

Modeliranje toplinskog otpora toplinski vodljive paste

Vodopija, Igor

Undergraduate thesis / Završni rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:818358>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-18**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Igor Vodopija

ZAGREB, 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

MODELIRANJE TOPLINSKOG OTPORA TOPLINSKI VODLJIVE PASTE

Mentor:
izv. prof. dr. sc. Nenad Ferdelji

Student:
Igor Vodopija

ZAGREB, 2022.

Zahvaljujem se izv.prof.dr.sc. Nenadu Ferdeljiju na svom predanom znanju, strpljenju i brojnim diskusijama koje su mi pomogle napraviti ovaj rad. Također, zahvaljujem se svojem prijatelju Lovri Matoševiću sa Fakulteta Elektrotehnike i Računarstva na svojoj pomoći oko pisanja samog koda. Na kraju, zahvaljujem se svojoj obitelji na strpljenju i podršci tokom pisanja samog rada.

Izjava

Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, veljača 2022.

Igor Vodopija



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija strojarstva za smjerove.

Procesno-energetski, konstrukcijski, inženjersko modeliranje i računalne simulacije i brodostrojarški

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 – 04 / 22 – 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 22 -	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Igor Vodopija**

JMBAG: **0035214301**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Model toplinskog otpora toplinski vodljive paste**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Thermal resistance model of thermal paste**

Opis zadatka:

Jedan od načina intenziviranja mehanizma provođenja topline kroz toplinski slabo vodljive materijale je upotreba aditiva sa značajno većom toplinskom provodnošću. Iako takav postupak ima široku primjenu u različitim granama industrije, gotovo je nezaobilazan u postupku proizvodnje toplinski vodljive paste koja se koristi za smanjenje toplinskog otpora pri kontaktu dviju metalnih površina.

U ovom radu valja analizirati utjecaj dodavanja različitih aditiva na toplinsku provodnost termalne paste za poboljšanje hlađenja poluvodičkih elemenata. Materijal paste može biti na bazi epoksida, silikona, poliuretana, akrilata i dr., dok su najčešći aditivi koji se koriste u takvim sustavima ZnO, Al₂O₃, AlN, BN, srebro i grafit.

Za barem dva različita materijala paste i barem tri različita aditiva u radu je potrebno analizirati i usporediti efektivne toplinske provodnosti u zadanim rasponima parametara:

- efektivna debljina paste: 0,05 mm – 0,3 mm
- srednja veličina čestica aditiva: 3 μm – 50 μm
- maseni udio aditiva: 30 % - 80 %

Zbog utjecaja aditiva na širenje temperaturnog polja potrebno je odabrati 2D model provođenja topline pri čemu je dopušteno dimenzije modela prilagoditi svakom pojedinom slučaju. Raspored aditiva u materijalu paste može se pretpostaviti nasumičnim.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2021.

Datum predaje rada:

1. rok: 24. 2. 2022.
2. rok (izvanredni): 6. 7. 2022.
3. rok: 22. 9. 2022.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 28. 2. – 4. 3. 2022.
2. rok (izvanredni): 8. 7. 2022.
3. rok: 26. 9. – 30. 9. 2022.

Zadatak zadao:

Izv. prof. dr. sc. Nenad Ferdelji

Predsjednik Povjerenstva:

V Soldo
Prof. dr. sc. Vladimir Soldo

Sadržaj

Sadržaj	v
Popis slika	vii
Popis tablica	x
Popis oznaka	xiii
Sažetak	xvi
Summary	xvii
1. Uvod	1
1.1. Termalne paste	1
1.2. Računalne simulacije	3
2. Teorijske osnove	6
2.1. Opis modela	6
2.1.1. Metoda konačnih volumena	8
2.1.2. Rubni uvjeti	16
2.1.3. Pristup rješavanju algebarskog sustava jednažbi	19
2.2. Detalji modela	22
2.2.1. Razrada	25

3. Rezultati	29
3.1. Čiste termalne paste vrste MGS A300 i MGS C200	30
3.2. MGS A300/ZnO - veličina čestice 43.1807 μm (varijacija masenih udjela)	33
3.3. MGS A300/AlN i MGS A300/ZnO - veličina čestice 43.1807 μm (varijacija vrsti uključina)	37
3.4. MGS A300/AlN - veličina čestice 43.1807 μm (varijacija masenih udjela)	42
3.5. MGS A300/AlN i MGS A300/ZnO - veličina čestice 43.1807 μm (simetrična postavka uključina sa istim brojem čestica)	48
3.6. MGS A300/AlN - iste uključine (varijacija veličina čestica)	52
3.7. MGS A300/AlN i MGS A300/ZnO - ovisnosti λ_{ef} o masenim udjelima ξ_{uklj}	58
4. Zaključak	70
Literatura	71

Popis slika

1.1	Primjer nanošenja toplinske paste na procesor [1]	2
1.2	Shematski opis metodologije pri rješavanju problema numeričkim pristupom [2]	4
2.1	Shematski prikaz područja zone zavisnosti i zone utjecaja na sadašnji vremenski trenutak u $x - t$ ravnini [2]	8
2.2	Shematski prikaz glavnog čvora (označenog točkom C) poopćenog konačnog volumena sa svojim susjednim čvorovima [3]	9
2.3	Shematski prikaz glavnog čvora (označenog točkom P) konačnog volumena oblika kvadra sa svojim susjednim čvorovima [2]	9
2.4	Shematski prikaz dodira dva susjedna konačna volumena [2]	10
2.5	Prikaz temperaturne ovisnosti o vremenu za 3 različita težinska faktora [4]	14
2.6	Shematski prikaz konačnog volumena na rubu domene sa Dirichletovim rubnim uvjetom [5]	17
2.7	Shematski prikaz konačnog volumena na rubu domene sa Von Neumanovim rubnim uvjetom [5]	18
2.8	Prikaz kotirane geometrije termalne paste u SolidWorks-u	22
2.9	Prikaz diskretizirane mreže u 10000 konačnih volumena	23
2.10	Prikaz 4 Dirichletova nesimetrična rubna uvjeta	27
2.11	Prikaz 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta	28
3.1	Usporedbeni prikaz temperaturnih polja čistih pasti MGS A300 i MGS C200 pri 4 Dirichletova rubna uvjeta	31

3.2	Usporedbeni prikaz temperaturnih polja čistih pasti MGS A300 i MGS C200 pri 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta	32
3.3	Usporedbeni prikaz raspodjela uključina smjese MGS A300/ZnO sa različitim masenim udjelima	34
3.4	Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/ZnO sa različitim masenim udjelima	35
3.5	Prikaz polja razlike temperatura pri $\xi_{ZnO} = 50.38 \%$ i $\xi_{ZnO} = 70 \%$	36
3.6	Usporedbeni prikaz raspodjela uključina smjese MGS A300/ZnO i smjese MGS A300/AlN sa istim masenim udjelom $\xi_{uklj} = 30 \%$	38
3.7	Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjesa MGS A300/ZnO i MGS A300/AlN sa istim masenim udjelom $\xi_{uklj} = 30 \%$	39
3.8	Usporedbeni prikaz ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene smjesa MGS A300/ZnO i MGS A300/AlN sa istim masenim udjelom $\xi_{uklj} = 30 \%$	40
3.9	Usporedbeni prikaz raspodjela uključina smjese MGS A300/AlN sa različitim masenim udjelima	43
3.10	Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/AlN sa različitim masenim udjelima	44
3.11	Prikaz polja razlike temperatura pri $\xi_{AlN} = 20 \%$ i $\xi_{AlN} = 80 \%$	45
3.12	Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/AlN sa različitim masenim udjelima - 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta	46
3.13	Usporedbeni prikaz ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene smjese MGS A300/AlN pri različitim masenim udjelima	47
3.14	Prikaz raspodjele uključina u smjesi sa $\xi_{AlN} = 14.58 \%$ i $\xi_{AlN} = 22.73 \%$	49
3.15	Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/AlN i MGS A300/ZnO pri simetričnom postavljanju - 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta	50
3.16	Usporedbeni prikaz ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene smjesa MGS A300/ZnO i MGS A300/AlN pri simetričnom postavljanju uključina	51
3.17	Usporedbeni prikaz raspodjela uključina smjese MGS A300/AlN sa $d_{ek} = 43.1807 \mu m$ i $d_{ek} = 68.5451 \mu m$	54
3.18	Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/AlN pri različitim veličinama čestica - 4 Dirichletova rubna uvjeta	55

3.19	Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/AlN pri različitim veličinama čestica - 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta	56
3.20	Usporedbeni prikaz ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene smjese MGS A300/AlN pri različitim veličinama čestica	57
3.21	Prikaz ovisnosti efektivne toplinske provodnosti o masenom udjelu uključina u smjesi sa MGS A300	68

Popis tablica

2.1	Prikaz vrsta termalnih pasti korištenih u simulacijama sa njihovim svojstvima [6]	24
2.2	Prikaz vrsta uključina korištenih u simulacijama sa njihovim svojstvima	25
2.3	Prikaz svih smjesa korištenih u proračunu sa vrijednostima srednjih toplinskih voljivosti λ_m	26
3.1	Tablični prikaz ovisnosti broja uključina o masenom udjelu smjese MGS A300/ZnO	33
3.2	Tablični prikaz ovisnosti broja uključina o vrsti smjese pri istom masenom udjelu	37
3.3	Prikaz vrijednosti stacionarnog toplinskog toka Φ_{stac} i efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} za MGS A300/ZnO, MGS A300/AlN, MGS C200/ZnO i MGS C200/AlN	41
3.4	Tablični prikaz ovisnosti broja uključina o masenom udjelu smjese MGS A300/AlN	42
3.5	Prikaz vrijednosti stacionarnog toplinskog toka Φ_{stac} i efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} za smjese MGS A300/AlN, MGS A300/ZnO, MGS C200/ZnO i MGS C200/AlN pri različitim masenim udjelima	48
3.6	Prikaz vrijednosti stacionarnog toplinskog toka Φ_{stac} i efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} za MGS A300/ZnO i MGS A300/AlN pri simetričnoj postavci uključina	52
3.7	Prikaz ovisnosti masenih udjela o ekvivalentnom promjeru čestica d_{ek}	53

3.8	Prikaz vrijednosti stacionarnog toplinskog toka Φ_{stac} i efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} za MGS A300/ZnO, MGS A300/AlN, MGS C200/AlN i MGS C200/ZnO pri različitoj veličini čestica	58
3.9	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 10\%$ kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300	59
3.10	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 10.7\%$ za ZnO u smjesi sa MGS A300	59
3.11	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 20\%$ za AlN u smjesi sa MGS A300	60
3.12	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 21.24\%$ za ZnO u smjesi sa MGS A300	60
3.13	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 30\%$ za AlN u smjesi sa MGS A300	61
3.14	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 31.59\%$ kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300	61
3.15	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 40\%$ kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300	62
3.16	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 41.8\%$ kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300	62
3.17	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 50\%$ kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300	63
3.18	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 51.86\%$ kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300	63
3.19	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 60\%$ kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300	64

3.20	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 61.77$ % kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300	64
3.21	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 70$ % kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300	65
3.22	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 71.57$ % kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300	65
3.23	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 80$ % kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300	66
3.24	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 81.16$ % kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300	66
3.25	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 90$ % kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300	67
3.26	Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 90.67$ % kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300	67

Popis oznaka

Γ	intenzitet difuzije, [m ² /s]	7
ΔV	volumen konačnog volumena, [m ³]	9
$\Delta \mathcal{J}_n^C$	ukupni protok fizikalne veličine kroz površinu promatranog volumena	11
$\Delta \mathcal{J}_n^N$	ukupni protok fizikalne veličine kroz površinu susjednog volumena	11
Δt	vremenski pomak, [s]	14
Δx	prostorni pomak u x-smjeru, [m]	14
Δy	prostorni pomak u y-smjeru, [m]	14
Φ_{stac}	stacionarni toplinski tok pri adijabatskim rubnim uvjetima, [W]	28
α	koeficijent konvektivnog prijenosa topline, [W/m ² K]	19
$(\delta x)_w$	udaljenost između težišnog čvora i težišnog čvora zapadnog susjeda, [m]	15
δ	debljina termalne paste, [m]	28
$(\delta y)_n$	udaljenost između težišnog čvora i težišnog čvora sjevernog susjeda, [m]	15
$(\delta x)_e$	udaljenost između težišnog čvora i težišnog čvora istočnog susjeda, [m]	15
$(\delta y)_s$	udaljenost između težišnog čvora i težišnog čvora južnog susjeda, [m]	15
ε	uvjet konvergencije	21
λ	toplinska provodnost, [W/mK]	7
λ_P	toplinska provodnost promatranog konačnog volumena, [W/mK]	12
λ_e	toplinska provodnost istočnog konačnog volumena, [W/mK]	15
λ_{ef}	efektivna toplinska provodnost, [W/mK]	28
λ_m	srednja toplinska provodnost između težišnih čvorova dva susjedna konačna volumena, [W/mK]	16
λ_n	toplinska provodnost sjevernog konačnog volumena, [W/mK]	15

λ_s	toplinska provodnost južnog konačnog volumena, [W/mK]	15
λ_w	toplinska provodnost zapadnog konačnog volumena, [W/mK]	15
ξ_{AlN}	maseni udio aluminijevog nitrida u smjesi [kg/kg]	37
ξ_{ZnO}	maseni udio cinkovog oksida u smjesi [kg/kg]	37
ρ	gustoća, [kg/m ³]	6
ρ_P	gustoća unutar promatranog konačnog volumena, [kg/m ³]	12
ϑ	temperatura, [°C]	7
ϑ_0	temperatura u početnom vremenskom trenutku, [°C]	27
ϑ_{Desno}	temperatura na desnom rubu domene pri Dirichletovom rubnom uvjetu, [°C]	30
ϑ_{Dolje}	temperatura na donjem rubu domene pri Dirichletovom rubnom uvjetu, [°C]	30
ϑ_E	temperatura težišnog čvora istočnog susjednog konačnog volumena, [°C] . . .	14
ϑ_{Gore}	temperatura na gornjem rubu domene pri Dirichletovom rubnom uvjetu, [°C]	30
ϑ_{Lijevo}	temperatura na lijevom rubu domene pri Dirichletovom rubnom uvjetu, [°C]	30
ϑ_N	temperatura težišnog čvora sjevernog susjednog konačnog volumena, [°C] . .	14
ϑ_P	temperatura težišnog čvora promatranog konačnog volumena, [°C]	14
ϑ_P^0	temperatura težišnog čvora promatranog konačnog volumena u prijašnjem vremenskom trenutku, [°C]	14
ϑ_S	temperatura težišnog čvora južnog susjednog konačnog volumena, [°C]	14
ϑ_P	temperatura težišnog čvora zapadnog susjednog konačnog volumena, [°C] . .	14
ϑ_v	temperatura na rubu domene pri Dirichletovom rubnom uvjetu, [°C]	17
ϑ_∞	temperatura fluida pri mješovitom rubnom uvjetu, [°C]	19
φ	fizikalna veličina	7
φ_n	fizikalna veličina na površini granice dva susjedna konačna volumena	11
B	širina termalne paste, [m]	28
L	duljina termalne paste, [m]	28
V_{uklj}	volumen pojedine uključine, [m ³]	25
a_D	koeficijent uz temperaturu na rubu pri Dirichletovom rubnom uvjetu, [W/K]	17
a_E	koeficijent uz temperaturu težišnog čvora istočnog konačnog volumena, [W/K]	15
a_N	koeficijent uz temperaturu težišnog čvora sjevernog konačnog volumena, [W/K]	15
a_P^0	koeficijent uz temperaturu u prijašnjem vremenskom trenutku težišnog čvora promatranog konačnog volumena, [W/K]	15

a_P	koeficijent uz temperaturu težišnog čvora promatranog konačnog volumena, [W/K] 15	
a_R	koeficijent iz Robinovog mješovitog rubnog uvjeta, [W/K]	19
a_S	koeficijent uz temperaturu težišnog čvora južnog konačnog volumena, [W/K]	15
a_W	koeficijent uz temperaturu težišnog čvora zapadnog konačnog volumena, [W/K] 15	
b	slobodni član u energetske algebarske jednadžbi, [W]	15
b_D	slobodni član u energetske algebarske jednadžbi pri Dirichletovom rubnom uvjetu, [W]	17
b_R	slobodni član u energetske algebarske jednadžbi pri mješovitom rubnom uvjetu, [W]	19
b_q	slobodni član u energetske algebarske jednadžbi pri Neumannovom rubnom uvjetu, [W]	18
c	specifični toplinski kapacitet, [J/kgK]	7
d_{ekv}	ekvivalentni promjer, [m]	25
m_{kv}	masa konačnog volumena, [kg]	30
m_{paste}	masa konačnog volumena popunjenog termalnom pastom, [kg]	24
m_{uklj}	masa konačnog volumena popunjenog uključinom, [kg]	24
q	gustoća toplinskog toka, [W/m ²]	18
t	proizvoljni vremenski trenutak, [s]	30
t_0	početni vremenski trenutak, [s]	11
v_j	vektor brzine, [m/s]	7

Sažetak

U ovome radu zadatak je odrediti i usporediti toplinske otpore same smjese toplinski vodljive (termalne) paste i određenih dodanih uključina. Određivanje i usporedba samih otpora različitih materijala (same paste i dodanih uključina) dobit će se pomoću simulacija nestacionarnih 2D temperaturnih polja samih smjesa. Sam rješavač diskretiziranih parcijalnih diferencijalnih jednadžbi počivat će na metodi konačnih volumena. U radu nije korišten komercijalni program. Umjesto toga napravljen je Python kod koji rješava algebarski sustav diskretiziranih jednadžbi. Rješenje samog (diskretiziranog) sustava algebarskih jednadžbi dat će podatke o temperaturama središnjih čvorova konačnih volumena. U radu će biti uspoređene kombinacije različitih materijala, dimenzija te rubnih uvjeta.

Ključne riječi: nestacionarna kondukcija, toplinska provodnost, metoda konačnih volumena, toplinski otpor

Summary

In this paper, the task is to determine and compare the thermal resistances of the mixture of thermally conductive (thermal) paste and certain added inclusions. Determination and comparison of the self-resistances of different materials (pastes themselves and added inclusions) will be obtained by simulating non-stationary 2D temperature fields of the mixtures themselves. The solution of discretized partial differential equations will be based on the finite volumes method. In this thesis there wasn't any use of commercial program that solves an algebraic system of discretized equations. Instead a Python code was made which serves the purpose. The solution of the (discretized) system of algebraic equations will give data on the temperatures of the central nodes of finite volumes. The paper will compare combinations of different materials, dimensions and boundary conditions..

Keywords: nonstationary conduction, thermal conductivity, finite volumes method, thermal resistance

1 | Uvod

1.1. Termalne paste

Svaki metal ima svojstvo vođenja elektrona (tzv. električna vodljivost). Tvari koje imaju visok iznos električne vodljivosti nazivamo električnim vodičima dok, suprotno tome, materijali koji imaju nizak iznos električne vodljivosti nazivamo električnim izolatorima. Analogno tome, materijali imaju svojstvo toplinske vodljivosti. Zrak je dielektrik. On, kao i svaki plin, slabo provodi toplinu. S obzirom da razvojem elektronike dolazi do izuma novih komponenata, raste i sama potreba za njihovim hlađenjem. U samome se procesoru računala tijekom aktivnog računanja razvijaju gubitci koji se manifestiraju kroz toplinski tok koji zagrijava samu jedinicu. Toplino iz procesora preuzima metalni poklopac. Toplino se zatim prenosi na hladnjak pomoću kojeg prelazi u sam okoliš [7]. Kako bi se povećao intenzitet odvođenja toplino, obično se koriste ventilatori za upuhivanje ili usisavanje hladnog zraka u hladnjak. Hladnjak je često orebren zbog lošeg koeficijenta konvektivnog prijenosa toplino na strani zraka. S obzirom da svaka površina nije idealno glatka, već na njoj postoje neravnine gdje hrapavost, naravno, ovisi o kvaliteti obrade površino, dodir same dvije površino nije idealan već postoje mjesta između površino ispunjena zrakom. Što je ta površina poklopca čipa i hladnjaka manje ujednačena, to je veći zračni jastuk između njih a time i lošiji prijenos toplino odnosno povećava se tzv. toplinski otpor prijenosu toplino.

Za uklanjanje zračnog jastuka između procesora i hladnjaka potrebna je toplinska pasta. U pravilu ne bi trebala biti električni vodič, no postoje termalne paste sa izraženom električnom vodljivošću (tzv. „tekući metal“) ili termalne paste s dodatkom metalnih čestica. Za razliku od toplinskog ljepila, svrha termalne paste ne leži

u povećanju čvrstoće spoja hladnjaka i procesora. Od termalne paste obično se mora znati nekoliko osnovnih kemijskih karakteristika poput testa električne vodljivosti, testa otrovnosti bez kojeg može doći do oštećenja ljudske kože ili oštećenja same površine na koju se pasta nanosi te testa kvalitete samog materijala. Primjer premaza same toplinske paste na procesor nalazi se na slici 1.1.



Slika 1.1: Primjer nanošenja toplinske paste na procesor [1]

Uz navedene kemijske karakteristike, potrebno je obratiti pozornost na samu viskoznost i gustoću termalne paste. Naime, te karakteristike pokazuju koliki je kapacitet vezanja samih čestica te kolika je masa same paste. Pasta ne smije biti pretanka jer će tada postat poput vode ili tekućeg metala. Kada je riječ o odabiru termalne paste, njene osnovne karakteristike trebale bi biti sljedeće:

- Dobra toplinska provodnost λ
- Dovoljno velik vijek trajanja kako se pasta ne bi stvrdnula odmah kad bi se nanijela te time izgubila svoju primarnu svrhu
- Otpornost visokim temperaturama (sprječavanje potencijalnog isparavanja paste)

- Niski iznos linearnih i volumnih koeficijenata toplinske dilatacije radi prevencije potencijalnog naprezanja između komponenti

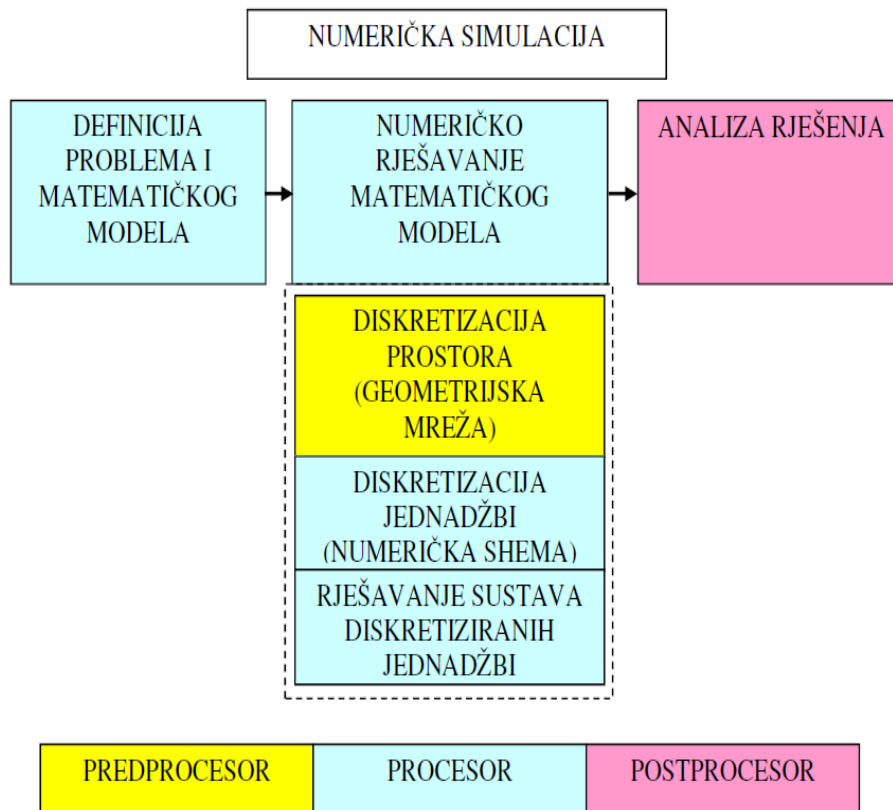
Sastav termalne paste očituje se sljedećim elementima:

- Tekuća matrica (mogućnost polimerizacije): to je baza paste, što je čini tekućom tvari (takvi se gelovi najčešće temelje na silikonima, akrilatima te epoksidnim smolama)
- Uključine: čine 70 - 80 % termalne paste. Najčešće su na bazi cinkovog oksida, borovog nitrida ili aluminijska [8]

1.2. Računalne simulacije

S obzirom da se većina inženjerskih problema ne može riješiti korištenjem jednadžbi dobivenih analitičkim izvodima kod kojeg bi rješenje bilo egzaktne prirode jer često opis istih počiva na nelinearnim parcijalnim diferencijalnim jednadžbama za koje ne postoji analitičko rješenje potrebno je pristupiti drugim načinima. Kad bismo znali analitičko rješenje, mogli bismo vršiti parametarsku analizu samog problema te time odrediti optimalne iznose parametara koji su potrebni za rješavanje problema. Jedan od alternativnih načina jest eksperimentalni pristup. Jedna od najvećih razlika između analitičkog rješenja i eksperimentalnog pristupa leži u nemogućnosti dobivanja slike o potpunom polju same fizikalne veličine kod eksperimentalnog pristupa. Ako se želi dobiti puniju sliku o samom polju promatrane fizikalne veličine, potrebno je mjeriti vrijednosti u različitim točkama proračunske domene. Uz to, potrebno je varirati pojedine parametre kod mjerenja kako bi se vidio njihov utjecaj na samo polje. Ako postoji analitičko rješenje, ono već u sebi sadrži sve relevantne parametre. Ono što najviše utječe na same rezultate eksperimentalnog pristupa (mjerenja) su sama točnost mjernih aparata te njihova pouzdanost gdje njihova cijena raste sa njihovom točnošću. Za dobivanje relativno točne slike o samom polju, nužno je imati veoma kontrolirane uvjete u samome prostoru mjerenja [2].

Radi toga u današnje vrijeme, zbog samog razvoja računala, uveden je dodatan pristup rješavanju problema, tzv. numerički pristup. Sam se pristup zasniva na numeričkoj diskretizaciji parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. Na slici 1.2 prikazana je metodologija rješavanja zadanog problema putem numeričkog pristupa.



Slika 1.2: Shematski opis metodologije pri rješavanju problema numeričkim pristupom [2]

Kako bi se uopće pristupilo samom problemu, prvotno ga je potrebno definirati (engl. pre - processing) te napraviti matematički model. Za provjeru primjenjivosti modela potrebno je ispitati kriterije primjenjivosti samog modela da se vidi može li se takav model koristiti. Nakon toga potrebno je konkretan prostor diskretizirati, odnosno podijeliti ga u geometrijsku mrežu koja ne mora nužno biti načinjena od pravilnih oblika te, adekvatno tome, potrebno je diskretizirati same jednadžbe kojima je opisan naredni problem. Jednadžbe se diskretiziraju pomoću numeričkih metoda poput metode konačnih razlika (diferencija), metode konačnih volumena ili metode konačnih elemenata. Uz samu diskretizaciju jednadžbi, potrebno je imati na umu koji će se početni i rubni uvjeti odabrati u diskretiziranom sustavu jednadžbi. Kad je sve definirano, pristupa se rješavaču samog sustava jednadžbi koji se bavi zadanim područjem. Ako se problem bavi čvrstoćom konstrukcija, postoje komercijalni programi poput Abaqus-a koji se bave rješavanjem

takvih problema ili ako je problem strujno - toplinske prirode, postoje komercijalni programi poput FLUENT-a, STAR - CCM +-a ili OpenFOAM-a koji rješavaju probleme povezane sa računalnom dinamikom fluida. Nije nužno potrebno koristiti komercijalni rješavač jer licence često podosta koštaju, već osoba može sama napraviti svoj rješavač (koristeći C++, Python ili Matlab). Ovisno o prirodi difrencijalnih jednadžbi rezultati diskretizacije mogu biti linearni ili nelinearni sustavi jednadžbi. Nelinearni sustavi jednadžbi morat će se rješavati nekim od iterativnih postupaka (Jacobijeva metoda ili Gauss - Seidelova metoda). Na kraju, kad je riješen sustav jednadžbi, pristupa se prikazu rješenja (engl. post - processing). Prikaz rješenja često je predodčen poljem (mogu biti skalarna, vektorska ili tenzorska) fizikalne veličine. Na temelju polja mogu se vidjeti maksimumi i minimumi vrijednosti fizikalnih veličina te mjesta na kojim oni obitavaju. Često programi nude mogućnost računanja protoka skalarnih ili vektorskih veličina kroz granice rubova domene što može biti od velike važnosti [2].

2 | Teorijske osnove

Zadani problem rješavat će se metodom konačnih volumena. U narednim potpoglavljima bit će detaljno opisani i razrađeni postupci same diskretizacije geometrijske mreže, diskretizacije parcijalnih diferencijalnih jednačbi te opisa problema na diferencijalnoj razini. S obzirom da se u problemu javlja pojam anizotropnosti materijala, bit će potrebno uzeti to u obzir. Uz to, bit će naveden svaki materijal sa svojim svojstvima koji će se koristiti u analizama. Rezultat proračuna davat će informaciju o temperaturnom polju unutar proračunske domene. Kao što je u zadatku navedeno, koristit će se 2D model nestacionarnog temperaturnog polja u kojem je prijenos topline izričito difuzijskog mehanizma odnosno kondukcijskog mehanizma.

2.1. Opis modela

Prije razrade metodologije diskretizacije potrebno je prikazati jednačbu koja će se diskretizirati. S obzirom da je domena relativno velika, dovoljno je dobro pretpostaviti pojam kontinuuma. Kontinuum je prostor bez diskretne strukture gdje ne postoji međumolekularni prostor između materije (neprekidnost). Primjerice u kontinuumu gustoća bi bilo definirana relacijom (2.1).

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \quad (2.1)$$

Također, potrebno je uvesti pojam lokalne ravnoteže kod kojeg svaka čestica prostorne domene stoji u ravnoteži sa susjednim česticama. Pojam lokalne ravnoteže daje mogućnost primjene diferencijalnih jednačbi za bilo koju česticu prostora, odnosno daje

moгуćnost korištenja neprekinutih funkcija. Tako, svaka čestica prostora termalne paste stoji u ravnoteži sa svojim susjedima te je za istu moguće napisati zakone očuvanja na infinitezimalnoj razini[9]. Da bi se dobila informacija o temperaturnom polju domene, odnosno da bi se znala temperatura svake točke u proračunskom prostoru, nužno je postaviti zakon očuvanja energije u diferencijalnom obliku kako bi se u svakoj točki prostora znala vrijednost temperature. Kontinuirana raspodjela vrijednosti veličine duž cijele proračunske domene daje jasan pregled polja.

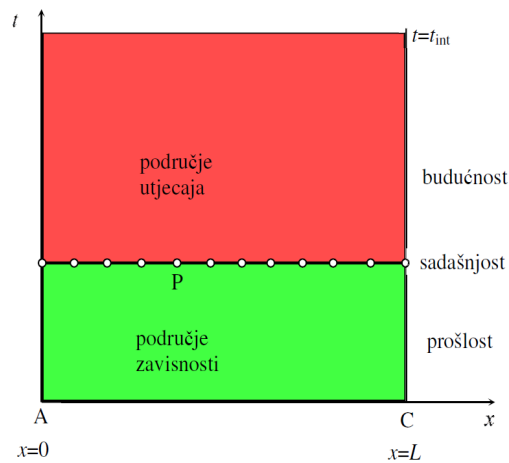
Opća konvekcijsko - difuzijska jednadžba za točku kontinuuma zapisana je relacijom (2.2) u indeksnom zapisu gdje je φ fizikalna veličina koja se promatra. Njome su opisani poznati zakoni očuvanja [2]. Jednadžba se koristi za formulaciju zakona očuvanja energije u ovom slučaju te se iz nje mogu izvesti jednadžbe koje su relevantne za promatrani problem.

$$\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} - \Gamma \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_j} = S_\varphi \quad (2.2)$$

Prvi član u relaciji (2.2) označuje vremensku promjenu (nestacionarni član) fizikalne veličine. Drugi član označuje konvekcijski tok fizikalne veličine, dok treći označuje difuzijski tok. Desna strana jednadžbe (2.2) označuje izvorski član. Izvorski je član u zakonu očuvanja mase jednak nuli dok je u zakonu očuvanja količine gibanja jednak sumi sila na promatranu česticu. Zakon očuvanja energije, koji je izveden iz opće konvekcijsko - difuzijske jednadžbe, gdje postoji samo kondukcijski mehanizam nestacionarnog prijenosa topline za 2D slučaj (x i y) bez izvora i ponora opisan je relacijom (2.3).

$$\rho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) \quad (2.3)$$

Jednadžba (2.3) tipična je parabolična parcijalno diferencijalna jednadžba u kojoj vremenska koordinata ima paraboličan karakter. Iz same prirode jednadžbe može se zaključiti da vrijednost temperature ϑ ima svoju zonu zavisnosti i zonu utjecaja. To znači da vrijednost temperature u trenutku u kojem se promatra može imati utjecaj jedino na nadolazeće vremenske trenutke. Time su budući vremenski trenutci zona utjecaja. Suprotno tome, na vrijednost temperature ϑ u promatranom vremenskom trenutku jedino što može utjecati jesu temperature u prošlim vremenskim trenucima [2]. Na slici 2.1 shematski su prikazani odnosi zone utjecaja i zone zavisnosti na trenutni vremenski trenutak za 1D nestacionarnu kondukciju (situacija je analogna za 2D sustav).

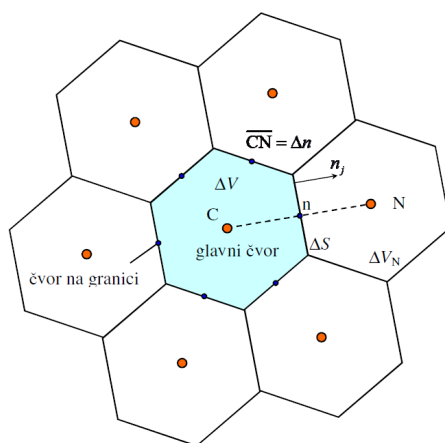


Slika 2.1: Shematski prikaz područja zone zavisnosti i zone utjecaja na sadašnji vremenski trenutak u $x - t$ ravnini [2]

Na slici 2.1 $t = t_{int}$ označuje krajnji vremenski trenutak do kojeg ide proračun. Točka P proizvoljna je točka prostorne domene u trenutnom vremenskom trenutku.

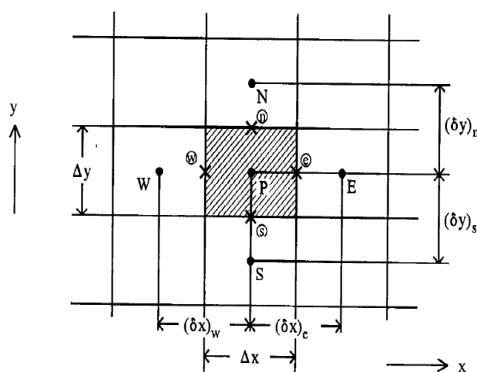
2.1.1. Metoda konačnih volumena

Pristup problemu nestacionarne 2D kondukcije može se riješiti, uz metodu konačnih razlika, koristeći metodu konačnih volumena. Glavna se ideja metode zasniva na podjeli odabrane geometrije na konačan broj volumena koji ne moraju biti, u općem smislu, jednakih oblika. S obzirom da volumeni imaju konačne dimenzije, unutar svakog nalazit će se beskonačan broj čestica kontinuuma. Primjenom metode konačnih volumena dolazi do prelaska beskonačno malih dimenzija u konačnu vrijednost. U ovom problemu koristit će se najjednostavniji oblik konačnog volumena, kvadri oblika $\Delta x \times \Delta y \times \delta$. Prikaz poopćenog konačnog volumena sa svojim susjedima može se vidjeti na slici 2.2.



Slika 2.2: Shematski prikaz glavnog čvora (označenog točkom C) poopćenog konačnog volumena sa svojim susjednim čvorovima [3]

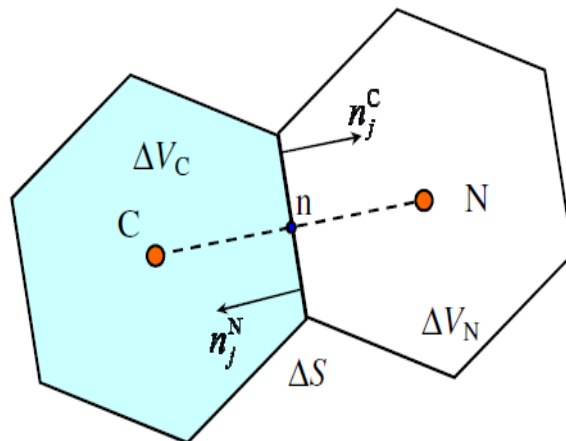
Kao što se vidi na slici 2.2 promatrani konačni volumen ΔV odijeljen je granicom sa svakim od susjednih volumena. Svaka granica definirana je vanjskom normalom n_j na površini ΔS . Između dva susjedna glavna čvora postoji čvor na granici. Duljina \overline{CN} spaja glavni čvor sa susjednim glavnim čvorom. Oblici volumena ovise o prirodi samog problema. U nekim slučajevima koriste se heksagonski elementi jer bolje opisuju polje nego obični tetrahedralni elementi. Ako bi volumeni bili oblika kvadra, prikaz odnosa glavnog (promatranog) volumena sa svojim susjedima može se vidjeti na slici 2.3.



Slika 2.3: Shematski prikaz glavnog čvora (označenog točkom P) konačnog volumena oblika kvadra sa svojim susjednim čvorovima [2]

Središte glavnog (osjenčanog) konačnog volumena označeno je točkom P (glavni čvor). Volumen ima 4 susjeda pri čemu nomenklatura svakog prati strane svijeta. Glavni čvor susjeda iznad označuje se sa N (engl. North), susjeda ispod S (engl. South), susjeda desno E (engl. East) te susjeda lijevo W (engl. West). Inače, mogu se koristiti indeksi i i j te bi svaki susjed imao pomak za ± 1 u i - smjeru ili j - smjeru ovisno kako je koordinatni sustav postavljen. Također, udaljenosti između glavnog čvora i susjednog glavnog čvora označuju se, ako je x - smjer, sa δx , a ako je y - smjer, sa δy . Uz to, pišu se indeksi ovisno na kojoj je strani postavljen susjedni volumen. Konkretno, u ovom problemu pretpostavit će se da je temperaturno polje uniformno po z - koordinati (debljini δ) pa se ta dimenzija neće uzimati u obzir.

Sada kad je pojam konačnog volumena objašnjen, može se pristupiti postupku diskretizacije parcijalnih diferencijalnih jednadžbi. Jedno od svojstava konačnih volumena jest konzervativnost. Pri integriranju zakona očuvanja nad konačnim volumenom podrazumijeva se svojstvo očuvanosti. Ako bismo primjenili tu tezu nad zakonom očuvanja energije, jasno se nalaze da energija u pojedinim volumenima ne može nastajati ni nestajati. To znači da fizikalna veličina koja protječe kroz dodirnu površinu ΔS dva susjedna konačna volumena mora biti jednakog iznosa, a različitih predznaka (ovisno za koji konačni volumen gledamo). Detaljniji opis predočen je slikom 2.4. Takva je teza zgodna jer se može primjeniti i na grubljim geometrijskim mrežama.



Slika 2.4: Shematski prikaz dodira dva susjedna konačna volumena [2]

Ako se ukupni protok fizikalne veličine φ , gdje je u ovom slučaju φ temperatura ϑ

dok se ukupni protok manifestira kao ukupni energetski tok kroz graničnu površinu, koji prolazi kroz površinu φ i ulazi u susjedni konačni volumen glavnog čvora N ΔV_N označi sa $\Delta \mathcal{J}_n^N$ a protok koji ulazi u osjenčani konačni volumen glavnog čvora C ΔV_C označi sa $\Delta \mathcal{J}_n^C$ svojstvo konzervativnosti može se opisati relacijom (2.4) zapisanoj u indeksnoj notaciji. Prvi član ukupnog protoka fizikalne veličine (u općem smislu) označuje protok fizikalne veličine uslijed konvekcije (tzv. jačina konvekcije) dok drugi član označuje protok fizikalne veličine uslijed difuzije. Kao što je rečeno, u relaciji (2.4) lijepo se vidi kako su ukupni protoci jednakih iznosa, a različitih predznaka. To svojstvo postoji ako vrijedi da su normale dodirne površine ΔS n_j^N i n_j^C suprotnih predznaka, a jednakih iznosa [2].

$$\Delta \mathcal{J}_n^N = F_n^N \varphi_n - D_n \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \right|_n^N = (-F_n^C) \varphi_n - D_n \left[- \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \right|_n^C \right] = -\Delta \mathcal{J}_n^C \quad (2.4)$$

Korištenjem metode konačnih volumena zakoni očuvanja zapisani na diferencijalnoj razini za točku prostora kontinuuma integriraju se po svojim granicama odnosno njihovim površinama te zapisi u diferencijalnom obliku prelaze u zapise napisane u integralnom obliku. Relacija (2.5) opisuje integralni oblik opće konvekcijsko - difuzijske jednadžbe nad konačnim volumenom zapisan u indeksnoj notaciji.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV = - \int_{\Sigma \Delta S} \left(\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV \quad (2.5)$$

Shodno oznakama na slici 2.3 i dosad uvažanim pretpostavkama za ovaj problem relacija (2.3) diferencijalnog zapisa prelazi u relaciju (2.5) integralnog zapisa zakona očuvanja energije oko konačnog volumena.

$$\int_{t_0}^t \int_s^n \int_w^e \left(\rho c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} \right) dx dy dt = \int_{t_0}^t \int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) \right] dx dy dt + \int_{t_0}^t \int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) \right] dx dy dt \quad (2.6)$$

Pristup rješavanju vremenske integracije u relaciji (2.6) zasniva se na razvoju funkcije u Taylorov red predočen relacijom (2.7).

$$f(t) = f_0 + f_0' \Delta t + \frac{1}{2} f_0'' (\Delta t)^2 + \frac{1}{6} f_0''' (\Delta t)^3 + \dots = f_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} f_0^{(n)} (\Delta t)^n \quad (2.7)$$

Postoji više metoda vremenske integracije. Najjednostavnija metoda, tzv. Eulerova eksplicitna metoda, zasniva se na računanju vremenske derivacije u prijašnjem vremenskom trenutku pomoću vrijednosti temperature u nadolazećem vremenskom trenutku i temperature u prošlom vremenskom. Relacija (2.8) izvedena je iz relacije (2.7) uzimajući samo prva dva člana Taylorovog reda.

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_i^{n-1} = \frac{T_i^n - T_i^{n-1}}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (2.8)$$

Uzimajući samo prva dva člana Taylorovog reda, preostali članovi gledaju se kao ostatak $O(\Delta t)$ koji je istog reda veličine kao najniža potencija vremenskog pomaka. U ovome slučaju ova metoda je prvog reda točnosti jer je najniža potencija jednaka jedinici. Najveći problem ove metode leži u postojanju kriterija stabilnosti. Naime, metoda počinje davati nefizikalna rješenja (postaje nestabilna) ako se za odabrane prostorne korake Δx i Δy proizvoljno odabere vremenski korak Δt ne provjeravajući kriterij stabilnosti. Uvođenjem Courantove bezdimenzijske značajke CFL_{dif} za difuzijski prijenos dokazano je da će metoda davati stabilna rješenja ako vrijedi da je značajka manja od 0.5 (2.9). Slovo P se odnosi na težišni čvor konačnog volumena.

$$CFL_{dif} = \frac{\lambda_P \Delta t}{\rho_P (\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2} \quad (2.9)$$

Želeći izbjeći ograničenja kriterija stabilnosti, uvodi se sljedeća metoda, tzv. implicitna metoda kod koje se vremenska derivacija u nadolazećem vremenskom trenutku aproksimira pomoću vrijednosti temperature u nadolazećem vremenskom trenutku i temperature u prošlom vremenskom trenutku. Relacija (2.10) izvedena je iz relacije (2.7) uzimajući samo prva dva člana Taylorovog reda.

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_i^n = \frac{T_i^n - T_i^{n-1}}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (2.10)$$

Ova metoda je bezuvjetno stabilna, tj. ne postoji kriterij stabilnosti, za bilo koji vremenski korak Δt . Problem ove metode leži u tome da ona iziskuje iterativan postupak rješavanja jer će, kao što će se vidjeti, temperatura glavnog čvora P u nadolazećem vremenskom trenutku odabranog konačnog volumena ovisiti o temperaturama u nadolazećem vremenskom trenutku glavnih čvorova susjednih volumena. Ona je, također, metoda prvog reda točnosti.

S ciljem povećanja reda točnosti metode vremenske integracije, uvodi se Crank - Nicolsonova implicitno - eksplicitna metoda koja aproksimira vremensku derivaciju na polovici intervala između sadašnjeg i nadolazećeg vremenskog trenutka. Relacija (2.11) izvedena je iz relacije (2.7) uzimajući samo prva dva člana Taylorovog reda.

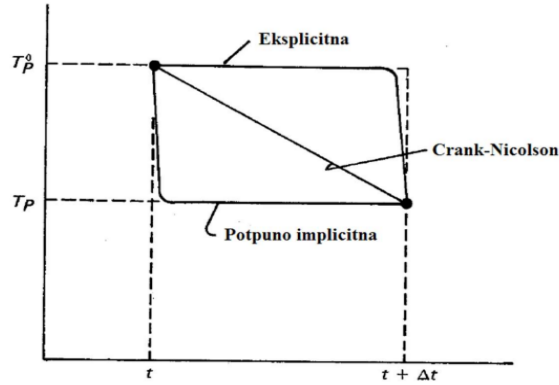
$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_i^{n-\frac{1}{2}} = \frac{T_i^n - T_i^{n-1}}{\Delta t} + O(\Delta t^2) \quad (2.11)$$

Kao što se vidi, greška ove aproksimacije istog je reda veličine kao i druga potencija vremenskog koraka u ostatku. Time se zaključuje da je ova metoda drugog reda točnosti, odnosno ova metoda daje manju grešku u usporedbi s implicitnom metodom prvog reda točnosti.

Prikazom navedenih metoda vremenski integral temperature u glavnom čvoru promatranog konačnog volumena može se prikazati relacijom (2.12) gdje je β težinski faktor, a T_P^o vrijednost temperature glavnog čvora promatranog volumena u prošlom vremenskom trenutku.

$$\int_{t_0}^t T_P dt = [\beta T_P + (1 - \beta) T_P^o] \Delta t \quad (2.12)$$

Težinski faktor β direktno je povezan sa odabirom intervala u Taylorovom redu. Ovisno o vrijednosti β (β se nalazi između 0 i 1) vrijednost temperature glavnog čvora T_P ovisit će više ili manje o temperaturama u prijašnjem i nadolazećem vremenskom trenutku. Pomnim promatranjem može se vidjeti da pri $\beta = 0$ temperatura T_P ovisit će izričito o temperaturi u prijašnjem vremenskom trenutku (eksplicitna metoda). Pri $\beta = 0.5$ temperatura podjednako ovisi o temperaturama u prošlom i nadolazećem (trenutnom) vremenskom trenutku (Crank - Nicolsonova metoda) dok pri $\beta = 1$ temperatura ovisi samo o nadolazećem vremenskom trenutku (potpuno implicitna metoda). Prikaz navedena 3 slučaja zorno je predložen na slici 2.5.



Slika 2.5: Prikaz temperaturne ovisnosti o vremenu za 3 različita težinska faktora [4]

Daljnje pretpostavke u relaciji (2.6) odnose se na linearnu pretpostavku temperaturnih profila između glavnog čvora promatranog volumena i glavnog čvora susjednog volumena. Naime, temperaturni gradijenti mogu se računati kao jednadžbe interpolacijskog pravca između ta dva čvora. Relacija (2.13) pokazuje primjer računanja gradijenta na dodirnoj površini između glavnog čvora promatranog konačnog volumena i glavnog čvora njemu lijevog (zapadnog) volumena udaljenih za $(\delta x)_w$. Analogno vrijedi za ostale susjede.

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right)_w = \frac{\vartheta_W - \vartheta_P}{(\delta x)_w} \quad (2.13)$$

Također, valjano je pretpostaviti konstanta svojstva duž vremenske koordinate i svih prostornih koordinata. Nakon izvršene integracije relacija (2.6), uz korištenje navedenih pretpostavki, za potpuno implicitnu metodu vremenske integracije ($\beta = 1$) prelazi u relaciju (2.14).

$$\rho c \Delta x \Delta y (\vartheta_P - \vartheta_P^0) = \Delta y \Delta t \left[\lambda_e \frac{\vartheta_E - \vartheta_P}{(\delta x)_e} - \lambda_w \frac{\vartheta_P - \vartheta_W}{(\delta x)_w} \right] + \Delta x \Delta t \left[\lambda_n \frac{\vartheta_N - \vartheta_P}{(\delta y)_n} - \lambda_s \frac{\vartheta_P - \vartheta_S}{(\delta y)_s} \right] \quad (2.14)$$

S ciljem da se načini kompaktnijom jednadžba (2.14) može se prevesti u oblik (2.15). Ova relacija vrijedi za konačne volumene unutar domene, tj. nigdje nije spomenut utjecaj rubnih uvjeta. Utjecaj rubnih uvjeta bit će, također, obrađen.

$$a_P \vartheta_P = a_E \vartheta_E + a_W \vartheta_W + a_N \vartheta_N + a_S \vartheta_S + b \quad (2.15)$$

Relacije (2.16) do (2.22) prikazuju kako se računaju koeficijenti uz temperature težišnih (glavnih) čvorova konačnih volumena na slici 2.3.

$$a_E = \frac{\lambda_e \Delta y}{(\delta x)_e} \quad (2.16)$$

$$a_W = \frac{\lambda_w \Delta y}{(\delta x)_w} \quad (2.17)$$

$$a_S = \frac{\lambda_s \Delta x}{(\delta y)_s} \quad (2.18)$$

$$a_N = \frac{\lambda_n \Delta x}{(\delta y)_n} \quad (2.19)$$

$$b = a_P^0 \vartheta_P^0 \quad (2.20)$$

$$a_P^0 = \frac{\rho c \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (2.21)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \quad (2.22)$$

Koeficijenti u relacijama iznad prikazuju utjecaj temperatura težišnih čvorova susjednih volumena na promatrani konačni volumen. U poopćenom smislu toplinska provodnost materijala je tenzor drugog reda λ_{ij} (2.23) kod kojeg, ako se radi o anizotropnim materijalima, intenziteti prijenosa topline ne moraju biti jednaki u svim smjerovima. Dobar primjer takvog slučaja su ugljična vlakna kod kojih dominantni prijenos topline ima aksijalan karakter dok je vodljivost u radijalnom smjeru veoma niska.

$$\lambda_{ij} = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} & \lambda_{yz} \\ \lambda_{zx} & \lambda_{zy} & \lambda_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Ako se radi o anizotropnim materijalima, tj. ako postoji situacija gdje se dodiruju volumeni s različitim vrijednostima toplinskih provodnosti, nužno je pristupiti računanju

srednje vrijednosti toplinske vodljivosti λ_m . Naime, relacija za određivanje srednje toplinske provodnosti između težišnih čvorova dva susjedna konačna volumena λ_m izvedena je iz rubnog uvjeta 4. vrste koji nalaže jednakost gustoća toplinskih tokova koji prolaze kroz dodirnu površinu dvaju susjednih konačnih volumena. Relacija (2.24) počiva na harmonijskoj sredini između dvaju vrijednosti toplinskih provodnosti susjednih volumena pri čemu λ_{susj} označuje toplinsku provodnost susjednog konačnog volumena.

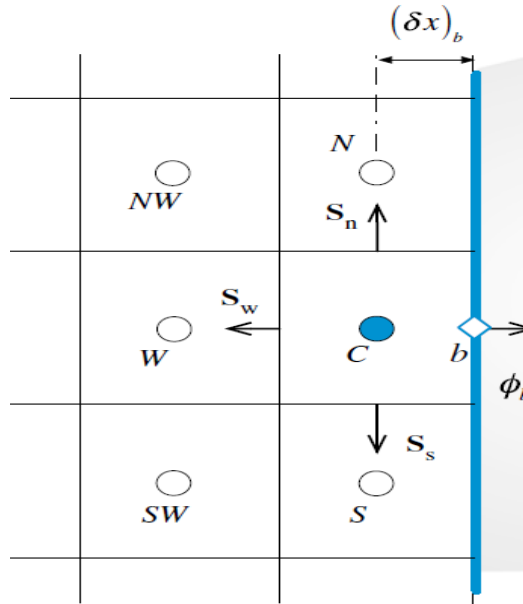
$$\lambda_m = \frac{2\lambda_P\lambda_{susj}}{\lambda_P + \lambda_{susj}} \quad (2.24)$$

2.1.2. Rubni uvjeti

Za dobivanje jednoznačnog rješenja algebarskog sustava jednadžbi potrebno je obratiti pozornost što se dešava na rubovima proračunske domene. Uz početne uvjete, rješenja jednadžbi ovise o rubnim uvjetima, tj. vrsta rubnog uvjeta te iznosi vrijednosti istih na rubovima domene utječu na krajnje rješenje jednadžbe. Rubni uvjeti su klasificirani u 3 grupe.

1. Dirichletov rubni uvjet (rubni uvjet 1. vrste)

Ovaj se rubni uvjet temelji na poznavanju vrijednosti fizikalne veličine φ_b , koja je u ovom slučaju temperatura ϑ_b), na rubu proračunske domene. Na slici 2.6 ilustrativno je prikazan posljednji konačni volumen sa Dirichletovim rubnim uvjetom.



Slika 2.6: Shematski prikaz konačnog volumena na rubu domene sa Dirichletovim rubnim uvjetom [5]

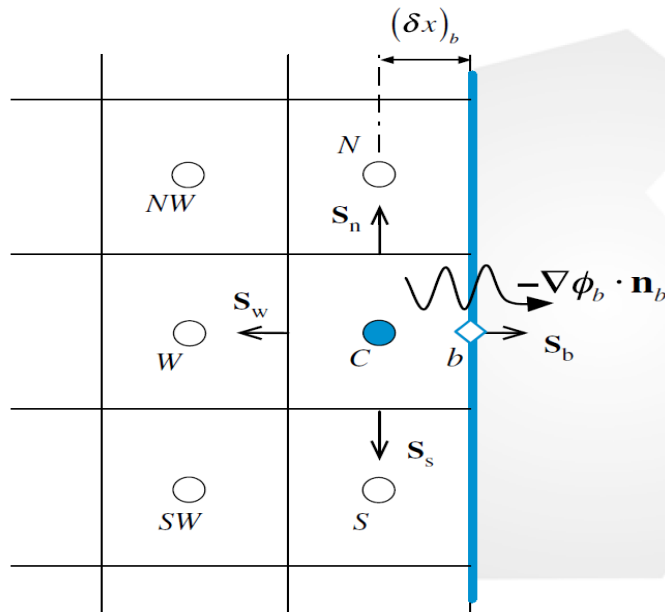
Shodno prikazanom, slobodni član b , uz $a_P^0 \vartheta_P^0$, u relaciji (2.15) sadrži dodatni član koji predstavlja utjecaj rubnog uvjeta 1. vrste (2.26).

$$a_D = \lambda_b \frac{\Delta S_b}{(\delta x)_b} \quad (2.25)$$

$$b_D = a_D \vartheta_b + a_P^0 \vartheta_P^0 \quad (2.26)$$

2. Von Neumannov rubni uvjet (rubni uvjet 2. vrste)

Rubni uvjet 2. vrste temelji se na poznavanju vrijednosti gradijenta fizikalne veličine na rubu domene $-\nabla \varphi_b \cdot n_b$. Na slici 2.7 ilustrativno je prikazan posljednji konačni volumen sa Von Neumannovim rubnim uvjetom.



Slika 2.7: Shematski prikaz konačnog volumena na rubu domene sa Von Neumannovim rubnim uvjetom [5]

Shodno prikazanom, slobodni član b , uz $a_P^0 \vartheta_P^0$, u relaciji (2.15) sadrži dodatni član koji predstavlja utjecaj rubnog uvjeta 2. vrste (2.27).

$$b_q = q \Delta S_k + a_P^0 \vartheta_P^0 \quad (2.27)$$

$$(\text{grad } \vartheta)_b = \pm \frac{q}{\lambda} = \text{konst} \quad (2.28)$$

Ono što je bitno za navesti jest da rubni uvjet 2. vrste ne proizvodi koeficijent a_q koji se pribraja uz koeficijent glavnog čvora promatranog volumena, tj. $a_q = 0$. U relaciji (2.28) stavljen je \pm kako bi obuhvatio grijanje odnosno hlađenje.

Iz ovog se rubnog uvjeta može izvući specifičan slučaj gdje je gradijent fizikalne veličine jednak 0, tj. $\nabla \vartheta_b \cdot n_b = 0$. Takav se uvjet zove adijabatskim uvjetom jer nameće nepostojanje izmjene toplinskog toka u tom smjeru odnosno vrijedi $q_b = 0$. Ako bi postojala tzv. adijabatska rubna granica (ploha), primjenio bi se taj uvjet.

3. Robinov mješoviti rubni uvjet (rubni uvjet 3. vrste)

Ovaj uvjet baziran je na poznavanju funkcije oblika $f_R(x_i, t)$ (2.29). Kao što se vidi, poznavajući tu funkciju moguće je odrediti vrijednosti fizikalne veličine na granici φ_b te gradijent fizikalne veličine na istoj $\left. \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \right|_b$.

$$\alpha \varphi_b + \gamma \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \right|_b = f_R(x_i, t) \quad (2.29)$$

Kad bi se rubni uvjet 3. vrste primjenio na problem povezan s prijenosom topline bio bi manifestiran kroz jednakost toplinskog toka uslijed kondukcije i toplinskog toka uslijed konvekcije na rubu domene gdje npr. postoji fluid koji dira stijenku (2.30).

$$- \lambda \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial \tilde{n}} \right|_b = \alpha(\vartheta_b - \vartheta_\infty) \quad (2.30)$$

Korištenjem metode konačnih volumena Robinov se rubni uvjet može pretočiti u koeficijent uz glavni težišni član promatranog volumena (2.31) te u slobodni član b_R (2.32).

$$a_R = \frac{\alpha * \lambda}{\alpha * \frac{\Delta x}{2} + \lambda} * \Delta S_k \quad (2.31)$$

$$b_R = a_R * \vartheta_{zr} + a_P^0 \vartheta_P^0 \quad (2.32)$$

2.1.3. Pristup rješavanju algebarskog sustava jednadžbi

Rezultat integriranja parcijalne diferencijalne energetske jednadžbe (2.3) po granicama konačnog volumena jest algebarski sustav jednadžbi čiji broj ovisi o diskretizaciji mreže. Što je finija mreža, tj. veći broj konačnih volumena, to je veći broj algebarskih jednadžbi. Sustav jednadžbi najčešće se zapisuje u matričnom obliku radi lakšeg pregleda i efikasnijeg odnosno rješavanja.

$$\mathbf{A}\vartheta = \mathbf{b} \quad (2.33)$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N-1} & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N-1} & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN-1} & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vartheta_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

S desne strane poopćene matrice (2.34) stoji slobodni vektor \mathbf{b} koji u sebi sadrži vrijednosti slobodnih članova pojedinog konačnog volumena diskretizirane domene. Kao što je prikazano postoji li utjecaj rubnog uvjeta na odabrani konačni volumen nužno je uklopiti utjecaj istog u slobodni član. Pravilna kvadratna matrica \mathbf{A} u svakom retku sadrži koeficijente uz glavni težišni čvor promatranog konačnog volumena te koeficijente uz glavne težišne čvorove susjednih volumena. S obzirom da broj redaka i stupaca ovisi o broju jednadžbi može se zaključiti iz navedenog da je umnožak broja redaka i stupaca jednak broju konačnih volumena u proračunskoj domeni. Također, potrebno je naglasiti činjenicu da se ovdje javljaju tzv. rijetke matrice (engl. sparse matrices). Njihova je karakteristika popraćena velikom zasićenošću nula. To je opravdano jer će svaki volumen imati uz sebe 4 koeficijenta utjecaja susjednih volumena i svoj koeficijent uz glavni težišni čvor, tj. svaki redak će imati 5 članova koji su različiti od nule dok će svi ostali elementi biti nula. Numeracija u (2.34) kreće od jedinice pa sve do krajnjeg N -tog člana domene. Umjesto da svaki član sadrži susjede koji su označeni prema stranama svijeta često se, radi lakše orijentacije, pristupa numeraciji prikazanoj u matrici. Rješenje ovog sustava jednadžbi bit će prikazano kao $1 \times N$ vektor ϑ koji stoji s desna kvadratnoj matrici koeficijenata \mathbf{A} .

Pomnim se promatranjem može uočiti da se polažaji koeficijenata uz glavne težišne čvorove promatranih volumena nalaze na glavnoj dijagonali dok se položaji susjeda nalaze na sporednim dijagonalama. Optimalna numeracija članova rezultirat će približenjem koeficijenata na sporednim dijagonalama glavnoj dijagonali. Rezultat takve numeracije davat će kraće vrijeme izvršenja proračuna čemu se teži. Ovakve su matrice simetrične matrice s obzirom na glavnu dijagonalu. To se može opravdati činjenicom da je promatranom volumenu neki susjed zapadni član (član s lijeve strane), a tom je susjedu taj promatrani volumen istočni član (član s desne strane).

Odabere li se primjerice implicitna metoda s bilo kakvom vrijednošću težiškog faktora β proračun će biti potrebno rješavati iterativno iz već navedenog razloga pret-

postavke susjednih temperatura u nadolazećem vremenskom trenutku. Shodno tome, potrebno je navesti iterativne metode te objasniti njihov princip rada. Prije samog navođenja iterativnih metoda, nužno je naglasiti cilj iteracije. Iteracijski će se postupak prekinuti kad će apsolutna razlika između novo izračunate vrijednosti i stare vrijednosti biti manja od kriterija konvergencije se ε (2.35).

$$|\varphi^{(n)} - \varphi^{(n-1)}| < \varepsilon \quad (2.35)$$

Jedna od iterativnih metoda zove se Jacobijeva metoda. Metoda se zasniva na pretpostavljanju svih nepoznatnih članova u algebarskoj jednadžbi dok se koeficijenti iz kvadratne matrice množe sa njima. Nakon svih izračunatih članova kreće se u novi korak iteracije gdje se izračunate vrijednosti tretiraju kao nova pretpostavka. U ovom su slučaju nepoznati članovi temperature težišnih čvorova unutar konačnih volumena. Relacija (2.36) prikazuje proizvoljan korak iteracije Jacobijeve metode pomoću kojeg se računa fizikalna veličina pripadajućeg volumena.

$$\varphi_j^{(n)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N a_{ij} \varphi_j^{(n-1)} \right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.36)$$

S desne se strane vidi da je iznos nazivnika jednak a_{ii} odnosno jednak je koeficijentu na glavnoj dijagonali kvadratne matrice.

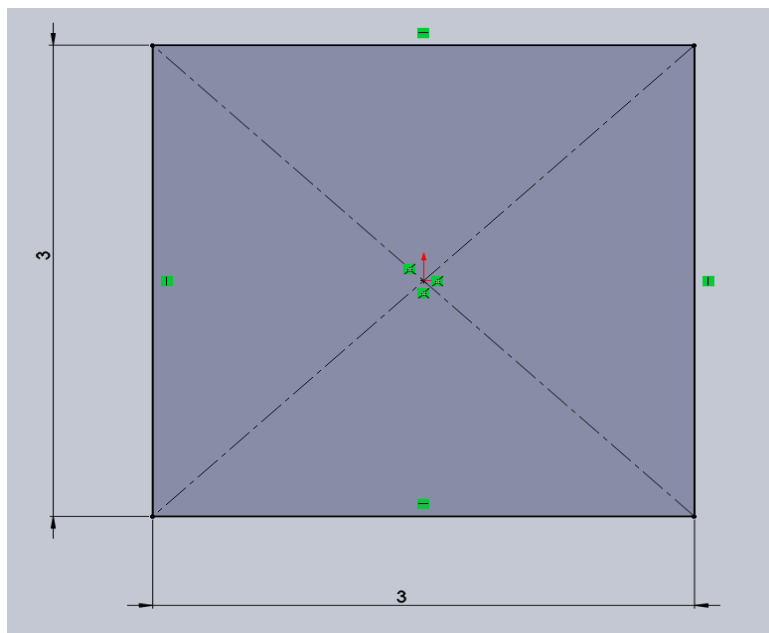
Nedostatak Jacobijeve metode leži u sporijoj konvergenciji. Razlog tome je ne uzimanje već novo izračunatih $N - j$ čvorišnih vrijednosti pri računanju j -te vrijednosti $\varphi_j^{(n)}$. S ciljem ubrzanja konvergencije, uvodi se Gauss - Seidelova iterativna metoda. Jedina razlika između ove metode i Jacobijeve metode leži u uzimanju u obzir već izračunatih vrijednosti $N - i$ čvorišnih vrijednosti pri računanju i -te čvorišne vrijednosti $\varphi_i^{(n)}$ (2.37).

$$\varphi_i^{(n)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \varphi_j^{(n)} - \sum_{j=i+1}^N a_{ij} \varphi_j^{(n-1)} \right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.37)$$

Takvim se algoritmom ubrzava konvergencija te se time smanjuje potreban broj iteracija.

2.2. Detalji modela

Za odabrani problem nestacionarnog 2D provođenja topline u termalnoj pasti napravljen je rješavač algebarskog sustava jednažbi u Python-u. Pri samoj postavci modela nužno je navesti dimenzije termalne paste. Odabrana je geometrija kvadratnog poprečnog presjeka sa dimenzijama širine i duljine $B = L = 3 \text{ mm}$ 2.8. U industrijskoj primjene debljine se pasta kreću u redu veličine 0.1 mm. Sukladno tomu, odabrana je debljina paste $\delta = 0.3 \text{ mm}$.

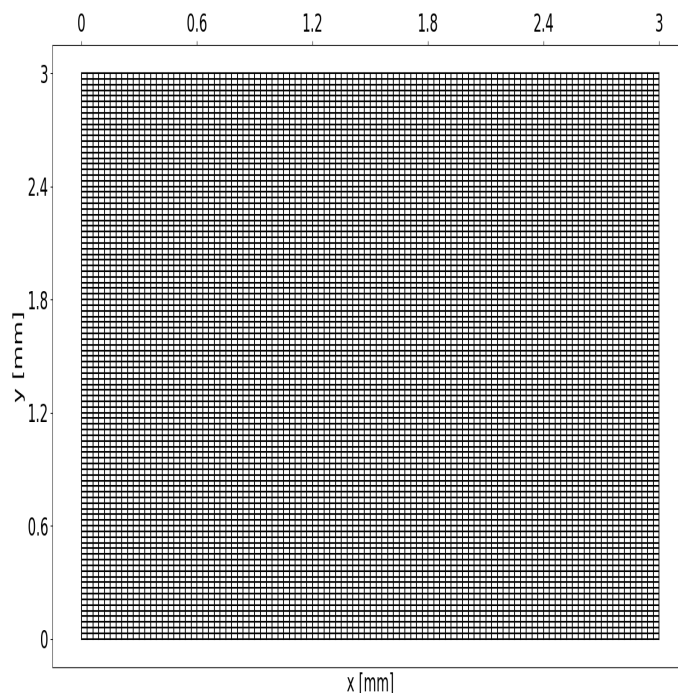


Slika 2.8: Prikaz kotirane geometrije termalne paste u SolidWorks-u

Prvotno je potrebno objasniti postupak kreiranja geometrijske mreže (engl. mesh). Mreža je podijeljena u 10000 jednoliko pravilnih kvadratičastih konačnih volumena. To znači da dimenzije duljine i širine jednog konačnog volumena iznose $\Delta x = \Delta y = 0.03 \text{ mm}$. Prikaz diskretizirane mreže može se vidjeti na slici 2.9.

S obzirom da se radi o 2D problemu može se pretpostaviti uniformna raspodjela temperature duž z - osi, tj. duž debljine termalne paste. Ako bi postojao prijenos topline duž z - osi, bilo bi potrebno uvesti dodatna 2 susjedna konačna volumena koji bi bili iznad odnosno ispod promatranog konačnog volumena. Time bi promatrani konačni volumen imao 6 susjeda. Numeracija kreće od gornjeg lijevog kuta prema desnom kutu,

tj. 1. element leži u gornjem lijevom kutu dok 100. element leži u gornjem desnom kutu. Slijedeći redak sadrži 101. do 200. volumen. Zadnji redak, tj. donji lijevi kut sadrži 9901. volumen dok donji desni kut sadrži 10000. volumen.



Slika 2.9: Prikaz diskretizirane mreže u 10000 konačnih volumena

Ono što je bitno napomenuti i komentirati jest profinjenje diskretizacije kod kutova domene. Naime, kutovi su domene izloženi sa 2 ruba odnosno rubna uvjeta te želi li se prikazati što precizniji rezultat na tom rubu potrebno je primjeniti finije prostorne korake u tom području. Umjesto da se uzima jedan konačan volumen koji zahvaća oba ruba, bilo bi ga potrebno rastaviti u 4 ili 16 manjih volumena koji finije zahvaćaju područje. Postoje li veliki gradijenti u tom području gdje primjerice jedan rub leži na 100 °C dok drugi leži na 0 °C jednolika mreža neće dobro moći uhvatiti temperaturne promjene. Ovdje to nije napravljeno, već je radi jednostavnosti uzet jedan volumen.

Prije navođenja vrsta pasti i vrsta uključina koje će biti obrađene u ovome radu potrebno je navesti terminologiju koja će se koristiti u nadolazećim komentarima. S

obzirom da se u ovome radu javljaju uključine (punila) jasno je da će se pojaviti smjese uključina i paste. Shodno tome, radi definiranja sastava smjese, uvodi se pojam masenog udjela ξ_{uklj} uključine u smjesi (2.38).

$$\xi_{uklj} = \frac{m_{uklj}}{m_{uklj} + m_{paste}} (\cdot 100, \%) \quad (2.38)$$

U ovome se modelu pretpostavlja jednakost dimenzija uključina i dimenzija jednog diskretiziranog konačnog volumena. Uz takvu se pretpostavku mase unutar jednadžbe (2.38) zamjenjuju gustoćama. Također, postoji li slučajno dodir dvaju susjednih volumena čija svojstva nisu jednaka, a utječu na toplinski prijenos, potrebno je koristiti srednje vrijednosti. Kako se u radu koristi stohastički generator koordinata uključina jasno je da postoji vjerojatnost dodira termalne paste sa uključinom čije se vrijednosti toplinskih vodljivosti mogu razlikovati za 2 reda veličine. Dogodi li se takva situacija pribjegava se korištenju srednje toplinske provodnosti λ_m (engl. mean interface thermal conductivity).

Tablica 2.1 prikazuje termalne paste odabrane za ovaj problem te njihova svojstva koja su relevantna za proračun poput gustoće, specifičnog toplinskog kapaciteta i toplinske provodnosti. Vrijednosti toplinske provodnosti odnose se za temperaturu od 25 °C. Obje paste načinjene su od silikonskog fluida i malim udjelom punila od metalnih oksida. Prednost ovih pasti leži u stabilnom radu pri povišenim temperaturama. Temperaturni režim kreće se od 0°C do 150°C. Također, paste se ne suše ni stvrdnjavaju.

Tablica 2.1: Prikaz vrsta termalnih pasti korištenih u simulacijama sa njihovim svojstvima [6]

Vrsta paste	ρ [kg/m ³]	c [J/(kg K)]	λ [W/(m K)]
MGS A300	2600	800	4
MGS C200	2800	900	1.7

Tablica 2.2 prikazuje vrste uključina koje su korištene u proračunu te njihova relevantna svojstva koja su korištena u proračunu. Izabrane su uključine načinjene od cinkovog oksida ZnO i aluminijevog nitrida AlN. Radi zornije usporedbe pomno su odabrane uključine čije se vrijednosti toplinskih provodnosti razlikuju za red veličine.

Tablica 2.2: Prikaz vrsta uključina korištenih u simulacijama sa njihovim svojstvima

Vrsta punila	$\rho[kg/m^3]$	$c[J/kgK]$	$\lambda[W/mK]$
ZnO	5610	494	60
AlN	3255	734.34	321

Nadalje uvodi se pojam "čiste" termalne paste koji označuje pastu bez uključina dok pojam smjese označuje termalnu pastu sa uključinama. Također, potrebno je uvesti pojam veličine čestice. S obzirom da su čestice kvadratnog poprečnog presjeka pribjegava se računanju ekvivalentnog volumnog promjera d_{ekv} (2.39) koji će se navoditi kao mjera veličine čestice. Ekvivalentni promjer proizlazi iz usporedbe volumena neokrugle čestice s volumenom sfere.

$$d_{ekv} = \sqrt[3]{\frac{6V_{uklj}}{\pi}} \quad (2.39)$$

2.2.1. Razrada

Optimalno rješavanje ovakovog sustava algebarskih jednažbi počivalo bi na principu pravljenja rijetke matrice korištenjem funkcijskog paketa SciPy koji bi elemente različite od nule spremao u memoriju, a elemente jednake nuli ne bi uzimao u obzir. Time bi se uštedjelo na memoriji te bi se finiji koraci diskretizacije mogli koristiti, tj. mogla bi biti uvedena finija mreža. Kad je matrica napravljena potrebno je generirati vektor slobodnih koeficijenata sa desne strane jednakosti. Time je definiran algebarski sustav jednažbi. Računanje čvorišnih temperatura počivalo bi na Gauss - Seidelovoj iterativnoj metodi koja već postoji u funkcijskom paketu Numpy. Takav optimalan način određivanja temperatura odlikuje minimalno vrijeme trajanja izvršenja proračuna te preciznost rezultata. U ovome radu nisu generirane matrice, već liste koje sadrže koeficijente uz težišne čvorove pojedinog konačnog volumena. Uz to, generirana je zasebna lista slobodnih članova. Iterativan postupak načinjen je od for petlji gdje je definirana varijabla $maxiter = 2000$ koja daje informaciju o maksimalnom broju iteracija koji iznosi 2000 te se prolazi kroz svaki težišni čvor i računa temperaturu u njemu. Radi

brže konvergencije primjenjuje se Gauss - Seidelova metoda koja je ručno napravljena. Koristeći for petlje povećava se vrijeme izvršenja proračuna.

Vremenski korak Δt iznosi 1 sekundu. Korištena je potpuna implicitna metoda sa težinskim faktorom $\beta = 1$. Time je greška u usporedbi sa Crank - Nicolsonovom metodom za red veličine veća. Tablica 2.3 prikazuje vrijednosti izračunatih srednjih toplinskih vodljivosti svih smjesa korištenih u simulacijama.

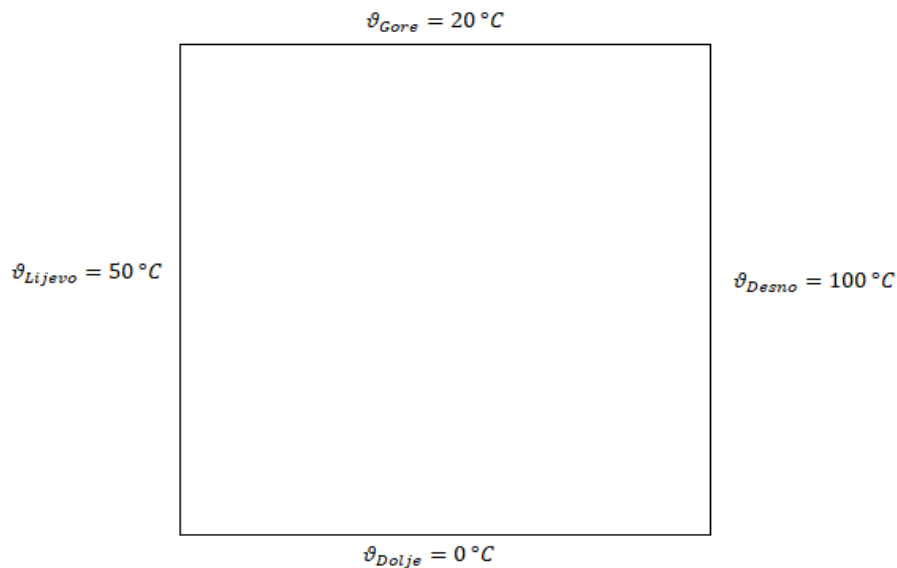
Tablica 2.3: Prikaz svih smjesa korištenih u proračunu sa vrijednostima srednjih toplinskih voljivosti λ_m

Vrsta paste	Vrsta punila	$\lambda_m [W/mK]$
MGS A300	AlN	7.902
MGS A300	ZnO	7.5
MGS C200	AlN	3.382
MGS C200	ZnO	3.306

S obzirom da su uključine stohastički generirane, potrebno je bilo napraviti korekciju liste koeficijenata uz težišne čvorove ovisno o tome nalazi li se uključina na susjednim volumenima ili ne. Proces korekcije izvršen je tako da se generira lista *randomlist* koja sadrži redne brojeve konačnih volumena koji su stohastički odabrani. Na temelju te liste provjerava se nalazi li se pojedini volumen unutar nje. Ako odabrani volumen sadrži u sebi uključinu, mijenjaju se vrijednosti koeficijenata uz težišni čvor odabranog volumena, vrijednosti koeficijenata težišnih čvorova susjednih konačnih volumena te vrijednosti koeficijenata u vektoru slobodnih članova \mathbf{b} . Ono što je bitno napomenuti da se u algoritmu pretpostavlja da sljedeći $(i+1)$ -ti volumen ne sadrži uključinu u sebi te se time prijenos topline odvija sa srednjom toplinskom provodnosti. Uz to pretpostavlja se da svaki $(i+100)$ -ti volumen ne sadrži uključinu u sebi. Tek kad se dođe na sljedeći $(i+1)$ -ti i $(i+100)$ -ti volumen vrši se korekcija koeficijenata ako i oni sadrže uključinu u sebi. Izračunate se vrijednosti temperatura ubacuju u listu koja se kasnije grafički prikazuje. Pri dodiru dvaju uključina vrijednost toplinske provodnosti bit će jednaka toplinskoj provodnosti uključine. Svi grafički prikazi temperaturnih polja, pojedinih funkcijskih ovisnosti i animacija napravljeni su pomoću direktorija Matplotlib (Pyplot).

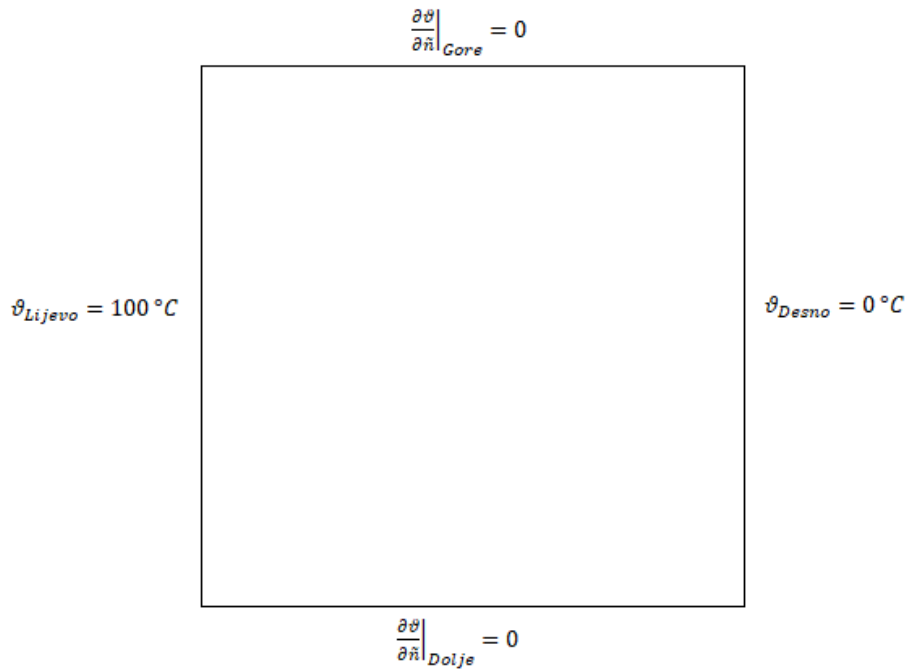
Ako je mreža načinjena od pravilnih jednolikih kvadrata, može se zaključiti da su

udaljenosti između glavnih težišnih čvorova dvaju susjednih konačnih volumena jednake dimenzijama širine i duljine samog konačnog volumena, tj. $\Delta x = \Delta y = (\delta x) = (\delta y)$. S tom se pretpostavkom može pokazati da su koeficijenti uz temperature težišnih čvorova susjednih volumena jednaki samo toplinskoj provodnosti koja obitava duž prijenosa topline u tom smjeru. Za rješavanje algebarskog sustava jednadžbi potrebno je navesti početni uvjet temperature ϑ_0 . Pretpostavljen je uniforman raspored početne temperature $\vartheta_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$. Za ovaj problem izabrane su 2 raspodjele rubnih uvjeta. Radi prikaza utjecaja uključina na distorziju širenja izotermi izabrana je nesimetrična raspodjela sa 4 Dirichletova rubna uvjeta [2.10](#).



Slika 2.10: Prikaz 4 Dirichletova nesimetrična rubna uvjeta

Temperature su izabrane prema radnom intervalu samih pasti. Radi određivanja vrijednosti efektivne toplinske provodnosti λ_{ef} duž cijele domene, a time i toplinskog otpora koji je recipročan vodljivosti, odabrana je raspodjela sa 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta [2.11](#).



Slika 2.11: Prikaz 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta

Kod ovog je rubnog uvjeta zanimljivo da se pri stacionarnom stanju temperaturni profil može interpretirati kao linerana razdioba temperature od najviše vrijednosti na lijevoj strani do najniže vrijednosti na desnoj strani. Takav je profil opravdan činjenicom da toplina ne može prolaziti kroz gornji i donji rub domene jer je nametnut adijabatski rubni uvjet. Pri takvoj se razdiobi efektivna toplinska vodljivost λ_{ef} može računati prema relaciji (2.40).

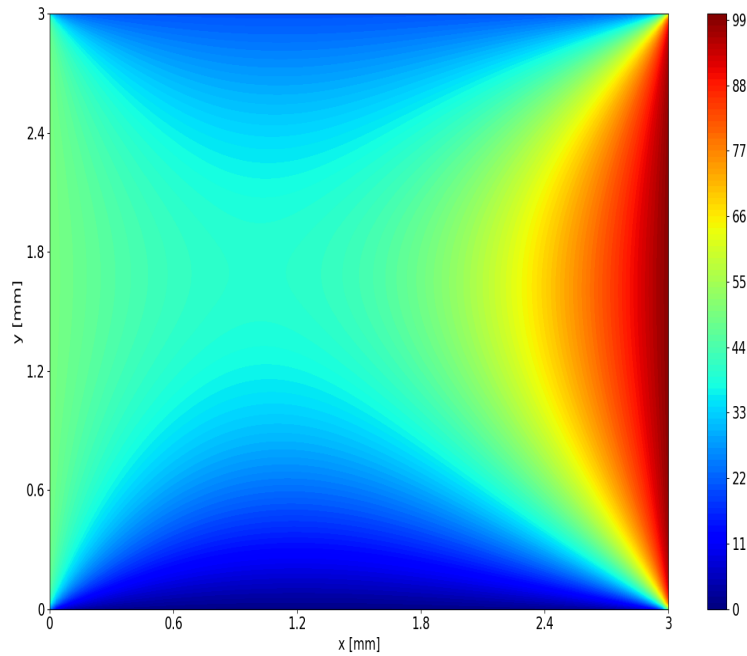
$$\lambda_{ef} = \frac{\Phi_{stac}}{\frac{(\vartheta_{Lijevo} - \vartheta_{Desno}) * B * \delta}{L}} \quad (2.40)$$

3 Rezultati

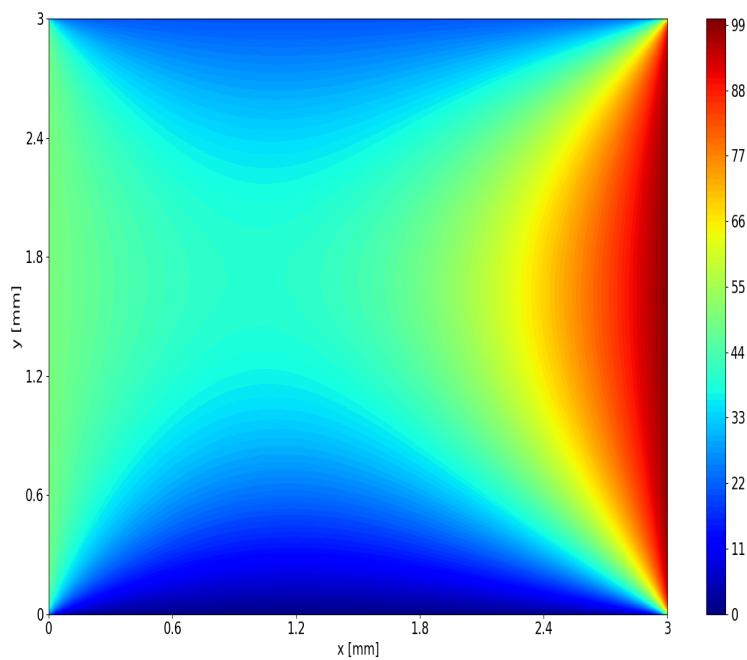
U ovome poglavlju obrađeni su i analizirani rezultati (post - processing) samih simulacija. Svrha samog prikaza rezultata leži u usporedbi toplinskih otpora pojedinih slučajeva gdje će biti zorno predočene razlike u samim temperaturnim poljima te će biti prikazana tablica sa iznosima efektivnih toplinskih provodnosti za različite parametre. Prvo će biti prikazana nestacionarna temperaturna polja čistih termalnih pasti zadanih materijala uz zadane rubne uvjete. Nakon prikaza polja čistih pasti bit će obrađeni pojedini slučajevi različitih smjesi gdje će se gledati utjecaj parametarske analize na vrijednost efektivne toplinske provodnosti i distorziju temperaturnih polja poput varijacije masenih udjela, veličina čestica i položaja. Pažnju je potrebno obratiti na oblik samih izoterma. Zorno će biti predočena distinkcija između čiste tvari i smjese. Kod raspodjele sa 4 Dirichletova rubna uvjeta odabrano je vrijeme $t = 10$ s kako bi se uhvatila što veća nestacionarnost samog polja. Pri raspodjeli sa 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta uzeto je vrijeme $t = 49$ s jer se proces nakon tog vremena ustacionirao te se mogu odrediti vrijednosti stacionarnih toplinskih tokova iz kojih se može odrediti efektivna toplinska provodnost. Također, analiziran je utjecaj pravilnog rasporeda uključina na poboljšanje prijenosa topline što može biti od velike važnosti. Na kraju rezultata dane su tablične vrijednosti ovisnosti efektivnih toplinskih vodljivosti o masenim udjelima smjesa. Pri raspodjeli uključina pozicije uključina označene su crnom bojom.

3.1. Čiste termalne paste vrste MGS A300 i MGS C200

Ovo potpoglavlje prikazuje temperaturna polja čistih termalnih pasti u vremenskom trenutku $t = 10$ s sa slijedećim Dirichletovim rubnim uvjetima : $\vartheta_{\text{Lijevo}} = 50$ °C, $\vartheta_{\text{Dolje}} = 0$ °C, $\vartheta_{\text{Gore}} = 20$ °C, $\vartheta_{\text{Desno}} = 100$ °C. Uz to, prikazana su temperaturna polja čistih termalnih pasti uz 2 adijabatska rubna uvjeta (Gore i Dolje) te 2 Dirichletova rubna uvjeta: $\vartheta_{\text{Lijevo}} = 100$ °C, $\vartheta_{\text{Desno}} = 0$ °C. Na slici [3.1](#) prikazana je usporedba temperaturnih polja čiste paste MGS A300 i MGS C200 za 4 Dirichletova rubna uvjeta dok je na slici [3.2](#) prikazana usporedba za 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta.

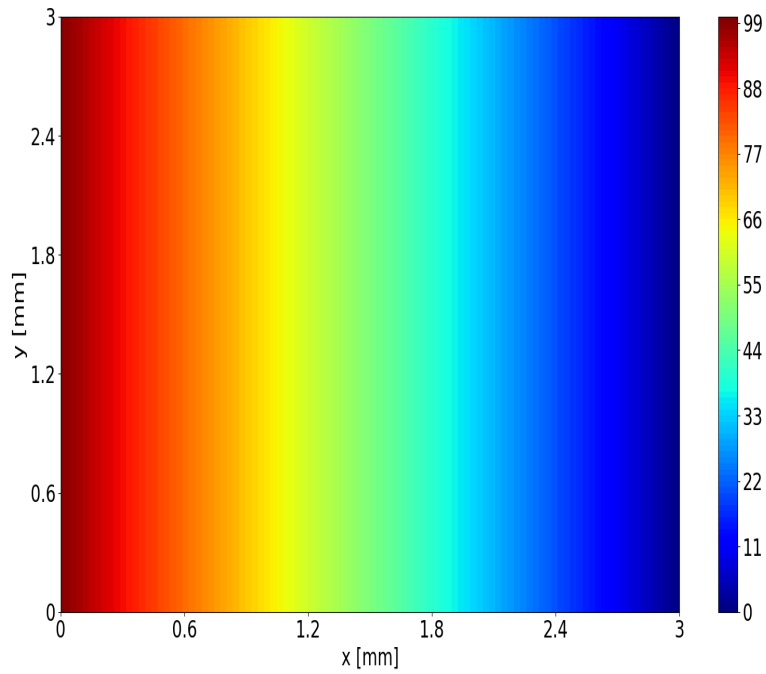


(a)) Prikaz temperaturnog polja čiste MGS A300 paste u vremenskom trenutku $t = 10$ s

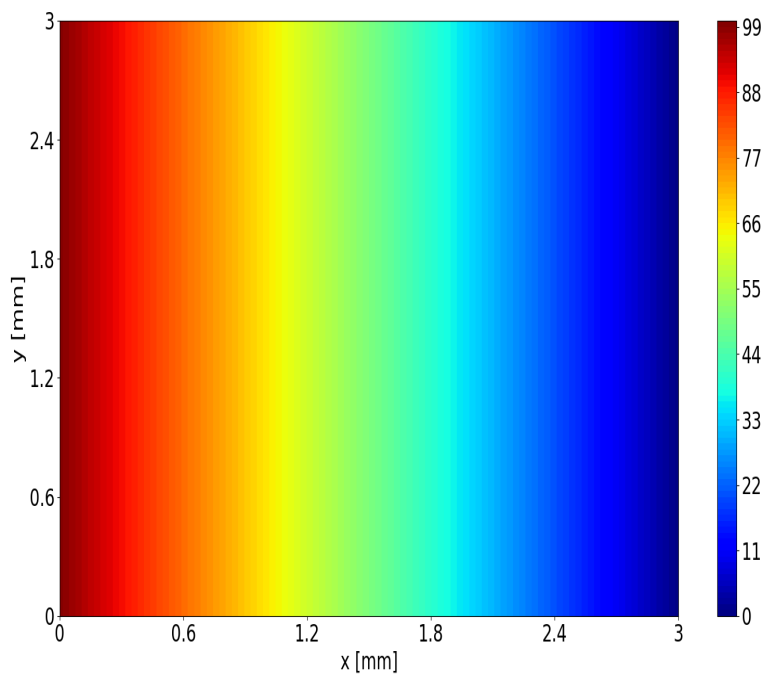


(b)) Prikaz temperaturnog polja čiste MGS C200 paste u vremenskom trenutku $t = 10$ s

Slika 3.1: Usporedbeni prikaz temperaturnih polja čistih pasti MGS A300 i MGS C200 pri 4 Dirichletova rubna uvjeta



(a)) Prikaz temperaturnog polja čiste MGS A300 paste u vremenskom trenutku $t = 49$ s



(b)) Prikaz temperaturnog polja čiste MGS C200 paste u vremenskom trenutku $t = 49$ s

Slika 3.2: Usporedbeni prikaz temperaturnih polja čistih pasti MGS A300 i MGS C200 pri 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta

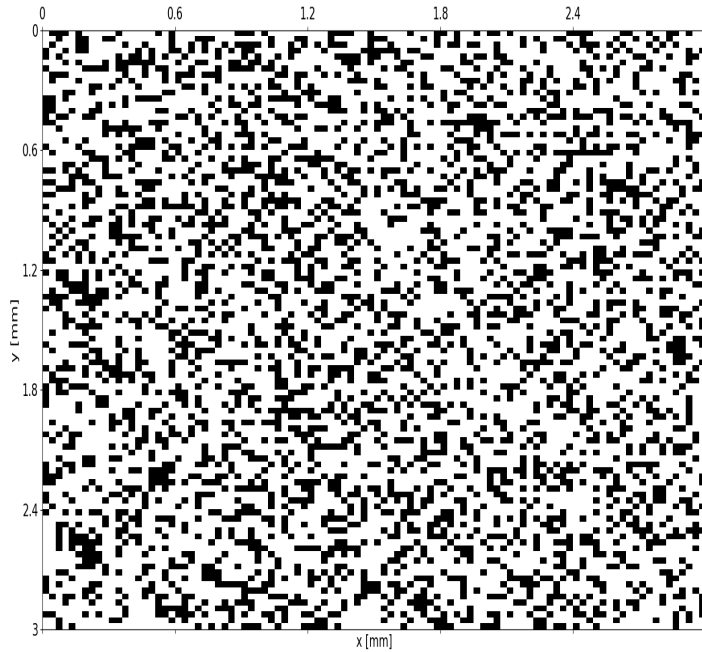
S obzirom da su vodljivosti obje paste veoma slične, ne postoji vidljiva razlika u temperaturnim poljima no nužno je pokazati polja kod kojih ne postoji distorzija izoterma. Ovi će prikazi služiti kao referentne slike pri nadolazećim analizama.

3.2. MGS A300/ZnO - veličina čestice 43.1807 μm (varijacija masenih udjela)

Za smjesu termalne paste vrste MGS A300 i uključina od cinkovog oksida ZnO napravljene su slike temperaturnih polja u vremenskom trenutku $t = 10$ s sa slijedećim Dirichletovim rubnim uvjetima: $\vartheta_{\text{Lijevo}} = 50$ °C, $\vartheta_{\text{Dolje}} = 0$ °C, $\vartheta_{\text{Gore}} = 20$ °C, $\vartheta_{\text{Desno}} = 100$ °C. Cilj ovog potpoglavlja leži u usporedbi širenja temperaturnih polja smjese masenih udjela $\xi_{\text{ZnO}} = 50.38$ % i $\xi_{\text{ZnO}} = 70$ %. Pozicije uključina u smjesi sa $\xi_{\text{ZnO}} = 50.38$ % i $\xi_{\text{ZnO}} = 70$ % mogu se vidjeti na slici 3.3 dok se usporedba temperaturnih polja sa različitim masenim udjelima može vidjeti na slici 3.4. Kod prikaza raspodjele uključina mjesta gdje se nalazi čista pasta označena su bijelom bojom dok su mjesta gdje postoje uključine označena crnom bojom. Radi lakšeg pregleda odstupanja dvaju polja napravljeno je polje temperaturnih razlika koja pokazuje na kojim mjestima leže najveće razlike pri ovoj usporedbi. Tablica 3.1 prikazuje ovisnost broja uključina o masenom udjelu smjese MGS A300/ZnO.

Tablica 3.1: Tablični prikaz ovisnosti broja uključina o masenom udjelu smjese MGS A300/ZnO

Maseni udio ξ_{ZnO} [%]	broj uključina
50.38	3200
70	5200

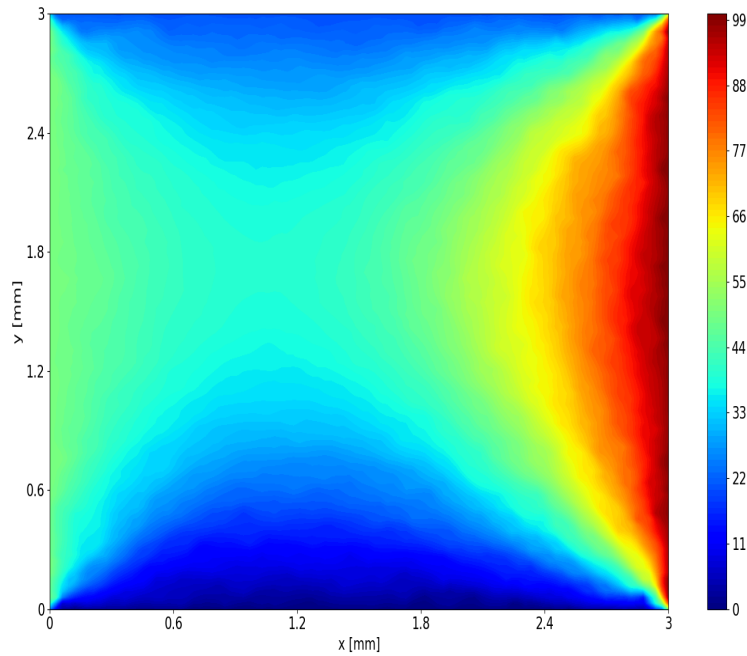


(a)) Prikaz raspodjele uključina sa $\xi_{ZnO} = 50.38 \%$

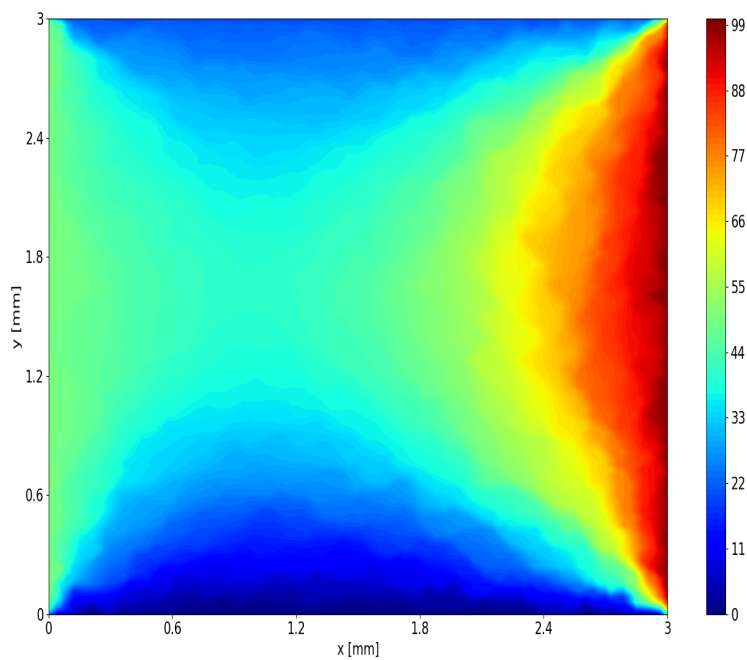


(b)) Prikaz raspodjele uključina sa $\xi_{ZnO} = 70 \%$

Slika 3.3: Usporedbeni prikaz raspodjela uključina smjese MGS A300/ZnO sa različitim masenim udjelima



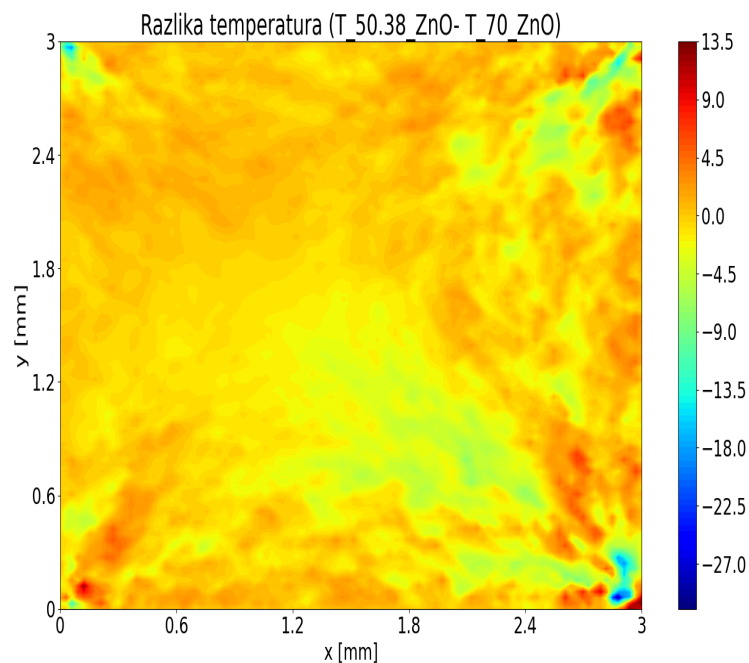
(a)) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{ZnO} = 50.38 \%$ u vremenskom trenutku $t = 10 \text{ s}$



(b)) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{ZnO} = 70 \%$ u vremenskom trenutku $t = 10 \text{ s}$

Slika 3.4: Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/ZnO sa različitim masenim udjelima

Iz usporedbenog se prikaza 3.4 može odmah vidjeti utjecaj uključina na distorziju izoterme čiste paste. S obzirom da je položaj uključina stohastički odabran, ne postoji nikakav pravilan raspored izoterme. Pri ovoj se usporedbi jasno vidi kako je veće odstupanje od glatkog oblika izoterme kod čiste paste pri većem masenom udjelu $\xi_{ZnO} = 70\%$. To je opravdano činjenicom da postoji veći udio uključina blizu rubova domene koje svojom povećanom toplinskom provodnošću primaju i predaju više toplinskog toka te tako distordiraju polje. Također, potrebno je napomenuti kako ova zakonitost ne obitava sve do $\xi_{ZnO} = 100\%$. Naime, postoji maksimalni maseni udio do kojeg će porastom masenog udjela dolaziti do što većeg odstupanja dok se prolaskom svoje maksimalne vrijednosti polje umiruje i teži prema glaedem. Takva se pojava događa iz razloga što domena nije dovoljno dobro povezana uključinama te toplinski tok nakon uključine nailazi na čistu pastu što stvara toplinski otpor. Pri vrlo visokim udjelima uključina u smjesi toplina prolazi kroz domenu puno lakše jer postoji dobra umreženost uključinama. Na slici 3.5 vidi se polje razlike temperatura.



Slika 3.5: Prikaz polja razlike temperatura pri $\xi_{ZnO} = 50.38\%$ i $\xi_{ZnO} = 70\%$

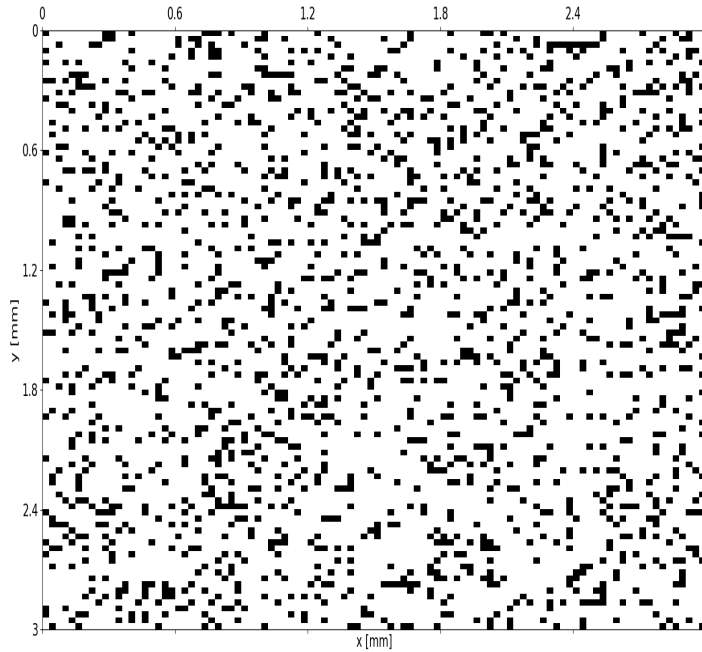
Najveća razlika u temperaturama leži u donjem desnom kutu. S obzirom da je tamo najveća razlika temperatura rubnih uvjeta $\vartheta_{Desno} = 100$ °C i $\vartheta_{Dolje} = 0$ °C količina i položaj uključina će imati najveću zaslugu pri prijenosu topline. Kako tamo postoji više uključina pri $\xi_{ZnO} = 70$ % prijenos topline je intenzivniji.

3.3. MGS A300/AlN i MGS A300/ZnO - veličina čestice 43.1807 μm (varijacija vrsti uključina)

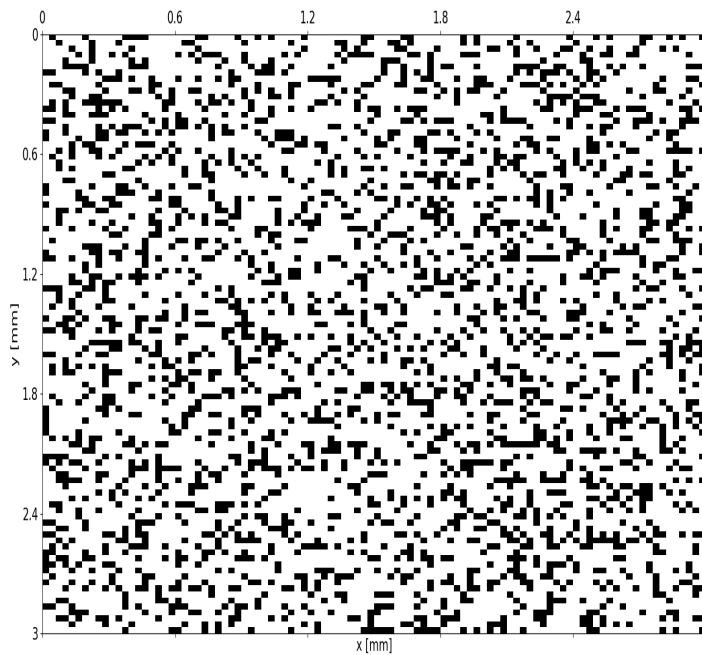
Za smjese termalnih pasti vrsta MGS A300/AlN i MGS A300/ZnO napravljene su slike temperaturnih polja u vremenskom trenutku $t = 49$ s sa 2 adijabatska rubna uvjeta (Gore i Dolje) te 2 Dirichletova rubna uvjeta: $\vartheta_{Lijevo} = 100$ °C, $\vartheta_{Desno} = 0$ °C. Cilj ovog potpoglavlja je prikazati usporedbu vrijednosti efektivnih toplinskih provodnosti pri dodavanju 2 različite uključine na istu vrstu paste sa istim masenim udjelima $\xi_{AlN} = \xi_{ZnO} = 30$ % . Na slici 3.6 mogu se vidjeti raspodjele uključina u obje smjese dok se na slici 3.7 može vidjeti usporedba temperaturnih polja. Također, dodana je usporedba ovisnosti toplinskih tokova na krajevima domene o vremenu za obje vrste uključina 3.8. Uz to, pokazana je i vremenska ovisnost neto toplinskog toka koji se akumulira u domeni. Kako proces teče lijepo se vidi da suma teži prema nuli odnosno proces teži ka stacionarnosti. Tablica 3.2 prikazuje ovisnost broja uključina o vrsti uključine u smjesi sa MGS A300 za isti maseni udio.

Tablica 3.2: Tablični prikaz ovisnosti broja uključina o vrsti smjese pri istom masenom udjelu

Vrsta smjese	$\xi_{uklj}[\%]$	broj uključina
MGS A300/ZnO	30	1658
MGS A300/AlN	30	2552

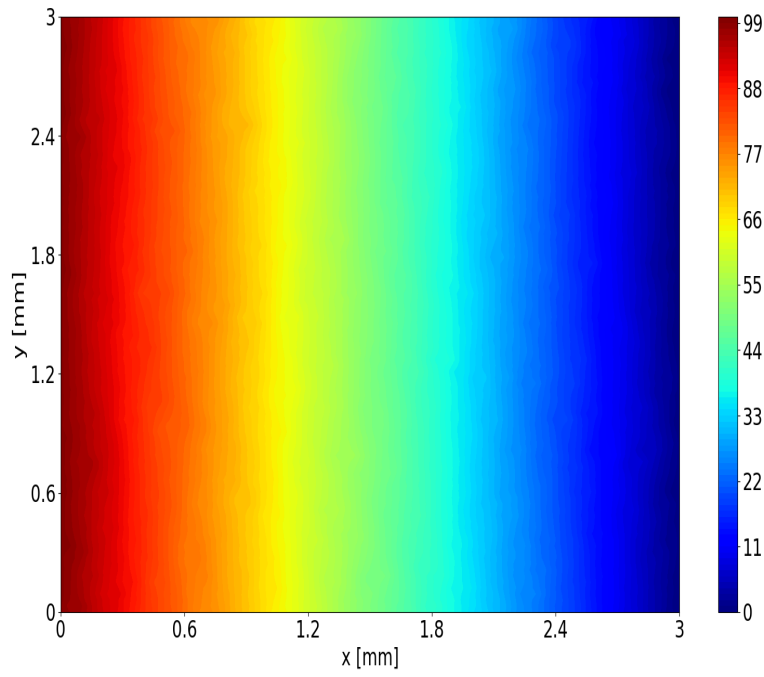


(a) Prikaz raspodjele uključina u smjesi sa $\xi_{ZnO} = 30 \%$

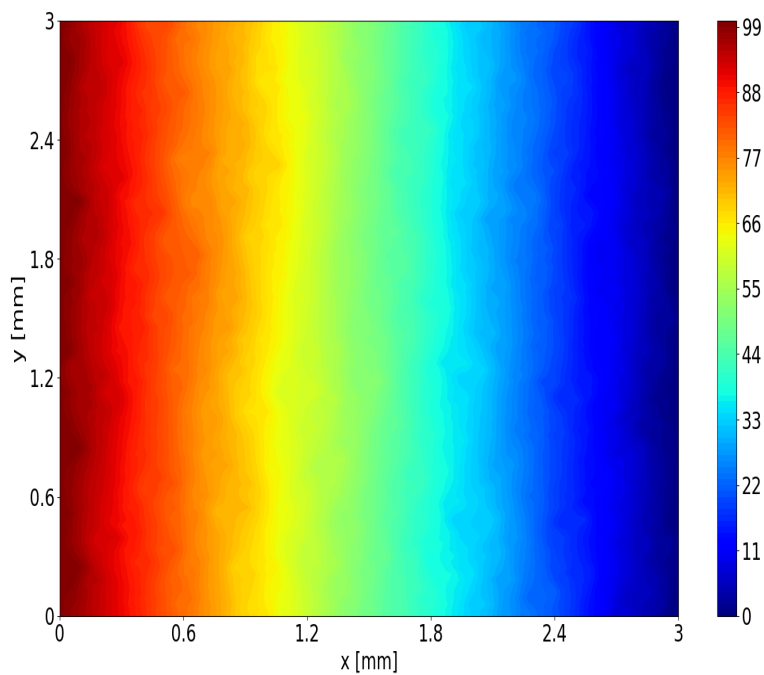


(b) Prikaz raspodjele uključina u smjesi sa $\xi_{AlN} = 30 \%$

Slika 3.6: Usporedbeni prikaz raspodjela uključina smjese MGS A300/ZnO i smjese MGS A300/AlN sa istim masenim udjelom $\xi_{uklj} = 30 \%$

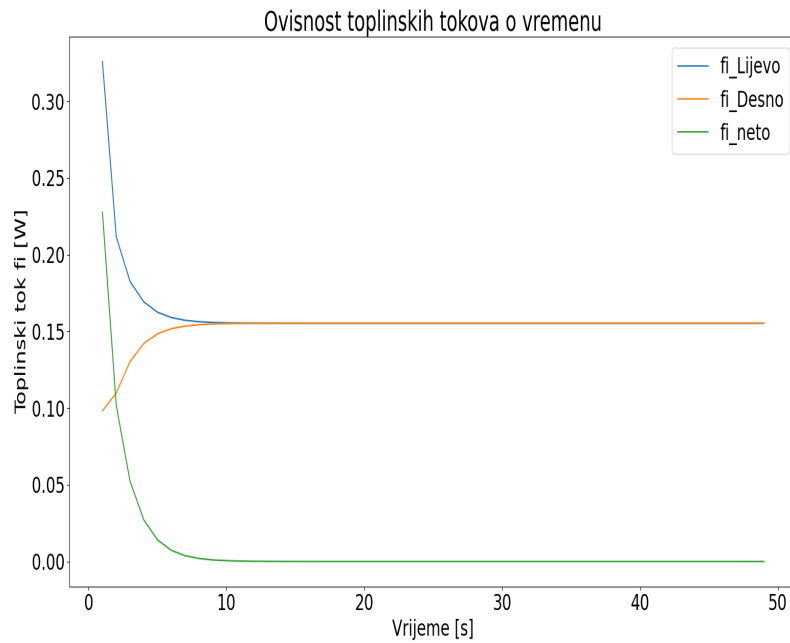


(a) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{ZnO} = 30 \%$ u vremenskom trenutku $t = 49 \text{ s}$

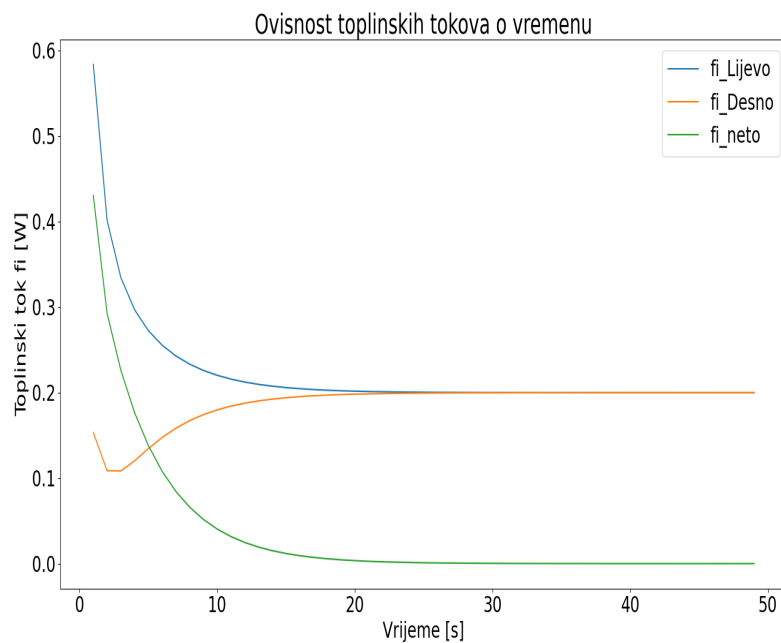


(b) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{AlN} = 30 \%$ u vremenskom trenutku $t = 49 \text{ s}$

Slika 3.7: Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjesa MGS A300/ZnO i MGS A300/AlN sa istim masenim udjelom $\xi_{uklj} = 30 \%$



(a) Prikaz vremenske ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene pri $\xi_{ZnO} = 30 \%$



(b) Prikaz vremenske ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene pri $\xi_{AlN} = 30 \%$

Slika 3.8: Usporedbeni prikaz ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene smjese MGS A300/ZnO i MGS A300/AlN sa istim masenim udjelom $\xi_{uklj} = 30 \%$

U tablici 3.3 prikazane su vrijednosti stacionarnog toplinskog toka Φ_{stac} i efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} za obje smjese. Također, nadodane su vrijednosti toplinskih tokova i vodljivosti pri smjesama MGS C200/AlN i MGS C200/ZnO.

Tablica 3.3: Prikaz vrijednosti stacionarnog toplinskog toka Φ_{stac} i efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} za MGS A300/ZnO, MGS A300/AlN, MGS C200/ZnO i MGS C200/AlN

Vrsta smjese	$\Phi_{stac}[W]$	$\lambda_{ef}[W/mK]$
MGS A300/ZnO	0.1552	5.175
MGS A300/AlN	0.1998	6.66
MGS C200/AlN	0.0888	2.961
MGS C200/ZnO	0.069	1.151

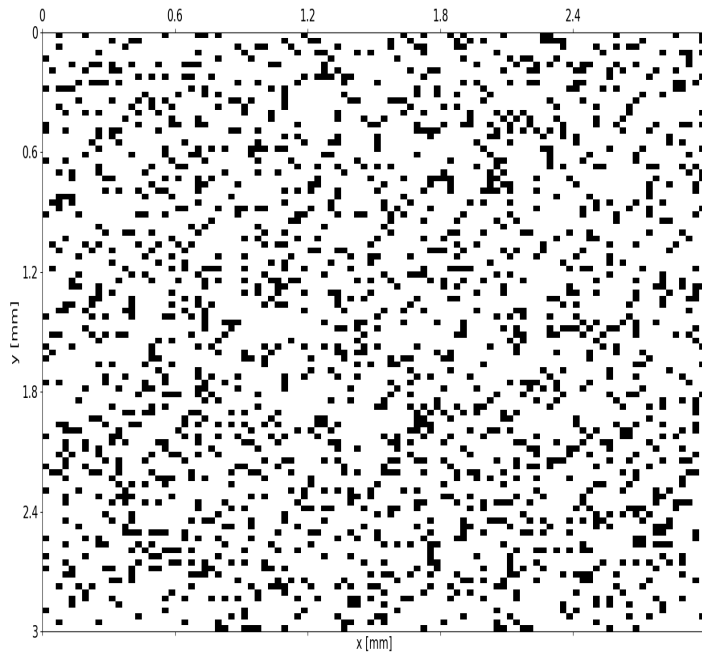
Kod ove se analize lijepo vidi povećanje efektivne toplinske vodljivosti pri dodavanju uključina veće toplinske vodljivosti, što je očekivano. Efektivna toplinska vodljivost kod AlN veća je za 28.71 % u usporedbi sa vodljivošću kod ZnO. Pri većim masenim udjelima taj će postotak rasti što će biti pokazano kasnije. Veća toplinska vodljivost rezultira većim stacionarnim toplinskim tokom koji prolazi kroz domenu. Uz to, vidi se veća distorzija izotermi kod smjese MGS A300/AlN. Kod smjesa sa MGS C200 vidi se također povećanje efektivne toplinske vodljivosti no vrijednosti su manje jer je toplinska vodljivost MGS C200 manja od toplinske vodljivosti MGS A300.

3.4. MGS A300/AlN - veličina čestice 43.1807 μm (varijacija masenih udjela)

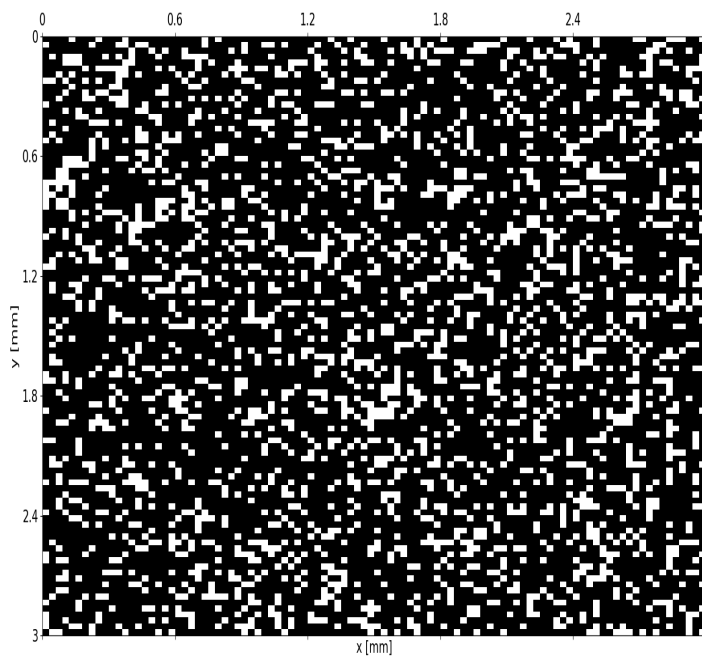
Za smjesu termalne paste vrste MGS A300/AlN napravljene su slike temperaturnih polja u vremenskom trenutku $t = 10$ s sa slijedećim Dirichletovim rubnim uvjetima: $\vartheta_{\text{Lijeva}} = 50$ °C, $\vartheta_{\text{Dolje}} = 0$ °C, $\vartheta_{\text{Gore}} = 20$ °C, $\vartheta_{\text{Desno}} = 100$ °C. Uz to dodan je prikaz polja u vremenskom trenutku $t = 49$ s sa 2 adijabatska rubna uvjeta (Gore i Dolje) te 2 Dirichletova rubna uvjeta: $\vartheta_{\text{Lijeva}} = 100$ °C, $\vartheta_{\text{Desno}} = 0$ °C. Cilj ovog potpoglavlja je usporedba distorzije širenja temperaturnih polja smjese masenih udjela $\xi_{\text{AlN}} = 20$ % i $\xi_{\text{AlN}} = 80$ % te određivanje efektivih toplinskih vodljivosti pri različitim masenim udjelima. Također, prikazano je polje razlike temperatura kod slučaja sa 4 Dirichletova rubna uvjeta. Tablica 3.4 prikazuje ovisnost broja uključina o masenom udjelu smjese MGS A300/AlN. Slika 3.9 prikazuje raspodjele uključina smjese MGS A300/AlN za navedene masene udjele dok slika 3.10 prikazuje usporedbe temperaturnih polja pri 4 Dirichletova rubna uvjeta za navedene masene udjele dok slika 3.12 prikazuje usporedbu polja za 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta gdje se na slici 3.13 može vidjeti usporedba vremenskih ovisnosti toplinskih tokova za iste rubne uvjete.

Tablica 3.4: Tablični prikaz ovisnosti broja uključina o masenom udjelu smjese MGS A300/AlN

Maesni udio $\xi_{\text{AlN}}[\%]$	broj uključina
20	1665
80	7618

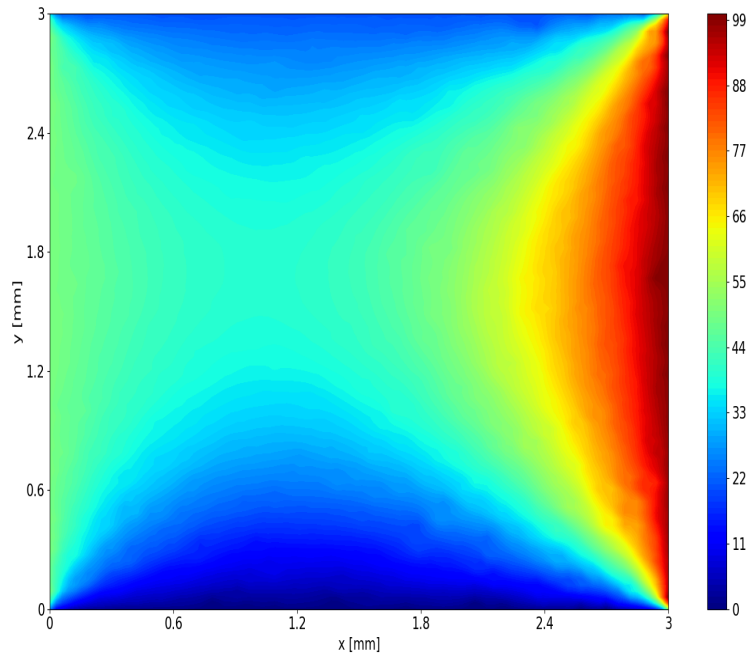


(a)) Prikaz raspodjele uključina u smjesi sa $\xi_{AlN} = 20 \%$

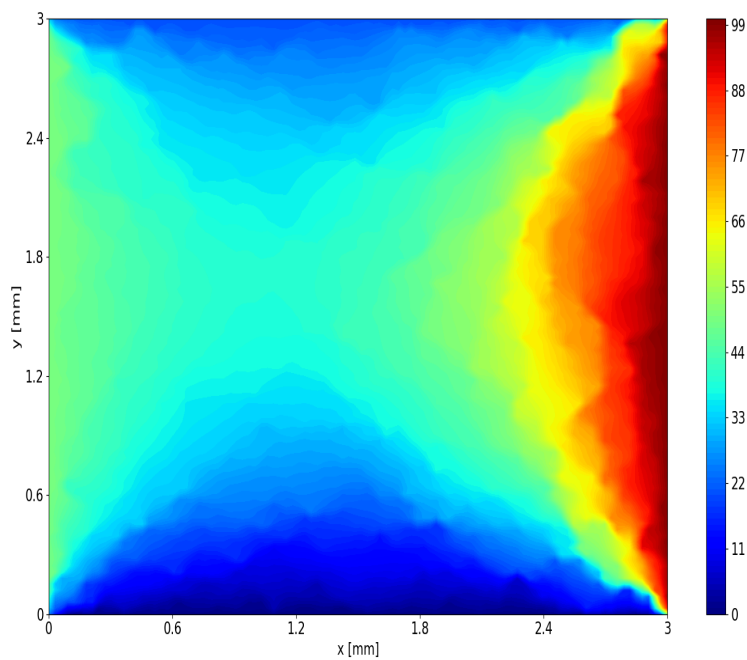


(b)) Prikaz raspodjele uključina u smjesi sa $\xi_{AlN} = 80 \%$

Slika 3.9: Usporedbeni prikaz raspodjela uključina smjese MGS A300/AlN sa različitim masenim udjelima



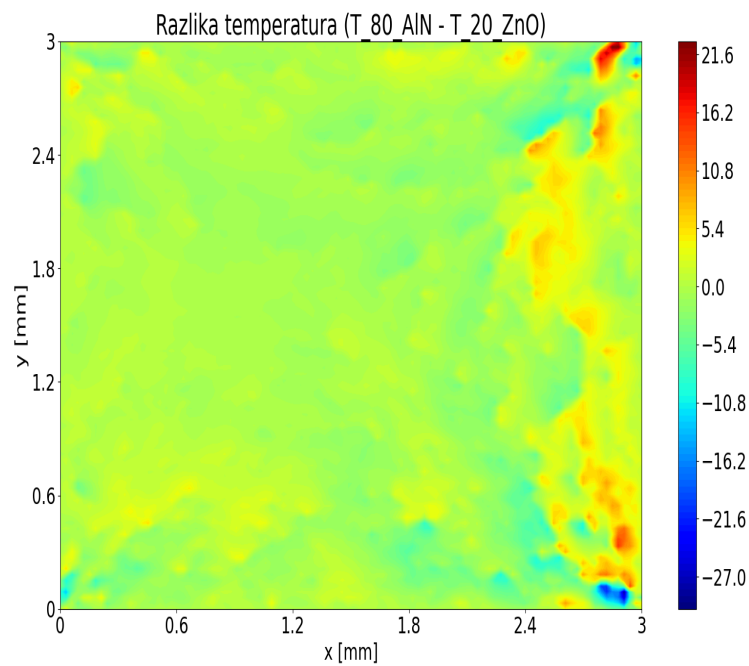
(a) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{ZnO} = 20 \%$ u vremenskom trenutku $t = 10 \text{ s}$



(b) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{AlN} = 80 \%$ u vremenskom trenutku $t = 10 \text{ s}$

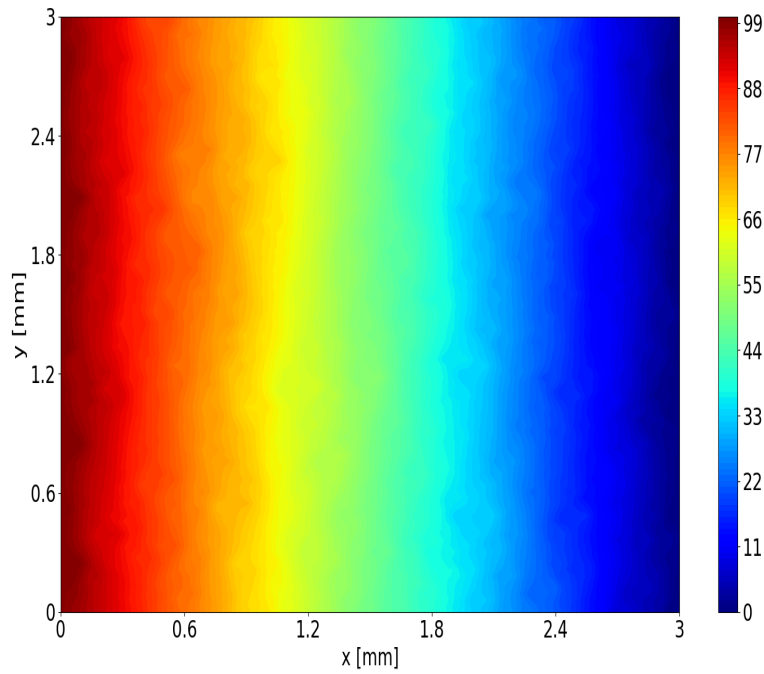
Slika 3.10: Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/AlN sa različitim masenim udjelima

Pri ovoj se analizi vidi velika razlika distorzije temperaturnih polja kako se maseni udio aluminijevog nitrida AlN povećava. Tu je, također, bitno spomenuti da nije došlo do maksimalnog masenog udjela AlN nakon kojeg se smanjuje distorzija. Slika 3.11 prikazuje razlike u temperaturama pri ovoj analizi.

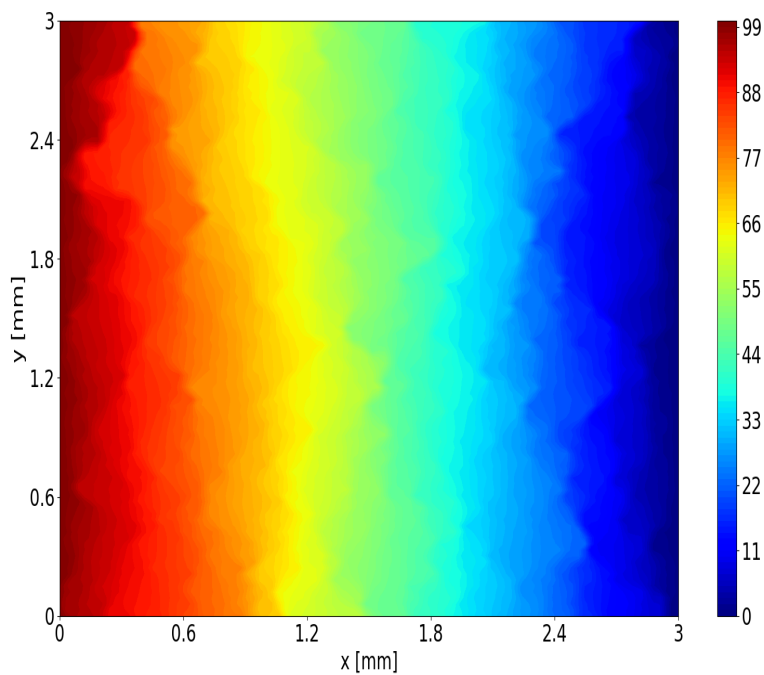


Slika 3.11: Prikaz polja razlike temperatura pri $\xi_{AlN} = 20\%$ i $\xi_{AlN} = 80\%$

Najveća razlika obitava kod donjeg desnog kuta gdje se to lijepo vidi na prikazima temperaturnih polja. Naime, kod $\xi_{AlN} = 80\%$ vidi se da je donji rubni uvjet utjecao na veći dio površine nego kod $\xi_{AlN} = 20\%$. Zbog toga maksimalna razlika iznosi oko $30\text{ }^{\circ}\text{C}$.

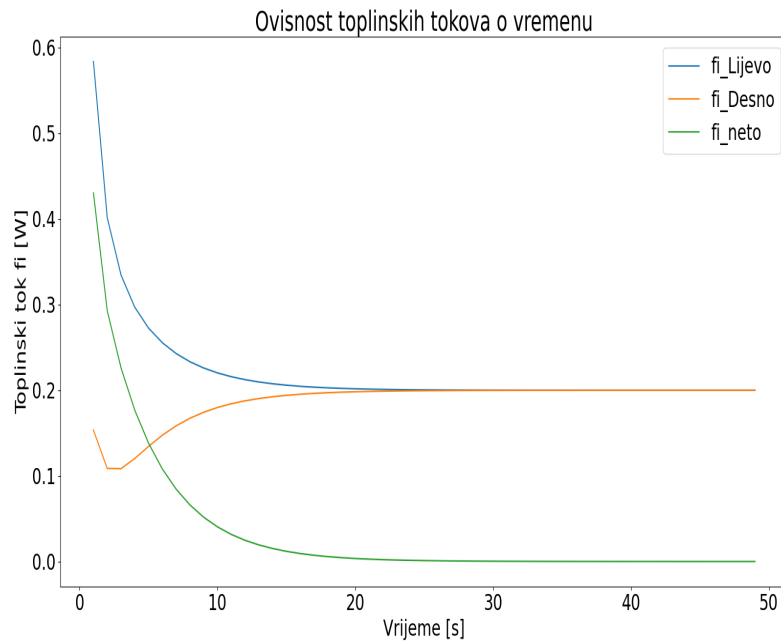


(a) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{ALN} = 20\%$ u vremenskom trenutku $t = 49$ s

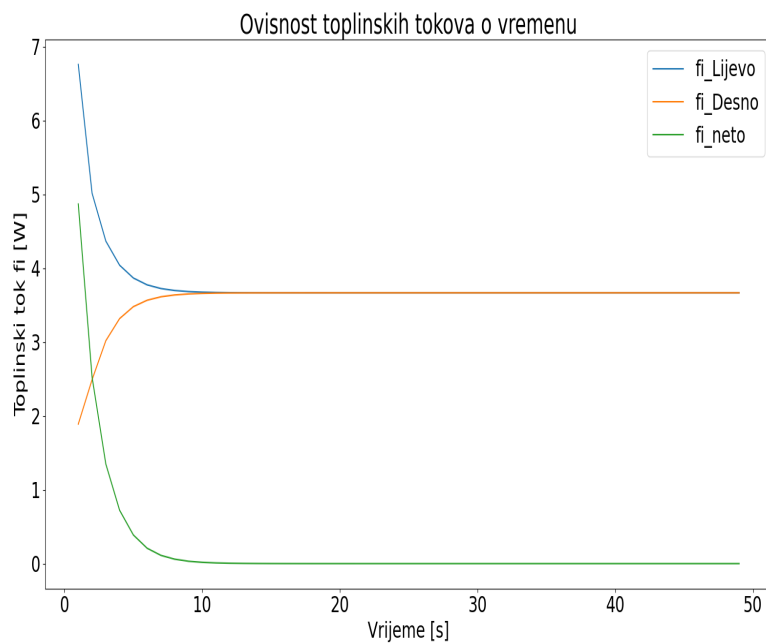


(b) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{ALN} = 80\%$ u vremenskom trenutku $t = 49$ s

Slika 3.12: Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/AIN sa različitim masenim udjelima - 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta



(a)) Prikaz vremenske ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene pri $\xi_{AIN} = 20 \%$



(b)) Prikaz vremenske ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene pri $\xi_{AIN} = 80 \%$

Slika 3.13: Usporedbeni prikaz ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene smjese MGS A300/AIN pri različitim masenim udjelima

U tablici 3.5 prikazane su vrijednosti stacionarnog toplinskog toka Φ_{stac} i efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} za smjese MGS A300/ZnO, MGS A300/AlN, MGS C200/ZnO i MGS C200/AlN pri $\xi_{uklj} = 20 \%$ i $\xi_{uklj} = 80 \%$.

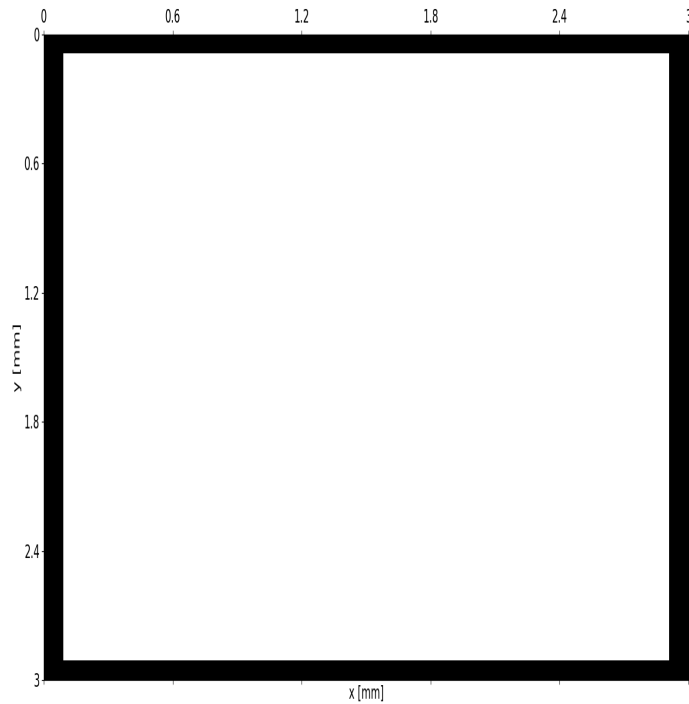
Tablica 3.5: Prikaz vrijednosti stacionarnog toplinskog toka Φ_{stac} i efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} za smjese MGS A300/AlN, MGS A300/ZnO, MGS C200/ZnO i MGS C200/AlN pri različitim masenim udjelima

Vrsta smjese	ξ_{uklj}	$\Phi_{stac}[W]$	$\lambda_{ef}[W/mK]$
MGS A300/AlN	80 %	3.6669	122.229
MGS A300/AlN	20 %	0.1552	5.175
MGS A300/ZnO	20 %	0.1398	4.66
MGS A300/ZnO	80 %	0.5967	19.891
MGS C200/ZnO	20 %	0.0608	2.026
MGS C200/ZnO	80 %	0.4626	15.419
MGS C200/AlN	80 %	3.7497	124.99
MGS C200/AlN	20 %	0.0709	2.362

3.5. MGS A300/AlN i MGS A300/ZnO - veličina čestice $43.1807 \mu m$ (simetrična postavka uključina sa istim brojem čestica)

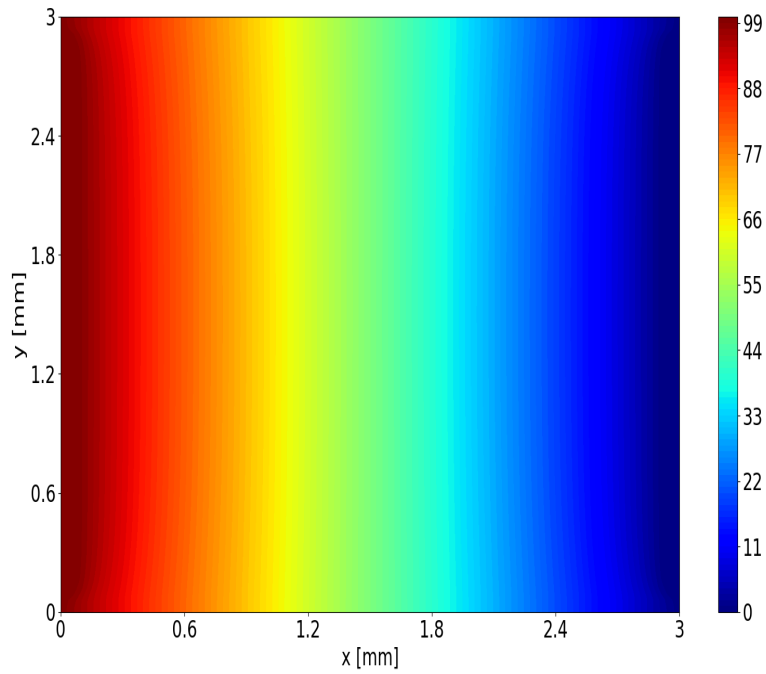
Za smjese termalnih pasti vrsti MGS A300/AlN te MGS A300/ZnO napravljene su slike temperaturnih polja u vremenskom trenutku $t = 49$ s sa slijedećim 2 adijabatska rubna uvjeta (Gore i Dolje) te 2 Dirichletova rubna uvjeta: $\vartheta_{Lijevo} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $\vartheta_{Desno} = 0 \text{ }^\circ\text{C}$. Cilj ovog potpoglavlja je usporedba temperaturnih polja smjesa sa različitim vrstama uključina pri simetrično - pravilnom postavljanju uključina na rubovima proračunske domene te usporedba efektivnih toplinskih provodnosti. Uključine su postavljene na debljini 0.09 mm od svakog ruba. Prikaz samog smještaja uključina može se vidjeti na slici 3.14. Pri ovakvoj se raspodjeli u samoj smjesi nalazi 1200 uključina iste veličine čestica. Slika 3.15 prikazuje usporedbu temperaturnih polja za između MGS A300/AlN

i MGS A300/ZnO dok slika 3.16 prikazuje usporedbu vremenskih ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene.

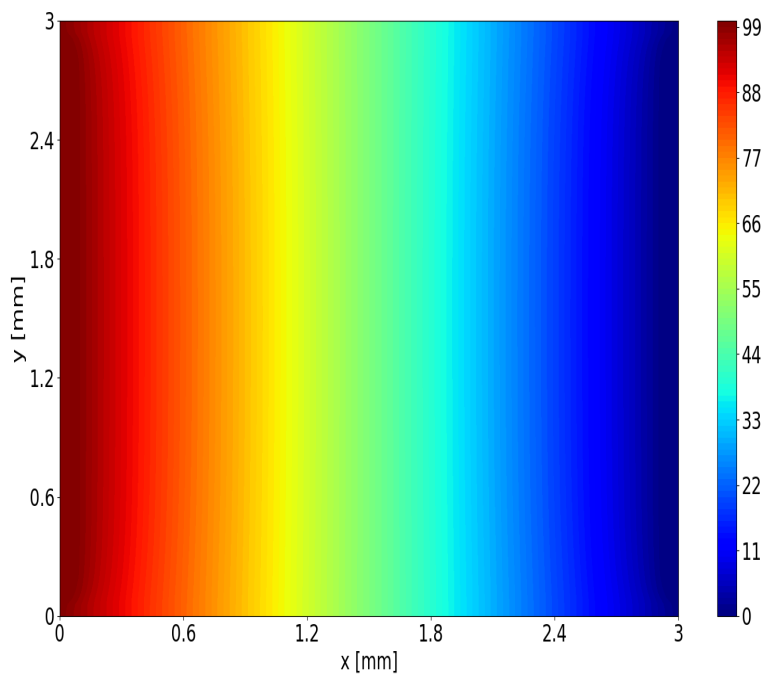


Slika 3.14: Prikaz raspodjele uključina u smjesi sa $\xi_{AlN} = 14.58 \%$ i $\xi_{AlN} = 22.73 \%$

Uz ovu bi analizu bilo zanimljivo pravilno raspoređenim uključinama povezati lijevi i desni rub domene te vidjeti kako to utječe na prijenos topline. S obzirom da to nije tema ovog završnog rada, takva analiza nije stavljena.

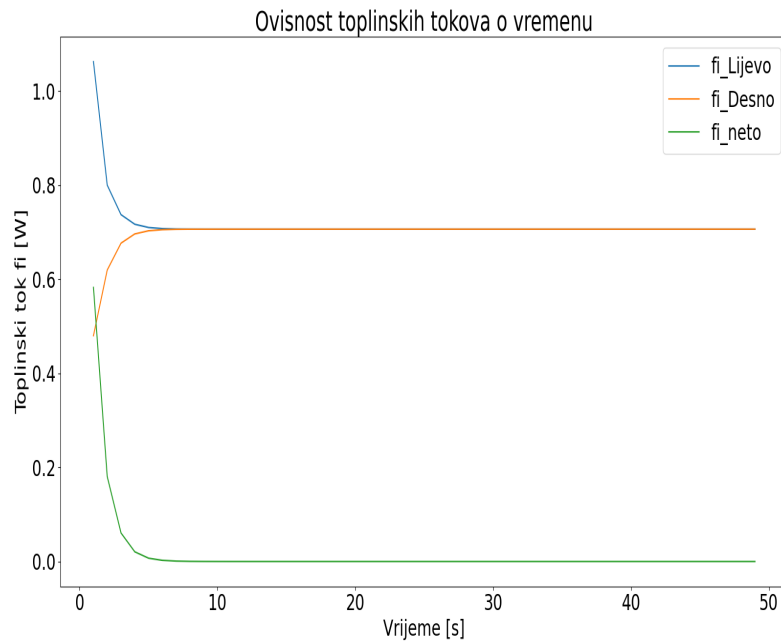


(a) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{AlN} = 14.58 \%$ u vremenskom trenutku $t = 49$ s

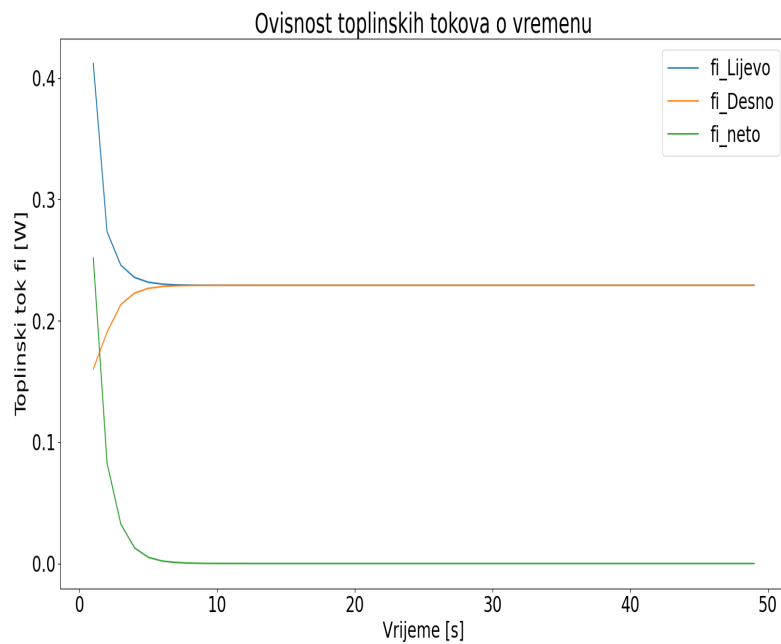


(b) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{ZnO} = 22.73 \%$ u vremenskom trenutku $t = 49$ s

Slika 3.15: Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/AlN i MGS A300/ZnO pri simetričnom postavljanju - 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta



(a)) Prikaz vremenske ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene pri $\xi_{AlN} = 14.58$ %



(b)) Prikaz vremenske ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene pri $\xi_{ZnO} = 22.73$ %

Slika 3.16: Usporedbeni prikaz ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene smjesa MGS A300/ZnO i MGS A300/AIN pri simetričnom postavljanju uključina

U tablici 3.6 prikazane su vrijednosti stacionarnog toplinskog toka Φ_{stac} i efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} za obje smjese.

Tablica 3.6: Prikaz vrijednosti stacionarnog toplinskog toka Φ_{stac} i efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} za MGS A300/ZnO i MGS A300/AlN pri simetričnoj postavci uključina

Vrsta smjese	$\Phi_{stac}[W]$	$\lambda_{ef}[W/mK]$
MGS A300/AlN	0.7064	23.547
MGS A300/ZnO	0.2292	7.639

Kao što se vidi u tablici i pri usporedbi ovisnosti toplinskih tokova, vrijednosti efektivnih toplinskih vodljivost naglo narastu u usporedbi sa stohastičkim postavljanjem pri istom ili sličnom broju čestica. To navodi na zaključak gdje pri kvalitetnom i pažljivom postavljanju uključina toplinski otpor naglo pada. S obzirom da su uključine postavljene na rubovima domene, većina će toplinskog toka prolaziti kroz ta mjesta. Kako je tamo najniži toplinski otpor jer je najveća toplinska vodljivost, najveći udio topline ide u tom smjeru.

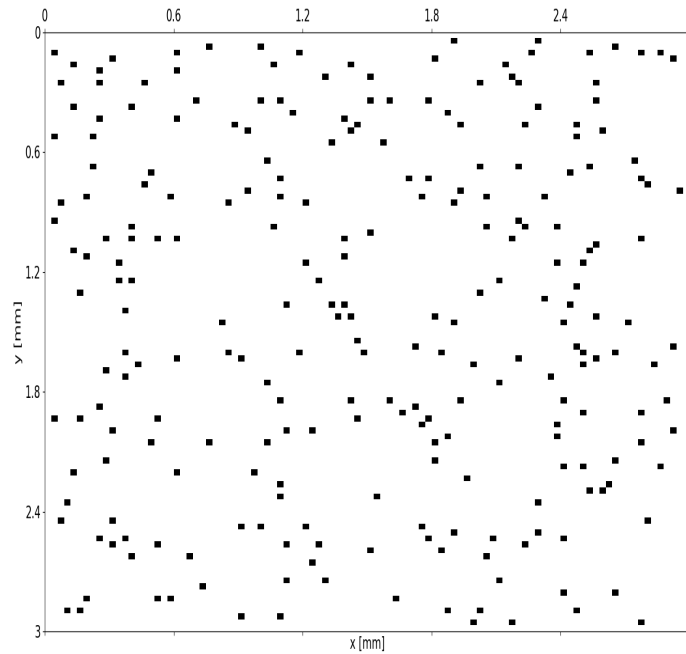
3.6. MGS A300/AlN - iste uključine (varijacija veličina čestica)

Za smjesu termalne paste vrste MGS A300/AlN napravljene su slike temperaturnih polja u vremenskom trenutku $t = 10$ s sa slijedećim Dirichletovim rubnim uvjetima: $\vartheta_{Lijevo} = 50$ °C, $\vartheta_{Dolje} = 0$ °C, $\vartheta_{Gore} = 20$ °C, $\vartheta_{Desno} = 100$ °C. Uz to napravljene su slike temperaturnih polja u vremenskom trenutku $t = 49$ s sa 2 adijabatska rubna uvjeta (Gore i Dolje) te 2 Dirichletova rubna uvjeta: $\vartheta_{Lijevo} = 100$ °C, $\vartheta_{Desno} = 0$ °C. Cilj ovog potpoglavlja je usporedba širenja izoterme kod temperaturnih polja smjese MGS A300/AlN sa različitim veličinama čestica $d_{ek} = 43.1807$ μm i $d_{ek} = 68.5451$ μm . Prikazi same raspodjele uključina mogu se vidjeti na slici 3.17 dok se usporedba temperaturnih polja sa 4 Dirichletova rubna uvjeta može vidjeti na slici 3.18. Na slici 3.19 prikazana je usporedba temperaturnih polja sa 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta dok je na slici 3.20 prikazana vremenska ovisnost toplinskih tokova na rubovima

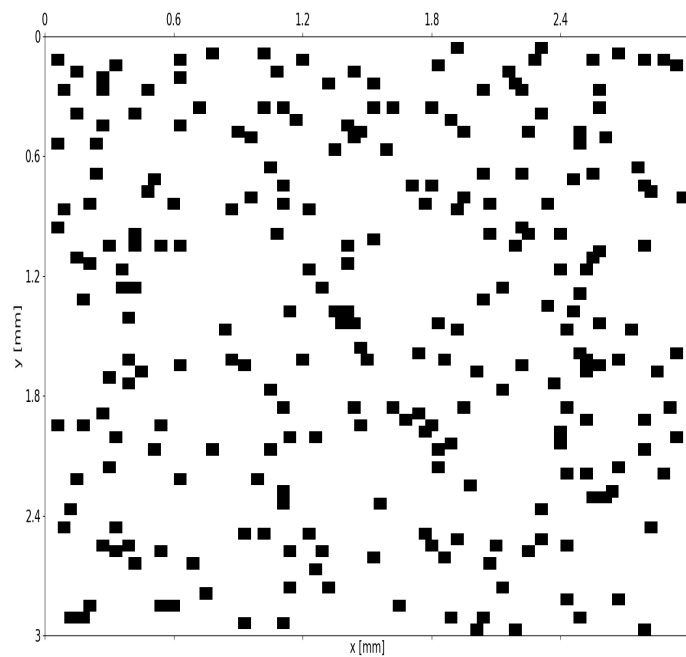
domene pri istim rubnim uvjetima. Tablica 3.7 prikazuje ovisnost masenih udjela o ekvivalentnom promjeru za MGS A300/AlN.

Tablica 3.7: Prikaz ovisnosti masenih udjela o ekvivalentnom promjeru čestica d_{ek}

$d_{ek}[\mu m]$	$\xi_{AlN}[\%]$
43.1807	3.11
68.5451	12.07

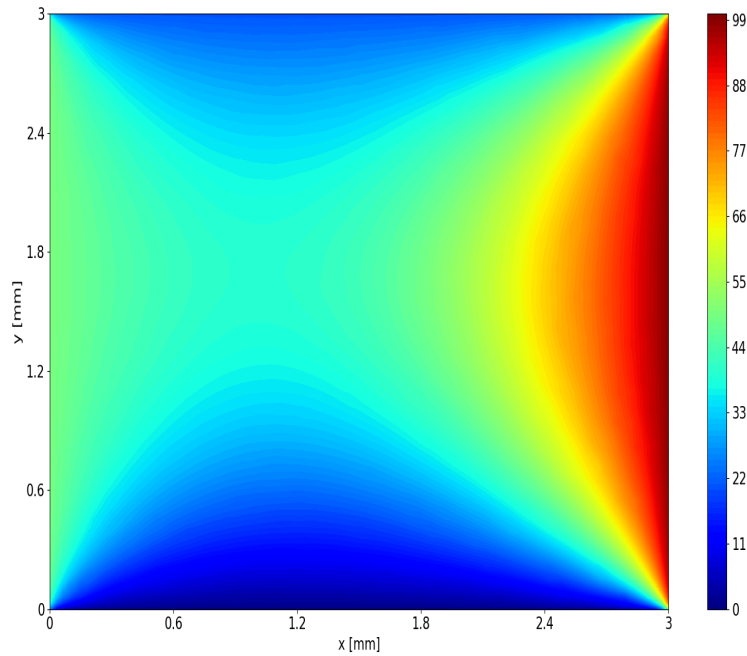


(a) Prikaz raspodjele uključina u smjesi sa $\xi_{AlN} = 3.11 \%$

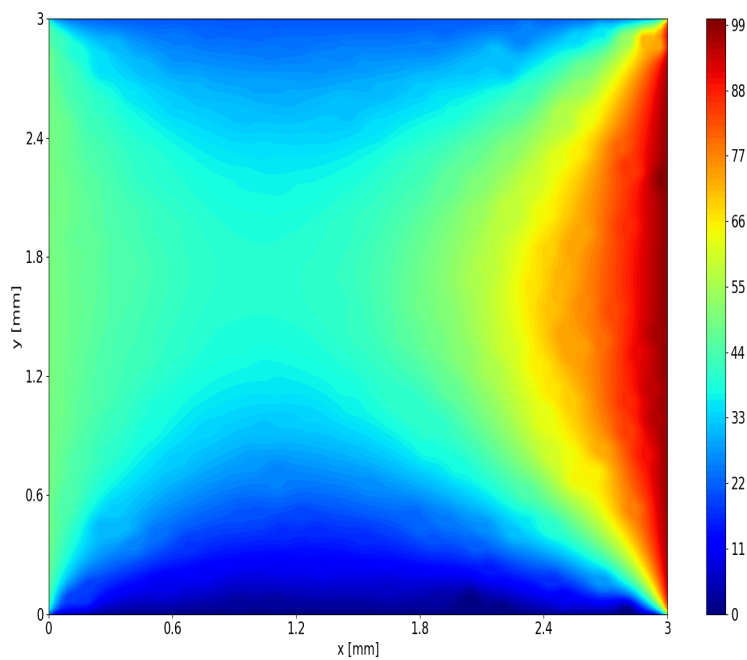


(b) Prikaz raspodjele uključina u smjesi sa $\xi_{AlN} = 12.07 \%$

Slika 3.17: Usporedbeni prikaz raspodjela uključina smjese MGS A300/AlN sa $d_{ek} = 43.1807 \mu m$ i $d_{ek} = 68.5451 \mu m$

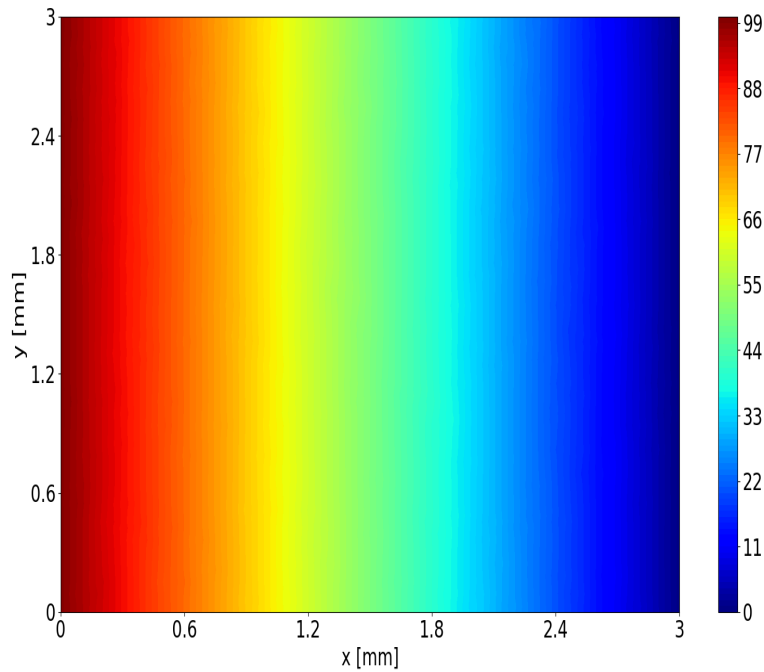


(a) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{AIN} = 3.11 \%$ u vremenskom trenutku $t = 10$ s

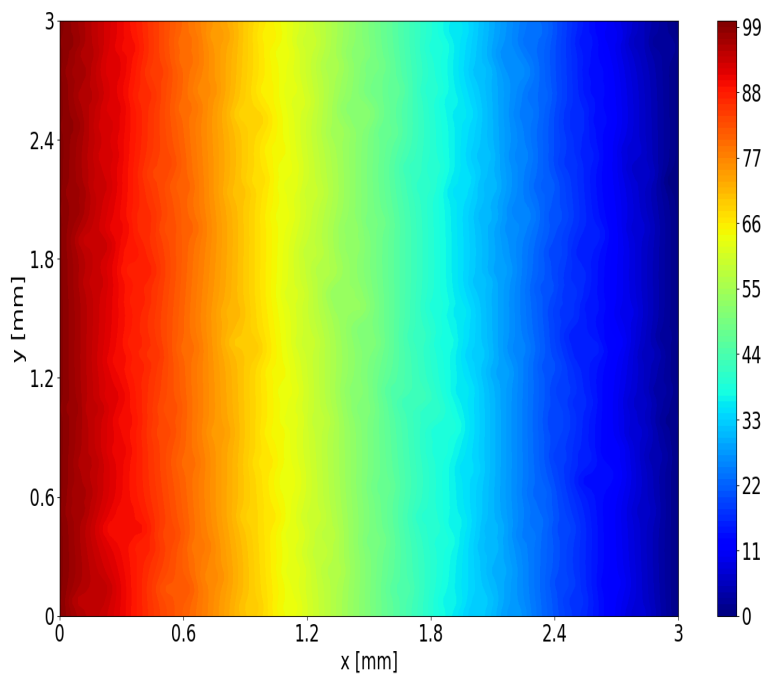


(b) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{AIN} = 12.07 \%$ u vremenskom trenutku $t = 49$ s

Slika 3.18: Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/AIN pri različitim veličinama čestica - 4 Dirichletova rubna uvjeta

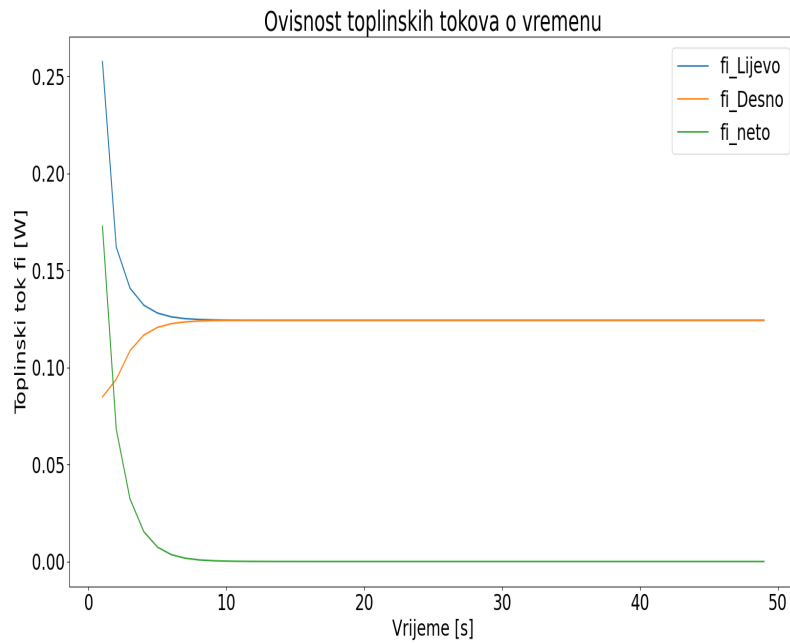


(a) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{AlN} = 3.11 \%$ u vremenskom trenutku $t = 10$ s

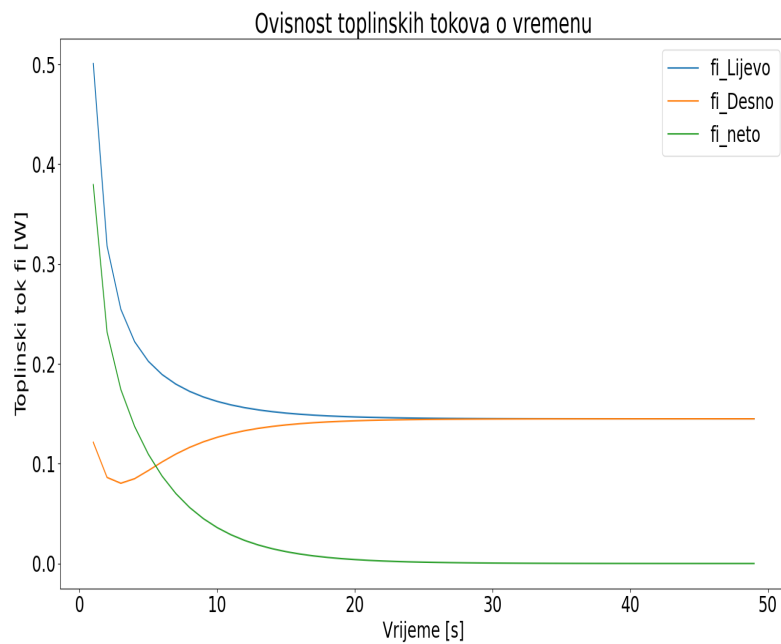


(b) Prikaz temperaturnog polja sa $\xi_{AlN} = 12.07 \%$ u vremenskom trenutku $t = 49$ s

Slika 3.19: Usporedbeni prikaz temperaturnih polja smjese MGS A300/AlN pri različitim veličinama čestica - 2 adijabatska rubna uvjeta i 2 Dirichletova rubna uvjeta



(a)) Prikaz vremenske ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene pri $\xi_{AIN} = 3.11\%$



(b)) Prikaz vremenske ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene pri $\xi_{AIN} = 12.07\%$

Slika 3.20: Usporedbeni prikaz ovisnosti toplinskih tokova na rubovima domene smjese MGS A300/AIN pri različitim veličinama čestica

Na slici 3.18 zorno je predočena distorzija izotermi. Utjecaj veličina čestica najviše se vidi u gornjem desnom kutu gdje se na slici 3.17 vidi razlika u veličini čestica. Baš zbog povećanja ekvivalentnog promjera može se vidjeti kako je veći dio prostora u gornjem desnom kutu obuhvaćen uključinama. S obzirom da su uključine blizu rubova domene, veličina čestice igra ključnu ulogu u prijenosu topline kao i u distorziji izotermi. Što je čestica veća, to više toplinskog toka prima i predaje te se time sve više udaljuje od čiste paste.

U tablici 3.8 uklopljene su, također, vrijednosti efektivnih toplinskih provodnosti i stacionarnih toplinskih tokova za smjese MGS C200/AlN i MGS C200/ZnO. S obzirom da je vrijednost toplinske provodnosti paste MGS C200 manja od MGS A300, bit će manje vrijednosti efektivnih toplinskih provodnosti.

Tablica 3.8: Prikaz vrijednosti stacionarnog toplinskog toka Φ_{stac} i efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} za MGS A300/ZnO, MGS A300/AlN, MGS C200/AlN i MGS C200/ZnO pri različitoj veličini čestica

Vrsta smjese	$d_{ekv}[\mu m]$	$\Phi_{stac}[W]$	$\lambda_{ef}[W/mK]$
MGS A300/AlN	43.1807	0.1243	4.144
MGS A300/AlN	68.5451	0.145	4.832
MGS A300/ZnO	43.1807	0.124	4.133
MGS A300/ZnO	68.5451	0.1417	4.725
MGS C200/AlN	43.1807	0.0529	1.762
MGS C200/AlN	68.5451	0.0618	2.06
MGS C200/ZnO	43.1807	0.0528	1.76
MGS C200/ZnO	68.5451	0.0612	2.039

3.7. MGS A300/AlN i MGS A300/ZnO - ovisnosti

λ_{ef} o masenim udjelima ξ_{uklj}

Ovo se poglavlje bavi tabličnim prikazima vrijednosti toplinskih otpora smjesa u ovisnosti o masenim udjelima uključina. Pri svakom su se masenom udjelu danom u tablici stohastički pet puta generirale pozicije uključina te su proračuni napravljeni za

svaki broj slučaja. Krajnja osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef, sr}$ proizašla je iz aritmetičke sredine. Analize su napravljene uz 2 adijabatska rubna uvjeta te 2 Dirichletova rubna uvjeta: $\vartheta_{Lijeva} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $\vartheta_{Desno} = 0 \text{ }^\circ\text{C}$.

Tablica 3.9: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 10 \text{ } \%$ kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/AlN	1	4.548	0.1364
MGS A300/AlN	2	4.552	0.1366
MGS A300/AlN	3	4.54	0.1362
MGS A300/AlN	4	4.549	0.1365
MGS A300/AlN	5	4.553	0.1366

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef, sr}$ iznosi 4.548 W/mK.

Tablica 3.10: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 10.7 \text{ } \%$ za ZnO u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/ZnO	1	4.315	0.1295
MGS A300/ZnO	2	4.306	0.1292
MGS A300/ZnO	3	4.306	0.1292
MGS A300/ZnO	4	4.304	0.1291
MGS A300/ZnO	5	4.31	0.1293

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef, sr}$ iznosi 4.308 W/mK.

Tablica 3.11: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 20 \%$ za AlN u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/AlN	1	5.364	0.1609
MGS A300/AlN	2	5.382	0.1615
MGS A300/AlN	3	5.39	0.1617
MGS A300/AlN	4	5.357	0.1607
MGS A300/AlN	5	5.341	0.1602

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 5.367 W/mK.

Tablica 3.12: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 21.24 \%$ za ZnO u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/ZnO	1	4.712	0.1413
MGS A300/ZnO	2	4.713	0.1414
MGS A300/ZnO	3	4.714	0.1414
MGS A300/ZnO	4	4.712	0.1414
MGS A300/ZnO	5	4.715	0.1414

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 4.713 W/mK.

Tablica 3.13: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 30 \%$ za AlN u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/AlN	1	6.645	0.1994
MGS A300/AlN	2	6.661	0.1998
MGS A300/AlN	3	6.629	0.1989
MGS A300/AlN	4	6.704	0.2011
MGS A300/AlN	5	6.708	0.2012

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 6.669 W/mK.

Tablica 3.14: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 31.59 \%$ kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/ZnO	1	5.308	0.1592
MGS A300/ZnO	2	5.258	0.1577
MGS A300/ZnO	3	5.267	0.158
MGS A300/ZnO	4	5.271	0.1581
MGS A300/ZnO	5	5.275	0.1583

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 5.276 W/mK.

Tablica 3.15: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 40 \%$ kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/AlN	1	9.042	0.2713
MGS A300/AlN	2	8.682	0.2605
MGS A300/AlN	3	8.916	0.2675
MGS A300/AlN	4	8.952	0.2686
MGS A300/AlN	5	9.077	0.2723

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 8.934 W/mK.

Tablica 3.16: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 41.8 \%$ kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/ZnO	1	6.091	0.1827
MGS A300/ZnO	2	6.089	0.1827
MGS A300/ZnO	3	6.058	0.1817
MGS A300/ZnO	4	6.128	0.1839
MGS A300/ZnO	5	6.103	0.1831

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 6.093 W/mK.

Tablica 3.17: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 50 \%$ kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/AlN	1	14.076	0.4223
MGS A300/AlN	2	13.481	0.4044
MGS A300/AlN	3	13.479	0.4044
MGS A300/AlN	4	13.854	0.4156
MGS A300/AlN	5	13.771	0.4131

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef, sr}$ iznosi 13.732 W/mK.

Tablica 3.18: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 51.86 \%$ kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/ZnO	1	7.47	0.2241
MGS A300/ZnO	2	7.407	0.2222
MGS A300/ZnO	3	7.399	0.222
MGS A300/ZnO	4	7.335	0.22
MGS A300/ZnO	5	7.335	0.22

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef, sr}$ iznosi 7.389 W/mK.

Tablica 3.19: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 60 \%$ kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/AlN	1	26.265	0.788
MGS A300/AlN	2	26.679	0.8
MGS A300/AlN	3	26.758	0.8027
MGS A300/AlN	4	25.456	0.7637
MGS A300/AlN	5	26.742	0.8023

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 26.38 W/mK.

Tablica 3.20: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 61.77 \%$ kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/ZnO	1	9.428	0.2829
MGS A300/ZnO	2	9.458	0.2837
MGS A300/ZnO	3	9.472	0.2842
MGS A300/ZnO	4	9.598	0.288
MGS A300/ZnO	5	9.527	0.2858

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 9.497 W/mK.

Tablica 3.21: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 70 \%$ kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/AlN	1	56.502	1.6951
MGS A300/AlN	2	57.039	1.7112
MGS A300/AlN	3	56.997	1.7099
MGS A300/AlN	4	57.938	1.7381
MGS A300/AlN	5	58.649	1.7595

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 57.425 W/mK.

Tablica 3.22: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 71.57 \%$ kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/ZnO	1	13.481	0.4044
MGS A300/ZnO	2	13.556	0.4067
MGS A300/ZnO	3	13.46	0.4038
MGS A300/ZnO	4	13.502	0.4051
MGS A300/ZnO	5	13.097	0.3929

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 13.419 W/mK.

Tablica 3.23: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 80 \%$ kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/AlN	1	121.719	3.6516
MGS A300/AlN	2	121.897	3.6569
MGS A300/AlN	3	118.03	3.5409
MGS A300/AlN	4	119.534	3.586
MGS A300/AlN	5	122.186	3.6656

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 120.673 W/mK.

Tablica 3.24: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 81.16 \%$ kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/ZnO	1	20.994	0.6298
MGS A300/ZnO	2	21.02	0.6306
MGS A300/ZnO	3	20.779	0.6234
MGS A300/ZnO	4	20.785	0.624
MGS A300/ZnO	5	20.682	0.6204

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 20.852 W/mK.

Tablica 3.25: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{AlN} = 90 \%$ kroz 5 slučajeva za AlN u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/AlN	1	209.359	6.2808
MGS A300/AlN	2	208.042	6.2413
MGS A300/AlN	3	210.061	6.3018
MGS A300/AlN	4	206.924	6.2077
MGS A300/AlN	5	211.278	6.3383

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 209.133 W/mK.

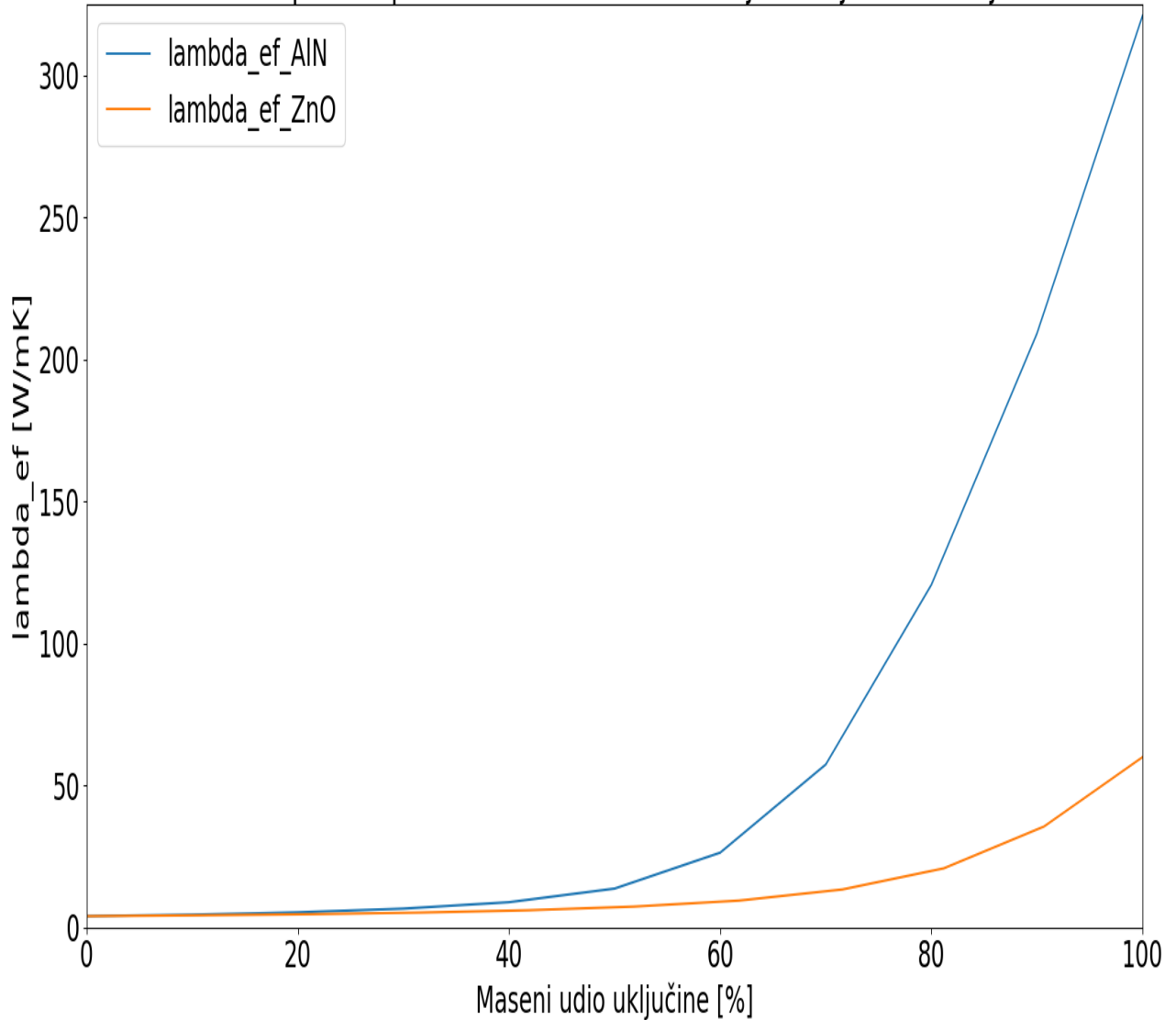
Tablica 3.26: Tablični prikaz ovisnosti efektivne toplinske vodljivosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina $\xi_{ZnO} = 90.67 \%$ kroz 5 slučajeva za ZnO u smjesi sa MGS A300

Vrsta smjese	broj slučaja	$\lambda_{ef}[W/mK]$	$\Phi_{stac}[W]$
MGS A300/ZnO	1	35.594	1.0678
MGS A300/ZnO	2	35.365	1.061
MGS A300/ZnO	3	35.781	1.0734
MGS A300/ZnO	4	35.42	1.0626
MGS A300/ZnO	5	35.729	1.0719

Osrednjena efektivna toplinska vodljivost $\lambda_{ef,sr}$ iznosi 35.578 W/mK.

Slika 3.21 prikazuje ovisnost efektivne toplinske provodnosti λ_{ef} o masenom udjelu uključina ZnO i AlN u smjesi sa MGS A300. Maseni se udio kreće od 0 % do 100 % kad termalna pasta postaje jedna velika uključina.

Ovisnost efektivne toplinske provodnosti o masenom udjelu uključina u smjesi sa MGS A300



Slika 3.21: Prikaz ovisnosti efektivne toplinske provodnosti o masenom udjelu uključina u smjesi sa MGS A300

Na slici se vidi kako pri povišenju masenih udjela uključina nagib krivulje raste. To je opravdano činjenicom da domena postaje sve više zasićena uključinama više toplinske provodnosti te time se ukupni toplinski otpor smanjuje. Zanimljivo je za vidjeti

ponašanje grafova u intervalu od 90 % masenog udjela do 100 %. S obzirom da su u tom intervalu nagibi najveći, mali porast masenog udjela rezultira znatnim povećanjem toplinske provodnosti.

4 | Zaključak

U radu je napravljeno podosta analiza i simulacija 2D nestacionarnih temperaturnih polja čistih pasti i smjesa. Navedenim analizama prikazano je da utjecaj korištenja dodatnih uključina u termalnim pastama pospješuje prijenos topline. Varijacijama pojedinih parametara pokazano je da pomnim odabirom vrste, veličine i masenog udjela uključine, prijenos topline može se znatno pospješiti. Ovaj je broj analiza u radu tek mali udio u ogromnoj varijaciji parametara gdje neki uopće nisu ni uzeti u obzir. S obzirom na zahtijevani opseg ovog rada, bilo je potrebno ograničiti se na par parametara i vrsti materijala. Kao što je pokazano, najveći udio u prijenosu topline, uz vrstu uključine, ima njezin maseni udio u smjesi. S obzirom da u realnosti uključine neće biti pravilnih oblika, potrebno je uzeti te nesavršenosti u obzir. Kako razvoj elektroničkih komponenti iziskuje sve manje dimenzije čipova, potrebno je pribjegnuti korištenju pasti sve manjih dimenzija.

Također, dodirnuo je područje pravilnog simetričnog postavljanja uključina gdje rezultati podosta odskaku od rezultata pri stohastičkoj raspodjeli. Takvim se analizama otvorilo jedno novo široko područje u termalnom menadžmentu elektronike koje bi se ticalo pravilnog postavljanja uključina u smjesama termalnih pasti. Izadšno projektiranje takvih sustava rezultiralo bi smanjenjem radne temperature elektroničkih komponenti te bi se time povećali radni vijek i performanse, a smanjile temperaturne dilatacije i potencijalno pregaranje čipova. Takvi bi sustavi mnogim kompanijama donijeli značajne financijske uštede.

Literatura

- [1] Espirit Gamer. How to apply correctly the thermal paste on your processor. <https://espritgamer.com/en/how-to-apply-thermal-paste/>, 2021.
- [2] Zdravko Virag i Ivo Džijan. *Računalna dinamika fluida*. Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2014.
- [3] Indonesia Dokumen. 2 dimensional transient conduction shan numerical heat transfer note 47305730. <https://dokumen.tips/documents/2-dimensional-transient-conduction-shannumerical-heat-transfer-noteme47305730transient.html>.
- [4] Dominik Iličić. *Predgrijavanje aluminijskih blokova s vrućim zrakom*. Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2018.
- [5] M. Darwish F. Moukalled, L. Mangani. *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics*, volume 113 of *An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab®*, chapter 8.3, pages 218–224. Springer, Švicarska, 2016.
- [6] amec thermasol. *MGS SERIES - THERMAL GREASE*. AMEC Thermasol, 1-2 Steam Mill Lane, Great Yarmouth, Norfolk, NR31 0HP.
- [7] GTAVRL. Zašto vam je potrebna termalna pasta za procesor i možete li bez nje? termalna pasta - šta je to i za šta služi? Šta daje termalna pasta na procesoru? <https://gtavrl.ru/bs/dlya-chego-nuzhna-termopasta-dlya-processora-i-nelzya-li-oboitis-bez-ne/>, 2020.

- [8] ITmixer. Termalna pasta – kako se nanosi i koliko je potrebno. <https://it-mixer.com/termalna-pasta-kako-se-nanosi-i-koliko-je-potrebno/>, 2020.
- [9] Nenad Ferdelji. *Prijenos topline i tvari - Laminarni granični slojevi uz ravnu stijenku*. Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb.