

Modeliranje konstitutivnog ponašanja sinteriranog čelika pri monotonom i cikličkom opterećenju

Begić, Antonio

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:133370>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-06**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Antonio Begić

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Tomislav Lesičar

Student:

Antonio Begić

Zagreb, 2022.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvala Projektu, koji je u potpunosti financiran sredstvima Hrvatske zaklade za znanost, PZS-2019-02-4177 "Višerazinsko numeričko modeliranje i eksperimentalno istraživanje procesa starenja u sinteriranim konstrukcijskim komponentama", voditelj: prof. dr. sc. Zdenko Tonković, za dobivene eksperimentalne podatke korištene u radu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Tomislavu Lesičaru na pomoći kod odabira teme, i na svim stručnim savjetima i pruženoj pomoći tijekom izrade ovoga diplomskog rada. Vaš pristup radu učinio je izradu ovoga rada lijepim iskustvom.

Zahvaljujem se kolegi Tomislavu Polančecu na pruženim savjetima. Posebno se zahvaljujem kolegi Zoranu Tomiću na strpljivosti, savjetima, brojnim razgovorima, smjernicama i neizmjerljivoj susretljivosti. Bilo je pravo zadovoljstvo studirati s tobom.

Hvala svim kolegama i prijateljima koji su bili uz mene i ispunili ovo studiranje veseljem i zajedništvom.

Posebnu zahvalnost dugujem obitelji, ocu Goranu, majci Vesni i sestri Tari, na velikoj podršci i odricanju. Hvala Vam šta ste mi bili oslonac u životu i što ste me naučili temeljnim vrijednostima koje su mi vodilja u životu.

Na kraju, veliko hvala Rafaeli što si bila uz mene na ovome putu i ulijevala mi hrabrosti i snage. Zbog tvoje podrške, razumijevanja i ljubavi je sve bilo lakše.

Zagreb, srpanj 2022

Antonio Begić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:



Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodstrojarski

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 22 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 22 -	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Antonio Begić** JMBAG: 0035202127

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Modeliranje konstitutivnog ponašanja sinteriranog čelika pri monotonom i cikličkom opterećenju**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Modelling of constitutive behaviour of sintered steel for monotonic and cyclic loading**

Opis zadatka:

Proteklih godina broj konstrukcijskih komponenata proizvedenih tehnologijom metalurgije praša ubrzano se povećava. Metalurgija praša u usporedbi s klasičnom metalurgijom postaje sve popularnija zbog nižih troškova proizvodnje, kao i manjeg onečišćenja okoliša. U metalurgiji praša brojne komponente se proizvode od sinteriranog čelika, pri čemu se metalni praš prvo tlači u konačni oblik, a nakon toga toplinski obrađuje, pri čemu je konstitutivno ponašanje rezultirajućeg kompaktnog materijala nelinearno, uz pojavu elastoplastičnih deformacija. Kako bi se u numeričkim simulacijama postiglo realnije ponašanje komponenti od sinteriranog čelika, potrebno je čim preciznije opisati konstitutivno ponašanje materijala.

U ovom diplomskom radu razmatrat će se sinterirani čelik Astaloy Mo+0,2C triju gustoća: $6,5\text{g/cm}^3$, $6,8\text{g/cm}^3$ i $7,1\text{g/cm}^3$, za koji su provedena statička i ciklička eksperimentalna ispitivanja. Potrebno je:

1. Proučiti potrebnu literaturu vezanu uz numeričko modeliranje elastoplastičnog ponašanja materijala i metodu konačnih elemenata.
2. Odrediti parametre izotropnog očvršćenja materijala za svaku razmatranu gustoću sinteriranog čelika pomoću rezultata statičkih eksperimentalnih ispitivanja.
3. Odrediti parametre kinematičkog očvršćenja materijala za svaku razmatranu gustoću sinteriranog čelika pomoću rezultata cikličkih eksperimentalnih ispitivanja.
4. Ukoliko je moguće, dobivene konstitutivne modele proširiti i na zamorno ponašanje materijala.

Prilikom aproksimacije eksperimentalnih ispitivanja odabrati više različitih zakona očvršćenja uz pretpostavku malih deformacija te usporediti njihovo poklapanje s rezultatima eksperimenta. Odabrane materijalne parametre potrebno je validirati numeričkim simulacijama eksperimentalnih ispitivanja. Za provedbu numeričkih simulacija primijeniti komercijalni programski paket Abaqus. U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan: 5. svibnja 2022. Datum predaje rada: 7. srpnja 2022. Predviđeni datumi obrane: 18. – 22. srpnja 2022.

Zadatak zadao: Predsjednik Povjerenstva:

Doc. dr. sc. Tomislav Lesičar

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. METALURGIJA PRAHA.....	3
2.1. Uvod u metalurgiju praha.....	3
2.2. Metalni prah i njegovo dobivanje.....	4
2.3. Faza komprimiranja praha.....	6
2.4. Poroznost otpreska.....	8
2.5. Sinteriranje.....	9
3. MODELIRANJE ELASTOPLASTIČNOG PONAŠANJA MATERIJALA.....	12
3.1. Uvod u elastoplastično ponašanje materijala.....	12
3.2. Stvarno i inženjersko naprezanje.....	14
3.3. Granica tečenja materijala.....	16
3.4. Zakoni očvršćenja.....	17
3.4.1. Idealna plastičnost.....	17
3.4.2. Izotropno očvršćenje.....	18
3.4.3. Kinematičko očvršćenje.....	19
4. NUMERIČKO MODELIRANJE NELINEARNIH PROBLEMA.....	20
4.1. Metoda konačnih elemenata.....	20
4.2. Osnovni pravokutni konačni element.....	20
4.3. Nelinearni problemi.....	23
4.4. Rješavanje nelinearnih problema.....	26
4.5. Newton – Raphsonova metoda.....	27
5. OPISIVANJE KONSTITUTIVNOG PONAŠANJA ASTALOYA Mo+0,2C.....	30
5.1. Uvod.....	30
5.2. Modeliranje konstitutivnog ponašanja Astaloya Mo+0,2C pomoću Ramberg - Osgood modela.....	31
5.3. Validacija materijalnih parametara Ramberg – Osgood modela numeričkim simulacijama eksperimentalnih ispitivanja.....	33
5.4. Određivanje parametara izotropnog očvršćenja.....	38
5.5. Validacija materijalnih parametara izotropnog očvršćenja numeričkim simulacijama eksperimentalnih ispitivanja.....	41
5.6. Određivanje parametara kinematičkog očvršćenja.....	42
5.7. Validacija materijalnih parametara kombiniranog očvršćenja numeričkim simulacijama eksperimentalnih ispitivanja.....	45
5.8. Numeričke simulacije histereza za odnos amplituda opterećenja $R = -1$	47
5.9. Numeričke simulacije histereza za odnos amplituda opterećenja $R = 0,05$	49
6. ZAKLJUČAK.....	52

POPIS SLIKA

Slika 1	Osnovni procesi izrade komponenata metalurgijom praha [1].....	3
Slika 2	Ilustracija oblika čestica praha [1].....	5
Slika 3	Interakcija čestica metalnog praha tijekom tlačenja [2].....	7
Slika 4	Utjecaj veličine čestica na odnos gustoće otpreska i tlaka prešanja [1].....	9
Slika 5	Shematski dijagram ovisnosti naprezanja i deformacije za jednoosni vlačni test.	12
Slika 6	Ilustracija konvencionalne granice tečenja za 0,2 % plastičnih deformacija.....	14
Slika 7	Ilustracija inženjerskog naprezanja (B) i pravog naprezanja (A).....	14
Slika 8	Poprečni presjeci kod pretpostavljenog konstantnog presjeka (A_0) i stvarnog promjenjivog presjeka A [3].....	15
Slika 9	Ploha tečenja prema Tresci i von Misesu u prostoru glavnih naprezanja [4].....	16
Slika 10	a) π ravnina u prostoru glavnih naprezanja, b) Trescina i von Misesova ploha tečenja u π ravnini [4].....	17
Slika 11	Idealna plastičnost. Prikaz jednosnog cikličkog testa i granice tečenja u π ravnini [4].....	17
Slika 12	Izotropno očvršćenje. Prikaz jednosnog cikličkog testa i granice tečenja u π ravnini [4].....	18
Slika 13	Maksimalna promjena granice tečenja Q^∞ prikazana na simetričnom cikličkom eksperimentu s kontroliranom deformacijom.....	19
Slika 14	Kinematičko očvršćenje i Bauschingerov efekt. Prikaz jednosnog cikličkog testa i granice tečenja u π ravnini [4].....	19
Slika 15	Osnovni pravokutni konačni element [6].....	20
Slika 16	Shematski prikaz područja linearnog i nelinearnog ponašanja materijala na dijagramu naprezanja i deformacija.....	24
Slika 17	Shematski prikaz odziva polimernog materijala u dijagramu naprezanja i deformacija.....	24
Slika 18	Primjer opterećene grede [7].....	25
Slika 19	Pojava geometrijske nelinearnosti zbog velikih pomaka grede [7].....	25
Slika 20	Geometrijska nelinearnosti uzrokovana naglom promjenom oblika [7].....	25
Slika 21	Primjer krivulje opterećenja i pomaka [8].....	26
Slika 22	Djelovanje vanjskih i unutarnjih sila na mrežu konačnih elemenata [8].....	26
Slika 23	Grafički prikaz Newton - Raphsonova postupka [6].....	27
Slika 24	Epruveta materijala Astaloy Mo+0,2C gustoće 7,1 g/cm ³	30
Slika 25	Dimenzije epruvete.....	30
Slika 26	Dijagram naprezanja i deformacije nakon provedenih monotonih vlačnih testova za svaku gustoću materijala.....	31
Slika 27	Geometrija modela u programskom paketu <i>Abaqus</i>	34
Slika 28	Model epruvete s pripadnim rubnim uvjetima.....	34
Slika 29	Mreža konačnih elemenata numeričkog modela.....	35
Slika 30	Djelovanje sile na numerički model.....	35
Slika 31	Jedinična sinusna funkcija s $R = -1$	35
Slika 32	Jedinična sinusna funkcija s $R = -0,05$	36
Slika 33	a) Mjerna zona definirana prema poziciji ekstenziometra na monotonom vlačnom testu, b) Set čvorova za koje su ispisane sile reakcije.....	36
Slika 34	Numerička simulacija monotonog vlačnog testa s Ramberg – Osgood materijalnim modelom i monotoni vlačni eksperiment za gustoću 6,5 g/cm ³	37
Slika 35	Numerička simulacija monotonog vlačnog testa s Ramberg – Osgood materijalnim modelom i monotoni vlačni eksperiment za gustoću 6,8 g/cm ³	37

Slika 36	Numerička simulacija monotonog vlačnog testa s Ramberg – Osgood materijalnim modelom i monotoni vlačni eksperiment za gustoću 7,1 g/cm ³	38
Slika 37	Model izotropnog očvršćenja i monotoni vlačni eksperiment za gustoću 6,5 g/cm ³	40
Slika 38	Model izotropnog očvršćenja i monotoni vlačni eksperiment za gustoću 6,8 g/cm ³	40
Slika 39	Model izotropnog očvršćenja i monotoni vlačni eksperiment za gustoću 7,1 g/cm ³	40
Slika 40	Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela izotropnog očvršćenja za gustoću 6,5 g/cm ³	41
Slika 41	Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela izotropnog očvršćenja za gustoću 6,8 g/cm ³	42
Slika 42	Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela izotropnog očvršćenja za gustoću 7,1 g/cm ³	42
Slika 43	Polu-ciklus u dijagramu naprezanja i plastične deformacije [12]	43
Slika 44	Model kinematičkog očvršćenja i krivulja $\sigma - \epsilon_{pl}$ dobivena iz monotonog vlačnog testa za gustoću 6,5 g/cm ³	44
Slika 45	Model kinematičkog očvršćenja i krivulja $\sigma - \epsilon_{pl}$ dobivena iz monotonog vlačnog testa za gustoću 6,8 g/cm ³	44
Slika 46	Model kinematičkog očvršćenja i krivulja $\sigma - \epsilon_{pl}$ dobivena iz monotonog vlačnog testa za gustoću 7,1 g/cm ³	45
Slika 47	Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 6,5 g/cm ³	46
Slika 48	Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 6,8 g/cm ³	46
Slika 49	Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 7,1 g/cm ³	47
Slika 50	Numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja od $R = -1$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 6,5 g/cm ³	48
Slika 51	Numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja od $R = -1$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 6,8 g/cm ³	48
Slika 52	Numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja od $R = -1$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 7,1 g/cm ³	49
Slika 53	Cikličko ispitivanje i numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja od $R = -0,05$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 6,5 g/cm ³	50
Slika 54	Cikličko ispitivanje i numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja od $R = -0,05$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 6,8 g/cm ³	50
Slika 55	Numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja od $R = -0,05$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 7,1 g/cm ³	51

POPIS TABLICA

Tablica 1	Greške nastale u materijala i faza proizvodnje tijekom koje je greška nastala	10
Tablica 2	Youngov modul elastičnosti i konvencionalna granica tečenja za sve tri gustoće materijala	32
Tablica 3	Dobivene vrijednosti parametara n i α za sve tri gustoće materijala	33
Tablica 4	Youngov modul elastičnosti i Poissonov koeficijent za sve tri gustoće	38
Tablica 5	Sume grešaka	39
Tablica 6	Dobivene vrijednosti parametara izotropnog očvršćenja	39
Tablica 7	Procijenjena inicijalna granica tečenja za sve tri gustoće.	41
Tablica 5	Sume grešaka	43
Tablica 8	Parametri kinematičkog očvršćenja za sve tri gustoće	43

POPIS OZNAKA

Latinske oznake	Jedinica	Opis
a		Matrica koeficijenata u interpolacijskim polinomima
A	mm ²	Površina
A_0	mm ²	Početna površina
b		Promjena granice tečenja
B		Matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima, operator rubnih veličina
C_k		Materijalni parametar kinematičkog očvršćenja
C		Matrica međusobne ovisnosti stupnjeva slobode i koeficijenata interpolacijskih polinoma
D_k		Kinematički diferencijalni operator
E	GPa	Youngov modul elastičnosti
k		Matrica krutosti
L	mm	Duljina
L_0	mm	Početna duljina
n		EkspONENT očvršćenja
N		Matrica funkcija oblika
R		Odnos amplituda opterećenja
R_0		Matrica vanjskog opterećenja
R_I		Matrica unutarnjih sila
Q_∞		Maksimalna granica tečenja
Grčke oznake	Jedinica	Opis
α		Matrica funkcija u interpolacijskim polinomima
α_k		Povratno naprezanje, eng. <i>backstress</i>
ε	mm/mm	Deformacija
ε		Tenzor deformacije
ε^e	mm/mm	Elastična deformacija
ε_t	mm/mm	Prava deformacija
ε^{pl}	mm/mm	Plastična deformacija
ε_{ekv}^p	mm/mm	Ekvivalentna deformacija
γ_k		Materijalni parametar kinematičkog očvršćenja
ν		Poissonov faktor
σ	MPa	Naprezanje
σ		Tenzor naprezanja
σ_t	MPa	Pravo naprezanje
σ_y	MPa	

σ_y^0	MPa	Granica tečenja pri nula plastičnih deformacija
σ_0	MPa	Konvencionalna granica tečenja
u		Vektor polja pomaka
v		Matrica stupnjeva slobode gibanja

SAŽETAK

U ovome radu razmatrat će se porozni sinter čelik Astaloy Mo+0,2C tri različite gustoće: 6,5 g/cm³, 6,8 g/cm³ i 7,1 g/cm³. Porozni sinter čelici pokazuju brojne prednosti u odnosu na čelike dobivene klasičnim načinima proizvodnje. Uz pažljivu primjenu poroznih čelika može se dobiti velika ekonomska i ekološka korist. Kako bi se numeričkim simulacijama moglo realistično opisati ponašanje sinteriranog čelika u raznim oblicima primjene, potrebno je čim je moguće točnije opisati njegovo konstitutivno ponašanje. Cilj ovog diplomskog rada je opisati konstitutivno ponašanje sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C za sve tri gustoće te materijala u elastičnom i elastoplastičnom području. Dobiveni materijalni parametri bit će validirani uspoređivanjem numeričkih simulacija i dostupnih eksperimentalnih ispitivanja.

Konstitutivno ponašanje materijala je određeno pomoću Ramberg – Osgood modela, izotropnog očvršćenja, kinematičkog očvršćenja i kombiniranog očvršćenja. Dobiveni materijalni parametri za svaki od ovih modela su iskorišteni za numeričke simulacije monotonih vlačnih testova čiji su rezultati validirani na stvarnom monotonom vlačnom testu. Provedene su i simulacije cikličkog testa za modele kombiniranog očvršćenja za sve tri gustoće za odnose amplituda opterećenja $R = -1$ i $R = 0,05$ te su komentirani rezultati dobivenih histereza. Određivanje materijalnih parametara napravljeno je u programskom paketu *Excel*, a sve numeričke simulacije provedene su u programskom paketu *Abaqus*.

Dobiveni materijalni modeli su zadovoljavajuće opisali konstitutivno ponašanje materijala za sve tri gustoće. Validacija je provedena na monotonim testovima te na dostupnim cikličkim testovima. Za provedbu daljnje validacije, potrebna je provedba dodatnih cikličkih eksperimenata, što nažalost u trenutku izrade rada nije bilo dostupno.

Ključne riječi: sinterirani čelik, Astaloy Mo+0,2C, metoda konačnih elemenata, elastoplastično ponašanje materijala, Ramberg – Osgood, izotropno očvršćenje, kinematičko očvršćenje, kombinirano očvršćenje.

SUMMARY

In this work, the porous sintered steel Astaloy Mo+0,2C is observed with three different densities of 6,5 g/cm³, 6,8 g/cm³ and 7,1 g/cm³. Porous sintered steels show many advantages compared to steels manufactured by the classical ways of manufacturing. With the selective application, they can bring great economic and ecological value. To describe the behavior of sintered steels in diverse ranges of applications by numerical simulations, it is needed to describe the constitutive behavior of sintered steel as accurately as possible. Main goal of this work is to observe the constitutive behavior of the material Astaloy Mo+0,2C for three different densities of material in elastic and elastoplastic range. Obtained material parameters will be validated by comparing the numerical simulations and available experimental tests.

Constitutive behavior of material will be determined by the Ramberg - Osgood model, isotropic hardening model, kinematic hardening model and combined hardening. Obtained material parameters for each of these models are used for numerical simulations of monotonic tensile tests whose results are validated on experimental monotonic tensile tests. Also, the simulations of cyclic tests will be conducted for models of combined hardening for all three densities for ratios of load amplitudes $R = -1$ and $R = 0,05$ where the results of obtained hystereses will be commented on. Material parameters are obtained in software package Excel and all numerical simulations are conducted in software package Abaqus.

Obtained material parameters described the constitutive behavior very accurately for all three densities. Validations are conducted for monotonic tests and partially on available cyclical tests. For further validation of these parameters, new cyclical experiments can be conducted with different types of hystereses and material parameters can be further validated.

Key words: sintered steel, Astaloy Mo + 0.2C, finite element method, elastoplastic material behavior, Ramberg - Osgood, isotropic hardening, kinematic hardening, combined hardening.

1. UVOD

Porozni sinter metali su grupa materijala koja je našla svoju primjenu u mnogim granama industrije, ponajviše zbog svoje male težine, dobrih svojstava prigušenja i načina izrade. Svojstva sinter metala se razlikuju od srodnih materijala dobivenih drugim postupcima. Na tu razliku uvelike utječu relativna gustoća, oblik i distribucija pora. Porozni sinter materijali primjenjuju se u zrakoplovnoj i automobilskoj industriji. Proteklih godina broj konstrukcijskih komponenata proizvedenih tehnologijom metalurgije praha se ubrzano povećava.

Jedna od metoda dobivanja poroznih sinter metala je metalurgija praha. Ovaj način dobivanja gotovog proizvoda je puno jeftiniji od klasičnih načina dobivanja gotovih proizvoda kao što su lijevanje, kovanje i mehanička obrada. Metalurgijom praha se mogu postići gotovi oblici velike preciznosti i kvalitete površine, što rezultira i smanjivanjem otpadnog materijala koji nastaje naknadnom mehaničkom obradom komponenti prilikom izrade klasičnim postupcima. Poroznost koja karakterizira ove materijale čini komponente lakšima od onih izrađenih klasičnim postupcima. Smanjenje mase određenih komponenata posebno je važno i prepoznato u automobilskoj i zrakoplovnoj industriji.

Važno je naglasiti i da se proizvodnja komponenti metalurgijom praha ističe manjim onečišćenjem okoliša. Osim same proizvodnje, primjenom sinteriranih čelika se mogu dobiti pozitivni efekti na okoliš zbog njihovih svojstava. Jedan od takvih materijala koji će se promatrati u ovome radu je Astaloy Mo+0,2C.

Rezultirajuće ponašanje dobivenog kompaktnog materijala je nelinearno. U ovom radu će se pristupiti opisivanju konstitutivnog ponašanja na makroskopskoj razini. Odnosno, na temelju monotonih i cikličkih eksperimenata definirat će se parametri materijalnih modela koji će u numeričkim simulacijama opisivati konstitutivno ponašanje materijala.

U radu su opisani osnovni koraci prilikom izrade komponenti metodom metalurgije praha. Osim općeg pregleda metalurgije praha opisan je metalni prah te njegovo dobivanje. Objasnjene su sve najvažnije faze proizvodnje gotovih komponenata te je opisano što se događa sa strukturom i svojstvima materijala u svakoj fazi.

Nakon toga je razrađena teorija elastoplastičnog ponašanja materijala. Opisano je linearno elastično i elastoplastično ponašanje materijala na primjeru statičkog vlačnog pokusa. Navedeni su i ostali koncepti potrebni za razumijevanje i izradu rada. Objasnjeno je izotropno, kinematičko i kombinirano očvršćenje materijala. Također je dan i kratak uvod u metodu konačnih elemenata s naglaskom na dijelove koji su bili korišteni u ovome radu.

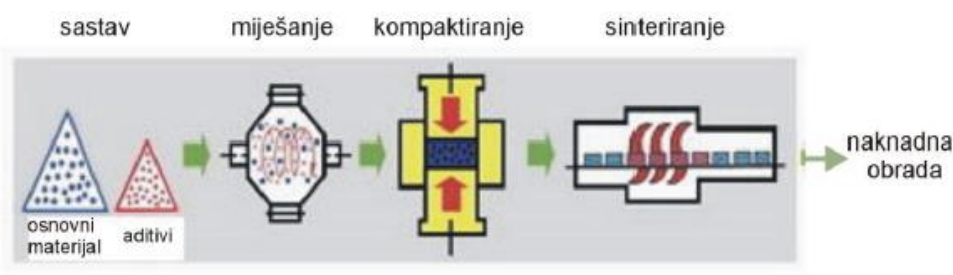
Na kraju rada razrađeno je određivanje parametara Ramberg - Osgood modela, izotropnog i kinematičkog očvršćenja koji su validirani usporedbom s eksperimentalnim ispitivanjima. Dobiveni parametri korišteni su za opisivanje ponašanja materijala u numeričkim simulacijama testova. Glavni cilj je naravno dobiti čim bolje poklapanje rezultata numeričkih simulacija i stvarnih eksperimenata.

2. METALURGIJA PRAHA

2.1. Uvod u metalurgiju praha

Metalurgija praha je tehnologija proizvodnje metalnih materijala i komponenti iz praha. Time se zaobilaze klasični postupci u metalurgiji u kojem se materijali i komponente dobivaju iz poluproizvoda i ingota. Proizvodi dobiveni metalurgijom praha mogu biti podijeljeni u dvije skupine. Jednu skupinu čini metalurgija praha materijala, odnosno dobivanje materijala koji nisu dostupni drugim postupcima ili čija se specifična svojstva ne mogu dobiti drugim postupcima te se mogu dobiti legure metala netopivih jedan u drugome. Druga skupina uključuje metalurgiju praha preciznih dijelova. Prednosti proizvodnje sa smanjenom naknadnom obradom materijala su posebno važne u masovnoj proizvodnji. Od tehničkih razloga posebice važnom se pokazala proizvodnja metala otpornih na visoke temperature, odnosno materijala s visokim talištem, te reznih alata jako visoke tvrdoće. Danas se u suvremenim materijalima teži ka dobivanju željenih specifičnih svojstava tako da se ciljano izmjenjuje sastav i oblikuje mikrostruktura materijala. Metalurgija praha je pogodna za takav pristup proizvodnje materijala i komponenti. Treba napomenuti da se tehnologijom praha mogu dobivati i nemetalni materijali i komponente [1].

„Metalurgija praha (*engl. powder metallurgy*) može se definirati kao tehnologija proizvodnje praha i gotovih dijelova zagrijavanjem prethodno kompaktiranog praha tek nešto ispod temperature taljenja.“ Ilustracija osnovnog procesa metalurgije praha prikazana je na sljedećoj slici [1].



Slika 1 Osnovni procesi izrade komponenata metalurgijom praha [1]

Osnova metalurgije praha je posebno pripremljena mješavina praha koja se komprimira u željeni oblik. Nakon završene kompresije poluproizvod nema odgovarajuća svojstva i čvrstoću, ali je spreman za transport. Sljedeći ključan korak za postizanje odgovarajućih svojstava je proces sinteriranja. Proces sinteriranja se sastoji od zagrijavanja stlačene komponente praha na

temperaturu malo nižu od temperature tališta osnovnog metala mješavine praha. U ovaj osnovni proces dodane su brojne varijacije.

Metalurgijom praha moguće je uključiti nemetalne komponente u metalnu bazu. Posebna prednost je mogućnost dobivanja poroznih materijala kontrolirane poroznosti, koju je nemoguće ostvariti pomoću lijevanja.

Metalurgija praha ima i svoje nedostatke u odnosu na ostale tehnološke procese. Najveći nedostatak je velika cijena metalnih prahova uzrokovana visokim zahtjevima čistoće smjese za sinteriranje i nedostatku jednostavnih metoda dobivanja prahova metalnih legura. Komponente izrađene metalurgijom praha imaju izraženu poroznost što povećava tendenciju oksidaciji i to ne samo na površinskim slojevima već i kroz cijeli volumen komponente. Metalni sinterirani materijali pokazuju usporedno s ostalim tehnologijama obrade loša plastična svojstva. Proizvodnja manjeg broja komponenata izrazito je skupa zbog velike cijene kalupa. Zbog poteškoća koje nastaju prilikom stlačivanja praha, oblik i veličina komponente je ograničen kalupom [2].

2.2. Metalni prah i njegovo dobivanje

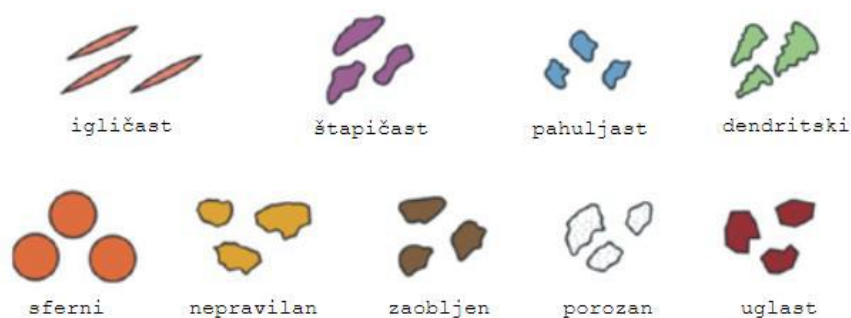
Procesi pomoću kojih će biti proizvedeni proizvodi od praškastih materijala i njihova konačna svojstva ovisit će o početnim svojstvima praha. Klasifikacija prahova i materijali koji se mogu dobiti na ovaj način su brojni. Prah se može smatrati skupom velikog broja čestica čije su dimenzije iznimno male u usporedbi s konačnim volumenom. Za ilustraciju, broj čestica u prahu volframa u jednom kubičnom centimetru iznosi nekoliko milijardi.

Prahovi se sastoje od odvojenih malih tijela, čestica. U većini prahova, veličina čestica kreće se od nekoliko mikrometara do 0,5 milimetara. Čestice obično imaju unutarnje pore, pukotine i nečistoće. Oblici čestica se uvelike razlikuju i određeni su metodama proizvodnje praha.

Čestice se prema obliku mogu podijeliti u tri osnovne skupine:

- Dugoljasti oblik: gdje je duljina dominantna dimenzija u odnosu na druge.
- Plosnati oblik: gdje su duljina i širina izražene dominantne dimenzije.
- Sferni: gdje su sve tri prostorne dimenzije podjednake.

Postoji veliki broj varijacija i podskupina ovih osnovnih skupina (Slika 2).



Slika 2 Ilustracija oblika čestica praha [1]

Ponašanje praha tijekom procesa proizvodnje i konačna svojstva proizvoda ovisit će o fizikalnim i kemijskim svojstvima toga praha. Postoje općeniti zakoni koji opisuju veze između svojstava praha, uvjeta tijekom proizvodnje i svojstava gotovog proizvoda.

Metode proizvodnje praha mogu se podijeliti na dvije grupe:

- Mehaničke: dezintegracija krutih metala i atomizacija tekućih metala.
- Kemijske: redukcija, elektroliza, termalna disocijacija i interkristalna korozija.

Mehaničke metode dezintegracije podrazumijevaju tehnološke procese u kojima se početni materijal usitnjava bez promjena u kemijskom sastavu. Kemijske metode su tehnološki procesi koji rezultiraju time da se prašci proizvode od metala ili legura koji prolaze kemijske promjene. U pravilu konačni proizvod (metalni prah) razlikuje se od početnog materijala po svom kemijskom sastavu.

Mehanička dezintegracija metala u čvrstom stanju provodi se u raznim strojevima za drobljenje. Prikladni strojevi za mljevenje su kuglični mlin, mlin s čekićem ili mlin s valjcima samo za usitnjavanje krhkih materijala: bijelog lijevanog željeza, ferolegura i određenih posebnih legura. Usitnjavanje (drobljenje i abrazija) se postiže se utjecajem na materijal od tvrdog tijela — čelične kuglice, valjci i čekići.

Čišći prah se dobiva u vrtložnim mlinovima. Tijela koja se usitnjavaju su sama po sebi alat za usitnjavanje čestica metala. Do usitnjavanja dolazi prilikom vrtnje i međusobnim sudarom početnih tijela. Usitnjavanje duktilnih metala u loptastim mlinovima uzrokuje laminaciju čestica, dok u vrtložnim mlinovima pri sudaru lakih čestica dolazi do raspadanja uglavnom na račun površinske deformacije.

Kemijske metode proizvodnje praha uključuju redukciju oksida metala, elektrolizu, toplinsku disocijaciju, kemijsku dezintegraciju interkristalnom korozijom itd. Redukcija oksida je u teoriji jedno od najisplativijih načina dobivanja metala u obliku praha, ali je u praksi ograničena niskom produktivnošću i složenim operativnim procesima. Redukcija metalnih oksida može se postići plinovitim i čvrstim redukcijskim sredstvima uključujući metale, kao što su natrij, kalcij, aluminij, magnezij itd. Redukcija pomoću pretvorenog prirodnog plina, obogaćenog plina iz visokih peći, vodika, ugljičnog monoksida ili kruti ugljik, najvažniji su u praksi.

Čistoća i veličina čestica metalnog praha te potpunost redukcije, izravno ovise o čistoći i veličini čestice početnog oksida, o redukcijskoj temperaturi i prirodi redukcijskog sredstva. Kao što je naznačeno, vodik se često koristi kao redukcijsko sredstvo. Vodena para u vodik u nastala tijekom redukcijske reakcije ima iznimno jak utjecaj na redukcijski kapacitet vodika i na redukcijski kapacitet plina koji sadrži vodik. Ova reakcija se općenito može izraziti: metalni oksid + vodik metal + voda.

Neophodan uvjet za potpunu redukciju je kontinuirano uklanjanje iz reakcijske zone plinovitog produkta redukcije (vodene pare), te uvođenje u reakcijsku zonu svježeg, suhog vodika. U slučaju metala koji imaju okside s velikom toplotom stvaranja, vodik mora biti potpuno suh. Tako su npr. samo oksidi kroma reducirani vodikom koji je apsolutno suh. U tu svrhu, vodik, prije njegovog uvođenja u redukcijsku peć, prolazi kroz sustav za sušenje i filtriranje.

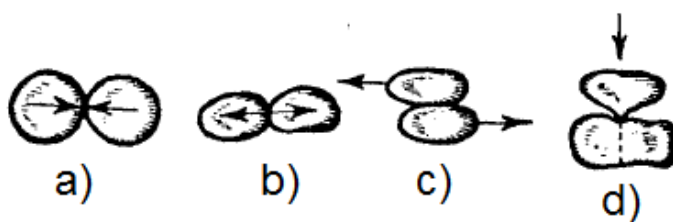
Metoda redukcije je vrlo važan industrijski proces. Ovom metodom dobivaju se prahovi od volframa, molibdena, nikla, željeza, kobalta, itd. Metoda redukcije je praktički jedini način za dobivanje praha volframa i molibdena [2].

2.3. Faza komprimiranja praha

Prešanje je jedna od osnovnih tehnoloških operacija u metalurgiji praha i njena svrha je izrada poluproizvoda s dimenzijama i oblikom potrebnim za izradu gotovog proizvoda, zanemarujući svaku deformaciju koja bi se mogla dogoditi u nastavku operacije (sinteriranje, dimenzioniranje, itd.). Čvrstoća "zelenih" izradaka, odnosno otpresaka, izrađenih prešanjem mora biti dovoljno velika da izdrži intervencije prije sinteriranja. Prešanje, više od bilo koje druge operacije u tehnološkom ciklusu, kontrolira praktičnu primjenu metalurgije praha. Metoda koja se koristi pri prešanju, te oblik i veličina izratka, ovise o karakteristikama prešanja.

Također mogućnosti pripreme metala i legura željenog sastava su u određenoj mjeri determinirani uvjetima prešanja. Proces prešanja povezan je s promjenom strukture i svojstva praha. Tijekom prešanja, kontakt između čestica praha je znatno povećan (približno proporcionalan pritisku), povećava se čvrstoća, poroznost praškastih tijela se smanjuje, agregati čestica se razgrađuju, ponekad i same čestice, a dolazi i do jačanja hladnim radom. Čak i vrlo mala kompresija praha uzrokuje povećanje dodirne površine čestica, a popraćena je nepovratnim deformacijama koje uzrokuju strukturne i mehaničke promjene u metalnom prahu.

Visina nakon prešanja obično se smanji u odnosu na visinu prije prešanja 3 do 4 puta i više. Tijekom prešanja može se istodobno dogoditi elastična i plastična deformacija, te lom čestica.



a) konvergencija; b) divergencija; c) krizanje; d) lom čestice

Slika 3 Interakcija čestica metalnog praha tijekom tlačenja [2]

Tijekom konvergencije čestica dolazi do povećanja kontaktne površine. Divergencija čestica jedna od druge uzrokuje smanjenje kontaktne površine i može čak dovesti do prekida kontakta. Klizanje u česticama popraćeno je pomakom kontaktnih površina. Kao posljedica loma, ponekad se uništavaju ne samo nakupine čestica, već i same čestice.

Proces dobivanja strukture materijala može se svesti na dovođenje čestica praha u kontakt, odnosno u povećavanje veza između čestica praha. Povećavanje kontaktne površine može se postići mijenjanjem oblika čestica praha pomoću vanjske sile ili pomicanjem atoma metala prema kontaktom području koje se događa pri većim temperaturama prilikom procesa sinteriranja. Stoga prilikom proučavanja procesa metalurgije praha nužno je promatrati promjene koje nastaju prilikom tlačenja mješavine i njenog zagrijavanja u procesu sinteriranja. Posebno je važno dovesti u vezu svojstva gotove komponente i kontaktne površine čestica mješavine.

Zone dodira su u mnogim slučajevima glavna mjesta gdje dolazi do prijenosa energije i gdje se događaju procesi između čestica. Ako je prah podvrgnut znatnom vanjskom pritisku onda

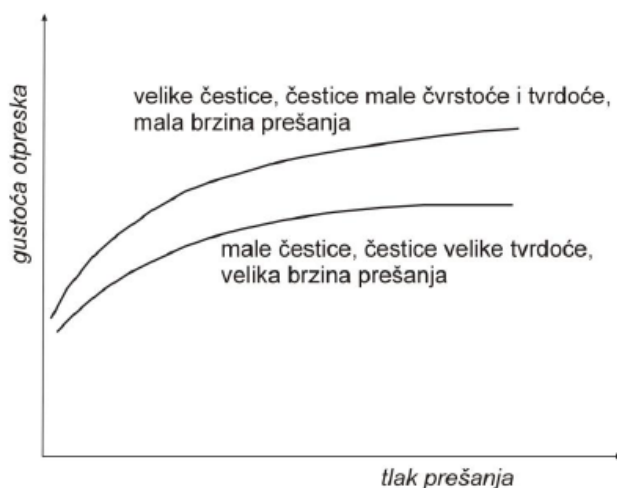
iznimno male kontaktne površine ne mogu izdržati pritisak. Doći će do deformiranja čestica i površina dodira raste. Rast površine dodira biti će proporcionalan primijenjenom vanjskom pritisku. Zona dodira između čestica može izdržati određeno kritično naprezanje koje se može aproksimirati Brinellovim testom tvrdoće za isti materijal. Tijekom elastičnog deformiranja metala, poprečni prijesjek se često mijenja u zanemarivim iznosima, ali su naprezanja proporcionalna vanjskom opterećenju. S druge strane, tijekom prešanja praha i javljanja ireverzibilnih deformacija, naprezanja su približno konstantna, a površina zone dodira se povećava proporcionalno s vanjskim opterećenjem.

Sva svojstva kompaktnog tijela ovise o svojstvima kristala od kojih su napravljena i o prirodi veza između kristala. Na primjer, lom koji se nastao uslijed deformacije metala može se odvijati kroz kristale ili između njih, ovisno o tome je li čvrstoća veća između kristala ili u njima. U materijalima dobivenim putem praškastih materijala, dodirna površina čestica je toliko velika da čvrstoća materijala je definirana kao čvrstoća veze između zrna, a ne kao čvrstoća samog zrna. Stoga je čvrstoća materijala dobivena metalurgijom praha nekoliko desetaka puta manja od materijala dobivenih konvencionalnim postupcima.

Proizvodnja materijala i oblikovanje proizvoda u metalurgiji praha se odvija putem procesa tlačenja i sinteriranja s naglaskom na procese koji se događaju u dodirnim zonama čestica praha [2].

2.4. Poroznost otpreska

Gustoća otpreska se povećava s povećanjem vanjske sile kojom se djeluje na prah u procesu komprimiranja. Tada dolazi do bržeg kretanja, veće deformacije i većeg broja lomova čestica. Također, ako su za izradu otpreska odabrane krupnije čestice prahova, tada se postiže i veća gustoća zbog povoljnije raspodjele sila između čestica u volumenu praha, a time je i veća ukupna deformacija čestica. Većoj gustoći doprinose čestice manje čvrstoće i tvrdoće jer je tada veća ukupna deformacija čestica. Smanjenjem brzine komprimiranja usporava se brzina prenošenja vanjske sile na prah što dovodi do povoljnije preraspodjele čestica i veće gustoće otpreska.



Slika 4 Utjecaj veličine čestica na odnos gustoće otpreska i tlaka prešanja [1]

Otpresak se može promatrati kao dvofazni sustav s razdvojenim fazama prašina i pora. Faznu pora čine realni plinovi, uglavnom zrak. Tijekom procesa komprimiranja dolazi do formiranja zatvorenih pora u kojima se nalazi plin pod značajnim tlakom.

2.5. Sinteriranje

Kao što je opisano u prethodnom poglavlju nakon procesa komprimiranja dobiva se otpresak koji je karakteriziran niskom čvrstoćom i velikom krhkosti. Da bi se postigla zadovoljavajuća mehanička svojstva otpreska potrebno je provesti proces toplinske obrade poznat pod nazivom sinteriranje. Sinteriranje se provodi na temperaturi ispod temperature tališta osnovnih sastojaka mješavine otpreska. Prema [2], proces sinteriranja se može definirati kao proces u kojem dolazi do promjena u dodiru čestica i to promjena u smislu veličine dodirne površine, te kvalitativne promjene u prirodi dodira, koja je uzrokovana termalno induciranim kretanjem atoma. Veličina i raspodjela kontaktne površine se mijenja. Dolazi i do promjene omjera slobodne površine u porama i kontaktne površine čestica. Tip dodira prelazi iz nemetalnog u metalni te iz napregnutog napreznja u nenapregnuto stanje.

Osnovni fenomeni koji se odvijaju tijekom procesa sinteriranja se mogu sažeti na sljedeći način:

- a) povećano kretanje atoma, uzrokovano visokim temperaturama koje uzrokuje volumne promjene u materijalu,
- b) promjena u veličini dodirne površine čestica,
- c) promjena u prirodi dodira čestica, dolazi do srašćivanja čestica,
- d) relaksacija napreznja u česticama,

- e) pomicanje čestica,
- f) promjena poroznosti,
- g) deoksidacija i uklanjanje apsorbiranih tekućina i plinova,
- h) konačna promjena mehaničkih i fizikalnih svojstava.

Sinteriranje se još naziva i srašćivanje. Srašćivanje se odnosi na spajanje čestica pri visokim temperaturama. Proces sinteriranja je složen i može se primijetiti nekoliko mehanizama prijenosa materijala. U osnovi su to adhezija i promjena oblika čestica. Adhezija je glavni mehanizam sinteriranja i ona omogućava česticama praha da se zavare. Dok promjenom oblika čestica dolazi do zgušnjavanja. Svojstva gotove komponente ovise o raznim čimbenicima, ali najvažniji čimbenici koji se mogu regulirati su atmosfera, temperatura, vrijeme sinteriranja, brzina zagrijavanja i hlađenja, nečistoće.

Sinteriranje je jedna od završnih operacija u tehnologiji metalurgije praha i nakon ove faze se pokažu svi nedostaci nastali tijekom cjelokupnog procesa proizvodnje. Neki od važnijih nedostataka i procesi tijekom kojih su nastali su prikazani u sljedećoj tablici.

Tablica 1 Greške nastale u materijala i faza proizvodnje tijekom koje je greška nastala

Nedostaci	Faze proizvodnje
Unutarnja laminacija	Uzrokovano nejednolikim komprimiranjem, a javlja se tijekom procesa sinteriranja
Distorzija oblika izradka	Loše miješanje, nejednoliko komprimiranje, prebrzo sinteriranje ili pregrijavanje materijala
Nejednolike pore	Nejednolika mješavina
Nekompaktna jezgra	Nastaje tijekom prebrzog zagrijavanja površinskih slojeva. Tada se pore zatvaraju u površinskim slojevima brže od pora u blizini jezgre i zgusnuti površinski dijelovi ne dopuštaju prolazak plinova

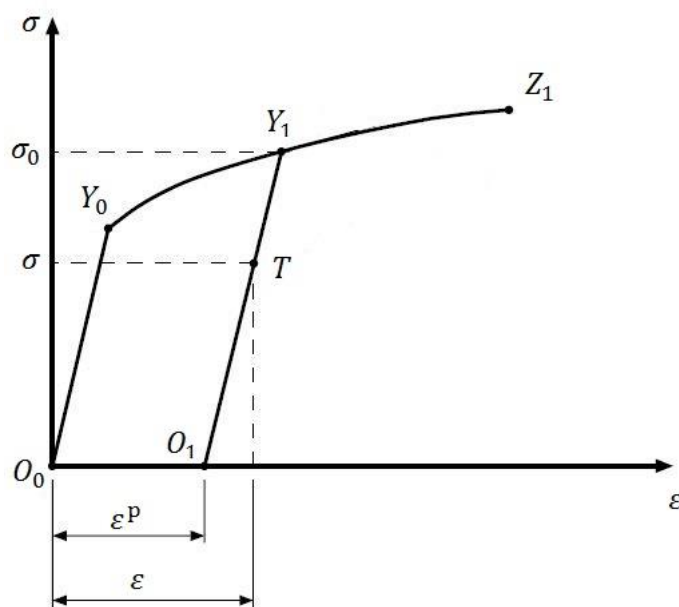
Sinterirani čelik Astaloy Mo+0,2C je dobiven iz čeličnog praha legiranog sa 1,5 % molibdena. Dodatak molibdena omogućuje primjenu većih tlakova u fazi kompaktiranja. Osim molibdena dodaje se ugljik od 0,2 % do 0,6 %, čime se postiže bolja tvrdoća. Smjesa čeličnog praha s

dodatkom molibdena i ugljika dobivena je postupkom atomiziranja vodom. Otpresak se dobiva konvencionalnim i toplim kompaktiranjem pri temperaturi od 1120°C u trajanju od 30 minuta. Materijal pokazuje vrlo dobru kvalitetu površine dobivene nakon postupka sinteriranja koja gotovo da ne zahtjeva nikakvu dodatnu obradu.

3. MODELIRANJE ELASTOPLASTIČNOG PONAŠANJA MATERIJALA

3.1. Uvod u elastoplastično ponašanje materijala

Teorija plastičnosti proučava materijale u kojima se nakon opterećenja pojavljuju trajne deformacije, odnosno dolazi do plastičnog tečenja materijala. Plastično tečenje materijala je ireverzibilan proces i deformacije u materijalu ostaju i nakon rasterećenja. U nastavku je prikazan dijagram ovisnosti naprežanja i deformacije za jednoosni vlačni test na metalnoj epruveti.



Slika 5 Shematski dijagram ovisnosti naprežanja i deformacije za jednoosni vlačni test

Opterećenje na epruveti je nametnuto u aksijalnom smjeru i djeluje monotono od početne vrijednosti nula do sile koja uzrokuje naprežanje σ_0 . Zatim je uzorak potpuno rasterećen do vrijednosti sile nula i ponovo opterećen većom silom koja uzrokuje naprežanje u točki Z_1 .

Područje na dijagramu koje se nalazi između točaka O_0 i Y_0 opisano je pravcem. Veza između naprežanja i deformacija je linearna i takvo ponašanje materijala se naziva linearno elastično ponašanje materijala. Deformacije su tada elastične, odnosno povratne. Ako bi se materijal rasteretio u trenutku negdje do točke Y_0 , vratio bi se u početno stanje O_0 . Ta linearna veza opisuje se Hookeovim zakonom

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = E, \quad (3.1)$$

gdje je E Youngov modul elastičnosti. Youngov modul je posebno karakterističan za lijevane čelike pa tako i sinterirane čelike.

S povećanjem sile i dodatnim povećanjem naprezanja iznad točke Y_0 primjećuje se velika promjena u vezi naprezanja i deformacija i krivulja više nije linearna. Ako se uzorak rastereti u trenutku kada naprezanje ima vrijednost u točki Y_0 , primjećuje se da rasterećenje prati pravac linearno elastičnog ponašanja materijala. Nakon potpunog rasterećenja do točke O_1 može se očitati neka vrijednost deformacije. Ta deformacija je prisutna i nakon rasterećenja materijala i naziva se plastična deformacija. U točki T , ukupna deformacija se sastoji od plastičnog nepovratnog dijela i elastičnog povrativog dijela deformacije

$$\varepsilon^p + \varepsilon^e = \varepsilon. \quad (3.2)$$

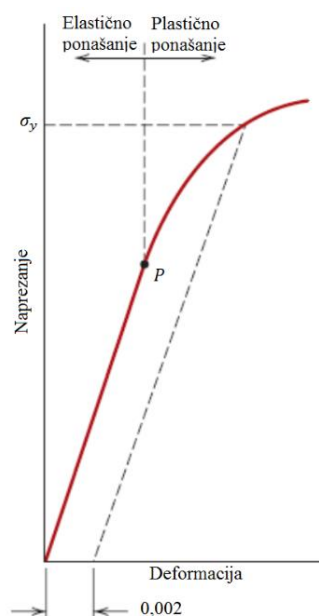
Točku Y_0 tada nazivamo inicijalnom granicom tečenja materijala jer se nakon nje javlja tečenje materijala, odnosno pojavljuju se plastične deformacije.

Kada se uzorak ponovno optereti iz točke O_1 može se primijetiti da se materijal ponaša linearno elastično sve do točke Y_1 . Točka Y_1 predstavlja novu trenutnu granicu tečenja materijala koja je veća nego prethodna granica tečenja Y_0 . Taj fenomen se naziva očvršćenje materijala i bit će pobliže promatran u narednim poglavljima. Nakon točke Y_1 u materijalu se i dalje pojavljuju plastične deformacije do točke maksimalno nametnute sile u Z_1 .

Ponašanje uzorka između točaka O_1 i Y_1 smatra se linearno elastičnim, s konstantnom plastičnom deformacijom ε^p i granicom tečenja σ_0 . Stoga veza između naprezanja i deformacija za dio O_1Y_1 glasi

$$\frac{\sigma}{\varepsilon - \varepsilon^p} = E. \quad (3.3)$$

Konvencionalna granica tečenja se definira kod materijala kod kojih nije jasna početna točka tečenja materijala. Jasno izražena granica tečenja, odnosno točka u kojoj završava elastično ponašanje materijala, kao točka Y_0 (Slika 5), nije realna pojava. Jasna granica kod većine materijala ne postoji i potrebno ju je odrediti. Konvencionalna granica tečenja se definira kao naprezanje koje će uzrokovati određeni postotak plastičnih deformacija. Najčešće se uzima 0.2% plastičnih deformacija za čelike (Slika 6), ali ta vrijednost ovisi o krutosti materijala odnosno o potrebama inženjera prilikom konstruiranja.

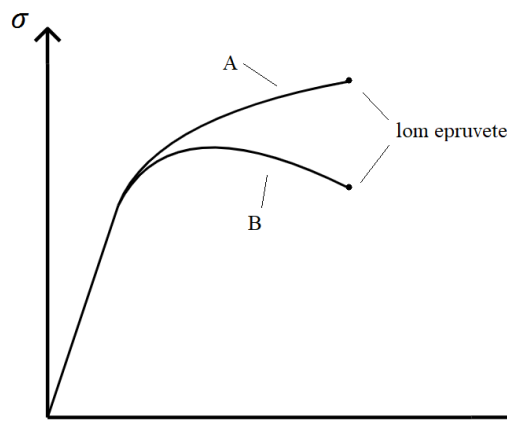


Slika 6 Ilustracija konvencionalne granice tečenja za 0,2 % plastičnih deformacija

3.2. Stvarno i inženjersko naprezanje

Omjer naprezanja i deformacija se određuje pomoću vlačnog testa epruvete promatranoga materijala mjerenjem deformacije epruvete. Kada se računa naprezanje, često se kao pretpostavka uzima da se poprečni presjek epruvete ne mijenja tijekom procesa deformiranja. Ta pretpostavka je točnija što je materijal krući. Kruti materijali obično pucaju vrlo brzo nakon granice tečenja. Elastičniji materijali imaju izraženiju promjenu poprečnog presjeka odnosno značajno se plastično deformiraju prije loma.

Na dijagramu naprezanja i deformacija mogu se vidjeti krivulje inženjerskog i pravog naprezanja prema sljedećoj slici.



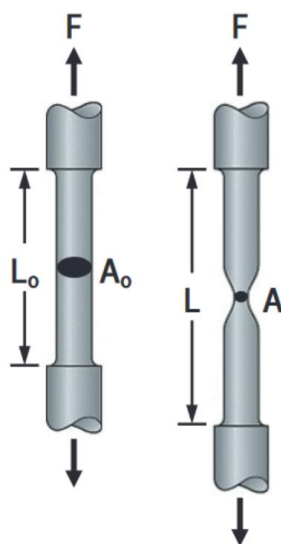
Slika 7 Ilustracija inženjerskog naprezanja (B) i pravog naprezanja (A)

Krivulja B je inženjersko naprezanje koje se dobije uzimajući u obzir pretpostavku o konstantnom poprečnom presjeku epruvete. Stoga se inženjersko naprezanje računa prema

$$\sigma = \frac{F}{A_0}, \quad (3.4)$$

gdje je A_0 pretpostavljeni konstantan poprečni presjek tijekom cijelog eksperimenta. Inženjerska deformacija tada iznosi

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0}. \quad (3.5)$$



Slika 8 Poprečni presjeci kod pretpostavljenog konstantnog presjeka (A_0) i stvarnog promjenjivog presjeka A [3]

Krivulja A predstavlja krivulju pravog naprezanja i ona se dobije uzimajući stvarnu površinu poprečnog presjeka. Pravo naprezanje se računa prema

$$\sigma_t = \frac{F}{A}, \quad (3.6)$$

dok se prava deformacija dobiva prema

$$\varepsilon_t = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L}. \quad (3.7)$$

Ako se integrira prethodni izraz dobiva se prava deformacija u ovisnosti o inženjerskoj deformaciji kao

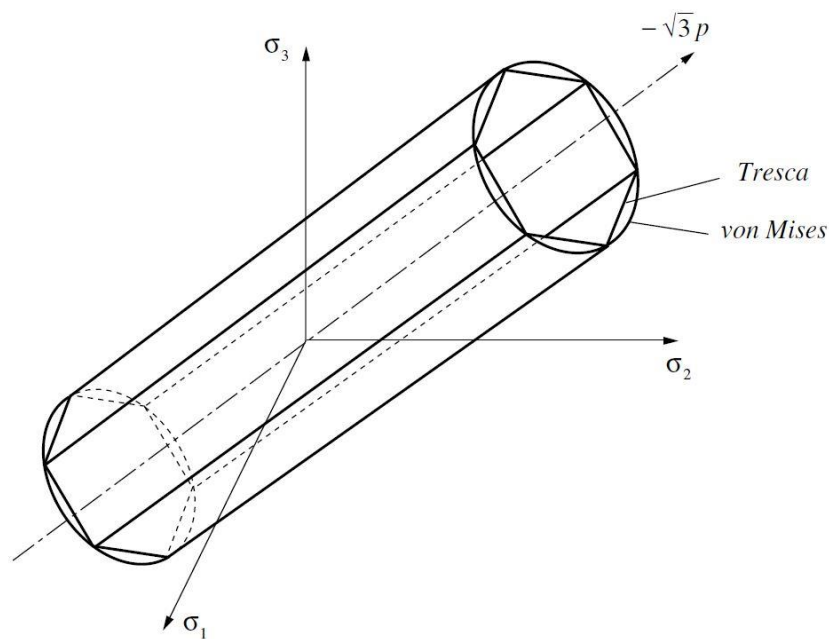
$$\varepsilon_t = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \ln(1 + \varepsilon). \quad (3.8)$$

Tada se pravo naprezanje može izračunati kao

$$\sigma_t = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0} \frac{A_0}{A} = \frac{F}{A_0} \frac{L}{L_0} = \sigma(1 + \varepsilon). \quad (3.9)$$

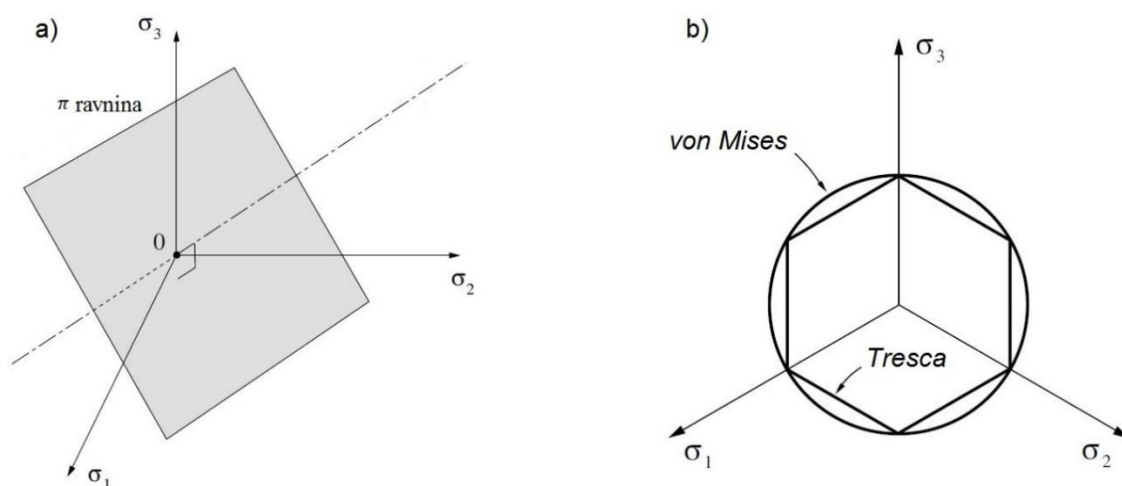
3.3. Granica tečenja materijala

Granica tečenja može se prikazati u prostoru glavnih napreznja u obliku plohe tečenja. U prostoru glavnih napreznja, ploha tečenja prema Trescinoj teoriji čvrstoće je grafički prikazana kao površina beskonačne heksagonalne prizme. Središnja aksijalna os te prizme se poklapa s hidrostatskim pravcem koji je definiran kao $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Elastični dio na ovakvom prikazu predstavlja unutrašnjost prizme, a tečenje materijala nastupa za stanja napreznja koja se nalaze izvan prizme. Uz plohu tečenja prema Tresci prikazana je i ploha tečenja prema von Misesu.



Slika 9 Ploha tečenja prema Tresci i von Misesu u prostoru glavnih napreznja [4]

Trescina i von Misesova ploha tečenja mogu se prikazati mogu se projicirati u prostor napreznja bez hidrostatske komponente, $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$. Taj projicirani prostor se naziva devijatorska ravnina ili π – ravnina (Slika 10).



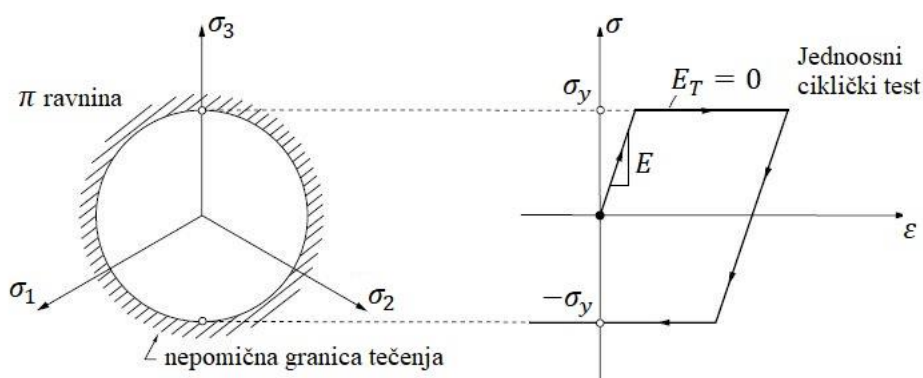
Slika 10 a) π ravnina u prostoru glavnih napreznja, b) Trescina i von Misesova ploha tečenja u π ravnini [4]

3.4. Zakoni očvršćenja

3.4.1. Idealna plastičnost

Očvršćenje je karakterizirano kao funkcija granice tečenja materijala i ukupne povijesti pojave plastičnih deformacija. Ono utječe na veličinu i položaj granice tečenja u prostoru glavnih napreznja.

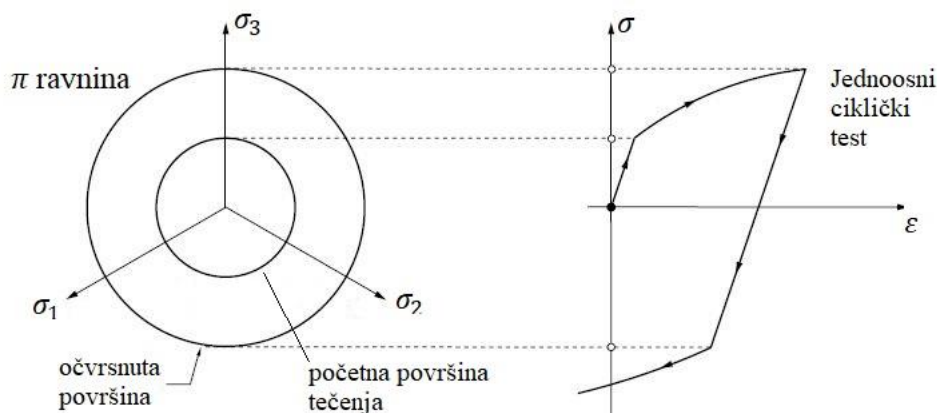
Idealno plastični materijalni model je onaj u kojemu nema očvršćenja. U tom slučaju granica tečenja ne ovisi o stupnju plastifikacije. Granica tečenja ostaje konstantna bez obzira na proces deformiranja kojem je materijal podvrgnut. Na slici je prikazana krivulja napreznja i deformacije za jednoosni ciklički test (vlak i tlak) materijala s pretpostavljenim idealno plastičnim ponašanjem. Dijagram vlačnog testa prikazan je uz odgovarajuću π -ravninu površine tečenja.



Slika 11 Idealna plastičnost. Prikaz jednosnog cikličkog testa i granice tečenja u π ravnini [4]

3.4.2. Izotropno očvršćenje

Model plastičnosti je izotropan ako se granica tečenja u bilo kojem trenutku opterećenja povećava jednoliko (izotropno) u odnosu na početnu granicu tečenja. Za višeosni elastoplastični model definiran prema von Misesu, izotropno očvršćenje se očituje kao povećanje polumjera von Misesovog cilindra u prostoru glavnih naprezanja.



Slika 12 Izotropno očvršćenje. Prikaz jednosnog cikličkog testa i granice tečenja u π ravнини

[4]

Izotropni model očvršćenja definira se na način da granica tečenja bude funkcija plastične deformacije:

$$\sigma_y = \sigma_y(\varepsilon^p). \quad (3.10)$$

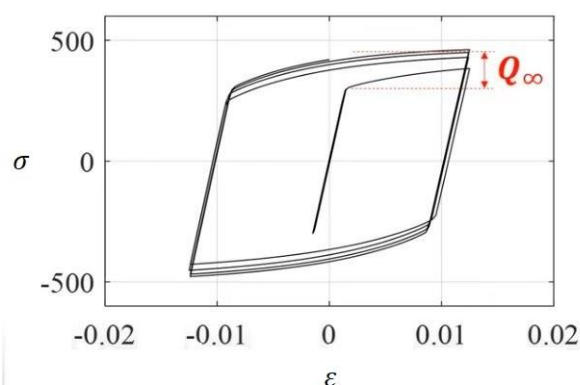
Ova funkcija očvršćenja opisuje krivulju plastičnog područja u jednoosnom vlačnom testu. U programskom paketu Abaqus izotropni model očvršćenja je baziran na radu [5]. Veličina granice tečenja $\sigma_y(\varepsilon_{ekv}^p)$ definirana je kao funkcija ekvivalentne plastične deformacije ε_{ekv}^p prema jednadžbi

$$\sigma_y(\varepsilon_{ekv}^p) = \sigma_y^0 + Q_\infty \left(1 - e^{-b\varepsilon_{ekv}^p}\right) \quad (3.11)$$

gdje je σ_y^0 granica tečenja pri $\varepsilon_{ekv}^p = 0$.

Q_∞ i b su materijalni parametri koji se moraju kalibrirati pomoću eksperimentalnih ispitivanja. Parametri izotropnog očvršćenja mogu se kalibrirati pomoću simetričnog cikličkog eksperimenta, kao na primjeru (Slika 13). Q_∞ je maksimalna promjena granice tečenja kao što je prikazano na primjeru cikličkog testa. b označava promjenu Q_∞ s promjenom ekvivalentne plastične deformacije.

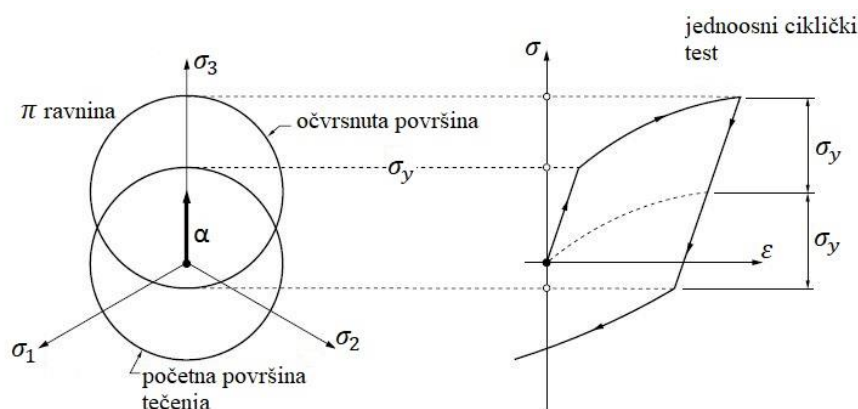
Parametri Q_∞ i b se mogu validirati pomoću monotonog vlačnog eksperimenta kako će i biti napravljeno dalje u radu.



Slika 13 Maksimalna promjena granice tečenja Q_{∞} prikazana na simetričnom cikličkom eksperimentu s kontroliranom deformacijom

3.4.3. Kinematičko očvršćenje

Kinematičko očvršćenje se na plohi tečenja manifestira na način da površina tečenja zadrži svoj oblik i veličinu, ali se translata u prostoru glavnih napreznja kao kruto tijelo. Često je primijećeno u eksperimentima da mnogi materijali nakon opterećenja i očvršnuća u jednom smjeru pokazuju smanjenu granicu tečenja u suprotnom smjeru opterećenja [4]. Ovaj efekt je poznat pod nazivom Bauschingerov efekt i može se modelirati pomoću kinematičkog očvršćenja materijala. Primjer Bauschingerovog efekta može se vidjeti na jednoosnom cikličkom testu na slici uz granicu tečenja u prostoru glavnih napreznja.



Slika 14 Kinematičko očvršćenje i Bauschingerov efekt. Prikaz jednosnog cikličkog testa i granice tečenja u π ravnini [4]

Kinematičko očvršćenje se opisuje pomoću kinematičke komponente očvršćenja koja opisuje translaciju površine tečenja u prostoru glavnih napreznja, tenzora povratnog napreznja (*backstress*) α .

Za kalibriranje materijalnih parametara C_k i γ_k koristi se izraz za jedan ciklus:

$$\alpha_k = \frac{C_k}{\gamma_k} \left(1 - e^{-\gamma_k \epsilon^{pl}} \right). \quad (3.12)$$

4. NUMERIČKO MODELIRANJE NELINEARNIH PROBLEMA

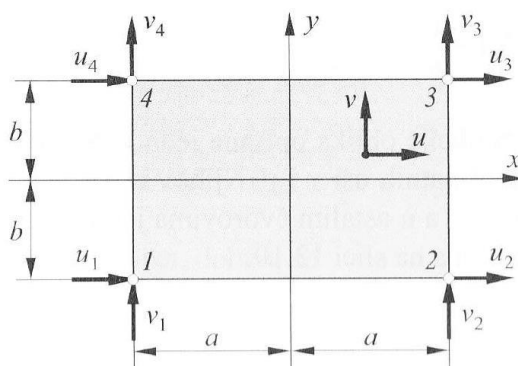
4.1. Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata se koristi kao zamjena za klasične metode rješavanja problema kontinuiranih sustava koji se temelje na rješavanju sustava parcijalnih diferencijalnih jednačini koji su analitički rješivi samo za jednostavnije proračunske modele. Metoda konačnih elemenata daje približna rješenja koja se mogu približiti rješenjima analitičkih metoda. Temelji se na matematičkoj diskretizaciji gdje se sustav diferencijalnih jednačini supstituira sustavom algebarskih jednačini. Prostorna diskretizacija sustava znači da se on dijeli na više manjih potpodručja s ograničenim brojem stupnjeva slobode od kojih se svaki naziva konačni element. Konačni elementi povezani su točkama koji se zovu čvorovi i tvore mrežu konačnih elemenata. U svakom konačnom elementu mogu se pomoću interpolacijskih funkcija izračunati varijable kao što su polje pomaka, deformacija, naprezanja te ostale veličine.

Metoda konačnih elemenata ima široku primjenu u rješavanju linearnih i nelinearnih problema. Od nelinearnih problema u nastavku rada će se promatrati materijalna nelinearnost, odnosno kada materijal ulazi u plastično područje. Prilikom nelinearne analize u metodi konačnih elemenata za rješavanje jednačini ravnoteže koriste se inkrementalno-iterativne metode [6].

4.2. Osnovni pravokutni konačni element

Osnovni pravokutni konačni element je najjednostavniji pravokutni element. Sastoji se od minimalnih četiri čvora u vrhovima koji za 2D probleme imaju svaki po dva stupnja slobode.



Slika 15 Osnovni pravokutni konačni element [6]

Stupnjevi slobode su pomaci u smjeru koordinatnih osi x i y

$$\mathbf{v}^T = [u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad u_4 \quad v_4]. \quad (4.1)$$

Polje pomaka ovoga elementa opisano je nepotpunim polinomima drugog stupnja

$$\begin{aligned} u &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy, \\ v &= a_5 + a_6x + a_7y + a_8xy. \end{aligned} \quad (4.2)$$

To se može i matricno zapisati pa slijedi

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{a}, \quad (4.3)$$

odnosno

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & xy & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Ako se za koordinate čvorova (Slika 15) definiraju rubni uvjeti $x = x_i$ i $y = y_i$, $u = u_i$ i $v = v_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) i uvrste u izraze (4.2) dobiva se sustav jednadžbi:

$$\mathbf{v} = \mathbf{C}\mathbf{a}, \quad (4.5)$$

odnosno

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -a & -b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -b & ab \\ 1 & a & -b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & -b & -ab \\ 1 & a & b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & b & ab \\ 1 & -a & b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & b & -ab \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Ako se izraz (4.3) uvrsti u izraz (4.5) dobije se veza vektora polja pomaka \mathbf{u} i vektora stupnjeva slobode \mathbf{v}

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{v}. \quad (4.7)$$

Veza između vektora polja pomaka \mathbf{u} i vektora stupnjeva slobode \mathbf{v} definira se kao matrica funkcija oblika \mathbf{N} i glasi

$$\mathbf{N} = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{C}^{-1}, \quad (4.8)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

N_1 , N_2 , N_3 i N_4 su funkcije oblika za pripadne čvorove. Funkcije oblika su jednodimenzijnski linearni polinomi u pravcu lokalnog koordinatnog sustava, ovisni o geometriji konačnog elementa, odnosno o duljini a i širini b . Njihov iznos jednak je jedan u čvorovima na koje se odnose, a u ostalim čvorovima jednake su nuli.

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right), \\ N_2 &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right), \\ N_3 &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right), \\ N_4 &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Ako se deriviraju funkcije oblika dobiva se matrica \mathbf{B} , odnosno matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima. Za provođenje deriviranja funkcija oblika potreban je kinematički diferencijalni operator \mathbf{D}_k koji za ravninsko stanje naprezanja i deformacija glasi

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 \\ 0 & \partial_y \\ \partial_y & \partial_x \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Zatim matrica \mathbf{B} glasi

$$\mathbf{B} = \mathbf{D}_k \mathbf{N} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Raspodjela deformacije po konačnom elementu glasi

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{v}, \quad (4.13)$$

s komponentama deformacije

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}]. \quad (4.14)$$

Matrica krutosti za osnovni pravokutni element se računa prema izrazu

$$\mathbf{k} = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dx dy. \quad (4.15)$$

Naprezanje u konačnom elementu se može dobiti prema

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\mathbf{B}\mathbf{v}. \quad (4.16)$$

Gdje je \mathbf{D} matrica elastičnosti za ravninsko stanje naprezanja

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

odnosno ravninsko stanje deformacija

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1-\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

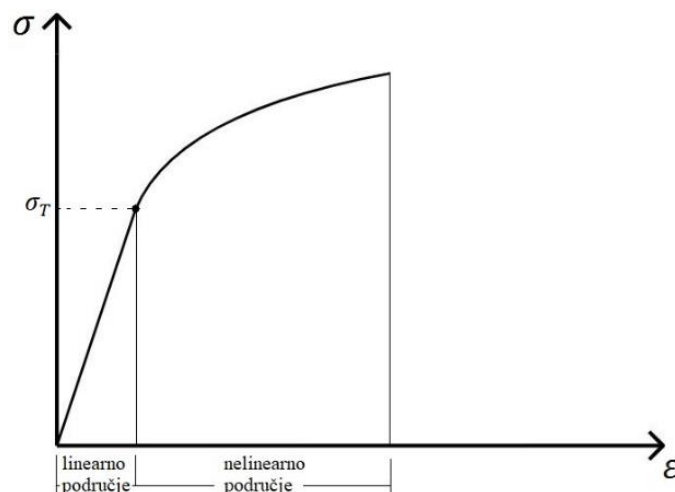
U ovom radu korišteni su osnovni pravokutni elementi za opisivanje ravninskog stanja deformacija. U programskom paketu *Abaqus* pravokutni elementi za opisivanje ravninskog stanja deformacija imaju oznaku CPE4.

4.3. Nelinearni problemi

Postoje tri izvora nelinearnosti koje se pojavljuju u simulacijama konstruktivnih elemenata:

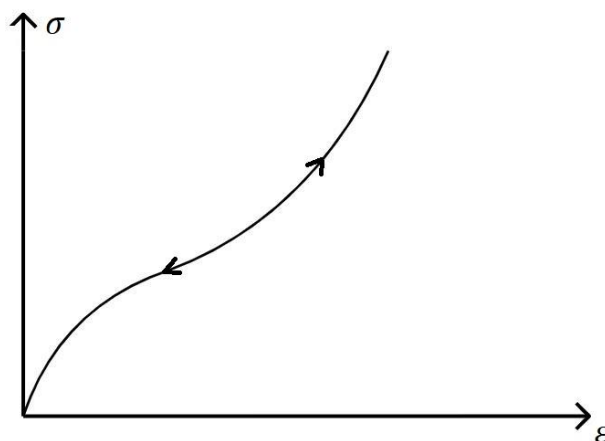
- materijalna nelinearnost,
- nelinearnost rubnih uvjeta,
- geometrijska nelinearnost.

Materijalna nelinearnost proizlazi iz nelinearnog ponašanja materijala u dijagramu naprezanja i deformacija. Većina metalnih materijala ima linearno ponašanje prije granice tečenja, ali nakon granice tečenja dolazi do izrazito nelinearnog ponašanja materijala.



Slika 16 Shematski prikaz područja linearnog i nelinearnog ponašanja materijala na dijagramu naprežanja i deformacija

Osim metalnih materijala, materijalna nelinearnost se pojavljuje kod elastomera, plastomera i duromera. Polimerni materijali se mogu aproksimirati s nelinearnom elastičnom krivuljom naprežanja i deformacija za takve materijale kvalitativno izgleda kao na sljedećoj slici.



Slika 17 Shematski prikaz odziva polimernog materijala u dijagramu naprežanja i deformacija

Materijalna nelinearnost se može odnositi i na druge faktore osim na ovisnost naprežanja o deformaciji. Deformacije ovisne o vremenu i zamoru materijala su također oblici materijalne nelinearnosti. Materijalna svojstva mogu biti i funkcija temperature i drugih predefiniranih polja.

Nelinearnost rubnih uvjeta se pojavljuje u slučaju kada se rubni uvjeti promijene tijekom trajanja analize. Na primjeru (Slika 18), može se vidjeti da će se greda deformirati na jedan način sve dok ne dođe do prepreke. Uz pretpostavku malog pomaka vrh grede će imati linearnu

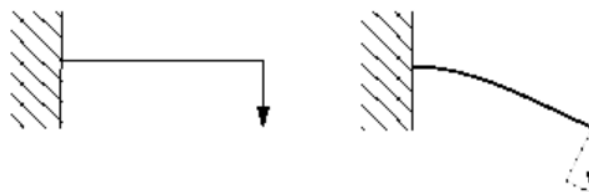
vezu između pomaka i sile opterećenja sve dok vrh ne dođe u kontakt s preprekom. Tada dolazi do promjene rubnih uvjeta u vrhu grede, spriječeni su vertikalni pomaci i odziv grede više nije linearan. U trenutku dodira vrha grede i prepreke dolazi do velikog trenutnog diskontinuiteta.



Slika 18 Primjer opterećene grede [7]

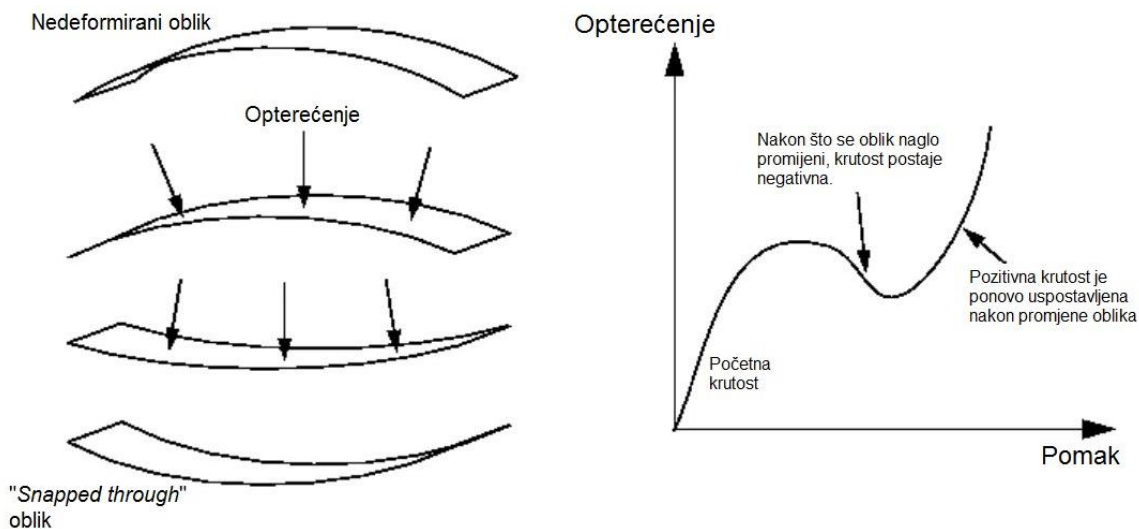
Treći izvor nelinearnosti je geometrijska nelinearnost. Geometrijska nelinearnost proizlazi iz promjene geometrijske strukture tijekom deformiranja. Ona se pojavljuje kad god iznos pomaka utječe na odziv konstrukcije i može biti uzrokovana:

- Velikim deformacijama i rotacijama;
 - Ako su pomaci vrha grede veliki, oblik strukture se mijenja i s oblik i krutost grede. Uz to ako opterećenje ne ostane približno okomito na gredu onda se opterećenje rastavlja na komponente uzdužnog i poprečnog djelovanja na gredu.



Slika 19 Pojava geometrijske nelinearnosti zbog velikih pomaka grede [7]

- Naglim promjena oblika, eng. „*Snap through*“;
 - Za ovaj slučaj pomaci, relativno prema dimenzijama plohe, ne moraju biti nužno veliki.

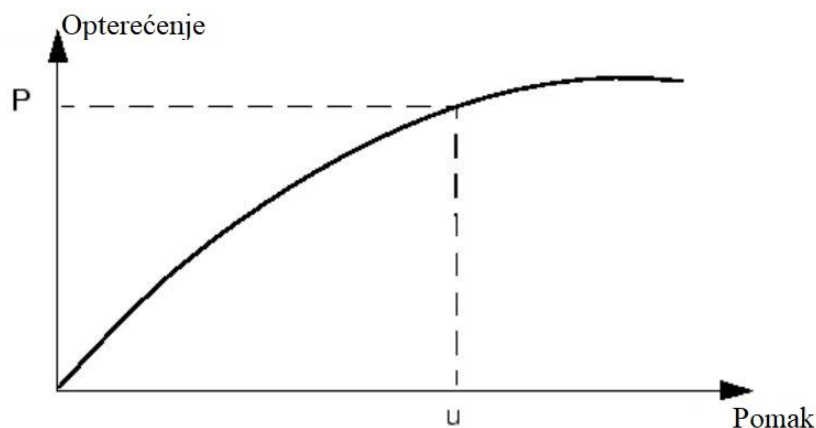


Slika 20 Geometrijska nelinearnosti uzrokovana naglom promjenom oblika [7]

- Početnim naprežanjima.

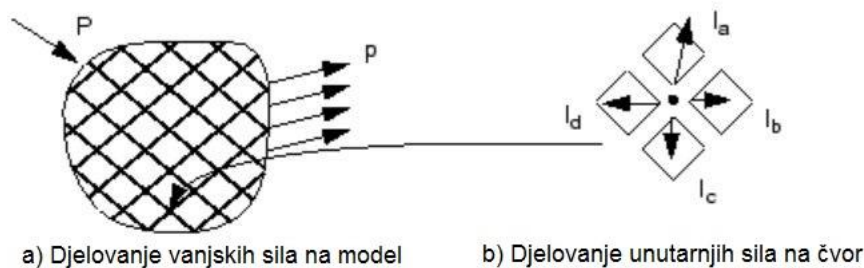
4.4. Rješavanje nelinearnih problema

U ovom poglavlju opisati će se način na koji se dobije krivulja opterećenja i pomaka prema sljedećoj slici (Slika 21), unutar Abaqus/Standard.



Slika 21 Primjer krivulje opterećenja i pomaka [8]

Prvo treba uzeti u obzir vanjske sile P i unutarnje (čvorne) sile I koje djeluju na tijelo prema sljedećoj slici.



Slika 22 Djelovanje vanjskih i unutarnjih sila na mrežu konačnih elemenata [8]

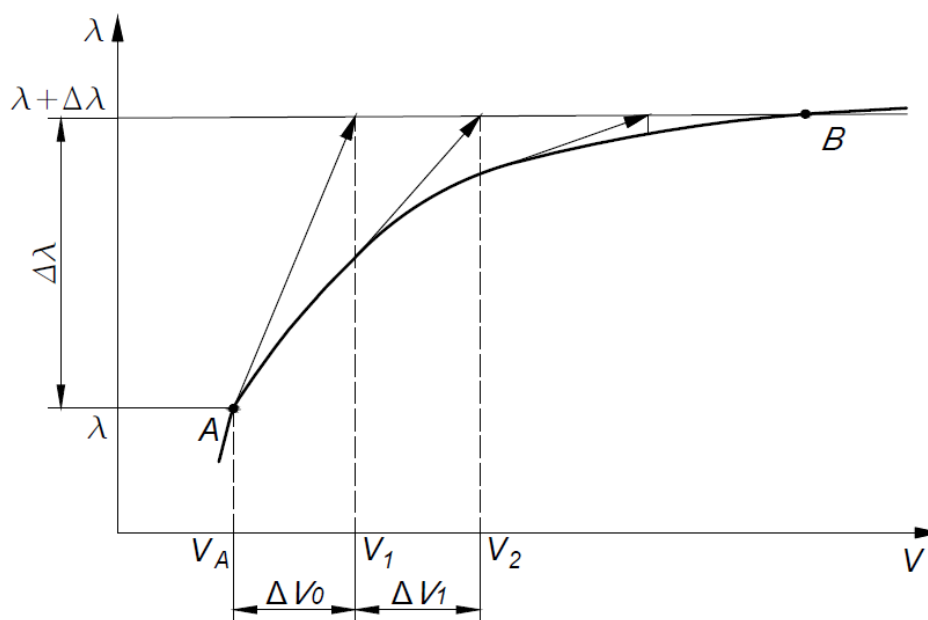
Unutarnje sile koje djeluju na čvor su uzrokovane naprežanjima u elementima koji sadrže taj čvor. Da bi tijelo bilo u statičkoj ravnoteži, rezultirajuća sila koja djeluje na svaki čvor mora biti nula. Stoga, osnovna jednačba statičke ravnoteže glasi da unutarnje sile I , i vanjske sile P , moraju dati zbroj nula.

Abaqus/Standard koristi Newton-Raphsonovu metodu za dobivanje rješenja nelinearnih problema. U nelinearnim problemima, rješenja se obično ne mogu dobiti jednokratnim rješavanjem sustava jednačbi, kao što bi bilo moguće u linearnim problemima. Stoga se rješenje dobiva tako da se nametnuto opterećenje primjenjuje postepeno i time se inkrementalno

dolazi do konačnog rješenja. Simulacija se dijeli na određeni broj inkremenata opterećenja i traži se aproksimacija rješenja statičke ravnoteže na kraju svakog inkrementa. Često je potrebno i nekoliko iteracija da bi se dobilo prihvatljivo rješenje pojedinog inkrementa. Zbroj svih rješenja pojedinih inkrementa predstavlja aproksimirano rješenje nelinearne analize. Može se reći da se rješenje nelinearnih problema dobiva kombinacijom inkrementalnih i iterativnih procedura.

Povijest opterećenja jedne simulacije se u programskom paketu *Abaqus* definira pomoću jednog ili više koraka (eng. *Steps*). Inkrement je dio koraka. Kao što je već rečeno, u nelinearnim analizama, da bi se opisala nelinearnost, ukupno opterećenje nametnuto u svakom koraku je podijeljeno na više manjih inkremenata. Jedna iteracija predstavlja jedan pokušaj traženja ravnotežnog rješenja inkrementa. Ako ravnotežno rješenje nije dobiveno, provodi se sljedeća iteracija. Sa svakom iteracijom rješenje je bliže ravnotežnom stanju. Iteracije se provode dok nije postignuto ravnotežno stanje, nakon čega je moguće vidjeti rezultate pojedinog inkrementa.

4.5. Newton – Raphsonova metoda



Slika 23 Grafički prikaz Newton - Raphsonova postupka [6]

Newton – Raphsonova metoda je inkrementalno-iterativna metoda koja se koristi za traženje ravnoteže svakog inkrementa. Polazi se od ravnotežnog položaja u točki A i cilj je, s obzirom na promjenu opterećenja, postići novo ravnotežno stanje deformiranja u točki B, odnosno aproksimacija ravnoteže koja će biti unutar tolerirane vrijednosti.

Ako je ravnotežno stanje A određeno vektorom pomaka \mathbf{V}_A i pripadnim opterećenjem $\lambda \mathbf{R}_0$, gdje je λ faktor kojim se množi zadano opterećenje \mathbf{R}_0 . S obzirom na promjenu opterećenja $\Delta\lambda$ i početno ravnotežno stanje, potrebno je odrediti pomak u točki B koji odgovara ravnotežnom stanju. Polazi se od jednadžbe krutosti za poznati vektor pomaka \mathbf{V}_A :

$$\mathbf{K}_T(\mathbf{V}_A)\Delta\mathbf{V}_0 = (\lambda + \lambda_0)\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_I(\mathbf{V}_A). \quad (4.19)$$

Tangenta na krivulju (slika) ovisnosti opterećenja i pomaka predstavlja krutost. Budući da je A ravnotežni položaj, vanjske sile su jednake unutarnjim silama pa vrijedi

$$\lambda \mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_I(\mathbf{V}_A) \quad (4.20)$$

i izraz (4.19) postaje

$$\mathbf{K}_T(\mathbf{V}_A)\Delta\mathbf{V}_0 = \lambda_0 \mathbf{R}_0. \quad (4.21)$$

Kada se riješi jednadžba (4.21) dobiva se inkrement pomaka $\Delta\mathbf{V}_0$ pa je za opterećenje $\lambda + \Delta\lambda$ pomak jednak

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_A + \Delta\mathbf{V}_0. \quad (4.22)$$

Tom pomaku odgovara unutarnja sila $\mathbf{R}_I(\mathbf{V}_1)$ koja je manja od vanjskog opterećenja te se nastavlja provoditi iteracijski postupak dok se ne postigne zadovoljavajuća ravnoteža.

Za \mathbf{V}_1 se računa nova tangentna matrica i dobiva se izraz koji se može smatrati prvom iteracijom:

$$\mathbf{K}_T(\mathbf{V}_1)\Delta\mathbf{V}_1 = (\lambda + \lambda_0)\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_I(\mathbf{V}_1). \quad (4.23)$$

Izraz (4.23) ima rješenje $\Delta\mathbf{V}_1$ te novi pomak glasi

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_1 + \Delta\mathbf{V}_1. \quad (4.24)$$

Za pomak \mathbf{V}_2 vrijedi unutarnja sila $\mathbf{R}_I(\mathbf{V}_2)$ koja je za ovaj primjer i dalje manja od vanjskog opterećenja. Unutarnja sila za pomak \mathbf{V}_2 je bliža aproksimacija vanjske sile od unutarnje sile za pomak \mathbf{V}_1 , odnosno vidljivo je da unutarnja sila konvergira ka rješenju. Stoga je potrebno provesti iduću iteraciju.

Ako zapišemo prijašnje izraze za j -tu iteraciju dobivaju se izrazi

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_T(\mathbf{V}_j)\Delta\mathbf{V}_j &= (\lambda + \lambda_0)\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_I(\mathbf{V}_j), \\ \mathbf{V}_{j+1} &= \mathbf{V}_j + \Delta\mathbf{V}_j,\end{aligned}\tag{4.25}$$

gdje je $j = 1, 2, \dots, n$.

Idealna ravnoteža se postiže kada su vanjske sile jednake unutarnjima odnosno

$$(\lambda + \lambda_0)\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_I(\mathbf{V}_j) = \mathbf{0}.\tag{4.26}$$

Međutim idealnu ravnotežu nije moguće postići, stoga su uvedeni kriteriji kada će se iterativni postupak prekinuti, odnosno kada je rješenje zadovoljavajuće. Stoga se uvodi relativna greška ε . Postupak iteriranja će prestati kada

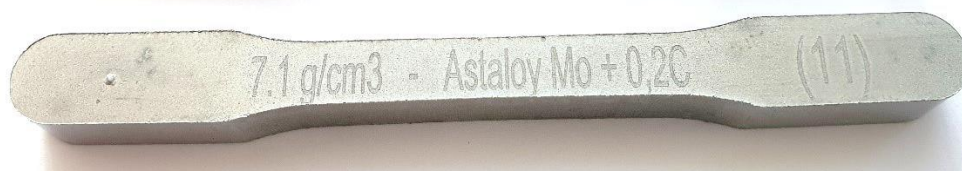
$$\frac{|(\lambda + \lambda_0)\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_I(\mathbf{V}_j)|}{|(\lambda + \lambda_0)\mathbf{R}_0|} \leq \varepsilon.\tag{4.27}$$

Kao prihvatljivu relativnu grešku najčešće se uzima raspon od $\varepsilon = 10^{-3} - 10^{-6}$. Tijekom Newton – Raphsonovog postupka greška se sa svakom iteracijom smanjuje s drugom potencijom što dovodi do relativno brzog konvergiranja ka rješenju.

5. OPISIVANJE KONSTITUTIVNOG PONAŠANJA ASTALOYA Mo+0,2C

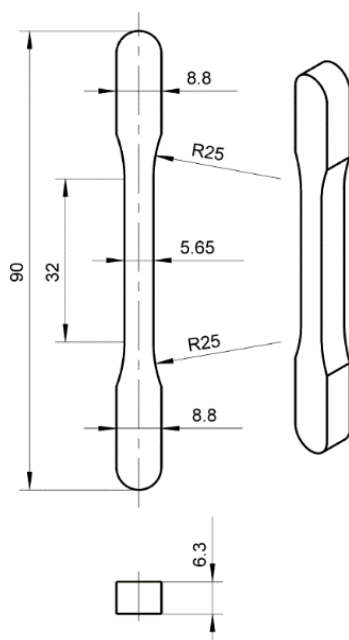
5.1. Uvod

U sljedećim poglavljima razmatrat će se konstitutivno ponašanje sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C triju gustoća: $6,5 \text{ g/cm}^3$, $6,8 \text{ g/cm}^3$, $7,1 \text{ g/cm}^3$. Na materijalu su provedena statička i ciklička eksperimentalna ispitivanja. Ispitivani model je epruveta koja je ista za sve tri gustoće, prikazana na slici za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$.



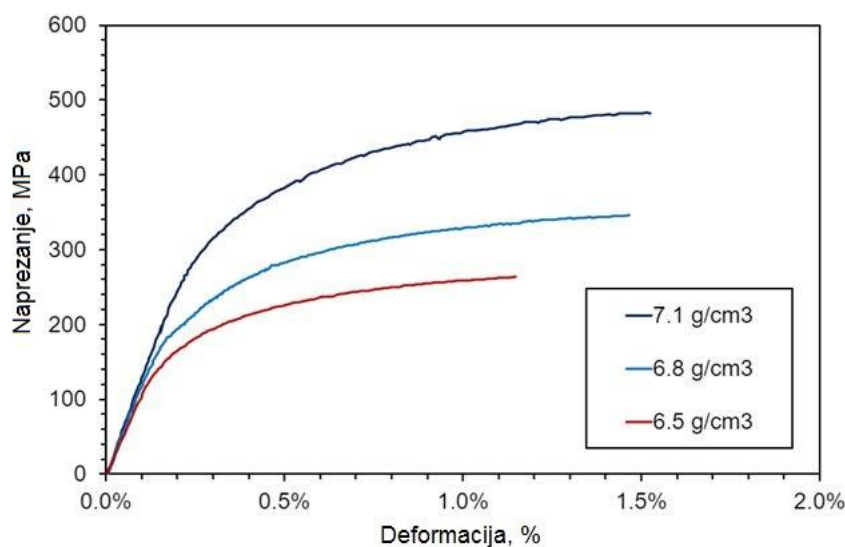
Slika 24 Epruveta materijala Astaloy Mo+0,2C gustoće $7,1 \text{ g/cm}^3$

Epruveta ima geometriju prema sljedećoj slici.



Slika 25 Dimenzije epruvete

Konstitutivno ponašanje rezultirajućeg kompaktnog materijala je nelinearno, uz pojavu elastoplastičnih deformacija. Kako bi se u numeričkim simulacijama postiglo što realnije ponašanje komponenti od sinteriranog čelika, potrebno je čim preciznije opisati konstitutivno ponašanje materijala. Rezultati statičkog vlačnog pokusa za sve tri gustoće prikazani su na sljedećoj slici.



Slika 26 Dijagram naprezanja i deformacije nakon provedenih monotoničnih vlačnih testova za svaku gustoću materijala

U sljedećem poglavlju konstitutivno ponašanje svih triju gustoća je opisano pomoću Ramberg – Osgood materijalnog modela. Nakon dobivenih parametara materijalnog modela, za svaku gustoću biti će simuliran eksperiment monotoničnog vlačnog testa pomoću dobivenih materijalnih modela. Zatim će biti provedena validacija materijalnog modela s obzirom na eksperimentalne podatke.

Za opisivanje cikličkog ponašanja materijala, odnosno konstitutivnog modela cikličke plastičnosti potrebno je odrediti parametre izotropnog očvršćenja Q_∞ i b i parametre kinematičkog očvršćenja C_k i γ_k . Na epruvetama za materijale s gustoćom $6,5 \text{ g/cm}^3$ i $6,8 \text{ g/cm}^3$ je eksperimentalno proveden ciklički vlačni test s odnosom amplituda $R = 0,05$, dok za materijal s gustoćom $7,1 \text{ g/cm}^3$ nije proveden ciklički test. Zatim je simuliran ciklički vlačni test s odnosom amplituda $R = 0,05$ i $R = -1$ s modelom baziranim na nelinearnom izotropnom i kinematičkom očvršćenju te je provedena validacija numeričkih rezultata na temelju dostupnih eksperimentalnih podataka.

5.2. Modeliranje konstitutivnog ponašanja Astaloya Mo+0,2C pomoću Ramberg – Osgood modela

Ramberg – Osgood materijalni model je nelinearni elastični model, odnosno sva deformacija je povratna. Ovakav model se može iskoristiti kao plastični model samo u slučaju monotoničnog

opterećenja kada nema rasterećenja i kada nepovratnost plastičnih deformacija nije bitna veličina. Model je relativno jednostavnog matematičkog zapisa i odziv krivulje konstitutivnog ponašanja materijala se može vrlo precizno opisati.

U programskom paketu *Abaqus* Ramberg – Osgood materijalni model je naveden kao *Deformation plasticity*. Primarna uporaba ovoga modela je za razvijanje plastičnog modela za potrebe mehanike loma kod duktilnih materijala. Zbog toga što model opisuje potpuno konstitutivno ponašanje materijala nije ga potrebno kombinirati s drugim modelima.

Jednodimenzijski model Ramberg – Osgood model glasi

$$E\varepsilon = \sigma + \alpha \left(\frac{|\sigma|}{\sigma_0} \right)^{n-1} \sigma, \quad (5.1)$$

gdje je α koeficijent koji se prema [9] naziva „*yield*“ *offset*, σ_0 granica tečenja, a n je eksponent očvršćenja. Ponašanje materijala koje opisuje ovakav model je nelinearno pri svim vrijednostima naprezanja, ali za standardne vrijednosti eksponenta očvršćenja ($n \sim 5$) nelinearnost postaje značajna tek pri vrijednosti naprezanja koje se približuju ili prelaze granicu tečenja σ_0 .

Za analitičko određivanje parametara materijalnog modela korišten je *Excel* čije su datoteke dane u prilogu rada. Iz eksperimentalnih ispitivanja dobiven je skup točaka koji opisuje krivulju konstitutivnog ponašanja materijala. Te točke predstavljaju inženjersko naprezanje i deformaciju. Kao što je opisano u poglavlju, inženjersko naprezanje je potrebno pretvoriti u pravo naprezanje i deformaciju. U tablici (Tablica 2) su dani podaci o granici tečenja koja je određena s obzirom na konvencionalnu granicu tečenja koja iznosi 0,2% plastičnih deformacija i Youngov modul elastičnosti za sve tri gustoće.

Tablica 2 Youngov modul elastičnosti i konvencionalna granica tečenja za sve tri gustoće materijala.

Gustoća (g/cm ³)	E , Mpa	Konvencionalna granica tečenja σ_0 , Mpa
6,5	98 000	218,9
6,8	115 000	242,5
7,1	131 000	369

Svaka točka modela prema Ramberg – Osgoodu, odnosno deformacija u svakoj točki modela određena je pomoću jednadžbe za identične vrijednosti naprezanja kao i u eksperimentalnim podacima. Konačna vrijednost eksponenta očvršćenja n dobije se tako da se prvo pretpostavi vrijednost eksponenta n i zatim se algoritmom *GRG Nonlinear*, dostupnim unutar paketa *Excel*, varira eksponent n dok se ne postigne najbolja moguća aproksimacija krivulje iz eksperimenta.

Za algoritam *GRG Nonlinear* potrebno je izračunati grešku, odnosno apsolutno odstupanje vrijednosti deformacije za svaku točku. Nakon toga potrebno je sve apsolutne greške zbrojiti. Algoritam varira vrijednost eksponenta n s uvjetom minimizacije apsolutne ukupne greške. Dobivene vrijednosti parametara n i α za sve tri gustoće materijala dani su u sljedećoj tablici.

Tablica 3 Dobivene vrijednosti parametara n i α za sve tri gustoće materijala

Gustoća (g/cm ³)	n	α
6,5	7.151	0,895
6,8	6,827	0,393
7,1	7.079	0,479

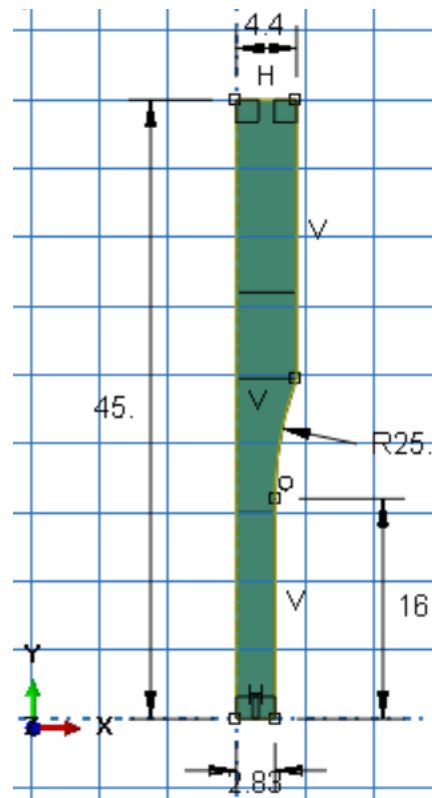
Daljnje korištenje Ramberg – Osgood materijalnog modela može zahtijevati da unesena granica tečenja zapravo bude konvencionalna granica tečenja s npr. 0,2 % plastičnih deformacija i tada se vrijednost koeficijenta α drži fiksnim i dobije se prema jednadžbi

$$\alpha \frac{\sigma_0}{E} = 0,002 \quad (5.2)$$

gdje je σ_0 željena granica tečenja koja, u ovom slučaju, daje 0,2 % plastičnih deformacija [10].

5.3. Validacija materijalnih parametara Ramberg – Osgood modela numeričkim simulacijama eksperimentalnih ispitivanja

Kao model za provođenje numeričkih simulacija uzeta je epruveta na kojoj su provedena eksperimentalna ispitivanja. Numeričke simulacije u ostatku rada provodit će se na istom numeričkom modelu uz promjenu sile opterećenja i površine epruvete (samo za neke numeričke simulacije). Geometrija epruvete je u programskom paketu *Abaqus* (Slika 27) definirana prema zadanoj epruveti (Slika 25).



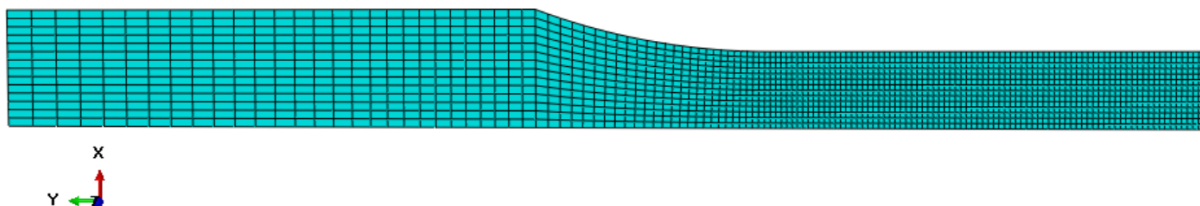
Slika 27 Geometrija modela u programskom paketu *Abaqus*

Model je napravljen primjenom dvostruke simetrije, što je posebice kod cikličkog opterećenja uštedjelo dosta vremena računanja. Za valjanost simetrije, rubni uvjeti korišteni na donjem horizontalnom rubu su $u_y = \varphi_x = \varphi_z = 0$, a rubni uvjeti korišteni na lijevom vertikalnom rubu su $u_x = \varphi_y = \varphi_z = 0$.



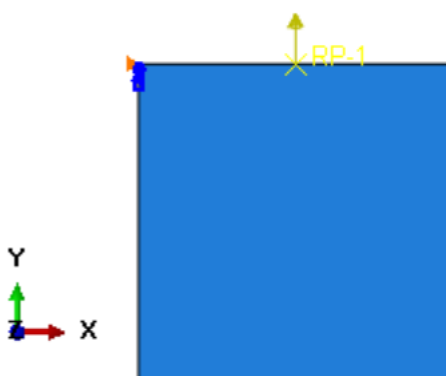
Slika 28 Model epruvete s pripadnim rubnim uvjetima.

Mreža konačnih elemenata numeričkog modela je definirana pomoću 1890 konačnih elemenata za ravninsko stanje deformacija. Oznaka konačnog elementa u *Abaqusu* je CPE4.



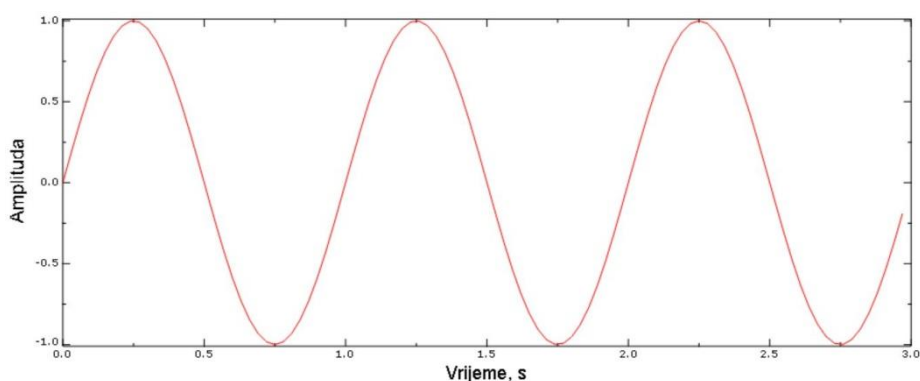
Slika 29 Mreža konačnih elemenata numeričkog modela

Opterećenje je zadano u smjeru osi y tako da djeluje u referentnoj točki RP-1. Referentna točka je povezana s gornjim bridom preko kinematičkog ograničenja (eng. *Constraint*) *Coupling*.

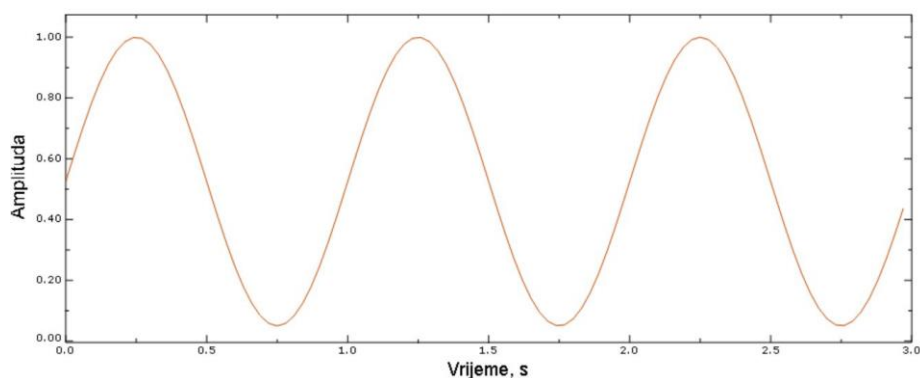


Slika 30 Djelovanje sile na numerički model

Tijekom provođenja numeričkih simulacija korištene su vremenski promjenjive i nepromjenjive sile. Za vremenski promjenjive sile zadana je jedinična sinusna funkcija za $R = -1$ (Slika 31) i $R = 0,05$ (Slika 32)



Slika 31 Jedinična sinusna funkcija za $R = -1$



Slika 32 Jedinična sinusna funkcija za $R = 0,05$

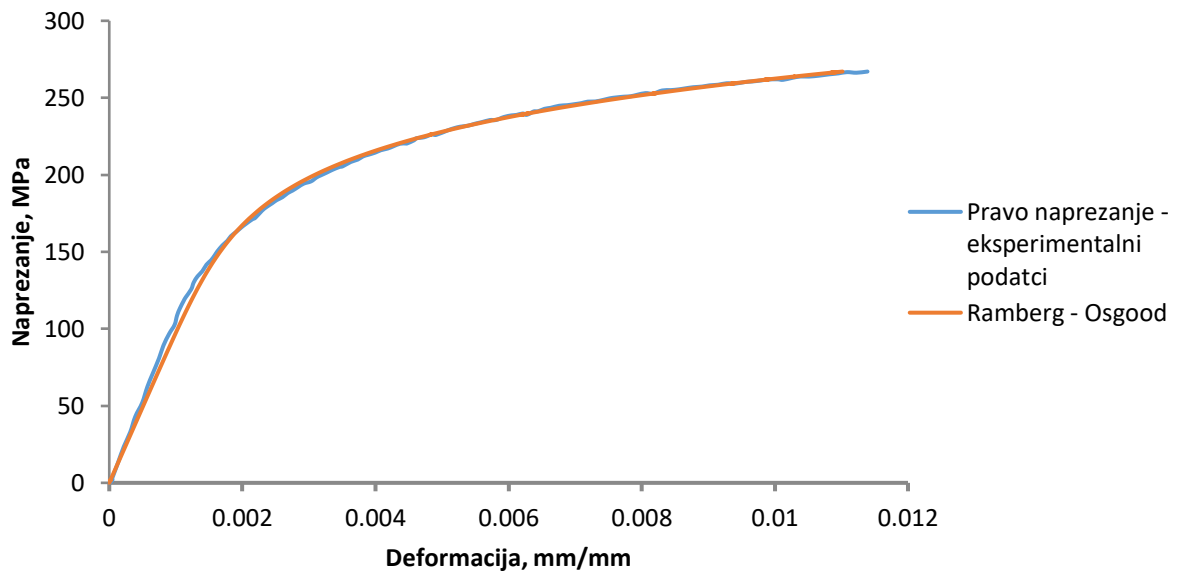
Za zadavanje iznosa željene amplitude potrebno je iznos maksimalne amplitude uvrstiti u modulu *Load*. Amplitude su zadane s kružnom frekvencijom $\omega = 2\pi$, stoga je broj ciklusa opterećenja unosen kao vrijeme koraka u modulu *Step*.

Da bi se dodatno smanjilo vrijeme trajanja numeričke simulacije definirani su skupovi čvorova za koje će se ispisivati rezultati. Prvi definirani skup su čvorovi mjerne zone koja je definirana prema poziciji ekstenzometra na monotonom vlačnom testu (Slika 33 a). Linija na kojoj su čvorovi mjerne zone je paralelna sa donjim horizontalnim bridom i udaljena od njega 15 mm. Na tom skupu čvorova ispisivani su samo rezultati pomaka. Drugi definirani skup čvorova je donji brid za koji su ispisivane sile reakcije za svaki čvor (Slika 33 b).

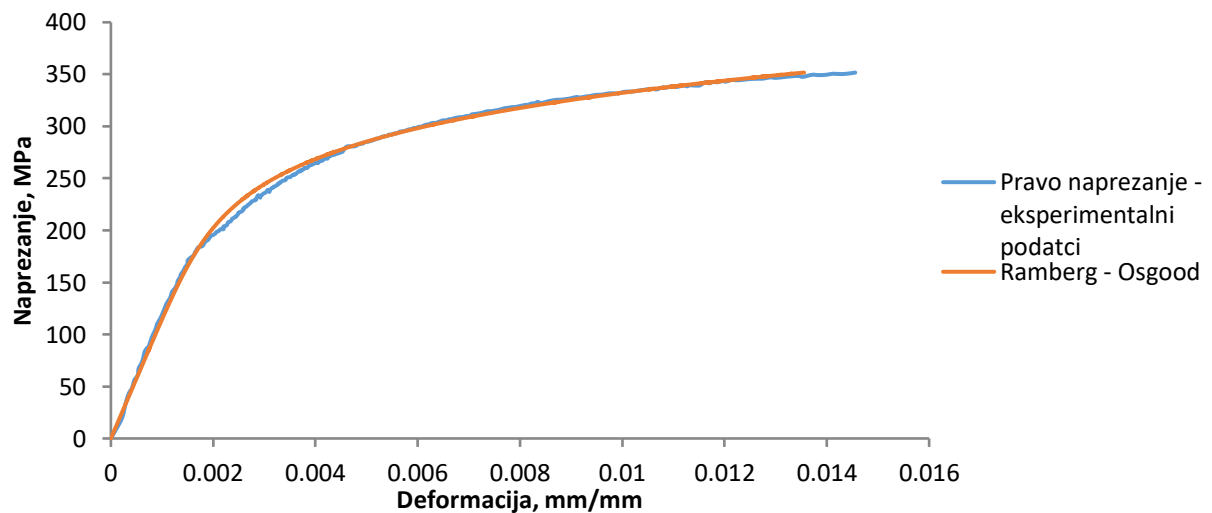


Slika 33 a) Mjerna zona definirana prema poziciji ekstenzometra na monotonom vlačnom testu, b) Set čvorova za koje su ispisane sile reakcije

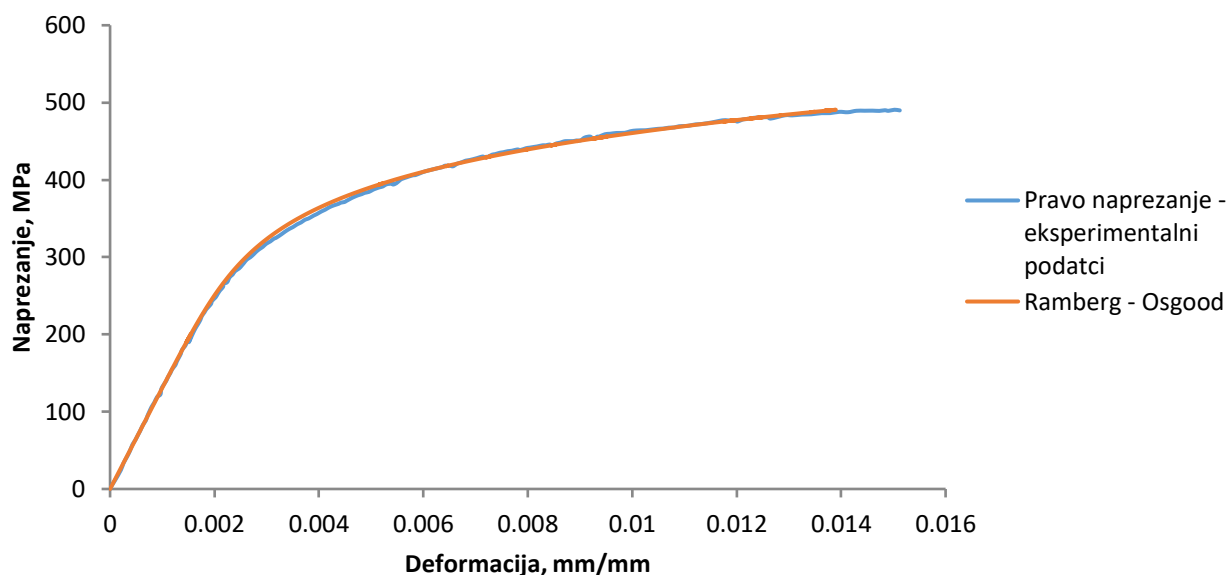
Dobiveni dijagrami za sve tri gustoće prikazani su na sljedećim slikama.



Slika 34 Numerička simulacija monotonog vlačnog testa s Ramberg – Osgood materijalnim modelom i monotoni vlačni eksperiment za gustoću 6,5 g/cm³



Slika 35 Numerička simulacija monotonog vlačnog testa s Ramberg – Osgood materijalnim modelom i monotoni vlačni eksperiment za gustoću 6,8 g/cm³



Slika 36 Numerička simulacija monotonog vlačnog testa s Ramberg – Osgood materijalnim modelom i monotoni vlačni eksperiment za gustoću 7,1 g/cm³

5.4. Određivanje parametara izotropnog očvršćenja

Prvo je potrebno odrediti elastično ponašanje materijala. Elastično ponašanje materijala je definirano pomoću Youngova modula elastičnosti E i Poissonova faktora ν koji za sva tri materijala iznose prema tablici.

Tablica 4 Youngov modul elastičnosti i Poissonov koeficijent za sve tri gustoće

Gustoća, g/cm ³	E , MPa	ν
6,5	98000	0,28
6,8	115000	0,28
7,1	131000	0,28

Kao što je rečeno u poglavlju 3.4.2, potrebno je odrediti parametre očvršćenja Q_∞ i b . Izotropno očvršćenje opisuje povećanje granice tečenja σ_y kao funkciju ekvivalentne plastične deformacije ε_{ekv}^p . Ovo povećanje se može opisati koristeći eksponencijalni zakon

$$\sigma_y(\varepsilon_{ekv}^p) = \sigma_y^0 + Q_\infty \left(1 - e^{-b\varepsilon_{ekv}^p}\right), \quad (5.3)$$

gdje je σ_y^0 inicijalna granica tečenja bez plastičnih deformacija. Q_∞ je maksimalna promjena granice tečenja, dok b definira promjenu veličine granice tečenja s obzirom na plastične deformacije [11].

Za određivanje maksimalne promjene granice tečenja, koristile su se vrijednosti najvećeg eksperimentalnog naprezanja i konvencionalne granice tečenja koja iznosi 0,2% plastičnih deformacija. Parametar b je zatim određen pomoću algoritma *GRG Nonlinear*, uz prethodno definiranu apsolutnu grešku razlike vrijednosti naprezanja između dobivene i eksperimentalne krivulje i sume tih grešaka. Sume grešaka za sve tri gustoće se nalaze u Tablici 5.

Tablica 5 Sume grešaka

Gustoća, g/cm ³	Suma grešaka, MPa
6,5	65,76
6,8	430,64
7,1	180,73

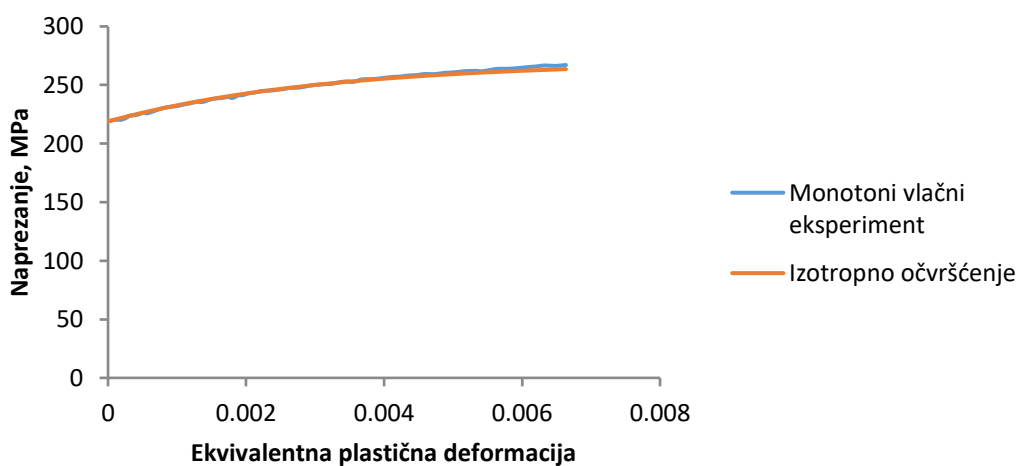
Promatrano područje na dijagramu naprezanja i deformacija je od vrijednosti konvencionalne granice tečenja do maksimalnog naprezanja.

U sljedećoj tablici se nalaze dobiveni parametri izotropnog očvršćenja za sve tri gustoće materijala.

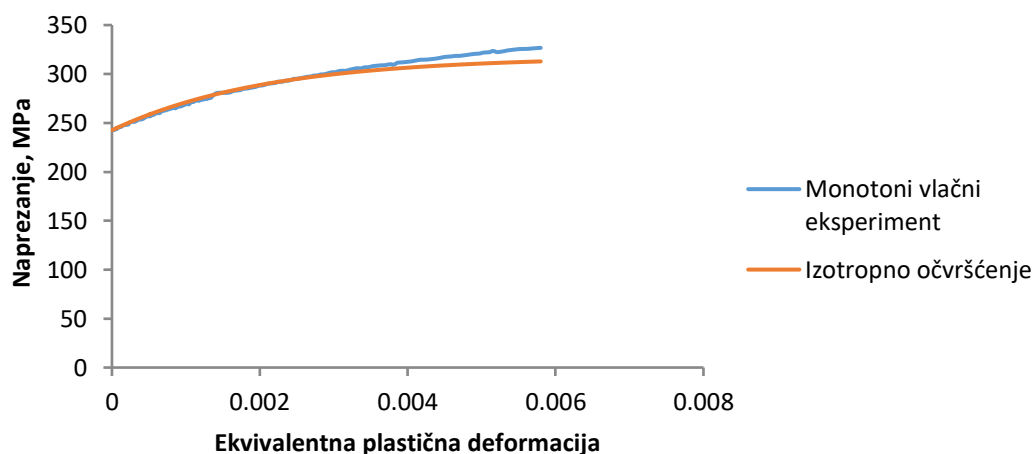
Tablica 6 Dobivene vrijednosti parametara izotropnog očvršćenja

Gustoća, g/cm ³	Q_{∞}	b
6,5	50,9	315,313
6,8	75	478,945
7,1	102,7	395,036

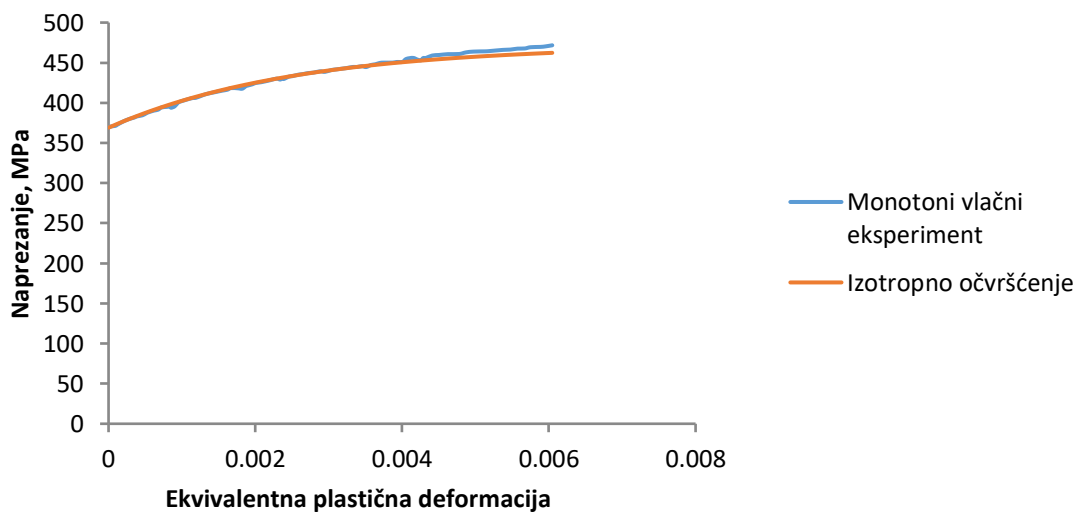
Na sljedećim slikama se može vidjeti i grafičko poklapanje eksperimentalne krivulje i krivulje dobivene jednadžbom (5.3).



Slika 37 Model izotropnog očvršćenja i monotoni vlačni eksperiment za gustoću $6,5 \text{ g/cm}^3$



Slika 38 Model izotropnog očvršćenja i monotoni vlačni eksperiment za gustoću $6,8 \text{ g/cm}^3$



Slika 39 Model izotropnog očvršćenja i monotoni vlačni eksperiment za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$

5.5. Validacija materijalnih parametara izotropnog očvršćenja numeričkim simulacijama eksperimentalnih ispitivanja

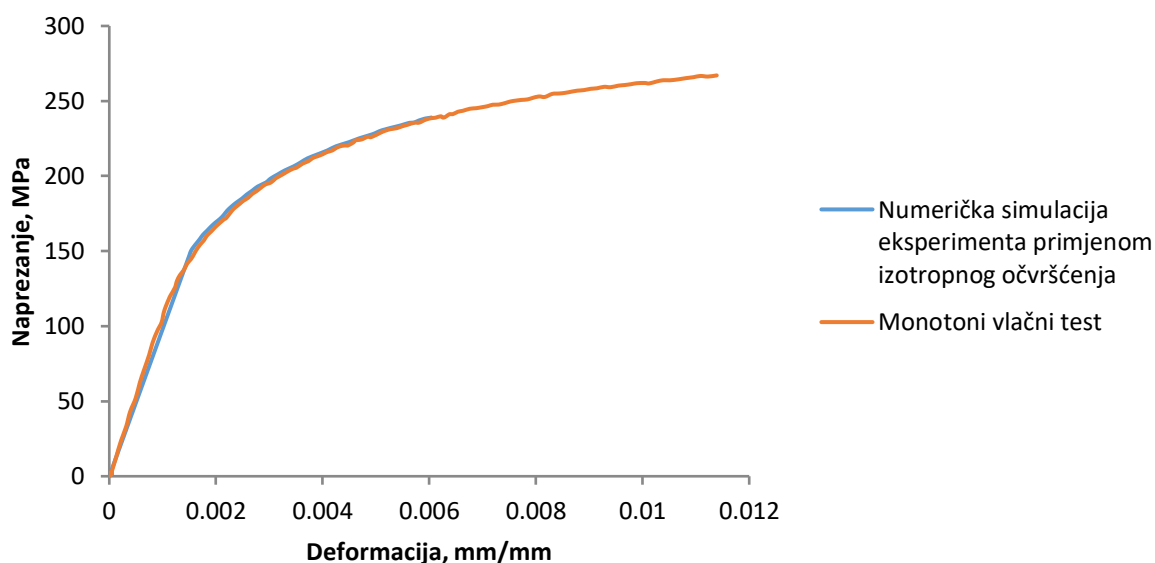
Da bi se i numerički potvrdilo poklapanje opisanog konstitutivnog ponašanja sa stvarnim ponašanjem potrebno je simulirati monotoni vlačni eksperiment. Za simulaciju je korišten programski paket *Abaqus*.

Plastično ponašanje materijala je definirano pomoću krivulja dobivenih u prethodnom poglavlju tako da su u *Abaqus* uvrštene točke koje opisuju krivulju plastičnog ponašanja materijala. Važno je napomenuti da je inicijalna granica tečenja odabrana na način da se ostvari poklapanje rezultata eksperimentalnih ispitivanja, a nije uzeta konvencionalna granica tečenja prema kojoj su određeni parametri izotropnog očvršćenja. Vrijednosti procijenjenih inicijalnih granica tečenja su dane u tablici.

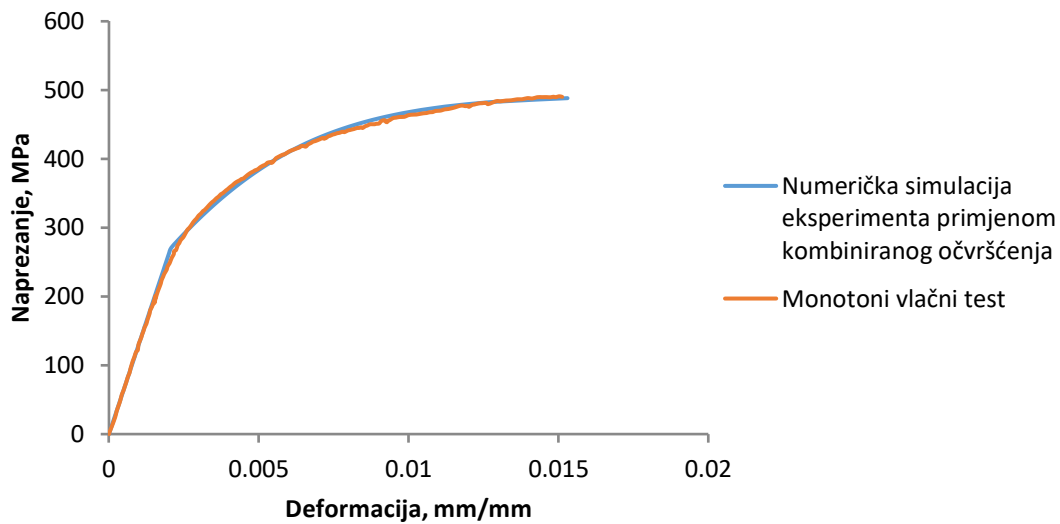
Tablica 7 Procijenjena inicijalna granica tečenja za sve tri gustoće.

Gustoća, g/cm ³	Procijenjena stvarna granica tečenja, MPa
6,5	165
6,8	170
7,1	265

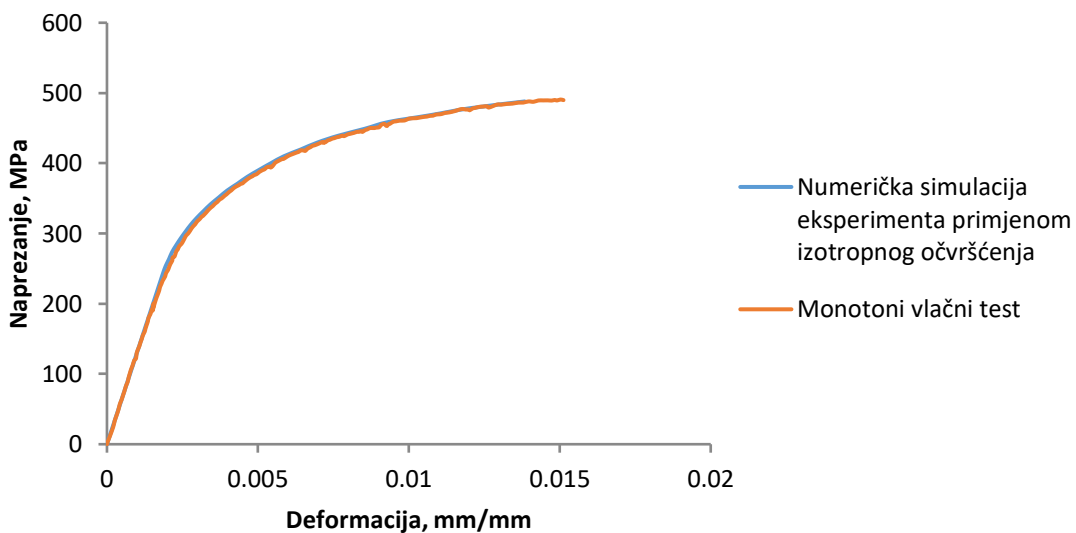
Na slikama 40, 41 i 42 se može vidjeti i poklapanje rezultata eksperimentalnih ispitivanja i numeričke simulacije eksperimenta.



Slika 40 Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela izotropnog očvršćenja za gustoću 6,5 g/cm³



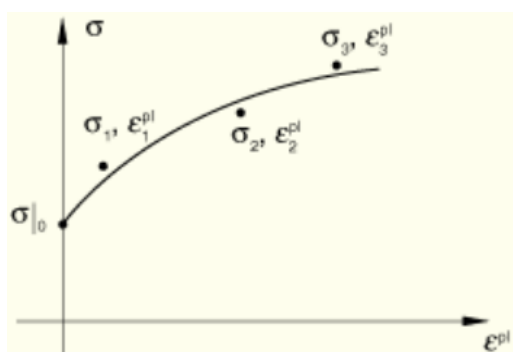
Slika 41 Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela izotropnog očvršćenja za gustoću $6,8 \text{ g/cm}^3$



Slika 42 Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela izotropnog očvršćenja za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$

5.6. Određivanje parametara kinematičkog očvršćenja

Prema [12] ako nije dostupno dovoljno eksperimentalnih podataka, parametre C i γ moguće je odrediti pomoću podataka iz dijagrama naprezanja i deformacija prvog poluciklusa jednoosnog vlačnog ili tlačnog pokusa.



Slika 43 Poluciklus u dijagramu naprezanja i plastične deformacije [12]

Za svaku točku $(\sigma_i, \varepsilon_i^{\text{pl}})$ iz eksperimentalnih podataka određuje se vrijednost α_i prema

$$\alpha_i = \sigma_i - \sigma_i^0 \quad (5.4)$$

gdje je σ_i^0 granica tečenja koju je potrebno zadati. Od te granice tečenja potrebno je za svaku točku odrediti odgovarajuću ekvivalentnu plastičnu deformaciju. Tada se pomoću dobivene krivulje mogu odrediti parametri C i γ pomoću jednadžbe za pola ciklusa

$$\alpha_k = \frac{C_k}{\gamma_k} \left(1 - e^{-\gamma_k \varepsilon^{\text{pl}}}\right). \quad (5.5)$$

Za određivanje parametara ponovno je korišten algoritam *GRG Nonlinear* iz programskog paketa *Excel*. Prvo je potrebno odrediti grešku odnosno razliku $\alpha_k - \alpha_i$ za svaku točku te sumu svih grešaka koje se nalaze u sljedećoj tablici.

Tablica 8 Sume grešaka

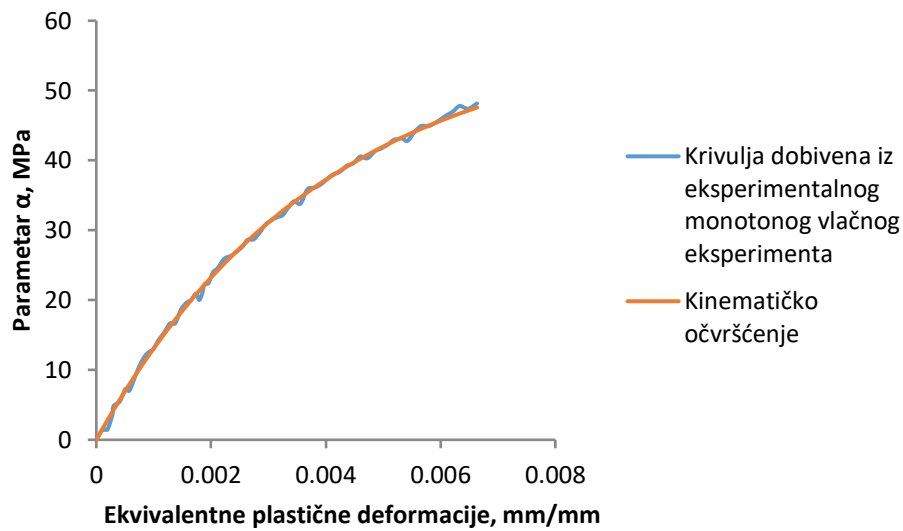
Gustoća, g/cm ³	Suma grešaka, MPa
6,5	23,86
6,8	65,68
7,1	88,54

Zatim se provodi minimizacija greške mijenjanjem parametara C i γ . Parametri za sve gustoće su dani u Tablici 9.

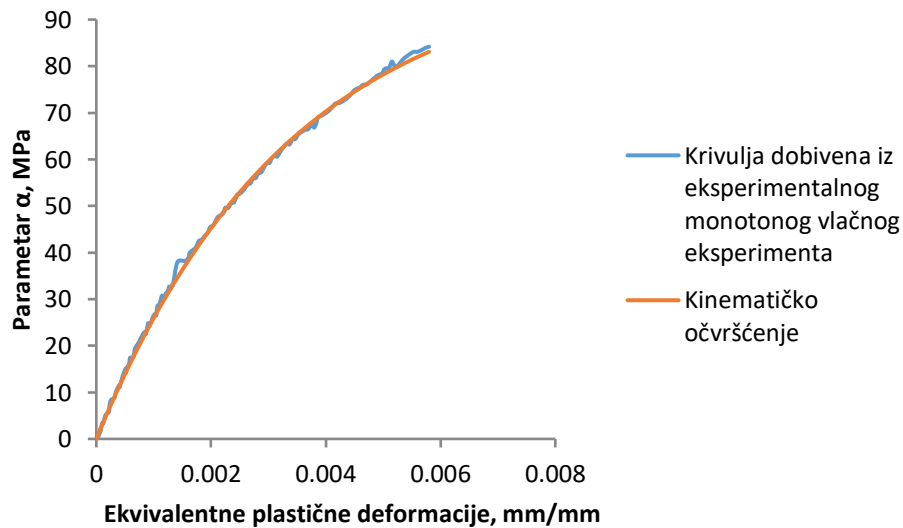
Tablica 9 Parametri kinematičkog očvršćenja za sve tri gustoće

Gustoća, g/cm ³	C	γ
6,5	14802,035	253,162
6,8	29972,751	295,914
7,1	36714,587	306,46

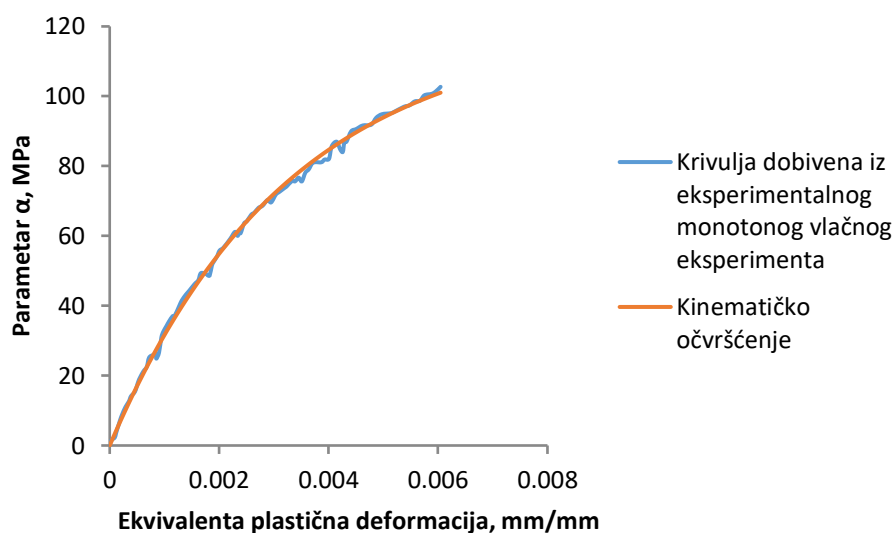
Na sljedećim slikama se može vidjeti i poklapanje $\alpha_i - \varepsilon_i^{pl}$ krivulje dobivene eksperimentalnim ispitivanjem i krivulje $\alpha_k - \varepsilon_k^{pl}$ dobivene jednažbom (5.5).



Slika 44 Model kinematičkog očvršćenja i krivulja $\alpha_i - \varepsilon_i^{pl}$ dobivena iz monotonog vlačnog eksperimenta za gustoću $6,5 \text{ g/cm}^3$



Slika 45 Model kinematičkog očvršćenja i krivulja $\alpha_i - \varepsilon_i^{pl}$ dobivena iz monotonog vlačnog eksperimenta za gustoću $6,8 \text{ g/cm}^3$



Slika 46 Model kinematičkog očvršćenja i krivulja $\alpha_i - \varepsilon_i^{pl}$ dobivena iz monotonog vlačnog eksperimenta za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$

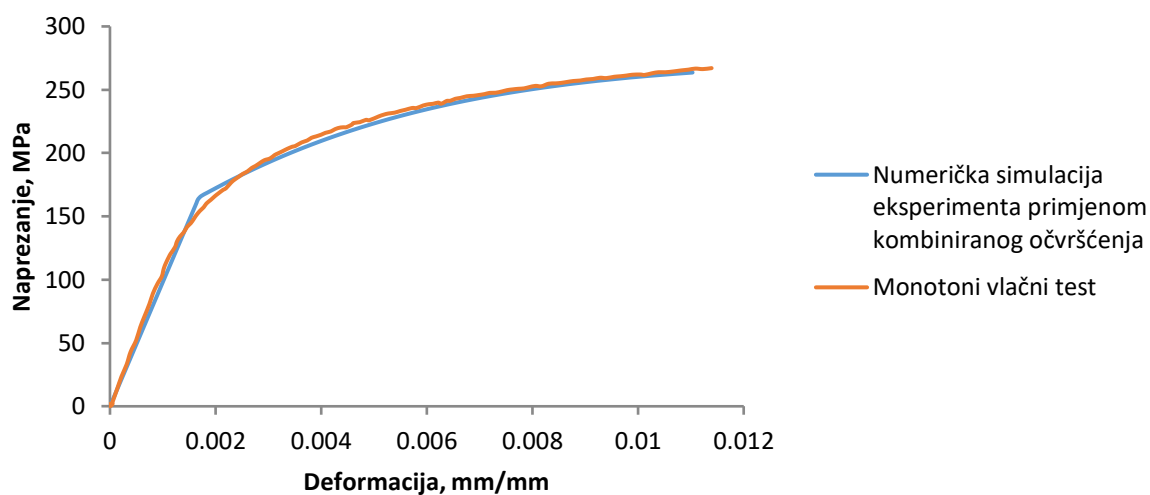
Za validiranje parametara kinematičkog očvršćenja pomoću eksperimentalnih ispitivanja nažalost nisu bile dostupne sve petlje histereze. Stoga je provedena simulacija opterećenja za $R = -1$, za koju nažalost nema eksperimentalnih rezultata. Uz to, provedene su numeričke simulacije omjerom amplituda $R = 0,05$, za koje postoje i rezultati pokusa za dvije gustoće materijala.

5.7. Validacija materijalnih parametara kombiniranog očvršćenja numeričkim simulacijama eksperimentalnih ispitivanja

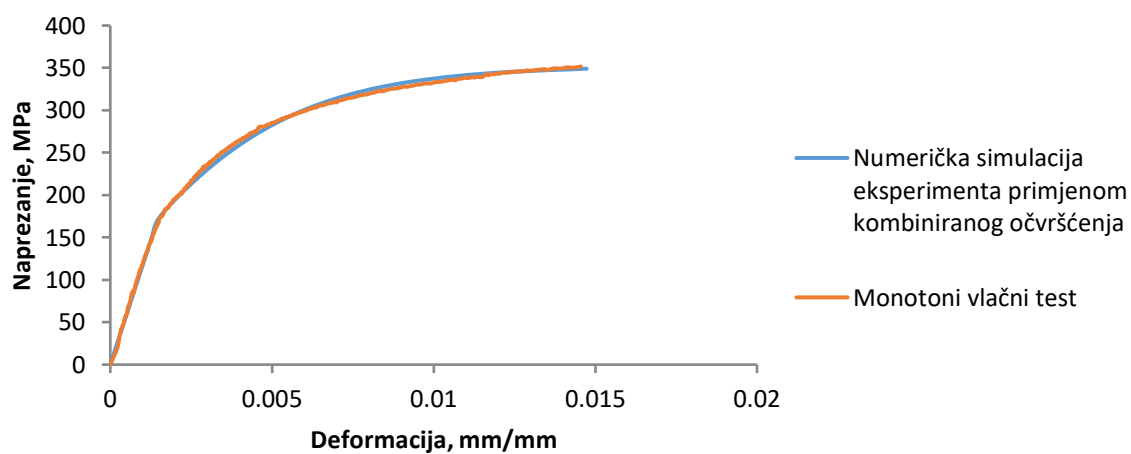
Kombinirano očvršćenje sastoji se od dvije komponente:

- nelinearne komponente kinematičkog očvršćenja, koje opisuje translaciju površine tečenja u prostoru naprezanja preko parametra α ,
- komponente izotropnog očvršćenja, koje opisuje promjenu ekvivalentnog naprezanja koje definira veličinu površine tečenja, kao funkciju plastične deformacije.

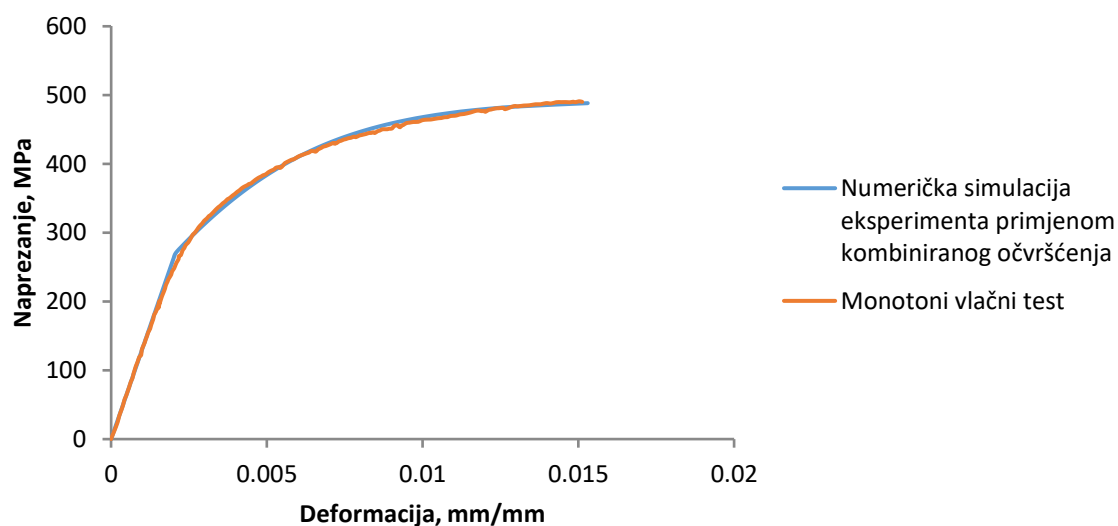
Materijalni model kinematičkog očvršćenja je validiran tako da je provedena simulacija monotonog vlačnog testa koja je uspoređena s monotonim vlačnim eksperimentom.



Slika 47 Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 6,5 g/cm³



Slika 48 Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 6,8 g/cm³



Slika 49 Monotoni vlačni test i numerička simulacija eksperimenta korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$

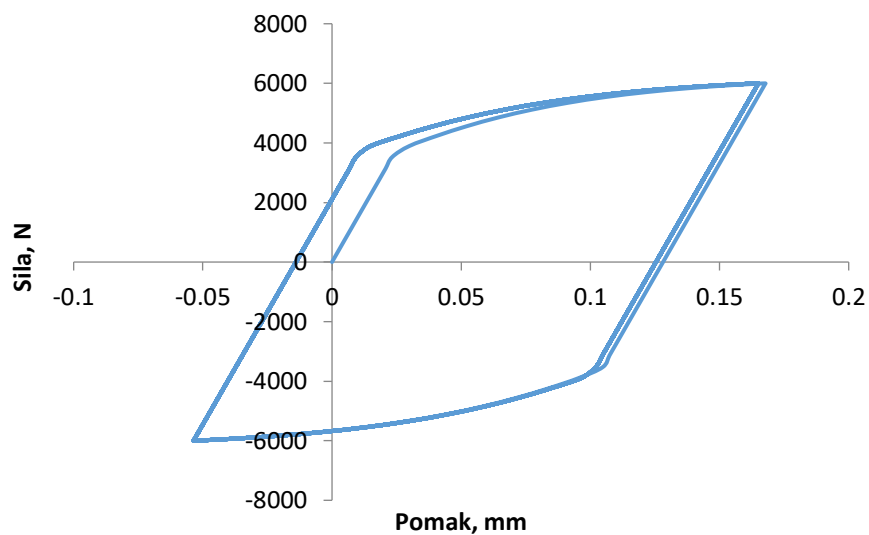
5.8. Numeričke simulacije histereza za odnos amplituda opterećenja $R = -1$

Maksimalne nametnute sile opterećenja su

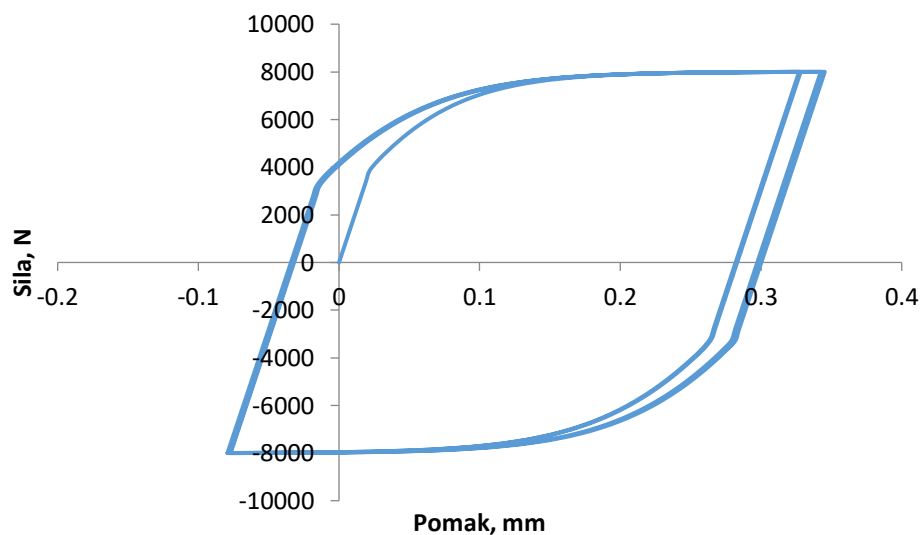
- za gustoću $6,5 \text{ g/cm}^3$ $F = 6000N$,
- za gustoću $6,8 \text{ g/cm}^3$ $F = 8000N$,
- za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ $F = 8600N$.

Za sve histereze je napravljeno 20 ciklusa opterećivanja. Nakon nekoliko ciklusa petlja histereze se stabilizira.

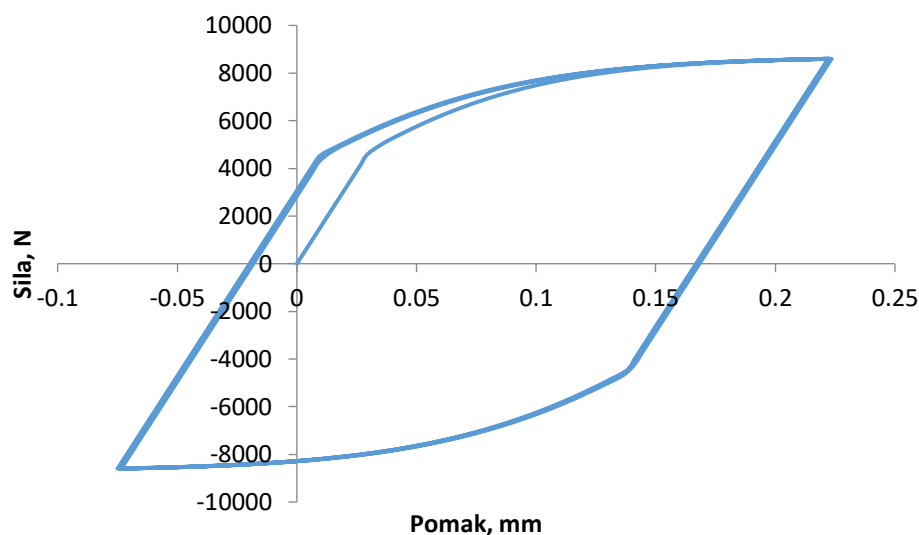
Ako promatramo rasterećenje materijala u trenutku maksimalne vlačne sile na svim dijagramima (za sve tri gustoće) se vidi da je materijal očvrstnuo u smjeru vlačnog opterećenja, odnosno granica tečenja u vlačnom smjeru je viša od granice tečenja u tlačnom smjeru. Ta pojava je efekt kinematičkog očvršćenja. Parametre kinematičkog očvršćenja moguće je validirati pomoću numeričkih simulacija histereza na slikama 50, 51 i 52 te pomoću podataka eksperimentalnih ispitivanja.



Slika 50 Numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja $R = -1$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 6,5 g/cm³



Slika 51 Numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja $R = -1$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću 6,8 g/cm³



Slika 52 Numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja $R = -1$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$

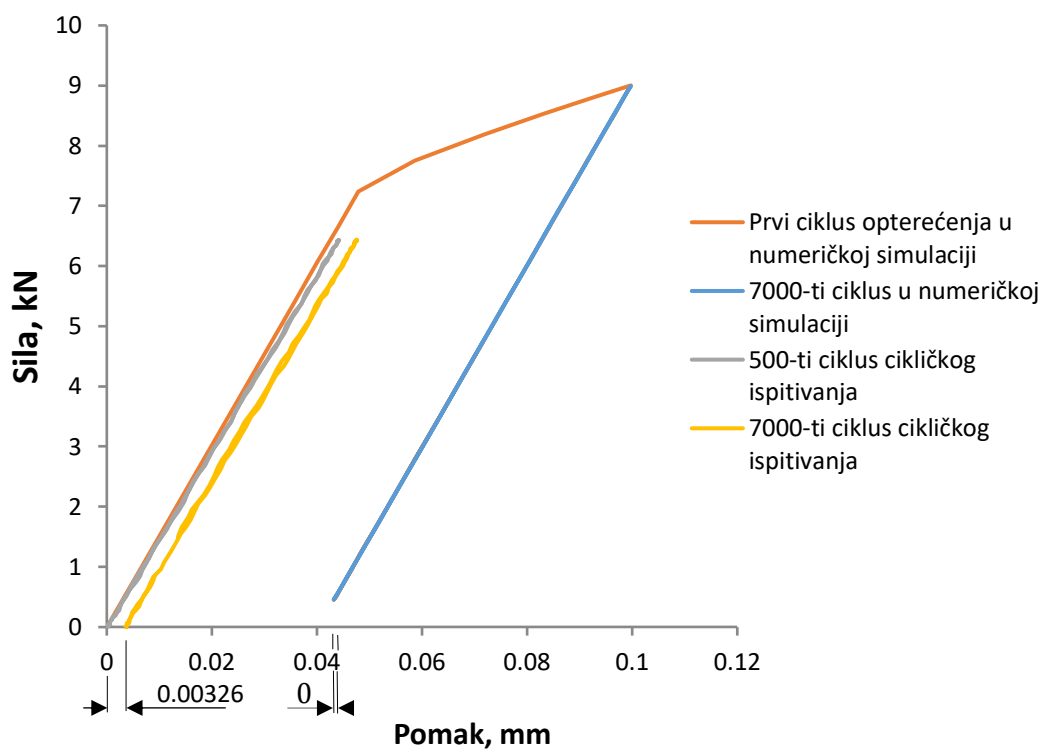
5.9. Numeričke simulacije histereza za odnos amplituda opterećenja $R = 0,05$

Maksimalne nametnute sile opterećenja su

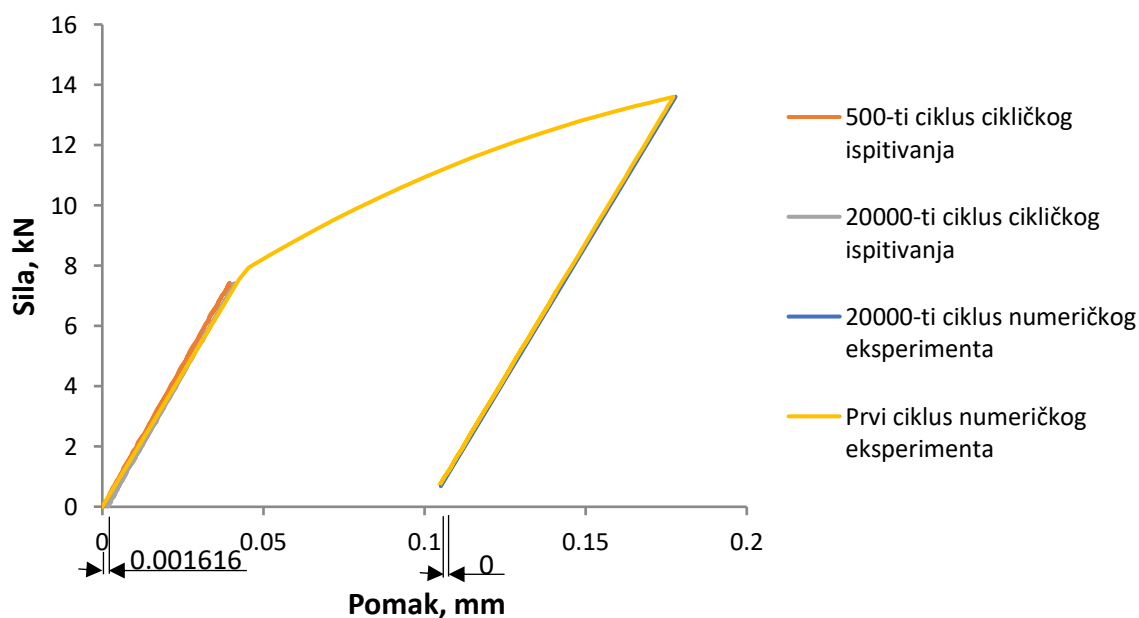
- za gustoću $6,5 \text{ g/cm}^3$ $F = 6000 \text{ N}$,
- za gustoću $6,8 \text{ g/cm}^3$ $F = 8000 \text{ N}$,
- za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ $F = 8600 \text{ N}$.

Dobiveni su podatci iz visokocikličkih ispitivanja za materijale s gustoćama $6,5$ i $6,8 \text{ g/cm}^3$. Epruvete su na ispitivanjima opterećene iznad procjenjene stvarne granice tečenja gdje se javljaju plastične deformacije. Svakim ciklusom opterećivanja plastične deformacije se akumuliraju. Ta akumulacija plastičnih deformacija se može vidjeti na slikama (Slika 53 i Slika 54) gdje su prikazani odnosi sile opterećenja i pomaka na epruveti nakon 500 i 7000 ciklusa opterećivanja za gustoću $6,5 \text{ g/cm}^3$ i nakon 500 i 20000 ciklusa opterećivanja za gustoću $6,8 \text{ g/cm}^3$.

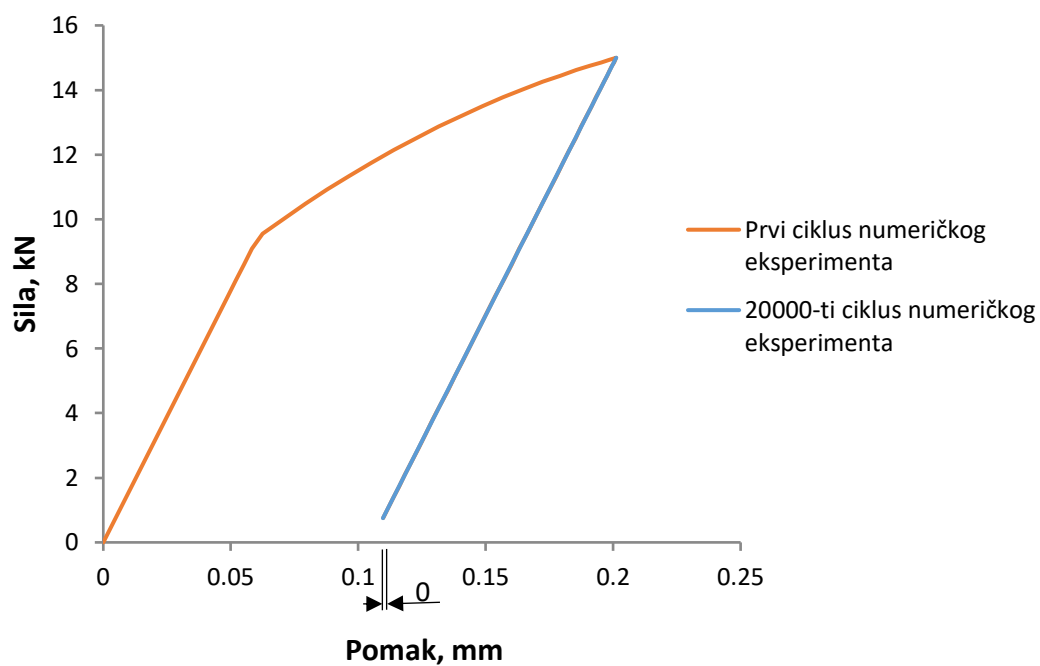
Napravljene su i numeričke simulacije cikličkih ispitivanja za isti broj ciklusa opterećivanja. Usporedbom numeričke simulacije i cikličkih ispitivanja vidi se da se nagibi elastičnih pravaca zadovoljavajuće poklapaju. Na numeričkoj simulaciji cikličkih ispitivanja ne vidi se akumulacija plastičnih deformacija nakon 7000 ciklusa, niti nakon 20000 ciklusa. Razlog tome je što nedostaju parametri oštećenja.



Slika 53 Cikličko ispitivanje i numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja $R = 0,05$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću $6,5 \text{ g/cm}^3$



Slika 54 Cikličko ispitivanje i numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja $R = 0,05$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću $6,8 \text{ g/cm}^3$



Slika 55 Numerička simulacija histereze s odnosom amplituda opterećenja $R = 0,05$ korištenjem materijalnog modela kombiniranog očvršćenja za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$

6. ZAKLJUČAK

U ovom radu je razmatrano modeliranje konstitutivnog ponašanja sinteriranog čelika Astaloy Mo + 0,2C, tri različite gustoće od $6,5 \text{ g/cm}^3$, $6,8 \text{ g/cm}^3$ i $7,1 \text{ g/cm}^3$. Kao što je bilo i očekivano duktilnost materijala je ovisila o gustoći pa je najduktilniji materijal bio onaj s najvećom gustoćom $7,1 \text{ g/cm}^3$. Također, materijal s najvećom gustoćom je imao i najveći modul elastičnosti te najveću granicu tečenja. Konstitutivno ponašanje dobiveno eksperimentalnim mjerenjima se pokazalo nelinearnim s pojavom elastoplastičnih deformacija. Za opisivanje dobivenog nelinearnog konstitutivnog ponašanja korišteni su modeli materijalnog očvršćenja. Pomoću monotonih vlačnih eksperimenata dobiveni su materijalni parametri izotropnog, kinematičkog i kombiniranog očvršćenja, te Ramberg - Osgood modela. Parametri dobivenih modela validirani su numeričkim simulacijama eksperimentalnih testova.

Svi modeli pokazali su zadovoljavajuće poklapanje s eksperimentalnim podacima. Najbolje poklapanje je pokazao Ramberg - Osgood model koji je nelinearan tijekom cijelog procesa opterećivanja, odnosno daje nelinearan odziv u dijagramu naprezanja i deformacija. Međutim, Ramberg – Osgood ne replicira elastoplastične deformacije koje se javljaju na napravljenim monotonim vlačnim eksperimentima. Modeli izotropnog, kinematičkog i kombiniranog očvršćenja opisuju ponašanje materijala od trenutka pojave plastičnih deformacija dok se za opisivanje elastičnog područja koristi Hookeov zakon. Na dijagramima naprezanja i deformacija dobivenih pokusom ne vidi se jasno izražena granica tečenja. Upravo se u tom dijelu, kada se pojavljuju prve plastične deformacije, pokazalo najveće odstupanje rezultata numeričkih simulacija monotonih vlačnih eksperimenata i monotonih vlačnih eksperimenata.

Parametri izotropnog očvršćenja dobiveni su pomoću konstitutivnog ponašanja dobivenog iz monotonih vlačnih ispitivanja te su validirani tako da su uspoređivani podatci dobiveni iz numeričkih simulacija monotonih vlačnih ispitivanja i stvarnih ispitivanja. Također, parametri kinematičkog očvršćenja dobiveni su pomoću podataka o konstitutivnom ponašanju dobivenom iz monotonih vlačnih ispitivanja te su provedene numeričke simulacije ispitivanja s promjenjivim cikličkim opterećenjem s omjerom amplituda -1 za modele kombiniranog očvršćenja. Vrijednosti parametara kinematičkog očvršćenja mogu se validirati pomoću dobivenih petlji histereza. Za model kombiniranog očvršćenja napravljene su numeričke simulacije monotonog vlačnog ispitivanja te su rezultati validirani pomoću monotonih vlačnih

testova. Također, za modele kombiniranog očvršćenja napravljene su numeričke simulacije cikličkih testova s omjerom amplituda 0,05 koje su uspoređene s provedenim cikličkim ispitivanjima za gustoće 6,5 i 6,8 g/cm³. Uspoređivanjem numeričkih rezultata i rezultata eksperimentalnih ispitivanja vidi se dobro poklapanje rezultata, što potvrđuje dobivene vrijednosti parametara kinematičkog očvršćenja.

LITERATURA

- [1] Slokar Lj., *Metalurgija praha i sinter materijali*, Sveučilište u Zagrebu, Metalurški fakultet, Sisak, 2015.
- [2] S. A. Tsukeman, *Powder Metallurgy*, Oxford University, 1965
- [3] <https://yasincapar.com/engineering-stress-strain-vs-true-stress-strain/>
- [4] EA de Souza Neto, Prof. D Perić, Prof. DRJ Owen, *Computational Methods for Plasticity Theory and Applications*, Wiley, 2009
- [5] Lemaitre, J., and J.-L. Chaboche, *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge University Press, 1990
- [6] Jurica Sorić, *Metoda konačnih elemenata – linearna i nelinearna analiza konstrukcija*, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2021
- [7] <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/gsa/default.htm?startat=ch08s01.html>
- [8] <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/gsa/default.htm?startat=ch08s01.html>
- [9] <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/stm/default.htm?startat=ch04s03ath111.html>
- [10] https://opensees.berkeley.edu/wiki/index.php/RambergOsgoodSteel_Material
- [11] <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/stm/default.htm?startat=ch04s03ath107.html>
- [12] <https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/usb/default.htm?startat=pt05ch18s02abm16.html#usb-mat-chardening>

PRILOZI

I. CD-R disc