

# Rekonstrukcijski algoritmi u računalnoj tomografiji

---

Gadžić, Dora

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:367675>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-09**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Dora Gadžić**

Zagreb, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**REKONSTRUKCIJSKI  
ALGORITMI U RAČUNALNOJ  
TOMOGRFIJI**

Mentor:

Izv. prof. dr. sc. Marko Katić, dipl. ing.

Student:

Dora Gadžić

Zagreb, 2022.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru izv. prof. dr. sc. Marku Katiću na savjetima, smjernicama i sugestijama, koje su uvelike pridonijele izradi ovog rada.

Iznimna zahvala ide mom suprugu Andrei na velikom strpljenju i podršci koju mi je ukazao tijekom studija te mojim kćerima Lauri i Eriki.

Posebne zahvale također idu roditeljima, sestrama, braći, mojoj kumi Jeleni, kumu Tomislavu i mojim prijateljicama na moralnoj podršci, kao i ukazanoj pomoći.

Dora Gadžić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske radove studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
inženjerstvo materijala te mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa:	602-04/22-6/1
Ur. broj:	15-1703-22-

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **DORA GADŽIĆ** Mat. br.: 0035202949

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Rekonstrukcijski algoritmi u računalnoj tomografiji**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Reconstruction algorithms in computed tomography**

Opis zadatka:

Računalna tomografija se oslanja na prikupljanje seta 2D projekcija predmeta mjerenja tijekom njegove rotacije. Nakon toga, iz prikupljenih projekcija potrebno je rekonstruirati 3D volumen predmeta mjerenja. Proizvođači CT uređaja isporučuju vlastita softverska rješenja za ovaj proces, koja tipično sadrže nedokumentirane korekcije ulaznih podataka, te ne omogućuju provedbu dodatnih korekcija. U skladu s navedenim, u diplomskom radu je potrebno obraditi sljedeće:

1. detaljno opisati vrste rekonstrukcijskih algoritama koji su primjenjivi u računalnoj tomografiji
2. proučiti i predstaviti dostupna "open-source" rješenja
3. ispitati primjenjivost odabranih "open-source" algoritama na realne podatke, dobivene na CT uređaju u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
3. ožujka 2022.

Rok predaje rada:  
5. svibnja 2022.

Predviđeni datum obrane:  
9. svibnja do 13. svibnja 2022.

Zadatak zadao:  
doc. dr. sc. Marko Katić

Predsjednica Povjerenstva:  
prof. dr. sc. Biserka Runje

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA .....	IV
POPIS KRATICA .....	V
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY .....	VII
1. UVOD.....	1
2. REKONSTRUKCIJSKI ALGORITMI U RAČUNALNOJ TOMOGRAFIJI.....	6
2.1. Analitički rekonstrukcijski algoritmi .....	6
2.2. Algebarski rekonstrukcijski algoritmi.....	8
2.2.1. Algebarska rekonstrukcijska tehnika ART .....	11
2.2.2. Simultana iterativna rekonstrukcijska tehnika SIRT .....	12
2.2.3. Simultana algebarska rekonstrukcijska tehnika SART.....	12
2.2.4. Metoda konjugiranih gradijenata za najmanje kvadrate CGLS.....	13
3. REKONSTRUKCIJSKI „OPEN-SOURCE“ ALGORITMI.....	17
3.1. ASTRA Toolbox alat .....	17
3.1.1. Geometrija volumena.....	19
3.1.2. Podatci o volumenu.....	20
3.1.3. Geometrija projekcije.....	21
3.1.4. Podatci o projekciji .....	23
3.1.5. Projektor.....	23
3.1.6. Algoritam .....	24
4. ISPITIVANJE PRIMJENJIVOSTI „OPEN-SOURCE“ ALGORITAMA .....	27
4.1. Rekonstrukcija trupa LEGO® figure .....	33
4.2. Rekonstrukcija nogu LEGO® figure .....	38
4.3. Rekonstrukcija fantomskog modela iz ASTRA Toolbox primjera.....	41
5. ZAKLJUČAK.....	44
LITERATURA.....	45

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Prikaz nastajanja trodimenzionalnog prikaza [1] .....	1
Slika 2.	Prikaz a) povratne projekcije i b) filtrirane povratne projekcije [2].....	2
Slika 3.	Prikaz algoritama za rekonstrukciju 3D modela [3].....	4
Slika 4.	Prikaz skeniranog ljudskog srca s CT skenerima različitih dobavljača i različitim algoritmima rekonstrukcije pri dvije razine zračenja [3] .....	5
Slika 5.	Objekt mjerenja i njegova projekcija $\rho_{\theta}(t)$ prikazane za kut $\theta$ [4].....	6
Slika 6.	Prikaz Shepp-Logan fantomskog modela glave (128×128 piksela) (lijevo); Odgovarajući sinogram u rasponu od 0° do 180° (desno) [4].....	7
Slika 7.	Redoslijed izvođenja FBP algoritma [4] .....	8
Slika 8.	Model mreže piksela za iterativne metode [8] .....	9
Slika 9.	Prikaz izvođenja algebarskih algoritama [4] .....	11
Slika 10.	Usporedba SART (lijevo) i ART (desno) algoritma [9].....	13
Slika 11.	Prikaz poprečnog presjeka (lijevo) i 3D prikaz analiziranog fantoma (desno) [11] .....	15
Slika 12.	Usporedba rekonstruirane slike za različite rekonstrukcijske metode i pri različitom broju projekcija [11].....	15
Slika 13.	Ovisnost CNR (lijevo) i FWHM indeksa (desno) o broju projekcija pri različitim rekonstrukcijskim metodama .....	16
Slika 14.	Shematski prikaz dizajna ASTRA Toolbox-a [12] .....	18
Slika 15.	Moduli sadržani u ASTRA Toolbox-u [5] .....	18
Slika 16.	Izgled koordinatnog sustava za geometriju volumena u dvodimenzionalnom (lijevo) i trodimenzionalnom (desno) obliku [5].....	20
Slika 17.	Paralelni snop zračenja (lijevo); konusni snop zračenja (desno) [5].....	21
Slika 18.	Trodimenzionalni prikaz skenirane LEGO® figure.....	27
Slika 19.	Prikaz izvornih radiograma LEGO® figure pod različitim kutovima.....	28
Slika 20.	Prikaz modifikacije izvornog radiograma LEGO® figure.....	29
Slika 21.	Prikaz rekonstrukcija za različite geometrijske parametre.....	34
Slika 22.	Izvorna modificirana slika dimenzije 1101×1101 piksela s pripadajućim histogramom.....	35
Slika 23.	Rekonstrukcija dimenzije 1101×1101 piksela dobivena BP algoritmom i pripadajući histogram .....	35
Slika 24.	Rekonstrukcije dimenzija 1101×1101 piksela dobivene SIRT algoritmom s 1, 5 i 10 iteracija te pripadajući histogrami .....	36
Slika 25.	Dijagram ovisnosti vremena izvođenja o broju projekcija.....	38
Slika 26.	Prikaz rekonstrukcija s BP algoritmom pri različitom broju projekcija i pripadajući histogrami .....	39
Slika 27.	Prikaz rekonstrukcija sa SIRT algoritmom pri različitom broju projekcija i pripadajući histogrami .....	40
Slika 28.	Prikaz centralnog isječka iz fantoma s pripadajućim histogramom .....	41
Slika 29.	Prikaz rezultata rekonstrukcije fantoma pri različitim algoritmima i brojem iteracija .....	42

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Početni parametri za rekonstrukciju trupa i nogu LEGO® figure .....	30
Tablica 2. Vrijeme trajanja rekonstrukcije s različitim algoritmima.....	37



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$\mathbf{b}_0$	-	Konjugirani vektor
$f$	-	Funkcija rekonstrukcije
$\mathbf{F}$	-	Vektor nepoznate slike
$i, j$	-	Indeksi
$L$	mm	Duljina zrake kroz rekonstrukcijsku površinu
$N$	-	Broj projekcija
$p$	-	Projekcija zrake
$\mathbf{P}$	-	Projekcijski vektor
$\mathbf{r}$	-	Matrica reziduala
$S_{ij}$	-	Omjer površine presjeka $j$ -tog piksela s $i$ -tom zrakom
$t$	s	Vrijeme
$\mathbf{W}$	-	Težinska matrica
$w_{ij}$	-	Težinski faktor
$x, y$	-	Koordinatne osi
$\delta$	mm	Dimenzija piksela
$\Delta f_j$	-	Funkcija korekcije slike
$\theta$	°	Kut skeniranja
$\rho_{\theta}(t)$	-	Radon-ova transformacija, sinogram
$\hat{\rho}_{\theta}(t)$	-	Radonova funkcija uz pomoć Ram-Lak filtera
$\omega$	-	Funkcija filtera

**POPIS KRATICA**

<b>Kratice</b>	<b>Opis</b>
CT	Računalna tomografija
BP	Projekcija unatrag
FBP	Filtrirana projekcija unatrag
SIRT	Simultana iterativna rekonstrukcijska tehnika
SART	Simultana algebarska rekonstrukcijska tehnika
ART	Algebarska rekonstrukcijska tehnika
CGLS	Metoda konjugiranih gradijenata za najmanje kvadrate
IR	Iterativna rekonstrukcija
FP	Projekcija unaprijed
FWHM	Širina linije na polovici visine
CNR	Kontrast-šum indeks

## SAŽETAK

Računalna tomografija jedna je od metoda nerazornih ispitivanja koje se temelji na prikupljanju dvodimenzionalnih projekcija mjernog objekta prilikom rotacije istog oko osi. U računalnom sustavu CT uređaja prikupljaju se mjerni podaci, te se pomoću rekonstrukcijskih algoritama provodi rekonstrukcija trodimenzionalnog volumena. U okviru ovog radu stavlja se naglasak upravo na „open-source“ rekonstrukcijske algoritme, čija je primjenjivost ispitana na realnim podacima izmjenjenima na CT uređaju u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina pri Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu.

U prvom, uvodnom poglavlju dan je opći pregled računalne tomografije i rekonstrukcijskih algoritama. U drugom poglavlju detaljnije je objašnjena matematička podloga na kojoj počivaju rekonstrukcijski algoritmi. Također je izvršena analiza učinkovitosti svakog algoritma pojedinačno i zatim je prikazana je usporedba istih. U trećem poglavlju opisan je „open-source“ računalni alat ASTRA Toolbox i dan je uvid u sintaksu potrebnu za rekonstrukciju dvodimenzionalnog i trodimenzionalnog prikaza pomoću dostupnih rekonstrukcijskih algoritama. Četvrto poglavlje sadrži rezultate rekonstrukcija i osvrt na iste, utemeljen na usporedbi rezultata, te osvrt na primjenjivost „open-source“ algoritama u ASTRA Toolbox alatu na realne podatke. Posljednje, peto poglavlje donosi zaključak donesen na temelju rezultata iz četvrtog poglavlja.

Ključne riječi: računalna tomografija, rekonstrukcijski algoritmi, 3D rekonstrukcija, povratna projekcija, ASTRA Toolbox

## **SUMMARY**

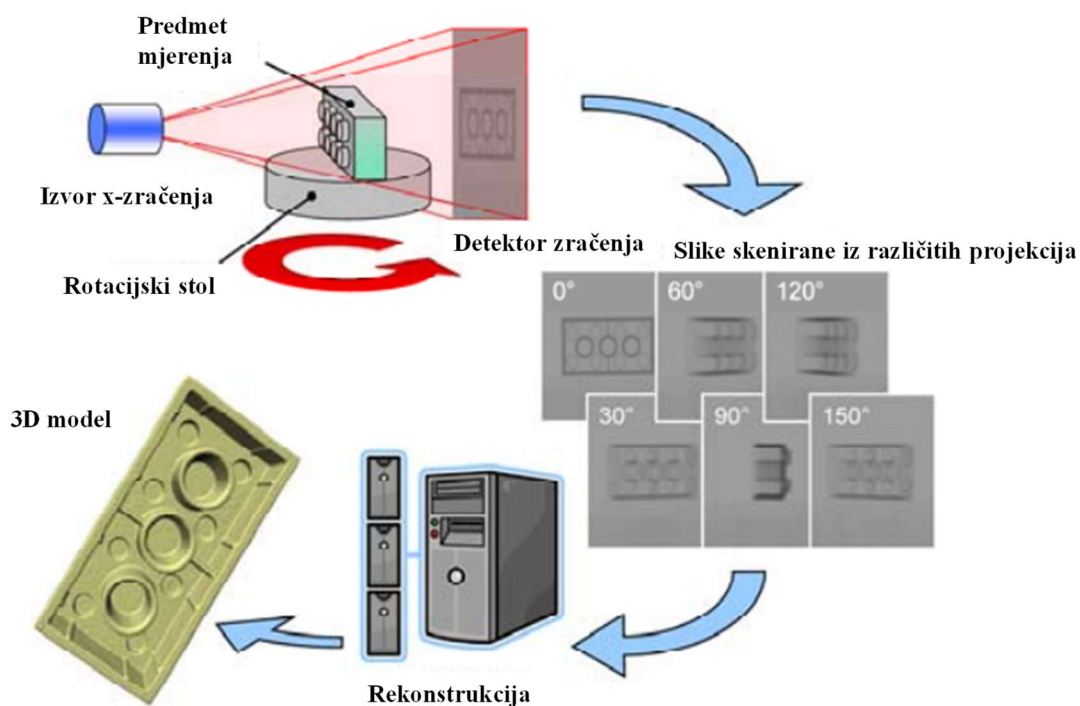
Computed tomography is the non-destructive testing method based on the collection of two-dimensional projections of the measuring object during its rotation around the axis. In the computer system of CT devices, measured data are collected, and the reconstruction of three-dimensional volume is performed using reconstruction algorithms. The emphasis of this thesis is put on the open-source reconstruction algorithms, whose applicability was performed on real data, measured on a CT device in the Laboratory for Precise Length Measurements at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb.

In the first, introductory chapter a general overview of the of computed tomography and reconstruction algorithms is given. The second chapter outlines detailed mathematical model on which the reconstruction algorithms are based. An analysis of each algorithm efficiency was performed as well, and afterwards, comparison was presented. In the third chapter, open-source ASTRA Toolbox was presented and insight into the syntax required for the reconstruction of two-dimensional and three-dimensional view using available reconstruction algorithms is given. Chapter four contains the reconstruction results and their interpretation based on the comparison of results, but also insight into ASTRA Toolbox open-source reconstruction algorithms applicability to real data. Finally, the fifth chapter gives a conclusion based on the results presented in the fourth chapter.

Key words: computed tomography, reconstruction algorithms, 3D reconstruction, back projection, ASTRA Toolbox

## 1. UVOD

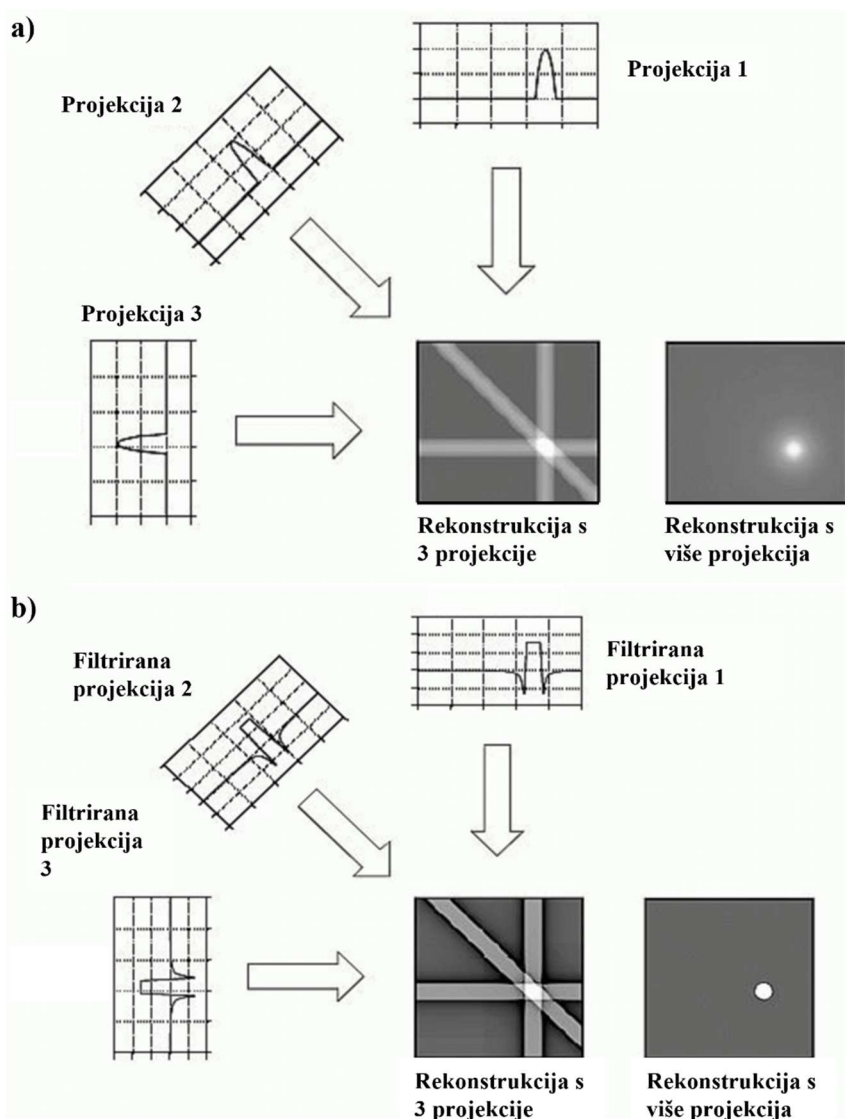
Računalna tomografija (eng. *Computed Tomography*, CT) jedna je od nerazornih metoda dimenzionalnog mjeriteljstva kojom je, pomoću rendgenskog zračenja i rekonstrukcije trodimenzionalnog (3D) prikaza unutarnje i vanjske strukture predmeta, omogućeno mjerenje i analiziranje predmeta skeniranjem. Skeniranje se provodi prolaskom rendgenskih zraka kroz predmet na rotirajućem stolu. Rotacijom predmeta skeniranja nastaje mnoštvo dvodimenzionalnih projekcija (slika), koje se potom u odgovarajućem računalnom programu rekonstruiraju u trodimenzionalni prikaz analizirajućeg predmeta [1]. Shematski prikaz postupka nastajanja 3D modela prolaskom rendgenskog zračenja kroz predmet skeniranja prikazan je na slici 1.



Slika 1. Prikaz nastajanja trodimenzionalnog prikaza [1]

Na slici 1 shematski je prikazana pojednostavljena građa samog CT uređaja. Isti se sastoji od izvora zračenja, rotacijskog stola, detektora zračenja te računala. Pomoću računala se, uz odgovarajuće softverske pakete i algoritme, vrši rekonstrukcija trodimenzionalnog prikaza. Računalni algoritmi imaju mogućnost vjerodostojno rekonstruirati složenu vanjsku i

unutarnju strukturu predmeta, što je jedna od najistaknutijih karakteristika računalne tomografije. Rekonstrukcija trodimenzionalnog prikaza temelji se na metodi poznatoj kao povratna projekcija (eng. *back projection*, BP). Povratna projekcija prikazana na slici 2 najstarija je i najjednostavnija metoda rekonstrukcije slike, a ubraja se u analitičke rekonstrukcijske metode koje će biti detaljnije opisane u sljedećem poglavlju.



Slika 2. Prikaz a) povratne projekcije i b) filtrirane povratne projekcije [2]

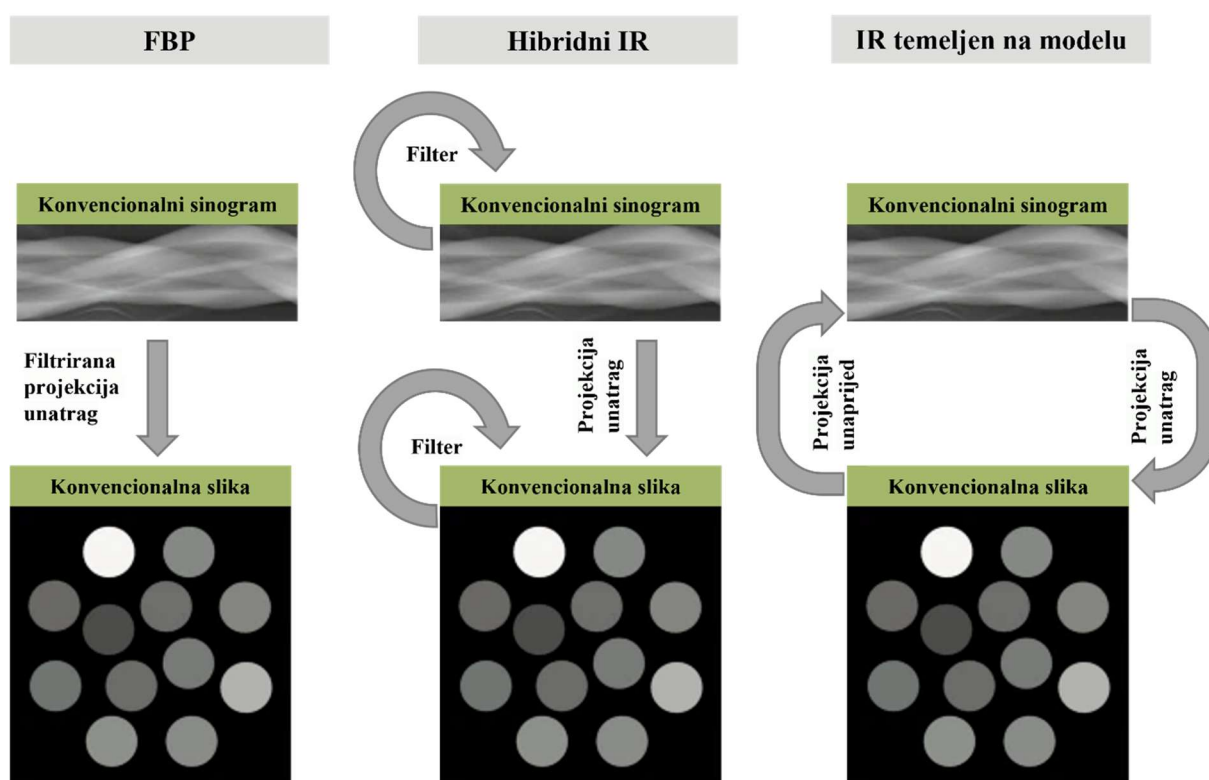
Na slici 2 vidljiv je način nastajanja rekonstruirane slike usporedno iz tri i više projekcija, korištenjem povratne projekcije i filtrirane povratne projekcije (eng. *filtered back projection*, FBP). Iz prikazanog je moguće zaključiti da broj projekcija ima izravan utjecaj na konačan

izgled rekonstruiranog prikaza. Međutim, isto tako je iz prikazanog vidljivo da bez korištenja filtera nije moguće dobiti potpuno „čistu“ sliku, stoga se u praksi najčešće koristi filtrirana povratna projekcija [3]. Razvojem CT uređaja, paralelno su razvijani i algoritmi temeljeni na FBP-u, kako bi bili kompatibilni sa sve novijim hardverskim komponentama. FBP karakteriziraju slike s visokom dijagnostičkom kvalitetom i potrebnim kratkim vremenom skeniranja, no zbog spoznaja o štetnosti rendgenskog zračenja smanjene su količine zračenja, a samim time i kvaliteta slike. U posljednje vrijeme, pri rekonstrukciji trodimenzionalnog prikaza sve se veća prednost daje iterativnim algoritmima, koji djeluju u kombinaciji s povratnom projekcijom ili samostalno [3]. Iterativni algoritmi ubrajaju se u algebarske metode rekonstrukcije, a neki od najpoznatijih su algebarska rekonstrukcijska tehnika (ART), simultana algebarska rekonstrukcijska tehnika (SART) i simultana iterativna rekonstrukcijska tehnika (SIRT). Prvi prihvaćeni iterativno-rekonstrukcijski algoritam (IR) bio je IRIS (eng. *iterative reconstruction in image space*), tvrtke Siemens Healthineers. Algoritam IRIS baziran je na FBP metodi gdje se primjenjuje samo jedan korak unatrag, a šum slike se reducira iteracijom. Nedugo nakon toga, pojavili su se sljedeći algoritmi:

- ASIR (eng. *adaptive statistical iterative reconstruction*) proizvođača GE Healthcare;
- SAFIRE (eng. *sinogram-affirmed iterative reconstruction*) proizvođača Siemens Healthineers;
- iDose4 proizvođača Philips Healthcare;
- Veo proizvođača GE Healthcare.

Prve tri navedene metode karakteriziraju se kao hibridni IR algoritmi. Slično FBP algoritmu, navedeni algoritmi također koriste jedan korak projekcije unatrag. Međutim, hibridni IR algoritmi iterativno filtriraju neobrađene podatke kako bi smanjili artefakte, a nakon projekcije unatrag, slikovni podatci se iterativno filtriraju kako bi se reducirao šum. Algoritam Veo spada u prvi klinički potpuno iterativni algoritam. Kod takvih algoritama, neobrađeni podatci (eng. *raw data*) se projiciraju unatrag u presječni prostor slike (eng. *cross-sectional image space*). Nakon toga, podatci o prostoru slike se projiciraju naprijed kako bi se izračunali umjetni neobrađeni podaci (eng. *artificial raw data*). Upravo taj korak projekcije unaprijed temeljni je modul IR algoritama, budući da omogućuje fizički ispravnu modulaciju

procesa prikupljanja podataka (uključujući geometriju sustava i modele šuma). Umjetni neobrađeni podaci uspoređuju se s pravim neobrađenim podacima (eng. *true raw data*) kako bi se ažurirala slika presjeka. Kružni proces projekcije unatrag i naprijed ponavlja se sve dok se razlika između pravih i umjetnih neobrađenih podataka ne minimizira. Usporedbe radi, rekonstrukcija primjenom potpune IR metode vremenski duže traje te iziskuje veće računalne resurse u odnosu na hibridne i FBP algoritme. Na slici 3 prikazane su razlike u izvedbi između FBP metode, hibridne iterativno rekonstrukcijske metode te potpuno iterativne metode temeljene na modelu [3].

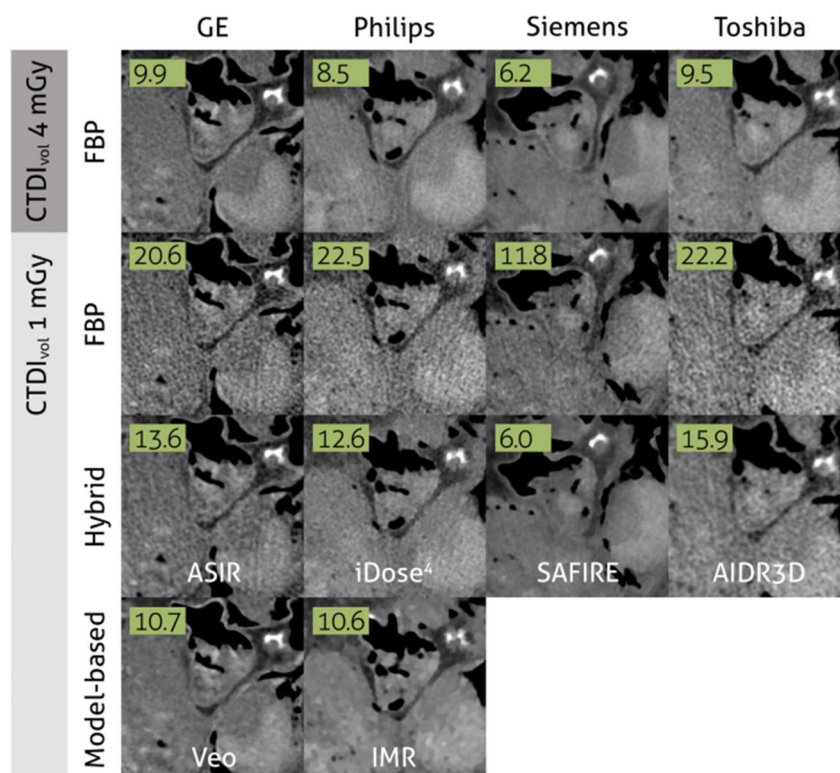


Slika 3. Prikaz algoritama za rekonstrukciju 3D modela [3]

Kod FBP algoritma slike se rekonstruiraju primjenom visokopropusnog filtera i povratne projekcije (BP) iz projekcijskih podataka zvanih sinogrami. U hibridnom IR algoritmu provodi se iterativno filtriranje projekcijskih podataka kako bi se smanjili artefakti, a zatim se koristi povratna projekcija te se slikovni podatci filtriraju kako bi se smanjio šum na rekonstruiranoj slici. IR algoritam temeljen na modelu sastoji se od kružnog procesa povratne projekcije (BP) i projekcije unaprijed (FP), koji u konačnici daje najkvalitetniji prikaz pri



najnižim količinama zračenja. Provedena su mnoga istraživanja na ovu temu te je zaključeno da se količina zračenja, bez ugrožavanja kvalitete slike, može smanjiti u rasponu 23 – 76 % [3]. Na slici 4 prikazana je skenirana slika srca pri količinama zračenja od 4mGy i 1mGy. Za skeniranje su, također, korišteni uređaji različitih proizvođača poput GE-a, Siemensa, Toshiba i Philipsa te različiti rekonstrukcijski algoritmi poput ASIR-a, iDose<sup>2</sup>-a, Veo, SAFIRE-a i IMR-a.



**Slika 4.** Prikaz skeniranog ljudskog srca s CT skenerima različitih dobavljača i različitim algoritmima rekonstrukcije pri dvije razine zračenja [3]

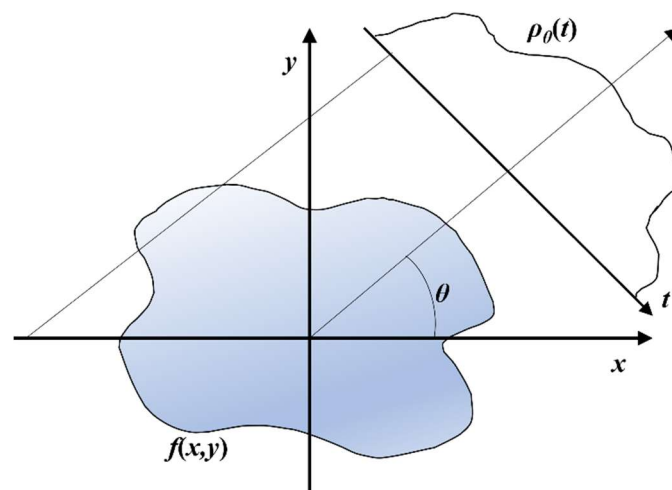
Iz slike 4 može se zaključiti da je kod FBP algoritma količina šuma ovisna o količini zračenja, na način da se količina šuma povećava sa smanjenjem količine zračenja, što označava iznos standardne devijacije u lijevom kutu svakog prikaza. Nadalje, iz slike 4 može se također ustanoviti da se primjenom hibridnog IR algoritma i IR algoritma baziranog na modelu, pri manjim količinama zračenja, kvaliteta prikaza ne pogoršava značajno, što uvelike ističe prednosti ovih algoritama nad FBP algoritam [3].

## 2. REKONSTRUKCIJSKI ALGORITMI U RAČUNALNOJ TOMOGRAFIJI

Kako je prethodno navedeno u uvodnom poglavlju, algoritmi za rekonstruiranje volumena objekta uvelike utječu na konačni prikaz. Metode trodimenzionalne rekonstrukcije mogu se podijeliti na analitičke i algebarske (iterativne) rekonstrukcijske algoritme, čije će pojedini biti navedene u nastavku ovog poglavlja.

### 2.1. Analitički rekonstrukcijski algoritmi

Analitičke rekonstrukcijske metode su konvencionalne metode rekonstruiranja koje su okarakterizirane velikom brzinom rekonstrukcije i ne iziskuju velike računalne resurse [4]. Na slici 5 prikazano je nastajanje projekcija uz pomoć Radon-ove transformacije.



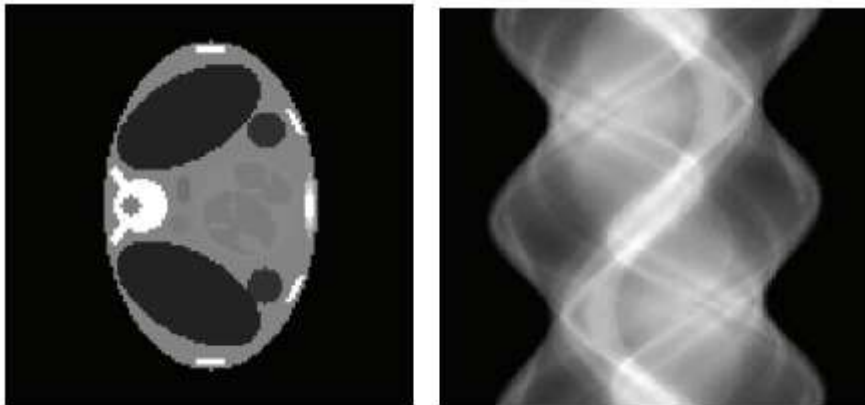
Slika 5. Objekt mjerenja i njegova projekcija  $\rho_\theta(t)$  prikazane za kut  $\theta$  [4]

Projekcija  $\rho_\theta(t)$  definirana je jednačbom

$$\rho_\theta(t) = \int_{(\theta,t)} f(x,y) ds, \quad (1)$$

gdje je  $\rho_\theta(t)$  Radonova transformacija funkcije  $f(x,y)$ . Funkcija  $f(x,y)$  predstavlja

dvodimenzionalni oblik koji treba biti rekonstruiran, dok  $(\theta, t)$  predstavlja parametre linijskih integrala [4]. Funkcija  $\rho_{\theta}(t)$  poznata je i pod izrazom sinogram. Primjer rekonstrukcije Shepp-Logan fantomskog modela glave nastale na temelju sinograma i pripadajući sinogram prikazani su na slici 6.



**Slika 6. Prikaz Shepp-Logan fantomskog modela glave (128×128 piksela) (lijevo); Odgovarajući sinogram u rasponu od 0° do 180° (desno) [4]**

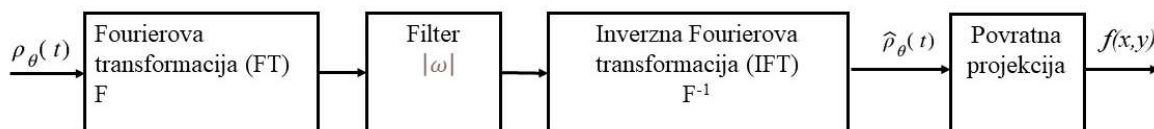
Iz slike 6 vidljivo je da se sinogram sastoji od velikog broja krivulja koje predstavljaju ovisnost varijable  $t$  o varijabli  $\theta$ . Jedan od najčešće primjenjivanih algoritama analitičke metode rekonstrukcije jest filtrirana povratna projekcija (FBP). Filtrirana povratna projekcija jest algoritam koji se koristi u većini konvencionalnih CT uređaja, a sastoji se od filtriranja podataka i povratne projekcije filtriranih podataka, te se može matematički izraziti

$$f_{FBP}(x, y) = \int_0^{\pi} \hat{\rho}_{\theta}(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta, \quad (2)$$

gdje je  $\hat{\rho}_{\theta}(t)$  filtrirana Radonova funkcija uz pomoć Ram-Lak filtera. Ram-Lak filter ili Ramp filter jest kompenzacijski filter niskih frekvencija koje uzrokuju zamućenja na slici [4]. Odnos  $\hat{\rho}_{\theta}(t)$  i  $P_{\theta}(\omega)$  dan je jednadžbom

$$\hat{\rho}_{\theta}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\theta}(\omega) \cdot |\omega| \cdot e^{j2\pi\omega t} d\omega, \quad (3)$$

gdje je  $P_{\theta}(v)$  Fourierova jednodimenzionalna transformacija funkcije  $\rho_{\theta}(t)$  koja se množi s funkcijom filtera  $|\omega|$  [4]. Na slici 7 prikazan je dijagram toka FBP algoritma.



Slika 7. Redoslijed izvođenja FBP algoritma [4]

Na slici 7 vidljivo da funkcija Radon-ove transformacije prolazi kroz Fourier-ovu transformaciju te se množi sa funkcijom Ramp filtera. Nakon navedenih operacija jednadžba se invertira i rezultira filtriranom Radon-ovom funkcijom koja povratnom projekcijom daje funkciju prikaza.

## 2.2. Algebarski rekonstrukcijski algoritmi

Iako su često korištene, analitičke metode pokazuju nedostatke pri rekonstrukciji nepravilno raspoređenih projekcija i ako je njihov broj manji od četiri. U ovakvim uvjetima rada do izražaja dolaze algebarske rekonstrukcijske metode [4].

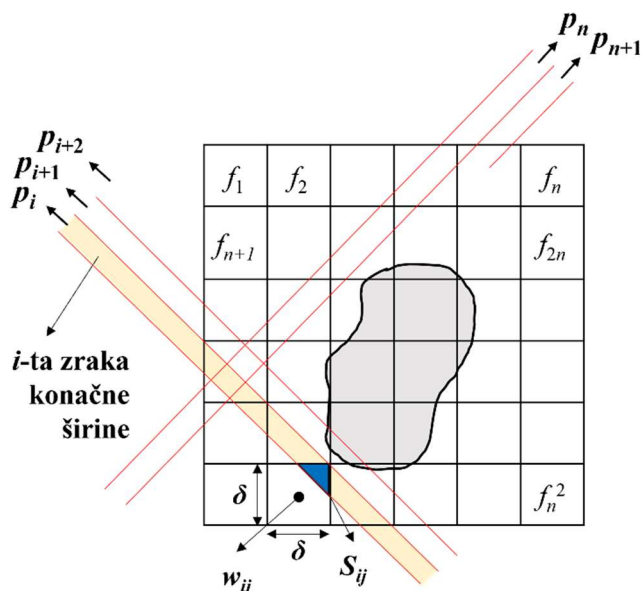
Algebarska rekonstrukcijska metoda jest iterativna metoda koja se koristi u računalnoj tomografiji pri rekonstrukciji slike povezivanjem više projekcija iz različitih kutova. U dvodimenzionalnom mjerenju, riječ je rekonstrukciji slike iterativnim rješavanjem linearnog sustava jednadžbi koje predstavljaju odnos između piksela (najmanji grafički element slike) i samih projekcijskih podataka (eng. *projection data*). Navedeno se matematički može zapisati kao sustav linearnih algebarskih jednadžbi

$$\mathbf{WF} = \mathbf{P}, \quad (4)$$

gdje je  $\mathbf{F}$  vektor ( $N \times 1$ ) nepoznate slike od  $N = n \times n$  piksela,  $\mathbf{P}$  projekcijski vektor ( $M \times 1$ ) od ukupno  $M$  zraka (u svim projekcijama), te  $\mathbf{W}$  matrica sustava koja sadrži težinski faktor  $w_{ij}$  [6][7]. Navedeni faktor definira odnos, to jest doprinos (eng. *contribution*)  $j$ -tog piksela  $i$ -toj zraku. Matrični zapis može se prikazati i u sljedećem matematičkom obliku

$$\sum_{j=1}^N w_{ij} f_j = p_i, \quad i=1, 2, \dots, M, \quad (5)$$

gdje je  $f_j$  funkcija nepoznate slike od  $N = n \times n$  piksela konstantne vrijednosti u  $j$ -tom pikselu, a  $p_i$  projekcija  $i$ -te zrake [7][8]. Izračun matrice sustava, odnosno definiranje vrijednosti težinskih faktora projekcije  $w_{ij}$  ovisi o modelu rekonstrukcijskog algoritma. Jedan od mogućih, shematski prikazan na slici 8, jest model u kojemu zraka konačne širine sječe određeni udio površine ćelije ili piksela [7].



Slika 8. Model mreže piksela za iterativne metode [8]

Težinski koeficijent  $w_{ij}$  definiran je kao omjer površine presjeka  $j$ -tog piksela s  $i$ -tom zrakom  $S_{ij}$  te površine samog piksela  $\delta^2$  [7][8]

$$w_{ij} = \frac{S_{ij}}{\delta^2}. \quad (6)$$

Većina vrijednosti težinskog koeficijenta  $w_{ij}$  jednaka je nuli jer samo mali određeni broj piksela doprinosi bilo kojoj zraci. Stoga je matrica  $W$ , koja se sastoji od težinskih faktora, singularna (nije inverzna), ali je ujedno i veoma računalno zahtjevna. U primjenama pri

kojima se rade velike rekonstrukcije uz veliki broj projekcija, stvaraju se problemi pri izračunavanju i pohranjivanju težinskih koeficijenata  $w_{ij}$  korištenjem izraza

$$f_j^{(i)} = f_j^{(i-1)} + \frac{p_i - \sum_{k=1}^N f_k^{(i-1)} w_{ik}}{\sum_{k=1}^N w_{ik}^2} w_{ij}. \quad (7)$$

Za opisivanje algebarskih algoritama u nastavku, uvodi se izraz koji predstavlja korekciju  $\Delta f_j$  za  $j$ -ti piksel

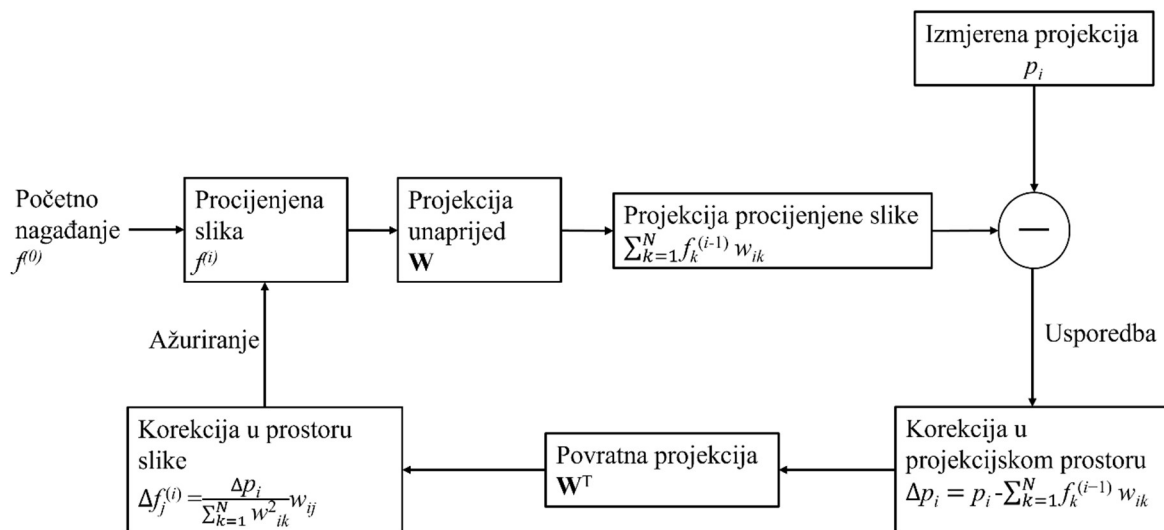
$$\Delta f_j^{(i)} = f_j^{(i)} - f_j^{(i-1)} = \frac{p_i - \sum_{k=1}^N f_k^{(i-1)} w_{ik}}{\sum_{k=1}^N w_{ik}^2} w_{ij}, \quad (8)$$

gdje  $p_i$  predstavlja izmjerenu  $i$ -tu zraku, a drugi član u brojniku izračunatu istu zraku. Korekcija  $\Delta f_j$  dobije se na sljedeći način. Prvo se oduzmu izmjerena i izračunata zraka, a zatim se ta razlika normalizira izrazom u nazivniku. Potom se dobivena vrijednost dodijeli svim pikselima obuhvaćenima  $i$ -tom zrakom, pri čemu se svaka dodijeljena vrijednost množi odgovarajućim težinskim faktorom [8].

Na slici 9 shematski je prikazan redoslijed izvođenja algebarskih, to jest iterativnih algoritama. Iz dijagrama toka je vidljivo da se izmjerena projekcija  $p_i$  uspoređuje s projekcijom procijenjene slike, koja je u prvom koraku iteracije „prazna“. Nakon usporedbe, vrši se korekcija u projekcijskom prostoru. Zatim se povratnom projekcijom radi korekcija u prostoru slike, koja se potom ažurira u procijenjenoj slici. Također je vidljivo da se svaka iteracija sadrži jednu projekciju unaprijed i povratnu projekciju.

Nadalje na dijagramu toka možemo vidjeti velik broj operacija s matricom težinskih faktora koja je računalno zahtjevnija i teška za pohranjivanje. Primjerice, kod rekonstrukcije slike veličine  $100 \times 100$  piksela, iz 100 projekcija sa 150 zraka u svakoj projekciji, potrebno je izračunati  $10^8$  težinskih faktora. Iz navedenog se može zaključiti kako ova iterativna jednadžba sadrži veliki broj računanja s kvadratom težinskih faktora. Stoga, kako bi se izbjegle poteškoće

uzrokovane težinskim faktorima pri implementaciji i ubrzao proces rekonstrukcije, implementiraju se različiti algebarski algoritmi koji unose određene aproksimacije, predstavljene u nastavku [8][9].



Slika 9. Prikaz izvođenja algebarskih algoritama [4]

### 2.2.1. Algebarska rekonstrukcijska tehnika ART

Algebarska rekonstrukcijska tehnika (eng. *algebraic reconstruction techniques*, ART) jedan je od prvih algebarskih algoritama u kojoj se vrijednosti težinskih faktor  $w_{ij}$  zamjenjuju s vrijednostima 1 i 0, ovisno o tome je li težište  $k$ -tog piksela unutar  $i$ -te zrake, što je opisano jednadžbom

$$\sum_{k=1}^N w_{jk}^2 = N_i. \quad (9)$$

U jednadžbi (9)  $N_i$  predstavlja broj piksela čiji se centar nalazi unutar  $i$ -te zrake, a može se definirati i kao binarna aproksimacija  $w_{ik}$  vrijednosti. Ukoliko se (9) uvrsti u (8), može se izvesti sljedeći izraz

$$\Delta f_j^{(i)} = \frac{p_i - \sum_{k=1}^N f_k^{(i-1)} w_{ik}}{N_i}. \quad (10)$$

Općenito, ovom aproksimacijom je olakšana implementacija, te je ubrzan proces računanja težinskog faktora. Međutim, često se javljaju artefakti u rekonstrukcijama, značajke koje nisu prisutne na mjerenom objektu u stvarnosti, posebno ako  $N_i$  nije dobro aproksimiran. Stoga se u praksi najčešće koristi izraz

$$\Delta f_j^{(i)} = \frac{p_i}{L_i} - \frac{\sum_{k=1}^N f_k^{(i-1)} w_{ik}}{N_i}, \quad (11)$$

gdje  $L_i$  predstavlja duljinu  $i$ -te zrake kroz rekonstrukcijsku površinu.

ART algoritam prilikom rekonstrukcije ažurira samo jednu vrijednost detektora u svakoj iteraciji te koristi samo jednu projekciju unatrag i jednu projekciju unaprijed duž svake vrijednosti detektora. Zbog prethodno navedenog, ART karakterizira brza rekonstrukcija, ali i nestabilna konvergencija rezultata ako su jednadžbe nedosljedne uslijed šumova u mjerenjima [8][9].

### 2.2.2. *Simultana iterativna rekonstrukcijska tehnika SIRT*

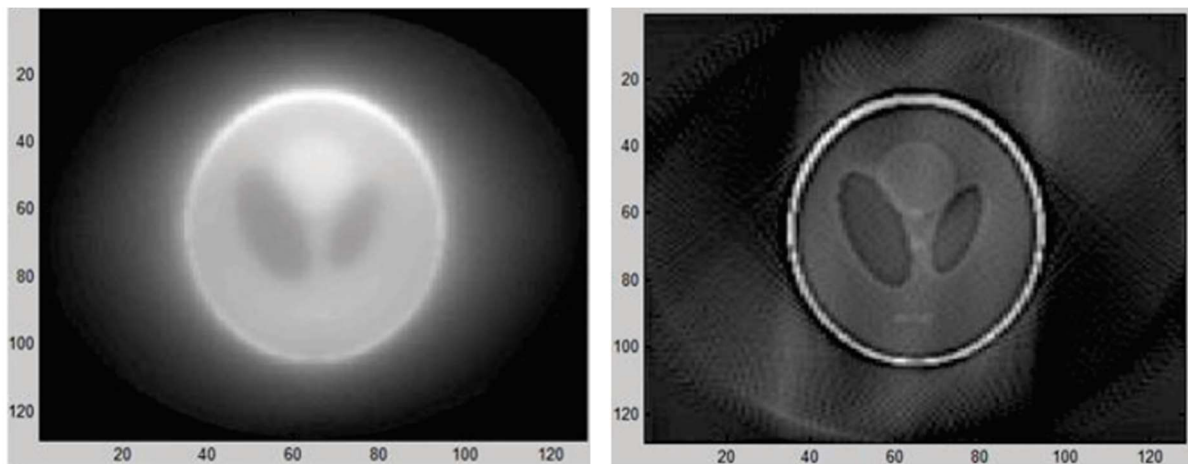
Simultana ili istodobna iterativna rekonstrukcijska tehnika (eng. *simultaneous iterative reconstruction technique*, SIRT) jest iterativna metoda koja ažurira rekonstrukciju koristeći sve dostupne projekcijske podatke istovremeno (eng. *simultaneous*). U ovom pristupu ponovno se koriste jednadžbe (10) i (11) za izračunavanje promjene/korekcije  $\Delta f_{ji}$ . Razlika je u tome što se vrijednost  $j$ -tog piksela ne mijenja trenutno nego algoritam prvo prolazi kroz sve jednadžbe, a zatim na kraju svake iteracije mijenja vrijednost istog. Može se reći da je promjena za svaki piksel prosječna vrijednost svih izračunatih promjena za isti taj piksel. Spomenuti proces definira se kao jedna iteracija. SIRT u odnosu na ART algoritam ima sporiju konvergenciju, no bolju kvalitetu rekonstrukcije [8].

### 2.2.3. *Simultana algebarska rekonstrukcijska tehnika SART*

Simultana ili istodobna algebarska rekonstrukcijska tehnika (eng. *simultaneous algebraic reconstruction technique*, SART) jest algoritam koji uparuje najpogodnije karakteristike ART i SIRT algoritma, što znači da daje rekonstrukcije dobre kvalitete i numeričke točnosti u samo



jednoj iteraciji. Predmetni algoritam ažurira sva mjerenja jedne projekcije u svakoj iteraciji, čime ujedinjuje stabilnost i značajku reduciranja šumova SIRT algoritma s uvećanom brzinom konvergencije ART algoritma [8]. Na slici 10 prikazana je usporedba SART i ART algoritma.



Slika 10. Usporedba SART (lijevo) i ART (desno) algoritma [9]

Na slici 10 vidljivo je da SART algoritam stvara jasniju sliku s manje šumova. U [9] je navedeno da je SART algoritmu za rekonstrukciju slike trebalo oko 1 minutu i 15 sekundi, dok je ART algoritam istu rekonstrukciju izveo za 10 sekundi manje, pri istim uvjetima.

#### 2.2.4. Metoda konjugiranih gradijenata za najmanje kvadrate CGLS

Metoda konjugiranih gradijenata za najmanje kvadrate (eng. *conjugate gradient least squares*, CGLS) je brza, jednostavna i točna iterativna metoda koja se koristi za izračunavanje problema opisanog jednadžbom (4). U predmetnoj metodi uvodi se pojam reziduala, koji se matematički može zapisati u obliku:

$$\mathbf{b}_0 = \mathbf{r}_0 = \mathbf{P} - \mathbf{W}\mathbf{f}_0. \quad (12)$$

Matrica  $\mathbf{r}$  predstavlja rezidual, matrica  $\mathbf{W}$  označava težinsku matricu,  $\mathbf{F}$  matricu slike, dok  $\mathbf{P}$  matricu projekcije [10]. Ako se započne od početne aproksimacije  $f^0$ , tada jednadžba (12) poprima sljedeći oblik:

$$\mathbf{r}^0 = \mathbf{P} - \mathbf{W}\mathbf{f}^0. \quad (13)$$

Nadalje, uvodi se novi izraz:

$$\mathbf{b}^0 = \mathbf{A}^T \mathbf{r}^0, \quad (14)$$

gdje član  $\mathbf{b}$  u istome označava konjugirani vektor. Nadalje, sljedeće jednadžbe opisuju proces rada CGLS algoritma [10]

$$\mathbf{f}_{k+1} = \mathbf{f}_k + \psi_{k+1} \mathbf{b}_k, \quad (15)$$

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{r}_k + \psi_{k+1} \mathbf{W}\mathbf{b}_k, \quad (16)$$

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{r}_{k+1} + \beta_{k+1} \mathbf{b}_k. \quad (17)$$

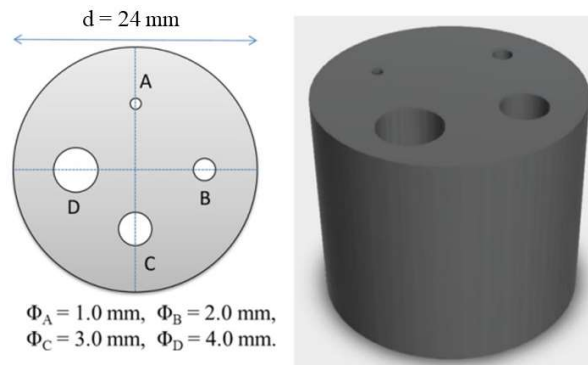
U prethodnim jednadžbama pojavljuju se članovi  $\beta$  i  $\psi$ , koji su definirani kao:

$$\psi_{k+1} = \frac{(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i)}{(\mathbf{p}_i, \mathbf{W}\mathbf{p}_i)}, \quad (18)$$

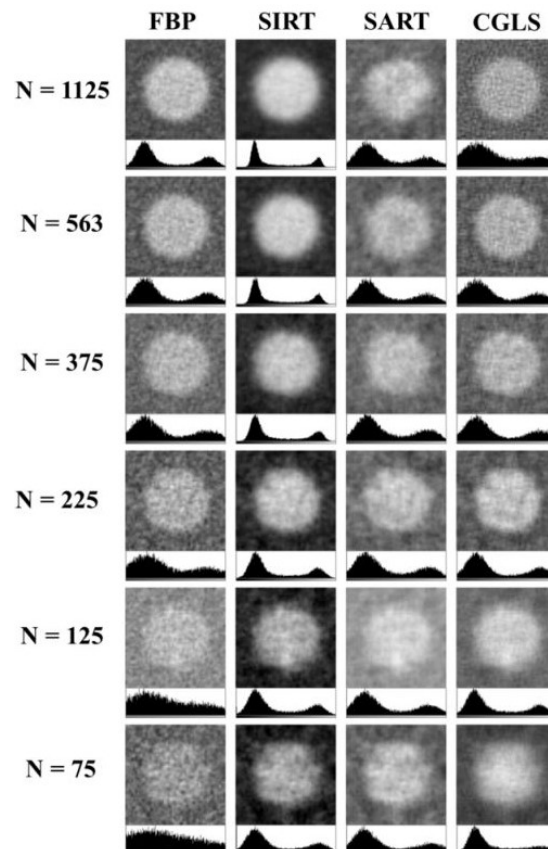
$$\beta_{k+1} = \frac{(\mathbf{r}_{i+1}, \mathbf{r}_{i+1})}{(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i)}. \quad (19)$$

Oznaka  $(,)$  označava skalarni produkt  $(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{x} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{x}$ . Skalarni produkt  $(\mathbf{r}_{i+1}, \mathbf{r}_{i+1})$  koristi se kao formula za zaustavljanje algoritma [10].

U [11] je napravljena rekonstrukcija rupe B (slika 11) na fantomskom modelu primjenom različitih rekonstrukcijskih algoritama (FBP, SIRT, SART i CGLS) pri različitom broju projekcija. Rezultati usporedbe rekonstrukcija rupe B sa slike 11, s pripadajućim histogramima, prikazani su na slici 12. Histogram predstavlja grafički prikaz raspodjele tonova na slici. Može se reći da histogram prikazuje raspodjelu piksela po sivoj skali (eng. *gray scale*).



Slika 11. Prikaz poprečnog presjeka (lijevo) i 3D prikaz analiziranog fantoma (desno) [11]

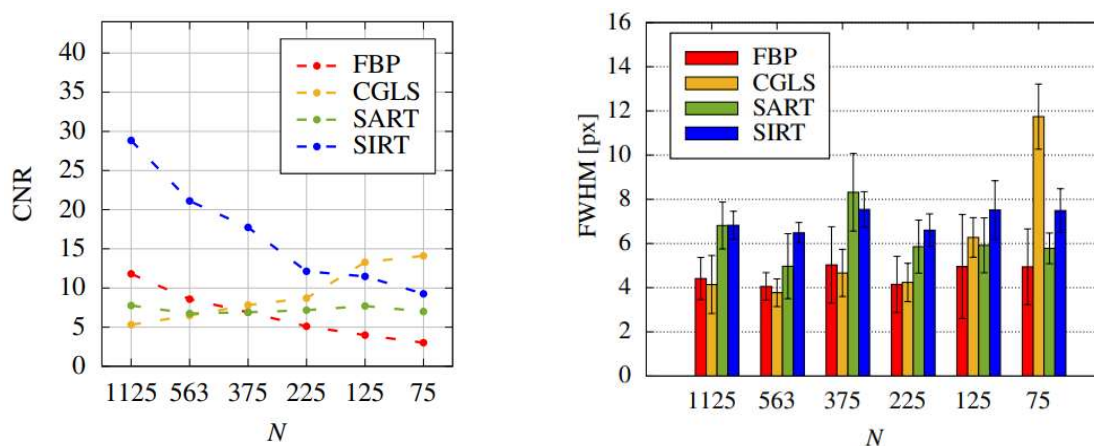


Slika 12. Usporedba rekonstruirane slike za različite rekonstrukcijske metode i pri različitom broju projekcija [11]

Rupa B je skenirana pri jednolično raspoređenim kutovima od 75, 125, 225, 375, 563 i 1125 projekcija. Iz slike 12 vidljivo je da se kvaliteta slike pogoršava smanjivanjem broja projekcija, naročito kod FBP metode. S druge strane, iterativni algoritmi, u ovom slučaju SIRT, SART i

CGLS, daju jasnije slike i veći kontrast u odnosu na FBP algoritme. Pri najvećem broju

projekcija, FBP rekonstrukcija nadmašuje SART i CGLS rekonstrukciju. SIRT algoritam daje veći kontrast u odnosu na FBP algoritam, ali i nepoželjno zamućenje. Nadalje, kontrast slike i kvaliteta rubova kvalitativno su ocjenjeni pomoću CNR i FWHM indeksa. CNR indeks (eng. *contrast to noise ratio*) predstavlja odnos kontrasta i šuma, dok FWHM (eng. *full width at half maximum*) predstavlja širinu „izbočine“ na slici [11]. Ovisnost CNR i FWHM indeksa o broju projekcija pri različitim rekonstrukcijskim metodama dijagramski je prikazana na slici 13.



**Slika 13. Ovisnost CNR (lijevo) i FWHM indeksa (desno) o broju projekcija pri različitim rekonstrukcijskim metodama**

Oba dijagrama sa slike 13 napravljena su za rekonstrukciju spomenute rupe B na fantomskom modelu prikazanom na slici 11. Može se primijetiti da se FWHM indeks FBP algoritma povećava smanjenjem broja projekcija. S druge strane, indeks CNR za FBP algoritam opada i postaje neadekvatan za analizu smanjenjem broja projekcija. SIRT, SART i CGLS algoritmi u odnosu na FBP algoritam pokazuju bolji kontrast pri manjem broju projekcija. Također, može se primijetiti da SIRT algoritam rezultira višim CNR indeksom nego FBP algoritam pri većem broju projekcija. Međutim, FWHM indeks, koji označava kvalitetu ruba, je relativno visok, što ukazuje da konačna rekonstrukcija ima određeno zamućenje ruba koje otežava daljnju analizu slike. CNR indeks SART algoritma ostaje gotovo nepromijenjen, neovisno o broju projekcija, dok CNR indeks CGLS algoritma opada povećanjem broja projekcija.

### 3. REKONSTRUKCIJSKI „OPEN-SOURCE“ ALGORITMI

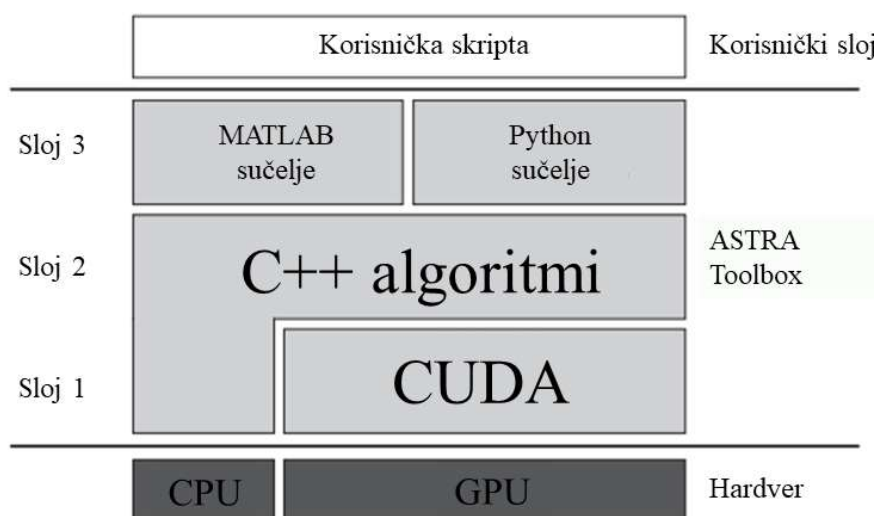
Rekonstrukcijske metode i algoritmi počivaju na naprednim matematičkim formulacijama poput linearne algebre i inverznih problema. Stoga, kako bi se isti učinili dostupnijima većem broju korisnika, te na neki način umanjio jaz između istraživanja računalnih algoritama i primjene, razvijeno je mnogo rekonstrukcijskih alata otvorenog koda (eng. *open source*) kao što su ASTRA, TIGRE, CoBRA, OSCaR, 3D CB CT MATLAB, RTK i drugi. ASTRA i RTK mogu se okarakterizirati kao najpotpuniji alati, s najviše integriranih računalnih algoritama, međutim nisu prikladni za razvoj novih algoritama od strane korisnika [5]. U okviru ovog rada bit će opisan ASTRA Toolbox rekonstrukcijski alat.

#### 3.1. ASTRA Toolbox alat

ASTRA Toolbox je modularni „open-source“ računalni alat za tomografsku rekonstrukciju, razvijen u istraživačke svrhe na Sveučilištu u Antwerpenu i Centru za matematiku i računarstvo u Amsterdamu. Glavne karakteristike spomenutog alata su:

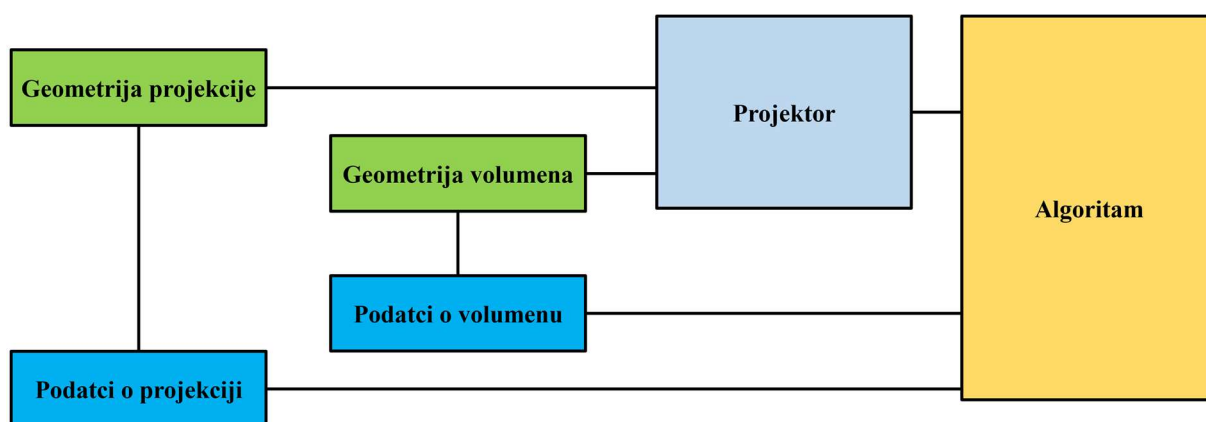
- široka podrška i primjena u vidu podržavanja različitih vrsta rekonstrukcijskih algoritama i geometrija;
- učinkovita implementacija temeljnih algoritama računalne tomografije u programskim jezicima C++ i CUDA;
- jednostavna implementacija i korištenje putem računalnih softvera MATLAB i Python;

ASTRA Toolbox sastoji se od tri sloja, kao što je prikazano na slici 14. Prvi sloj je sloj niske razine, koji omogućava učinkovito implementiranje algoritama poput povratne projekcije FB i projekcije unaprijed FB. Drugi, srednji ili C++ sloj doprinosi nizu rekonstrukcijskih algoritama. Treći ili gornji sloj predstavlja sučelja MATLAB i Python koja su jednostavna za korištenje. Oba sučelja nude iste značajke i filozofiju dizajna no razlikuju se u sintaksi. U okviru ovog rada prednost će se dati MATLAB sučelju i njegovoj sintaksi [12]. Nadalje, hardver odgovoran za pokretanje algoritama sastoji se od glavnog procesora (eng. *central processing unit*, CPU) i grafičkog procesora (eng. *graphics processing unit*, GPU).



Slika 14. Shematski prikaz dizajna ASTRA Toolbox-a [12]

ASTRA Toolbox sadrži različite module koji pohranjuju relevantne podatke i upravljaju podacima o projekciji i volumenu. Na slici 15 shematski su prikazani implementirani moduli u ASTRA Toolbox-u [5].



Slika 15. Moduli sadržani u ASTRA Toolbox-u [5]

Iz slike 15 vidljivo je da su podatci o projekciji i geometriji povezani s modulima koji definiraju prostornu geometriju. Prvi modul jest geometrija volumena (eng. *volume geometry*) te se u istom definiraju mjesto, veličinu i rezolucija rekonstrukcijskog područja. Drugi modul je geometrija projekcije, u kojemu se definiraju mjesto, veličina te gibanja izvora zračenja i detektora. Dva prethodno spomenuta modula povezana su u zajednički modul projektora, koji sadrži algoritme projekcija unaprijed (FP) i unatrag (BP). Naposljetku, svi gore navedeni

moduli povezani su u zajednički modul algoritam, u kojemu se odvijaju svi napredniji izračuni vezani za rekonstrukciju modela [5].

### 3.1.1. Geometrija volumena

Geometrija volumena (eng. *volume geometry*) definirana je brojem piksela u 2D geometriji te vokselu u 3D geometriji. Piksela i vokselu imaju unaprijed definirane dimenzije koje iznose 1 u smjeru svake osi. Također, veličina piksela i vokselu bi trebala biti izotropna (visina je jednaka širini). U nastavku su prikazane sintakse za definiranje geometrije volumena u dvodimenzionalnom i trodimenzionalnom obliku [5].

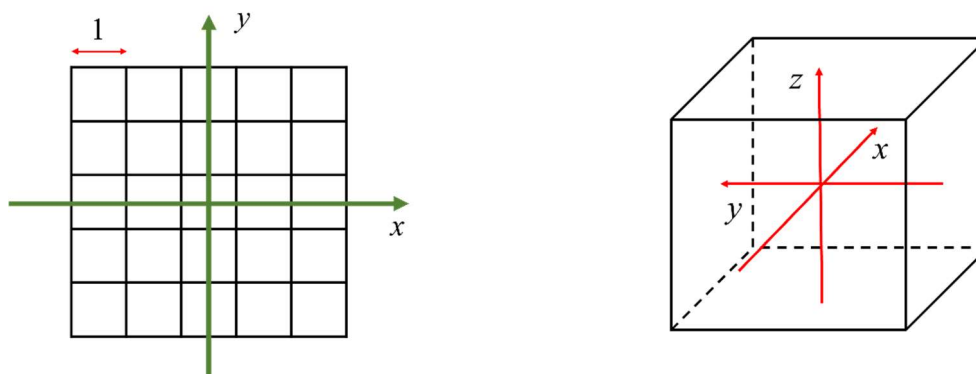
#### 2D

```
vol_geom = astra_create_vol_geom(rows,cols);  
vol_geom = astra_create_vol_geom(rows, cols, min_x, max_x, min_y, max_y);
```

#### 3D

```
vol_geom = astra_create_vol_geom(y,x,z);
```

Pri zadavanju geometrije volumena u dvodimenzionalnom obliku, moguće je koristiti više načina, no u okviru ovog rada bit će prikazana samo dva. U prvom načinu je potrebno definirati volumen s jednakim brojem redaka (u smjeru  $y$  osi) i stupaca (u smjeru  $x$  osi). Dakle, pikseli volumena su kvadrati sa stranicama jedinične duljine, a volumen je centriran oko ishodišta. Pri definiranju parametara volumena pomoću drugog načina, osim broja redaka i stupaca, još se mogu proizvoljno zadati minimalne i maksimalne koordinate rekonstrukcijskog polja. S druge strane, kod zadavanja volumena u trodimenzionalnom obliku, potrebno je, uz broj redova  $y$  i stupaca  $x$ , odrediti još i dodatan parametar koji označava broj kriški  $z$  (eng. *slices*). Koordinatni sustav definiran je oko rekonstrukcijskog volumena, a središte istog nalazi se u ishodištu koordinatnog sustava. Na slici 16 ilustrirani su prethodno opisani načini definiranja geometrije volumena u dvodimenzionalnom i trodimenzionalnom obliku s pripadajućim koordinatnim sustavima [5].



Slika 16. Izgled koordinatnog sustava za geometriju volumena u dvodimenzionalnom (lijevo) i trodimenzionalnom (desno) obliku [5]

### 3.1.2. Podatci o volumenu

Podatci o volumenu (eng. *volume data*) jest modul u okviru ASTRA Toolbox-a koji osigurava mjesto za pohranu i upravljanje podataka poput rekonstrukcijskih volumena. Podatci se pohranjuju u 32-bitne nizove s pomičnim zarezom (eng. *floating point*). Primjer sintakse iz navedenog modula, koja se odnosi na dvodimenzionalne skupove, prikazana je u nastavku.

```
reconstruction_id = astra_mex_data3d('create', '-vol', vol_geom);
astra_mex_data3d(store, '-vol', reconstruction_id, V);
reconstruction = astra_mex_data2d('get', reconstruction_id);
astra_mex_data3d('delete', reconstruction_id);
astra_mex_data3d('info')
```

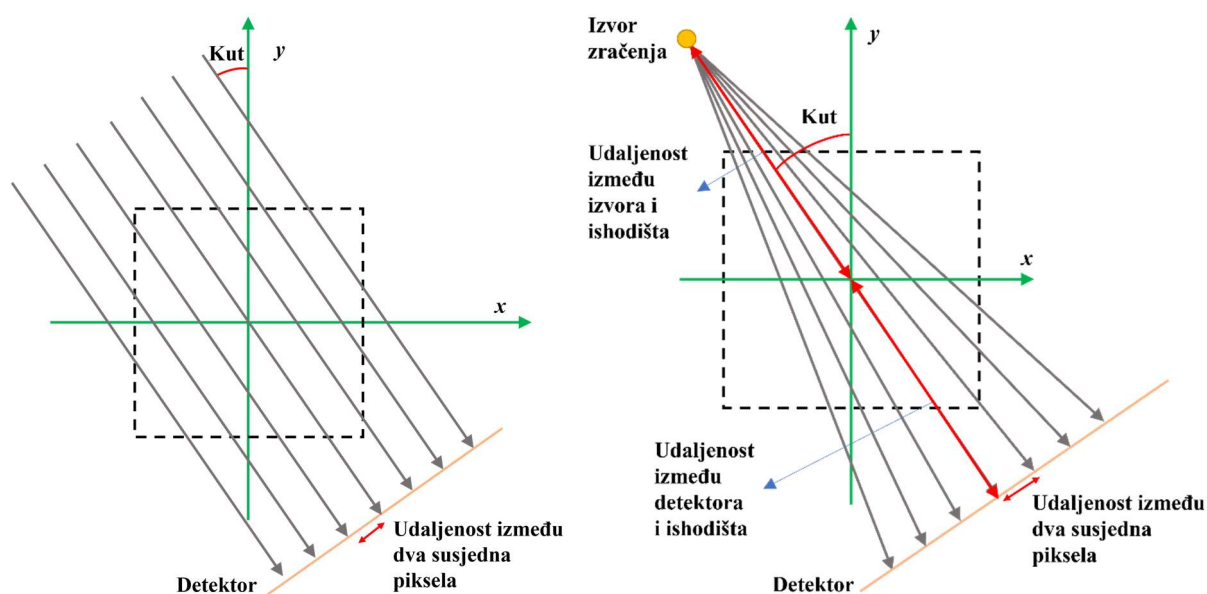
Prvi red gornjeg koda stvara novi niz podataka o volumenu u memoriji ASTRA Toolbox-a. Drugi red pohranjuje u memoriju podatke o volumenu rekonstrukcijskog objekta. U ovom slučaju, u memoriju se kopira sadržaj matrice  $V$ , gdje se svakom pikselu dodjeljuje vrijednost iz iste matrice. Ako se umjesto matrice u kod unese skalar, npr. 1, tada će vrijednost svakog piksela biti postavljena na jedinicu. Bitno je napomenuti da veličina matrice  $V$  mora odgovarati dimenzijama zadanim u modulu geometrije volumena. Treća linija gornjeg koda služi za prijenos podataka iz memorije ASTRA Toolbox-a u MATLAB okruženje. Nadalje, četvrti red omogućava brisanje podataka iz ASTRA memorije kako ne bi došlo do pretrpavanja iste



podacima. Na kraju, da bi se saznalo koji su podatci pohranjeni u ASTRA memoriji, može se pozvati zapis u posljednjem redu gornjeg koda. Za podatke u dvodimenzionalnom skupu kod je potpuno isti, osim naziva funkcije `astra_mex_data3d`, koji se mijenja u `astra_mex_data2d` [5].

### 3.1.3. Geometrija projekcije

Geometrija projekcije (eng. *projection geometry*) je modul koji definira veličinu i broj detektora x-zračenja, kao i putanju izvora zračenja te detektora. U predmetnom modulu determinira se izvedba izvora zračenja, koja utječe na izgled i geometriju x-zraka. U dvodimenzionalnom prostoru, razlikuju se paralelni snop (eng. *parallel beam*) te konusni snop (eng. *fan beam*) zračenja, koji su ilustrirani na slici 17.



Slika 17. Paralelni snop zračenja (lijevo); konusni snop zračenja (desno) [5]

Na slici 17 prikazani su parametri potrebni pri zadavanju geometrije projektora i izvora zračenja, kao i razlike između paralelnog i konusnog snopa zračenja. U nastavku je prikazana sintaksa za definiranje geometrije projekcije u dvodimenzionalnom i trodimenzionalnom obliku [5].

**2D paralelni snop**

```
proj_geom = astra_create_proj_geom('parallel', det_width, det_count, angles);
```

**2D konusni snop**

```
proj_geom = astra_create_proj_geom('fanflat', det_width, det_count, angles,  
source_origin, origin_det);
```

**3D paralelni snop**

```
proj_geom = astra_create_proj_geom('parallel3d', det_spacing_x, det_spacing_y,  
det_row_count, det_col_count, angles);
```

**3D konusni snop**

```
proj_geom = astra_create_proj_geom('cone', det_spacing_x, det_spacing_y,  
det_row_count, det_col_count, angles, source_origin, origin_det);
```

Pojašnjenja oznaka u gore navedenoj sintaksi dana su u nastavku, a neke od njih prikazane su na slici 17.

det_width	-	udaljenost između središta dva susjedna piksela detektora
det_count	-	broj piksela u detektoru, u jednoj projekciji
angles	-	kut projekcije izražen u radijanima
source_origin	-	udaljenost između izvora zračenja i ishodišta
origin_det	-	udaljenost između ishodišta i detektora
det_spacing_x	-	udaljenost između središta dva horizontalno susjedna piksela detektora
det_spacing_y	-	udaljenost između središta dvaju vertikalno susjednih piksela detektora
det_row_count	-	broj redova na detektoru u jednoj projekciji
det_col_count	-	broj stupaca na detektoru u jednoj projekciji
source_origin	-	udaljenost između izvora i središta rotacije
origin_det	-	udaljenost između izvora i detektora

### 3.1.4. Podatci o projekciji

Podatci o projekciji (eng. *projection dana*) jest modul koji u memoriju ASTRA Toolbox-a pohranjuje podatke o projekciji, poznatije kao sinogrami. Karakteristike spomenutog modula slične su kao i u modulu podatci o volumenu, uz male promjene u sintaksi [5].

```
sinogram_id = astra_mex_data2d('create', '-sino', proj_geom);  
astra_mex_data2(store, sinogram_id, P);  
reconstruction = astra_mex_data2d('get', sinogram_id);  
astra_mex_data2d('delete', sinogram_id);
```

### 3.1.5. Projektor

Modul projektor spaja geometrije volumena i projekcije. Glavna svrha ovog modula jest implementiranje projekcije unaprijed i povratne projekcije. Predmetni modul koristi se samo kod algoritama čiji se izračuni izvode u glavnom procesoru (CPU). Zbog toga što se glavni procesor (CPU) koristi samo kod rekonstrukcije u dvodimenzionalnom prostoru, spomenuti modul se ne koristi kod rekonstrukcije u trodimenzionalnom prostoru. Za rekonstrukciju u trodimenzionalnom prostoru, a i za poneke rekonstrukcije u dvodimenzionalnom prostoru, koristi se grafički procesor (GPU) [5].

U nastavku je prikazana sintaksa za definiranje projektoru u ASTRA Toolbox-u.

```
proj_id = astra_create_projector('line', proj_geom, vol_geom);  
astra_mex_projector('delete', id);
```

Modul projektoru ovisi o geometriji izvora zračenja i o odabiru vrste projektoru koje su opisane u nastavku:

---

**Paralelni snop zraka**


---

<i>line</i>	linijski	težinski faktor definiran je duljinom presjeka piksela i zrake za debljinu linije jednaku nuli
<i>strip</i>	trakasti	težinski faktor definiran je površinom presjeka piksela i zrake čija se širina trake smatra istom kao i piksel detektora
<i>linear</i>	linearni	težinski faktor definiran je linearnom interpolacijom između dva najbliža volumena presjeka piksela i zraka

---



---

**Konusni snop zraka**


---

<i>line_fanflat</i>	linijski	težinski faktor definiran je duljinom presjeka piksela i zrake za debljinu linije jednaku nuli
<i>strip_fanflat</i>	trakasti	težinski faktor definiran je površinom presjeka piksela i zrake čija se širina trake smatra istom kao i piksel detektora

---

Svaka od navedenih vrsta projektora utječe na konačan prikaz u rekonstrukciji jer se matematički izračuni u pozadini svakog od njih razlikuju [5].

### 3.1.6. Algoritam

Algoritam je modul u kojem se odvijaju izračuni vezani uz rekonstrukciju prikaza. Može se podijeliti na algoritme koji se pokreću putem glavnog procesora (CPU) i putem grafičkog procesora (GPU). U nastavku će biti prikazana sintaksa za rekonstrukciju dvodimenzionalnog prikaza s FBP algoritmom putem glavnog procesora (CPU).

```

cfg = astra_struct('FBP');
cfg.ProjectorId = proj_id;
cfg.ProjectionDataId = sinogram_id;
cfg.ReconstructionDataId = recon_id
fbp_id = astra_mex_algorithm('create', cfg);
astra_mex_algorithm('run', fbp_id);

```

Gore navedena sintaksa se može primijeniti na CPU i GPU algoritme, međutim potrebno je modificirati poziv rekonstrukcijskog algoritma kako je prikazano u nastavku.

```
cfg = astra_struct('FBP_CUDA');
```

Ukoliko se koristi iterativni algoritam poput ART-a, SIRT-a i SART-a, potrebno je u kod uključiti sljedeću sintaksu, koja se odnosi na broj iteracija.

```
astra_mex_algorithm('iterate', sirt_id, num_iteration);
```

Posljednja oznaka u gornjoj sintaksi *num\_iteration* označava broj željenih iteracija [5].

Za trodimenzionalnu rekonstrukciju koriste se samo GPU algoritmi, među kojima su FP, BP, FDK, CGLS i SIRT. U nastavku je prikazana sintaksa za poziv BP algoritma.

```
[bproj_id, bproj_data] = astra_create_backprojection3d_cuda(sino_data,  
proj_geom, vol_geom);
```

Nadalje, prikazana je i sintaksa za zadavanje FDK, CGLS te SIRT algoritma.

### **FDK**

```
cfg = astra_struct('FDK_CUDA');  
cfg.ProjectionDataId = proj_id;  
cfg.ReconstructionDataId = rec_id;  
cfg.option.ShortScan = false;  
cfg.option.GPUindex = 0;  
cfg.option.VoxelSuperSampling = 1;
```

**CGLS**

```
cfg = astra_struct(CGLS3D_CUDA);  
cfg.ProjectionDataId = proj_id;  
cfg.ReconstructionDataId = rec_id;  
cfg.option.ReconstructionMaskId= 0;  
cfg.option.GPUindex = 0;  
cfg.option.DetectorSuperSampling = 1;  
cfg.option.VoxelSuperSampling = 1;
```

**SIRT**

```
cfg = astra_struct(SIRT3D_CUDA);  
cfg.ProjectionDataId = proj_id;  
cfg.ReconstructionDataId = rec_id;  
cfg.option.SinogramMaskId = 0;  
cfg.option.ReconstructionMaskId= 0;  
cfg.option.MinConstraint =1;  
cfg.option.MaxConstraint = 1;  
cfg.option.GPUindex = 0;  
cfg.option.DetectorSuperSampling = 1;  
cfg.option.VoxelSuperSampling = 1;
```

Bitno je napomenuti da je za definiranje prethodno spomenutih algoritama potrebno zadati samo prve dvije linije koda koje uključuju podatke o rekonstrukciji i podatke o projekciji. Ostale linije u kodu zadaju se opcionalno i nisu nužne za provedbu algoritma.

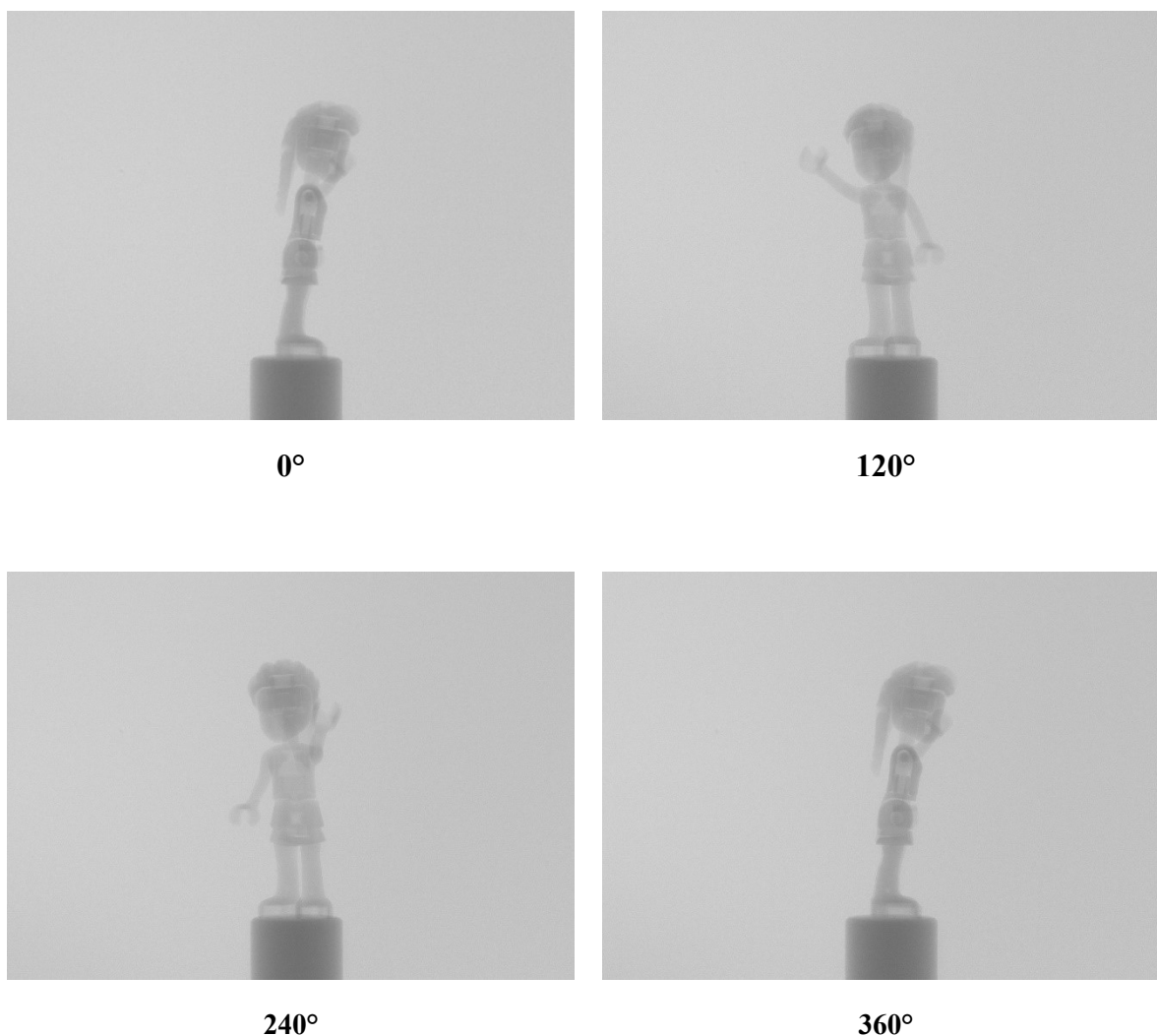
#### 4. ISPITIVANJE PRIMJENJIVOSTI „OPEN-SOURCE“ ALGORITAMA

U ovom poglavlju je ispitana primjenjivost ASTRA Toolbox „open-source“ algoritma na realne podatke, dobivene na CT uređaju u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina pri Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. U laboratoriju je napravljena trodimenzionalna rekonstrukcija LEGO® figure, čiji je trodimenzionalan model prikazan na slici 18. Trodimenzionalni prikaz dobiven je pomoću programskog paketa GOM Inspect.



**Slika 18. Trodimenzionalni prikaz skenirane LEGO® figure**

U svrhu ispitivanja primjenjivosti napravljeno je 360 projekcija, to jest radiograma, od 0° do 360° s korakom od 1°. Izvorni radiogram sadržavao je 3192 piksela u horizontalnoj osi (smjer osi  $x$ ) i 2296 piksela u vertikalnoj osi (smjer osi  $y$ ), te veličina piksela u smjerovima obje osi iznosi 0,127 mm. Prilikom skeniranja spomenutog objekta, korišten je konusni izvor zračenja s definiranom udaljenosti između izvora i središta rotacije od 256,31 mm, te udaljenosti između središta rotacije i detektora koja iznosi 985,99 mm. Primjeri izvornih radiograma nastalih u Laboratoriju za precizna mjerenja, uz korištenje navedenih parametara, pod kutovima od 0°, 120°, 240° i 360° prikazani su na slici 19.

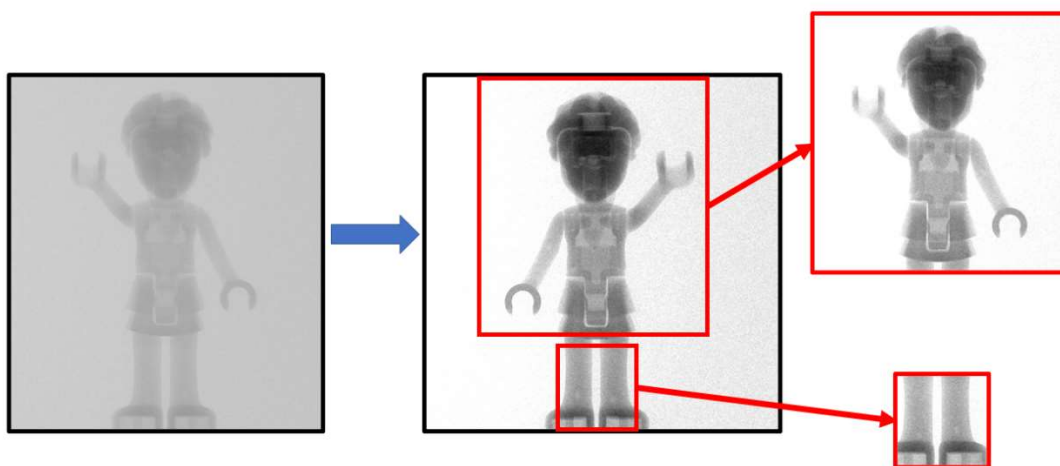


**Slika 19. Prikaz izvornih radiograma LEGO® figure pod različitim kutovima**

Rekonstrukcija radiograma prikazanih na slici 19 odrađena je u programskom paketu MATLAB, na računalu koje sadrži Intel(R) Core(TM) i7-5500U 2,40 GHz dvojezgreni procesor s 8 GB RAM memorije te NVIDIA GeForce 930M grafičku karticu s 2048 MB DDR3 namjenskom memorijom. Prije nego što se izvršila rekonstrukcija u navedenom programskom paketu algoritmima koje nudi ASTRA Toolbox, bilo je potrebno izvesti određene izmjene izvornih radiograma u programskom paketu ImageJ. Prvo je učinjena izmjena dimenzija izvornih radiograma, iz razloga što radiogrami na kojima se provodi rekonstrukcija moraju biti kvadratnog oblika. Stoga je s izvornih 3192×2296 piksela (slika 19) izvedeno izrezivanje u nove dimenzije 2296×2296 piksela (slika 20, lijevo). Zatim je na takvom radiogramu izvršena modifikacija kontrasta u programskom paketu ImageJ, kako bi se u konačnoj rekonstrukciji



dobio što bolji i kvalitetniji prikaz. Može se primijetiti da je uklonjen šum s pozadine, dok je sama figura poprimila tamnije tonove. Međutim, zbog ograničenih računalnih resursa nije bilo moguće izvesti rekonstrukciju pri takvim dimenzijama. Potom je izvršeno značajnije smanjenje dimenzija radiograma, upravo zbog navedenih ograničenja, a dimenzije su odabrane proizvoljno te iznose  $1101 \times 1101$  piksela (slika 20, desno, gore). Pri takvim dimenzijama, rekonstrukcija je izvršena s manjim brojem radiograma, konkretnije 25 umjesto inicijalnih 360. Na posljetku, kako bi se izvršila rekonstrukcija s inicijalnih 360 radiograma, broj piksela se dodatno smanjio s  $1101 \times 1101$  na  $360 \times 360$  (slika 20, desno, dolje). Na slici 20 je prikazan redosljed izvršavanja izmjena na izvornom radiogramu.


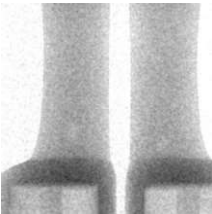


**Slika 20. Prikaz modifikacije izvornog radiograma LEGO® figure**

Na slici 20, desno, gore prikazan je radiogram s izreskom trupa figure, dimenzija  $1101 \times 1101$  piksela, a desno, dolje manji radiogram s izreskom nogu, dimenzija  $360 \times 360$  piksela. Kako je prethodno navedeno, kod rekonstrukcije trupa bilo je potrebno smanjiti broj projekcija zbog dostupnih računalnih resursa, dok je rekonstrukcija nogu uspješno izvršena sa svih 360 projekcija. U nastavku su prikazani početni parametri za obje rekonstrukcije. Desno od slika trupa i nogu nalaze se geometrijski parametri. Bitno je da napomenuti da se u kodu za konačne rekonstrukcije udaljenosti između izvora i ishodišta rotacije te ishodišta rotacije i detektora razlikuju u odnosu na inicijalne parametre kojima je napravljen izvorni radiogram. Spomenute vrijednosti su dobivene metodom pokušaja jer se za inicijalne parametre dobije crna slika pri konačnoj rekonstrukciji. Više o tom će biti navedeno u potpoglavlju u nastavku, kada će se pri

rekonstrukciji nogu pokazati utjecaj tih parametra na konačnu rekonstrukciju. Osim toga, od inicijalnih parametara se razlikuje i veličina piksela, čije se vrijednosti dobiju u programskom paketu ImageJ pri izrezivanju u nove dimenzije.

**Tablica 1. Početni parametri za rekonstrukciju trupa i nogu LEGO® figure**

	detector_rows = 1101;	%Vertikalna veličina detektora (pikseli)
	detector_cols = 1101;	%Horizontalna veličina detektora (pikseli)
	num_of_projections = 25;	%Broj projekcija
	angles=linspace2(0,2*pi,num_of_projections);	%Kutovi projekcija od 0° do 360°, broj projekcija
	det_spacing_x = 1;	%Razmak između dva piksela na detektoru u smjeru osi x
	det_spacing_y = 1;	%Razmak između dva piksela na detektoru u smjeru osi y
	source_origin=900;	%Udaljenost između izvora i ishodišta rotacije
	origin_det=86;	%Udaljenost između ishodišta rotacije i detektora
	num_iteration=10;	%Broj iteracija potrebnih za SIRT algoritam
	slice=12;	%Pozicija presjeka
	detector_rows = 360;	%Vertikalna veličina detektora (pikseli)
	detector_cols = 360;	%Horizontalna veličina detektora (pikseli)
	num_of_projections = 360;	%Broj projekcija
	angles=linspace2(0,2*pi,num_of_projections);	%Kutovi projekcija od 0° do 360°, broj projekcija
	det_spacing_x = 1;	%Razmak između dva piksela na detektoru u smjeru osi x
	det_spacing_y = 1;	%Razmak između dva piksela na detektoru u smjeru osi y
	source_origin=900;	%Udaljenost između izvora i ishodišta rotacije
	origin_det=86;	%Udaljenost između ishodišta rotacije i detektora
	num_iteration=10;	%Broj iteracija potrebnih za SIRT algoritam
	slice=130;	%Pozicija presjeka

Nakon što su postavljeni početni parametri, potrebno je definirati nul-matricu u koju će se spremati slike učitane u programski paket MATLAB. Nul-matrica mora dimenzijski odgovarati učitanim slikama, stoga je redosljed parametara unutar zagrade načinjen upravo prema tomu.

```
projections = zeros(detector_rows,num_of_projections,detector_cols);
```

Kako bi se nul-matrica popunila zadanim radiogramima, nužno je koristiti for petlju ispisanu u nastavku.

Slike učitane for petljom spremaju se u varijablu *IMG* i prikazuju se naredbom *imshow*.

```
for i=1:1: num_of_projections
    filename=strcat('Legob ('num2str(i),'').tif');
    im = imread(filename);
    projections(:,:,i) = im;
end
IMG = im2double(projections,'indexed');
slice1=IMG(:,:,slice);
figure, imshow(slice1,[]);
```

Nadalje, potrebno je definirati geometriju volumena i geometriju projekcije korištenjem prethodno zadanih parametara.

```
proj_geom=astra_create_proj_geom('cone',det_spacing_x, det_spacing_y, detector_rows,
detector_cols, angles, source_origin, origin_det);
vol_geom = astra_create_vol_geom(detector_rows, detector_cols, num_of_projections);
```

Sljedeći korak je kreiranje i prikaz sinograma, te definiranje varijable *rec\_id* u koju će se spremati podatci koji nastaju rekonstrukcijom.

```
[sino_id, sino_data] = astra_create_sino3d_cuda(IMG, proj_geom, vol_geom);
figure, imshow(squeeze(sino_data(:,:,slice))',[])
rec_id = astra_mex_data3d('create', '-vol', vol_geom);
```

S dostupnim računalnim resursima provedene su rekonstrukcije implementacijom dvije vrste algoritma. Prvi algoritam je BP algoritam, jednostavniji i analitički, dok je drugi algoritam SIRT, računalno zahtjevniji i algebarski. Sljedeće linije koda definiraju pozivanje algoritama,

prvo BP, zatim SIRT algoritma. U programu nije moguće dva algoritma koristiti u isto vrijeme, stoga je potrebno zasebno pozivati linije koda.

### **BP algoritam:**

```
[bproj_id, bproj_data] = astra_create_backprojection3d_cuda(sino_data, proj_geom,  
vol_geom);  
reconstruction = astra_mex_data3d('get', bproj_id);
```

### **SIRT algoritam:**

```
cfg = astra_struct('SIRT3D_CUDA');  
cfg.ReconstructionDataId = rec_id;  
cfg.ProjectionDataId = sino_id;  
alg_id = astra_mex_algorithm('create', cfg);  
astra_mex_algorithm('iterate', alg_id, num_iteration);  
reconstruction = astra_mex_data3d('get', rec_id);
```

Kako bi se prikazali konačni rezultati, potrebno je iz memorije ASTRA Toolbox-a pozvati trodimenzionalnu matricu rekonstrukcije u MATLAB memoriju, što je definirano prvom linijom donjeg koda. Zatim se pomoću naredne dvije linije koda prikazuje konačna rekonstrukcija u dvodimenzionalnom obliku na isječku koji je zadan varijablom *slice*. Kako bi se oslobodila memorija, na kraju je nužno izbrisati podatke iz ASTRA memorije.

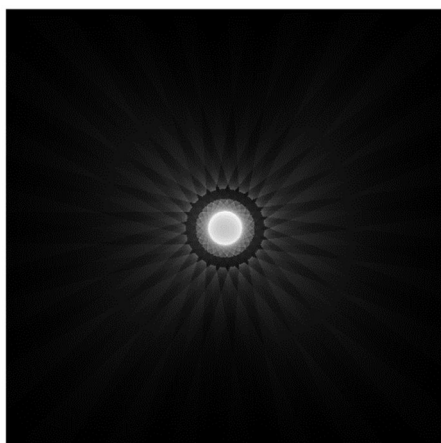
```
reconstruction = astra_mex_data3d('get', bproj_id);  
slice3=reconstruction(:,:,slice);  
figure,imshow(squeeze(slice3),[]);  
  
astra_mex_algorithm('delete', bproj_id);  
astra_mex_data3d('delete', rec_id);  
astra_mex_data3d('delete', sino_id);
```

Dakle, sve rekonstrukcije koje će biti u narednim potpoglavljima prikazane, dobivene su implementacijom gore opisanim parametrima i kodom. U nastavku rada slijedi prikaz rezultata rekonstrukcije trupa i nogu LEGO® figure, te fantomskog modela iz baze ASTRA Toolbox primjera [5].

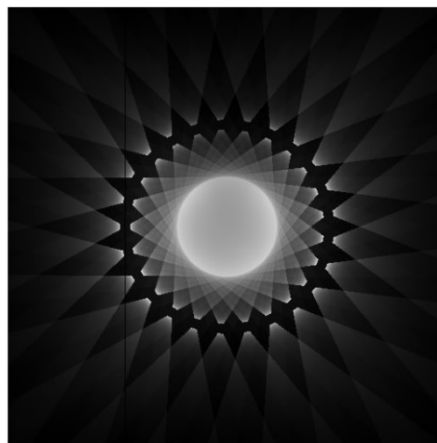
#### 4.1. Rekonstrukcija trupa LEGO® figure

Rekonstrukcija radiograma trupa LEGO® figure, dimenzije 1101×1101 piksela, izvedena je koristeći se prethodno navedenim parametrima i implementiranim kodom. U svrhu usporedbe konačnih rekonstrukcija, rezultati su dobiveni korištenjem dva različita rekonstrukcijska algoritma – BP i SIRT. Bitno je napomenuti da zbog veličine slike i ograničenih računalnih resursa nije bio moguće izvršiti rekonstrukciju pri početnom broju projekcija od 360, već se broj projekcija umanjio na 25. Također, zbog izmjena napravljenih na izvornim radiogramima, potrebna je promjena određenih geometrijskih parametra kako bi na rekonstrukciji bili vidljivi obrisi figure. Za dobivanje izvornog radiograma, zadana je ukupna duljina između izvora i detektora koja iznosi 985,99 mm, ali će se zbog lakših manipulacija iznos zaokružiti na 986 mm. Nadalje, poznata je i udaljenost između izvora zračenja i središta rotacije mjernog objekta koja iznosi 256,3098 mm, što se približno može zaokružiti na 256 mm. S tako definiranim ulaznim geometrijskim parametrima, na dobivenim rekonstrukcijama nisu vidljivi obrisi figure. Stoga su izvršene rekonstrukcije s različitim udaljenostima, čiji rezultati će biti prikazani na slici 21. Bitno je napomenuti kako su prikazani rezultati rekonstrukcija dobiveni primjenom BP algoritma.

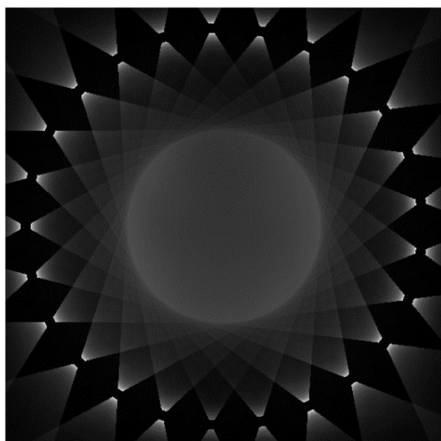
Pregledom dobivenih rekonstrukcija na slici 21 može se zaključiti da se najbolji rezultati rekonstrukcija dobiju pri ulaznim geometrijskim parametrima od 86 mm i 100 mm za udaljenost između mjernog objekta i detektora te 886 mm i 900 mm za udaljenost između izvora i središta mjernog objekta. Za konačnu vrijednost ulaznog geometrijskog parametra udaljenosti između mjernog objekta i detektora odabran je iznos 86 mm. Pri takvoj vrijednosti ne dolazi do kolizije između rotacijskog stola, na kojemu se nalazi mjerni objekt, i detektora unutar CT uređaja u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina, a pomoću kojeg su dobiveni realni podaci za provođenje rekonstrukcije. Dimenzije spomenutog rotacijskog stola u CT uređaju su iščitane iz [13]. Stoga je zadnja rekonstrukcija iz slike 21 odabrana za daljinu analizu te će se ulazni parametri za istu koristiti u daljnjim provođenjima rekonstrukcija.



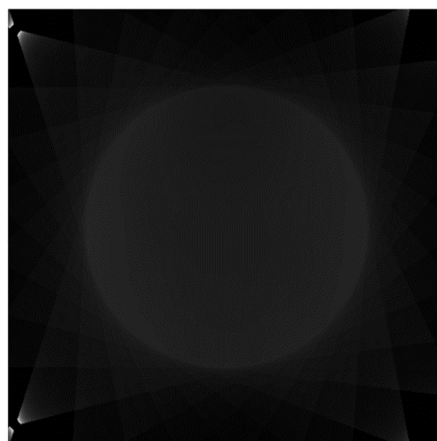
**source\_origin = 86 mm  
origin\_det = 900 mm**



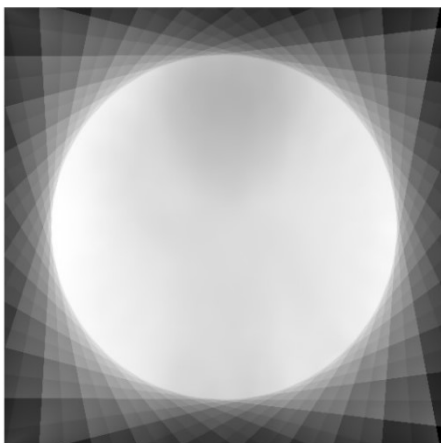
**source\_origin = 256 mm  
origin\_det = 730 mm**



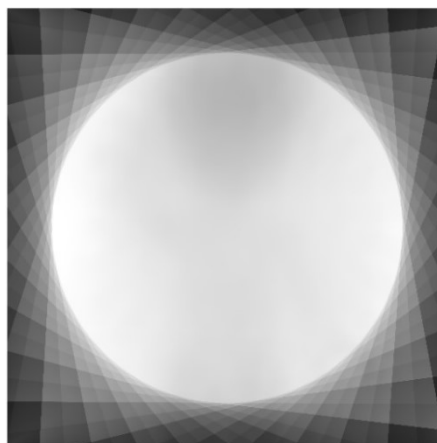
**source\_origin = 500 mm  
origin\_det = 486 mm**



**source\_origin = 730 mm  
origin\_det = 256 mm**



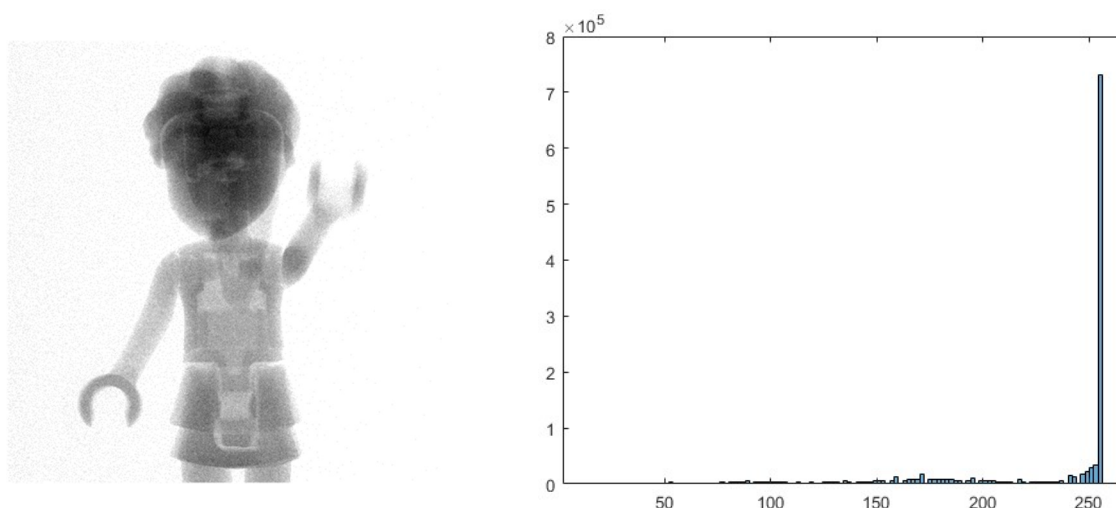
**source\_origin = 886 mm  
origin\_det = 100 mm**



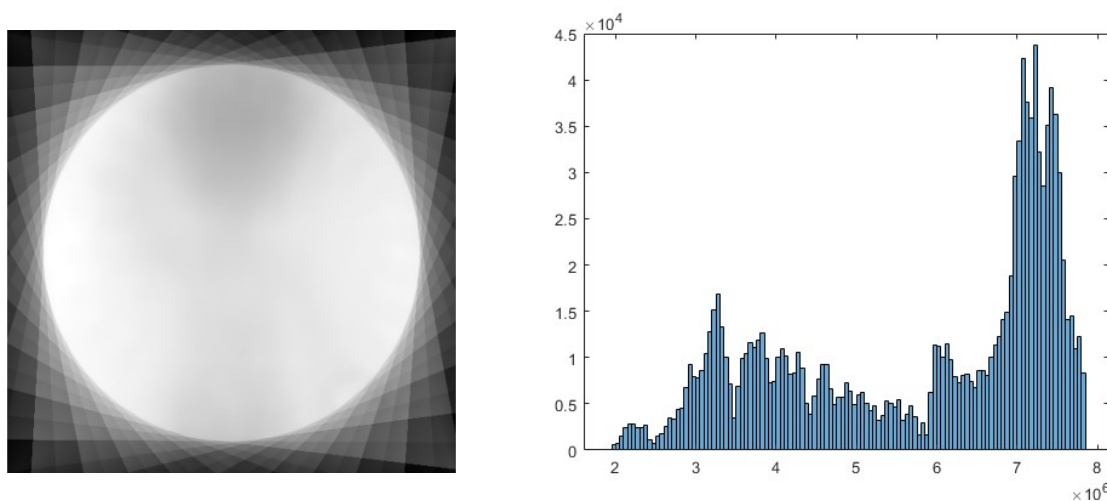
**source\_origin = 900 mm  
origin\_det = 86 mm**

**Slika 21. Prikaz rekonstrukcija za različite geometrijske parametre**

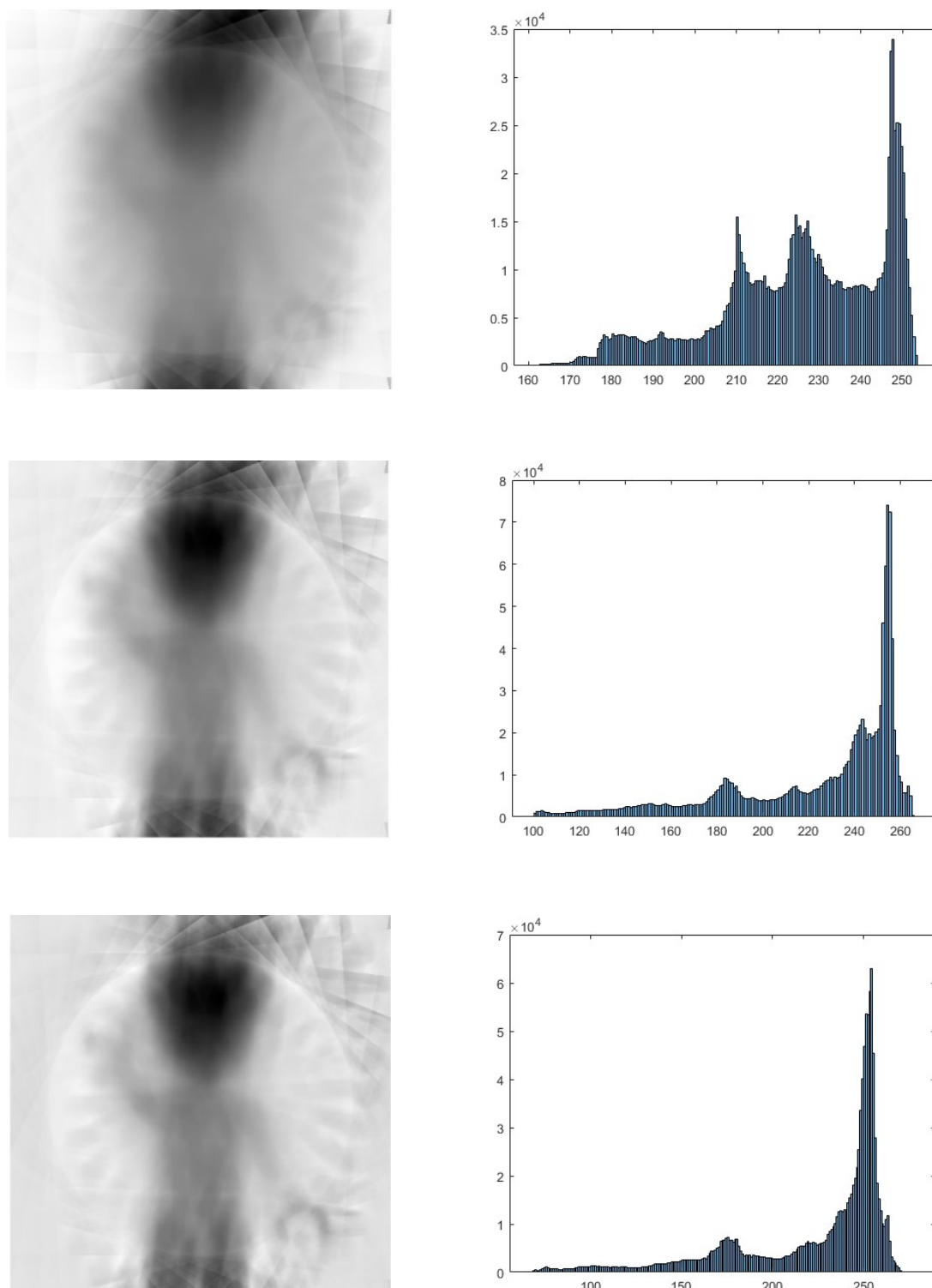
Na slikama u nastavku prikazana je početna modificirana slika, zatim rezultati rekonstrukcija dobiveni BP i SIRT algoritmima te pripadajući histogrami. Kako je i ranije rečeno, ulazni parametri su za oba algoritma isti.



**Slika 22. Izvorna modificirana slika dimenzije  $1101 \times 1101$  piksela s pripadajućim histogramom**



**Slika 23. Rekonstrukcija dimenzije  $1101 \times 1101$  piksela dobivena BP algoritmom i pripadajući histogram**



**Slika 24. Rekonstrukcije dimenzija  $1101 \times 1101$  piksela dobivene SIRT algoritmom s 1, 5 i 10 iteracija te pripadajući histogrami**

Na slici 23 prikazana je rekonstrukcija dimenzije  $1101 \times 1101$  piksela dobivena BP algoritmom i pripadajući histogram. Vizualnom kontrolom može se uočiti da se oko nastale rekonstrukcije



nalazi kružni artefakt. Između kružnog artefakta i obruba same slike rekonstrukcije, u području tamne nijanse, moguće je vidjeti zrakaste artefakte. Pri većem broju projekcija navedeni artefakti se smanjuju. Nadalje, na pripadajućem histogramu sa slike 23, na apscisi dijagrama vidljiva je dominacija manjih brojeva bliže nuli, koji predstavljaju tamniju nijansu, što se može potvrditi i vizualnom kontrolom same rekonstrukcije. Kontrast same rekonstrukcije je slabije izražen, što je uočljivo težim raspoznavanjem obrisa figure u odnosu na pozadinu. Detalji trupa figure nisu vidljivi.

Na slici 24 prikazane su rekonstrukcije dimenzija  $1101 \times 1101$  piksela dobivene SIRT algoritmom s 1, 5 i 10 iteracija te pripadajući histogrami. Time se nastojalo prikazati kako broj iteracija u spomenutom algoritmu utječe na kvalitetu rekonstrukcije, međutim zbog ograničenja računalnih resursa kod algebarske metode SIRT broj iteracija ograničio se na 10, dok je manji broj iteracija odabran proizvoljno. Vizualnom kontrolom rekonstrukcija moguće je ustanoviti kako su obrisi trupa figure s povećanjem broja iteracija izraženiji, uz bolji kontrast figure i pozadine, tako je sama kvaliteta prikaza bolja. Isto je vidljivo i s pripadajućih histograma na slici 24, s povećanjem broja iteracija uži je raspon pojedinih nijansi. Na apscisi dijagrama vidljiva je dominacija većih brojeva bliže 255, koji predstavljaju svjetliju ili bijelu nijansu. I kod ovih rekonstrukcija je vidljiv kružni artefakt, međutim nešto je slabije izražen, kao i trakasti artefakti nastali poduzorkovanjem. Detalji trupa figure nisu vidljivi.

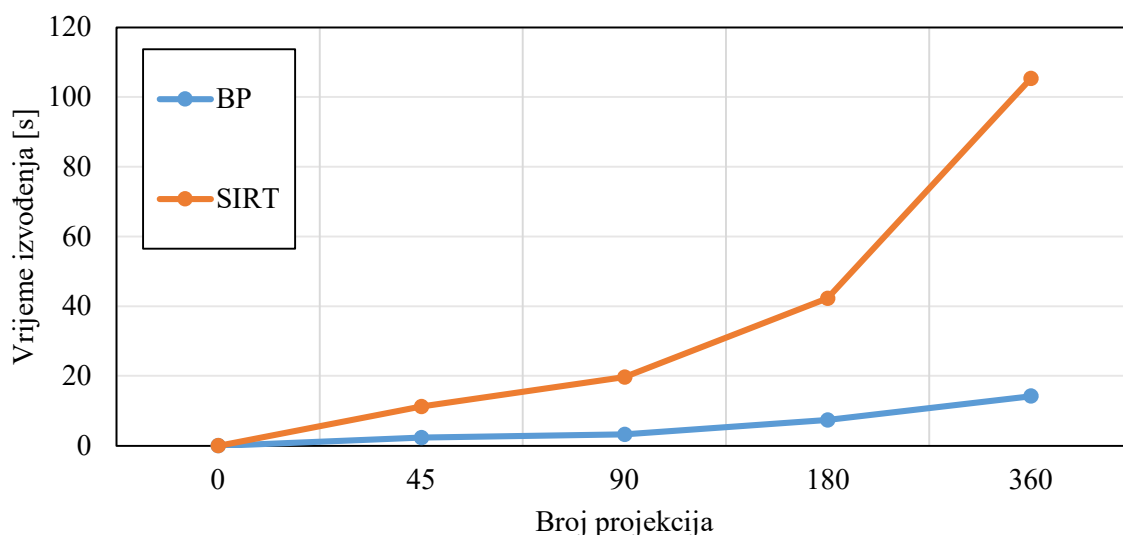
Što se tiče vremena trajanja cjelokupnog procesa rekonstrukcije, izvođenje s BP algoritmom traje kraće nego sa SIRT algoritmom, što je kvantitativno izraženo u Tablica 2. Kako je i očekivano, trajanje rekonstrukcije SIRT algoritmom se povećava s brojem iteracija. Stoga su ograničenja poput smanjenja dimenzija projekcija, broja projekcija i iteracija posljedica robusnosti SIRT algoritma, koji je računalno zahtjevniji nego BP algoritam.

**Tablica 2. Vrijeme trajanja rekonstrukcije s različitim algoritmima**

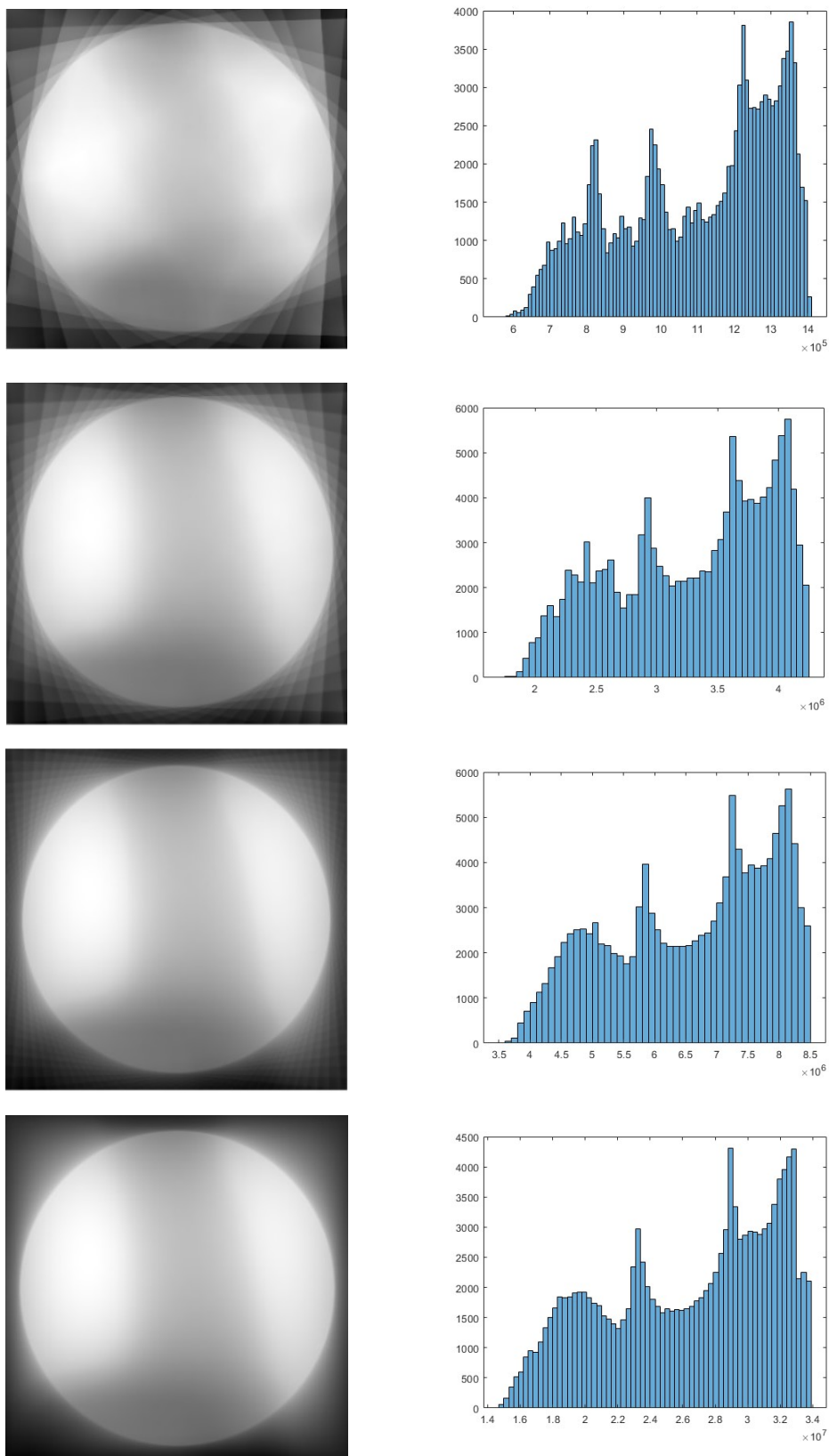
Algoritam		Vrijeme trajanja
BP		11,272 s
	1 iteracija	22,112 s
SIRT	5 iteracija	48,530 s
	10 iteracija	77,546 s

## 4.2. Rekonstrukcija nogu LEGO® figure

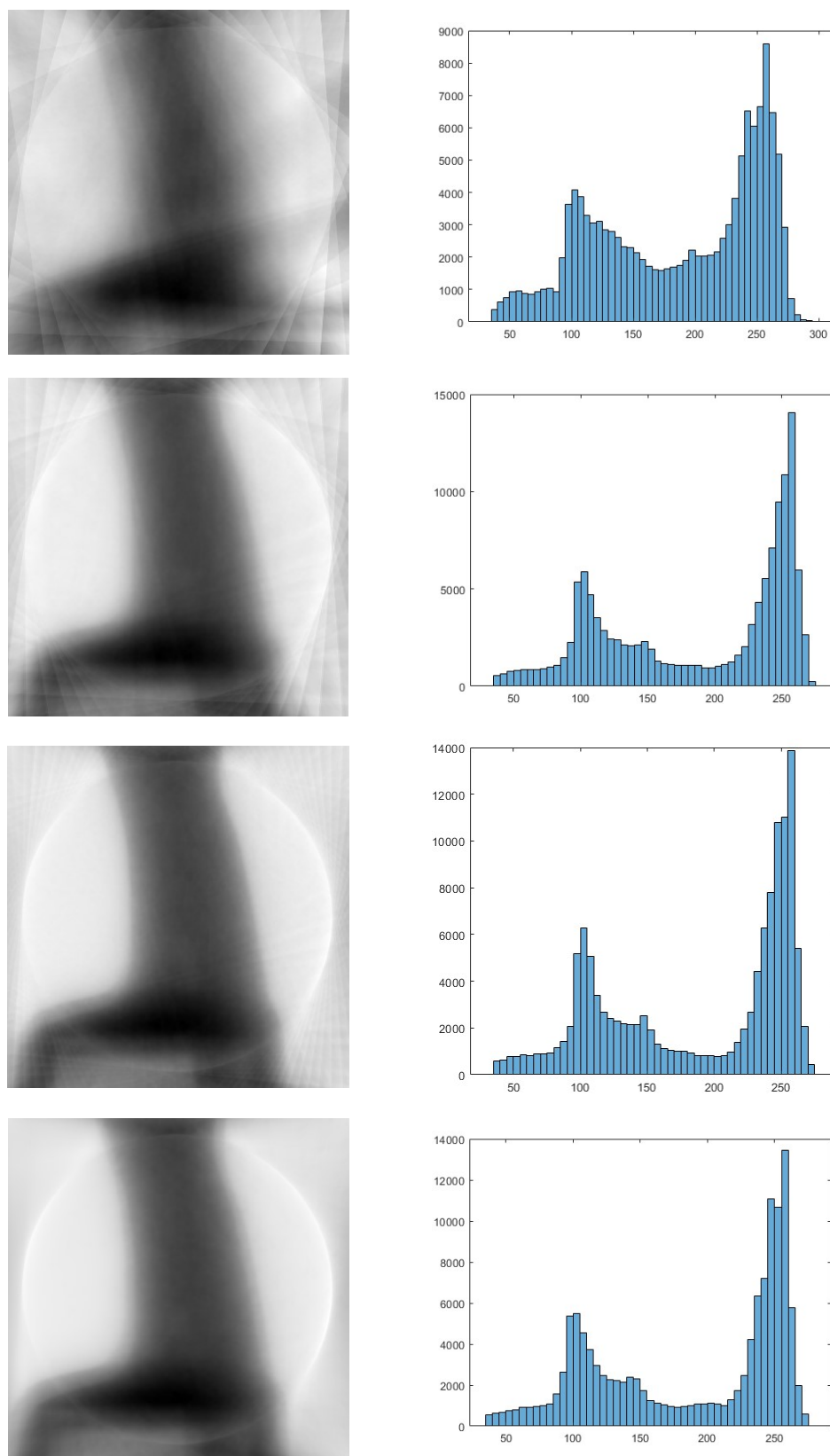
Rekonstrukcija radiograma nogu LEGO® figure, dimenzije  $360 \times 360$  piksela, izvedena je koristeći se ranije navedenim parametrima i implementiranim kodom. U ovom slučaju, za ulazni geometrijski parametar udaljenosti između izvora, mjernog objekta i detektora uzeta je ista vrijednost kojom su dobivene rekonstrukcije trupa u prethodnom potpoglavlju. Također, rezultati konačnih rekonstrukcija su dobiveni korištenjem dva različita rekonstrukcijska algoritma – BP i SIRT. Zbog manjih dimenzija slike, moguće je izvršiti rekonstrukciju sa svih 360 zadanih projekcija, stoga će u narednim rekonstrukcijama biti prikazan utjecaj broja projekcija na kvalitetu prikaza za oba rekonstrukcijska algoritma. Rekonstrukcija je izvršena za 15, 45, 90 i 360 projekcija koristeći se BP (slika 26) i SIRT (slika 27) algoritmom. Kod manjeg broja projekcija prisutni su artefakti uzorkovanja koji se prepoznaju prema crtama okomitim na os rotacije na oba algoritma. Međutim, na svim rekonstrukcijama su također prisutni kružni artefakti koji nastaju zbog neispravnosti detektora, nelinearnog ponašanja materijala detektora te netočnog umjeravanja neispravnih piksela. Povećanjem broja projekcija raste i kvaliteta slike, te se lakše raspoznaju obrisi nogu. SIRT algoritam pokazuje bolje rezultate kod malog broja projekcija u odnosu na BP algoritam. Međutim, SIRT algoritam zahtjeva veće vrijeme izvođenja (eng. *run time*) i veće računalne resurse, kako je i prikazano na slici 25. U ovoj analizi korišteno je 15 iteracija kod SIRT algoritma.



Slika 25. Dijagram ovisnosti vremena izvođenja o broju projekcija



Slika 26. Prikaz rekonstrukcija s BP algoritmom pri različitom broju projekcija i pripadajući histogrami



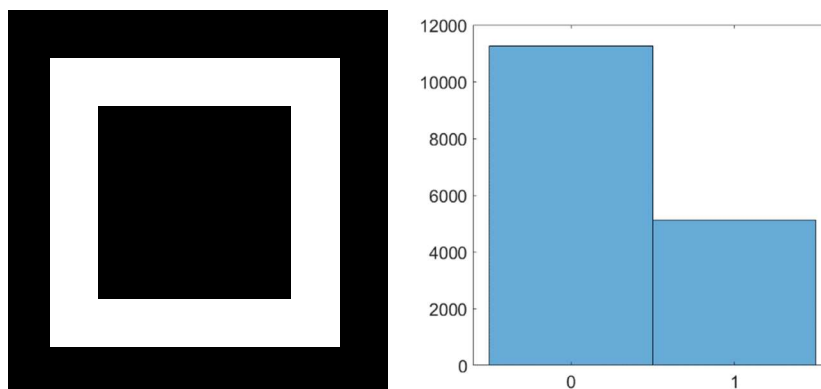
**Slika 27. Prikaz rekonstrukcija sa SIRT algoritmom pri različitom broju projekcija i pripadajući histogrami**

### 4.3. Rekonstrukcija fantomskog modela iz ASTRA Toolbox primjera

U ovome potpoglavlju ispitivat će se primjenjivost prethodno navedenog koda na virtualni fantomski model. Rekonstrukcija fantoma služi nam za usporedbu s rekonstrukcijom radiograma realnih podataka dobivenih na CT uređaju u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina. Zadan je broj projekcija, koji iznosi 360, zatim udaljenost od izvora do središta rotacije iznosa 500 te udaljenost od središta rotacije do detektora koji iznosi 0. Fantom je zamišljen kao šuplji kvadar unutar prostora dimenzija  $128 \times 128 \times 128$  opisan sljedećim zapisom.

```
IMG = zeros(128,128,128);  
IMG(17:112,17:112,17:112) = 1;  
IMG(33:96,33:96,33:96) = 0;
```

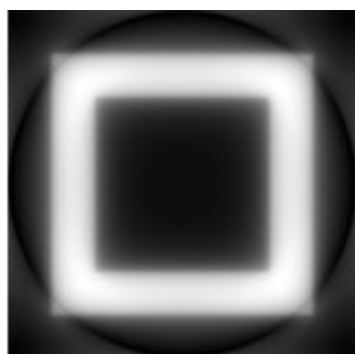
Na slici 28 prikazan je presjek kvadra po z osi na crnoj podlozi s pripadajućim histogramom. Crna boja označava vrijednost 0, dok je bijeloj boji pridružena vrijednost 1.



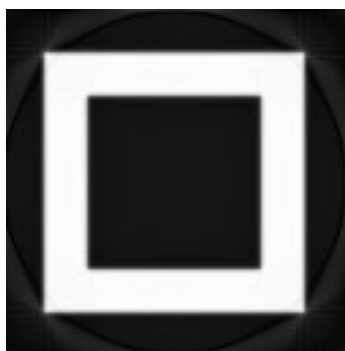
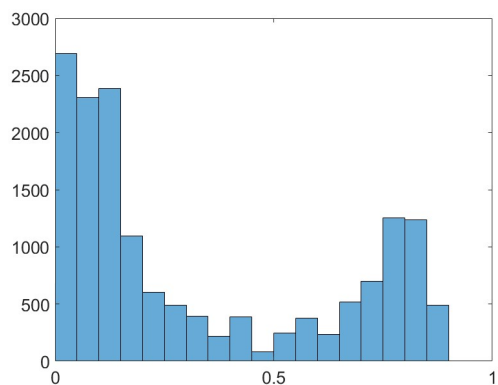
Slika 28. Prikaz centralnog isječka iz fantoma s pripadajućim histogramom

Zbog manjih dimenzija fantoma moguće je napraviti rekonstrukciju SIRT algoritmom s većim brojem iteracija. Veći broj iteracija, kao što je već ranije spomenuto, rezultira boljom kvalitetom rekonstrukcije. Rekonstrukcija fantoma SIRT algoritmom s 10 i 100 iteracija te rekonstrukcija BP algoritmom prikazana je na slici 29. Iz prikaza se može vidjeti da rekonstrukcija fantoma daje bolje rezultate u odnosu na eksperimentalno dobivenu rekonstrukciju. Bolje rekonstrukcije rezultat su povoljnijeg kontrasta boja, te manjeg početnog zamućenja koje posjeduje fantom.

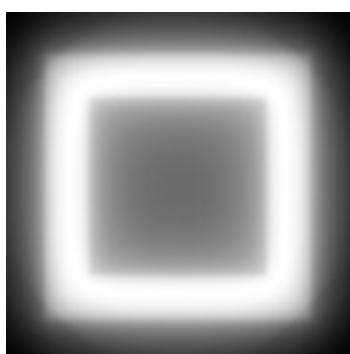
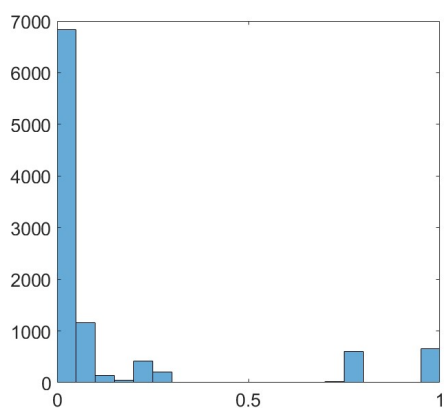
Osim toga, na fantomskom modelu nema prisutnosti šuma, što također utječe na konačnu rekonstrukciju. Međutim, rekonstrukcije fantoma pokazuju određeno zamućenje u odnosu na izvorni fantom, te kružne artefakte, koji su također prisutni i na rekonstrukcijama realnih podataka dobivenih CT uređajem.



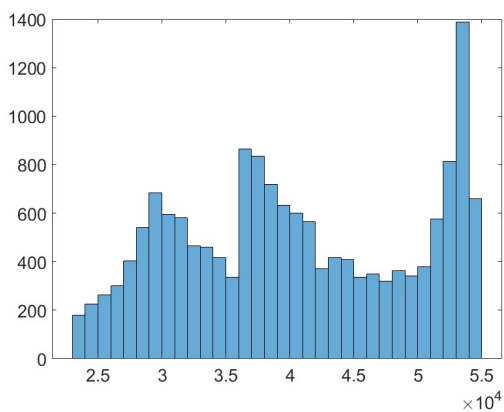
SIRT – 10 iteracija



SIRT – 100 iteracija



BP algoritam



Slika 29. Prikaz rezultata rekonstrukcije fantoma pri različitim algoritmima i brojem iteracija

Iz slike 29 može se zaključiti da BP rekonstrukcija, zbog matematičke podloge na kojoj se temelji, bez filtera daje poprilično lošije rezultate u odnosu na SIRT algoritam. Zbog toga je u BP algoritam potrebno je integrirati određeni filter (najčešće *Ram Lak*) koji neutralizira svijetle tonove na slici i time uvelike poboljšava rezultate rekonstrukcije. Kod SIRT algoritma također je prisutno određeno zamućenje slike na prikazu rekonstrukcije, čak i pri većem broju iteracija. S obzirom na vrijeme izvođenja i potrebne računalne resurse, SIRT algoritam je prikladniji za rekonstrukciju pri manjem broju projekcija jer, u odnosu na BP algoritam, daje mnogo bolje rezultate.

## 5. ZAKLJUČAK

U ovome radu ispitana je primjenjivost ASTRA Toolbox „open source“ algoritma na realne podatke dobivene mjerenjem na CT uređaju u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Analiza primjenjivosti napravljena je korištenjem BP i SIRT algoritma. Međusobnom usporedbom rekonstrukcija dobivenih pomoću navedena dva algoritma, moguće je uvidjeti sljedeće. Pri manjem broju projekcija, rezultati su kod oba algoritma zamućeni, a detalji trupa figure nisu vidljivi. Međutim, kod rekonstrukcija dobivenih SIRT algoritmom, čak i pri manjem broju iteracija, obrisi trupa figure su izraženiji, odnosno jasnije vidljivi nego kod BP algoritma. Isto vrijedi i za kontrast figure i pozadine. Kod oba algoritma vidljivi su kružni i trakasti artefakti nastali pri rekonstrukciji, međutim slabije su izraženi kod rekonstrukcija dobivenih SIRT algoritmom. Vidljivost trakastih artefakata nastalih poduzorkovanjem opada s povećanjem broja projekcija. Nadalje, može se zaključiti da BP algoritam daje lošije rezultate rekonstrukcije, neovisno o broju projekcija, u usporedbi sa SIRT algoritmom, zbog svoje matematičke pozadine, te se preporuča uz spomenuti algoritam koristiti filter (npr. Ramp filter, Shep logan) koji neutralizira svijetle tonove. SIRT algoritam prikladniji je za korištenje pri manjem broju projekcija jer pruža bolje rezultate od BP algoritma, ali iziskuje veće računalne resurse.

Vrijeme trajanja rekonstrukcije je u svim slučajevima bilo kraće za BP algoritam, a kod SIRT algoritma se povećavalo obzirom na povećanje broja iteracija, što ukazuje na to da je SIRT računalno zahtjevniji. Uvedena ograničenja, poput smanjenja dimenzija slika i broja projekcija, posljedica su robusnosti SIRT algoritma, što je znatno utjecalo mogućnosti korištenog računala. Važno je napomenuti da su ulazne projekcije imale slabije izražene obrise, uz određenu količinu šuma na slici, što potencijalno rezultira lošijom rekonstrukcijom. Ulazne projekcije su bile dodatno korigirane u ImageJ programskom paketu.

Što se tiče primjenjivosti ASTRA Toolbox-a na realne podatke, bitno je napomenuti da je potrebno koristiti računalo jačih performansi kako bi se rekonstrukcije mogle adekvatno izvesti. Nadalje, potrebno je modificirati ulaznu projekciju u kvadratni oblik, zatim je potrebno prilagoditi kontrast i smanjiti razinu šuma na minimum kako bi rezultat rekonstrukcije bio što vidljiviji na konačnoj rekonstrukcijskoj slici. Također, ukoliko se mijenjaju dimenzije izvornih radiograma, potrebno je prilagoditi geometrijske parametre u skladu s istim.



## LITERATURA

- [1] Sun, W., Brown, S., Leach, R., "An overview of industrial X-ray computed tomography", National Physical Laboratory, 2012
- [2] Groenewald, Annemari. (2017). Design of a universal phantom for quality assurance in diagnostic radiology x-ray imaging. 10.13140/RG.2.2.13548.00645.
- [3] Willeminck, M.J., Noël, P.B. The evolution of image reconstruction for CT—from filtered back projection to artificial intelligence. *Eur Radiol* 29, 2185–2195 (2019). <https://doi.org/10.1007/s00330-018-5810-7>
- Groenewald, Annemari. (2017). Design of a universal phantom for quality assurance in diagnostic radiology x-ray imaging. 10.13140/RG.2.2.13548.00645.
- [4] Chetih, Nabil; Messali, Zoubeida (2015), 3rd International Conference on Control, Engineering & Information Technology (CEIT) - Tomographic image reconstruction using filtered back projection (FBP) and algebraic reconstruction technique (ART), doi:10.1109/ceit.2015.7233031
- [5] <https://astra-toolbox.com/index.html> [Pristupljeno: ožujak i travanj 2022.]
- [6] Andersen, A.H. (1989). Algebraic reconstruction in CT from limited views. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 8(1), 50–55. doi:10.1109/42.20361
- [7] Zhang, Shunli & Zhang, Dinghua & Gong, Hao & Ghasemalizadeh, Omid & Wang, Ge & Cao, Guohua. (2014). Fast and accurate computation of system matrix for area integral model-based algebraic reconstruction technique. *Optical Engineering*. 53. 113101. 10.1117/1.OE.53.11.113101.
- [8] A. C. Kak and Malcolm Slaney, *Principles of Computerized Tomographic Imaging*, IEEE Press, 1988.
- [9] Ria Aprilliyani, Rian Gilang Prabowo, and Basari , "On the performance of SART and ART algorithms for microwave imaging", *AIP Conference Proceedings* 1933, 040010 (2018) <https://doi.org/10.1063/1.5023980>
- [10] Scales, John A. (1987). Tomographic inversion via the conjugate gradient method. *GEOPHYSICS*, 52(2), 179–185. doi:10.1190/1.1442293
- [11] Micieli, D.; Minniti, T.; Formoso, V.; Kockelmann, W.; Gorini, G. (2018). A comparative study of reconstruction methods applied to Neutron Tomography. *Journal of Instrumentation*, 13(6), C06006–C06006. doi:10.1088/1748-0221/13/06/C06006

- [12] Van Aarle, Wim; Palenstijn, Willem Jan; De Beenhouwer, Jan; Altantzis, Thomas; Bals, Sara; Batenburg, K. Joost; Sijbers, Jan (2015). *The ASTRA Toolbox: A platform for advanced algorithm development in electron tomography*. *Ultramicroscopy*, 157(), 35–47. doi:10.1016/j.ultramic.2015.05.002
- [13] Rodić D., Utjecaj mase uzorka i temperature izvora zračenja na točnost CT uređaja, Završni rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje; 2019. <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:881964>