

# Usporedba numeričkog i analitičkog proračuna čvrstoće metalne konstrukcije krila

---

Šahović, Dominik

Undergraduate thesis / Završni rad

2022

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:728518>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering  
and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Dominik Šahović**

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Izv. prof. dr. sc. Darko Ivančević, mag. ing.

Student:

Dominik Šahović

Zagreb, 2022.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se izv. prof. dr. sc. Darku Ivančeviću na pruženoj pomoći i ukazanim savjetima kod izrade ovog rada te svima u mojoj obitelji bez čije podrške ne bih uspio.

Dominik Šahović



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 22 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 22 -	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Dominik Šahović** JMBAG: **0035222651**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Usporedba numeričkog i analitičkog proračuna čvrstoće metalne konstrukcije krila**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Comparison of the numerical and analytical metallic wing structure stress analyses**

Opis zadatka:

Za proračun čvrstoće se u fazi preliminarnog proračuna konstrukcije krila, u kojoj pojedine varijable konstrukcije nisu definirane, često koriste metode temeljene na analitičkim izrazima. Zadatak završnog rada je usporediti rezultate dobivene primjenom analitičkih i numeričkih modela za proračun pojednostavljene metalne konstrukcije krila izvedene uobičajenim konstruktivnim elementima.

U radu je potrebno:

- napraviti pregled literature o analitičkim metodama koje se koriste u proračunu čvrstoće konstrukcije krila zrakoplova
- za odabranu konstrukciju krila provesti analitički i numerički proračun čvrstoće s obzirom na granično opterećenje
- numerički proračun čvrstoće provesti u programskom paketu *Abaqus*<sup>®</sup>
- usporediti rezultate dobivene numeričkim i analitičkim metodama za nekoliko odabranih konstrukcija krila u kojima su varirane geometrijske karakteristike ili izvedbe dijelova konstrukcije
- u proračunu konstrukcije krila koristiti standardne metalne materijale u zrakoplovnom inženjerstvu kao i uobičajene konstruktivne elemente.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

9. 5. 2022.

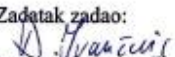
Datum predaje rada:

2. rok (izvanredni): 6. 7. 2022.  
3. rok: 22. 9. 2022.

Predviđeni datumi obrane:

2. rok (izvanredni): 8. 7. 2022.  
3. rok: 26. 9. – 30. 9. 2022.

Zadatak zadao:

  
Izv. prof. dr. sc. Darko Ivančević

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY .....	VII
1. UVOD.....	1
2. ANALITIČKA METODA.....	2
2.1. Pregled analitičkih metoda za proračun čvrstoće konstrukcije krila zrakoplova.....	2
2.2. Principi odabrane analitičke metode .....	3
3. NUMERIČKA METODA.....	8
3.1. Geometrija krila .....	8
3.2. <i>SolidWorks</i> model krila.....	9
3.3. <i>Abaqus/CAE</i> model krila.....	10
4. OPTEREĆENJE.....	16
5. ANALIZA.....	17
5.1. Analitičko rješenje.....	17
5.1.1. Krilo 1.....	17
5.1.2. Krilo 2.....	21
5.1.3. Krilo 3.....	24
5.2. Numeričko rješenje.....	27
5.2.1. Rješenja numeričke analize.....	28
5.3. Usporedba rezultata.....	31
5.3.1. Usporedba rezultata za Krilo 1.....	31
5.3.2. Usporedba rezultata za Krilo 2.....	33
5.3.3. Usporedba rezultata za Krilo 3.....	34
6. ZAKLJUČAK.....	36
LITERATURA.....	37

**POPIS SLIKA**

Slika 2.1. Unutarnje veličine u ravnom elementu ljuske: a) unutarnje membranske sile, b) unutarnji momenti i poprečne sile [1] .....	2
Slika 2.2. Diskretizacija ljuskastih konstrukcija s ravnim elementima: a) sferna ljuska opisana trokutnim elementima, b) cilindrična ploha s pravokutnim elementima [1].....	3
Slika 2.3. Ravni prstenasti element na srednjoj plohi osnosimetrične ljuske (lijevo), ravni prstenasti ljuskasti element sa stupnjevima slobode (desno) [1].....	3
Slika 2.4. Primjer uobičajenog presjeka konstrukcije krila [2].....	4
Slika 2.5. Prikaz idealiziranog poprečnog presjeka krila [2].....	4
Slika 2.6. Idealizacija panela [2].....	5
Slika 2.7. Ojačana tankostijena greda [3].....	6
Slika 3.1. Aeroprofil NACA 0014.....	9
Slika 3.2. Prikaz tankostijene konstrukcije krila.....	9
Slika 3.3. Model krila u <i>SolidWorks</i> -u s dimenzijama u [cm].....	10
Slika 3.4. Model krila u <i>Abaqus</i> -u s prikazanim debljinama pojedinih dijelova konstrukcije.....	11
Slika 3.5. Model krila bez oplata s prikazanim debljinama pojedinih dijelova konstrukcije.....	12
Slika 3.6. Detaljan prikaz modela krila bez oplata s prikazanim debljinama pojedinih dijelova konstrukcije.....	12
Slika 3.7. Mreža konačnih elemenata cijelog krila.....	14
Slika 3.8. Trokutasti konačni elementi (detalj).....	14
Slika 4.1. Raspodjela sile uzgona $L$ po polurasponu krila.....	15
Slika 4.2. Raspodjela sile otpora $D$ po polurasponu krila.....	15
Slika 5.1. Idealizirani poprečni presjek Krila 1.....	16
Slika 5.2. Linija progiba Krila 1.....	18
Slika 5.3. Idealizirani poprečni presjek Krila 2.....	20
Slika 5.4. Linije progiba za Krilo 2.....	21
Slika 5.5. Idealizirani poprečni presjek Krila 3.....	23
Slika 5.6. Linija progiba za Krilo 3.....	24
Slika 5.7. Uklještenje na spoju krila i trupa (detalj).....	26
Slika 5.8. Raspodjela opterećenja po rasponu krila (roze strelice).....	26

Slika 5.9. Raspodjela opterećenja po rasponu krila – bokocrt.....	27
Slika 5.10. Pomak krila u smjeru globalne osi y [m].....	27
Slika 5.11. Pomak prednje ramenjače u smjeru globalne osi y [m].....	28
Slika 5.12. Raspodjela normalnih naprezanja u smjeru globalne osi z [Pa].....	28
Slika 5.13. Raspodjela normalnih naprezanja u smjeru globalne osi z (detalj)[Pa].....	29
Slika 5.14. Usporedba analitičkih i numeričkih rezultata progiba za Krilo 1.....	31
Slika 5.15. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (prednja ramenjača).....	32
Slika 5.16. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (stražnja ramenjača).....	32
Slika 5.17. Usporedba analitičkih i numeričkih rezultata progiba za Krilo 2.....	33
Slika 5.18. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (prednja ramenjača).....	33
Slika 5.19. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (stražnja ramenjača).....	34
Slika 5.20. Usporedba rezultata progiba za Krilo 3.....	34
Slika 5.21. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (prednja ramenjača).....	35
Slika 5.22. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (stražnja ramenjača).....	35



**POPIS TABLICA**

Tablica 3.1. Mehanička svojstva materijala Al2024.....	8
Tablica 3.2. Geometrijska svojstva krila.....	8
Tablica 3.3. Debljine elemenata krila izrađenog od aluminijeve legure.....	11
Tablica 3.4. Svojstva konačnih elemenata.....	13
Tablica 5.1. Normalno naprezanje u uzdužnicama Krila 1 izračunato analitičkom metodom.....	19
Tablica 5.2. Normalno naprezanje u uzdužnicama za Krilo 2 izračunato analitičkom metodom.....	22
Tablica 5.3. Normalna napreznja u uzdužnicama za Krilo 3 izračunato analitičkom metodom.....	25
Tablica 5.4. Rezultati numeričke analize.....	30

**POPIS OZNAKA**

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	$m^2$	Površina pojedine uzdužnice
$A_R$	$m^2$	Površina spoja oplata i prednje ramenjače
$B$	$m^2$	Koncentrirana površina
$B_i$	$m^2$	Koncentrirana površina $i$ -tog boom-a
$B_m$	$m^2$	Koncentrirana površina $m$ -tog boom-a
$b$	$m$	Raspon krila
$b$	$m$	Korak uzdužnica
$C_L$	-	Koeficijent sile uzgona
$c$	$m$	Duljina korijene tetive krila
$E$	$N/m^2$	Modul elastičnosti
$h_0$	$m$	Debljina jednog sloja
$I_{yy}$	$m^4$	Moment tromosti presjeka krila oko $y$ osi
$I_{zz}$	$m^4$	Moment tromosti presjeka krila oko $z$ osi
$M_y$	$Nm$	Moment savijanja oko $y$ osi
$q_L$	$N/m$	Raspodijeljeno opterećenje po krilu
$p_L$	$Pa$	Raspodjela tlaka po spoju oplata s prednjom ramenjačom
$S$	$m^2$	Površina krila
$t_D$	$m$	Debljina oplata
$V$	$m/s$	Brzina slobodne struje zraka
$w$	$m$	Progib krila u smjeru osi $y$
$y_m$	$m$	Položaj $m$ -te uzdužnice u koordinatnom sustavu težišta
$y_T$	$m$	$y$ -koordinata težišta presjeka krila
$z_m$	$m$	Položaj $m$ -te uzdužnice u koordinatnom sustavu težišta
$z_T$	$m$	$z$ -koordinata težišta presjeka krila
$\nu$	-	Poissonov koeficijent
$\rho$	$kg/m^3$	Gustoća zraka
$\sigma_{i,x}$	$N/m^2$	Normalno naprezanje u smjeru osi $x$ $i$ -te uzdužnice

**SAŽETAK**

Cilj ovog rada je usporediti numeričku i analitičku metodu proračuna čvrstoće metalne konstrukcije krila. Kroz rad je dan pregled drugih analitičkih metoda te detaljan opis analitičke metode koja je odabrana u ovom radu. Opisan je proces izrade modela krila zrakoplova u programu *SolidWorks* kao priprema modela za numeričku analizu. Razrađen je postupak prebacivanja 3D modela u program *Abaqus/Standard* gdje je provedena numerička analiza. Dana je potpuna analiza analitičkih i numeričkih rješenja za odabrane konstrukcije krila u kojima su varirane geometrijske karakteristike i načini izvedbe konstrukcije krila. Za konstrukciju krila su korišteni standardni metalni materijali u zrakoplovnom inženjerstvu kao i uobičajeni konstruktivni elementi. U zadnjem poglavlju rada iznesen je zaključak.

Ključne riječi: analitički proračun čvrstoće, konstrukcija zrakoplovnog krila, metoda konačnih elemenata, numerička analiza čvrstoće

**SUMMARY**

The aim of this thesis is to compare the numerical and analytical methods of strength prediction of the metallic wing structure. The paper provides an overview of other analytical methods and a detailed description of the analytical method chosen in this thesis. The process of creating a model of an aircraft wing in the *SolidWorks* program is described as a preparation of the model for numerical analysis. The process of transferring the 3D model to the *Abaqus/Standard* program was conducted, where the numerical analysis was performed. A complete analysis of the analytical and numerical solutions for selected wing structures in which the geometric characteristics and structural layout of the wing are varied is given. Standard metallic materials in aeronautical engineering as well as common structural elements were used for the construction of the wings. In the last chapter of the paper, the conclusion is presented.

Key words: numerical strength analysis, aircraft wing structure, finite elements method, analytical strength prediction methods

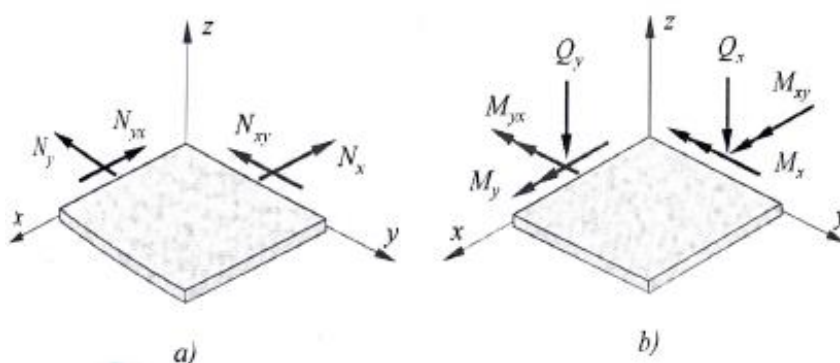
## 1. UVOD

Pojavom brzih računala sposobnih za obradu velikih skupova podataka u kratkim vremenskim intervalima, razvili su se brojni programi za numeričke analize čvrstoće konstrukcija. Upotrebom numeričke analize za proračune čvrstoće konstrukcija za sobom povlači nekoliko problema, jedan od kojih je zahtjevno pronalaženje referentnih modela za usporedbu dobivenih rezultata što prisiljava korisnike da vjeruju u točnost rezultata dobivenih takvom analizom. Moguće je dakako rezultate provjeriti eksperimentalno, no to bi zahtijevalo provođenje velikog broja eksperimenata s velikim brojem različitih kombinacija utjecajnih parametara. Takva provjera oduzima previše novaca i vremena da bi bila isplativa, stoga je najbolji način usporediti rezultate dobivene numeričkom analizom s rezultatima dobivenim određenom analitičkom metodom koja je predviđena za model koji se proračunava. Zahvaljujući suvremenoj tehnologiji, puno je lakše i brže provesti analitičke proračune koji osiguravaju veću pouzdanost jer se ne pojavljuju greške kao u numeričkoj analizi poput *shear locking-a*, *hourglassing-a* i drugih [1]. Problem analitičke metode je što nije moguće riješiti kompliciranije konstrukcijske zadatke, stoga se koriste u preliminarnim fazama proračuna novih konstrukcija kako bi se zbog velikog broja nepoznanica brzo došlo do nekih konkretnih zaključaka. U analitičkoj metodi razrađen je analitički model koji, ovisno o složenosti konstrukcije, dovoljno točno opisuje problem i daje rezultate koji zadovoljavaju inženjersku praksu. Zadatak ovog rada je usporediti analitički model s modelom iz numeričke analize. Za izradu modela, materijal korišten je aluminijeva legura 2024, koja je standardni metalni materijal u zrakoplovnim konstrukcijama te su za samu izvedbu konstrukcije korišteni uobičajeni konstrukcijski elementi krila (oplata, uzdužnice, ramenjače i rebra). Krilo je opterećeno kontinuirano po rasponu silom uzgona čiji je iznos predodređen i aproksimiran u odnosu na stvarnu raspodjelu po rasponu krila. Rezultati dobiveni analitičkom metodom u programu *MatLab* uspoređeni su s rezultatima dobivenim numeričkom analizom konstrukcije u programu *Abaqus/Standard*. Provedena numerička analiza je materijalno i geometrijski linearna.

## 2. ANALITIČKA METODA

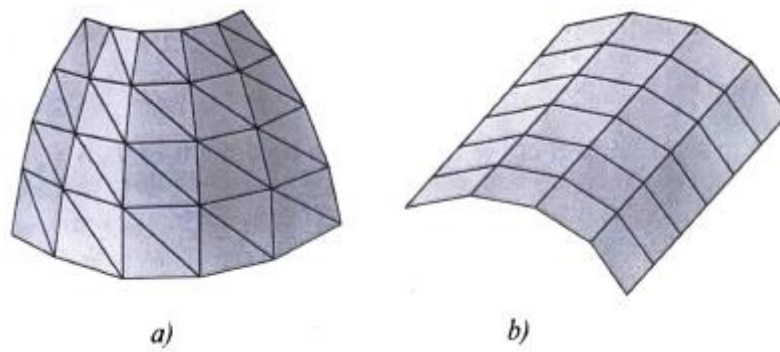
### 2.1. Pregled analitičkih metoda za proračun čvrstoće konstrukcije krila zrakoplova

U obimu ovog rada promatrat će se konstrukcija krila zrakoplova izrađena pomoću ljuskastih elemenata. Ljuskasti element omeđen je dvjema zakrivljenim plohamo koje prenose momente savijanja i uvijanja kao i poprečne sile. Vanjsko opterećenje preuzimaju i membranske sile koje djeluju u tangencijalnoj ravnini srednje plohe. Analitičko rješavanje problema teorije ljusaka znači određivanje stanja naprezanja i deformacije u proizvoljno opterećenom ljuskastom elementu, što je matematički jako složen problem. U literaturi se pronalaze relacije koje se odnose samo na specijalne slučajeve, najčešće osnosimetrične ljuskaste oblike za posebne vrste opterećenja. Najsloženiji ljuskasti elementi su zakrivljeni elementi pomoću kojih je moguće opisati proizvoljnu geometriju uz proizvoljno opterećenje, a formulacija im se temelji na klasičnoj teoriji ljusaka. Složenost formulacije i osjetljivost na pomake krutog tijela nedostaci su koji zahtijevaju visoke stupnjeve funkcija pomaka za smanjivanje osjetljivosti. Najjednostavniji elementi za analizu ljuskastih konstrukcija su ravni elementi. Zakrivljena ljuskasta površina (npr. oplata) dijeli se na više ravnih elemenata pri čemu su koordinate zakrivljenih površina (zakrivljene koordinate) aproksimirane ravnim crtama na srednjoj plohi spomenutih elemenata. Gaussova zakrivljenost ravnih elemenata jednaka je nuli, a Laméovi parametri su jednaki jedan [2].



Slika 2.1. Unutarnje veličine u ravnom elementu ljuske:

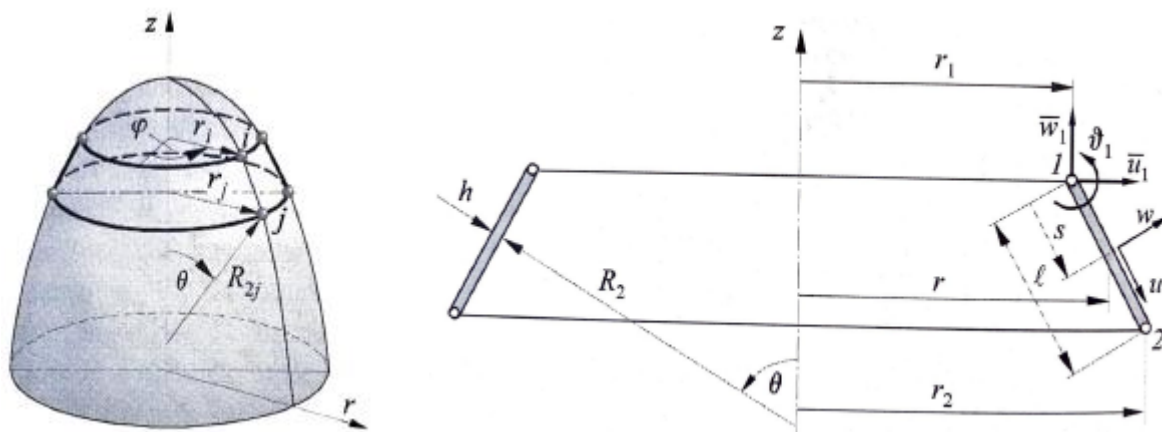
a) unutarnje membranske sile, b) unutarnji momenti i poprečne sile [2]



Slika 2.2. Diskretizacija ljuskastih konstrukcija s ravnim elementima:

a) sferna ljuska opisana trokutnim elementima, b) cilindrična ploha s pravokutnim elementima [2]

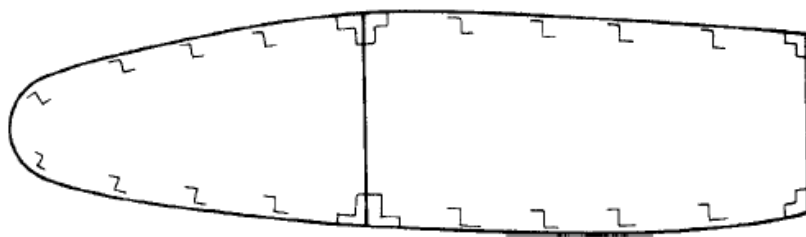
Rješavanje problema ljuskastih konstrukcija jednostavnije je kad su ljuske osnosimetrične. Ako je uz geometriju i opterećenje osnosimetrično, u ljusci vlada stanje osnosimetrične deformacije koje je moguće opisati s dvije komponente pomaka [2].



Slika 2.3. Ravni prstenasti element na srednjoj plohi osnosimetrične ljuske (lijevo), ravni prstenasti ljuskasti element sa stupnjevima slobode (desno) [1]

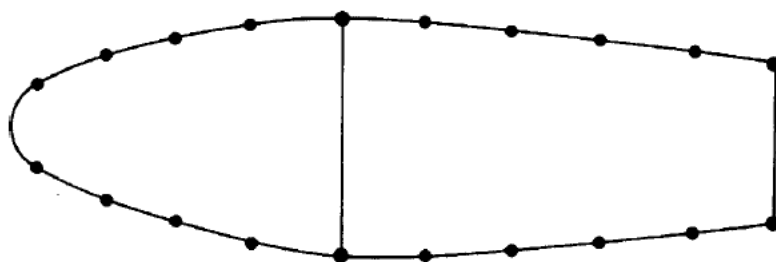
## 2.2. Principi odabrane analitičke metode

Zrakoplovne konstrukcije rađene su tankostijenim plohama, no one su često ojačane uzdužnim i poprečnim elementima, npr. uzdužnicama i rebrima, kako bi zajedno tvorile kompleksnije konstrukcije poput krila, trupa i repnih površina zrakoplova. Slika 2.4. prikazuje primjer ojačane konstrukcije zrakoplova [3].



Slika 2.4. Primjer uobičajenog presjeka konstrukcije krila [3]

Analiza jedne takve konstrukcije bila bi dugotrajna i prekomplikirana za izvedbu, stoga je potrebno uvesti nekoliko pojednostavljenja. Gotovo uvijek ta pojednostavljenja određuju točnost i stupanj zahtjevnosti analize, tj. što manje pojednostavljenja, to je veća točnost dobivenih rezultata. Kompleksne konstrukcije su često idealizirane kao modeli koji se pod istim opterećenjem ponašaju slično ili jednako kao stvarna konstrukcija. Tako se poprečni presjek krila dan na slici 2.4. može prikazati kao tankostijena ojačana greda, gdje su uzdužnice koncentrirane površine i nose sva savojna opterećenja dok oplata preuzima smična opterećenja. Pošto je poprečni presjek uzdužnica znatno manji u odnosu na poprečni presjek cijele konstrukcije krila, pretpostavljamo da je normalno naprezanje konstantno raspodijeljeno po poprečnom presjeku uzdužnica. Tada se uzdužnice i strukovi ramenjača mogu zamijeniti koncentriranim površinama, *boom-ovima* [3].

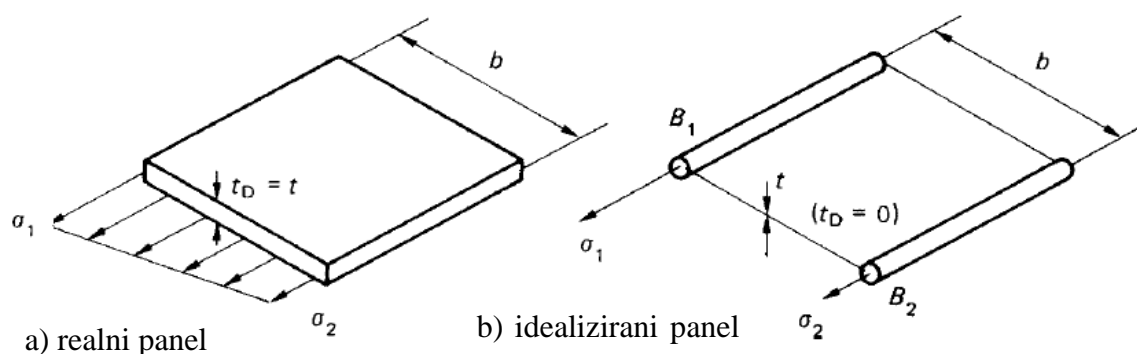


Slika 2.5. Prikaz idealiziranog poprečnog presjeka krila [3]

Normalna naprezanja u *boom-ovima* su konstantna te su pozicionirana na srednjoj liniji oplata. U stvarnosti osim smičnih naprezanja, oplata nosi i normalna naprezanja koja u ovoj metodi mogu biti pridodana tako da se koncentrirana površina *boom-a* poveća za ekvivalentnu površinu oplata koja nosi normalna naprezanja [3].

Iako ovakav pristup unosi određenu grešku u račun, prije svega važna je brzina i jednostavnost, tako da je u ovom slučaju ta unesena greška prihvatljiva.





Slika 2.6. Idealizacija panela [3]

Slika 2.6. daje uvid u metodu za proračun konstrukcije napravljenu od izotropnih materijala. Stvarni panel prikazan na slici 2.6. pod a) idealizira se u kombinaciju oplata koja nosi smična naprezanja i uzdužnica koja nose normalna naprezanja, slika 2.6. b). Debljina oplata  $t_D$  (Slika 2.6.) koja nosi normalna naprezanja jednaka je debljini  $t$ , dok je u slučaju b)  $t_D = 0$ . Pretpostavka je da se raspodjela normalnog naprezanja u realnom panelu mijenja linearno od vrijednosti  $\sigma_1$  do vrijednosti  $\sigma_2$ , s time da se u obzir trebaju uzeti ekstremne vrijednosti naprezanja iako se raspodjela više ne promatra. S obzirom da je opterećenje koje stvara normalno naprezanje u realnom i idealiziranom panelu jednako, izjednačavanjem njihovih momenata dobivaju se izrazi za ekvivalentne površine  $B_1$  i  $B_2$ :

$$\sigma_1 t_D \frac{b^2}{2} + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)t_D b \frac{2}{3} b = \sigma_1 B_1 b. \quad (2.1)$$

Iz (2.1) izlazi:

$$B_1 = \frac{t_D b}{6} \left( 2 + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right), \quad (2.2)$$

$$B_2 = \frac{t_D b}{6} \left( 2 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right). \quad (2.3)$$

Nadalje se očituje konačna ekvivalentna površina  $i$ -tog boom-a:

$$B_i = A_i + \frac{t_D b_i}{6} \left( 2 + \frac{\sigma_{i+1}}{\sigma_i} \right) + \frac{t_D b_{i-1}}{6} \left( 2 + \frac{\sigma_{i-1}}{\sigma_i} \right). \quad (2.4)$$

$A_i$  predstavlja površinu presjeka  $i$ -te uzdužnice, a  $b_i$  udaljenost dva boom-a kao što je prikazano na slici 2.6.. Pošto se omjeri pretpostavljenih naprezanja  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  mogu zamijeniti omjerom udaljenosti susjednih boom-ova od središnje osi presjeka, slijedi da za aksijalno opterećenje vrijedi  $\sigma_1/\sigma_2 = 1$  i  $B_1 = B_2 = t_D b/2$ , a za čisto savijanje  $\sigma_1/\sigma_2 = -1$  i  $B_1 = B_2 = t_D b/6$ .

Iz prethodnog se da zaključiti dakako da će za drugačije opterećenja biti potrebna drugačija idealizacija konstrukcije. Dalje se proračunava položaj težišta presjeka prema jednadžbama:

$$y_T = y_0 + \frac{\sum_{m=1}^M B_m (y_m - y_0)}{\sum_{m=1}^M B_m}, \quad (2.5)$$

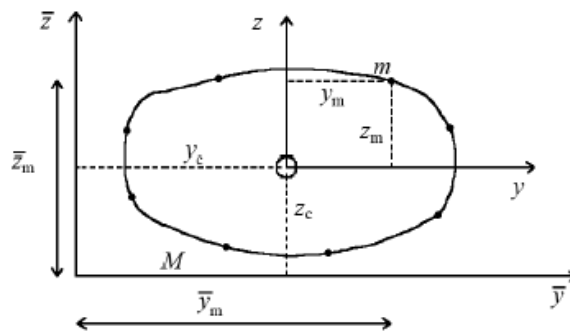
$$z_T = z_0 + \frac{\sum_{m=1}^M B_m (z_m - z_0)}{\sum_{m=1}^M B_m}. \quad (2.6)$$

U gornjim jednadžbama  $y_0$  i  $z_0$  predstavljaju minimalne vrijednosti  $y$  i  $z$  koordinate presjeka segmenta, dok se  $M$  odnosi na broj *boom*-ova. Momenti tromosti u odnosu na osi koordinatnog sustava koji prolazi kroz težište presjeka prikazanog na slici 2.7., izravno se izračunavaju sljedećim izrazima:

$$I_{yy} = \sum_{m=1}^M B_m (z_m - z_T)^2, \quad (2.7)$$

$$I_{zz} = \sum_{m=1}^M B_m (y_m - y_T)^2, \quad (2.8)$$

$$I_{yz} = \sum_{m=1}^M B_m (y_m - y_T)(z_m - z_T). \quad (2.9)$$



Slika 2.7. Ojačana tankostijena greda [4]

Svojne krutosti presjeka računaju se jednostavnim izrazima:

$$EI_{yy} = I_{yy} * E, \quad (2.10)$$

$$EI_{zz} = I_{zz} * E, \quad (2.11)$$

u kojima  $E$  predstavlja Young-ov modul za odabrani materijal.

Svi gornji izrazi predstavljaju dio analitičke metode koja, uz pretpostavku kontinuiranog opterećenja sile uzgona  $L$  po polurasponu krila, služi da bi se riješila funkcija progiba:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{qL}{EI_{yy}}, \quad (2.12)$$

gdje  $w$  predstavlja progib krila okomito na os raspona krila.

Funkcija (2.12), vodeći računa o rubnim uvjetima, rješava se postupnim integriranjem.

Iz izraza (2.12) dobiva se jednačba za računanje momenta savijanja:

$$M_y = -EI_{yy} \frac{d^2w}{dx^2}, \quad (2.13)$$

pomoću kojeg se računa normalno naprezanje u smjeru raspona krila za svaki *boom* zasebno po jednačbi:

$$\sigma_{i,x} = M_y \frac{z_i - z_T}{I_{yy}}. \quad (2.14)$$

Cijeli postupak za izotropan materijal je prilično jednostavan jer je potrebno, na mjesta koja to zahtijevaju, uvrsti modul elastičnosti materijala [5].

### 3. Numerička metoda

#### 3.1. Geometrija krila

Provodit će se analiza izotropnog materijala, aluminijske legure 2024 sa svojstvima danim u tablici 3.1. [5]

Tablica 3.1. Mehanička svojstva materijala Al2024

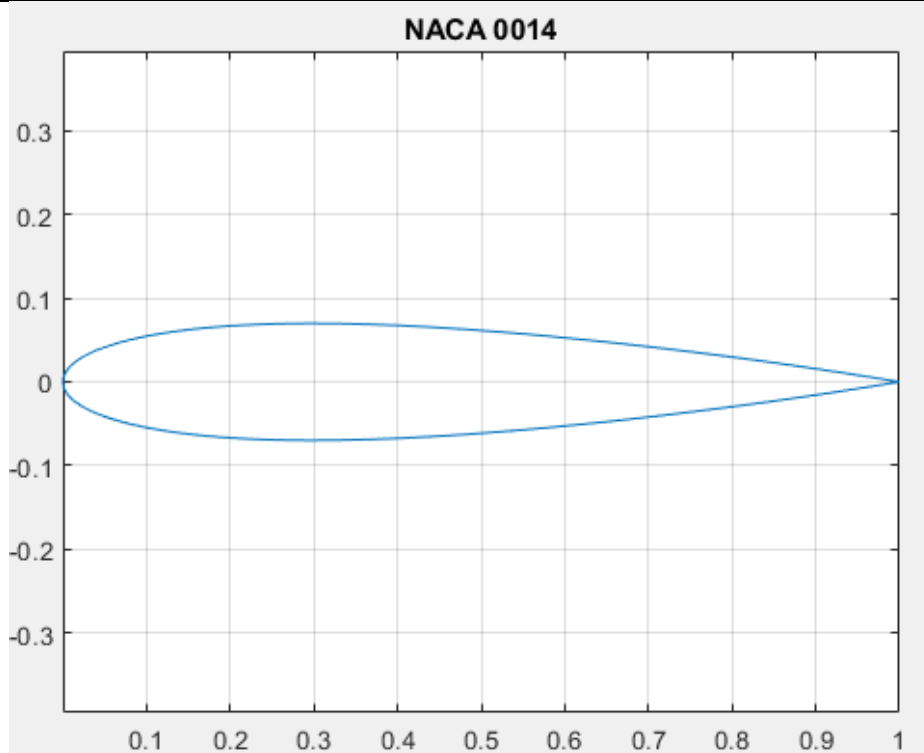
Vrsta svojstva	Iznos [mjerna jedinica]
$\rho$	2780 [kg/m <sup>3</sup> ]
$E$	73 [GPa]
$\nu$	0,33

Model za numeričku analizu je pravokutno krilo, simetričnog aeroprofila i konstantnog poprečnog presjeka. Odabrano je radi lakšeg uočavanja i otklanjanja nepravilnosti i grešaka tokom analitičkog i numeričkog proračuna. U uvodnim pretpostavkama postavljeno je da ne postoje odvojene upravljачke površine. Dodana su rebra, koja iako nemaju nikakav utjecaj na savojnu krutost analitičkog i numeričkog modela, osiguravaju konstantan presjek pod nanesenim opterećenjem i torzijsku krutost krila. Krilo je izvedeno s 22 uzdužnice, dvije ramenjače i osam rebara (uključujući prvo i zadnje).

Geometrijske značajke krila zapisane su u tablici 3.2.

Tablica 3.2. Geometrijska svojstva krila

Aeroprofil	NACA 0014
Duljina tetive	1,5 m
Raspon krila	12 m
Površina krila	18 m <sup>2</sup>
Vitkost krila	8
Suženje	1
Kut strijele	0°
Kut dihedrala	0°
Položaj prednje ramenjače	25% tetive
Položaj stražnje ramenjače	75% tetive

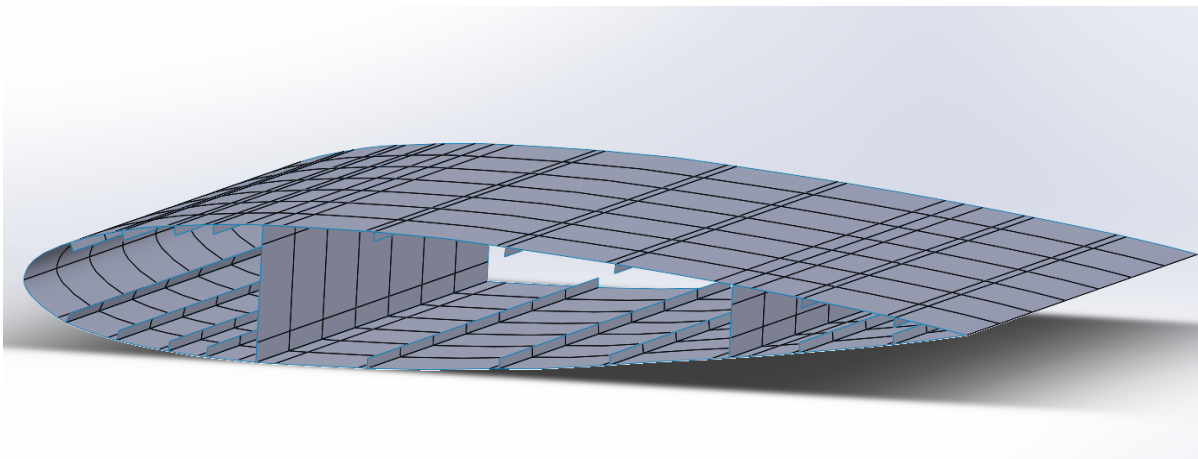


Slika 3.1. Aeroprofil NACA 0014

Slika 3.1. daje bezdimenzijski prikaz aeroprofila NACA 0014 korištenog za izradu modela krila.

### 3.2. Model krila u *SolidWorks*-u

Geometrija modela krila za numeričku analizu pripremljena je u programu *SolidWorks* 2020. U programu je napravljen crtež ili *Sketch* u kojem je aeroprofil NACA 0014 sačinjen od dva *spline*-a na koji su dodane uzdužnice L profila i dvije ramenjače na 25% i 75% tetive. Crtež je ekstrudiran naredbom *Surface Extrude* nakon kojeg se dobije tankostijena konstrukcija konačnog raspona kao na slici 3.2.

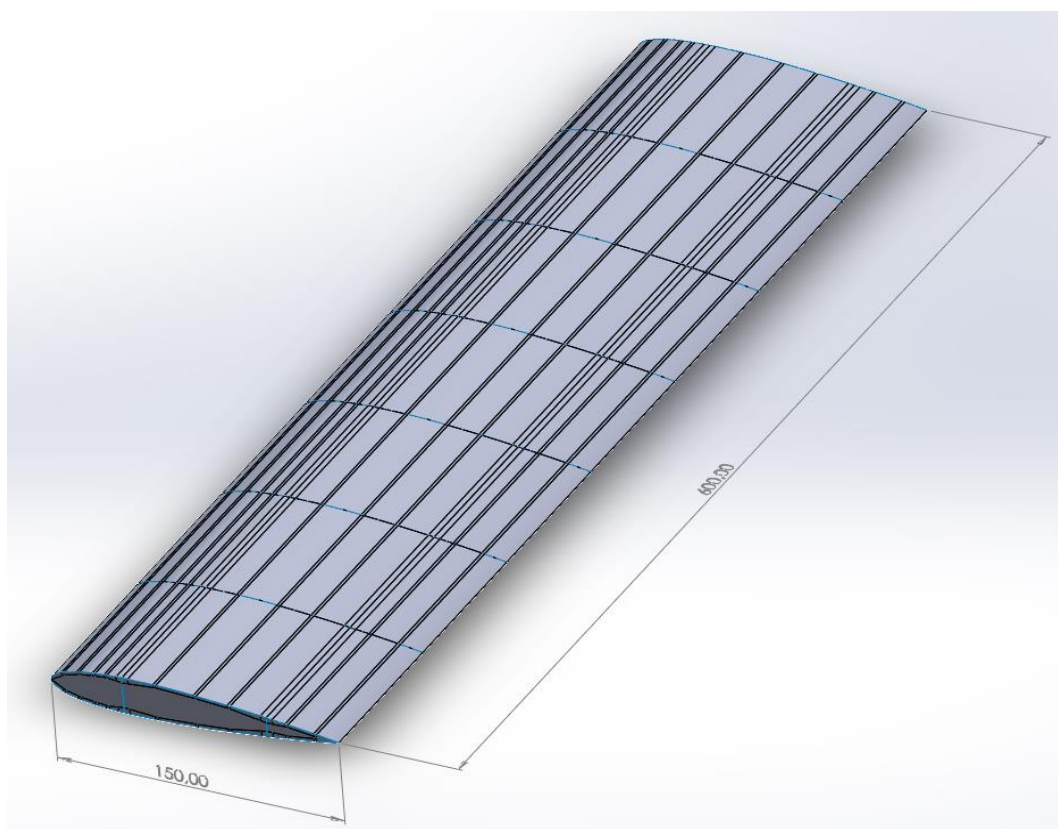


Slika 3.2. Prikaz tankostijene konstrukcije krila

U modelu je napravljeno 18 uzdužnica veličine strukova 15 mm. Uzdužnice na spoju ramenjače s oplatom imaju širine strukova 30 mm te je u model uključeno 8 rebara na razmaku od 85,7 cm. Konačni model krila, prikazan na slici 3.3., dobiven je stvaranjem velikog broja ravnina opcijom *Create Plane*. Nadalje značajkom *Split Line* izrađene ravnine koristile su se za podjelu modela na dvodimenzionalne geometrijske elemente, vidljive na slici 3.3. Na taj način lakše se uočavaju i otklanjaju pogreške pri učitavanju u program za numeričku analizu.

Datoteka je pohranjena u .STEP formatu jer se kao takva može učitati u *Abaqus/CAE* za izradu numeričkog modela s ljuskastim konačnim elementima.

U *SolidWorks*-u je za potrebe ovog rada konstruirano tri različita modela krila istog raspona, u kojima je promijenjen broj uzdužnica koje sačinjavaju torzijsku kutiju (6,8,10) .



Slika 3.3. Model krila u *SolidWorks*-u s dimenzijama u [cm]

Slika 3.3. prikazuje konačan model čija je duljina tetive 150 cm, a ukupna duljina krila je 600 cm.

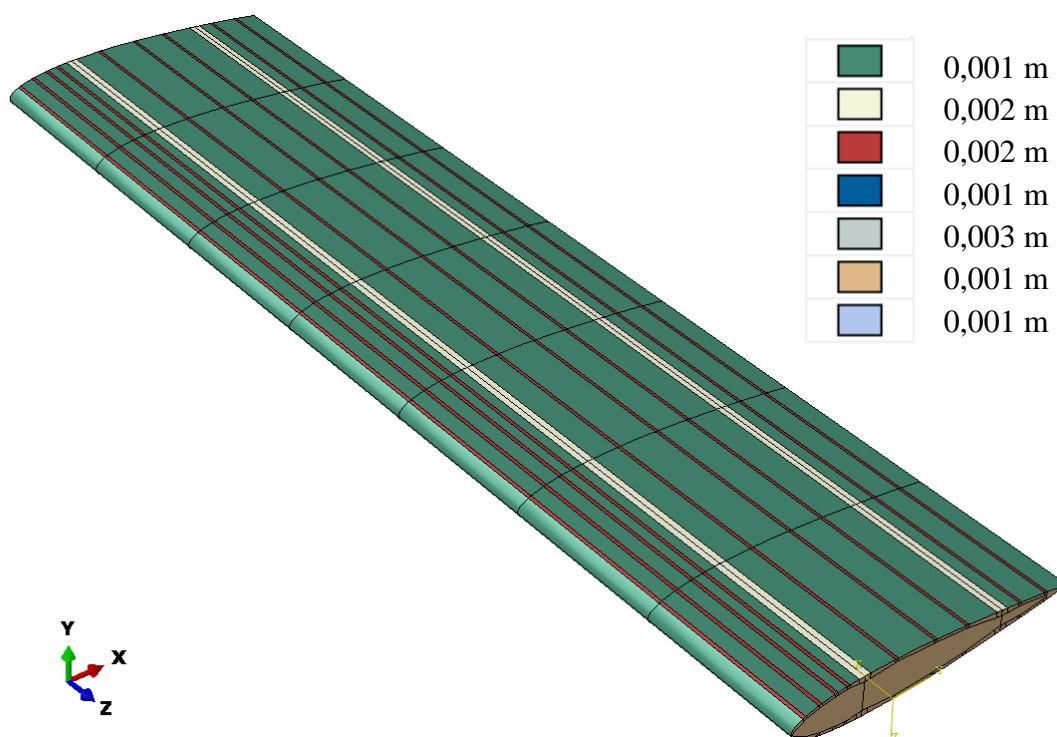
### 3.3. Model krila u *Abaqus*-u

Program *Abaqus* 6.14-4. korišten je za numeričku analizu modela krila. Tri *CAD* modela učitana su u program naredbom *Import*. Uneseni model podijeljen je u setove koji predstavljaju određene skupine konstrukcije sličnih obilježja, npr. oplata, ramenjače i slično.

Nadalje su definirana opća i mehanička svojstva materijala (gustoća, modul elastičnosti, itd.) koji čini konstrukciju krila (Tablica 3.1.). Svakom setu određen je *Section* u *Abaqus/CAE-u*, u kojem su definirane debljine pojedinih elemenata dane tablicom 3.3.

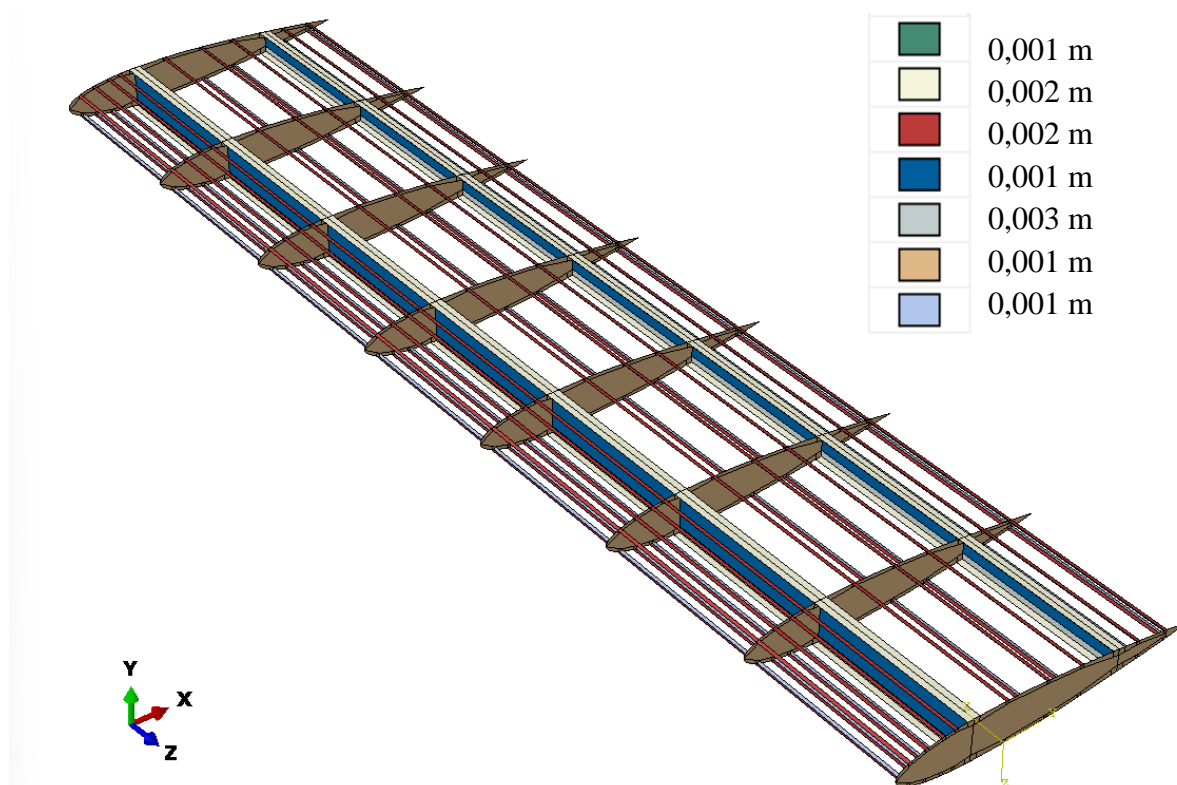
Tablica 3.3. Debljine elemenata krila izrađenog od aluminijeve legure

Dio konstrukcije	Debljina elementa
Oplata	1 mm
Spoj oplata i uzdužnica	2 mm
Spoj oplata i ramenjača	2 mm
Ramenjača	1 mm
Spoj ramenjača i spojnica s oplatom	3 mm
Rebra	1 mm
Uzdužnice	1 mm

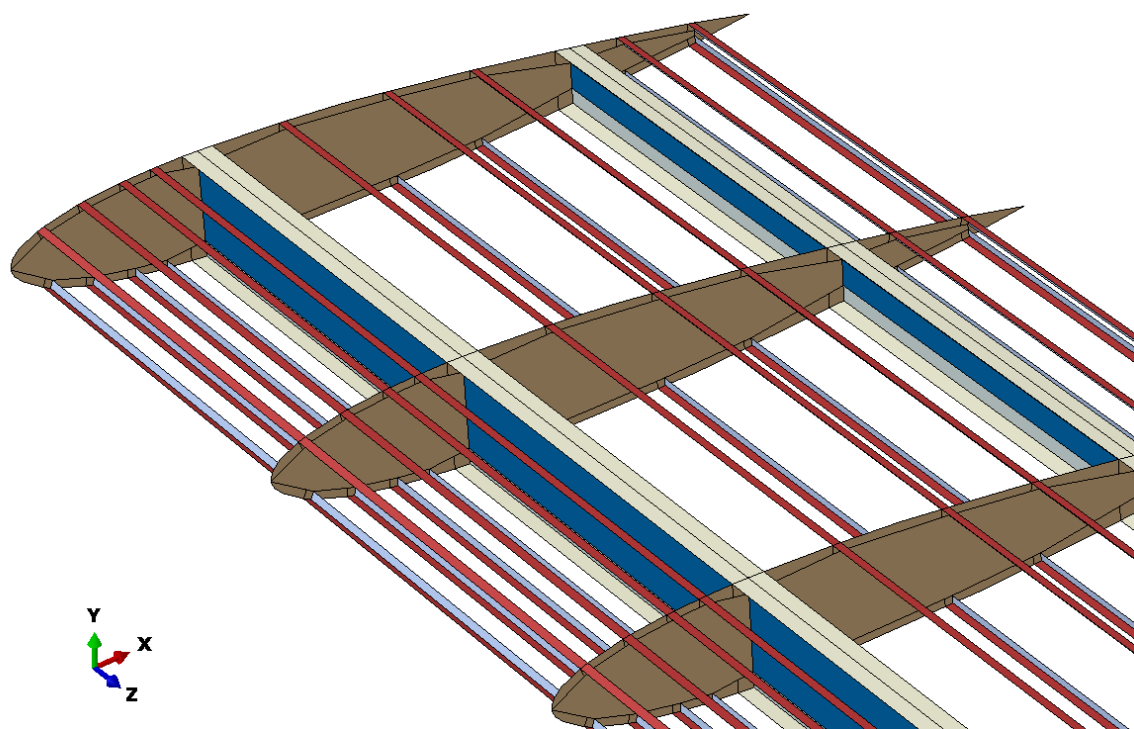


Slika 3.4. Model krila u *Abaqus-u* s prikazanim debljinama pojedinih dijelova konstrukcije

Slikama 3.4. – 3.6. prikazan je model cijelog krila, model krila bez oplata i detalj krila na kojem su različitim bojama označeni setovi (dijelovi) konstrukcije. U legendi na slikama 3.4. i 3.5. svaka boja predstavlja određeni set (oplata, ramenjače, uzdužnice, itd.) uz koju je zapisana debljina pojedinih elemenata.



Slika 3.5. Model krila bez oplata s prikazanim debljinama pojedinih dijelova konstrukcije



Slika 3.6. Detaljan prikaz modela krila bez oplata s prikazanim debljinama pojedinih dijelova konstrukcije

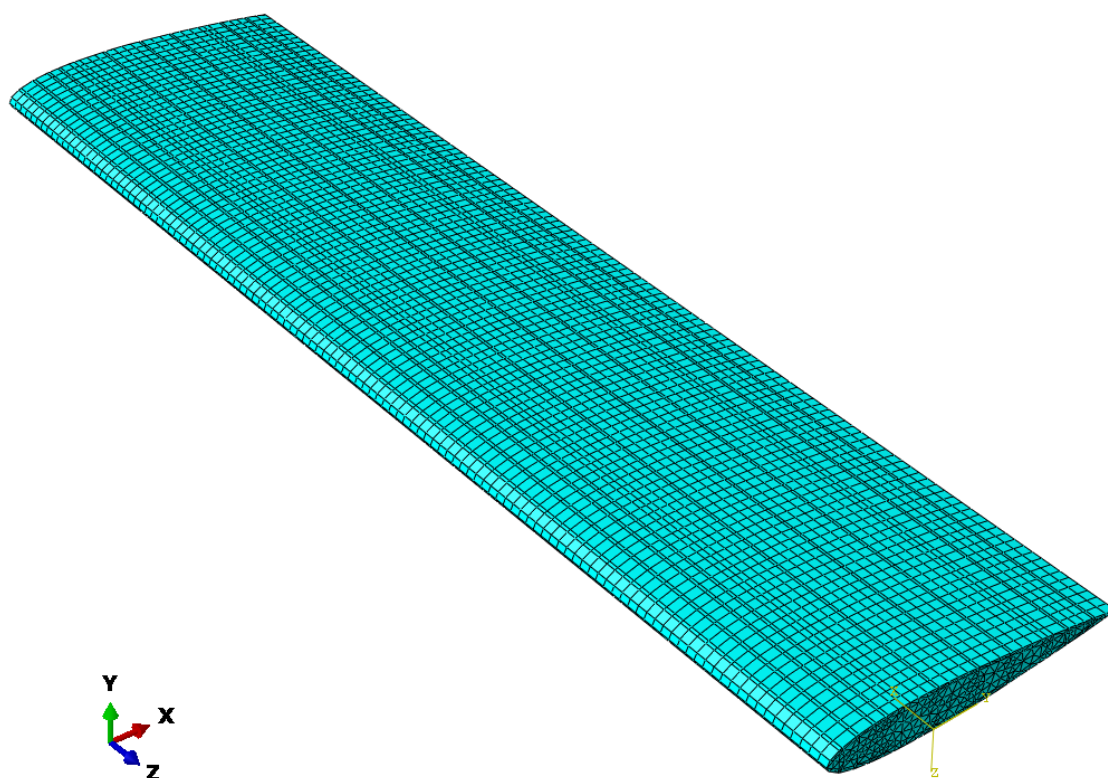


Nakon definiranja setova, u *Mesh* modulu označeno je cijelo krilo za kreiranje mreže konačnih elemenata. Broj i izgled konačnih elemenata jednak je za sva tri modela krila analiziranih u ovom radu, a podaci koji opisuju mreže konačnih elemenata prikazani su u tablici 3.4. Konačni elementi postavljeni na konstrukciju su pravokutnog oblika. Zbog pojavljivanja upozorenja u *Abaqus/CAE*-u rebra modela sadrže trokutaste konačne elemente.

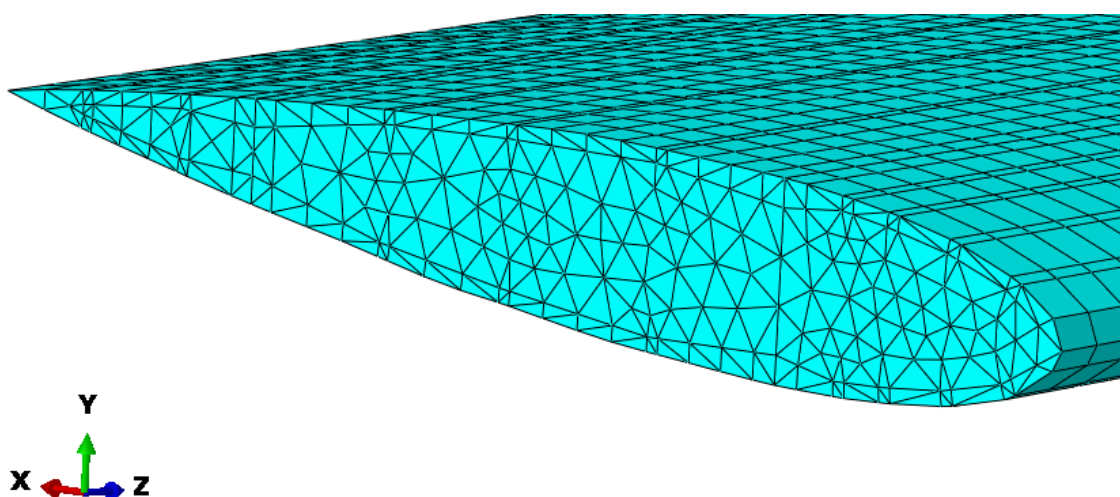
Tablica 3.4. Svojstva konačnih elemenata

Broj modela krila	Krilo 1	Krilo 2	Krilo 3
Broj konačnih elemenata	33435	37379	40434
Broj S4R elemenata	27811	30737	33060
Broj S3 elemenata	5624	6642	7374
Duljina konačnih elemenata ( <i>Global seed</i> )	3 cm		

Svaki model krila ima drugačiji broj konačnih elemenata zbog različitog broj uzdužnica. Razlog promjene oblika konačnih elemenata na rebrima u odnosu na ostatak konstrukcije je jer pravokutni konačni elementi ne opisuju dobro površine rebra te *Abaqus/CAE* javlja pogrešku pri *mesh*-iranju. Mreže konačnih elemenata prikazane su slikama 3.7. i 3.8.



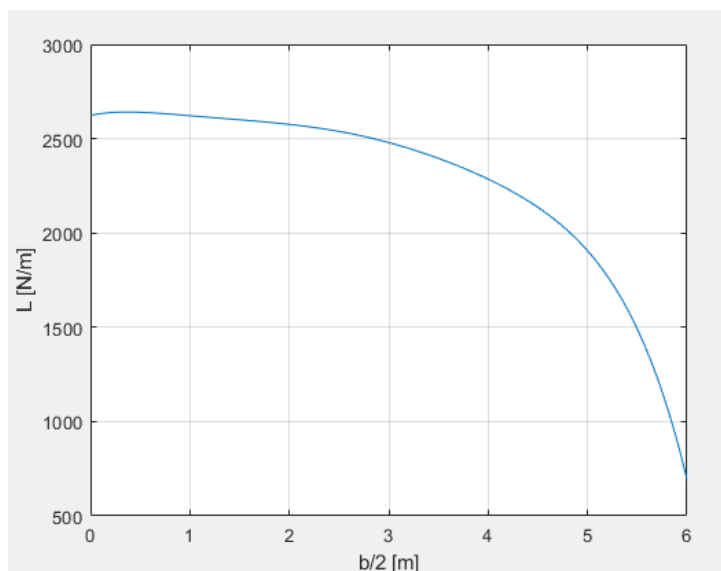
Slika 3.7. Mreža konačnih elemenata cijelog krila



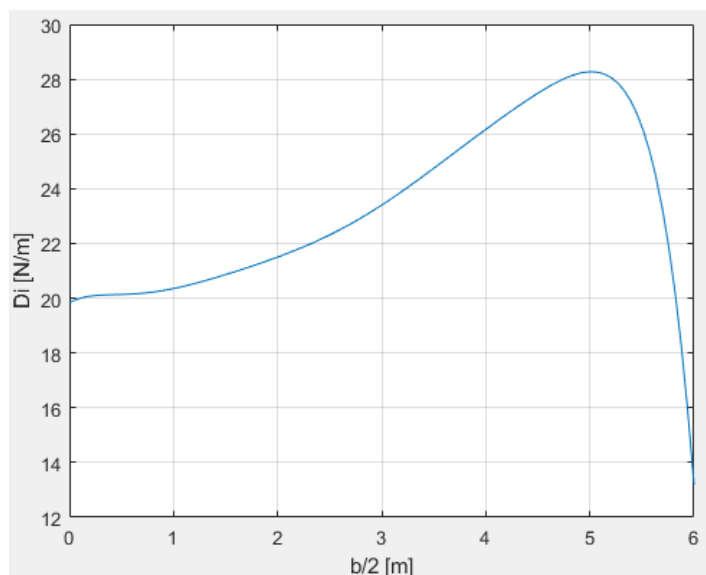
Slika 3.8. Trokutasti konačni elementi (detalj)

## 4. OPTEREĆENJE

Opterećenje postavljeno na konstrukciju preuzeto je iz literature [4]. U literaturi je provedena analiza u XFLR-5 programu u kojem je određena raspodjela sile po rasponu. Iz *MatLab*-ove skripte za simetrično opterećenje dobivene su funkcije po kojima su računati koeficijenti uzgona  $C_L$  i otpora  $C_D$ .



Slika 4.1. Raspodjela sile uzgona  $L$  po polurasponu krila



Slika 4.2. Raspodjela sile otpora  $D$  po polurasponu krila

Budući da zadatak rada nije analizirati aerodinamičke sile na krilo, već usporediti dvije metode za proračun čvrstoće, za raspodjelu sile uzgona uzeto je kontinuirano opterećenje u iznosu od 2500 N/m. Sila otpora je zanemarena zbog velike razlike između koeficijenata  $C_L$  i  $C_D$  te zbog toga što nema znatan utjecaj na konačan rezultat.

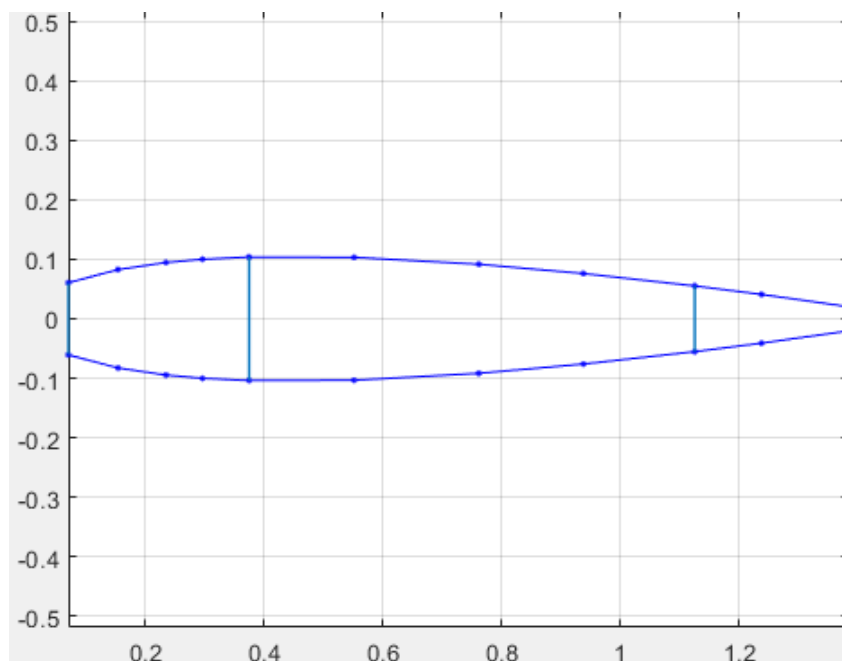
## 5. ANALIZA

Kako bi se rezultati dobiveni dvjema analizama mogli uspoređivati, analize su provedene na krilima jednake geometrije, materijala i opterećenja. Napravljena su tri različita modela pravokutnog krila u kojima je u svakoj verziji variran ukupni broj uzdužnica kroz krilo. Svako od tri verzije krila proračunato je analitički i numerički, a parametri koji se uspoređuju su progib krila u smjeru okomitom na os raspona krila i normalno naprezanje po rasponu krila.

### 5.1. Analitičko rješenje

Analitička metoda započinje opisom geometrije. Učitavaju se bezdimenzijske koordinate boom-ova te duljina tetive aeroprofila. Tim značajkama opisani su aeroprofil tri krila koja su analizirana u ovom radu. Svaki *boom* predstavlja uzdužnicu L profila s veličinom struka 15 mm. Na spoju oplate i ramenjača, širine strukova uzdužnica su 30 mm. Nadalje se proračun analitičke metode odvija kako je opisano u poglavlju 2.2.

#### 5.1.1. Krilo 1



Slika 5.1. Idealizirani poprečni presjek Krila 1

Nakon učitavanja geometrije i idealizacije aeroprofila, definira se materijal. Materijal u analizama je aluminijska legura 2024, modula elastičnosti  $E = 73$  GPa i Poissonovog koeficijenta vrijednosti 0,33 [4]. Prema jednadžbi (2.4) izračunavaju se vrijednosti koncentriranih površina  $B$ , boom-ova.

Pomoću dobivenih iznosa koncentriranih površina, prema izrazima (2.5) i (2.6) izračunava se položaj težišta:

$$y_T = 0,7168 \text{ m}, \quad (5.1)$$

$$z_T = 0 \text{ m}. \quad (5.2)$$

Izračunatim vrijednostima koncentriranih površina i položaj težišta, jednadžbama (2.7) i (2.8) dobivaju se iznosi momenata tromosti presjeka:

$$I_{yy} = 2,54898 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4, \quad (5.3)$$

$$I_{zz} = 6,40001 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4. \quad (5.4)$$

Savojne krutosti krila nadalje se računaju izrazima (2.10) i (2.11):

$$EI_{yy} = 1,86057 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2, \quad (5.5)$$

$$EI_{zz} = 4,67201 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2. \quad (5.6)$$

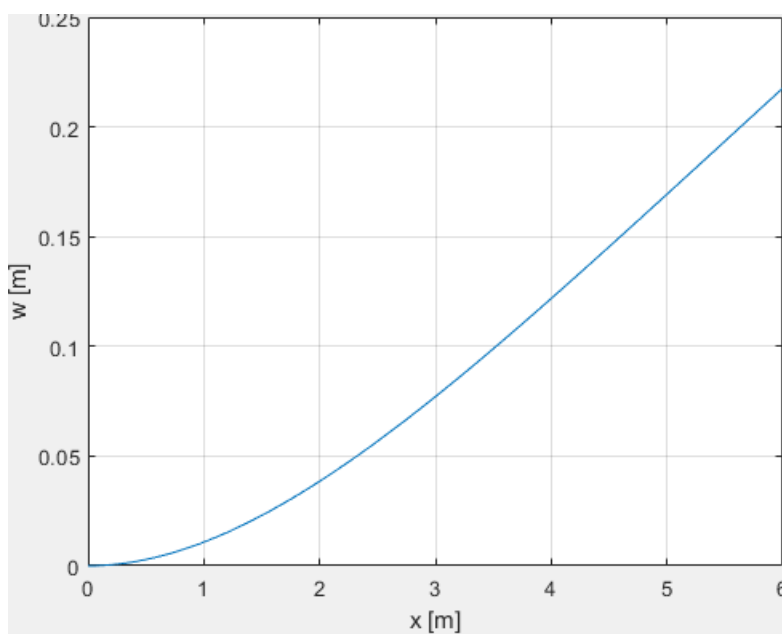
Sa svim gore izračunatim varijablama, nakon zadavanja potrebnog opterećenja, postupnom integracijom izraza (2.12) može se doći do progiba krila. Budući da su u opterećenje unesena određena pojednostavljena opisana u 4. poglavlju, koeficijent uzgona  $C_L$  uzet je tako da raspodjela sila po rasponu iznosi približno 2500 N/m. Kada se odabrana vrijednost raspodjele usporedi s raspodjelom na slici 4.1, vidi se da je odstupanje prihvatljivo za potrebe ovog rada. Izraz za računanje raspodjele sila po rasponu je:

$$q_L = \frac{1}{2} \rho V^2 c C_L = 2500 \text{ N/m}, \quad (5.7)$$

gdje je pretpostavljena gustoća zraka  $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ , brzina slobodne struje  $V=100 \text{ m/s}$  i koeficijent sile uzgona  $C_L=0,272$ .

Funkcija progiba (ovisnost progiba  $w$  o rasponu krila) dobiva se tako da se integrira izraz (2.12) s rubnim uvjetima u  $x = 0$ , progib i nagib krivulje su jednaki nuli, a na kraju poluraspona u  $x = b/2= 6$ , moment savijanja i poprečna sila su jednaki nuli.

Konačno rješenje izraza (2.12) prikazano je na slici 5.2.



Slika 5.2. Linija progiba Krila 1

Kako bi se dobilo normalno naprezanje u uzdužnicama, odnosno *boom*-ovima, najprije se zahtijeva poznavanje raspodjele momenta savijanja koja se dobiva izrazom (2.13):

$$M_y = -EI_{yy} \frac{d^2w}{dx^2}, \quad (2.13)$$

Normalno naprezanje u smjeru raspona krila za pojedini *boom* računa se izrazom (2.14):

$$\sigma_{i,x} = M_y \frac{z_i - z_T}{I_{yy}}, \quad (2.14)$$

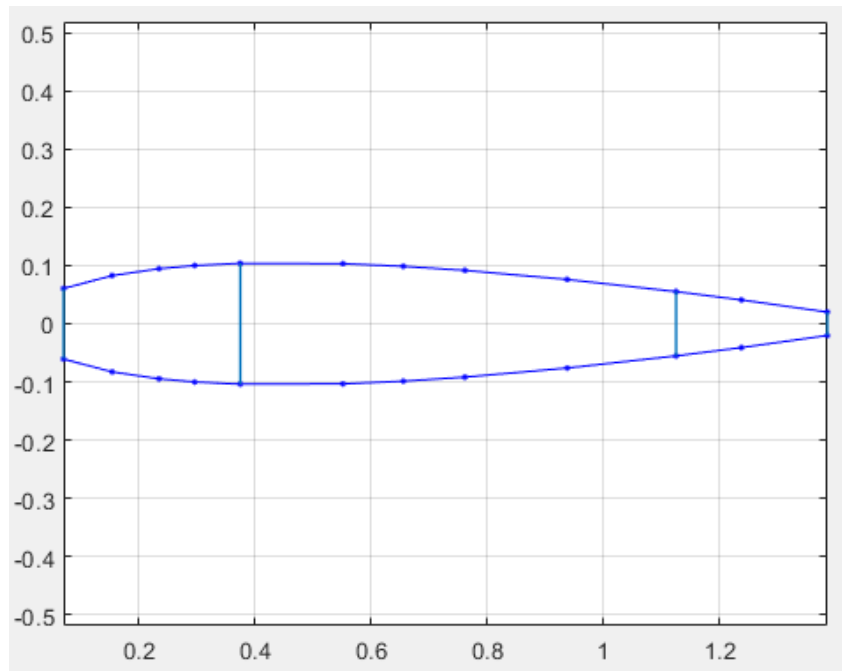
u kojem  $z_i$  predstavlja  $z$  koordinatu  $i$ -tog *boom*-a, a  $z_T$  je koordinata položaja težišta.

Rezultati naprezanja u uzdužnicama dani su tablicom 5.1 u kojoj su naprezanja ispisana za tri različita presjeka na rasponu krila.

Tablica 5.1. Normalno naprezanje u uzdužnicama Krila 1 izračunato analitičkom metodom

Redni broj uzdužnice	Položaj presjeka (po rasponu)[m]		
	0	2	4
	Normalno naprezanje u smjeru raspona krila [MPa]		
1	-35,56	-15,81	-3,95
2	-72,40	-32,18	-8,04
3 (spoj zadnje ramenjače s gornjakom)	-97,61	-43,38	-10,85
4	-134,50	-59,78	-14,94
5	-162,04	-72,02	-18,00
6	-182,48	-81,10	-20,28
7 (spoj prednje ramenjače s gornjakom)	-183,46	-81,54	-20,38
8	-176,82	-78,59	-19,65
9	-167,15	-74,29	-18,57
10	-146,12	-64,94	-16,24
11	-107,12	-47,61	-11,90
12	107,12	47,61	11,90
13	146,12	64,94	16,24
14	167,15	74,29	18,57
15	176,82	78,59	19,65
16 (spoj prednje ramenjače s donjakom)	183,46	81,54	20,38
17	182,48	81,10	20,28
18	162,04	72,02	18,00
19	134,50	59,78	14,94
20 (spoj zadnje ramenjače s donjakom)	97,61	43,38	10,85
21	72,40	32,18	8,04
22	35,56	15,81	3,95

### 5.1.2. Krilo 2



Slika 5.3. Idealizirani poprečni presjek Krila 2

Jedina razlika krila 2 u odnosu na krilo 1 je to što se sastoji od ukupno 24 boom-a po aeroprofilu krila. Materijal, ostala geometrija i mehaničko opterećenje na krilo 2 jednaki su kao kod krila 1, stoga analogno izračunu za krilo 1, najprije se izračunavaju iznosi koncentriranih površina odnosno boom-ova  $B_i$  po izrazu (2.4).

Nakon toga slijede koordinate težišta iz izraza (2.5) i (2.6):

$$y_T = 0,7155 \text{ m}, \quad (5.8)$$

$$z_T = 0 \text{ m}. \quad (5.9)$$

Dobivenim koordinatama težišta, jednadžbama (2.7) i (2.8) izračunavaju se momenti tromosti presjeka:

$$I_{yy} = 2,6124 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4, \quad (5.10)$$

$$I_{zz} = 6,3806 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4. \quad (5.11)$$

Nadalje se računaju iznosi savojne krutosti izrazima (2.10) i (2.11) za krilo 2:

$$EI_{yy} = 1,9070 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2, \quad (5.12)$$

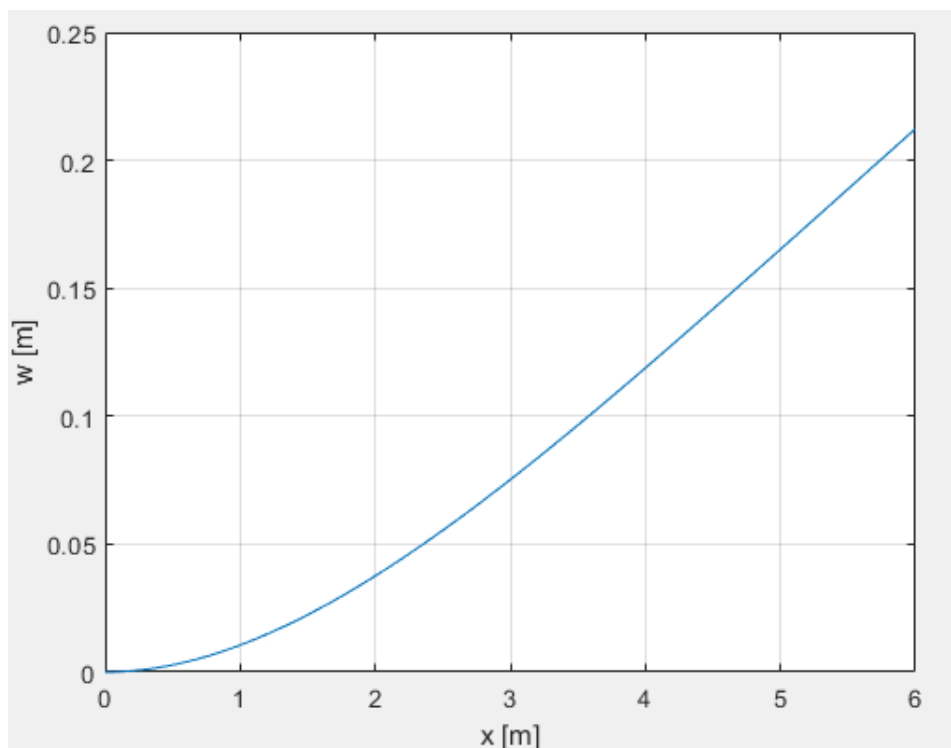
$$EI_{zz} = 4,6578 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2. \quad (5.13)$$



Kako je opterećenje za krilo 2 jednako kao za krilo 1, slijedi:

$$q_L = \frac{1}{2} \rho V^2 c C_L = 2500 \text{ N/m}, \quad (5.14)$$

za koje vrijede iste pretpostavke gustoće i brzine zraka kao i za krilo 1. Sa svim poznatim vrijednostima dobiva se oblik funkcije progiba integracijom izraza (2.12).



Slika 5.4. Linije progiba za Krilo 2

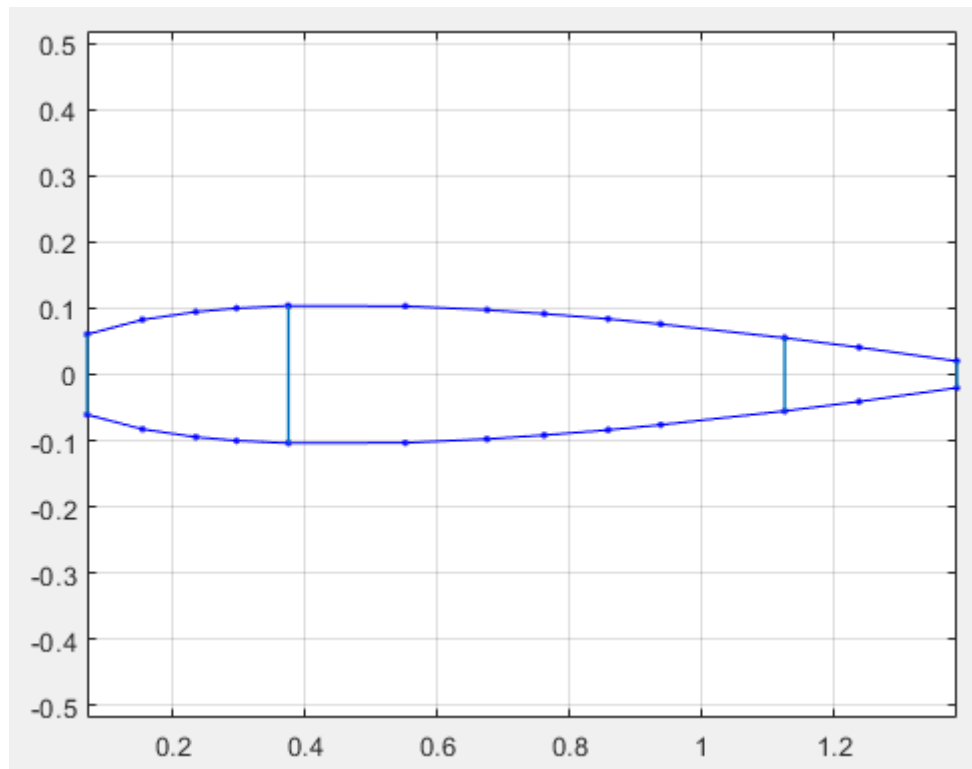
Pomoću poznate raspodjele momenta savijanja po rasponu i izraza (2.14) izračunava se normalno naprežanje po rasponu krila za tri različita presjeka te su rezultati zapisani u tablicu 5.2.

Tablica 5.2. Normalno naprezanje u uzdužnicama za Krilo 2 izračunato analitičkom metodom

Redni broj uzdužnice	Položaj presjeka (po rasponu) [m]		
	0	2	4
	Normalno naprezanje u smjeru raspona krila [MPa]		
1	-34,70	-15,42	-3,86
2	-70,64	-31,40	-7,85
3 (spoj stražnje ramenjače s gornjakom)	-95,24	-42,33	-10,58
4	-131,23	-58,33	-14,58
5	-158,11	-70,27	-17,57
6	-170,19	-75,64	-18,91
7	-178,05	-79,14	-19,78
8 (spoj prednje ramenjače s gornjakom)	-179,01	-79,56	-19,89
9	-172,52	-76,68	-19,17
10	-163,09	-72,50	-18,12
11	-142,58	-63,37	-15,84
12	-104,52	-46,45	-11,61
13	104,52	46,45	11,61
14	142,58	63,37	15,84
15	163,09	72,50	18,12
16	172,52	76,68	19,17
17 (spoj prednje ramenjače s donjakom)	179,01	79,56	19,89
18	178,05	79,14	19,78
19	170,19	75,64	18,91
20	158,11	70,27	17,57
21	131,23	58,33	14,58
22 (spoj stražnje ramenjače s donjakom)	95,24	42,33	10,58
23	70,64	31,40	7,85
24	34,70	15,42	3,86

### 5.1.3. Krilo 3

U odnosu na prijašnja dva modela krilu 3 dodana je po još jedna uzdužnica na gornjaku i donjaku, čineći idealizirani presjek s ukupno 26 *boom*-ova. Budući da je u prijašnja dva odjeljka detaljno opisan tijek proračuna u analitičkoj metodi te da su geometrijske karakteristike, materijal i mehaničko opterećenje jednaki za sva tri slučaja. Ovdje će biti ispisani samo konačni rezultati već od prije naglašenih izraza.



Slika 5.5. Idealizirani poprečni presjek Krila 3

Najprije se upisuju sva svojstva materijala te pretpostavke zraka potrebne za izračun:

$$E = 73 \text{ GPa}, \quad (5.15)$$

$$\nu = 0,33, \quad (5.16)$$

$$\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3, \quad (5.17)$$

$$V = 100 \text{ m/s}. \quad (5.18)$$

Iz izraza (2.4) dobivaju se vrijednosti koncentriranih površina  $B_i$  te nadalje s tim iznosima se računa položaj težišta:

$$y_T = 0,7176 \text{ m}, \quad (5.19)$$

$$z_T = 0 \text{ m}. \quad (5.20)$$

Nakon položaja težišta izračunavaju se momenti tromosti površina:

$$I_{yy} = 2,6551 \cdot 10^{-5} \text{m}^4, \quad (5.21)$$

$$I_{zz} = 6,3742 \cdot 10^{-4} \text{m}^4, \quad (5.22)$$

i iznosi savojne krutosti krila:

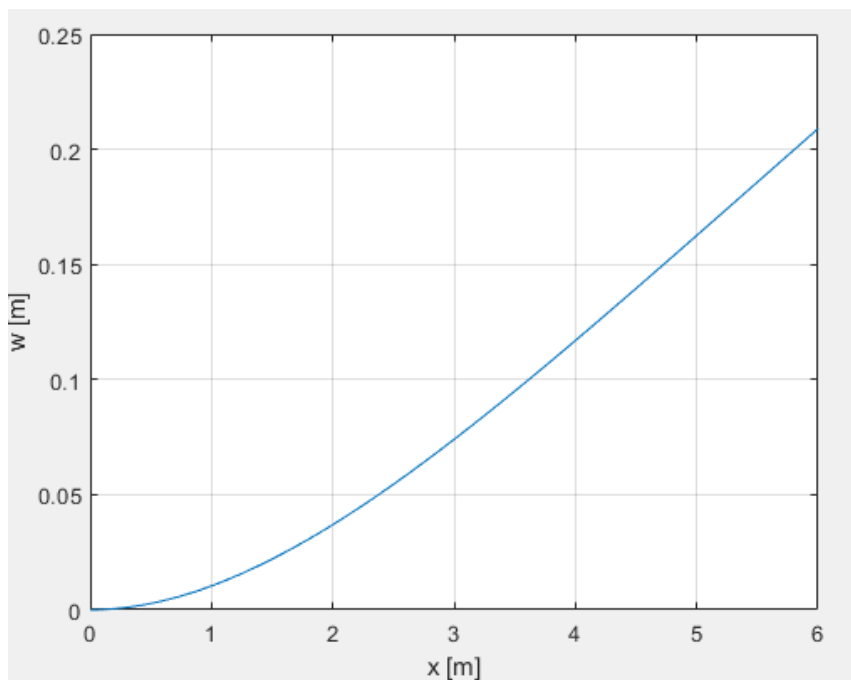
$$EI_{yy} = 1,9382 \cdot 10^6 \text{Nm}^2, \quad (5.23)$$

$$EI_{zz} = 4,6532 \cdot 10^6 \text{Nm}^2. \quad (5.24)$$

Raspodjela sile po rasponu krila je kontinuirana i istog iznosa kao u prethodna dva slučaja:

$$q_L = \frac{1}{2} \rho V^2 c C_L = 2500 \text{ N/m}. \quad (5.25)$$

Daljnjom integracijom izraza (2.12) funkcija progiba za krilo 3 poprima oblik prikazan na slici 5.6.



Slika 5.6. Linija progiba za Krilo 3

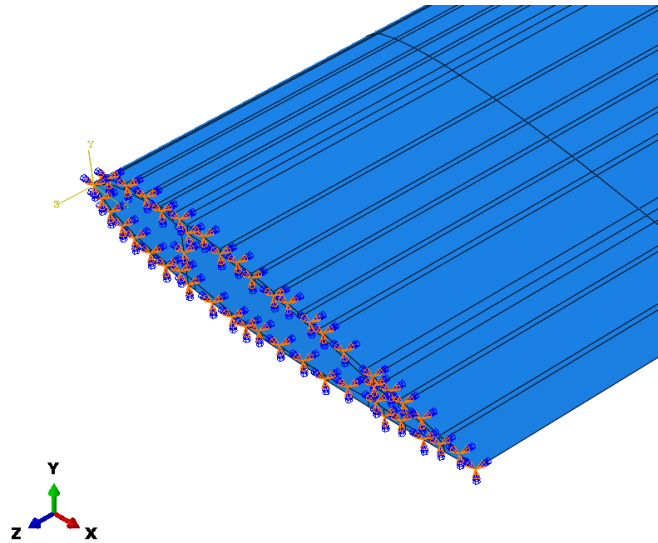
Uz jednadžbu (2.12) i jednadžbu (2.13) dobiva sve izraz za računanje momenta savijanja  $M_y$ . Uvrštavanjem momenta savijanja  $M_y$  u jednadžbu (2.14) izračunata je raspodjela normalnog naprezanja po rasponu krila te su te vrijednosti prikazane u tablici 5.3. za tri različita presjeka krila.

Tablica 5.3. Normalna naprezanja u uzdužnicama za Krilo 3 izračunato analitičkom metodom

Redni broj uzdužnice	Položaj presjeka (po rasponu) [m]		
	0	2	4
	Normalno naprezanje u smjeru raspona krila [MPa]		
1	-34,14	-15,17	-3,79
2	-69,51	-30,89	-7,72
3 (spoj stražnje ramenjače s gornjakom)	-93,71	-41,65	-10,41
4	-129,12	-57,39	-14,35
5	-142,37	-63,27	-15,82
6	-155,56	-69,14	-17,28
7	-165,42	-73,52	-18,38
8	-175,19	-77,86	-19,47
9 (spoj prednje ramenjače s gornjakom)	-176,13	-78,28	-19,57
10	-169,75	-75,45	-18,86
11	-160,47	-71,32	-17,83
12	-140,28	-62,35	-15,59
13	-102,83	-45,70	-11,43
14	102,83	45,70	11,43
15	140,28	62,35	15,59
16	160,47	71,32	17,83
17	169,75	75,44	18,86
18 (spoj prednje ramenjače s donjakom)	176,13	78,28	19,57
19	175,19	77,86	19,47
20	165,42	73,52	18,38
21	155,56	69,14	17,28
22	142,37	63,27	15,82
23	129,12	57,39	14,35
24 (spoj stražnje ramenjače s donjakom)	93,71	41,65	10,41
25	69,51	30,89	7,72
26	34,14	15,17	3,79

## 5.2. Numeričko rješenje

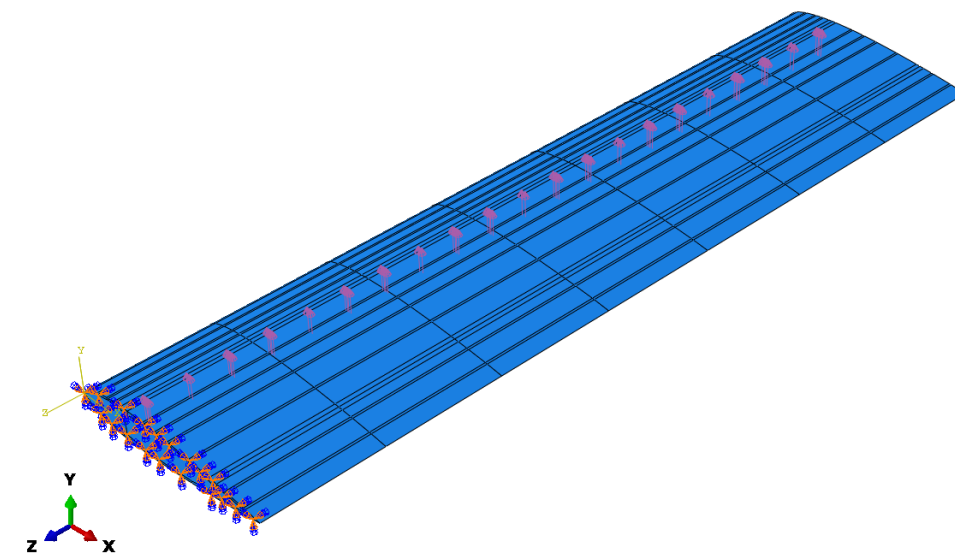
Prije zadavanja opterećenja na krilo, u korijenu krila postavljeno je uklještenje koje predstavlja spoj krila s oplatom. Uklještenje je prikazano slikom 3.9.



Slika 5.7. Uklještenje na spoju krila i trupa (detalj)

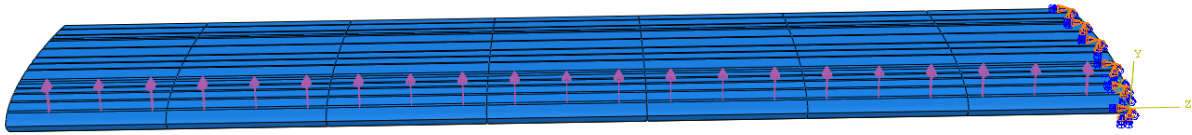
Kontinuirano opterećenje zadano je kao raspodjela tlaka po površini spoja ramenjače s oplatom i zahvaća cijeli raspon krila. Poznato je iz analitičkog proračuna da ukupna sila koja djeluje na krilo iznosi 15000 N, stoga je izrazom (5.26) izračunat potreban tlak za opterećenje konstrukcije. Pošto se radi o sili uzgona, raspodjela je okrenuta u pozitivnom smjeru osi y globalnog koordinatnog sustava. Slikama 5.7. i 5.8. te izrazom (5.26) opterećenje je prikazano i njegova veličina izračunata [6].

$$p_L = \frac{q_L}{A_R b} = 41666,67 \text{ Pa [6].} \quad (5.26)$$



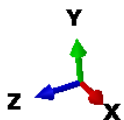
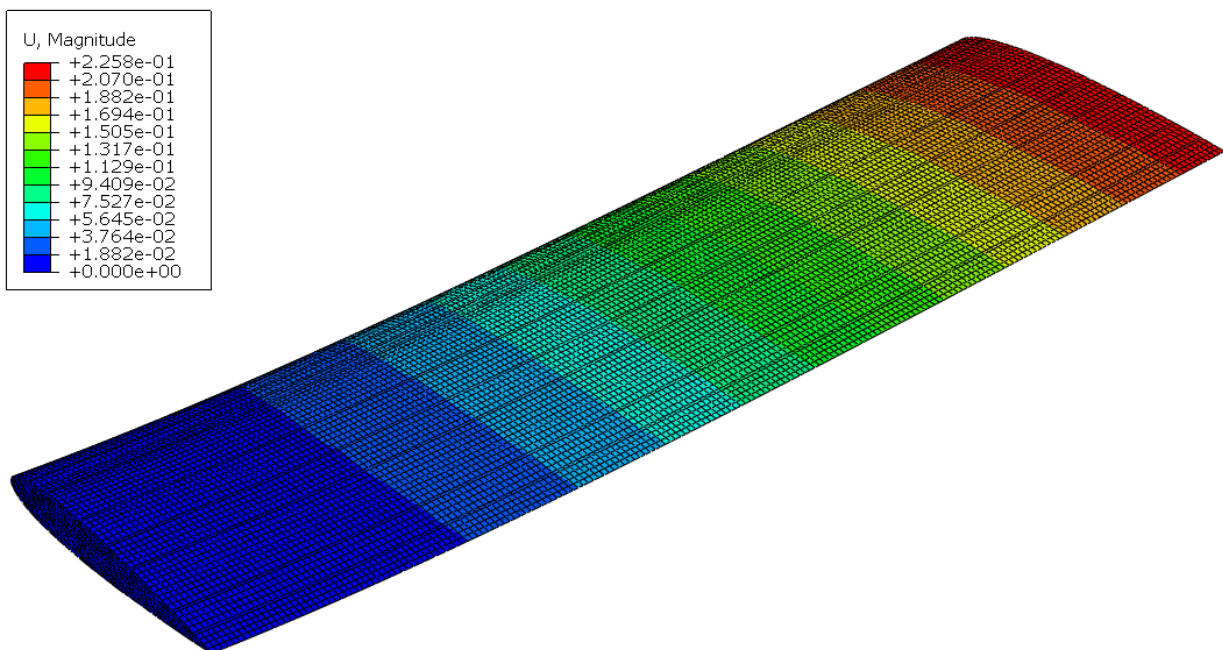
Slika 5.8. Raspodjela opterećenja po rasponu krila

U izrazu (5.26),  $A_R$  predstavlja površinu spoja ramenjače s oplatom i iznosi  $0,06 \text{ m}^2$ , dok je  $q_L = 2500 \text{ N/m}$  i raspon  $b = 6 \text{ m}$ . Oznaka  $p_L$  označava tlak nametnut na konstrukciju.



Slika 5.9. Raspodjela opterećenja po rasponu krila - bokocrt

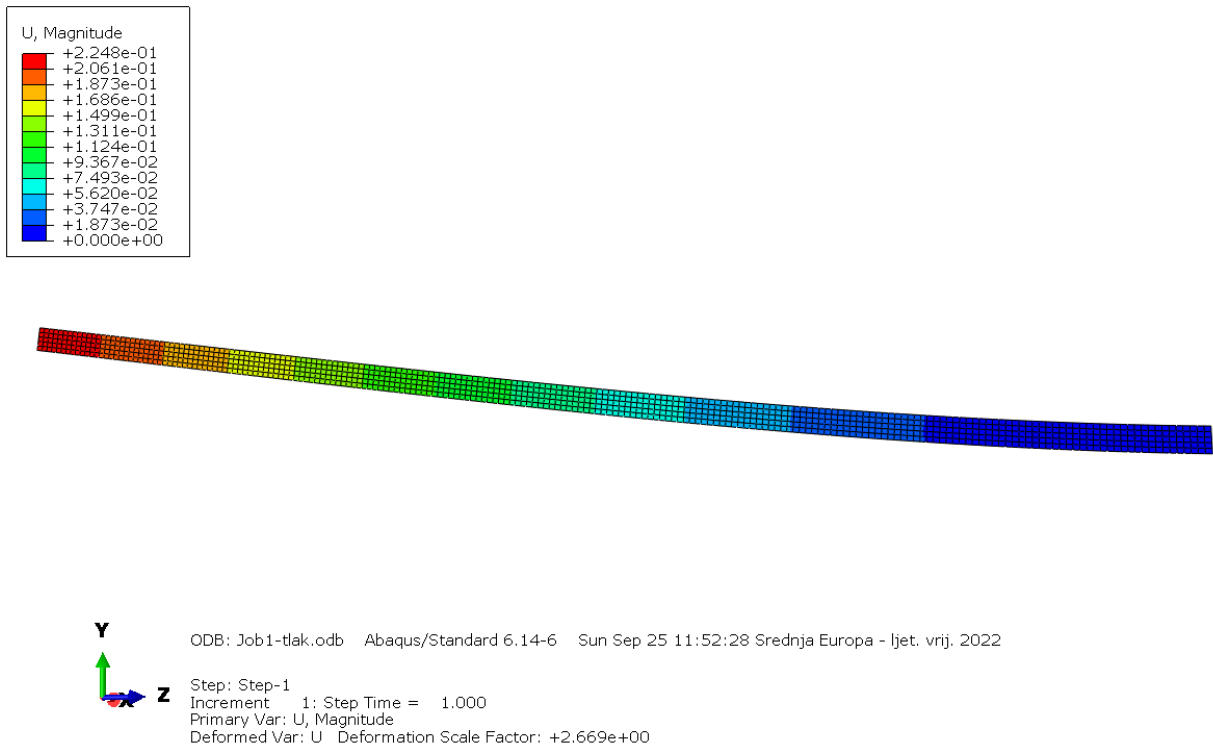
### 5.2.1. Rješenja numeričke analize



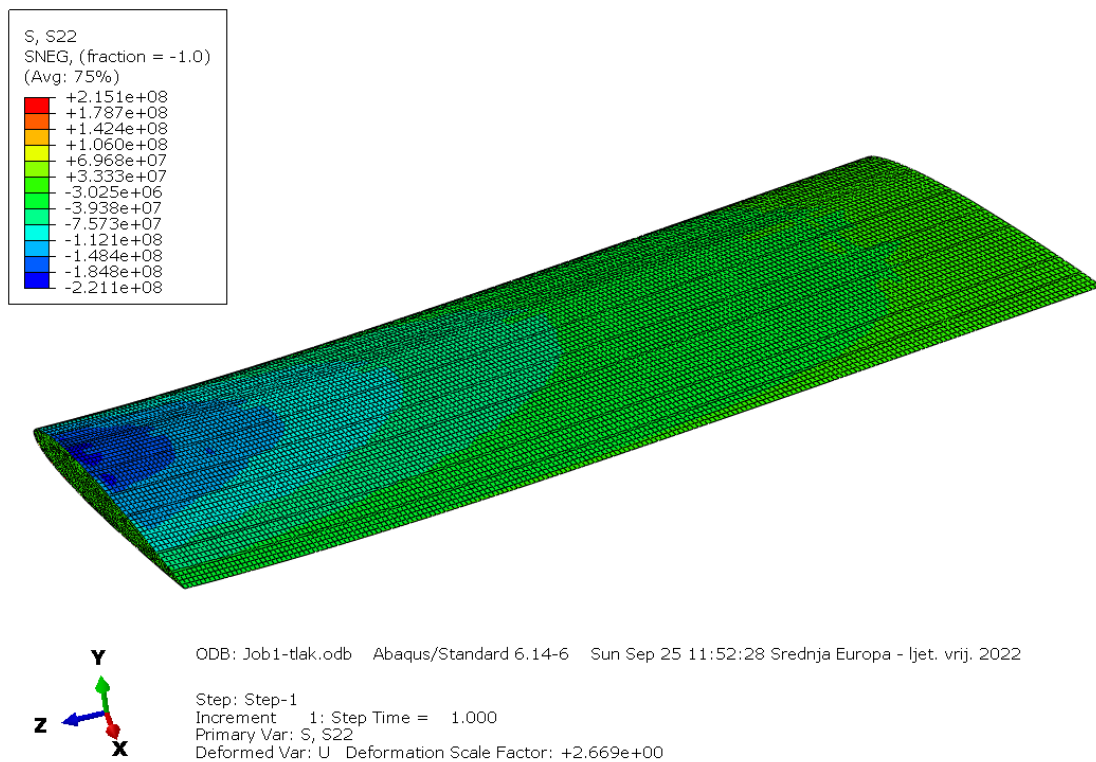
ODB: Job1-tlak.odb Abaqus/Standard 6.14-6 Sun Sep 25 11:52:28 Srednja Europa - ljet. vrij. 2022

Step: Step-1  
 Increment 1: Step Time = 1.000  
 Primary Var: U, Magnitude  
 Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +2.669e+00

Slika 5.10. Pomak krila u smjeru globalne osi y [m]

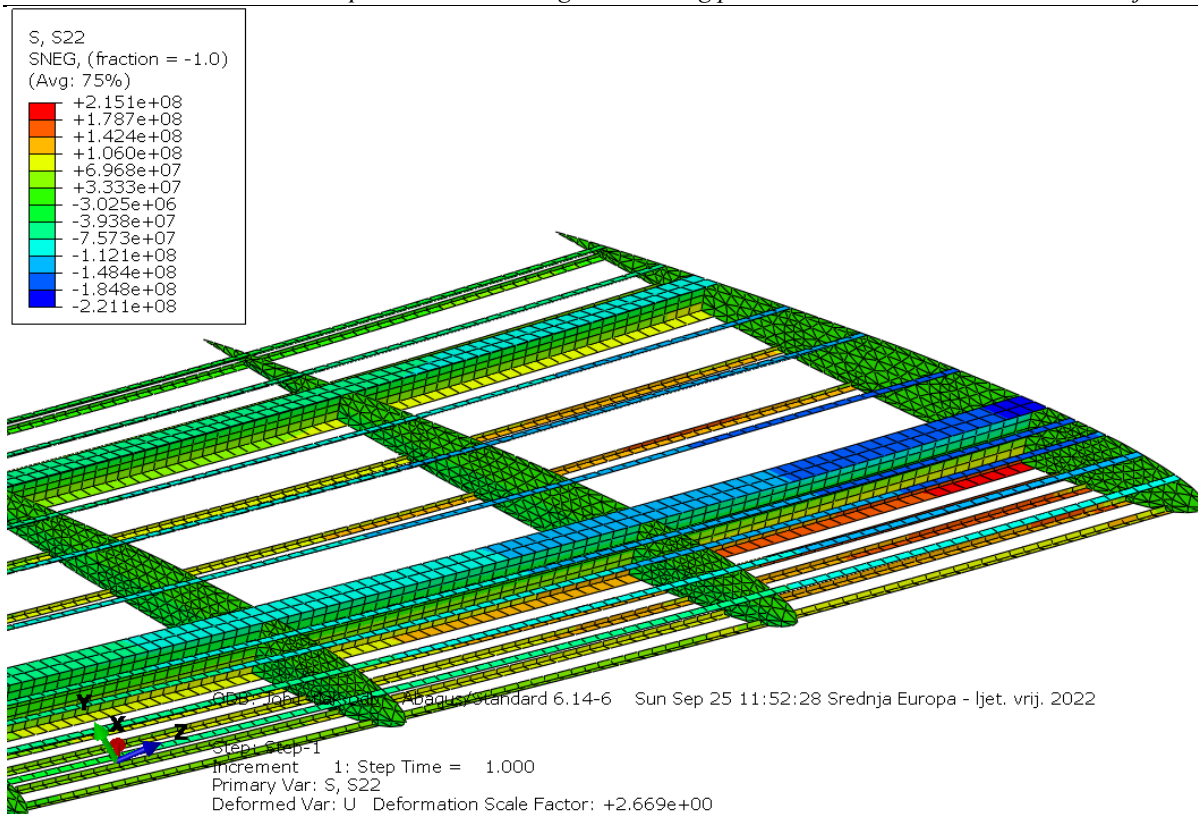


Slika 5.11. Pomak prednje ramenjače u smjeru globalne osi y [m]



Slika 5.12. Raspodjela normalnih naprezanja u smjeru globalne osi z [Pa]





Slika 5.13. Raspodjela normalnih naprezanja u smjeru globalne osi z (detalj) [Pa]

Rezultati numeričke analize prikazani su slikama 5.9.-5.12. Tri analizirana modela krila jednakih su aeroprofila, geometrijskih karakteristika te mehaničkih i materijalnih svojstava. Razlikuju se po broju boom-ova odnosno broju uzdužnica, stoga su prikazana istim slikama 5.9.-5.12., čije su legende u rasponu od maksimalnih vrijednosti do minimalnih vrijednosti za sva tri modela krila.

Vrijednosti koje su promatrane pri numeričkoj analizi i koje će kasnije biti predmet usporedbe s analitičkom metodom su ukupni pomak konstrukcije i pomak srednje linije prednje ramenjače u smjeru globalne osi y te normalno naprezanje u smjeru globalne osi z, tj. smjeru raspona krila.

Detaljan prikaz dobivenih rezultata numeričke analize zapisan je u tablici 5.4.

Tablica 5.4. Rezultati numeričke analize

Broj modela	Krilo 1	Krilo 2	Krilo 3
Maksimalni pomak konstrukcije [m]	0,2258	0,2212	0,2182
Maksimalni pomak ramenjače [m]	0,2248	0,2202	0,2182
Maksimalno vlačno normalno naprezanje [MPa]	209,39	215,10	213,18
Maksimalno tlačno normalno naprezanje [MPa]	-221,15	-216,57	-214,11

Kako je pomak srednje linije ramenjače u uklještenju za sva tri modela jednak nuli, nije ga potrebno zapisivati u tablicu.

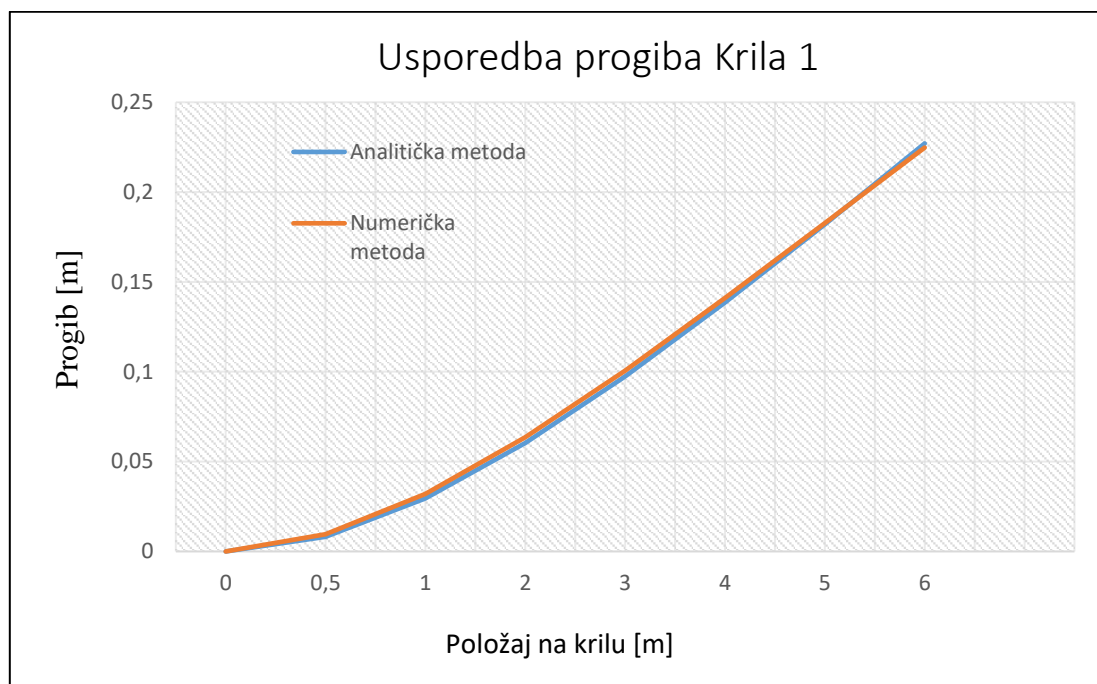
Iz rezultata se vidi da najveći pomak, odnosno progib ima krilo 1 u iznosu od 0,2258 m, dok najveće vlačno normalno naprezanje ima krilo 2 u iznosu od 215,10 MPa.

Logično je da su naprezanja i vlačna i tlačna maksimalna u korijenu krila, a na kraju krila su gotovo neprimjetna. Razlog tomu je utjecaj rubnog uvjeta koji se nalazi u korijenu krila, odnosno u prvom rebru modela.

### 5.3. Usporedba rješenja

Numerička i analitička metoda biti će uspoređivane u tri parametra, pomak krila u pozitivnom smjeru globalne osi y te normalnim naprezanjima na spojevima prednje i stražnje ramenjače s oplatom.

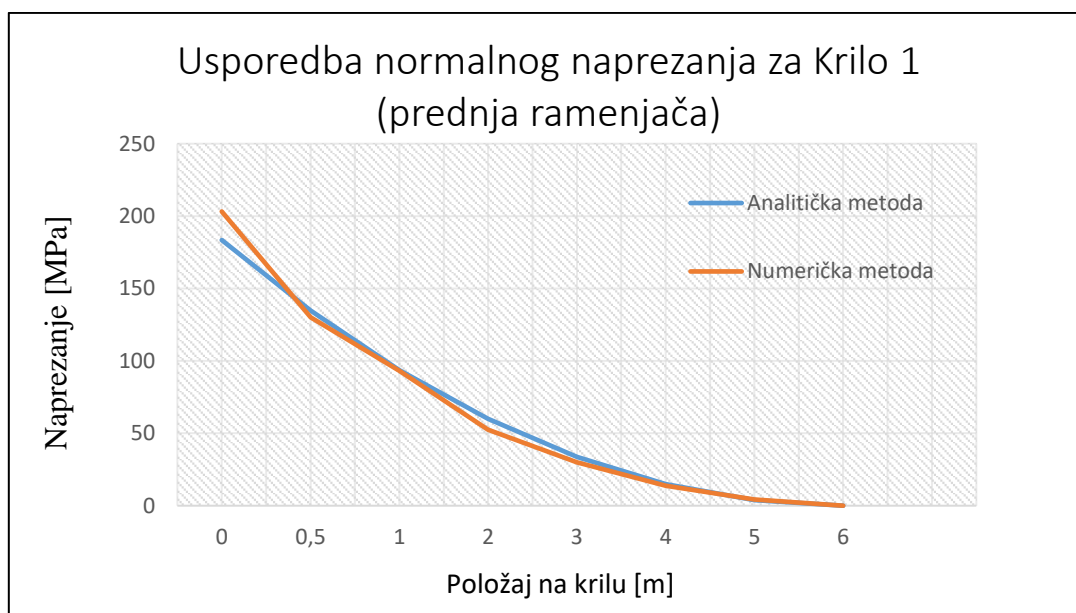
#### 5.3.1 Krilo 1



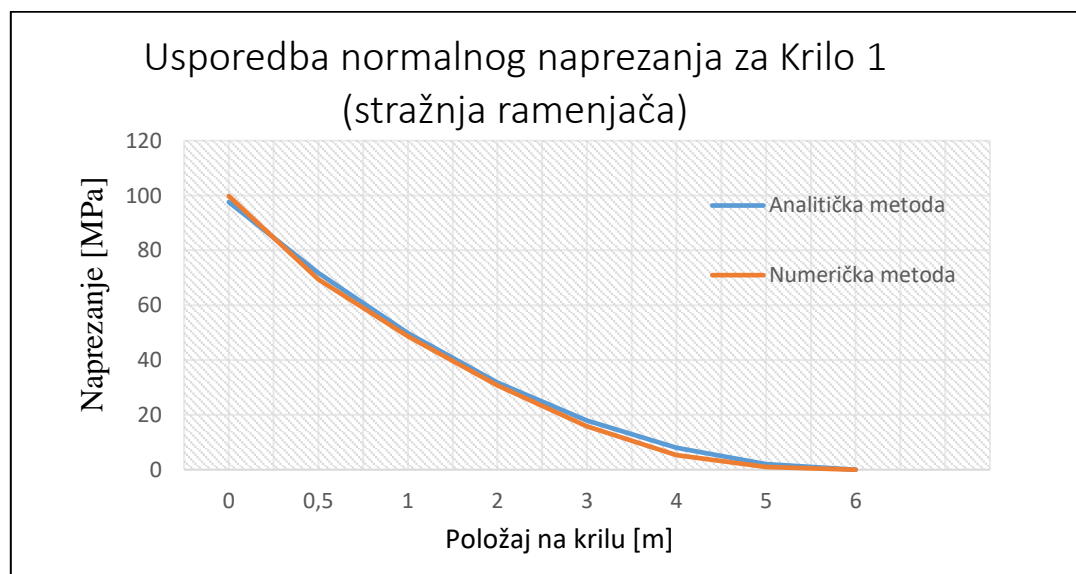
Slika 5.14. Usporedba analitičkih i numeričkih rezultata progiba za Krilo 1

Dobivene vrijednosti progiba središnje linije prednje ramenjače uspoređivane su s funkcijom progiba iz analitičke metode. Kao što se vidi sa slike 5.14. najveća odstupanja pojavljuju se između drugog i trećeg metra raspona te iznose približno 1,7 %.

Slike 5.15. i 5.16. prikazuju usporedbe normalnih naprezanja na liniji spoja prednje i stražnje ramenjače s donjakom. Glavno ograničenje postavljeno je u korijenu krila i tamo se očituju najveća odstupanja normalnih naprezanja numeričke i analitičke metode zbog utjecaja rubnih uvjeta. Što se više udaljava od korijena krila to su dobiveni rezultati analitičke i numeričke metode bliži.



Slika 5.15. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (prednja ramenjača)



Slika 5.16. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (stražnja ramenjača)

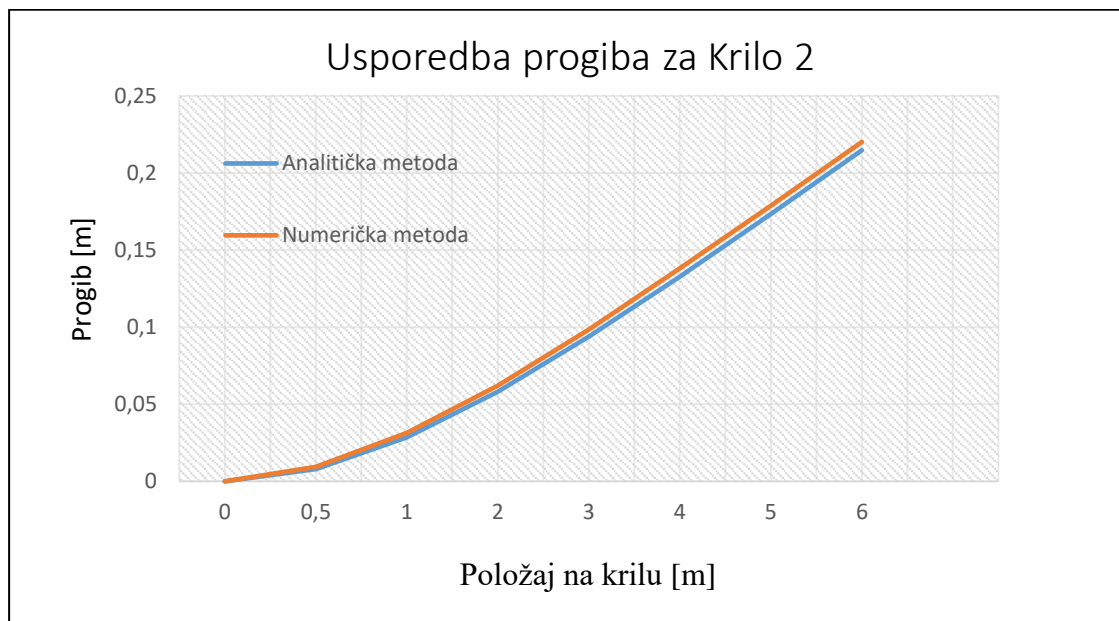
Slike pokazuju da su odstupanja ujednačena na prednjoj i na stražnjoj ramenjači.

Slika 5.15. prikazuje da se maksimalno odstupanje na prednjoj ramenjači pojavljuje u korijenu krila. Uzrok tome je utjecaj rubnog uvjeta postavljenog u prvom rebro (spoj krila s trupom) te ono iznosi približno 10 %.

Slika 5.16. ukazuje da se maksimalno odstupanje normalnog naprezanja od rezultata analitičke metode očituje na spoju ramenjače s 5 rebrom gledano od ishodišta globalnog koordinatnog sustava. Iznos odstupanja je 12 % zbog većih deformacija uzdužnica.

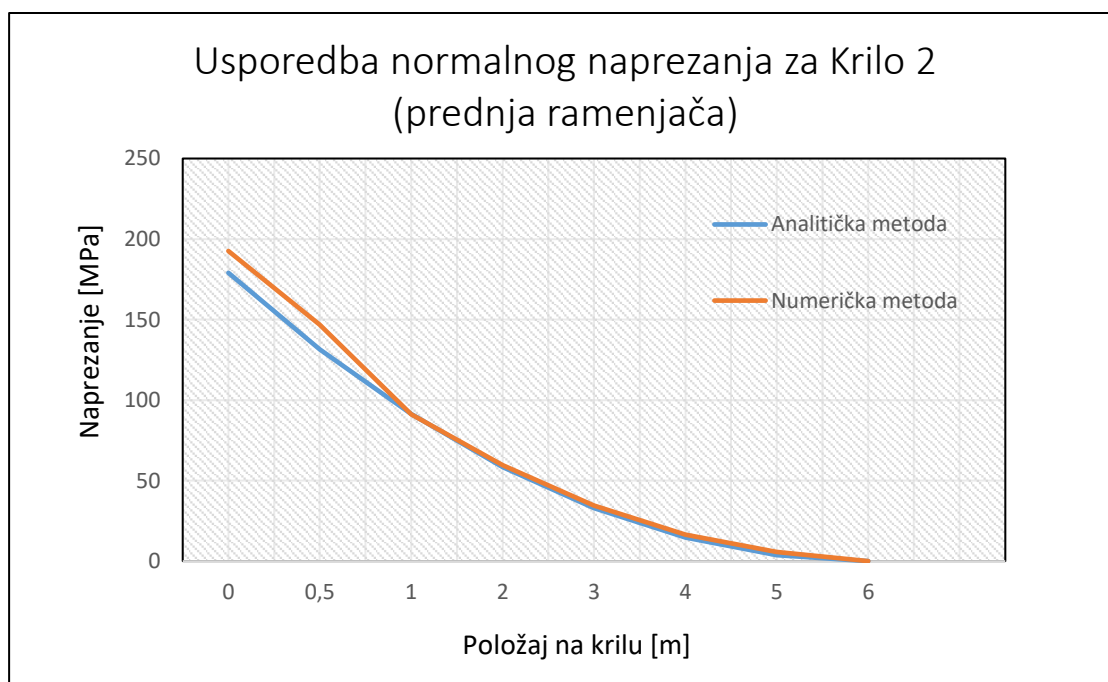
**5.3.2. Krilo 2**

Usporedbe provedene za krilo 2, prikazane su slikama 5.17.-5.19.



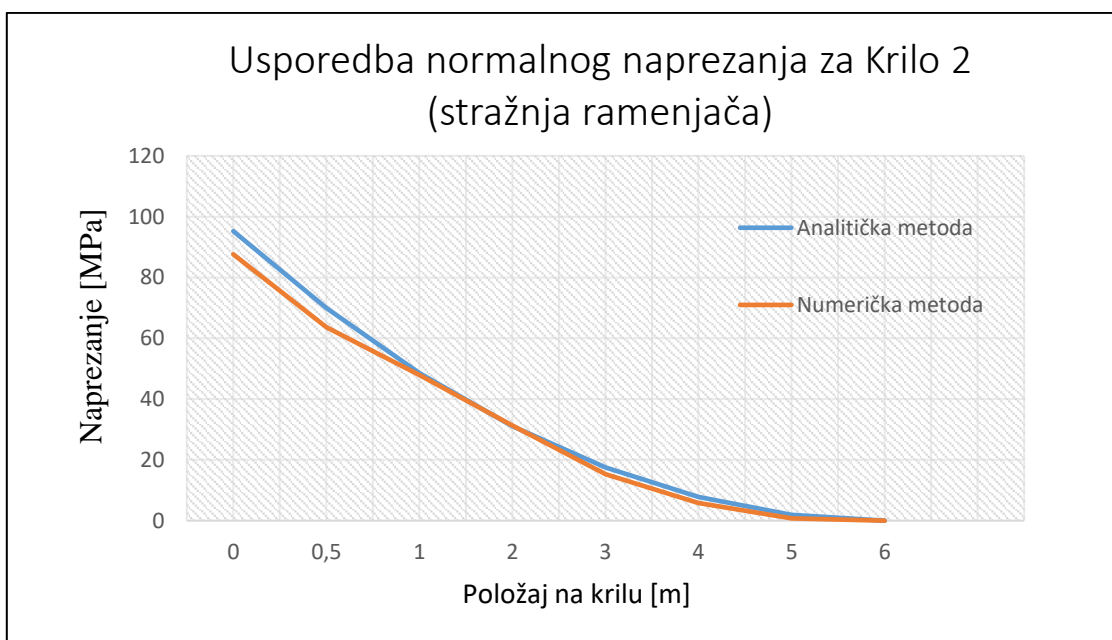
Slika 5.17. Usporedba analitičkih i numeričkih rezultata progiba za Krilo 2

Maksimalno odstupanje progiba krila 2 u odnosu na analitičko rješenje se pojavljuje na vrhu krila i iznosi približno 2,5 %.



Slika 5.18. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (prednja ramenjača)

Odstupanje normalnog naprezanja na prednjoj ramenjači iznosi približno 10,5 %. Maksimalni iznos odstupanja očitao je na spoju drugog rebra, gledano od ishodišta globalnog koordinatnog sustava, i prednje ramenjače.

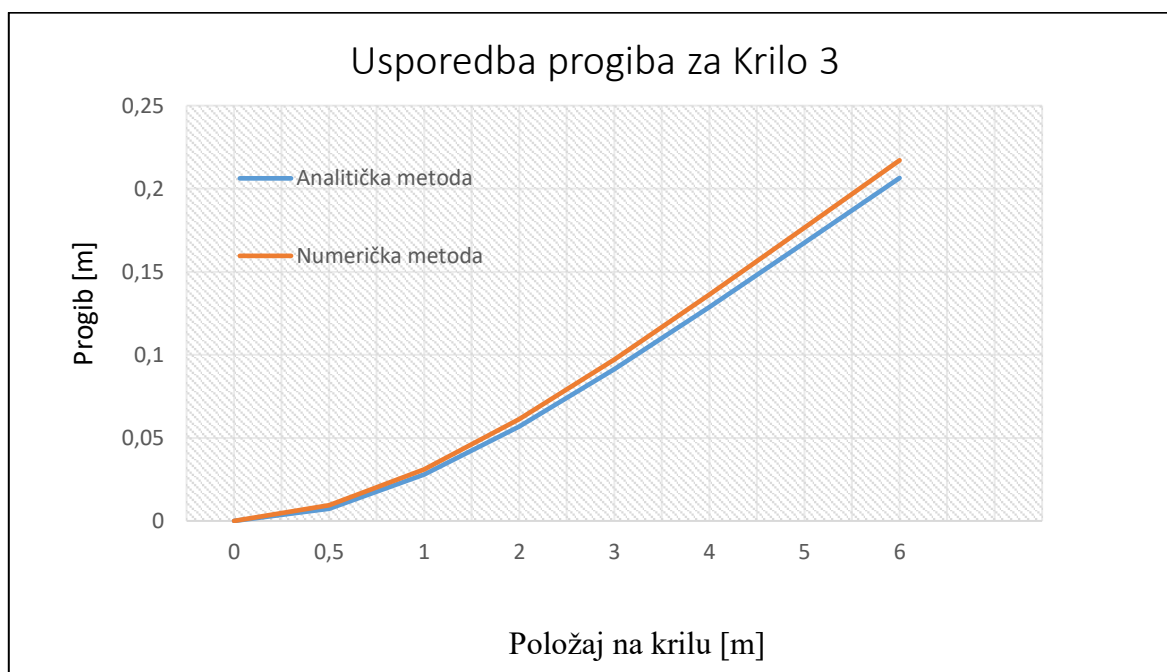


Slika 5.19. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (stražnja ramenjača)

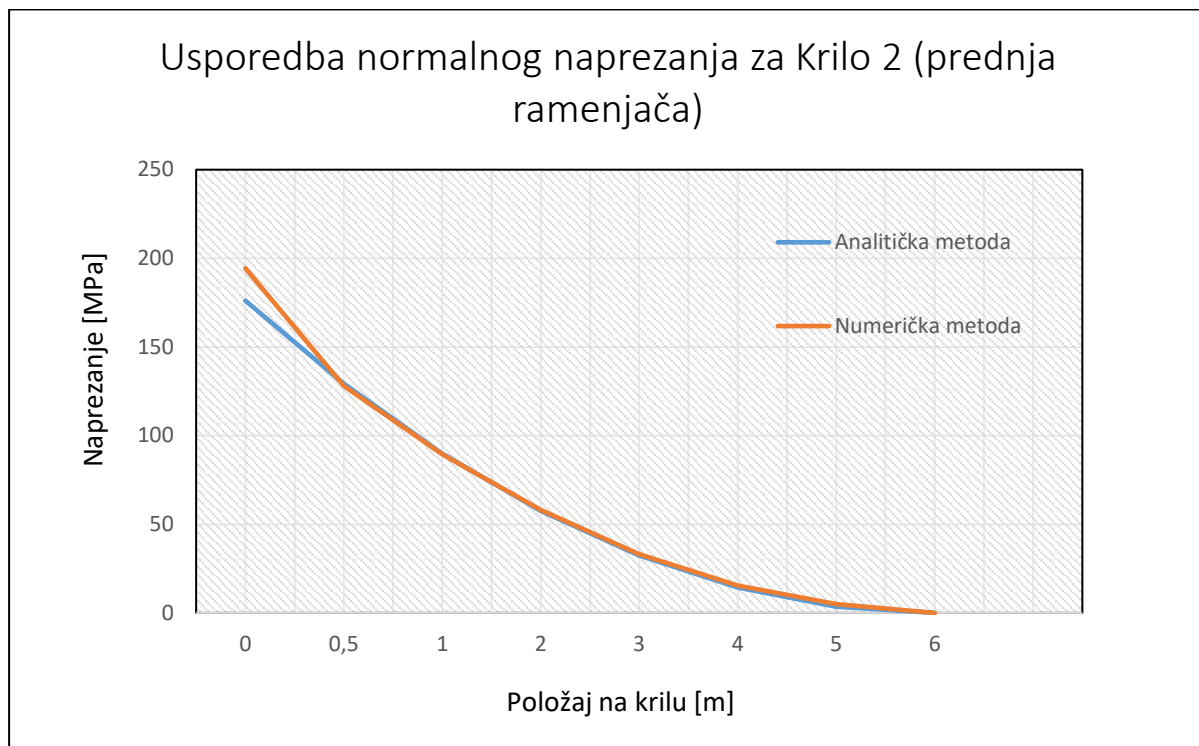
Uspoređujući normalna naprezanja na stražnjoj ramenjači, najveće odstupanje pojavilo se na presjeku ramenjače s drugim rebrom gledajući od ishodišta koordinatnog ustava. Odstupanje iznosi 9,8 %.

### 5.3.3 Krilo 3

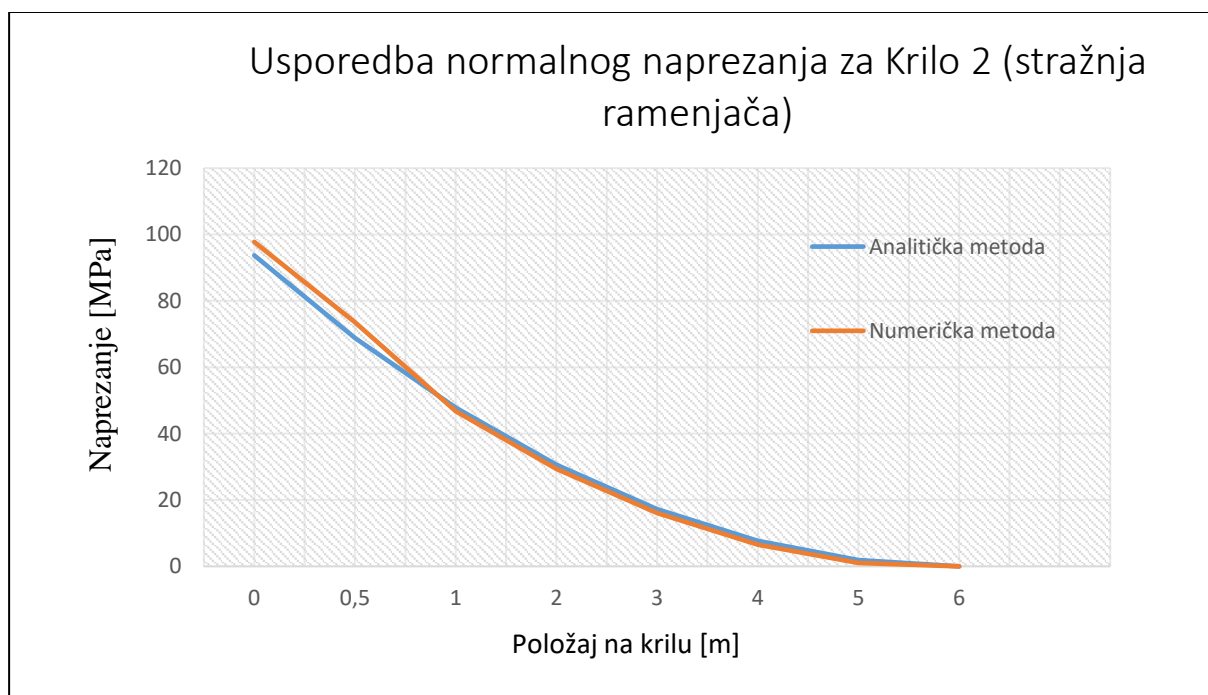
Na slijedećim slikama, Slika 5.21.-5.23., prikazana je usporedba posljednjeg modela krila zrakoplova, sastavljenog od 26 *boom*-ova.



Slika 5.20. Usporedba rezultata progiba za Krilo 3



Slika 5.21. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (prednja ramenjača)



Slika 5.22. Raspodjela naprezanja u smjeru raspona krila (stražnja ramenjača)

Analizirajući rezultate prikazane slikama 5.21.-5.23. najveće odstupanje pomaka nalazi se na kraju krila i iznosi 4,9 %. Maksimalna odstupanja normalnih naprezanja trećeg krila za prednju i stražnju ramenjaču iznose 9,4 % i 6,5 %.

## 6. ZAKLJUČAK

Zadatak rada bio je usporediti analitičku i numeričku metodu proračuna čvrstoće metalne konstrukcije krila. Za analitičku metodu odabran je pristup iz literature [3], opisan u 2. poglavlju ovog rada. Numerička analiza provedena je u programu *Abaqus/CAE* na modelima unaprijed pripremljenim u programu *SolidWorks*.

Za analizu odabrana su jednostavna pravokutna krila, simetričnog aeroprofila. Dimenzije konstrukcijskih elemenata i svojstva materijala korištena u analizama jednake su za sve modele radi lakšeg uočavanja i otklanjanja pogrešaka kao i kontroliranja tijeka analize.

Usporedbom dobivenih rezultata uočeno je kako su odstupanja u granicama do približno 10 % što je očekivano za materijal korišten u analizama. Variranjem geometrije, promjenom broja uzdužnica, maksimalni iznosi pomaka i naprezanja smanjivali su se povećanjem broja uzdužnica u konstrukciji krila.

U prvim fazama proračuna, opterećenje je bilo zadano kao koncentrirane sile u sedam čvorova na liniji spoja prednje ramenjače s gornjakom te su rezultati pri usporedbi odstupali u intervalu od 20 do 30 %. Takvi konačni rezultati ukazivali su na potrebu za boljim načinom distribucije opterećenja konstrukcije.

Maksimalna odstupanja od analitičkih rješenja pojavljuju se u korijenu krila pri raspodjeli normalnih naprezanja na prednjoj i stražnjoj ramenjači dok progib krila u sva tri slučaja točno prati krivulju analitičkih rješenja s odstupanjima manjim od 6,5 %.

Iako se svi rezultati poklapaju s analitičkim rješenjima, odstupanja ukazuju da su u proračun unesene određene greške. Kao rješenje tih problema i smanjenje vrijednosti odstupanja prijedlog je da se u budućim analizama za očekivano najtočnije rješenje koristi stvarna raspodjela opterećenja, koja su opisana polinomima viših redova. Kako je rečeno u uvodnom dijelu, što su matematički izrazi koji opisuju problem složeniji to su konačni rezultati točniji.

Uz to, smanjenju vrijednosti odstupanja pridonosilo bi povećanje kompleksnosti konstrukcije te uzimanje u obzir sva naprezanja koja prenosi oplata kao i njenu ekvivalentnu površinu.

Analizirajući podatke dobivene ovim radom te uzimajući u obzir sve ulazne podatke i pojednostavljenja, metode za proračun čvrstoće metalne konstrukcije krila su prihvatljive i korisne u preliminarnim fazama za brzo donošenje konkretnih zaključaka o konstrukciji.



**LITERATURA**

- [1] Niu, M.C.Y.: *Airframe Structural Design*, Conmilit Press Ltd., Burbank, California, 1988.
- [2] Sorić, J.: *Metoda konačnih elemenata*, Golden Marketing – Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [3] Megson, T.H.G.: *Aircraft Structures for Engineering Students*, Elsevier Ltd., Oxford, 2007.
- [4] Turčinović, I.: *Diplomski rad*, Zagreb, 2012.
- [5] *Metalic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures MIL-HDBK-5J*, Department of Defense Handbook, Atlantic City, 2003.
- [6] Alfirević, I.: *Nauka o čvrstoći I*, Tehnička knjiga d.d., Zagreb, 1995.
- [7] Kraut, B.: *Strojarski priručnik*, Axiom d.o.o., Zagreb, 1997.