTENDED UNSTEADY
AERODYNAMIC INTERFERENCE
MODEL OF FORMATION FLIGHT

DOCTORAL DISSERTATION

Supervisor:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Zagreb, 2022.

Sadržaj

Sadržaj	iii
Popis slika	vii
Popis tablica	xi
Popis oznaka	xii
Sažetak	xiv
Extended Abstract	xv
1. Uvod	1
1.1. Motivacija	2
1.2. Pregled dosadašnjih istraživanja	4
1.3. Cilj i hipoteza rada	8
1.4. Metode istraživanja	9
1.5. Pregled strukture rada	10
2. Osnovni aerodinamički model	12

2.1.	Potencijalno strujanje	15
2.2.	Standardna metoda vrtložne rešetke	18
2.3.	Nestacionarna metoda vrtložne rešetke	21
2.3.1.	Rubni uvjet tangencijalnog strujanja	21
2.3.2.	Model slobodnog traga	23
2.3.3.	Aerodinamičko opterećenje i sile	24
3.	Proširenje aerodinamičkog modela	25
3.1.	Sprezanje modela	25
3.1.1.	Metoda korekcije cirkulacije	26
3.1.2.	Metoda korekcije napadnog kuta	27
3.2.	Metoda sprezanja	28
3.2.1.	Efektivni napadni kut	29
3.2.2.	Ravninsko optjecanje profila	30
3.2.3.	Algoritam sprezanja	32
3.2.4.	Aerodinamička sila otpora	33
3.3.	Numerička implementacija modela	34
3.3.1.	Geometrija i diskretizacija	36
3.3.2.	Kinematika	38
3.3.3.	Izračun matrice utjecaja	39
3.3.4.	Otpuštanje vrtloga	40
3.3.5.	Izračun RHS vektora	41
3.3.6.	Rješavanje sustava jednadžbi	42
3.3.7.	Razvoj slobodnog traga	43
3.4.	Validacija numeričkog modela u stacionarnim uvjetima strujanja	44
3.5.	Validacija numeričkog modela u nestacionarnim uvjetima strujanja	46

3.5.1. Vertikalno osciliranje pravokutnog krila	46
3.5.2. Naglo ubrzavanje pravokutnog krila	49
4. Let u formaciji	52
4.1. Princip uštede energije	53
4.2. Vrste formacijskog leta	54
4.2.1. Preliminarna analiza miješane formacije	55
4.3. Praktična primjena formacijskog leta	58
4.4. Numerička implementacija razvijenog modela za formacijski let	61
4.4.1. Relativni položaj članova formacije	61
4.4.2. Matrica utjecaja za formaciju	61
4.4.3. Aerodinamičko opterećenje i sile u formaciji	63
4.4.4. Određivanje ravnotežnog leta primjenom razvijenog modela	64
4.5. Jednostavan primjer leta u formaciji primjenom razvijenog modela	66
5. Numerički eksperimenti	69
5.1. Opis letjelice člana formacije	69
5.2. Stacionarni let u bliskoj formaciji	70
5.2.1. Optimalan položaj pratećeg člana formacije	72
5.2.2. Analiza utjecaja uzdužnog razmaka članova formacije	83
5.3. Stacionarni let formacije s $H > 2$ članova	86
5.4. Nestacionarni let u bliskoj formaciji	89
5.5. Unaprijeđenje numeričke efikasnosti	101
5.5.1. Modifikacija procedure ograničavanjem razvoja traga	101
5.5.2. Modifikacija matrice utjecaja za formaciju	103
6. Zaključak	105

A. Prilog	109
A.1. Bepilotna letjelica Aerosonde	109
Literatura	112

Popis slika

1.1	Smanjenje protoka goriva pri formacijskom letu velikog vojnog transportnog zrakoplova	5
1.2	Prikaz geometrije bliske formacije dva bespilotna zrakoplova u optimalnom položaju i diskretizacije površinskim panelima za RANS analizu . . .	6
1.3	Konturni dijagrami otpora pratećeg bespilotnog zrakoplova u bliskoj formaciji prikazani u ovisnosti o međusobnom položaju članova	6
2.1	Brzina inducirana segmentom vrtložne niti proizvoljnog oblika	17
2.2	Brzina inducirana ravnom vrtložnom niti konačne duljine	18
2.3	Prstenasti vrtlog	19
2.4	Metoda vrtložne rešetke	20
2.5	Nestacionarna metoda vrtložne rešetke	22
3.1	Fizikalna pozadina metode sprezanja	29
3.2	Rezultati viskoznog 2D optjecanja profila NACA 0012 dobiveni analizom u XFOIL-u, za $Ma = 0$	31
3.3	Trefftzova ravnina korištena za procjenu induciranog otpora	34
3.4	Shematski prikaz algoritma	35
3.5	Primjer podjele polukrila na segmente	36

3.6	Primjer rešetke panela	37
3.7	Definicija koordinatnih sustava i nomenklatura	39
3.8	Otpuštanje vrtloga s izlaznog ruba noseće površine	41
3.9	Prikaz diskretiziranog eliptičnog krila i vrtložnog traga pri $\alpha = 4^\circ$	45
3.10	Koeficijent uzgona eliptičnog krila vitkosti $A = 10$: usporedba s analitičkim rješenjem	45
3.11	Koeficijent induciranog otpora eliptičnog krila vitkosti $A = 10$: usporedba s analitičkim rješenjem	46
3.12	Prikaz u različitim vremenskim trenucima za vrtložni trag iza oscilirajućeg krila	47
3.13	Usporedba rezultata promatranog modela za koeficijent uzgona vertikalno oscilirajućeg krila s rezultatima iz literature	48
3.14	Razvoj vrtložnog traga pravokutnog krila pri naglom ubrzavanju	49
3.15	Usporedba rezultata promatranog modela za tranzijentni koeficijent uzgona s rezultatima iz literature	50
3.16	Usporedba rezultata promatranog modela za tranzijentni koeficijent induciranog otpora s rezultatima iz literature	51
4.1	Vrtložni trag zrakoplova i inducirane brzine u njemu	53
4.2	Usporedba veličine članova miješane formacije	56
4.3	Prikaz relativnog položaja članova formacije, diskretizacije krila i krutog vrtložnog traga	57
4.4	Promjena L/D pratećeg zrakoplova B u formaciji iza zrakoplova A	58
4.5	Promjena L/D pratećeg zrakoplova A u formaciji iza zrakoplova A	59
4.6	Definicija koordinatnog sustava formacije	62
4.7	Razvoj vrtložnog traga formacije dva pravokutna krila pri naglom ubrzavanju	67

4.8	Usporedba tranzijentnog koeficijenta sile uzgona pratećeg i vodećeg krila u formaciji	67
4.9	Usporedba tranzijentnog koeficijenta sile induciranog otpora pratećeg i vodećeg krila u formaciji	68
5.1	Bespilotna letjelica Aerosonde	70
5.2	Diskretizirana geometrija letjelice <i>Aerosonde</i>	72
5.3	Vrtložni trag pri stacionarnom letu u formaciji gdje se prateći član nalazi na koordinatama $x_F/b = 3$, $y_F/b = -0.25$, $z_F/b = 0$	73
5.4	Konturni dijagrami omjera otpora formacije K_{DF} , u ovisnosti o položaju prateće letjelice	75
5.5	Konturni dijagrami omjera uzgona člana formacije k_{LF} za člana $N = 2$, u ovisnosti o njegovom položaju u tragu	76
5.6	Konturni dijagrami koeficijenta momenta valjanja C_l za člana $N = 2$, u ovisnosti o njegovom položaju u tragu	77
5.7	Konturni dijagrami potrebnog otklona krilaca δ_l u stupnjevima za člana $N = 2$, u ovisnosti o njegovom položaju u tragu	78
5.8	Konturni dijagrami koeficijenta momenta propinjanja C_m za člana $N = 2$, u ovisnosti o njegovom položaju u tragu	79
5.9	Konturni dijagrami potrebnog otklona kormila visine δ_m u stupnjevima za člana $N = 2$, u ovisnosti o njegovom položaju u tragu	80
5.10	Raspodjela cirkulacije po krilu u ovisnosti o položaju člana formacije $N = 2$ u tragu, za $x_F/b = 5$ i $z_F/b = 0$	82
5.11	Dijagrami ovisnosti K_{DF} , k_{LF} i C_l o uzdužnoj udaljenosti članova formacije x_F/b uz konstantne $y_F/b = -0,25$ i $z_F/b = 0$	84
5.12	Potrebni otkloni kormila visine δ_m i krilaca δ_l za člana formacije $N = 2$ u ovisnosti o uzdužnoj udaljenosti članova formacije x_F/b uz konstantne $y_F/b = -0,25$ i $z_F/b = 0$	85

5.13	Vrtložni trag pri stacionarnom formacijskom letu s pet članova na međusobnom uzdužnom razmaku x_F od pet raspona krila	87
5.14	Usporedba omjera otpora formacije K_{DF} u ovisnosti o broju članova ešalon formacije	88
5.15	Usporedba omjera uzgona i omjera otpora N -tog člana pri formacijskom letu s pet članova u ešalon formaciji	88
5.16	Prikaz putanja propisanog gibanja letjelica uz zadržavanje visine leta na 1000 m; prikaz letjelica nije u mjerilu	90
5.17	Promjena kuta valjanja ϕ tijekom trajanja propisanog leta	92
5.18	Promjena kuta zanosa ψ tijekom trajanja propisanog leta	93
5.19	Vrtložni trag u trenutku nakon što je prateći član ušao u blizak nestacionaran formacijski let	94
5.20	Vrtložni trag u trenutku sredine zaokreta pri bliskom nestacionarnom formacijskom letu	95
5.21	Usporedba tranzijentnih koeficijenata uzgona C_L članova formacije	96
5.22	Usporedba tranzijentnih koeficijenata otpora C_D članova formacije	96
5.23	Usporedba tranzijentnih koeficijenata momenta valjanja C_l članova formacije	97
5.24	Usporedba tranzijentnih koeficijenata momenta propinjanja C_m članova formacije	97
5.25	Promjena omjera otpora formacije K_{DF} tijekom leta	98
5.26	Promjena omjera uzgona pratećeg člana formacije k_{LF} tijekom leta	98
5.27	Prikaz vrtložnog traga na kraju simulacije	100
5.28	Vrijeme izvođenja simulacije u ovisnosti o stvarnom vremenu leta za inicijalni algoritam i njegovu modifikaciju ograničenja razvoja traga	102
A.1	Dimenzije bespilotne letjelice Aerosonde	110

Popis tablica

4.1	Osnovni podaci o letjelicama A i B	56
5.1	Osnovni podaci letjelice <i>Aerosonde</i>	71
5.2	Uvjeti i parametri ravnotežnog leta za <i>Aerosonde</i>	71
5.3	Usporedba vremena izvođenja simulacije, T_{comp}	101
A.1	Aerodinamički model bespilotne letjelice <i>Aerosonde</i>	111

Popis oznaka

$C_{L_{inv}}$	koeficijent uzgona neviskozno optjecanja, [-]	28
$C_{L_{vis}}$	koeficijent uzgona viskozno optjecanja, [-]	27
\mathbf{A}	matrica koeficijenta utjecaja, [-]	21
D	aerodinamička sila otpora, [N]	33
K_{DF}	omjer otpora formacije, [-]	64
k_{DF}	omjer otpora člana formacije, [-]	64
k_{LF}	omjer uzgona člana formacije, [-]	63
L	Aerodinamička sila uzgona, [N]	17
Ma	Machov broj, [-]	14
\vec{n}	vektor normale, [-]	16
o	broj slobodnih prstenastih vrtloga, [-]	38
Q	brzina neporemećene struje, [m/s]	17
\vec{r}	vektor položaja, [-]	17
RHS	vektor desne strane jednadžbe, [-]	21
s	broj čvorova vrtložne plahte, [-]	38
\vec{v}	vektor brzine strujanja, [m/s]	15
α	napadni kut, [rad]	27
Γ	intenzitet cirkulacije, [m ² /s]	17
ϕ	skalarni potencijal brzine, [m ² /s]	15
φ	kut valjanja, [°]	91
ρ	gustoća, [kg/m ³]	17

Indeksi

H	broj članova formacije, [-]	62
h	indeks sekcija, [-]	38
i	indeks kontrolnih točaka panela, [-]	38
j	indeks vezanih prstenastih vrtloga, [-]	38
k	indeks panela, [-]	38
κ	indeks člana formacije, [-]	63
l	indeks slobodnih prstenastih vrtloga traga, [-]	38
M	broj panela u cijeloj formaciji, [-]	62
m	indeks ukupnog broja panela, [-]	38
N	indeks člana formacije, [-]	61

Sažetak

Let u formaciji već je više od stotinu godina predmet istraživanja raznih znanstvenih disciplina te je do danas znanstveno dokazano da takva strategija letenja može dovesti do značajnih ušteda u potrošnji energije. Kako bi se ovaj potencijal u potpunosti iskoristio potrebno je unaprijediti postojeće sustave upravljanja letom, do razine djelomične ili potpune autonomije. Cilj istraživanja bio je unaprijediti model aerodinamičke interferencije pri letu u formaciji kojim se može pouzdanije simulirati složene aerodinamičke pojave u takvom letu. Ovo se ostvarilo sprežanjem nestacionarne metode vrtložne rešetke s 2D viskoznom optjecanjem profila te proširivanjem modela uvođenjem koncepta slobodnog traga. Razvijeni model validiran je u stacionarnim i nestacionarnim uvjetima strujanja. Primjenjiv je za proizvoljnu geometriju nosećih površina, pri različitim vrijednostima Reynoldsovog i Machovog broja te za veliki raspon napadnih kutova, uključujući i područje nakon pojave sloma uzgona. Glavna primjena modela razmatrana u ovom radu je primjena za let u formaciji, bez ograničenja na vrstu, broj članova, raznolikost letjelica ili na međusobni položaj letjelica u formaciji. Na primjeru leta složenom putanjom za dvije bespilotne letjelice u formaciji prikazane su mogućnosti razvijenog modela u nestacionarnom strujanju i pri prijelaznim režimima leta. Posebna pozornost pridana je numeričkoj efikasnosti te se procedura, uz nekoliko modifikacija, približila izvođenju simulacije u stvarnom vremenu.

Ključne riječi: Let u formaciji, Aerodinamička interferencija, Nestacionarna metoda vrtložne rešetke, Nelinearno 2D strujanje, Razvoj slobodnog traga, Prijelazni režimi leta, Numerička efikasnost

Extended Abstract

Formation flight has been a subject of research in various scientific fields for over a hundred years, and it has already been scientifically proven that such strategy can result in significant energy savings. In order to take advantage of this potential, existing flight control systems need to be enhanced to the level of partial or full autonomy. The aim of the research was to improve the aerodynamic interference model of formation flight achieving more accurate simulation of the aerodynamic effects in a such flight. This was accomplished by coupling the unsteady vortex lattice method with 2D viscous flow around the airfoil and by extending the model with the free wake rollup model. Developed model was successfully validated for both steady and unsteady flow. It is applicable for arbitrary lifting surface geometry, for different Reynolds and Mach numbers, for large range of angle of attack including values beyond the stall angle. The main application of the developed model considered in this thesis was the formation flight, of any type, of any number of formation members, geometry diversity of formation members, or its mutual position in formation. Simulation of complex scenario of formation flight, that also included transient flight regimes, was successfully conducted. A special attention was given to the possibility of time effective calculation and a simulation close to the real time simulation was achieved with several adaptations of the procedure.

The thesis is organized in six chapters as follows.

First chapter presents relevance and motivation for this research, its goals, hypothesis and methodology. There is also an overview of the relevant literature defining the base ground and scope of the research described in this thesis.

The essential aerodynamic model as described in chapter two is based on the potential flow and its elements are: standard vortex lattice method, unsteady vortex method method, and free-wake method. Standard vortex lattice method is based on vortex rings with extension for unsteady flow and extension for free wake rollup.

Previously described model is extended with viscous effects of the airfoil as described in chapter three. This extension included coupled potential flow and 2D airfoil flow which included viscous and compressibility effects. This coupling was achieved with iterative process of correction of angle of attack for each section of discretized lifting surface.

Developed model has a capability of application for arbitrary lifting surface geometry and for different flow parameters, both in steady and unsteady flow. Several examples were presented that validated the developed model in steady and unsteady flow.

Fourth chapter introduces specifics of formation flight, and metrics for the evaluation of the formation flight efficiency as a whole but also for each aircraft in the formation. As a measure of formation efficiency a new parameter is introduced a formation drag ratio K_{DF} , and a measure of efficiency of flight in formation for one formation member a formation member drag ratio k_{DF} . These metric parameters can be used to evaluate formation performance, evaluate formation strategy and scenarios. An example of application of the developed model for the analysis of close formation with two members is presented.

In fifth chapter results of several numerical experiments for close echelon formations with two or more members with same geometry are presented. Example for the aircraft used in these experiments is unmanned aircraft Aerosonde, while its geometry and aerodynamic data are given in the Appendix. Numerical experiments in steady and unsteady conditions with main variable being a relative position of follower aircraft with respect to the leader. This analysis resulted in definition of optimal position of follower aircraft in the formation. This chapter also presents of two modification of the procedure that benefited of significantly shorter computation time.

Sixth and last chapter briefly states main conclusion of the research described in this thesis, summarizing achieved scientific contributions, and discusses topics and tasks for future research work that would contribute to the further development of the model and its enhancements, offering its different potential applications.

Keywords: Formation flight, Aerodynamic interference, Unsteady vortex lattice method, Nonlinear 2D flow, Free wake rollup, Transient flight regimes, Numerical efficiency

1 | Uvod

Let ptica u jatu je prizor koji uvijek iznova očarava promatrača te je već dulje od stotinu godina predmet istraživanja u raznim znanstvenim područjima. Brojnim istraživanjima već je odavno znanstveno dokazano da takva strategija letenja može dovesti do značajnih ušteda u potrošnji energije. Putnički i transportni zračni promet već desetljećima konstantno raste te ga u budućnosti očekuje još veća ekspanzija, što bi prema predviđanjima trebalo izazvati trostruki rast emisije stakleničkih plinova do 2050. godine. U vremenima kada nam prijete sve učestalije ekološke katastrofe i vremenske neprilike nužno je iskoristiti sav tehnološki napredak kako bi energiju koristili što efikasnije i odgovornije [1]. Prostora za napredak ima u svim granama zrakoplovstva, od povećanja aerodinamičke efikasnosti, razvoja lakših konstrukcija, efikasnijih motora, primjene električnog pogona, do naprednog upravljanja zrakoplovnim operacijama [2]. Let u formaciji pripada prvoj te djelomično zadnjoj navedenoj skupini, a pored povećane efikasnosti leta pruža i mogućnost zajedničkog obavljanja zadaća više letjelica. Ovisno o scenariju primjene to mogu biti formacije sastavljene samo od letjelica s ljudskom posadom, formacije bespilotnih letjelica ili miješane formacije [3]. Zadaća dugotrajnoga formacijskog leta vrlo je zahtjevna za pilota, područje u kojem se ostvaruje korist vrlo je usko, a mjesta za pogrešku gotovo da nema.

Kako bi se u potpunosti iskoristio potencijal leta u formaciji potrebno je unaprijediti postojeće sustave upravljanja letom, do razine djelomične ili potpune autonomije s ciljem što sigurnije i efikasnije primjene [4]. Model jednog takvog sustava mogao bi se raščlaniti na nekoliko neophodnih elemenata; model aerodinamičke interferencije, sustav upravljanja te sustav za određivanje relativnog međusobnog položaja letjelica. Sva tri ele-

menta trenutno su podjednako zanimljiva grupama istraživača diljem svijeta. Najčešće primijenjen pristup u području upravljanja je princip vodeće i prateće letjelice [5], koji zadaću upravljanja i vođenja razmatra kao problem praćenja [6] koji može biti riješen uz pomoć standardnih algoritama upravljanja [7]. Radovi u ovom području također primjenjuju metode decentraliziranog, distribuiranog upravljanja [8] te razmatraju scenarije primjene kod kojih je sigurnost kritičan faktor [9]. Kod režima leta gdje je vrijeme ili energija kritičan parametar, zanimljivo je razmotriti najefikasniji način povratka u formaciju te strategiju zadržavanja u njoj [10]. Sustav za određivanje položaja članova formacije, odnosno sustav lokalizacije, najčešće je zasnovan na međusobnoj komunikaciji članova formacije koji dijele podatke dobivene iz navigacijskih uređaja, kamere ili sličnih senzora [11]. Primjer sustava lokalizacije koji ne zahtjeva nikakvu međusobnu komunikaciju, određuje položaj i stav vodeće letjelice obradom signala s kamere uz pomoć algoritma zasnovanog na neuronskim mrežama [12]. Nešto drugačiji pristup opisan u [13], predlaže sustav koji uz pomoć primopredajnika na svakom članu formacije mjeri njihove međusobne udaljenosti te određuje njihov relativni položaj. Pored atmosferskog leta, posebno je zanimljiv i let svemirskih letjelica u formaciji [14, 15], za čiju analizu nije potrebno modelirati utjecaj aerodinamičke interferencije. Ovaj utjecaj također je najčešće zanemaren kod modeliranja leta višerotornih bespilotnih letjelica u formaciji [16], zbog velike složenosti međusobnog utjecaja strujanja zraka kroz njihove rotore problem međusobnog aerodinamičkog utjecaja se rješava odabirom prikladne strategije upravljanja.

1.1. Motivacija

Pred zrakoplovnom industrijom današnjice stoje brojni izazovi, počevši od zahtjeva za smanjenjem emisije stakleničkih plinova te ovisnosti o fosilnim gorivima, do problema buke u blizini zračnih luka velikih gradova. Trenutno je najznačajniji izazov pronalazak alternative korištenju fosilnih goriva ili barem značajno smanjenje njegove upotrebe. Između ostalog, u zadnje vrijeme razmatraju se i moguća poboljšanja operativnih sposobnosti komercijalnih flota zrakoplova. Prednost operativnih poboljšanja leži u činjenici se da mogu brzo implementirati na već postojećim flotama.

Jedno od takvih mogućih operativnih poboljšanja je upravo strategija letenja u for-

maciji s ciljem povećavanja efikasnosti u odnosu na samostalni let. Već su u najranijim fazama razvoja zrakoplovstva bile su prepoznate prednosti formacijskog leta, iako istraživači još nisu u potpunosti razumjeli mehanizme kojima se to ostvaruje. U današnja vremena već je brojnim ispitivanjima iz leta te računalnim modelima i simulacijama pokazano da se optimalnom strategijom letenja u formaciji mogu ostvariti značajne uštede u potrošnji energije. Prije uvođenja primjene formacijskog leta na komercijalnim letovima bit će potrebno razviti pouzdane sustave autonomnog upravljanja letom formaciji.

Let u formaciji je već prisutan u vojnim zadaćama, osim formacija zrakoplova s ljudskom posadom u borbenim zadaćama, za različite vojne zadaće može se očekivati operativna primjena letjelica s ljudskom posadom te bespilotnih letjelica u istoj formaciji (MUM-T, engl. *Manned-Unmanned Teaming*), poput formacije helikoptera [17] ili formacije mlaznih borbenih lovaca [18]. Borbeni scenariji takve MUM-T formacije mogu biti uništavanje taktičkih ciljeva na zemlji, suzbijanje neprijateljske protuzračne obrane (SEAD, engl. *Suppression of Enemy Air Defense*), elektronsko ratovanje (EW, engl. *Electronic Warfare*) [19]. Airbus opisuje MUM-T kao tehnologiju budućnosti koja je postaje stvarnost danas te kao stup borbenih zračnih sustava budućnosti (FCAS, engl. *Future Combat Air Systems*) [20]. Rizik pilota se smanjuje primjenom MUM-T dok se zračna sposobnost višestruko povećava bespilotnim letjelicama koje lete uz letjelicu s ljudskom posadom. Naglasak navedenih istraživanja MUM-T je na smanjenju opterećenja pilota koji vodi takav tim te automatizaciji leta bespilotnih letjelica u timu, gdje je jedan od potencijalno važnih aspekata siguran, ali i efikasan let formacije tijekom tranzicije do mjesta provedbe zadaće i tijekom povratka. MUM-T formaciju u pravilu čini više letjelice različite geometrije koje u velikoj mjeri mogu iskoristiti efikasnost leta u formaciji.

Osim navedenih borbenih zadaća let u formaciji vojnih letjelica prisutan je kod formacija pri nadolijevanju goriva. Takva formacija sa dva člana razmatrana je u [21] gdje je primjenom računalne dinamike fluida analiziran utjecaj tankera na letjelicu koja nadolijeva gorivo s obzirom na njihov međusobni položaj u nestacionarnim uvjetima, evaluirajući aerodinamičke sile i momente na pratećoj letjelici. Tako dobiveni rezultati uspoređeni su s podacima snimljenim u letu.

Za sve navedene scenarije i zadaće od interesa je detaljnije sagledati međusobni aerodinamički utjecaj letjelica u formaciji kako bi se ostvario optimalan let u formaciji,

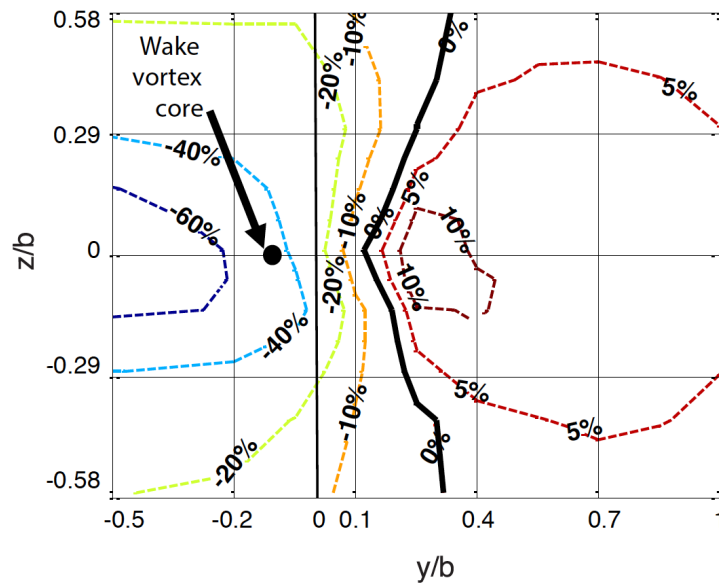
za pojedinu letjelicu, ali i za cijelu formaciju. Navedeni aerodinamički utjecaj letjelica u formaciji opisuje se utjecajem vrtložnog traga iza letjelice: vrtložni trag prednje letjelice predstavlja izvor promjene aerodinamike stražnje letjelice, a intenzitet te promjene ovisi o položaju stražnje letjelice u tragu prednje.

1.2. Pregled dosadašnjih istraživanja

Vrtložni trag zrakoplova sastoji se od područja povijanja traga (engl. *wake rollup*) u kojem nema značajnog gubitka intenziteta cirkulacije, a prostire se do 20 raspona krila iza zrakoplova. Let u ovom području naziva se bliskom formacijom, dok se let na većim udaljenostima, do 100 raspona krila, naziva širokom formacijom [22]. Iz sigurnosnih razloga let komercijalnih putničkih zrakoplova u formaciji još uvijek nije zaživio, ali brojna istraživanja već razmatraju i kvantificiraju takvu strategiju leta na udaljenostima većim od 40 raspona krila. Također, postoji nekoliko dokumentiranih ispitivanja iz leta koja potvrđuju teorijske i numeričke modele, primjerice mjerenja iz leta velikih vojnih transportnih zrakoplova u širokoj formaciji [23] ili malih bespilotnih zrakoplova u bliskoj formaciji [24, 25].

Numerička analize performansi formacijskog leta dvaju velikih vojnih transportnih zrakoplova na uzdužnim udaljenostima 20-30 raspona krila pokazuju da je moguće ostvariti više do 25% smanjenja otpora [26]. Ispitivanjima iz leta istih vojnih zrakoplova demonstrirana je prosječna ušteda između 5% i 10% goriva za vrijeme formacijskog leta [23]. Dobiveni rezultati smanjenja protoka goriva u ovisnosti o bočnom i vertikalnom položaju pratećeg zrakoplova prikazani su na slici 1.1. Kasnijom analizom operativne primjene ovakve strategije letenja pokazalo se da bi cijela flota, u slučaju primjene formacijskog leta kada je to moguće, ostvarila uštede u potrošnji goriva od par posto [27].

Problem određivanja optimalnog položaja članova bliske formacije dva bespilotna zrakoplova konfiguracije leteće krilo–tijelo (engl. *Blended-Wing-Body*) obrađen je u radu [28], gdje je usporedno metodom vrtložne rešetke (VLM, engl. *Vortex Lattice Method*) te metodom računalne dinamike fluida (Reynolds osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe, RANS engl. *Raynolds averaged Navier-Stokes equations*) pokazano da je moguće ostvariti čak do 30% smanjenja otpora pratećeg člana. Geometrija te letjelice,

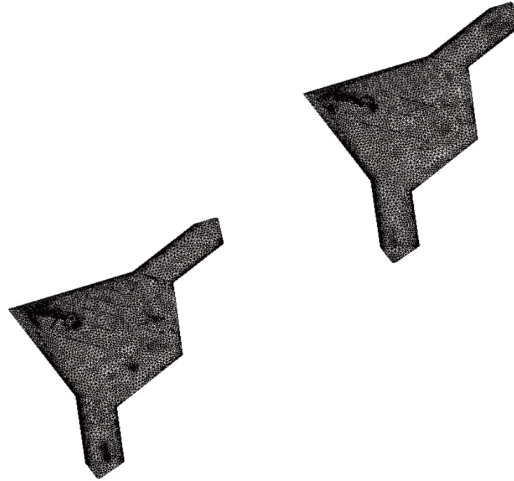


Slika 1.1: Smanjenje protoka goriva pri formacijskom letu velikog vojnog transportnog zrakoplova, preuzeto iz [23]

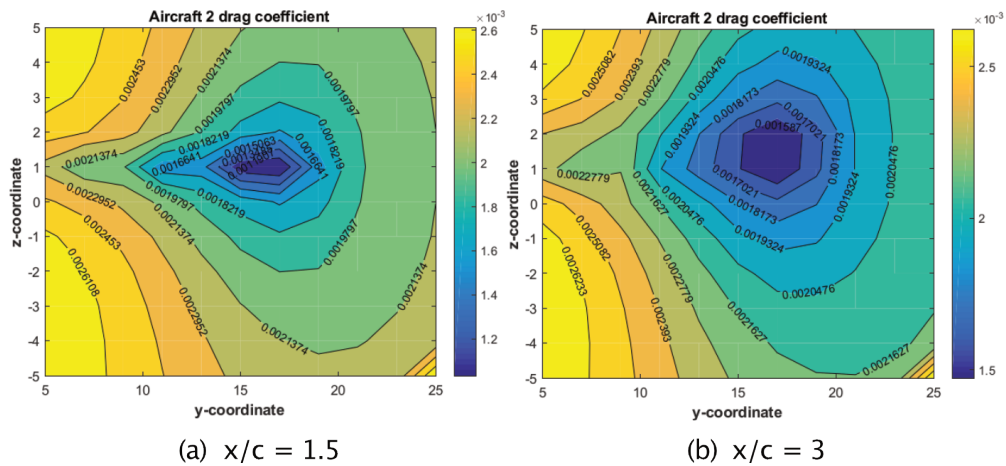
njena diskretizacija te raspored formacije prikazan je na slici 1.2.

Rezultati analize [28] za otpor prateće letjelice sa slike 1.3 pokazuju da se optimalan let za dva jako bliska uzdužna položaja ostvaruje kada se krila preklapaju s približno 10% raspona. Rezultat dobiven s VLM metodom potvrđen je RANS rješenjem u optimalnoj točki.

Matematički model vrtložnog traga zrakoplova može se opisati unaprijed pripremljenom bazom podataka koja sadrži karakteristike vrtložnog traga u svakoj diskretnoj točki prostora. Takve baze mogu se kreirati detaljnim mjerenjima iz leta, mjerenjima u zračnom tunelu [29, 30] ili uz pomoć simulacija računalno izrazito zahtjevnim metodama računalne dinamike fluida (CFD, engl. Computational Fluid Dynamics) [26]. Drugi pristup čine metode koje izravno računaju utjecaj vrtložnog traga u trenutno promatranom položaju pratećeg zrakoplova. Jedna takva računalno manje zahtjevna metoda, primjenjuje modificiranu metodu noseće linije za određivanje optimalnih točaka leta u formaciji borbenih zrakoplova [31], dok [32] istu metodu koristi za razvoj optimalne strategije upravljanja u sprezi s aerodinamičkim modelom. Nešto složenija metoda noseće linije [33]



Slika 1.2: Prikaz geometrije bliske formacije dva bespilotna zrakoplova u optimalnom položaju i diskretizacije površinskim panelima za RANS analizu, preuzeto iz [28]



Slika 1.3: Konturni dijagrami otpora pratećeg bespilotnog zrakoplova u bliskoj formaciji prikazani u ovisnosti o međusobnom položaju članova, preuzeto iz [28]

analizira utjecaj povijanja traga u bliskoj formaciji uz pomoć slobodnih vrtložnih niti. Sljedeću razinu složenosti čine istraživanja zasnovana na metodi vrtložne rešetke, kao primjerice [34] gdje je iskorištena mogućnost paralelizacije numeričkog proračuna razvoja traga. Istom metodom analiziran je utjecaj atmosferskih poremećaja u simulaciji leta velikih putničkih zrakoplova u formaciji [35], kao i kod simulacije leta formacije ptica [36] i insekata [37] u bliskom letu. Kod mahokrilnog leta ptica ili insekata, aerodinamički model je potrebno proširiti modelom odvajanja strujanja na prednjem rubu krila, što se za 2D slučaj može modelirati metodom vrtložne rešetke uz parametar usisavanja napadnog ruba [38].

Numerički najzahtjevnije su CFD metode, koje su korištene za usporedbu efikasnosti raznih formacijskih 2D struktura sastavljenih do više bespilotnih zrakoplova pri transoničnim režimima leta [39] te za neviskoznu analizu otpora široke formacije velikih zrakoplova Eulerovom metodom [40]. Također, komercijalno dostupni CFD programski paketi korišteni su za jednostavnu analizu stabilnosti leta male bespilotne letjelice u bliskoj formaciji s velikim transportnim zrakoplovom [41]. Brojne primjene sežu čak i do projektiranja putničkih zrakoplova budućnosti prilagođenih letu u formaciji [42].

Iako su prethodno predstavljena istraživanja aerodinamičke interferencije leta u formaciji dala odgovore na mnoga pitanja, postoji još čitav niz otvorenih pitanja koje je potrebno istražiti prije nego li let u formaciji postane dovoljno siguran i efikasan. Prije toga bit će nužno dodatno unaprijediti simulacije dinamike leta, analizu aeroelastičnih pojava, let u režimima blizu granice sloma uzgona te naposljetku razviti sustave djelomičnog ili potpuno autonomnog upravljanja letom u formaciji. Temeljem navedenog pregleda literature, vidljivo je da nema dostupnog modela aerodinamičke interferencije prikladnog za formacijski let, izuzev numerički zahtjevnih metoda višeg reda, kojim bi se unaprijedila procjena otpora prateće letjelice tijekom svih faza leta, utjecaj uravnoteženja svih upravljačkih komandi na efikasnost i ostvarivost takvog leta, utjecaj nesimetrične raspodjele opterećenja. Dodatni zahtjev na takav model je da omogući analizu aerodinamičkih pojava u prijelaznim režimima leta u formaciji.

Potreba za rješavanjem navedene zadaće simulacije formacijskog leta primjenom metoda nižeg reda, može biti ostvarena uz pomoć složenijih metoda temeljenih na VLM-u. Sprezanjem metode vrtložne rešetke s 2D metodama višeg reda moguće ju je proširiti na način da uključi efekte viskoznosti, kompresibilnosti, strujanja pri velikim napadnim

kutovima, strujanja duž raspona strelastih krila, centrifugalnih strujanja na rotorima helikoptera, otklone kontrolnih površina te druge efekte. Metode izvedene na ovaj način spadaju u skupinu nelinearnih metoda vrtložne rešetke koje mogu biti stacionarne ili nestacionarne prirode te su do sada bile korištene samo za modeliranje aerodinamičkih pojava u samostalnom stacionarnom letu zrakoplova. Postupak opisan u [43] viskozne efekte uvodi pomoću rješenja za viskozno optjecanje aeroprofila sa karakterističnih presjeka krila dobivenih 2.5D RANS rješavačem, izvedenim pomoću metode za strujanje duž raspona beskonačnog strelastog krila. Numerički manje zahtjevna metoda predstavljena u [44] kao 2D rješavač koristi XFOIL [45] te je sposobna uključiti utjecaj promjene oblika aeroprofila krila za vrijeme simulacije leta. Ova metoda također je korištena za konceptualno projektiranje i optimiranje nosećih površina zrakoplova [46].

Proširenje nelinearne nestacionarne metode vrtložne rešetke sa složenijim modelom slobodnog traga koji bi uključio njegovo povijanje, slabljenje i propagaciju, s ciljem primjene modela na formacijski let, potencijalno nudi numerički znatno efikasniji način dobivanja rezultata usporedivih s onima dobivenim naprednim metodama višeg reda (3D RANS). Bolje shvaćanje kompleksnih aerodinamičkih pojava te razvoj efikasnijih alata za njihovo simuliranje može unaprijediti i područja zrakoplovstva izvan ovako specijalizirane primjene.

1.3. Cilj i hipoteza rada

Cilj istraživanja je unaprijediti model aerodinamičke interferencije pri letu zrakoplova u formaciji kako bi se moglo pouzdanije računalno simulirati složene aerodinamičke pojave u takvom letu. Numerički efikasnija metoda, a istovremeno aerodinamički sveobuhvatna, s uključenim viskoznim pojavama u strujanju, omogućila bi dobivanje rezultata usporedivih s onima dobivenim numerički značajno zahtjevnijim metodama višeg reda.

Hipoteza istraživanja glasi:

Primjenom nestacionarnog aerodinamičkog modela nosećih površina temeljenog na potencijalnom strujanju s uključenim nelinearnostima uzrokovanim viskoznim silama proširenog s modelom slobodnog vrtložnog traga, moguće je pouzdano računalno si-

mulirati složene aerodinamičke pojave pri prijelaznim fazama leta u vrtložnom tragu zrakoplova u formaciji.

1.4. Metode istraživanja

Iz pregleda dosadašnjih istraživanja vidljiva je potreba za razvojem numerički efikasnog, a dovoljno sveobuhvatnog modela aerodinamičke interferencije pri letu zrakoplova u formaciji. Kao uvod u istraživanje izrađen je model međusobnog aerodinamičkog utjecaja zrakoplova u miješanoj formaciji sastavljenoj od malog putničkog zrakoplova i bespilotne letjelice jednostavnim modelom interferencije zasnovanom na modificiranoj metodi noseće linije. Za ostvarivanje krajnjeg cilja bit će potrebno koristiti naprednije aerodinamičke metode, ali zbog zahtjeva za numeričkom efikasnošću ne i 3D metode najviših redova zasnovanih na Eulerovim ili Navier-Stokesovim jednadžbama.

Osnovna metoda vrtložne rešetke razvijena još sredinom 60. godina prošlog stoljeća i danas se, uz brojna proširenja i poboljšanja, uspješno primjenjuje za rješavanje raznih inženjerskih problema od dinamike leta, projektiranja vjetroturbina i jedara brodova, analiza aeroelastičnosti, problema optimizacije do leta mahokrilaca. Kao i sve ostale metode zasnovane na potencijalnom strujanju pretpostavlja neviskozno, nestlačivo, bezvrtložno strujanje bez graničnog sloja, uz zadovoljavanje rubnog uvjeta tangencijalnog optjecanja te Kuttinog rubnog uvjeta na izlaznom rubu. Proširenjem VLM-a na vremensku domenu dobiva se nestacionarna metoda vrtložne rešetke (UVLM, engl. *Unsteady Vortex Lattice Method*), gdje se promjenom rubnih uvjeta u svakom novom vremenskom koraku ostvaruje efekt nestacionarnosti strujanja. Ova promjena se ostvaruje relativnim gibanjem geometrije u odnosu na neporemećenu struju, što mijenja intenzitete cirkulacije na nosećoj površini te izaziva otpuštanje nove serije vrtloga s izlaznog ruba. Ovisno o složenosti metode, ovi vrtlozi mogu činiti kruti trag ili u slučaju kada se po otpuštanju nastavlja slobodno gibati u lokalnom polju brzina – slobodan trag (engl. *free wake*).

1.5. Pregled strukture rada

Nakon pregleda literature i specifikacije cilja, hipoteze te metodologije ovog rada navedenog u ovom poglavlju slijedi pet poglavlja koji će ovdje biti ukratko opisani.

U sljedećem poglavlju dan je opis osnovnog aerodinamičkog modela temeljenog na potencijalnom strujanju kojeg čine: standardna metoda vrtložne rešetke, nestacionarna metoda vrtložne rešetke te metoda slobodnog traga. Standardna metoda vrtložne rešetke temeljena na vrtložnim prstenima proširena je za nestacionarnu primjenu te za slobodni trag. Opisani aerodinamički model, poznat u literaturi, predstavlja alat za analizu nestacionarnog leta noseće površine s izračunom razvija traga u vremenu što će se primijeniti u analizi nestacionarnog leta u formaciji.

Za prethodno opisan aerodinamički model u trećem poglavlju specificira se proširenje kojim su obuhvaćeni viskozni elementi profila. Razvijeni aerodinamički model ima mogućnost primjene za proizvoljnu geometriju noseće površine, pri različitim vrijednostima Reynoldsovog i Machovog broja, za veliki raspon napadnih kutova, uključujući i područje nakon pojave sloma uzgona. Opisana je implementacija razvijenog aerodinamičkog modela u efikasan numerički model za kojeg je dana validacija u stacionarnim te u nestacionarnim uvjetima strujanja. Razvijeni nestacionarni aerodinamički model nosećih površina primjenom metode vrtložne rešetke te s uključenim nelinearnostima zbog viskoznosti i modelom slobodnog traga koji je ključan za analizu interferencije između letjelica u formaciji predstavlja osnovni znanstveni doprinos ovog rada.

Četvrto poglavlje razmatra formacijski let i nakon uvodne diskusije o vrstama i specifičnostima takvog leta uvedeni su parametri za metriku efikasnosti pojedine letjelice u formaciji, ali i za efikasnost cijele formacije. Primjenom razvijenog modela na formacijski let razmatran je utjecaj položaja prateće letjelice u tragu vodeće kao glavne varijable u analizi efikasnost pojedine letjelice u formaciji, ali i efikasnost cjelokupne formacije. Prikazana je ilustracija primjene razvijene metode na jednostavnom primjeru bliske formacije s dva člana.

U petom poglavlju prikazani su rezultati numeričkih eksperimenata primjenom razvijenog modela u bliskim ešalon formacijama s dvije i više letjelica iste geometrije. Za primjer letjelice razmatrana je bespilotna letjelica *Aerosonde* za koju su u prilogu ovog rada dani tehnički podaci: njene geometrijske i aerodinamičke značajke. Nu-

merički eksperimenti u stacionarnim i nestacionarnim uvjetima promatrali su optimalan položaj prateće letjelice u formaciji. Dodatni znanstveni doprinos istraživanja opisanog u ovom radu predstavlja poboljšanje procjene aerodinamičke interferencije u prijelaznim režimima leta u formaciji primjenom razvijenog aerodinamičkog modela. Predložene su dvije modifikacije numeričke procedure razvijenog modela koje su u velikoj mjeri skratile računalno vrijeme simulacije formacijskog leta približivši ga stvarnom vremenu što također predstavlja znanstveni doprinos.

Šesto i posljednje poglavlje sažeto navodi glavne zaključke istraživanja opisanog u ovom radu te diskutira buduća istraživanja koja bi doprinijela daljnjem razvoju i poboljšanju razvijene metode te navodi njene potencijalne primjene.

2 | Osnovni aerodinamički model

Od samih početaka istraživanja u području računalne aerodinamike postoje dvije glavne linije razvoja, jedna koja teži točnosti numeričkog rješenja te druga koja teži numeričkoj efikasnosti. Prvu skupinu čine rješavači temeljeni na Navier-Stokesovim i Eulerovim jednadžbama, iako iznimno točni, zbog niske numeričke efikasnosti nisu prikladni za sve faze razvoja i ispitivanja zrakoplova. Drugu skupinu čine rješavači temeljeni na teoriji potencijalnog strujanja, kao primjerice metoda vrtložne rešetke - VLM, koja je numerički efikasna, robusna te daje rezultate koji vrlo dobro aproksimiraju opterećenja u području linearne aerodinamike. Sistematičan pregled trenutno dostupnih računalnih alata dan je u [47].

Teorija potencijalnog strujanja je elegantna, izrazito razvijena te široko primijenjena metoda koja se koristi u mnogim granama fizike. Primjena u dinamici fluida se najčešće odnosi na primjenu u aerodinamici malih brzina te je kao takva detaljno opisana u mnogim udžbenicima [48, 49, 50]. Sve navedeno čini metode zasnovane na teoriji potencijalnog strujanja vrlo dobrim kandidatima za modeliranje aerodinamičke interferencije leta u formaciji. U ovom poglavlju prezentirat će se osnovne ideje i postavke, uključujući i ograničenja metoda primjenjivih prvo za modeliranje aerodinamike samostalnog leta zrakoplova, a kasnije za formacijski let.

Osnovni koncepti teorije potencijalnog strujanja

Neviskozno, nestlačivo i bezcirkulacijsko strujanje može se opisati Laplaceovom jednadžbom za skalarni potencijal brzine. Ova parcijalna diferencijalna jednadžba pro-

izlazi iz jednadžbe kontinuiteta i uvjeta nestlačivog potencijalnog strujanja, za čije je rješavanje je potrebno postaviti dva rubna uvjeta. Za većinu problema u aerodinamici ovaj par rubnih uvjeta prema Neumanovoj formulaciji [48] sastoji se od uvjeta tangencijalnog strujanja na tijelu, odnosno rubnog uvjeta nepromočivosti njegove stijenke, te rubnog uvjeta prema kojem poremećaji nastali uslijed gibanja tijela kroz fluid iščezavaju u beskonačnosti. Usprkos činjenici da Laplaceova jednadžba ima vremensku komponentu, nestacionarnosti pri strujanju fluida uvode se promjenom rubnih uvjeta na granici tijela i fluida u svakom novom vremenskom koraku.

Iako se metodom konformnog preslikavanja pri ravninskom strujanju fluida za jednostavne geometrije mogu dobiti egzaktna rješenja, uobičajena praksa u modernoj aerodinamici je pronalaženje numeričkog rješenja primjenom metode rubnih elemenata - BEM (engl. *Boundary Element Method*). Ovaj pristup je, za razliku od preslikavanja, primjenjiv i za prostorno strujanje, a zasniva se na pronalaženju elementarnih rješenja - singularnih elemenata, čija raspodjela i intenziteti zadovoljavaju Laplaceovu jednadžbu. Principom superpozicije singularni elementi mogu se rasporediti po površini tijela te tako stvoriti matematički model strujanja fluida oko stvarne geometrije tijela. Na ovaj način, problem pronalaženja rješenja parcijalne diferencijalne jednadžbe u prostornoj domeni može biti sveden na rješavanje seta algebarskih jednadžbi za singularne elemente raspoređene po površini tijela.

Mogućnost redukcije iz prostorne u površinsku domenu izazvala je nagli razvoj numeričkih alata temeljenih na teoriji potencijalnog strujanja još početkom šezdesetih godina prošlog stoljeća. Metode zasnovane na ovom principu nazivamo panelnim metodama, čije su numeričke implementacije zahvaljujući svojoj fleksibilnosti i brzini, za mnoge primjene, još uvijek konkurentne CFD metodama višeg reda. Singularni elementi automatski zadovoljavaju rubni uvjet iščezavanja poremećaja na većim udaljenostima jer induciraju polje brzina koje slabi s povećanjem udaljenosti. Njihov intenzitet određuje se uz pomoć rubnog uvjeta tangencijalnog strujanja u kontrolnim točkama nosećih površina. Primjenom Kuttinog 2D uvjeta moguće je pronaći jedinstveno rješenje u prethodno neodređenom sustavu jednadžbi nepoznatih intenziteta singularnih elemenata.

Jedna od najnaprednijih panelnih metoda je nestacionarna metoda vrtložne rešetke, koja noseće površine i pripadajući vrtložni trag diskretizira uz pomoć prstenastih vr-

tloga. Oni se sastoje od četiri vrtložne niti spojene u zatvorenu četverostranu konturu, mogu se gibati slobodno u lokalnom polju brzina te tako formirati slobodan vrtložni trag. Prednost ove metode leži u činjenici da istom vrstom singularnih elemenata modelira noseću površinu i vrtložni trag iza nje.

Ograničenja

Potencijalno strujanje pretpostavlja da su područja fluida koja rotiraju ograničena za tanku plahu vrtložnog traga iza nosećih površina. Uvjet nestlačivosti, za stacionarno strujanje, zadovoljen je za brzine $Ma \ll 1$, dok je kod nestacionarnog slučaja uvjet još nepovoljniji jer ovisi i o reduciranoj frekvenciji strujanja. Postoji nekoliko metoda korekcije stlačivosti za slučaj neviskoznog, podzvučnog, stlačivog strujanja, a najpoznatija je Prandtl-Glauertova korekcija.

Strujanje smatramo neviskoznim dok je Reynoldsov broj dovoljno velik te ne dolazi do pojave odvajanja strujanja fluida. U ovom slučaju viskozne pojave su ograničene na tanak granični sloj izvan kojega strujanje možemo smatrati neviskoznim. U praksi postoji mnogo slučajeva kada ova pretpostavka nije zadovoljena, poput strujanja pri velikim napadnim kutovima. Jedan od načina modeliranja odvajanja strujanja je definiranje točaka na nosećim površinama gdje se otpuštaju dodatni vrtlozi, pored već postojećih mjesta na izlaznim rubovima nosećih površina [51]. Nedostatak ove metode je nužna potreba za eksperimentalnim rezultatima iz kojih je moguće odrediti uvjete odvajanja strujanja. Druge metode uključuju polu-empirijske modele dinamičkog sloma uzgona profila [52] te brojne modele temeljene na UVLM-u [53, 54]. Pretpostavka neviskoznog strujanja, čak i pri velikim Reynoldsovim brojevima, ima nedostatak u činjenici da ne može procijeniti viskozni otpor.

Spomenuta ograničenja ukazuju na nedostatke metoda zasnovanih na potencijalnom strujanju, no uz brojne mogućnosti proširenja za specifične primjene, mogu biti izvrstan alat za dobivanje rezultata kvalitete na razini CFD metoda višeg reda, uz drastično bolju računalnu efikasnost.

Nestacionarnosti

Jedna od glavnih značajki Laplaceove jednadžbe je mogućnost pretvaranja 3D strujanje fluida oko tijela u ekvivalentan 2D problem pronalaženja rješenja raspoređenih po površini tijela. Primjenom metode rubnih elemenata za rješavanje ove jednadžbe koja opisuje nestlačivo potencijalno strujanje fluida nastale su panelne metode. Pošto za navedeni slučaj strujanja rješenja jednadžbe ne ovise o vremenskim derivativima, stacionarnu metodu moguće je primijeniti za na nestacionarne probleme. Ovo se ostvaruje promjenom trenutnih rubnih uvjeta na tijelu u svakom vremenskom koraku simulacije. Na ovaj način, principom vremenskog koračanja, nastaju nestacionarne metode temeljene na potencijalnom strujanju.

2.1. Potencijalno strujanje

Uz pretpostavku da je fluid neviskoznan, bezcirkulacijski i nestlačiv u svom cijelom volumenu, osim na granici s tijelom, koje je okruženo s takvim fluidom i koje se giba kroz njega, kao i u vrlo tankom području traga iza tijela u obliku vrtložne plahte. Za nestlačivo neviskozno strujanje iz jednadžbe kontinuiteta slijedi:

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 . \quad (2.1)$$

Pošto je strujanje i bezcirkulacijsko, uvodimo skalarni potencijal brzine ϕ :

$$\vec{v} = \nabla \phi , \quad (2.2)$$

iz čega slijedi Laplaceova jednadžba:

$$\nabla^2 \phi = 0 . \quad (2.3)$$

Kako bi se pronašlo rješenje Laplaceove jednadžbe, potrebno je postaviti dva rubna uvjeta, od kojih je prvi uvjet tangencijalnog strujanja na površini tijela:

$$(\nabla\phi + \vec{v}_b) \cdot \vec{n} = 0, \quad (2.4)$$

gdje je \vec{v}_b vektor brzine, a \vec{n} vektor normale na površini tijela. Prema drugom rubnom uvjetu, poremećaji nastali uslijed gibanja tijela kroz fluid iščezavaju u beskonačnosti:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} |\nabla\phi| = 0, \quad (2.5)$$

gdje je r udaljenost točke u fluidu od tijela.

Odabirom singularnih elemenata distribuiranih po površini tijela i vrtložnom tragu iza tijela moguće je pronaći rješenje koje zadovoljava Laplaceovu jednadžbu. Singularni elementi mogu biti izvori, dipoli ili vrtlozi, koji automatski zadovoljavaju rubni uvjet u beskonačnosti pošto im utjecaj slabi proporcionalno s udaljavanjem od njih, dok na jako malim udaljenostima teži nuli - zbog čega ih i nazivamo singularnim elementima.

Metode vrtložne rešetke modele diskretiziraju vrtložnim elementima, čije su karakteristike opisane dodatnim teoretskim postavkama u obliku Helmholtzovih teorema, Kutta-Joukowski teorema te Bio-Savartovog zakona.

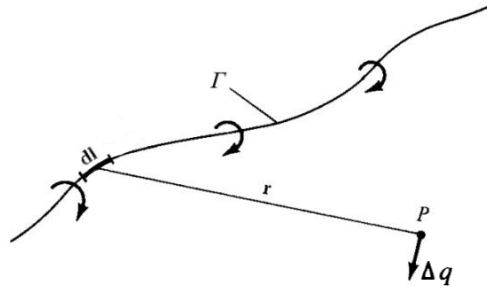
Helmholtzovi teoremi

Karakteristike vrtložnih niti propisane su Helmholtzovim teoremima:

- Intenzitet cirkulacije duž vrtložne niti ostaje konstantan.
- Vrtložna nit ne može započeti niti biti prekinuta unutar fluida, nego mora formirati zatvorenu krivulju ili se proteže do granica fluida, koje mogu biti u beskonačnosti.

Kutta-Joukowski teorem

Prema Kutta-Joukowski teoremu aerodinamička sila na profilu u neporemećenoj struji fluida ima intenzitet $\rho_\infty Q_\infty \Gamma$ po jedinici duljine, a djeluje okomito na smjer neporemećene struje. Vektorski zapisan teorem glasi:



Slika 2.1: Brzina inducirana segmentom vrtložne niti proizvoljnog oblika

$$\vec{L}' = \rho_{\infty} \vec{Q}_{\infty} \times \vec{\Gamma}, \quad (2.6)$$

gdje je sila uzgona po jedinici duljine \vec{L}' proporcionalna cirkulaciji oko profila $\vec{\Gamma}$, dok je \vec{Q}_{∞} brzina neporemećene struje fluida, a ρ_{∞} njegova gustoća.

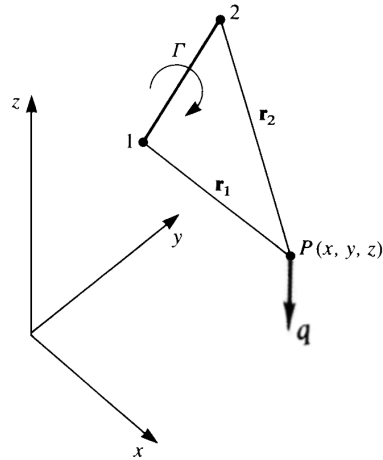
Biot-Savartov zakon

Brzina inducirana segmentom $d\vec{l}$ vrtložne niti intenziteta Γ u točki P udaljenoj za \vec{r} , kao što je prikazano na slici 2.1, prema Biot-Savartovom zakonu iznosi:

$$\Delta \vec{q} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (2.7)$$

Za potrebe metode vrtložne rešetke, potrebna je varijanta zakona izvedena za ravnu vrtložnu nit konačne duljine prilagođena numeričkoj primjeni. Prema slici 2.2 rubovi niti konačne duljine određeni su vektorima položaja \vec{r}_1 i \vec{r}_2 u odnosu na točku P , u kojoj se inducira brzina:

$$\vec{q} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{r}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|^2} \vec{r}_0 \cdot \left(\frac{\vec{r}_1}{r_1} - \frac{\vec{r}_2}{r_2} \right), \quad (2.8)$$



Slika 2.2: Brzina inducirana ravnom vrtložnom niti konačne duljine

gdje je $\vec{r}_0 = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, dok je smjer brzine \vec{q} okomit na ravninu određenu točkama 1, 2 i P . Pored vektorskog zapisa, ovu jednadžbu moguće je zapisati i u numeričkom obliku:

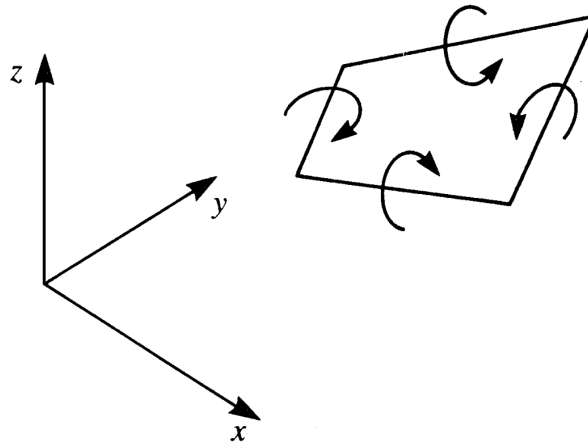
$$\mathbf{q} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\tilde{\mathbf{r}}_1 \mathbf{r}_2}{(\tilde{\mathbf{r}}_1 \mathbf{r}_2)^T \cdot (\tilde{\mathbf{r}}_1 \mathbf{r}_2)} \mathbf{r}_0 \cdot \left(\frac{\mathbf{r}_1}{r_1} - \frac{\mathbf{r}_2}{r_2} \right). \quad (2.9)$$

Prstenasti vrtlog

Prstenasti vrtlozi sastoje se od četiri ravne vrtložne niti konačne duljine, spojenih u zatvorenu krivulju kao što je prikazano na slici 2.3. Prednost prstenastih u odnosu na potkovičaste vrtloge, koji se koriste u metodama noseće linije, je činjenica da mogu biti raspoređeni po stvarnoj konturi noseće površine te tako bolje zadovoljiti rubni uvjet tangencijalnog strujanja. Primjenom Biot-Savartovog zakona u obliku (2.9) na svakom ravnom segmentu prstenastog vrtloga moguće je izračunati brzinu koju prstenasti vrtlog inducira u proizvoljnoj točki prostora.

2.2. Standardna metoda vrtložne rešetke

Metoda vrtložne rešetke zasnovana je na teoriji potencijalnog strujanja te izvedena iz metode noseće linije, ali za razliku od nje, noseće površine diskretizira rešetkom



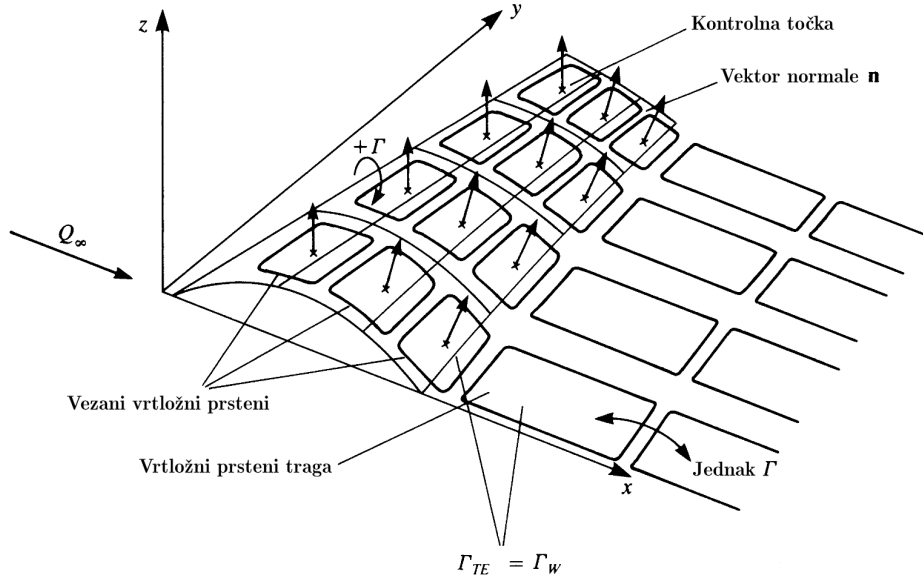
Slika 2.3: Prstenasti vrtlog

prstenastih vrtloga. Prema teoremu Kutta-Joukowski ovi vrtlozi stvarat će uzgonsku silu te će zadovoljavati rubni uvjet tangencijalnog strujanja na nosećoj površini.

Na slici 2.4 prikazana je standardna metoda vrtložne rešetke, čiji je tipičan algoritam organiziran na sljedeći način:

1. Diskretizirati noseće površine rešetkom četverostranih panela.
2. Prednju stranicu prstenastog vrtloga postaviti na liniju četvrtine tetive na svakom panelu rešetke.
3. Kontrolnu točku postaviti na tri četvrtine tetive u sredini svakog panela.
4. Pretpostaviti kruti trag iza noseće površine usmjeren duž brzine strujanja iz beskonačnosti.
5. Odrediti intenzitet cirkulacije svakog prstenastog vrtloga, rješavanjem sustava linearnih jednadžbi uz zadovoljavanje rubnih uvjeta.
6. Odrediti aerodinamičke sile i momente primjenom Kutta-Joukowski teorema.

Rubni uvjet tangencijalnog strujanja prema jednadžbi (2.4) uz poznatu brzinu strujanja iz beskonačnosti Q_∞ prelazi u sustav linearnih jednadžbi:



Slika 2.4: Metoda vrtložne rešetke

$$(\mathbf{Q}_\infty + \mathbf{v}_b) \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (2.10)$$

Ovu jednadžbu potrebno je zadovoljiti u svakoj kontrolnoj točki, odnosno potrebno je odrediti brzinu koju u njima induciraju svi prstenasti vrtlozi sustava. Nepoznate intenzitete cirkulacije Γ_j prstenastih vrtloga određuje se rješavanjem sustava linearnih jednadžbi proizašlog iz jednadžbe (2.10):

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \Gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n}_1 \\ -\mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ -\mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n}_m \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

gdje je m ukupan broj vezanih prstenastih vrtloga noseće površine, odnosno dimenzija problema. Prvu matricu sustava (2.11) nazivamo matricom koeficijenata utjecaja \mathbf{A} , sastavljenu od koeficijenata:

$$a_{ij} = \left[u \quad v \quad w \right]_{ij} \cdot \mathbf{n}_i, \quad i = 1 \cdots m, \quad j = 1 \cdots m, \quad (2.12)$$

gdje je \mathbf{n}_i vektor normale panela i , a u_{ij} , w_{ij} , w_{ij} komponente brzine inducirane u kontrolnoj točki i prstenastim vrtlogom j jediničnog intenziteta cirkulacije $\Gamma_j = 1 \text{ m}^2/\text{s}$. Vektor na desnoj strani sustava (2.11) može se označiti sa **RHS** tako da je

$$RHS_i = -\mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n}_i, \quad i = 1 \cdots m. \quad (2.13)$$

Uz zapis cirkulacija Γ_j , $j = 1 \cdots m$ u vektor $\mathbf{\Gamma}$ sustav linearnih jednadžbi (2.11) poprima oblik

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{\Gamma} = \mathbf{RHS}. \quad (2.14)$$

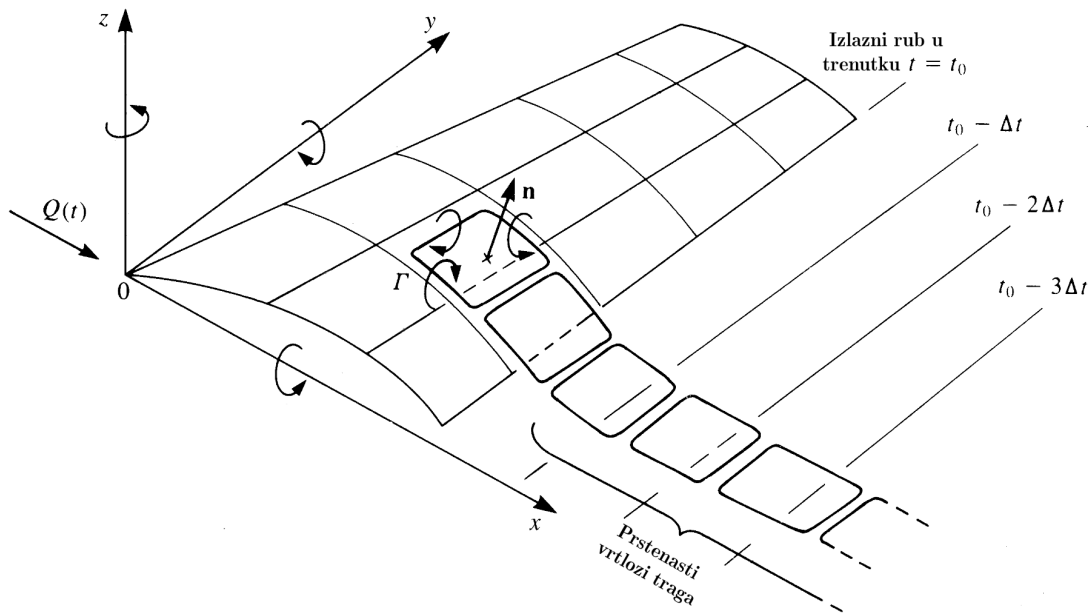
Naposljetku, rješenja sustava linearnih jednadžbi (2.11) u obliku intenziteta cirkulacije Γ_j svakog vrtloga koriste se za izračun uzgonske sile svakog panela noseće površine uz pomoć Kutta-Joukowski teorema (2.6). Detaljniji opis standardne metode vrtložne rešetke može se pronaći u literaturi [48].

2.3. Nestacionarna metoda vrtložne rešetke

Kod nestacionarne metode vrtložne rešetke prstenasti vrtlozi su također raspoređeni po nosećoj površini te je potrebno zadovoljiti rubne uvjete u kontrolnim točkama. Pomicanjem noseće površine, u svakom novom vremenskom koraku, iza noseće površine nastaje vrtložni trag, koji se sastoji od starih i novonastalih prstenastih vrtloga. Rješavanjem ovako postavljenog modela, opisanog sustavom algebarskih jednadžbi, dobiva se raspodjela cirkulacije vrtloga, pomoću koje se mogu izračunati aerodinamičke sile koje djeluju na noseću površinu u svakom diskretnom vremenskom trenutku.

2.3.1. Rubni uvjet tangencijalnog strujanja

Kao i kod standardne metode vrtložne rešetke, svaka noseća površina diskretizira se rešetkom prstenastih vrtloga, na način prikazan na slici 2.5. Dimenzije prstenastih vrtloga odgovaraju dimenzijama pripadajućih panela, dobivenih diskretizacijom. Prednji dio prstenastog vrtloga postavlja se na liniju četvrtine tetive svakog panela, dok se kontrolna točka nalazi na liniji tri četvrtine tetive, odnosno u sredini prstenastog vrtloga.



Slika 2.5: Nestacionarna metoda vrtložne rešetke

Postavljanjem prstenastih vrtloga po izlaznom rubu automatski se zadovoljava Kuttin 2D uvjet.

Rubni uvjet tangencijalnog strujanja u kontrolnim točkama, odnosno uvjet nepromočivosti stjenke nosive površine može se u svakom vremenskom koraku zapisati na sljedeći način:

$$\mathbf{A}_{cb}\mathbf{\Gamma}_b + \mathbf{A}_{cw}\mathbf{\Gamma}_w + \mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (2.15)$$

gdje su $\mathbf{\Gamma}_b$ i $\mathbf{\Gamma}_w$ vektori stupci intenziteta cirkulacije vezanih vrtloga, odnosno vrtloga vezanih za noseću površinu te vrtloga traga. Matrica koeficijenata utjecaja vezanih vrtloga je \mathbf{A}_{cb} , matrica koeficijenata utjecaja vrtloga traga \mathbf{A}_{cw} , dok je $\mathbf{Q}_\infty \cdot \mathbf{n}$ vektor stupac normalnih komponenti brzine iz beskonačnosti. Elementi matrice koeficijenata utjecaja \mathbf{A}_{cb} određuju se kao i u stacionarnom slučaju, direktno prema jednadžbi (2.12), dok je za elemente matrice koeficijenata utjecaja \mathbf{A}_{cw} primjenjuje se ista jednadžba (2.12), ali uz prilagođenu geometriju.

2.3.2. Model slobodnog traga

Rješenje sustava linearnih jednadžbi (2.11), odnosno pronalazak nepoznatih intenziteta cirkulacije prstenastih vrtloga koji zadovoljavaju Laplaceovu jednadžbu i rubne uvjete, nije jedinstveno. Naime, ono uvelike ovisi o fizikalnosti aerodinamičkog modela, a najveći utjecaj ima model vrtložnog traga. Geometrija i intenziteti vrtloga traga određen je Kuttinim 2D uvjetom, prema kojem strujanje glatko napušta izlazni rub noseće površine, odnosno intenzitet cirkulacije na izlaznom rubu $\gamma_{TE} = 0$. Promjena ukupnog intenziteta cirkulacije traga u vremenskoj domeni definirana je Kelvinovim cirkulacijskim teoremom:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0, \quad (2.16)$$

gdje je Γ ukupan intenzitet cirkulacije cijele domene.

Na početku svakog vremenskog koraka otpušta se novi red prstenastih vrtloga u trag iza noseće površine, čime nastaje model vrtložnog traga. Otpušteni vrtlozi gibaju se slobodno u polju induciranih brzina i čine slobodan trag. Vektor induciranih brzina u točkama rešetke vrtložnog traga na kraju svakog vremenskog koraka može se zapisati na sljedeći način:

$$\mathbf{Q}_w = \mathbf{A}_{vb}\mathbf{\Gamma}_b + \mathbf{A}_{vw}\mathbf{\Gamma}_w + \mathbf{q}_d, \quad (2.17)$$

što je slično formulaciji za rubni uvjet. No, ovdje se točke rešetke mogu gibati slobodno u sva tri smjera, a ne samo u smjeru normala. Utjecaj vanjskih poremećaja označen je vektorom \mathbf{q}_d , dok se matrice koeficijenata utjecaja \mathbf{A}_{vb} i \mathbf{A}_{vw} također računaju uz pomoć jednadžbe (2.12). Naposljetku, pomaci točaka rešetke traga na kraju pojedinog vremenskog koraka jednaki su:

$$\zeta_w = \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{Q}_w(t) dt. \quad (2.18)$$

2.3.3. Aerodinamičko opterećenje i sile

Rješavanje Laplaceove jednadžbe uz zadovoljavanje rubnih uvjeta rezultira skalar-
nim potencijalom brzine, odnosno poznatim komponentama brzine u cijeloj domeni
strujanja, iz čega je moguće odrediti raspodjelu rezultirajućih tlakova u fluidu uz pomoć
nestacionarne Bernoullieve jednadžbe:

$$\frac{p_\infty - p}{\rho_\infty} = \frac{(\nabla\phi)^2}{2} + \frac{\partial\phi}{\partial t}, \quad (2.19)$$

gdje je p tlak, dok p_∞ i ρ_∞ označavaju tlak i gustoću neporemećene struje fluida. Na
ovaj način moguće je odrediti Δp_k , razliku tlaka s gornje i donje strane svakog panela
te naposljetku i aerodinamičku silu koja djeluje na njega:

$$\Delta \mathbf{F}_k = -\Delta p_k \Delta S_k \mathbf{n}_k, \quad k = 1 \cdots m, \quad (2.20)$$

gdje je ΔS_k površina panela, \mathbf{n}_k njegov vektor normale, dok je k indeks panela. Uz
pomoć ovog izraza moguće je odrediti silu uzgona i momente koji djeluju na noseću
površinu, dok će rezultati sile otpora izračunati ovom procedurom u pravilu biti većih
iznosa od očekivanih. Detaljan opis procedure procjene aerodinamičkih sila može se
pronaći u literaturi [48].

3 Proširenje aerodinamičkog modela

Zanemarivanjem viskoznih efekata kod strujanja fluida njegov matematički model postaje puno jednostavniji, no postoje primjene kod kojih to nije moguće učiniti. Razvijen je čitav niz metoda koje sprežu neviskozne metode s jednačbama graničnog sloja, poput metode sprezanja Eulerovih jednačbi s jednačbama graničnog sloja kao npr. u MSES [55], dok industrija pretežno koristi metode temeljne na potencijalnom strujanju poput koda KATRAN [56] i VSAERO [57]. Pored spomenutih, numerički zahtjevnijih, postoje uspješne numerički efikasnije metode koje sprežu ravninsko opstrujavanje profila s metodama noseće linije [58, 59, 60] te s 2D nestacionarnom panelnom metodom [61].

Metoda prezentirana ovdje ima mogućnost analiziranja aerodinamike zrakoplova proizvoljne geometrije nosećih površina na različitim lokalnim Reynoldsovim i Machovim brojevima te na čitavom rasponu napadnih kutova, uključujući i područje nakon pojave sloma uzgona. Model je temeljen na nestacionarnoj metodi vrtložne rešetke, koja je proširena podacima o ravninskom opstrujavanju profila nosećih površina pri realnim uvjetima leta.

3.1. Sprezanje modela

Cilj sprezanja metode vrtložne rešetke i ravninskog optjecanja profila je uključiti viskozne efekte te utjecaj stlačivosti, u originalno neviskoznu i nestlačivu metodu. Ideja pomoću koje se modeli sprežu je iterativni postupak čiji cilj je preklapanje sekcijских rezultata dobivenih 3D metodom s rezultatima odgovarajućeg 2D optjecanja profila.

Ovo se može ostvariti postupnom korekcijom cirkulacije ili korekcijom napadnog kuta slobodne struje svake pojedinačne sekcije krila.

3.1.1. Metoda korekcije cirkulacije

Prvi pokušaj sprežanja [62] napravljen je metodom korekcije cirkulacije, odnosno Γ -metodom. Kasniji pokušaji [63] temeljeni na metodi noseće linije bili su limitirani na krila bez strijele te su imali problema s postizanjem konvergencije. Pored toga, ovaj način sprežanja nailazi na probleme kod situacije kada gradijent sile uzgona postane negativan. Γ -metoda opisana u Andersonu [49] zahtjeva više od stotinu iteracija kako bi konvergirala, dok na napadnim kutovima oko granice sloma uzgona ne uspijeva zadovoljiti uvjet konvergencije. Ovaj problem moguće je riješiti dodavanjem umjetne viskoznosti i malog koeficijenta relaksacije [64] kako bi se korigirali nedostaci i osigurala jedinstvena rješenja pri većim napadnim kutovima.

Kako bi se osigurala robusnost algoritma u području nakon sloma uzgona istraživači su testirali razne implementacije sprežanja. Dok pri malim napadnim kutovima kod različitih implementacija ne postoje značajne razlike, one postaju drastične u područjima blizu kuta sloma uzgona. Tipičan iterativni postupak sprežana Γ -metodom izvodi se na sljedeći način:

1. Pretpostaviti eliptičnu distribuciju opterećenja, odnosno cirkulacije $\Gamma(y)$, po rasponu y noseće površine.
2. Izračunati inducirani napadni kut α_{ind} svake sekcije krila, čije se središte nalazi na y_h koordinati, uz pomoć Biot-Savartovog zakona

$$\alpha_{ind} = \frac{1}{4\pi Q_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy)dy}{y_h - y}. \quad (3.1)$$

3. Interpolirati koeficijent uzgona viskoznog optjecanja svake sekcije na pripadajućem efektivnom napadnom kutu

$$\alpha_{e\Gamma} = \alpha - \alpha_{ind} \Rightarrow C_{L_{vis}}(\alpha_{e\Gamma}). \quad (3.2)$$

4. Primjenom Kutta-Joukowski teorema izračunati novu raspodjelu cirkulacije Γ_{new} na krilu

$$\Gamma = \frac{1}{2} Q_{\infty} c C_{L_{vis}} . \quad (3.3)$$

5. Ažurirati raspodjelu cirkulacije na svakoj sekciji krila uz pomoć cirkulacije Γ_{old} dobivene u prethodnom prethodnom prolasku kroz petlju

$$\Gamma_{new} = \Gamma_{old} + d(\Gamma - \Gamma_{old}) . \quad (3.4)$$

6. Ponavljati korake 2.–5. dok se na zadovolji uvjet $|\Gamma_{new} - \Gamma_{old}| \leq \epsilon_{\Gamma}$, gdje je ϵ_{Γ} parametar tolerancije konvergencije.

3.1.2. Metoda korekcije napadnog kuta

Kako bi se doskočilo nedostacima Γ -metode razvijena je metoda korekcije napadnog kuta [65], odnosno α -metoda, kod koje se umjesto lokalne cirkulacije, kako varijable sprežanja, koristi lokalni napadni kut sekcije krila. Van Dam [58] je ovu metodu spregnuo s metodom noseće linije te dobio rezultate koji vrlo dobro procjenjuju maksimalan koeficijent uzgona krila $C_{L_{max}}$ u usporedbi s eksperimentalnim rezultatima. Glavna ideja metode je korištenje gradijenta sile uzgona viskozno-ravninskog optjecanja profila sekcije krila $C_{L_{\alpha vis}}$ kao parametra za izračun lokalnog efektivnog napadnog kuta. Iterativnim postupkom traži se novi položaj kontrolne točke sekcije krila dok se ne postigne podudaranje koeficijenta uzgona profila svake sekcije i pripadajućeg rezultata dobivenog metodom noseće linije.

Valja napomenuti da će se u daljnjem tekstu, zbog jednostavnosti zapisa, neviskozno-ravninskim veličinama označavati one koje su dobivene jednom od metoda temeljenih na potencijalnom strujanju, dok će viskozno-ravninskim veličinama biti nazivane one koje se odnose na ravninsko opstrujavanje profila, dobivene bilo eksperimentalno ili numerički. Tipična procedura sprežana α -metodom izvodi se na sljedeći način:

1. Izračunati koeficijent uzgona za neviskozno optjecanje krila $C_{L_{inv}}$ metodom noseće linije.

2. Izračunati efektivni napadni kut $\alpha_{e\alpha}$ svake sekcije noseće površine pomoću gradijenta sile uzgona viskoznog optjecanja profila $C_{L_{\alpha vis}}$ te njegovog kuta nultog uzgona α_0

$$\alpha_{e\alpha} = \frac{C_{L_{inv}}}{C_{L_{\alpha vis}}} + \alpha_0 - \Delta\alpha . \quad (3.5)$$

3. Interpolirati koeficijenta uzgona viskoznog optjecanja profila $C_{L_{vis}}$ svake sekcije za dobivene efektivne napadne kutove

$$\alpha_{e\alpha} = \alpha - \alpha_{ind} \Rightarrow C_{L_{vis}}(\alpha_{e\alpha}) . \quad (3.6)$$

4. Izračunati korekciju napadnog kuta svake sekcije

$$\Delta\alpha = \frac{C_{L_{vis}} - C_{L_{inv}}}{C_{L_{\alpha vis}}} . \quad (3.7)$$

5. Ažurirati položaje kontrolnih točaka svake sekcije krila u metodi noseće linije, kako bi rubni uvjet odgovarao korigiranom napadnom kutu.
6. Ponavljati korake 1.–5. dok se na zadovolji uvjet $|C_{L_{vis}} - C_{L_{inv}}| \leq \epsilon_\alpha$, gdje je ϵ_α parametar tolerancije konvergencije, dok za prvi prolazak kroz petlju vrijedi $\Delta\alpha = 0$.

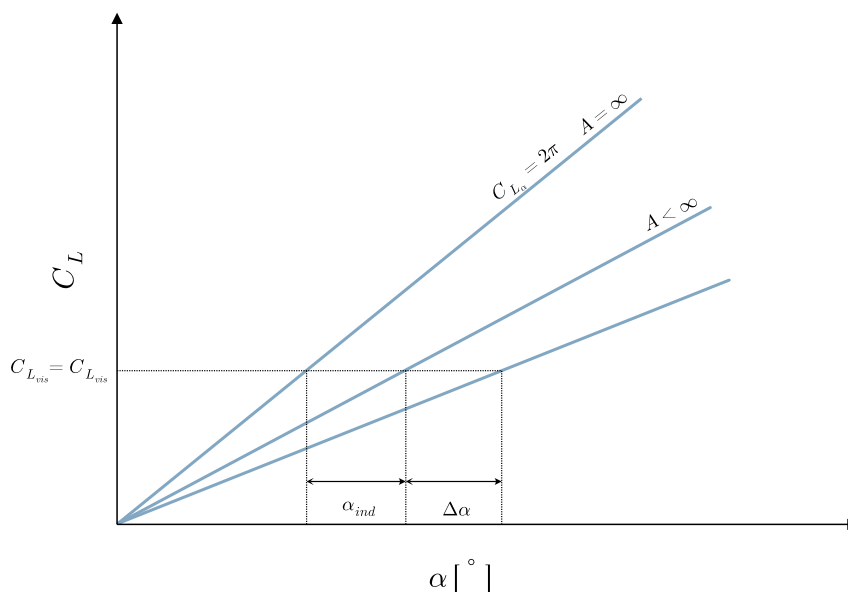
Metoda izvedena na ovaj način daje dobre rezultate u području napadnih kutova gdje je gradijent sile uzgona pozitivna veličina, no nailazi na probleme u području oko granice sloma uzgona, gdje rješenja jednadžbe (3.7) prestaju biti fizikalna.

3.2. Metoda sprezanja

Metoda sprezanja razvijena u ovom radu napravljena je po uzoru na Van Damov model sprezanja α -metodom [58], kasnije proširen od strane Gallya [66], dok se kao neviskozni solver koristi nestacionarna metoda vrtložne rešetke [48]. Zadržan je položaj kontrolne točke na 3/4 tetive panela kako bi se osigurao gradijent sile uzgona od 2π . Na ovaj način pojednostavljen je izračun efektivnog napadnog kuta te je, što je zbog numeričke efikasnosti puno važnije, izbjegnuta potreba za izračunom matrice koeficijenta utjecaja \mathbf{A} u svakoj iteraciji svakog vremenskog koraka algoritma. Karakteristike ravninskog opstrujavanja profila potrebne za ovu implementaciju metode dobivene su uz pomoć programskog paketa XFOIL.

3.2.1. Efektivni napadni kut

Metoda kojom se određuje efektivni napadni kuta slična je ideji prezentiranoj u jednadžbi (3.5), no za razliku od nje umjesto gradijenta $C_{L\alpha vis}$ koristi gradijent 2π . Fizikalna pozadina procedure određivanja efektivnog napadnog kuta α_e prikazana je na slici 3.1.



Slika 3.1: Fizikalna pozadina metode sprezanja

Prema teoriji tankih profila i slici 3.1 lokalni neviskozni koeficijent uzgona može se iskazati na sljedeći način

$$C_{Linv} = 2\pi(\alpha - \Delta\alpha - \alpha_{ind}), \quad (3.8)$$

gdje je α napadni kut sekcije diskretizirane geometrije noseće površine, α_{ind} inducirani napadni kut uslijed povijanja struje te $\Delta\alpha$ viskozna korekcija. Primjenom definicije efektivnog napadnog kuta α_e iz metode noseće linije, on se može izraziti kao

$$\alpha_e = \alpha - \alpha_{ind}, \quad (3.9)$$

čijim uvrštavanjem u jednadžbu (3.8) konačno slijedi

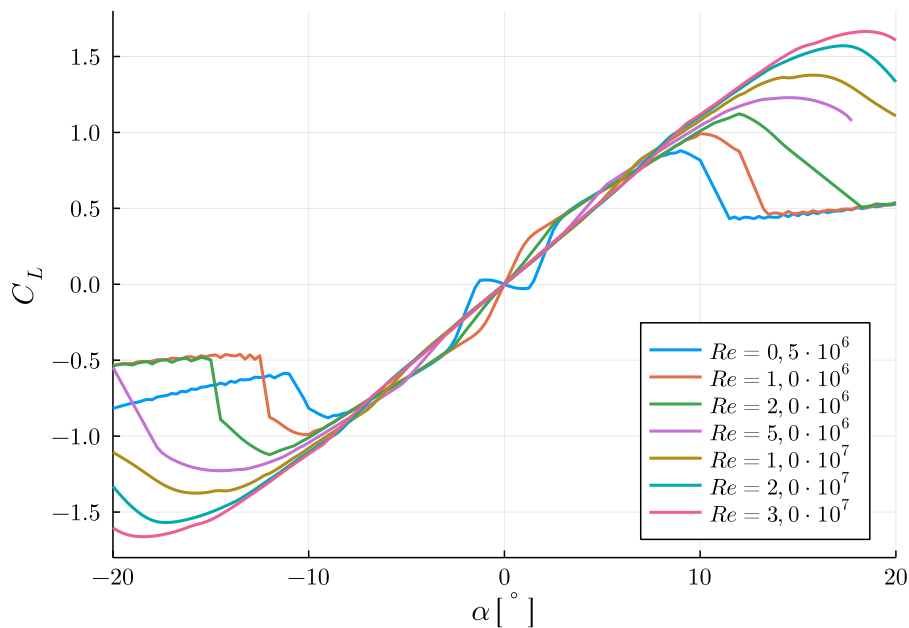
$$\alpha_e = \frac{C_{L_{inv}}}{2\pi} + \Delta\alpha. \quad (3.10)$$

3.2.2. Ravninsko optjecanje profila

Rezultate ravninskog viskoznog optjecanja profila moguće je dobiti jednom od brojnih računalnih 2D metoda, kao i prikupljanjem rezultata ispitivanja u aerotunelu. Postoji čitav niz pouzdanih rješavača za 2D optjecanje profila, među kojima su najistaknutiji XFOIL [45], MSES [55] te razni 2D CFD kodovi. Za implementaciju programskog rješenja prikazanog u ovom radu brzina izvođenja analize optjecanja profila nije od bitnog značaja, pošto se ona izvodi u pripremnoj fazi prije izvođenja glavne simulacije leta te se njeni rezultati spremaju u bazu podataka. No, valja napomenuti da analize naprednijim 2D CFD kodovima zahtijevaju značajne računalne resurse, a daju rezultate zanemarivo bolje kvalitete za ovu primjenu.

Kako bi se pripremila baza podataka viskoznog optjecanja, analizu je potrebno provesti za više profila na širokom rasponu Machovih i Reynoldsovih brojeva. Zbog svega navedenog, za rješavač u ovoj implementaciji sprežanja odabran je XFOIL. Iako je ovaj program razvijen 80-tih godina prošlog stoljeća te je aktivno razvijan do prije 10 godina, zbog pouzdanosti i jednostavnog korištenja još je uvijek u širokoj primjeni. XFOIL za neviskozni dio proračuna koristi panelnu metodu, dok se model graničnog sloja sastoji od integralne jednadžbe graničnog sloja i kriterija za tranziciju laminarnog u turbulentno strujanje. Tipičan primjer rezultata analize, koji će kasnije biti korišteni za kreiranje baze podataka profila, prikazan je na slici 3.2. Karakteristike krivulje koeficijenta uzgona u ovisnosti o napadnom kutu razlikuju se za različite vrijednosti Reynoldsovog i Machovog broja.

Ukoliko je predmet analize strelasto krilo, rezultate viskoznog optjecanja profila, odnosno rezultate 2D optjecanja, potrebno je modificirati na način da se u obzir uzme strujanje u graničnom sloju duž raspona krila. Takva analiza dat će podatke koje nazivamo rezultatima 2.5D optjecanja, koje u slučaju beskonačnog strelastog krila možemo odrediti uz pomoć standardnih procedura poput ESDU metodologije [67] ili jednog od brojnih 2.5D CFD rješavača [68]. Kako bi se značajno ubrzao proces dobivanja 2.5D podataka mogu se uvesti pojednostavljenja bez značajnog utjecaja na krajnje rezultate.



Slika 3.2: Rezultati viskoznog 2D optjecanja profila NACA 0012 dobiveni analizom u XFOIL-u, za $Ma = 0$

Ovdje korištena procedura, opisana u [69], 2D rezultate dobivene analizom u XFOIL-u pretvara u 2.5D rezultate pomoću sljedeće transformacije:

$$C_{L_{2.5D}} = C_{L_{2D}} \cos^2 \Lambda, \quad (3.11)$$

$$\alpha_{2.5D} = (\alpha_{2D} - \alpha_0) \cos \Lambda + \alpha_0, \quad (3.12)$$

gdje je α_0 kut nultog uzgona 2D rezultata, a Λ kut strijele krila.

Prema prethodno prezentiranim metodama za uspješno sprezanje potrebno je imati podatke za viskozno optjecanje profila barem u korijenu i vrhu krila. Ukoliko postoji značajna razlika u geometriji profila korištenih duž raspona krila, nužno je imati i podatke za te profile. Podaci viskoznog optjecanja svakog profila nakon analize spremaju se u zasebnu datoteku, strukturirani u obliku tablica. Pored uzgonskih karakteristika profila, baza podataka koristi se i za procjenu otpora pa mora sadržavati i koeficijent nultog otpora profila c_{d_0} , koji je također rezultat analize u XFOIL-u.

Sekcije krila također mogu imati i kontrolne površine, kao i uređaje za povećanje uzgona, poput pretkrilaca i zakrilaca. Za popunjavanje baze podataka potrebne za sprežanje tih sekcija krila potrebno je provesti analizu viskoznog optjecanja profila i u ovisnosti o kutu otklona kontrolnih površina i uređaja za povećanje uzgona, kao dodatne varijable analize u XFOIL-u.

3.2.3. Algoritam sprežanja

Jednadžba (3.10) koristi se za iterativni postupak određivanja lokalnog efektivnog napadnog kuta svake sekcije noseće površine u svakom vremenskom trenutku simulacije leta. Ova jednadžba proširena je s članom α_0 , odnosno kutom nultog uzgona viskoznog optjecanja profila sekcije, s ciljem brže konvergencije rezultata prilikom korištenja nesimetričnih profila. Sam iterativni postupak organiziran je na sljedeći način:

1. Izračunati koeficijent uzgona za neviskozno optjecanje krila $C_{L_{inv}}$.
2. Izračunati efektivni napadni kuta svake sekcije noseće površine

$$\alpha_e = \frac{C_{L_{inv}}}{2\pi} + \alpha_0 + \Delta\alpha_{n-1}. \quad (3.13)$$

3. Interpolirati koeficijent uzgona viskoznog optjecanja profila svake sekcije za dobivene efektivne napadne kutove

$$\alpha_e \Rightarrow C_{L_{vis}}(\alpha_e). \quad (3.14)$$

4. Izračunati korekciju napadnog kuta svake sekcije

$$\Delta\alpha_n = \Delta\alpha_{n-1} + \frac{C_{L_{inv}} - C_{L_{vis}}}{2\pi}. \quad (3.15)$$

5. Ažurirati napadni kut slobodne struje na svakoj sekciji krila na pripadajući $\Delta\alpha$.
6. Ponavljati korake 1.–5. dok se na zadovolji uvjet $|C_{L_{vis}} - C_{L_{inv}}| \leq \epsilon$.

Tipičan iznos vrijednosti parametra tolerancije konvergencije iznosi $\epsilon = 10^{-5}$, dok indeks n označava broj iteracije petlje, stoga za prvu iteraciju vrijedi

$$\Delta\alpha_{n-1} = \Delta\alpha_0 = 0. \quad (3.16)$$

3.2.4. Aerodinamička sila otpora

Nakon što u svakom vremenskom koraku algoritam sprežanja konvergira, poznata je raspodjela intenziteta cirkulacije Γ po krilu. Tada je moguće izračunati ukupnu silu uzgona i momente koji djeluju na zrakoplov, zbrajanjem sila na svakom pojedinom panelu krila prema proceduri prezentiranoj u prethodnom poglavlju.

Procjenu ukupne sila otpora koja djeluje na zrakoplov može se podijeliti na induciranu silu otpora D_{ind} i silu nultog otpora D_0 , odnosno silu otpora uslijed viskoznih sila u fluidu:

$$D = D_0 + D_{ind} . \quad (3.17)$$

Inducirani otpor, pored metode prezentirane u prethodnom poglavlju, moguće je kvalitetnije procijeniti integriranjem kinetičke energije u Trefftzovoj ravnini prema slici 3.3. U slučaju nestacionarne metode vrtložne rešetke, plošni integral je moguće pretvoriti u krivoljni integral duž raspona krila po vrtložnom tragu:

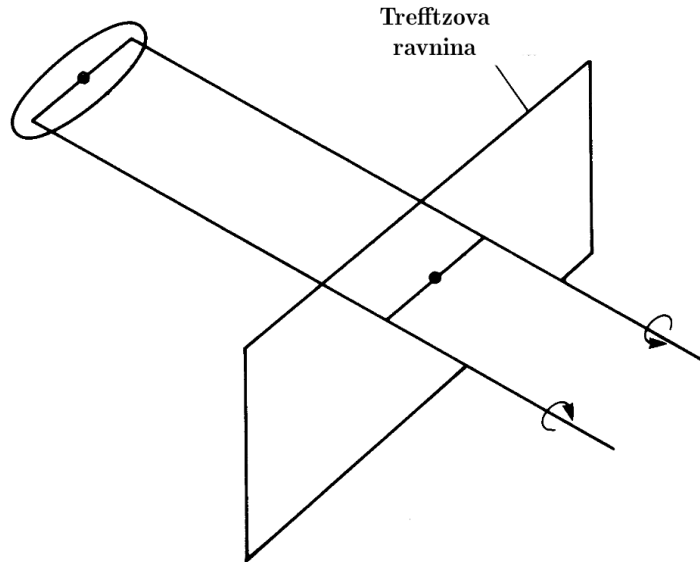
$$D_{ind} = -\frac{1}{2}\rho_{\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y)w \, dy , \quad (3.18)$$

gdje je w brzina koju u Trefftzovoj ravnini inducira vrtložni trag krila. Za izračun nultog otpora koriste se rezultati analize u XFOIL-u, koji uključuju otpor trenja i valni otpor profila. Za svaku sekciju krila potrebno je iz baze podataka profila interpolirati koeficijent nultog otpora c_{d_0} te izvršiti integraciju po rasponu krila:

$$D_0 = \frac{1}{2}\rho_{\infty}Q_{\infty}^2 \int_{-b/2}^{b/2} c_{d_0}c \, dy , \quad (3.19)$$

gdje je c duljina tetive na sredini pojedine sekcije krila.

Moment propinjanja krila procjenjuje se na standardan način iz raspodjele cirkulacije dobivene spregnutom metodom, uz zanemarivanje momenta koji stvaraju viskozne sile.



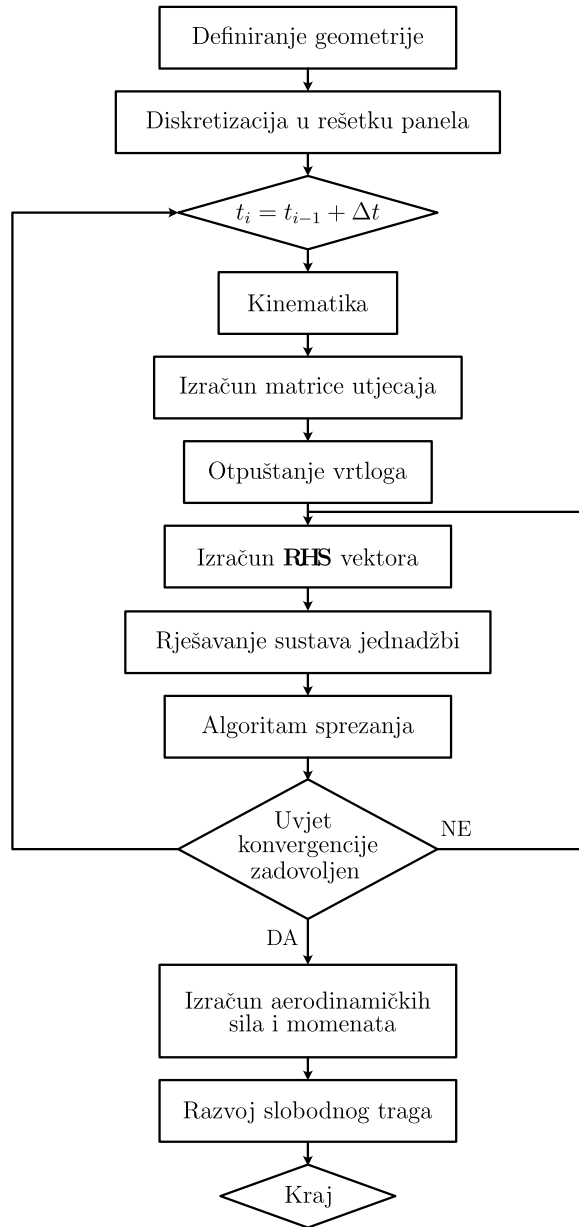
Slika 3.3: Trefftzova ravnina korištena za procjenu induciranog otpora

3.3. Numerička implementacija modela

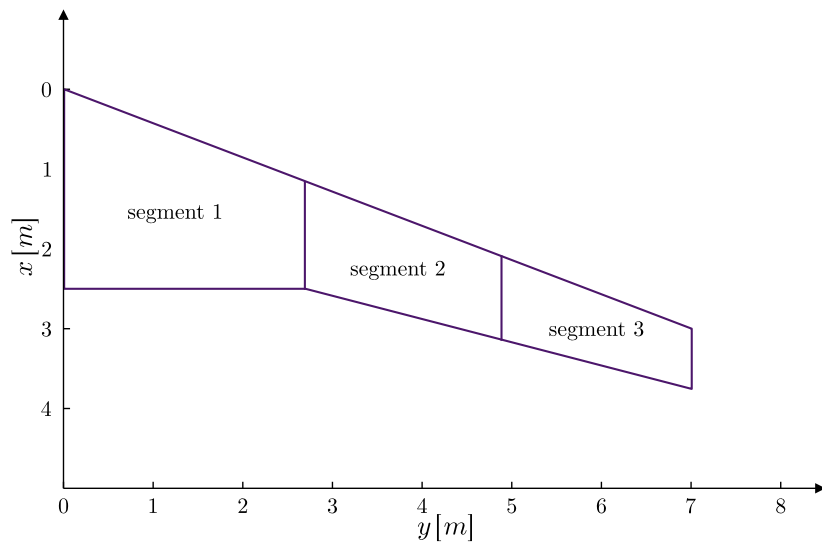
Prethodno opisan razvijeni model proširenja nestacionarne metode vrtložne rešetke numerički je implementiran u programskom jeziku Julia [70]. Algoritam pronalazi rješenja u vremenskoj domeni na način da slijedi iterativni postupak spreznata u svakom vremenskom koraku simulacije. Noseće površine analiziranog zrakoplova potrebno je diskretizirati u rešetke panela, a svakoj sekciji pridružiti podatak o korištenim profilima. Na početku simulacije u kojoj se diskretizirana geometrija zrakoplova kroz fluid giba propisanom putanjom, iza nosećih površina ne postoji nikakav vrtložni trag. No, u svakom narednom vremenskom koraku svaki panel koji se nalazi na izlaznom rubu noseće površine otpušta novi vrtlog. Rješavanjem sustava linearnih jednadžbi (2.11) uz zadovoljavanje rubnih uvjeta, unutar iterativnog postupka spreznata računaju se intenziteti cirkulacije svih prstenastih vrtloga sustava.

Na kraju svakog vremenskog koraka, preostaje odrediti sile i momente koji djeluju na noseće površine te ažurirati položaj panela u slobodnom tragu. Način na koji je algoritam organiziran prikazan je shematski na slici 3.4.

Za provođenje numeričke simulacije leta potrebni su sljedeći osnovni podaci:



Slika 3.4: Shematski prikaz algoritma

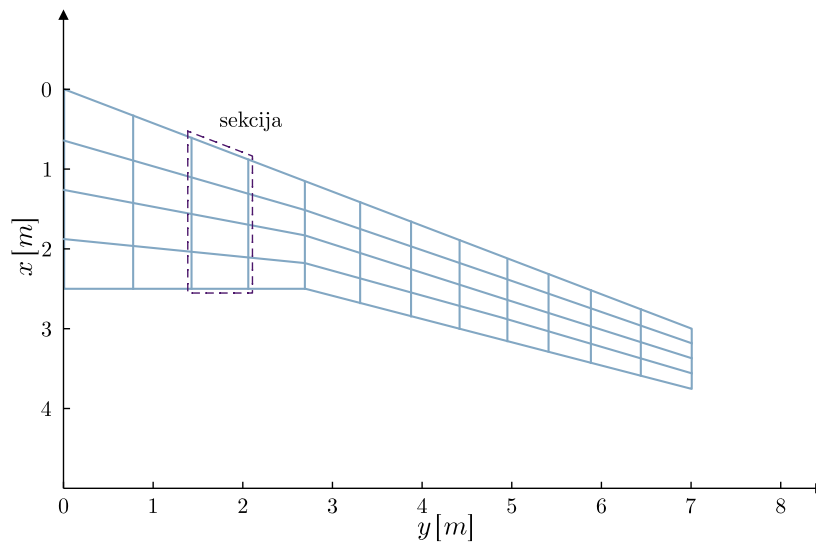


Slika 3.5: Primjer podjele polukrila na segmente

- Uvjeti leta, odnosno gustoća slobodne struje ρ_∞ te njena brzina Q_∞ .
- Trajanje vremenskog koraka simulacije Δt .
- Putanja letjelice definirana u inercijalnom koordinatnom sustavu te stav letjelice u svakom vremenskom koraku simulacije.
- Geometrija zrakoplova.

3.3.1. Geometrija i diskretizacija

Za svaku noseću površinu potrebno je definirati geometriju segmenata od kojih se ona sastoji, poput primjera na slici 3.5. Segmenti su definirani položajem i nagibom početne i završne tetive, koji dijele neka zajednička svojstva, poput kuta strijele Λ , suženja λ , kuta dihedrala Φ ili uvijanja Θ . Razlikuju ih profili korišteni na njihovim početnim i završnim tetivama, koji definiraju svojstva presjeka duž raspona sekcije, odnosno određuju koju bazu podataka viskoznog optjecanja profila treba koristiti u analizi. Tetive se definiraju x i y koordinatama točaka na napadnom rubu te kutovima uvijanja i dihedrala. Kao dodatna opcija, za još realniju diskretizaciju noseće površine, moguće je definirati i srednju liniju profila umjesto tetive.



Slika 3.6: Primjer rešetke panela

U sljedećem koraku segmenti krila pretvaraju se u rešetku panela sa željenim brojem panela duž tetive i raspona segmenta, a dobra praksa je zadržati jednak broj panela duž tetive krila na istoj nosećoj površini. Za raspodjelu panela duž raspona noseće površine, zavisno o potrebi, može se odabrati uniformna, sinusoidalna ili kosinusoidalna raspodjela. Nakon toga definiraju se prstenasti vrtlozi, koji se raspoređuju na način uobičajen za metode vrtložne rešetke, gdje se prednji segment vrloga postavlja na četvrtinu tetive panela, a stražnji na četvrtinu tetive iza panela.

Kontrolne površine se u ovoj formulaciji algoritma ne definiraju, nego su ugrađene u karakteristike profila segmenata na kojima se na stvarnoj geometriji krila te kontrolne površine nalaze. Algoritam može biti formuliran i na način da se kontrolne površine definiraju kroz korak kreiranja rešetke panela, no u ovoj implementaciji algoritma to nije odabrano, prvenstveno zbog zahtjeva za brzinom izvođenja proračuna. Naime, svaka promjena geometrije rešetke panela zahtijeva ponovljen izračun matrice \mathbf{A} , što bi značajno usporilo algoritam. Primjer noseće površine diskretizirane rešetkom panela prikazan je na slici 3.6, gdje je definiran i pojam sekcije noseće površine, odnosno skupa panela koji dijele zajedničku tetivu.

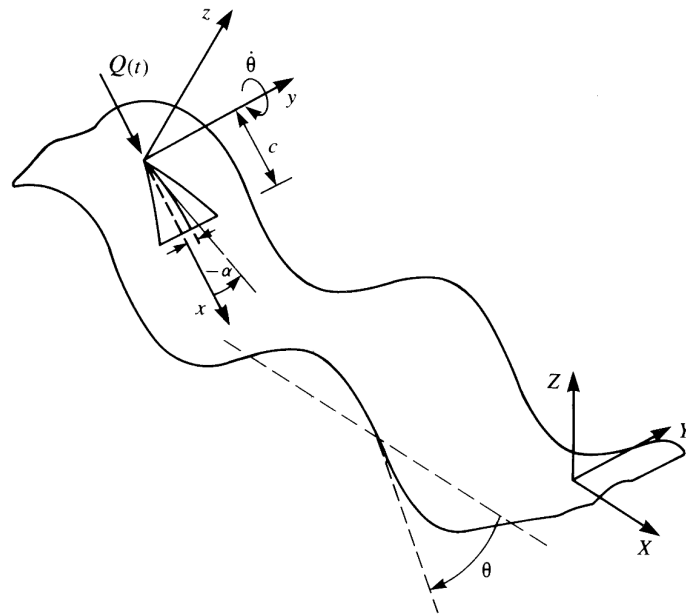
Kako bi se jednostavnije pratilo numeričku implementaciju uvedene su oznake i indeksi elemenata model na sljedeći način

- i : indeks kontrolnih točaka panela,
- j : indeks vezanih prstenastih vrtloga,
- k : indeks panela,
- m : ukupan broj panela, kontrolnih točaka, odnosno vezanih vrtloga,
- h : indeks sekcija,
- l : indeks slobodnih prstenastih vrtloga traga,
- o : ukupan broj slobodnih prstenastih vrtloga,
- s : indeks čvorova vrtložne plahte koju čine slobodni prstenasti vrtlozi.

Valja napomenuti da je ukupan broj panela, samim time i broj kontrolnih točaka i vezanih vrtloga m konstantan od početka do kraja simulacije, dok redosljed kojim se dodjeljuju njihovi indeksi ne utječe na krajnji rezultat. Ukupan broj slobodnih prstenastih vrtloga n , isto kao i ukupan broj čvorova vrtložne plahte, raste sa svakim novim vremenskim trenutkom simulacije. Indeksi se ovdje dodjeljuju redosljedom kojim su elementi nastali.

3.3.2. Kinematika

Osnovne postavke nestacionarne formulacije metode vrtložne rešetke prikazane su u prethodnom poglavlju, no da bi definirali njenu kinematiku potrebno je uvesti dva koordinatna sustava, prema slici 3.7. Prvi je inercijalni koordinatni sustav (X, Y, Z) , postavljen u fiksnu točku prostora u mirujućem fluidu. Drugi je koordinatni sustav letjelice (x, y, z) , koji se slobodno giba kroz fluid. Podatci o putanji (X_0, Y_0, Z_0) i stavu letjelice (φ, θ, ψ) , također prikazani na slici 3.7, poznati su u svakom diskretnom vremenskom trenutku prije početka simulacije. Zadani su u obliku vektora s fiksnim vremenskim intervalom jednakim vremenskom koraku simulacije.



Slika 3.7: Definicija koordinatnih sustava i nomenklatura

3.3.3. Izračun matrice utjecaja

Rešetka panela svih nosećih površina zrakoplova poznata u svakom vremenskom trenutku simulacije pa se rubni uvjet tangencijalnog strujanja može postaviti u m kontrolnih točaka na svakom panelu rešetke. Brzina fluida u kontrolnoj točki bit će jednaka zbroju brzine inducirane vezanim vrtlozima, brzine inducirane vrtlozima slobodnog traga, njene kinematičke brzine te brzine uslijed vanjskih poremećaja. Brzina inducirana vezanim vrtlozima uzima se u obzir pomoću matrice koeficijenta utjecaja

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

dok će ostali utjecaji biti sadržani u **RHS** vektoru sustava linearnih jednadžbi (2.11). Koeficijenti utjecaja matrice \mathbf{A} računaju se na način jednak standardnoj metodi vrtložne rešetke, prikazan jednadžbom (2.12).

Brzina inducirana prstenastim vrtlogom određuje se uz pomoć Biot-Savartovog za-

kona, odnosno njegove numeričke varijante prikazane jednadžbom (2.9). Ukupna brzina inducirana u kontrolnoj točki od strane jednog prstenastog vrtloga jednaka je zbroju utjecaja svakog od četiri segmenta vrtloga.

Valja istaknuti da Biot-Savartov zakon kod jako malih udaljenosti točke od pravca vrtložne niti postaje nestabilan, odnosno daje inducirane brzine koje u ekstremu teže beskonačnim vrijednostima. Ovome se može doskočiti uvođenjem jezgre vrtloga, koja pored točnosti doprinosi i stabilnosti simulacije. Numerička implementacija jezgre izvedena je na način da se uvodi varijabla radijusa jezgre r_c , a ukoliko se točka P nalazi na udaljenosti od pravca vrtložne niti manjoj ili jednakoj od r_c , inducirana brzina jednaka je

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (3.21)$$

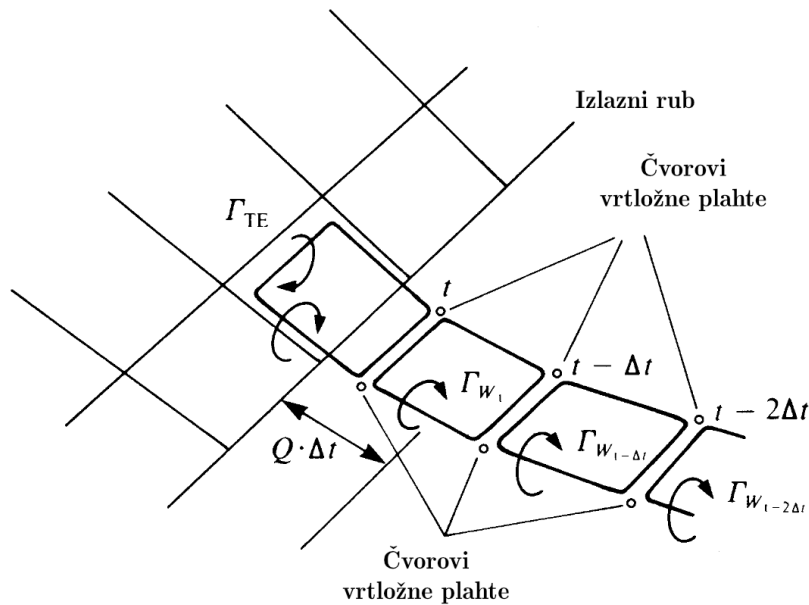
Iako se ova aproksimacija može činiti grubom u praksi čini algoritam robusnijim, no valja pomno odabrati veličinu radijusa jezgre. U ovoj implementaciji odabrana je vrijednost $r_c = 10^{-9}$ m, koja ne utječe značajno na rezultate te je skladu s vrijednostima preporučenim u literaturi [48].

Ukoliko rešetka vrtloga ne mijenja svoju geometriju tijekom simulacije leta, matricu \mathbf{A} potrebno je odrediti samo na početku simulacije. U suprotnome, prilikom svake promjene geometrije rešetke potrebno je ponoviti proceduru određivanja matrice \mathbf{A} .

3.3.4. Otpuštanje vrtloga

Jedna od najznačajnijih razlika nestacionarne metode vrtložne rešetke u odnosu na stacionarnu je procedura otpuštanja vrtloga, jer se njome automatski zadovoljava Kuttin 2D uvjet, prema kojem strujanje glatko napušta izlazni rub noseće površine. Pomicanje noseće površine kroz fluid izaziva otpuštanje prstenastih vrtloga s njenog izlaznog ruba. Numerički je ovo implementirano na način da se u svakom vremenskom koraku simulacije stvara novi prstenasti vrtlog na izlaznom rubu, kako je prikazano na slici 3.8.

Važan parametar za točnost i stabilnost algoritma je udaljenost od izlaznog ruba na kojem se novonastali vrtlog otpušta. U ovoj implementaciji, sukladno uputama u literaturi [48], odabrano je da je ta udaljenost jednaka linearno interpoliranom položaju



Slika 3.8: Otpuštanje vrtloga s izlaznog ruba noseće površine

izlaznog ruba u trenutku $t - 0.3\Delta t$. Druga, jednostavnija interpretacija predložena u [71] postavlja prednji rub otpuštenog prstenastog vrtloga na liniju zadnjeg ruba pripadajućeg vezanog vrtloga s izlaznog ruba noseće površine, no ona se pokazala lošijom.

Intenzitet cirkulacije svakog novog otpuštenog prstenastog vrtloga Γ_{W_t} jednak je intenzitetu pripadajućeg vrtloga s izlaznog ruba $\Gamma_{TE_{t-\Delta t}}$ u prethodnom vremenskom koraku

$$\Gamma_{W_t} = \Gamma_{TE_{t-\Delta t}}. \quad (3.22)$$

3.3.5. Izračun RHS vektora

Nakon što su u obzir uzete brzine inducirane vezanim vrtlozima, potrebno je isto napraviti s vrtlozima traga te uračunati utjecaj gibanja noseće površine kroz fluid. Zbroj ovih dvaju utjecaja nalazi se u stupcu vektoru **RHS**, koji čini desnu stranu sustava linearnih jednažbi (2.11) te je sastavljen od

$$RHS_i = -(-\mathbf{Q}_{kin} + \mathbf{Q}_w)_i \cdot \mathbf{n}_i, \quad (3.23)$$

gdje je i indeks kontrolne točke. $(\mathbf{Q}_{kin})_i$ je vektor kinematičke brzine kontrolne točke uslijed gibanja noseće površine kroz fluid, koja bi za stacionarni slučaj bila $-\mathbf{Q}_{kin} = \mathbf{Q}_\infty$. Drugi član u jednadžbi (3.23) $(\mathbf{Q}_w)_i$ je vektor brzine inducirane u kontrolnoj točki i od svih n prstenastih vrtloga traga

$$(\mathbf{Q}_w)_i = \sum_{l=1}^o (\mathbf{q}_w)_{i,l}, \quad (3.24)$$

gdje je $(\mathbf{q}_w)_{i,l}$ vektor brzine koju u kontrolnoj točki i inducira prstenasti vrtlog traga l . Inducirane brzine, kao i u ranijim koracima, računaju se uz pomoć Biot-Savartovog zakona (2.9), dok su lokacije slobodnih vrtloga određene u koraku otpuštanja vrtloga.

3.3.6. Rješavanje sustava jednadžbi

Na početku ovog koraka algoritma poznate su brzine uslijed kinematičkih veza te utjecaj vezanih i slobodnih vrtloga u svim kontrolnim točkama pa je moguće, na osnovu rubnog uvjeta tangencijalnog strujanja, postaviti konačan sustav linearnih jednadžbi

$$\{\mathbf{A}\}_{m \times m} \cdot \{\Gamma\}_{m \times 1} = \{\mathbf{RHS}\}_{m \times 1}, \quad (3.25)$$

ili zapisan u punoj formi

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \Gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RHS_1 \\ RHS_2 \\ \vdots \\ RHS_m \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

gdje je m ukupan broj panela, odnosno kontrolnih točaka, a isto tako i vezanih prstenastih vrtloga sustava.

Rješavanjem sustava linearnih jednadžbi (3.26) dobivaju se nepoznati intenziteti cirkulacije svakog vezanog vrtloga Γ_j u svakom novom vremenskom trenutku simulacije. Sustav je moguće riješiti traženjem inverza matrice \mathbf{A} , no pokazalo se da je numerički puno efikasniji način operacija dijeljenja matrice \mathbf{A} s lijeva matricom \mathbf{RHS} .

Sljedeći koraci algoritma ove numeričke implementacije modela, prikazane na slici 3.4, uključeni su u iterativni postupak sprežanja, čija je procedura opisana ranije u poglavlju 3.2.3.. Postupak pronalaženja rješenja sustava linearnih jednadžbi ponavlja se svakim prolaskom kroz petlju iterativnog postupka sprežanja uslijed promjena vrijednosti članova vektora **RHS**.

Procedura izračuna aerodinamičkih sila koje djeluju na zrakoplov opisana je u poglavljima 2.3.3. i 3.2.4.

3.3.7. Razvoj slobodnog traga

Završni korak algoritma je ažuriranje položaja vrtložnih prstena traga, odnosno razvoj slobodnog traga (engl. *free wake rollout*), nakon čega algoritam prelazi u novi vremenski korak. Prema formulaciji slobodnog traga svaki čvor vrtložne plahte traga giba se slobodno u polju lokalnih brzina, koje su inducirane od strane svih vrtloga u sustavu. Ovaj utjecaj računa se prema Biot-Savartovom zakonu zbrajanjem utjecaja svih vezanih i slobodnih vrtloga pa je ukupna inducirana brzina u čvoru s vrtložne plahte jednaka

$$(\mathbf{Q}_{ru})_s = \sum_{j=1}^m (\mathbf{q}_b)_{s,j} + \sum_{l=1}^o (\mathbf{q}_w)_{s,l}, \quad (3.27)$$

gdje se prvo sumiraju vektori brzine $(\mathbf{q}_b)_{s,j}$ inducirane u čvoru s od strane svakog j vezanog vrtloga, a zatim sumiraju vektori brzine $(\mathbf{q}_w)_{s,l}$ inducirane u istom čvoru od strane svakog l slobodnog vrtloga. Naposljetku, koordinate čvorova potrebno je ažurirati s vektorima pomaka $(\zeta_w)_s$ uslijed trenutnog polja brzina u fluidu

$$(\zeta_w)_s = (\mathbf{Q}_{ru})_s \Delta t. \quad (3.28)$$

3.4. Validacija numeričkog modela u stacionarnim uvjetima strujanja

Prethodno prikazana implementacija numeričkog modela validirana je usporedbom s dostupnim rezultatima za stacionarno strujanje.

Za eliptično neuvijeno krilo bez strijele te konstantnog profila postoji analitičko rješenje, dobiveno primjenom metode noseće linije, koje opisuje ovisnost koeficijenta sile uzgona C_L i sile induciranoog otpora C_D ovog krila o napadnom kutu α

$$C_L(\alpha) = \frac{a_0(\alpha - \alpha_0)}{1 + \frac{a_0}{A\pi}} \quad (3.29)$$

$$C_{D_{ind}}(\alpha) = \frac{C_L^2}{A\pi}. \quad (3.30)$$

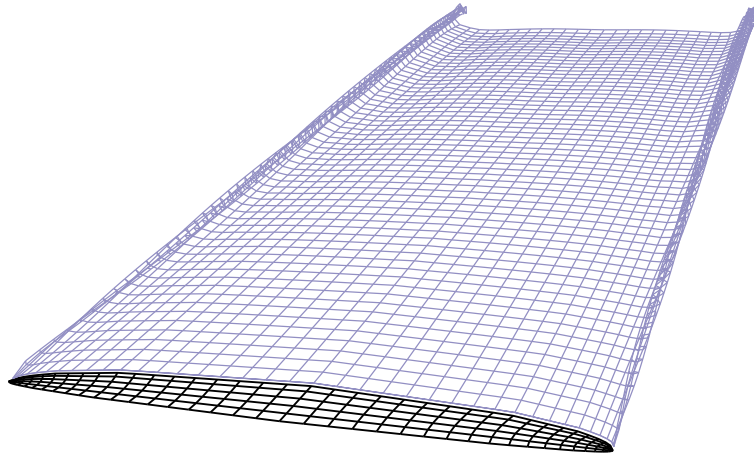
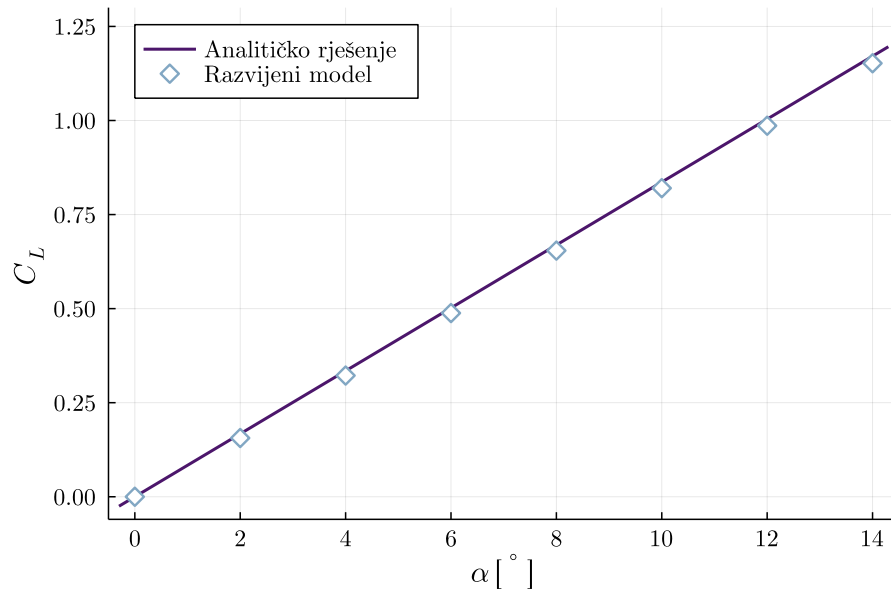
Za usporedbu je odabrano krilo vitkosti $A = 10$ s korijenskom tetivom $c_r = 1$ m, dok mu je profil ravna tanka ploča gradijenta sile uzgona

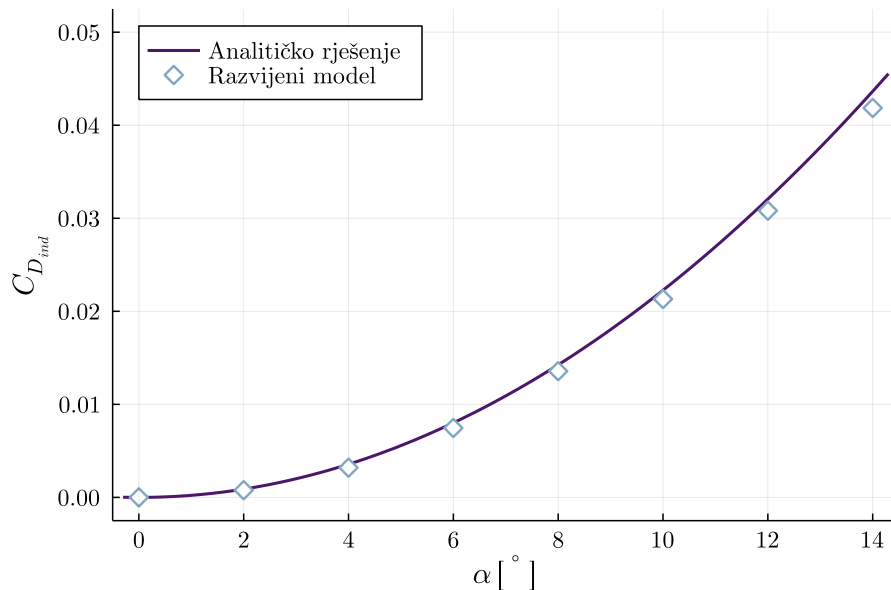
$$a_0 = \eta 2\pi, \quad (3.31)$$

gdje je za parametar η odabrana vrijednost 0.9, dok je kut nultog uzgona $\alpha_0 = 0$.

Analitičko rješenje uspoređeno je s nestacionarnim modelom opisane implementacije u poglavlju 3.3., ali u stacionarnim uvjetima leta. Diskretizacija duž raspona je sinusoidalna, kako je prikazano na slici 3.9 uz rezultate za povijeni trag na udaljenosti od $10c_r$ za $\alpha = 4^\circ$.

Usporedba rezultata razvijene numeričke metode prikazana je na slici 3.10 za koeficijent sile uzgona i na slici 3.11 za koeficijent induciranoog otpora. Rezultati imaju dobro poklapanje s analitičkim rješenjem, uz očekivano smanjenje rezultata numeričke metode za C_L i $C_{D_{ind}}$ pri većim napadnim kutovima zbog utjecaja viskoznih efekata.

Slika 3.9: Prikaz diskretiziranog eliptičnog krila i vrtložnog traga pri $\alpha = 4^\circ$ Slika 3.10: Koeficijent uzgona eliptičnog krila vitkosti $A = 10$: usporedba s analitičkim rješenjem



Slika 3.11: Koeficijent induciranog otpora eliptičnog krila vitkosti $A = 10$: usporedba s analitičkim rješenjem

3.5. Validacija numeričkog modela u nestacionarnim uvjetima strujanja

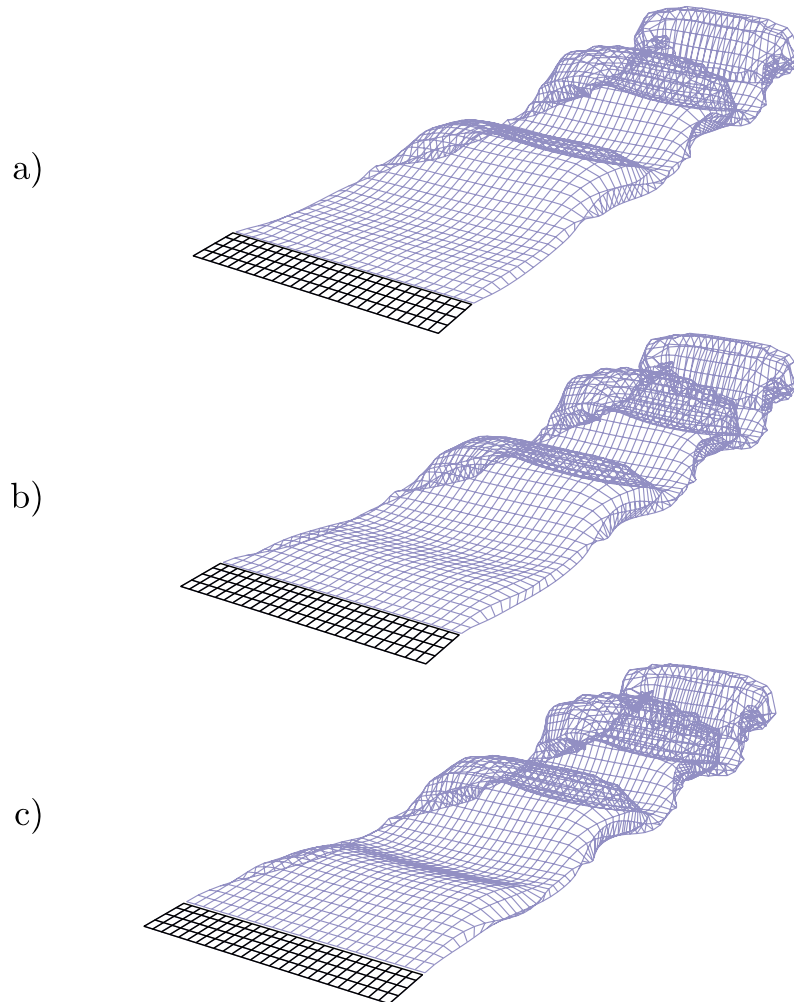
Dok za stacionarne uvjete strujanja postoji analitičko rješenje, razvijeni model u nestacionarnim uvjetima strujanja može se usporediti samo s dostupnim rezultatima dobivenim numeričkim metodama. Model je validiran u nestacionarnim uvjetima strujanja usporedbom s numeričkim rezultatima dobivenim nestacionarnom metodom vrtložne rešetke prezentiranim u izvorima [72, 73].

3.5.1. Vertikalno osciliranje pravokutnog krila

Primjenom implementiranog modela provedena je analiza vertikalnog osciliranja pravokutnog krila u napredujućem horizontalnom gibanju brzinom Q_∞ kroz mirujuć fluid. Krilo vitkosti $A = 4$, tetive c pri konstantnom napadnom kutu od $\alpha = -5^\circ$ oscilira reduciranom frekvencijom $\frac{\omega c}{2Q_\infty} = 0.5$ s amplitudom od $0.1c$.

Na slici 3.12 prikazani su rezultati simulacije gdje se krilo diskretizirano uniformnom

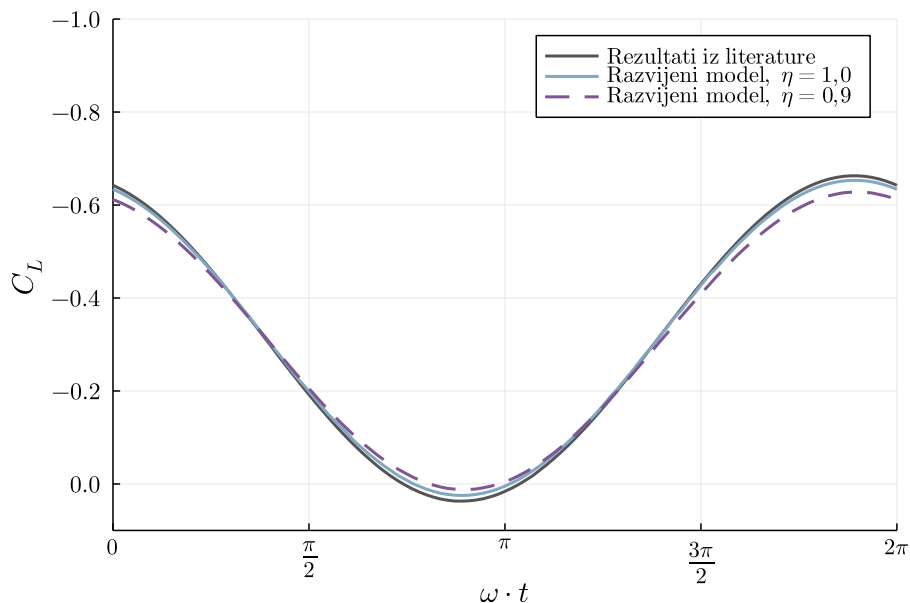
raspodjelom rešetke se giba propisanom sinusoidalnom putanjom s vremenskim korakom $Q_\infty \Delta t / c = 1/16$ uz rezultirajući razvijeni vrtložni trag.



Slika 3.12: Prikaz u različitim vremenskim trenucima za vrtložni trag iza oscilirajućeg krila

Prikaz se sastoji od tri diskretna vremenska trenutka, nakon što je krilo prethodno osciliralo kroz tri perioda gibanja, na način da je pod *a*) prikazan trenutak u kojem se krilo nalazi u najvišoj točki putanje tijekom četvrtog perioda gibanja, što odgovara $\omega t = \pi/2$, zatim pod *b*) na sredini perioda, odnosno za $\omega t = \pi$, te pod *c*) na najnižoj točki putanje gdje je $\omega t = 3\pi/2$.

Usporedba rezultata razvijene numeričke metode s rezultatima iz literature [72] prikazana je na slici 3.13 za koeficijent sile uzgona tijekom jednog perioda gibanja. Simulacija je provedena za dvije različite vrijednosti gradijenta sile uzgona profila krila a_0 prema jednadžbi (3.31), odnosno za dvije vrijednosti parametra η . Prikazanim rezultatima iz literature odgovara slučaj kada je $\eta = 1.0$, koji se vrlo malo razlikuju u području minimalnog i maksimalnog iznosa koeficijenta uzgona. Očekivano, u slučaju manjeg gradijenta sile uzgona profila, za $\eta = 0.9$, dobiveni iznosi koeficijenta uzgona imaju manje amplitude. Također se može primijetiti da postoji odmak od približno $3\pi/8$ između najviše amplitude putanje i najviše amplitude koeficijenta C_L , što se također poklapa s rezultatima iz literature.

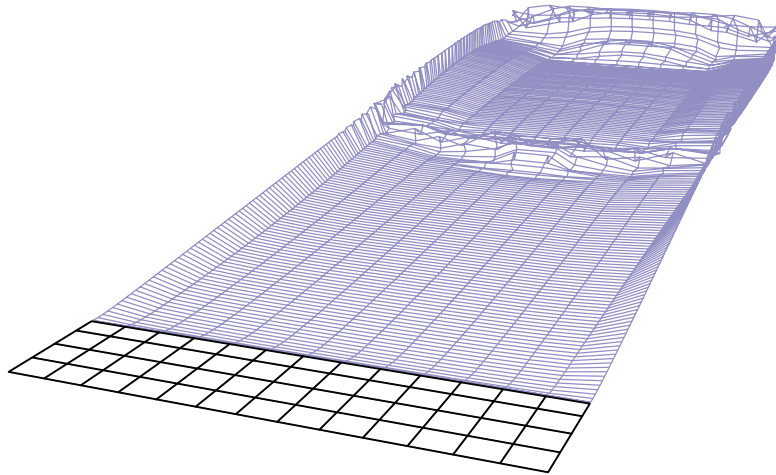


Slika 3.13: Usporedba rezultata promatranog modela za koeficijent uzgona vertikalno oscilirajućeg krila s rezultatima iz literature [72]

3.5.2. Naglo ubrzavanje pravokutnog krila

Primjenom razvijenog modela provedena je analiza naglog ubrzavanja pravokutnog krila na konačnu brzinu. Krilo vitkosti $A = 4$, tetive c postavljeno je na napadni kut od $\alpha = 5^\circ$ te se iz stanja mirovanja ubrza do horizontalne brzine Q_∞ kroz mirujući fluid u jednom vremenskom koraku.

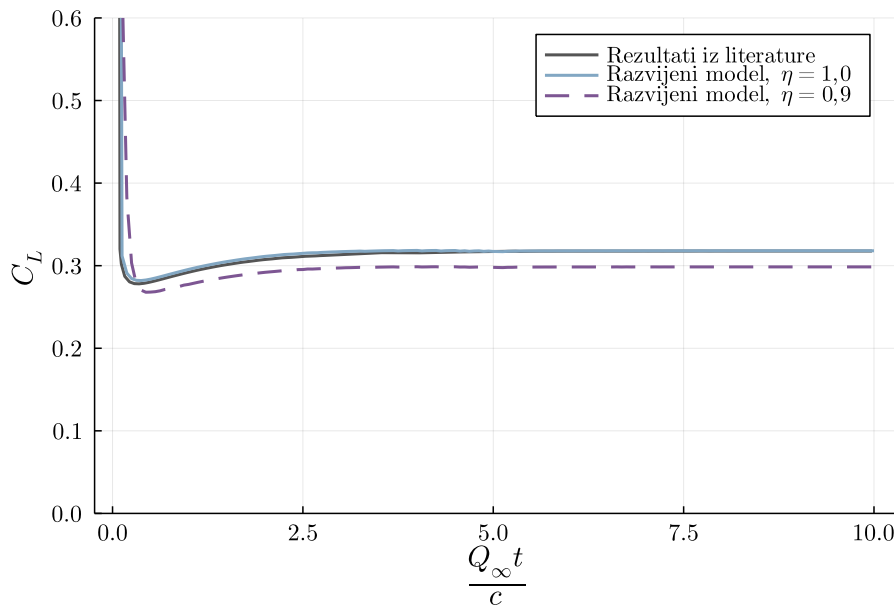
Na slici 3.14 prikazan je rezultat simulacije za razvijeni vrtložni trag, gdje se krilo diskretizirano uniformnom raspodjelom rešetke giba na prethodno opisan način s vremenskim korakom $Q_\infty \Delta t / c = 1/16$.



Slika 3.14: Razvoj vrtložnog traga pravokutnog krila pri naglom ubrzavanju

Rezultati tranzijentnog koeficijenta uzgona za $\eta = 1.0$ i $\eta = 0.9$ dobiveni simulacijom prikazani su na slici 3.15 usporedno s rezultatima iz literature [48]. Tijekom prvog vremenskog koraka, uslijed naglog ubrzavanja krila intenzitet cirkulacije otpuštenih vrtloga traga je velik pa je posljedično velik i koeficijent uzgona. Čim krilo u drugom vremenskom koraku ostvari konačnu brzinu gibanja koeficijent uzgona se smanjuje zbog velikog utjecaja početnih vrtloga. Udaljavanjem krila od početnih vrtloga njihov utjecaj slabi, a koeficijent uzgona konvergira. Trenutak u kojem se javlja poremećaj na sredini vrtložnog traga na slici 3.14 odgovara trenutku u kojem koeficijent uzgona poprimi konstantnu vrijednost.

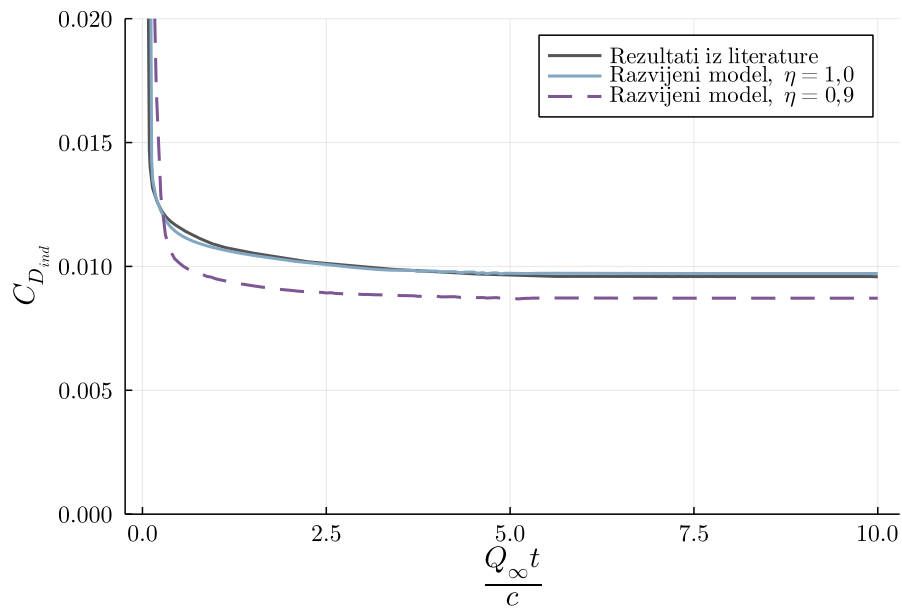
Usporedbom rezultata razvijenog modela za odabrani parametar gradijenta sile uz-



Slika 3.15: Usporedba rezultata promatranog modela za tranzijentni koeficijent uzgona s rezultatima iz literature [48]

gonu $\eta = 1.0$ s rezultatima iz literature [48] pokazano je da ih model vrlo dobro prati. Za slučaj $\eta = 0.9$ model očekivano daje nešto manje iznose koeficijenta uzgona uz malo kašnjenje.

Na isti način, na slici 3.16 uspoređeni su rezultati za koeficijent induciranog otpora $C_{D_{ind}}$. Tijekom prvog vremenskog koraka, iz ranije opisanog razloga, vrijednost koeficijenta otpora je velika, što odgovara velikoj vrijednosti koeficijenta uzgona. Vrijednost koeficijenta induciranog otpora konvergira te poprima konstantan iznos kao što je bio slučaj i za koeficijent uzgona. Za vrijednost $\eta = 1.0$, rezultat vrlo dobro prati rezultate iz literature, dok su za $\eta = 0.9$ iznosi tranzijentnog koeficijenta induciranog otpora očekivano manji uz malo kašnjenje.

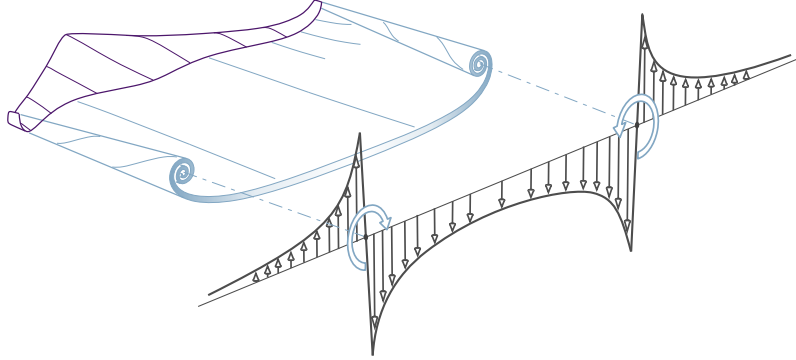


Slika 3.16: Usporedba rezultata promatranog modela za tranzijentni koeficijent induciranog otpora s rezultatima iz literature [48]

4 | Let u formaciji

U ovom poglavlju opisani su osnovni principi leta u formaciji uključujući primjene te scenarije leta u formaciji, a sa ciljem povećanja efikasnosti takvog leta. Pri tome se za efikasnost letjelica generalno podrazumijeva ušteda goriva bez žrtvovanja performansi, prvenstveno brzine pri odabranom režimu krstarenja. No danas letjelice koriste i električnu energiju pa je zahvalnije govoriti o efikasnijem odnosno manjem otporu, a kako je već prethodno rečeno letom u formaciji ostvaruje se prvenstveno smanjenje inducirano-og otpora pod utjecajem vrtložnog traga letjelice ispred. Efikasnost leta u formaciji može se promatrati s aspekta cijele formacije: koliko je smanjenje otpora svih letjelica ako bi letjele u formaciji u odnosu na otpor svih letjelica ako bi letjele samostalno van formacije. No od interesa je i analiza s aspekta pojedine letjelice u formaciji: koliko je smanjenje otpora pojedine letjelice tijekom leta u formaciji u odnosu na njen otpor pri samostalnom letu. Evidentno je da će ti rezultati za pojedinu letjelicu ovisiti o vrsti formacije, ali i geometriji te letjelice u odnosu na geometriju ostalih letjelica u formaciji, kao i njenoj poziciji u formaciji te točnom položaju u odnosu na letjelicu ispred. Navedeni elementi bit će ključni i za efikasnost cijele formacije.

Detaljna analiza utjecaja navedenih parametara, a prvenstveno položaja u tragu, bit će provedena razvijenim modelom opisanim u prethodnim poglavljima za odabranu vrstu formacije i odabrane konfiguracije letjelica.



Slika 4.1: Vrtložni trag zrakoplova i inducirane brzine u njemu

4.1. Princip uštede energije

Strategija formacijskog letenja ostvaruje ušteda energije po principu koji se može opisati na sljedeći način. Ukoliko tijelo koje se giba kroz fluid stvara uzgon, u svom tragu izazvat će vertikalno gibanje fluida. Na rubu traga ovo gibanje se vrtloži te stvara vrtložnu plahu s dvije vrtložne jezgre na svojim rubovima. Ovakav trag izazvat će gibanje fluida prema dole unutar granica vrtložne plahete te gibanje fluida prema gore izvan granica plahete, odnosno inducirat će polje brzina u fluidu kako je prikazano na slici 4.1.

Ukoliko druga letjelica na optimalan način leti kroz područje induciranih brzina, odnosno trag vodeće letjelice, može time ostvariti smanje otpora uz zadržavanje jednake razine uzgona. Opisani princip uštede energije sličan je tipičnom letu jedrilica u stupu zraka nastalom termalnim strujanjima, gdje vertikalna komponenta brzine strujanja izaziva povećanje efektivnog napadnog kuta, koji posljedično stvara dodatnu silu uzgona, veću od one koja bi se ostvarila letom kroz mirujućí zrak. Za razliku od mehanizma smanjenja otpora koji se koristi u automobilskim utrckama, gdje je smanjenje sile otpora posljedica vožnje u području nižeg tlaka zraka iza vodećeg automobila, ovdje je smanjenje otpora posljedica stvaranja manjeg induciranih brzina. Naime, let kroz područje s izraženim vertikalnim gibanjem zraka kao posljedicu će imati stvaranje dodatne sile uzgona, koja će umanjiti silu uzgona koju letjelica mora inducirati da bi nastavila

ravnotežni let. Smanjenje inducirane sile uzgona za posljedicu će imati i smanjenje induciranog otpora, odnosno ostvarit će se energetski efikasniji let.

4.2. Vrste formacijskog leta

Najjednostavnija podjela vrsta formacijskog leta odnosi se na uzdužnu udaljenost članova formacije, odnosno na udaljenost u smjeru duž pravca leta. Ova udaljenost uvelike utječe na scenarije primjene pa tako primjerice pri letu u jako bliskoj formaciji, pored velikog utjecaja na smanjenje induciranog otpora prateće letjelice, čak i vodeća letjelica može ostvariti veću učinkovitost leta. Prema [74] ovaj utjecaj slabi s povećavanjem udaljenosti, a postaje zanemariv na uzdužnim udaljenostima većim od tri raspona krila. Za očekivati je da let komercijalnih zrakoplova u ovako bliskim formacijama nikada neće biti primijenjen, dok bi bespilotne letjelice u budućnosti mogle redovito letjeti na ovaj način. Ptice prilikom leta u formaciji koriste ovu činjenicu kako bi još bolje međusobno podijelile opterećenje, odnosno smanjile opterećenje na vodećim članovima formacije.

Na većim uzdužnim udaljenostima, širokoj formaciji prateće letjelice jedine ostvaruju povećanu efikasnost leta pa je jedini način ravnomjerne raspodjele uštede energije zamjena uloga vodeće i pratećih letjelica tokom leta. Ova činjenica postaje vrlo zanimljiva prilikom planiranja i izvedbe budućih letova komercijalnih putničkih zrakoplova u formaciji jer se postavlja pitanje podjele troškova među kompanijama ovisno o njihovim ulogama u takvom letu. Sljedeća posljedica većih uzdužnih udaljenosti je promjena položaja jezgara vrtložne plahte, koje se nakon napuštanja krila vodeće letjelice gibaju slobodno u lokalnoj struji zraka. Također, povećavanjem uzdužne udaljenosti slabi i utjecaj traga pa je učinkovitost takvog leta smanjena.

Velik utjecaj na efikasnost također imaju bočni i vertikalni položaj prateće letjelice u formaciji. Dok je kod leta u bliskoj formaciji relevantan podatak položaj vrha krila vodeće letjelice, kod većih uzdužnih udaljenosti važniji je podatak oblik vrtložne jezgre traga daleko iza vodeće letjelice, odnosno promjena položaja jezgre uslijed slobodnog gibanja u postojećem polju brzina te atmosferskih utjecaja.

Podjela formacijskog s aspekta geometrije rasporeda letjelica u tragu susreće se u praksi najčešće kod akrobatskog leta ili vojnih formacija. Neki primjeri raspodjele le-

tjelica u formaciji su:

- V-formacija – kada su prateće letjelice iza vodeće simetrično s obje strane,
- obrnuta V-formacija – V-formacija okrenuta s obzirom na smjer leta,
- ešalon ili J-formacija – kada su prateće letjelice iza vodeće s jedne strane,
- frontalna ili zid formacija – kada je vodeća letjelica u sredini, a prateće u istoj ravnini s jedne i druge strane,
- dijamant – prateće letjelice iza vodeće formiraju oblik dijamanta, najčešće u bliskoj formaciji,
- nesimetrična ili formacija četiri prsta – kada je iza vodeće letjelice s jedne strane samo jedna prateća, a s druge strane dvije prateće letjelice,
- formacija u liniji – kada su prateće letjelice direktno iza vodeće.

U znanstvenoj literaturi predmet analize su najčešće ešalon formacija i V-formacija, dok [75] uspoređuje prednosti leta u tri različite formacije.

Sljedeća definicija vrste formacije je po njenim članovima, da li su sve letjelice u formaciji iste geometrije ili različite. Formacije istih letjelica u literaturi su najčešće, efekti utjecaja položaja u tragu pojedinog člana su isti za sve prateće zrakoplove u formaciji te je analiza takve formacije najjednostavnija. U miješanoj formaciji, u kojoj sudjeluju letjelice različite geometrije utjecaj položaja na različite letjelice je različit, odnosno efekti leta u formaciji ne ovisi samo o relativnom položaju između letjelica. Miješane formacije su tipične za ranije spomenute MUM-T zadaće pri čemu mogu biti velike razlike u geometriji letjelica, primjerice i do nekoliko puta manjeg raspona krila.

U ovom radu predmet analize su bliske ešalon formacije, istih letjelica u formaciji, kao i miješana formacija.

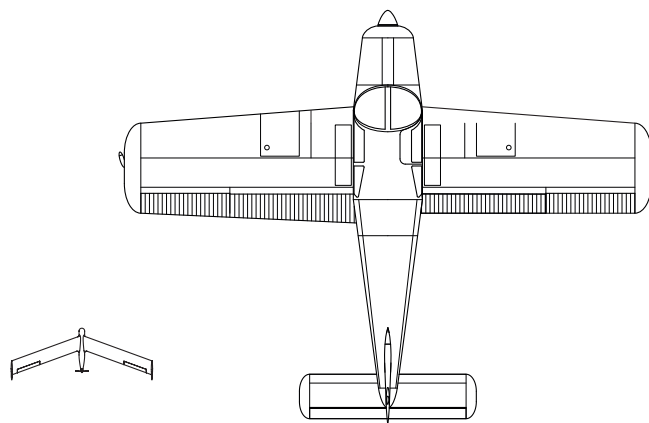
4.2.1. Preliminarna analiza miješane formacije

Na početku ovog istraživanja provedena je analiza aerodinamičke interferencije formacijskog leta primjenom modificirane metode noseće linije uz pretpostavku krutog

Tablica 4.1: Osnovni podaci o letjelicama A i B

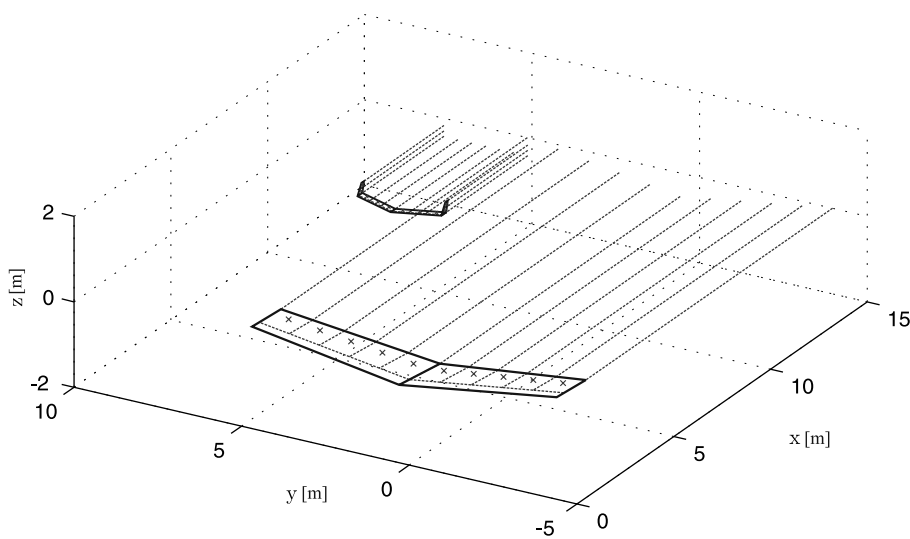
	Letjelica A	Letjelica B
raspon krila, b	9,15 m	2,50 m
korijenska tetiva krila, c_r	2,12 m	0,25 m
vršna tetiva krila, c_t	1,50 m	0,25 m
kut strijele 1/4 tetive krila, $\Lambda_{1/4}$	1,48°	20°
kut dihedrala, Φ	6°	0°
referentna površina krila, S_{ref}	16,56 m ²	0,63 m ²
tipična masa, m	1088 kg	5,50 kg
kut uvijanja krila, $\alpha_t - \alpha_r$	-2°	0°
koeficijent nultog otpora, C_{D_0}	0,026	0,0068
konfiguracija letjelice	krilo-trup-rep	leteće krilo
vrsta pogona	propelerski s klipnim motorom	propelerski s el. motorom
izvor podataka	[77]	[78]

traga [76]. Za formaciju je promatrana miješana formacija u kojoj su dvije letjelice različite geometrije s podacima danim u tablici 4.1, a vizualna usporedba veličina letjelica prikazana je na slici 4.2.



Slika 4.2: Usporedba veličine članova miješane formacije

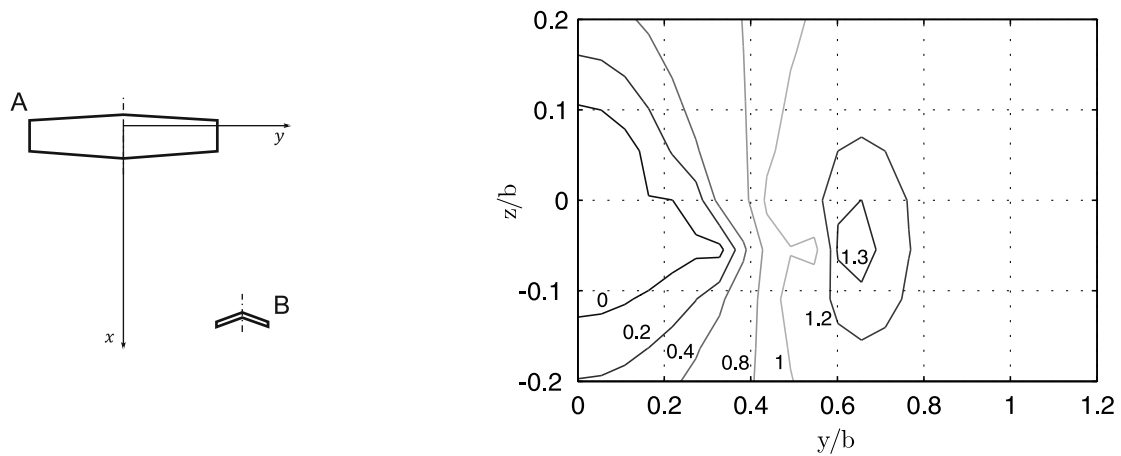
Analiza formacijskog leta provedena je za stacionarni režim pravocrtnog ravnotežnog leta u standardnoj atmosferi na visini od 500 m brzinom 45 m/s. Promjena efikasnosti leta pratećeg člana formacije definirana je kao omjer njene sile uzgona L i otpora D izražen u postotku omjera L/D iste letjelice dok leti u slobodnoj struji zraka pri istim uvjetima leta. Trag horizontalnog i vertikalnog repa vodeće letjelice je zanemaren, odnosno model čine samo diskretizirana krila promatranih letjelica, kako je prikazano na slici 4.3 za jedan međusobni položaj.



Slika 4.3: Prikaz relativnog položaja članova formacije, diskretizacije krila i krutog vrtložnog traga

Rezultati analize miješane formacije vodeće letjelice A i prateće letjelice B, u istim uvjetima leta prikazana je na slici 4.4, konturnom dijagramu promjene omjera sile uzgona i otpora L/D prateće letjelice u odnosu na samostalni let, a u ovisnosti o položaju prateće letjelice u koordinatnom sustavu vodeće letjelice. Vidljiva je promjena položaja optimalnog područja, gdje prateća letjelica ostvaruje do 136% baznog L/D , prvenstveno zbog smanjenja otpora, u blizini vrha krila vodeće letjelice $y/b = 0,65$, $z/b = -0,05$. Pored prikazanih rezultata za potreban otklon elevona prateće letjelice kojim bi se korigirao inducirani moment valjanja procijenjen je mali iznos, čime je potvrđena ostvarivost stacionaranog leta promatrane bliske miješane formacije.

Osim utjecaja pozicije prateće letjelice, od interesa je bilo istražiti i utjecaj geome-



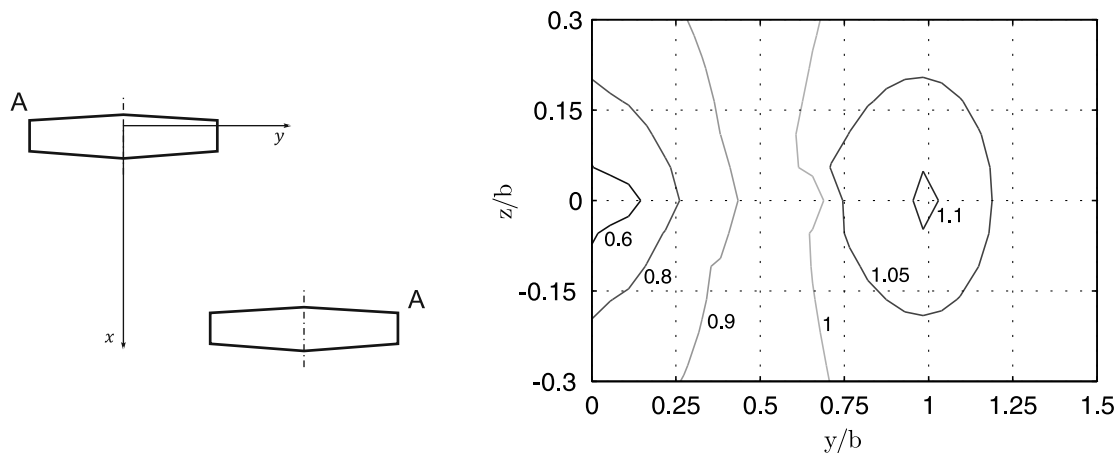
Slika 4.4: Promjena L/D pratećeg zrakoplova B u formaciji iza zrakoplova A

trije letjelice u tragu te je ista analiza provedena za formaciju dvije letjelice A. Na slici 4.5 prikazan je rezultat L/D takve formacije. Na konturnom dijagramu promjene L/D sa slike 4.5 uočljivo je da su najveće vrijednosti L/D od 117% L/D za iznosa L/D za izoliranu letjelicu A, što je značajno manje nego u miješanoj formaciji. Pored toga područje u kojem L/D poprima najveće vrijednosti nalazi se na drugoj poziciji (poklapanjem položaja vrha lijevog krila prateće letjelice s vrhom desnog krila vodeće, $ry/b = 1, z/b = 0$) u odnosu na optimalnu poziciju za miješanu formaciju.

Ovakav model aerodinamičke interferencije formacijskog leta ograničen je na male napadne kutove, ne uzima u obzir karakteristike profila krila, otpor trenja te povijanje traga, odnosno donekle je primjenjiv za stacionarne uvjete leta. Numerički model aerodinamičke interferencije formacijskog leta razvijen te ilustriran primjerima u ovom radu nema prethodno spomenuta ograničenja te može simulirati složene aerodinamičke pojave pri prijelaznim fazama leta u vrtložnom tragu letjelica u formaciji.

4.3. Praktična primjena formacijskog leta

Ukoliko se opisani princip leta u formaciji i mehanizam kojim se ostvaruje poboljšana efikasnost leta primjeni na veći broj letjelica, postavlja se pitanje kako ukupan broj članova može utjecati na efikasnost formacije. Jednostavnim relacijama proizašlim iz teoretske procjene performansi zrakoplova, pokazano je [75] da porast efikasnosti formacije



Slika 4.5: Promjena L/D pratećeg zrakoplova A u formaciji iza zrakoplova A

s povećanjem broja njenih članova brzo slabi. Spomenute relacije izvedene se uz pretpostavku maksimalnog teoretskog smanjenja induciranog otpora na svakom sljedećem članu formacije, što u praksi sigurno neće biti slučaj pa se može zaključiti da će ukupan utjecaj još brže slabiti. Pošto dodavanjem članova u formaciju, iz perspektive upravljanja, komunikacije i određivanja relativnih međusobnih položaja članova, problem postaje sve kompleksniji, za očekivati je da će praktična primjena leta u formaciji u početku sadržavati dva ili maksimalno tri člana. Poglavitito iz razloga što se najveći skok u efikasnosti ostvaruje letom dvije letjelice u formaciji u odnosu na njihov samostalan let.

Prilikom razmatranja povećanja broja članova formacije također valja razmotriti i oblike formacija, iako taj aspekt primjene nije predmet analize unutar ovoga rada, valja napomenuti da razvijeni računalni model može biti korišten u jednoj takvoj analizi. Glavni oblici optimalnih formacija koje se mogu koristiti za povećavanje efikasnosti leta su V-formacija, obrnuta V-formacija te ešalon formacija. Svaki od spomenutih oblika ima svojih prednosti i nedostataka, dok optimalan oblik često ovisi o uvjetima leta, misiji te ograničenjima. Primjerice, osnovna prednost obrnute V-formacije je približno simetrična raspodjela aerodinamičkog opterećenja na krilu zadnjeg člana formacije.

Veća energetska efikasnost u praksi rezultira smanjenom potrošnjom goriva, što let u formaciji čini posebno zanimljivim iz perspektive leta komercijalnih transportnih i putničkih zrakoplova. Nesimetrična raspodjela aerodinamičkog opterećenja na krilu pratećeg zrakoplova, pogotovo tijekom dugotrajnijih faza leta, izazvala bi nepredviđena

aerodinamička opterećenja na postojećim konstrukcijama zrakoplova. Iako veliki putnički i transportni zrakoplovi lete u pretežno simetričnim uvjetima aerodinamičkog opterećenja, njihove konstrukcije moraju biti sposobne podnijeti udare vjetra, a samim time i nesimetričnu raspodjelu opterećenja. Preliminarne procjene [22] sugeriraju da bi konstrukcije većine postojećih zrakoplova podnijele let u formaciji unutar granica postojećih konstrukcijskih ograničenja, ali samo u fazama krstarećeg leta.

Danas se velik broj letova, pogotovo onih prekooceanskih, odvija sličnim rutama u gotovo isto vrijeme, što nameće ideju iskorištavanja ovog potencijala primjenom formacijskog leta. Valja istaknuti da bi, pored očitog povećanja efikasnosti te posljedično smanjenja potrošnje goriva, ovakav način letenja stvorio i brojne logističke izazove, poput problema planiranja mjesta i vremena susreta dvaju zrakoplova te produljenje trajanja leta. Postoji već čitav niz istraživanja koja se bave pronalaženjem optimalnih strategija kojima bi se postojeće mreže zrakoplovnih ruta iskoristile za što veći broj formacijskih letova [79]. Preliminarne procjene [80] pokazuju da je u ekstremnim slučajevima moguće ostvariti gotovo 10% uštede u ukupnoj potrošnji goriva dvaju putničkih zrakoplova na bliskim rutama.

Iako trenutno važeća regulativa eksplicitno zabranjuje let u formaciji, očekuje se da će u bliskoj budućnosti strategiju letenja u formaciji s ciljem manje potrošnje goriva prvo koristiti vojska, a zatim i transportni avioprijevoznici. S druge strane, brojne vojske svijeta već desetljećima rutinski koriste let u formaciji, ali primarno u taktičkom ili logističkom smislu. Iz perspektive upravljanja, formacijski let je puno kompleksniji za njegove članove, no u isto vrijeme postaje jednostavniji za kontrolu leta, što bi se u budućnosti moglo iskoristiti za rješavanje problema prometno zakrčenog neba. U iznimnim slučajevima kada je formacijski let dozvoljen, kontrolori leta u SAD-u formaciju već tretiraju kao let jednog (vodećeg) zrakoplova. Prije nago što zakonodavci dozvole formacijski let na komercijalnim rutama putničkih i transportnih zrakoplova, predstoji nam intenzivno razdoblje ispitivanja i identifikacije potencijalnih problema.

4.4. Numerička implementacija razvijenog modela za formacijski let

Numerički model razvijen u poglavlju 3.3. ovdje je prilagođen primjeni za formacijski let. Algoritam mu je organiziran na jednak način, shematski prikazan na slici 3.4, uz nekoliko izmjena u pojedinim fazama algoritma, detaljno opisanim u nastavku.

Noseće površine svakog člana formacije definiraju se i diskretiziraju na isti način kao i kod samostalnog leta, ali se dimenzije definiraju u lokalnom koordinatnom sustavu svake pojedine letjelice (x_N, y_N, z_N) , gdje je N indeks člana formacije. Podaci o putanji i stavu svake letjelice definirani su u inercijalnom koordinatnom sustavu (X, Y, Z) te su poznati u svakom diskretnom vremenskom trenutku simulacije.

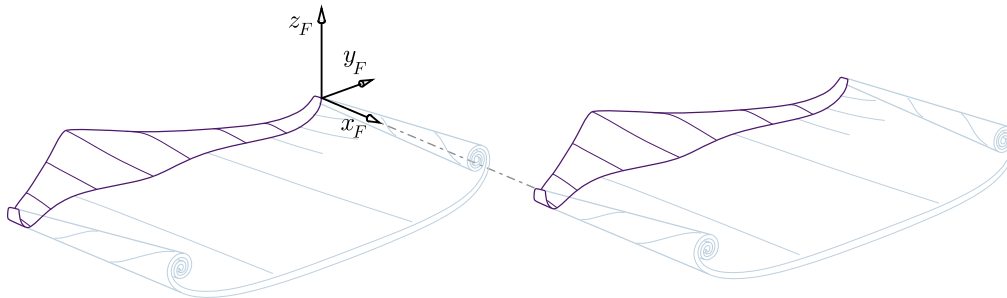
4.4.1. Relativni položaj članova formacije

Kako bi se opisao međusobni položaj članova formacije potrebno je definirati novi koordinatni sustav. Pošto na većim uzdužnim udaljenostima članova formacije podatak u obliku vrtložne jezgre u praksi nije poznat, za potrebe definiranja relativnog položaja prateće letjelice u odnosu na vodeću uvodi se koordinatni sustav formacije prema slici 4.6.

Prema definiciji uzdužna udaljenost bit će označena x_F koordinatom izlaznog ruba vršne tetive krila pratećeg zrakoplova, bočna udaljenost koordinatom y_F , a vertikalna udaljenost z_F . Slijedom navedenog y_F i z_F koordinate biti će jednake nuli u slučaju kada se položaj vrha lijevog krila prateće letjelice nalazi upravo na pravcu iz vrha desnog krila vodeće letjelice duž x_F osi koordinatnog sustava formacije. Ukoliko se formacija sastoji od više članova, uvode se dodatni koordinatni sustav po istom principu.

4.4.2. Matrica utjecaja za formaciju

Geometrija rešetke panela nosećih površina svakog pojedinog člana formacije poznata je u svakom novom vremenskom trenutku simulacije te isto tako i položaj kontrolnih točaka u kojima je potrebno zadovoljiti rubni uvjet tangencijalnog strujanja. U ovoj



Slika 4.6: Definicija koordinatnog sustava formacije

formulaciji numeričkog modela svaki vezani prstenasti vrtlog utječe na sve ostale vezane prstenaste vrtloge pa matrica koeficijenta utjecaja \mathbf{A} za primjenu u formacijskom letu poprima dimenzije $M \times M$

$$M = \sum_{N=1}^H m_N, \quad (4.1)$$

gdje je H je ukupan broj članova formacije, m_N je ukupan broj panela na nosećim površinama diskretizirane geometrije N -tog člana formacije.

Elementi matrice \mathbf{A} mijenjat će svoje iznose svakom promjenom geometrije formacije, odnosno svakom promjenom relativnog položaja njenih članova. Ova činjenica povoljno utječe na numeričku efikasnost algoritma, pošto je u svakom vremenskom trenutku potrebno obaviti samo jedan izračun vrijednosti matrice, dok iterativni postupak sprežanja ne zahtjeva ponovni izračun vrijednosti matrice \mathbf{A} .

Otpuštanje vrtloga s izlaznih rubova nosećih površina članova formacije odvija se na način opisan u originalnoj implementaciji algoritma 3.3. RHS vektor čine elementi određeni jednađbom (3.23) uz napomenu da ovdje vrijednosti indeksa kontrolnih točaka panela, vezanih prstenastih vrtloga, panela, sekcija, slobodnih prstenastih vrtloga traga i čvorova vrtložne plahte poprimaju vrijednosti redom kojim nastaju te je njihov ukupan broj proporcionalan broju članova formacije i razini diskretizacije njihovih nosećih površina.

Na ovaj način pripremljeni su svi elementi potrebni za rješavanje sustava linearnih jednađbi kojima se određuju nepoznati intenziteti cirkulacije svih vezanih vrtloga

sustava

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1M} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1} & a_{M2} & \cdots & a_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \vdots \\ \Gamma_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RHS_1 \\ RHS_2 \\ \vdots \\ RHS_M \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Kroz sljedeće korake algoritma odvija se iterativni postupak sprežanja, čija je procedura opisana u poglavlju 3.2.3. Postupak pronalaženja rješenja sustava linearnih jednadžbi ponavlja se svakim prolaskom kroz petlju iterativnog postupka sprežanja uslijed promjena vrijednosti članova vektora **RHS**.

4.4.3. Aerodinamičko opterećenje i sile u formaciji

Aerodinamička sila koja djeluje na svaki panel nosećih površina članova formacije, kao doprinos jednog panela ukupnoj sili cijele formacije, može se definirati analogno jednadžbi (2.20)

$$\Delta \mathbf{F}_k = -\Delta p_k \Delta S_k \mathbf{n}_k, \quad k = 1 \cdots M, \quad (4.3)$$

gdje indeks panela k , za razliku (2.20), poprima vrijednosti 1 do M . Uz pomoć ovog izraza moguće je odrediti silu uzgona i momente koji djeluju na svaku noseću površinu pa je aerodinamička sila koja djeluje na N -tog člana formacije

$$\mathbf{F}_N = \sum_{k=M_{\kappa-1}+1}^{M_{\kappa}} \Delta \mathbf{F}_k, \quad N = 1 \cdots H, \quad (4.4)$$

gdje je M_{κ} indeks zadnjeg panela N -tog člana formacije jednak

$$M_{\kappa} = \sum_{N=1}^{\kappa} m_N, \quad \kappa = 1 \cdots H. \quad (4.5)$$

Sila uzgona N -tog člana formacije L_N određuje se iz \mathbf{F}_N te se uvodi koeficijent nazvan omjer uzgona člana formacije, definiran na sljedeći način

$$k_{LF} = \frac{(L_N)_{if}}{(L_N)_{of}}. \quad (4.6)$$

Ovaj koeficijent zamišljen je kao mjera promjene sile uzgona koja djeluje na člana formacije dok leti u formaciji $(L_N)_{if}$ (engl. *In Formation*) u odnosu na let istog člana van formacije $(L_N)_{of}$ (engl. *Out of Formation*).

Pošto će sila otpora procijenjena uz pomoć \mathbf{F}_N u pravilu biti većih iznosa od očekivane, sila inducirano otpora člana D_{ind_N} procjenjuje se integracijom u Trefftzovoj ravnini prema jednadžbi (3.18), dok se sila nultog otpora člana D_{0_N} određuje uz pomoć jednadžbe (3.19) pa je ukupan otpor N -tog člana formacije

$$D_N = D_{0_N} + D_{ind_N}. \quad (4.7)$$

Kako bi se procijenio utjecaj uštede energije na cijelu formaciju, uvodi se koeficijent nazvan omjer otpora formacije, definiran na sljedeći način

$$K_{DF} = \frac{\sum_{N=1}^H (D_N)_{if}}{\sum_{N=1}^H (D_N)_{of}}. \quad (4.8)$$

Uvedeni koeficijent zapravo je mjera promjene ukupne sile otpora svih H članova u formacijskom letu u odnosu na ukupnu silu otpora svih članova formacije, kada bi u istim uvjetima letjeli samostalno. Indeksi sile otpora D_N za let u formaciji $()_{if}$ i van formacije $()_{of}$ uvedeni su na jednak način kao kod sile uzgona. Za potrebe analize utjecaja leta u formaciji na svakog člana pojedinačno uvodi se omjer otpora člana formacije

$$k_{DF} = \frac{(D_N)_{if}}{(D_N)_{of}}, \quad (4.9)$$

što može biti zanimljivo u analizi miješane formacije u kojoj sudjeluju avioni različite geometrije.

4.4.4. Određivanje ravnotežnog leta primjenom razvijenog modela

Pretpostavka iterativnog postupka je zanemariva promjena koeficijenta sile uzgona C_L uslijed otklona kormila visine δ_m , što je prihvatljiva pretpostavka za let u formaciji koji je najčešće u režimu krstarenja, kada su ti otkloni malih iznosa. Letjelica mase m , referentne površine krila S_{ref} leti horizontalno u zadanim uvjetima leta gdje je q dinamički tlak zraka, a g gravitacijsko ubrzanje.

Iterativni postupak izvodi se na sljedeći način:

1. Odrediti potreban koeficijent sile uzgona $(C_L)_{trim}$ za ostvarivanje ravnotežnog leta

$$(C_L)_{trim} = \frac{mg}{q S_{ref}} . \quad (4.10)$$

2. Provesti stacionarnu analizu horizontalnog leta pri napadnom kutu $\alpha_n = \Delta\alpha_{n-1}$, s otklonom kormila visine $\delta_m = \delta_{m_0}$ te odrediti koeficijent sile uzgona $(C_L)_n$.

3. Izračunati korekciju napadnog kuta letjelice

$$\Delta\alpha_n = \Delta\alpha_{n-1} + \frac{(C_L)_{trim} - (C_L)_n}{2\pi} . \quad (4.11)$$

4. Ponavljati korake 2.–3. dok se na zadovolji uvjet $|(C_L)_{trim} - (C_L)_n| \leq \epsilon_\Lambda$ te nakon toga spremite napadni kut pri kojem je zadovoljen uvjet konvergencije

$$\alpha_{trim} = \alpha_n . \quad (4.12)$$

5. Provesti stacionarnu analizu horizontalnog leta pri napadnom kutu α_{trim} i otklonu kormila visine $(\delta_m)_\nu = \Delta(\delta_m)_{\nu-1}$ te odrediti koeficijent momenta propinjanja $(C_m)_\nu$.

6. Izračunati korekciju otklona kormila visine

$$\Delta(\delta_m)_\nu = \Delta(\delta_m)_{\nu-1} - \frac{(C_m)_\nu}{(C_{m_{\delta_m}})_{konf}} . \quad (4.13)$$

7. Ponavljati korake 5.–6. dok se na zadovolji uvjet $|(C_m)_{trim}| \leq \epsilon_\Pi$ te na kraju spremite otklon pri kojem je zadovoljen uvjet konvergencije

$$(\delta_m)_{trim} = (\delta_m)_\nu . \quad (4.14)$$

Tipične vrijednosti parametara tolerancije konvergencije za ravnotežni let iznose $\epsilon_\Lambda = 10^{-2}$ te $\epsilon_\Pi = 10^{-4}$, dok indeksi n i ν označavaju broj iteracije svake petlje. Za prve iteracije petlji vrijedi

$$\Delta\alpha_{n-1} = \Delta\alpha_0 = 0 , \quad \Delta(\delta_m)_{\nu-1} = \Delta\delta_{m_0} = 0 . \quad (4.15)$$

Vrijednost konstante gradijenta momenta propinjanja po otklonu kormila visine $(C_{m_{\delta_m}})_{konf}$ za iterativni postupak određivanja ravnotežnog leta poprima vrijednost koja

ovisi o vrsti i konfiguraciji analizirane letjelice. Za letjelicu konvencionalne konfiguracije tipična vrijednost $(C_{m_{\delta_m}})_{konf}$ je negativna.

Početna vrijednost nultog otklona kormila visine iznosi $\delta_{m_0} = 0$. Ukoliko se želi provesti točnija analiza ravnotežnog leta može se uključiti ovisnost koeficijenta uzgona C_L o otklonu kormila visine δ_m , iterativni postupak opisan koracima 2.–7. potrebno je ponoviti nekoliko puta. Vrijednost nultog otklona kormila visine svakim novim prolaskom kroz korake 2.–7. poprima finalnu vrijednost i prethodnog prolaska kroz opisanu petlju $\delta_{m_0} = (\delta_m)_{trim}$.

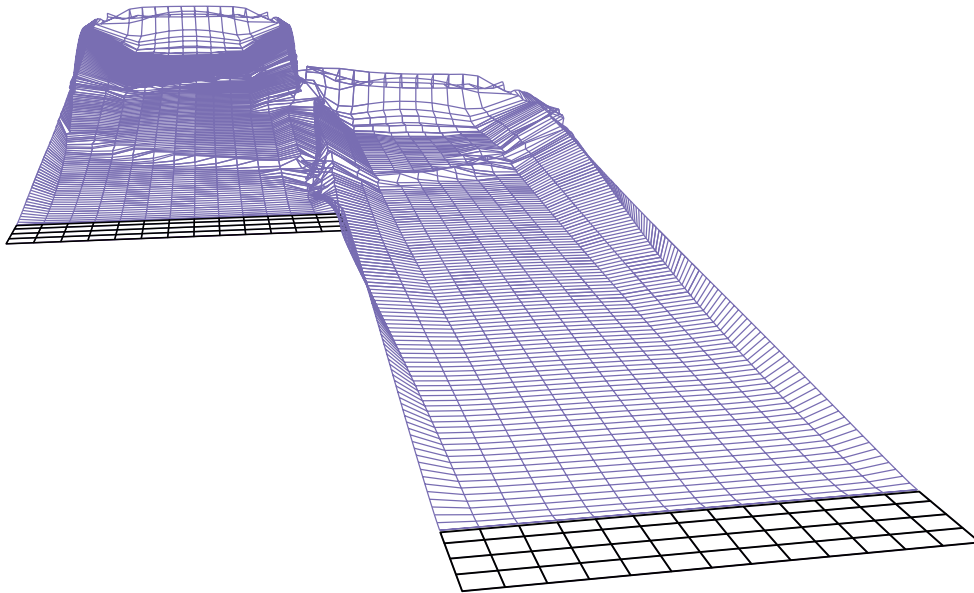
4.5. Jednostavan primjer leta u formaciji primjenom razvijenog modela

Primjer simulacije ubrzavanja krila iz poglavlja 3.5.2. proširen je ovdje formacijom na način da isto krilo predstavlja vodeću i prateću letjelicu, s međusobnom udaljenošću od osam raspona krila uz $y_F/b = 0$ i $z_F/b = 0$. Za ovaj primjer profil oba krila je NACA0012, za razliku od primjera iz poglavlja 3.5.2. gdje je pretpostavljen tanki profil s $a_0 = 2\pi$.

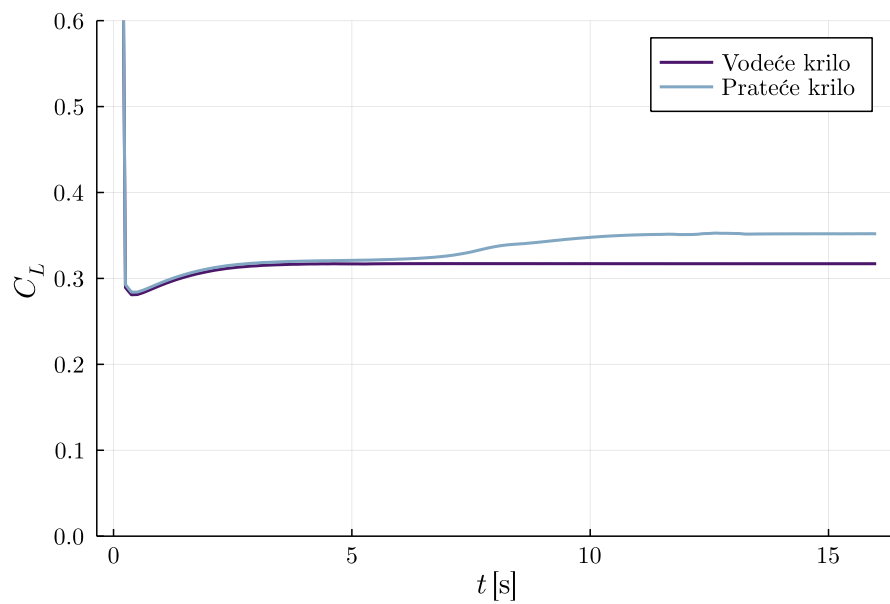
Na slici 4.7 prikazan je vrtložni trag oba krila u formaciji. Uočljivo je dodatno povijanje traga vodećeg krila u blizini pratećeg u odnosu na trag izoliranog krila sa slike 3.14.

Promjena koeficijenta sile uzgona u vremenu pri promatranom naglom ubrzavanju formacije prikazana je na slici 4.8 za vodeće i prateće krilo. Rezultati za vodeće krilo su u skladu s rezultatima izoliranog krila sa slike 3.15, dok koeficijent sile uzgona pratećeg krila ima očekivano veći iznos od trenutka približavanja tragu vodećeg krila.

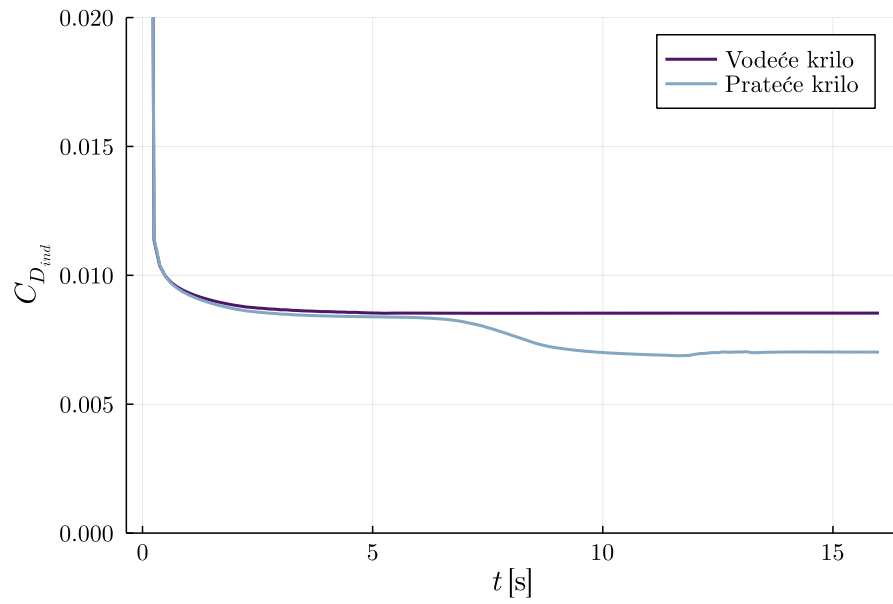
Rezultati za koeficijent sile inducirano otpora vodećeg krila su u skladu s rezultatima izoliranog krila sa slike 3.16, dok se za prateće krilo koeficijent inducirano otpora mijenja od trenutka približavanja tragu vodećeg krila. Suprotno očekivanju, uz povećanje koeficijenta uzgona pratećeg krila njegov koeficijent inducirano otpora se smanjuje, što se može objasniti povoljnom pozicijom u tragu, analogno rezultatima sa slike 4.3. Utjecaj položaja prateće letjelice u tragu bit će predmet daljnje analize.



Slika 4.7: Razvoj vrtložnog traga formacije dva pravokutna krila pri naglom ubrzavanju



Slika 4.8: Usporedba tranzijentnog koeficijenta sile uzgona pratećeg i vodećeg krila u formaciji



Slika 4.9: Usporedba tranzijentnog koeficijenta sile induciranog otpora pratećeg i vodećeg krila u formaciji

5 | Numerički eksperimenti

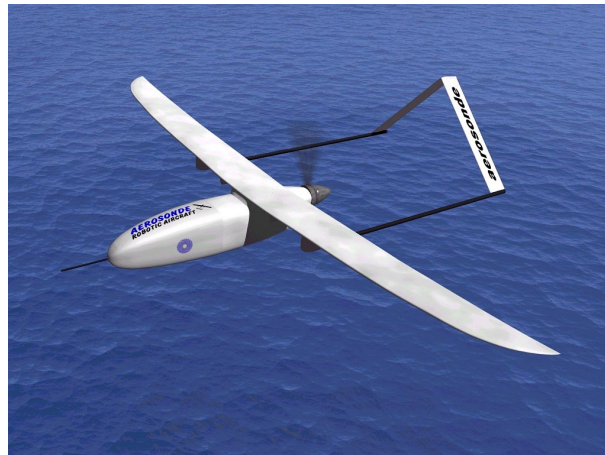
Razvijeni numerički model aerodinamičke interferencije formacijskog leta prvo je primijenjen za numeričke eksperimente pri stacionarnom strujanju s ciljem analiziranja optimalnog pozicioniranja članova formacije u vrtložnom tragu te efikasnosti leta. Potom se na primjeru složenog gibanja članova formacije demonstriraju mogućnosti implementiranog numeričkog modela pri nestacionarnim fazama leta u nestacionarnom strujanju. Navedeni numerički eksperimenti izvedeni su uz pomoć aerodinamičkog modela male bespilotne letjelice *Aerosonde* kao člana formacije.

5.1. Opis letjelice člana formacije

Bespilotna letjelica *Aerosonde* prikazana na slici 5.1 razvijena je primarno za misije prikupljanja meteoroloških podataka iznad oceana i teže dostupnih lokacija na kopnu. Kasnije je modificirana za vojnu upotrebu u misijama nadzora i izviđanja.

Povijesni značaj ove letjelice je prvi samostalni prelet Atlantskog oceana od strane bespilotne letjelice, a istovremeno je postala i najlakša letjelica koja je ostvarila ovaj poduhvat. Ostvarila ga je 1998. godine *Aerosonde* nadimka *Laima*, kada je udaljenost od 3.270 km između Newfoundlanda u Kanadi i otoka Benbecula u Škotskoj prevalila za nešto manje od 27 sati uz ukupnu potrošnju goriva od 5,7 kg. Let je ostvaren autonomno, osim u fazi polijetanja i slijetanja, na prosječnoj visini od 1.680 m.

Odabrana je kao predmet analize zbog dostupnosti podataka [81] te činjenice da je korištena u sličnim analizama [82]. Pogonjena je benzinskim motorom snage 1,28 kW, a



Slika 5.1: Bepilotna letjelica Aerosonde [84]

u tipičnom scenariju primjene može ponijeti 2 kg korisnog tereta. Njeni osnovni podaci dani su u tablici 5.1, dok su dimenzijski crtež i aerodinamički koeficijenti dani u prilogu A.1., preuzeti iz [83].

5.2. Stacionarni let u bliskoj formaciji

U ovom numeričkom eksperimentu cilj je procijeniti efikasnost formacijskog leta u stacionarnim uvjetima strujanja u ovisnosti o položaju prateće letjelice u vrtložnom tragu vodeće. Formaciju čine dvije bespilotne letjelice *Aerosonde* koje u svakoj simulaciji lete na različitim međusobnim položajima bez relativnog pomaka tijekom jedne simulacije. Simulacije se izvode uz pomoć razvijenog nestacionarnog numeričkog modela, na način da se zanemari početna faza simulacije u kojoj su sile i momenti promjenjivog karaktera. U trenutku kada njihove vrijednosti konvergiraju ostvaruje se stacionarno strujanje, koje je od glavnog interesa ove analize.

Diskretizirana geometrija nosećih površina letjelice prikazana je na slici 5.2, izvedena je na način da je krilo diskretizirano sinusoidalnom raspodjelom rešetke vrtloga duž raspona, dok je raspodjela duž tetive i na repu uniformna. Podaci o karakteristikama profila krila i repa, potrebni za iterativni postupak sprežanja, pripremljeni su u bazi podataka.

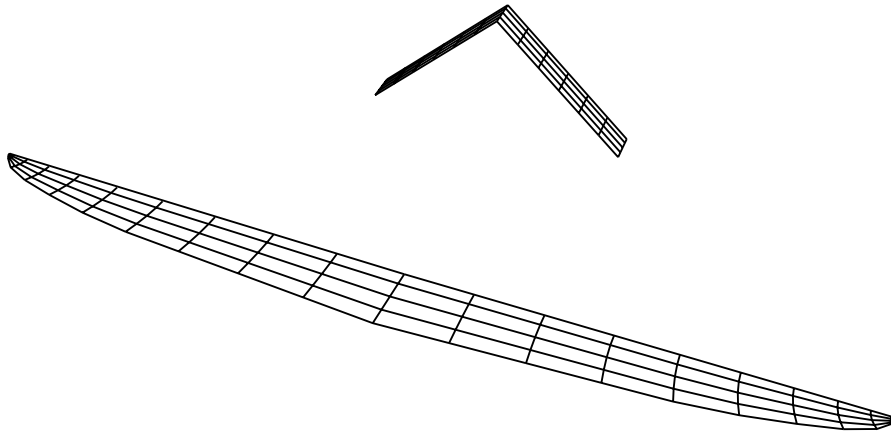
Tablica 5.1: Osnovni podaci letjelice *Aerosonde*

		Aerosonde
raspon krila	b	2,90 m
korijenska tetiva krila	c_r	0,24 m
sred. aerodinamička tetiva krila	c_A	0,20 m
kut strijele izlaznog ruba krila	Λ	0°
kut dihedrala	Φ	0°
referentna površina krila	S_{ref}	0,55 m ²
tipična masa	m	13,50 kg
kut uvijanja krila	$\alpha_t - \alpha_r$	0°
koeficijent nultog otpora	C_{D_0}	0,03
profil krila	-	SD7037
profil repa	-	NACA0012

Prije simulacije formacijskog leta potrebno je definirati uvjete leta za koje se analiza provodi. Pretpostavka je da oba člana formacije lete horizontalno ravnotežno na potrebnom ravnotežnom napadnom kutu i pripadajućim potrebnim otklonima kontrolnih površina, kako bi letjeli samostalno u jednakim uvjetima leta. Za potrebe određivanja ravnotežnog leta proveden je iterativni postupak opisan ranije u poglavlju 4.4.4., za koji je potrebno provesti simulacije samostalnog leta. Zadani uvjeti leta u standardnoj atmosferi bez vjetra i dobiveni parametri ravnotežnog leta dani su u tablici 5.2.

Tablica 5.2: Uvjeti i parametri ravnotežnog leta za *Aerosonde*

		Iznos
visina leta	h	1000 m
brzina leta	V	30 m/s
masa letjelice	m	13.5 kg
ravnotežni napadni kut	$(\alpha)_{trim}$	2,21°
potreban otklon kormila visine	$(\delta_m)_{trim}$	-3.98°

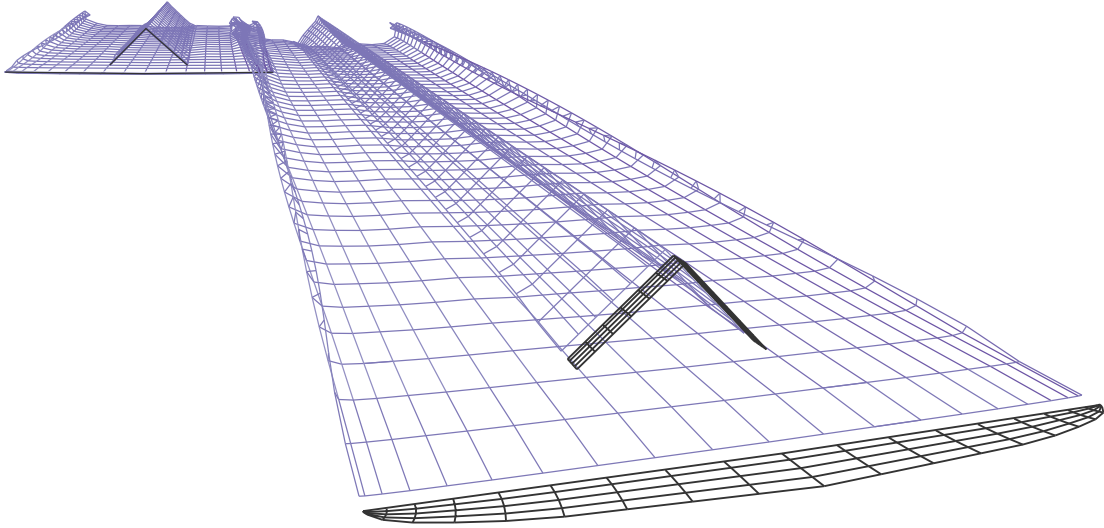
Slika 5.2: Diskretizirana geometrija letjelice *Aerosonde*

5.2.1. Optimalan položaj pratećeg člana formacije

Let kroz vrtložni trag vodećeg člana formacije može imati pozitivan učinak na pratećeg člana ukoliko on leti u optimalnom položaju u tragu. Ovaj utjecaj može biti i negativan, čak do mjere da u određenom položaju prateća letjelica ostvaruje lošiju efikasnost u odnosu na samostalan let te u ekstremnim slučajevima ne može zadržati taj relativan položaj. Kao i u prethodnom primjeru, simulacije se izvode uz pomoć razvijenog nestacionarnog numeričkog modela uz zanemarivanje rezultata početne faze simulacije, odnosno razmatraju se rezultati trenutka kada se ostvari stacionarno strujanje.

Analiza je provedena na tri karakteristične uzdužne udaljenosti članova formacije koje iznose 3, 5 i 10 raspona krila vodećeg člana. Za svaku navedenu udaljenost u ravnini $y_F - z_F$ provedeno je 11×11 analiza s inkrementalnim promjenama y_F i z_F koordinate položaja prateće letjelice u koordinatnom sustavu formacije. Primjer izgleda vrtložnog traga pri stacionarnom strujanju u jednom relativnom položaju članova formacije prikazan je na slici 5.3.

Rezultati analize prikazani su na serijama konturnih dijagrama u ovisnosti o položaju prateće letjelice u ravnini $y_F - z_F$ za tri različite uzdužne udaljenosti. Na slici 5.4 prikazani su rezultati dobivenih omjera otpora formacije K_{DF} , koja izražava mjeru efikasnosti



Slika 5.3: Vrtložni trag pri stacionarnom letu u formaciji gdje se prateći član nalazi na koordinatama $x_F/b = 3$, $y_F/b = -0.25$, $z_F/b = 0$

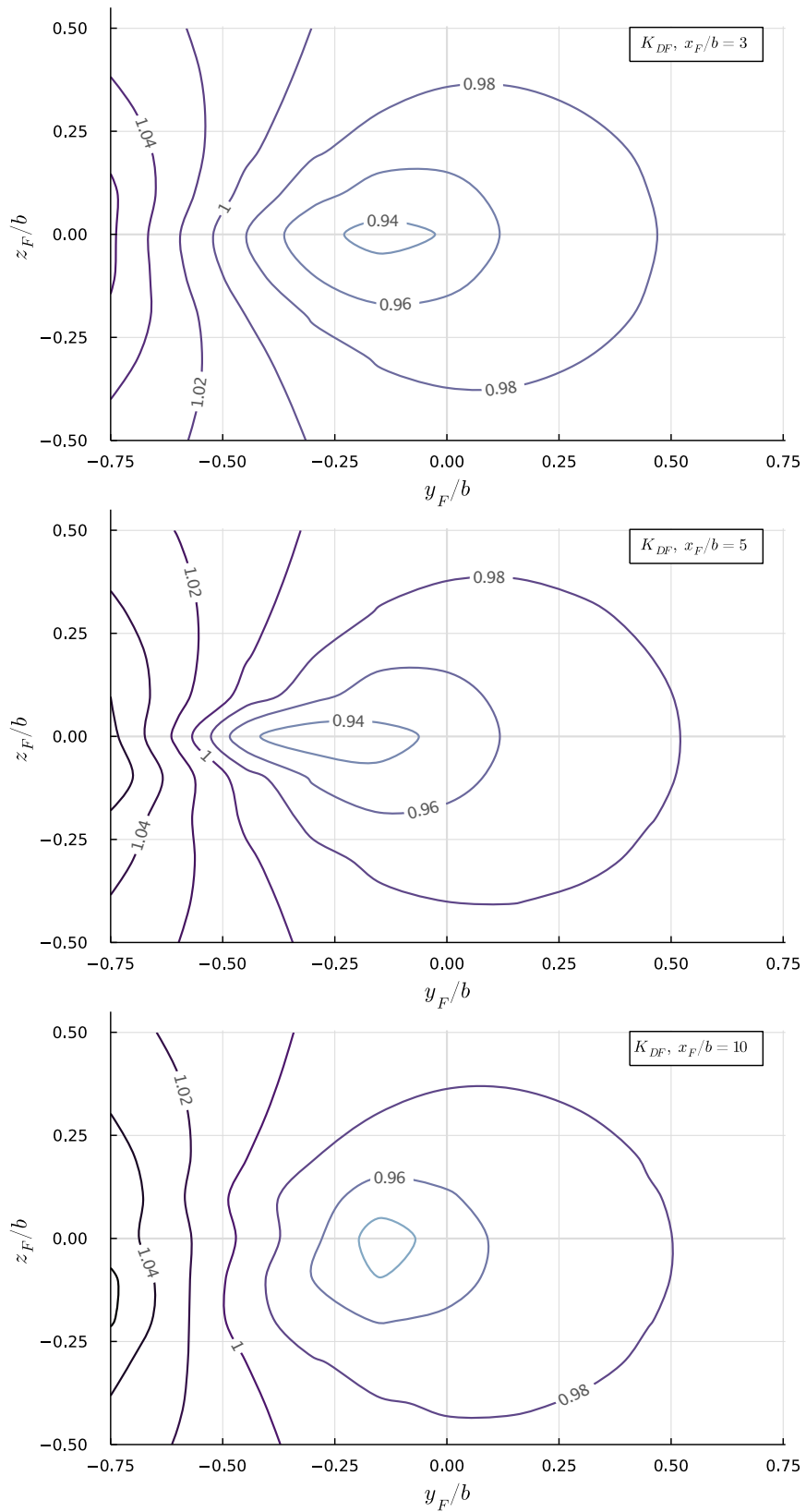
formacijskog leta, odnosno smanjenje ukupnog otpora formacije u odnosu na samostalan let svih njenih članova. Na slici valja primijetiti da je u optimalnom području leta na sve tri uzdužne udaljenosti ostvaren omjer otpora formacije manji od 94%, što odgovara smanjenju otpora formacije za više od 6%. Ova ušteda se ostvaruje u položaju u kojemu se vrhovi krila u ravnini $y_F - z_F$ preklapaju između 30% i 10%, odnosno za $z_F/b = 0$ i $y_F/b = -0.3 \dots -0.1$. S druge strane, u relativnim položajima s y_F/b koordinatom manjom od -0.5, ostvaruje se povećanje omjera otpora formacije. Ove su vrijednosti u skladu s rezultatima iz literature [23] kako je prezentirano u uvodnom poglavlju ovog rada.

Na konturnim dijagramima omjera uzgona člana formacije k_{LF} , prikazanoj na slici 5.5 na način sličan prethodnom može se primijetiti povećanje sile uzgona pratećeg člana od maksimalnog iznosa preko 4%, kod uzdužne udaljenosti $x_F/b = 5$. Ovo povećanje uzgona relativno brzo pada s udaljavanjem od optimalnog područja leta. Kada bi implementirani model aerodinamičke interferencije primijenili u simulaciji formacijskog let sa šest stupnjeva slobode gibanja ili tijekom stvarnog leta zrakoplova, ovo povećanje uzgona iskoristilo bi se za pronalaženje novog ravnotežnog leta s manjim napadnim kutom,

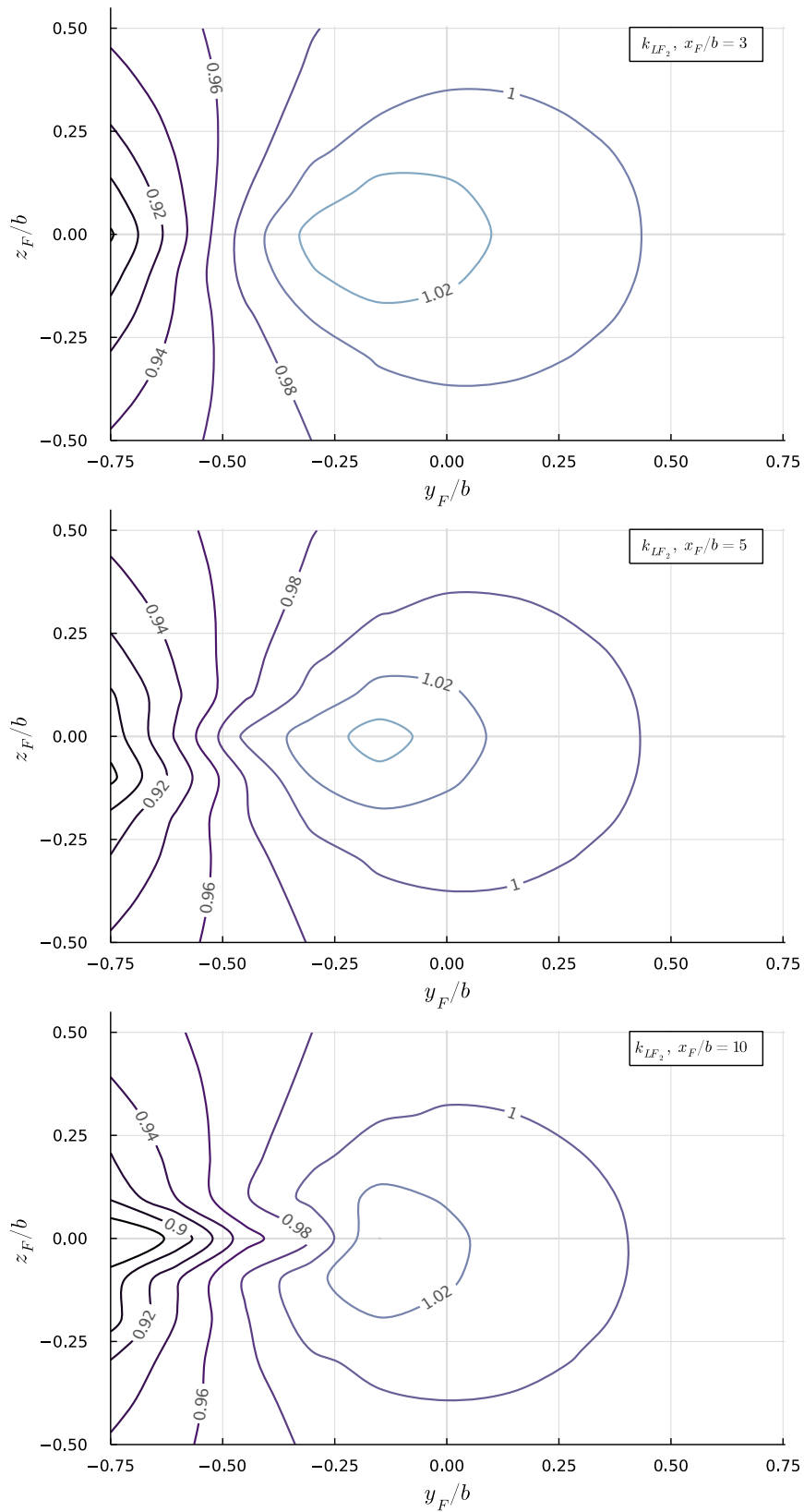
što bi rezultiralo još efikasnijim letom, odnosno smanjenjem omjera otpora formacije.

Kako bi se provjerilo mogućnost zadržavanja pratećeg člana formacije u stacionarnom položaju provedena je analiza aerodinamičkih momenata koji djeluju na letjelicu. Na slikama 5.6 i 5.7 prikazani su konturni dijagrami koeficijenta momenta valjanja prateće letjelice te pripadajući otkloni krilaca potrebni da bi se neutraliziralo moment valjanja koji na nju djeluje. Procjena iznosa potrebnih otklona provedena je uz pomoć aerodinamičkog modela danog u tablici A.1. Iznosi potrebnih otklona u optimalnom području leta su manji od 3° , što se smatra zadovoljavajući s obzorom da je maksimalan iznos otklona na ovoj letjelici $\pm 20^\circ$.

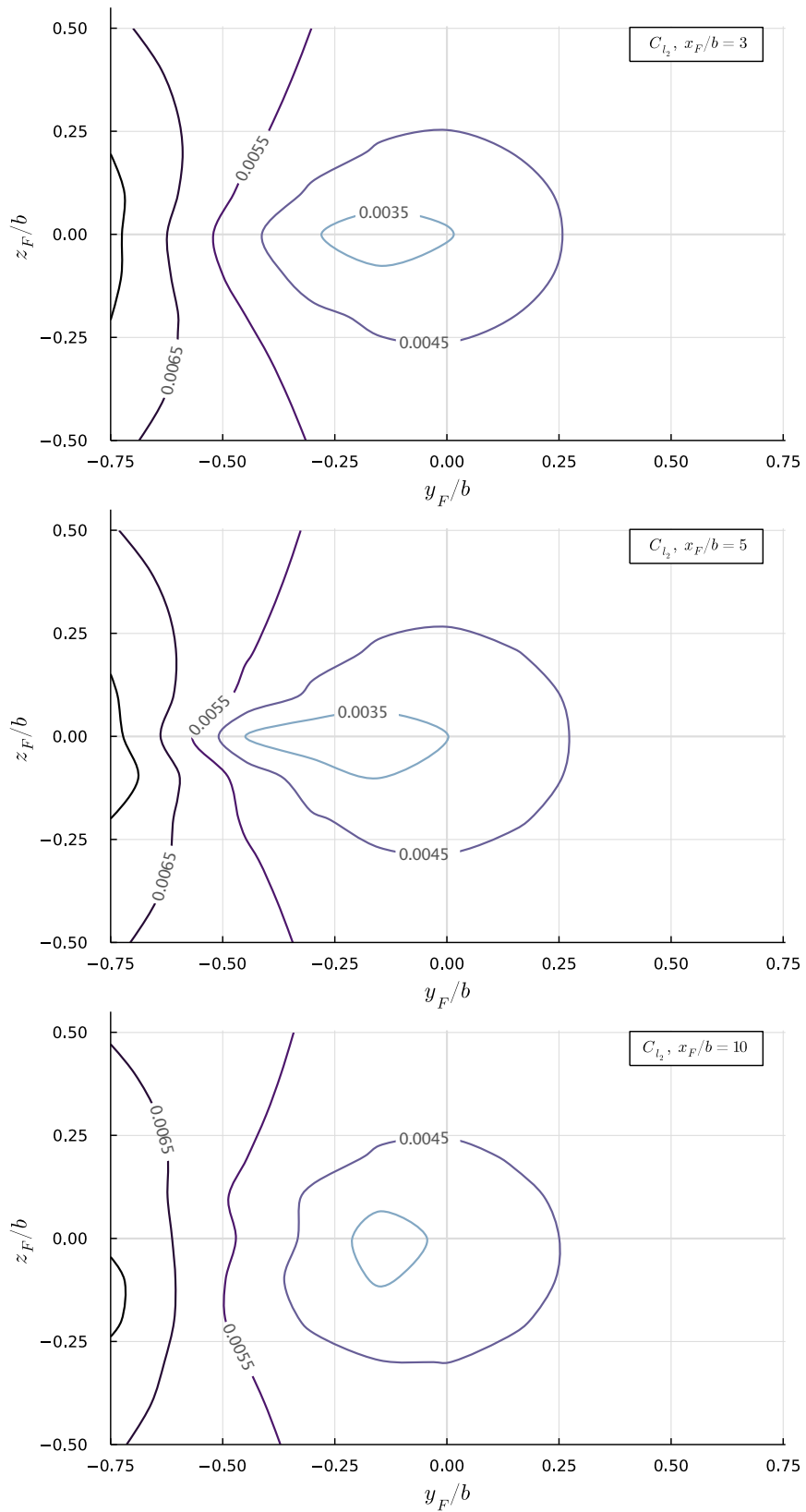
Na sličan način, s ciljem provjere mogućnosti zadržavanja relativnog položaja u uzdužnom smjeru gibanja, provedena je analiza momenta propinjanja koji djeluje na prateću letjelicu. Na slikama 5.8 i 5.7 prikazani su konturni dijagrami koeficijenta momenta propinjanja prateće letjelice te pripadajući otkloni kormila visine potreban za neutralizaciju ovog momenta. Procjena potrebnih otklona napravljena također uz pomoć preuzetog aerodinamičkog modela ove letjelice, a dobiveni su minimalni potrebni iznosi otklona kormila visine. Zbog izrazito malih iznosa momenta skretanja, analiza potrebnih otklona kormila pravca nije provedena pa je zaključeno da njihov otklon nije niti potreban kako bi se zadržalo položaj u stacionarnom formacijskom letu.



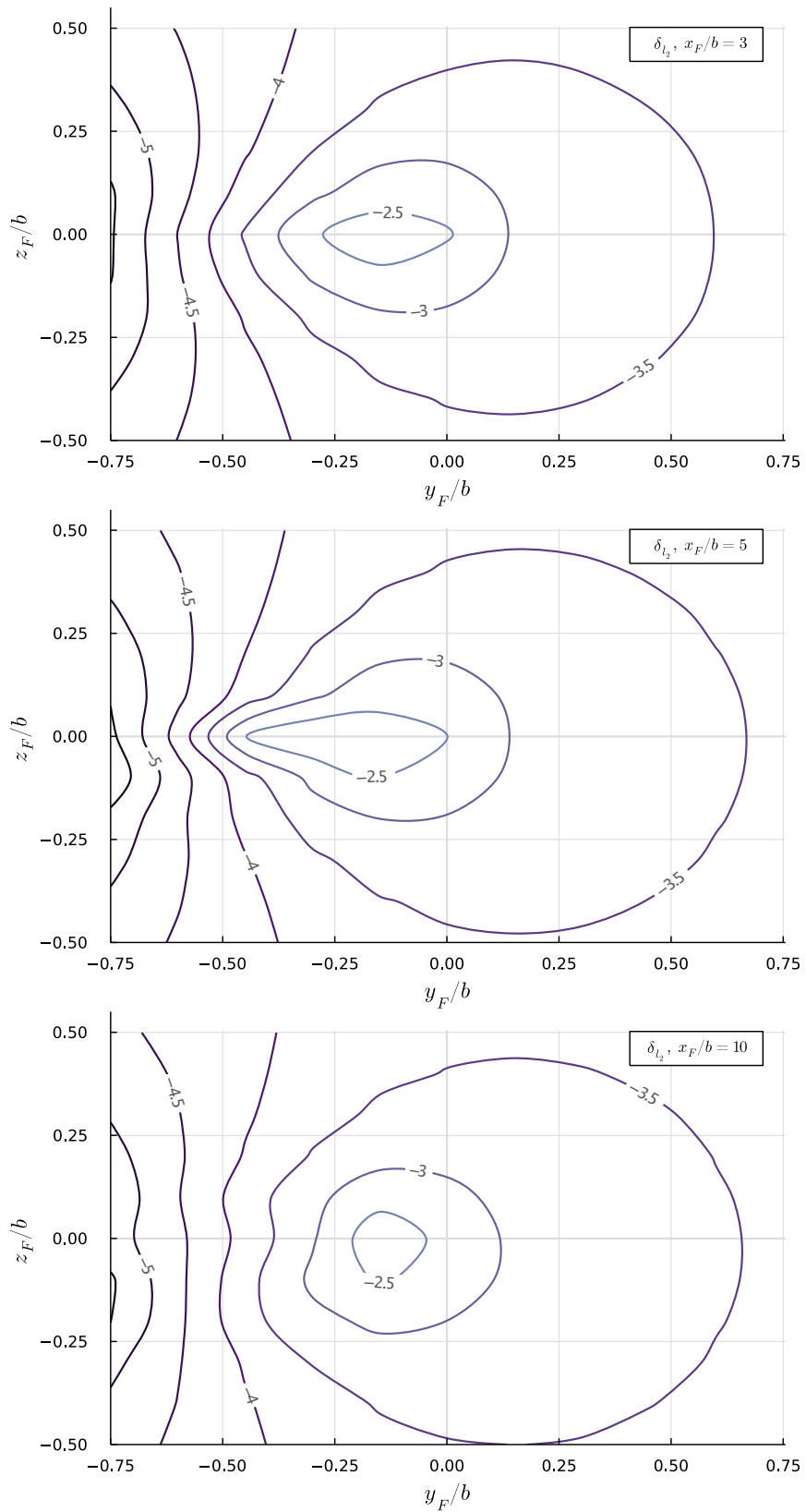
Slika 5.4: Konturni dijagrami omjera otpora formacije K_{DF} , u ovisnosti o položaju prateće letjelice



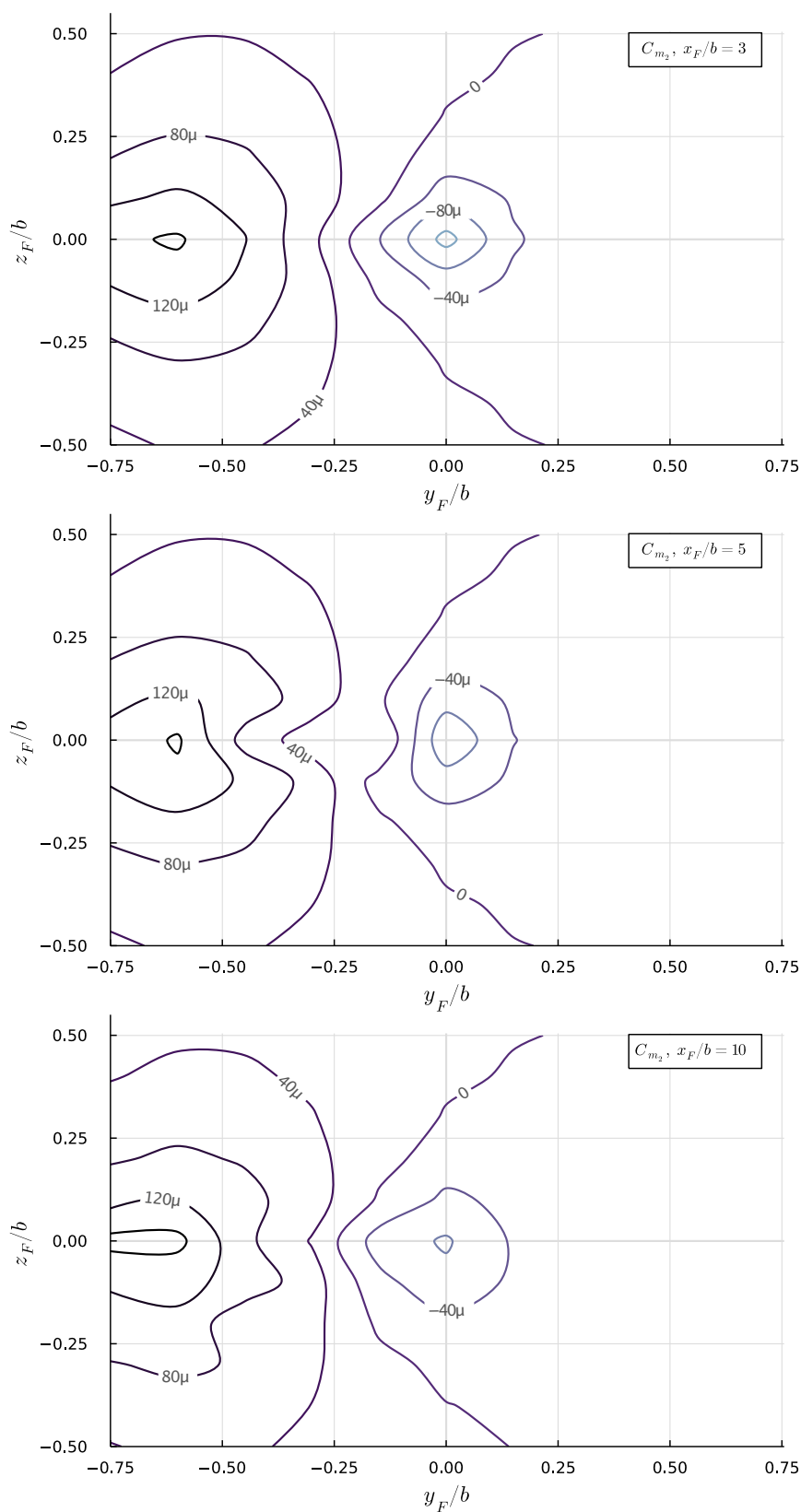
Slika 5.5: Konturni dijagrami omjera uzgona člana formacije k_{LF} za člana $N = 2$, u ovisnosti o njegovom položaju u tragu



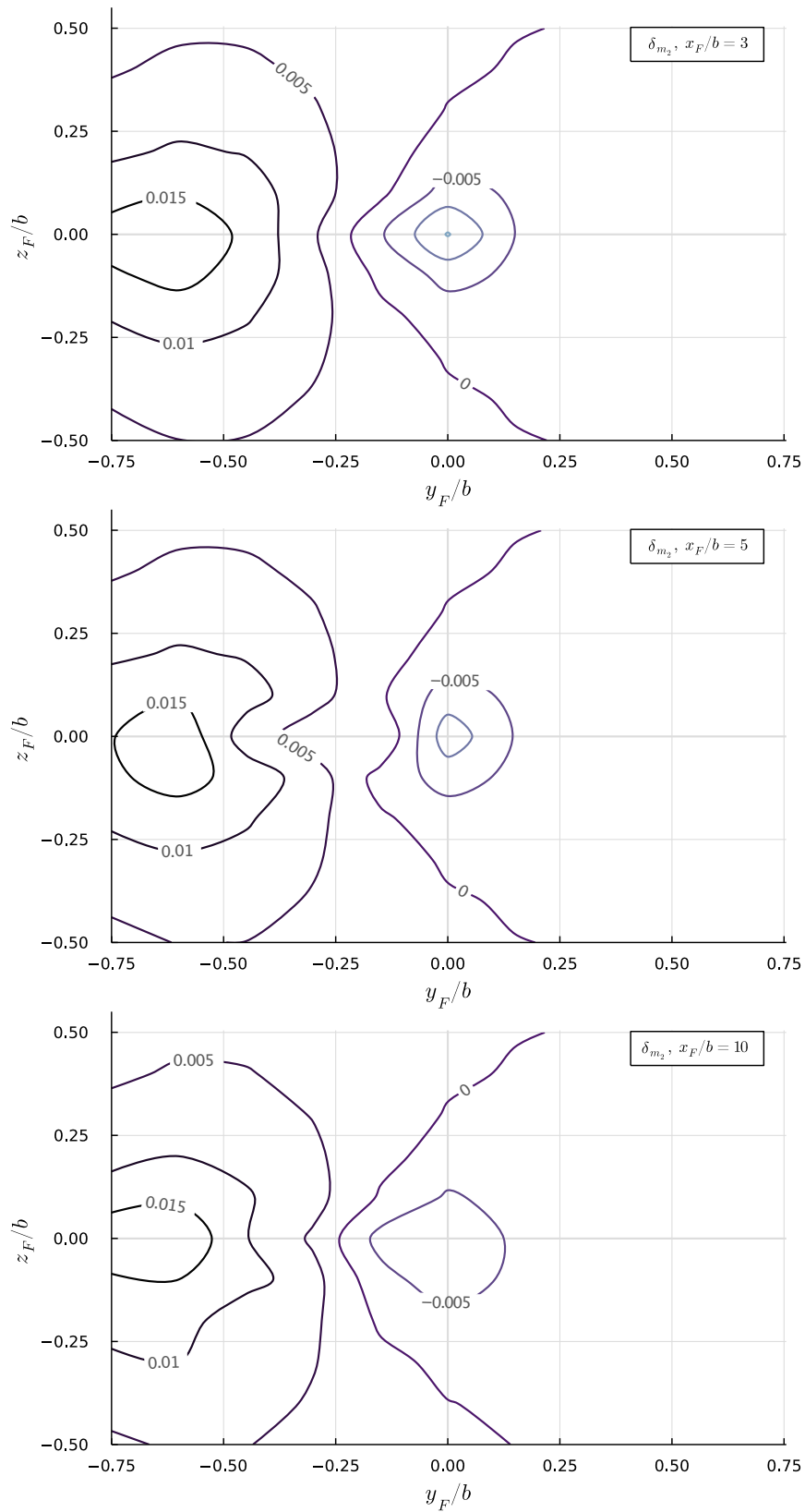
Slika 5.6: Konturni dijagrami koeficijenta momenta valjanja C_l za člana $N = 2$, u ovisnosti o njegovom položaju u tragu



Slika 5.7: Konturni dijagrami potrebnog otklona krilaca δ_l u stupnjevima za člana $N = 2$, u ovisnosti o njegovom položaju u tragu



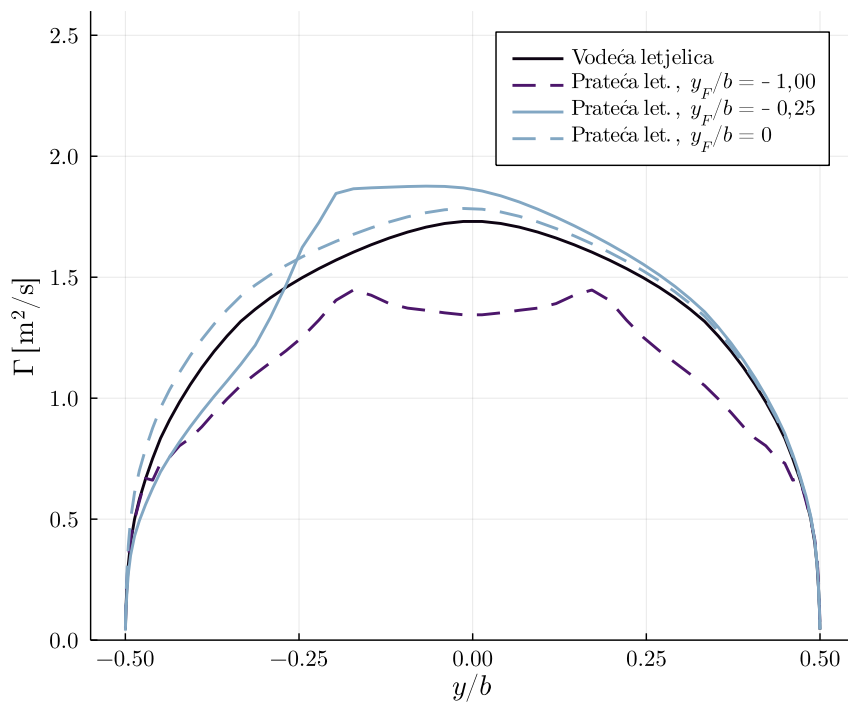
Slika 5.8: Konturni dijagrami koeficijenta momenta propinjanja C_m za člana $N = 2$, u ovisnosti o njegovom položaju u tragu



Slika 5.9: Konturni dijagrami potrebnog otklona kormila visine δ_m u stupnjevima za člana $N = 2$, u ovisnosti o njegovom položaju u tragu

Uzrok za nastajanje aerodinamičkih momenata koji djeluju na prateću letjelicu je nesimetrična raspodjela cirkulacije na njenim nosećim površinama, koja je uzrokovana letom u vrtložnom tragu vodeće letjelice. Na slici 5.10 prikazana je raspodjela cirkulacije na krilu prateće letjelice u različitim bočnim položajima, a na udaljenosti od pet raspona krila od vodeće letjelice i jednakim vertikalnom položajem $z_F/b = 0$.

Iznosi intenziteta cirkulacije po rasponu krila dobiveni su zbrajanjem intenziteta vezanih prstenastih vrtloga duš tetive krila. U odnosu na raspodjelu cirkulacije na krilu vodeće letjelice, koja zapravo odgovara i stanju opterećenja u samostalnom letu, na bočnoj udaljenosti $y_F/b = -0,25$ vidljiva je izražena nesimetričnost i povećanje cirkulacije u području desno od jezgre vrtloga s desnog krila vodeće letjelice i smanjenje cirkulacije u suprotnom smjeru. u slučaju leta u položaju u kojem se preklapaju vrhovi desnog krila vodeće i lijevog krila prateće letjelice, odnosno kad je $y_F/b = 0$, raspodjela cirkulacije je lagano nesimetrična s nešto većim iznosima intenziteta, što također odgovara koeficijentima sila i momenata prikazanih u prethodnim konturnim dijagramima. U najnepovoljnijem slučaju, u kojem prateća letjelica let točno iza vodeće, što odgovara koordinati $y_F/b = -1$, raspodjela intenziteta cirkulacije je simetrična, ali su njeni iznosi značajno manji.



Slika 5.10: Raspodjela cirkulacije po krilu u ovisnosti o položaju člana formacije $N = 2$ u tragu, za $x_F/b = 5$ i $z_F/b = 0$

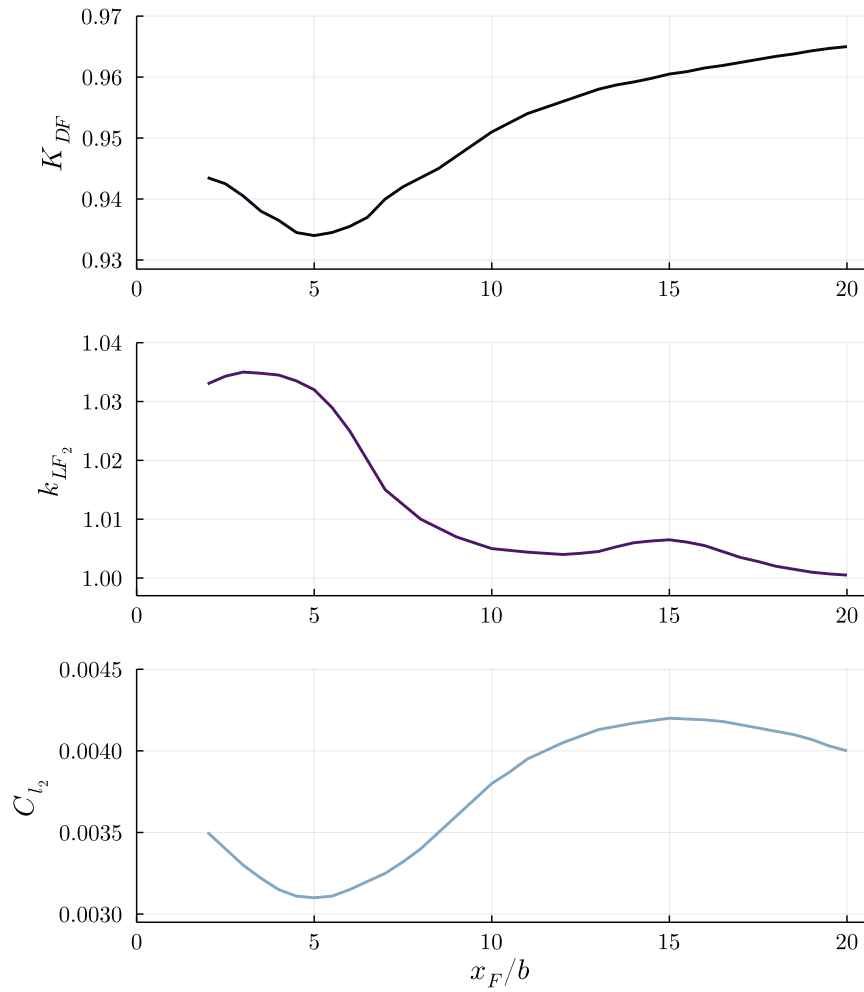
5.2.2. Analiza utjecaja uzdužnog razmaka članova formacije

Rezultati analize u prethodnom potpoglavlju sugeriraju da se optimalno područje efikasnijeg leta pratećeg člana formacije nalazi u blizini točke u kojoj se položaj lijevog krila prateće letjelice preklapa s desnim krilom vodeće letjelice u ravnini $y_F - z_F$. Optimalno preklapanje iznosi između 10% i 30% raspona, odnosno u položajima na relativnim koordinatama $y_F/b = -0,3 \dots -0,1$ i $z_F/b = 0$.

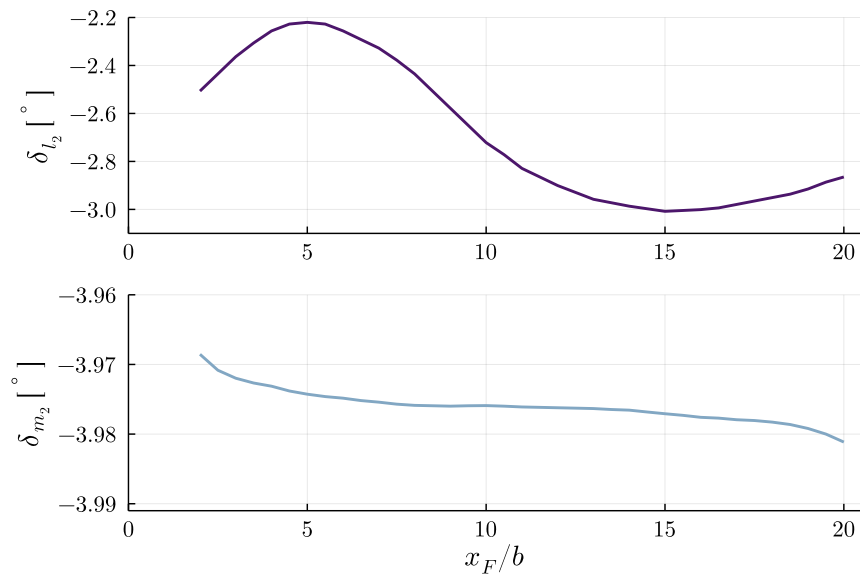
Za ovdje provedenu analizu utjecaja uzdužnog razmaka članova formacije x_F odabran je položaj u ravnini $y_F - z_F$ koji je blizu optimalne točke na svim prethodno analiziranim x_F koordinatama. Radi se o slučaju s 25% preklapanja raspona krila, odnosno koordinatama $y_F/b = -0,25$ te $z_F/b = 0$. Za seriju uzdužnih razmaka x_F odabrano je od 2 do 20 raspona krila vodeće letjelice, a analiza je provedena s inkrementom dužine jednog raspona krila.

Rezultati analize prikazani su na slici 5.11, gdje su usporedno prezentirane promjene omjera otpora formacije K_{DF} , omjera uzgona formacije k_{LF} pratećeg člana te njegov koeficijent momenata valjanja C_l , svi u ovisnosti o relativnom uzdužnom razmaku članova x_F/b . Razmatranjem ovih rezultata može se zaključiti da se optimalno uzdužno područje na pretpostavljenim ravninskim y_F i z_F koordinatama nalazi u blizini točke s pet raspona krila uzdužnog razmaka.

Također, provedena je analiza otklona kontrolnih površina potrebnih da se zadrži relativni položaj u formaciji. Iznosi potrebnih otklona prikazani su na slici 5.12, gdje se može primijetiti da su otkloni kormila visine δ_m i krilaca δ_l pratećeg člana formacije sigurno unutar maksimalnih konstrukcijskih ograničenja, koji iznose $\pm 20^\circ$ za oba otklona.



Slika 5.11: Dijagrami ovisnosti K_{DF} , k_{LF} i C_l o uzdužnoj udaljenosti članova formacije x_F/b uz konstantne $y_F/b = -0,25$ i $z_F/b = 0$



Slika 5.12: Potrebni odkloni kormila visine δ_m i krilaca δ_l za člana formacije $N = 2$ u ovisnosti o uzdužnoj udaljenosti članova formacije x_F/b uz konstantne $y_F/b = -0,25$ i $z_F/b = 0$

5.3. Stacionarni let formacije s $H > 2$ članova

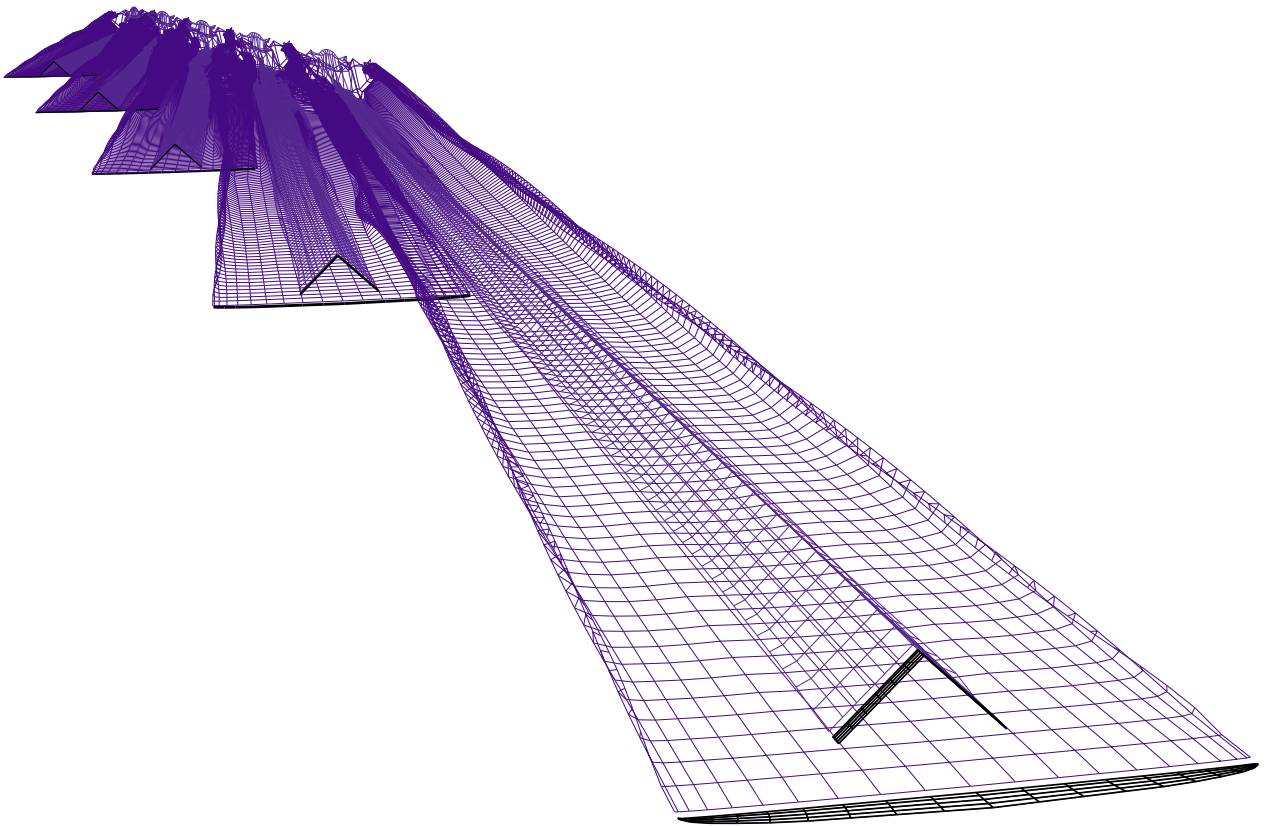
U svim dosadašnjim simulacijama, analizirani su formacijski letovi s dva člana, $H = 2$, kao najmanje složene formacije, a u kojima se mogu analizirati svi efekti od interesa. Cilj ove analize je da provjeri zaključak dosadašnjih istraživanja [75] koje sugeriraju da utjecaj povećanja efikasnosti formacije slabi sa svakim dodatnim članom formacije.

Pretpostavljeno je da svi članovi formacije lete ravnotežno u uvjetima i s otklonima upravljačkih površina danima u tablici 5.2 te da su u ešalon formaciji. Kako bi se usporedila efikasnost brojnijih formacija, odabrana je uzdužna udaljenost članova x_F od pet raspona krila s ravninskim preklapanjem od $y_F/b = 0,25$ i $z_F/b = 0$. Zatim su provedene simulacije leta, počevši od samostalnoga $H = 1$ do formacijskog leta s pet članova $H = 5$. Primjer izgleda vrtložnog traga formacije s pet članova prikazan je na slici 5.13 .

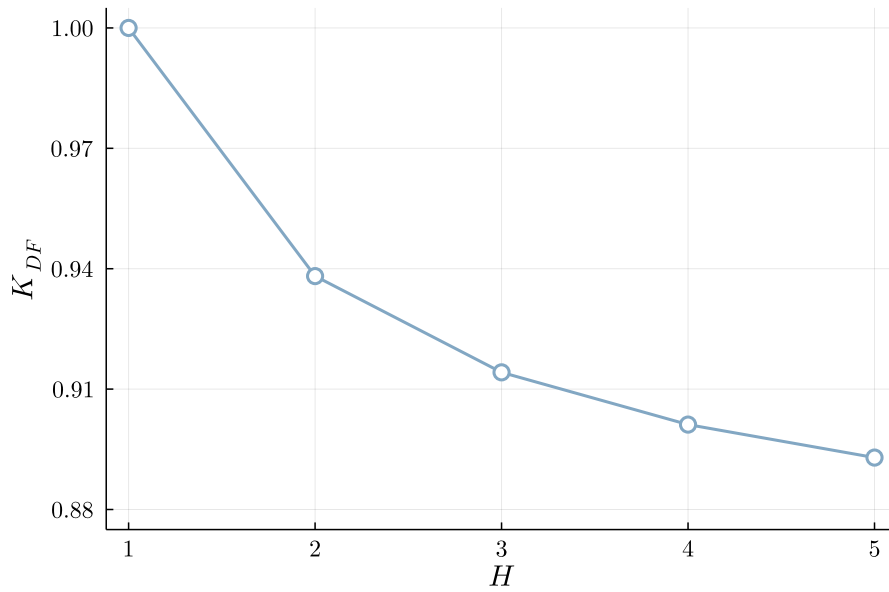
Usporedbom rezultata svake od spomenutih pet simulacija, prema 4.8 određeni s pripadajući omjeri otpora formacije K_{DF} , usporedno prikazani na slici 5.14. Ovdje je uočljivo da se najveće smanjenje omjera otpora formacije ostvaruje kod formacijskog leta s dva člana te da se povećavanjem broja članova efikasnost formacije sve sporije raste, odnosno da se vrijednost K_{DF} smanjuje sa sve manjim intenzitetom.

Slična pojava može se uočiti i na slici 5.15, gdje su usporedno prikazani omjeri uzgona i omjeri otpora N -tog člana u formacijskom letu s pet letjelica. Ovdje je vidljivo da povećanje omjera uzgona koje ostvaruje svaki sljedeći član formacije k_{LF} malo te da se najveći utjecaj odnosi na $N = 2$, odnosno prvog pratećeg člana formacije. Omjer otpora člana formacije k_{DF} povećava se na svakom sljedećem članu, no opet se najveći utjecaj odnosi na $N = 2$ člana. Gotovo identična karakteristika promjene k_{LF} i k_{DF} viđena je i na formacijama s manje članova.

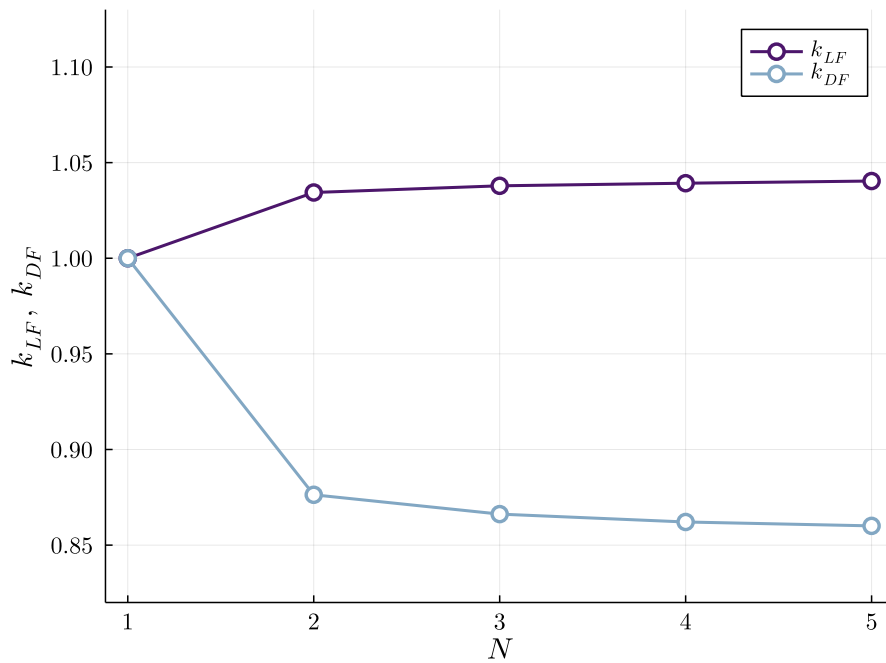
Prikazani rezultati sugeriraju da praktična upotreba formacijskog leta s ciljem povećanja efikasnosti ima smisla s dva do maksimalno tri člana, a poglavito iz razloga što s porastom broja članova raste i kompleksnost sustava upravljanja, a potreban je sve složeniji sustav lokalizacije kako bi tako broj formacijski let bio ostvariv.



Slika 5.13: Vrtložni trag pri stacionarnom formacijskom letu s pet članova na međusobnom uzdužnom razmaku x_F od pet raspona krila



Slika 5.14: Usporedba omjera otpora formacije K_{DF} u ovisnosti o broju članova ešalon formacije



Slika 5.15: Usporedba omjera uzgona i omjera otpora N -tog člana pri formacijskom letu s pet članova u ešalon formaciji

5.4. Nestacionarni let u bliskoj formaciji

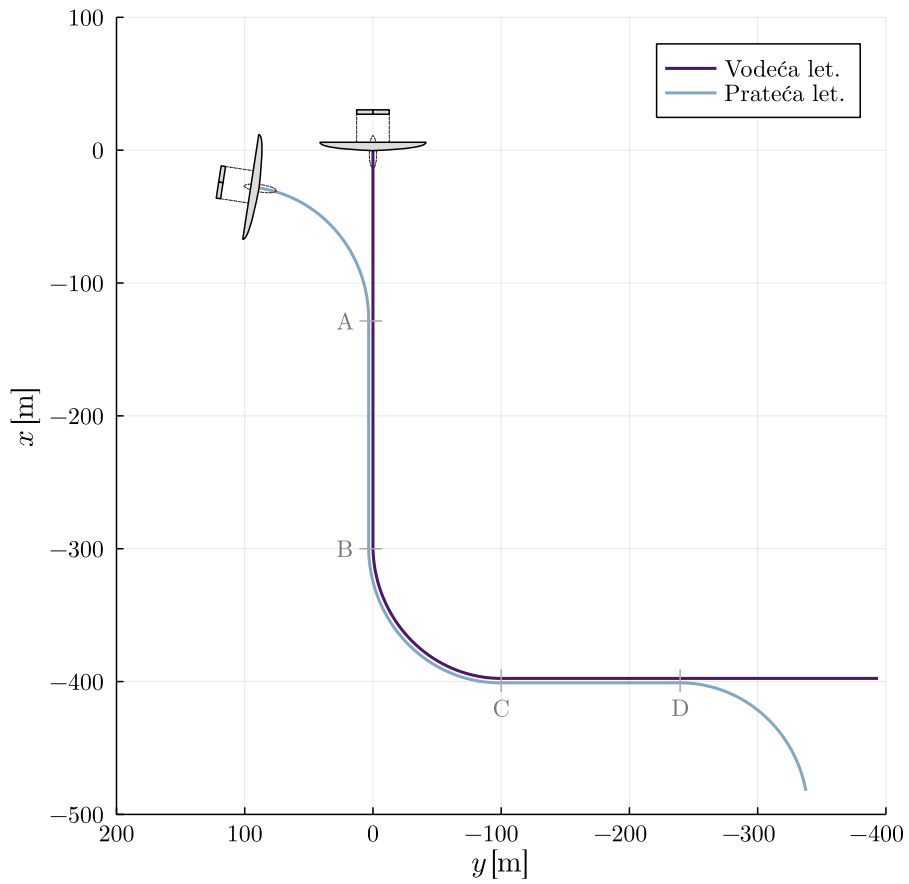
Razvijeni model aerodinamičke interferencije leta u formaciji napravljen je prvenstveno s ciljem izvođenja u nestacionarnim uvjetima strujanja. Ovdje prezentirani numerički eksperiment zamišljen je s idejom prezentiranja mogućnosti razvijene simulacijske procedure.

Glavna motivacija za razvoj navedene simulacijske procedure je bio nedostatak dostupnog adekvatnog računalnog alata sposobnog da numerički efikasno simulira prijelazne režime leta u slobodnom vrtložnom tragu za vrijeme formacijskog leta. Poglavito mogućnosti simuliranja složenih aerodinamičkih pojava prilikom ulaska u trag, mogućnosti zadržavanja u njemu te izlaska, što su režimi leta u kojima viskozne i nestacionarne sposobnosti modela dolaze do izražaja.

U simuliranom scenariju sudjeluju dvije letjelice *Aerosonde* koje se gibaju propisanim putanjama te zadanom stavom u standardnoj atmosferi na visini od 1000 m brzinom od 30 m/s. Simulira se 25 sekundi leta u kojem obje letjelice zadržavaju propisanu visinu leta dok se gibaju putanjama definiranim u inercijalnom koordinatnom sustavu, prikazanima na slici 5.16. Prikaz letjelica na slici putanje nije u mjerilu.

Na početku simulacije inercijski koordinatni sustav se poklapa s koordinatnim sustavom vodeće letjelice. Putanja je podijeljena na pet faza leta između oznaka A-D, na sljedeći način:

1. Vodeća letjelica leti pravocrtno horizontalno zadanom brzinom leta do oznake A te nastavlja let prema oznaci B. U isto vrijeme prateća letjelica koja također leti zadanom brzinom nalazi se u horizontalnom zakretu radijusa $R = 100$ m iz kojega izlazi kod oznake A. U ovom trenutku prateća letjelica ušla je u formaciju te se nalazi na uzdužnom razmaku jednakom pet raspona krila, dok joj je bočni razmak takav da im se krila preklapaju s 25% raspona, bez vertikalnog razmaka.
2. Slijedi faza pravocrtnog horizontalnog formacijskog leta prema oznaci B za vrijeme koje letjelice zadržavaju relativne međusobne položaje.
3. Malo prije oznake B vodeća letjelica ulazi u horizontalni zaokret radijusa $R = 100$ m iz kojeg izlazi malo prije oznake C kada prelazi u pravocrtni let. Prateća letjelica



Slika 5.16: Prikaz putanja propisanog gibanja letjelica uz zadržavanje visine leta na 1000 m; prikaz letjelica nije u mjerilu

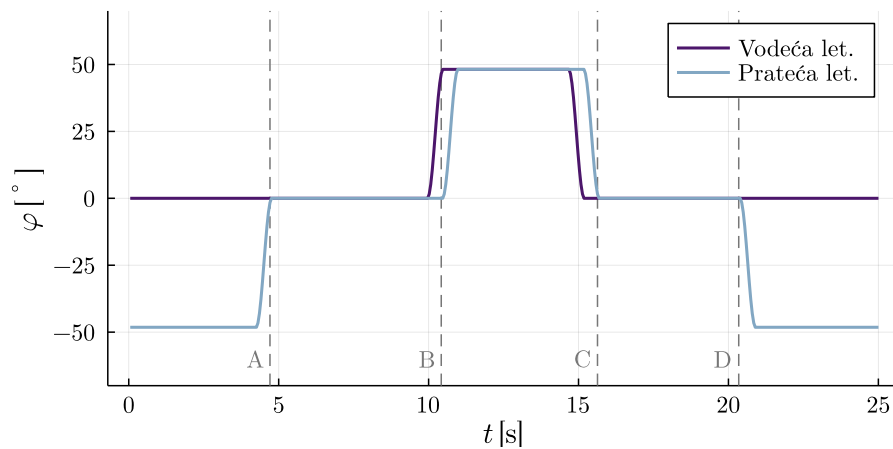
također ulazi u horizontalni zaokret nekoliko trenutaka nakon vodeće, zadržavajući međusobni uzdužni razmak. Zbog valjanja u zaokretu položaj prateće letjelice u koordinatnom sustavu formacije ovdje će se mijenjati u odnosu na pravocrtnu fazu leta, pošto obje letjelice zadržavaju istu visinu leta.

4. Vodeća letjelica nastavlja pravocrtni horizontalni let do oznake D, dok prateća, nakon izlaska iz zaokreta zadržava položaj u formaciji jednak onome u drugoj fazi, odnosno nastavlja horizontalan pravocrtan let prema oznaci D.
5. Kod oznake D slijedi odvajanje putanja letjelica, odnosno izlazak iz formacije, na način da vodeća letjelica nastavlja s pravocrtnim horizontalnim letom, dok se prateća odvaja horizontalnim zaokretom radijusa $R = 100$ m.

Promjene kutova stava tijekom opisanog leta prikazane su na slikama 5.17 i 5.18, odgovaraju promjena u prethodno opisanim fazama leta. Kut valjanja φ mijenja se u trenucima prelazaka iz faza leta zaokreta u pravocrtni let i obratno. Kut valjanja kojim se ostvaruje horizontalni zaokret željenog radijusa određen je za zadanu brzinu leta, vodeći računa da se ne prekorači ograničenje maksimalnog dopuštenog opterećenja konstrukcije. U slučaju promatranog leta, zaokreti se izvode pri kutu valjanja $\varphi = 48,53^\circ$ uz pripadajuće opterećenje $n = 1,36$, što je zasigurno unutar granica konstrukcijskih ograničenja letjelice *Aerosonde*. Valja dodati da su prijelazi između faza leta, vidljivi kod oznaka A-D na slici 5.17, izvedeni glatko u kratkom vremenskom intervalu. Zbog jednostavnije provedbe ove simulacije zanemareno je potrebno povećanje sile uzgona uslijed valjanja letjelice u zaokretu.

Kut zanosa ψ mijenja se u ovisnosti o smjeru u kojem se letjelica giba tijekom trajanja leta, a njegove promjene vidljive na slici 5.18 odvijaju se u fazama u kojima se letjelice nalaze u zaokretima. Kut propinjanja θ ostaje jednak napadnom kutu tijekom simulacije pošto nema promjene visine.

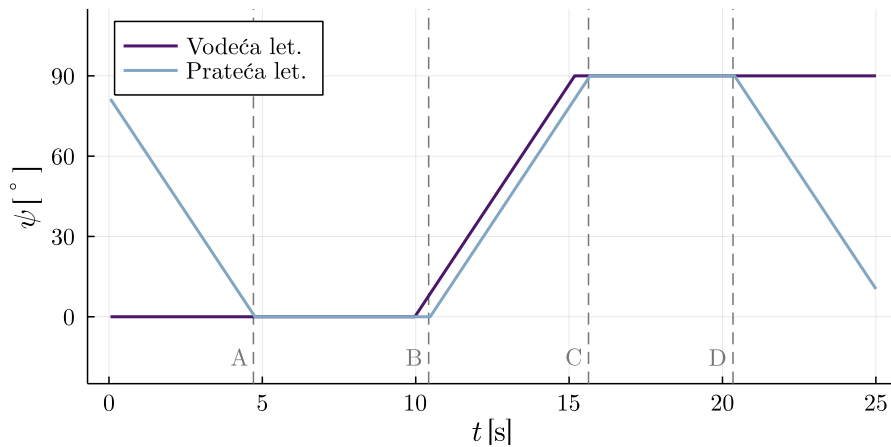
Ovime su definirani svi potrebni ulazni podaci za simulaciju. Odabran je vremenski korak $\Delta t = 0,02$ s te je simulacija izvršena. Na slici 5.19 prikazan je razvijeni vrtložni trag letjelica u ovoj simulaciji nekoliko trenutaka nakon ulaska prateće letjelice u formacijski let, iza oznake A. U vrtložnom tragu prateće letjelice vidljiv je poremećaj nastao prilikom izlaska iz zaokreta. Na slici 5.20 prikazan je vrtložni trag letjelica u trenutku kada se nalaze na sredini formacijskog zaokreta, između oznaka B i C. Prateća letjelica,

Slika 5.17: Promjena kuta valjanja ϕ tijekom trajanja propisanog leta

zbog definirane putanje prema kojoj zadržava visinu tijekom cijele simulacije, više se ne nalazi u položaju gdje joj se 25% krila preklapa s krilom vodeće letjelice, već se nalazi u relativnom položaju ekvivalentnom koordinatama $z_F/b = -0,562$ i $y_F/b = 0,505$.

Koeficijenti aerodinamičkih sila i momenata koji djeluju na letjelice tijekom simuliranog leta prikazane su usporedno za obje letjelice. Na slici 5.21 dani su koeficijenti sile uzgona, gdje se mogu primijetiti nagle promjene iznosa koeficijenta pri ulasku i izlasku iz zaokreta, što je i očekivano uslijed većih kutnih brzina valjanja u tim periodima. Kod prateće letjelice ove nagle promjene još su izraženije zbog dodatne interakcije s tragom vodeće letjelice, poglavito prilikom ulaska i izlaska iz njega. U prvoj i zadnjoj fazi opisanog leta prateća letjelica ostvaruje nešto manji koeficijent uzgona, pošto se nalazi u zaokretu. U drugoj i četvrtoj fazi leta prateća letjelica ostvaruje povećanje sile uzgona, koje je posljedica leta u optimalnom području traga. U trećoj fazi, nakon što prateća letjelica prođe kroz poremećaje uzrokovane ulaskom u zaokret kroz trag vodeće, također ostvaruje nešto veći C_L u usporedbi s vodećom.

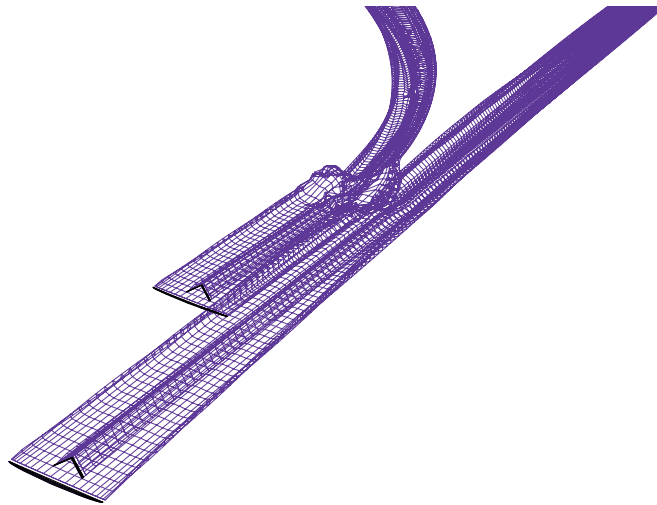
Koeficijent sile otpora usporedno je prikazan na slici 5.22, gdje se također mogu uočiti nagle promjene iznosa prilikom promjena režima leta između pojedinih faza, čiji je uzrok opisan u prethodnom odlomku. Prateća letjelica u prvoj i završnoj fazi leta, koji je većim dijelom samostalan, zadržava koeficijent otpora približno jednakim vodećoj letjelici. Maksimalno smanjenje otpora pratećeg člana, sada formacijskog leta, ostvaruje se u drugoj i četvrtoj fazi leta, pošto se prateća letjelica nalazi u optimalnom položaju

Slika 5.18: Promjena kuta zanosa ψ tijekom trajanja propisanog leta

u tragu. Treća faza leta obilježena joj je velikim povećanjem koeficijenta otpora pošto se nalazi u relativnom položaju koji je daleko od optimalnog područja, a ne pomaže mu niti nepovoljno gibanje vrtložnog traga u zaokretu.

Usporedbe koeficijenata momenta valjanja C_l te koeficijenata momenta propinjanja C_m dane su na slikama 5.23 i 5.24. U prvoj i petoj fazi prateći zrakoplov leti pretežno van traga te u zaokretu udesno ostvaruje minimalan negativan koeficijent momenta valjanja, što je očekivano. Pozitivan moment propinjanja ovdje se pojavljuje uslijed gubitka uzgona u zaokretu. Tijekom druge i četvrte faze leta u optimalnom položaju u tragu vodeće letjelice prateći član ostvaruje minimalan pozitivan moment valjanja, uslijed povećanja cirkulacije na lijevom krilu, dok se u isto vrijeme javlja negativan moment propinjanja, malog iznosa, uzrokovan povećanjem uzgona u ovim fazama leta. Treću fazu karakterizira minimalno povećanje momenta propinjanja prateće letjelice u zaokretu te pozitivan moment propinjanja. Značajne oscilacije vidljive su u periodima ulazaka i izlazaka iz zaokreta uzrokovana relativno velikim kutnim brzinama valjanja te interakcijom prateće letjelice s tragom, posebno u periodima ulaska i izlaska iz formacije.

Na temelju prikazanih rezultata za rezultirajuće momente prateće letjelice tijekom simuliranog leta procjena je da su otkloni upravljačkih površina potrebni da se dobiveni momenti mogu uravnoteže ostvarivi unutar navedenih raspona mogućih otklona te je samim time da je takav let ostvariv. No, ovo se ne može sa sigurnošću tvrditi bez da se napravi simulacija leta sa šest stupnjeva slobode gibanja (6DOF, engl. *six degrees*



Slika 5.19: Vrtložni trag u trenutku nakon što je prateći član ušao u blizak nestacionaran formacijski let

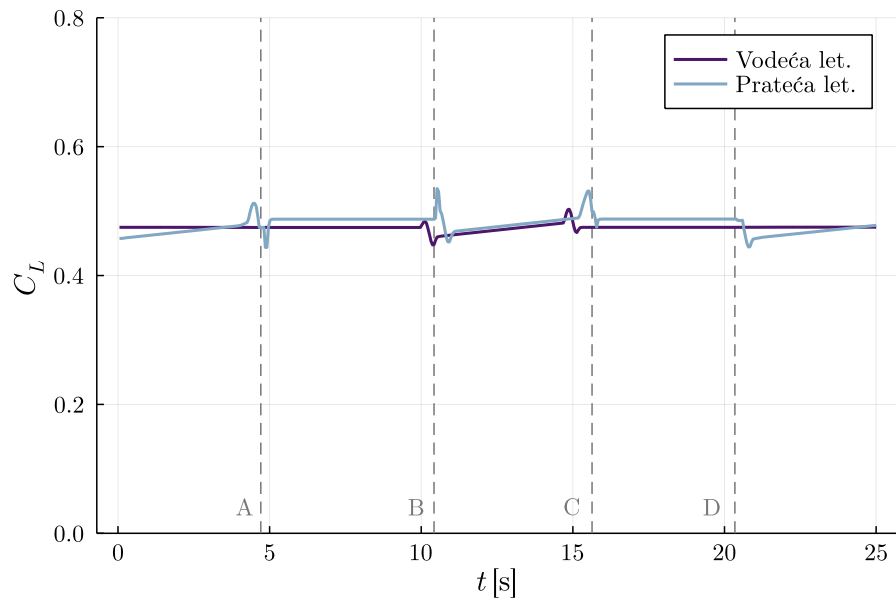
of freedom), što je izvan okvira istraživanja prezentiranog u ovom radu. Ideja iza ovog primjera leta je demonstracija mogućnosti razvijene numeričke procedure, koja je sposobna simulirati složene aerodinamičke pojave pri prijelaznim fazama leta u vrtložnom tragu letjelica u formaciji.

Kako bi se procijenila korisnost ovakvog formacijskog leta potrebno je simulirati i samostalan let prateće letjelice. Uz pomoć rezultata obje simulacije dobiveni su dijagrami omjera otpora formacije K_{DF} te omjer otpora člana formacije k_{LF} pratećeg člana, prikazani na slikama 5.25 i 5.26. Poremećaji uzrokovani prijelaznim periodima između faza leta u zaokretu i pravocrtnog leta uzrokuju nagle promjene iznosa koeficijenata. Ove promjene još su izraženije prilikom ulaska i izlaska prateće letjelice iz traga.

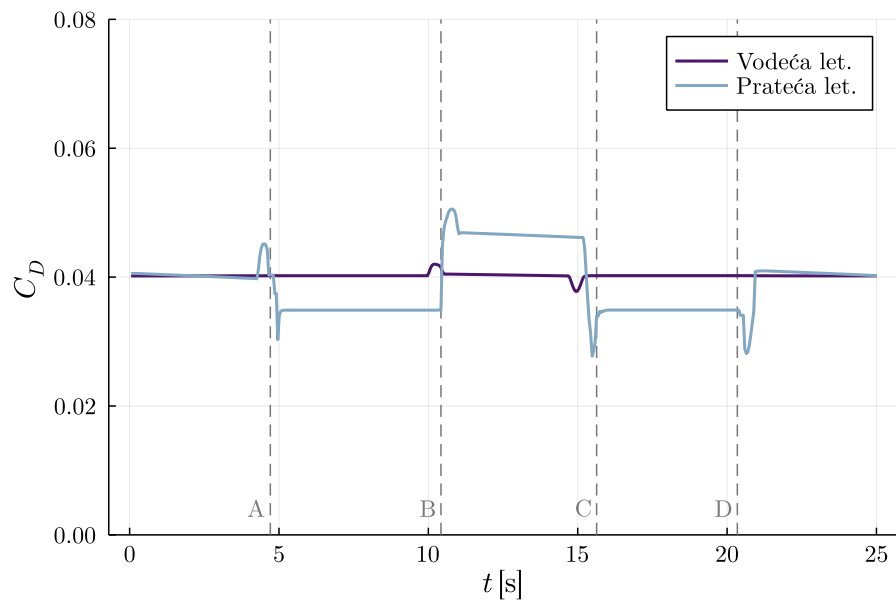
U drugoj i četvrtoj fazi leta ostvaruje se prosječno 6,6% manje ukupne sile otpora formacije, dok se u isto vrijeme bilježi neto više 2,5% više sile uzgona na pratećoj letjelici. Tijekom prve i pete faze ne ostvaruju se značajne razlike pošto se radi o pretežno samostalnom letu, ali je treća faza izrazito nepovoljna. Iako je relativan položaj članova formacije u ovoj fazi daleko od optimalnog, bilježi se povećanje otpora formacije i sma-



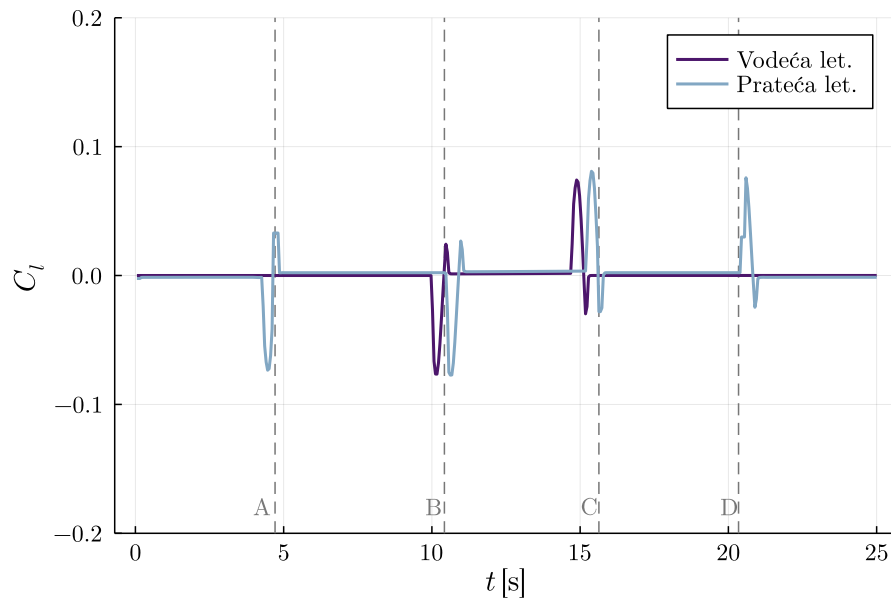
Slika 5.20: Vrtložni trag u trenutku sredine zaokreta pri bliskom nestacionarnom formacijskom letu



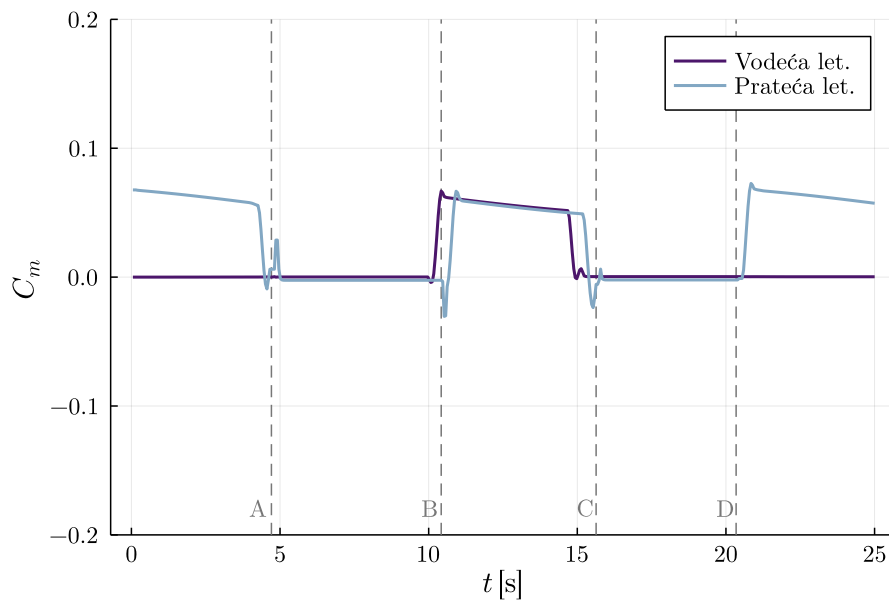
Slika 5.21: Usporedba tranzijentnih koeficijenata uzgona C_L članova formacije



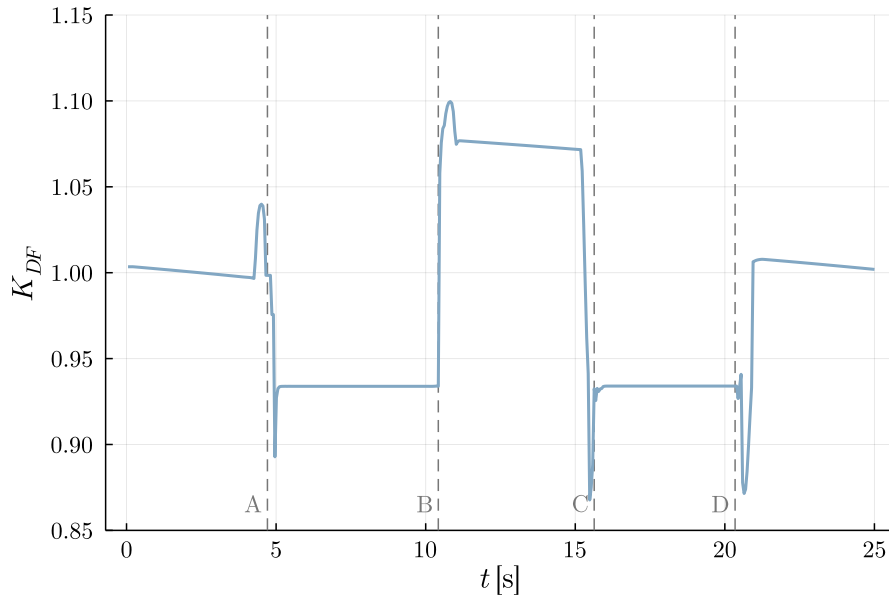
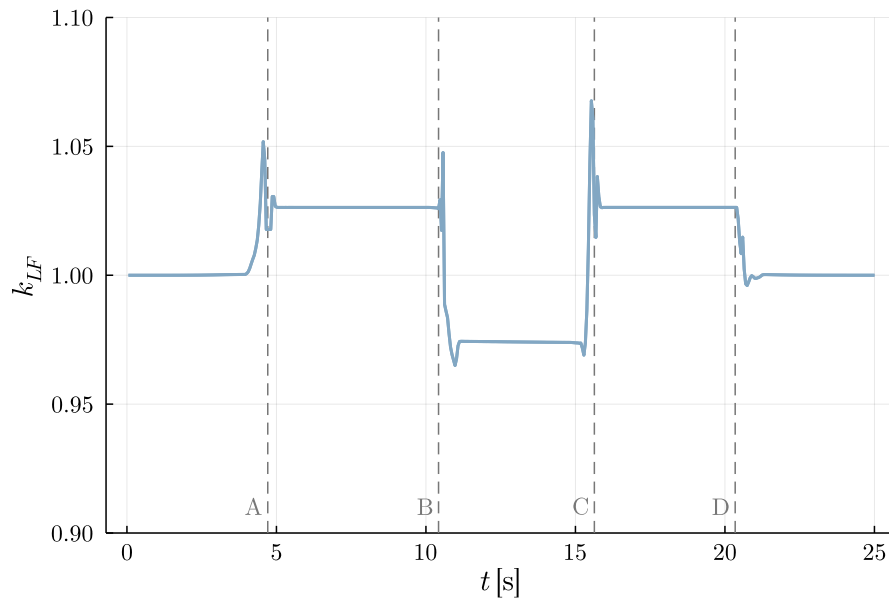
Slika 5.22: Usporedba tranzijentnih koeficijenata otpora C_D članova formacije



Slika 5.23: Usporedba tranzijentnih koeficijenata momenta valjanja C_l članova formacije



Slika 5.24: Usporedba tranzijentnih koeficijenata momenta propinjanja C_m članova formacije

Slika 5.25: Promjena omjera otpora formacije K_{DF} tijekom letaSlika 5.26: Promjena omjera uzgona pratećeg člana formacije k_{LF} tijekom leta

njenje uzgona pratećeg člana drastično nepovoljnije u odnosu na ekvivalentan položaj pri stacionarnom strujanju.

Iz prikazanoga, može se zaključiti da je formacijski let u optimalnom području tijekom pravocrtnih faza leta vrlo efikasan, dok je faze zakreta potrebno dodatno istražiti. Može se također zaključiti da se optimalni položaj prateće letjelice mijenja s promjenom režima leta te da ga je potrebno naći za svaki režim leta, za što bi onda značajnu primjenu imao razvijeni model. Konačan vrtložni trag, razvijan tijekom svakog vremenskog koraka simulacije, prikazan je na slici [5.27](#).



Slika 5.27: Prikaz vrtložnog traga na kraju simulacije

Tablica 5.3: Usporedba vremena izvođenja simulacije, T_{comp}

	$\Delta t = 0,005$ s	$\Delta t = 0,02$ s
četverojezgreni procesor @ 2,5GHz	29944 s	1662 s
šesterojezgreni procesor @ 4,9GHz	10860 s	645 s

5.5. Unaprijeđenje numeričke efikasnosti

Glavni cilj ovog istraživanja je unapređenje modela aerodinamičke interferencije formacijskog leta s uključenim viskoznim pojavama u strujanju. Pokazano je da je ovdje razvijena numerička procedura sposobna simulirati složene nestacionarne aerodinamičke pojave u vrtložnom tragu. Iako je računalni model implementiran na način da bude numerički što efikasniji, do ove faze istraživanja u fokusu je bila kvaliteta rezultata uz težnju da razvijeni model ima što veće mogućnosti primjene.

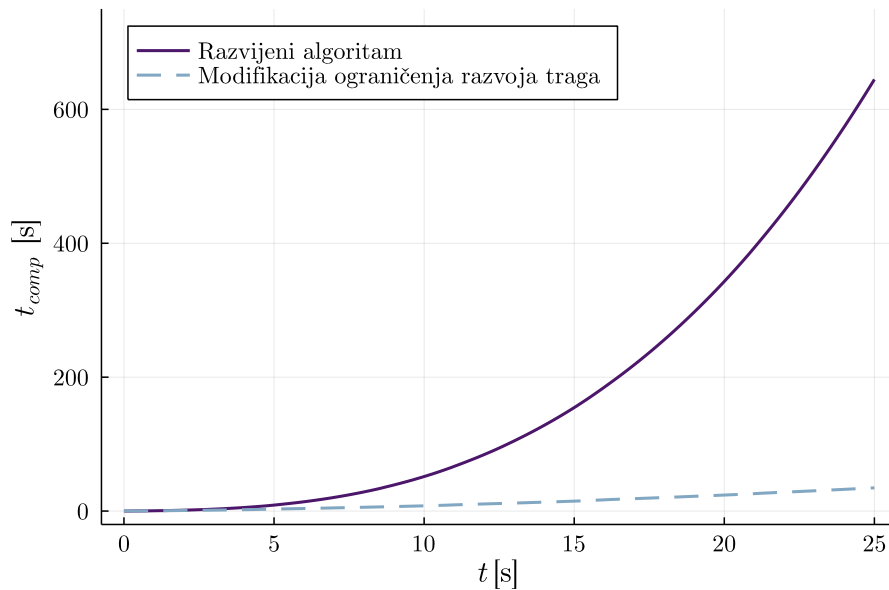
Numerički eksperiment nestacionarnog leta od 25 s u bliskoj formaciji iz poglavlja 5.4. simuliran je uz pomoć razvijene procedure na dva računala različitih karakteristika, pri različitim vremenskim koracima simulacije. Usporedba vremena izvođenja dana je u tablici 5.3, gdje se može primijetiti da je vrijeme izvođenja na računalu s procesorom veće brzine takta jezgre dva do tri puta kraće za simulacije s oba vremenska koraka.

Razlike rezultata navedenog primjera za dva različita koraka simulacije $\Delta t = 0,005$ s i $\Delta t = 0,02$ s su vrlo male pa je za daljnju analizu odabran veći korak simulacije.

Činjenica da se algoritam na procesoru s dvostruko bržom jezgrom izvodi u gotovo trostruko kraćem vremenu direktna je posljedica načina na koji je algoritam implementiran. Iako postoji velik potencijal za paralelno izvođenje dijelova koda, u ovoj proceduri to zasada nije implementirano, ali su opisane dvije modifikacije procedure u smislu ubrzanja njene izvedbe.

5.5.1. Modifikacija procedure ograničavanjem razvoja traga

Analizom promjene vremena trajanja izvođenja simulacije t_{comp} u ovisnosti o stvarnom vremenu leta t , prikazanom punom linijom na slici 5.28, potvrđena je sumnja da



Slika 5.28: Vrijeme izvođenja simulacije u ovisnosti o stvarnom vremenu leta za inicijalni algoritam i njegovu modifikaciju ograničenja razvoja traga

algoritam usporava izvođenje svakim dodatnim vremenskim korakom simulacije. Pretpostavlja se da je glavni uzrok ovome slobodni vrtložni trag, koji raste linearno pa je na kraju petlje svakog vremenskog koraka algoritma potrebno razviti sve veći broj elemenata traga.

Prezentirana procedura modela podrazumijeva da se cjelokupni promatrani trag u svakom koraku simulacije mijenja, što je opisano razvojem traga.

No evidentno je da udaljeni dijelovi traga imaju mali utjecaj na promatrane noseće površine pa tako i razvoj tih dijelova traga kroz vrijeme simulacije, odnosno pretpostavka je da zaustavljanje razvoja traga u određenom trenutku simulacije neće donijeti značajnije promjene na aerodinamičke značajke promatrane noseće površine. Ideja ove modifikacije procedure je zaustavljanje razvoja traga udaljenog nekoliko raspona iza noseće površine. Usporede li se rezultati u simulaciji takvim tragom s rezultatima simulacije u kojoj se trag razvija kroz cijelo vrijeme simulacije dobivaju se zanemarive razlike.

Stoga se u predloženoj implementaciji modela uvodi ograničenje razvoja traga, koji

diktira uvjete u kojima algoritam izvršava fazu razvoja traga u promatranom vremenskom koraku. Ukoliko se trag nalazi na više od deset raspona krila iza zadnjeg člana formacije, njegov razvoj se zaustavlja.

Primjenom predložene modifikacije algoritma ponovljena je simulacija istog leta s vremenskim korakom $\Delta t = 0,02$ s te su dobiveni rezultati aerodinamičkih sila i momenta koji se zanemarivo razlikuju od onih prije uvođenja ograničenja razvoja traga. Ova izmjena ima velik utjecaj na vrijeme izvođenja simulacije, koje sada iznosi $T_{comp} = 34,72$ s na bržem procesoru, što je gotovo 20 puta brže. Na slici 5.28 prikazana je isprekidanom linijom promjena vremena izvođenja s navedenom modifikacijom usporedno s inicijalnim algoritmom.

5.5.2. Modifikacija matrice utjecaja za formaciju

Sljedeći element algoritma za koji se smatra da ima značajan utjecaj na trajanje izvođenja simulacije je izračun matrice utjecaja za formaciju \mathbf{A} . Prilikom razvoja prezentirane metode vodilo se računa da se izračun matrice \mathbf{A} što rjeđe izvodi, pa je tako iterativan postupak sprežanja izveden na način da se u svakom vremenskom koraku ova matrica izračunava samo jedanput.

Struktura matrice \mathbf{A} za formaciju može se opisati prema jednadžbi (5.1) gdje submatrica \mathbf{A}_V predstavlja utjecaj vodeće letjelice na samu sebe, submatrica \mathbf{A}_P utjecaj prateće letjelice na samu sebe, submatrica \mathbf{A}_{VP} utjecaj vodeće na prateću, a submatrica \mathbf{A}_{PV} prateće na vodeću. Za navedene submatrice može se zaključiti sljedeće:

- submatrice \mathbf{A}_V i \mathbf{A}_P ostaju iste tijekom izvođenja simulacije za krute noseće površine;
- submatrica \mathbf{A}_{PV} poprima vrijednosti vrlo bliske nuli pa se može pretpostaviti $\mathbf{A}_{PV} = 0$ ukoliko je razmak vodeće i prateće letjelice veći od tri raspona krila,
- submatrica \mathbf{A}_{VP} se ne može zanemariti, ali u stacionarnom letu bez promjene relativnog položaja prateće letjelice u odnosu na vodeću ostaje ista tijekom simulacije.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_V & \mathbf{A}_{VP} \\ \mathbf{A}_{PV} = 0 & \mathbf{A}_P \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Primjenom obje predložene modifikacije algoritma ponovljena je simulacija numeričkog eksperimenta nestacionarnog leta od 25 s u bliskoj formaciji iz poglavlja 5.4. s vremenskim korakom $\Delta t = 0,02$ s te je dobiveno novo ukupno vrijeme izvođenja $T_{comp} = 29,34$ s, uz zanemarive razlike u rezultatima aerodinamičkih sila i momenata. Na ovaj način brzina izvođenja približila se uvjetu izvođenja u stvarnom vremenu te sada iznosi 117% stvarnog vremena.

Pored navedenih modifikacija, razvijena numerička implementacija može biti značajno ubrzana uvođenjem paralelnog procesiranja. Metoda je strukturirana na način da je većinu elemenata u vremenskom koraku moguće računati neovisno, izračun matrice utjecaja \mathbf{A} je neovisan, isto kao i induciranih brzina.

6 | Zaključak

U ovom doktorskom radu unaprijeđen je model aerodinamičke interferencije formacijskog leta s ciljem pouzdanijeg i efikasnijeg računalnog simuliranja složenih aerodinamičkih pojava u takvom letu. Kako bi se iskoristio potencijal leta u formaciji potrebno je razviti autonoman sustav upravljanja formacijom, čiji je ključan element numerički efikasan model aerodinamičke interferencije.

Razvijena numerička procedura zasnovana na proširenju nestacionarne metode vrtložne rešetke s nelinearnostima uzrokovanim viskoznom silama u fluidu te modelom slobodnog vrtložnog traga nudi numerički znatno efikasniji način u odnosu na napredne metode višeg reda uz usporedive rezultate. Ovim proširenjem se u originalno neviskoznu i nestlačivu metodu uključilo viskozne efekte te utjecaj stlačivosti. Sprezanje je izvedeno iterativnim postupkom korekcije napadnog kuta slobodne struje na svakoj pojedinačnoj sekciji diskretizirane noseće površine. Procjena induciranog otpora standardnom metodom nestacionarne metode vrtložne rešetke u pravilu daje veće iznose sile induciranog otpora od očekivane. U prezentiranoj implementaciji inducirani otpor procijenjen je integriranjem kinetičke energije u Trefftzovoj ravnini.

Model je validiran u stacionarnim uvjetima strujanja usporedbom s analitičkim rješenjem za eliptično krilo. Validacija u uvjetima nestacionarnog strujanja izvedena je usporedbom s numeričkim rezultatima dobivenim nestacionarnom metodom vrtložne rešetke i to na primjeru vertikalnog osciliranja pravokutnog krila pri horizontalnom gibanju konstantom brzinom kroz mirujući fluid te na primjeru naglog ubrzavanja pravokutnog krila na konačnu brzinu. Razvijeni aerodinamički model primjenjiv je za proizvoljnu

geometriju nosećih površina, pri različitim vrijednostima Reynoldsovog i Machovog broja te za veliki raspon napadnih kutova, uključujući i područje nakon pojave sloma uzgona. Uz manje izmjene pojedinih elemenata algoritma razvijeni model prilagođen je primjeni za formacijski let bez ograničenja na vrstu formacije, na broj letjelica u formaciji, na raznolikost letjelica u formaciji ili na međusobni položaj letjelica u formaciji.

Glavni zaključci istraživanja mogu se sažeti:

- Složene aerodinamičke pojave pri nestacionarnom formacijskom letu zrakoplova mogu se pouzdano računalno simulirati primjenom razvijenog nestacionarnog aerodinamičkog modela nosećih površina temeljenog na potencijalnom strujanju s uključenim nelinearnostima uzrokovanim viskoznim silama proširenog s modelom slobodnog vrtložnog traga.
- Za mjeru efikasnosti leta u formaciji uveden je omjer otpora formacije K_{DF} , a za mjeru efikasnost pojedinog člana formacije omjer otpora člana formacije k_{DF} . Uvedene veličine mogu se koristiti za analizu performansi te za evaluaciju strategije i scenarija formacijskog leta.
- Razvijeni model primijenjen je za analizu optimalnog pozicioniranja pratećeg člana bliske formacije dvije bespilotne letjelice u uvjetima stacionarnog strujanja te je procijenjena efikasnost takvog leta primjenom uvedene metrike. Rezultati su potvrđeni kvalitativnom usporedbom s eksperimentalnim i numeričkim rezultatima iz dostupne literature. Za poznate aerodinamičke značajke letjelice u formaciji te dobivene rezultate utjecaja traga ovisno o položaju u tragu letjelice ispred, provjerena je mogućnost letjelice da raspoloživim aerodinamičkim upravljačkim veličinama kompenzira aerodinamičke momente nastale u formaciji te zadrži ravnotežni let.
- U posljednjem numeričkom eksperimentu prikazane su mogućnosti razvijenog modela u nestacionarnim uvjetima strujanja i pri prijelaznim režimima na primjeru leta složene putanje za dvije bespilotne letjelice u fazama samostalnog i formacijskog leta. Tim su eksperimentom demonstrirane mogućnosti modela da simulira složene aerodinamičke pojave prilikom ulaska i izlaska iz traga što predstavlja režime leta u kojima sposobnost modela za analizu viskoznog i nestacionarnog strujanja dolaze do izražaja.

- Utjecaj broja članova bliskog formacijskog leta iz perspektive efikasnosti, a primjenom uvedene metrike ispitan je usporedbom leta ešalon formacije čiji je broj članova variran od dva do pet. Dobiveni rezultati sugeriraju da je prirast omjeru otpora formacije najveći za formaciju s dva člana, a taj prirast smanjuje se s povećavanjem broja članova formacije. Stoga, praktična upotreba formacijskog leta s ovakvom strategijom ima smisla do maksimalno tri člana, poglavito iz razloga što s porastom broja članova raste i kompleksnost upravljanja takvim letom.
- Numerička procedura unaprijeđena je znatnim skraćivanjem vremena izvođenja sa zanemarivim utjecajem na rezultate uvođenjem dvije modifikacije. Prva modifikacije procedure uključuje ograničenje razvoja traga u uvjetima kad ne utječe na aerodinamiku nosećih površina letjelica koje sudjeluju u simulaciji leta. Optimiranje procedure izračuna matrice utjecaja za formaciju predstavlja drugu modifikaciju. Izvedba numeričke procedure s navedenim modifikacijama približila se izvedbi simulacije formacijskog leta u stvarnom vremenu. Istovremeno, zadržana je aerodinamička sveobuhvatnost modela, s uključenim viskoznim pojavama, kojom se mogu dobiti rezultati usporedivi s onima dobivenim numerički značajno zahtjevnijim metodama višeg reda.

Slijedom navedenih zaključaka može se potvrditi da je cilj istraživanja ostvaren te da je potvrđena hipoteza istraživanja kako je navedena u poglavlju 1.3.

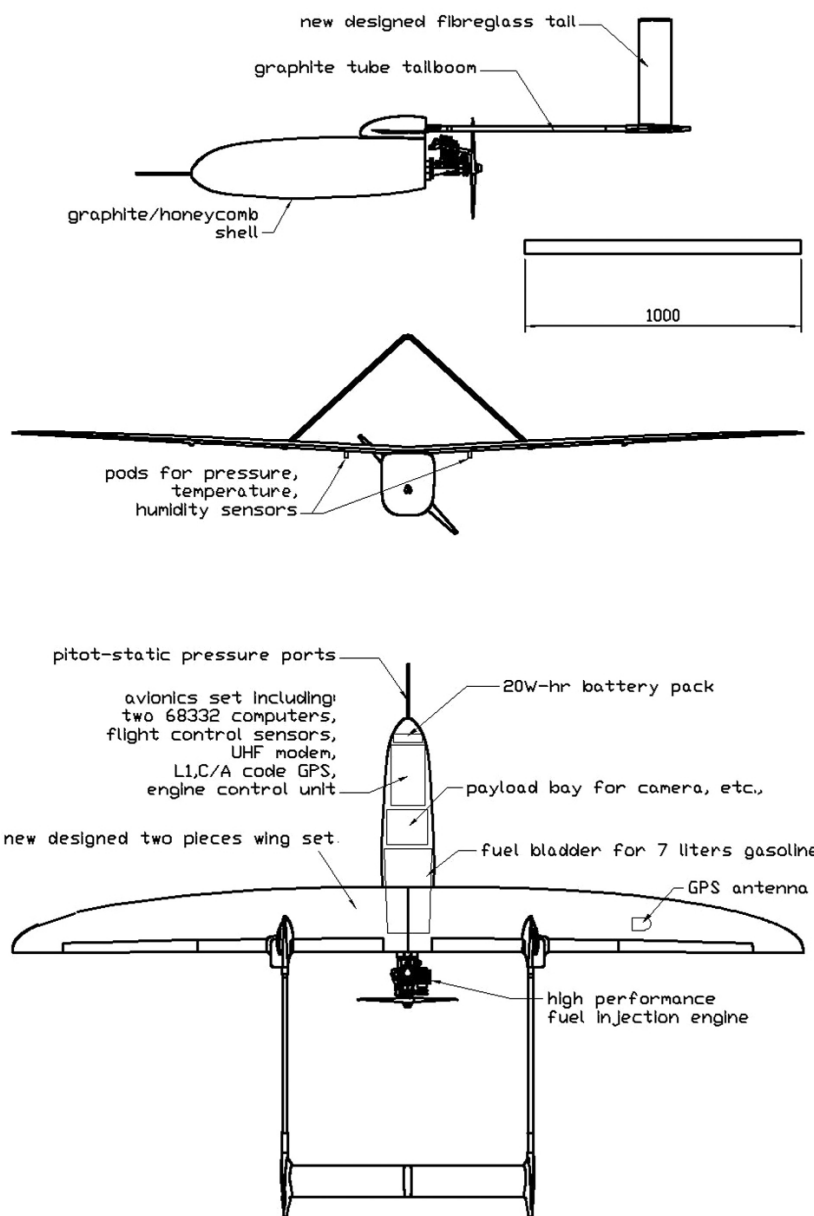
U smislu daljnjih poboljšanja razvijene metode, njenog proširenja te potencijalnih primjena od interesa, zabilježenih tijekom rada na ovom istraživanju, prijedlozi za budući rad su:

- Za detaljnu analizu formacijskog leta tijekom prijelaznih režima od interesa je integrirati razvijeni aerodinamički model u simulaciju leta sa šest stupnjeva slobode gibanja.
- Provedena analiza ravnotežnog leta može se unaprijediti uključivanjem analize ravnotežnog leta letjelice u petlju s razvijenim aerodinamičkim modelom, bilo primjenom predefiniраних aerodinamičkih značajki upravljačkih veličina ili primjenom razvijenog modela.

- Utjecaj vrtložnog traga moguće je u modelu dalje unaprijediti uvođenjem složenijeg modela traga koji bi uključio disipaciju energije u vrtložnim jezgrama traga za primjenu u širim formacijama.
- Primjena aerodinamičkog modela za zadaću identificiranja optimalne pozicije prateće letjelice u tragu vodeće ima značajnu ulogu u razvoju algoritama sustava upravljanja i sustava lokalizacije pri letu u formaciji. Rezultati modela mogu predstavljati dio procedure za identifikaciju vrtložnog traga prednje letjelice (engl. *wake sensing*). Problem vremena izračuna za navedena poboljšanja u operativnom smislu implementacije sustava upravljanja u stvarnom vremenu može biti eliminiran primjenom neke od metoda strojnog učenja.
- Daljnje prilagodbe razvijenog modela mogu ići u smjeru primjene na simulacije strujanja rotora helikoptera i mahokrilaca te njihovih formacija, odnosno složenijih formacija različitih vrsta zrakoplova. Dodatna mogućnost primjene je za strujanja rotora vjetroturbina te njihovih polja. Jedna od potrebnih prilagodbi za navedene primjene predstavlja proširenje modelom odvajanja strujanja na prednjem rubu noseće površine.
- S aspekta daljnjeg približavanja simulaciji u stvarnom vremenu od interesa je implementacija paralelnog izvođenja pojedinih elemenata algoritma. Struktura razvijenog modela idealna je za paraleliziranje izračuna te se gotovo svi elementi proračuna u vremenskom koraku mogu računati neovisno, izračun matrice utjecaja \mathbf{A} je neovisan, isto kao i induciranih brzina.

A | **Prilog**

A.1. Bespilotna letjelica Aerosonde



Slika A.1: Dimenzije bespilotne letjelice *Aerosonde*, preuzeto iz [85]

Tablica A.1: Aerodinamički model bespilotne letjelice *Aerosonde*, preuzeto iz [81]

Uzdužni		Bočni	
koef.	Iznos	koef.	Iznos
C_{L_0}	0,28	C_{Y_0}	0,00
C_{D_0}	0,03	C_{l_0}	0,00
C_{m_0}	-0,023	C_{n_0}	0,00
C_{L_α}	3,45	C_{Y_β}	-0,98
C_{D_α}	0,30	C_{l_β}	-0,12
C_{m_α}	-0,38	C_{n_β}	0,25
C_{L_q}	0,00	C_{Y_p}	0,00
C_{D_q}	0,00	C_{l_p}	-0,26
C_{m_q}	-3,60	C_{n_p}	0,022
$C_{L_{\delta_m}}$	-0,36	C_{Y_r}	0,00
$C_{D_{\delta_m}}$	0,00	C_{l_r}	0,14
$C_{m_{\delta_m}}$	-0,50	C_{n_r}	-0,35
		$C_{Y_{\delta_l}}$	0,00
		$C_{l_{\delta_l}}$	0,08
		$C_{n_{\delta_l}}$	0,06
		$C_{Y_{\delta_n}}$	-0,17
		$C_{l_{\delta_n}}$	0,105
		$C_{n_{\delta_n}}$	-0,032

Literatura

- [1] Marks T, Dahlmann K, Grewe V, Gollnick V, Linke F, Matthes S, et al. Climate Impact Mitigation Potential of Formation Flight. *Aerospace*. 2021 Jan;8(1):14.
- [2] Blake WB, Flanzer TC. Optimal Routing for Drag-Reducing Formation Flight: A Restricted Case. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2016 Jan;39(1):173-6.
- [3] Humphreys C, Cobb R, Jacques D, Reeger J. Optimal Mission Path for the Uninhabited Loyal Wingman. In: 16th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2015.
- [4] Zhao Y, Wu H, Zhang Q, Cheng Q. Overview of surfing aircraft vortices for energy. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021 Feb;1786(1):012026.
- [5] Li W, Wen Q, Zhou H. Adaptive sliding mode formation control for multiple flight vehicles with considering autopilot dynamic. *The Aeronautical Journal*. 2021 Aug;125(1290):1337-57.
- [6] Li B, Liao XH, Sun Z, Li YH, Song YD. Robust autopilot for close formation flight of multi-UAVs. In: 2006 Proceeding of the Thirty-Eighth Southeastern Symposium on System Theory; 2006.
- [7] Thomas PR, Bullock S, Richardson TS, Whidborne JF. Collaborative Control in a Flying-Boom Aerial Refueling Simulation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2015 Jul;38(7):1274-89.

- [8] Bayezit I, Fidan B. Distributed Cohesive Motion Control of Flight Vehicle Formations. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2013 Dec;60(12):5763-72.
- [9] Liu C, Jiang B, Patton RJ, Zhang K. Integrated Fault-Tolerant Control for Close Formation Flight. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2020 Apr;56(2):839-52.
- [10] Ajorlou A, Moezzi K, Aghdam AG, Tafazoli S, Nersesov SG. Two-stage energy-optimal formation reconfiguration strategy. *Automatica*. 2012 Oct;48(10):2587-91.
- [11] Wilson DB, Göktoğan AH, Sukkarieh S. Vision-aided Guidance and Navigation for Close Formation Flight: Vision-aided Guidance and Navigation for Close Formation Flight. *Journal of Field Robotics*. 2016 Aug;33(5):661-86.
- [12] Khansari-Zadeh SM, Saghafi F. Vision-based navigation in autonomous close proximity operations using neural networks. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2011;47(2):864-83.
- [13] Cao M, Yu C, Anderson BDO. Formation control using range-only measurements. *Automatica*. 2011 Apr;47(4):776-81.
- [14] Thoemel J, van Dam T. Autonomous formation flight using solar radiation pressure. *CEAS Space Journal*. 2021 Oct;13(4):555-66.
- [15] Zhang C, Huang XL. Angular-Momentum Management of Electromagnetic Formation Flight Using Alternating Magnetic Fields. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2016 Jun;39(6):1292-302.
- [16] Rice C, Gu Y, Chao H, Larrabee T, Gururajan S, Napolitano M, et al. Autonomous Close Formation Flight Control with Fixed Wing and Quadrotor Test Beds. *International Journal of Aerospace Engineering*. 2016;2016:1-15.
- [17] Uhrmann J, Schulte A. Concept, Design and Evaluation of Cognitive Task-based UAV Guidance. *International journal on advances in intelligent systems*. 2012;5:145-58.

- [18] Lindner S, Schwerd S, Schulte A. Defining Generic Tasks to Guide UAVs in a MUM-T Aerial Combat Environment. In: Karwowski W, Ahram T, editors. Intelligent Human Systems Integration 2019. vol. 903. Cham: Springer International Publishing; 2019.
- [19] Lindner S, Schwerd S, Schulte A. Defining Generic Tasks to Guide UAVs in a MUM-T Aerial Combat Environment. In: Karwowski W, Ahram T, editors. Intelligent Human Systems Integration 2019. Cham: Springer International Publishing; 2019.
- [20] Manned Unmanned Teaming - MUT-T: Technology of the future becoming a reality of today. Airbus;. <https://www.airbus.com/en/products-services/defence/uas/uas-solutions/manned-unmanned-teaming-mut-t>.
- [21] Cavallo PA, Shipman JD, OGara MR. A Model for Simulating Unsteady Wake Interference Effects in Aerial Refueling. In: AIAA AVIATION 2020 FORUM; 2020.
- [22] Ning SA, Kroo I, Aftosmis MJ, Nemec M, Kless JE. Extended Formation Flight at Transonic Speeds. *Journal of Aircraft*. 2014 Sep;51(5):1501-10.
- [23] Bieniawski SR, Rosenzweig S, Blake WB. Summary of Flight Testing and Results for the Formation Flight for Aerodynamic Benefit Program. In: 52nd Aerospace Sciences Meeting. National Harbor, Maryland: American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2014.
- [24] de Marina HG, Hattenberger G. Distributed circular formation flight of fixed-wing aircraft with Paparazzi autopilot. In: IMAV2017 Proceedings. Toulouse, France; 2017.
- [25] Korkischko I, Konrath R. Formation Flight of Low-Aspect-Ratio Wings at Low Reynolds Number. *Journal of Aircraft*. 2017 May;54(3):1025-34.
- [26] Slotnick JP. Computational Aerodynamic Analysis for the Formation Flight for Aerodynamic Benefit Program. American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2014.

- [27] Flanzer TC, Bieniawski SR. Operational Analysis for the Formation Flight for Aerodynamic Benefit Program. In: 52nd Aerospace Sciences Meeting. AIAA Sci-Tech Forum. American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2014.
- [28] Singh D, Antoniadis A, Tsoutsanis P, Shin HS, Tsourdos A, Mathekga S, et al. A Multi-Fidelity Approach for Aerodynamic Performance Computations of Formation Flight. *Aerospace*. 2018 Jun;5(2):66.
- [29] Inasawa A, Mori F, Asai M. Detailed Observations of Interactions of Wingtip Vortices in Close-Formation Flight. *Journal of Aircraft*. 2012 Jan;49(1):206-13.
- [30] Gunasekaran M, Mukherjee R. Behaviour of trailing wing(s) in echelon formation due to wing twist and aspect ratio. *Aerospace Science and Technology*. 2017 Apr;63:294-303.
- [31] Brodecki M, Subbarao K. Autonomous Formation Flight Control System Using In-Flight Sweet-Spot Estimation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2015 Jun;38(6):1083-96.
- [32] DeVries L, Paley DA. Wake Sensing and Estimation for Control of Autonomous Aircraft in Formation Flight. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2016 Jan;39(1):32-41.
- [33] Bramesfeld G, Maughmer MD. Effects of Wake Rollup on Formation-Flight Aerodynamics. *Journal of Aircraft*. 2008 Jul;45(4):1167-73.
- [34] Fleischmann D, Lone MM. Analysis of wake surfing benefits using a fast unsteady vortex lattice method. In: AIAA Scitech 2019 Forum. San Diego, California: American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2019.
- [35] Lueckhof J, Stumpf E. Flight Dynamics of CS-25 Aircraft in Formation Flight with Atmospheric Disturbances. In: 2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting. Kissimmee, Florida: American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2018.
- [36] Ghommem M, Calo VM. Flapping wings in line formation flight: a computational analysis. *The Aeronautical Journal*. 2014 May;118(1203):485-501.

- [37] Nguyen AT, Pham TD, Vu QT. Flapping flight in the wake of a leading insect. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2019 Jul;33(7):3277-88.
- [38] Hirato Y, Shen M, Gopalarathnam A, Edwards JR. Vortex-Sheet Representation of Leading-Edge Vortex Shedding from Finite Wings. *Journal of Aircraft*. 2019 Jul;56(4):1626-40.
- [39] Shin HS, Antoniadis AF, Tsourdos A. Parametric Study on Formation Flying Effectiveness for a Blended-Wing UAV. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2019 Feb;93(1-2):179-91.
- [40] Kless JE, Aftosmis MJ, Ning SA, Nemec M. Inviscid Analysis of Extended-Formation Flight. *AIAA Journal*. 2013 Jul;51(7):1703-15.
- [41] Mi Bg, Zhan H. Numerical Simulation of the Static and Dynamic Aerodynamics of a UAV under Wake Flows. *Journal of Advanced Transportation*. 2019 Apr;2019:1-12.
- [42] Durango GJ, Lawson C, Shahneh AZ. Formation flight investigation for highly efficient future civil transport aircraft. *The Aeronautical Journal*. 2016 Jul;120(1229):1081-100.
- [43] Parenteau M, Laurendeau E, Carrier G. Combined high-speed and high-lift wing aerodynamic optimization using a coupled VLM-2.5D RANS approach. *Aerospace Science and Technology*. 2018 May;76:484-96.
- [44] Şugar Gabor O, Koreanschi A, Botez RM. A new non-linear vortex lattice method: Applications to wing aerodynamic optimizations. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2016 Oct;29(5):1178-95.
- [45] Drela M. XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils. In: Mueller TJ, editor. *Low Reynolds Number Aerodynamics*. Lecture Notes in Engineering. Berlin, Heidelberg: Springer; 1989.
- [46] Şugar Gabor O, Koreanschi A. Fast and accurate quasi-3D aerodynamic methods for aircraft conceptual design studies. *The Aeronautical Journal*. 2021 Apr;125(1286):593-617.

- [47] Perdolt D, Thiele M, Milz D, May M, Kuchar R, Hornung M. Comparison of Multi-Fidelity Rotor Analysis Tools for Transitional and Low Speed Flight Regimes. Test. 2021:13 pages.
- [48] Katz J, Plotkin A. Low-Speed Aerodynamics. 2nd ed. Cambridge Aerospace Series. Cambridge: Cambridge University Press; 2001.
- [49] Anderson J. Fundamentals of Aerodynamics. 6th ed. New York, NY: McGraw Hill; 2016.
- [50] Moran J. An Introduction to Theoretical and Computational Aerodynamics. Reprint edition ed. Mineola, N.Y: Dover Publications; 2010.
- [51] Gogulapati A, Friedmann PP, Kheng E, Shyy W. Approximate Aeroelastic Modeling of Flapping Wings in Hover. AIAA Journal. 2013;51(3):567-83.
- [52] Leishman JG, Nguyen KQ. State-space representation of unsteady airfoil behavior. AIAA Journal. 1990 May;28(5):836-44.
- [53] Mukherjee R, Gopalarathnam A. Poststall Prediction of Multiple-Lifting-Surface Configurations Using a Decambering Approach. Journal of Aircraft. 2006 May;43(3):660-8.
- [54] Wang Z, Chen PC, Liu DD, Mook DT. Nonlinear-Aerodynamics/Nonlinear-Structure Interaction Methodology for a High-Altitude Long-Endurance Wing. Journal of Aircraft. 2010 Mar;47(2):556-66.
- [55] Drela M. A User's Guide to MSES 3.05. MIT Department of Aeronautics and Astronautics; 2007.
- [56] Kafyeke F, Piperni P, Robin S. Application of KTRAN Transonic Small Disturbance Code to the Challenger Business Jet Configuration with Winglets. Warrendale, PA: SAE International; 1988. 881483.
- [57] Maskew B. Program VSAERO theory document: A computer program for calculating nonlinear aerodynamic characteristics of arbitrary configurations; 1987. NAS 1.26:4023.

- [58] van Dam CP. The aerodynamic design of multi-element high-lift systems for transport airplanes. *Progress in Aerospace Sciences*. 2002 Feb;38(2):101-44.
- [59] Mukherjee R, Gopalarathnam A, Kim S. An Iterative Decambering Approach for Post-Stall Prediction of Wing Characteristics from Known Section Data. *Test*. 2003 Feb.
- [60] Gallay S, Laurendeau E. Preliminary-Design Aerodynamic Model for Complex Configurations Using Lifting-Line Coupling Algorithm. *Journal of Aircraft*. 2016 Jul;53(4):1145-59.
- [61] Rezaei AS, dos Santos CR, Taha HE. Viscous extension of the Unsteady Vortex Lattice Method. In: *AIAA Scitech 2020 Forum*. Orlando, FL: American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2020.
- [62] Tani I. A Simple Method of Calculating the Induced Velocity of a Monoplane Wing. Aeronautical Research Institute, Tokyo Imperial University; 1934.
- [63] Sivells JC, Neely RH. Method for calculating wing characteristics by lifting-line theory using nonlinear section lift data; 1947. NTRS Author Affiliations: NTRS Report/Patent Number: NACA-TR-865 NTRS Document ID: 19930091938 NTRS Research Center: Legacy CDMS (CDMS).
- [64] Chattot JJ. Analysis and Design of Wings and Wing/Winglet Combinations at Low Speeds. *Computational Fluid Dynamics JOURNAL*. 2004 Nov;13:761-99.
- [65] Tseng JB, Lan CE. Calculation of aerodynamic characteristics of airplane configurations at high angles of attack; 1988. NASA-CR-4182.
- [66] Gallay S, Laurendeau E. Nonlinear Generalized Lifting-Line Coupling Algorithms for Pre/Poststall Flows. *AIAA Journal*. 2015 Jul;53(7):1784-92.
- [67] Holt DR. ESDU 90008: Transonic aerodynamics of aerofoils and wings. London UK: HIS ESDU; 1990.
- [68] Gallay S, Ghasemi S, Laurendeau E. Sweep effects on non-linear Lifting Line Theory near Stall; 2014.

- [69] Goitia H, Llamas R. Nonlinear vortex lattice method for stall prediction. MATEC Web of Conferences. 2019;304:02006.
- [70] Bezanson J, Edelman A, Karpinski S, Shah VB. Julia: A Fresh Approach to Numerical Computing. SIAM Review. 2017 Jan;59(1):65-98.
- [71] Sarpkaya T. Computational Methods With Vortices—The 1988 Freeman Scholar Lecture. Journal of Fluids Engineering. 1989 Mar;111(1):5-52.
- [72] Katz J. Calculation of the Aerodynamic Forces on Automotive Lifting Surfaces. Journal of Fluids Engineering. 1985 Dec;107(4):438-43.
- [73] Katz J, Weihs D. Wake Rollup and the Kutta Condition for Airfoils Oscillating at High Frequency. AIAA Journal. 1981 Dec;19(12):1604-6.
- [74] Mason W, Iglesias S. Optimum spanloads in formation flight. In: 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2002.
- [75] Ning A, Flanzer TC, Kroo IM. Aerodynamic Performance of Extended Formation Flight. Journal of Aircraft. 2011 May;48(3):855-65.
- [76] Andrić M, Vrdoljak M. Analiza aerodinamičke interferencije zrakoplova u bliskoj miješanoj formaciji. In: Marović P, Galić M, Krstulović-Opara L, editors. Zbornik radova Sedmog susreta Hrvatskoga društva za mehaniku. Split: Hrvatsko društvo za mehaniku; 2016.
- [77] McCormick BW. Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics. Wiley; 1995.
- [78] Andrić M. Model leta bespilotne letjelice konfiguracije letećeg krila [info:eu-repo/semantics/masterThesis]. University of Zagreb. Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture; 2014.
- [79] Bower G, Flanzer T, Kroo I. Formation Geometries and Route Optimization for Commercial Formation Flight. In: 27th AIAA Applied Aerodynamics Conference. Fluid Dynamics and Co-located Conferences. American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2009.

- [80] Bower G, Kroo I. Multi-Objective Aircraft Optimization for Minimum Cost and Emissions over Specific Route Networks. In: The 26th Congress of ICAS and 8th AIAA ATIO. Aviation Technology, Integration, and Operations (ATIO) Conferences. American Institute of Aeronautics and Astronautics; 2008.
- [81] Platanitis G, Shkarayev S. Integration of an autopilot for a micro air vehicle: InfoTech at Aerospace: Advancing Contemporary Aerospace Technologies and Their Integration. Collection of Technical Papers - InfoTech at Aerospace. 2005:1428-46.
- [82] Saban D, Whidborne JF. Modeling of wake vortex effects for unmanned air vehicle simulations. AIAA Paper. 2009;(2009-5686).
- [83] Beard RW, McLain TW. Small Unmanned Aircraft: Theory and Practice. 2nd ed. Princeton, N.J: Princeton University Press; 2012.
- [84] Sarhan A, Ashry M. Self-Tuned PID Controller for the Aerosonde UAV Autopilot. International Journal of Engineering Research & Technology. 2013 Dec;2(12).
- [85] Callus PJ. Novel Concepts for Conformal Load-bearing Antenna Structure. Fishermans Bend, Victoria, Australia; 2008. DSTO-TR-2096.