

# Sinteza visoko-rezolucijskih voznih ciklusa po segmentima autobusnih ruta temeljena na Markovljevim lancima

---

**Dabčević, Zvonimir**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:622484>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-21**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

Zvonimir Dabčević

ZAGREB, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

SINTEZA VISOKO-REZOLUCIJSKIH VOZNIH CIKLUSA PO SEGMENTIMA  
AUTOBUSNIH RUTA TEMELJENA NA MARKOVLJEVIM LANCIMA

Mentori:

doc. dr. sc. Branimir Škugor

prof. dr. sc. Joško Deur

Student:

Zvonimir Dabčević

ZAGREB, 2022.

# Zahvala

Prije svega, želio bih se zahvaliti mentoru doc. dr. sc. Branimiru Škugoru, komentoru prof. dr. sc. Jošku Deuru i dr. sc. Jakovu Topiću, mag. ing. na svim korisnim savjetima, odvojenom vremenu i pruženoj pomoći tijekom izrade rada.

Također, zahvaljujem se tvrtkama ROM Transportation Engineering Ltd., Tel Aviv, Izrael, i Libertas d.o.o., Dubrovnik, Hrvatska, na mogućnosti korištenja podataka praćenja flote gradskih autobusa bez kojih se ovaj rad ne bi mogao realizirati.

Naposljetku, zahvaljujem se svojoj obitelji i prijateljima na pruženoj potpori tijekom cijelog diplomskog studija, posebice nećakinjama Alice i Adriani na velikoj dozi pozitivne energije.

## **Izjava**

Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, svibanj 2022.

Zvonimir Dabčević



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite

Povjerenstvo za diplomske radove studija strojarstva za smjerove:

proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
 inženjerstvo materijala te mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa:	602-04/22-6/1
Ur. broj:	15-1703-22-

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **ZVONIMIR DABČEVIĆ**

Mat. br.: 0035202218

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Sinteza visoko-rezolucijskih voznih ciklusa po segmentima autobusnih ruta temeljena na Markovljevim lancima**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Markov chain-based synthesis of high-resolution driving cycles over bus route segments**

Opis zadatka:

U posljednje vrijeme značajni naponi se ulažu u elektrifikaciju autobusnog gradskog prijevoza, s ciljem smanjenja zagađenja okoliša i buke. Budući da takvi pothvati iziskuju velike investicijske troškove potrebno je prethodno provesti precizne tehno-ekonomske studije, u svrhu pronalaska najpovoljnijeg rješenja u vidu infrastrukture punjenja te tipa električnih vozila koji bi zamijenili konvencionalna vozila. Zadatak gradskih autobusa je specifičan u odnosu na druga putnička vozila, zbog prijevoza putnika po unaprijed zadanom rasporedu i rutama. Kako bi se odabrala električna vozila koja mogu odraditi navedeni zadatak, uz prisutnost specifičnih ograničenja vezanih uz domet i relativno dugo punjenje baterije, potrebno je poznavati visoko-rezolucijske vozne cikluse autobusa preko zadanih ruta. Za postojeće flote autobusa najčešće se, u svrhu praćenja, snimaju samo nisko-rezolucijski podaci, te je iz takvih podataka potrebno izvesti visoko-rezolucijske vozne cikluse. U sklopu rada potrebno je:

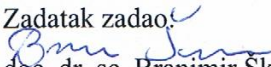
- Provesti usporednu statističku analizu dvaju skupova voznih podataka prikupljenih na dvjema flotama gradskih autobusa, od kojih jedan sadrži visoko-rezolucijske, a drugi nisko-rezolucijske podatke.
- Opisati općenitu metodu sinteze voznih ciklusa temeljenu na Markovljevim lancima, te je primijeniti za sintezu voznih ciklusa iz dostupnog visoko-rezolucijskog skupa podataka.
- Koncipirati sintezu visoko-rezolucijskih voznih ciklusa preko segmenata rute između dviju stanica korištenjem navedene metode Markovljevih lanaca uz ciljne statističke karakteristike (zaustavljanje na stanici, srednja brzina, itd.).
- Primijeniti koncipiranu metodu sinteze voznih ciklusa preko segmenata, korištenjem matrica prijelaznih vjerojatnosti izvedenih iz dostupnih visoko-rezolucijskih podataka te zahtijevanih statističkih karakteristika po segmentima iz dostupnih nisko-rezolucijskih podataka.

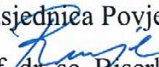
U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
3. ožujka 2022.

Rok predaje rada:  
5. svibnja 2022.

Predvideni datum obrane:  
9. svibnja do 13. svibnja 2022.

Zadatak zadao:  
  
 doc. dr. sc. Branimir Skugor

Predsjednica Povjerenstva:  
  
 prof. dr. sc. Biserka Runje

# Sadržaj

Sadržaj	v
Popis slika	vii
Popis tablica	x
Popis oznaka	xi
Sažetak	xiii
Summary	xiv
<b>1. Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2. Opis problema</b>	<b>4</b>
2.1. Važnost mikro-simulacija za svrhu planiranja elektrifikacije prometa . . .	4
2.2. Radni okvir sinteze visoko-rezolucijskih voznih ciklusa . . . . .	5
2.3. Podatkovni zahtjevi za generiranje visoko-rezolucijskih voznih ciklusa . .	7
2.4. Uspostavljanje prometnog modela . . . . .	9
2.5. Usporedba transportnih karakteristika odredišnog i referentnog grada . .	16
<b>3. Osnove metode Markovljevih lanaca za sintezu voznih ciklusa</b>	<b>17</b>
3.1. Modeliranje voznih ciklusa . . . . .	17
3.2. Generiranje sintetičkih voznih ciklusa . . . . .	20
3.3. Validacija sintetičkih voznih ciklusa . . . . .	20

<b>4. Sinteza visoko-rezolucijskih voznih ciklusa temeljem nisko-rezolucijskog prometnog modela</b>	<b>21</b>
4.1. Postupak sinteze S2S mikro-ciklusa . . . . .	21
4.2. Klasterizacija snimljenih visoko-rezolucijskih mikro-ciklusa i definiranje pripadnih TPM-ova . . . . .	23
4.3. Osiguravanje nultih završnih uvjeta mikro-ciklusa . . . . .	24
4.3.1. Primjena dodatnog zaustavnog TPM-a . . . . .	25
4.3.2. Primjena dvostranih TPM-ova . . . . .	26
4.3.3. Primjena spajanja produženih mikro-ciklusa do trenutka zaustavljanja . . . . .	28
4.3.4. Osiguravanje izvedivosti postupka sinteze mikro-ciklusa . . . . .	31
<b>5. Validacija predložene metode sinteze mikro-ciklusa</b>	<b>34</b>
<b>6. Zaključak</b>	<b>42</b>
<b>Literatura</b>	<b>44</b>



# Popis slika

2.1	Grubi koncept metode temeljene na Markovljevim lancima za generiranje visoko-rezolucijskih sintetičkih vozničkih ciklusa unaprijed određenih statističkih značajki izdvojenih iz baze snimljenih vozničkih ciklusa niske rezolucije. . . . .	6
2.2	Postupak pretvorbe nisko-rezolucijskih vozničkih ciklusa u visoko-rezolucijske sintetičke vozne cikluse koji uključuje: (a) segmentaciju rute na S2S segmente i mapiranje snimljenih GPS podataka praćenja vozila na svakom S2S segmentu, (b) uspostavljanje podatkovnog prometnog modela temeljenog na prostorno-vremenskim mapama srednjih brzina, vremenima mirovanja autobusa na stanicama i vjerojatnosti zaustavljanja autobusa na stanicama i (c) generiranje visoko-rezolucijskih sintetičkih vozničkih ciklusa s ciljanim statističkim značajkama temeljem predložene metode bazirane na Markovljevim lancima. . . . .	8
2.3	Primjer snimljenog voznog ciklusa niske rezolucije određivanja grada. . . . .	9
2.4	Geografske koordinate autobusne rute određivanja grada segmentirane na stanica-do-stanice ( <i>engl. Station-To-Station, S2S</i> ) segmente za (a) smjer 1 i (b) smjer 2. . . . .	10
2.5	Izračunate ukupne duljine stanica-do-stanice ( <i>engl. Station-To-Station, S2S</i> ) segmenta određivanja grada za (a) smjer 1 i (b) smjer 2. . . . .	11
2.6	Prostorno-vremenske toplinske mapama srednjih brzina razmatrane rute za (a) smjer 1 i (b) smjer 2. . . . .	12

2.7	Mapa vjerojatnosti zaustavljanja autobusa na završnim stanicama S2S segmenata razmatrane rute za (a) smjer 1 i (b) smjer 2. . . . .	13
2.8	Mapa vremena mirovanja autobusa na stanicama razmatrane rute. . . . .	14
2.9	Usporedba histograma značajki transportnih sustava referentnog (Dubrovnik) i odredišnog (Jeruzalem) grada. . . . .	16
3.1	Ilustracija 4D matrice prijelaznih vjerojatnosti realizirane u obliku 4D polja. . . . .	18
3.2	(a) Ilustracija Markovljevog lanca drugog reda, (b) implementacija 4D TPM-a u prorijedenoj formi zapisane u obliku rječnika ključeva. . . . .	19
4.1	Dijagram toka postupka sinteze mikro-ciklusa visoke rezolucije. . . . .	23
4.2	(a) Ilustracija klasteriranja snimljenih visoko-rezolucijskih mikro-ciklusa (b) s ciljem generiranja višestrukih TPM modela užih raspona srednjih brzina. . . . .	24
4.3	(a) Ilustracija određivanja granične zaustavne krivulje i (b) prikaz generiranja zaustavnog mikro-ciklusa prelaskom s regularnog na zaustavni TPM. . . . .	26
4.4	Ilustracija metode sinteze mikro-ciklusa s nultim završnim uvjetima primjenom dvostranih TPM-ova. . . . .	28
4.5	Ilustracija metode sinteze mikro-ciklusa s nultim završnim uvjetima bazirane na produljenju i spajanju mikro-ciklusa. . . . .	30
4.6	Ilustracija procesa sinteze mikro-ciklusa za slučaj kada rubni uvjeti nisu zadovoljeni. . . . .	31
4.7	Ilustracija dosizanja upijajućeg stanja. . . . .	33
4.8	Dijagram toka postupka eliminacije upijajućih stanja iz TPM-a. . . . .	33
5.1	Primjer dva visoko-rezolucijska sintetička vozna ciklusa za svaki smjer vožnje s prikazanim srednjim brzinama definiranim temeljem nisko-rezolucijskih podataka svakog S2S segmenta. . . . .	36
5.2	Grafički prikaz validacijskih rezultata (a) srednjih brzina mikro-ciklusa, (b) vjerojatnosti zaustavljanja mikro-ciklusa i (c) vremena prolazaka cjelovitih vozničkih ciklusa. . . . .	39

- 5.3 (a) Broj nevaljanih mikro-ciklusa generiranih po jednom valjanom mikro-ciklusu u ovisnosti o duljini mikro-ciklusa i (b) ilustracija nevaljanog mikro-ciklusa zbog anti-korelacije prikazane na lijevom dijelu slike. . . . . 40

# Popis tablica

2.1	Autobusni vozni red razmatrane rute odredišnog grada koji uključuje 109 polazaka u svakom od smjerova. . . . .	15
5.1	Statistika validacije srednjih brzina mikro-ciklusa. . . . .	37
5.2	Statistika validacije vremena prolazaka cjelovitih voznih ciklusa. . . . .	37
5.3	Osnovna statistika broja nevaljanih mikro-ciklusa potrebnih za dobivanje jednog valjanog mikro-ciklusa. . . . .	38
5.4	Dodatna statistika generiranih valjanih i nevaljanih mikro-ciklusa dana za pojedinačni uvjet sinteze. . . . .	38
5.5	Osnovna statistika vremena izvršavanja sinteze mikro-ciklusa. . . . .	41

# Popis oznaka

$a$	akceleracija, [m/s <sup>2</sup> ] . . . . .	18
$\bar{v}_{S2S,i}$	srednja brzina $i$ -tog S2S segmenta, [km/h] . . . . .	5
$L_{S2S,i}$	duljina $i$ -tog S2S segmenta, [m] . . . . .	5
$p_{S2S,i}$	vjerojatnost zaustavljanja autobusa na završnoj stanici $i$ -tog S2S segmenta, [-] . . . . .	5
$T_{S2S,i}$	vrijeme mirovanja autobusa na završnoj stanici $i$ -tog S2S segmenta, [s] . . . . .	5
$\Delta X(k)$	pomak vozila u smjeru geografske dužine u $k$ -tom vremenskom trenutku, [m] . . . . .	10
$n_{tot,i}$	ukupan broj mikro-ciklusa koji su prošli $i$ -tom autobusnom stanicom, [-] . . . . .	12
$t_{drv,real}$	snimljeno vrijeme prolaska rute, [s] . . . . .	13
$n_{st,stp}$	ukupan broj stanica na kojima se autobus zaustavio tijekom jednog putovanja, [-] . . . . .	13
$t_{drv,est}$	estimirano vrijeme prolaska rute, [s] . . . . .	13
$F_{S2S,i}$	zastavica zaustavljanja autobusa na završnoj stanici S2S segmenta [-] . . . . .	22
$r$	nasumični broj uzorkovan iz uniformne distribucije [-] . . . . .	22
$v$	brzina [km/h] . . . . .	18
$\mathbb{P}$	uvjetna vjerojatnost, [-] . . . . .	17
$R_z$	Zemljin polumjer, 6370 m . . . . .	10
$X_{GPS}$	snimljen iznos geografske dužine, [°] . . . . .	10
$Y_{GPS}$	snimljen iznos geografske širine, [°] . . . . .	10
$t_{S2S,i}$	estimirano vrijeme prolaska autobusa preko $i$ -tog S2S segmenta, [s] . . . . .	13
$\varepsilon$	relativni rezidual srednjih brzina, [%] . . . . .	34
$\varepsilon_T$	relativni rezidual vremena prolaska rute, [%] . . . . .	36
$n_{stp_i}$	broj zaustavljanja autobusa na $i$ -toj autobusnoj stanici, [-] . . . . .	12

$\bar{v}_{m,i}$	srednja brzina $i$ -tog sintetičkog mikro-ciklusa, [km/h] . . . . .	34
$T_{e,j}$	estimirano vrijeme prolaska rute, [s] . . . . .	36
$T_{exec}$	vrijeme izvršavanja sinteze, [s] . . . . .	41
$T_{r,j}$	sintetičko vrijeme prolaska rute, [s] . . . . .	36
$\Pi$	Matrica prijelaznih vjerojatnosti [-] . . . . .	19

## Kratice

<i>BWD</i>	Unatrag (u vremenu) ( <i>engl. Backward</i> ) . . . . .	27
<i>DNK</i>	Deoksiribonukleinska kiselina . . . . .	3
<i>FWD</i>	Unaprijed (u vremenu) ( <i>engl. Forward</i> ) . . . . .	27
<i>GPS</i>	Globalni sustav pozicioniranja ( <i>engl. Global Positioning System</i> ) . . . . .	2
<i>MCMC</i>	Monte Carlo metoda Markovljevih lanaca ( <i>engl. Monte Carlo Markov Chain method</i> ) . . . . .	20
<i>PDF</i>	Funkcija gustoće vjerojatnosti, ( <i>engl. Probability Density Function</i> ) . . . . .	16
<i>TPM</i>	Matrica prijelaznih vjerojatnosti, ( <i>engl. Transition Probability Matrix</i> ) . . . . .	3
<i>S2S</i>	Stanica-do-stanice ( <i>engl. Station-To-Station</i> ) . . . . .	5

# Sažetak

Ovaj rad predlaže sveobuhvatnu i računalno efikasnu metodu temeljenu na Markovljevim lancima za sintezu realističnih voznih ciklusa s visokom frekvencijom uzorkovanja temeljem statističkih značajki segmenata izvučenih iz snimanih telemetrijskih podataka niske frekvencije uzorkovanja. U slučaju gradskog autobusnog prijevoza, segmenti rute označavaju dijelove između dvije uzastopne autobusne stanice. Segmenti rute su karakterizirani duljinom, srednjom brzinom te učestalosti zaustavljanja i vremenom mirovanja na završnoj stanici. U procesu sinteze voznih ciklusa, matrica prijelaznih vjerojatnosti generirana je temeljem voznih ciklusa visoke frekvencije uzorkovanja snimljenih u zasebnom, referentnom gradu. Pritom je poseban naglasak stavljen na zadovoljavanje početnog i konačnog uvjeta brzine segmenta, koji mogu biti nula ili različiti od nule, ovisno o uvjetu zaustavljanja autobusa na završnoj stanici segmenta. Ovakav pristup omogućava spajanje uzastopnih sintetiziranih voznih ciklusa segmenata u cjelokupni sintetički vozni ciklus rute. Predložena metoda sinteze validirana je temeljem proširene statističke analize generiranih voznih ciklusa u smislu zadovoljenja postavljenih zahtjeva na navedene uvjete i statističke značajke te računalne učinkovitosti cjelokupnog postupka.

**Ključne riječi:** vozni ciklus; sinteza; rubni uvjeti; gradski autobus; telemetrijski podaci vozila; Markovljevi lanci; validacija

# Summary

This thesis proposes a comprehensive and computationally efficient Markov chain-based method for the synthesis of realistic high-sampling-rate driving cycles, where statistical features on each bus route segment are explicitly defined based on extracted low-sampling-rate recorded data. The bus route segments correspond to road sections between two consecutive bus stations. Route segments are characterized by length, mean velocity, frequency of stopping at the final station and final station dwell time. In the driving cycle synthesis process, the transition probability matrix is established by a rich set of high-sampling-rate driving cycles recorded in a separate, reference city. The special emphasis of the synthesis process is on satisfying the route segment's initial and final conditions, which may be zero or not depending on whether the bus stops at a segment's final station or not. By ensuring proper boundary conditions, consecutive synthetic driving cycles can be concatenated into full route driving cycles. The synthesis method is validated based on an extensive statistical analysis of generated synthetic driving cycles in terms of satisfying predefined conditions and statistical features, as well as the overall computational efficiency aspect.

**Keywords:** driving cycle; synthesis; boundary conditions; city bus; vehicle tracking data; Markov chain method; validation



# 1 | Uvod

U sve ugroženijem prirodnom okruženju, teme ekologije i ekološke osviještenosti postaju sve aktualnije u političkim agendama diljem svijeta. Sektor prometa odgovoran je za gotovo 30 posto emisija CO<sub>2</sub> u Europskoj uniji, od čega 72 posto odlazi na cestovni promet [1]. Jedan od ciljeva koje Europska unija poduzima kako bi ostvarila smanjenje emisija stakleničkih plinova je regulacija emisija iz prometa [2]. Potrošnja energije vozila i povezanih onečišćenja strogo ovise o voznome ciklusu [3–5], koji je najčešće definiran kao vremenski profil brzine vožnje [6, 7]. Kao takav, vozni ciklus oslikava karakteristični vozni uzorak koji odražava ponašanje vozača (npr. agresivnost u vožnji) kao i okolišne uvjete vožnje (vrstu ceste, nagib i zakrivljenost ceste, prometne uvjete, gustoću prometa itd.) [8, 9].

Počevši od ranih 60-ih godina prošlog stoljeća, specifični, certifikacijski vozni ciklusi koji ne uzimaju u obzir realne uvjete vožnje, već se temelje na umjetno generiranom profilu brzine vozila u ovisnosti o vremenu, služili su kao standardizirana osnova za mjerenje emisija štetnih i stakleničkih plinova te potrošnje goriva tijekom postupka certifikacije u mnogim zemljama svijeta [5, 6]. Osim navedenog, vozni ciklusi također se mogu koristiti za određivanje optimalne konfiguracije pogonskog sklopa vozila i razvoj optimalnih strategija upravljanja vozilom [10, 11], kao i za određivanje efektivnog dometa vozila, očekivanog vijeka trajanja baterije i optimalne strategije upravljanja punjenjem za slučaj električnih vozila [12–15]. Stoga, vozni ciklusi bi u što je moguće većoj mjeri trebali opisivati realni scenarij vožnje i okolnih voznih uvjeta [16]. Iako su certifikacijski procesi dokazano uspješni u učestalom smanjenju potrošnje goriva i emisija stakleničkih plinova, primjetan je značajni nesrazmjer između certifikacijskih voznih ciklusa i realnih

voznih uvjeta što može rezultirati pristranim procjenama i analizama [17–19]. Shodno tome, kako bi se ovaj nerazmjer smanjio, mnoga novija istraživanja fokusirana su na razvoj statistički reprezentativnijih sintetičkih voznih ciklusa izvedenih iz snimljenih telemetrijskih GPS (*engl. Global Positioning System*) podataka praćenja vozila [20, 21]. Takav, široki skup snimljenih voznih ciklusa u procesu sinteze zamjenjuje se obično s jednim od nekoliko generiranih sintetičkih ciklusa, kako bi se snimljeni podaci višestrukih putovanja integrirali u jednu cjelinu i time u konačnici dobio sveobuhvatan i statistički reprezentativan skup podataka koji odražava prosječne karakteristike početnog skupa.

Najučestaliji pristup sinteze voznih ciklusa temeljen je na metodi Markovljevih lanaca [22–24]. Glavna prednost ovakvog pristupa u odnosu na primjerice, drugu učestalu metodu temeljenu na spajanju mikro-ciklusa [25, 26], leži u fleksibilnosti generiranja neograničenog broja sintetičkih voznih ciklusa sa željenim vremenima ili duljinama putovanja [20, 21] kao i rješavanja problema nedostajućih GPS podataka (nastalih zbog npr. privremenog gubitka signala) jednostavnim postupkom izostavljanja nefizikalnih prijelaza između Markovljevih stanja pri definiranju modela voznih ciklusa predstavljenog u formi matrice prijelaznih vjerojatnosti (*engl. Transition Probability Matrix*, TPM). TPM se može interpretirati kao svojevrsan DNK transportnog sustava koji odražava sve vozne uzorke obuhvaćene u snimljenim voznim ciklusima. Nasumičnim uzorkovanjem iz TPM-a moguće je generirati teoretski neograničen broj sintetičkih voznih ciklusa [27], a primjenom određenih validacijskih kriterija, moguće je izolirati naj-reprezentativnije vozne cikluse prema željenom statističkom kriteriju [28, 29]. Za ranije spomenute primjene testiranja i simulacije vozila (vidi također [30, 31]), vozni ciklusi morali bi biti sintetizirani temeljem ulaznih podataka s visokom frekvencijom uzorkovanja (minimalno 1 Hz). Međutim, široko primijenjeni GPS uređaji za praćenje vozila emitiraju podatke na mnogo nižim frekvencijama uzorkovanja, uobičajeno u rasponu od 0.025 do 0.2 Hz [32]. Navedeni problem nedostatka visoko-rezolucijskih voznih ciklusa (ciklusi koji imaju definirane vrijednosti brzine za male vremenske korake) moguće je riješiti jednom od sljedećih metoda: (i) prilagođavanjem *hardwarea* ili *softwarea* GPS uređaja za praćenje vozila kako bi se omogućilo emitiranje signala visoke rezolucije [21, 33, 34], i (ii) razvoj sintetičkih metoda generiranja visoko-rezolucijskih voznih ciklusa temeljem nisko-rezolucijskih ulaznih podataka. Za realizaciju prvotno spomenute metode, potrebno je uložiti dodatni radni napor i/ili troškove, dok je druga metoda praktičnija jer se oslanja na lako dostupne podatke praćenja vozila, ali to zauzvrat zahtijeva razvoj

specifične metode generiranja voznih ciklusa što je ujedno i tema ovoga rada.

Predložena metoda može se podijeliti u tri karakteristična koraka. Najprije, nisko-rezolucijski telemetrijski podaci detaljno su obrađeni s ciljem statističkog okarakteriziranja razmatranog transportnog sustava definiranjem duljina segmenata putovanja te mapa srednjih brzina, vremena mirovanja autobusa na stanicama i vjerojatnosti zaustavljanja autobusa na stanicama. Drugo, visoko-rezolucijski snimljeni podaci praćenja u zasebnom (referentnom, donatorskom) gradu su korišteni za definiranje TPM modela. U završnoj, trećoj točki, obrađeni podaci niske rezolucije i visoko-rezolucijski TPM model koriste se za sintetiziranje visoko-rezolucijskih voznih ciklusa. U suštini, sinteza se provodi preko pojedinačnih segmenata rute s osnovnim ciljem zadovoljavanja izvučenih nisko-rezolucijskih statističkih značajki, gdje je jedan segment definiran kao dio rute između dvije uzastopne stanice. Zadovoljavanjem rubnih uvjeta brzine i akceleracije (tj. početnih i konačnih vrijednosti) na svakom segmentu, sintetizirani vozni ciklusi na pojedinačnim segmentima ceste jednostavno se mogu spojiti u konačni, cjeloviti vozni ciklus definiran od početne do završne stanice rute. Iako je sinteza generiranja voznih ciklusa temeljem Markovljevih lanaca već otprije poznata [33–35], proširenje metodologije u vidu generiranja voznih ciklusa na pojedinačnim segmentima koji zadovoljavaju definirane nisko-rezolucijske statističke značajke i osiguravaju rubne uvjete stanja segmenata još nije istražena u dostupnoj literaturi [36]. Glavni doprinosi rada uključuju: (i) općenitu metodologiju sintetiziranja visoko-rezolucijskih voznih ciklusa temeljem lako dostupnih nisko-rezolucijskih podataka praćenja vozila i referentne baze visoko-rezolucijskih podataka (snimane u zasebnom gradu) i (ii) metodologiju sinteze visoko-rezolucijskih voznih ciklusa sa zadovoljenim unaprijed definiranim graničnim uvjetima brzine (i akceleracije). Rad je koncipiran na sljedeći način.

Poglavlje 2 opisuje razmatrani sustav gradskog autobusnog prijevoza te navodi motivaciju i zahtjeve za sintezu visoko-rezolucijskih voznih ciklusa temeljem nisko-rezolucijskih podataka praćenja vozila. U poglavlju 3, ukratko je opisana standardna metoda temeljena na Markovljevima lancima za sintezu sintetičkih voznih ciklusa. U poglavlju 4 razrađena je metoda sinteze visoko-rezolucijskih voznih ciklusa na pojedinačnim segmentima sa zadovoljenim unaprijed definiranim statističkim nisko-rezolucijskim značajkama i povezanim rubnim uvjetima. U poglavlju 5 prikazani su rezultati validacije predložene metode sinteze visoko-rezolucijskih voznih ciklusa. Zaključna razmatranja dana su u poglavlju 6.

## 2 | Opis problema

### 2.1. Važnost mikro-simulacija za svrhu planiranja elektrifikacije prometa

Operateri transportnih sustava (npr. gradski autobusni prijevoz, flota dostavnih vozila, itd.), nastoje što uspješnije regulirati planiranje/usmjeravanje flote vozila i time smanjiti ne samo broj vozila, već i troškove potrošnje goriva/energije. Dodatnom elektrifikacijom cjelokupnog transportnog sustava, taj zadatak postaje još kompleksniji s obzirom na ograničen domet električnih vozila kao i dodatnom potrebom optimalne implementacije infrastrukture punjenja vozila. S obzirom na to da potrošnja energije budućeg elektrificiranog transportnog sustava ne može biti unaprijed poznata, studije planiranja transportnog sustava provode se temeljem virtualnih (računalnih) mikro-simulacija. Računalne mikro-simulacije bazirane su na fizikalnom modelu vozila te dostupnim (povijesnim) GPS podacima praćenja vozila [30]. Glavna prednost navedenih mikro-simulacija osiguravanje je preciznih estimata potrošnje energije za različite željene prometne i ambijentalne uvjete u slučaju kada se koriste eksperimentalno validirani modeli e-autobusa. Međutim, za precizne estimate također se zahtijevaju i vozni ciklusi visoke rezolucije (tipično oko 1 Hz) što predstavlja određeni problem s obzirom na to da je uobičajeno vrijeme integriranog akvizicijskog uređaja snimanja voznih značajki nižih frekvencija. Stoga, javlja se dodatna potreba za razvojem metodologije sintetiziranja visoko-rezolucijskih voznih ciklusa odredišnog transportnog sustava ("akceptora", za koji se želi provesti analiza potrošnje energije) s uključenim statističkim značajkama koje odgovaraju snimljenim podacima niske rezolucije odredišnog grada. Kako bi to bilo

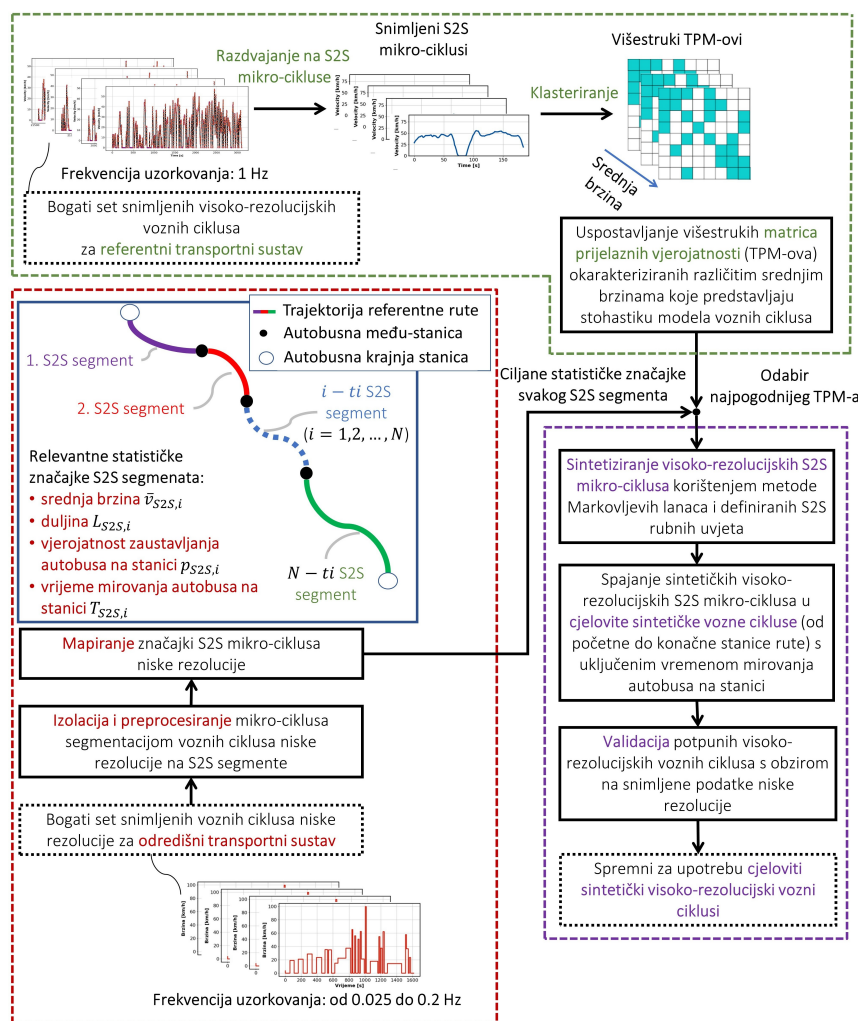
moгуće, u procesu sinteze koristi se bogati set visoko-rezolucijskih podataka snimljenih za zaseban, referentni ("donorski") transportni sustav koji posjeduje slične karakteristike kao i odredišni transportni sustav. Ovakva metodologija temeljena na sintezi metode Markovljevih lanaca predložena je u ovome radu i demonstrirana na primjeru gradskog autobusnog transportnog sustava.

## 2.2. Radni okvir sinteze visoko-rezolucijskih voznih ciklusa

Na slici 2.1 ilustriran je cjelokupni radni okvir (*engl. Framework*) sinteze visoko-rezolucijskih voznih ciklusa predložen u ovome radu. Početni korak sinteze uključuje podjelu bogatog seta već dostupnih, snimljenih visoko-rezolucijskih voznih ciklusa referentnog autobusnog transportnog sustava (u ovom slučaju grada Dubrovnika [30]) na pojedinačne autobusne stanica-do-stanice (*engl. Station-To-Station, S2S*) segmente. Navedenom segmentacijom voznih ciklusa izoliran je bogati skup visoko-rezolucijskih voznih mikro-ciklusa, gdje je svaki mikro-ciklus opisan kao vremenski profil brzine vožnje na pojedinačnom S2S segmentu. Segmentirani visoko-rezolucijski vozni mikro-ciklusi zatim se klasteriraju/grupiraju s obzirom na iznose njihovih srednjih brzina te se koriste za uspostavljanje višestrukih stohastičkih modela voznih ciklusa reprezentiranih pomoću matrica prijelaznih vjerojatnosti (*engl. Transition Probability Matrix, TPM*). U sljedećem koraku izvršava se mapiranje snimljenih nisko-rezolucijskih voznih ciklusa autobusnog transportnog sustava odredišnog grada (u ovom slučaju grad Jeruzalem, Izrael) u relevantne statističke značajke na pojedinačnim S2S segmentima. Na ovaj način,  $i$ -ti S2S segment razmatrane rute opisan je sljedećim statističkim značajkama definiranim iz nisko-rezolucijskih podataka: srednjom brzinom  $\bar{v}_{S2S,i}$ , duljinom  $L_{S2S,i}$ , vremenom mirovanja autobusa na završnoj stanici segmenta  $T_{S2S,i}$  i vjerojatnosti zaustavljanja autobusa na stanici  $p_{S2S,i}$ .

Posljednji korak uključuje generiranje visoko-rezolucijskih S2S mikro-ciklusa odredišnog grada, koji će istovremeno odgovarati TPM modelu referentnog grada i posjedovati značajke nisko-rezolucijskih voznih ciklusa odredišnog grada (poglavlje 4). Proces generiranja baziran je na modelu sinteze temeljene na Markovljevim lancima (poglavlje 3) gdje generirani mikro-ciklusi moraju dodatno zadovoljiti rubne uvjete brzine na S2S

segmentu kako bi se osiguralo pravilno spajanje mikro-ciklusa u jedan, potpuni visoko-rezolucijski vozni ciklus razmatrane rute. Dodatno, svakom zaustavnom mikro-ciklusu (slučaj zaustavljanja autobusa na završnoj stanici segmenta) potrebno je pridodijeliti odgovarajuće mirovanje autobusa na stanici definirano u procesu mapiranja podataka niske rezolucije. Reprezentativnost ovakvih generiranih visoko-rezolucijskih voznih ciklusa u konačnici se potvrđuje procesom validacije s obzirom na snimljene nisko-rezolucijske podatke (poglavlje 5).



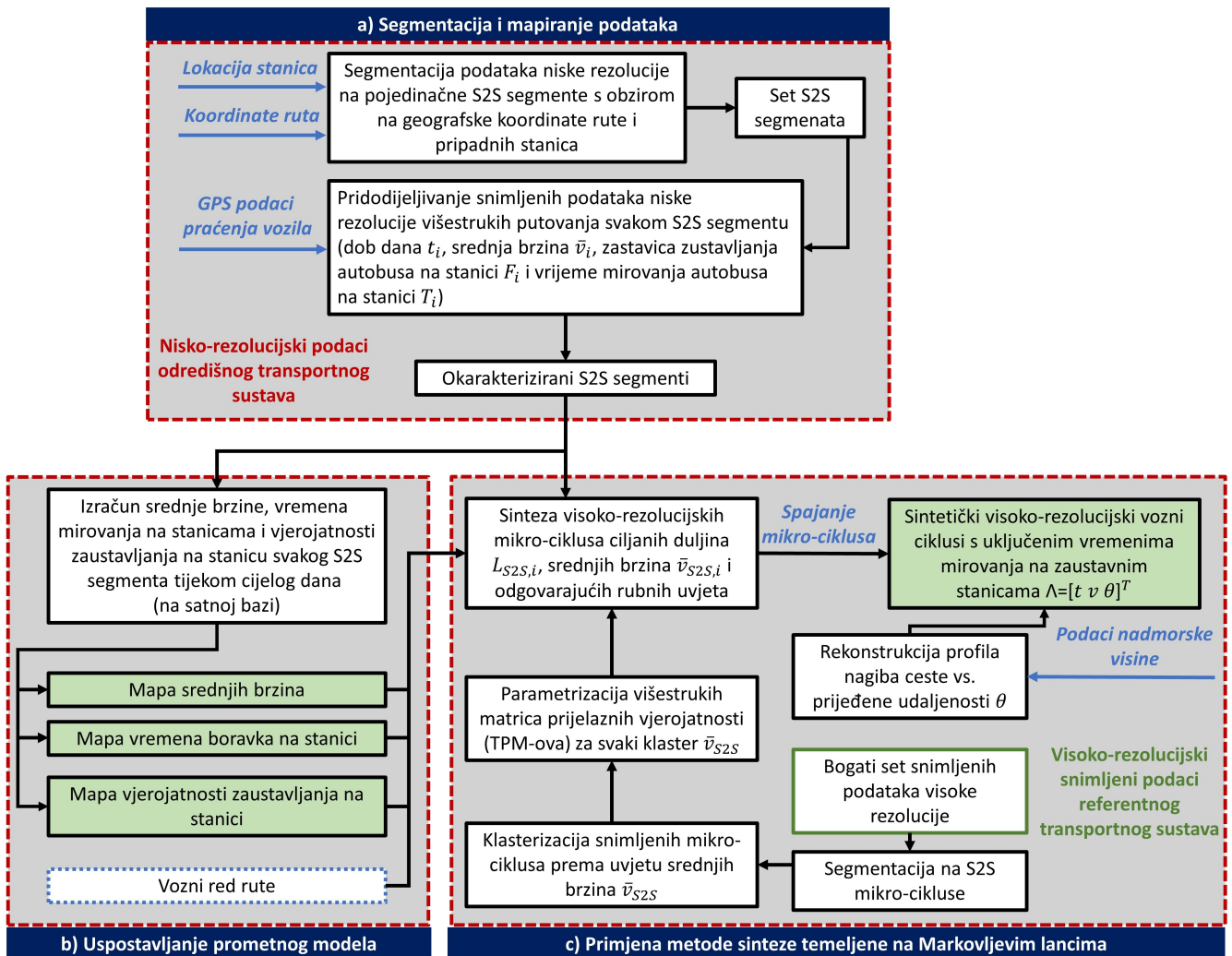
Slika 2.1: Grubi koncept metode temeljene na Markovljevim lancima za generiranje visoko-rezolucijskih sintetičkih voznih ciklusa unaprijed određenih statističkih značajki izdvojenih iz baze snimljenih voznih ciklusa niske rezolucije.

## 2.3. Podatkovni zahtjevi za generiranje visoko-rezolucijskih voznih ciklusa

Kako bi bilo moguće uspostaviti model odredišnog transportnog sustava koji definira statističke zahtjeve sinteze generiranja visoko-rezolucijskih sintetičkih voznih ciklusa, snimani podaci niske-rezolucije moraju zadovoljiti sljedeće minimalne kriterije (vidi sliku 2.2 za detalje cjelokupne procedure):

- **informacije o autobusnim rutama:** referentne GPS koordinate ruta, geografske lokacije stanica i vozni red ruta,
- **nisko-rezolucijski GPS podaci praćenja vozila:** u svakom snimanom vremenskom koraku praćenja vozila odašiljani podaci koji uključuju geografske koordinate vozila (geografska širina i geografska dužina), nadmorsku visinu, brzinu i kumulativnu prijeđenu udaljenost moraju biti poznati.

Geografske koordinate referentne rute olakšavaju proces pridodjeljivanja snimljenih nisko-rezolucijskih točaka praćenja odgovarajućim S2S segmentima (tzv. proces mapiranja) i omogućuju izračun duljina referentnih ruta. Lokacije autobusnih stanica potrebne su za segmentaciju rute na S2S segmente. GPS koordinate praćenja vozila koriste se za identifikaciju referentnog S2S segmenata tijekom procesa mapiranja nisko-rezolucijskih GPS podataka. Podaci nadmorske visine potrebni su za rekonstrukciju profila nagiba ceste duž rute [37] koji se direktno pohranjuje u mikro-simulacijski model vozila. Nagib ceste duž rute obično je potreban u računalnim modelima vozila za izračun preciznijih estimata potrošnje energije i/ili onečišćenja. Mapirani podaci S2S segmenata (slika 2.2a) koriste se za generiranje podatkovnih transportnih modela opisanih prostorno-vremenskim mapama (i) srednjih brzina, (ii) vjerojatnosti zaustavljanja autobusa na stanicama i (iii) vremenima mirovanja autobusa na stanicama (vidi sliku 2.2b). Što je snimljeni skup telemetrijskih podataka bogatiji, moguće je provesti preciznije izračune statističkih značajki transportnog sustava. Korištenjem uspostavljenog prometnog transportnog modela iz nisko-rezolucijskih podataka i poznatog voznog reda ruta, konačno je moguće generirati skup visoko-rezolucijskih sintetičkih voznih ciklusa za svako putovanje rute korištenjem metode sinteze temeljene na Markovljevim lancima i TPM modelu referentnog transportnog sustava (slika 2.2c).

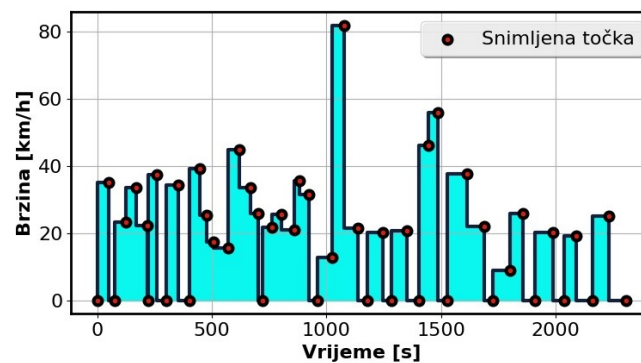


Slika 2.2: Postupak pretvorbe nisko-rezolucijskih voznih ciklusa u visoko-rezolucijske sintetičke vozne cikluse koji uključuje: (a) segmentaciju rute na S2S segmente i mapiranje snimljenih GPS podataka praćenja vozila na svakom S2S segmentu, (b) uspostavljanje podatkovnog prometnog modela temeljenog na prostorno-vremenskim mapama srednjih brzina, vremenima mirovanja autobusa na stanicama i vjerojatnosti zaustavljanja autobusa na stanicama i (c) generiranje visoko-rezolucijskih sintetičkih voznih ciklusa s ciljanim statističkim značajkama temeljem predložene metode bazirane na Markovljevim lancima.



## 2.4. Uspostavljanje prometnog modela

Bogati skup nisko-rezolucijskih podataka autobusnih voznih ciklusa (primjer ciklusa prikazan na slici 2.3) sniman je u određinom gradu, kontinuirano u periodu od jednog mjeseca. Prosječno vrijeme uzorkovanja GPS podataka iznosilo je 40 s (0.025 Hz). Snimanje podataka ostvareno je primjenom GPS uređaja praćenja vozila instaliranog u više autobusa. Tijekom cijelog voznog ciklusa (tj. jednog prolaska autobusa duž rute u jednom smjeru), akvizicijski sustav kontinuirano (u svakom vremenskom koraku putovanja) je mjerio više autobusnih značajki. Ove značajke uključuju: ime i smjer rute kojom autobus prometuje, geografsku poziciju autobusa (geografska širina i dužina), prijeđenu udaljenost i vrijeme trajanja putovanja (temeljem kojih su rekonstruirane brzine voznog ciklusa) i jedinstvene oznake autobusnih stanica (*engl. Bus Station IDs*) na kojima se autobus zaustavio tijekom putovanja. U ovome radu razmatrana je jedna snimana ruta za oba smjera vožnje određinog grada. Smjer 1 rute sastoji se od ukupno 24 stanice odnosno 23 S2S segmenta, dok je smjer 2 definiran s 30 S2S segmenata i sačinjen od 31 stanice.



Slika 2.3: Primjer snimljenog voznog ciklusa niske rezolucije određinog grada.

Snimani podaci također posjeduju precizno snimane referentne GPS točke rute za oba smjera vožnje, gdje rezolucija između dviju susjednih točaka iznosi dva metra. Ovakvi podaci snimani su specijalnim akvizicijskim sustavom neovisnim o ostalim nisko-rezolucijskim podacima kako bi se proces mapiranja snimljenih telemetrijskih GPS točaka niske rezolucije mogao precizno izvršiti. Temeljem snimljenih točaka geografske širine i dužine, moguće je izračunati pomak pozicije vozila između dva uzastopna

vremenska koraka uzorkovanja ( $k - 1, k$ ) kao:

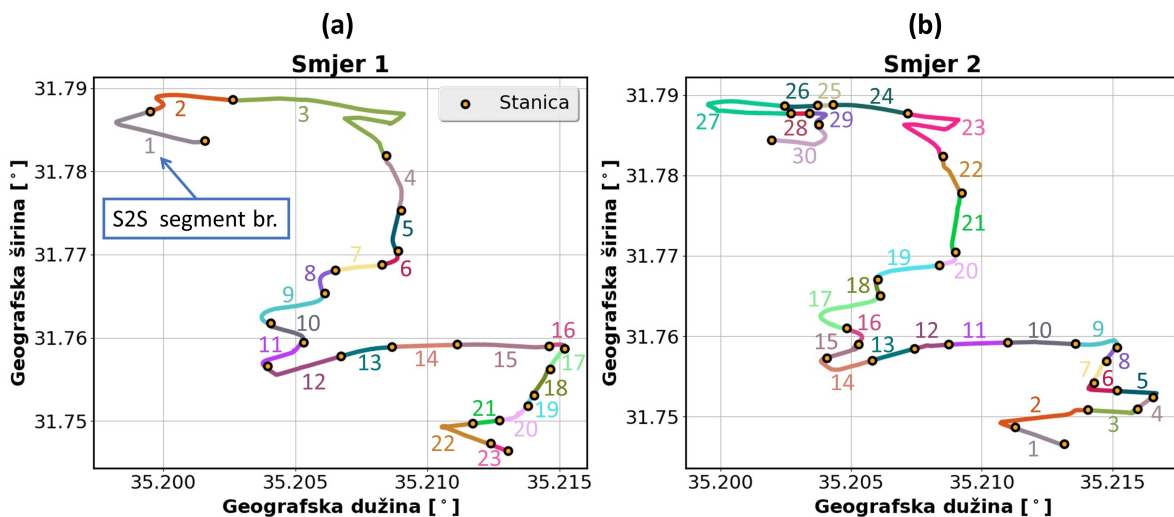
$$\Delta X(k) = \frac{R_z \pi}{180} [X_{GPS}(k) - X_{GPS}(k - 1)], \quad (2.1)$$

$$\Delta Y(k) = \frac{R_z \pi}{180} [Y_{GPS}(k) - Y_{GPS}(k - 1)], \quad (2.2)$$

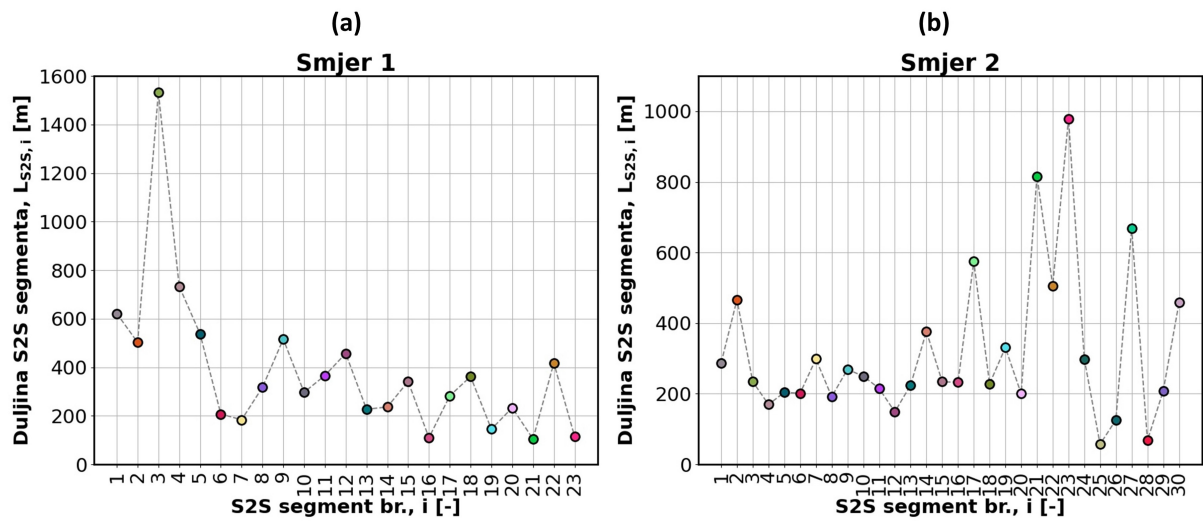
gdje  $R_z = 6370$  km označava Zemljin polumjer. Izračunom pomaka između svih uzastopnih GPS točaka koji se nalaze između dvije uzastopne stanice (sve točke koje čine jedan S2S segment), moguće je izračunati ukupnu duljinu  $i$ -tog S2S segmenta kao:

$$L_{S2S,i} = \sum_{k=1}^n \sqrt{\Delta X^2(k) + \Delta Y^2(k)}. \quad (2.3)$$

Geografske pozicije razmatrane rute grupirane na S2S segmente u oba smjera vožnje prikazane su na slici 2.4. Ukupne izračunate duljine pojedinih S2S segmenata oba smjera prikazane su na slici 2.5. Ukupna duljina rute u smjeru 2 iznosi 9.5 km i nešto je veća uspoređujući je sa smjerom 1 čija ukupna duljina iznosi 8.9 km što je posljedica prolaska različitim dionicama ceste na pojedinim dijelovima ruta (vidi profile smjerova na slici 2.4).



Slika 2.4: Geografske koordinate autobusne rute određivanja grada segmentirane na stanica-do-stanice (*engl. Station-To-Station, S2S*) segmente za (a) smjer 1 i (b) smjer 2.

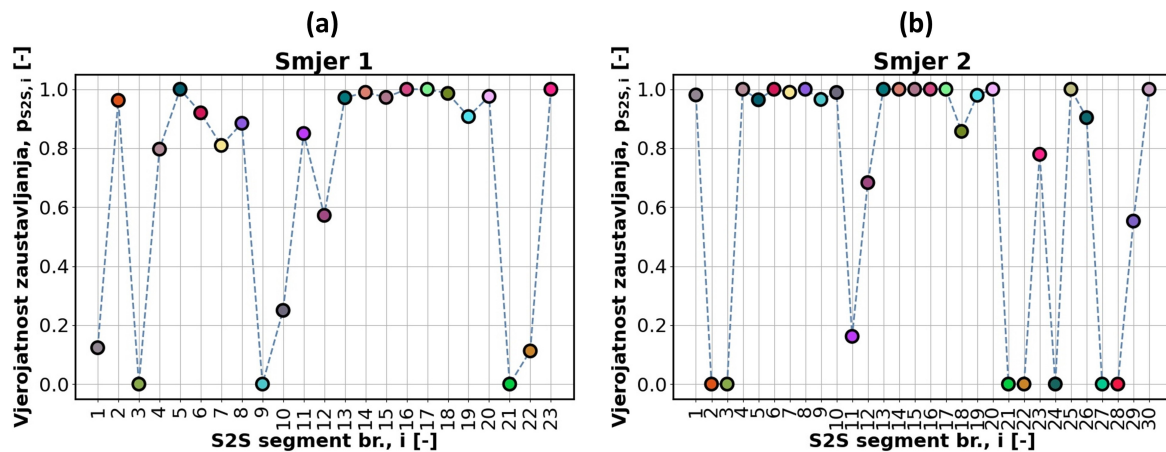


Slika 2.5: Izračunate ukupne duljine stanica-do-stanice (*engl. Station-To-Station, S2S*) segmenata odredišnog grada za (a) smjer 1 i (b) smjer 2.

Tijekom jednomjesečnog perioda praćenja vozila, više autobusa (uključujući i autobuse drugih ruta) prolazilo je preko svakog S2S segmenata razmatrane rute u više navrata i različitim periodima dana. Kako bi se u obzir uzeli vremenski promjenjivi prometni uvjeti i time vjernije opisao odredišni prometni sustav, srednji iznosi snimljenih brzina svakog putovanja na svakom S2S segmentu usrednjeni su na satnoj bazi tijekom cijelog dana. Primjerice, ako je zabilježen prolazak autobusa preko određenog S2S segmenta prvog dana snimanja u npr. 15:20h, te prolazak istog tog ili nekog drugog autobusa na istom S2S segmentu zadnjeg dana snimanja u npr. 15:31h, srednje brzine segmenta oba snimanja su usrednjene za navedeni S2S segment i vremenski interval između 15h i 16h. Ovakvim pristupom, više putovanja uključeno je u izračune srednjih brzina na pojedinim S2S segmentima i pripadnim vremenskim intervalima unutar dana. Rezultirajuće toplinske mape prikazane na slici 2.6, ukazuju da srednji iznosi brzina mogu značajnije varirati s obzirom na dob dana (veće brzine noću), ali i segment ceste (niže brzine u zagašenijim dijelovima grada i segmentima s višim nagibima ceste).



gdje  $n_{stp,i}$  označava broj zaustavljanja autobusa na  $i$ -toj autobusnoj stanici, a  $n_{tot,i}$  je ukupan broj snimljenih S2S mikro-ciklusa niske rezolucije s  $i$ -tom završnom stanicom. Rezultirajuća mapa, koja je usrednjena po vremenu i prikazana na slici 2.7, ukazuje na to da se zaustavljanje događa učestalo za neke od stanica (vjerojatnost bliže 1), dok se za druge događa rijetko.



Slika 2.7: Mapa vjerojatnosti zaustavljanja autobusa na završnim stanicama S2S segmenata razmatrane rute za (a) smjer 1 i (b) smjer 2.

Estimirano vrijeme prolaska autobusa preko  $i$ -tog S2S segmenta moguće je izračunati temeljem duljine S2S segmenta ( $L_{S2S,i}$ ) i pripadne srednje brzine ( $\bar{v}_{S2S,i}$ ) kao:

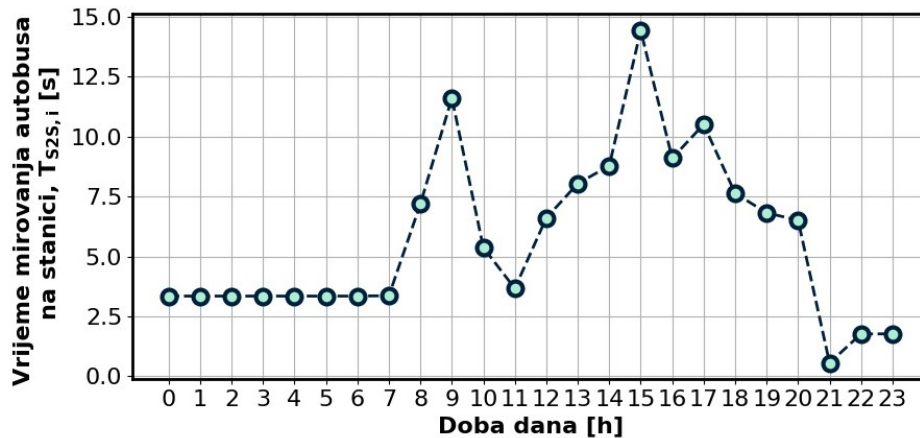
$$t_{S2S,i} = \frac{L_{S2S,i}}{\bar{v}_{S2S,i}}. \quad (2.5)$$

Nadalje, prosječno vrijeme mirovanja autobusa ( $t_{dwell}$ ) na svakoj autobusnoj stanici moguće je odrediti za svaki snimljeni vozni ciklus temeljem stvarnog vremena prolaska rute ( $t_{drv,real}$ ) i kumulativnog iznosa estimiranih prolazaka preko S2S segmenata ( $t_{drv,est}$ ):

$$t_{dwell} = \frac{t_{drv,real} - t_{drv,est}}{n_{st,stp}} = \frac{t_{drv,real} - \sum_{i=1}^N t_{S2S,i}}{n_{st,stp}}, \quad (2.6)$$

gdje  $n_{st,stp}$  označava ukupan broj stanica na kojima se autobus zaustavio tijekom jednog putovanja razmatranog voznog ciklusa. Pojedinačna vremena mirovanja autobusa na stanici određena temeljem jednadžbe 2.6, usrednjena su za sve stanice s obzirom na doba dana (na satnoj bazi). Rezultirajuća mapa, prikazana na slici 2.8, ukazuje na to

da se vrijeme mirovanja autobusa na stanici  $T_{S2S,i}$  povećava tijekom jutarnjih i poslijepodnevni radnih sati, što se može objasniti većim brojem ulazaka i izlazaka putnika iz autobusa u navedenim periodima.



Slika 2.8: Mapa vremena mirovanja autobusa na stanicama razmatrane rute.

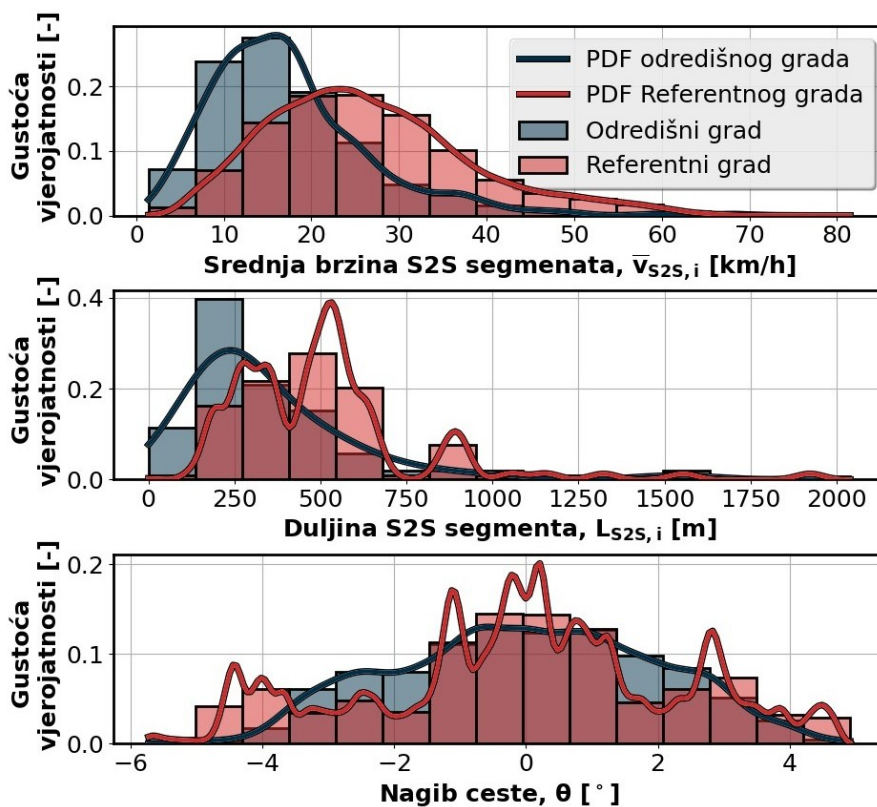
Svaki od gore definiranih značajki S2S segmenata (duljina, srednja brzina, vjerojatnost zaustavljanja i vrijeme mirovanja autobusa na stanici) potrebno je replicirati na ciljane, sintetičke visoko-rezolucijske vozne mikro-cikluse. Posljedično, statističke značajke svakog mikro-ciklusa postaju vremenski (vrijeme polaska voznog ciklusa) i prostorno (geografska lokacija cijelog S2S segmenta) ovisne. Broj potrebnih voznih ciklusa za rutu definiran je dnevnim autobusnim rasporedom prikazanim u tablici 2.1 koji ujedno označava i stvarni vozni red autobusa razmatrane rute određnog grada [38]. S obzirom na to da je vrijeme polaska autobusa pokriveno tijekom cijelog dana, ciljane srednje brzine i vremena mirovanja autobusa na stanicama varirat će za više mikro-ciklusa definiranih na istom S2S segmentu (primijeti osjetljivost prikazanih mapa 2.6 i 2.8 na vrijeme u danu). Ukupan broj polazaka razmatrane rute u svakom smjeru jest 109 (temeljem tablice 2.1), što dovodi do 218 potrebnih sintetičkih visoko-rezolucijskih voznih ciklusa.

Tablica 2.1: Autobusni vozni red razmatrane rute odredišnog grada koji uključuje 109 polazaka u svakom od smjerova.

Smjer 1		Smjer 2	
Sat	Minute	Sat	Minute
0	00, 20, 40	0	00, 20, 40
1	00	1	00
2	00	2	00
5	00, 30	5	00, 30
6	00, 10, 20, 30, 40, 50	6	00, 08, 17, 25, 34, 42, 51
7	00, 07, 15, 22, 30, 37, 45, 52	7	00, 08, 17, 25, 34, 42, 51
8	00, 10, 20, 30, 40, 50	8	00, 10, 20, 30, 40, 50
9	00, 10, 20, 30, 40, 50	9	00, 10, 20, 30, 40, 50
10	00, 10, 20, 30, 40, 50	10	00, 10, 20, 30, 40, 50
11	00, 10, 20, 30, 40, 50	11	00, 10, 20, 30, 40, 50
12	00, 10, 20, 30, 40, 50	12	00, 10, 20, 30, 40, 50
13	00, 10, 20, 30, 40, 50	13	00, 08, 17, 25, 34, 51
14	00, 10, 20, 30, 40, 50	14	00, 10, 20, 30, 40, 50
15	00, 10, 20, 30, 40, 50	15	00, 10, 20, 30, 40, 50
16	00, 10, 20, 30, 40, 50	16	00, 10, 20, 30, 40, 50
17	00, 10, 20, 30, 40, 50	17	00, 10, 20, 30, 40, 50
18	00, 10, 20, 30, 40, 50	18	00, 10, 20, 30, 40, 50
19	00, 10, 20, 30, 40, 50	19	00, 10, 20, 30, 40, 50
20	00, 12, 24, 36, 48	20	00, 12, 24, 36, 48
21	00, 15, 30, 45	21	00, 15, 30, 45
22	00, 15, 30, 45	22	00, 15, 30, 45
23	00, 20, 40	23	00, 20, 40

## 2.5. Usporedba transportnih karakteristika odredišnog i referentnog grada

Usporedba distribucija značajki pojedinih S2S segmenata referentnog (Dubrovnik) i odredišnog (Jeruzalem) grada prikazana je na slici 2.9. Određene razlike u distribucijama skupova podataka mogu se primijetiti poput nešto nižih srednjih brzina kao i blago viših nagiba ceste odredišnog grada u odnosu na referentni. Bez obzira na navedeno, generalno se može zaključiti da su cestovne i prometne značajke obaju gradova slične što implicira da se dostupni, snimljeni visoko-rezolucijski skup podataka referentnog grada može koristiti kao baza za generiranje sintetičkih visoko-rezolucijskih voznih ciklusa odredišnog grada.



Slika 2.9: Usporedba histograma značajki transportnih sustava referentnog (Dubrovnik) i odredišnog (Jeruzalem) grada.



# 3 Osnove metode Markov- ljevih lanaca za sintezu voznih ciklusa

Postupak sintetiziranja voznih ciklusa temeljem metodologije zasnovane na Markovljevima lancima može se podijeliti u tri karakteristična koraka [5,20]: (i) modeliranje, (ii) generiranje, i (iii) validaciju sintetičkih voznih ciklusa.

## 3.1. Modeliranje voznih ciklusa

Markovljev lanac definiran je kao dostizni skup vremenski diskretnih stanja  $X_0, X_1, X_2, \dots$  razmatranog sustava, za koji je zadovoljeno sljedeće Markovljevo svojstvo za bilo koji diskretni vremenski korak  $k$  [39]:

$$P(X_{k+1} = s_{k+1} | X_k = s_k, \dots, X_0 = s_0) = P(X_{k+1} = s_{k+1} | X_k = s_k), \quad (3.1)$$

gdje  $s_0, \dots, s_k, s_{k+1}$  označava realizacije stanja sustava, a  $P(X_{k+1} = s_{k+1} | X_k = s_k)$  definira vjerojatnost prijelaza iz stanja  $X_k$  u stanje  $X_{k+1}$ . Jednadžba 3.1 može se interpretirati tako da prijelaz sustava u sljedeće stanje  $X_{k+1}$  ovisi isključivo o trenutnom stanju  $X_k$ , a ne i o prethodnim stanjima  $X_0, \dots, X_{k-1}$ .

U kontekstu sinteze voznih ciklusa, kombinacija diskretno-amplitudnih vrijednosti brzine i akceleracija vozila obično se koriste kao stanja Markovljevog lanca [20–22]. U ovome radu, brzine autobusa diskretizirane su u rasponu od 0 do 90 km/h s rezolucijom od 0.1 km/h (ukupno 901 diskretiziranih vrijednosti); dok se vrijednosti akceleracija nalaze u rasponu između  $-2\text{m/s}^2$  i  $2\text{m/s}^2$  s rezolucijom od 0.1  $\text{m/s}^2$  (ukupno 41 diskretizirana vrijednost). Navedena diskretizacija rezultirala je ukupno 36 941 Markovljeva

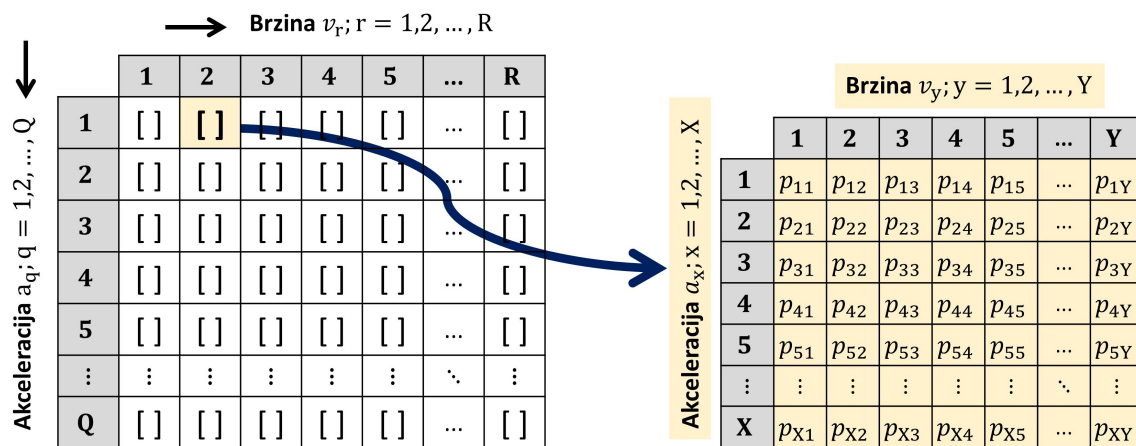
stanja. Rezolucija brzine od 0.1 km/h odabrana je kako bi odgovarala rezoluciji snimljenih brzina GPS podataka, a gornja granična vrijednost od 90 km/h je definirana temeljem maksimalne snimljene brzine autobusa. Raspon akceleracija odabran je na spomenute vrijednosti jer se većina snimljenih vrijednosti voznih ciklusa nalazi unutar istog raspona.

Prijelazna vjerojatnosti između stanja izražene su putem četiri-dimenzijske (4D) matrice prijelaznih vjerojatnosti (*engl. Transition Probability Matrix, TPM*), kako je prikazano na slici 3.1, a definiraju se kao:

$$p_{qr,xy} := P(X_{k+1} = \{a_x, v_y\} | X_k = \{a_q, v_r\}). \quad (3.2)$$

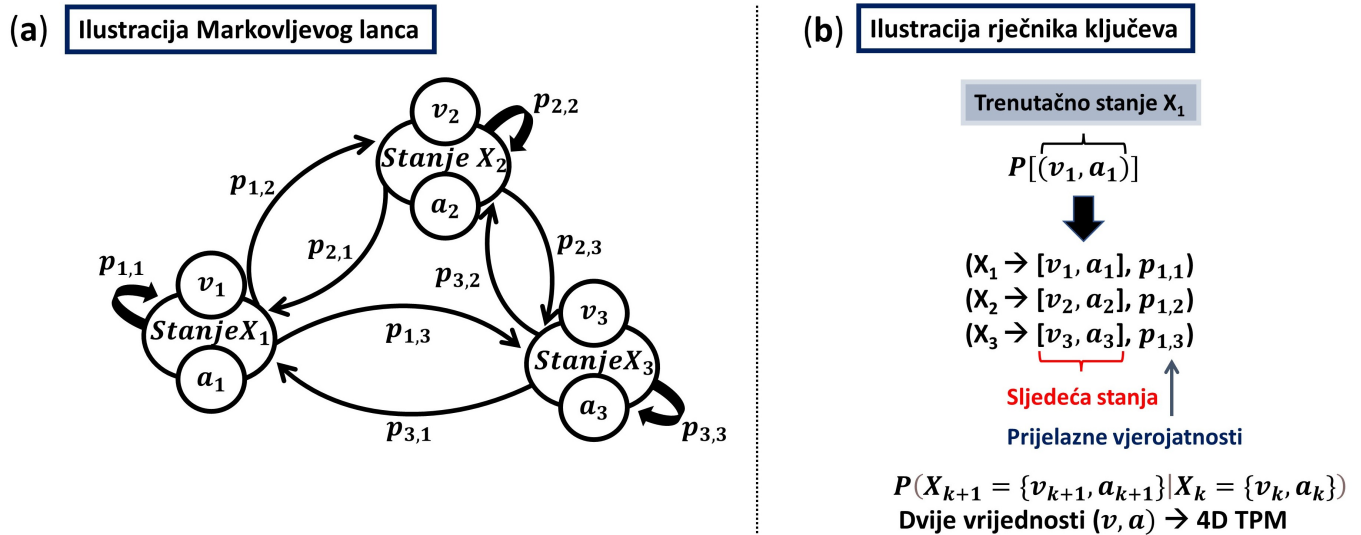
Za određivanje TPM-a iz snimljenih voznih ciklusa, svaki snimljeni par vrijednosti akceleracija-brzina zaokružen je na najbliže diskretno stanje Markovljevog lanca. Prijelazi između pojedinih stanja zatim su prebrojani i pohranjeni unutar TPM-a; npr. ako se promatra prijelaz iz stanja  $\{a_q, v_r\}$  u stanje  $\{a_x, v_y\}$ , tada se odgovarajući element unutar TPM-a inkrementira (poveća za 1). Konačno, broj prijelaza iz svakog stanja se skalira (normalizira) kako bi ukupan zbroj elemenata (prijelaznih vjerojatnosti unutar matrice) bio 1 prema jednadžbi 3.3, i time dobila pravilna distribucija vjerojatnosti:

$$\sum_x \sum_y p_{qr,xy} = 1, \forall q, r. \quad (3.3)$$



Slika 3.1: Ilustracija 4D matrice prijelaznih vjerojatnosti realizirane u obliku 4D polja.

TPM-ovi su obično implementirani u obliku polja (*engl. array*) kako je ilustrirano na slici 3.1. Za veliki broj stanja Markovljevog lanca, ovakav zapis može voditi do pretjeranih memorijskih zahtjeva i niske računalne efikasnosti generiranja ciklusa (ukupno,  $36\ 941^2$  prijelaznih vjerojatnosti u ovome slučaju). Navedenu problematiku moguće je prevazići iskorištavanjem tzv. svojstva TPM rijetkosti, odnosno, uzimajući u obzir veliki broj nul-elemenata pohranjenih unutar TPM-a [21]. Svojstvo TPM rijetkosti posljedica je odsutnosti mnogih prijelaza između stanja (npr. veliki skokovi brzina vozila između dva uzastopna vremenska koraka su nerealni). Stoga, TPM se može implementirati u prorijeđenom obliku (*engl. sparse form*) baziranom na strukturi rječnika ključeva [35, 40, 41] kako je i primijenjeno u ovome radu. Ovakav zapis, slijedne n-torke (*engl. tuples*) koriste se kao rječnici ključeva za dohvaćanje prijelaznih vjerojatnosti  $P(X_{k+1}|X_k)$  određenog stanja  $X_k$ . Svaka n-torka koja reprezentira jedno Markovljevo stanje, definirana je indeksom diskretnih vrijednosti brzine i akceleracije vozila. Ovakvim pristupom, izbjegnuto je pohranjivanje neznačajnih prijelaza s nultim vjerojatnostima. Ilustracija prorijeđene implementacije razmatranog 4D TPM-a ( $\Pi_{4D}$ ) prikazana je na slici 3.2, gdje  $v_i$  označava iznos brzine,  $a_i$  iznos akceleracije, a  $p_{i,j}$  vjerojatnost prijelaza (iz stanja  $X_i$  u stanje  $X_j$ ).



Slika 3.2: (a) Ilustracija Markovljevog lanca drugog reda, (b) implementacija 4D TPM-a u prorijeđenoj formi zapisane u obliku rječnika ključeva.

## 3.2. Generiranje sintetičkih voznih ciklusa

Sintetički vozni ciklusi generiraju se primjenom TPM-a i generatora slučajnih brojeva. Ovakva procedura poznata je još i pod nazivom Monte Carlo metoda Markovljevih lanaca (*engl. Monte Carlo Markov Chain method, MCMC*), te se može opisati na sljedeći način [42]:

- U početnom vremenskom koraku ( $k = 0$ ), stanje brzine i akceleracije postavlja se u željenu vrijednost (obično u nule).
- U trenutačnom stanju procesa  $X_k = \{v_k, a_k\}$ , sljedeće stanje  $X_{k+1} = \{v_{k+1}, a_{k+1}\}$  određeno je uzorkovanjem iz distribucije  $P(X_{k+1}|X_k)$  pohranjene u TPM-u korištenjem generatora slučajnih brojeva.
- Proces se iterativno ponavlja do ispunjenja uvjeta prekidanja (npr. ciklus je dosegao ciljano trajanje ili prijeđenu udaljenost).

## 3.3. Validacija sintetičkih voznih ciklusa

S obzirom na to da je sinteza voznih ciklusa bazirana na stohastičkom modeliranju i generiranju, teoretski je moguće generirati beskonačan broj voznih ciklusa korištenjem jednog TPM-a. Stoga, proces validacije nužan je sljedeći korak za odabir najreprezentativnijih voznih ciklusa, koji, u statističkom smislu, vjerno predstavljaju snimljene vozne cikluse. Navedeno se obično postiže usporedbom glavnih statističkih značajki sintetičkih i snimljenih voznih ciklusa, poput srednjih vrijednosti i standardnih devijacija brzina i akceleracija (detaljnije u [20, 21, 29]).

# 4 Sinteza visoko-rezolucijskih voznih ciklusa temeljem nisko-rezolucijskog prometnog modela

## 4.1. Postupak sinteze S2S mikro-ciklusa

Glavna ideja postupka sinteze S2S mikro-ciklusa iterativno je generiranje visoko-rezolucijskih mikro-ciklusa na svakom S2S segmentu te naknadni odabir reprezentativnih mikro-ciklusa. Kriterij odabira reprezentativnih mikro-ciklusa temelji se na bliskosti njihovih statističkih značajki s ciljanim značajkama definiranim nisko-rezolucijskim podatkovnim prometnim modelom (vidi potpoglavlje 2.4) koje uključuju: (i) srednju brzinu  $\bar{v}_{S2S,i}$ , (ii) vjerojatnost zaustavljanja autobusa na završnoj stanici  $p_{S2S,i}$ , (iii) vrijeme mirovanja autobusa na završnoj stanici  $T_{S2S,i}$  i (iv) duljinu  $L_{S2S,i}$ . Odabrani mikro-ciklusi s odgovarajućim rubnim uvjetima i uključenim vremenom mirovanja autobusa na stanici  $T_{S2S,i}$  u konačnici su integrirani u cjeloviti sintetički visoko-rezolucijski vozni ciklus. Postupak sinteze voznih mikro-ciklusa ilustriran je na slici 4.1, a može se podijeliti na sljedeće korake:

1. Klasteriranje visoko-rezolucijskih snimljenih mikro-ciklusa referentnog grada i određivanje odgovarajućih TPM-ova (potpoglavlje 4.2).
2. Postavljanje početnih uvjeta brzine i akceleracije tako da odgovaraju završnim vrijednostima mikro-ciklusa na prethodnom S2S segmentu, odabiru ciljanih statističkih značajki S2S segmenta iz nisko-rezolucijskog podatkovnog modela te oda-

biru adekvatnog TPM-a prema kriteriju ciljane srednje brzine na S2S segmentu.

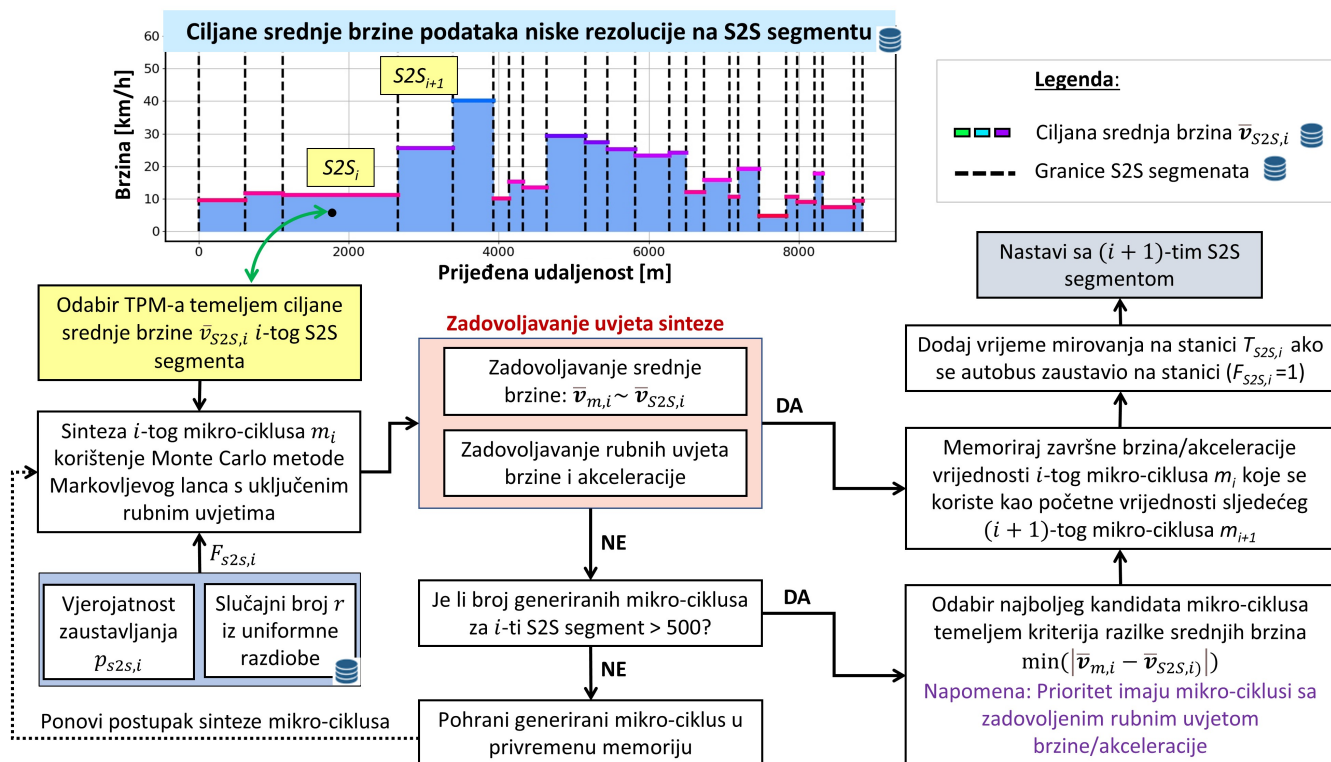
3. Nasumičnog određivanja zaustavljanja autobusa na završnoj stanici S2S segmenta baziranog na unaprijed definiranoj vjerojatnosti zaustavljanja  $p_{S2S,i}$  kako slijedi:

$$F_{S2S,i} = \begin{cases} 0, & r < p_{S2S,i} \\ 1, & r \geq p_{S2S,i} \end{cases}, r \sim U(0, 1), \quad (4.1)$$

gdje je  $F_{S2S,i}$  zastavica (*engl. flag*) zaustavljanja autobusa, a  $r$  nasumični broj uzorkovan iz uniformne distribucije. Ako je navedeni uvjet zadovoljen ( $F_{S2S,i} = 1$ ), završne vrijednosti brzine i akceleracije postavljaju se u nule, u protivnom, završne vrijednost mikro-ciklusa nisu specificirane.

4. Generiranja sintetičkog mikro-ciklusa temeljem odabranih/ciljanih uvjeta koji uključuju duljinu segmenta, odabrani TPM te definirane granične (početni i završni) uvjete.
5. Provjeri nalazi li se srednja brzina generiranog mikro-ciklusa unutar dozvoljene tolerancije (ovdje postavljena na  $\pm 5\%$ ) s obzirom na ciljanu srednju brzinu S2S segmenta. Ako je navedeni uvjet zadovoljen, generirani mikro-ciklus automatski se usvaja. U protivnom, novi mikro-ciklusi iterativno se generiraju uz konstantu provjeru uvjeta srednje brzine. Ako uvjet srednje brzine nije ostvaren u unaprijed definiranom broju iteracija (ovdje 500), usvaja se jedan od prethodno generiranih mikro-ciklusa prema kriteriju najbliže srednje brzine s obzirom na ciljanu srednju brzinu.

Poseban naglasak u procesu sinteze stavljen je na izvodivost cjelokupnog postupka u smislu osiguravanja početnih i konačnih rubnih uvjeta uzastopnih mikro-ciklusa pritom uzimajući u obzir i realizacijska svojstva TPM-a koja uključuju moguća upijajuća stanja (vidi potpoglavlje 4.4 za više detalja).

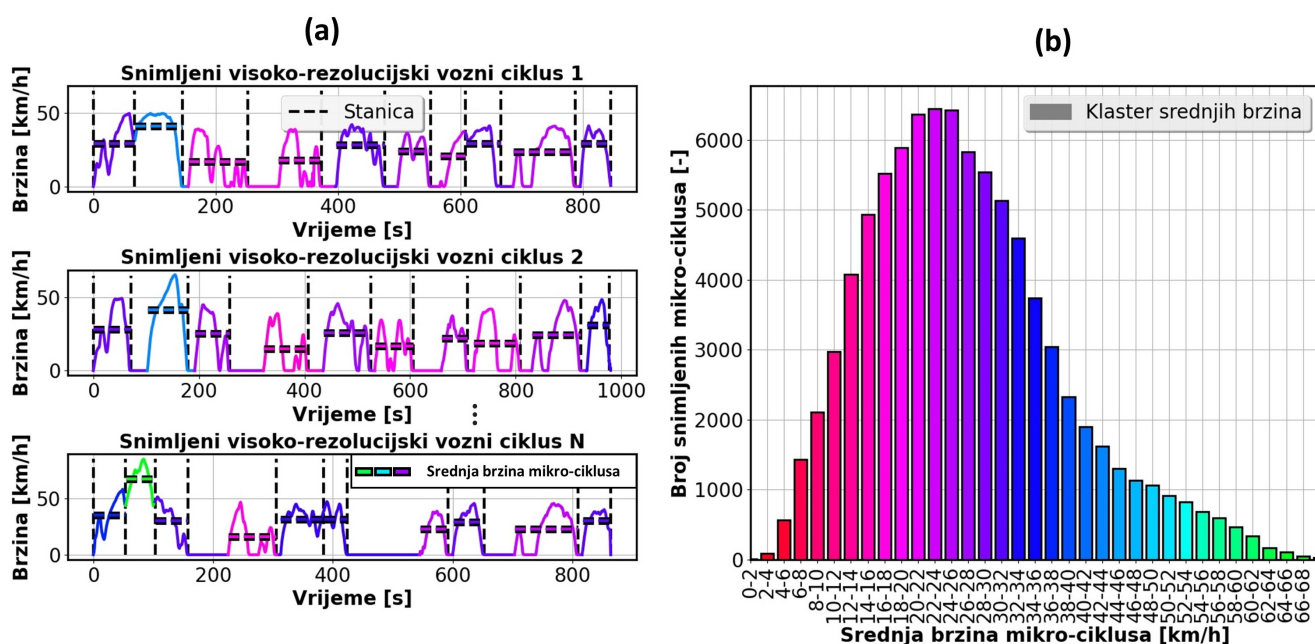


Slika 4.1: Dijagram toka postupka sinteze mikro-ciklusa visoke rezolucije.

## 4.2. Klasterizacija snimljenih visoko-rezolucijskih mikro-ciklusa i definiranje pripadnih TPM-ova

Generiranjem visoko-rezolucijskih mikro-ciklusa primjenom jednog TPM-a referentnog transportnog sustava koji obuhvaća sve snimljene mikro-ciklusa referentnog grada, rezultat će da se vrijednosti srednjih brzina generiranih sintetičkih voznih mikro-ciklusa grupiraju oko srednje vrijednosti široke distribucije srednjih brzina snimljenih voznih ciklusa (vidi sliku 2.9). Ovakvim pristupom potrebno je generirati veliki broj mikro-ciklusa dok se ne pronade onaj koji zadovoljava traženi uvjet srednje brzine. Stoga, kako bi se proces sinteze učinio efikasnijim, snimljeni visoko-rezolucijski mikro-ciklusi referentnog grada klasterirani su s obzirom na pripadne srednje brzine (vidi ilustraciju na slici 4.2), a temeljem svakog definiranog klastera mikro-ciklusa uspostavlja se pripadni TPM. Klasteri su definirani u rasponu od 0 do 68 km/h sa širinom od 2 km/h što

rezultira ukupno 35 klastera, a samim time i 35 TPM-ova. Sada, sinteza mikro-ciklusa bazirana je na adekvatnom TPM-u sačinjenog od snimljenih mikro-ciklusa čije srednje brzine odgovaraju ciljanoj srednjoj brzini S2S segmenta. Sužavanjem raspona srednjih brzina snimljenih mikro-ciklusa obuhvaćenih u pojedinom TPM modelu, broj potrebnih iteracija za odabir valjanog mikro-ciklusa (s ciljanom srednjom brzinom) znatno se smanjuje.



Slika 4.2: (a) Ilustracija klasteriranja snimljenih visoko-rezolucijskih mikro-ciklusa (b) s ciljem generiranja višestrukih TPM modela užih raspona srednjih brzina.

### 4.3. Osiguravanje nultih završnih uvjeta mikro-ciklusa

Autobus se može, ali i ne mora zaustaviti na završnoj stanici S2S segmenta zavisno o uvjetu (4.1). Kako bi se što vjernije reproducirali realni uvjeti vožnje, metoda sinteze mikro-ciklusa morala bi biti u mogućnosti obuhvatiti oba scenarija završnih stanja. Proces sinteze je jasan za slučaj nezaustavljanja autobusa na stanici, jer završne vrijednosti mikro-ciklusa u tom slučaju nisu eksplicitno definirane (leteće vrijednosti stanja). S druge pak strane, realizacija postavljanja završnih iznosa brzine i akceleracije u nulu

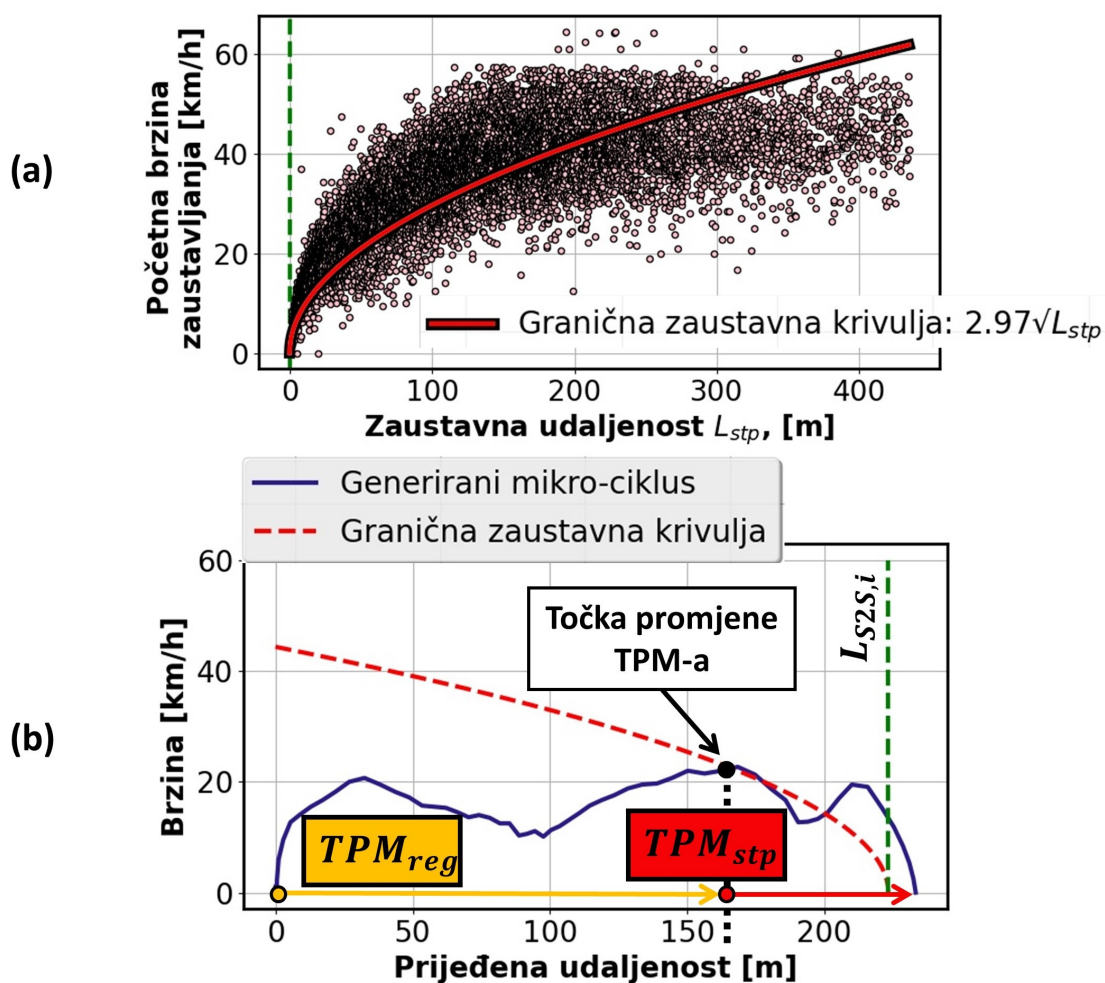


(forsiranje kočenja) na statistički reprezentativan načinu predstavlja određeni izazov. Za rješavanje navedenog problema, razvijene su tri različite metode: (i) primjena dodatnog TPM-a generiranog temeljem isključivo zaustavnih dijelova snimljenih mikro-ciklusa, (ii) definiranje dvostranih TPM-ova koji odražavaju značajke snimljenih mikro-ciklusa u kronološkom i anti-kronološkom smislu, i (iii) produživanju mikro-ciklusa do trenutka osiguravanja nultog iznosa brzine (zaustavljanje vozila) i spajanja produženog mikro-ciklusa translacijom produženog dijela na ciljanu duljinu mikro-ciklusa.

### 4.3.1. Primjena dodatnog zaustavnog TPM-a

TPM koji ilustrira zaustavni način rada ( $TPM_{stp}$ ) uspostavljen je temeljem podataka završne faze svih snimljenih mikro-ciklusa koji završavaju s konačnim uvjetom nulte brzine (zaustavni mikro-ciklusi). Završna faza definirana je zaustavnom početnom i konačnom točkom. Zaustavna početna točka određena je prebrojavanjem individualnih uzoraka akceleracije počevši od konačne točke (dakle unatrag, od mjesta nulte brzine). Prebrojavanje se izvršava sve dok udio negativnih/zaustavnih akceleracije u odnosu na sve dosad prebrojane akceleracije ne padne ispod unaprijed definiranog praga (ovdje postavljen na 80%). Kako bi se uspostavio pravovremeni prelazak s regularnog TPM-a ( $TPM_{reg}$ ) na zaustavni TPM ( $TPM_{stp}$ ) u procesu sinteze mikro-ciklusa (slika 4.3b), brojni mikro-ciklusi s različitim iznosima početnih brzina su sintetizirani temeljem zaustavnog TPM-a. Navedeno je rezultiralo grafom ovisnosti početne brzine zaustavljanja i zaustavne udaljenosti prikazane na slici 4.3a, gdje su točke ovisnosti aproksimirane konstantno-deceleracijskom korijenskom krivuljom (puna linija na slici 4.3a). Prijelaz sa  $TPM_{reg}$  na  $TPM_{stp}$  događa se u trenutku kada brzina trenutačno generiranog mikro-ciklusa dosegne veću vrijednost u odnosu na graničnu zaustavnu krivulju za određenu prijedenu udaljenost (vidi ilustraciju prijelaza na slici 4.3b). Treba napomenuti da ciljana zaustavna, a samim time i ukupna prijedena udaljenost ne može biti zajamčena ovakvim pristupom zbog aproksimacije zaustavne granične krivulje kao i stohastičke prirode metode sinteze mikro-ciklusa. Zbog toga, proces sinteze mikro-ciklusa (vidi sliku 4.1) trebao bi se proširiti dodatnim uvjetom zadovoljavanja prijedene udaljenosti s proizvoljnom pogreškom tolerancije (ovdje postavljena na  $\pm 5\%$ ). Međutim, ovakva intervencija značajno bi utjecala na ukupnu numeričku efikasnost sinteze; tako primjerice, ispostavilo se da je samo 25% (1 od 4) svih generiranih mikro-ciklusa zadovoljilo

uvjet ciljane udaljenosti primjenom ove metode. Dodatno, statistička reprezentativnost generiranih mikro-ciklusa također je ugrožena kao posljedica određene nepreciznosti određivanja i aktiviranja zaustavnog TPM-a.



Slika 4.3: (a) Ilustracija određivanja granične zaustavne krivulje i (b) prikaz generiranja zaustavnog mikro-ciklusa prelaskom s regularnog na zaustavni TPM.

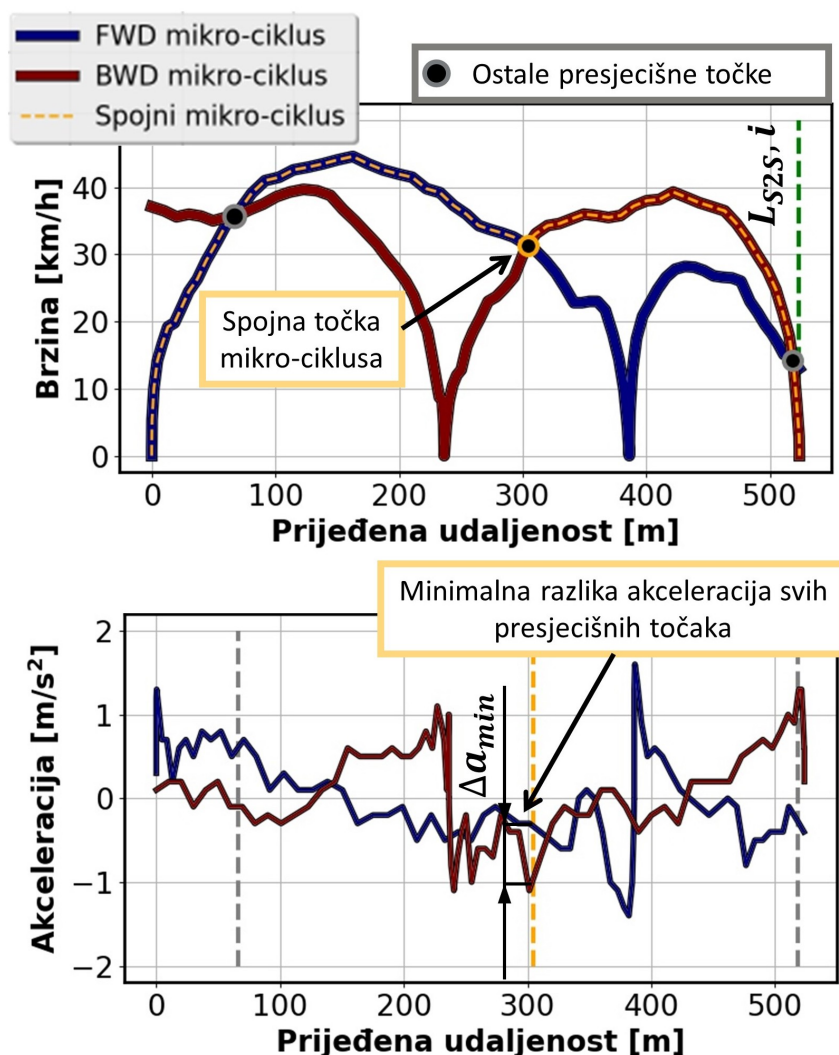
### 4.3.2. Primjena dvostranih TPM-ova

Metoda dvostranih TPM-ova realizirana je kako bi se omogućilo generiranje mikro-ciklusa ciljane udaljenosti u jednome koraku. Prvi TPM (označen kao FWD TPM) konstruiran je standardnim pristupom (poglavlje 3), tj. kronološkim prebrojavanjem

prijelaza stanja snimljenih mikro-ciklusa. Međutim, drugi TPM (označen kao BWD TPM) je određen unatrag u vremenu, tj. prebrojavanjem prijelaza između stanja obrnuto kronološkim slijedom (od završne stanice do početne stanice S2S segmenta). Nakon normalizacije, BWD TPM u konačnici posjeduje sljedeću distribuciju uvjetnih vjerojatnosti:

$$p_{qr,xy} := P(X_k = \{a_x, v_y\} | X_{k+1} = \{a_q, v_r\}), \quad (4.2)$$

koja definira vjerojatnosti nalaženja u stanju  $\{a_q, v_r\}$  u  $k$ -tom vremenskom koraku, ako je stanje u  $(k + 1)$ -om vremenskom koraku poznato i jednako  $\{a_q, v_r\}$ . Treba napomenuti da je isti skup snimljenih mikro-ciklusa s nultim završnim brzinama korišten prilikom definiranja oba FWD i BWD TPM-a. U koraku sinteze mikro-ciklusa, generirana su dva mikro-ciklusa jednakih duljina s istim početnim nultim uvjetom brzine ( $v_0 = 0$ ), gdje je prvi baziran na FWD TPM-u i definira mikro-ciklus kronološkim slijedom (od početne do konačne stanice segmenta), dok je drugi definiran BWD TPM-om i ilustrira obrnuto kronološki slijed mikro-ciklusa (od konačne do početne stanice segmenta; vidi sliku 4.4 za ilustraciju). FWD i BWD mikro-ciklusi zatim su kombinirani u jedan, konačni mikro-ciklus kako je prezentirano na slici 4.4 žutom linijom. Dva mikro-ciklusa spojena su u jednoj od presjecišnih točaka kako bi se osigurao glatki prijelaz brzine. S obzirom na to da oba mikro-ciklusa počinju s istom početnom brzinom od 0 km/h (ali na suprotnim stanicama), u sintezi će uvijek biti prisutna barem jedna presjecišna točka između mikro-ciklusa. U slučaju kada postoji više od jedne presjecišne točke, odabire se ona točka koja minimizira razliku akceleracija dvaju mikro-ciklusa (slika 4.4). Glavni nedostatak ovakve metodologije proizlazi iz potrebe za računanjem i spremanjem dvostrukih TPM-ova, što uzrokuje smanjenje računalne efikasnosti preprocesiranja kao i dodatnih memorijskih zahtjeva.



Slika 4.4: Ilustracija metode sinteze mikro-ciklusa s nultim završnim uvjetima primjenom dvostranih TPM-ova.

### 4.3.3. Primjena spajanja produženih mikro-ciklusa do trenutka zaustavljanja

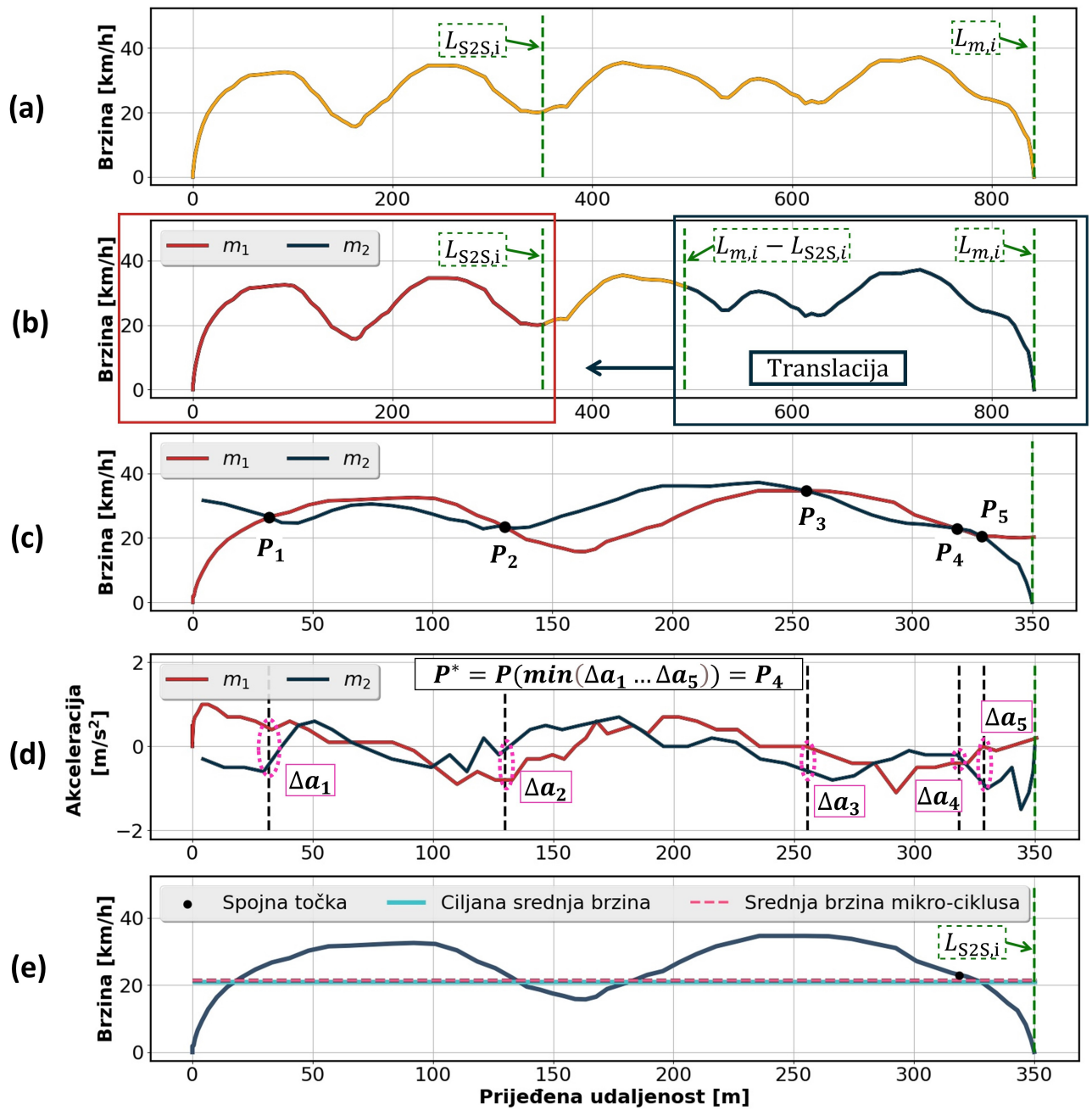
Kako bi se očuvala preciznost drugog pristupa, a istovremeno izbjeglo korištenje dvostrukih TPM-ova svakog klastera, dodatna, treća metoda osiguravanja nultih rubnih uvjeta je predložena. Metoda je ponovno bazirana na spajanju FWD i BWD mikro-ciklusa u jednom koraku, koji su, međutim, ovaj put generirani isključivo temeljem

jednog FWD TPM-a.

Postupak sinteze objašnjen je u sljedećim točkama temeljem ilustracije na slici 4.5:

1. Korištenje regularnog TPM-a za generiranje zaustavnog mikro-ciklusa (iznos konačne brzine jednak je 0 km/h) čija je ukupna duljina  $L_{m,i}$  veća ili jednaka od ciljane duljine S2S segmenta  $L_{S2S,i}$  (vidi sliku 4.5a). Treba napomenuti da se jedino TPM-ovi koji odgovaraju rasponu od 0 do 48 km/h mogu odabrati u ovom procesu zato što snimljeni vozni mikro-ciklusi korišteni za računanje TPM-a čija je srednja brzina veća od 48 km/h ne posjeduju svojstvo zaustavljanja na završnoj stanici S2S segmenta. Zbog toga, ako se ciljane srednja brzina nalazi unutar raspona [50, 68] km/h (vidi sliku 4.2b), TPM koji odgovara srednjim brzinama u rasponu [46, 48] km/h se primjenjuje u procesu sinteze kako bi se osigurala njena neprekidnost.
2. Razdvajanje generiranog mikro-ciklusa na lijevi i desni krajnji dio kako je prikazano na slici 4.5b kao  $m_1$  i  $m_2$ , gdje oba dijela posjeduju duljine jednake ciljanoj duljini  $L_{S2S,i}$ .
3. Translacija desnog krajnjeg dijela  $m_2$  u obrnutom smjeru kako bi se poravnao s lijevim krajnjim dijelom  $m_1$  u domeni prijedene udaljenosti (Slika 4.5c).
4. Detektiranju presjecišnih točaka  $(P_1, P_2, \dots, P_n)$  poravnatih profila  $m_1$  i  $m_2$  brzine i prijedene udaljenosti (slika 4.5c).
5. Određivanju točke spajanje  $P^*$  koja posjeduje minimalne razlike akceleracije između profila  $m_1$  i  $m_2$  (vidi ilustraciju 4.5d koja prikazuje da je  $P^* = P_4$  točka spajanja u prikazanom primjeru).
6. Spajanju profila  $m_1$  i  $m_2$  u točki spajanja  $P^*$  kako bi se dobio konačni mikro-ciklus (Slika 4.5e).

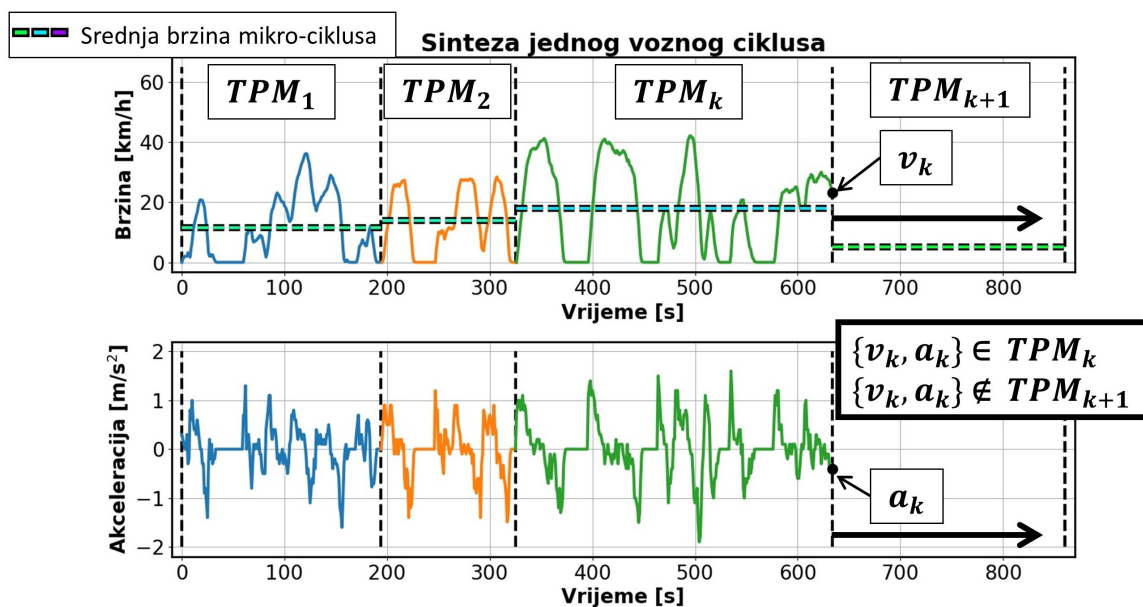
Potencijalni nedostatak ove metode moguće je dugo generiranje mikro-ciklusa do trenutka zadovoljavanja uvjeta zaustavljanja ( $L_{m,i} \gg L_{S2S,i}$ ). Međutim, ovaj nedostatak smatra se manje relevantnim uspoređujući s pretjeranim memorijskim zahtjevima drugog, dvostranog pristupa. Stoga, ovdje opisana treća metoda usvojena je i u daljnjim razmatranjima ovoga rada.



Slika 4.5: Ilustracija metode sinteze mikro-ciklusa s nultim završnim uvjetima bazirane na produljenju i spajanju mikro-ciklusa.

#### 4.3.4. Osiguravanje izvedivosti postupka sinteze mikro-ciklusa

Kako je prethodno opisano u potpoglavlju 4.2, sinteza uzastopnih mikro-ciklusa na različitim S2S segmentima bazirana je na višestrukim TPM-ovima koji su određeni iz različitih skupova snimljenih visoko-rezolucijskih mikro-ciklusa s obzirom na njihovu srednju brzinu. Svaki TPM posjeduje jedinstvena brzina-akceleracija stanja kao i vjerojatnosti prijelaza između njih. Posljedično, pristup višestrukih TPM-ova može uzrokovati zastoj sinteze generiranja mikro-ciklusa za slučaj kada brzina-akceleracije stanje na kraju  $i$ -tog mikro-ciklusa nije prisutna u TPM-u sljedećeg  $(i + 1)$ -tog mikro-ciklusa kako je ilustrirano na slici 4.6. Stoga, potrebno je osigurati ispravnu realizaciju ovakvih graničnih uvjeta. Pristup rješavanju navedene problematike temeljen je uvođenjem dodatnog rubnog uvjeta (vidi drugi uvjet sinteze na slici 4.1), gdje se provjerava nalazi li se završno brzina-akceleracija stanje  $i$ -tog mikro-ciklusa unutar TPM-a kojim se generira  $(i + 1)$ -ti mikro-ciklus. Ako ovaj uvjet nije zadovoljen, iterativnim procesom generiraju se novi mikro-ciklusi kako je i prikazano na slici 4.1.



Slika 4.6: Ilustracija procesa sinteze mikro-ciklusa za slučaj kada rubni uvjeti nisu zadovoljeni.

Proces generiranja mikro-ciklusa primjenom višestrukih TPM-ova također može za-  
glaviti u tzv. upijajućim stanjima TPM-a. Upijajuće stanje definira se kao stanje bez

mogućeg prijelaza u bilo koje drugo stanje (vidi ilustraciju na slici 4.7), odnosno, stanje koje zadovoljava jedan od sljedećih uvjeta [43]:

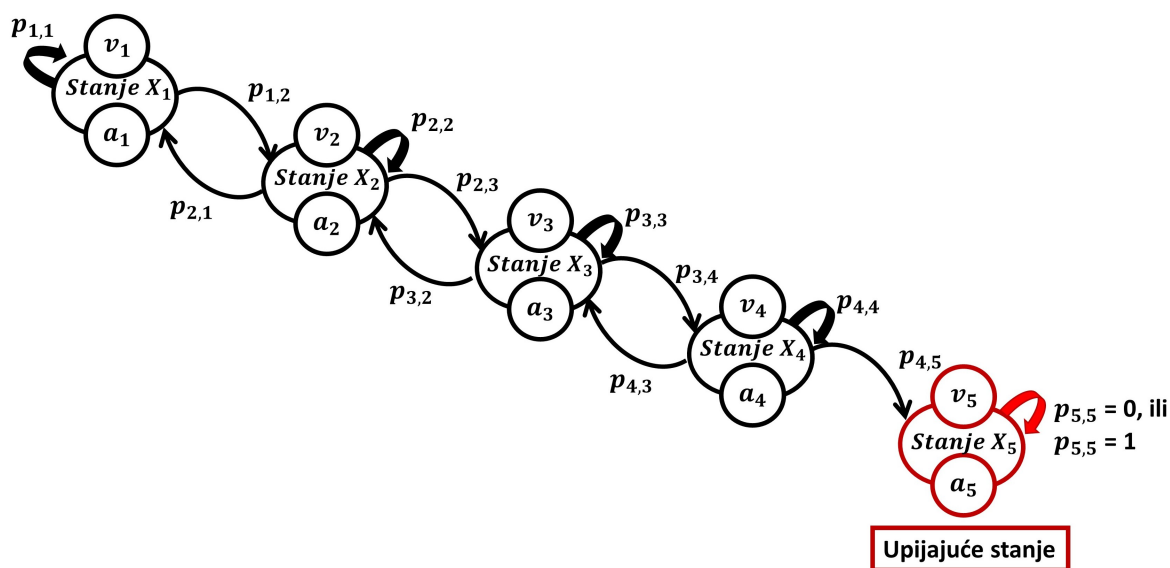
$$P(X_{k+1} = s_k | X_k = s_k) = 1, \text{ ili} \quad (4.3)$$

$$P(\forall(X_{k+1} = s_{k+1}) | X_k = s_k) = 0. \quad (4.4)$$

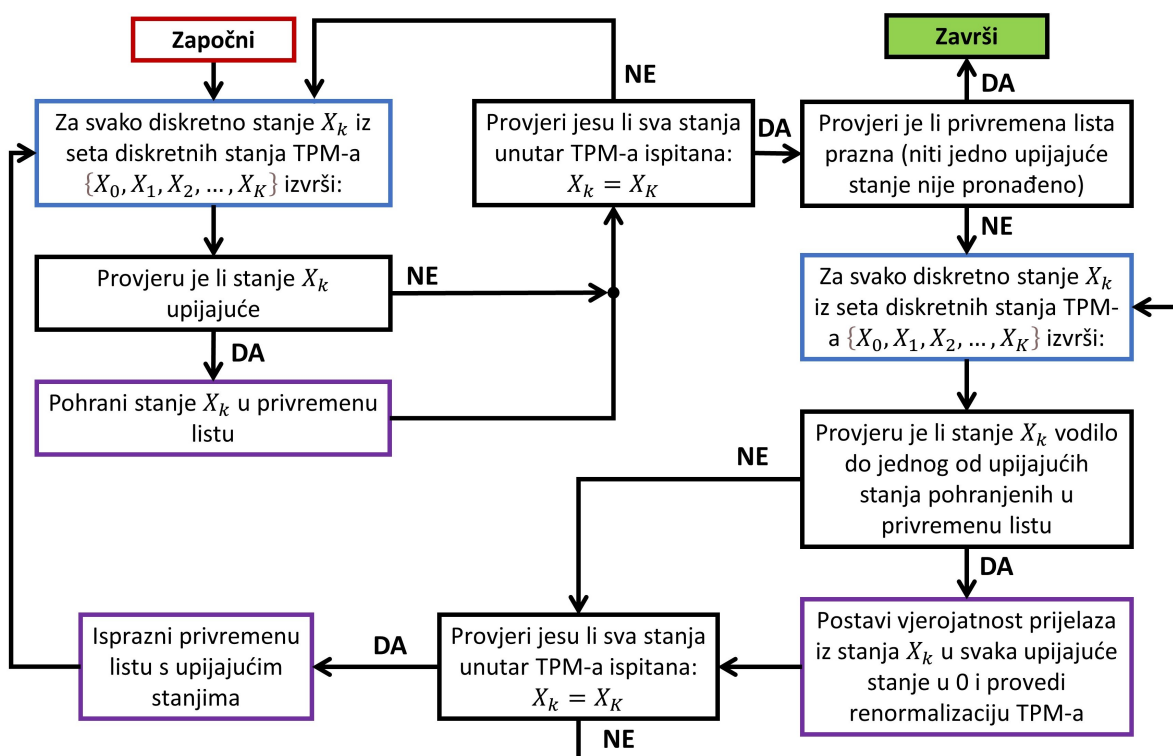
Tako, upijajuće stanje može nastati ako se završno stanje snimljenog mikro-ciklusa pojavljuje samo jednom (ili eventualno više puta kao završno stanje) među svim stanjima/uzorcima snimljenih mikro-ciklusa unutar jednog klastera srednjih brzina (slučaj (4.3)) ili ako je jedini prijelaz iz istog tog stanja bio prema samome sebi (slučaj (4.4)). Stoga, potrebno je detektirati i eliminirati ovakva upijajuća stanja kako bi se osiguralo neprekidno provođenje procesa sinteze. Proces eliminacija izvodi se na svakom TPM-u, a može se opisati u više koraka (vidi dijagram toka na slici 4.8):

1. Iteriraj kroz sva stanja TPM-a i pronadi sva upijajuća stanja temeljem uvjeta (4.3) i (4.4) te pohrani pronađena stanja u privremenu listu.
2. Ako je privremena lista prazna, završi proces eliminacije, u suprotnom nastavi s točkom 3.
3. Ponovi iteriranje kroz sva stanja TPM-a i pronadi sva stanja koja su direktno vodila do jednog od detektiranih upijajućih stanja iz točke 1.
4. Postavi vjerojatnost prijelaza TPM-a iz stanja detektiranih u točki 3 do upijajućih stanja iz točke 1 u nulu.
5. Renormaliziraj ispravljeni TPM kako bi uvjet (3.3) bio zadovoljen te isprazni privremenu listu.
6. Ako su prijelazna stanja nađena u točki 3 takva da vode jedino do upijajućih stanja iz točke 1, onda takva stanja postaju upijajuća. Stoga, proces eliminacije potrebno je ponoviti počevši od točke 1.





Slika 4.7: Ilustracija dosizanja upijajućeg stanja.



Slika 4.8: Dijagram toka postupka eliminacije upijajućih stanja iz TPM-a.

## 5 Validacija predložene metode sinteze mikro-ciklusa

Kako je prethodno opisano u potpoglavlju 2.4, ukupno 218 sintetičkih voznih ciklusa (109 u svakom smjeru) je potrebno kako bi se pokrili svi polasci definiranog dnevnog voznog autobusnog reda (vidi tablicu 2.1). Na razini mikro-ciklusa, to znači da je ukupno 2507 visoko-rezolucijskih voznih mikro-ciklusa potrebno generirati za smjer 1, a 3270 za smjer 2 (jedan mikro-ciklus za svaki od 23 segmenata smjera 1 i jedan za svaki od 30 S2S segmenta smjera 2). Skupno, 5777 visoko-rezolucijska voznih mikro-ciklusa, odnosno 218 potpunih voznih ciklusa potrebno je generirati za oba smjera vožnje razmatrane rute temeljem metode sinteze opisane u poglavlju 4.

Slika 5.1 prikazuje primjere dva generirana sintetička vozna ciklusa za svaki smjer vožnje. Vizualnom inspekcijom moguće je uvidjeti da generirani vozni ciklusi prate iznose ciljanih srednjih brzina S2S segmenata koje variraju tijekom dana temeljem prometnog modela razrađenog u potpoglavlju 2.4. Slično, zaustavljanje na završnim stanicama S2S segmenata može varirati u toku dana (npr. zaustavljanje je prisutno za završnu stanicu 12-tog segmenta voznog ciklusa 1, ali ne i voznog ciklusa 2 prema slici 5.1) jer je zastavica zaustavljanja generirana nasumično temeljem modela vjerojatnosti zaustavljanja prikazanog na slici 2.7 i jednadžbi (4.1).

Ispravnost replikacije nisko-rezolucijskih srednjih brzina na generirane sintetičke mikro-cikluse ispitana je temeljem izračuna relativnih reziduala kao:

$$\varepsilon = \frac{\bar{v}_{S2S,i} - \bar{v}_{m,i}}{\bar{v}_{S2S,i}} 100\%, \quad (5.1)$$

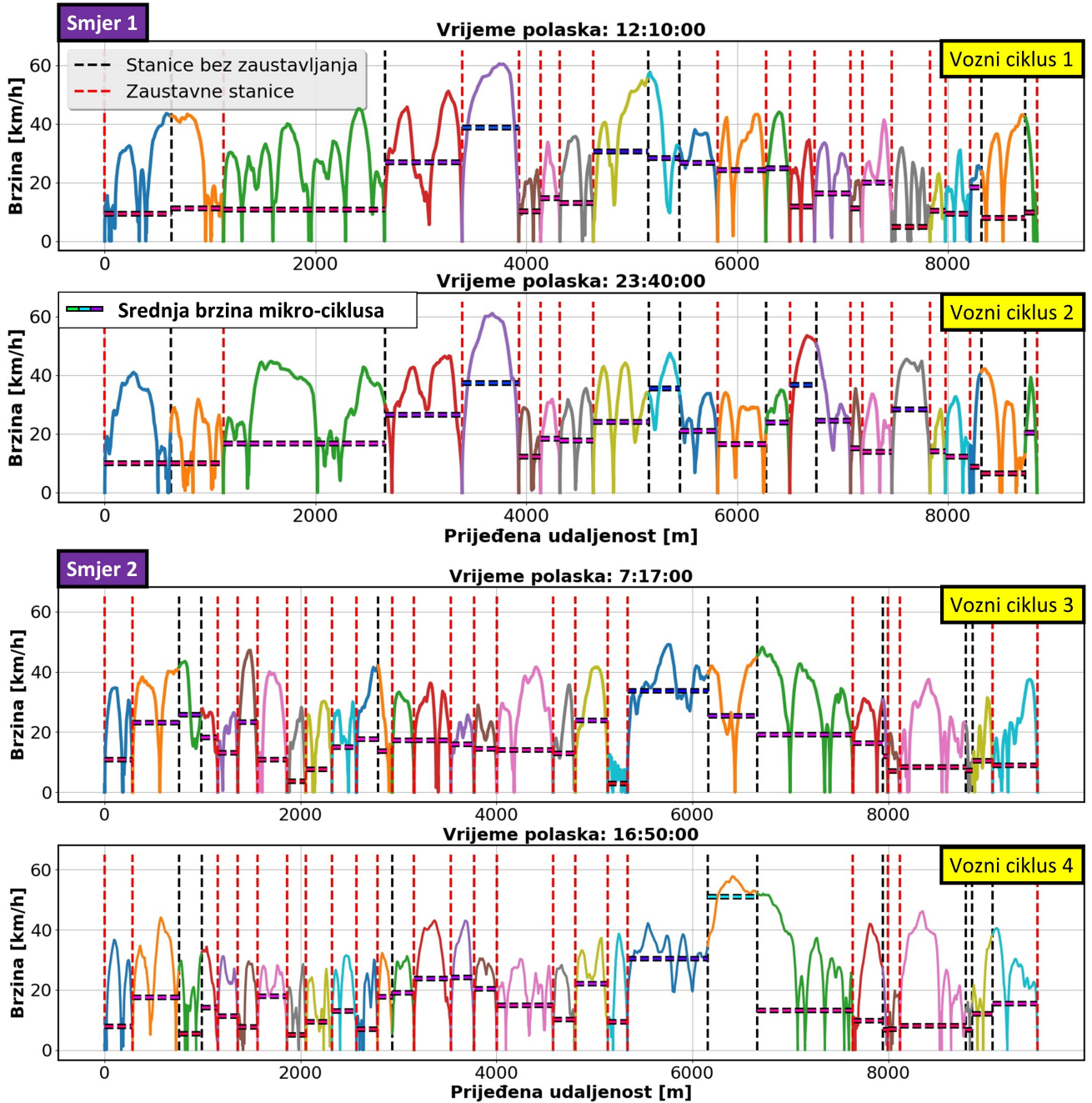
gdje  $\bar{v}_{S2S,i}$  označava ciljane, a  $\bar{v}_{m,i}$  stvarnu vrijednost srednje brzine mikro-ciklusa. Rezultati prikazani u tablici 5. ističu da velika većina generiranih mikro-ciklusa (njih

99.4%) zadovoljava definirani uvjet srednje brzine  $|\varepsilon| < 5\%$  (kako je definirano u poglavlju 4). Ostali mikro-ciklusi koji ne zadovoljavaju uvjet srednje brzine odgovaraju slučaju dosizanja maksimalnog broja iteracija (ovdje 500). Reziduali ovih, vrlo rijetkih mikro-ciklusa i dalje su relativno mali (do 23%). Grafička vizualizacija navedenih rezultata prikazana je na slici 5.2a. Slika 5.2b ilustrira ovisnost broja zaustavnih mikro-ciklusa na pojedinom S2S segmentu s obzirom na ciljanu vjerojatnost zaustavljanja prikazanu na slici 2.7, gdje se određena odstupanja mogu objasniti stohastičkom prirodom određivanja zaustavljanja temeljem jednadžbe (4.1). Za očekivati je da će iznose korelacije biti veći s porastom generiranih mikro-ciklusa kao i što nalaže zakon velikih brojeva. U konačnici, spajanjem mikro-ciklusa u cjelovite vozne cikluse, moguće je validirati ukupna vremena prolaska rute. Ovakvom validacijom ispitana je ispravnost repliciranja svih ciljanih statističkih značajki definiranih na pojedinom S2S segmentu: srednje brzine  $\bar{v}_{S2S,i}$ , duljine  $L_{S2S,i}$ , vremena mirovanja autobusa na završnoj stanici segmenata  $T_{S2S,i}$  i vjerojatnosti zaustavljanja autobusa na završnoj stanici  $p_{S2S,i}$  jer sve navedene značajke utječu na ukupno trajanje prolaska rute. Shodno tomu, estimirana vremena prolaska rute izračunata su temeljem ekstrahiranih mapa nisko-rezolucijskih podataka (mape 2.6, 2.7 i 2.8) i predefiniranog voznog reda rute (tablica 2.1). Aktivno vrijeme vožnje prolaska rute (bez uključenih dijelova mirovanja na stanicama) izračunato je sumiranjem vremena prolaska pojedinih S2S segmenata prema jednadžbi (2.5). Pasivno vrijeme vožnje (vrijeme mirovanja autobusa na stanicama tijekom jednog putovanja) izračunato je sumiranjem pojedinih vremena mirovanja na svim zaustavnim stanicama  $T_{S2S,i}$ , gdje su zaustavne stanice određene prema jednadžbi (4.1). Konačno, estimirano vrijeme prolaska  $j$ -tog voznog ciklusa  $T_{e,j}$ , izračunato je zbrajanjem aktivnog i pasivnog vremena vožnje. Vrijeme prolaska rute validirano je izračunima relativnih reziduala svakog voznog ciklusa  $j$  temeljem estimiranog  $T_{e,j}$  i sintetičkog  $T_{r,j}$  vremena prolaska rute:

$$\varepsilon_T = \frac{T_{e,j} - T_{r,j}}{T_{e,j}} 100\%. \quad (5.2)$$

S obzirom na to da se svi reziduali nalaze u intervalu  $[-3\%, 4\%]$  (prikaz u tablici 5.2), zaključuje se da su značajke vremena putovanja kao i s njim povezane mape srednjih brzina, vremena boravaka autobusa na stanicama i vjerojatnosti zaustavljanja autobusa na stanicama ispravno replicirane u generiranim visoko-rezolucijskim voznim ciklusima.

Na slici 5.2c, prikazan je odnos estimiranih i sintetičkih vremena prolazaka rute.



Slika 5.1: Primjer dva visoko-rezolucijska sintetička vozna ciklusa za svaki smjer vožnje s prikazanim srednjim brzinama definiranim temeljem nisko-rezolucijskih podataka svakog S2S segmenta.

Tablica 5.1: Statistika validacije srednjih brzina mikro-ciklusa.

Uvjet srednjih brzina	Ukupan broj	Statistika relativnih reziduala srednjih brzina, $\varepsilon$ [%]				
		Min.	Medijan	Sr. vrijednost	Max.	Std.
Zadovoljen	5740 (99.4%)	-5.0	0.28	0.19	5.0	2.9
Nezadovoljen	37 (0.64%)	-13.3	9.8	8.7	23.3	10.6

Tablica 5.2: Statistika validacije vremena prolazaka cjelovitih voznih ciklusa.

Statistika relativnih reziduala vremena prolaska voznih ciklusa, $\varepsilon_T$ [%]				
Min.	Medijan	Sr. vrijednost	Max.	Std.
-2.88	0.01	0.08	3.88	1.13

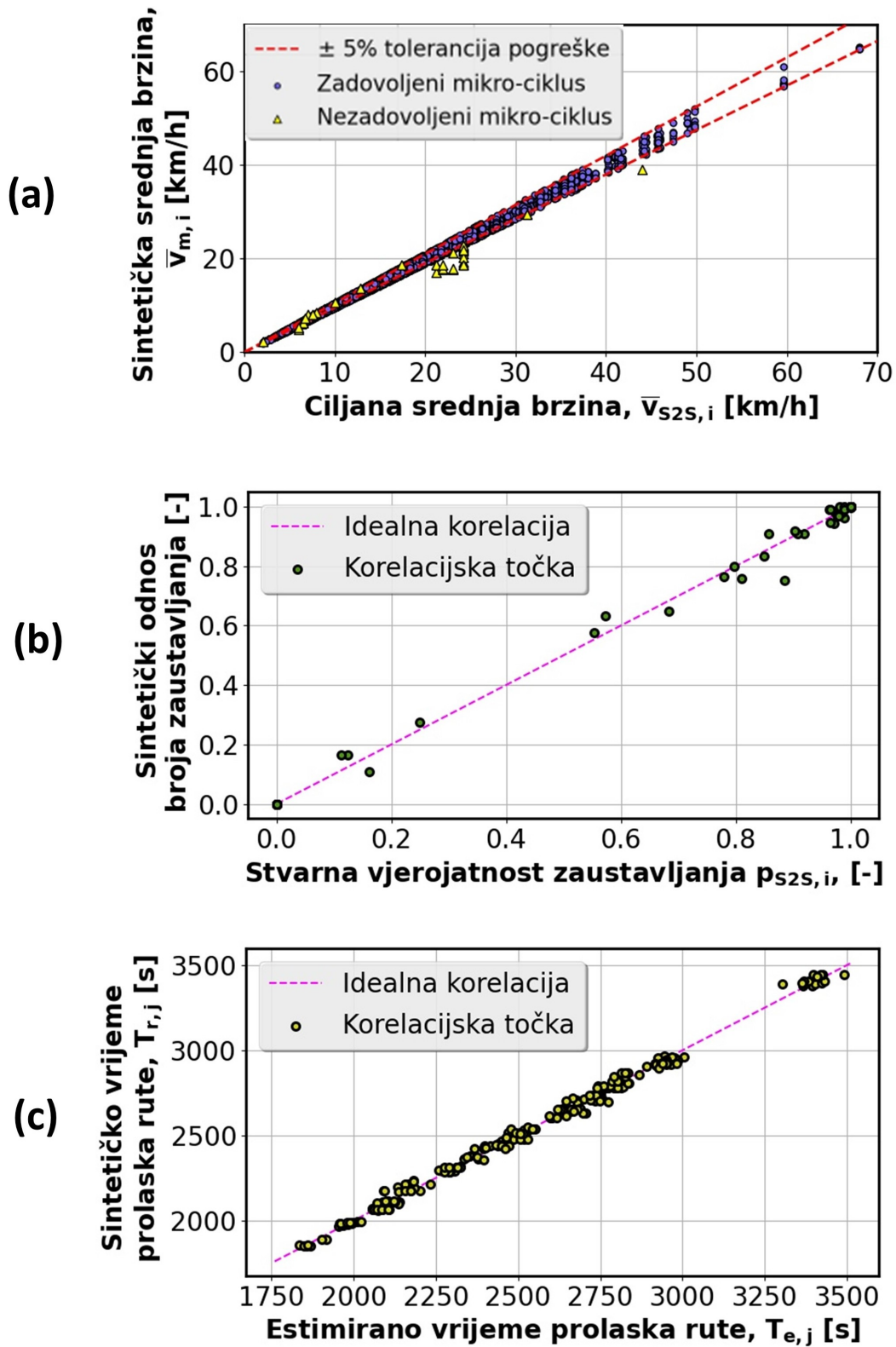
Numerička efikasnost sinteze analizirana je s obzirom na broj generiranih sintetičkih mikro-ciklusa potrebnih da se generira jedan valjani mikro-ciklus. Valjani mikro-ciklus je onaj koji zadovoljava unaprijed definirane uvjete srednje brzine i rubni uvjet brzine/akceleracije (vidi sliku 4.1 i poglavlje 4 za detalje). Rezultati prezentirani u tablici 5.3 ukazuju na to da je u prosjeku potrebno 18.3 nevaljanih mikro-ciklusa za generiranje jednog valjanog. Ovaj odnos veći je za mikro-cikluse koji se nisu zaustavili na stanici (20.8) u odnosu na zaustavne (17.1). Razlog tomu uključivanje je rubnog uvjeta prisutnosti završnog brzina/akceleracija stanja  $i$ -tog mikro-ciklusa unutar TPM-a ( $i + 1$ )-tog mikro-ciklusa koji se primjenjuje isključivo na mikro-cikluse bez zaustavljanja (potpoglavlje 4.4). Iako je ovo slučaj, glavni razlog nevaljanosti mikro-ciklusa gdje zaustavljanje nije prisutno i dalje jest neispunjenje uvjeta srednje brzine, dok rubni uvjet nije zadovoljen tek u nekolicini slučajeva. Navedeno je ilustrirano rezultatima u tablici 5.4, gdje je vidljivo da je 90 do 95% svih generiranih mikro-ciklusa nevaljalo zbog nezadovoljavanja uvjeta srednje brzine.

Tablica 5.3: Osnovna statistika broja nevaljanih mikro-ciklusa potrebnih za dobivanje jednog valjanog mikro-ciklusa.

Slučaj	Broj generiranih nevaljanih mikro-ciklusa po jednom valjanom mikro-ciklusu				
	Min.	Medijan	Sr. vrijednost	Max.	Std.
<b>Zaustavljanje prisutno</b> (3982 valjana mikro-ciklusa)	0	7	17.1	500	46.1
<b>Zaustavljanje nije prisutno</b> (1795 valjanih mikro-ciklusa)	0	8	20.7	500	48.7
<b>Ukupno</b>	0	7	18.3	500	48.6

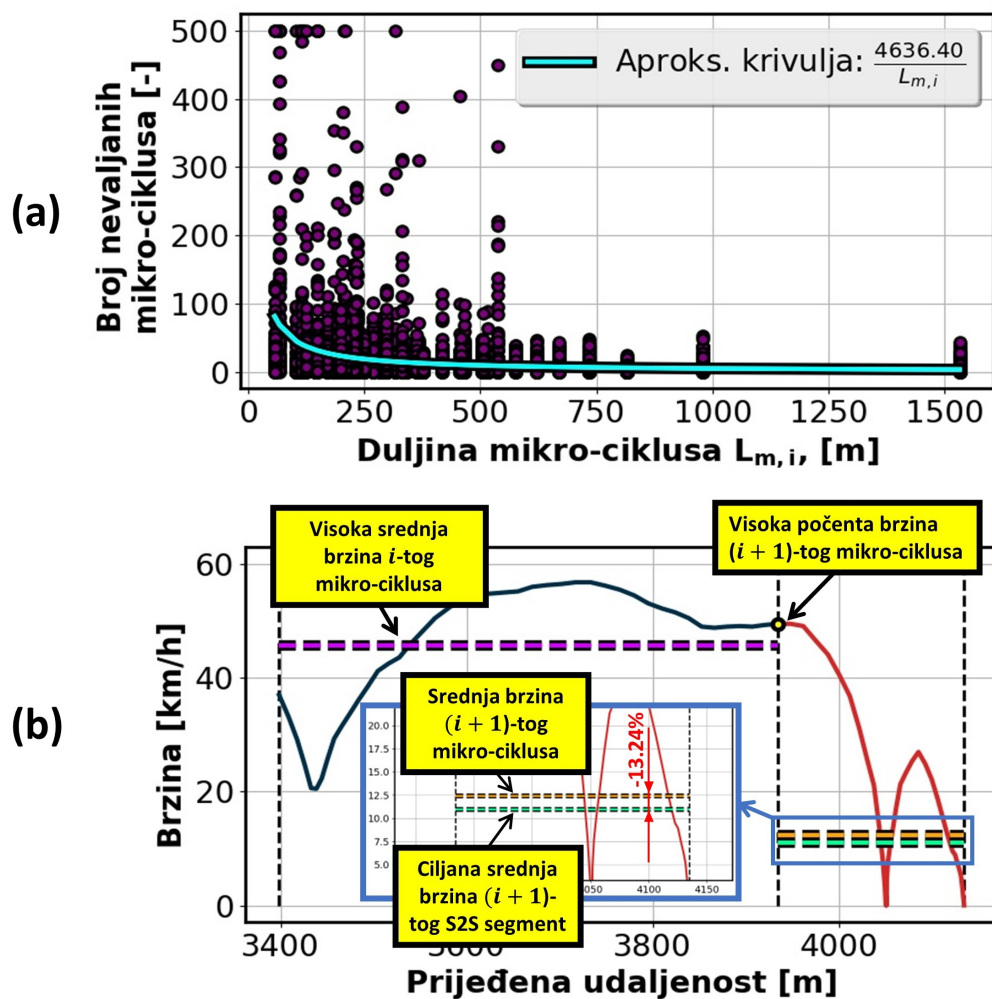
Tablica 5.4: Dodatna statistika generiranih valjanih i nevaljanih mikro-ciklusa dana za pojedinačni uvjet sinteze.

Slučaj	Ukupan broj generiranih mikro-ciklusa				Ukupno
	Valjani	Nevaljani			
		Uvjet srednje brzine	Brzina/akceleracija rubni uvjet	Kombinacija uvjeta	
<b>Zaustavljanje prisutno</b>	3982 (5.5%)	68 228 (94.5%)	0	0	72 210
<b>Zaustavljanje nije prisutno</b>	1 795 (4.6%)	35 061 (89.9%)	199 (0.5%)	1 950 (5.0%)	39 005
<b>Ukupno</b>	5 777 (5.2%)	103 289 (92.9%)	199 (0.2%)	1 950 (1.8%)	111 215



Slika 5.2: Grafički prikaz validacijskih rezultata (a) srednjih brzina mikro-ciklusa, (b) vjerojatnosti zaustavljanja mikro-ciklusa i (c) vremena prolazaka cjelovitih voznih ciklusa.

Broj generiranih nevaljanih mikro-ciklusa po jednom valjanom mikro-ciklusu s obzirom na duljinu mikro-ciklusa prikazan je na slici 5.3a. Iz slike se može iščitati da je za slučajevne mikro-ciklusa nižih duljina potreban veći broj nevaljanih mikro-ciklusa za generiranje jednog valjanog. Ovakva pojava može se objasniti činjenicom da za slučajevne generiranja mikro-ciklusa čija se početna brzina znatno razlikuje od ciljane srednje brzine, vrlo je nevjerojatno ili čak nemoguće doseći ciljanu srednju brzinu na tako maloj duljini segmenta (vidi sliku 5.3b za ilustraciju).



Slika 5.3: (a) Broj nevaljanih mikro-ciklusa generiranih po jednom valjanom mikro-ciklusu u ovisnosti o duljini mikro-ciklusa i (b) ilustracija nevaljanog mikro-ciklusa zbog anti-korelacije prikazane na lijevoj dijelu slike.



Ukupno vrijeme izvršavanja  $T_{exec,tot}$  generiranja svih 5777 valjanih sintetičkih mikro-ciklusa iznosilo je 201 s. Proces sinteze proveden je na Dell Inspiron 5593 *Notebooku*, opremljenog s 8 GB RAM-a i Intel(R) Core(TM) i7-1065G7 CPU @ 1.30GHz, izvršen unutar Linux Ubuntu 20.04 okruženja. Srednja vrijednost vremena izvršavanja  $T_{exec}$  potrebno za generiranje jednog mikro-ciklusa iznosi 35 ms (tablica 5.5), sa značajnijim varijancama koja su posljedica različitog broja generiranih nevaljanih mikro-ciklusa za jedan valjani. Vrijeme izvršavanja za red veličine je veći kod zaustavnih mikro-ciklusa što se može objasniti kompleksnijim algoritmom u vidu osiguravanja nultih rubnih uvjeta prilikom generiranja mikro-ciklusa (vidi sliku 4.5).

Tablica 5.5: Osnovna statistika vremena izvršavanja sinteze mikro-ciklusa.

Slučaj	Vrijeme izvršavanja $T_{exec}$ [ms]				
	Min.	Medijan	Sr. vrijednost	Max.	Std.
<b>Zaustavljanje prisutno</b>	3.9	32.9	50.0	237.5	49.2
<b>Zaustavljanje nije prisutno</b>	0.3	3.8	6.3	37.89	6.8
<b>Ukupno</b>	0.3	15.1	35.4	237.5	45.3

## 6 Zaključak

U ovome radu predstavljena je sinteza visoko-rezolucijskih voznih ciklusa temeljena na metodi Markovljevih lanaca, čije se statističke značajke podudaraju sa izdvojenim nisko-rezolucijskim snimljenim značajkama S2S autobusnih segmenata. Ove statističke značajke uključuju: (i) duljinu cestovnog segmenta, (ii) srednju brzinu, (iii) vjerojatnost zaustavljanja autobusa i (iv) vrijeme mirovanja autobusa na stanici. Kako bi metoda sinteze bila reprezentativna i numerički efikasna, visoko-rezolucijski podaci snimani u zasebnom, referentnom gradu korišteni su za definiranje višestrukih matrica prijelaznih vjerojatnosti (TPM-ova) ovisnih o srednjim brzinama, temeljem kojih su generiranih sintetički vozni mikro-ciklusi na svakom S2S segmentu. U slučaju zaustavljanja autobusa na završnoj stanici segmenta, nužno je osigurati da sintetički mikro-ciklus završi s nul-tim iznosima brzine i akceleracije za ciljanu udaljenost segmenta na računalno efikasan način. U tu svrhu, predložena je metoda bazirana na proširivanju sintetičkog mikro-ciklusa sve do nultog iznosa brzine i sažimanja generiranog proširenog mikro-ciklusa na ciljanu duljinu mikro-ciklusa. Na drugu stranu, kako bi se omogućila neprekinutost sinteze za slučaj nezaustavljanja autobusa na stanici, dodatan uvjet koji osigurava postojanje završnih iznosa brzina-akceleracija stanja prethodnog mikro-ciklusa unutar TPM-u nadolazećeg mikro-ciklusa je uveden uz dodatnu eliminaciju tzv. upijajućih stanja iz svih TPM-ova. Jednom kada su mikro-ciklusi s ispravnim rubnim (tj. početnim i završnim) uvjetima generirani, zaustavnim mikro-ciklusima dodaje se prigodno vrijeme mirovanja na stanici te se u konačnici mikro-ciklusi spajaju u pune sintetičke vozne ciklusa opisane od početne do završne stanice rute u jednome smjeru.

Predložena metoda sinteze visoko-rezolucijskih voznih ciklusa ispitana je naspram

obrađenih podataka niske rezolucije u vidu srednjih brzina, vjerojatnosti zaustavljanja mikro-ciklusa i ukupnog vremena prolaska rute. Demonstrirano je da se značajke sintetičkih i snimljenih mikro-ciklusa podudaraju unutar unaprijed definiranog praga tolerancije uz istovremeno osiguravanje niskog vremena izvršavanja sinteze. Stoga, bogati skup realističnih sintetičkih voznih ciklusa visoke rezolucije moguće je generirati na numerički efikasan način i time vjerno okarakterizirati razmatrani transportni sustav opisan snimljenim, nisko-rezolucijskim podacima. Kao takvi, sintetički vozni ciklusi mogu se koristiti u različitim studijama predviđanja potrošnje energije.

# Literatura

- [1] Europarl. <https://www.europarl.europa.eu/news/hr/headlines/society/20190313ST031218/emisije-co2-u-prometu-eu-a-cinjenice-i-brojke>. Accessed: 14.04.2022.
- [2] European commission. [https://ec.europa.eu/clima/policies/strategies/2050\\_en](https://ec.europa.eu/clima/policies/strategies/2050_en). Accessed: 14.04.2022.
- [3] Ronald Jurgen. *Drive Cycle Fuel Consumption Variability of Plug-In Hybrid Vehicles Due to Aggressive Driving (2009-01-1335)*, pages 81–88. 2011.
- [4] Georgios Fontaras, Vicente Franco, Panagiota Dilara, Giorgio Martini, and Urbano Manfredi. Development and review of euro 5 passenger car emission factors based on experimental results over various driving cycles. *Science of The Total Environment*, 468-469:1034–1042, 2014.
- [5] Evangelos G. Giakoumis. *Driving and Engine Cycles*, volume 1. Springer, Cham, Reading, Massachusetts, 2017.
- [6] T.J. Barlow, S. Latham, IS. McCrae, and PG. Boulter. *A reference book of driving cycles for use in the measurement of road vehicle emissions*, volume 1. Transport Research Laboratory, 2009.
- [7] José I. Huertas, Michael Giraldo, Luis F. Quirama, and Jenny Díaz. Driving cycles based on fuel consumption. *Energies*, 11(11), 2018.

- [8] Guilherme Medeiros Soares de Andrade, Fernando Wesley Cavalcanti de Araújo, Maurício Pereira Magalhães de Novaes Santos, and Fabio Santana Magnani. Standardized comparison of 40 local driving cycles: Energy and kinematics. 13(20), 2020.
- [9] Brahmadevan V. Padma Rajan, Andrew McGordon, and Paul A. Jennings. An investigation on the effect of driver style and driving events on energy demand of a phev. *World Electric Vehicle Journal*, 5(1):173–181, 2012.
- [10] Ravi Shankar, James Marco, and Francis Assadian. The novel application of optimization and charge blended energy management control for component downsizing within a plug-in hybrid electric vehicle. *Energies*, 5(12):4892–4923, 2012.
- [11] Benjamin M. Geller and Thomas H. Bradley. Analyzing Drive Cycles for Hybrid Electric Vehicle Simulation and Optimization. *Journal of Mechanical Design*, 137(4), 04 2015. 041401.
- [12] John Brady and Margaret O’Mahony. Development of a driving cycle to evaluate the energy economy of electric vehicles in urban areas. *Applied Energy*, 177(C):165–178, 2016.
- [13] Chinmaya. Patil, Payam. Naghshtabrizi, Rajeev. Verma, Zhijun. Tang, Kandler. Smith, and Ying. Shi. Optimal battery utilization over lifetime for parallel hybrid electric vehicle to maximize fuel economy. 8 2016.
- [14] Walter Naranjo, Luis E. Munoz Camargo, Javier E. Pereda, and Camilo A. Cortés. Design of electric buses of rapid transit using hybrid energy storage and local traffic parameters. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 66:5551–5563, 2017.
- [15] Fei Zhang, Fen Guo, and Hong Huang. A study of driving cycle for electric special-purpose vehicle in beijing. *Energy Procedia*, 105:4884–4889, 05 2017.
- [16] Brennan Borlaug, Jacob Holden, Eric Wood, Byungho Lee, Justin Fink, Scott Agnew, and Jason Lustbader. Estimating region-specific fuel economy in the united states from real-world driving cycles. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 86:102448, 09 2020.

- [17] Hyeonjik Lee and Kihyung Lee. Comparative evaluation of the effect of vehicle parameters on fuel consumption under nedc and wltp. *Energies*, 13(16), 2020.
- [18] Claudio Cubito, Federico Millo, Giulio Boccardo, Giuseppe Di Pierro, Biagio Ciuffo, Georgios Fontaras, Simone Serra, Marcos Otura Garcia, and Germana Trentadue. Impact of different driving cycles and operating conditions on co2 emissions and energy management strategies of a euro-6 hybrid electric vehicle. *Energies*, 10(10), 2017.
- [19] Georgios Fontaras, Nikiforos-Georgios Zacharof, and Biagio Ciuffo. Fuel consumption and co2 emissions from passenger cars in europe – laboratory versus real-world emissions. *Progress in Energy and Combustion Science*, 60(C):97–131, 2017.
- [20] Tae-Kyung Lee and Zoran S. Filipi. Synthesis of real-world driving cycles using stochastic process and statistical methodology. *International Journal of Vehicle Design*, 57:17–36, 2011.
- [21] Branimir Škugor and Joško Deur. Delivery vehicle fleet data collection, analysis and naturalistic driving cycles synthesis. *International Journal of Innovation and Sustainable Development*, 10(1):19–39, 2016.
- [22] R Liessner, A M Dietermann, B Bäker, and K Lüpkes. Derivation of real-world driving cycles corresponding to traffic situation and driving style on the basis of markov models and cluster analyses. In *6th Hybrid and Electric Vehicles Conference (HEVC 2016)*, pages 1–7, 2016.
- [23] Arved Esser, Martin Zeller, Stéphane Foulard, and Stephan Rinderknecht. Stochastic synthesis of representative and multidimensional driving cycles. *SAE International Journal of Alternative Powertrains*, 7(3):263–272, 2018.
- [24] Jiankun Peng, Jiwan Jiang, Fan Ding, and Huachun Tan. Development of driving cycle construction for hybrid electric bus: A case study in zhengzhou, china. *Sustainability*, 12(17), 2020.
- [25] Zeyu Chen, Qing Zhang, Jiahuan Lu, and Jiangman Bi. Optimization-based method to develop practical driving cycle for application in electric vehicle power management: A case study in Shenyang, China. *Energy*, 186(C), 2019.

- [26] Sze-Hwee Ho, Yiik-Diew Wong, and Victor Wei-Chung Chang. Developing singapore driving cycle for passenger cars to estimate fuel consumption and vehicular emissions. *Atmospheric Environment*, 97(Complete):353–362, 2014.
- [27] Kobus Hereijgers, Emilia Silvas, Theo Hofman, and Maarten Steinbuch. Effects of using synthesized driving cycles on vehicle fuel consumption. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1):7505–7510, 2017. 20th IFAC World Congress.
- [28] Tae-Kyung Lee and Zoran Filipi. Real-world driving pattern recognition for adaptive hev supervisory control: Based on representative driving cycles in midwestern us. SAE International, apr 2012.
- [29] Jakov Topić, Branimir Škugor, and Joško Deur. Synthesis and validation of multi-dimensional driving cycles. In *SAE WCX Digital Summit*. SAE International, apr 2021.
- [30] Jakov Topić, Jure Soldo, Filip Maletić, Branimir Škugor, and Joško Deur. Virtual simulation of electric bus fleets for city bus transport electrification planning. *Energies*, 13(13), 2020.
- [31] David Wenzhong Gao, Chris Mi, and Ali Emadi. Modeling and simulation of electric and hybrid vehicles. *Proceedings of the IEEE*, 95(4):729–745, 2007.
- [32] Aleksejs Zacepins., Egons Kalnins., Armands Kviesis., and Vitalijs Komasilovs. Usage of gps data for real-time public transport location visualisation. In *Proceedings of the 5th International Conference on Vehicle Technology and Intelligent Transport Systems - VEHITS*., pages 277–282. INSTICC, SciTePress, 2019.
- [33] Emilia Silvas, Kobus Hereijgers, Huei Peng, Theo Hofman, and Maarten Steinbuch. Synthesis of realistic driving cycles with high accuracy and computational speed, including slope information. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 65(6):4118–4128, 2016.
- [34] Zifan Liu, Andrej Ivanco, and Zoran S. Filipi. Naturalistic driving cycle synthesis by markov chain of different orders. *International Journal of Powertrains*, 6(4):307–322, 2017.

- [35] Jakov Topić, Branimir Škugor, and Joško Deur. Synthesis and feature selection-supported validation of multidimensional driving cycles. *Sustainability*, 13(9), 2021.
- [36] Zvonimir Dabčević, Branimir Škugor, Jakov Topić, and Joško Deur. Synthesis of driving cycles based on low-sampling-rate vehicle tracking data and markov chain methodology. *Energies*, 2022. Reference under review.
- [37] Branimir Škugor and Joško Deur. Gps measurement-based road grade reconstruction with application to electric vehicle simulation and analysis. 2015.
- [38] Egged. <https://www.egged.co.il/Article-782-ScheduleInformation.aspx>. Accessed: 24.04.2022.
- [39] Paul A. Gagniuc. Markov chains: From theory to implementation and experimentation. 2017.
- [40] Jakov Topić, Branimir Škugor, and Joško Deur. Analysis of city bus driving cycle features for the purpose of multidimensional driving cycle synthesis. pages 1–8, 2020.
- [41] Jakov Topić, Branimir Škugor, and Joško Deur. Analysis of markov chain-based methods for synthesis of driving cycles of different dimensionality. pages 893–900, 2020.
- [42] Gamerman Dani and Lopes Hedibert, F. Markov chains: From theory to implementation and experimentation. volume 2, 2006.
- [43] Nicolas Privault. *Discrete-Time Markov Chains*, pages 89–113. Springer Singapore, Singapore, 2018.