

# Modeliranje SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem

---

**Martinić, Martin**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:941386>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-13**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Martin Martinić**

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Andrej Jokić, dipl. ing.

Student:

Martin Martinić

Zagreb, 2022.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem svim profesorima koji su mi prenijeli svoje znanje tijekom ovoga studija, a među njima posebne zahvale upućujem mentoru prof. dr. sc. Andreju Jokiću, dipl. ing., čiji su mi savjeti pomogli pri izradi ovoga rada, ali i da zavolim interesantne međuodnose u zatvorenim kinematskim lancima i paralelnim mehanizmima. Također bih zahvalio svojoj obitelji koja me neiscrpno podržavala tijekom cijeloga školovanja i pomagala mi ostvariti moje snove. Naposljetku upućujem zahvale i svojoj zaručnici Tamari Belančić koja je uz mene od početka mojih studentskih dana te mi je bila najveća moralna podrška tijekom izrade ovoga rada.

Martin Martinić





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske radove studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
inženjerstvo materijala te mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa:	602-14/22-6/1
Ur. broj:	15-1703-22-

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **MARTIN MARTINIĆ** Mat. br.: 0035203626

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Modeliranje SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Modelling SCARA robot with closed kinematic chain**

Opis zadatka:

U industrijskim postrojenjima najčešći zadatak koji roboti izvršavaju jest tzv. „pick and place“ (premještanje objekata na traženu poziciju). U svrhu poboljšanja tog procesa moguće je koristiti SCARA robot sa zatvorenim kinematskim lancem. Prednost ovakvog robota u odnosu na standardne izvedbe SCARA robota jest veća brzina koja je posljedica manje mase pokretnih dijelova robota kao i manji moment potreban za njihovo pokretanje. Također, ovakvu izvedbu često karakterizira veća krutost, što doprinosi preciznosti. Ubrzanje izvršavanja „pick and place“ zadatka doprinosi povećanju učinkovitosti proizvodnog procesa. Kako bi se ispitale ove poželjne karakteristike SCARA robota, potrebno je napraviti prikladan proračunski i 3D model robota.

U radu je potrebno:

- 1) Izvesti i predstaviti model kinematike i dinamike SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem.
- 2) Koristeći SolidWorks, napraviti 3D model SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem.
- 3) Napraviti Matlab/Simulink model dinamike robota, koji je povezan 3D CAD modelom iz SolidWorksa. Po mogućnosti koristiti Simscape toolbox.
- 4) Na nizu prikladno odabranih simulacija ilustrirati funkcioniranje razvijenih modela i programskih paketa.

Rad predati u pisanom i elektroničkom obliku s priloženim programskim kodom.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
29. rujna 2022.

Rok predaje rada:  
1. prosinca 2022.

Predviđeni datum obrane:  
12. prosinca do 16. prosinca 2022.

Zadatak zadao:  
prof. dr. sc. Andrej Jokić

Predsjednica Povjerenstva:  
prof. dr. sc. Biserka Runje

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY .....	IX
1. UVOD.....	1
2. KINEMATIKA SCARA ROBOTA SA ZATVORENIM KINEMATSKIM LANCEM ...	4
2.1. Direktna kinematika SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem.....	6
2.1.1. Direktna kinematika desne ruke.....	9
2.1.2. Direktna kinematika lijeve ruke robota.....	9
2.1.3. Direktna kinematika rotirajućega klizača .....	10
2.1.4. Definiranje pasivnih zglobova preko aktivnih .....	12
2.2. Inverzna kinematika SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem.....	15
3. DINAMIKA SCARA ROBOTA SA ZATVORENIM KINEMATSKIM LANCEM.....	20
3.1. Linearna aproksimacija pasivnih zglobova.....	21
3.2. Dinamika desne ruke.....	25
3.3. Dinamika lijeve ruke.....	27
3.4. Dinamika rotirajućega klizača .....	29
3.5. PID regulacija dinamičkoga modela .....	33
4. CAD MODEL ROBOTA .....	38
4.1. Konstrukcijsko rješenje nadlaktice .....	41
4.2. Konstrukcijsko rješenje podlaktice .....	47
4.3. Konstrukcijsko rješenje rotirajućega klizača .....	51
4.4. Konstrukcijsko rješenje izvršnoga člana.....	53
5. IZRADA SIMULINK MODELA .....	54
5.1. Modificiranje Simulink modela .....	54
5.2. Implementiranje Simulink modela s upravljačkim sustavom .....	57
5.3. Rezultati jednostavnog upravljanja .....	58
6. ZAKLJUČAK.....	65

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Shematski prikaz SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem, s označenim geometrijskim parametrima .....	3
Slika 2.	Shematski prikaz desne ruke .....	7
Slika 3.	Shematski prikaz lijeve ruke .....	8
Slika 4.	Shematski prikaz rotirajućega klizača .....	8
Slika 5.	Shematski prikaz geometrijskih parametara: a) parametri vezani uz geometriju robota, b) parametri vezani uz redukciju četverokuta u trokut.....	13
Slika 6.	Prikaz geometrijskoga rješenja za $q_1$ i $q_2$ odozgo (okomito na z os) [7].....	16
Slika 7.	Konfiguracije robota: a) konfiguracija s uvrštenim $-q_2, +q_4$ , b) konfiguracija s uvrštenim $+q_2, +q_4$ , c) konfiguracija s uvrštenim $+q_2, -q_4$ , d) konfiguracija s uvrštenim $-q_2, -q_4$ .....	19
Slika 8.	Izometrički pogled na graf ovisnosti $q_2$ o $q_1$ i $q_3$ , gdje je x os $q_3$ , y os $q_1$ , a z os $q_2$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktne vrijednosti.....	22
Slika 9.	Pogled na graf ovisnosti $q_2$ o $q_1$ i $q_3$ , gdje je x os $q_3$ , y os $q_1$ , a z os $q_2$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktne vrijednosti. ....	22
Slika 10.	Pogled na graf ovisnosti $q_2$ o $q_1$ i $q_3$ u y-z ravnini, gdje je y os $q_1$ , a z os $q_2$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktne vrijednosti. ....	23
Slika 11.	Izometrički pogled na graf ovisnosti $q_4$ o $q_1$ i $q_3$ , gdje je x os $q_3$ , y os $q_1$ a z os $q_4$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktne vrijednosti.....	23
Slika 12.	Pogled na graf ovisnosti $q_4$ o $q_1$ i $q_3$ u x-z ravnini, gdje je x os $q_3$ a z os $q_4$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktne vrijednosti. ....	24
Slika 13.	Pogled na graf ovisnosti $q_4$ o $q_1$ i $q_3$ u y-z ravnini, gdje je y os $q_1$ a z os $q_4$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktne vrijednosti. ....	24
Slika 14.	Shematski prikaz nadlaktice desne ruke robota koji rotira oko osi z .....	25
Slika 15.	Shematski prikaz podlaktice desne ruke robota koja rotira oko osi z i giba se s krajem prvog elementa .....	26
Slika 16.	Shematski prikaz nadlaktice lijeve ruke robota koja rotira oko osi z.....	27
Slika 17.	Shematski prikaz podlaktice lijeve ruke robota koja rotira oko osi z i giba se s krajem prvog elementa .....	28
Slika 18.	Shematski prikaz klasičnoga PID regulatora [7] .....	34
Slika 19.	Rezultati simulacije aproksimirane dinamike s klasičnim PID regulatorom (gore lijevo) pozicija x, (gore sredina) pozicija y, (gore desno) pozicija z, (dolje lijevo) brzina x, (dolje sredina) brzina y, (desno dolje) brzina z.....	35
Slika 20.	Rezultati simulacije aproksimirane dinamike s klasičnim PID regulatorom (lijevo); upravljačka varijabla $u_x$ , (sredina) upravljačka varijabla $u_y$ , (desno) upravljačka varijabla $u_z$ . ....	36
Slika 21.	Rezultati simulacije s klasičnim PID regulatorom bez poremećaja, bez smoothing filtera. Pozicijska pogreška.....	36
Slika 22.	Prikaz cjelokupnog robota modeliranog u Solidworksu s naznačenim nazivima cjelina .....	39
Slika 23.	Prikaz cjelokupnog robota s boka (okomito na y os) .....	40
Slika 24.	Prikaz cjelokupnog robota sprijeda (okomito na x os).....	40

Slika 25.	Prikaz cjelokupnog robota odozgo (okomito na z os).....	41
Slika 26.	Izometrijski pogled na 3D model nadlaktice desne ruke robota .....	42
Slika 27.	Izometrički pogled na 3D model nosivoga dijela nadlaktice robota .....	43
Slika 28.	Prvi zgob: izometrički prikaz (gore), pogled sprijeda u presjeku (dolje lijevo), pogled s boka u presjeku (dolje desno) .....	44
Slika 29.	Izometrički prikaz 3D modela prvoga zgloba u eksploziviranom prikazu .....	44
Slika 30.	Kutni element drugog zgloba: izometrički prikaz (gore), pogled s boka u presjeku (dolje) .....	45
Slika 31.	Izometrički prikaz 3D modela kutnog elementa drugog zgloba u eksploziviranom prikazu .....	46
Slika 32.	Element s ležajem drugog zgloba: izometrički prikaz (gore), pogled s boka u presjeku (dolje lijevo), pogled sprijeda (dolje desno) .....	46
Slika 33.	Izometrički prikaz 3D modela elementa s ležajem drugog zgloba u eksploziviranom prikazu .....	47
Slika 34.	Izometrički prikaz 3D modela lijeve podlaktice .....	47
Slika 35.	Izometrički pogled na 3D model nosivog dijela lijeve podlaktice robota.....	48
Slika 36.	Ležaj rotirajućega klizača: izometrički prikaz (gore), pogled s boka u presjeku (dolje) .....	49
Slika 37.	Izometrički prikaz 3D modela ležaja rotirajućega klizača u eksploziviranom prikazu .....	49
Slika 38.	Izometrički prikaz 3D modela desne podlaktice .....	50
Slika 39.	Izometrički pogled na 3D model nosivoga dijela desne podlaktice robota.....	50
Slika 40.	Izometrički prikaz 3D modela rotirajućega klizača .....	51
Slika 41.	Rotirajući klizač: pogled s boka u presjeku (gore lijevo), pogled s boka (gore sredina), pogled sprijeda (gore desno), pogled odozgo (dolje) .....	52
Slika 42.	Izometrički prikaz 3D modela rotirajućega klizača u eksploziviranom prikazu.....	52
Slika 43.	Izometrički prikaz 3D modela izvršnoga člana .....	53
Slika 44.	Simulink model automatski generiran pomoću Simscape alata.....	55
Slika 45.	Podjela Simulink modela na logičke cjeline .....	55
Slika 46.	Blok dijagram senzora pozicije, orijentacije, brzine gibanja i brzine skretanja....	56
Slika 47.	Simulink model robota s implementiranim senzorom pozicije, orijentacije, brzine gibanja i brzine skretanja.....	56
Slika 48.	Kompletan Simulink model robota .....	57
Slika 49.	Potpuni model upravljanja robota unutar Simulinka.....	58
Slika 50.	Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za prvi set koordinata (gore lijevo) pozicija $x$ , (gore sredina) pozicija $y$ , (gore desno) pozicija $z$ , (dolje lijevo) brzina $x$ , (dolje sredina) brzina $y$ , (desno dolje) brzina $z$ .....	60
Slika 51.	Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za prvi set koordinata (lijevo) moment desnoga motora, (sredina) moment lijevog motora, (desno) sila na vretenu.....	60
Slika 52.	Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za drugi set koordinata (gore lijevo) pozicija $x$ , (gore sredina) pozicija $y$ , (gore desno) pozicija $z$ , (dolje lijevo) brzina $x$ , (dolje sredina) brzina $y$ , (desno dolje) brzina $z$ .....	62
Slika 53.	Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za drugi set koordinata (lijevo) moment desnoga motora, (sredina) moment lijevoga motora, (desno) sila na vretenu.....	62
Slika 54.	Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za treći set koordinata (gore lijevo) pozicija $x$ , (gore sredina) pozicija $y$ , (gore desno) pozicija $z$ , (dolje lijevo) brzina $x$ , (dolje sredina) brzina $y$ , (desno dolje) brzina $z$ .....	63

---

Slika 55. Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za treći set koordinata (lijevo) moment desnoga motora, (sredina) moment lijevoga motora, (desno) sila na vretenu..... 64



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$L_0$	m	Udaljenost između ishodišta referentnoga koordinatnoga sustava i središta aktuatora
$L_1$	m	Duljina nadlaktice
$L_2$	m	Duljina podlaktice
$q_1$	rad	Kut između referentnoga koordinatnoga sustava i desne nadlaktice
$q_2$	rad	Kut između desne podlaktice i nadlaktice
$q_3$	rad	Kut između referentnoga koordinatnoga sustava i lijeve nadlaktice
$q_4$	rad	Kut između lijeve podlaktice i nadlaktice
$q_5$	rad	Kut između lijeve podlaktice i desne podlaktice
$q_6$	rad	Kut između x osi desne podlaktice i x osi referentnoga koordinatnoga sustava
$q_7$	rad	Kut između x osi izvršnoga člana i x osi referentnoga koordinatnoga sustava
$q_{67}$	rad	Kut između desne podlaktice i izvršnoga člana
$q_8$	m	Translatirana udaljenost po z osi izvršnoga člana
$H$	m	Visina robotske ruke
$c_z$	m	Duljina između dva susjedna druga zgloba (nadalaktica-podlaktica zglob)
$\alpha_1$	rad	Kut između $c_z$ i desne nadlaktice
$\alpha_2$	rad	Kut između $c_z$ i lijeve nadlaktice
$\beta$	rad	Kut između $c_z$ i podlaktice (lijeve i desne)
$\gamma$	rad	Kut koji zatvara desna ndlaktica spram lijeve nadlaktice
$k_1$	m	Duljina od desnog aktuatora do imaginarne točke sjecišta dviju nadlaktica
$k_2$	m	Duljina od lijevog aktuatora do imaginarne točke sjecišta dviju nadlaktica
$x_1$	m	Koordinata po x-u drugoga zgloba desne nadlaktice
$x_2$	m	Koordinata po x-u drugoga zgloba lijeve nadlaktice
$y_1$	m	Koordinata po y-u drugoga zgloba desne nadlaktice
$y_2$	m	Koordinata po y-u drugoga zgloba lijeve nadlaktice
$p_x$	m	Globalna x koordinata robota
$p_y$	m	Globalna y koordinata robota
$p_z$	m	Globalna z koordinata robota
$\vartheta$	rad	Globalna koordinata skretanja robota
$q_{2\text{aprox}}$	rad	Linearno aproksimirana vrijednost kuta $q_2$
$q_{4\text{aprox}}$	rad	Linearno aproksimirana vrijednost kuta $q_4$
$a_1$		Parametar aproksimacijske ravnine za $q_2$
$a_2$		Parametar aproksimacijske ravnine za $q_4$

$b_1$		Parametar aproksimacijske ravnine za $q_2$
$b_2$		Parametar aproksimacijske ravnine za $q_4$
$c_{ap1}$		Parametar aproksimacijske ravnine za $q_2$
$c_{ap2}$		Parametar aproksimacijske ravnine za $q_4$
$d_1$		Parametar aproksimacijske ravnine za $q_2$
$d_2$		Parametar aproksimacijske ravnine za $q_4$
$v_1$	m/s	Tangencijalna brzina desne nadlaktice
$p_1$		Vektor udaljenosti desne nadlaktice spram referentnoga koordinatnoga sustava
$m_1$	kg	Masa nadlaktice
$u_1$	m	Integracijska duljina desne nadlaktice
$\Delta u_1$	m	Infinitezimalna promjena duljine desne nadlaktice
$\dot{q}_1$	rad/s	Brzina promjene kuta između referentnoga koordinatnoga sustava i desne nadlaktice
$K_1$	J	Kinetička energija desne nadlaktice
$v_2$	m/s	Tangencijalna brzina desne podlaktice s obzirom na promjenu kuta $q_2$
$v_{21}$	m/s	Ukupna tangencijalna brzina desne podlaktice
$p_2$		Vektor udaljenosti desne podlaktice spram referentnoga koordinatnoga sustava
$m_2$	kg	Masa podlaktice
$u_2$	m	Integracijska duljina desne podlaktice
$\Delta u_2$	m	Infinitezimalna promjena duljine desne podlaktice
$\dot{q}_2$	rad/s	Brzina promjene kuta između desne podlaktice i nadlaktice
$K_2$	J	Kinetička energija desne podlaktice
$v_3$	m/s	Tangencijalna brzina lijeve nadlaktice
$p_3$		Vektor udaljenosti lijeve nadlaktice spram referentnoga koordinatnoga sustava
$u_3$	m	Integracijska duljina lijeve nadlaktice
$\Delta u_3$	m	Infinitezimalna promjena duljine lijeve nadlaktice
$\dot{q}_3$	rad/s	Brzina promjene kuta između referentnoga koordinatnoga sustava i lijeve nadlaktice
$v_4$	m/s	Tangencijalna brzina lijeve podlaktice s obzirom na promjenu kuta $q_4$
$v_{43}$	m/s	Ukupna tangencijalna brzina lijeve podlaktice
$p_4$		Vektor udaljenosti lijeve podlaktice spram referentnoga koordinatnoga sustava
$u_4$	m	Integracijska duljina lijeve podlaktice
$\Delta u_4$	m	Infinitezimalna promjena duljine lijeve podlaktice
$\dot{q}_4$	rad/s	Brzina promjene kuta između lijeve podlaktice i nadlaktice
$K_3$	J	Kinetička energija lijeve nadlaktice
$K_4$	J	Kinetička energija lijeve podlaktice
$K_{D5}$	J	Kinetička energija rotirajućega klizača s desne strane
$K_{L5}$	J	Kinetička energija rotirajućega klizača s lijeve strane

$K_{67}$	J	Kinetička energija rotiranja izvršnoga člana
$K_8$	J	Kinetička energija transliranja izvršnoga člana
$P_8$	J	Potencijalna energija izvršnoga člana
$T_1$	Nm	Moment u aktuatoru desne nadlaktice
$\ddot{q}_1$	rad/s <sup>2</sup>	Kutno ubrzanje desne nadlaktice spram referentnoga koordinatnoga sustava
$\ddot{q}_2$	rad/s <sup>2</sup>	Kutno ubrzanje desne podlaktice spram nadlaktice
$T_3$	Nm	Moment u aktuatoru lijeve nadlaktice
$\ddot{q}_3$	rad/s <sup>2</sup>	Kutno ubrzanje lijeve nadlaktice spram referentnoga koordinatnoga sustava
$\ddot{q}_4$	rad/s <sup>2</sup>	Kutno ubrzanje lijeve podlaktice spram nadlaktice
$T_{67}$	Nm	Moment rotiranja rotirajućega klizača
$\ddot{q}_{67}$	rad/s <sup>2</sup>	Kutno ubrzanje izvršnoga člana spram desne podlaktice
$F_8$	N	Sila transliranja izvršnoga člana
$\ddot{q}_8$	m/s <sup>2</sup>	Ubrzanje translacije izvršnoga člana
$\dot{q}_{2aproks}$	rad/s	Kutna brzina linearno aproksimirane vrijednosti kuta $q_2$
$\ddot{q}_{2aproks}$	rad/s <sup>2</sup>	Kutno ubrzanje linearno aproksimirane vrijednosti kuta $q_2$
$\dot{q}_{4aproks}$	rad/s	Kutna brzina linearno aproksimirane vrijednosti kuta $q_4$
$\ddot{q}_{4aproks}$	rad/s <sup>2</sup>	Kutno ubrzanje linearno aproksimirane vrijednosti kuta $q_4$
<b>T</b>		Vektor momenata i sila potrebnih za pokretanje robota
<b>G</b>		Vektor gravitacijskih komponenti momenata i sila
<b>H</b>		Matrica inercijskih komponenti momenata i sila
<b>C</b>		Vektor Coriolisovih komponenti momenata i sila
$K_p$		Proporcionalno pojačanje regulatora
$K_i$		Integralno pojačanje regulatora
$K_d$		Derivacijsko pojačanje regulatora



**SAŽETAK**

Cilj ovoga diplomskoga rada jest modelirati SCARA robot sa zatvorenim kinematskim lancem. Najprije je izrađen kinematski model robota pomoću matrice homogenih transformacija, a potom je, na temelju njega, izrađen aproksimirani dinamički model simuliran u Matlabu po x, y i z koordinatama s PID regulatorom. Nakon toga je u programskom alatu Solidworks izrađen 3D model SCARA robota. Potom je taj model uveden u Matlab pomoću alata Simscape te je generiran dinamički model unutar Matlabovog paketa Simulink. Model iz Simulinka nakon toga je uspoređen sa simulacijom dinamičkoga modela. Aproksimirana dinamika se pri jednostavnijim kretanjama poklapa s rezultatima simulacije iz Simscapea, dok pri kompleksnim pokretima dolazi do određene razlike, što je bilo očekivano s obzirom na složenost egzaktnog izračuna dinamike. Upravo je to razlogom da se – umjesto diferencijalnih proračuna dinamike – predlaže korištenje Simscapea.

Ključne riječi: SCARA robot, zatvoreni kinematski lanac, modeliranje, Simscape

---

**SUMMARY**

The goal of this thesis is to model the SCARA robot with a closed kinematic chain. First, a kinematic model of the robot was created using a matrix of homogeneous transformations, and then based on it, an approximate dynamic model was created, simulated in Matlab by x, y and z coordinates with a PID controller. After that, a 3D model of the SCARA robot was created in the Solidworks software. The model was then imported into Matlab using the Simscape tool, and a dynamic model was generated within Matlab's Simulink package. After that, the model from Simulink was compared with the simulation of the dynamic model. The approximated dynamics for simpler movements coincides with the simulation results from Simscape, while for complex movements there is a significant difference, which was expected considering the complexity of the exact dynamics calculation. It is for this reason that it is suggested to use Simscape instead of differential dynamics calculations.

Key words: SCARA robot, closed kinematic chain, modelling, Simscape

## 1. UVOD

Industrija današnjice bila bi neprepoznatljiva bez robota koji su duboko utkani u njezinu srž. Roboti, uz ostale manipulatore i brojne senzore povezane na računalne jedinice, čine današnja postrojenja za proizvodnju znatno učinkovitijima i preciznijima. Moglo bi se postaviti pitanje: ima li uopće prostora za napredak jednoga takvoga postrojenja? Za autora ovoga rada odgovor na to pitanje uvijek će biti pozitivan. Uz nove načine programiranja, nove tehnologije izrade i nove ideje upotrebe starih koncepata, uvijek će biti prostora za bolja rješenja. Upravo promatrajući jedno visokoautomatizirano i robotizirano postrojenje rodila se ideja za temu ovoga rada. Da bi se ubrzao proces proizvodnje, najčešće se koriste paralelni roboti, kojima mala masa pokretnih dijelova omogućava veću brzinu obavljanja operacija. Jedna od najčešćih operacija na proizvodnoj liniji jest operacija *pick and place*, a upravo ubrzavanje samo tog jednog aspekta moglo bi znatno ubrzati sveukupno postrojenje. SCARA je tip robotske ruke koja se – zbog svoje velike brzine, krutosti, a time i preciznosti – često koristi za takav tip operacija.

Svrha ovog diplomskog rada jest pomoću Matlab programa i Solidworks modela izraditi simulaciju SCARA robota. Cilj rada jest izrada vlastitog SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem te uspješna izrada simulacije u Simscape alatu.

Za izradu 3D modela koristit će se programski alat Solidworks 2020. Dinamička simulacija je izrađena pomoću programskog alata Matlab R2018 a i pomoću pod alata Simulink i Simscape.

U ovom radu najprije će biti izrađen matematički kinematski model robota na način da će se pomoću matrice homogenih transformacija opisati odnos pozicije i orijentacije izvršnoga člana spram referentnoga koordinatnog sustava. Na temelju kinematskog modela izradit će se dinamički model koji će se simulirati u Matlabu po x, y i z koordinatama s PID regulatorom. Nakon toga će u programskom alatu Solidworks biti izrađen 3D model uzimajući u obzir ograničenja odabranih tehnologija izrade i željenih sposobnosti robota. Potom će se taj model uvesti u Matlab pomoću alata Simscape te će se automatski generirati dinamički model unutar Matlabova Simulink paketa. Uz male izmjene na ovom automatski generiranom modelu dobit

će se potpuni Simulink model robota spreman za simulacije. Dalje u tekstu rada bit će objašnjeni temeljni pojmovi u ovom diplomskom radu.

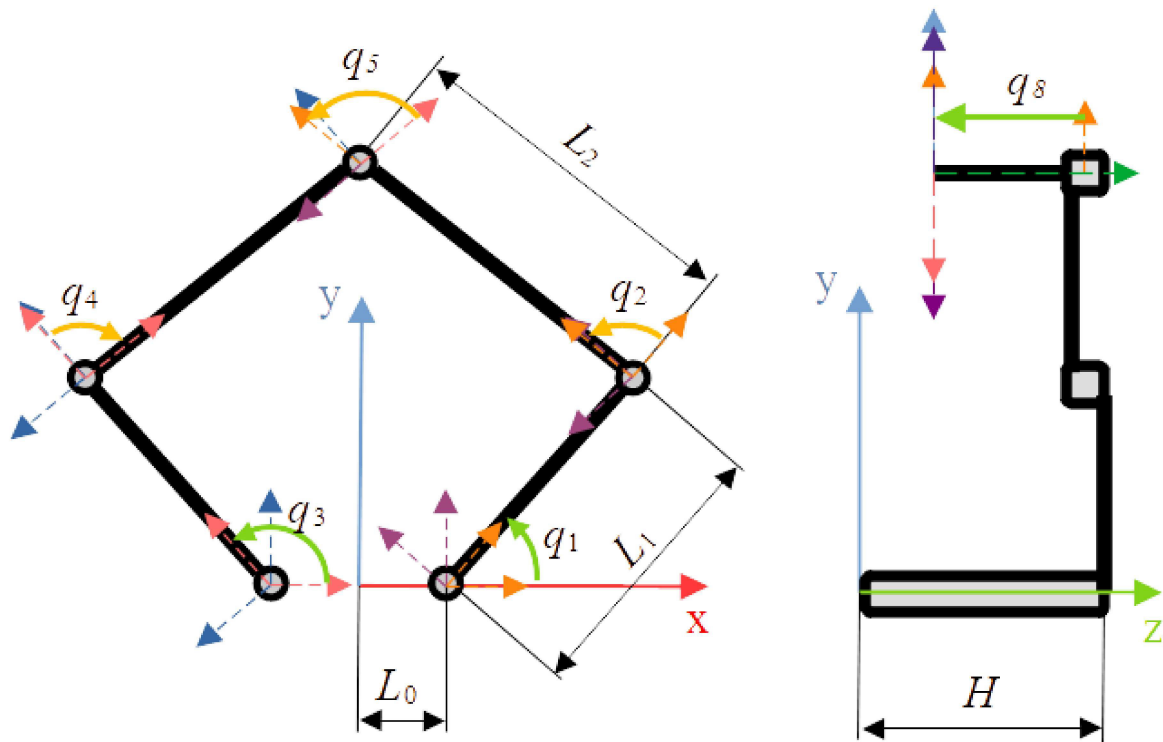
SCARA je engleska skraćenica za *Selective Compliance Assembly Robot Arm* što znači da je upravljiv u x i y osima, dok mu je z os kruta [1]. Ovakav je robot prvi put predstavljen još 1981. godine od strane triju kompanija: Sankyo Seiki, Pentel i NEC [2]. Od tada do danas ovaj je pronašao svoje mjesto u mnogobrojnim postrojenjima zbog svoje visoke krutosti (a time i preciznosti) te brzine. Jedan je od najkorištenijih robota (uz Delta robota) za *pick and place* operacije, kao i jednostavnije korake u sastavljanju sklopova.

Tijela međusobno povezana zglobovima tvore kinematski lanac. Kinematski lanci po svojoj vrsti mogu biti zatvoreni ili otvoreni. Ako postoji jedna ili više petlji unutar kinematskoga lanca, on je zatvorenoga tipa (zatvoreni kinematski lanac eng. *closed kinematic chain*), a ako unutar lanca ne postoje petlje, on je otvorenoga tipa (otvoreni kinematski lanac eng. *open kinematic chain*). Kinematski se lanci koriste za pojašnjavanje kako se sile i momenti prenose kroz mehanizam te za upravljanje objektima. [3][4].

Kruto tijelo u trodimenzionalnom prostoru ima šest stupnjeva slobode: tri translacijska stupnja po osima x, y i z, te tri rotacijska oko istih osi:  $\nu$  – skretanje (rotiranje oko z osi),  $\varphi$  – nagib (rotiranje oko y osi),  $\psi$  – valjanje (rotiranje oko x osi). Broj stupnjeva slobode nekoga tijela je minimalan broj nezavisnih koordinata potrebnih za definiranje položaja i orijentacije tijela u bilo kojem trenutku u odnosu na referentni koordinatni sustav [5]. Robot koji će biti razmatran u ovom radu ima četiri stupnja slobode gibanja x, y, z i  $\nu$ , a njegova konstrukcija može se u suštini svesti na RRTR (rotacija, rotacija, translacija, rotacija) robota. RRTR robot označava raspored i tip zglobova i klizača koji omogućavaju gibanje.

[Slika 1] daje shematski prikaz robota na kojem se vide robotove geometrijske veličine, kao i njegovi zglobovi u odnosu na koordinatne sustave korištene u proračunu kinematike. Referentni koordinatni sustav označen je dugačkim strelicama: crvena boja označava os x, plavom bojom označena je os y, a zelenom bojom os z. Upravo će se taj koordinatni sustav koristiti za izračun direktne i inverzne kinematike u nastavku ovoga rada. Zelene debele strelice predstavljaju aktivne zglobove u robotu, a žute debele strelice predstavljaju pasivne zglobove u robotu.

Aktivni zglobovi su oni kojima upravlja aktuator, a pasivni su oni čije se stanje mijenja u odnosu na parametre robota i položaj aktivnih zglobova. Duljina nadlaktica iskazana je kao varijabla  $L_1$ . Duljina podlaktica iskazana je varijablom  $L_2$ . Budući da se prvi aktivni zglob ne nalazi u ishodištu referentnoga koordinatnog sustava, udaljenost između zgloba i ishodišta izražena je s  $L_0$ .



Slika 1. Shematski prikaz SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem, s označenim geometrijskim parametrima

## 2. KINEMATIKA SCARA ROBOTA SA ZATVORENIM KINEMATSKIM LANCEM

U ovom poglavlju najprije će biti prikazan izračun direktne kinematike, a u drugom potpoglavlju inverzne kinematike.

Pomoću direktne kinematike dobit će se matrica homogenih transformacija koja će egzaktno opisivati položaj izvršnoga člana u radnom prostoru (referentnom koordinatnom sustavu), a pomoću inverzne kinematike dobit će se zakreti zglobova za željene koordinate izvršnoga člana. Te jednadžbe nam omogućuju manipuliranje robotom i bolje razumijevanje kako će se određeni njegovi dijelovi ponašati prigodom zadanih zakreta ili traženih koordinata.

Da bi se moglo upravljati robotom, potrebna nam je robotova konfiguracija: specificiranje pozicije svih točaka robota. Budući da su svi članci robota kruti i poznate geometrije, potrebno je samo nekoliko varijabli za predstavljanje te konfiguracije [3]. Direktna kinematika u robotici rješava pitanje položaja i orijentacije koordinatnoga sustava vezanog za izvršni član robota u odnosu na referentni koordinatni sustav, uzimajući u obzir geometrijske značajke robota i položaje njegovih zglobova [3]. Inverzna kinematika u robotici rješava pitanje koji je položaj njegovih zglobova potreban da bi se dobile određene (zadane) koordinate izvršnoga člana u odnosu na referentni koordinatnoga sustava.

Direktna kinematika daje matricu homogenih transformacija između referentnog i željenog (u ovom slučaju izvršnoga) koordinatnoga sustava te opisuje njihov međusobni odnos. Pomoću nje je moguće znati na kojim se  $x$ ,  $y$ ,  $z$  koordinatama referentnog koordinatnog sustava nalazi ishodište izvršnoga koordinatnog sustava te kako je on orijentiran u odnosu na referentni. Ta nam spoznaja omogućuje da predvidimo i upravljamo robotom. Budući da znamo koliko je koji motor samog robota zakrenut, možemo znati gdje se nalazi njegov izvršni član. S druge strane, inverzna kinematika je postupak koji proučava koliko je potrebno zakrenuti zglobove robota da bi pozicija i orijentacija izvršnoga člana u referentnom koordinatnom sustavu bila jednaka traženoj.

Za računanje direktne kinematike koriste se matrice homogenih transformacija, čiji opći zapis je prikazan u (1). Matrica homogenih transformacija za trodimenzionalni prostor je četiri puta

četiri matrica, u kojoj je zapisan odnos između dvaju koordinatnih sustava. Dijeli se na pet temeljito različitih područja:  $n$ ,  $o$ ,  $a$ ,  $p$  stupci i jedinični redak. Jedinični redak je onaj redak u matrici koji osigurava da je matrica kvadratna te se zbog njega dvije matrice homogenih transformacija mogu međusobno množiti. Da bi se definirala udaljenost između ishodišta dvaju koordinatnih sustava koristi se stupac  $p$ , koji opisuje udaljenost po  $x$ ,  $y$  i  $z$  koordinati od središta jednoga koordinatnoga sustava do središta drugog promatranog koordinatnog sustava. Stupci  $n$ ,  $o$  i  $a$  opisuju koliko se  $x$ ,  $y$  i  $z$  koordinatne osi drugoga koordinatnoga sustava preslikavaju na  $x$ ,  $y$  i  $z$  osi prvoga koordinatnoga sustava. Komponente vektora  $n$  daju projekcije jediničnog vektora u smjeru osi  $x$  drugog koordinatnoga sustava na osi prvoga koordinatnoga sustava;  $n_x$  je projekcija toga jediničnog vektora na os  $x$  prvoga koordinatnoga sustava, a analogno su definirane  $n_y$  i  $n_z$ . Također, vektor  $o$  je vektor čije komponente predstavljaju projekcije jediničnog vektora u smjeru osi  $y$  drugoga koordinatnoga sustava na osi prvoga koordinatnoga sustava. Vektor  $a$  definira se analogno, a odnosi se na smjer osi  $z$  drugoga koordinatnoga sustava. Matrice homogenih transformacija opisuju odnos između bilo koja dva koordinatna sustava, njihovu međusobnu udaljenost i orijentaciju.

$$T_{0n} = \begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Kod množenja matrica bitno je voditi brigu o njihovom poretku. Stoga će se matrica homogenih transformacija koja opisuje odnos prvog i drugoga koordinatnoga sustava pomnožiti s desne strane s matricom koja opisuje odnos drugog i trećega koordinatnoga sustava kako bi se dobila matrica homogenih transformacija koja opisuje odnos prvog i trećega koordinatnoga sustava. Opći postupak prikazan je u jednadžbi (2).

$$T_{0n} = A_0 \cdot A_1 \cdot \dots \cdot A_n \quad (2)$$

Kad se govori o translaciji, misli se na postupak pomicanja ishodišta koordinatnoga sustava u odnosu na referentni, a kad se govori o rotaciji, misli se na postupak zakretanja oko jedne ili više osi koordinatnoga sustava u odnosu na referentni. Postupak translacije u ovom radu skraćeno će se pisati *trans*: u zagradama je zapisan pomak po osima redom:  $x$ ,  $y$ ,  $z$  te je primjer prikazan u izrazu (3). Rotacija će se skraćeno pisati *rot*: u zagradama je zapisana os rotacije nakon koje iznos iste i primjer rotacije oko svake osi prikazan u izrazu (4).

$$\text{trans}(a, b, c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{rot}(x, \alpha) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{rot}(y, \alpha) &= \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{rot}(z, \alpha) &= \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

Oznaka  $c_i$  koristit će se kao kraći zapis za  $\cos(q_i)$ . Analogno,  $s_i$  će značiti  $\sin(q_i)$ . Nadalje, koristit će se sljedeće konvencije u pisanju:

$$\begin{aligned} c_{ij} &= \cos(q_i + q_j) \\ s_{ij} &= \sin(q_i + q_j) \\ c_{i-j} &= \cos(q_i - q_j) \\ c_{-i} &= \cos(-q_i) \end{aligned} \quad (5)$$

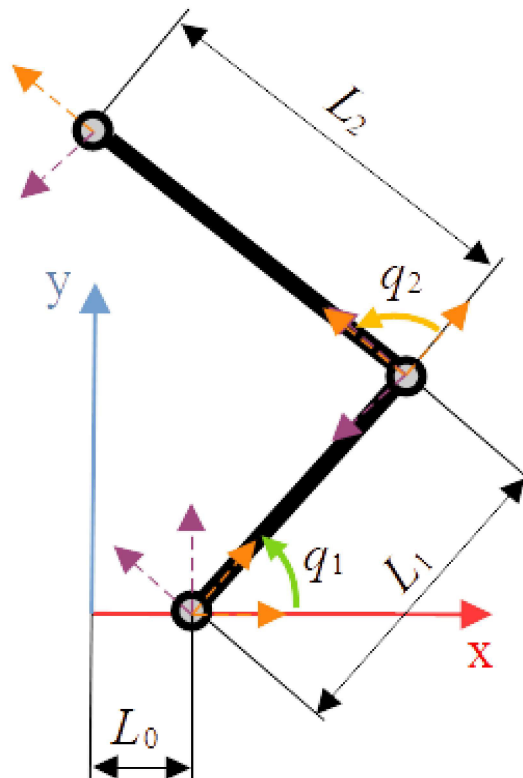
## 2.1. Direktna kinematika SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem

Konstrukcija SCARA robota može se promatrati poput RRTR (rotacija, rotacija, translacija, rotacija) robota. Zbog kompleksnosti zatvorenoga kinematskoga lanca, kroz sam proračun kinematike u ovom poglavlju naizmjenično će se koristiti matrice homogenih transformacija prema [6] s geometrijskim proračunom određenih veličina.

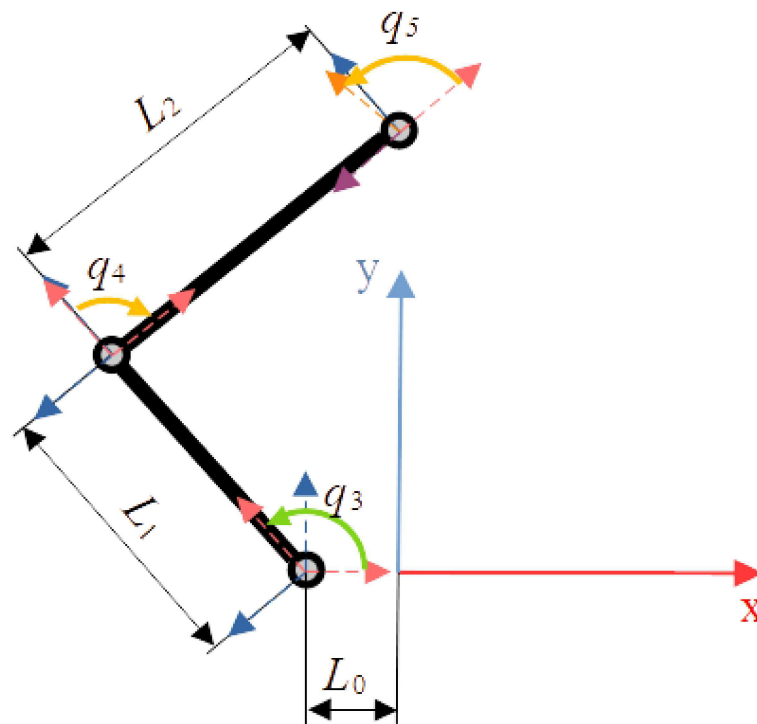
Prije rješavanja direktne kinematike treba pojednostaviti model [Slika 1] i podijeliti ga na dijelove za koje će sam postupak biti jednostavniji. Podjela se radi na način da u zglobu  $q_5$  razdijelimo robota na tri zasebna dijela. Prvi dio je „desna ruka“, koja se sastoji od dva zgloba



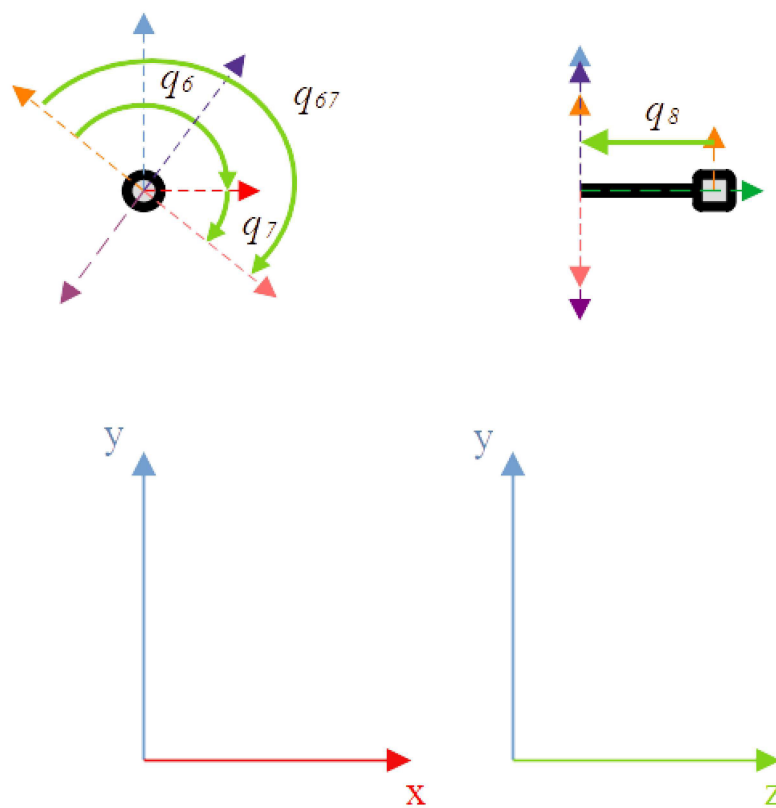
( $q_1$  i  $q_2$ ) i dva kraka ( $L_1$  i  $L_2$ ) [Slika 2]. Drugi dio je „lijeva ruka“, koja se sastoji od tri zgloba ( $q_3$ ,  $q_4$  i  $q_5$ ) i dva kraka ( $L_1$  i  $L_2$ ) [Slika 3]. Zadnji i treći dio, „rotirajući klizač“ sastoji se od zgloba ( $q_6$ ) koji omogućuje skretanje izvršnom članu robota te klizača ( $q_8$ ) koji omogućuje pomak u z osi [Slika 4]. Slovo  $q$  je oznaka za stupnjeve slobode u određenom zglobu; ti stupnjevi slobode još se nazivaju i unutarnjim koordinatama robota.



Slika 2. Shematski prikaz desne ruke



Slika 3. Shematski prikaz lijeve ruke



Slika 4. Shematski prikaz rotirajućega klizača

### 2.1.1. Direktna kinematika desne ruke

Najprije je potrebno provesti translaciju (za  $L_0$  po osi x i za  $H$  po osi z) iz središta referentnoga koordinatnoga sustava u središte prvog motora (6).

$$A_{D1} = \text{trans}(L_0, 0, H) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Potom se iz središta prvoga motora rotacijom (oko z osi za  $q_1$ ) i translacijom (za  $L_1$  po osi x) po duljini prvoga kraka definira lokalni koordinatni sustav u središtu pasivnoga zgloba (7)

$$A_{D2} = \text{rot}(z, q_1)\text{trans}(L_1, 0, 0) = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & c_1 L_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & s_1 L_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Naposljetku se rotacijom (oko z osi za  $q_2$ ) i translacijom (za  $L_2$  po osi x) po duljini drugoga kraka definira koordinatni sustav u središtu središnjega zgloba (8).

$$A_{D3} = \text{rot}(z, q_2)\text{trans}(L_2, 0, 0) = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & c_2 L_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & s_2 L_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Umnoškom (6), (7) i (8) dobiva se (9) matrica transformacije iz referentnoga koordinatnoga sustava u lokalni koordinatni sustav središnjega zgloba.

$$T_{13} = A_{D1} \cdot A_{D2} \cdot A_{D3} = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & L_0 + c_1 L_1 + c_{12} L_2 \\ s_{12} & c_{12} & 0 & s_1 L_1 + s_{12} L_2 \\ 0 & 0 & 1 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Time je završena direktna kinematika desne ruke robota.

### 2.1.2. Direktna kinematika lijeve ruke robota

Analogno direktnoj kinematici iz prethodnoga potpoglavlja provodi se direktna kinematika za lijevu ruku robota koja je prikazana jednadžbama: (10), (11) i (12).

$$A_{L1} = \text{trans}(-L_0, 0, H) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -L_0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$A_{L2} = \text{rot}(z, q_3)\text{trans}(L_1, 0, 0) = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & c_3 L_1 \\ s_3 & c_3 & 0 & s_3 L_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$A_{L3} = \text{rot}(z, -q_4) \text{trans}(L_2, 0, 0) = \begin{bmatrix} c_4 & s_4 & 0 & c_4 L_2 \\ -s_4 & c_4 & 0 & -s_4 L_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Za razliku od kinematike desne ruke, ovdje se uvodi rotacija u samom srednjem zglobu (oko z osi za  $q_5$ ) [Slika 3] izračunatom u jednadžbi (13).

$$A_{L4} = \text{rot}(z, q_5) = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Umnoškom (10), (11), (12) i (13) dobiva se (14) matrica transformacija iz referentnoga koordinatnoga sustava u koordinatni sustav središnjega zgloba jednak onom u (9). No, on sam po sebi nije identičan, nego se stavlja ograničenje da te dvije matrice moraju biti jednake, a to ograničenje proizlazi iz fizikalne veze lijeve i desne ruke.

$$T_{24} = A_{L1} \cdot A_{L2} \cdot A_{L3} \cdot A_{L4} = \begin{bmatrix} c_{3-45} & -s_{3-45} & 0 & -L_0 + c_3 L_1 + c_{3-4} L_2 \\ s_{3-45} & c_{3-45} & 0 & s_3 L_1 + s_{3-4} L_2 \\ 0 & 0 & 1 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Time je završena direktna kinematika za lijevu ruku robota.

### 2.1.3. Direktna kinematika rotirajućega klizača

Imajući na umu da jednadžbe (9) i (14) vode do iste orijentacije i pozicije, za određivanje početne orijentacije i pozicije rotirajućega klizača koristit će se, zbog svoje manje kompleksnosti, samo jednadžba (9). Poželjno je da početna orijentacija rotirajućega klizača bude jednaka onoj referentnoga koordinatnoga sustava. Zadovolji li se taj uvjet, konačna orijentacija izvršnoga člana ovisit će isključivo o stupnju slobode zaduženom za zakretanje izvršnoga koordinatnoga sustava. Osiguravanje takve orijentacije može se postići na dva temeljno drugačija načina: konstrukcijskim osiguravanjem orijentacije i aktivnim osiguravanjem orijentacije. Konstrukcijsko osiguravanje iste orijentacije bi podrazumijevalo neku vrstu paralelnoga mehanizma, koji bi povećao broj pokretnih dijelova, a time i zakomplicirao samu konstrukciju i vjerojatno poskupio fizičku izvedbu istoga robota. Upravo zato u ovom će se potpoglavlju razmotriti aktivno osiguravanje iste orijentacije. Takvo osiguravanje orijentacije podrazumijeva da se stupanj slobode koji je zadužen za skretanje izvršnoga člana zakreće ovisno o prethodnim stupnjevima slobode koji su utjecali na njegovu različitu orijentaciju s obzirom na referentni koordinatni sustav, uz željenu poziciju skretanja izvršnoga člana.

Da bi se izračunalo potrebno zakretanje početnoga koordinatnoga sustava rotirajućega klizača koje osigurava da koordinatne osi zakrenutoga koordinatnoga sustava i referentnoga koordinatnoga sustava leže na paralelnim pravcima, uvodi se prividni stupanj slobode  $q_6$  koji je rotacija oko z osi (15) [Slika 4].

$$A_6 = \text{rot}(z, q_6) = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Umnoškom (9) i (15) dobiva se izraz (16) čiji se položaj ne mijenja u odnosu na (9), dok se prikladnim podešavanjem  $q_6$  osigurava paralelnost osi ovoga koordinatnoga sustava u odnosu na referentni koordinatni sustav.

$$T_6 = T_{13} \cdot A_6 = \begin{bmatrix} c_{126} & -s_{126} & 0 & L_0 + c_1 L_1 + c_{12} L_2 \\ s_{126} & c_{126} & 0 & s_1 L_1 + s_{12} L_2 \\ 0 & 0 & 1 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Razmatrajući prvi član iz (16) te znajući da je  $q_6$  točno takav da je orijentacija paralelna globalnom koordinatnom sustavu može se izraziti (17).

$$f_{11} = \cos(q_1 + q_2 + q_6) = 1 \quad (17)$$

Budući da se traži koliko je  $q_6$  u odnosu na prethodne stupnjeve slobode (17) se može zapisati kao (18).

$$f_{11} = \cos(q_1 + q_2 + q_6) = \cos(0) \quad (18)$$

Izrazi li se arkus kosinus od (18), dobiva se (19).

$$q_1 + q_2 + q_6 = 0 \quad (19)$$

Naposljetku, iz (19) moguće je izraziti  $q_6$  preko prethodnih stupnjeva slobode (20).

$$q_6 = -q_1 - q_2 \quad (20)$$

Uvrštavanjem (20) u (16) dobiva se (21).

$$T_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & L_0 + c_1 L_1 + c_{12} L_2 \\ 0 & 1 & 0 & s_1 L_1 + s_{12} L_2 \\ 0 & 0 & 1 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Budući da robot ima sposobnost skretanja izvršnoga člana, uvodi se stupanj slobode  $q_7$ , koji zakreće izvršni koordinatni sustav oko z osi (22) za traženu vrijednost.

$$A_7 = \text{rot}(z, q_7) = \begin{bmatrix} c_7 & -s_7 & 0 & 0 \\ s_7 & c_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Umnoškom (21) i (22) dobiva se izraz (23) koji opisuje konačnu orijentaciju robota, no i njegovu poziciju.

$$T_7 = T_6 \cdot A_7 = \begin{bmatrix} c_7 & -s_7 & 0 & L_0 + c_1 L_1 + c_{12} L_2 \\ s_7 & c_7 & 0 & s_1 L_1 + s_{12} L_2 \\ 0 & 0 & 1 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Da bi se u potpunosti definirala pozicija robota, potrebno je provesti translaciju izvršnoga koordinatnoga sustava za  $q_8$  po z osi i negativnom smjeru (24).

$$A_8 = \text{trans}(0,0,-q_8) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

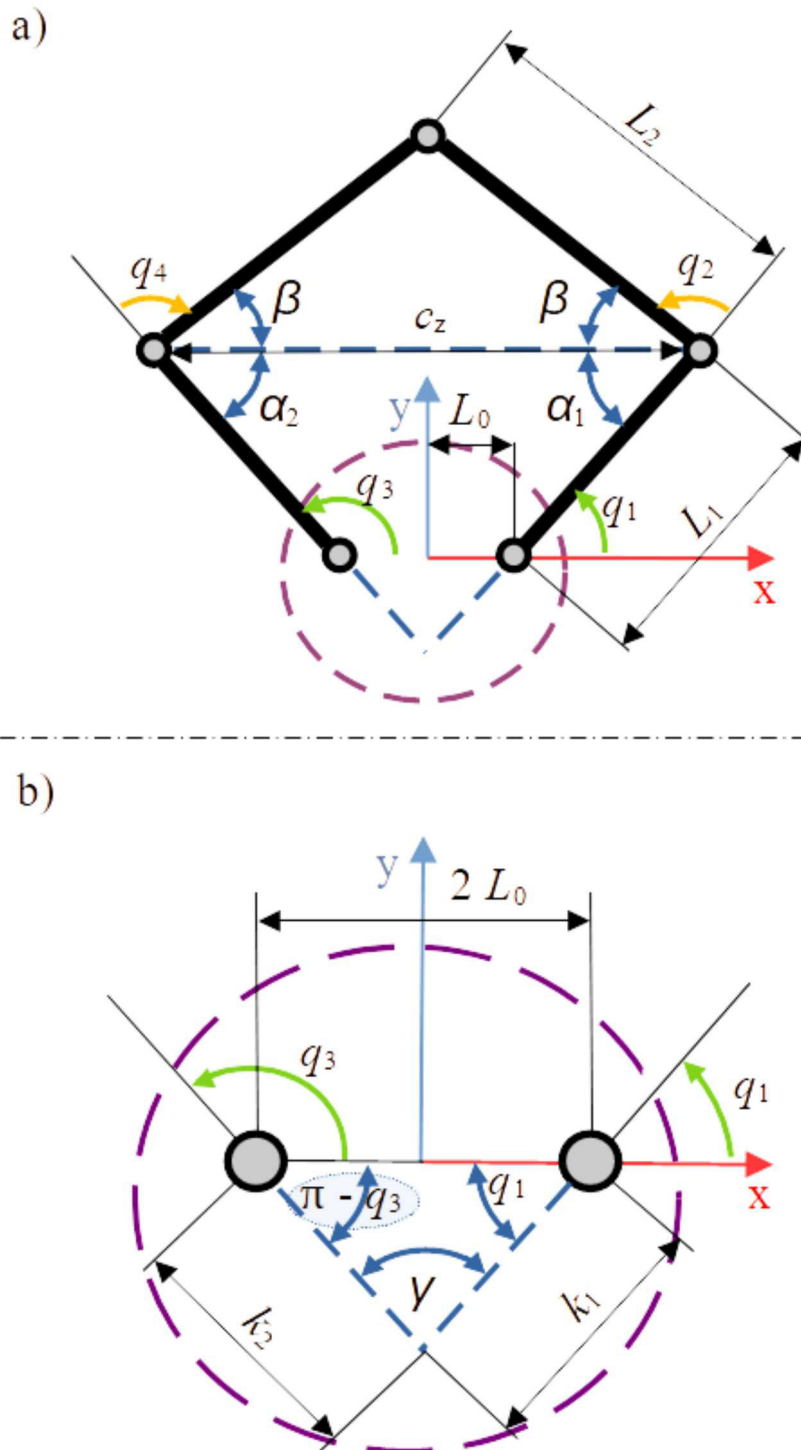
Umnoškom (23) i (24) dobiva se konačni izraz za direktnu kinematiku rotirajućega klizača (25).

$$T_8 = T_7 \cdot A_8 = \begin{bmatrix} c_7 & -s_7 & 0 & L_0 + c_1 L_1 + c_{12} L_2 \\ s_7 & c_7 & 0 & s_1 L_1 + s_{12} L_2 \\ 0 & 0 & 1 & H - q_8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Time je završena direktna kinematika rotirajućega klizača.

#### 2.1.4. Definiranje pasivnih zglobova preko aktivnih

Proračun direktne kinematike nije uzimao u obzir kojim se zglobovima može, a kojima ne može upravljati te se pretpostavilo da su svi zglobovi aktivni, tj. da imaju svoj motor. No, budući da nije tako i da se ne može upravljati pasivnim zglobovima, nego je njihov zakret ovisan o zakretu aktivnih zglobova – da bi kinematika bila potpuna – treba  $q_2$  i  $q_4$  u potpunosti definirati preko  $q_1$  i  $q_3$ . Izrazi za  $q_2$  i  $q_4$  mogu se dobiti rješavanjem jednadžbi izvedenih preko (9) i (14), no tako dobiveni izrazi su izuzetno zamršeni. Stoga će se ranije navedene izraze računati pomoću geometrijskih ovisnosti prema [Slika 5].



Slika 5. Shematski prikaz geometrijskih parametara: a) parametri vezani uz geometriju robota, b) parametri vezani uz redukciju četverokuta u trokut

Najprije će se definirati udaljenost između dvaju pasivnih zglobova  $c_z$  (26) preko  $x$  i  $y$  koordinata pasivnih zglobova. Koordinate istih definirane su preko duljine prvoga kraka ( $L_1$ ), kuta zakreta motora ( $q_1$  i  $q_3$ ) i udaljenosti motora od ishodišta referentnoga koordinatnoga sustava ( $L_0$ ).

$$c_z = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= L_1 \cdot \cos q_1 + L_0 \\ y_1 &= L_1 \cdot \sin q_1 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} x_2 &= -L_1 \cdot \cos(180^\circ - q_3) - L_0 \\ y_2 &= L_1 \cdot \sin(180^\circ - q_3) \end{aligned}$$

Budući da je  $c_z$  uvijek hipotenuza jednakokraknoga trokuta s dva kraka duljine  $L_2$  [Slika 5 a)], moguće je kut  $\beta$  izraziti pomoću istih (27).

$$\beta = \cos^{-1} \left( \frac{c_z}{2 \cdot L_2} \right) \quad (27)$$

Kut  $\gamma$  [Slika 5 b)] moguće je izraziti pomoću  $q_1$  i  $q_3$  (28).

$$\gamma = q_3 - q_1 \quad (28)$$

Koristeći sinusov poučak, moguće je izraziti duljine  $k_1$  i  $k_2$  (29).

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{2 \cdot L_0}{\sin \gamma} \cdot \sin(180^\circ - q_3) \\ k_2 &= \frac{2 \cdot L_0}{\sin \gamma} \cdot \sin q_1 \end{aligned} \quad (29)$$

Pomoću sinusova poučka moguće je izraziti kutove  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$  koristeći duljinu  $L_1$  i duljine  $k_1$  i  $k_2$  (30).

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \sin^{-1} \left( \frac{L_1 + k_2}{\frac{c_z}{\sin \gamma}} \right) \\ \alpha_2 &= \sin^{-1} \left( \frac{L_1 + k_1}{\frac{c_z}{\sin \gamma}} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

Naposljetku, izraz za  $q_2$  i  $q_4$  može se izraziti preko ranije izračunatih parametara (31).

$$\begin{aligned} q_2 &= 180^\circ - \beta - \alpha_1 \\ q_4 &= 180^\circ - \beta - \alpha_2 \end{aligned} \quad (31)$$

Uvrštavanjem (26) u (27) dobiva se potpuni izraz za kut  $\beta$ . Uvrštavanjem (28) u (29) upotpunjava se izraz za  $k_1$  i  $k_2$ , a potom se – uvrštavanjem (26), (28) i (29) u (30) – dobivaju upotpunjeni izrazi za kutove  $\alpha_1$  i  $\alpha_2$ . Naposljetku se (27) i (30) uvrste u (31) kako bi se dobili



izrazi za  $q_2$  i  $q_4$  u potpunosti izraženi preko aktivnih zglobova  $q_1$  i  $q_3$ . Time je u potpunosti definirana direktna kinematika SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem.

## 2.2. Inverzna kinematika SCARA robota sa zatvorenim kinematskim lancem

Inverzna kinematika za dane koordinate izvršnoga člana daje unutarnje koordinate robota (zakret zglobova ili pomak translacijskih spojeva). Promatrani robot ima četiri stupnja slobode koji manipuliraju robotom u referentnim koordinatama  $x$ ,  $y$ ,  $z$  i skretanje ( $\vartheta$ ) (32). Koordinate vezane uz stupnjeve slobode robota nazivaju se još vanjskim koordinatama robota.

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ \vartheta \end{bmatrix} \quad (32)$$

Trivijalna inverzna kinematika može se provesti za položaj na  $z$  koordinati (33) te za skretanje, jer su te dvije veličine direktno vezane za jedan aktuator robota, što je vidljivo iz (25).

$$q_8 = -H + p_z \quad (33)$$

Imajući na umu kako se skretanje izražava u matrici homogene transformacije, može se iz (25) iščitati da su  $n$ ,  $o$  i  $a$  stupci identični onom očekivanom za rotaciju oko  $z$  osi za kut  $q_7$ . Budući da je skretanje definirano kao zakretanje oko  $z$  osi, može se izraziti kao što je prikazano u (34).

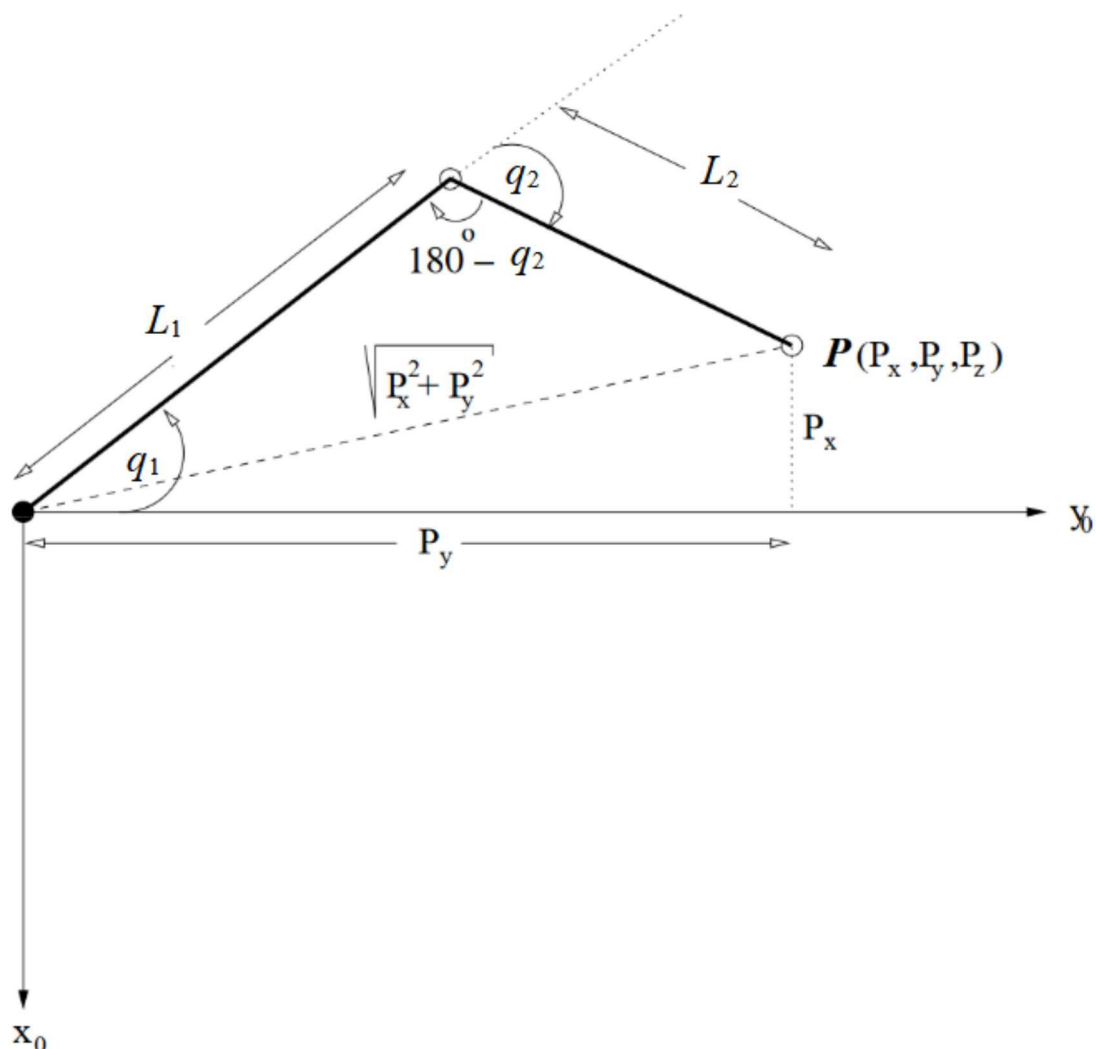
$$q_7 = \vartheta \quad (34)$$

No moramo imati na umu da je tome tako samo zato što je uvedeno aktivno osiguravanje iste orijentiranosti koordinatnoga sustava rotirajućega klizača i referentnoga koordinatnoga sustava u obliku  $q_6$ , tako da je stvarni iznos za koji se naš motor mora zakrenuti  $q_{67}$  koji iznosi (35).

$$q_{67} = \vartheta - q_1 - q_2 \quad (35)$$

Kako su položaji u  $x$  i  $y$  koordinati međusobno vezani preko zatvorenoga kinematskoga lanca, inverznu kinematiku je nemoguće izraziti isključivo putem (25) jer ne uzima u obzir kinematiku lijeve ruke. Upravo iz tog razloga potrebno je uzeti u obzir i (14) te će se robot rastaviti na dva dijela i za potrebe inverzne kinematike. Tim postupkom se dobivaju dva uobičajena SCARA robota čija je inverzna kinematika za  $x$  i  $y$  koordinate dobro poznata. Izračun iste prikazan je po uzoru na [7] uz izmjenu  $p_x$  sa  $p_{x1}$  i  $p_{x2}$  (36). Do te izmjene dolazi zbog razlika u konstrukciji robota korištenog u izvornom proračunu i u ovome radu. Kao što se može vidjeti na [Slika 6] u

izvornom proračunu, centar rotacije prvoga zgloba nalazi se u središtu referentnoga koordinatnoga sustava, a centar rotacije prvog i trećega zgloba su na promatranom robotu zamaknuti za  $L_0$  od ishodišta referentnoga koordinatnoga sustava.



Slika 6. Prikaz geometrijskoga rješenja za  $q_1$  i  $q_2$  odozgo (okomito na z os) [7]

a

$$\begin{aligned} p_{x1} &= p_x - L_0 \\ p_{x2} &= p_x + L_0 \end{aligned} \quad (36)$$

Zbrajanjem  $p_x$  i  $p_y$  iz (25) uz uvrštavanje (36) dobiva se sljedeća jednačba:

$$p_{x1}^2 + p_y^2 = L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2\cos(q_2) \quad (37)$$

$$\cos(q_2) = \frac{p_{x1}^2 + p_y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \quad (38)$$

$$\sin(q_2) = \sqrt{1 - \cos(q_2)^2}$$

$$q_2 = \pm \arccos\left(\frac{p_{x1}^2 + p_y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}\right) \quad (39)$$

Zbog načina na koji je  $q_2$  definiran na [Slika 1] izabire se pozitivna vrijednost kuta.

$$q_2 = +\arccos\left(\frac{p_{x1}^2 + p_y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}\right) \quad (40)$$

Iako je definiran predznak arccos za izračun  $q_2$ , mora se definirati koji predznak  $q_2$  će se uvrstiti u dalji izračun za  $q_1$ . Koja je razlika između uvrštavanja pozitivne ili negativne vrijednosti  $q_2$  u  $q_1$  bit će detaljnije objašnjeno u nastavku ovoga poglavlja. No, radi boljeg razumijevanja daljeg proračuna, valja imati na umu da je uvršten negativan  $q_2$ .

$$\begin{aligned} L_1c_1 + L_2c_{1-2} &= p_{x1} \\ L_1s_1 + L_2s_{1-2} &= p_y \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} L_1c_1 + L_2c_1c_{-2} + L_2s_1s_{-2} &= p_{x1} \\ L_1s_1 + L_2s_1c_{-2} - L_2c_1s_{-2} &= p_y \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} (L_1 + L_2c_{-2})c_1 + (L_2s_{-2})s_1 &= p_{x1} \\ (-L_2s_{-2})c_1 + (L_1 + L_2c_{-2})s_1 &= p_y \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \sin(q_1) &= \frac{(L_2s_{-2})p_{x1} + (L_1 + L_2c_{-2})p_y}{(L_2s_{-2})^2 + (L_1 + L_2c_{-2})^2} \\ \cos(q_1) &= \frac{(L_1 + L_2c_{-2})p_{x1} - (L_2s_{-2})p_y}{(L_2s_{-2})^2 + (L_1 + L_2c_{-2})^2} \end{aligned} \quad (44)$$

$$q_1 = \arctan_2\left(\frac{L_2s_{-2}p_{x1} + (L_1 + L_2c_{-2})p_y}{(L_1 + L_2c_{-2})p_{x1} - (L_2s_{-2})p_y}\right) \quad (45)$$

Analogno proračunu za  $q_1$  i  $q_2$ , može se izračunati  $q_3$  i  $q_4$ :

$$p_{x2}^2 + p_y^2 = L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2\cos(q_4) \quad (46)$$

$$\cos(q_4) = \frac{p_{x2}^2 + p_y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \quad (47)$$

$$\sin(q_4) = \sqrt{1 - \cos(q_4)^2}$$

$$q_4 = \pm \arccos\left(\frac{p_{x2}^2 + p_y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}\right) \quad (48)$$

Zbog načina na koji je  $q_4$  definiran na [Slika 1] izabire se pozitivna vrijednost kuta.

$$q_4 = +\arccos\left(\frac{p_{x2}^2 + p_y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}\right) \quad (49)$$

Iz istog razloga kao i za proračun  $q_1$ , mora se definirati predznak  $q_4$  pri uvrštavanju u  $q_3$ . U nastavku poglavlja bit će obrazloženo zašto se u  $q_3$  uvrštava pozitivna vrijednost  $q_4$ .

$$\begin{aligned} L_1c_3 + L_2c_{34} &= p_{x2} \\ L_1s_3 + L_2s_{34} &= p_y \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} L_1c_3 + L_2c_3c_4 + L_2s_3s_4 &= p_{x2} \\ L_1s_3 + L_2s_3c_4 - L_2c_3s_4 &= p_y \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} (L_1 + L_2c_4)c_3 + (L_2s_4)s_3 &= p_{x2} \\ (-L_2s_4)c_3 + (L_1 + L_2c_4)s_3 &= p_y \end{aligned} \quad (52)$$

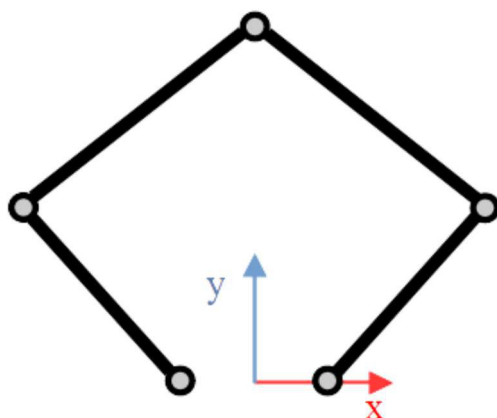
$$\begin{aligned} \sin(q_3) &= \frac{(L_2s_4)p_{x2} + (L_1 + L_2c_4)p_y}{(L_2s_4)^2 + (L_1 + L_2c_4)^2} \\ \cos(q_3) &= \frac{(L_1 + L_2c_4)p_{x2} - (L_2s_4)p_y}{(L_2s_4)^2 + (L_1 + L_2c_4)^2} \end{aligned} \quad (53)$$

$$q_3 = \arctan_2\left(\frac{L_2s_4p_{x2} + (L_1 + L_2c_4)p_y}{(L_1 + L_2c_4)p_{x2} - (L_2s_4)p_y}\right) \quad (54)$$

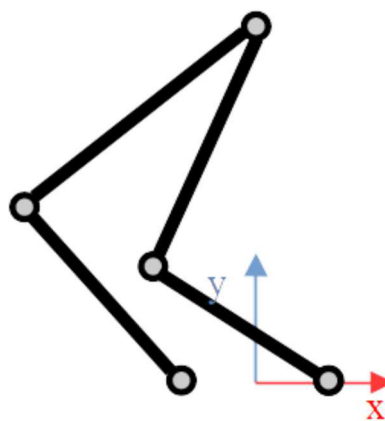
Različiti predznaci uvrštenih  $q_2$  i  $q_4$  u odgovarajuće  $q_1$  i  $q_3$  rezultiraju različitim konfiguracijama robota [Slika 7]. Sve od tih konfiguracija robota dovode do željenih vanjskih koordinata, no neprihvatljive su zbog fizičkih ograničenja poput kolizije elemenata robota. Uvrštavanjem

pozitivnog  $q_2$  u  $q_1$  dobit će se veći  $q_1$  nego ako se uvrsti negativna vrijednost. Istovjetno tome ako se uvrsti pozitivan  $q_4$  u  $q_3$ ,  $q_3$  će biti veći nego ako se uvrsti negativan  $q_4$ . Željena konfiguracija robota prikazana je na [Slika 1], gdje se jasno vidi da je  $q_1$  manji kut od  $q_3$ . Ta konfiguracija izabrana je jer daje najveći prostor rada robota te ima najveću srednju krutost u odnosu na vanjske sile. Iz tog razloga se uvrštava negativan  $q_2$  u  $q_1$  te pozitivan  $q_4$  u  $q_3$ .

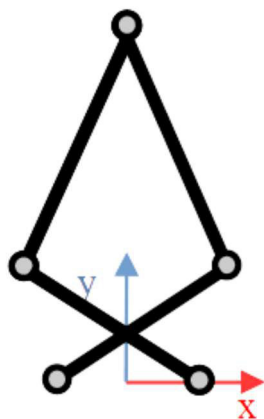
a)



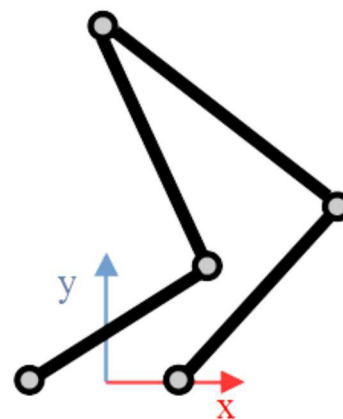
b)



c)



d)



Slika 7. Konfiguracije robota: a) konfiguracija s uvrštenim  $-q_2, +q_4$ , b) konfiguracija s uvrštenim  $+q_2, +q_4$ , c) konfiguracija s uvrštenim  $+q_2, -q_4$ , d) konfiguracija s uvrštenim  $-q_2, -q_4$

### 3. DINAMIKA SCARA ROBOTA SA ZATVORENIM KINEMATSKIM LANCEM

Dinamika robota može se proračunati na više načina; od kojih su neki Euler-Lagrangeova metoda, Newton-Euler metoda i d'Alamberova metoda [8]. U ovom radu koristit će se Euler-Lagrangeova metoda koja se zasniva na energijama. Lagrangeova funkcija je jednaka razlici kinetičke i potencijalne energije [3][9]. Pomoću te definicije može se izvesti formula za silu ili moment aktuatora (55):

$$T_{ij} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K_j}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial K_j}{\partial q_i} \right) + \left( \frac{\partial P_j}{\partial \dot{q}_i} \right) \quad (55)$$

gdje je  $q_i$  i-ta upravljana koordinata,  $\dot{q}_i$  brzina i-te upravljane koordinate,  $K_j$  kinetička energija j-tog članka,  $P_j$  potencijalna energija j-tog članka te  $T_{ij}$  upravljačka sila ili moment i-te upravljane koordinate u j-tom članku. Zbrojem izraza (55) za sve članke robota dobiva se izraz za potrebnu silu ili moment u i-toj upravljanoj koordinati (56):

$$T_i = \sum_{j=1}^N T_{ij} \quad (56)$$

Razmatrani robot sastoji se od pet elemenata, a ima četiri stupnja slobode. Iz tog razloga izrazit će se kinetičke energije za svaki od tih elemenata. Prigodom izražavanja sile ili momenta za određenu upravljanu koordinatu pasivni zglobovi će se uvrštavati isto kao i aktivni. Nakon izražavanja sili ili momenata pomoću svih promjenjivih koordinati (aktivnih i pasivnih), pasivne koordinate će se zamijeniti svojim aproksimacijama prikazanim u sljedećem potpoglavlju i pripadajućim derivacijama istih aproksimacija.

Opći izraz za kinetičku energiju homogenog elementa (57):

$$K = \frac{m}{2 \cdot l} \int_0^l v^2(u) \cdot du \quad (57)$$

Opći izraz za potencijalnu energiju elementa (58):

$$P = -mgh \quad (58)$$

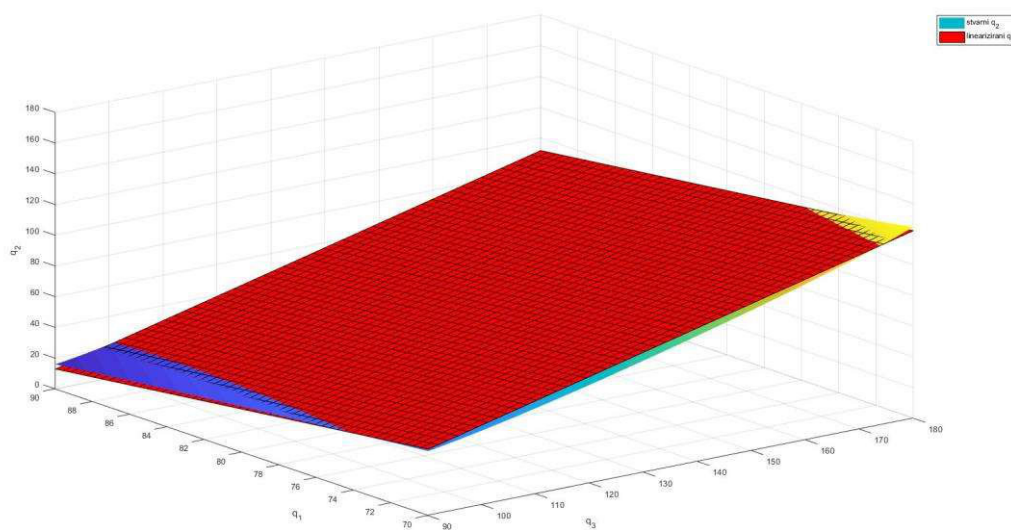
gdje je  $m$  masa elementa,  $g$  gravitacijsko ubrzanje Zemlje, koje se uvrštava s negativnim predznakom,  $h$  visina promatrane točke u odnosu na ishodište globalnoga koordinatnoga sustava.

Budući da se zatvoreni kinematski lanci ponašaju drugačije od otvorenih, ovaj će pristup imati određenu pogrešku, jer ne uzima u obzir potrebnu energiju za zakretanje susjedne nadlaktice. Kad bi se razmatrao i taj element, izrazi bi postali prekompleksni za ovaj rad. U tom slučaju moment za pokretanje prvoga motora ovisi o momentu drugoga motora, a moment drugoga motora ovisi o momentu prvoga motora. Time nastaje kružna ovisnost čije je izračunavanje kompleksno.

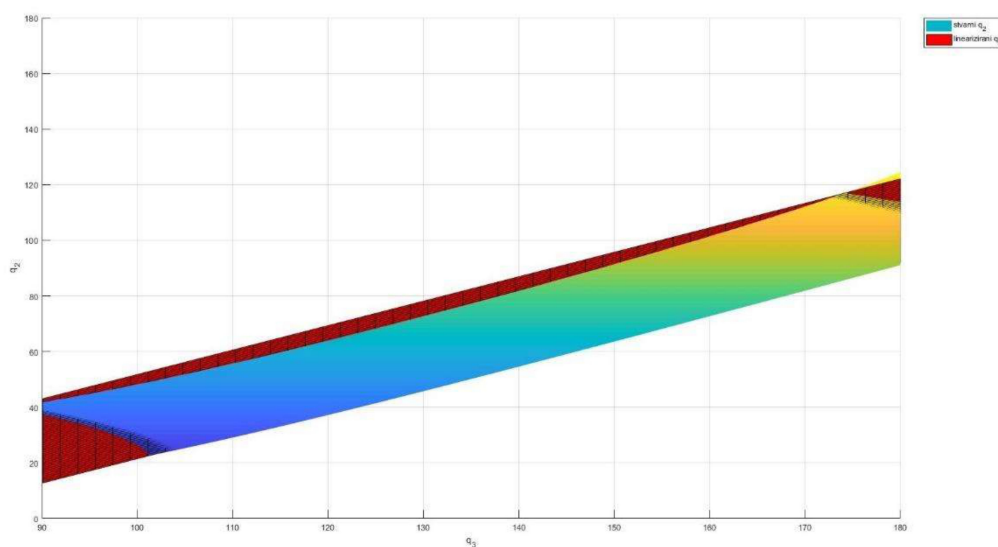
### 3.1. Linearna aproksimacija pasivnih zglobova

Kako je za proračun dinamike potrebno derivirati jednadžbe po vremenu, izrazi za pasivne zglobove (31) veoma bi brzo postali izuzetno zamršenima. Za potrebe ovoga rada u svrhu izbjegavanja takvih jednadžbi proveden je postupak linearne aproksimacije kuta zakreta pasivnih zglobova u odnosu na zakret aktivnih zglobova.

Takva aproksimacija opravdana je proračunom u programskom alatu Matlab R2018a. Maksimalno odstupanje linearne aproksimacije od egzaktnoga proračuna je manja od  $8^\circ$  za sve testirane parametre robota, u svim testiranim kutovima za  $q_1$  i  $q_3$ . Na [Slika 8], [Slika 9] i [Slika 10] prikazan je 3D graf ovisnosti  $q_2$  o  $q_1$  i  $q_3$ . U ovom konkretnom primjeru ( $L_0 = 60$  mm  $L_1 = 200$  mm  $L_2 = 220$  mm) maksimalna razlika između aproksimirane i stvarne vrijednosti iznosi  $3,0912^\circ$ .

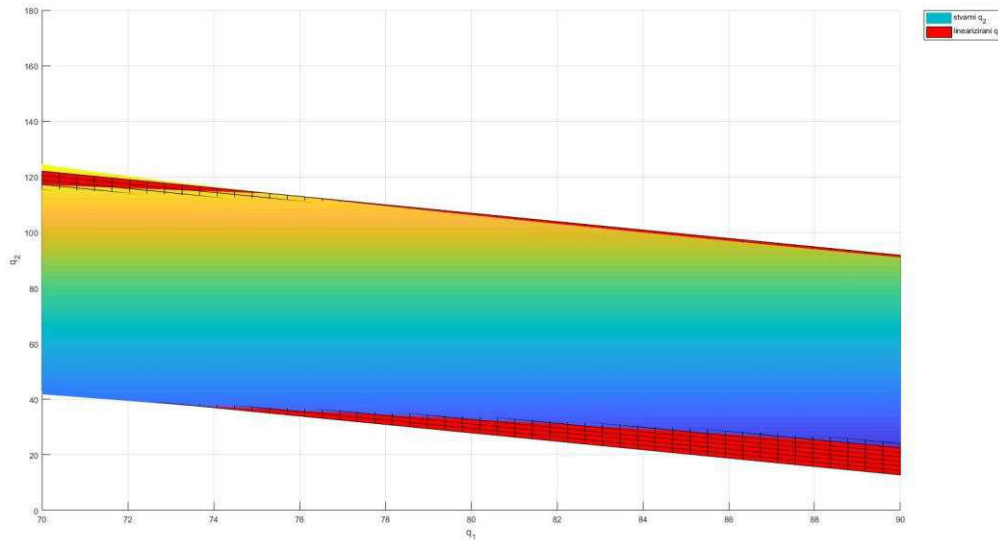


**Slika 8.** Izometrički pogled na graf ovisnosti  $q_2$  o  $q_1$  i  $q_3$ , gdje je x os  $q_3$ , y os  $q_1$ , a z os  $q_2$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktne vrijednosti.



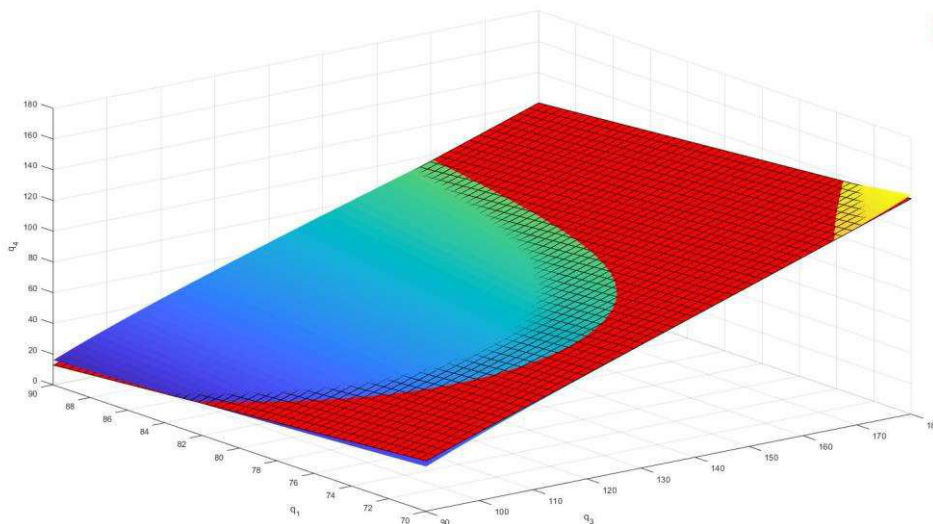
**Slika 9.** Pogled na graf ovisnosti  $q_2$  o  $q_1$  i  $q_3$ , gdje je x os  $q_3$ , y os  $q_1$ , a z os  $q_2$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktne vrijednosti.



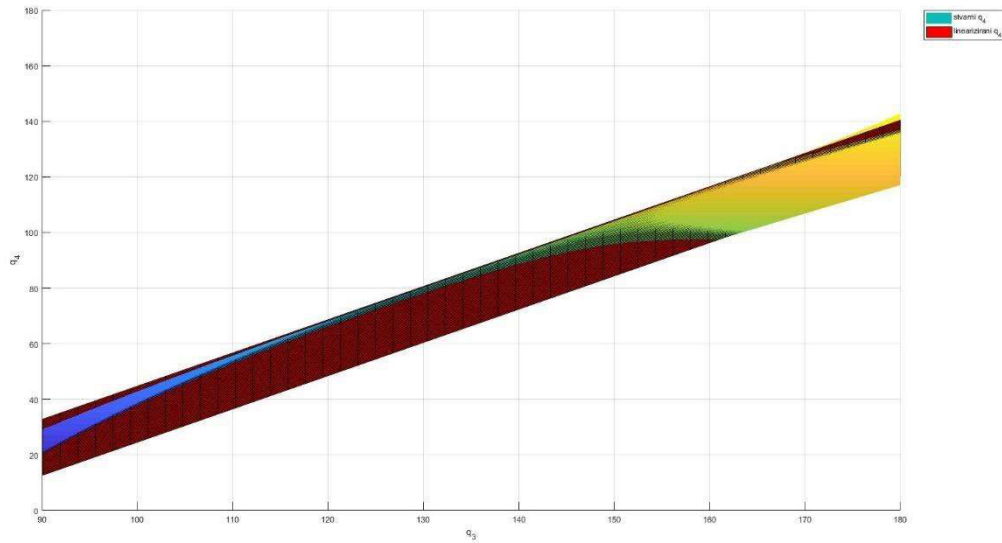


**Slika 10.** Pogled na graf ovisnosti  $q_2$  o  $q_1$  i  $q_3$  u y-z ravnini, gdje je y os  $q_1$ , a z os  $q_2$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktno vrijednosti.

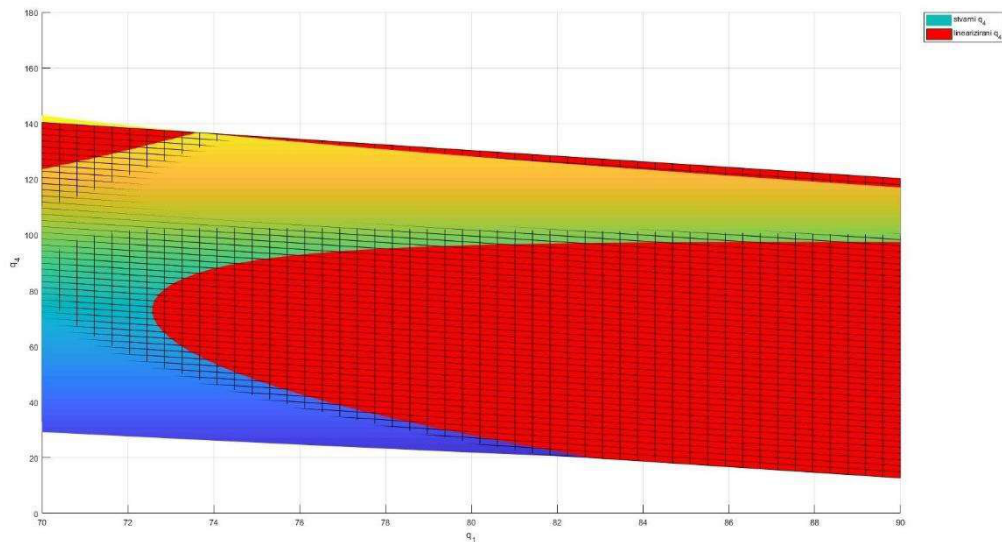
Na slikama [Slika 11], [Slika 12] i [Slika 13] prikazan je 3D graf ovisnosti  $q_4$  o  $q_1$  i  $q_3$ . Koristeći iste parametre kao i za prethodni primjer, maksimalna razlika između aproksimirane i stvarne vrijednosti iznosi  $5,2359^\circ$ .



**Slika 11.** Izometrički pogled na graf ovisnosti  $q_4$  o  $q_1$  i  $q_3$ , gdje je x os  $q_3$ , y os  $q_1$  a z os  $q_4$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktno vrijednosti.



**Slika 12.** Pogled na graf ovisnosti  $q_4$  o  $q_1$  i  $q_3$  u x-z ravnini, gdje je x os  $q_3$  a z os  $q_4$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktno vrijednosti.



**Slika 13.** Pogled na graf ovisnosti  $q_4$  o  $q_1$  i  $q_3$  u y-z ravnini, gdje je y os  $q_1$  a z os  $q_4$ . Crvena ravnina prikazuje aproksimirane vrijednosti, a šarena ravnina prikazuje egzaktno vrijednosti.

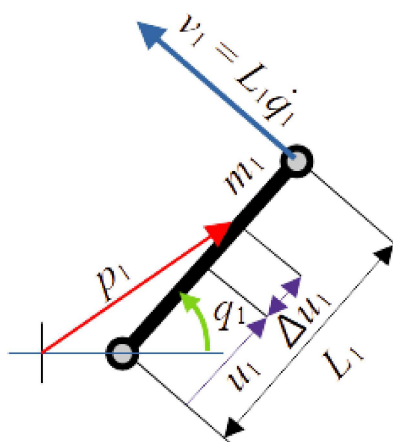
Budući da su odstupanja aproksimiranih vrijednosti relativno mala uzimajući u obzir koliko se izračun tom aproksimacijom može pojednostaviti, za potrebe ovoga rada koristit će se upravo te aproksimirane vrijednosti za  $q_2$  i  $q_4$  (59).

$$\begin{aligned}
 q_{2aproks} &= -\frac{a_1 q_3 + b_1 q_1 - d_1}{c_{ap1}} \\
 q_{4aproks} &= -\frac{a_2 q_3 + b_2 q_1 - d_2}{c_{ap2}}
 \end{aligned}
 \tag{59}$$

gdje su:  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, d_1$  i  $d_2$  parametri aproksimirane ravnine, koji su isključivo ovisni o geometrijskim parametrima robota  $L_0, L_1$  i  $L_2$  te rasponu  $q_1$  i  $q_3$  unutar kojeg se provodi linearizacija.

### 3.2. Dinamika desne ruke

Kinetička energija nadlaktice desne ruke [Slika 14.] ima opći izraz prema (57), a prikazana je u (60). Ovakav izraz se analogno može izraziti za sve druge elemente robota tako da će se samo jednom prikazati kako pravilno uvrstiti parametre u izraz, a za preostale elemente preskočit će se taj korak.



Slika 14. Shematski prikaz nadlaktice desne ruke robota koji rotira oko osi z

$$K_1 = \frac{m_1}{2 \cdot L_1} \int_0^{L_1} v_1^2(u_1) \cdot du_1
 \tag{60}$$

Gdje je  $v_1$  brzina desne nadlaktice. Budući da brzina jednaka prijeđenom putu u vremenu, za infinitezimalni dio vremena možemo je izraziti kao promjenu vektora  $p_1$ . Vektor  $p_1$  jednak je zadnjem stupcu umnoška izraza (6) i (7) (stupcu  $p$  rezultantne matrice) s razlikom u tome da je

$L_1$  izmijenjen vrijednošću  $u_1$ . Derivacijom vektora  $p_1$  po vremenu dobije se brzina desne nadlaktice, a kvadrat te brzine je skalarni produkt brzine same sa sobom (61).

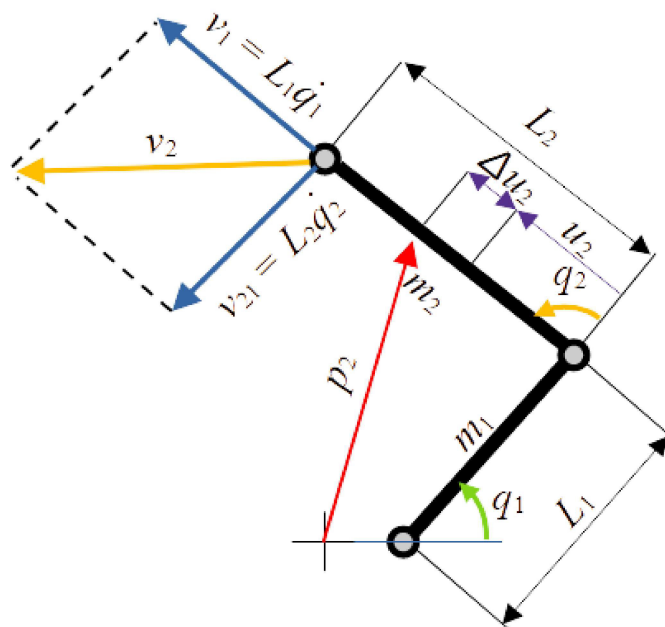
$$v_1^2 = u_1^2 \dot{q}_1^2 \quad (61)$$

Uvrštavanjem izraza (61) u (60) i integriranjem dobiva se izraz za kinetičku energiju nadlaktice desne ruke (62):

$$K_1 = \frac{L_1^2 m_1 \dot{q}_1^2}{6} \quad (62)$$

Iako potencijalna energija za ovaj element nije jednaka nuli, njezina promjena jest. Stoga nema potrebe izračunavati je.

Kinetička energija podlaktice desne ruke [Slika 15] izražava se analogno prošlom elementu.



**Slika 15. Shematski prikaz podlaktice desne ruke robota koja rotira oko osi z i giba se s krajem prvog elementa**

Brzina podlaktice je derivacija po vremenu vektora  $p_2$  koji je zadnji stupac rezultantne matrice umnoškom izraza (6), (7) i (8) s razlikom u tome da je  $L_2$  izmijenjen vrijednošću  $u_2$ . Kao i za brzinu nadlaktice može se izraziti kvadrat same brzine (63):

$$v_2^2 = (L_1^2 + u_2^2 + 2L_1u_2 \cos q_2)\dot{q}_1^2 + 2u_2(u_2 + L_1 \cos q_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 + u_2^2\dot{q}_2^2 \quad (63)$$

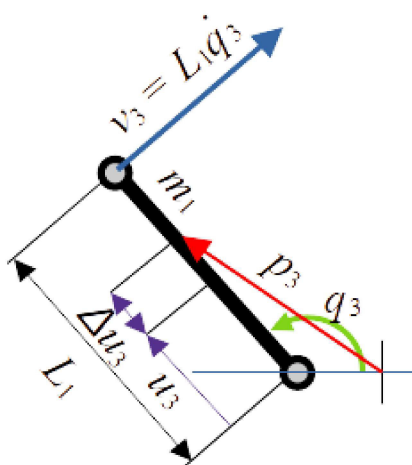
Uvrštavanjem izraza (63) u (60) i integriranjem dobiva se izraz za kinetičku energiju podlaktice desne ruke (64):

$$K_2 = \frac{m_2}{6} \cdot \left( (3L_1^2 + L_2^2 + 3L_1L_2 \cos q_2)\dot{q}_1^2 + L_2(2L_2 + 3L_1 \cos q_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 + L_2^2\dot{q}_2^2 \right) \quad (64)$$

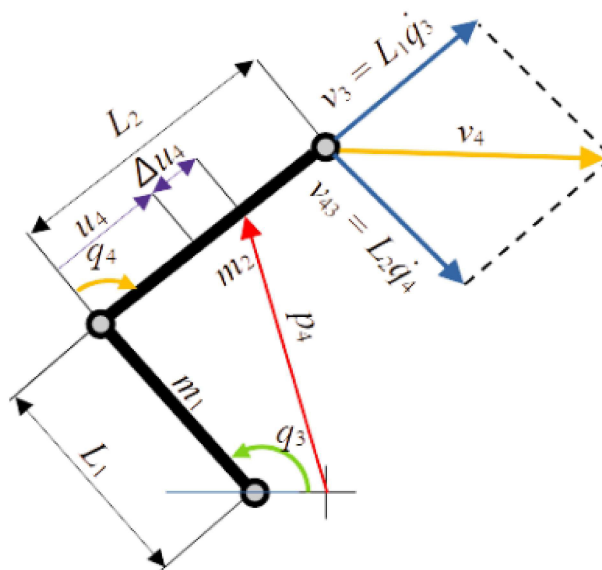
Isto kao i za prethodni element, potencijalna energija ovog elementa je konstantna.

### 3.3. Dinamika lijeve ruke

Analogno izračunu kinetičkih i potencijalnih energija za desnu ruku može se provesti izračun kinetičkih i potencijalnih energija za nadlakticu [Slika 16] i podlakticu [Slika 17] lijeve ruke.



Slika 16. Shematski prikaz nadlaktice lijeve ruke robota koja rotira oko osi z



Slika 17. Shematski prikaz podlaktice lijeve ruke robota koja rotira oko osi z i giba se s krajem prvog elementa

Kvadrat brzine nadlaktice lijeve ruke (65) izražava se analogno postupku u jednadžbama (61).

$$v_3^2 = u_3^2 \dot{q}_3^2 \quad (65)$$

Uvrštavanjem izraza (65) u (60) i integriranjem dobiva se izraz za kinetičku energiju nadlaktice lijeve ruke (66).

$$K_3 = \frac{L_1^2 m_1 \dot{q}_3^2}{6} \quad (66)$$

Kvadrat brzine podlaktice lijeve ruke (67) izražava se analogno postupku u jednadžbama (63).

$$v_4^2 = (L_1^2 + u_4^2 + 2L_1 u_4 \cos q_4) \dot{q}_3^2 + 2u_4(u_4 + L_1 \cos q_4) \dot{q}_3 \dot{q}_4 + u_2^2 \dot{q}_4^2 \quad (67)$$

Uvrštavanjem izraza (67) u (60) i integriranjem dobiva se izraz za kinetičku energiju podlaktice lijeve ruke (68).

$$K_4 = \frac{m_2}{6} \cdot \left( (3L_1^2 + L_2^2 + 3L_1L_2 \cos q_4) \dot{q}_3^2 + L_2(2L_2 + 3L_1 \cos q_4) \dot{q}_3 \dot{q}_4 + L_2^2 \dot{q}_4^2 \right) \quad (68)$$

Kao i kod desne ruke, svi elementi lijeve ruke imaju konstantnu potencijalnu energiju.

### 3.4. Dinamika rotirajućega klizača

Kinetička energija rotirajućega klizača može se podijeliti na tri dijela: kinetička energija gibanja u x-y ravnini (69), kinetička energija potrebna za skretanje (rotaciju oko z osi) (70) i kinetička energija gibanja po z osi (71). Nadalje, kinetička energija gibanja u x-y ravnini može se dobiti računajući s lijeve  $K_{L5}$  ili s desne  $K_{D5}$  strane, a sam izračun je analogan onomu za izraz (64)/(68), uz iznimku da se umjesto  $u_2/u_4$  koristi  $L_2$  prije i nakon integracije; kinetička energija skretanja te kinetička po z osi su trivijalne.

$$K_{D5} = \frac{m_5}{2} \cdot \left( (L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2 \cos q_2) \dot{q}_1^2 + 2L_2(L_2 + L_1 \cos q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + L_2^2 \dot{q}_2^2 \right) \quad (69)$$

$$K_{L5} = \frac{m_5}{2} \cdot \left( (L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2 \cos q_4) \dot{q}_3^2 + 2L_2(L_2 + L_1 \cos q_4) \dot{q}_3 \dot{q}_4 + L_2^2 \dot{q}_4^2 \right)$$

$$K_{67} = \frac{r^2 m_5 \dot{q}_{67}^2}{4} \quad (70)$$

$$K_8 = \frac{m_5 \dot{q}_8^2}{2} \quad (71)$$

Potencijalna energija za klizač (72) je trivijalna te se u potpunosti može izraziti preko (58). Budući da se njezin iznos mijenja u ovisnosti o  $q_8$ , treba je izraziti.

$$P_8 = -m_5 g (H - q_8) \quad (72)$$

Time su dobivene sve potrebne kinetičke i potencijalne energije za rješavanje Euler-Lagrange metode (55) preko koje se mogu dobiti potrebni momenti i sile u motorima. Ti momenti i sile bit će prikazani u izrazima (73), (74), (75) i (76):

$$T_1 = \frac{1}{6} \left( -3L_1L_2(m_2 + 2m_5) \sin q_2 \dot{q}_2 (2\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \right. \\ \left. + 2 \left( L_2^2(m_2 + 3m_5) + L_1^2(m_1 + 3(m_2 + m_5)) \right) \ddot{q}_1 \right. \\ \left. + 2L_2^2(m_2 + 3m_5)\ddot{q}_2 + 3L_1L_2(m_2 + 2m_5) \cos q_2 (2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \right) \quad (73)$$

$$T_3 = \frac{1}{6} \left( -3L_1L_2(m_2 + 2m_5) \sin q_4 (2\dot{q}_3 - \dot{q}_4)\dot{q}_4 \right. \\ \left. + 2 \left( L_2^2(m_2 + 3m_5) + L_1^2(m_1 + 3(m_2 + m_5)) \right) \ddot{q}_3 \right. \\ \left. + 3L_1L_2(m_2 + 2m_5) \cos q_4 (2\ddot{q}_3 - \ddot{q}_4) - 2L_2^2(m_2 + 3m_5)\ddot{q}_4 \right) \quad (74)$$

$$T_{67} = \frac{r^2 m_5 \ddot{q}_{67}}{2} \quad (75)$$

$$F_8 = m_5(-g + \ddot{q}_8) \quad (76)$$

U izrazima (73) i (74) pojavljuju se prva i druga derivacija zakreta pasivnih zglobova. One su dobivene derivirajući izraze (59). Prva i druga derivacija za  $q_2$  izražena je u (77), a za  $q_4$  je izražena u (78).

$$\dot{q}_{2apros} = -\frac{a_1\dot{q}_3 + b_1\dot{q}_1}{c_{ap1}} \\ \ddot{q}_{2apros} = -\frac{a_1\ddot{q}_3 + b_1\ddot{q}_1}{c_{ap1}} \quad (77)$$

$$\dot{q}_{4apros} = -\frac{a_2\dot{q}_3 + b_2\dot{q}_1}{c_{ap2}} \quad (78)$$



$$\ddot{q}_{4aprox} = -\frac{a_2\ddot{q}_3 + b_2\ddot{q}_1}{c_{ap2}}$$

Opći oblik dinamike robota (79).

$$\mathbf{T} = \mathbf{G}(q) + \mathbf{H}(q)\ddot{q} + \mathbf{C}(q, \dot{q}) \quad (79)$$

$\mathbf{T}$  je vektor sila i momenata,  $\mathbf{G}$  je vektor pripadajućih potencijalnih energija,  $\mathbf{H}$  je matrica inercija i  $\mathbf{C}$  je vektor pripadajućih Coriolisovih i centrifugalnih sila. Uvrštavanjem izraza (59), (77) i (78) u izraze (73) i (74) te potom razdjeljivanjem novodobivenih izraza i izraza (75), (76) i (77) prema (79) dobivaju se (80), (81) i (82).

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -gm_5 \end{bmatrix} \quad (80)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} & 0 & 0 \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{11} = D_{12} + D_{13}b_1 + D_{14}(b_1 - 2c_{ap1})$$

$$\mathbf{H}_{12} = D_{13}a_1 + D_{14}a_1$$

(81)

$$D_{12} = -\frac{-2c_{ap1}^2(L_2^2(m_2 + 3m_5) + L_1^2(m_1 + 3(m_2 + m_5)))}{6c_{ap1}^2}$$

$$D_{13} = -\frac{2c_{ap1}L_2^2(m_2 + 3m_5)}{6c_{ap1}^2}$$

$$D_{14} = -\frac{3c_{ap1}L_1L_2(m_2 + 2m_5)\cos\left(\frac{d_1 - b_1q_1 - a_1q_3}{c_{ap1}}\right)}{6c_{ap1}^2}$$

$$\mathbf{H}_{21} = D_{23}b_2 + D_{24}b_2$$

$$\mathbf{H}_{22} = D_{22} + D_{23}a_2 + D_{24}(a_2 + 2c_{ap2})$$

$$D_{22} = \frac{2c_{ap2}^2(L_2^2(m_2 + 3m_5) + L_1^2(m_1 + 3(m_2 + m_5)))}{6c_{ap2}^2}$$

$$D_{23} = \frac{2c_{ap2}L_2^2(m_2 + 3m_5)}{6c_{ap2}^2}$$

$$D_{24} = \frac{3c_{ap2}L_1L_2(m_2 + 2m_5)\cos\left(\frac{d_2 - b_2q_1 - a_2q_3}{c_{ap2}}\right)}{6c_{ap2}^2}$$

$$J_5 = \frac{r^2m_5}{2}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} \\ \mathbf{C}_{21} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{11} = D_{11}(b_1^2 - 2c_{ap1}b_1)\dot{q}_1^2 + D_{11}(2a_1b_1 - 2a_1c_{ap1})\dot{q}_1\dot{q}_3 + D_{11}a_1^2\dot{q}_3^2$$

$$D_{11} = -\frac{3L_1L_2(m_2 + 2m_5)\sin\left(\frac{d_1 - b_1q_1 - a_1q_3}{c_{ap1}}\right)}{6c_{ap1}^2} \quad (82)$$

$$\mathbf{C}_{21} = D_{21}b_2^2\dot{q}_1^2 + D_{21}(2a_2b_2 + 2b_2c_{ap2})\dot{q}_1\dot{q}_3 + D_{21}(a_2^2 + 2c_{ap2}a_2)\dot{q}_3^2$$

$$D_{21} = \frac{3L_1L_2(m_2 + 2m_5)\sin\left(\frac{d_2 - b_2q_1 - a_2q_3}{c_{ap2}}\right)}{6c_{ap2}^2}$$

Time je u potpunosti definirana dinamika zatvorenoga SCARA robota.

### 3.5. PID regulacija dinamičkoga modela

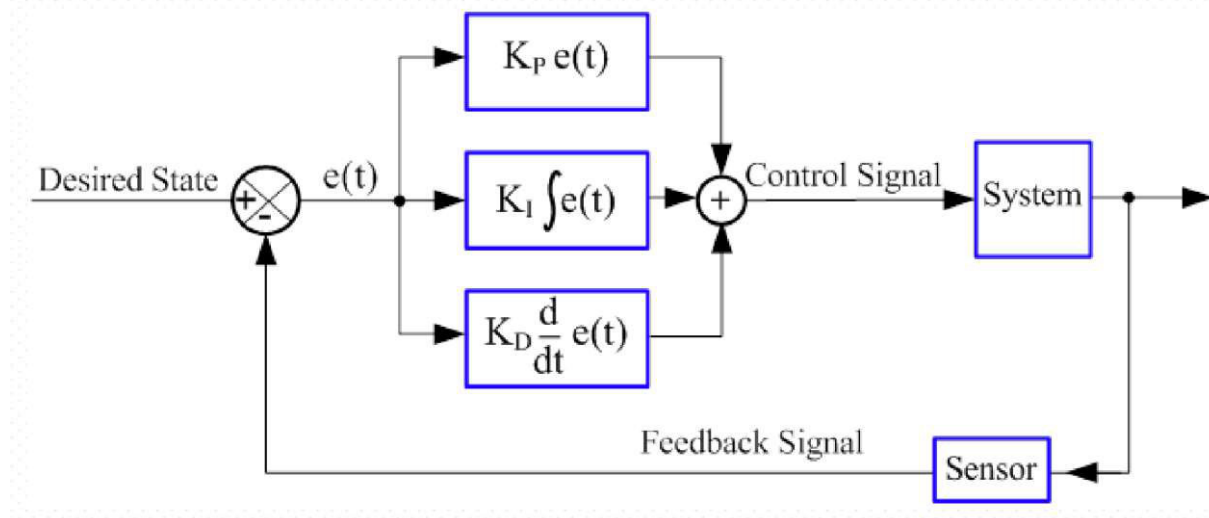
Dobivena dinamika će se u ovom poglavlju koristiti za simulaciju praćenja referentne pozicije te će se u kasnijim poglavljima rezultati usporediti s rezultatima dobivenima pomoću Simscapea. Za sve simulacije u ovom poglavlju parametri robota su prema (83):

$$\begin{aligned}m_1 &= 0,24 \\m_2 &= 0,57 \\m_5 &= 0,3 \\L_0 &= 0,06 \\L_1 &= 0,20 \\L_2 &= 0,22\end{aligned}\tag{83}$$

Zbog naglih skokova koji se javljaju u upravljačkoj varijabli, kao i u brzini robota, implementira se jednostavan smoothing filter (84):

$$G(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)^n}\tag{84}$$

PID regulator se sastoji od triju elemenata. P je proporcionalni član (eng. *Proportional*), čija je izlazna vrijednost jednaka pogrešci pomnoženoj s proporcionalnim pojačanjem  $K_p$ . Povećavanjem  $K_p$  sustav brže reagira na promjene, dok se smanjivanjem uvodi kašnjenje. Ako je  $K_p$  previsok, dolazi do oscilacije odziva. I – integralni član (eng. *Integral*) – proporcionalan je veličini i trajanju pogreške. Integralno pojačanje  $K_i$  množi se s integralom trenutne pogreške kako bi se ubrzao odziv procesa i eliminaciju pogreške. Pojačanje  $K_i$  uzrokuje prebačaj jer je u ovisnosti o prošloj vrijednosti pogreške. D – derivacijski član (eng. *Derivative*) – množi derivaciju trenutne pogreške s derivacijskim pojačanjem  $K_d$  kako bi se sustav stabilizirao. Prevelika vrijednost  $K_d$  može uzrokovati oscilatornim odzivom. Shematski prikaz jednog ovakvoga regulatora dan je na [Slika 18], a izraz za isti prikazan je u (85).



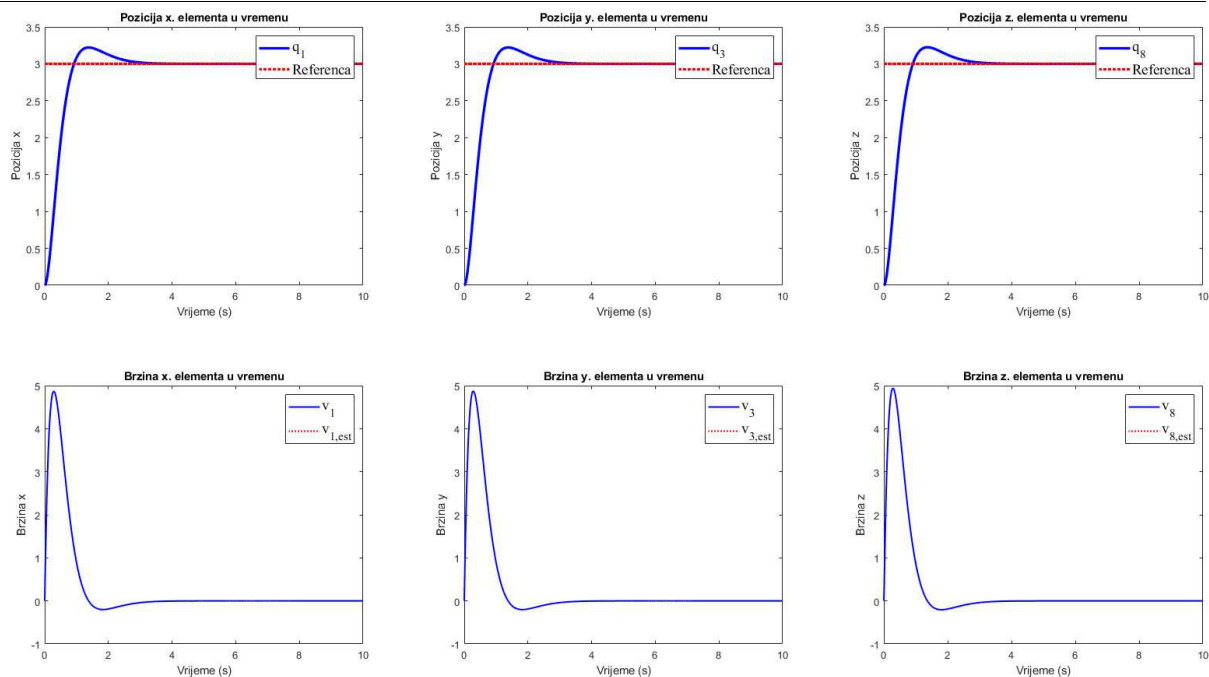
Slika 18. Shematski prikaz klasičnoga PID regulatora [8]

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de}{dt} \quad (85)$$

Parametri za ovu simulaciju su postavljeni prema (86).

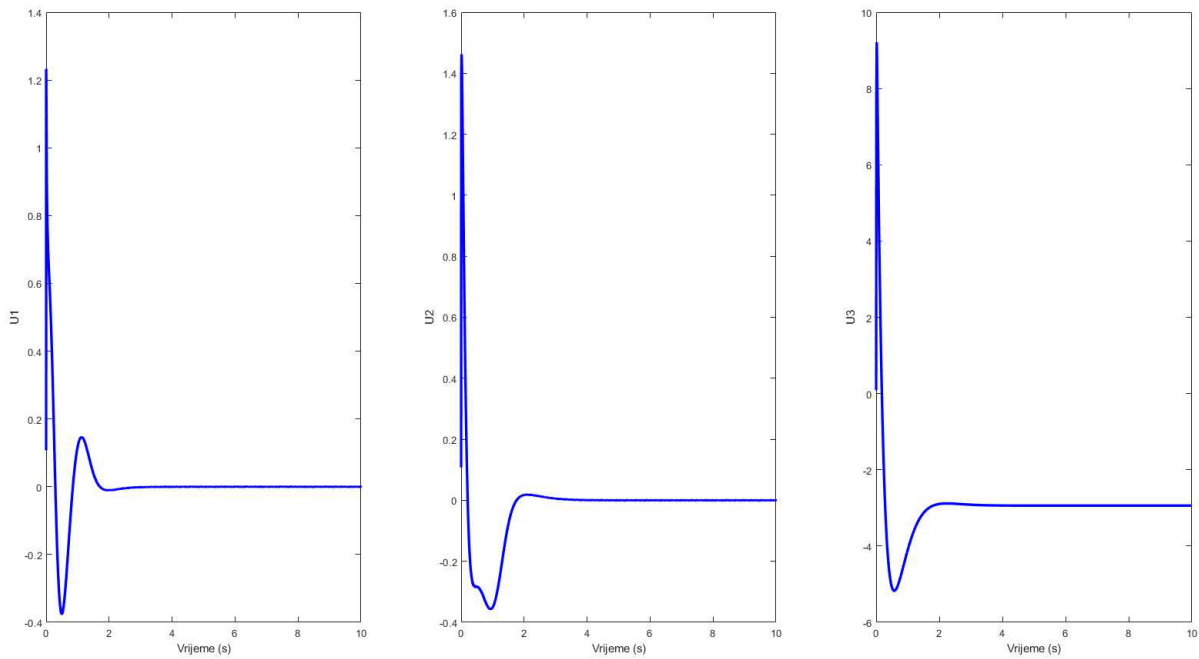
$$\begin{aligned} K_p &= 250 \\ K_d &= 50 \\ K_i &= 350 \\ \lambda &= 3 \end{aligned} \quad (86)$$

Budući da su SCARA roboti najčešće korišteni u brzom i preciznom montažnom radu, dopuštena je određena doza prebačaja ovisno o elementima koje ugrađuje. Na [Slika 19 gore] uočljivo je da se pozicija stabilizira nakon tri sekunde, dok je prebačaj otprilike 15 %. Takvi su rezultati upravljanja pozicije zadovoljavajući, iako bi bilo poželjnije da prebačaja nema kako ne bi došlo do kolizije s okolinom ili da se robot ne bi zaglavio u blizini singulariteta. Na [Slika 19 dolje] primjećuje se da je porast brzine izuzetno nagao, nakon čega slijedi naglo usporavanje te promjena smjera brzine, što je i očekivano u slučaju prebačaja. Za razliku od pozicije, ovakva karakteristika brzine nije poželjna jer uzrokuje trzaje koji mogu smanjiti životni vijek robota.



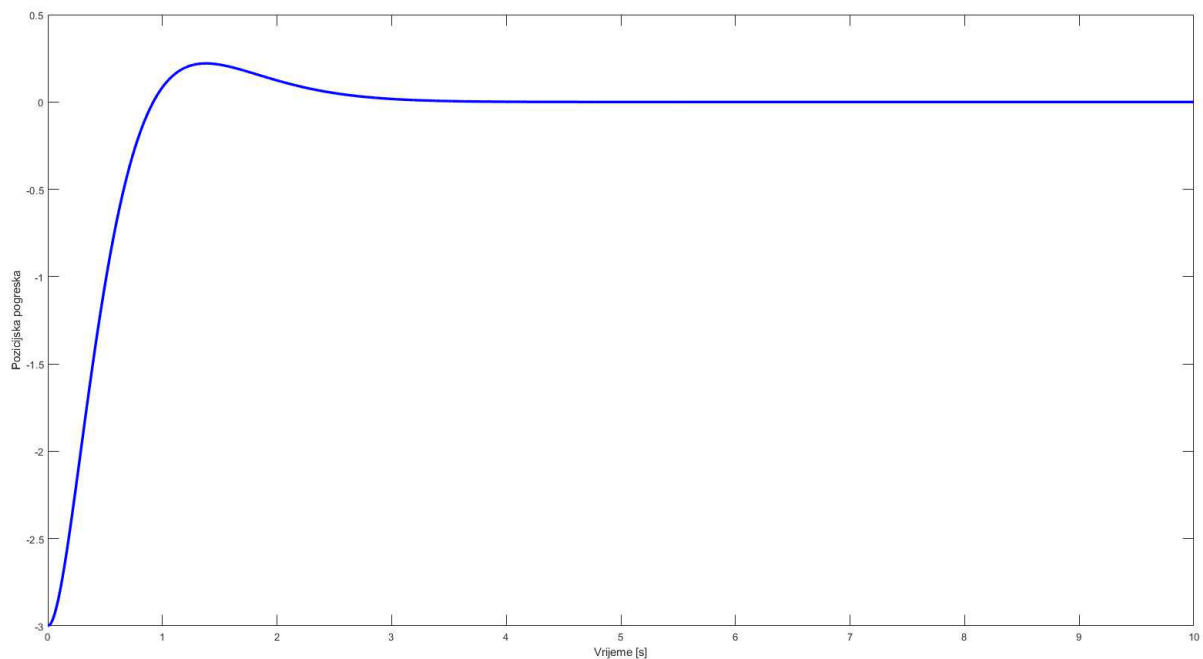
**Slika 19.** Rezultati simulacije aproksimirane dinamike s klasičnim PID regulatorom (gore lijevo) pozicija  $x$ , (gore sredina) pozicija  $y$ , (gore desno) pozicija  $z$ , (dolje lijevo) brzina  $x$ , (dolje sredina) brzina  $y$ , (desno dolje) brzina  $z$

Upravljačke varijable u ovom slučaju poprimaju značajno velike vrijednosti tijekom tanzitnih perioda [Slika 20] kako bi se pogreška što prije smanjila na nulu. Isto kao i kod pozicije i brzine, jasno se može vidjeti kad upravljačka varijabla ode u prebačaj te promijeni predznak u svrhu dostizanja željene pozicije. Isto tako primjećuje se da  $u_z$  najviše ode u prebačaj, što je očekivano jer na treći član robota djeluje gravitacijska sila u smjeru gibanja.



**Slika 20.** Rezultati simulacije aproksimirane dinamike s klasičnim PID regulatorom (lijevo); upravljačka varijabla  $u_x$ , (sredina) upravljačka varijabla  $u_y$ , (desno) upravljačka varijabla  $u_z$ .

Pozicijska pogreška [Slika 21] jasno prikazuje prebačaj. U blizini 0,45 s pogreška prelazi iz negativne u pozitivnu, što jasno daje do znanja da je pozicija robota prešla traženu vrijednost.



**Slika 21.** Rezultati simulacije s klasičnim PID regulatorom bez poremećaja, bez smoothing filtera. Pozicijska pogreška

---

Nesavršenosti u ponašanju robota mogle bi se ublažiti naprednijim regulatorom poput sliding-PID regulatora.

## 4. CAD MODEL ROBOTA

Model robota je izrađen u CAD programu Solidworks. Iako bi parametrizacija pojedinih dijelova bila jednostavnija u programskom alatu CATIA V5, u vrijeme pisanja ovoga rada Matlabov alat Simscape je imao službenu podršku samo za Solidworks i Autodesk Inventor. Uzevši u obzir i autorovo ranije bolje poznavanje programskog alata Solidworks, upravo je on izabran za izradu 3D modela za potrebe ovoga rada.

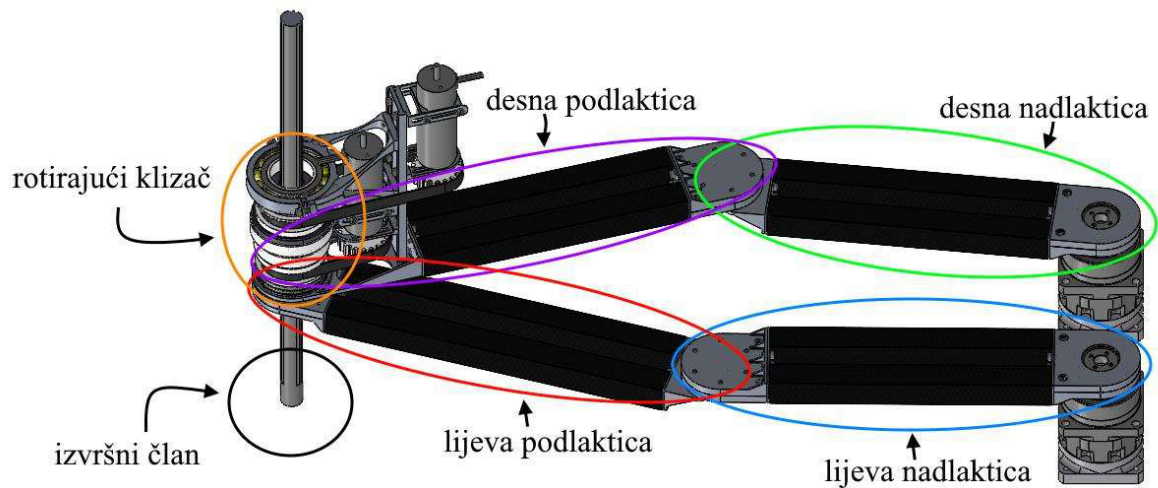
Ni radni prostor niti masa koju robot mora moći prenositi nisu zadani. Stoga će model imati proizvoljne dimenzije, no robot je konstruiran na način da se radni prostor prema potrebi može malo povećati ili smanjiti. U ovom radu robot je zamišljen tako da može prenositi terete srednje mase.

Jedan od ciljeva ovoga robota je lagana prilagodljivost potrebama naručitelja; upravo je zato jedan od glavnih zadataka prigodom moduliranja bio kako napraviti da se ključni dijelovi lagano mijenjaju bez potrebe za izmjenom ostatka robota. Na taj su način konstruirane ruke robota koje – uz izmjenu duljine standardnih cijevnih elemenata – mogu mijenjati svoju duljinu, a time i prostor rada. Osim toga, napravljeno je jednostavno izmjenjivanje motora i reduktora koji pogone ruke robota da bi se mogli staviti motori koji će u potpunosti zadovoljiti potrebe naručitelja. Osim modularnosti, fokus je bio i na maloj masi pokretnih dijelova: manja masa rezultira manjim momentima inercije, a time i većom mogućom brzinom pri jednakoj uloženoj energiji.

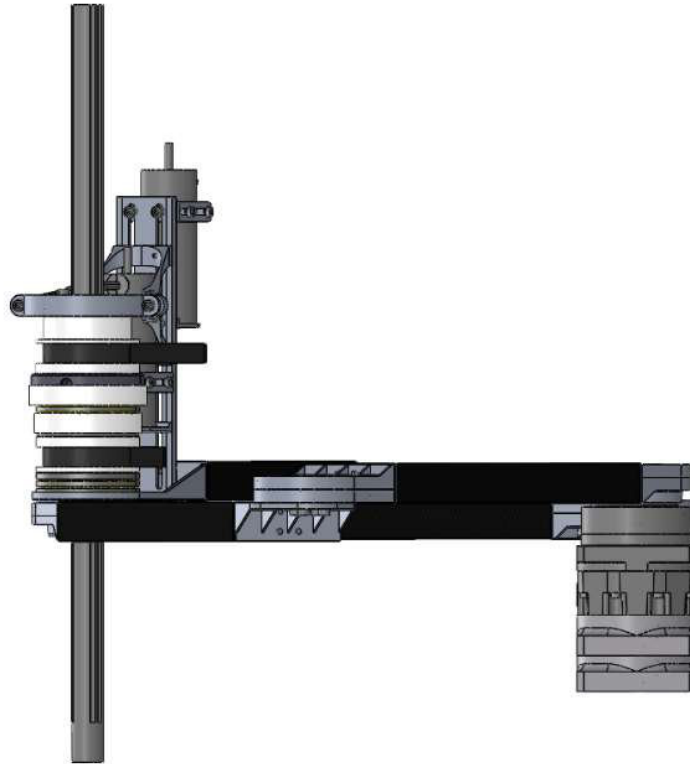
Prigodom modeliranja nestandardnih dijelova vodilo se računa o mogućnosti njihove izrade konvencionalnim metodama. Najčešće predviđena metoda izrade je aluminijsko lijevanje s naknadnom obradom odvajanjem čestica. Lijevanje omogućuje kompleksniju geometriju uz manje utrošena materijala i vremena; kontaktne površine obrađuju se odvajanjem čestica radi tražene preciznosti i kvalitete površina. Preostali dijelovi poput vijaka, ležajeva, cijevne konstrukcije, kugličnih navojnih vretena itd. standardni su i dostupni za nabavu. Ovisno o materijalu izrade, neki su dijelovi nepotrebni, primjerice izolacijski slojevi između čeličnih i aluminijskih elemenata.



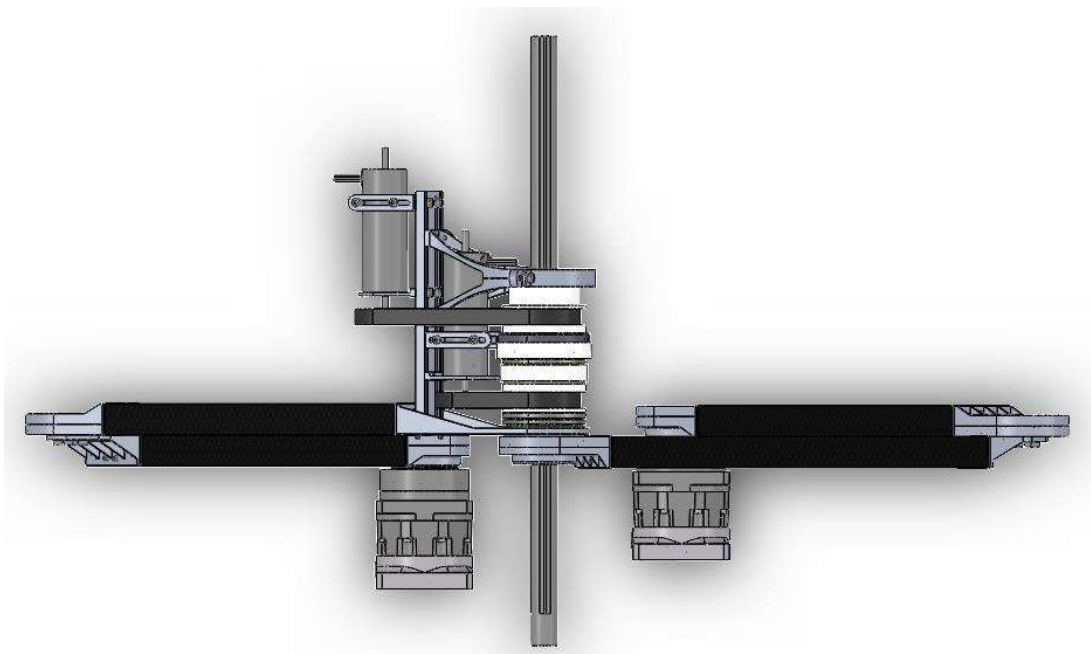
Radi lakšega razumijevanja pojmova koji se koriste u tekstu na slici [Slika 22] prikazan je cijeli robot s nazivima svih važnijih dijelova. Također, za razumijevanje međuodnosa dijelova robota te pozicije određenih manjih dijelova dan je prikaz samog SCARA robota iz nekoliko perspektiva: s boka (okomito na y os) [Slika 23], sprijeda (okomito na x os) [Slika 24] te odozgo (okomito na z os) [Slika 25].



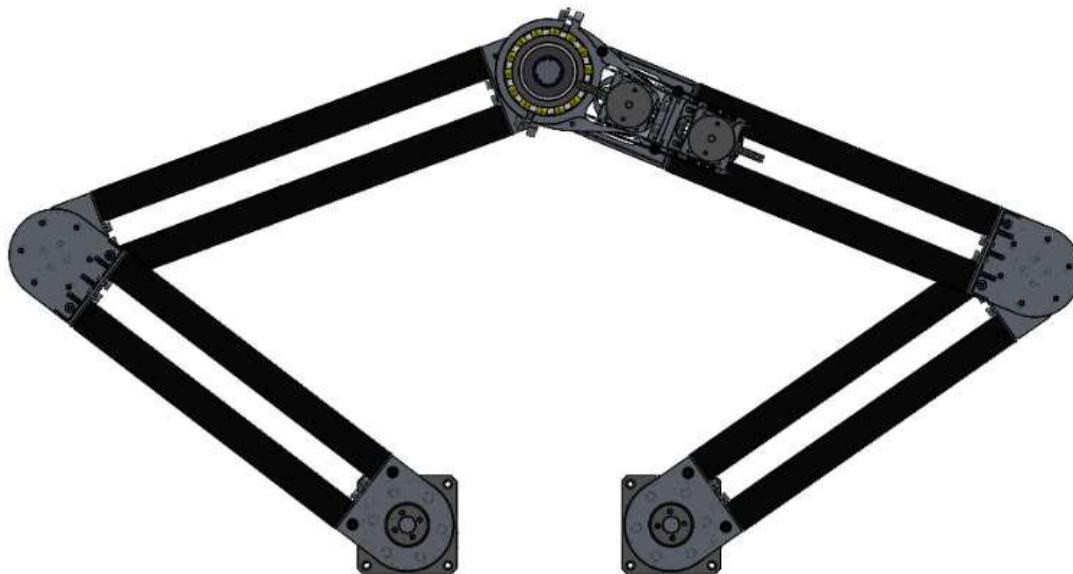
**Slika 22. Prikaz cjelokupnog robota modeliranog u Solidworksu s naznačenim nazivima cjelina**



Slika 23. Prikaz cjelokupnog robota s boka (okomito na y os)



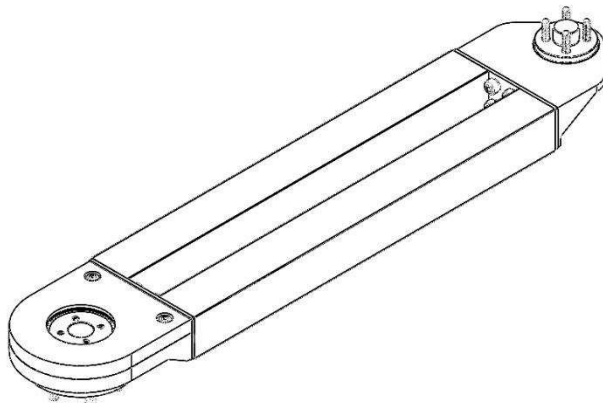
Slika 24. Prikaz cjelokupnog robota sprijeda (okomito na x os)



Slika 25. Prikaz cjelokupnog robota odozgo (okomito na z os)

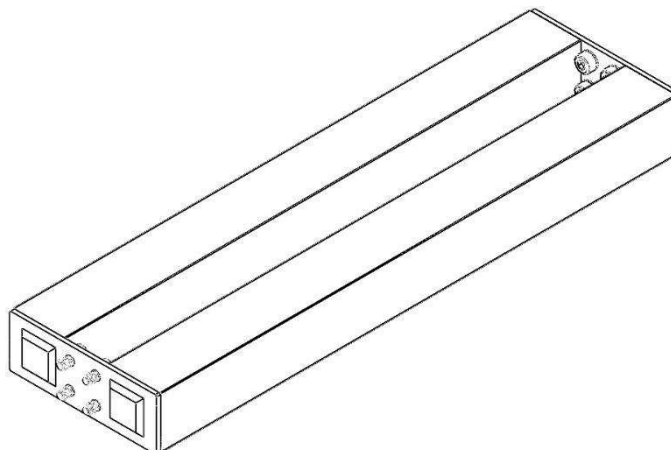
#### 4.1. Konstrukcijsko rješenje nadlaktice

Nadlaktica robota sastoji se od dva zgloba te od nosivoga dijela. Prvi zglob se sastoji od priрубnice za reduktor i od ležaja koji se može vezati za bazu robota kako bi pružao bolju nosivost i krutost konstrukcije te osigurao manja opterećenja ležaja u reduktoru. Drugi zglob je jedna polovica zgloba između nadlaktice i podlaktice ruke te se sastoji ili od kutnog elementa sa sidrom koje se veže na ležaj ili od samog elementa s ležajem, a prikazana je na [Slika 26]. Nosivi dio čine dvije karbonske cijevi vezene aluminijskim čahurama koje se vijcima pričvršćuju na zglobove. Duljina ovog nosećeg elementa lako je izmjenjiva zahvaljujući standardnoj dimenziji promjera karbonske kvadratne cijevi.



**Slika 26. Izometrijski pogled na 3D model nadlaktice desne ruke robota**

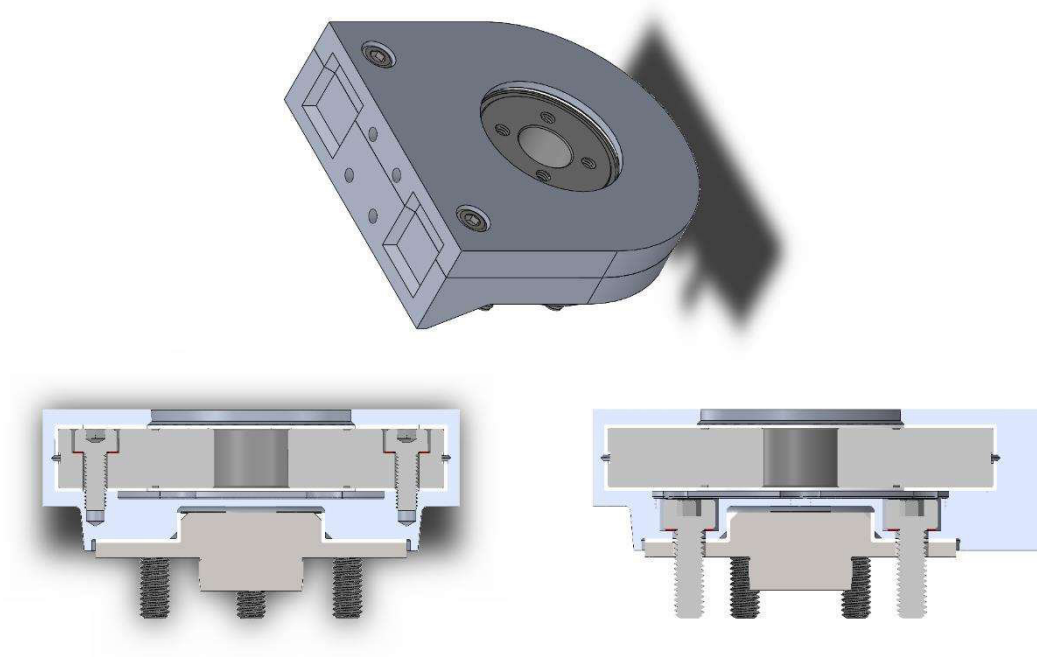
Nosivi element nadlaktice [Slika 27], kao i podlaktice, sastoji se od dvije kvadratne cijevi izrađene od karbonskih vlakana standardnoga poprečnoga presjeka. Karbon je izabran radi svoje male mase i visoke krutosti. Također ne treba zanemariti činjenicu da je korištenjem standardnoga poprečnoga presjeka prigodom možebitne izrade ovoga robota nabavna cijena elementa niža, a samim time i podložnija modularnoj izradi. Takva modularna izrada lako se može prikazati Solidworks modelom, na kojem se parametriziranjem duljina tih cijevnih elemenata lako izmijene dimenzije robota, čime i njegov radni prostor.



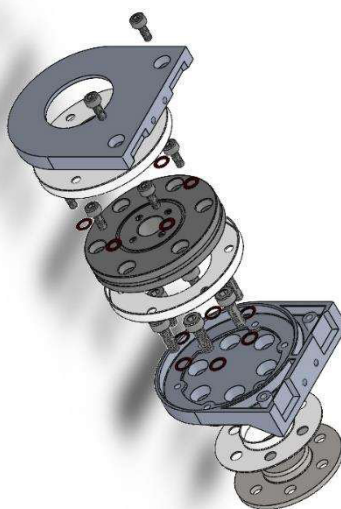
**Slika 27. Izometrički pogled na 3D model nosivoga dijela nadlaktice robota**

Prvi zglob se sastoji od gornjeg i donjega kućišta za ležaj te tankog izolacijskoga sloja koji osigurava da ne dođe do kontaktne korozije. Budući da je ležaj izrađen od čelika, a kućište od aluminijskog zbog smanjenja mase, treba osigurati da ne dođe do kontaktne korozije između tih dvaju elemenata. Pogledaju li se elektronski potencijali ovih dvaju materijala, može se vidjeti da bi aluminij korodirao, što je nepoželjno jer on služi kao nosivi dio konstrukcije.

Konstruktivno rješenje prvoga zgloba prikazano je iz nekoliko različitih pogleda na [Slika 28] te će se svi sastavni dijelovi prikazati u eksplodiranom prikazu na [Slika 29].



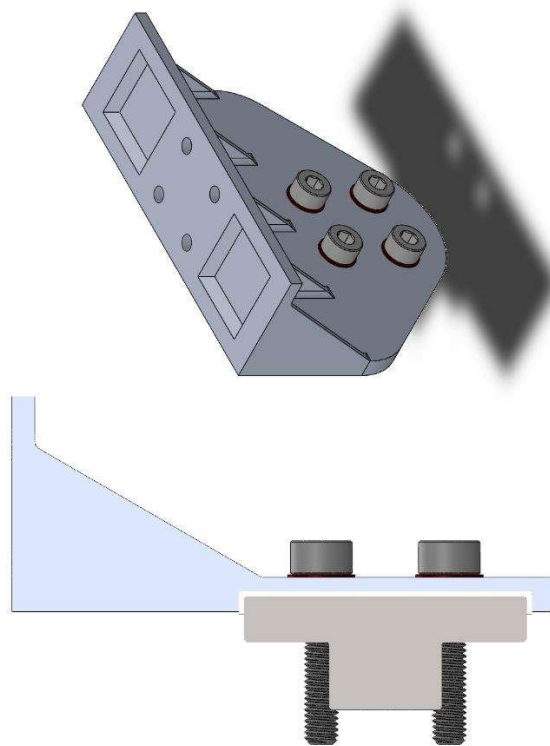
Slika 28. Prvi zglob: izometrički prikaz (gore), pogled sprijeda u presjeku (dolje lijevo), pogled s boka u presjeku (dolje desno)



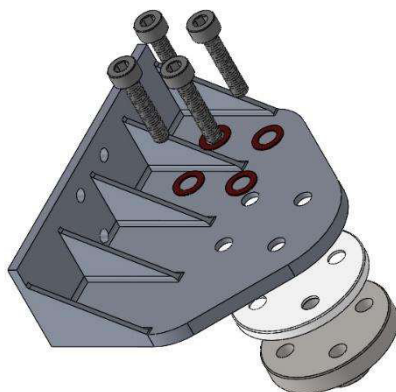
Slika 29. Izometrički prikaz 3D modela prvoga zgloba u eksplodiranom prikazu

Drugi zglob sastoji se od dva dijela: kutnika sa sidrom i elementa s ležajem. Uloga kutnika sa sidrom je da sigurno poveže nosivi dio ruke s unutarnjom kliznom stazom ležaja. Na drugom dijelu zgloba ležaj se nalazi unutar kućišta koje se veže za njegovu vanjsku stazu i nosivi element. Robot je sastavljan tako da se kutni element zgloba uvijek nalazi s donje strane zgloba, što se može vidjeti na slikama [Slika 24] i [Slika 25]. Korišteni su jednaki ležajevi kao i u prvom zglobu te su mnogi dijelovi identični radi manjih troškova prigodom proizvodnje i lakšeg održavanja.

Model kutnog elementa drugoga zgloba prikazan je u dva pogleda na [Slika 30], a svi se njegovi sastavni dijelovi jasno vide na eksplodiranom prikazu [Slika 31].

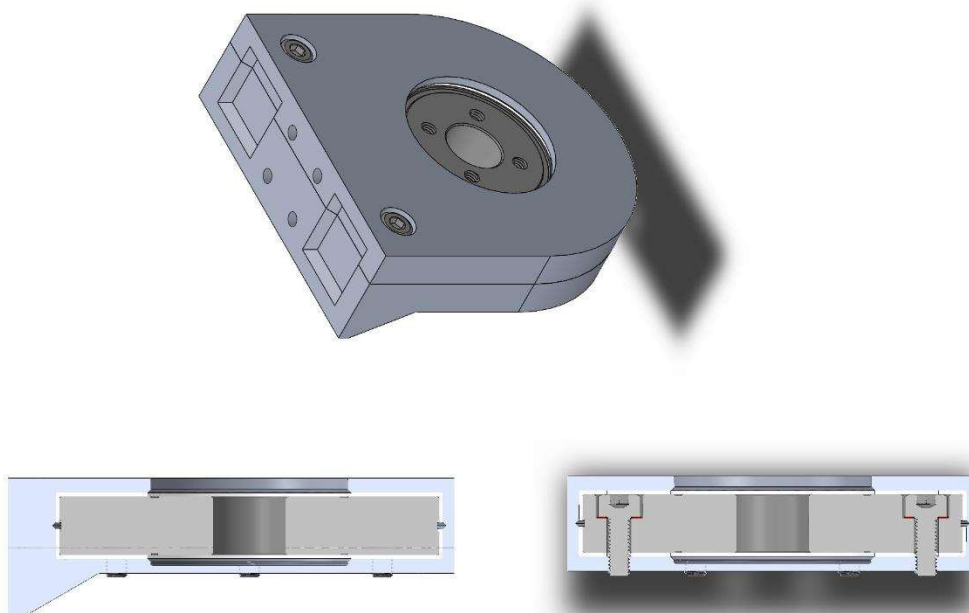


**Slika 30. Kutni element drugog zgloba: izometrički prikaz (gore), pogled s boka u presjeku (dolje)**



**Slika 31. Izometrički prikaz 3D modela kutnog elementa drugog zgloba u eksplodiranom prikazu**

Model elementa s ležajem drugog zgloba prikazan je u tri perspektive na [Slika 32], a njegov eksplodirani prikaz sa svim dijelovima vidljivim je na [Slika 33].



**Slika 32. Element s ležajem drugog zgloba: izometrički prikaz (gore), pogled s boka u presjeku (dolje lijevo), pogled sprijeda (dolje desno)**



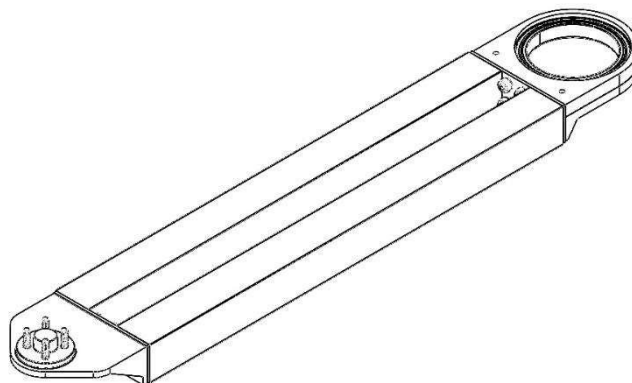


**Slika 33. Izometrički prikaz 3D modela elementa s ležajem drugog zgloba u eksplodiranom prikazu**

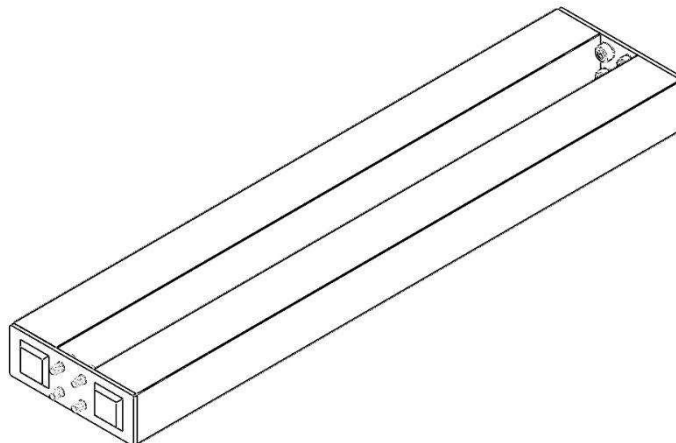
#### **4.2. Konstrukcijsko rješenje podlaktice**

Robot se sastoji od dvije različite podlaktice. Lijeva je sastavljena od dva zgloba i nosećega elementa, a desna je sastavljena od zglobnog elementa, nosećeg elementa i rotirajućega klizača.

Lijeva podlaktica prikazana je u cijelosti na [Slika 34], a njezin nosivi element na [Slika 35].



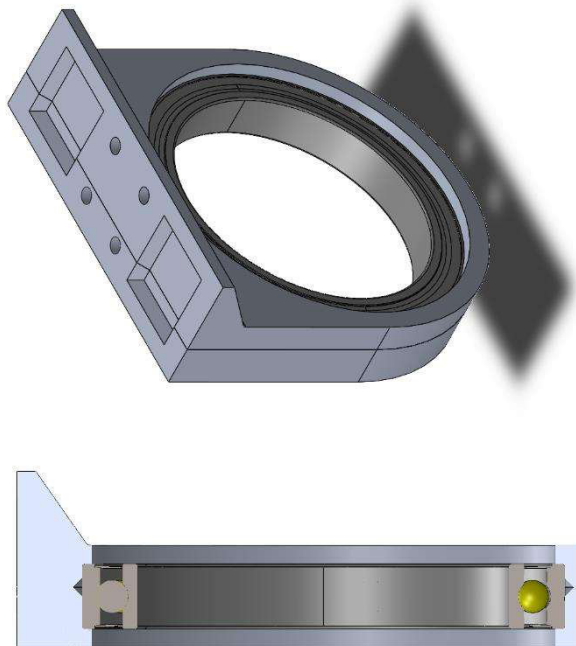
**Slika 34. Izometrički prikaz 3D modela lijeve podlaktice**



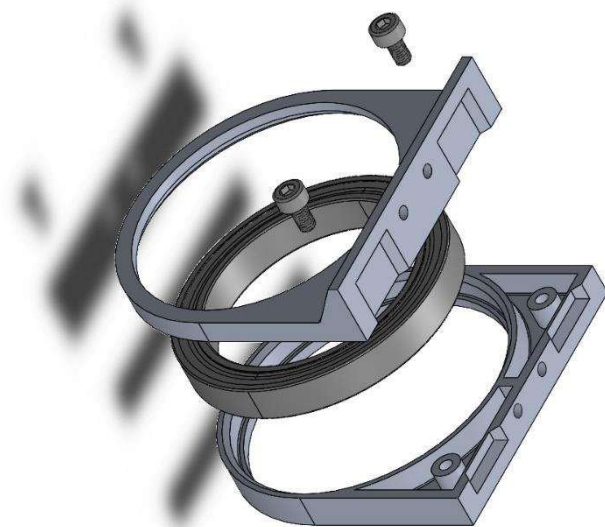
**Slika 35. Izometrički pogled na 3D model nosivog dijela lijeve podlaktice robota**

Kao i na nadlaktici, ovdje se noseći element sastoji od dviju prirubnica i dviju karbonskih cijevi. Ponovno se može vidjeti korištenje jednakih dijelova za kompletnu konstrukciju.

Rotirajući klizač s ležajem rotirajućega klizača tvori srednji zglob robota koji povezuje dvije podlaktice. Ležaj rotirajućega klizača prikazan je iz dvije perspektive na [Slika 36], njegov eksplodirani prikaz sa svim dijelovima je na [Slika 37], a sam rotirajući klizač bit će detaljnije opisan i prikazan u zasebnom podpoglavlju.



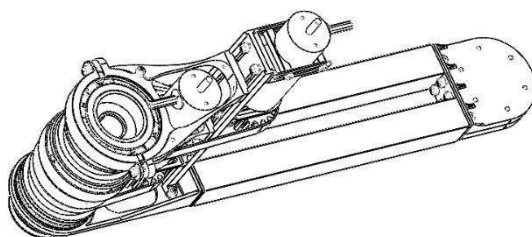
**Slika 36. Ležaj rotirajućega klizača: izometrički prikaz (gore), pogled s boka u presjeku (dolje)**



**Slika 37. Izometrički prikaz 3D modela ležaja rotirajućega klizača u eksplodiranom prikazu**

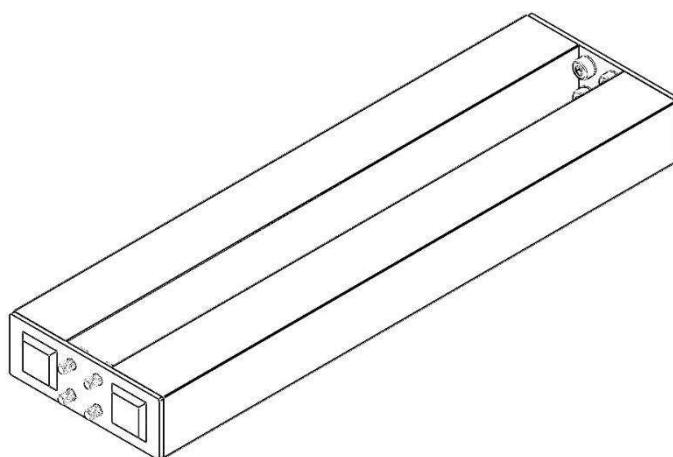
Srednji zglob na lijevoj podlaktici ima prilično predimenzionirani ležaj za opterećenja kojima je izložen. Razlog odabira ovakva ležaja je u unutarnjem promjeru ležaja. Budući da se želi postići da rotirajući klizač i izvršni član prolaze kroz središte samoga zgloba trebalo je odabrati ležaj koji to omogućava.

Desna podlaktica prikazana je u cjelosti na [Slika 38].



**Slika 38. Izometrički prikaz 3D modela desne podlaktice**

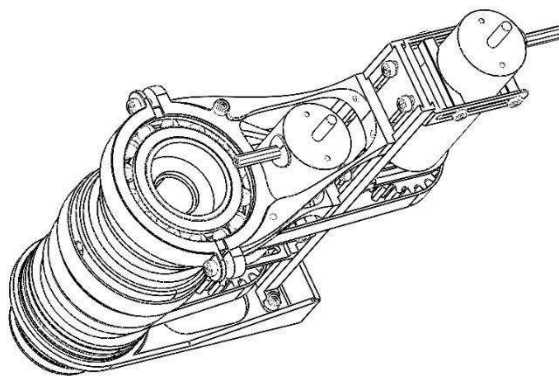
Kako je rotirajući klizač nešto dulji od zglobnih elemenata, nosivi element desne podlaktice [Slika 39] je za isti iznos kraći nego u susjedne podlaktice.



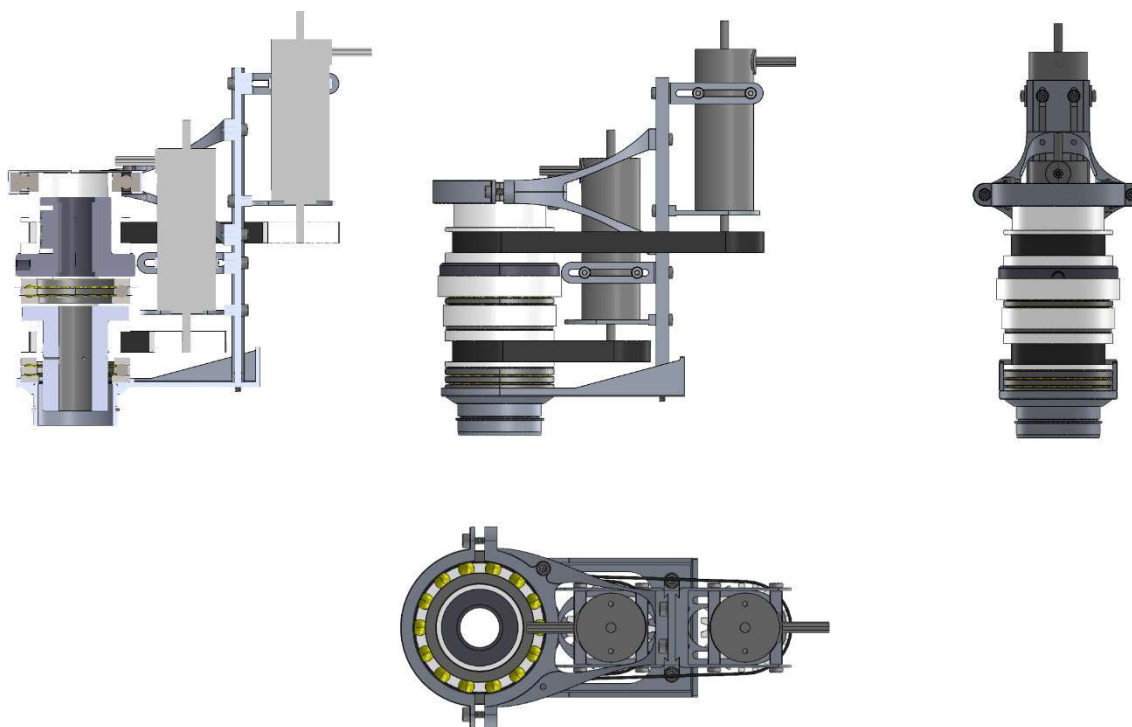
**Slika 39. Izometrički pogled na 3D model nosivoga dijela desne podlaktice robota**

### 4.3. Konstrukcijsko rješenje rotirajućega klizača

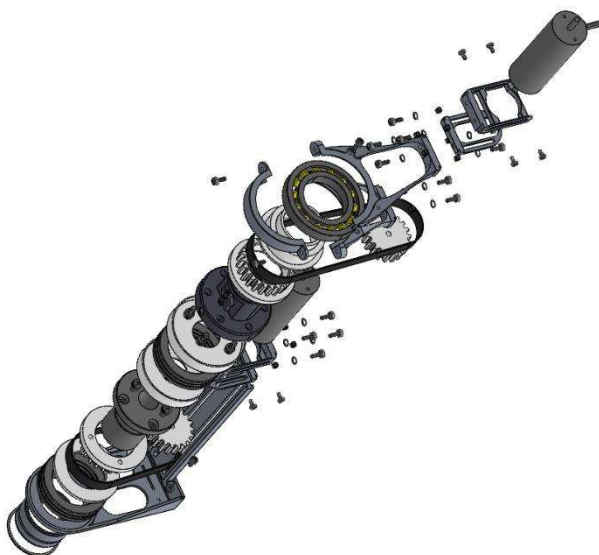
Izvršni član napravljen je po uzoru na uobičajene SCARA robote te upravlja s dva stupnja slobode: gibanje po z osi i rotacija oko z osi. Zato se rotirajući klizač sastoji od dva elektromotora, kućišta koje spaja sve elemente, jedne heliksoidne (eng. *ball screw nut*) i jedne ravne (eng. *spline nut retainer*) matice, zupčastog remena za prijenos pogona od motora do matice te od tri ležaja. Rotirajući klizač najprije će se prikazati iz izometričkoga pogleda [Slika 40], potom će na [Slika 41] biti prikazan iz četiri različite perspektive, a naposljetku će se svi njegovi dijelovi jasno prikazati u eksplodiranom obliku na [Slika 42].



Slika 40. Izometrički prikaz 3D modela rotirajućega klizača



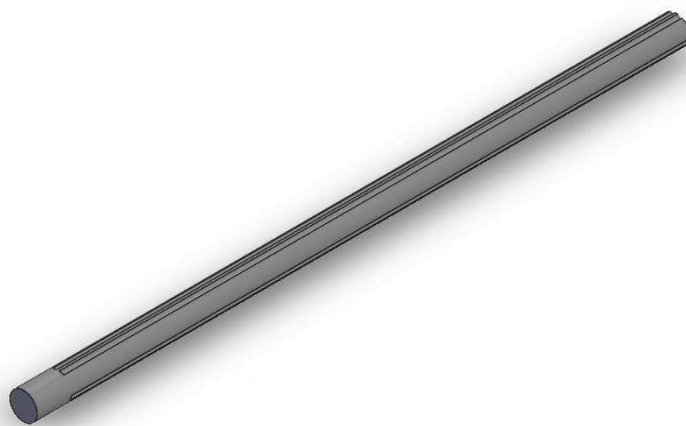
**Slika 41. Rotirajući klizač: pogled s boka u presjeku (gore lijevo), pogled s boka (gore sredina), pogled sprijeda (gore desno), pogled odozgo (dolje)**



**Slika 42. Izometrički prikaz 3D modela rotirajućega klizača u eksplodiranom prikazu**

#### 4.4. Konstrukcijsko rješenje izvršnoga člana

Sama hvataljka veže se na kuglično navojno vreteno sa žljebovima; upravo je to vreteno izvršni član ovoga robota i prikazano je na [Slika 43]. Navojni heliksoidni žlijebovi služe za pomicanje šipke gore-dolje, a ravni žlijebovi služe osiguravaju da se šipka ne okreće samostalno (služe kao vodilica) ili za rotiranja šipke oko z osi pomoću matice s ravnim žlijebovima. Zbog takve konstrukcijske izvedbe zakretanjem samo heliksoidne ili samo ravne matice, kao i obiju matica u suprotnim smjerovima dolazi do zamicanja vretena u vertikalnoj osi; u tom slučaju rotacija vretena jednaka je rotaciji ravne matice. Zakretanje obiju matica u istom smjeru uzrokuje pak rotiranje vretena bez njegova vertikalnoga pomaka.



Slika 43. Izometrički prikaz 3D modela izvršnoga člana

## 5. IZRADA SIMULINK MODELA

Da bi se modelirani robot mogao simulirati, treba ga modelirati u nekom od programskih alata napravljenih za simulacije dinamike mehanizama. Za potrebe ovoga rada koristit će se Matlab i njegov alat Simulink. Matlabov, odnosno Simulinkov alat za uvoz 3D modela iz Solidworks-a je Simscape. Simscape se pokreće unutar Matlab konzole pomoću naredbe *smlink linksw* ako se želi povezati sa Solidworksom. Potom treba uključiti Solidworks, u čijem padajućem izborniku treba izabrati *alati > nadogradnje > Simscape Multibody Link*. Izvoz datoteke na ovaj način kreirat će STL datoteku za svaki dio konstrukcije te datoteku u kojoj će pohraniti međusobne odnose između tih elemenata u položaju u kojem su se nalazili unutar Solidworks-a u trenutku izvoza.

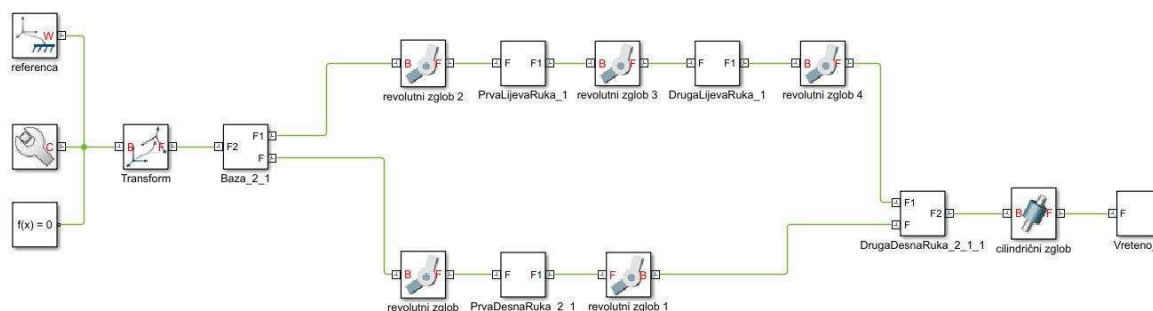
Prije samog izvoza pomoću ovog alata, treba pripremiti model za izvoz. Pritom je najbitnije voditi računa o načinu spajanja dijelova u sklopu. Treba ograničiti sve stupnjeve slobode koje neki zglob ograničava iako bi možda to dovelo do predefiniranosti u Solidworksu. Neispravno posloženi model može uzrokovati dodatne stupnjeve slobode unutar Simulink modela koje robot zapravo nema. Osim toga, potrebno je razmotriti kako je okrenut lokalni koordinatni sustav nekog dijela u odnosu na referentni koordinatni sustav kompletnoga spoja. Pogrešno orijentirani koordinatni sustav može uzrokovati probleme pri upravljanju samim modelom. Također treba postaviti mehanizam u neku od orijentacija koja nije u singularitetu proračuna ili u nemogućoj konfiguraciji jer je – ovisno o tom položaju – definiran početni položaj robota u Simulinku. Ako je taj položaj nemoguće postići ili je u singularitetu, sama će simulacija biti nestabilna.

Jednom kada je model uspješno generiran unutar Matlab Simulinka, treba ga prikladno reorganizirati i restrukturirati u podcjeline koje odgovaraju dijelovima robota koji se modelira. Zasad je to samo dinamički model bez mogućnosti vlastitoga gibanja.

### 5.1. Modificiranje Simulink modela

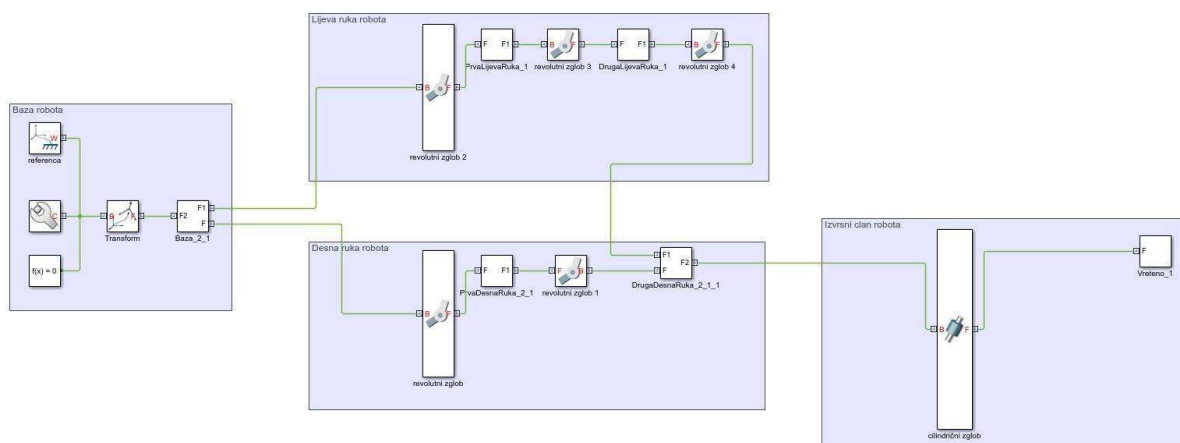
Nakon što se datoteka izveze iz Solidworks-a pomoću Simscapea, generiranu XML datoteku treba učitati u Matlab pomoću naredbe *smimport*. Ta će naredba generirati Simulink model robota prema konstrukciji robota. Rezultat naredbe za razmatranog robota prikazan je na [Slika 44].





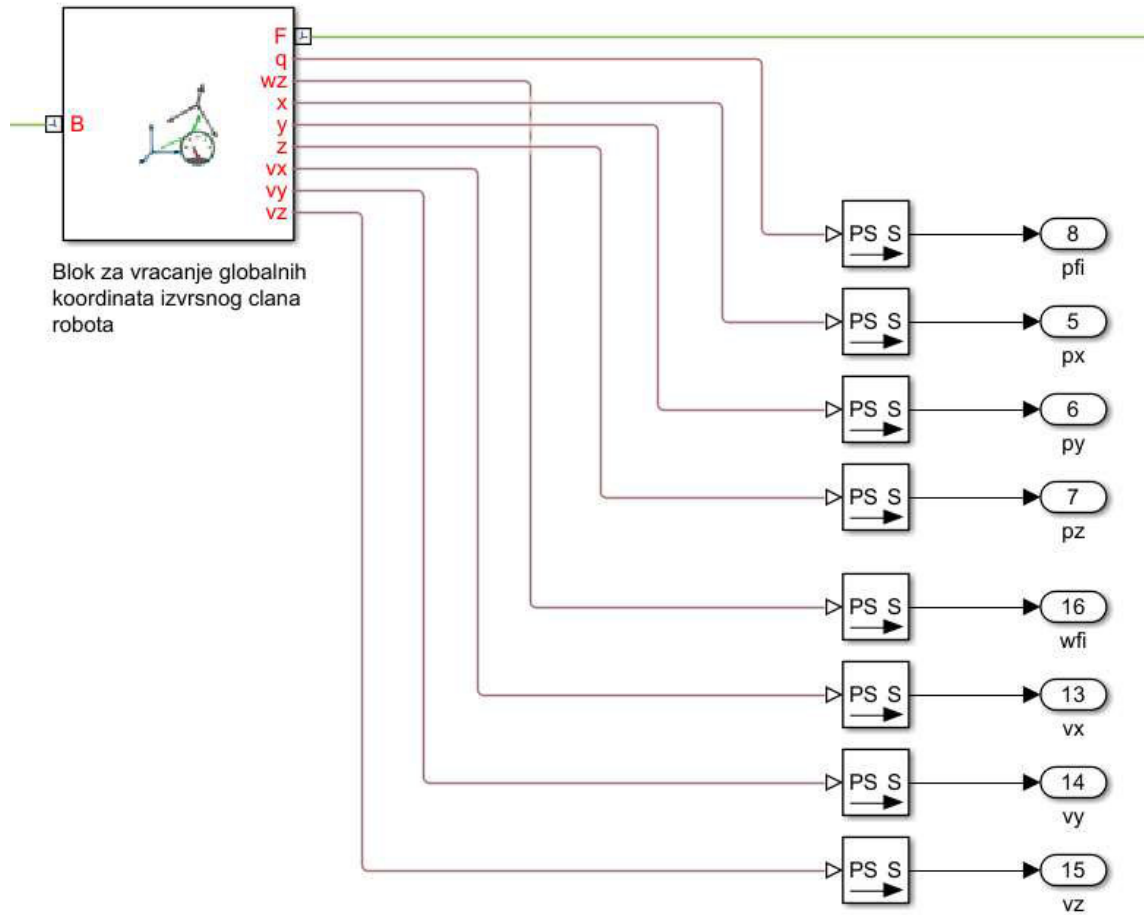
Slika 44. Simulink model automatski generiran pomoću Simscape alata

Dobiveni Simulink modeli često su komplicirani i ne mogu se lako iščitati. Idući je korak organizirati ga u blok dijagramu. U ovom slučaju to je bilo napravljeno na jednak način kao i u kinematskom proračunu [Slika 45].

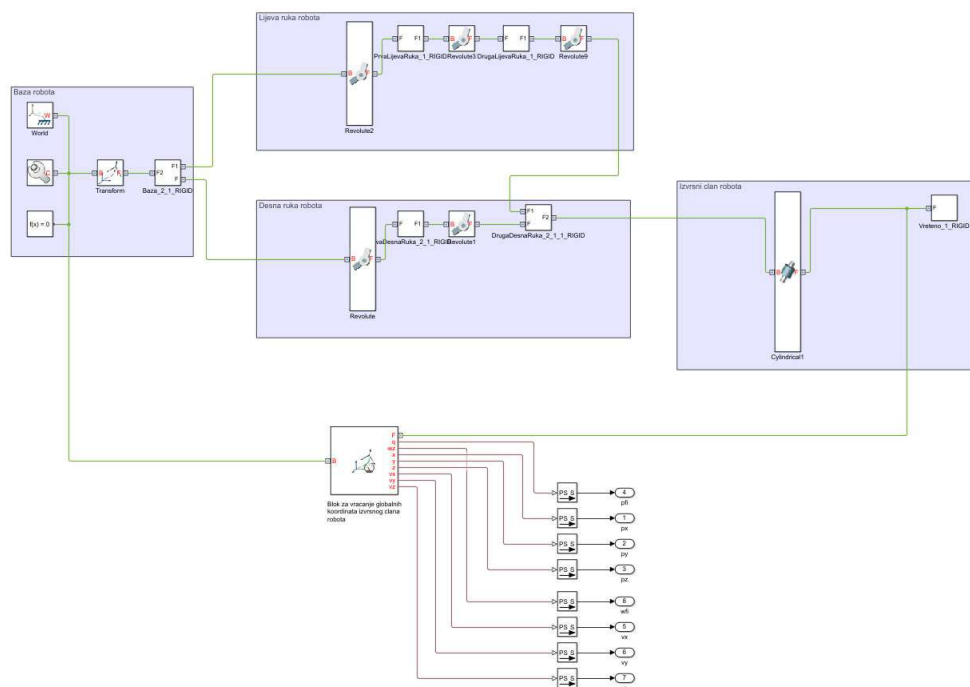


Slika 45. Podjela Simulink modela na logičke cjeline

Budući da je želja upravljati konačnim koordinatama ovoga robota u odnosu na referentni koordinatni sustav, prvi korak je dodati senzor pozicije i orijentacije izvršnoga člana, a uz to će se još dodati senzori za brzine gibanja i brzinu skretanja. Kako je taj senzor izveden u Simulinku prikazano je na [Slika 46], a gdje je implementiran na [Slika 47].

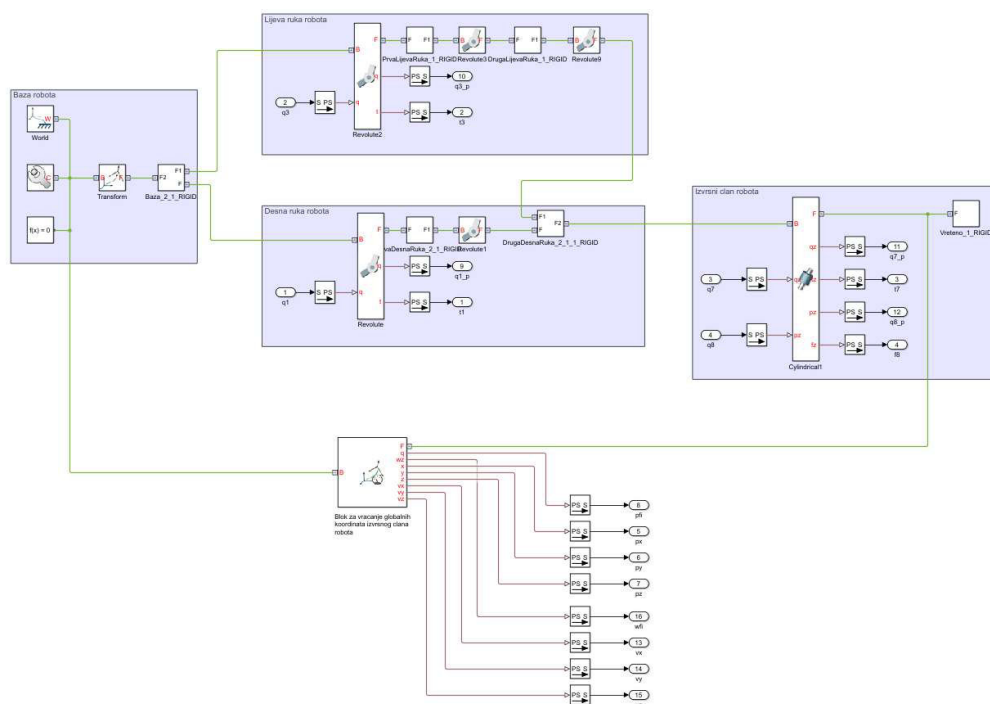


Slika 46. Blok dijagram senzora pozicije, orijentacije, brzine gibanja i brzine skretanja



Slika 47. Simulink model robota s implementiranim senzorom pozicije, orijentacije, brzine gibanja i brzine skretanja

Naposljetku, potrebno je dodati aktuatora u aktivne zglobove. Za ovaj model to će se učiniti tako da se pozicija aktivnoga zgloba povlači iz ostatka programa. Dvoklikom na ikonu zgloba otvara se prozor unutar kojega se može odabrati želi li se kut zgloba i/ili moment zgloba zadavati ili izračunavati te se na taj zglob mogu dodati senzori pozicije, brzine, ubrzanja i momenta. Kompletan model robota sa svim aktuatorima i sensorima prikazan je na [Slika 48].



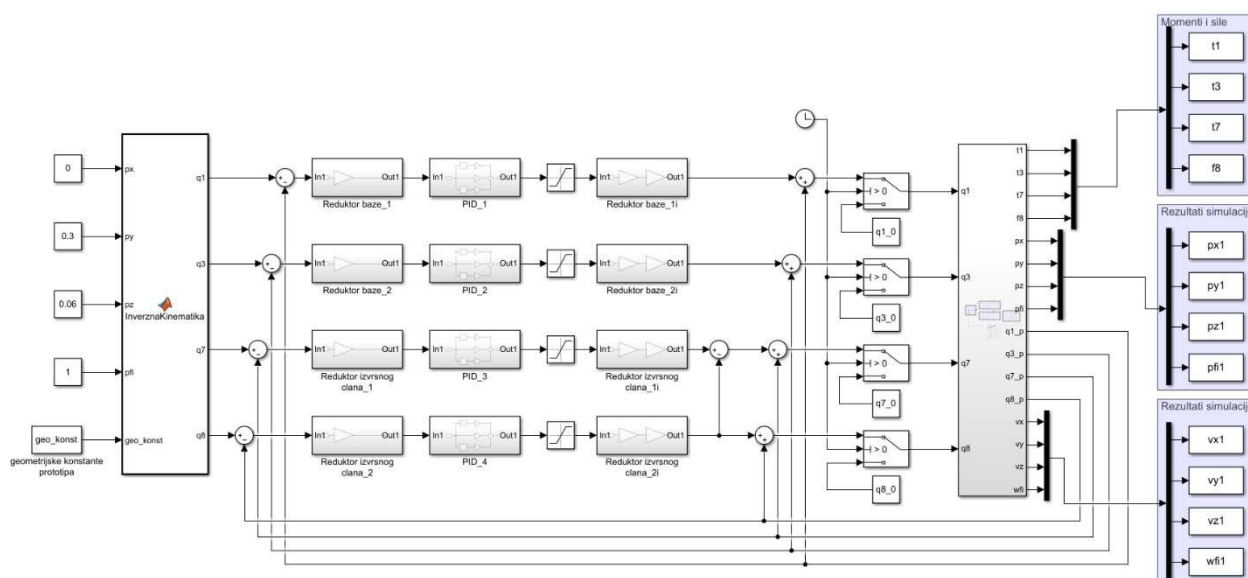
Slika 48. Kompletan Simulink model robota

## 5.2. Implementiranje Simulink modela s upravljačkim sustavom

Model robota poželjno je prebaciti u podblok koji će za ulaze imati pomake ili momente aktuatora, a na izlazima će davati vrijednosti izmjerene pomoću senzora na robotu. Za ovaj primjer aktuatorima robota će se upravljati preko kuteva zakreta. Ovdje je bitno napomenuti da Simscape blokovi očekuju kao ulaz kut, a ne pomak. Ispred robotskoga modela zato je postavljen sumator koji zbraja prethodni zakret zgloba s izračunatim pomakom. Između sumatora i samoga robotskog bloka nalaze se logička vrata koja u početnom trenutku simulacije postavljaju robota u nultu poziciju koja je prethodno izračunata putem inverzne kinematike.

Upravljački dio modela nalazi se između inverzne kinematike i sumatora zakreta. Upravljački sustav čine reduktor, PID regulator, ograničenje motora i povratna veza. Iznos za koji će zglob skrenuti jednak je razlici zakreta trećeg i četvrtog aktuatora. Do toga dolazi zbog konstrukcijske

specifičnosti toga zgloba na SCARA robotima opisane u potpoglavlju [Konstrukcijsko rješenje]. Na početku blok dijagrama postavljene su konstante kao željene koordinate do kojih se želi da robot dođe, nakon čega se te koordinate pomoću inverzne kinematike preračunavaju u unutarnje koordinate robota.



**Slika 49. Potpuni model upravljanja robota unutar Simulinka**

Blok inverzne kinematike poziva skriptu napisanu u Matlabu koja računa unutarnje koordinate robota pomoću vanjskih koordinata robota. U samom izračunu inverzne kinematike unutar ovoga bloka postoje neke izmjene u odnosu na ranije prikazani matematički postupak, do kojih dolazi jer pretpostavljene orijentacije koordinatnih sustava u dijelovima robota nisu istovjetne onima u Solidworks modelima. Ta razlika između orijentacija koordinatnih sustava dovodi do različito definiranoga pozitivnog i negativnoga zakreta u odnosu na referentni koordinatni sustav.

### 5.3. Rezultati jednostavnog upravljanja

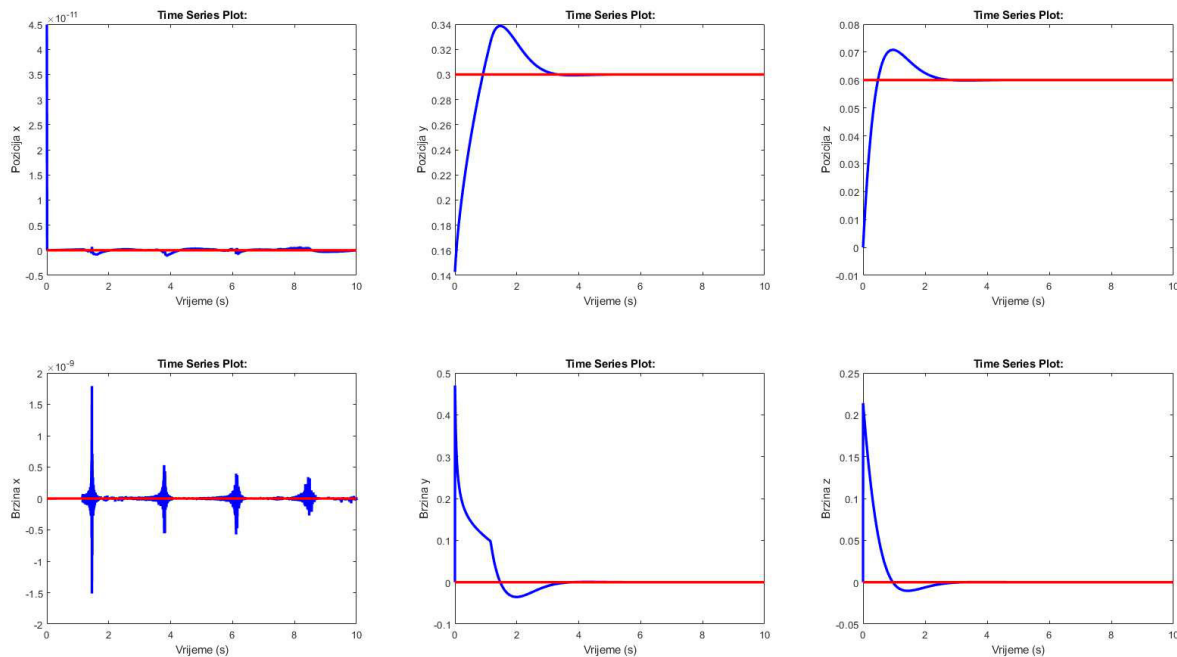
Pokretanjem blok dijagrama iz Simulinka dobiva se vizualna reprezentacija robota u prostoru i njegovoga definiranoga gibanja kroz vrijeme. U ovakvom je pristupu osobito zanimljivo da se unutar programa mogu simulirati vrijednosti raznih senzora koje izrađeni robot možda neće imati. Možemo, primjerice, iščitati potrebne momente u aktuatorima zglobova i prema njima birati ili iterirati reduktore i motore u istim zglobovima. Na ovom Simulink modelu mogu se lako testirati različiti načini upravljanja te kakve rezultate oni daju za modeliranoga robota.

Rješavač (eng. *solver*) za ovu simulaciju je postavljen da kreće od vremena 0 s, a završava zadanim vremenom  $t$  koji je jednak 10 s. Derivirat će se s fiksnim vremenskim korakom koji iznosi  $t_{\text{korak}}$  koji je jednak 0.0001 s za ovu simulaciju, a sama metoda deriviranja je ode4 (Runge-Kutta). Nadalje, parametri regulatora postavljeni su isto kao i u (86), no ova simulacija nije imala implementirani prefilter; duljine krakova robota su jednake onima u (83). Početne koordinate na kojima se nalazi izvršni član robota su (87):

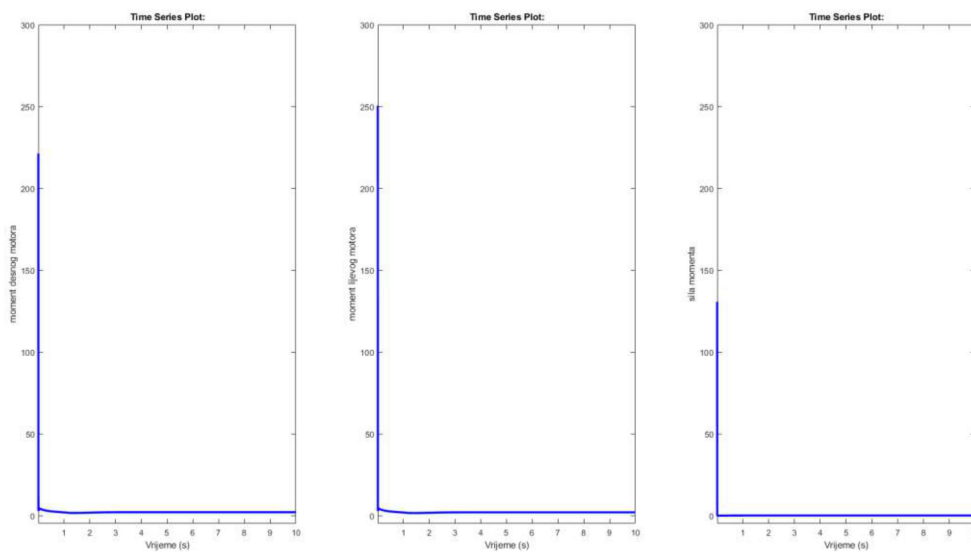
$$\begin{aligned}x &= 0 \text{ mm} \\y &= 10 \text{ mm} \\z &= 0 \text{ mm} \\ \vartheta &= 0 \text{ rad}\end{aligned}\tag{87}$$

Najprije će se simulirati pomicanje robota po  $y$  i  $z$  osi sa nepromjenjivom  $x$  osi (88). Ovakva je simulacija najpogodnija za robota jer se oba motora unutar baze moraju zakrenuti za jednaki iznos. Globalne koordinate te brzina njihove promjene prikazane su na [Slika 50], a momenti u aktuatorima su prikazani na [Slika 51]:

$$\begin{aligned}x &= 0 \text{ mm} \\y &= 30 \text{ mm} \\z &= 6 \text{ mm} \\ \vartheta &= \frac{\pi}{2} \text{ rad}\end{aligned}\tag{88}$$



**Slika 50. Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za prvi set koordinata (gore lijevo) pozicija  $x$ , (gore sredina) pozicija  $y$ , (gore desno) pozicija  $z$ , (dolje lijevo) brzina  $x$ , (dolje sredina) brzina  $y$ , (desno dolje) brzina  $z$**



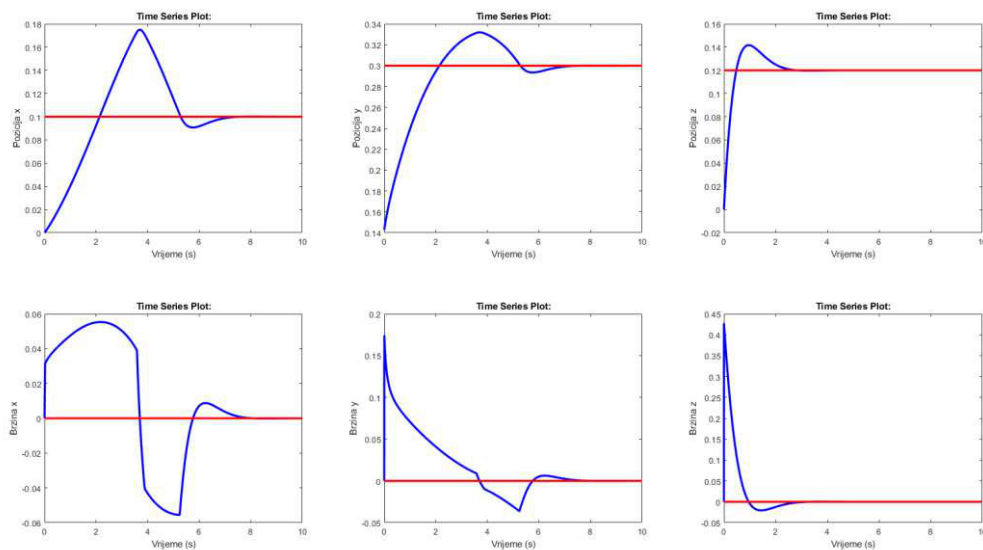
**Slika 51. Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za prvi set koordinata (lijevo) moment desnoga motora, (sredina) moment lijevog motora, (desno) sila na vretenu**

Usporedimo li ove grafove [Slika 50] s onima dobivenim pomoću aproksimiranoga dinamičkoga modela [Slika 19] primjećuje se da su odzivi  $y$  i  $z$  pozicije za Simscape model slični odzivima istih koordinata za apoksimirani dinamički model. S druge strane, odziv pozicije u  $x$  koordinati je potpuno drukčiji, što je očekivano jer je u Simscapeu položaj po  $x$  osi

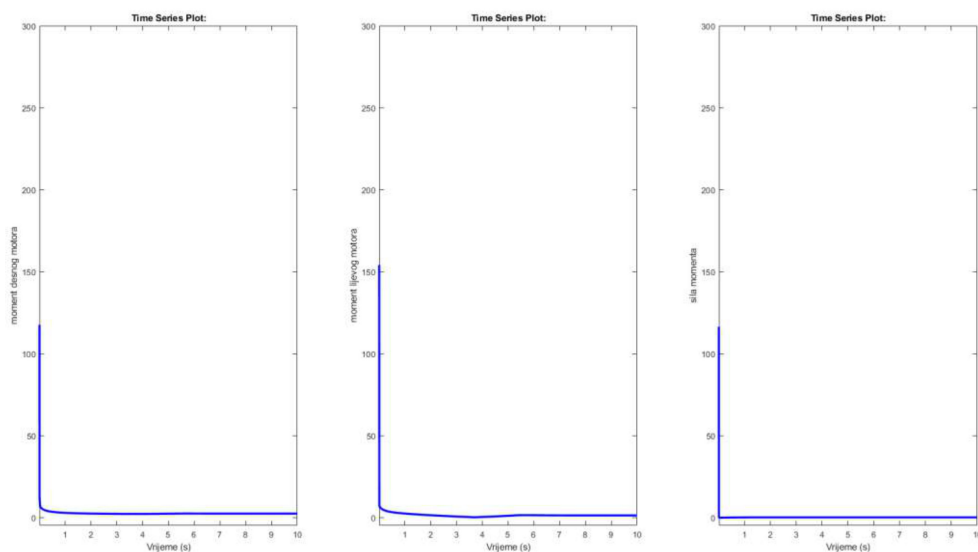
konstantan (valja napomenuti da na [Slika 50] pozicija x koordinate je u  $10^{-11}\text{m}$ ), a u aproksimiranom dinamičkom modelu se mijenja. Razmatrajući brzine Simscape modela s onima dobivenim pomoću aproksimirane dinamike primjećuje se sličan trend kao i kod pozicije, uz jednu bitnu napomenu: aproksimirana dinamika imala je implementiran predfilter koji je smanjivao nagli porast brzine te ju postepeno smanjivao, Simscape model nema implementirani predfilter te je, upravo stoga, inicijalni skok brzine nagliji. Razmatrajući momente unutar samih aktuatora [Slika 51] primjećuje se da je najveća vrijednost na samom početku simulacije, što je očekivano jer robot iz stacionarnoga stanja mora savladati svoju inerciju da bi započeo gibanje, nakon čega se vrijednost momenta najprije naglo smanji, a potom polagano opada.

Sljedeća se simulacija sastoji od pomicanja robota po x, y i z osima do vrijednosti prema (89). Ovaj je tip simulacije nešto nepogodniji jer se motor desne ruke mora zakrenuti više nego motor lijeve ruke. Globalne koordinate te brzina njihove promjene prikazane su na [Slika 52], a momenti u aktuatorima su prikazani na [Slika 53]:

$$\begin{aligned}x &= 10 \text{ mm} \\y &= 30 \text{ mm} \\z &= 12 \text{ mm} \\ \vartheta &= \frac{\pi}{2} \text{ rad}\end{aligned} \tag{89}$$



**Slika 52.** Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za drugi set koordinata (gore lijevo) pozicija  $x$ , (gore sredina) pozicija  $y$ , (gore desno) pozicija  $z$ , (dolje lijevo) brzina  $x$ , (dolje sredina) brzina  $y$ , (desno dolje) brzina  $z$



**Slika 53.** Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za drugi set koordinata (lijevo) moment desnoga motora, (sredina) moment lijevoga motora, (desno) sila na vretenu

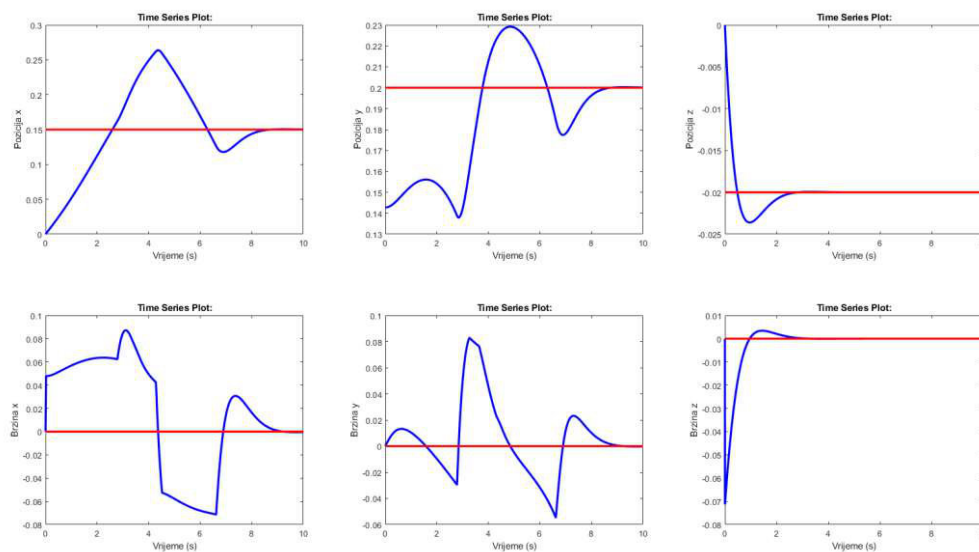
Usporedbom grafova na [Slika 52] s onima na [Slika 19] primjećuje se da se pozicija i brzina po  $x$  i  $y$  osi u vremenu znatno razlikuju. Pozicija pri simulaciji u Simscapeu treba znatno više vremena da se stacionira nego ona u aproksimiranom dinamičkom modelu. Do te razlike dolazi zbog namjerno zanemarene činjenice kod izrade aproksimiranoga dinamičkoga modela. Naime, u aproksimiranom modelu zakret nadlaktice diktira isključivo aktuator vezan za nju, a u



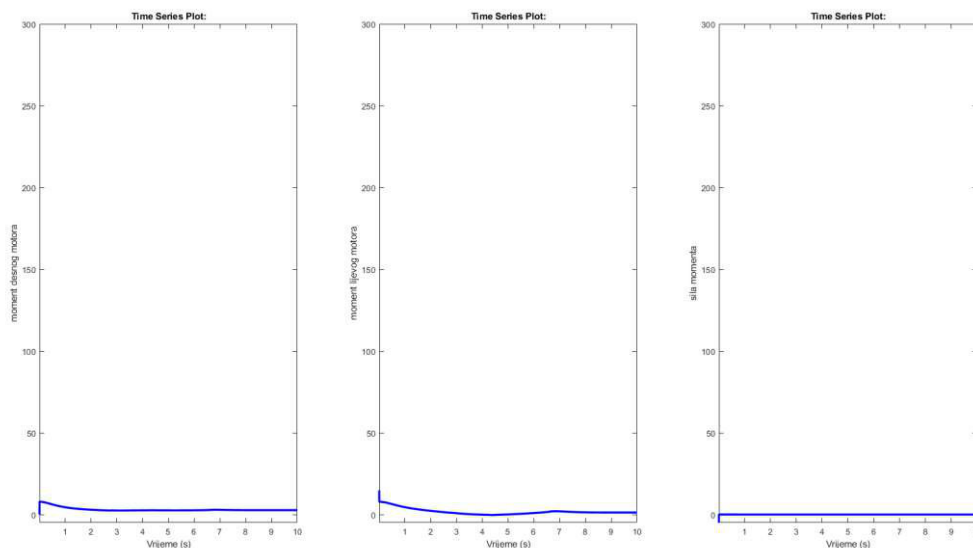
Simscape modelu, kao i u stvarnosti, na zakret nadlaktice utječe i susjedni motor preko zatvorenoga kinematskoga lanca. S druge strane, momenti i sile [Slika 53] ne razlikuju se znatnije od onih u [Slika 51].

Naposljetku, ponovno će se simulirati pomicanje robota po x y i z osima no s većim naglaskom na pomak u x osi (90). Globalne koordinate te brzina njihove promjene prikazane su na [Slika 52], a momenti u aktuatorima su prikazani na [Slika 55]:

$$\begin{aligned}x &= 15 \text{ mm} \\y &= 20 \text{ mm} \\z &= -2 \text{ mm} \\ \vartheta &= \frac{\pi}{2} \text{ rad}\end{aligned}\tag{90}$$



**Slika 54.** Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za treći set koordinata (gore lijevo) pozicija  $x$ , (gore sredina) pozicija  $y$ , (gore desno) pozicija  $z$ , (dolje lijevo) brzina  $x$ , (dolje sredina) brzina  $y$ , (desno dolje) brzina  $z$



**Slika 55. Rezultati simulacije Simscape modela s klasičnim PID regulatorom za treći set koordinata (lijevo) moment desnoga motora, (sredina) moment lijevoga motora, (desno) sila na vretenu**

Što je pomak u x osi dominantniji naspram pomaka z y osi, robotu treba više vremena da se stabilizira. Iako se robot naposljetku stabilizirao, ovakvo upravljanje nije nimalo prihvatljivo. Pozicija robota je kaotična te ide u značajni prebačaj, a brzine gibanja po osima više puta mijenjaju predznak. Takvo gibanje rezultiralo bi vibracijama koje bi skratile životni vijek robota.

Iako se robot u sve tri simulacije stabilizirao, upravljanje se ne bi smatralo odgovarajućim ni za jedan od prikazanih primjera te treba odabrati neki drugi tip regulatora i/ili podesiti parametre regulacije da kvalitetnije slijede željenu trajektoriju.

## 6. ZAKLJUČAK

Sada – kad je robot virtualno izrađen – mogu se uvidjeti prednosti i mane koje bi imao u fizičkoj izvedbi. Jedna od značajnijih prednosti ovakve konfiguracije SCARA robota jest manja masa pokretnih dijelova koja omogućava veće brzine gibanja pri motorima istih specifikacija. Nadalje, zatvorenost kinematike prva dva stupnja slobode dovodi do toga da se pogreške aktuatora ne zbrajaju linearno (ukupna pogreška veća je od najveće pogreške jednog aktuatora) nego paralelno (ukupna pogreška je manja nego najmanja pogreška jednog aktuatora); uz činjenicu da su dva kraka robota opterećena na savijanje (za razliku od jednog kraka kod uobičajenog SCARA robota) dovodi do veće potencijalne preciznosti ovakve konstrukcije. Sama se konstrukcija može uspoređivati i s robotima Delta konfiguracije: zauzimaju načelno manji volumen za isti radni prostor u x i y koordinatama te je njihova konstrukcija horizontalno orijentirana, što može biti prednost pri biranju robota u vertikalno ograničenom prostoru. Delta robot nije izabran kao tema ovoga rada zbog svoje kompleksnosti u proračunu, ali i u 3D modeliranju.

Neki od nedostataka ovakve konstrukcije u usporedbi s uobičajenim SCARA robotima su: manji radni prostor za istu duljinu krakova (do čega dolazi zbog fizičkih prepreka u vidu drugih dijelova robota), kompleksnija izvedba koja zahtijeva više ležajeva i sastoji se od više pokretnih dijelova (što može dovesti do učestalijih potreba za redovitim održavanjem ili do kvarova), veća envelope samog robota; osim što ima smanjeni prostor radi svoje „druge ruke“, ovaj robot zahtijeva više prostora oko sebe (pri istim duljinama krakova).

Kao alat unutar Simulinka Simscape je izuzetno moćan: omogućuje uvoženje 3D modela bilo kojeg mehanizma iz odgovarajućih CAD alata. Time se znatno smanjuje vrijeme do prvih simulacija idejnoga rješenja nekoga robota ili mehanizma poput ovjesa automobila. Sama simulacija daje pouzdanije i točnije rješenje nego aproksimirani modeli dinamike, upravo iz tog razloga bi se ovakav način simuliranja preporučao kada se razmatraju kompleksniji mehanizmi poput onih sa zatvorenim kinematskim laccem, jer je egzaktna dinamika za njih izuzetno zamršena i teško ju je izračunati. No, iako su dobivene simulacije temeljene na diferencijalnim proračunima dinamike mehanizma, sam Simscape korisniku ne daje te jednadžbe – to je veliki nedostatak ovog alata, jer bi diferencijalne jednadžbe znatno olakšale kasnije modeliranje

upravljačkoga sustava. Rezultate simulacije dobivene ovim putem bilo bi poželjno preispitati eksperimentom.

Ovaj diplomski rad može se proširiti implementacijom naprednijih upravljačkih sustava poput sliding-PID regulatora te usporedbom sila i momenata u aktuatorima pri istim pokretima kao sa standardnim PID regulatorom. Također bi bilo poželjno optimizirati konstrukciju za određene potrebe: koristiti, na primjer, manje ležajeve u zglobovima ako se manipulira malim masama ili zamijeniti rotirajući klizač pneumatskim cilindrom ako je upravljivost po osi  $z$  i  $\vartheta$  suvišna. Može se, isto tako, istražiti mogućnost povezivanja parametriziranoga Solidworks modela sa Simscapeom na način da odabir alternativne konfiguracije modela bude moguć i nakon izvoza iz Solidworks-a.

---

**LITERATURA**

- [1] SCARA robots- Fanuc <https://www.fanuc.eu/rs/en/robots/robot-filter-page/scara-series/selection-support>, zadnji pristup: 04.11.2022.
- [2] Wu G, Shen H. Parallel PnP Robots: Parametric Modeling, Performance Evaluation and Design Optimization. Singapur: Springer Nature; 2020.
- [3] Lynch KM, Park FC. Modern robotics. Cambridge: Cambridge University Press; 2017.
- [4] Marghitu DB. Kinematic chains and machine components design. Burlington: Elsevier Inc; 2005.
- [5] Oxfordov rječnik zna matematiku 6. edicija
- [6] Jokić A. Robotika – Kinematika robota. Predavanje iz kolegija Industrijski mobilni roboti. Zagreb: FSB; Ak. God. 2020./2021.
- [7] Inverse kinematics <https://www.cs.columbia.edu/~allen/F15/NOTES/invkin.pdf>, zadnji pristup: 23.11.2022.
- [8] Jokić A. Robotika – Dinamika robota. Predavanje iz kolegija Industrijski mobilni roboti. Zagreb:FSB; Ak. God. 2020./2021.
- [9] Lynch, Kevin M., and Frank C. Park. Modern robotics. Cambridge: Cambridge University Press; 2017.

---

**PRILOZI**

- I. Programski kodovi
- II. CD-R disc

PROGRAMSKI KODOVIDiplomski\_main.m:

```

t = 10; %s
t_korak = 0.0001; %s

%% _____KARAKTERISTIKE PROTOTIPA_____

% karakteristike reduktora
reduktor_1 = 60;
reduktor_2 = 29/19;

% geometrijske znacajke na prototipu
L0 = 0.06; %m udaljenost motora od sredisnjeg koordinatnog sustava
L1 = 0.200; %m duljina prve ruke
L2 = 0.220; %m duljina druge ruke
h = 0.084; %m visina izvrsnog clana od sredisnjeg koordinatnog sustava
geo_konst = [L0, L1, L2, h];

% globalne koordinate pocetnog poloazaja
x_0 = 0;
y_0 = 0.10;
z_0 = 0;
fi_0 = 0;

% unutarnje koordinate pocetnog poloazaja
[q1_0, q3_0, q7_0, q8_0] =...
    InverznaKinematika(x_0, y_0, z_0, fi_0, geo_konst);

%% _____MOTOR 1_____
% Nanotec DB42C03 - BRUSHLESS DC MOTOR

P_m1 = 105; %W nazivna snaga
T_m1 = 25; %Ncm nazivni moment
I_m1 = 6.65; %A nazivna struja
nn_m1 = 4000; %rpm nazivna brzina
J_m1 = 89; %gcm^2 rotacijska inercija
L_m1 = 0.5; %mH induktivitet armature
U_m1 = 24; %V nazivni napon
Tm_m1 = 75; %Ncm maksimalni moment
Im_m1 = 20; %A maksimalna struja
Tk_m1 = 3.76; %Ncm/A konstanta momenta po struji
R_m1 = 0.3; %Ohm otpor armature

%% _____MOTOR 2_____
% Nanotec DB28L01 - BRUSHLESS DC MOTOR

P_m2 = 20.9; %W nazivna snaga
T_m2 = 5; %Ncm nazivni moment
I_m2 = 1.45; %A nazivna struja
nn_m2 = 4000; %rpm nazivna brzina
J_m2 = 10.98; %gcm^2 rotacijska inercija
L_m2 = 2.3; %mH induktivitet armature
U_m2 = 24; %V nazivni napon
Tm_m2 = 15; %Ncm maksimalni moment
Im_m2 = 4.5; %A maksimalna struja
Tk_m2 = 3.56; %Ncm/A konstanta momenta po struji

```

---

```
R_m2 = 4.2; %Ohm otpor armature
```

```
%%
kp = 250;
kd = 50;
ki = 350;
```

### PLOT\_simscape.m:

```
figure(1)
% x
subplot(231)
plot(px1,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Pozicija x')
hold on
plot(0:t_korak:t, ones(size(0:t_korak:t))*0.15, 'r', 'linewidth',2.5)
hold off

% y
subplot(232)
plot(py1,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Pozicija y')
hold on
plot(0:t_korak:t, ones(size(0:t_korak:t))*0.2, 'r', 'linewidth',2.5)
hold off

% z
subplot(233)
plot(pz1,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Pozicija z')
hold on
plot(0:t_korak:t, ones(size(0:t_korak:t))*-0.02, 'r', 'linewidth',2.5)
hold off

% vx
subplot(234)
plot(vx1,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Brzina x')
hold on
plot(0:t_korak:t, ones(size(0:t_korak:t))*0.0, 'r', 'linewidth',2.5)
hold off

% vy
subplot(235)
plot(vy1,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Brzina y')
hold on
plot(0:t_korak:t, ones(size(0:t_korak:t))*0.0, 'r', 'linewidth',2.5)
hold off

% vz
subplot(236)
plot(vz1,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Brzina z')
hold on
plot(0:t_korak:t, ones(size(0:t_korak:t))*0.0, 'r', 'linewidth',2.5)
hold off

figure(2)

subplot(131)
plot(t1,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('moment desnog
motora'),axis([0.002 10 -5 300])
```



```
subplot(132)
plot(t3,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('moment lijevog
motora'),axis([0.002 10 -5 300])

subplot(133)
plot(f8,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('sila mo-
menta'),axis([0.002 10 -5 300])
```

### RRT\_SCARA\_main.m:

```
%%
% Upravljanje dvorucnog SCARA robota pomocu PID regulatora
% autor: Martin Martinic
% maticni broj: 0035203626

%%
% INICIJALIZACIJA

T=10; % vrijeme simulacije

global g yd1 yd2 yd3 Lambda
global KP1 KP2 KP3 KD1 KD2 KD3 KI1 KI2 KI3
global L0 L1 L2 m1 m2 m5 a1 a2 b1 b2 c1 c2 d1 d2
global D11 D12 D13 D14 D21 D22 D23 D24

%
% ZELJENE POZICIJE
yd1 = 3.0;
yd2 = 3.0;
yd3 = 3.0;

%
% POČETNI UVJETI
x10=0.0;
x20=0.0;
x30=0.0;

dx10=0;
dx20=0;
dx30=0;

ddx10=0;
ddx20=0;

w1=0;
w2=0;
w3=0;

%
% PARAMETRI POJACANJA
KP1 = 250.0;
KD1 = 50.0;
KI1 = 350.0;

KP2 = KP1;
KD2 = KD1;
KI2 = KI1;

KP3 = KP1;
KD3 = KD1;
KI3 = KI1;
```

---

```
Lambda = 3; % Lambda = 1/Tau; Tau - vremenska konstanta
"smoothing" filtera
```

```
% _____ PARAMETRI ROBOTA _____
```

```
m1 = 0.24;
m2 = 0.57;
m5 = 0.3;
```

```
L0 = 0.06;
L1 = 0.200;
L2 = 0.220;
```

```
% izracunavanje parametara a, b, c, d robota koji striktno ovise o L0, L1,
% L2. Ovi parametri nisu stvarni parametri robota vec linearne
% aproksimacije
Linearization()
```

```
g = 9.8; % gravitacijsko ubrzanje zemlje
```

```
%% _____ SOLVER _____
```

```
options = odeset('RelTol',1e-5,'AbsTol',1e-5);
[t,y] = ode45('RRT_SCARA_PID',[0 T],[x10 dx10 x20 dx20 x30 dx30 w1 w2 w3
ddx10 ddx20 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0],options);
```

```
%% _____ UPRAVLJACKE VARIABLE _____
```

```
pt1 = y(:,1); br1 = y(:,2);
pt2 = y(:,3); br2 = y(:,4);
pt3 = y(:,5); br3 = y(:,6);
```

```
U1=diff(y(:,16))./diff(t);
U2=diff(y(:,17))./diff(t);
U3=diff(y(:,18))./diff(t);
```

```
e=y(:,1)-yd1;
te=t(1:end-1)';
```

```
for i=1:length(t)
    s1(i)=yd1;
    s2(i)=yd2;
    s3(i)=yd3;
end
```

```
ve1=0;
ve2=0;
ve3=0;
```

```
if max(y(:, 10)) == 0
    y(:,10) = y(:,10) + yd1;
    y(:,11) = y(:,11) + yd2;
    y(:,12) = y(:,12) + yd3;
end
```

```
%% _____ PLOT _____
```

```
% _____ POZICIJE I BRZINE UPRAVLJANIH VARIABLI _____
```

```
hFig=figure(1);
set(hFig, 'Position', [10 50 1000 550])
% pozicija po x koordinati
subplot(231)
```

```

plot(t,pt1,'b',t,y(:,10),':r','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Pozicija x')
title('Pozicija x. elementa u vremenu')
legend('q_1','Referenca'),set(findobj(gcf,'tag','legend'),'font-size',14,'FontName','Times');
% brzina po x koordinati
subplot(234)
plot(t,br1,'b',t,ve1,:r','linewidth',1.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Brzina x')
title('Brzina x. elementa u vremenu')
legend('v_1','v_{1,est}'),set(findobj(gcf,'tag','legend'),'font-size',14,'FontName','Times');
% pozicija po y koordinati
subplot(232)
plot(t,pt2,'b',t,y(:,11),':r','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Pozicija y')
title('Pozicija y. elementa u vremenu')
legend('q_3','Referenca'),set(findobj(gcf,'tag','legend'),'font-size',14,'FontName','Times');
% brzina po y koordinati
subplot(235)
plot(t,br2,'b',t,ve2,:r','linewidth',1.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Brzina y')
title('Brzina y. elementa u vremenu')
legend('v_3','v_{3,est}'),set(findobj(gcf,'tag','legend'),'font-size',14,'FontName','Times');
% pozicija po z koordinati
subplot(233)
plot(t,pt3,'b',t,y(:,12),':r','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Pozicija z')
title('Pozicija z. elementa u vremenu')
legend('q_8','Referenca'),set(findobj(gcf,'tag','legend'),'font-size',14,'FontName','Times');
% brzina po z koordinati
subplot(236)
plot(t,br3,'b',t,ve3,:r','linewidth',1.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('Brzina z')
title('Brzina z. elementa u vremenu')
legend('v_8','v_{8,est}'),set(findobj(gcf,'tag','legend'),'font-size',14,'FontName','Times');

% _____ UPRAVLJACKE VARIABLE _____
hFig=figure(2);
set(hFig,'Position',[10 50 900 350])
% upravljacka varijabla za prvi motor
subplot(131)
plot(te,U1,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('U1')
% upravljacka varijabla za drugi motor
subplot(132)
plot(te,U2,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('U2')
% upravljacka varijabla za treci motor
subplot(133)
plot(te,U3,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme (s)'),ylabel('U3')

% _____ POZICIJSKA GRESKA _____
figure(3)
plot(t,e,'b','linewidth',2.5),xlabel('Vrijeme [s]'),ylabel('Pozicijska pogreska')

```

### RRT SCARA PID.m:

```

%%
% Upravljanje dvorucnog SCARA robota pomocu PID regulatora
% autor: Martin Martinic
% maticni broj: 0035203626

function dy = RRT_Sliding_PID(t,y)
dy = zeros(23,1);

%% _____ INICIJALIZACIJA _____
global g yd1 Lambda
global KP1 KP2 KP3 KD1 KD2 KD3 KI1 KI2 KI3
global L1 L2 m1 m2 m5 a1 a2 b1 b2 c1 c2 d1 d2
global D11 D12 D13 D14 D21 D22 D23 D24

d = 0; %*(15*sin(3*sin(7*t)+2*cos(5*t))); % poremećaj

% pozicije
x10=y(1);
x20=y(3);
x30=y(5);

% brzine
v1=y(2);
v2=y(4);
v3=y(6);

%% _____ POZICIJSKA GRESKA _____
yds = y(21); % izlaz smoothing filtera

dx1= x10-yds;
dx2= x20-yds;
dx3= x30-yds;

%% _____ LINEARNI PID REGULATOR _____
u1 = -KP1*dx1 - KD1*v1 - KI1*y(7);
u2 = -KP2*dx2 - KD2*v2 - KI2*y(8);
u3 = -KP3*dx3 - KD3*v3 - KI3*y(9);

%% _____ DINAMICKI MODEL _____

% kako su sljedeci izrazi kompleksni, napravljena je skripta koja ih
skracuje
Meduvrijednosti(y(1), y(3))

% matrica inercije:
H11 = D12 + D13*b1 + D14*(b1-2*c1);
H12 = D13*a1 + D14*a1;
H13 = 0;

H21 = D23*b2 + D24*b2;
H22 = D22 + D23*a2 + D24*(a2+2*c2);
H23 = 0;

H31 = 0;
H32 = 0;
H33 = m5;

% Coriolisov vektor:

```

```

C1 = D11*(b1^2-2*c1*b1)*y(2)^2 + D11*(2*a1*b1-2*a1*c1)*y(2)*y(4) +
D11*(a1^2)*y(4)^2;
C2 = D21*(b2^2)*y(2)^2 + D21*(2*a2*b2+2*b2*c2)*y(2)*y(4) +
D21*(a2^2+2*c2*a2)*y(4)^2;
C3 = 0;

```

```
% vektor gravitacije:
```

```

G1 = 0;
G2 = 0;
G3 = -g*m5;

```

```
% (inverz matrice inercije)*(Coriolisov vektor):
```

```

invH11 = inv(H11);
invH12 = inv(H12);
invH13 = 0;
invH21 = inv(H21);
invH22 = inv(H22);
invH23 = 0;
invH31 = 0;
invH32 = 0;
invH33 = inv(H33);

```

```
% (inverz matrice inercije)*(Coriolisov vektor):
```

```

iHc1 = invH11*C1 + invH12*C2 + invH13*C3;
iHc2 = invH21*C1 + invH22*C2 + invH23*C3;
iHc3 = invH31*C1 + invH32*C2 + invH33*C3;

```

```
% (inverz matrice inercije)*(Vektor gravitacije):
```

```

iHg1 = invH11*G1 + invH12*G2 + invH13*G3;
iHg2 = invH21*G1 + invH22*G2 + invH23*G3;
iHg3 = invH31*G1 + invH32*G2 + invH33*G3;

```

```
% (inverz matrice inercije)*(Kontrolni vektor):
```

```

iHu1 = invH11*u1 + invH12*u2 + invH13*u3;
iHu2 = invH21*u1 + invH22*u2 + invH23*u3;
iHu3 = invH31*u1 + invH32*u2 + invH33*u3;
invH1 = invH11 + invH12 + invH13;

```

```
% _____DINAMIKA ROBOTA SA PID REGULATOROM U POVRATNOJ VEZI_____
```

```

dy(1) = y(2);
dy(2) = -iHc1 -iHg1 + iHu1 + d*invH1;
dy(3) = y(4);
dy(4) = -iHc2 -iHg2 + iHu2;
dy(5) = y(6);
dy(6) = -iHc3 -iHg3 + iHu3 + 0.1*d*invH1;

```

```

dy(7) = dx1;
dy(8) = dx2;
dy(9) = dx3;

```

```

dy(16) = u1;
dy(17) = u2;
dy(18) = u3;

```

```
% smoothing filter:
```

```

dy(19) = -Lambda*y(19) + Lambda*y(20);
dy(20) = -Lambda*y(20) + Lambda*y(21);
dy(21) = -Lambda*y(21) + Lambda*yd1;

```

end

Linearization.m:

```

function Linearization

% _____ KONSTANTNI PARAMETRI _____
global L0 L1 L2
global a1 a2 b1 b2 c1 c2 d1 d2

% _____ KUTEVI ZAKRETA _____
q3 = 90.1:0.1:180; % raspon kuteva za motor 2
q1 = 70:0.1:90;   % raspon kuteva za motor 1

q33 = q3;
q11 = ones(length(q1),length(q33)).*(q1)';

q11 = deg2rad(q11);
q33 = deg2rad(q33);

% _____ PRORACUNAVANJE OVISNOSTI KUTEVA _____
x1 = L1 .* cos(q11) + L0; % x koordinata kraja prvog desnog clanka
y1 = L1 .* sin(q11);     % y koordinata kraja prvog desnog clanka
x2 = -L1 .* cos(pi - q33) - L0; % x koordinata kraja prvog lijevog clanka
y2 = L1 .* sin(pi - q33);     % y koordinata kraja prvog lijevog clanka

c_dist = sqrt((x1 - x2).^2+(y1 - y2).^2);
beta = acos(c_dist./(2.*L2));
gama = q33 - q11;

k1 = ((2.*L0)./sin(gama)).*sin(pi-q33);
k2 = ((2.*L0)./sin(gama)).*sin(q11);

% potrebno je provjeriti jesu li q11 i q33 jednaki, ukoliko jesu:
if q11 == q33

    alpha1 = q33;
    alpha2 = pi - q11;

else

    alpha1 = asin((L1+k2)./(c_dist./sin(gama)));
    alpha2 = asin((L1+k1)./(c_dist./sin(gama)));

end

% _____ IZRACUNAVANJE ZAVISNIH KUTEVA _____
q2 = pi - beta - alpha1;
q4 = pi - beta - alpha2;

clear x1 x2 y1 y2 c_dist k1 k2 beta gama alpha1 alpha2

for pasiv_q = 1:2
    switch pasiv_q

```

```

    case 1
        q = q2;

    case 2
        q = q4;

    end

% _____ UZIMANJE RUBNIH TOCAKA _____
% potrebno je q u zadnjem redu promijeniti na zeljeni q (q2/q4/q5)

T1 = [rad2deg(q33(1,1)), rad2deg(q11(1,1)), rad2deg(q(1,1))];
T2 = [rad2deg(q33(1,end)), rad2deg(q11(1,end)), rad2deg(q(1,end))];
T3 = [rad2deg(q33(end,1)), rad2deg(q11(end,1)), rad2deg(q(end,1))];
T4 = [rad2deg(q33(end,end)), rad2deg(q11(end,end)), rad2deg(q(end,end))];
T5 = [rad2deg(q33(round(size(q33,1)/2), round(size(q33,2)/2))), ...
      rad2deg(q11(round(size(q11,1)/2), round(size(q11,2)/2))), ...
      rad2deg(q(round(size(q,1)/2), round(size(q,2)/2)))]];

% _____ IZRACUN JEDNADZBI RAVNINE _____
[a, b, c, d] = planefit([T1; T2; T3; T4; T5].');

    switch pasiv_q

        case 1
            a1 = a;
            b1 = b;
            c1 = c;
            d1 = d;

        case 2
            a2 = a;
            b2 = b;
            c2 = c;
            d2 = d;

    end

end

end

```

### Meduvrijednosti.m:

```

function Meduvrijednosti(q1, q3)

global L1 L2 m1 m2 m5 a1 a2 b1 b2 c1 c2 d1 d2
global D11 D12 D13 D14 D21 D22 D23 D24

% _____
D11 = -(3*L1*L2*(m2+2*m5)*sin((d1-b1*q1-a1*q3)/(c1)))/(6*c1^2);
D12 = -(-2*c1^2*(L2^2*(m2+3*m5)+L1^2*(m1+3*(m2+m5)))/(6*c1^2);
D13 = -(2*c1*L2^2*(m2+3*m5))/(6*c1^2);
D14 = -(3*c1*L1*L2*(m2+2*m5)*cos(d1-b1*q1-a1*q3)/(c1))/(6*c1^2);

% _____

```

```

D21 = (3*L1*L2*(m2+2*m5)*sin((d2-b2*q1-a2*q3)/(c2)))/(6*c2^2);
D22 = (2*c2^2*(L2^2*(m2+3*m5)+L1^2*(m1+3*(m2+m5)))/(6*c2^2);
D23 = (2*c2*L2^2*(m2+3*m5))/(6*c2^2);
D24 = (3*c2*L1*L2*(m2+2*m5)*cos(d2-b2*q1-a2*q3)/(c2))/(6*c2^2);

```

```
end
```

### PLOT\_aproks\_dinamika.m:

```

% _____ KONSTANTNI PARAMETRI _____
L0 = 80;      % udaljenost od ishodišta do centra motora
L1 = 269;    % duljina prvog clanka ruke
L2 = 319;    % duljine drugog clanka ruke

% _____ KUTEVI ZAKRETA _____
q3 = 90.1:0.1:180; % raspon kuteva za motor 2
q1 = 70:0.1:90;   % raspon kuteva za motor 1

q33 = q3;
q11 = ones(length(q1),length(q33)).*(q1)';

q11 = deg2rad(q11);
q33 = deg2rad(q33);

% _____ PRORACUNAVANJE OVISNOSTI KUTEVA _____
x1 = L1 .* cos(q11) + L0; % x koordinata kraja prvog desnog clanka
y1 = L1 .* sin(q11);     % y koordinata kraja prvog desnog clanka
x2 = -L1 .* cos(pi - q33) - L0; % x koordinata kraja prvog lijevog clanka
y2 = L1 .* sin(pi - q33);     % y koordinata kraja prvog lijevog clanka

c_dist = sqrt((x1 - x2).^2+(y1 - y2).^2);
beta = acos(c_dist./(2.*L2));
gama = q33 - q11;

k1 = ((2.*L0)./sin(gama)).*sin(pi-q33);
k2 = ((2.*L0)./sin(gama)).*sin(q11);

% potrebno je provjeriti jesu li q11 i q33 jednaki, ukoliko jesu:
if q11 == q33

    alpha1 = q33;
    alpha2 = pi - q11;

else

    alpha1 = asin((L1+k2)./(c_dist./sin(gama)));
    alpha2 = asin((L1+k1)./(c_dist./sin(gama)));

end

% _____ IZRACUNAVANJE ZAVISNIH KUTEVA _____
q2 = pi - beta - alpha1;
q4 = pi - beta - alpha2;
q5 = pi - 2*beta;

for pasiv_q = 1:3

```



```

switch pasiv_q

    case 1
        q = q2;
        str_q = 'q_2';

    case 2
        q = q4;
        str_q = 'q_4';

    case 3
        q = q5;
        str_q = 'q_5';

end

%_____PRIPREMA VARIJABLI ZA ISCRTAVANJE
PLOHE_____
x = rad2deg(q33);
y = q1;
z = rad2deg(q);    % q2/q4/q5

xv = linspace(min(x), max(x), 50);
yv = linspace(min(y), max(y), 50);
[X,Y] = meshgrid(xv, yv);
Z = griddata(x,y,z,X,Y);

%_____BRISANJE NEPOTREBNIH VARI-
JABLI_____
% varijable potrebne za izracun završnih kuteva
clear x1 x2 y1 y2 c_dist k1 k2 beta gama alpha1 alpha2
% varijable potrebne za definiranje tocaka u prostoru
clear x y z xv yv

%_____ISCRTAVANJE
PLOHE_____
figure(pasiv_q)
surf(X, Y, Z);
grid on
set(gca, 'ZLim',[0 180])
hold on
shading interp
xlabel('q_3')
ylabel('q_1')
zlabel(str_q)    % q2/q4/q5

%% ISCRTAVANJE APROKSIMATIVNE RAVNINE
%_____UZIMANJE RUBNIH TOCAKA_____
% potrebno je q u zadnjem redu promijeniti na zeljeni q (q2/q4/q5)

T1 = [rad2deg(q33(1,1)), rad2deg(q11(1,1)), rad2deg(q(1,1))];
T2 = [rad2deg(q33(1,end)), rad2deg(q11(1,end)), rad2deg(q(1,end))];
T3 = [rad2deg(q33(end,1)), rad2deg(q11(end,1)), rad2deg(q(end,1))];
T4 = [rad2deg(q33(end,end)), rad2deg(q11(end,end)), rad2deg(q(end,end))];
T5 = [rad2deg(q33(round(size(q33,1)/2), round(size(q33,2)/2))), ...
      rad2deg(q11(round(size(q11,1)/2), round(size(q11,2)/2))), ...
      rad2deg(q(round(size(q,1)/2), round(size(q,2)/2)))]];

%_____IZRACUN JEDNADZBI RAVNINE_____

```

---

```
[a, b, c, d] = planefit([T1; T2; T3; T4; T5].');  
  
% _____ JEDNADZBA APROKSIMATIVNE RAVNINE _____  
  
q_aproks = -(a*X +b*Y - d)/c;  
surf(X, Y, q_aproks, 'FaceColor', 'r');  
legend_str = ["stvarni " + str_q, "linearizirani " + str_q];  
legend(legend_str(1), legend_str(2))  
hold off  
  
disp('maksimalna razlika izmedu:')  
disp('stvarnog zakreta i apsoksimiranog zakreta')  
disp('u stupnjevima za:')  
disp(str_q)  
max(max(Z-q_aproks))  
  
end
```