

# Numeričko modeliranje procesa deformiranja heterogenoga sinteriranoga materijala na mikrostrukturnoj razini

---

**Pavlović, Benjamin**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:129506>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-05**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Benjamin Pavlović**

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković

Student:

Benjamin Pavlović

Zagreb, 2022.

*Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.*

*Velike zahvale mentoru prof. dr. sc. Zdenku Tonkoviću i njegovom cijenjenom suradniku Zoranu Tomiću, mag. ing. mech., na povjerenju, brojnim korisnim savjetima, stručnom vođenju i pomoći tijekom izrade ovog diplomskog rada.*

*Također se zahvaljujem svojoj obitelji koji su mi bili podrška tijekom studija i svim prijateljima koji su mi uljepšali vrijeme studiranja.*

*Benjamin Pavlović*



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: <b>602 - 04 / 22 - 6 / 1</b>	
Ur. broj: <b>15 - 1703 - 22 -</b>	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Benjamin Pavlović**

JMBAG: 0035212419

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numeričko modeliranje procesa deformiranja heterogenoga sinteriranoga materijala na mikrostrukturnoj razini**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical modelling of heterogeneous sintered material deformation processes at the microstructural level**

Opis zadatka:

U posljednje vrijeme tehnologija sinteriranih čelika pokazuje znatne prednosti u odnosu na klasičnu metalurgiju zbog nižih proizvodnih troškova, ekološke prihvatljivosti, visokog udjela iskoristivosti sirovina i dobre redukcije buke u eksploataciji. Međutim, poroznost sinteriranih čelika uzrokuje pojavu koncentracije naprezanja i akumuliranje oštećenja u mikrostrukтури materijala što pospješuje popuštanje materijala. Stoga je za pouzdanu procjenu ponašanja materijala na makrorazini potrebno na temelju poznate geometrije i materijalnih svojstava mikrokonstituenata provesti modeliranje materijala na mikrorazini.

Na temelju rezultata metalografske analize u radu je potrebno provesti numeričku simulaciju procesa deformiranja sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C na mikrostrukturnoj razini za slučaj monotonog opterećenja materijala. Za numeričke analize primijeniti program koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Pritom je potrebno analizirati realnu geometriju modela mikrostrukture materijala koja uključuje zrna ferita i bainita te pora. Na temelju metalografskih snimaka, definirati različite veličine heterogenih modela s tri različite gustoće. Udio poroznosti, te udjele ferita i bainita definirati prema metalografskim snimkama. Za modeliranje ponašanja materijala ferita i bainita koristiti dijagrame naprezanje-deformacija dobivene primjenom instrumentirane metode utiskivanja. Primjenjujući postojeće konstitutivne modele za oštećenje i elastoplastično ponašanje mikrokonstituenata materijala provesti analizu vlačnog testa. Diskretizaciju modela provesti dvodimenzijskim konačnim elementima za ravninsko stanje naprezanja, odnosno ravninsko stanje deformacije. Na rubove modela dodijeliti rubne uvjete pomaka te promjenom gustoće mreže konačnih elemenata analizirati konvergenciju rješenja. Numeričke rezultate simulacije usporediti s eksperimentalnim mjerenjima.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

Datum predaje rada:

Predviđeni datumi obrane:

5. svibnja 2022.

7. srpnja 2022.

18. – 22. srpnja 2022.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

# SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	V
POPIS OZNAKA .....	VI
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY .....	IX
1. UVOD .....	2
1.1. Metalurgija praha .....	3
1.2. Sinteriranje i sinterirani čelici .....	4
2. MEĐUSOBNA OVISNOST NAPREZANJA I DEFORMACIJA.....	7
3. KONSTITUTIVNI MATERIJALNI MODELI .....	8
3.1. Linearno-elastično ponašanje materijala.....	8
3.2. Elastoplastično ponašanje materijala .....	9
3.2.1. Očvršćenje materijala.....	12
3.3. Ramberg Osgoodov materijalni model .....	17
3.4. Model oštećenja.....	18
3.4.1. Inicijacija oštećenja.....	19
3.4.2. Propagacija oštećenja .....	21
4. INSTRUMENTIRANA METODA UTISKIVANJA .....	26
5. METODA KONAČNIH ELEMENATA .....	27
5.1. Uvod u metodu konačnih elemenata .....	27
5.2. Programski paket Abaqus.....	28
5.3. Osnovni pravokutni element .....	28
5.4. Konvergencija rješenja.....	32
6. VIŠERAZINSKO MODELIRANJE .....	34
6.1. Reprezentativni volumenski element .....	35
7. HETEROGENO MODELIRANJE .....	36
8. REZULTATI I ANALIZA NUMERIČKE SIMULACIJE.....	42
8.1. Elastično ponašanje materijala .....	42
8.2. Elastoplastično ponašanje materijala .....	44
8.2.1. Elastoplastično ponašanje materijala za različite instrumentirane metode utiskivanja.....	44

---

8.2.2. Kalibracija materijalnih parametara .....	45
8.3. Elastoplastično ponašanje materijala s oštećenjem.....	49
9. ZAKLJUČAK .....	53
LITERATURA.....	55
PRILOZI.....	57

## POPIS SLIKA

Slika 1.1 Osnovni procesi metalurgije praha [2].....	3
Slika 1.2 Prikaz tehnološke operacije u konvencionalnom postupku [2].....	4
Slika 1.3 Faze procesa sinteriranja (s lijeva na desno) [3].....	5
Slika 1.4 Tipični dijelovi od sinteriranog čelika [4].....	6
Slika 2.1 Konvencionalni dijagram naprežanja [5].....	7
Slika 3.1 Von Misesova i Trescina ploha tečenja [8].....	11
Slika 3.2 Izotropno (lijevo) i kinematičko (desno) očvršćenje [8].....	13
Slika 3.3 Kruto-idealno plastični model [8].....	14
Slika 3.4 Elasto-idealno plastični materijalni model [8].....	15
Slika 3.5 Kruto linearno očvršćujući materijalni model [8].....	15
Slika 3.6 Linearno očvršćenje [8].....	16
Slika 3.7 Elastično-linearno očvršćujući materijalni model [8].....	16
Slika 3.8 Ramberg Osgoodov materijalni model [8].....	17
Slika 3.9 Faze duktilnog oštećenja [11].....	19
Slika 3.10 Dijagram naprežanje-deformacija kod inicijacije i propagacije oštećenja [11].....	21
Slika 3.11 Poprečni presjek materijala s oštećenjem [8].....	22
Slika 3.12 Elastični odziv materijala tijekom opterećenja i rasterećenja [11].....	24
Slika 4.1 Indentacijska krivulja i aproksimirana kvadratna krivulja.....	26
Slika 5.1 Osnovni konačni elementi [15].....	27
Slika 5.2 Osnovni pravokutni konačni element [15].....	29
Slika 5.3 Konvergencija rješenja [15].....	33
Slika 6.1 Prikaz višerazinskog modeliranja [18].....	34
Slika 6.2 Prikaz postupka odabira RVE od makrorazine [19].....	35
Slika 7.1 Mikrostruktura sinteriranog čelika.....	36
Slika 7.2 Prikaz primjera raspoznavanja bainitnih i feritnih zrna te pora.....	37
Slika 7.3 Prikaz modela za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ za sve tri veličine.....	38
Slika 7.4 Prikaz seta bainita i ferita za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ i veličinu L.....	39
Slika 7.5 Prikaz zadanih rubnih uvjeta i rubnih pomaka za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ i veličinu L....	40
Slika 7.6 Mreža od 111432 konačna elementa za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ i veličinu L.....	40
Slika 7.7 Konvergencija rješenja za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ i veličinu L.....	41
Slika 8.1 Dijagram normalno naprežanje u smjeru osi x-deformacija za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ za elastično ponašanje materijala.....	42



Slika 8.2 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija za gustoću $6,8 \text{ g/cm}^3$ za elastično ponašanje materijala.....	43
Slika 8.3 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija za gustoću $6,5 \text{ g/cm}^3$ za elastično ponašanje materijala.....	43
Slika 8.4 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ veličinu $L$ i sve tri metode.....	45
Slika 8.5 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ i sve tri veličine za GiannakopoulosFE metodu .....	45
Slika 8.6 Prikaz kalibracije materijalnih parametara.....	46
Slika 8.7 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ za elastoplastično ponašanje materijala .....	47
Slika 8.8 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija za gustoću $6,8 \text{ g/cm}^3$ za elastoplastično ponašanje materijala .....	47
Slika 8.9 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija za gustoću $6,5 \text{ g/cm}^3$ za elastoplastično ponašanje materijala .....	48
Slika 8.10 Usporedni dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija za Ramberg Osgoodov model i von Misesov plastični model .....	48
Slika 8.11 Idealizirani dijagram naprezanje-deformacija za gustoću $7,1 \text{ g/cm}^3$ na temelju podataka dobivenih iz eksperimenta .....	49
Slika 8.12 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi $x$ -deformacija za sve gustoće za elastoplastično ponašanje materijala s oštećenjem.....	51
Slika 8.13 Prikaz ekvivalentne plastične deformacije za elastoplastično ponašanje materijala s oštećenjem za gustoću $6,8 \text{ g/cm}^3$ i veličinu $M$ .....	52

## **POPIS TABLICA**

Tablica 7.1 Prikaz udjela bainita, ferita i pora u modelima .....	38
Tablica 8.1 Prikaz materijalnih parametara za tri različite metode [23] .....	44
Tablica 8.2 Parametri oštećenja očitani iz idealiziranog dijagrama naprezanje-deformacija za gustoću 7,1 g/cm <sup>3</sup> .....	50

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$\mathbf{B}$	-	matrica ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima
$\mathbf{D}$	-	tenzor elastičnosti
$\mathbf{D}_e$	-	diferencijalni operator
$\mathbf{D}_k$	-	kinematički diferencijalni operator
$\mathbf{D}^{ep}$	-	elastoplastični tenzor krutosti
$D, d$	-	varijabla oštećenja
$E$	MPa	Youngov modul elastičnosti
$E_S$	MPa	sekantni modul elastičnosti
$E_t$	MPa	tangentni modul elastičnosti
$F$	N	sila
$G$	MPa	modul smicanja
$g$	-	plastični potencijal
$I_1, I_2, I_3$	-	invarijante tenzora naprezanja
$J_1, J_2, J_3$	-	invarijante devijatora tenzora naprezanja
$K$	MPa	modul plastičnosti
$L$	m	duljina elementa
$\mathbf{N}$	-	matrica funkcija oblika
$\mathbf{N}_s$	-	matrica rubnih funkcija oblika
$p$	MPa	hidrostatski tlak
$q$	MPa	Ekvivalentno von Misesovo naprezanje
$\mathbf{q}$	-	vektor volumenskih sila
$\mathbf{q}_b$	-	vektor površinskog opterećenja
$R_m$	MPa	vlačna čvrstoća
$S$	m <sup>2</sup>	površina
$\mathbf{S}$	MPa	tenzor naprezanja
$S_{ij}$	-	tenzor devijatora naprezanja
$t$	s	vrijeme
$\mathbf{u}$	-	vektor pomaka
$\mathbf{u}_b$	-	vektor rubnih pomaka
$u, v, w$	m	komponente pomaka u smjeru koordinatnih osi
$\mathbf{V}$	-	globalni vektor stupnjeva slobode
$\mathbf{v}$	-	lokalni vektor stupnjeva slobode
$w_D$	-	varijabla stanja
$Y$	-	izotropno očvršćenje
$x, y, z$	-	Kartezijske koordinate
$\boldsymbol{\alpha}$	MPa	tenzor povratnog naprezanja
$\boldsymbol{\gamma}$	MPa	tenzor relativnog naprezanja

---

$\delta_{ij}$	-	Kroneckerov simbol
$\varepsilon$	-	deformacija
$\boldsymbol{\varepsilon}$	-	tenzor deformacije
$\varepsilon_{ij}^e$	-	tenzor elastične deformacije
$\varepsilon_{ij}^p$	-	tenzor plastične deformacije
$\dot{\varepsilon}^p$	-	brzina ekvivalentne plastične deformacije
$\eta$	-	troosnost naprezanja
$\kappa$	-	parametar očvršćenja
$\lambda$	-	faktor opterećenja
$\lambda, \mu$	-	Lameove konstante
$d\lambda$	-	plastični multiplikator
$d\mu$	-	faktor proporcionalnosti
$\nu$	-	Poissionov faktor
$\rho$	kg/m <sup>2</sup>	gustoća
$\boldsymbol{\sigma}$	MPa	tenzor naprezanja
$\sigma$	MPa	normalno naprezanje
$\sigma_y$	MPa	granica tečenja
$\sigma_{y0}$	MPa	početna granica tečenja
$\tau$	MPa	tangencijalno naprezanje

## SAŽETAK

Sinterirani materijali su u posljednje vrijeme postali neizostavan dio u sustavima prijenosa snage i gibanja. Zbog relativno niskih troškova proizvodnje, visoke iskoristivosti materijala, smanjenja buke i vibracija te ekološke prihvatljivosti sinterirani materijali imaju veliku prednost u odnosu na klasične materijale. Jedan od problema sinteriranih materijala je poroznost zbog koje dolazi do koncentracije naprezanja na mikrorazini što pospješuje nastanak i razvoj oštećenja u materijalu.

Dobivenim rezultatima metalografske analize u ovom radu je provedeno numeričko modeliranje procesa deformiranja heterogenog sinteriranog materijala Astaloy Mo+0,2C na mikrostrukturnoj razini za konstitutivne modele oštećenja i elastoplastičnog ponašanja materijala. Analizirane su tri različite gustoće sinteriranih čelika i posebno za svaku gustoću tri različite veličine modela. Dvodimenzionalni heterogeni modeli sastoje se od kristalnih zrna ferita i bainita te pora. Svojstva ferita i bainita su dobivena preko instrumentirane metode utiskivanja. Predprocesiranje, procesiranje i postprocesiranje je provedeno u programskom paketu Abaqus koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Nakon numeričke simulacije prikazan je utjecaj različitih veličina modela te utjecaj različitih poroznosti za elastično i elastoplastično ponašanje materijala te za elastoplastično ponašanje materijala s oštećenjem.

Rad je koncipiran tako da je dan kratki uvod o metalurgiji praha i sinteriranim čelicima. Nakon toga su opisani konstitutivni modeli ponašanja materijala korištenih u ovom radu. Kratko je opisana instrumentirana metoda utiskivanja na mikrorazini i rekonstrukcija podataka za dobivanje materijalnih svojstava korištenih u ovom radu. Dan je uvid u metodu konačnih elemenata i prikazana je formulacija dvodimenzionalnih elemenata korištenih za numeričku simulaciju. Na kraju je opisan postupak predprocesiranja modela te su analizirani rezultati. Rezultati numeričkih analiza uspoređeni su s eksperimentalnim rezultatima na makrorazini dobivenih putem jednoosnih testova. Na kraju, prema rezultatima dan je zaključak.

*Ključne riječi:* elastoplastični model, koncentracija naprezanja, metalografska analiza, numerička analiza, poroznost, sinterirani čelik, heterogenost

## SUMMARY

Sintered materials have recently become an indispensable part of power and motion transmission systems. Due to relatively low production costs, high material efficiency, reduced noise and vibration, and low environmental impact, sintered materials have a great advantage over classic materials. One of the problems of sintered materials is porosity, due to which there is a microlevel stress concentration which promotes the initiation and propagation of damage in the material.

Using the obtained results of metallographic analysis, numerical modeling of the deformation process of the heterogeneous sintered material Astaloy Mo+0.2C at the microstructural level was carried out in this work for constitutive models of damage and elastoplastic behaviour of the material. Three different densities of sintered steels were analysed and separately for each density three different model sizes. Two-dimensional heterogeneous models consist of crystalline grains of ferrite and bainite and pores. The properties of ferrite and bainite were obtained through the instrumented indentation method. Preprocessing, processing and postprocessing was performed in the Abaqus software package, which is based on the finite element method. After the numerical simulation, the influence of different sizes and the influence of different porosity for the elastic and elastoplastic behaviour of the material and for the elastoplastic behaviour of the material with damage is shown.

The paper is designed in such a way that a short introduction to powder metallurgy and sintered steels is given. After that, the constitutive models of the behaviour of the materials used in this work are described. The instrumented micro-level indentation method and data reconstruction to obtain the material properties used in this work are briefly described. An insight into the finite element method is given and the formulation of two-dimensional elements used for numerical simulation is presented. At the end, the model preprocessing procedure is described, and the results are analysed. The results of the numerical analyses were compared with the experimental results at the macro level obtained through uniaxial tests. Finally, according to the results, a conclusion is given.

*Keywords:* elastoplastic model, heterogeneity, metallographic analysis, numerical analysis, porosity, sintered steel, stress concentration

## **1. UVOD**

Klimatske promjene, gubitak proizvoda, a u krajnjem slučaju i ljudskih života uzrokovan degradacijom materijala i strojeva dovodi do uvijek sve veće potrebe za izradom materijala s boljim mehaničkim svojstvima. Predviđanje pojave oštećenja i loma materijala u ranoj fazi iznimno su važni pri izradi modernih materijala, a samim tim i strojnih komponenti.

Dugoročnost materijala ili strojne komponente često je diktirana oštećenjima i nepravilnostima na mikroskopskoj razini, stoga su numeričke simulacije jako važan korak u razvoju i konstrukciji modernih materijala. Numeričke simulacije smanjuju potreban broj prototipa za proizvodnju te sam trošak izrade određene komponente dok pri tom povećavaju učinkovitost i pouzdanost strojeva.

Analizom mikrostrukture nekog materijala, odnosno kompozicije njegovih mikrokonstituenata može se lokalizirati ili čak spriječiti nastanak i grananje mikropukotina koje dovode do makro oštećenja te same degradacije materijala. Aditivna proizvodnja, proizvodnja polimera, kompozitnih materijala te sinteriranje neke su od tehnologija proizvodnje koje izravno profitiraju od pravilne raspodjele mikrokonstituenata, njihove veličine i oblika.

Manipulacijom mikrostrukture materijala proizvodimo dugovječnije, učinkovitije i sigurnije elemente stroja s lakšim te jeftinijim održavanjem što je glavna značajka moderne konstrukcije.

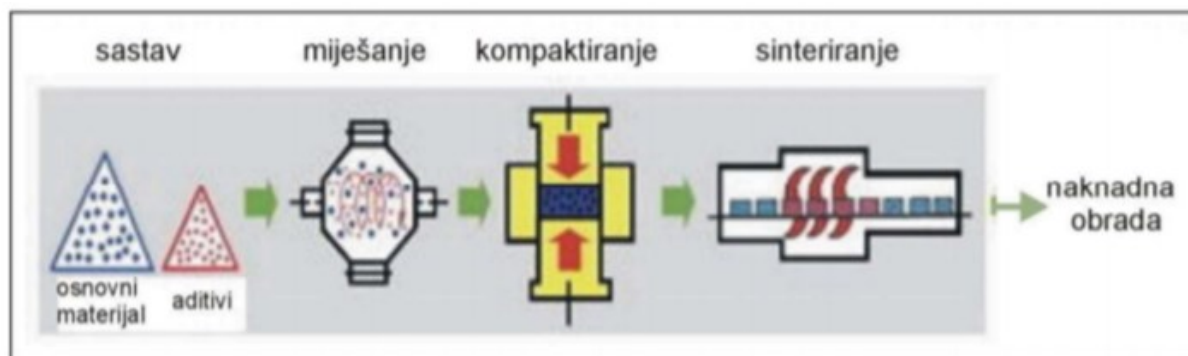
[1]

## 1.1. Metalurgija praha

Metalurgija praha predstavlja novu, ali izuzetno bitnu granu moderne industrije. Ona nudi rješenja za proizvodnju materijala koji imaju jako visoke točke tališta poput reznih alata izuzetno visoke tvrdoće. Tehnologija metalurgije praha dozvoljava stvaranje određenih legura na nižim temperaturama što je velika prednost tehnologije zbog nedostatka peći u kojima se mogu postići izuzetno visoke temperature. Kao početnu fazu ne koristi taljenje nego proces konsolidacije prahova ili njihovih legura čiji se dobiveni produkti toplinski tretiraju u posebno dizajniranim pećima na temperaturi ispod točke tališta, a taj proces se naziva sinteriranje. Metalurgija praha danas je postala jedna od glavnih tehnologija proizvodnje metalnih legura odnosno postala je gotovo jednaka tehnologijama lijevanja i taljenja jer dozvoljava masovnu, ali i ekonomičnu proizvodnju složenih legura.

Proces metalurgije praha sastoji se od četiri tehnološke operacije, a to su redom (slika 1.1):

1. proizvodnja praha,
2. stvaranje mješavine prahova,
3. kompaktiranje praha,
4. sinteriranje. [2]



Slika 1.1 Osnovni procesi metalurgije praha [2]

Postupci metalurgije praha mogu se podijeliti u dvije skupine, a to su konvencionalni postupci i postupci u kojima se postižu velike gustoće. Konvencionalne postupke karakterizira osnovne tehnološke operacije koje su prethodno navedene.





Slika 1.2 Prikaz tehnološke operacije u konvencionalnom postupku [2]

Konvencionalni postupak (slika 1.2) započinje odabirom polaznih prahova i aditiva. Nakon toga slijedi mljevenje/miješanje praha i matrice s pomoću tekućeg medija koji je zaslužan za smanjenje trenja između praha i bubnja mlina. Taj postupak sadrži i proces sušenja mješavine, pri kojem se tekući medij uklanja. Kako bi se što bolje oblikovao proizvod izvodi se proces plastifikacije u kojem se prah dovodi u stanje tečenja. Sljedeći postupak koji se događa jest kompaktiranje praha. Taj postupak se provodi u kalupu uz pomoć vertikalnog kretanja žiga čime se stavljaju ograničenja na dimenzije i oblik proizvoda. Idući postupak koji slijedi nakon kompaktiranja jest sinteriranje. Postoje dva različita načina sinteriranja, a to su sinteriranje u čvrstoj i sinteriranje u tekućoj fazi. Glavna karakteristika sinteriranja u čvrstoj fazi jest mala promjena volumena i dimenzija te se zbog toga taj postupak uglavnom koristi za sinteriranje čelika jer se tijekom procesa događa promjena dimenzija manja od 0,3 %. Sinteriranje u tekućoj fazi karakterizira značajne promjene u volumenu i dimenzijama te povećanje gustoće. Navedeni postupak koristi se za različite sastave legura pri čemu dolazi do promjene dimenzija u rasponu od 18-26 %. [2]

## 1.2. Sinteriranje i sinterirani čelici

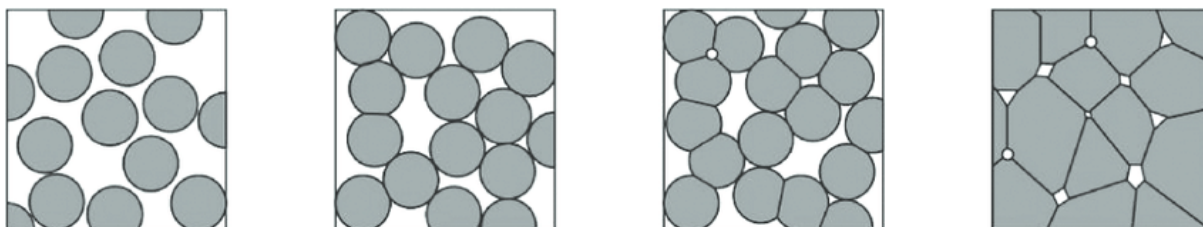
Jedna od bitnih tehnoloških operacija u postupku metalurgije praha jest sinteriranje. Definira se kao konsolidacija otpreska ili praha određenog sastava na nižoj temperaturi od one tališta glavnog čimbenika kako bi se postiglo povezivanje i bolja čvrstoća. Postupak se obavlja u kontroliranim temperaturnim i klimatskim uvjetima.

Ovom tehnologijom se primjenom toplinske energije iz metalnih i keramičkih prahova proizvode materijali željene gustoće. Djelovanjem topline dolazi do protoka materijala kroz prah što uzrokuje smanjenje površine materijala po jedinici mase zbog izmjene geometrije pora te povećanja njihovog broja u volumenu i zbog većeg međučestičnog kontakta. Sinteriranje, najjednostavnije definirano, jest spajanje čestica na visokim temperaturama. Gibanjem atoma se čestice spajaju, ovisno o veličini, to jest ako su manje i što je površinska energija veća, to se brže spajaju. Čestice praha se vežu pri određenoj temperaturi, dovoljno visokoj da se pokrene ubrzani proces difuzije između atoma čestica praha koji se međusobno spajaju i tvore čvrstu masu. Cijeli taj proces je opsežan i obuhvaća više mehanizama prijenosa materijala. Za vrijeme sinteriranja dolazi do zgušnjavanja, skupljanja, stvaranja kristalne otopine i konačnog stvaranja mikrostrukture.

Parametri koji najviše utječu na postupak sinteriranja su:

- geometrijska struktura čestica
- temperatura i vrijeme
- gustoća kompakta
- sastav smjese praha
- sastav zaštitne atmosfere u peći za sinteriranje

Adhezija, bez koje je sinteriranje nemoguće, i promjena oblika čestica, koja uzrokuje zgrušnjavanje, su dvije glavne pojave kod sinteriranja praha. Tijekom vremena, stupanj adhezije kontakta čestica praha se povećava, uzrokujući da prvobitna masa praha polako postigne određenu čvrstoću. Većinu vremena, bez obzira na to je li prah bio ranije kompaktiran ili ne, pod povoljnim uvjetima odgovarajuće temperature i trajanja procesa, masena gustoća praha se povećava i konačna gustoća približava gustoći čvrstog metala, zvanom teorijska gustoća te se smanjuje broj pora. Na slici 1.3 prikazane su faze procesa sinteriranja.



Slika 1.3 Faze procesa sinteriranja (s lijeva na desno) [3]

Zbog relativno zahtjevnog i složenog procesa proizvodnje osnovne sirovine, sinteriranje čelika razvilo se tek nakon što su gotovo u potpunosti bili razvijeni postupci sinteriranja ostalih tvrdih metala i keramičkih materijala. Zbog relativno niskih proizvodnih troškova i prikladnosti za primjenu u proizvodnji dijelova u sustavim za prijenos snage i gibanja, sinterirani čelici danas su jedan od najčešćih i najbitnijih materijala u metalurgiji praha a njihova važnost se posebno ističe u autoindustriji. Na slici 1.4 su prikazani tipični dijelovi od sinteriranog čelika.

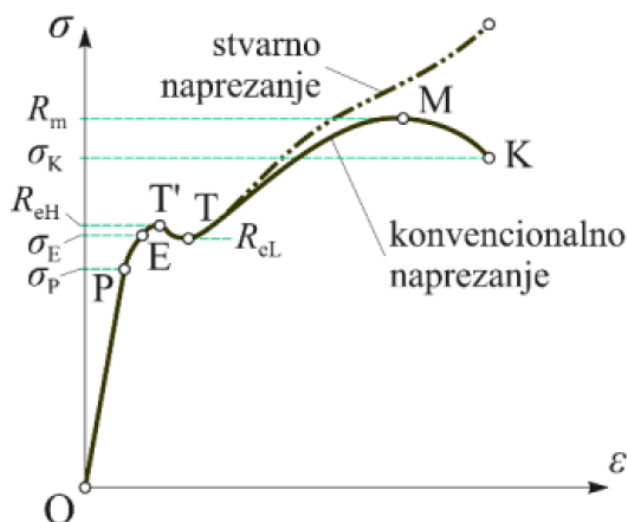


Slika 1.4 Tipični dijelovi od sinteriranog čelika [4]

Sinteriranjem čelika teži se istom cilju kao i u ostalim materijalima: dobivanje izotropne strukture proizvedenih materijala. Ovakva struktura pogodnija je za difuziju od anizotropne strukture, što sinterirane materijale čini pogodnijim za termokemijsku obradu i obradu prevlačenjem. Osim spomenutih niskih proizvodnih troškova sinteriranje čelika ima i visoku ekološku prihvatljivost i udio iskorištenih sirovina. Najznačajnija negativna osobina ovih materijala je relativno visoka krhkost. [2]

## 2. MEĐUSOBNA OVISNOST NAPREZANJA I DEFORMACIJA

Da bi mogli definirati odnos između deformacija i napreznja potrebno je poznavati konstitutivne relacije. Na slici 2.1 je prikazan konvencionalni dijagram razvlačenja koji je dobiven vlačnim testom ispitnog uzorka provedenog na jednoosnom testu. Provedbom vlačnog testa dobivamo većinu bitnih informacija o mehaničkim svojstvima materijala.



Slika 2.1 Konvencionalni dijagram napreznja [5]

Područje dijagrama od točke O do točke P predstavlja linearni dio gdje vrijedi Hookeov zakon. Točka E je granica elastičnosti i svaka deformacija do te granice će biti povratna. Kada deformacija prođe točku E pojavit će se plastična deformacija i rasterećenjem materijal neće doći u prvobitni oblik. Točka M predstavlja vlačnu čvrstoću gdje dolazi do inicijacije oštećenja u materijalu, a kada deformacija dosegne točku T tj. lomnu čvrstoću dolazi do potpunog loma uzorka. [5]

### 3. KONSTITUTIVNI MATERIJALNI MODELI

#### 3.1. Linearno-elastično ponašanje materijala

Linearno-elastično ponašanje materijala kako je već rečeno u prethodnom poglavlju opisano je Hookeovim zakonom koji glasi:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e, \quad (3.1)$$

gdje je  $D_{ijkl}$  matrica elastičnosti opisana tenzorom četvrtog reda, a naprezanje  $\sigma_{ij}$  i elastična deformacija  $\varepsilon_{kl}^e$  su tenzori drugog reda. Za materijale koji u svim smjerovima imaju jednaka svojstva, matrica elastičnosti je simetrična i sačinjavaju je dvije nezavisne konstante, modul elastičnosti  $E$  i modul smicanja  $G$ . Poissonov faktor nam daje vezu između ove dvije konstante i zapisana je u obliku:

$$\frac{E}{G} = 2(1 + \nu). \quad (3.2)$$

Matrica elastičnosti se može dobiti prema jednadžbi:

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}). \quad (3.3)$$

U izrazu (3.3)  $\lambda$  i  $\mu$  su Laméove elastične konstante koje se mogu dobiti prema jednadžbama:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad (3.4)$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

a  $\delta_{ij}$  je Kroneckerov simbol za koji vrijedi:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (3.5)$$

Tenzor naprezanja se sastoji od normalnih (sferni dio) i tangencijalnih (devijatorski dio) naprezanja:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} + S_{ij}. \quad (3.6)$$

Prvi član u izrazu (3.6) utječe isključivo na promjenu volumena (veličinu tijela prilikom deformiranja) kod izotropnih materijala, a drugi član mijenja oblik tijela. Sferni dio tenzora naprežanja još se naziva i hidrostatski dio te se može prikazati sljedećim načinom:

$$\sigma_{ij}^0 = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}\sigma_{kk} = p. \quad (3.7)$$

Kod rješavanja realnih problema pokušavamo ih svesti na jednostavne slučajeve primjenom određenih pretpostavki pa tako možemo razlikovati dva slučaja:

- ravninsko stanje deformacija
- ravninsko stanje naprežanja

Za ravninsko stanje deformacija elastično tijelo ima pomake točaka jednake u međusobno paralelnim ravninama te ti pomaci ne ovise o koordinati okomitoj na te ravnine, dok je ravninsko stanje naprežanja opisano naprežanjima koja postoje u međusobno paralelnim ravninama i ne ovise o koordinati okomitoj na te ravnine. [6]

### 3.2. Elastoplastično ponašanje materijala

Dok je elastična deformacija povratna, plastična deformacija je nepovratna i trajna. Ukupna deformacija za slučaj elastoplastičnog ponašanja materijala se može izraziti zbrojem elastične i plastične deformacije:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p, \quad (3.8)$$

pa se izraz (3.1) može zapisati:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p), \quad (3.9)$$

gdje je  $\sigma_{ij}$  Cauchyjev tenzor naprežanja, a  $\varepsilon_{ij}$  Green-Lagrangeov tenzor deformacija kod kojeg vrijedi vrijedi:

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k} + u_{m,k}u_{m,l}), \quad (3.10)$$

gdje je  $u_k$  vektor pomaka. Za male deformacije treći član u zagradi nestaje.

Do pojave plastičnog deformiranja tijela pri jednoosnom stanju napreznja dolazi kada napreznje dostigne granicu tečenja. Tako možemo definirati uvjet tečenja koji pri jednoosnom stanju napreznja ima oblik:

$$\sigma = \sigma_y, \quad (3.11)$$

a kad imamo višeosno stanje napreznja pomoću skalarne funkcije moguće je opisati uvjet tečenja, koja ovisi o napreznju  $\sigma_{ij}$ , plastičnoj deformaciji  $\varepsilon_{ij}^p$  i o promjeni plastične deformacije  $\kappa$  nazivom parametrom očvršćenja:

$$f = f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \kappa) = 0. \quad (3.12)$$

Izraz (3.12) je implicitna funkcija hiperbole koja predstavlja plohu tečenja. Kada imamo  $f < 0$ , to znači da nije došlo do povećanja plastične deformacije nego se materijal nalazi u elastičnom području. Kada imamo da je  $f = 0$  došlo je do plastične deformacije, a za slučaj  $f > 0$  bi značilo da je točka izvan plohe tečenja što nije moguće.

Sljedećim izrazima su prikazane tri glavne invarijante tenzora napreznja koje su nam potrebne za izvod funkcije tečenja:

$$I_1 = \sigma_{ii}, \quad I_2 = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij}, \quad I_3 = \frac{1}{2} \sigma_{ik} \sigma_{kl} \sigma_{li}, \quad (3.13)$$

Nakon toga slijede invarijante devijatora tenzora napreznja:

$$J_1 = S_{ii}, \quad J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}, \quad J_3 = \frac{1}{2} S_{ik} S_{kl} S_{li}, \quad (3.14)$$

Funkcija tečenja za izotropne materijale neovisna je o pravcima glavnih napreznja tj. svi smjerovi su jednako vrijedni:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0, \quad (3.15)$$

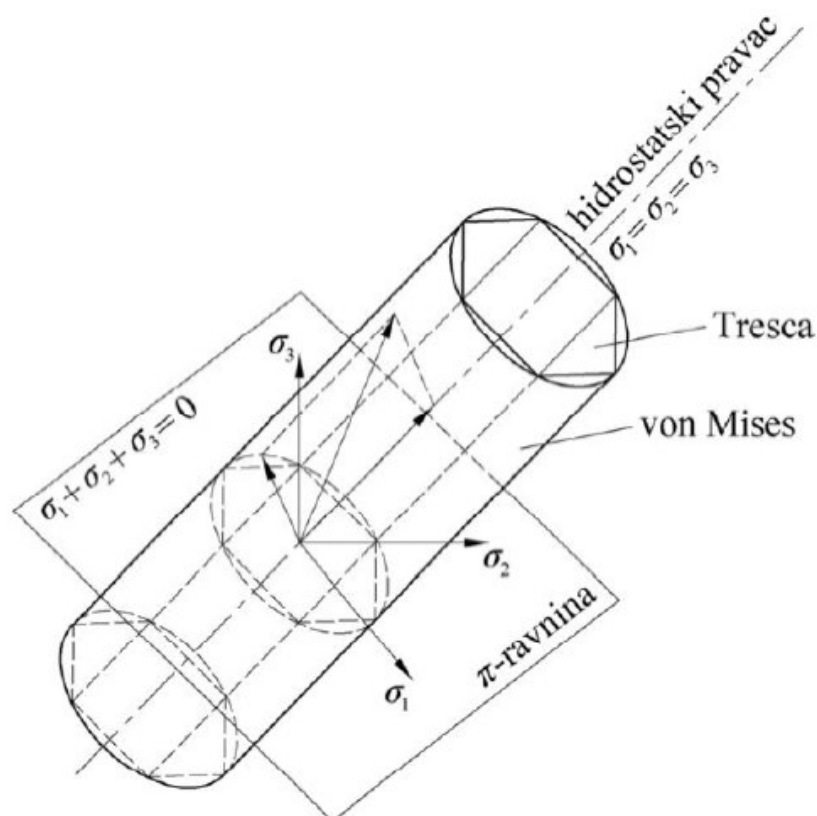
Tečenje materijala ne ovisi o srednjem napreznju  $\sigma_{ii}$ , što je pokazano eksperimentom, pa invarijanta napreznja iščezava. Funkcija tečenja ovisi samo o drugoj i trećoj invarijanti devijatora napreznja jer devijatorski dio opisuje plastično tečenje:

$$f(J_1, J_2) = 0, \quad (3.16)$$

U trodimenzijskom prostoru naprezanja gdje su koordinatne osi glavna naprezanja prikazuje se funkcija tečenja. Pravac koji ima jednake kutove za sve tri koordinatne osi naziva se hidrostatski pravac. Sva tri glavna naprezanja u točkama tog pravca su jednaka. Ravnina koja je okomita na taj pravac i prolazi ishodištem naziva se  $\pi$ -ravnina i opisana je jednadžbom:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0. \quad (3.17)$$

Ravnine koje su paralelne ravnini iz izraza (3.17) nazivaju se devijatorske ravnine. Ploha tečenja siječe  $\pi$  ravninu u krivulji koju zovemo krivulja tečenja. Srednje normalno naprezanje u bilo kojoj točki  $\pi$  ravnine jednako je nuli. Vektor stanja naprezanja koji polazi iz ishodišta može se rastaviti na sferni (komponenta vektora paralelna s hidrostatskim pravcem) i devijatorski (komponenta vektora okomita na hidrostatski pravac) dio. Na slici 3.1 su prikazane Misesova i Trescina ploha tečenja koje su i ujedno najčešće korišteni kriteriji tečenja. Također se sa slike može uočiti da von Misesova ploha tečenja poprima oblik kružnog cilindra, a Trescina oblik pravilne šesterostrane prizme. [7]-[9]



Slika 3.1 Von Misesova i Trescina ploha tečenja [8]



Kod von Misesovog kriterija tečenja kada druga invarijanta tenzora naprežanja dosegne kritičnu vrijednost dolazi do nastupa tečenja materijala, a izraz je moguće zapisati kao:

$$f(J_2) = J_2 - k^2 = 0. \quad (3.18)$$

pri čemu  $k$  predstavlja materijalno svojstvo. Za razliku od von Misesovog kriterija, prema Trescinom kriteriju u materijal dolazi do tečenja kada maksimalno posmično naprežanje dosegne kritičnu vrijednost, a izraz se može zapisati u obliku:

$$f(\tau_{max}) = \tau_{max} - k^2 = 0. \quad (3.19)$$

### 3.2.1. Očvršćenje materijala

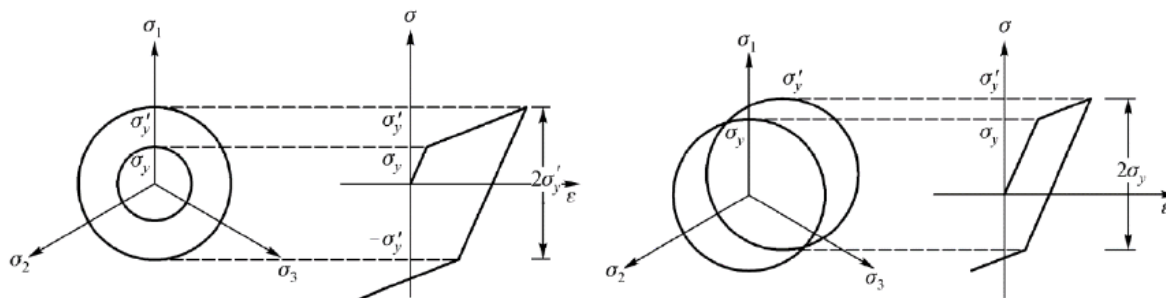
U sljedećem dijelu će biti opisan pojam očvršćenja materijala. Kada imamo neočvršćujući materijal krivulja tečenja tijekom deformiranja ostaje konstanta. Jedan od velikih problema kod modeliranja plastičnog deformiranja materijala je opisivanje promjene položaja plohe tečenja. Zbog tog razlog su razvijeni modeli očvršćenja materijala. Dva najučestalija modela su:

- Izotropno očvršćenje
- Kinematsko očvršćenje

Izotropno očvršćenje predstavlja jednoliko širenje plohe tečenja u svim smjerovima i temelji se na izotropnosti materijala, pri čemu nema promjene granice tečenja tj. središte plohe ostaje nepromijenjeno.

Za razliku od izotropnog očvršćenja, kinematsko očvršćenje nema promjenu veličine plohe ali dolazi do transliranja kao kruto tijelo u prostoru. Kinematsko očvršćenje razmatra tijelo kao neizotropni kontinuum te je njime moguće opisati Bauschingerov efekt. Posljedica Bauschingerovog efekta je reducirana granica tečenja materijala ako u drugom ciklusu opterećenja, opterećenje promjeni predznak.

U stvarnosti postoji kombinacija izotropnog i kinematskog očvršćenja gdje se ploha tečenja ujedno translira i širi u prostoru. Na slici 3.2 se može vidjeti idealizirani prikaz izotropnog i kinematičkog očvršćenja.



Slika 3.2 Izotropno (lijevo) i kinematičko (desno) očvršćenje [8]

Kad imamo slučaj von Misesovog kriterija tečenja, kinematičko očvršćenje se zapisuje izrazom:

$$f(\mathbf{S} - \mathbf{q}) - k^2 = 0. \quad (3.20)$$

gdje  $\mathbf{S}$  predstavlja tenzor napreznja, a  $\mathbf{q}$  je tenzor povratnog napreznja drugog reda (*eng. backstress*) i sadrži koordinate centra trenutne plohe tečenja.

Neki od najčešće korištenih oblika kinematičkog očvršćenja su:

- Pragerovo očvršćenje
- Zieglerovo očvršćenje

Najjednostavniji način za određivanje tenzora povratnog napreznja  $\mathbf{q}$  za Pragerovo kinematičko očvršćenje je da se pretpostavi linearna veza između  $d\mathbf{q}$  i tenzora inkrementa plastične deformacije  $d\boldsymbol{\varepsilon}^p$ , prema jednadžbi:

$$d\mathbf{q} = c d\boldsymbol{\varepsilon}^p. \quad (3.21)$$

gdje je  $c$  konstanta materijala. Pragerovo očvršćenje se ustvari ne poklapa u potpunosti s definicijom kinematičkog očvršćenja jer se kod transformacije javlja promjena veličine plohe tečenja.

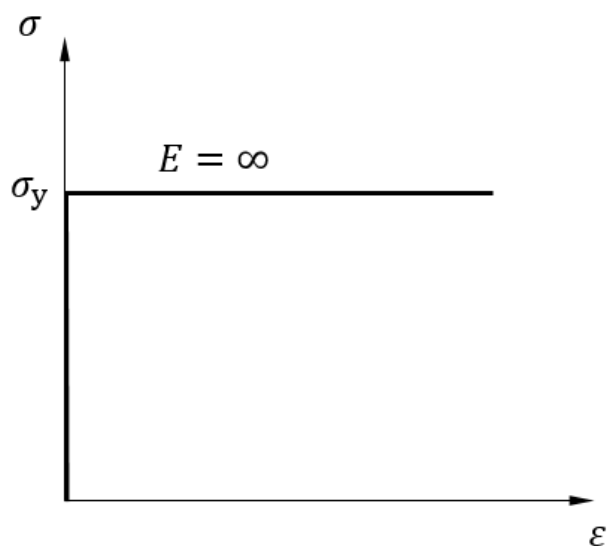
Da bi se bolje opisivalo čisto kinematičkog očvršćenja, razvijeno je Zieglerovo očvršćenje za koje je može reći da je modifikacija Pragerova očvršćenja. Kod Pragerova očvršćenja se uvodi pretpostavka da se translacija odvija u smjeru relativnog napreznja  $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{S} - \mathbf{q}$  tako da vrijedi:

$$d\mathbf{q} = d\mu(\mathbf{S} - \mathbf{q}). \quad (3.22)$$

gdje  $d\mu$  predstavlja faktor proporcionalnosti ovisan o povijesti deformacije i samom materijalu. Tim načinom se ploha tečenja translata, a da pri tome ne dolazi do promjene veličine i oblika kinematičkog očvršćenja.

Radi olakšavanja analitičke analize u dijagramu razvlačenja za nelinearno plastično područje uvedeni su idealizirani dijagrami koji sadržavaju sve bitne značajke stvarnih dijagrama te su zanemarive pojedinosti odbačene.

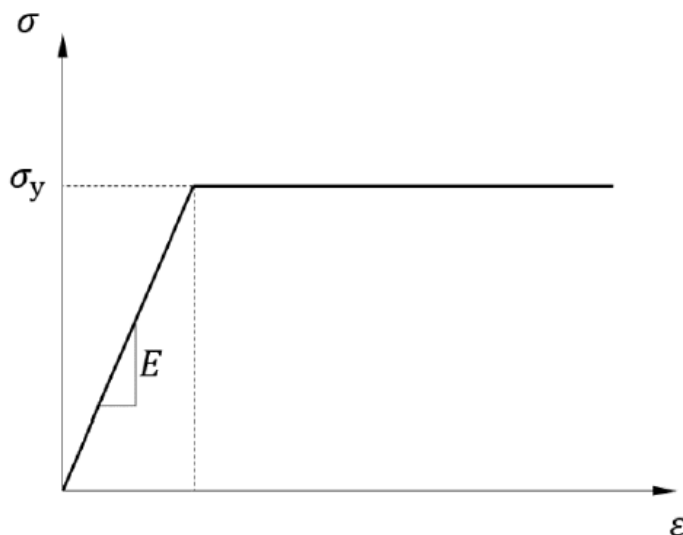
Kod obrade materijala deformiranjem gdje se zanemaruju elastične deformacije koristi se kruto-idealno plastični materijalni model prikazan na slici 3.3. Za nelinearno plastično ponašanje naprezanje ostaje konstantno s povećanjem deformacije tj. imamo beskonačan modul elastičnosti.



Slika 3.3 Kruto-idealno plastični model [8]

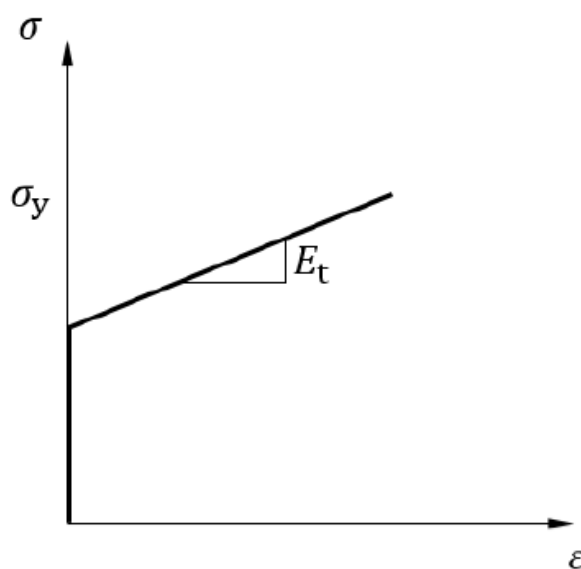
Kada imamo konstrukcije kod kojih je izražen plato plastičnog tečenja koristimo elastično-idealno plastični materijalni model vidljiv na slici 3.4. Kod elastično-idealno plastičnog materijalnog modela tijekom plastične deformacije ne dolazi do očvršćenja te funkcija tečenja ovisi samo o naprezanju:

$$f(\sigma_{ij}) = 0. \quad (3.23)$$



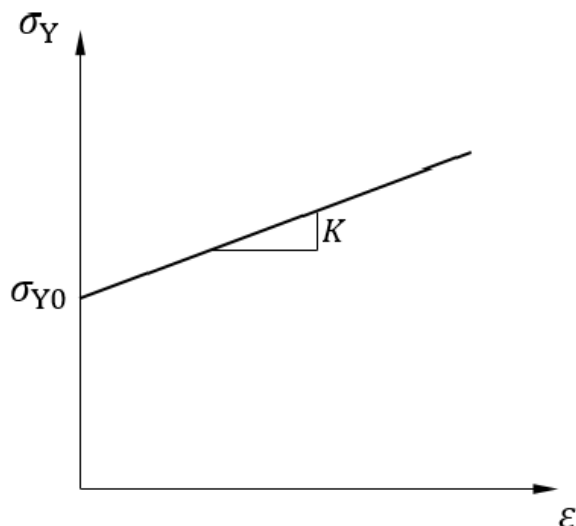
Slika 3.4 Elasto-idealno plastični materijalni model [8]

Kod konstrukcija kojih se uzima u obzir samo područje plastičnih deformacija koristimo kruto linearni očvršćujući materijalni model koji se može vidjeti na slici 3.5. Za odnos naprezanja i plastičnih deformacija definiran je tangenti moduli elastičnosti  $E_t$  kao linearna funkcija i on je manjeg iznosa od modula elastičnosti  $E$ .



Slika 3.5 Kruto linearno očvršćujući materijalni model [8]

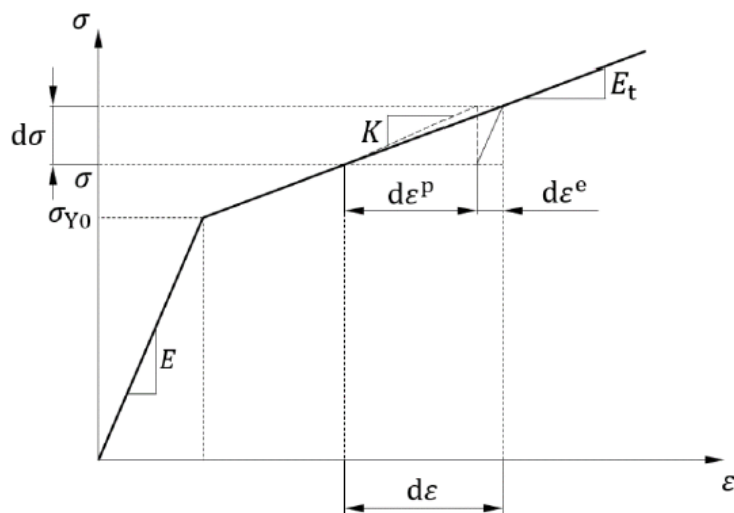
Pri proračunu duktilnih materijala koji nemaju izraženu granicu tečenja u području malih deformacija primjenjujemo elastično-linearni očvršćujući materijalni model. Sa slike 3.6 se može vidjeti da  $\sigma_{Y0}$  predstavlja početnu granicu tečenja te nagib  $K$  moduli plastičnosti.



Slika 3.6 Linearno očvršćenje [8]

Na slici 3.7 se može vidjeti dijagram ovisnosti naprezanja o ukupnoj deformaciji za elastično-linearno očvršćujući materijal. Veza između modula elastičnosti  $E$ , tangentskog modula  $E_t$  i modula plastičnosti  $K$  opisana je izrazom:

$$K = \frac{EE_t}{E - E_t} \quad (3.24)$$



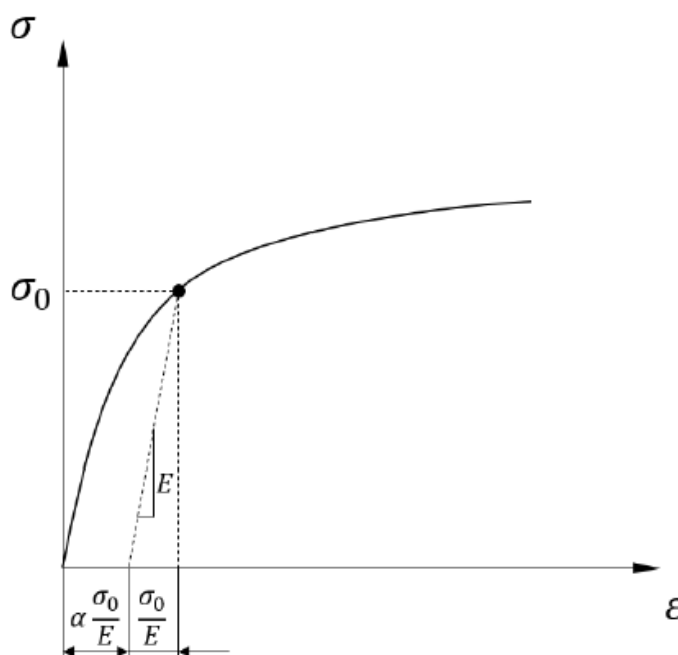
Slika 3.7 Elastično-linearno očvršćujući materijalni model [8]

### 3.3. Ramberg Osgoodov materijalni model

Tijekom izrade ovog rada korišten je Ramberg Osgoodov materijalni model koji je zbog jednostavnosti i dobrog opisivanja plastičnog deformiranja materijala jedan od češće korištenih materijalnih modela za opisivanje nelinearnog ponašanja materijala (slika 3.8):

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{n-1}. \quad (3.25)$$

gdje  $\sigma_0$  predstavlja granicu tečenja, a  $\alpha$  i  $n$  su parametri materijala.



Slika 3.8 Ramberg Osgoodov materijalni model [8]

Pomoću neasociranog zakona tečenja u općem slučaju zapisujemo inkrement plastične deformacije:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (3.26)$$

gdje  $g = g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \kappa)$  predstavlja plastični potencijal, a  $d\lambda$  skalarni faktor proporcionalnosti (plastični multiplikator). Ako imamo da je plastični potencijal jednak funkciji tečenja, dobivamo asocirani zakon tečenja zapisan izrazom:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (3.27)$$

Potrebno je definirati elastoplastični tenzor krutosti kako bi naprezanje mogli izraziti preko ukupne deformacije, za slučaj von Misesovog kriterija tečenja zapisujemo izraz:

$$D_{ijkl}^{ep} = D_{ijkl} - \frac{3G^2}{J_2(K+3G)} S_{ij} S_{kl}. \quad (3.28)$$

Sada možemo zapisati vezu između inkrementa ukupne deformacije i inkrementa naprezanja izrazom:

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl}. \quad (3.29)$$

### 3.4. Model oštećenja

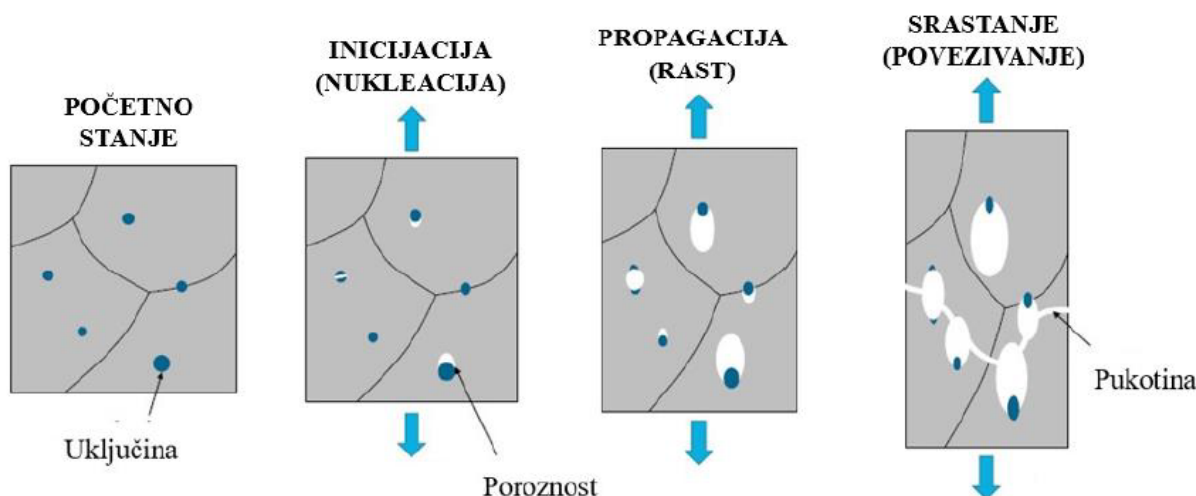
Kako postupkom sinteriranja na materijalu dolazi do pojave poroznosti, tako dolazi i do većih koncentracija naprezanja. Na područjima gdje se nalaze pore dolazi do lokalizacije deformacija a samim time i do iniciranja oštećenja tj. nastanka i propagacije mikropukotine, a u krajnjem slučaju potpunog loma (makropukotina).

Možemo razlikovati dvije vrste loma ovisno o materijalu, a to su duktilni i krhki lom. Kada imamo krhki lom ne dolazi do pojave trajne plastične deformacije, dok za razliku od krhkog, duktilni materijal ima znatnu plastičnu deformaciju prije nego što izgubi mehanički integritet. Također postoji još zamorno oštećenje te oštećenje pri puzanju materijala. U ovom radu će se razmatrati duktilno oštećenje koje će biti analizirano u nastavku ovog poglavlja.

Kao što je navedeno, do gubitka mehaničkog integriteta prilikom duktilnog loma dolazi poslije velike plastične deformacije materijala. Uz spori rast pukotine raste velika plastična deformacija, ali dolazi do usporavanja procesa loma zbog plastičnog deformiranja duktilnih materijala. Isto tako je potrebna veća količina energije za deformiranje duktilnih materijala nego za krhke materijale.

Fenomen duktilnog oštećenja uključuje nekoliko faza. Opterećenjem konstrukcije dolazi do deformiranja kristalne rešetke materijala pa tako dolazi do pojave mikropukotina tj. inicijacije unutar materijala izazvanog nepravilnostima same rešetke. Daljnjim opterećenjem materijala dolazi do propagacije mikropukotina. daljnjim opterećenjem, dolazi do daljeg razvoja i spajanja

mikropukotina u makropukotine koje dovode do potpunog gubitka stabilnosti. Grafički prikaz faza duktilnog oštećenja može se vidjeti na slici 3.9. [10],[11]



Slika 3.9 Faze duktilnog oštećenja [11]

U nastavku poglavlja dana je teorijska podloga korištenog modela duktilnog oštećenja koji je implementiran u programski paket Abaqus.

### 3.4.1. Inicijacija oštećenja

Kriterij iniciranja duktilnog oštećenja je fenomenološki model za predviđanje nastanka oštećenja zbog inicijacije, propagacije i srastanja poroznosti. Model pretpostavlja da je ekvivalentna plastična deformacija u trenutku iniciranja oštećenja,  $\bar{\epsilon}_D^{pl}$ , funkcija troosnosti napreznja,  $\eta$ , i brzine plastične deformacije,  $\dot{\epsilon}^{pl}$ , tj. vrijedi [11]:

$$\bar{\epsilon}_D^{pl} = \bar{\epsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\epsilon}^{pl}). \quad (3.30)$$

Troosnost napreznja definirana je izrazom:

$$\eta = -\frac{p}{q}. \quad (3.31)$$

gdje je  $p$  hidrostatski tlak,  $q$  ekvivalentno von Misesovo napreznje, a oni se računaju kao:



$$p = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3},$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}.$$
(3.32)

U izrazima (3.32)  $\sigma_1, \sigma_2,$  i  $\sigma_3$  predstavljaju glavna naprezanja. Za slučaj jednoosnog vlačnog testa tenzor naprezanja ima samo normalnu komponentu u smjeru opterećenja i zapisuje se kao:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
(3.33)

pa iz izraza (3.33) slijedi iznos troosnosti naprezanja koja je jednaka:

$$\eta = -\frac{\frac{\sigma_1}{3}}{\sigma_1} = \frac{1}{3}.$$
(3.34)

Kada imamo akumulaciju plastične deformacije u sva tri smjera dolazi do promjene troosnosti naprezanja. Provođenjem statičkog vlačnog testa najveće vrijednosti troosnosti naprezanja javit će se u kritičnom području ispitnog uzorka gdje se također razvijaju i najveće plastične deformacije.

Do iniciranja oštećenja dolazi kada:

$$w_D = \int \frac{d\bar{\epsilon}^{pl}}{\bar{\epsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\bar{\epsilon}}^{pl})} = 1.$$
(3.35)

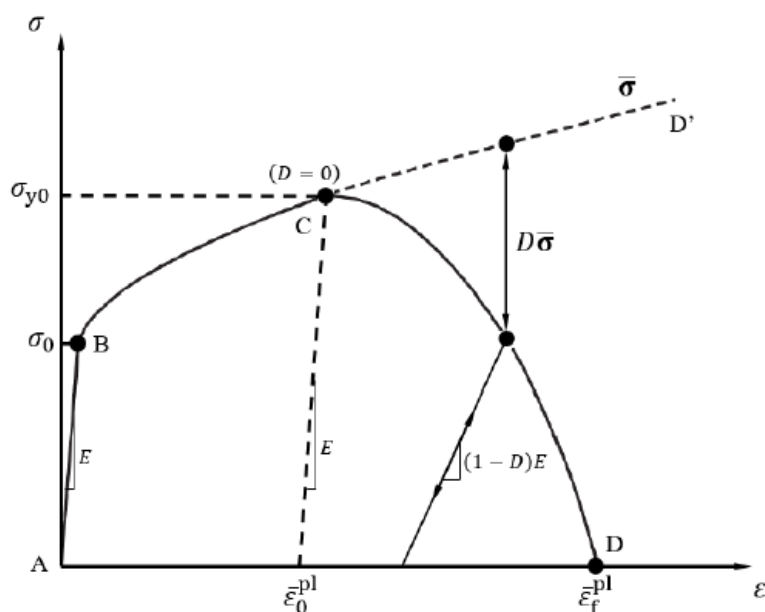
gdje je je varijabla  $w_D$  stanja koja se povećanjem plastične deformacije monotono povećava. Za svaki inkrement analize promjena varijable  $w_D$  se računa kao:

$$\Delta w_D = \frac{\Delta \bar{\epsilon}^{pl}}{\bar{\epsilon}_{D1}^{pl}(\eta, \dot{\bar{\epsilon}}^{pl})} \geq 0.$$
(3.36)

U programskom paketu Abaqus je moguće definirati više kriterija iniciranja oštećenja, ali se u Abaqusu svaki kriterij analizira posebno. Kriterij inicijacije duktilnog oštećenja nije moguće koristiti s Ramberg Osgoodovim modelom već se može koristiti s ranije opisanim von Misesovim kriterijem plastičnog tečenja, a samim time i s elastoplastičnim materijalnim modelom s nelinearnim kombiniranim očvršćenjem.

### 3.4.2. Propagacija oštećenja

Propagacijom oštećenja dolazi do lagane degradacije krutosti materijala, te nakon potpune degradacije nastupa lom. Na slici 3.10 prikazan je dijagram efektivnog naprežanja pri jednoosnom vlačnom kod ispitivanja duktilnog materijala, te prikazuje što se događa kada se javi oštećenje u materijalu. Puna linija predstavlja odziv materijala s oštećenjem (dio A-D), a crtkana linija kad oštećenja nema (dio A-D'). Na dijagramu,  $\sigma_0$  predstavlja granicu tečenja, a  $\sigma_{y0}$  vlačnu čvrstoću materijala. Do iniciranja oštećenja dolazi kada naprežanje dostigne točku C ujedno i vlačnu čvrstoću gdje se plastična deformacija zapisuje,  $\bar{\varepsilon}_0^{pl}$ . Nakon točke C dolazi do propagacije oštećenja tj. opadanja krutosti materijala pa sve do potpunog loma u točki D, na kojoj je označena plastična deformacija kod koje nastupa lom,  $\bar{\varepsilon}_f^{pl}$  i varijabla oštećenja  $D$  poprimi vrijednost 1. Krivulja opadanja krutosti materijala (dio C-D) ovisi o parametrima duktilnog oštećenja definiranim u poglavlju 3.4.1 (troosnost naprežanja, plastična deformacija, brzina plastične deformacije).



Slika 3.10 Dijagram naprežanje-deformacija kod inicijacije i propagacije oštećenja [11]

Da bi imali degradaciju krutosti u materijalu potrebno je opisati zakon propagacije oštećenja koje počinje vrijediti kada dođe po plastične deformacije na kojoj se javlja iniciranje oštećenja. Degradacija krutosti kod duktilnih materijala može biti zapisana skalarnom jednačbom:

$$d_i \in N_{act}. \quad (3.37)$$

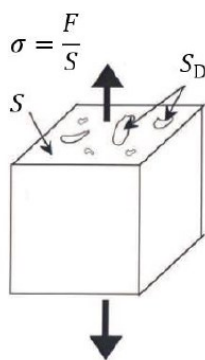
gdje je  $d_i$  individualna varijabla oštećenja, a  $N_{act}$  predstavlja skup aktivnih mehanizama loma.

Tenzor naprezanja u materijalu računa se kao:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\bar{\boldsymbol{\sigma}}. \quad (3.38)$$

gdje je  $D$  varijabla oštećenja, a  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$  tenzor efektivnog naprezanja u trenutnom vremenskom inkrementu koji predstavlja naprezanja koja bi se pojavila u materijalu da nema oštećenja. Iz izraza (3.38) se može vidjeti da varijabla oštećenja može poprimiti vrijednosti od 0 do 1. Kada imamo vrijednost 0 nema oštećenja u materijalu dok za vrijednost 1 imamo potpuni lom materijala. Izraz (3.38) je zapravo konstitutivna jednačba materijala s oštećenjem. Zadavanjem više kriterija oštećenja varijabla oštećenja  $D$  će predstavljati kombinaciju svih pojedinačnih varijabli oštećenja zasebno od svakog zadanog kriterija. Uslijed akumulacije oštećenja konačni elementi gube sposobnost prenošenja naprezanja pa je u Abaqusu za elemente koje u potpunosti izgube sposobnost prenošenja naprezanja omogućena kontrola brisanja elemenata.

Za bolje razumijevanje izraza (3.38), bit će objašnjen na problemu jednoosnog vlačnog testa. Naime, mjera amplitude oštećenja u nekoj ravnini dobiva se izračunavanjem površine presjeka svih defekata u toj ravnini. Na slici 3.11 prikazana je površina poprečnog presjeka materijala s oštećenjem. Efektivnom površinom uzorka podvrgnutog jednoosnom vlačnom testu naziva se razlika ukupne površine poprečnog presjeka  $S$  i površine svih defekata na tom presjeku,  $S_D$ , tj. njena je vrijednost  $S - S_D$ . [12]



Slika 3.11 Poprečni presjek materijala s oštećenjem [8]

Skalarna varijabla oštećenja  $D$  se računa kao:

$$D = \frac{S_D}{S}. \quad (3.39)$$

Za materijal s oštećenjem se umjesto standardnog naprezanja  $\sigma = F/S$ , uvodi pojam efektivnog naprezanja  $\bar{\sigma}$  za koje vrijedi:

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{S-S_D} = \frac{F}{S\left(1-\frac{S_D}{S}\right)} = \frac{\sigma}{1-D}. \quad (3.40)$$

Kod 1D problema, efektivno naprezanje se računa pomoću Hookeovog zakona, tj. veza s elastičnom deformacijom tada glasi:

$$\bar{\sigma} = E\varepsilon, \quad (3.41)$$

gdje je  $E$  modul elastičnosti neoštećenog materijala. Uvrštavanjem jednadžbe (3.41) u (3.40) slijedi konstitutivna jednadžba:

$$\sigma = (1 - D)E\varepsilon. \quad (3.42)$$

Zakon propagacije oštećenja za 1D probleme definiran je odnosom varijable oštećenja  $D$  i nametnutog opterećenja, tj. vrijedi:

$$D = g(\varepsilon). \quad (3.43)$$

Funkcija  $g(\varepsilon)$  se određuje iz rezultata vlačnog testa. Bitno je napomenuti da izrazu (3.43) vrijedi samo u režimu monotonog opterećivanja. Prilikom rasterećenja i ponovnog opterećenja uzorka, varijabla oštećenja zadržava svoju maksimalnu vrijednost postignutu u fazi inicijalnog opterećenja. U svrhu jedinstvenog opisivanja različitih režima opterećenja, uvodi se varijabla  $\kappa$  koja predstavlja maksimalno naprezanje koje se postiže prije trenutka  $t$ , tj.  $\kappa(t) = \max \varepsilon(\tau)$  za  $\tau \leq t$ . Relacija (3.43) se sada može zapisati kao:

$$D = g(\kappa). \quad (3.44)$$

i ona vrijedi za bilo koji režim opterećivanja.

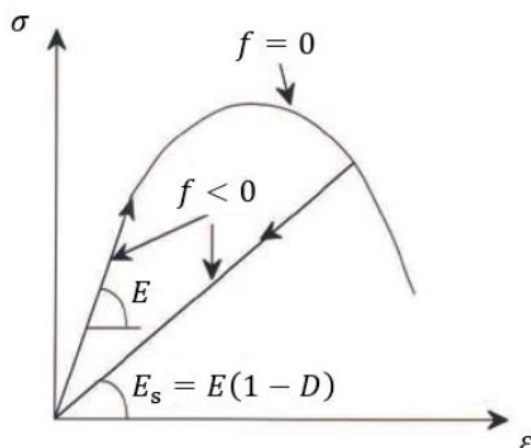
Na slici 3.12 prikazan je elastični odziv materijala s oštećenjem tijekom opterećenja i rasterećenja. Umjesto razmatranja spomenute funkcije  $g(\varepsilon)$ , obično se uvodi funkcija graničnog stanja  $f(\varepsilon, \kappa)$ , a zapisuje se kao:

$$f(\varepsilon, \kappa) = \varepsilon - \kappa. \quad (3.45)$$

Jednadžba (3.45) se određuje pomoću Kuhn-Tuckerovih uvjeta:

$$f \leq 0, \dot{\kappa} \geq 0, \dot{\kappa}f = 0. \quad (3.46)$$

Uvjet  $f \leq 0$  znači da deformacija  $\varepsilon$  nikada ne može imati veću vrijednost od varijable  $K$ , a uvjet  $\dot{\kappa} \geq 0$  znači da povećanje varijable  $\kappa$  nije moguće. Osim toga, drugi uvjet ukazuje da se  $\kappa$  može povećavati samo ako je trenutna vrijednost deformacije  $\varepsilon$  jednaka varijabli  $\kappa$ .



Slika 3.12 Elastični odziv materijala tijekom opterećenja i rasterećenja [11]

Nadalje, na slici 3.12, je označan tzv. sekantni modul elastičnosti i on je jednak s  $E$ :

$$E_s = (1 - D)E. \quad (3.47)$$

Sekantni modul elastičnosti predstavlja vezu između naprezanja i deformacije materijala s oštećenjem, tj. vrijedi:

$$\sigma = E_s \varepsilon = (1 - D)E\varepsilon. \quad (3.48)$$

Iz jednadžbe (3.48) slijedi izraz za varijablu oštećenja  $D$  koja je sada jednaka:

$$D = 1 - \frac{E_s}{E}. \quad (3.49)$$

Nadalje, u programskom paketu Abaqus, vrijednost ekvivalentne plastične deformacije  $\bar{\varepsilon}_f^{pl}$ , prikazane na slici 3.10, ovisi o karakterističnoj duljini konačnog elementa i ona se ne može koristiti kao parametar materijala kod određivanja individualne varijable oštećenja  $d_i$ . Iz tog razloga, zakon propagacije oštećenja se može zadati preko ekvivalentnog plastičnog pomaka,  $\bar{u}^{pl}$ , ili preko disipacije energije loma,  $G_f$ . Disipacija energije loma se računa kao:

$$G_f = \int_{\bar{\varepsilon}_0^{pl}}^{\bar{\varepsilon}_f^{pl}} L \sigma_y d\bar{\varepsilon}^{pl} = \int_0^{\bar{u}_f^{pl}} \sigma_y d\bar{u}^{pl}, \quad (3.50)$$

gdje je  $L$  karakteristična duljina elementa. Karakteristična duljina elementa ovisi o geometriji i formulaciji konačnog elementa. Za elemente prvog reda ona je jednaka poprečnoj duljini elementa, a za elemente drugog reda polovici poprečne duljine elementa.

Kada je postignut kriterij iniciranja oštećenja, efektivni plastični pomak se definira preko zakona propagacije:

$$\dot{\bar{u}}^{pl} = L \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}. \quad (3.51)$$

Propagaciju varijable oštećenja preko ekvivalentnog plastičnog pomaka moguće je definirati na tri načina: linearno, tablično i eksponencijalno. U linearnom obliku povećanje varijable oštećenja se računa kao:

$$\dot{d} = \frac{L \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}}{\bar{u}_f^{pl}} = \frac{\dot{\bar{u}}^{pl}}{\bar{u}_f^{pl}}. \quad (3.52)$$

Na ovaj je način osigurano da do potpune degradacije krutosti ( $d = 1$ ) dolazi kada efektivni plastični pomak iznosi  $\bar{u}^{pl} = \bar{u}_f^{pl}$ . U eksponencijalnom obliku je potrebno zadati eksponent  $\alpha$ , a varijabla oštećenja se tada računa kao:

$$d = \frac{1 - e^{-\alpha(\bar{u}^{pl}/\bar{u}_f^{pl})}}{1 - e^{-\alpha}}. \quad (3.53)$$

Zakon propagacije oštećenja preko disipacije energije loma se također može zadati u linearnom i eksponencijalnom obliku. Kada je postignut kriterij inicijacije oštećenja, u linearnom obliku vrijedi jednadžba (3.54), a ekvivalentni plastični pomak kod loma se računa kao:

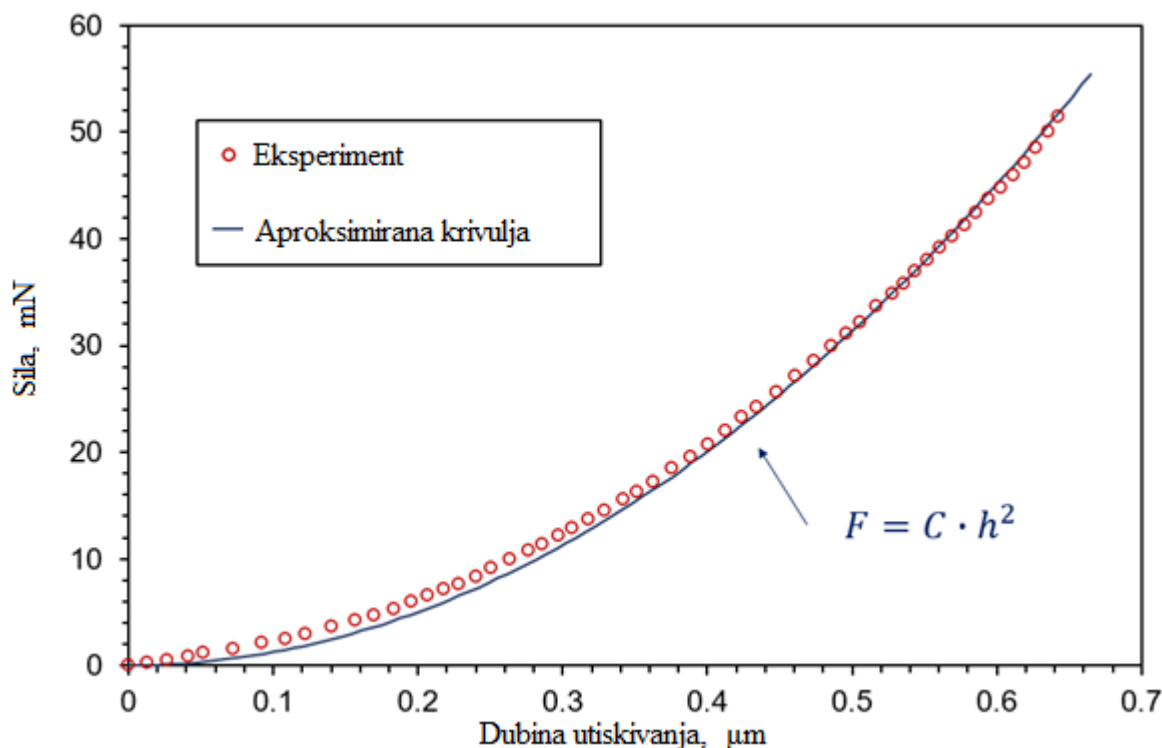
$$\bar{u}_f^{pl} = \frac{2G_f}{\sigma_{y0}}. \quad (3.54)$$

gdje je  $\sigma_{y0}$  naprežanje tečenja u trenutku loma. S druge strane, u eksponencijalnom obliku, varijabla oštećenja se računa kao:

$$d = 1 - \exp\left(-\int_0^{\bar{u}^{pl}} \frac{\bar{\sigma}_y d\bar{u}^{pl}}{G_f}\right). \quad (3.55)$$

## 4. INSTRUMENTIRANA METODA UTISKIVANJA

U ovom radu su korišteni podaci s mikrorazine dobiveni instrumentiranom metodom utiskivanja (instrumentiranom indentacijom) te je ukratko u ovom djelu opisan postupak tih metoda i kako se odvija rekonstrukcija podataka dobiveni temeljem instrumentirane metode utiskivanja. Metode rekonstrukcije temeljene su na radovima predloženim od strane Giannakopoulos [13] i Dao [14]. Giannakopoulos je prvi predložio metodu temeljenu na aproksimaciji krivulje sila-dubina utiskivanja. Osim dobivenih rezultata indentacije poput modula elastičnosti i dubine kontakta itd. metoda zahtjeva aproksimaciju krivulje sile-dubine utiskivanja s jednostavnom kvadratnom formulacijom  $F = C \cdot h^2$ , gdje  $F$  predstavlja silu,  $h$  dubinu utiskivanja a  $C$  bezdimenzijski parametar (slika 4.1). Bezdimenzijski parametar  $C$  određen je metodom najmanjih kvadrata prema eksperimentalnim podacima za svaki materijal tijekom opterećenja. Isto tako je bitno napomenuti da se ista krivulja indentacije i podaci dobiveni indentacijom koriste za rekonstrukciju dijagrama naprezanje-deformacija prema već navedenim metodama.



Slika 4.1 Indentacijska krivulja i aproksimirana kvadratna krivulja

Detaljan opis rekonstrukcijskih metoda instrumentirane indentacije neće biti prikazan zbog opsežnosti, ali se može pronaći u gore već navedenim literaturama.

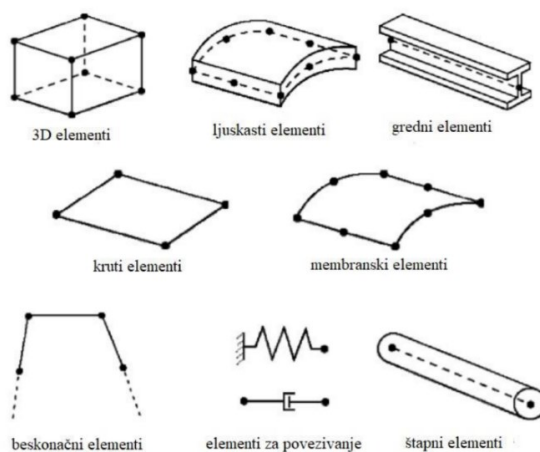
## 5. METODA KONAČNIH ELEMENATA

### 5.1. Uvod u metodu konačnih elemenata

Uz pomoć diferencijalnih jednadžbi moguće je riješiti probleme kontinuiranih sustava, ali je rješenje jedino moguće dobiti za jednostavnije proračunske modele. Promatranjem cijelog područja nekog modela jako je teško dobiti rješenje koje će zadovoljavati diferencijalnu jednadžbu. Zbog tog razloga je potrebno koristiti određene numeričke metode koje se temelje na fizičkoj diskretizaciji kontinuiranog sustava, odnosno kontinuuma, te jedna od takvih metoda koja ja je korištena u ovom radu naziva se metoda konačnih elemenata.

Temeljem metode konačnih elemenata promatrani sustav koji ima beskonačno stupnjeva slobode zamjenjujemo s diskretnim modelom koji sadrži konačan broj međusobno povezanih područja nazvanih konačni elementi. Točke međusobno povezanih elemenata nazivamo čvorovi. Pomoću interpolacijskih funkcija možemo opisivati polje pomaka, deformacija, naprezanja ili temperature. Da bi funkcije bile što sličnije kontinuiranom sustavu potrebno je da zadovoljavaju što veći broj odgovarajućih uvjeta. Ako se konačni elementi pravilno formuliraju, s povećanjem ukupnog broja elemenata, odnosno stupnjeva slobode, raste i točnost rješenja tj. imamo konvergenciju rješenja koja je opisana u poglavlju 5.4.

Kod rješavanja složenih konstrukcija koje da bi se dobro opisale moraju sadržavati veliki broj konačnih elemenata a time sustav algebarskih jednadžbi s puno nepoznanica potrebno je koristiti odgovarajuće računalne alate jer je vrlo teško samostalno postići rješenja u kratkom vremenu u kojem bi to računalni alat napravio. Jedan od programa koji se temelji na metodi konačnih elemenata je Abaqus. Osnovni konačni elementi implementirani u programski paket Abaqus prikazani su na slici 5.1. [15][16]



Slika 5.1 Osnovni konačni elementi [15]



## 5.2. Programski paket Abaqus

Abaqus je komercijalni programski paket koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Jedan je od glavnih računalnih alata korištenih u automobilske i zrakoplovne industriji. Također zbog vrlo pristupačnog sučelja i velike baze podataka popularan je u fakultetskim ustanovama. Može rješavati statičke i dinamičke probleme, te je moguće modelirati gotovo većinu materijala korištenih u strojarstvu.

Komponente koje se nalaze u programskom paketu Abaqus [17]:

- Abaqus/Standard – koristi se za analizu linearnih i nelinearnih problema poput statičkih i termičkih problema.
- Abaqus/Explicit – korištenjem eksplicitne metode vremenske integracije rješava nelinearne i tranzijentne probleme.
- Abaqus/CFD – koristi se za rješavanje problema u područjima računalne dinamike fluida kao i spregnutih proračuna iz mehanike fluida, termičke i strukturne analize.
- Abaqus/Electromagnetic – koristi se za rješavanje problema u područjima elektromagnetizma.

Abaqus se također može podijeliti na tri bitna dijela: predprocesiranje, procesiranje i postprocesiranje. Za opisivanje numeričkog modela koristi se predprocesor, procesiranje se koristi za izvršavanje problema matematičkog modeliranja dok za grafički prikaz i obradu podataka koristimo postprocesiranje.

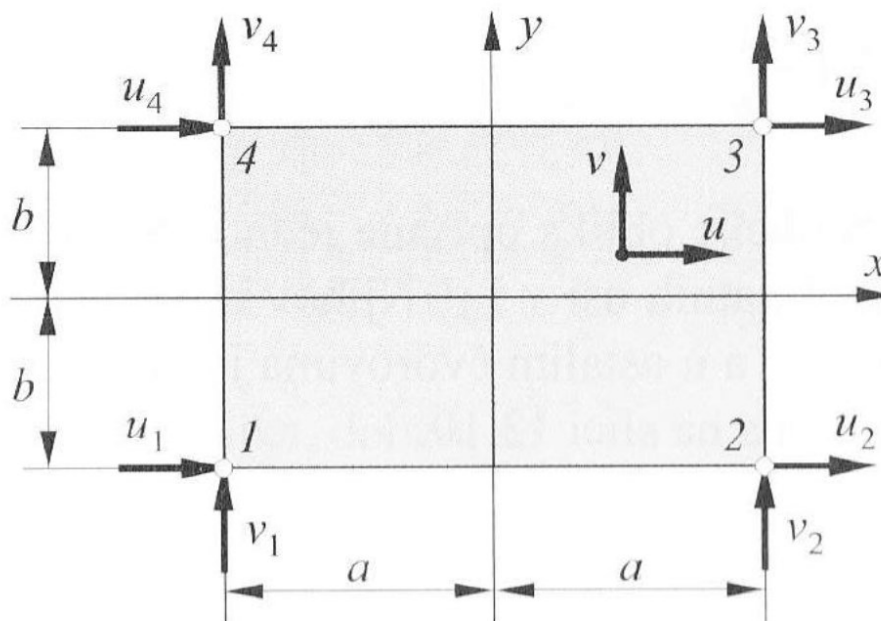
## 5.3. Osnovni pravokutni element

Dvodimenzionalni konačni elementi s funkcijom pomaka prikazanom u Kartezijevom koordinatnom sustavu  $x$ - $y$  se najčešće koriste kod rješavanja problema ravninskog stanja naprežanja i ravninskog stanja deformacija.

Kako bi ti elementi, bilo trokutni ili četverokutni, ispunili uvjete kompatibilnosti, potrebno je duž rubova ispuniti  $C^0$  kontinuitet. U suštini, razlikujemo osnovne konačne elemente i konačne elemente višeg reda.

Najjednostavniji pravokutni element koji sadrži četiri čvora u vrhovima pravokutnika gdje svaki čvor ima dva stupnja slobode gibanja je osnovni pravokutni konačni element. Svi izrazi koji će se izvoditi u nastavku ovog poglavlja će se izvesti za lokalni koordinatni sustav  $x$ - $y$ , čije su osi paralelne sa stranicama pravokutnika, te čije je ishodište u težištu pravokutnika.

Pripadni osnovni pravokutni konačni element s ucrtanim koordinatnim sustavom i čvorovima, prikazan je na slici 5.2.



Slika 5.2 Osnovni pravokutni konačni element [15]

Stupnjevi slobode su pomaci u pravcu koordinatnih osi  $x$  i  $y$ :

$$\mathbf{v}^T = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ u_4 \ v_4]. \quad (5.1)$$

Polje pomaka za osnovni pravokutni konačni elementi opisano je nepotpunim polinomima drugog stupnja:

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy \quad (5.2)$$

$$v = a_5 + a_6x + a_7y + a_8xy \quad (5.3)$$

Kada izraze (5.2) i (5.3) zapišemo u matričnom zapisu, dobijemo:

$$\mathbf{u} = \mathbf{a}\mathbf{a} \quad (5.4)$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & xy & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Daljnijim uvrštavanjem rubnih uvjeta za čvorove  $x = x_i, y = y_i, u = u_i$  i  $v = v_i$  za  $i = 1 \dots 4$ , u izraz (5.1), a u odnosu na koordinatni sustav sa Slika 5.2, dobije se sustav algebarskih jednadžbi:

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ca} \quad (5.6)$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -a & -b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -b & ab \\ 1 & a & -b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & -b & -ab \\ 1 & a & b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & b & ab \\ 1 & -a & b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a & -b & -ab \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Kada kombiniramo dva matrična izraza (5.4) i (5.6), dobivamo vezu između vektora polja pomaka  $\mathbf{u}$  i vektora stupnjeva slobode  $\mathbf{v}$ :

$$\mathbf{u} = \alpha \mathbf{C}^{-1} \mathbf{v} \quad (5.8)$$

Veza između vektora polja pomaka  $\mathbf{u}$  i vektora stupnjeva slobode  $\mathbf{v}$  definira se kao matrica funkcija oblika  $\mathbf{N}$ , koja za promatrani konačni element sastoji od dva retka i osam stupaca. Matrica funkcija oblika  $\mathbf{N}$  računa se prema sljedećem izrazu:

$$\mathbf{N} = \alpha \mathbf{C}^{-1} \quad (5.9)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_1 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

U izrazu (5.10),  $N_1, N_2, N_3$  i  $N_4$  su funkcije oblika za pripadne čvorove osnovnog pravokutnog konačnog elementa  $i = 1 \dots 4$ . Funkcije oblika su jednodimenzijski linearni polinomi u pravcu

lokalnog koordinatnog sustava  $x$ - $y$  ovisni o geometriji konačnog elementa, odnosno o duljini  $a$  i širini  $b$ , kao i o koordinatama  $x$  i  $y$  :

$$N_1 = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right), \quad (5.11)$$

$$N_2 = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right), \quad (5.12)$$

$$N_3 = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right), \quad (5.13)$$

$$N_4 = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 + \frac{y}{b}\right). \quad (5.14)$$

Nadalje, matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima  $\mathbf{B}$  izračunava se posredno, deriviranjem funkcija oblika  $\mathbf{N}$ , pomoću matričnog izraza:

$$\mathbf{B} = \mathbf{D}_k \mathbf{N} \quad (5.15)$$

gdje  $D_k$  predstavlja kinematički diferencijalni operator za ravninsko stanje deformacije, odnosno ravninsko stanje napreznja te je definiran sljedećim izrazom:

$$\mathbf{D}_k = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 \\ 0 & \partial_y \\ \partial_y & \partial_x \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

Daljnjim sređivanjem i uvrštavanjem u izraz (5.15), matrica međusobne ovisnosti deformacije u elementu  $\mathbf{B}$ , nakon deriviranja funkcija oblika, glasi:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{4ab} \begin{bmatrix} -(b-y) & 0 & (b-y) & 0 & (b+y) & 0 & -(b+y) & 0 \\ 0 & -(a-x) & 0 & -(a+x) & 0 & (a+x) & 0 & (a-x) \\ -(a-x) & -(b-y) & -(a+x) & (b-y) & (a+x) & (b+y) & (a-x) & -(b+y) \end{bmatrix}. \quad (5.17)$$

Raspodjela deformacija po konačnom elementu opisana je izrazom:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{v}, \quad (5.18)$$

dok su komponente tenzora deformacije jednake:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}]. \quad (5.19)$$

Matrični izraz (5.18) neće biti raspisan zbog velike kompleksnosti, no ako pogledamo izraze (5.1) i (5.17), može se uočiti kako će se komponenta deformacije  $\varepsilon_x$  mijenjati linearno u zavisnosti od koordinate  $y$ , komponenta deformacije  $\varepsilon_y$  će se mijenjati linearno u zavisnosti od koordinate  $x$ , dok će se  $\gamma_{xy}$  mijenjati linearno u ovisnosti od obje koordinate  $x$  i  $y$ .

Za izračunavanje naprezanja u konačnom elementu koristimo izraz:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{DB}\mathbf{v}, \quad (5.20)$$

gdje je:

$$\mathbf{S} = \mathbf{DB}, \quad (5.21)$$

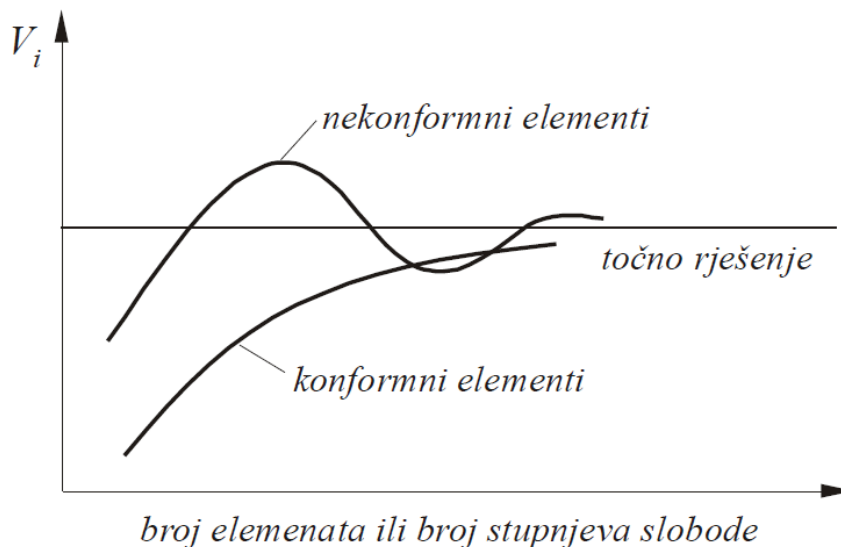
predstavlja matricu  $\mathbf{S}$ , odnosno matricu elastičnih konstanti materijala i koordinata čvorova konačnog elementa.

Također, izraz matrice naprezanja neće biti raspisan zbog velike kompleksnosti. Iz izraza (5.20) se može zaključiti da je polje naprezanja u osnovnom pravokutnom konačnom elementu linearno za svaku komponentu naprezanja. Iako se to čini kao prednost nad osnovnim trokutnim konačnim elementom, na vidjelo proizlazi nedostatak nepotpunosti polinoma kojim se opisuju funkcije pomaka. [15]

## 5.4. Konvergencija rješenja

Sami cilj metode konačnih elemenata je dobiti rješenja koja su što bliža vrijednostima rješenja za realne probleme koje razmatramo. Da bi se približili što bliže točnom rješenju potrebno je provesti konvergenciju tj. povećavanje broja konačnih elemenata, odnosno stupnjeva slobode gibanja. Fizikalno značenje konvergencije je da usitnjavanjem mreže konačnih elemenata energija deformiranja konvergira ka točnom iznosu energije deformiranja proračunskog modela.

Zavisno o konačnim elementima i formulaciji metode, konvergencija može biti monotona i nemonotona (slika 5.3).



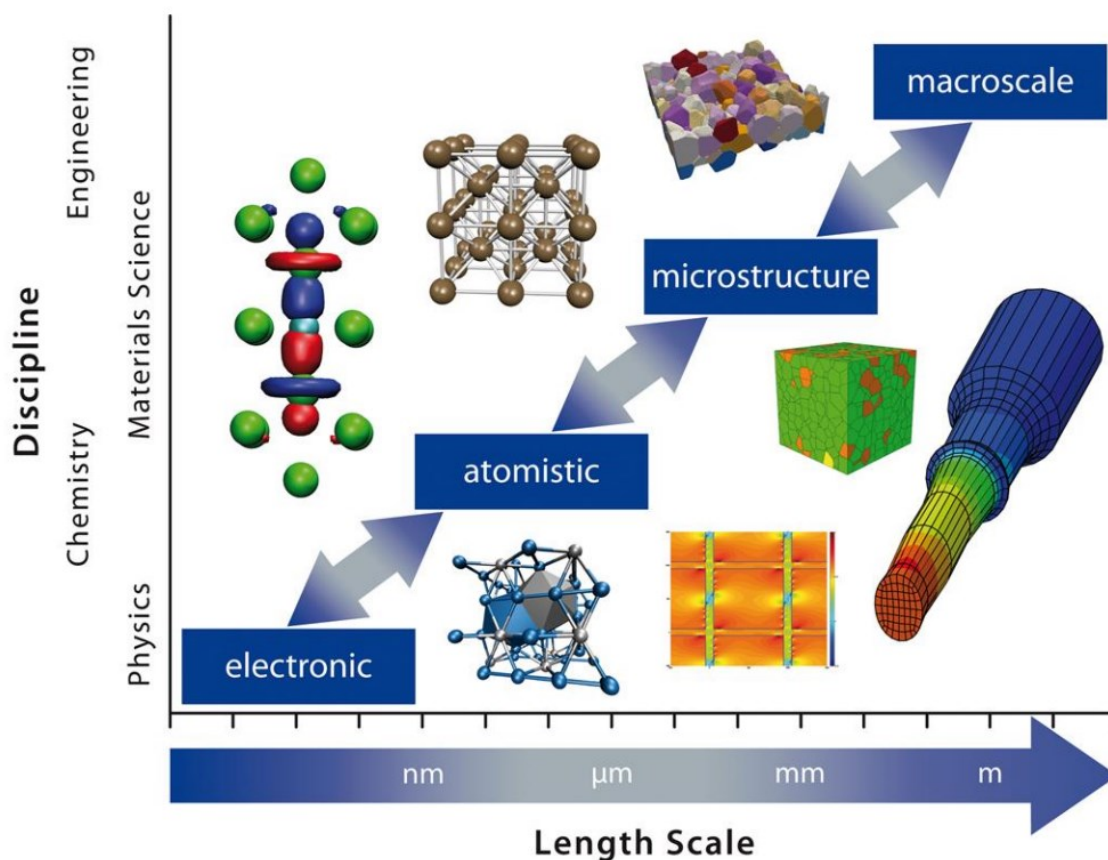
Slika 5.3 Konvergencija rješenja [15]

Izračunati pomaci će po apsolutnoj vrijednosti biti manji od točnih vrijednosti ako se metoda pomaka ispravno formulira, a usitnjavanjem mreže konačnih elemenata vrijednost pomaka stalno će rasti, tada je ostvarena monotona konvergencija. Kako bi se ostvarila monotona konvergencija interpolacijske funkcije moraju biti ispunjeni sljedeći uvjeti [15]:

- mogućnost opisivanja pomaka krutog tijela,
- mogućnost opisivanja polja konstantnih deformacija,
- zadovoljavanje svih uvjeta kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata.

## 6. VIŠERAZINSKO MODELIRANJE

Nagli razvoj materijala i tehnologije doveo je do potrebe za poboljšanjem mehaničkih svojstava a samim time i detaljnije metode numeričkog modeliranja i analiziranja konstrukcija. Sama mikrostruktura materijala ima veliki utjecaj na njegovo mehaničko ponašanje pa ju je zato potrebno detaljno analizirati. Većina metoda za analizu konstrukcije koristi se s pretpostavkama da su materijali u svojoj strukturi homogeni, što u pravilu nije točno. Zbog tog razloga razvijene su metode modeliranja na više razina (*eng. multiscale modelling*), koje nam omogućuju da analiziramo konstrukciju od atomske razine sve do makro razine (realne konstrukcije). [17]

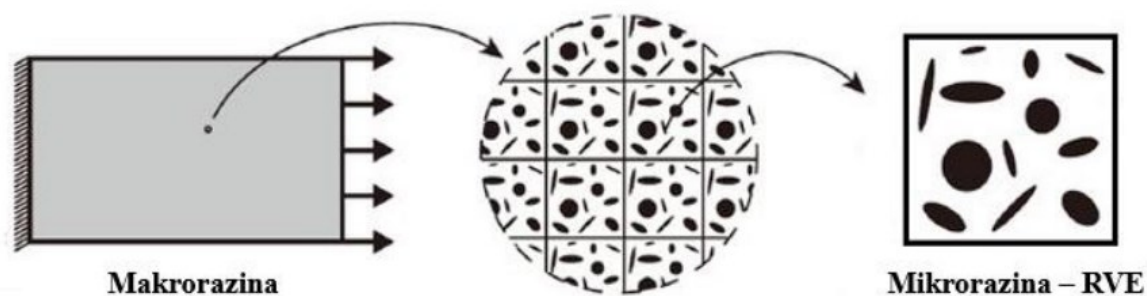


Slika 6.1 Prikaz višerazinskog modeliranja [18]

Kao što je prikazano na slici 6.1 u području inženjerstva najčešće se koriste mikrorazina i makrorazina jer analizom njih dobivamo najviše podataka o mehaničkim svojstvima konstrukcije. Kada procjenjujemo ponašanje materijala na makrorazini, u obzir je potrebno uzeti mikrostrukturu materijala. Za analiziranje mikrostrukture materijala najčešće se koristi metoda konačnih elemenata koja je opisana u prethodnim poglavljima. Dobivene rezultate za mikrostrukturu koristimo kao ulazne podatke za analizu konstrukcije na makrorazini.

## 6.1. Reprezentativni volumenski element

Reprezentativni volumenski element (RVE) predstavlja najmanji volumen nad kojim se mogu izvršiti mjerenja koja će dati rezultate koji će biti reprezentativni za materijal u cijelosti. Prvi korak u višerazinskoj mikro-makro analizi je određivanje minimalne potrebne veličine RVE-a. Odabir RVE-a je kompliciran proces jer pretpostavljamo da možemo zamijeniti heterogeni materijal s ekvivalentnim homogenim materijalom. Ta pretpostavka znači da volumen mora biti dovoljno velik da predstavi mikrostrukturu bez uvođenja makroskopskih svojstava. Također treba paziti da uzorak bude što manji da se može analizirati analitički ili numerički. Grafički prikaz odabira RVE-a prikazan je na slici 6.2. [18]

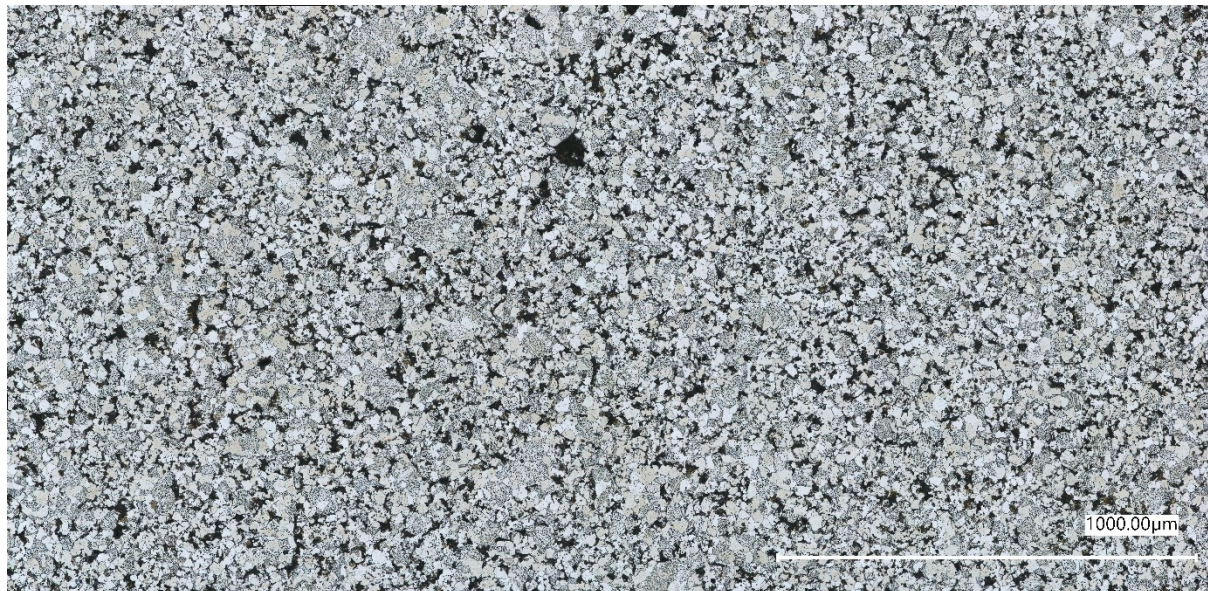


Slika 6.2 Prikaz postupka odabira RVE od makrorazine [19]



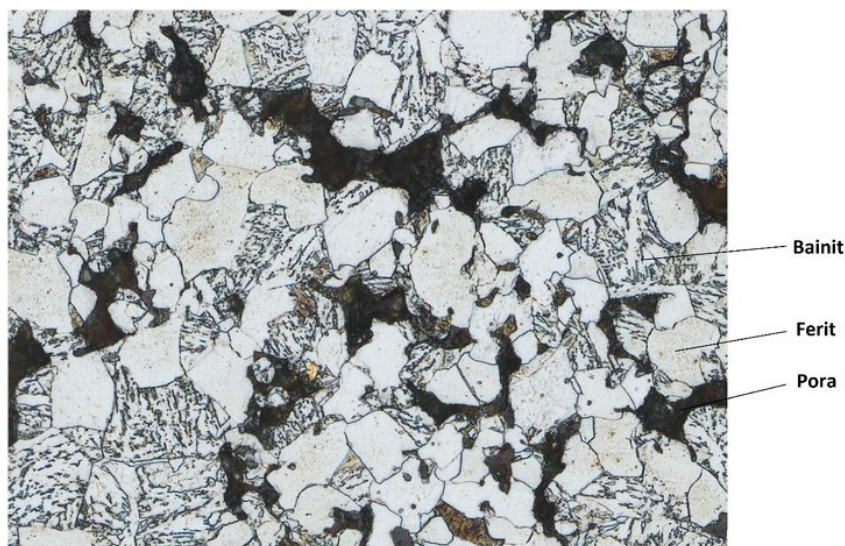
## 7. HETEROGENO MODELIRANJE

Na temelju metalografske analize prikazane na slici 7.1 izrađene su 3 različite veličine modela za tri različite gustoće sinteriranog čelika.



Slika 7.1 Mikrostruktura sinteriranog čelika

Sa slike metalografske analize prepoznata su kristalna zrna ferita i bainita te pore. Feritna zrna koja su bijele boje i pore crne boje je uglavnom lagano raspoznati dok je određivanje bainitnih zrna malo teže jer su kombinacija crne i bijele boje. Analizom je utvrđeno da se bainitna zrna sastoje od intersticijskog kristala ferita te lamela željeznog karbida FeC koji tvore heterogenu strukturu samog kristalnog zrna. Na taj način, bainit ne možemo promatrati kao idealno kristalno zrno nego kao pseudo fazu. Zbog kompleksnosti u ovom radu nije razmatrana heterogenost bainita, nego je bainit promatran kao homogena faza. Na slici 7.2 se može vidjeti primjer raspoznavanja bainitnih i feritnih zrna te pora.



Slika 7.2 Prikaz primjera raspoznavanja bainitnih i feritnih zrna te pora

Modeli su izrađeni u softveru za pregled i uređivanje (AutoCAD). Prilikom izrade modela cilj je što jednostavnije napraviti granice između zrna bainita i ferita te pora radi lakše diskretizacije modela u alatu za numeričku simulaciju (Abaqus).

Kratki opis postupka izrade modela:

1. Uvoz slike metalografije u AutoCAD
2. Skaliranje slike metalografije pomoću mjerila prikazanog na donjem lijevom dijelu slike 7.1
3. Raspoznavanje bainitnih i feritnih zrna te pora
4. Odabiranje područja željene poroznosti za tri gustoće
5. Izrada granica između zrna i pora pomoću opcije *spline*
6. Uvoz geometrije u Abaqus
7. U Abaqusu odrediti udjele bainita i ferita (tablica 7.1)

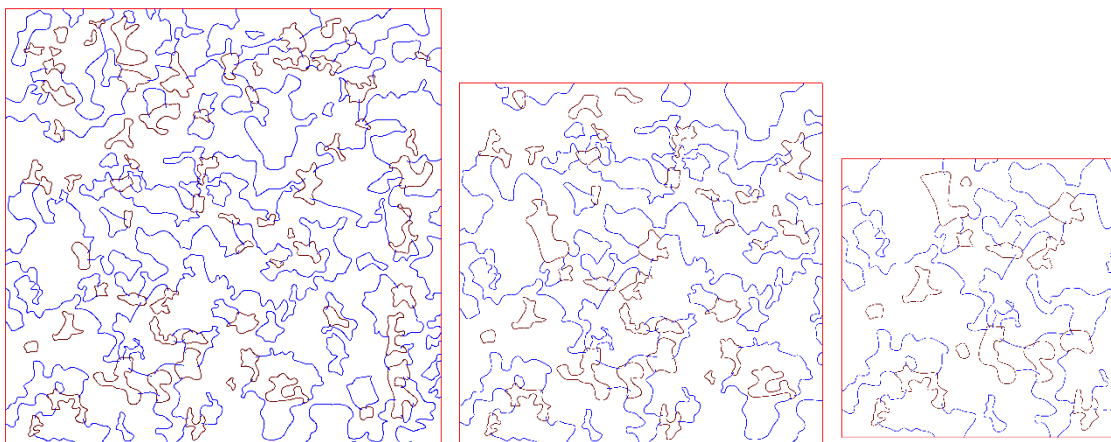
Dimenzije definiranih veličina modela:

- L → 0,4x0,4 mm
- M → 0,3x0,3 mm
- S → 0,2x0,2 mm

Tablica 7.1 Prikaz udjela bainita, ferita i pora u modelima

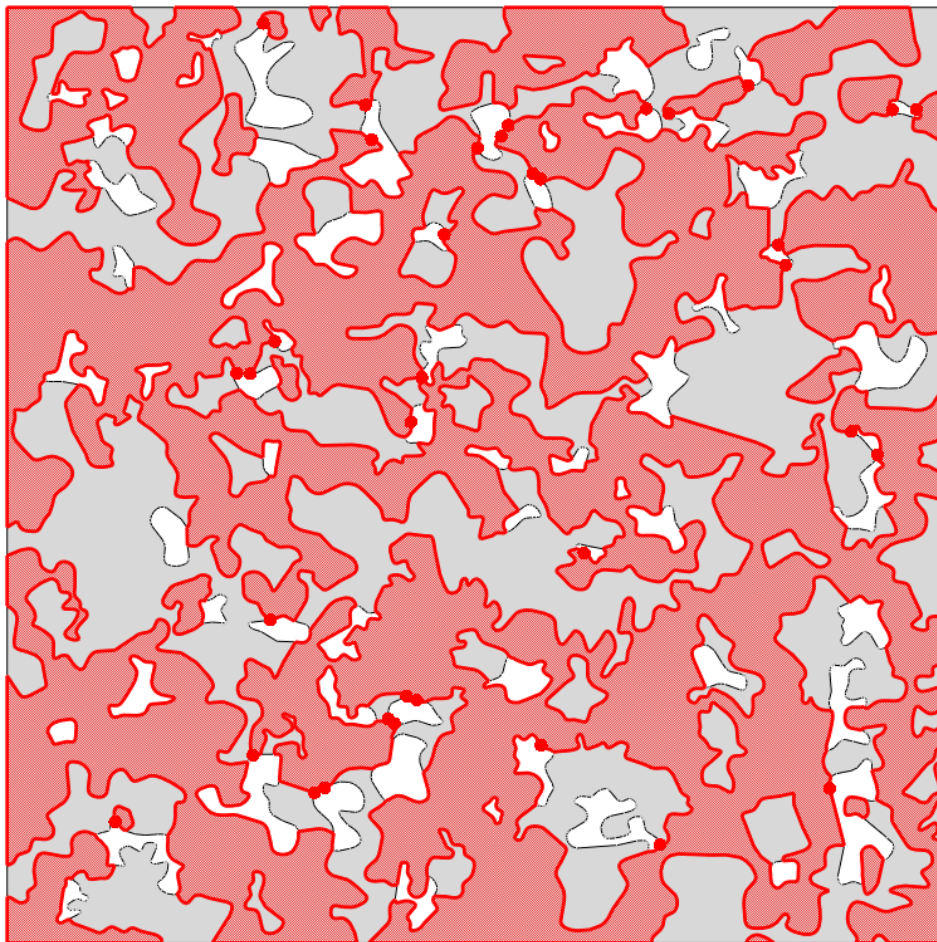
Gustoća, g/cm <sup>3</sup>	Veličina	Pore, %	Bainit, %	Ferit, %
7,1	L	9,5	53,5	37
	M		56,27778	34,22222
	S		54	36,5
6,8	L	15	47,75	37,25
	M		48	37
	S		48,25	36,75
6,5	L	20	50,39775	29,60225
	M		49,33333	30,66667
	S		48,5	31,5

Na slici 7.3 su prikazani modeli za gustoću 7,1 g/cm<sup>3</sup> i sve tri veličine dok se prikaz izrađenih modela za preostale dvije gustoće može pronaći u prilogu I. Crna boja predstavlja granice pora dok plava boja prikazuje granice između zrna bainita i ferita.

Slika 7.3 Prikaz modela za gustoću 7,1 g/cm<sup>3</sup> za sve tri veličine

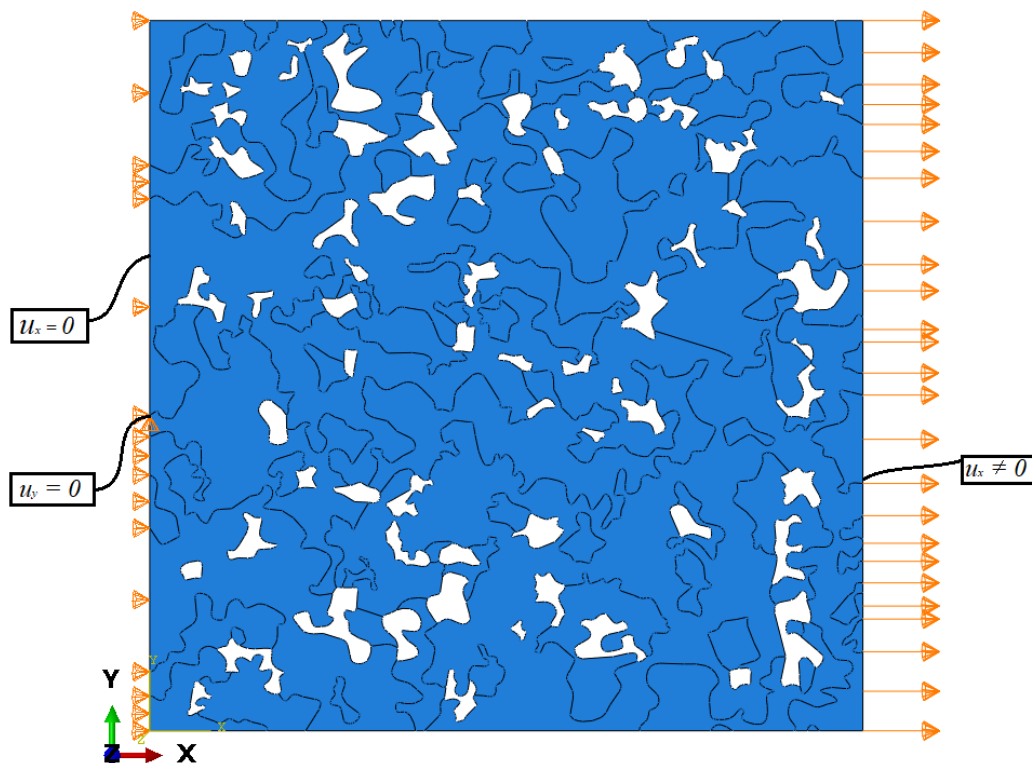
Nakon uvezenih modela u Abaqus potrebno je odrediti setove bainita i ferita kako bi se zadala materijalna svojstva. Na slici 7.4 je prikaz setova bainita (označeno crveno) i ferita (sivo) za gustoću 7,1 g/cm<sup>3</sup> i veličinu L dok se setovi za preostale modele mogu vidjeti u prilogu II.





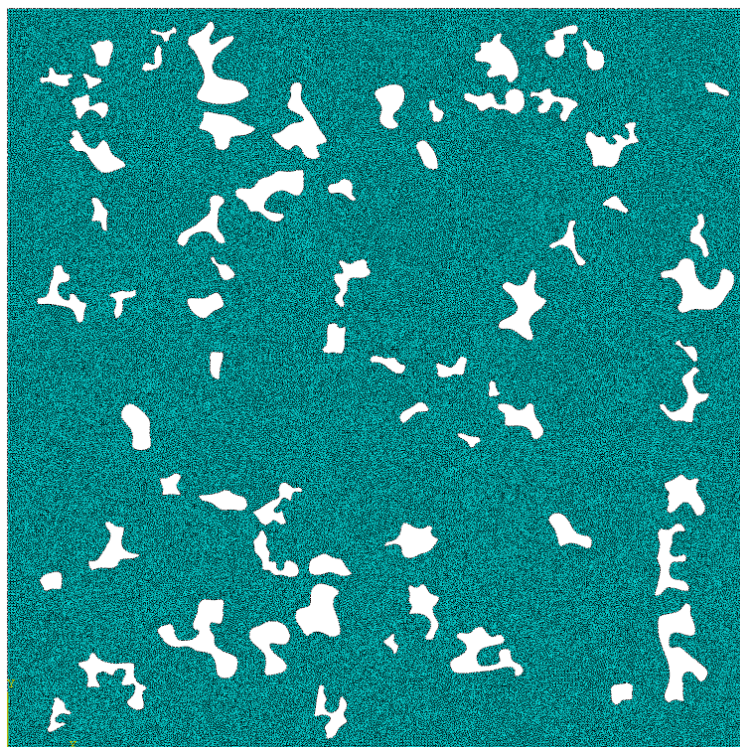
Slika 7.4 Prikaz seta bainita i ferita za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  i veličinu L

Kada se definiraju setovi za sve modele potrebno je zadati rubne uvjete i dodijeliti pomake na rub modela (slika 7.5). Lijevi rub modela je nepomičan u smjeru osi  $x$  (horizontalna os) i također je još ograničena središnja točka lijevog ruba u smjeru osi  $y$  (vertikalna os) radi onemogućavanja pomaka krutog tijela. Na desnom rubu modela po cijeloj dužini je zadan pomak u smjeru osi  $x$ .



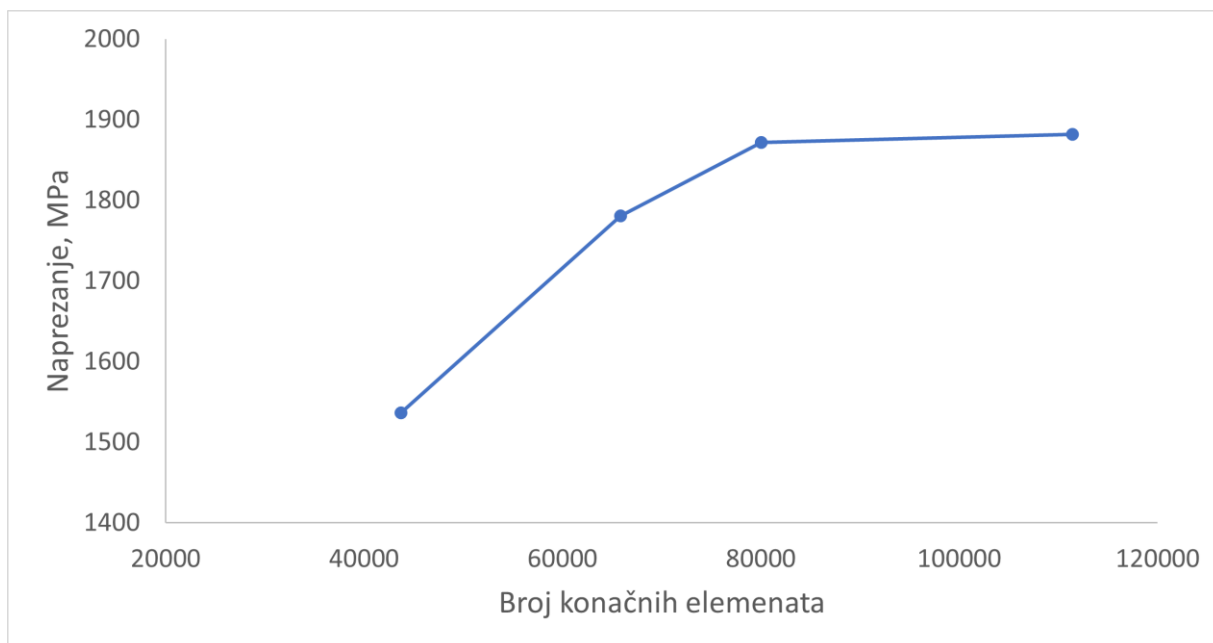
Slika 7.5 Prikaz zadanih rubnih uvjeta i rubnih pomaka za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  i veličinu L

Za kontrolu mreže korišteni su isti podaci za sve modele. Za sve gustoće modeli L se sastoje od približno 100000 elemenata, modeli M od 60000 elemenata, a modeli S od 25000 elemenata. Na slici 7.6 je prikaz diskretizacije modela gustoće  $7,1 \text{ g/cm}^3$  za veličinu L.



Slika 7.6 Mreža od 111432 konačna elementa za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  i veličinu L

Konvergencija za ekvivalentno von Misesovo naprezanje za elastoplastično ponašanje materijala, gdje je plastičnost opisana Ramaberg Osgoodovim modelom, napravljena je u čvoru koji se nalazi blizu ruba pore kod koje se javlja koncentracija naprezanja. Na slici 7.7 se može vidjeti da nakon četvrte iteracije dolazimo do zadovoljavajućeg rješenja jer je greška naspram treće iteracije unutar 1 %.

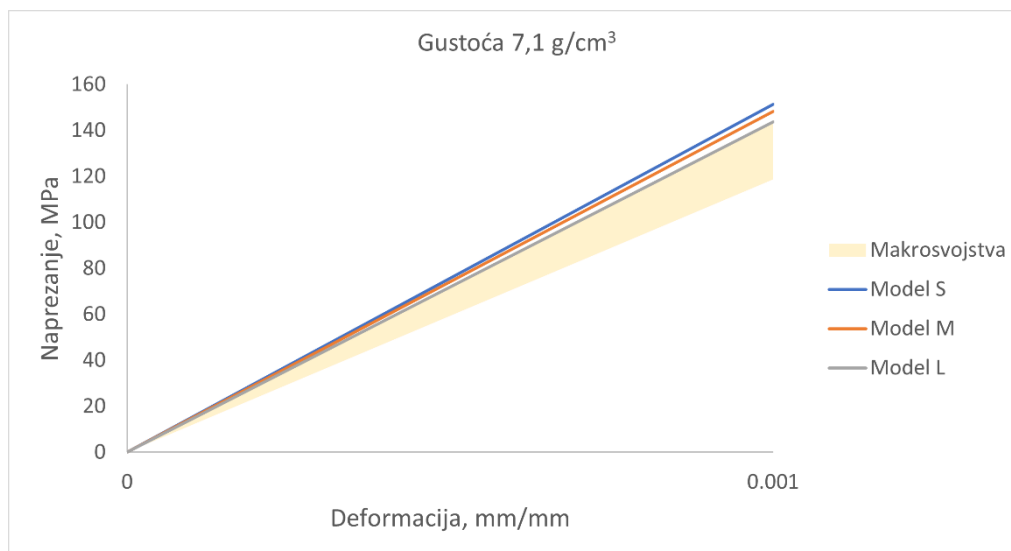


Slika 7.7 Konvergencija rješenja za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  i veličinu L

## 8. Rezultati i analiza numeričke simulacije

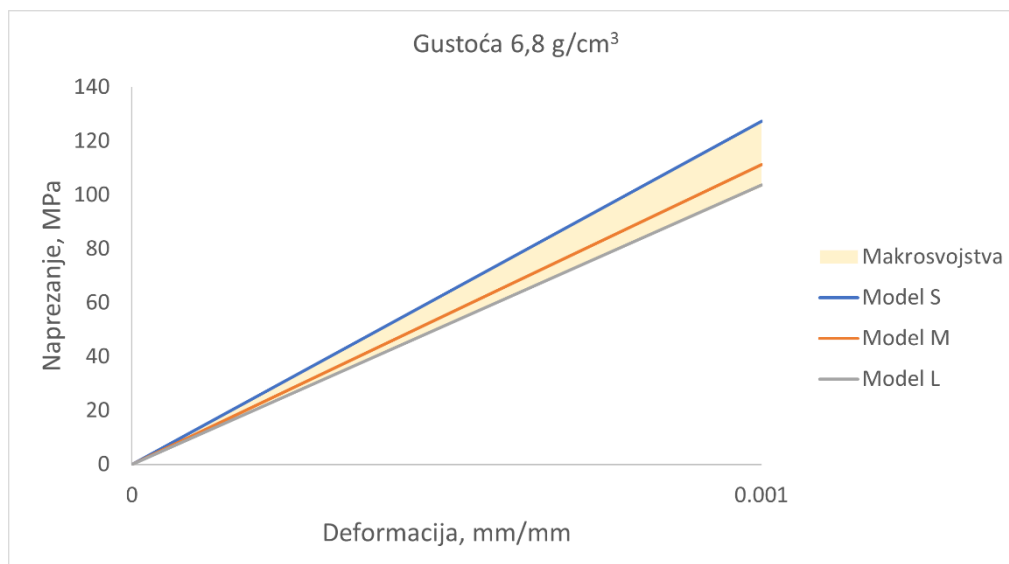
### 8.1. Elastično ponašanje materijala

Za elastično ponašanje materijala za bainit i ferit korišteni su podaci dobiveni temeljem instrumentirane metode utiskivanja. Numeričkom simulacijom elastičnog ponašanja cilj je usporediti makrosvojstva dobivena instrumentiranom metodom utiskivanja s numeričkom simulacijom te vidjeti kako različite gustoće i različite veličine utječu na rješenje. Na slici 8.1 je moguće uočiti da se modul elastičnosti za sve tri veličine nalazi blizu gornje granice makrosvojstva što je očekivano. Razlog tome je što je kod gustoće  $7,1 \text{ g/cm}^3$  poroznost izrazito mala te je nosivi dio modela veći, u usporedbi s manjim gustoćama, što doprinosi točnijim rezultatima u usporedbi s eksperimentalnim makroponašanjem. Na ovaj način potvrđeno je kako vrijednosti, u ovom slučaju modul elastičnosti, dobivene instrumentiranom indentacijom pojedinih konstituenata imaju fizikalno značenje te se može ponašanje usporediti s ponašanjem efektivnog (makro) modula elastičnosti. Isto tako se može uočiti da se povećanjem veličine modela dolazi do smanjenja krutosti modela tzv. efekt veličine (*eng. size effect*), razlog tome je što se povećanjem modela mogu javiti veće nepravilnosti modela pa s time dolazi do smanjena krutosti.



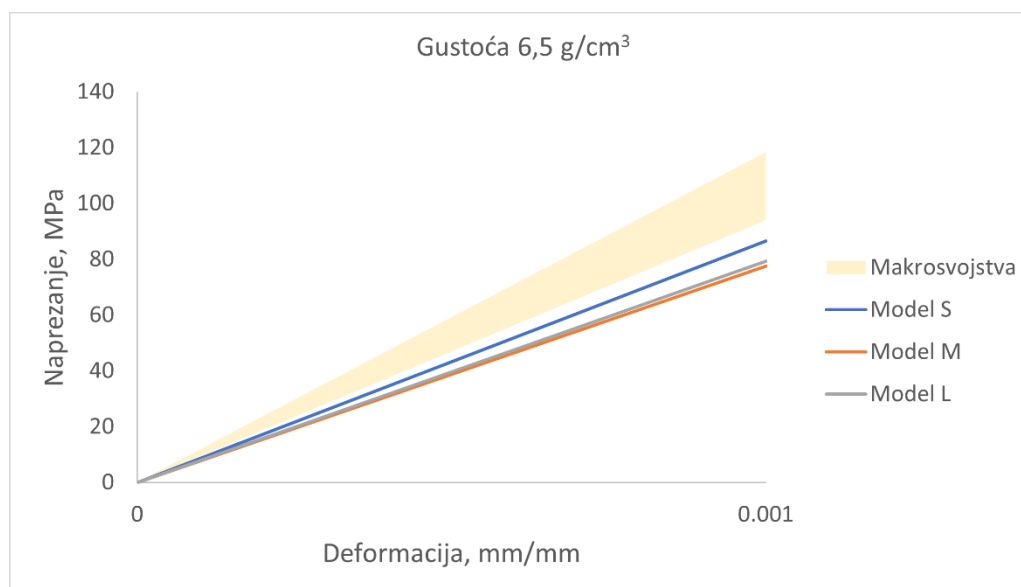
Slika 8.1 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi x-deformacija za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  za elastično ponašanje materijala

Za gustoću  $6,8 \text{ g/cm}^3$  prikazano na slici 8.2 je vidljivo da se modul elastičnosti nalazi unutar granica makrosvojstva i kao za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  može se vidjeti da se javlja efekt veličine tj. s povećanjem veličine modela opada krutost.



**Slika 8.2** Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija za gustoću  $6,8 \text{ g/cm}^3$  za elastično ponašanje materijala

Na slici 8.3 kod gustoće  $6,5 \text{ g/cm}^3$  dolazi do odstupanja od rezultata makrosvojstava. Može se vidjeti da ni za jednu veličinu modul elastičnosti nije usporediv s makrosvojstvima, i također se može uočiti da nema efekta veličine tj. modul elastičnosti za model L je veći od modula elastičnosti za model M. Razlog tome je što kod gustoće  $6,5 \text{ g/cm}^3$  imamo veliku poroznost i definirane veličine modela L, M i S ne mogu predstavljati reprezentativni volumenski element. Da bi se dobila podudaranja modula elastičnosti s makrosvojstvima potrebno je povećati veličine modela koje će moći predstavljati RVE.



**Slika 8.3** Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija za gustoću  $6,5 \text{ g/cm}^3$  za elastično ponašanje materijala



U prilogu III se može naći prikaz raspodjele normalnog naprezanja u smjeru osi  $x$  za elastično ponašanje materijala za tri gustoće i sve tri veličine.

Također, usporedbom sve tri gustoće, vidljivo je kako se materijalna svojstva ferita i bainta ne mijenjaju na modelima s različitim gustoćama nego je makroskopski odziv pod dominantnim utjecajem poroznosti. [22]

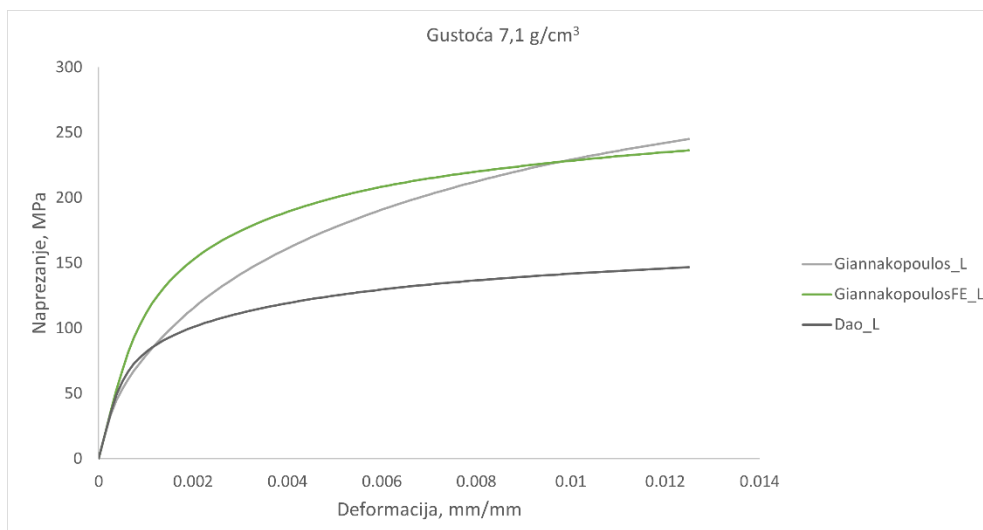
## 8.2. Elastoplastično ponašanje materijala

### 8.2.1. Elastoplastično ponašanje materijala za različite instrumentirane metode utiskivanja

U ovom dijelu je cilj usporediti rezultate numeričkih simulacija za tri različite instrumentirane metode utiskivanja (tablica 8.1) koje su opisane u prethodnim poglavljima. Na slici 8.4 je prikazano elastoplastično ponašanje za tri različite metode kod veličine L.

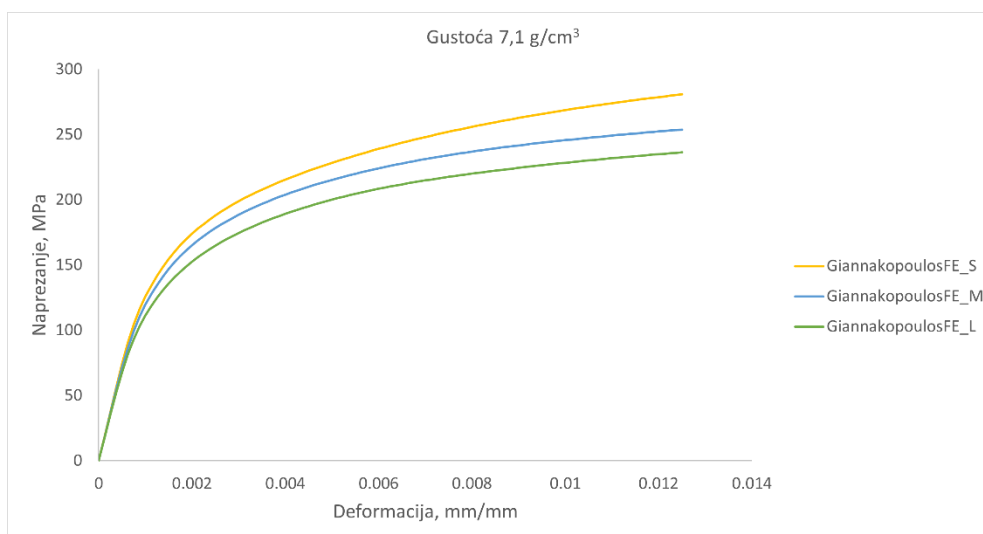
Tablica 8.1 Prikaz materijalnih parametara za tri različite metode [23]

Ferit	Modul elastičnosti, GPa	Poissonov faktor, -	Granica tečenja, MPa	Faktor čvrstoće, MPa	EkspONENT očvršćenja, -
Giannakopoulos	186±28,8	0,3	67,4	1484	0,4994
Giannakopoulos FE			159	772	0,2547
DAO			98,2	526	0,2704
Bainit	Modul elastičnosti, Gpa	Poissonov faktor, -	Granica tečenja, Mpa	Faktor čvrstoće, Mpa	EkspONENT očvršćenja, -
Giannakopoulos	239±29,6	0,3	453	2386	0,274
Giannakopoulos FE			438	1424	0,1936
DAO			232	874	0,2143



**Slika 8.4** Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija za gustoću 7,1 g/cm<sup>3</sup> veličinu L i sve tri metode

Na slici 8.5 je prikazano elastoplastično ponašanje za GiannakopoulosFE metodu i sve tri veličine modela. Iz slike se može potvrditi efekt veličine tj. smanjenjem veličine modela dolazi do povećanja krutosti modela za gustoću 7,1 g/cm<sup>3</sup>, također isto to je vidljivo na ostalim gustoćama i nalazi se u prilogu IV.

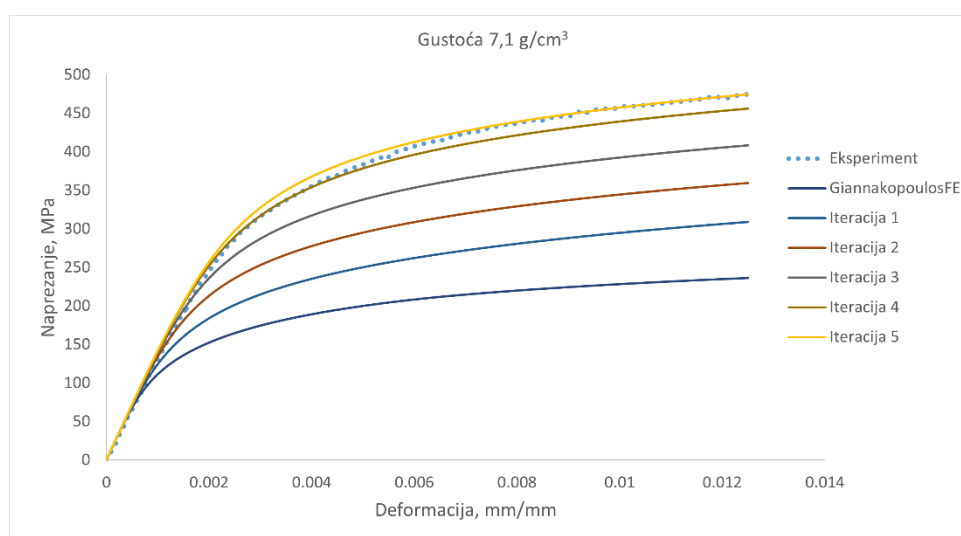


**Slika 8.5** Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija za gustoću 7,1 g/cm<sup>3</sup> i sve tri veličine za GiannakopoulosFE metodu

### 8.2.2. Kalibracija materijalnih parametara

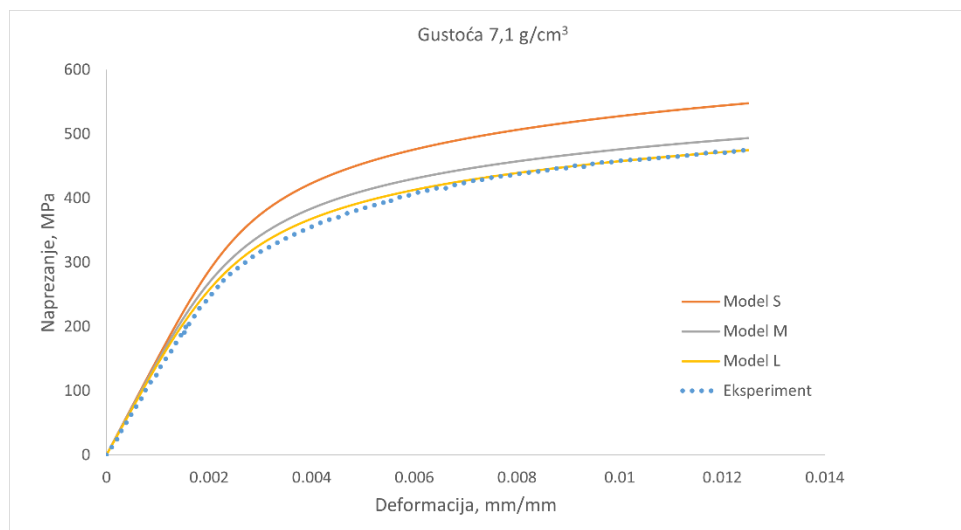
Da bi dobili uspješno poklapanje eksperimenta potrebno je napraviti kalibraciju parametara. Za kalibraciju parametara i za daljnje numeričke simulacije korištena su svojstva dobivena instrumentiranom metodom utiskivanja za metodu GiannakopoulosFE. Navedena metoda je

odabrana budući da najbolje oponaša ovisnost napreznja o istezanju. Za kalibraciju parametara korišten je Ramberg Osgoodov model elastoplastičnog ponašanja materijala. Podaci dobiveni instrumentiranom metodom utiskivanja su uz pomoću programa Excel aproksimirani za Ramberg Osgoodov model. Kalibracija je provedena na modelu L gustoće  $7,1 \text{ g/cm}^3$  postepenim povećanjem granice tečenja. Nakon aproksimiranja Rabmerg Osgoodovih parametara provedena je numerička simulacija s dobivenim parametrima i uspoređena s eksperimentom. Nakon povećanja granice tečenja za 440 MPa za svojstva bainita i ferita dobiveno je podudaranje numeričkih rezultata s eksperimentom kao što se vidi na slici 8.6. S tim dobivenim svojstvima se išlo u daljnje numeričke simulacije modela prikazane u sljedećim poglavljima.



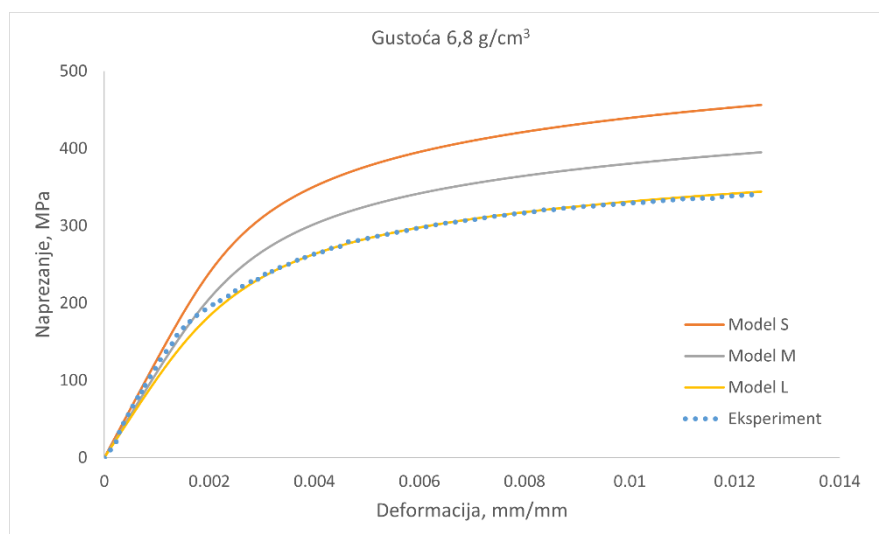
**Slika 8.6 Prikaz kalibracije materijalnih parametara**

Na sljedećim slikama je prikazano elastoplastično ponašanje modela opisanih Ramberg Osgoodovim model za sve tri gustoće i tri veličine modela te su uspoređeni s eksperimentom. Kao što je već rečeno kod elastičnog ponašanja materijala, potrebno je dobiti poklapanje s eksperimentom te ostvariti efekt veličine. Na slici 8.7 za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  može se vidjeti da smanjenjem veličine modela dolazi do povećanja krutosti tj. vidljiv je efekt veličine. Također se može vidjeti da dolazi do odstupanja rezultata s eksperimentom kada smanjujemo veličinu modela, što je i očekivano.



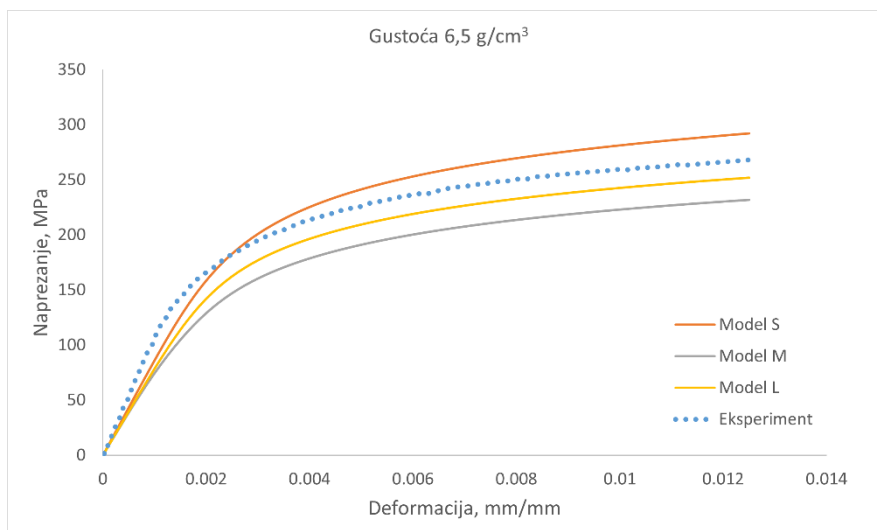
**Slika 8.7** Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  za elastoplastično ponašanje materijala

Za gustoću  $6,8 \text{ g/cm}^3$  dobiveni su rezultati (slika 8.8) analogni kao za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  i sve što je rečeno za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  vrijedi za gustoću  $6,8 \text{ g/cm}^3$ . Iz dijagrama je vidljiv efekt veličine, te se može vidjeti da smanjenjem veličine modela odstupamo od rezultata dobivenih eksperimentom.



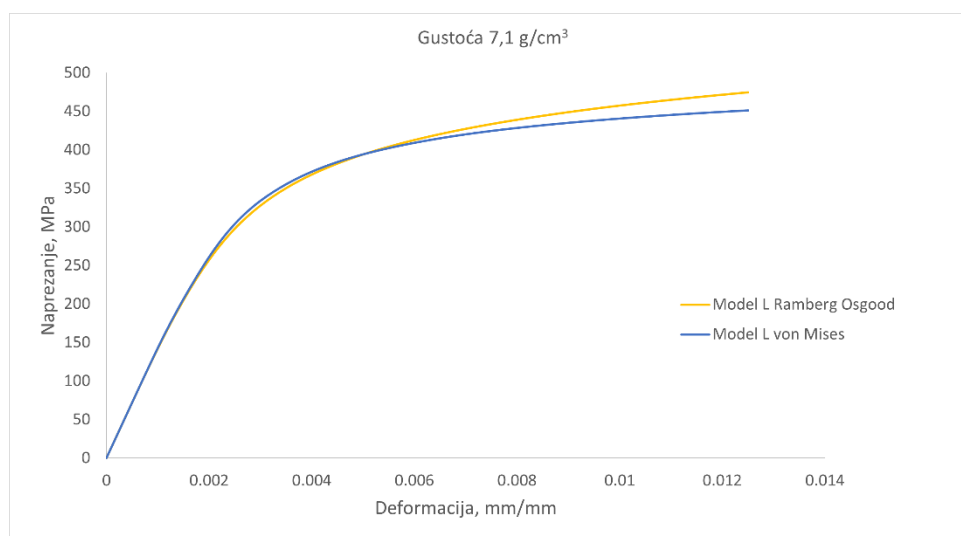
**Slika 8.8** Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija za gustoću  $6,8 \text{ g/cm}^3$  za elastoplastično ponašanje materijala

Na slici 8.9 za gustoću  $6,5 \text{ g/cm}^3$  imamo drugačiju situaciju. Isto kako nam se pojavilo kod elastičnog ponašanja materijala imamo i kod elastoplastičnog ponašanja materijala. Zbog velike poroznosti modela imamo veću nepravilnost modela te zbog toga nemamo efekt veličine niti poklapanje s eksperimentom.



**Slika 8.9** Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija za gustoću  $6,5 \text{ g/cm}^3$  za elastoplastično ponašanje materijala

Također na slici 8.10 je prikazan usporedni dijagram za Ramberg Osgoodov model i von Misesov plastični model koji imamo definiran u Abaqusu. Cilj je bio pokazati da nema velikih odstupanja između ta dva modela ponašanja materijala i sa slike je vidljivo da tek pri većim deformacijama dolazi do odstupanja, ali već pri većim deformacijama je potrebno definirati model oštećenja pa ne bi došlo do odstupanja jer bi se pojavila inicijacija oštećenja i dijagram prikazan na slici 8.10 bi izgledao drugačije, kao što će biti opisano u sljedećem poglavlju gdje za modeliranje oštećenja nije moguće koristiti kombinaciju Ramberg Osgoodovog modela (*deformation plasticity* – naziv u Abaqusu) i model duktilnog oštećenja (*ductile damage* – naziv u Abaqusu) već je potrebno koristiti von Misesov plastični model.

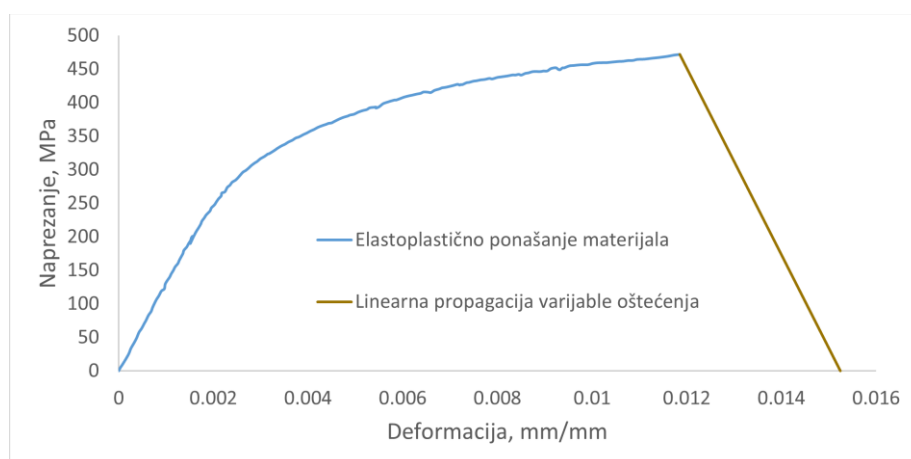


**Slika 8.10** Usporedni dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija za Ramberg Osgoodov model i von Misesov plastični model

U prilogu V se može naći prikaz ekvivalentne plastične deformacije za elastoplastično ponašanje materijala.

### 8.3. Elastoplastično ponašanje materijala s oštećenjem

Za elastoplastično ponašanje materijala s oštećenjem korišten je von Misesov plastični model i duktilni model oštećenja koji je opisan u prethodnim poglavljima. Parametre za von Misesov plastični model već imamo te je potrebno odrediti parametre za duktilni model oštećenja. Na slici 8.11 je prikazan idealizirani dijagram naprezanje-deformacija na temelju podataka dobivenih iz eksperimenta. Dijagram je opisan s elastoplastičnim ponašanjem materijala te je model oštećenja opisan linearnom propagacijom varijable oštećenja. Iz dijagrama je moguće očitati parametre inicijacije oštećenja koji su ekvivalentna plastična deformacija te za slučaj jednoosnog vlačnog testa troosnost iznosi  $\eta=1/3$ , također je moguće očitati propagaciju oštećenja tj. ekvivalentni plastični pomak kod loma (tablica 8.2). Vrijednost ekvivalentne plastične deformacije se očitava kod vlačne čvrstoće koja je dobivena eksperimentom. Za vrijednost ekvivalentnog plastičnog pomaka kod loma potrebno je očitati ekvivalentnu plastičnu deformaciju pri lomu te je pomnožiti s karakterističnom duljinom elementa. Karakteristična duljina elementa možemo očitati iz message file-a u Abaqusu. Naravno u ovom diplomskom radu nemamo homogeni model već imamo bainit i ferit te posebno parametre oštećenja za njih nemamo. Potrebno je uzeti pretpostavljene vrijednosti i velikim nizom numeričkih simulacija odrediti najprikladnije parametre koji bi opisivali naš model te dobili što bolje rezultate uspoređene s eksperimentom.

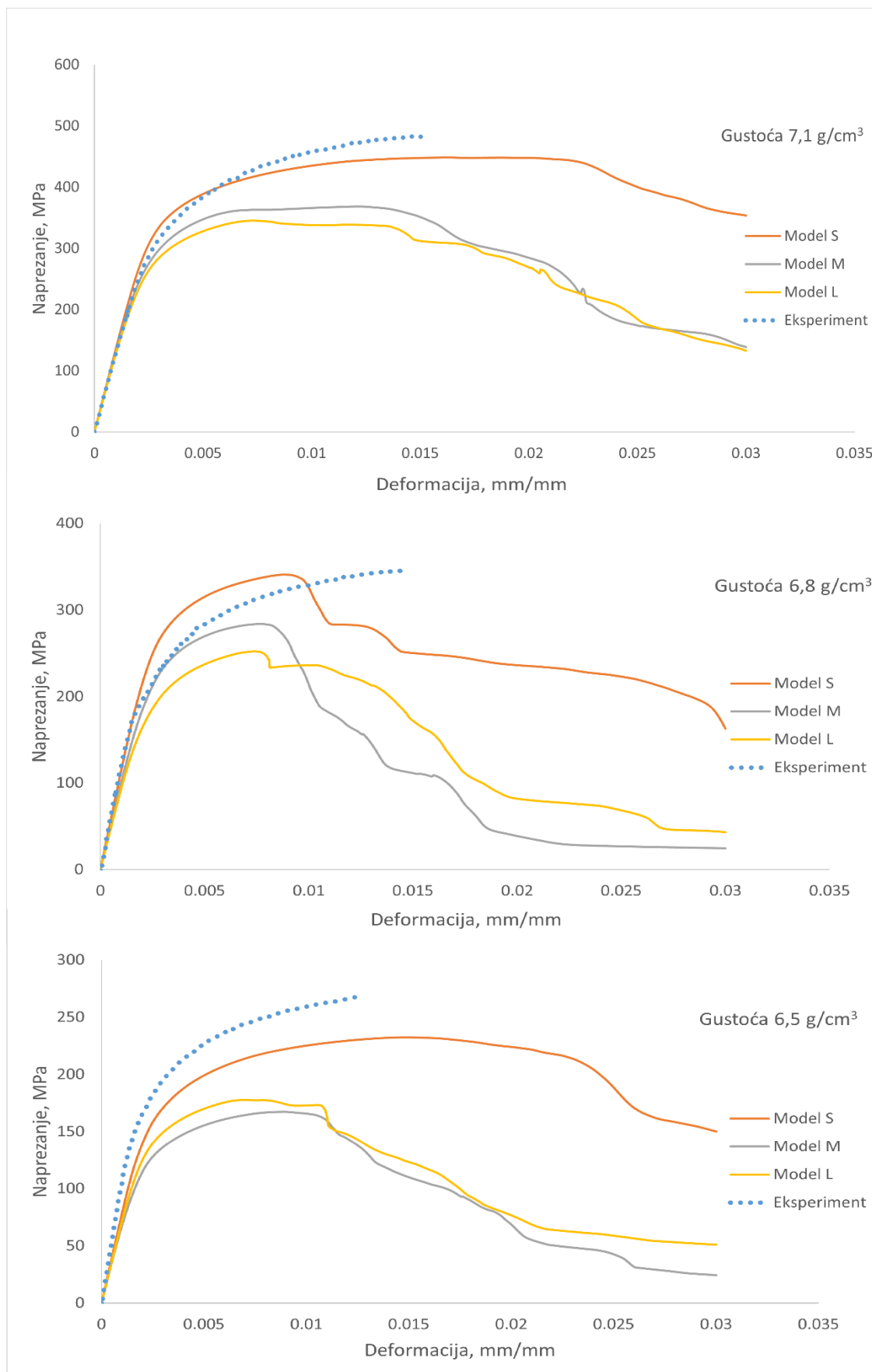


Slika 8.11 Idealizirani dijagram naprezanje-deformacija za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  na temelju podataka dobivenih iz eksperimenta

**Tablica 8.2 Parametri oštećenja očitani iz idealiziranog dijagrama naprezanje-deformacija za gustoću 7,1 g/cm<sup>3</sup>**

Inicijacija oštećenja	Ekvivalentna plastična deformacija kod koje dolazi do iniciranja oštećenja, mm/mm	0,008396
	Troosnost naprezanje, -	0,33
Porpagacija oštećenja	Ekvivalentni plastični pomak kod loma (kada je karakteristična veličina elementa 1 mm), mm	0,015238

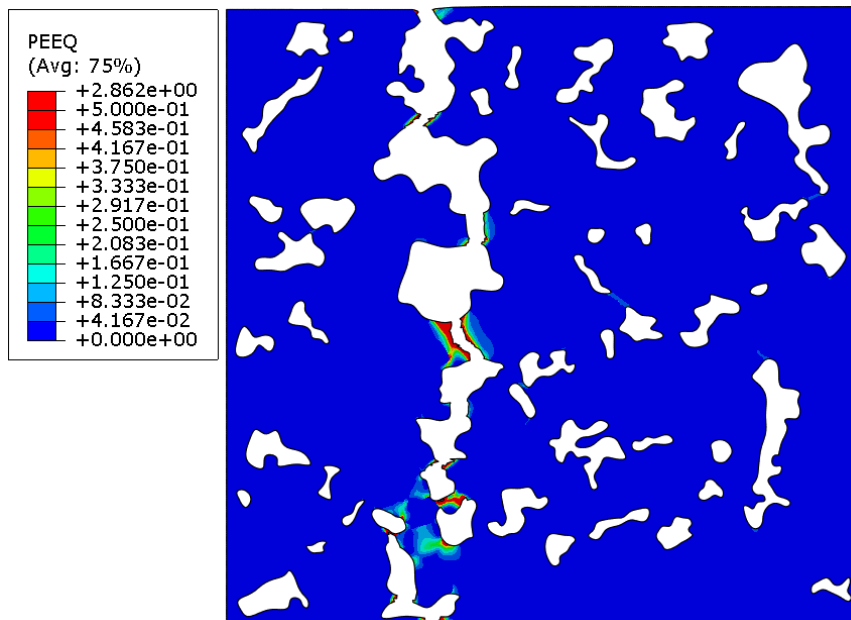
Zadavanjem očitanih parametara iz idealiziranog dijagrama naprezanje-deformacija nije bilo moguće ostvariti konvergenciju rješenja. Razlog tome mogu biti velike geometrijske i materijalne nelinearnosti, nasumičan raspored pora po modelu i dr. Također za jako gustu mrežu karakteristična veličina elementa je jako mala pa je zbog toga i ekvivalentni plastični pomak kod loma izrazito malen. Zadavanjem povećanih parametara oštećenja je moguće dobiti konvergenciju rješenja, ali nije moguće dobiti potpuni lom modela. Na slici 8.12 su prikazani dijagrami normalno naprezanje u osi  $x$ -deformacija. Iz dolje prikazanih dijagrama se može vidjeti da za gustoću 6,8 g/cm<sup>3</sup> imamo približno najbolje rezultate. Najlošije rezultate imamo za gustoću 7,1 g/cm<sup>3</sup> gdje imamo najslabije izraženo oštećenje modela tj. lošu degradaciju elemenata.



Slika 8.12 Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija za sve gustoće za elastoplastično ponašanje materijala s oštećenjem



Na slici 8.13 se može vidjeti djelomičan lom modela (prikaz ostalih se može naći u prilogu VI). Iz slike se može vidjeti da se lom nije uspio ostvariti na dijelu gdje bi elementi trebali degradirati zbog smičnog naprezanja što može biti jedan od uzroka nekonvergencije rješenja pošto nije zadan model smičnog oštećenja jer nemamo parametre za njega.



**Slika 8.13 Prikaz ekvivalentne plastične deformacije za elastoplastično ponašanje materijala s oštećenjem za gustoću 6,8 g/cm<sup>3</sup> i veličinu M**

Zbog problema konvergencije rješenja i relativno malo vremena za provedbu numeričkih simulacija za model s oštećenjem koje mogu biti zahtjevne i dugotrajne nisu najbolje opisana dobivena rješenja. Kao budući rad moguće je istražiti napredne postavke materijalnih parametara, postavke rješavača u alatu za numeričku simulaciju te se koristiti snažnijim računalima radi smanjenja vremena numeričke analize.

## 9. ZAKLJUČAK

Temeljem dobivenih rezultata metalografske analize provedeno je modeliranje mikrostrukture sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C te numerička simulacija za tri različite gustoće gdje se za svaku gustoću napravile tri veličine modela. Također je napravljena kalibracija parametara pomoću Ramberg Osgoodovog modela, koji su nakon toga uspoređeni s von Misesovim plastičnim modelom. Glavni cilj ovog rada je usporediti podatke dobivene jednoosnim vlačnim testom s provedenim numeričkim simulacijama na temelju mikromaterijalnih mehaničkih parametara dobivenih putem instrumentirane indentacije. Heterogeni materijalni modeli sinteriranog čelika se sastoje od zrna bainita i ferita te pora. Materijalna svojstva bainita i ferita dobivena su instrumentiranom metodom utiskivanja. Modeli su analizirani za elastično, elastoplastično ponašanje materijala i elastoplastično ponašanje materijala s oštećenjem.

Analizom rezultata za elastično područje može se zaključiti da se kod gustoće  $7,1 \text{ g/cm}^3$  i gustoće  $6,8 \text{ g/cm}^3$  postiglo dobro poklapanje rezultata s makrosvojstvima dobivenim jednoosnim vlačnim testom, te je ostvaren efekt veličine kod kojeg se smanjenjem veličine modela dobije povećana krutost. Za gustoću  $6,5 \text{ g/cm}^3$  nisu dobivena željena rješenja, moduli elastičnosti numeričkom analizom se nisu poklopili s makrosvojstvima te nije ostvaren efekt veličine kao za gustoće  $7,1 \text{ g/cm}^3$  i  $6,8 \text{ g/cm}^3$ . Tako dobivenim rezultatima za gustoću  $6,5 \text{ g/cm}^3$  se može zaključiti da veličine modela korištenih za gustoću  $6,5 \text{ g/cm}^3$  nisu reprezentativne zbog velike poroznosti modela. Kako bi se ostvarila potvrda rezultata za manje gustoće potrebno je koristiti veće veličine modela što je planirano za nastavak ovog istraživanja.

Rezultatima dobivenim za elastoplastično ponašanje materijala opisano Ramberg Osgoodovim modelom imaju analogno ponašanje elastičnom modeliranju. Za gustoće  $7,1 \text{ g/cm}^3$  i  $6,8 \text{ g/cm}^3$  je vidljivo da imaju bolje ponašanje tj. bolje prate ovisnost naprezanja i istežanja određenih jednoosnim vlačnim testom. Za veličinu modela L obje gustoće mogu predstavljati RVE, te je ostvaren efekt veličine, dok za gustoću  $6,5 \text{ g/cm}^3$  veličine modela nisu reprezentativne i nije ostvaren efekt veličine te poklapanje s eksperimentom.

Za primjenu modela oštećenja za numeričku analizu nije moguće koristiti Ramberg Osgoodov model već je korišten von Misesov plastični model u Abaqusu. Rezultatima dobivenih numeričkom analizom dobiveno je za gustoću  $6,8 \text{ g/cm}^3$  relativno dobro poklapanje rezultata dobivenih eksperimentom. Budući da trenutno ne postoji eksperimentalni način određivanja parametara oštećenja duktilnih mikrokonstituenata korišteni su pretpostavljeni parametri

oštećenja. Također tijekom numeričkih analiza pojavili su se problemi s konvergencijom rješenja i nije bile moguće dobiti potpuni lom. Naravno uvidom u slike prikazane u prilogu VI gdje je prikaz ekvivalentne plastične deformacije dobivenim za gustoću  $6,8 \text{ g/cm}^3$ , a i ostale dvije gustoće može se vidjeti gdje bi u modelu trebao nastupiti lom. Također za gustoću  $6,8 \text{ g/cm}^3$  se može vidjeti iz dijagrama dobro opisivanje početka inicijacije oštećenja te djelomičnog nastupanja loma, no zbog problema s konvergencijom nije moguće dobiti potpuni lom zbog razloga navedenih u poglavlju 8.3.

## LITERATURA

- [1] Seleš K., *Numerical phase-field modeling of damage in heterogeneous materials*, Disertacija, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2020.
- [2] Lj. Slokar, *Metalurgija praha i sinter materijali*, Sveučilište u Zagrebu, Metalurški fakultet, Sisak, 2015.
- [3] <https://www.industrialheating.com/articles/94932-sintering-and-additive-manufacturing/> (28.06.2022)
- [4] <https://ames-sintering.com/sintered-structural-components/> (28.06.2022)
- [5] Pustaić D., Cukor I., *Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti*, Sažetak predavanja, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2009.
- [6] Jecić S., Semenski D., *Jednadžbe teorije elastičnosti*, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2011.
- [7] Sorić J., *Nelinearna numerička analiza konstrukcija*, predavanja
- [8] Mlinarić M., *Mikromehaničko modeliranje oštećenja u sinteriranom čeliku*, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2020.
- [9] Alfirević I., *Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma*, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb 2003.
- [10] Begović N., *Numeričko modeliranje oštećenja u mikrostrukturi sinteriranog čelika*, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2021.
- [11] Čanžar P., *Eksperimentalno i numeričko modeliranje zamornog ponašanja nodularnog lijeva*, Doktorski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012.
- [12] Kondo D., Welemane H., Cormery F., *Basic concepts and models in continuum damage mechanics*, Open Archive Toulouse Archive Ouverte, Toulouse 2007.
- [13] Giannakopoulos A. E., Suresh S., *Determination of elastoplastic properties by instrumented sharp indentation*, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1998.
- [14] Dao M., *Computational modeling of the forward and reverse problem sin instrumented sharp indentation*, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 2001.
- [15] Sorić J., *Metoda konačnih elemenata*, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb 2004
- [16] Pavlović B., *Numerička simulacija procesa deformiranja u mikrostrukturi sinteriranog čelika*, Završni rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2021.

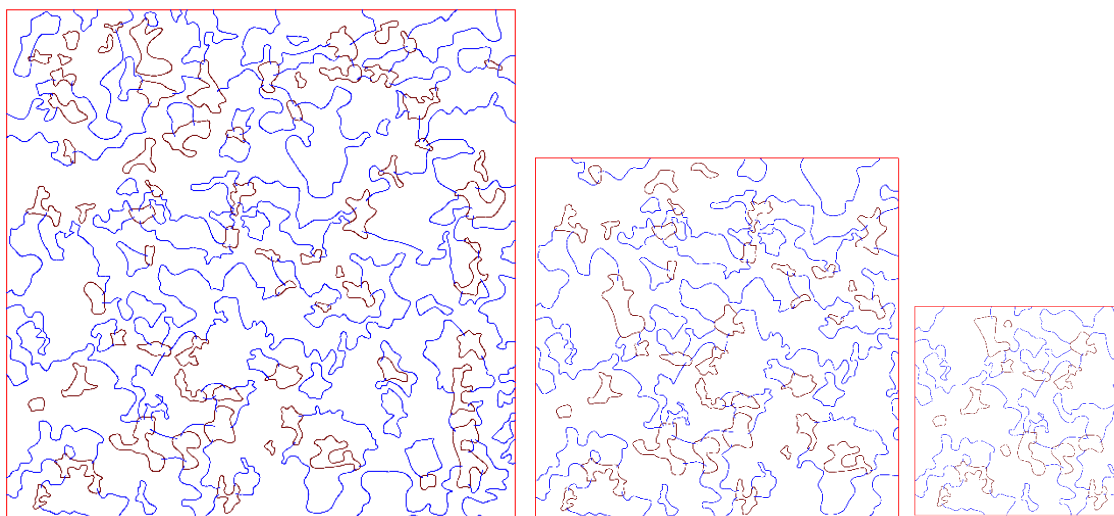
- [17] Abaqus/CAE 6.14-1 Documentation
- [18] Lesičar T., Tonković Z., Sorić J., *Mikromehaničko modeliranje procesa deformiranja*, Četvrti susret Hrvatskog društva za mehaniku, Slavonski Brod 2011.
- [19] <http://www.icams.de/content/research/> (29.06.2022.)
- [20] Lesičar T., *Multiscale Modeling of Heterogeneous Materials Using Second-Order Homogenization*, Doktorski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2015.
- [21] Xia L., Breikopf P., *A POD-based reduction approach for multiscale nonlinear structural design*, ICCM2014, Cambridge 2014.
- [22] Tomić Z, Gubelj N, Jarak T, Polančec T, Tonković Z. *Micro - and macromechanical properties of sintered steel with different porosity*. Scr Mater 2022;217:114787
- [23] Tomić Z, Jukić K, Fabijanić T. A, Jarak T, Tonković Z. *Phase-field modelling of fused silica cone-crack Vickers indentation*, preprint

## **PRILOZI**

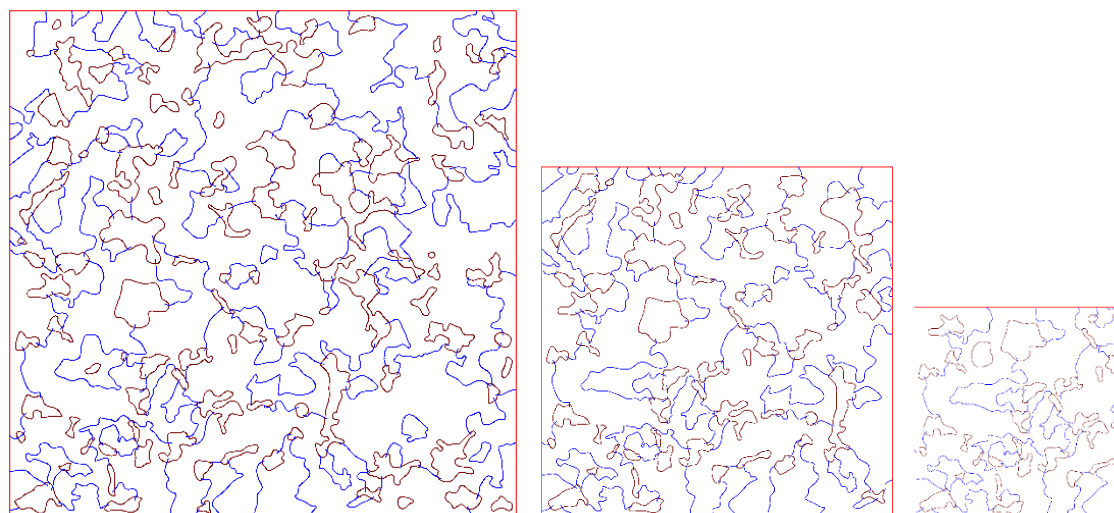
- I. Prikaz geometrije modela
- II. Prikaz setova bainita i ferita na modelima
- III. Prikaz raspodjele normalnog naprezanja u smjeru osi  $x$  za elastično ponašanje materijala
- IV. Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi  $x$ -deformacija za gustoću  $7,1 \text{ g/cm}^3$  te sve tri veličine i sve tri metode
- V. Prikaz ekvivalentne plastične deformacije za elastoplastično ponašanje materijala
- VI. Prikaz ekvivalentne plastične deformacije za elastoplastično ponašanje materijala s oštećenjem

## Prilog I: Prikaz geometrije modela

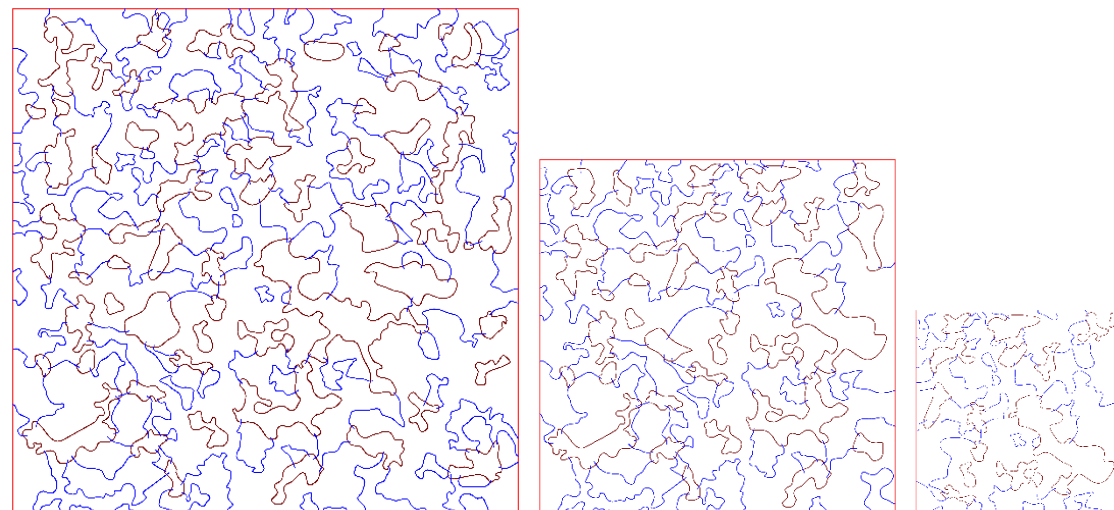
### Gustoća 7,1 g/cm<sup>3</sup>



### Gustoća 6,8 g/cm<sup>3</sup>

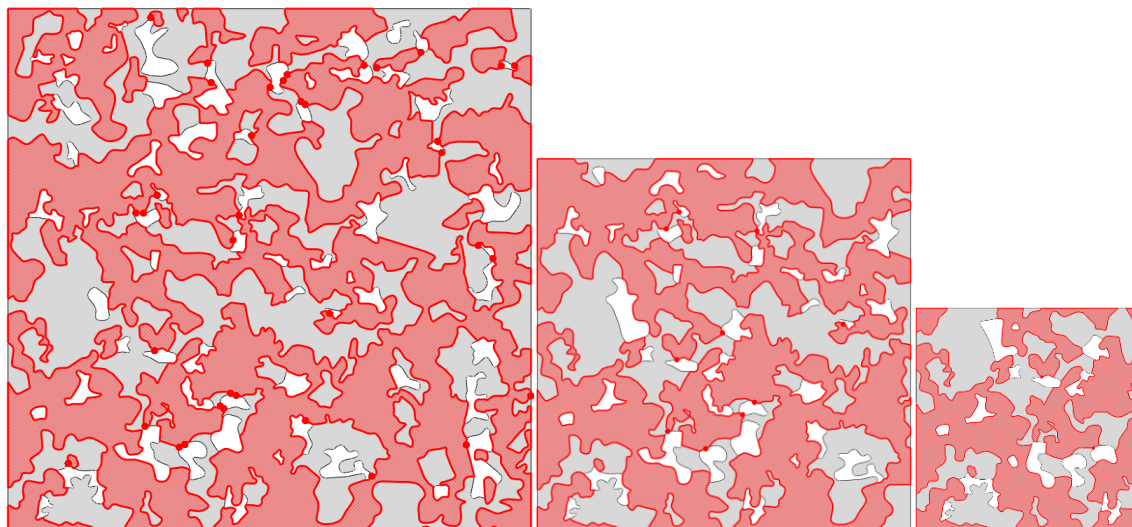


### Gustoća 6,5 g/cm<sup>3</sup>

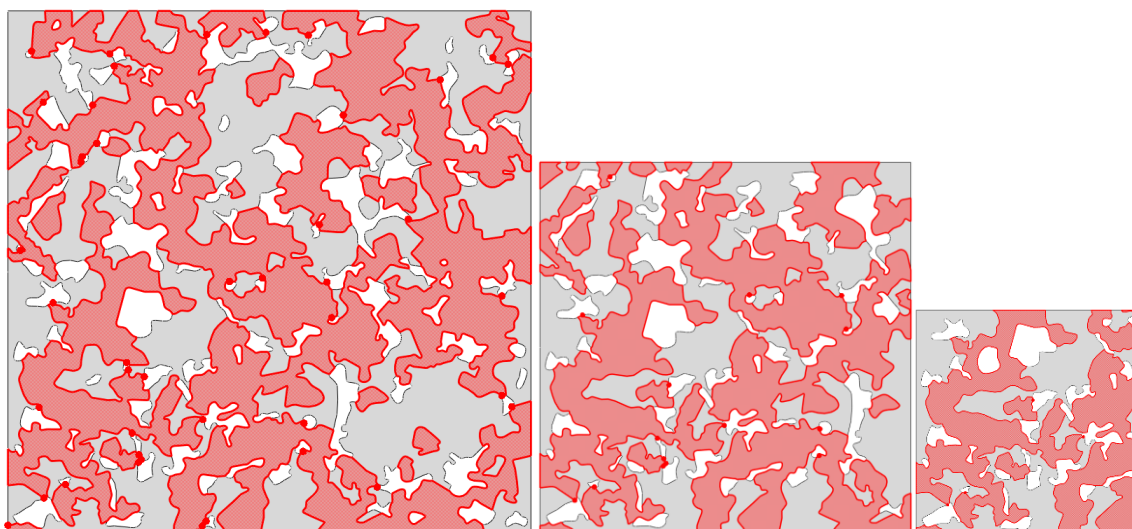


## Prilog II: Prikaz setova bainita i ferita na modelima

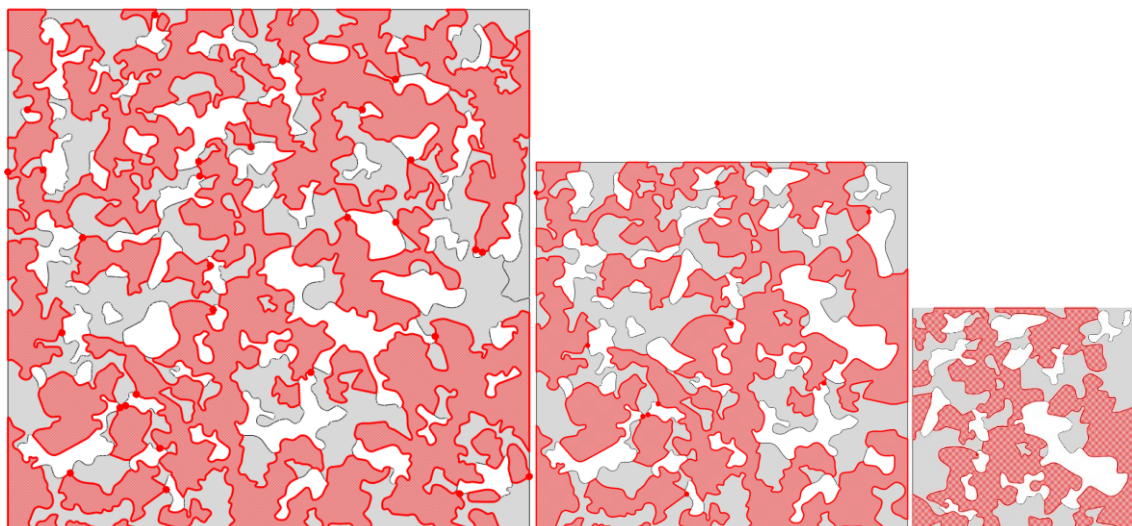
### Gustoća 7,1 g/cm<sup>3</sup>



### Gustoća 6,8 g/cm<sup>3</sup>



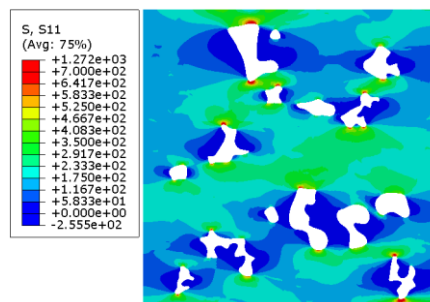
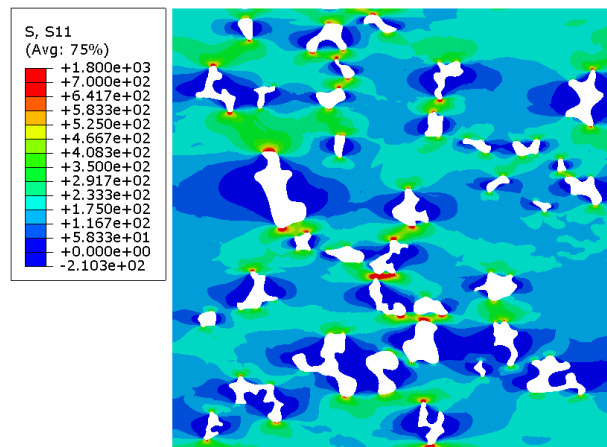
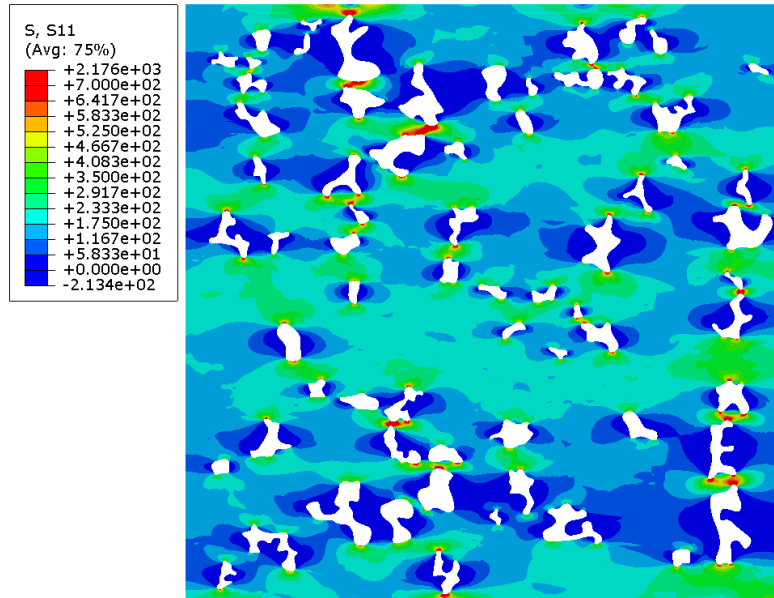
### Gustoća 6,5 g/cm<sup>3</sup>

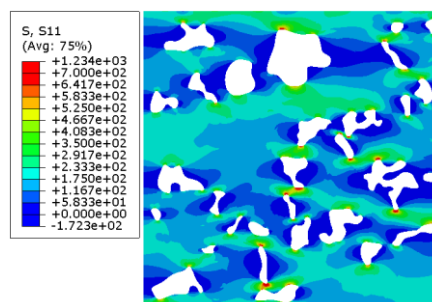
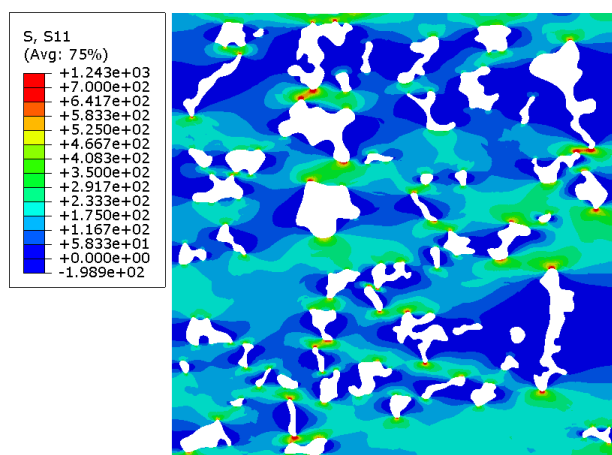
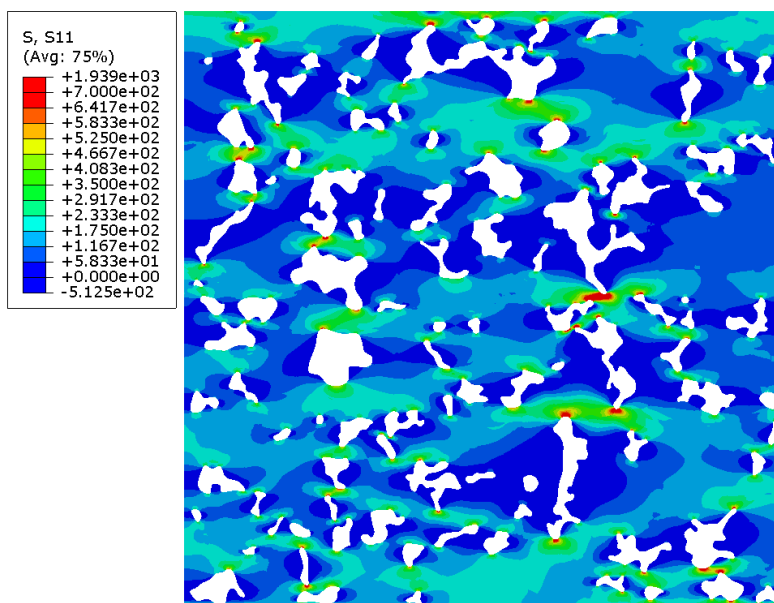




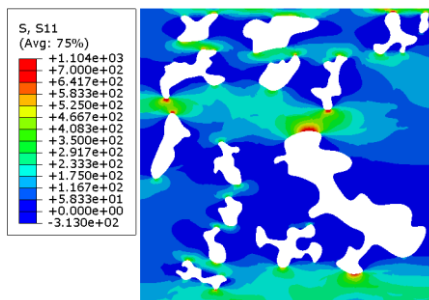
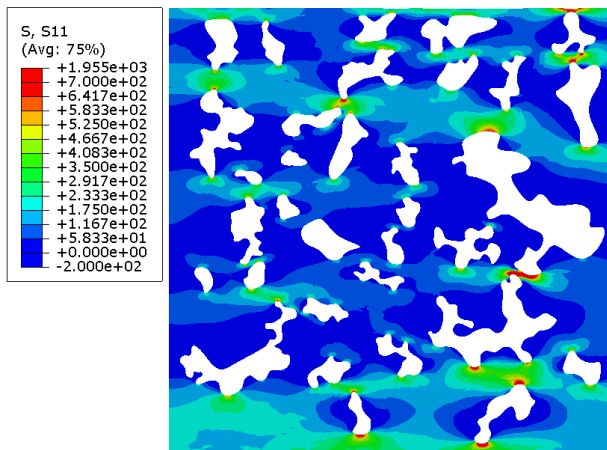
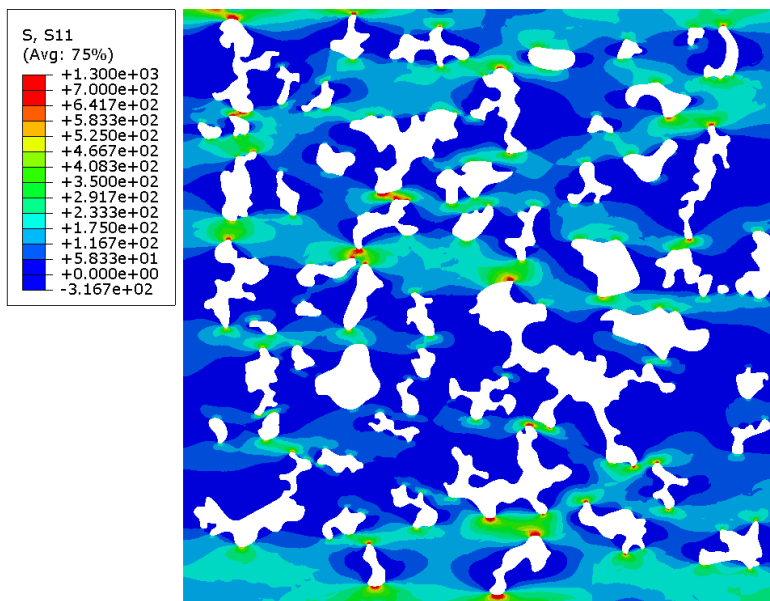
## Prilog III: Prikaz raspodjele normalnog naprezanja u smjeru osi $x$ za elastično ponašanje materijala

**Gustoća 7,1 g/cm<sup>3</sup>**

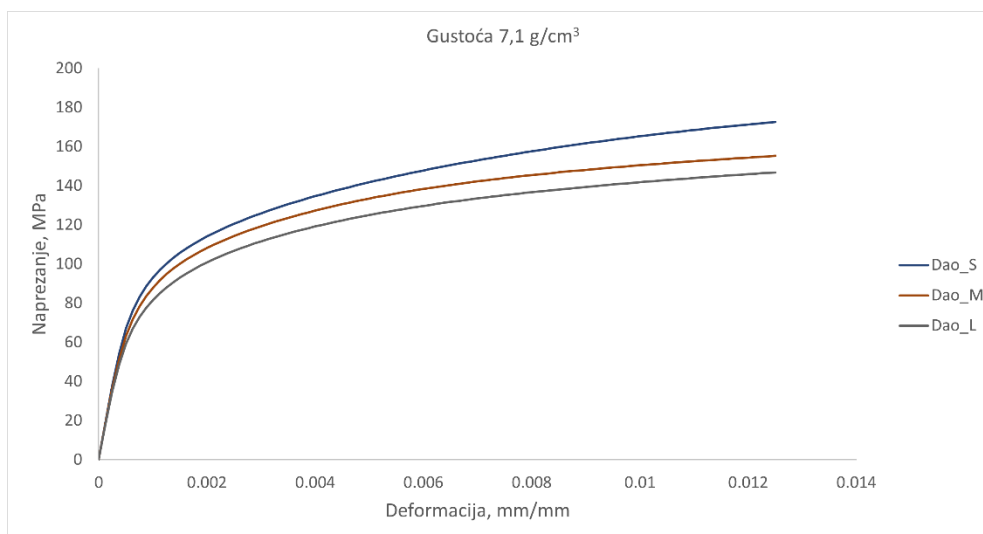
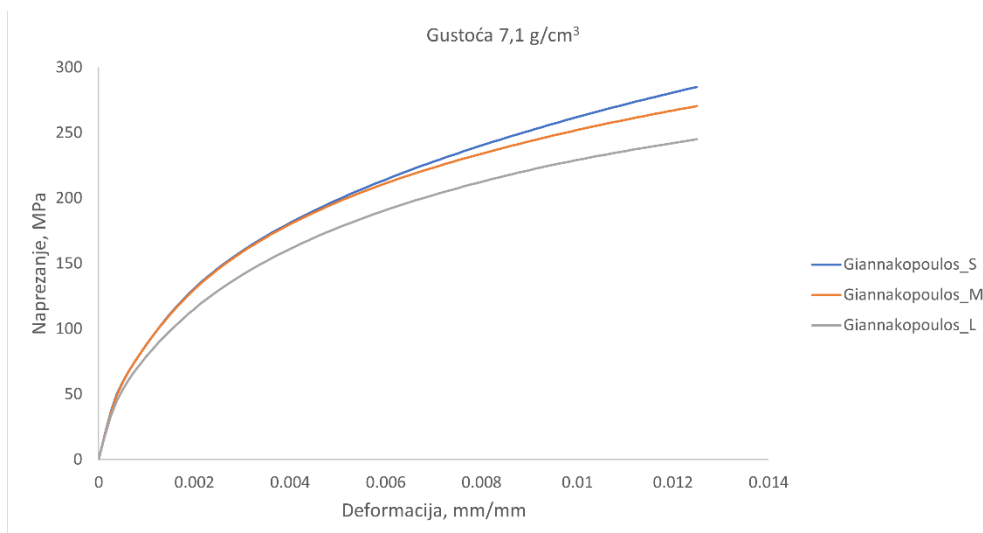
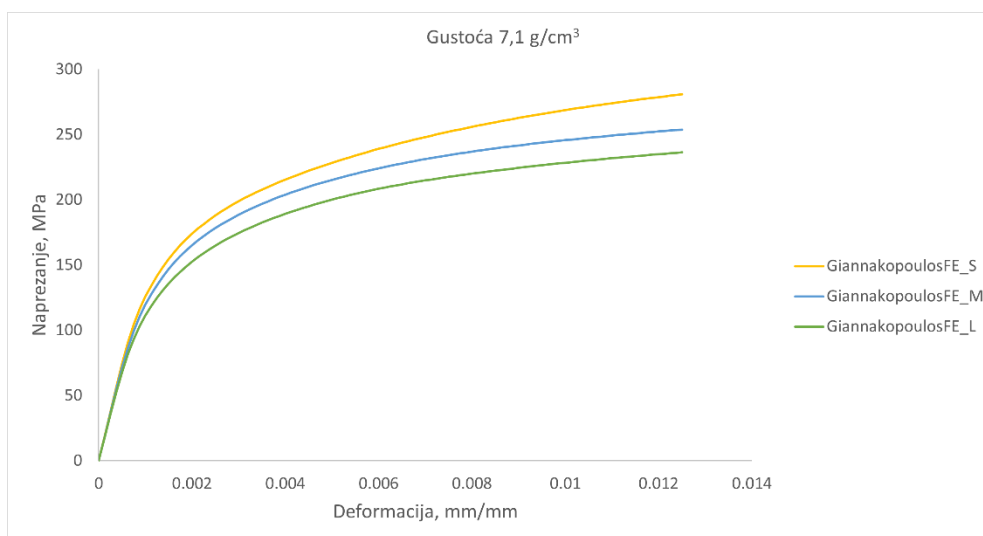


**Gustoća 6,8 g/cm<sup>3</sup>**

**Gustoća 6,5 g/cm<sup>3</sup>**

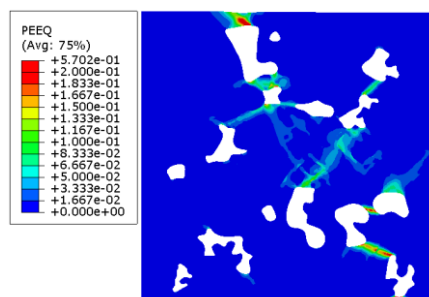
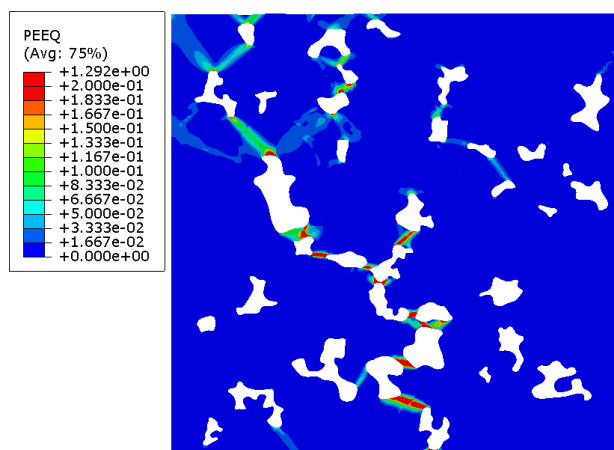
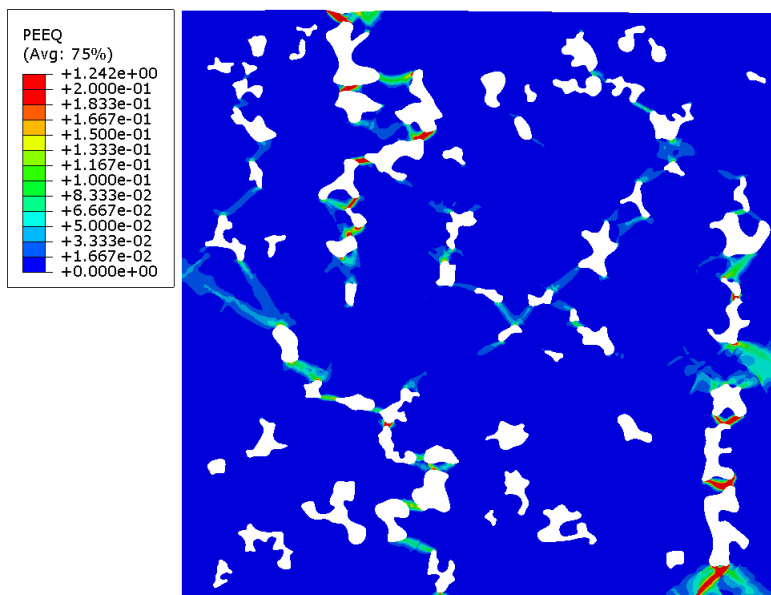


## Prilog IV: Dijagram normalno naprezanje u smjeru osi x- deformacija za gustoću 7,1 g/cm<sup>3</sup> te sve tri veličine i sve tri metode

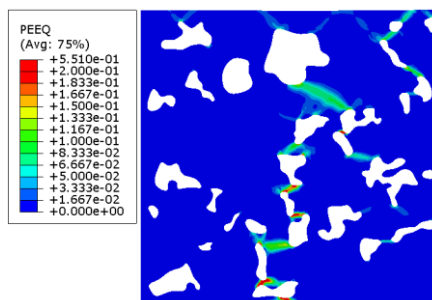
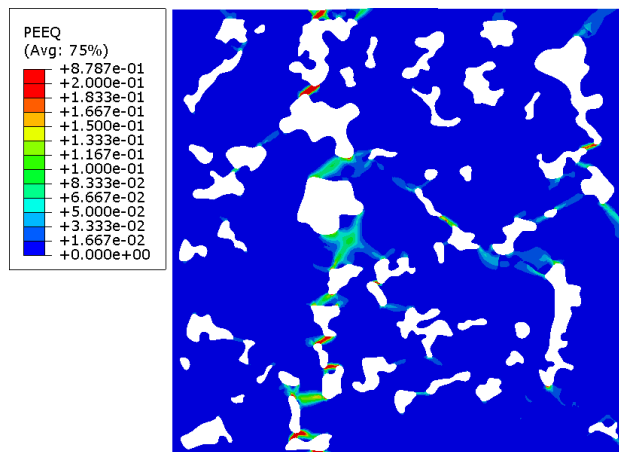
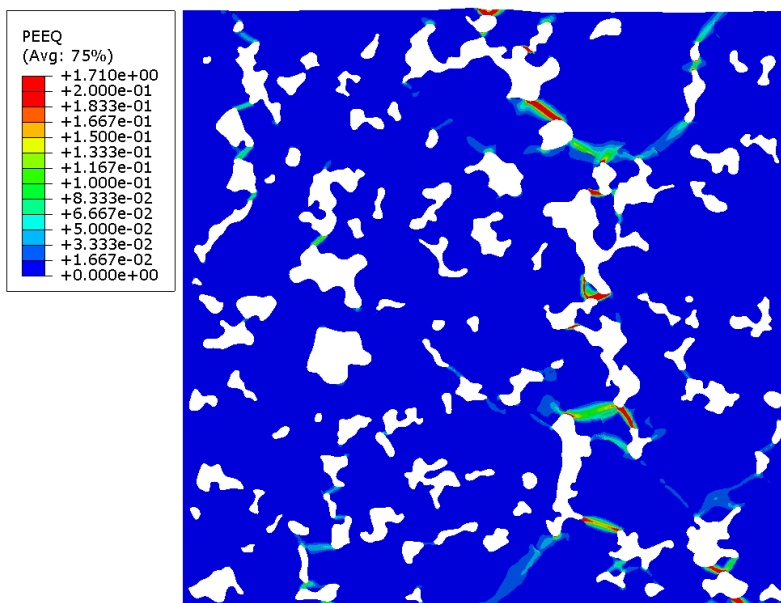


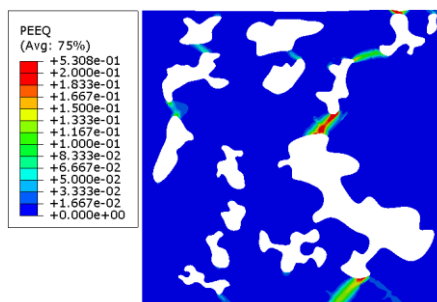
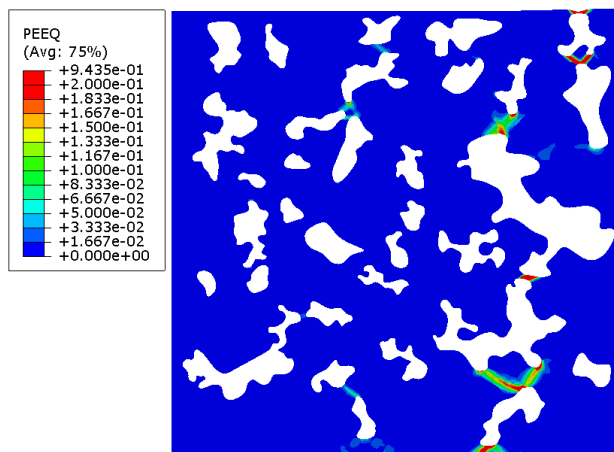
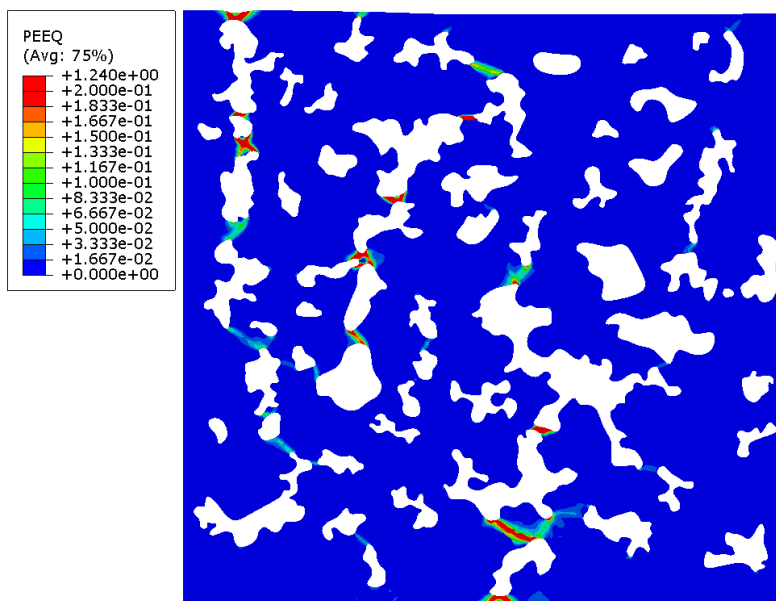
## Prilog V: Prikaz ekvivalentne plastične deformacije za elastoplastično ponašanje materijala

**Gustoća 7,1 g/cm<sup>3</sup>**



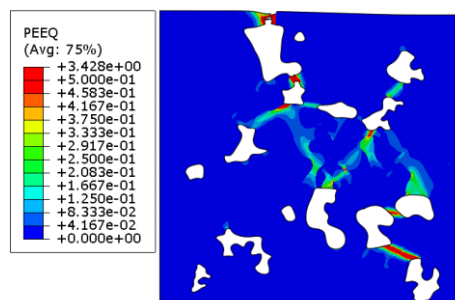
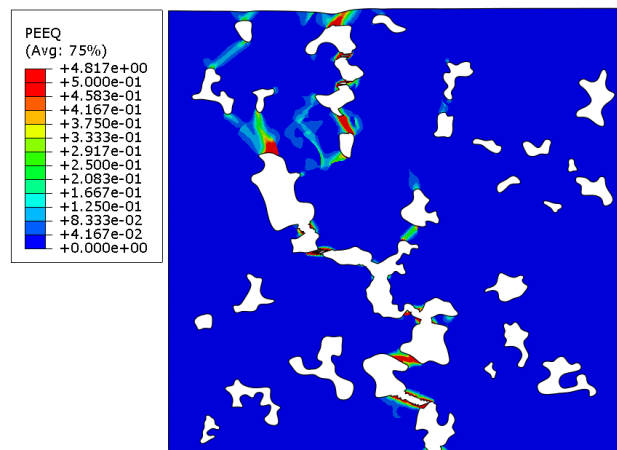
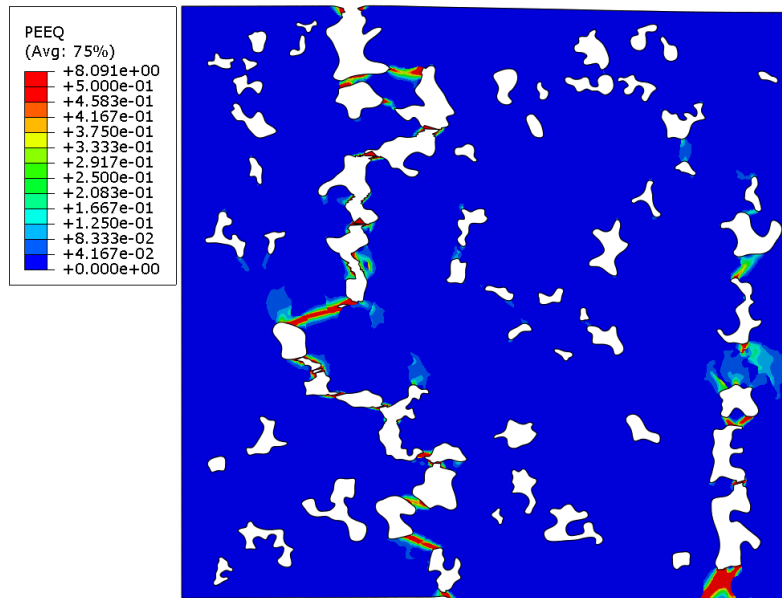
**Gustoća 6,8 g/cm<sup>3</sup>**



**Gustoća 6,5 g/cm<sup>3</sup>**

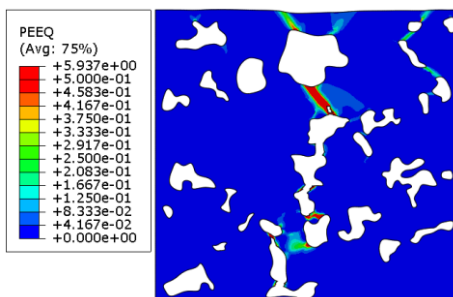
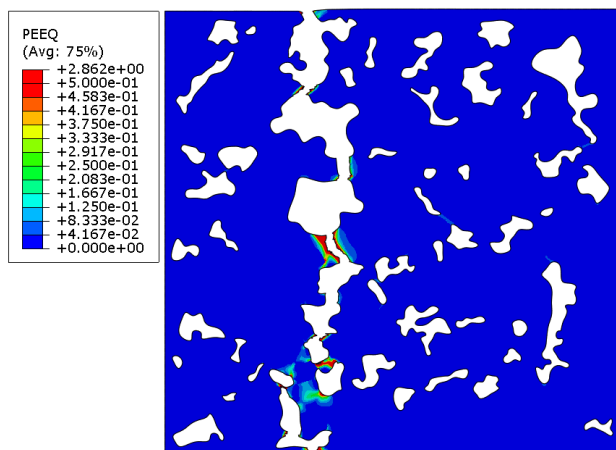
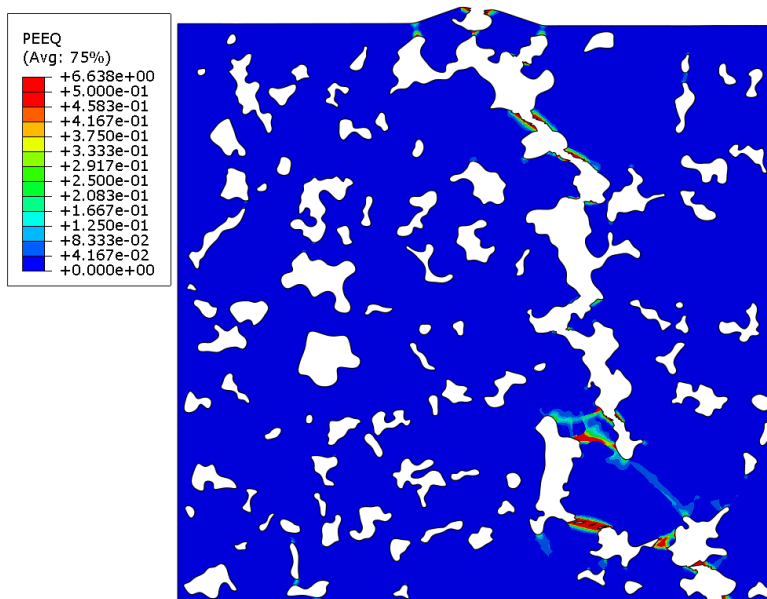
## Prilog VI: Prikaz ekvivalentne plastične deformacije za elastoplastično ponašanje materijala s oštećenjem

**Gustoća 7,1 g/cm<sup>3</sup>**





**Gustoća 6,8 g/cm<sup>3</sup>**



**Gustoća 6,5 g/cm<sup>3</sup>**

