

Analiza mehanizma mahokriline letjelice

Ušurić, Fran

Undergraduate thesis / Završni rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:150351>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-12**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Fran Ušurić

Zagreb, 2021. godina.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentori:

Doc. dr. sc. Dario Zlatar, mag. ing. mech.

Student:

Fran Ušurić

Zagreb, 2021. godina.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se ponajprije mentoru doc. dr. sc. Dariu Zlataru, mag.ing. na strpljenju, prenesenom znanju i nesebičnoj pomoći oko izrade ovog završnog rada, a posebno na dostupnosti i pristupačnosti u svakom trenutku.

Zahvaljujem se i svim djelatnicima Zavoda za zrakoplovstvo na pomoći oko ispunjavanja svih obaveza na preddiplomskom studiju, a posebno Marijanu Andriću, mag.ing., Viktoru Pandži, mag.ing. i Marku Kasalu, mag.ing. na pomoći u izradi ovog završnog rada i savjetima o proizvodnji aditivnim tehnologijama.

Podrška najbližih najveći je vjetar u leđa na ovome puta, stoga beskrajno hvala mojim roditeljima na bezrezervnoj podršci tijekom cijelog školovanja i nepresušnoj vjeri u uspjeh. Također veliko hvala bratićima Dominiku, Leonardu i Mihaelu na motiviranju kao i cijeloj obitelji na potpori.

Na posljetku, ovaj put ne bi niti približno bio ovakav kakav jest bez prijatelja i kolega koji su vrijeme na fakultetu i oko njega učinili nezaboravnim.

Fran Ušurić



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 22 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 22 -	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Fran Ušurić** JMBAG: **0035213715**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza mehanizama mahokriline letjelice**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Analysis of Flapping Wing Vehicle Mechanisms**

Opis zadatka:

Razvoj mahokrilih mikro-UAV letjelica koristeći uzgonske i propulzijske značajke pokretnih krila insektnog tipa predmet je velikog interesa istraživača posljednjih godina. Takav interes zasniva se na mogućnosti osnivanja mikro letjelica malih dimenzija i niske razine buke, optimiranih za let u zatvorenom prostoru s mogućnošću lebdenja, što nije moguće postići klasičnim letnim konfiguracijama temeljenim na aerodinamici nepomičnog ili rotirajućeg krila. Upravo takve značajke (uz povoljniju energetska učinkovitost, visoke manevarske sposobnosti, mogućnost vertikalnog polijetanja i slijetanja te lakše uklapanje u okoliš) čine ovakvu letjelicu optimalnim sredstvom za zadaće izvidanja u urbanom okolišu, zatvorenim prostorima kao i susjednim planetima. Međutim, uspješno projektiranje takvih mahokrilaca koji bi ispunjavali sve spomenute ciljeve još nije u potpunosti ostvareno. Jedna od poteškoća je konstrukcija krilnog mehanizma koje mora omogućiti složenu kinematiku pokretnog krila visokih frekvencija mahanja s ciljem ostvarivanja aerodinamičkih uvjeta nužnih za let u zadanim okolnostima (mali Reynoldsovi brojevi, izražene nestacionarnosti, upravljanje dinamikom vrtloga i na prednjem i na stražnjem rubu pomičnog krila).

U okviru završnog rada potrebno je:

- Odabrati mehanizme pokretnog krila insektnog tipa s obzirom na kriterij postizanja traženog kinematičkog profila uzorka gibanja mahokrila.
- Izraditi CAD modele (engl. Computer Aided Design) koji će poslužiti i za modeliranje mehanizama mahokrilih letjelica i za izradu mehanizama pokretnog krila pomoću 3D tehnologije.
- U programskom paketu za simulaciju dinamike sustava više tijela ADAMS izraditi modele mahokrilih letjelica, tj. modelirati kinematičku strukturu takvih sustava, primjenom dinamike više tijela (engl. Multibody Dynamics).
- Dodavanjem elemenata dinamičke sprege u mehanizme mahokrilih letjelica izrađenih u ADAMS-u, pokušati poboljšati energetska učinkovitost mehanizama pokretnog krila.
- Ocijeniti funkcionalnost modeliranih mehanizama mahokrilih letjelica kroz izradu mehanizama u 3D tiskarskoj tehnologiji.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. 11. 2021.

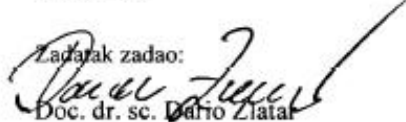
Datum predaje rada:

- 1. rok: 24. 2. 2022.
- 2. rok (izvanredni): 6. 7. 2022.
- 3. rok: 22. 9. 2022.

Predviđeni datumi obrane:

- 1. rok: 28. 2. – 4. 3. 2022.
- 2. rok (izvanredni): 8. 7. 2022.
- 3. rok: 26. 9. – 30. 9. 2022.

Zadatak zadao:


Doc. dr. sc. Dario Zlatar

Predsjednik Povjerenstva:


Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA	V
SAŽETAK.....	VI
1. UVOD.....	1
1.1. Motivacija	1
1.2. Let mahanjem krila	2
1.3. Mikro i mini bespilotne letjelice mahokrlnog tipa.....	3
2. KINEMATIKA POKRETNOG KRILA INSEKTOG TIPA	5
2.1. Kinematike krila insekata.....	5
2.2. Kinematika krila vinske mušice Drosophila Melanogaster – traženi kinematički profil	5
2.3. Odabir mehanizama pokretnog krila insektnog tipa	6
2.3.1. Mehanizam pokretnog krila I.....	6
2.3.2. Mehanizam pokretnog krila II	7
3. MODELIRANJE KINEMATIČKE STRUKTURE ODABRANIH SUSTAVA PRIMJENOM DINAMIKE VIŠE TIJELA	9
3.1. Dinamika sustava	9
3.1.1. Problemi primijenjene dinamike.....	9
3.2. Modeliranje mehaničkih sustava.....	9
3.2.1. Mehaničko modeliranje	10
3.2.2. Matematičko modeliranje	10
3.2.3. Jednadžbe gibanja krutih tijela.....	11
3.3. O korištenom programskom paketu	12
3.3.1. MSC Adams (Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems)	12
3.4. Simulacija kinematike krila vinske mušice Drosophila Melanogaster	14
3.5. Izrada CAD modela	16
3.5.1. Izrada CAD modela mehanizama pokretnog krila I	16
3.5.2. Izrada CAD modela mehanizama pokretnog krila II	17
4. SIMULACIJA MEHANIZAMA POKRETNOG KRILA I.....	19
4.1. Postavke simulacije.....	19
4.2. Rezultati	21
4.3. Poboljšanje energetske učinkovitosti mehanizma I - dodavanje elemenata dinamičke sprege	25
5. SIMULACIJA MEHANIZAMA POKRETNOG KRILA II.....	26
5.1. Postavke simulacije.....	26
5.2. Rezultati	28
5.3. Poboljšanje energetske učinkovitosti mehanizma II - dodavanje elemenata dinamičke sprege	31

6. OCJENA FUNKCIONALNOSTI MEHANIZAMA I I II KROZ IZRADU ADITIVNIM TEHNOLOGIJAMA	33
6.1. Aditivne tehnologije.....	33
6.2. Priprema CAD modela mehanizama I i II za tisak	33
6.3. Ocjena funkcionalnosti mehanizama I i II mahokrilnih letjelica.....	35
7. ZAKLJUČAK.....	37
LITERATURA.....	38

POPIS SLIKA

Slika 1. S lijeva na desno Nano Hummingbird, BionicOpter i eMotionButterflies.....	3
Slika 2. S lijeva na desno DelFly, Colibri i Robotic Hummingbird.....	4
Slika 3. Drosophila Melanogaster	5
Slika 4. Kinematička shema mehanizma pokretnog krila I.....	7
Slika 5. Kinematička shema mehanizma pokretnog krila II	8
Slika 6. Koraci kod modeliranja [7]	11
Slika 7. Model vinske mušice	14
Slika 8. Nepomična veza modela vinske mušice s okolinom	14
Slika 9. Sferni zglobovi kod modela vinske mušice	15
Slika 10. Putanja vrha krila vinske mušice u obliku elipse.....	15
Slika 11. Putanja vrha krila vinske mušice u obliku osmice.....	16
Slika 12. Model mehanizma pokretnog krila I.....	17
Slika 13. Model mehanizma pokretnog krila II.....	18
Slika 14. Kinematička ograničenja na donji dio mehanizma pokretnog krila I.....	19
Slika 15. Kinematička ograničenja nosača krila mehanizma pokretnog krila I.....	20
Slika 16. Kinematička ograničenja okretnog nosača i poluge krila mehanizma pokretnog krila I.....	20
Slika 17. Putanja vrha krila mehanizma pokretnog krila I.....	21
Slika 18. Projekcija položaja vrha krila mehanizma pokretnog krila I u vertikalnoj ravnini ..	21
Slika 19. Horizontalni kut mahanja mehanizma pokretnog krila I	22
Slika 20. Aksijalni kut mahanja mehanizma pokretnog krila I.....	22
Slika 21. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji 5 Hz	23
Slika 22. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji 10 Hz	23
Slika 23. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji 15 Hz	23
Slika 24. Položaj opruga na mehanizmu pokretnog krila I	25
Slika 25. Prikaz potrebne snage za mehanizam pokretnog krila I sa i bez opruge	25
Slika 26. Kinematička ograničenja nosača i zupčanika mehanizma pokretnog krila II.....	26
Slika 27. Kinematička ograničenja mehanizma klackalice.....	27
Slika 28. Kinematička ograničenja nosača krila i ekscentra mehanizma pokretnog krila II ...	27
Slika 29. Putanja vrha krila mehanizma pokretnog krila II.....	28
Slika 30. Projekcija položaja vrha krila mehanizma pokretnog krila II u vertikalnoj ravnini .	28
Slika 31. Vertikalni kut mahanja mehanizma pokretnog krila II	29
Slika 32. Aksijalni kut krila mehanizma pokretnog krila II.....	29
Slika 33. Horizontalni kut mahanja mehanizma pokretnog krila II	30
Slika 34. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji mahanja 5 Hz.....	30
Slika 35. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji mahanja 10 Hz.....	31
Slika 36. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji mahanja 15 Hz.....	31
Slika 37. Položaj opruga na mehanizmu pokretnog krila II.....	32
Slika 38. Prikaz potrebne snage za mehanizam pokretnog krila II sa i bez opruge	32
Slika 39. Model za tiskanje mehanizma pokretnog krila I.....	34
Slika 40. Model za tiskanje mehanizma pokretnog krila II.....	34
Slika 41. Izrađeni model mehanizma pokretnog krila I	35
Slika 42. Izrađeni model mehanizma pokretnog krila II.....	36

POPIS TABLICA

Tablica 1 Vrijednosti koeficijenata za kinematički model mahanja krilima vinske mušice 15

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
\bar{a}		matrica nelinearnih članova kutnog ubrzanja
c	Nms/rad	koeficijent prigušenja opruge
E		jedinični vektor
η	rad	aksijalni kut
η_a	rad	srednja vrijednost pomaka aksijalnog kuta
η_m	rad	amplituda aksijalnog kuta
η_p		pomak u fazi aksijalnog kuta
f	Hz	frekvencija
f_i		matrica sila na tijelo
Φ_m	rad	amplituda horizontalnog kuta mahanja
Φ_θ		pomak u fazi horizontalnog kuta mahanja
H_R		matrica veze kutne brzine i derivacija Eulerovih kutova
I	kgm^2	moment inercije
k	Nm/rad	koeficijent krutosti torzijske opruge
K_η		koeficijent oblika funkcije aksijalnog kuta
K_Φ		koeficijent oblika funkcije horizontalnog kuta zamaha
l_i		matrica momenata na tijelo
λ		Lagrangeov multiplikator
m	kg	masa
MH		matrica inercije
N		koeficijent oblika putanje vrha krila
ω	rad/s	kutna brzina
Q		matrica derivacija jednadžbi kinematičkih ograničenja
q^a		matrica vanjskih opterećenja
q^v		matrica sila uslijed nelinearnosti brzine
t	s	vrijeme
θ_0	rad	srednja vrijednost vertikalnog kuta mahanja
θ_m	rad	amplituda vertikalnog kuta mahanja
\ddot{x}		matrica akceleracija
\ddot{x}_R		matrica drugih derivacija Eulerovih kutova
\ddot{x}_T		matrica drugih derivacija vektora položaja tijela

SAŽETAK

U ovom se radu razmatraju kinematička svojstva mehanizama mahokrilnog tipa i njihova mogućnost da svojim gibanjem opisuju gibanje krila insektnog tipa.

Usporedbom s traženom kinematikom mahanja krila vinske mušice odabiru se dva mehanizma na temelju čijih se kinematičkih shema izrađuje CAD model mehanizama.

U programskom paketu ADAMS modelira se kinematička struktura željenog kinematičkog profila vinske mušice kao i modeli dva razmatrana mehanizma te se primjenom dinamike više tijela pronalaze i uspoređuju profili gibanja krila kao i potrebna snaga za pogon mehanizma pri različitim frekvencijama mahanja.

Dodavanjem elemenata dinamičke sprege utvrđuje se mogućnost poboljšanja energetske učinkovitosti razmatranih mehanizama.

Prilagodbom CAD modela aditivnim se tehnologijama proizvode razmatrani modeli mehanizama i ocjenjuje se njihova funkcionalnost.

Ključne riječi: pokretno krilo, mahokrilni let, dinamika više tijela, kinematička struktura, energetska učinkovitost, aditivne tehnologije

SUMMARY

This thesis presents an overview of the kinematical properties of flapping-wing mechanisms and their ability to reproduce the movement of the wings of a real insect.

Considering the desired kinematic profile of a fruit fly, two mechanisms are selected. According to the kinematic diagrams of the two mechanisms, the CAD models are created.

Using the ADAMS software, the kinematic structure of the desired kinematic model of a fruit fly is modeled as well as the kinematic structure of the two selected mechanisms. Using the Multibody Dynamics the flapping patterns are determined and compared as well as the required power at different flapping frequencies.

Improving the efficiency of the selected mechanisms is evaluated by adding coupling elements.

The CAD models of the mechanisms are adapted for the additive manufacturing of physical models whose functionality is evaluated.

Keywords: flapping wing, insect-type flapping, Multibody Dynamics, kinematic structure, additive manufacturing

1. UVOD

1.1. Motivacija

Milijuni godina evolucije iznjedrili su mnogobrojne vrste životinja koje kao primarni način kretanja koriste letenje. Kako bi se ostvario let, potrebno je stvoriti uzgonsku silu kojom će se savladati težina, a promatrajući letače u prirodi, može se izdvojiti dva načela. Većina ptica let ostvaruje mahanjem krila u gotovo vertikalnoj ravnini, a veći dio korisne aerodinamičke sile ostvaruje se pokretom krila prema dolje kao i samim horizontalnim letom i oblikom krila. S druge pak strane, kukci i kolibrići zamahuju krilima znatno većom frekvencijom, a uzgon stvaraju kako zamahom prema dolje tako i prema gore u gotovo horizontalnoj ravnini. Takav način leta omogućava im lebdenje kao i znatno veće mogućnosti upravljanja od ostalih ptica.

Čovjekova opčinjenost letom navela ga je na razne pokušaje oponašanja leta ptica. Iz grčke mitologije tako doznajemo priču o Dedalu i Ikaru koji su, u pokušaju bijega s Krete, svoj let uz pomoć voskom spojenog ptičjeg perja završili neslavno pod valovima Egejskog mora. U djelu Kodeks o letenju ptica (*Codice sul volo degli uccelli*) s početka 16. stoljeća slavnog izumitelja Leonarda da Vincija pronalazimo njegova brojna zapažanja o letu ptica kao i nacрте strojeva koji bi oponašali takav let.

Objavljeno svega nekoliko godina prije prvog leta braće Wright, djelo (*Progress in Flying Machines*) francusko-američkog inženjera Octavea Chanutea donosi detaljnu analizu i prikaz svih dotadašnjih poznatih pokušaja ostvarivanja leta među kojima brojni pokušavaju oponašati let ptica.

Iako je let ubrzo početkom 20. stoljeća savladan korištenjem fiksnog krila i propelera, a samo 66 godina nakon prvog leta osvojen je i Mjesec, ideja o biološki nadahnutom letu nije iščeznula. Pojava ideje o malim letjelicama za nadzor kao i razvoj kompozitnih materijala, tehnologija izrade i sve kompaktnijih elektroničkih komponenata, oživjeli su ideju o letu ostvarenog mahanjem krilima. Potencijalne primjene kako u vojnoj tako i u svemirskoj industriji samo su doprinijele bržem razvoju ovakvog koncepta.

Istraživanje površine i geoloških obilježja planeta Sunčevog sustava predstavlja značajan korak u napretku istraživanja svemira. Tako je NASA-in rover Perseverance, uz opremu namijenjenu istraživanju i sakupljanju uzoraka stijena, na Mars dopremio i helikopter Ingenuity koji je uspješno izveo prvi kontrolirani let u Marsovoj atmosferi [1]. Međutim, niska gustoća atmosfere na Marsu uvjetuje let helikoptera pri niskim vrijednostima Reynoldsovog broja pri čemu je korisnost takvog režima leta niska. Nameće se stoga potreba za pronalaženjem učinkovitijeg

rješenja za buduća svemirska istraživanja. Mehanizam mahokrilaca upravo u letu pri niskim vrijednostima Reynoldsovog broja u Zemljinj atmosferi pokazuje se kao vrlo učinkovit način leta s obzirom da kukci, kao i porodica ptica kolibrići, koriste takav način za ostvarivanje leta.

1.2. Let mahanjem krila

Let mahokrilaca ostvaruje se mahanjem para identičnih krila pri relativno visokim frekvencijama. Jedan zamah krila može se podijeliti na dvije translacijske faze; zamah prema dolje i prema gore, i na dvije rotacijske faze; pronaciju i supinaciju. Za ostvarivanje leta koriste se utjecaji pojava nestacionarnih aerodinamičkih sila [2].

Mehanizmi nestacionarnih aerodinamičkih sila podrazumijevaju utjecaj vrtloga napadnog ruba, efekt pridružene mase, međudjelovanje krila i vrtložnog traga, „rotational circulation“ i „clap-and-fling“ efekt. Također, nejednolikim generiranjem uzgona na krilima ostvaruje se upravljanje letom.

Ubrzanim ili usporenim gibanjem tijela kroz fluid, inercijske sile koje se javljaju u fluidu suprotstavljaju se promjeni gibanja što se naziva konceptom dodane mase. Ta se pojava javlja na početku i kraju ciklusa zamaha pri ubrzavanju odnosno usporavanju krila. Tako se promjenom brzine okolnog fluida javlja sila koja djeluje na krilo, a čiji utjecaj doprinosi generiranju aerodinamičkih sila.

Prilikom translacijskog gibanja, s povećanjem napadnog kuta profila dolazi do odvajanje struje zraka koja se formira u vrtlog napadnog ruba. Taj vrtlog ostaje stabilno priljubljen uz krilo, a struja zraka ponovno se nastoji priljubiti uz krilo iza inducirano vrtloga. Time krilo uspijeva prenijeti veću količinu energije na fluid, a resultantna sila djeluje u smjeru normale na površinu. Porastom napadnog kuta krila dolazi i do rasta vrtloga napadnog ruba do granice kada se struja zraka više ne može priljubiti uz krilo što dovodi do gubitka uzgona. Kod mahokrilnih se letjelica, međutim, tijekom srednjeg perioda zamaha vrtlog napadnog ruba stabilizira centripetalnim i Coriolisovim ubrzanjem.

Prilikom prelaska iz zamaha prema dolje u zamah prema gore i obrnuto (pronacija i supinacija), rotacija krila generira cirkulaciju okolnog zraka koje je proporcionalno kutnoj brzini krila. Tako generirana cirkulacija zadovoljava uvjet da se strujanja preko gornje i donje površine krila glatko spajaju na izlaznom rubu krila. Definiranjem trajanja i pravilnim tempiranjem pojedine rotacije u odnosu na ciklus zamaha krila može se pospješiti ili prigušiti utjecaj sila induciranih translacijom krila.

Nakon zamaha krila prema gore, napadni se rubovi krila u određenim situacijama po potrebi mogu dotaknuti. Ova pojava uzrokuje da se suprotne cirkulacije na svakom krilu ponište što

znatno smanjuje vrtložnost struje stvorenu izlaznim rubom prilikom slijedećeg zamaha. Na taj se način brže generira cirkulacija i produljuje vrijeme djelovanja uzgonske sile tijekom mahanja prema dolje. Kao dodatna posljedica ovakvog gibanja, fluid potisnut između krila stvara dodatan potisak. Nastavkom rotacije krila dolazi do odvajanja napadnih rubova što stvara područje nižeg tlaka između krila. Pritom dolazi do uvlačenja fluida čime se poboljšava stvaranje vrtloga nastavkom zamaha prema dolje. Ova se pojava naziva „clap-and-fling“.

Prilikom promjene zamaha, napadni rub krila nailazi na vrtložni trag stvoren izlaznim rubom u prethodnom zamahu. Ti vrtlozi doprinose stvaranju aerodinamičkih sila čime se gubitci nastali stvaranjem vrtložnog traga u prethodnom zamahu nadoknađuju. Ovakvo međudjelovanje krila i vrtložnog traga očituje se kao trenutni skok u aerodinamičkim silama neposredno nakon promjene zamaha, a intenzitet ovisi o faznom podudaranju rotacija i translacija kao i o trajanju same promjene zamaha.

Ovo su najznačajnije aerodinamičke pojave koje kukcima i kolibrićima omogućavaju vrlo visoke manevarske sposobnosti u letu pri niskim vrijednostima Reynoldsovih brojeva. U razvoju i eksploataciji letjelica koje biomimikrijom oponašaju let kukaca i ptica, ove se pojave nastoje inducirati kako geometrijom krila tako i dinamikom zamaha.

1.3. Mikro i mini bespilotne letjelice mahokrilnog tipa

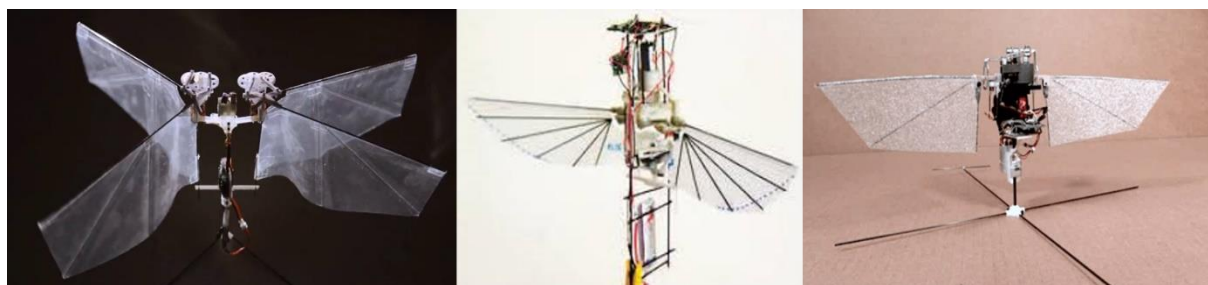
Kao plod istraživanja i razvoja, različita rješenja a ostvarivanje upravljanog leta letjelice mahokrilnog tipa od strane svjetskih sveučilišta i komercijalnih kompanija dokazala su kako je ovakav let ostvariv [2].

Neka od komercijalnih rješenja su Nano Hummingbird tvrtke AeroVironment te BionicOpter i eMotionButterflies proizvođača Festo AG & Co. KG.



Slika 1. S lijeva na desno Nano Hummingbird, BionicOpter i eMotionButterflies

Na sveučilištu u Delftu razvijeni su DelFly Nimble dok je na sveučilištu u Bruxellesu razvijena letjelica Colibri. Robotic Hummingbird još je jedan primjer letjelice mahokrilnog tipa koji je razvijen na sveučilištu Texas A&M.



Slika 2. S lijeva na desno DelFly, Colibri i Robotic Hummingbird

2. KINEMATIKA POKRETNOG KRILA INSEKTOG TIPA

2.1. Kinematike krila insekata

Kao prvi letači na Zemlji, u posljednjih 400 milijuna godina insekti su razvili široku lepezu prilagodbi koje im pomažu u letu.

Primjenom odgovarajućih skupina mišića insekti ostvaruju različite uzorke mahanja krilima čime proizvode dovoljnu količinu uzgona kako bi se održali u letu i manevrirali. S povećanjem raspona krila, uzorci mahanja krilima postaju sve jednostavniji za ostvarivanje iste količine pogonske sile. To podrazumijeva da su zahtjevniji uzorci mahanja svojstvo insekata s manjim krilima kojima mašu pri relativno visokim frekvencijama.

Mehanizam mahokrilih letjelica može se opisati kao sustav više tijela kod kojega su dva identična krila povezana s tijelom pomoću sfernog zgloba. Položaj krila u odnosu na tijelo, a tako i okolinu, može se opisati pomoću tri kuta. Aksijalni kut η opisuje zakret krila oko longitudinalne osi. Horizontalni kut mahanja Φ i vertikalni kut mahanja θ opisuju pomak krila u vodoravnoj odnosno okomitoj ravnini.

2.2. Kinematika krila vinske mušice *Drosophila Melanogaster* – traženi kinematički profil

Vinske mušice *Drosophila Melanogaster*, gotovo mikroskopska stvorenja s minimalnim živčanim sustavom, podložne su i najmanjem zapuhu vjetra. Unatoč svojim malim dimenzijama, ova se stvorenja uspijevaju održati u letu brzim reakcijama i promjenama uzoraka mahanja krilima, sve to uz relativno malu potrošnju energije.



Slika 3. *Drosophila Melanogaster*

Promatrajući let vinske mušice, u mahanju krilima uočavaju se promjene svih kutova kojima se opisuje položaj krila u odnosu na tijelo. Tako se koordiniranim promjenama tih kutova ostvaruje gibanje opisujući vrhom krila oblik osmice.

Kako bi se opisalo ovakvo gibanje krila, potrebno je zakrete oko promatranih osi zadati pomoću funkcija. Pošto se promjene odvijaju periodički, koristi se trigonometrijskim funkcijama prema [3].

Promjena horizontalnog kuta mahanja ϕ opisana je funkcijom

$$\phi(t) = \frac{\phi_m}{\arcsin(K_\phi)} \cdot \arcsin(K_\phi \sin(2\pi ft)) \quad (1)$$

gdje su ϕ_m amplituda horizontalnog kuta mahanja, f frekvencija zamaha, dok koeficijent K_ϕ služi kako bi se mijenjao oblik funkcije, a njegova se vrijednost kreće između nula i jedan.

Promjena aksijalnog kuta η opisana je funkcijom

$$\eta(t) = \frac{\eta_m}{\tanh(K_\eta)} \tanh(-K_\eta \cos(2\pi ft + \eta_p)) + \eta_a \quad (2)$$

gdje je η_m amplituda aksijalnog kuta, η_p pomak u fazi aksijalnog kuta, η_a srednja vrijednost pomaka aksijalnog kuta, a koeficijent K_η opisuje oblik funkcije i vrijednost mu se nalazi na intervalu $0 < K_\eta < \infty$. Što je vrijednost koeficijenta K_η veća, krilo ostvaruje bržu promjenu aksijalnog kuta.

Promjena vertikalnog kuta mahanja θ opisana je jednadžbom prema [4]

$$\theta(t) = \theta_m \cos(2\pi Nft + \phi_\theta) + \theta_0 \quad (3)$$

gdje su θ_m amplituda vertikalnog kuta mahanja, ϕ_θ pomak u fazi, a θ_0 srednja vrijednost vertikalnog kuta mahanja. Vrijednost koeficijenta N može poprimiti vrijednost 1 ili 2, pri čemu vrijednost $N = 1$ odgovara eliptičnom gibanju vrha krila, a vrijednost $N = 2$ odgovara gibanju vrha krila u obliku osmice.

Takvo se gibanje krila teži ostvariti i kod mehanizama mahokrilih letjelica.

2.3. Odabir mehanizama pokretnog krila insektnog tipa

Kompleksna interakcija mišićnog i živčanog sustava nastoji se zamijeniti odgovarajućim elementima i sensorima koji pokreću krilo i pomoću kojih se upravlja letom mahokrilih letjelica. Uzimajući u obzir opći slučaj pokretnog krila za vinsku mušicu u kojem se sva tri kuta mijenjaju, odabrani mehanizmi pokretnog krila donose realna rješenja za ostvarivanje željenog gibanja.

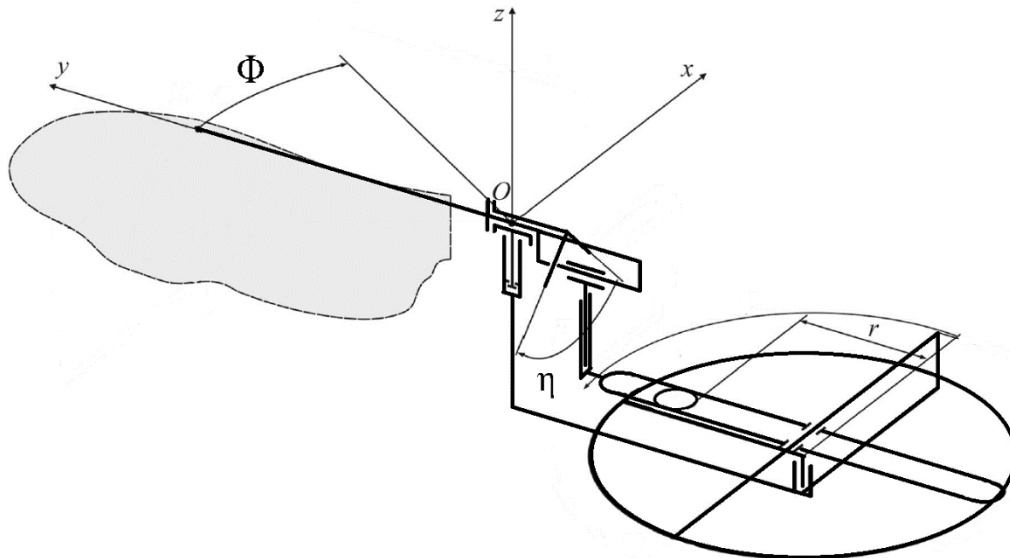
Promatrani su mehanizmi utemeljeni na predloženim kinematičkim modelima prema kojima je i geometrijsko rješenje mehanizama modelirano.

2.3.1. Mehanizam pokretnog krila I

Kinematički model ovog mehanizma opisuje gibanje krila čiji se položaj u odnosu na tijelo mijenja s promjenom dva od tri kuta. Utemeljenost ovakvog pojednostavljenja leži u tome što

promjena kuta vertikalnog kuta mahanja θ nema značajniji doprinos ukupnoj aerodinamičkoj sili osrednjennoj po jednom ciklusu zamaha. Pretpostavka relativno visokih frekvencija mahanja dodatno opravdava ovakvo pojednostavljenje jer se promjene aerodinamičke sile po jednom ciklusu mogu zanemariti.

Ideja za kinematičko rješenje mehanizma pokretnog krila preuzeta je iz [5]. Kinematički model se sastoji od krila, pomične zakretne vodilice poluge krila koji ograničava promjenu napadnog kuta, poluge krila, zakretnog klizača, mehanizma ekscentričnog gibanja i postolja.



Slika 4. Kinematička shema mehanizma pokretnog krila I

Rotacijom pogonskog kola, ekscentrično postavljene klin osigurava translacijsko gibanje klizača po vodilici na postolju. Tim se gibanjem osigurava promjena horizontalnog kuta mahanja ϕ . Uslijed geometrije poluge krila i spoja sa zakretnim klizačem ostvaruje se i zakret krila oko svoje uzdužne osi, odnosno promjena aksijalnog kuta η . Promjena aksijalnog kuta η ograničena je graničnicima koji su izvedeni kao dio pomične zakretne vodilice. Kut horizontalnog kuta mahanja ϕ ovisi o radijusu na kojem se nalazi ekscentar i udaljenosti između osi rotacija zakretnog kliznog nosača i pomične zakretne vodilice. Što je ta udaljenost veća, horizontalni kut mahanja se smanjuje.

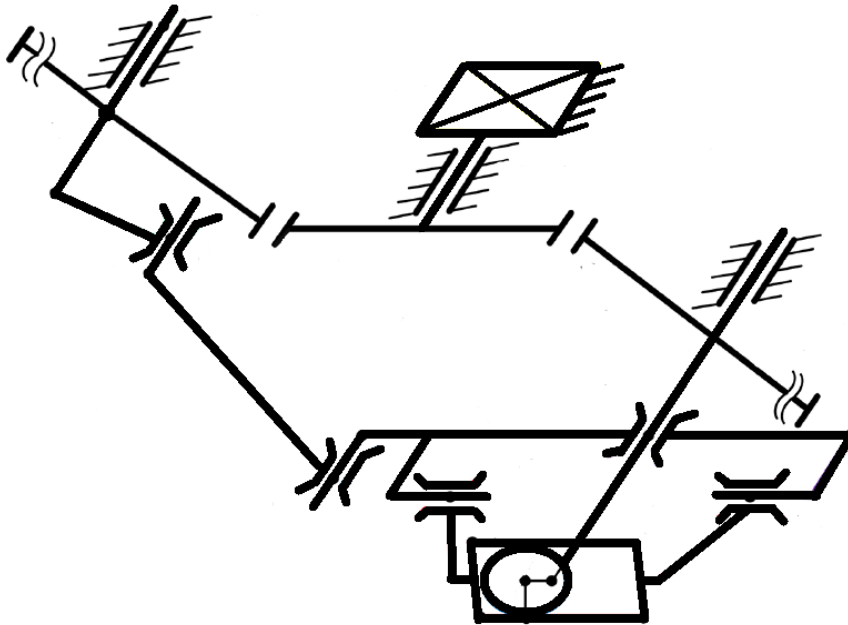
2.3.2. *Mehanizam pokretnog krila II*

Kao nadogradnja na mogućnosti prvog mehanizma pokretnog krila, nadodaje se i prethodno zanemarena mogućnost promjene i trećeg kuta, vertikalnog kuta mahanja θ . Ideja za kinematički model pokretnog krila koje ostvaruje sve tri promjene kuta i time ostvaruje gibanje vrha krila u obliku osmice preuzeta je iz [6]. Mehanizam se sastoji od pogonskog člana i

dvostupanjskog reduktora, sustava spojnica i klackalice, vratila s ekscentričnim završecima, nosača krila s pravokutnim okvirom, krila i okvira.

Rotacijom pogonskog zupčanika, dio snage se preko reduktora prenosi na vratilo s ekscentričnim završecima dok se dio snage prenosi na sustav spojnica koji pokreće mehanizam klackalice. Ova se dva gibanja objedinjuju na nosaču krila s pravokutnim okvirom.

Rotacijom vratila s ekscentričnim završecima unutar pravokutnog okvira periodički se mijenja



Slika 5. Kinematička shema mehanizma pokretnog krila II

nagib cijelog nosača i time se mijenja vertikalni kut mahanja θ . Promjena vertikalnog kuta mahanja određena je dimenzijom pravokutnog okvira i odnosom dimenzija ekscentriciteta prema dimenzijama okvira. Mehanizam klackalice sustavom spojnica i same poluge klackalice ostvaruje periodičku promjenu položaja nosača krila s pravokutnim okvirom u odnosu na longitudinalnu os, odnosno uzrokuje promjenu aksijalnog kuta η . Ovisno o odnosu dimenzija spojnica i same poluge klackalice mijenja se i amplituda promjene aksijalnog kuta. Zajedničkom promjenom ova dva kuta, duž krila se ostvaruje i promjena horizontalnog kuta mahanja ϕ te sami vrh krila opisuje gibanje u obliku osmice.

3. MODELIRANJE KINEMATIČKE STRUKTURE ODABRANIH SUSTAVA PRIMJENOM DINAMIKE VIŠE TIJELA

3.1. Dinamika sustava

Područje mehanike koje se bavi proučavanjem gibanja i sila u gibanju naziva se dinamika. Ovisno o svojstvima promatranog problem, različite podskupine dinamike mogu biti odabrane kako bi se problemu pristupilo na odgovarajući način. Dok dinamika konstrukcija daje rješenja mehaničkih sustava malih pomaka elastičnih članova, sredinom 1970.-tih razvojem tehnologije i povećanjem brzine sustava dolazi do razvitka je dinamike sustava više tijela koja nudi rješenja za sustave međusobno povezanih krutih tijela čije je gibanje obilježeno velikim pomacima i rotacijama. Kod dinamike konstrukcija kao posljedica prostorne i vremenske diskretizacije rješava se sustav parcijalnih diferencijalnih jednažbi, a kako se kod dinamike sustava više tijela vrši samo vremenska diskretizacija, problem se svodi na obične diferencijalne jednažbe. Dinamika konstrukcija značajnu primjenu pronalazi u promatranju ljsaka, ploča i zrakoplovnih konstrukcija, a dinamika sustava više tijela uspješno se koristi u analizi različitih mehanizama u mehatronici kao i u zrakoplovnim podsustavima.

Ovisno o udjelu i značaju kinematičkih veza i lanaca unutar mehaničkog sustava odabire se odgovarajući pristup rješavanju problema.

3.1.1. *Problemi primijenjene dinamike*

Kako se zadanom problemu može pristupiti na više načina s obzirom na zadane uvijete i željene rezultate, tako se razlikuju i vrste problema dinamike sustava.

Izravna dinamika uzimanjem u obzir pogonskog sustava, odnosno sila i momenata koji djeluju na mehanizam, kao i ograničenja mehanizma, nastoji odrediti na koji će se način postavljeni sustav gibati. Ovi se problemi svode na rješavanje sustava običnih diferencijalnih jednažbi.

Inverzna dinamika podrazumijeva unaprijed određeno gibanje sustava iz kojeg se određuju sile i momenti koji djeluju na pojedine članove tog sustava. Ovakav pristup najčešće rezultira sustavom algebarskih jednažbi.

3.2. Modeliranje mehaničkih sustava

Kako bi se mehanički sustav uspješno opisao i preveo u odgovarajući oblik pogodan za rješavanje primjenom nekog od pristupa, potrebno je provesti dva značajna koraka.

Prvi korak podrazumijeva opisivanje promatranog sustava skupom pojednostavljenih elemenata kako bi se stvorio mehanički model. Zadaća takvog modela je da istovremeno bude dovoljno detaljan, kako bi se svi čimbenici uzeli u obzir, i dovoljno pojednostavljen kako bi se

olakšala provedba analize samog sustava. Stvaranje mehaničkog modela jedinstveno je za svaki problem, a detaljnost modela ovisi o željenim rezultatima analize.

Definiranjem mehaničkog otvara se put stvaranju matematičkog modela. Matematički model podrazumijeva sustav jednažbi koji opisuje gibanje stvorenog mehaničkog modela.

3.2.1. Mehaničko modeliranje

Mehaničko modeliranje postupak je koji je uvjetovan vrstom problema i željenim ishodom analize te zahtijeva inženjersko iskustvo kako bi se na prikladan i optimalan način stvarni model prikazao skupom pojednostavljenih elemenata.

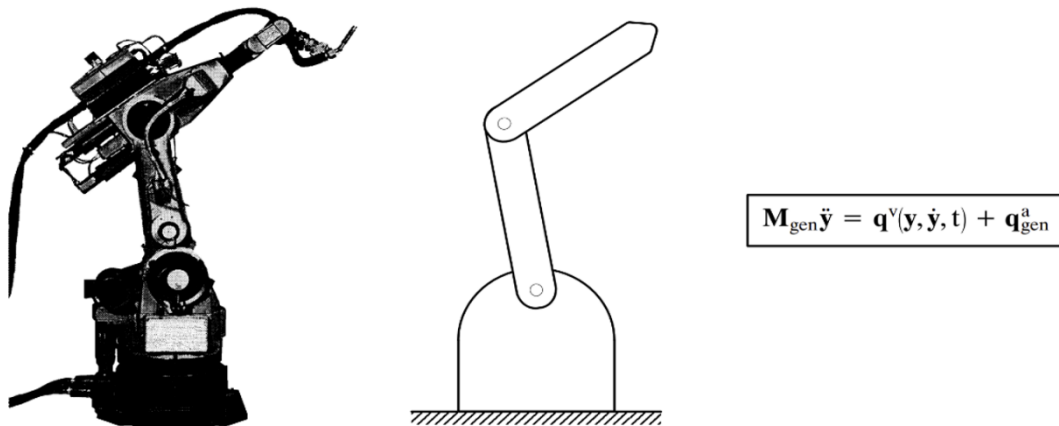
Prvi korak prema stvaranju mehaničkog modela svodi se na odabir pristupa sustavu kao dinamičkom sustavu više tijela ili pomoću dinamike konstrukcija. U svrhu promatranja dinamike mahanja krila, s obzirom da su elementi sustava podvrgnuti relativno velikim pomacima i rotacijama, letjelicu možemo promatrati kao dinamički sustav više tijela.

Promatrajući poznate mehanizme mahokrilih letjelica čiji elementi imaju unaprijed određeno gibanje s ciljem određivanja sila i momenata koji djeluju na letjelicu, inverzni se dinamički pristup nameće se kao prikladan za rješavanje takvih problema.

Uz modeliranje elemenata sustava pomoću krutih tijela koja posjeduju inerciju, potrebno je uspostaviti i odnose među njima. Ti se odnosi opisuju elementima kinematičkih ograničenja i dinamičke sprege. Njihovim se uvođenjem onemogućava gibanje pojedinih elemenata u sustavu, a uvode se u sustav kao skup jednažbi koji opisuje narinuta ograničenja.

3.2.2. Matematičko modeliranje

Matematičko modeliranje postupak je uspostavljanja sustava jednažbi koje opisuju zadani mehanički model slijedeći pritom fizikalne zakonitosti. U određenim okolnostima i uz određene pretpostavke sustav jednažbi može imati analitičko rješenje, ali se najčešće pri rješavanju sustava primjenjuju numeričke metode. Iako se rješavanje sustava može provesti počevši iz više različitih matematičkih modela, prikladno postavljanje matematičkog modela može uvelike olakšati i skratiti vrijeme računanja te pospješiti točnost dobivenih rezultata.



Slika 6. Koraci kod modeliranja [7]

3.2.3. Jednadžbe gibanja krutih tijela

Stvaranjem matematičkog modela pomoću sustava jednadžbi određuje se dinamika sustava. Taj se sustav temeljnih jednadžbi sastoji od diferencijalnih i algebarskih jednadžbi. U inverznom se dinamičkom pristupu koristi matematički model u „full descriptor“ formi koji omogućuje jednostavno oblikovanje matematičkog modela i pogodan je za računalne algoritme. Prilikom oblikovanja sustava u „full descriptor“ formi određuje se 6 koordinata za svako tijelo, a konačni se sustav jednadžbi sastoji od diferencijalnih i algebarskih jednadžbi (DAE sustav jednadžbi). Diferencijalne jednadžbe opisuju gibanje sustava dok algebarskim jednadžbama dovodimo pojedine elemente u odnos i time stvaramo kinematička ograničenja. Takav način definiranja jednadžbi pogodan je i za naknadne promjene kinematike sustava. Osnovne jednadžbe opisivanja dinamike krutih tijela nazivaju se Newton-Eulerove jednadžbe. One se izražavaju matrično u obliku [7]:

$$\begin{bmatrix} m_i E & 0 \\ 0 & I_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & H_{R_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_{T_i} \\ \ddot{\mathbf{x}}_{R_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_i \bar{\alpha}_i + \omega_i \times I_i \omega_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i \\ \mathbf{l}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i^c \\ \mathbf{l}_i^c \end{bmatrix} \quad (4)$$

Sustav Newton-Eulerovih jednadžbi može se zapisati i kao

$$\mathbf{M}_i \mathbf{H}_i \ddot{\mathbf{x}}_i + \mathbf{q}_i^v = \mathbf{q}_i^a + \mathbf{Q}^T \lambda \quad (5)$$

gdje je $\mathbf{Q}(\mathbf{x}, t) = \frac{\delta \mathbf{g}}{\delta \mathbf{x}}$ matrica kinematičkih ograničenja, a λ Lagrangeov multiplikator koji govori o intenzitetu sila kinematičkih ograničenja.

Za svako se tijelo definira šest jednadžbi. Ako promatramo sustav s p tijela, to podrazumijeva $6p$ jednadžbi.

Kako su tijela u sustavu međusobno povezana s q veza, da bismo potpuno odredili kinematiku sustava, potrebno je odrediti ukupno $6p + q$ jednadžbi. Komponente vektora položaja zadovoljavaju sustav preostalih q jednadžbi

$$g(x, t) = 0 \quad (6)$$

koji se može izraziti i pomoću ubrzanja kao

$$Q\ddot{x} = \bar{c} \quad (7)$$

Na taj se način dobije sustav diferencijalno-algebarskih jednadžbi kojim se potpuno opisuje dinamički sustav više tijela.

Ovim se pristupom praktično dolazi do matematičkog modela sustava, a u slučaju promjene kinematike sustava, model se lako prilagođava mijenjanjem jednadžbi kinematičkih ograničenja. Prikazani je model pogodan za izvršavanje inverzne dinamičke zadaće tako što su sve sile ograničenja sadržane u matematičkom modelu.

3.3. O korištenom programskom paketu

Napretkom računalnih tehnologija, izrada i ispitivanje prototipnih modela postaje vremenski zahtjevno i financijski neisplativo, a korištenjem različitih programskih paketa, analiza se konstrukcije može optimirati. Programski paket koji će se koristiti u izradi ovog završnog rada, MSC Adams, upravo rješavanjem inverzne dinamičke zadaće pomoću Newton-Eulerovog sustava diferencijalnih jednadžbi pronalazi sile i momente koji djeluju na zadanu konstrukciju.

3.3.1. MSC Adams (*Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems*)

MSC Adams programski je paket tvrtke MSC Software te je jedan od vodećih programskih paketa koji se koristi za simulacije dinamike sustava više tijela. Primjenu pronalazi u raznim inženjerskim granama kako bi se ocijenila funkcionalnost nekog sustava, a korisniku kroz grafičko sučelje omogućuje modeliranje, analizu i optimizaciju sustava sačinjenog od više tijela međusobno povezanih definiranim kinematičkim vezama. Razvoj ovog programskog paketa počeo je još sredinom 1970.-ih, a današnja se inačica programskog paketa sastoji od različitih modula namijenjenih specifičnim zadaćama željene analize.

Adams Solver jezgra je cijelog programskog paketa koja omogućuje analizu kompleksnih sustava i kontinuirano se unaprjeđuje od samih početaka.

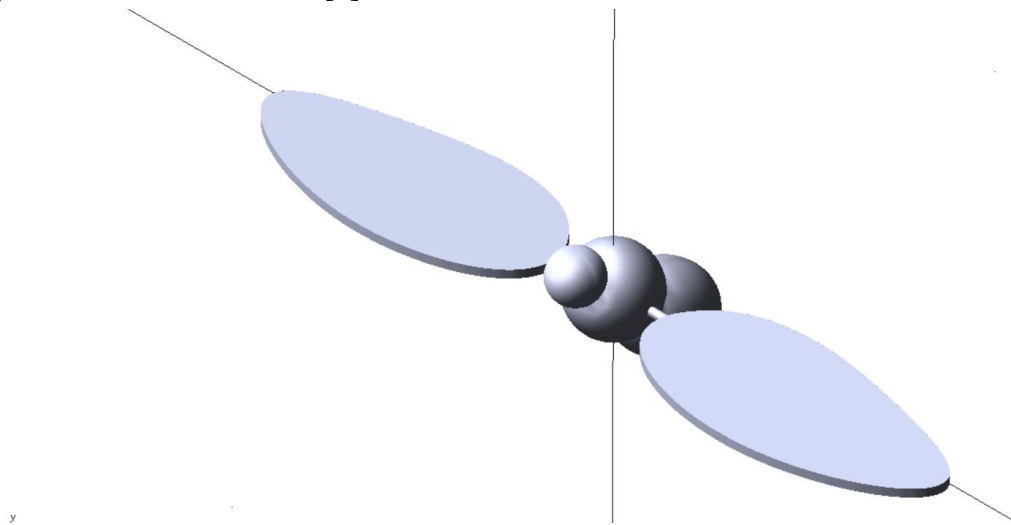
Adams View jedan je od modula dostupnih korisniku koji se koristi i u izradi ovog rada. Ovaj modul objedinjuje jednostavnost i intuitivnost grafičkog sučelja s velikim mogućnostima Adams Solver modula. Uz to, korisniku je omogućen uvoz CAD datoteka stvorenih u nekom drugom programskom paketu kao i stvaranje CAD modela unutar samog modula. Uz opsežnu

bazu podataka o vezama među pojedinim elementima i mogućnost zadavanja pojedinih fizičkih svojstava za svaki element, ovaj modul predstavlja idealnu platformu za analizu raznovrsnih mehanizama, pa tako i mehanizama promatranih u ovom radu.

Pomoću modula Adams Post Processor rezultati analize dobiveni u modulu Adams View na intuitivan se način mogu prezentirati koristeći dijagrame ili stvarajući animacije. Ovim se modulom služi za obradu dobivenih podataka i u izradi ovog rada.

3.4. Simulacija kinematike krila vinske mušice *Drosophila Melanogaster*

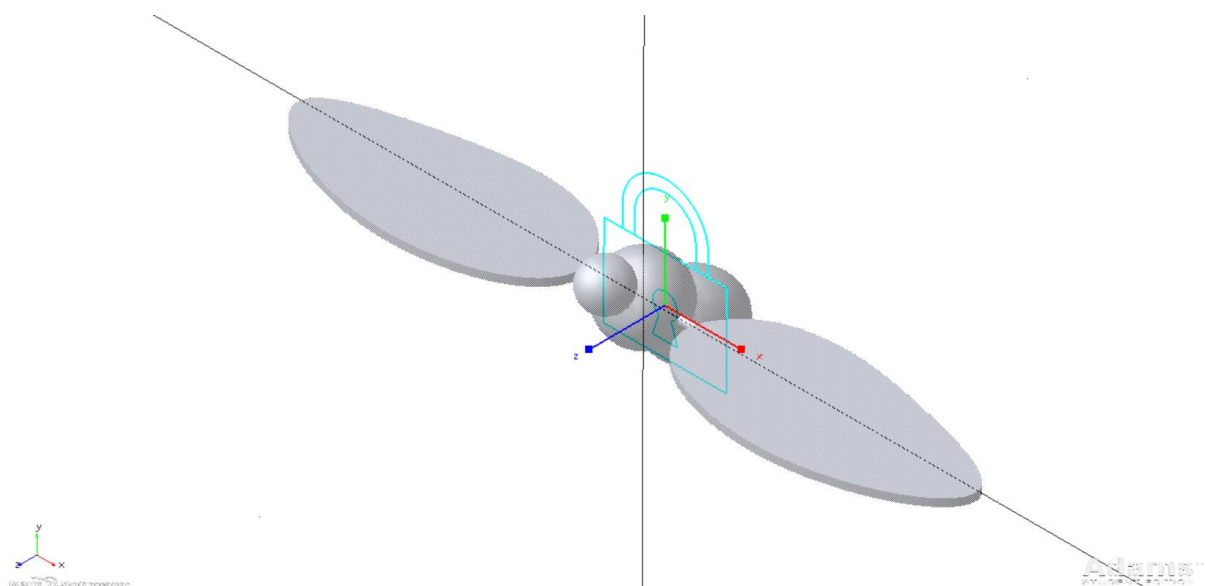
Za prikazivanje traženog kinetičkog modela, modelirani su elementi koji podsjećaju na oblik tijela i krila vinske mušice [8].



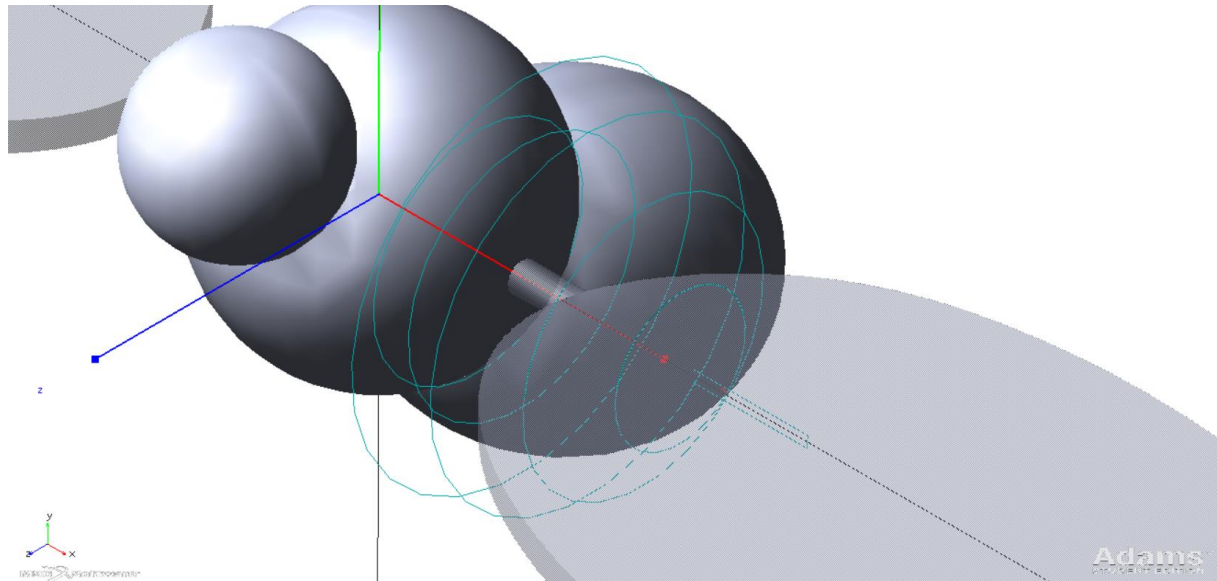
Slika 7. Model vinske mušice

Kako bi se ostvarili željeni uvjeti simulacije u kojoj promatramo gibanje krila, na model je potrebno narinuti ograničenja.

Tijelo vinske mušice povezano je s okolinom nepomičnom vezom dok su oba krila povezana s tijelom sfernim zglobovima na mjestu spoja krila i tijela. Na ovaj se način osigurava mogućnost zakreta krila za sva tri promatrana kuta; horizontalni kut mahanja, aksijalni kut i vertikalni kut mahanja.



Slika 8. Nepomična veza modela vinske mušice s okolinom



Slika 9. Sferni zglob kod modela vinske mušice

Gibanje krila promatra se u dva slučaja, opisivanja eliptične putanje vrha krila i opisivanja oblika osmice.

Vrijednosti koeficijenata u jednadžbama promjene kutova su

$$\phi_m = 90^\circ$$

$$K_\phi = 0,7$$

$$\eta_m = 70^\circ$$

$$K_\eta = 2$$

$$\eta_p = \pi$$

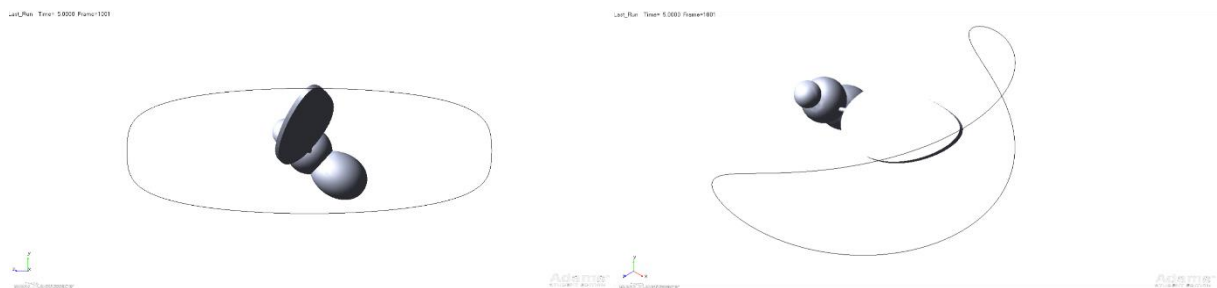
$$\eta_a = -\frac{3\pi}{2}$$

$$\theta_m = 20^\circ$$

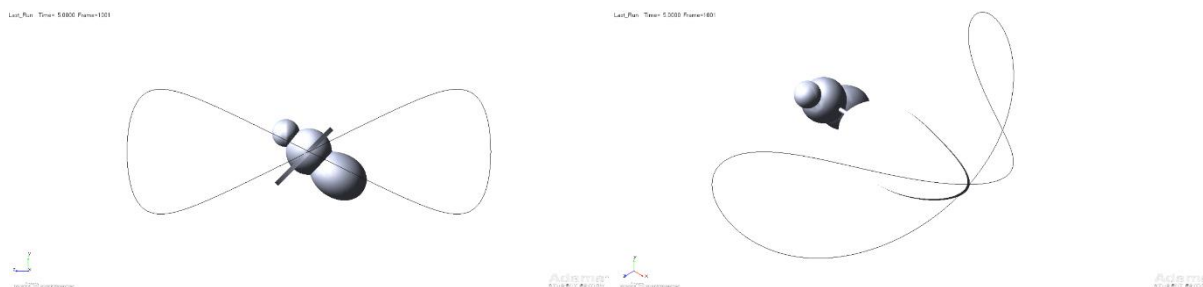
$$\theta_0 = 0$$

Tablica 1 Vrijednosti koeficijenata za kinematički model mahanja krilima vinske mušice [4]

Za opisivanje gibanja vrha krila u obliku elipse uzimaju se vrijednosti koeficijenata $N = 1$ i $\phi_\theta = 0$, dok se za opisivanje gibanja vrha krila u obliku osmice koriste vrijednosti $N = 2$ i $\phi_\theta = \frac{\pi}{2}$.



Slika 10. Putanja vrha krila vinske mušice u obliku elipse



Slika 11. Putanja vrha krila vinske mušice u obliku osmice

S obzirom da promatramo samo promjene kutova krila, trajanje simulacije postavljeno je na jednu sekundu, a simulacija je podijeljena u tisuću koraka.

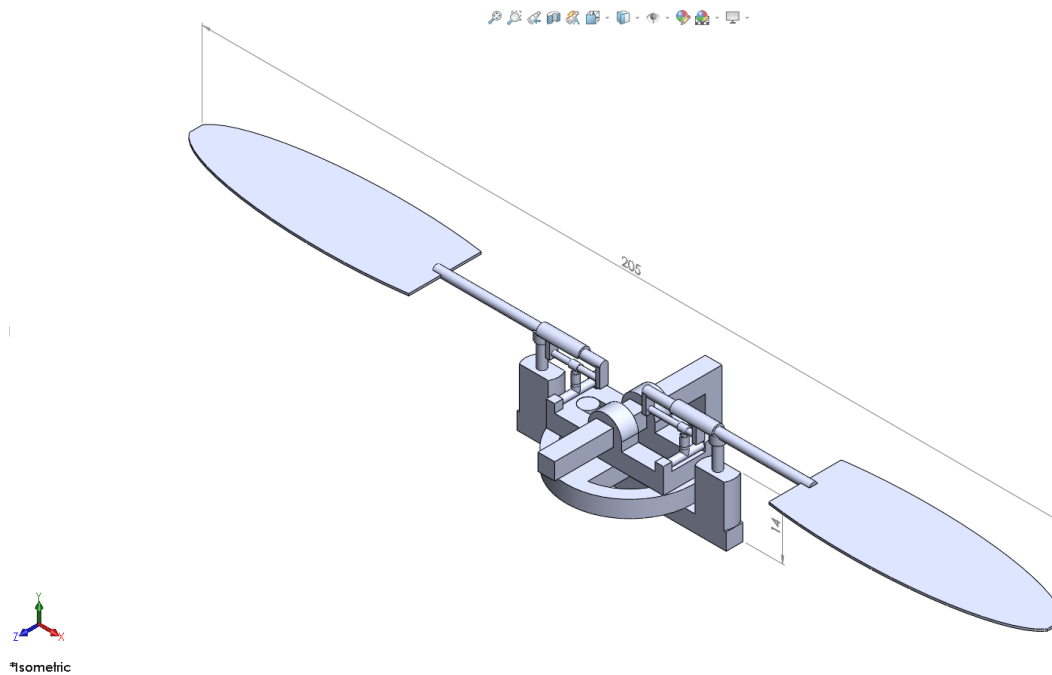
3.5. Izrada CAD modela

Izrada računalnog modela promatranih mehanizama nužna je za ocjenu funkcionalnosti istih i kao podloga za daljnju provedbu dinamičke analize. Odgovarajući odnosi dimenzija i raspodjela mase služe za definiranje gibanja i inercijskih značajki pojedinih elemenata mehanizma. Također, ovi se modeli koriste prilikom pripreme dijelova za aditivnu proizvodnju.

Modeli mehanizama pokretnog krila modelirani su u programu SolidWorks. Ovaj proizvod francuske tvrtke Dassault Systèmes namijenjen je stvaranju računalnih modela željene geometrije i jedan je od vodećih programa za računalno modeliranje. Korisniku je omogućeno stvaranje zasebnih tijela, sklapanje elemenata u sklopove kao i stvaranje dvodimenzionalnih crteža željenih modela i sklopova. Modeliranje u SolidWorks-u započinje stvaranjem dvodimenzionalnog crteža kojem se zatim pridodaje i prostorna dimenzija na željeni način. Modele načinjene u SolidWorks-u moguće je pohraniti i u „.stl“ formatu koji je pogodan aditivnu proizvodnju.

3.5.1. Izrada CAD modela mehanizama pokretnog krila I

Za izradu modela koristi se kinematička shema kao i geometrijska interpretacija iz [5]. Sklop mehanizma pokretnog krila sastavljen je od postolja, krila i mehanizma koji pogoni krila. Predviđeno je da elektromotor, koji nije modeliran u svrhu ove analize, pogoni mehanizam pokretnog krila, a geometrijski odnosi među dijelovima mehanizma osiguravaju ostvarivanje željenog gibanja.



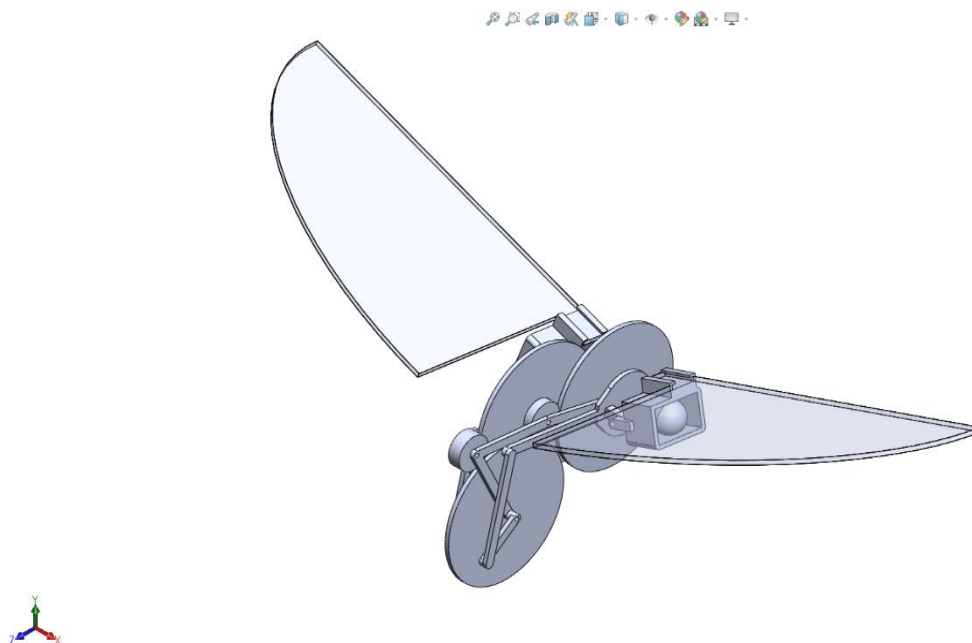
Slika 12. Model mehanizma pokretnog krila I

Rotacijom pogonskog koluta ostvaruje se translacijsko gibanje klizača po vodilici koja je dio postolja. Ovo translacijsko gibanje uzrokuje istovremeno oscilirajuće gibanje krila u horizontalnoj ravnini, a uslijed tog gibanja dolazi i do translacije i rotacije poluge krila unutar nosača.

3.5.2. Izrada CAD modela mehanizama pokretnog krila II

Kao polazište za izradu ovog modela koriste se kinematička shema, dimenzije i geometrijska interpretacija iz [6]. Sklop mehanizma pokretnog krila sastavljen je od pogonskog člana i dvostupanjskog reduktora, sustava spojnica i klackalice, vratila s ekscentričnim završecima, nosača krila s pravokutnim okvirom, krila i okvira. Elektromotor koji je predviđen da pogoni ovaj mehanizam nije modeliran. Odnosi duljina između pojedinih elemenata osiguravaju željeno gibanje i promjenu sva tri promatrana kuta.

Sustav zupčanika je zbog jednostavnosti izvođenja simulacije zamijenjen cilindričnim tijelima koji po dimenzijama odgovaraju zupčanicima.



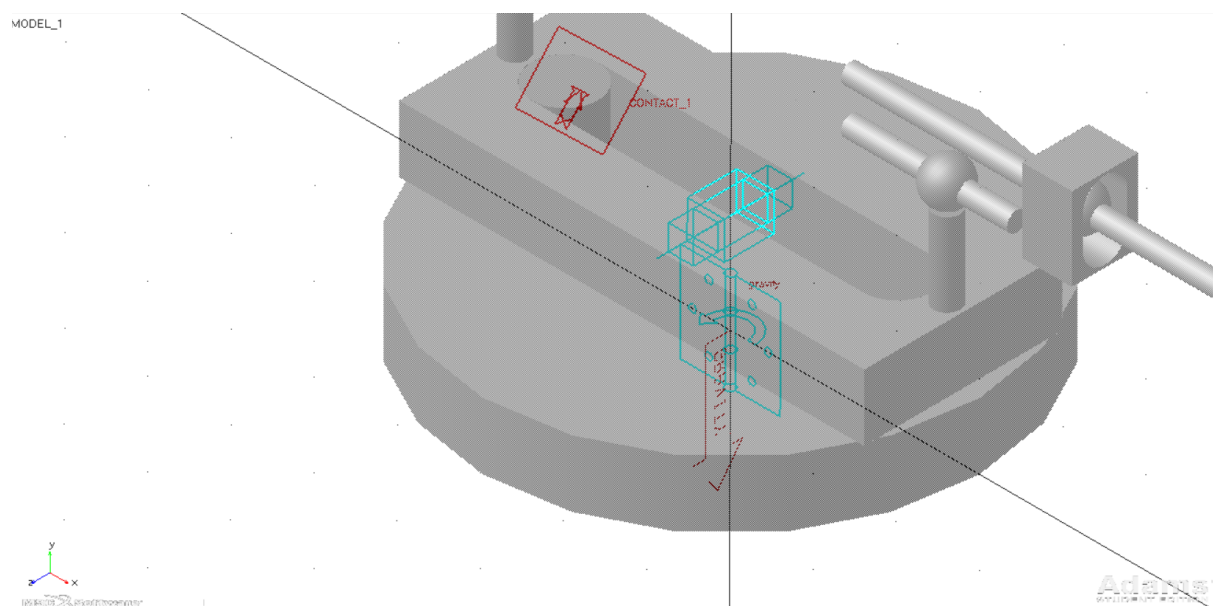
Slika 13. Model mehanizma pokretnog krila II

4. SIMULACIJA MEHANIZAMA POKRETNOG KRILA I

4.1. Postavke simulacije

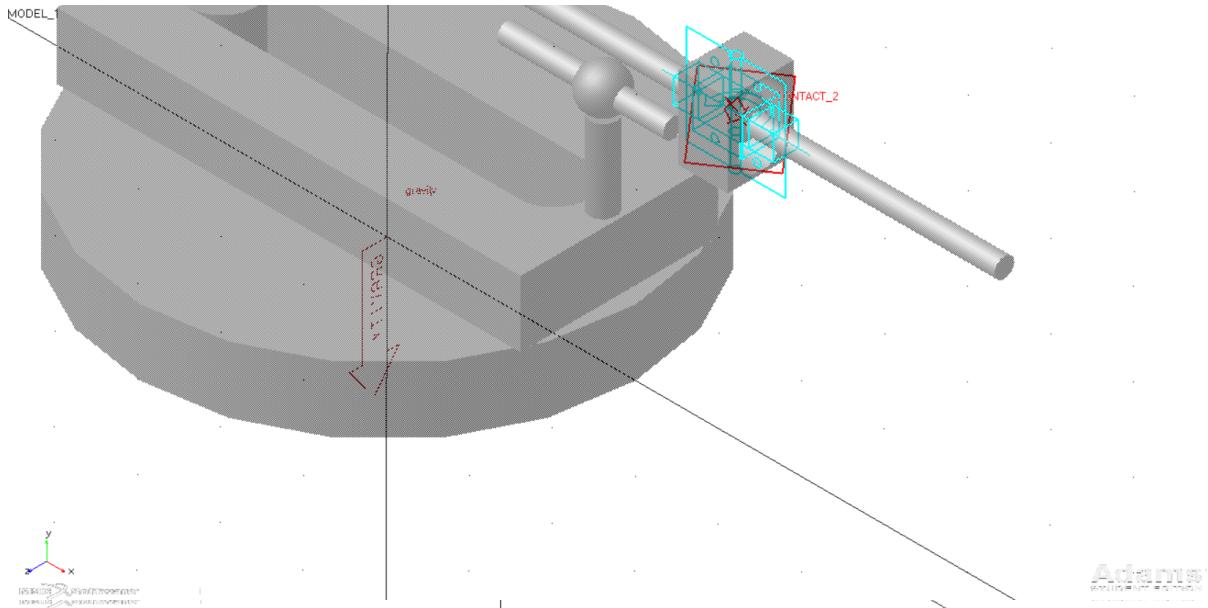
U svrhu pojednostavljivanja provedbe dinamičke analize, samo relevantni dijelovi mehanizma modelirani su unutar programa Adams View. Modelirani su pogonski kolot s ekscentrom i klizač, zakretni klizač i dijelovi pomične zakretne vodilice poluge krila. Dimenzije i pozicije modeliranih dijelova odgovaraju dimenzijama modela izrađenog u programu SolidWorks, a lijeva i desna strana simetrično su modelirane i dijelovi su povezani identičnim vezama. Simulacija se izvodi u polju Zemljine gravitacije.

Pogonski kolot je povezan s podlogom rotacijskim zglobovom čime je omogućen zakret samo oko jedne osi. Međudjelovanje pogonskog koluta i klizača opisano je pomoću funkcije kontakta između dva kruta tijela. Ovakav međusobni odnos, uz spoj klizača s okolinom pomoću translacijskog zgloba, osigurava pomicanje klizača ovisno o brzini rotacije pogonskog koluta. Zakretni je klizač spojen s klizačem preko rotacijskog zgloba čime se osigurava da se



Slika 14. Kinematička ograničenja na donji dio mehanizma pokretnog krila I

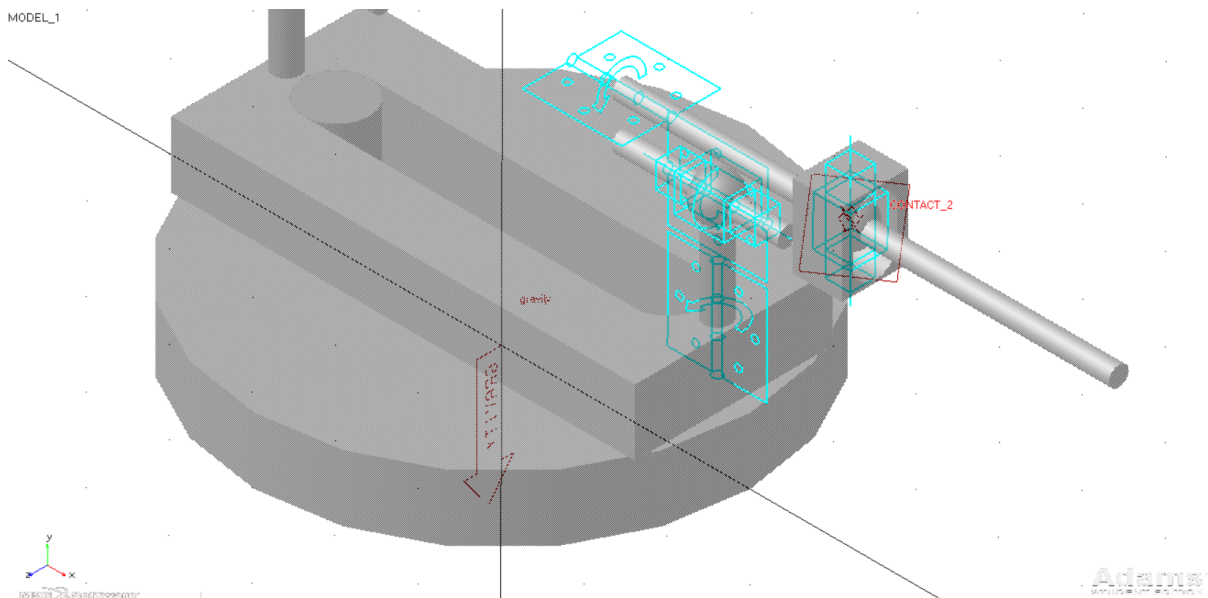
translacijsko gibanje klizača prenosi na polugu krila. Poluga krila i zakretni nosač povezani su cilindričnim zglobovom koji omogućava istovremeno rotaciju oko jedne osi i translaciju uzduž te iste osi.



Slika 15. Kinematička ograničenja nosača krila mehanizma pokretnog krila I

Spoj između poluge krila i pomične zakretne vodilice poluge krila modeliran je pravokutnim okvirom unutar kojeg je ograničeno gibanje kuglice. To je gibanje ograničeno funkcijom kontakta i translacijskim zglobovima, a dimenzije pravokutnog okvira odgovaraju vertikalnom hodu pomičnih zakretnih vodilica poluge krila. Pravokutni okvir spojen je s okolinom rotacijskim zglobovima dok je spoj poluge krila i kuglice izveden kao translacijski zglob. Na ovaj se način osigurava promjena horizontalnog kuta mahanja.

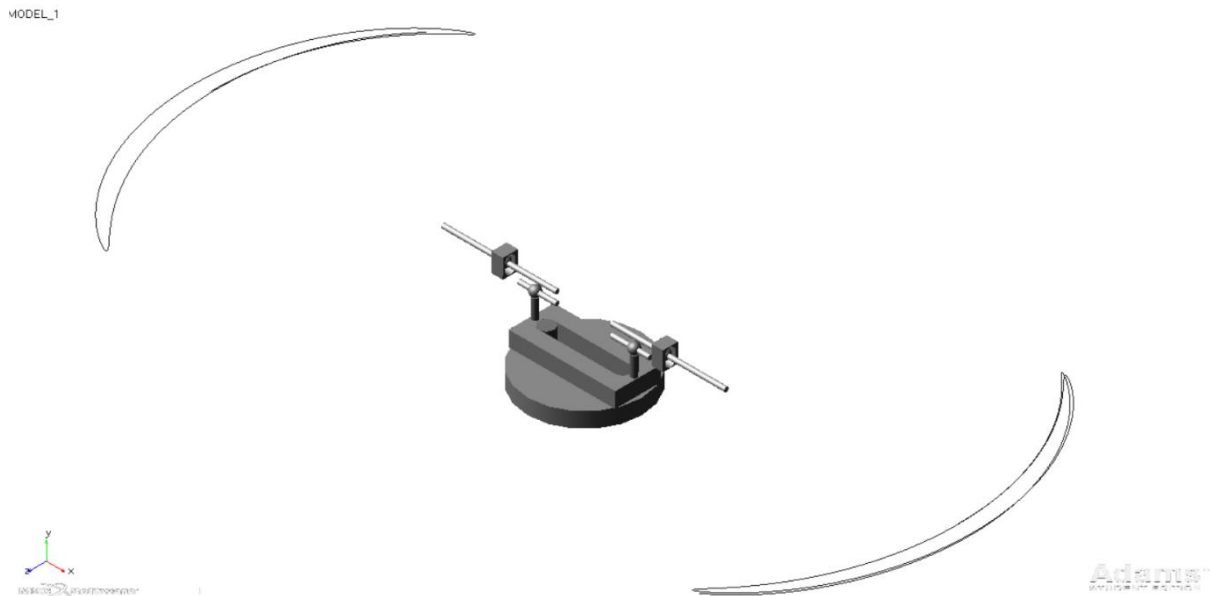
Potpuno identična ograničenja postavljaju se i na suprotne nosače i polugu krila.



Slika 16. Kinematička ograničenja okretnog nosača i poluge krila mehanizma pokretnog krila I

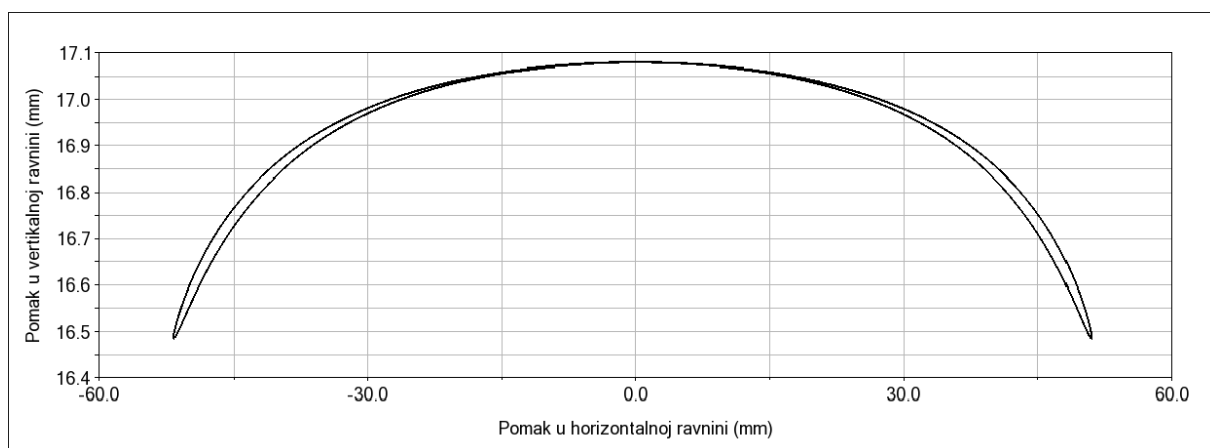
4.2. Rezultati

Postavljanjem referentne točke na udaljenosti koja odgovara vrhu krila na modelu izrađenom u programu SolidWorks iscrtava se krivulja koja opisuje putanju vrha krila. Ovime se pokazuje mogućnost promjene kuta popinjanja i horizontalnog kuta mahanja, a posljedično geometriji mehanizma dolazi i do minimalne promjene vertikalnog kuta zamaha, čija je promjena prema pretpostavci zanemariva.



Slika 17. Putanja vrha krila mehanizma pokretnog krila I

Iz dijagrama položaja vrha krila uočava se da pomak vrha krila u vertikalnoj ravnini manji od 0.6 mm dok se pomak vrha krila manifestira u rasponu od po 52 mm ispred i iza središnjeg položaja.

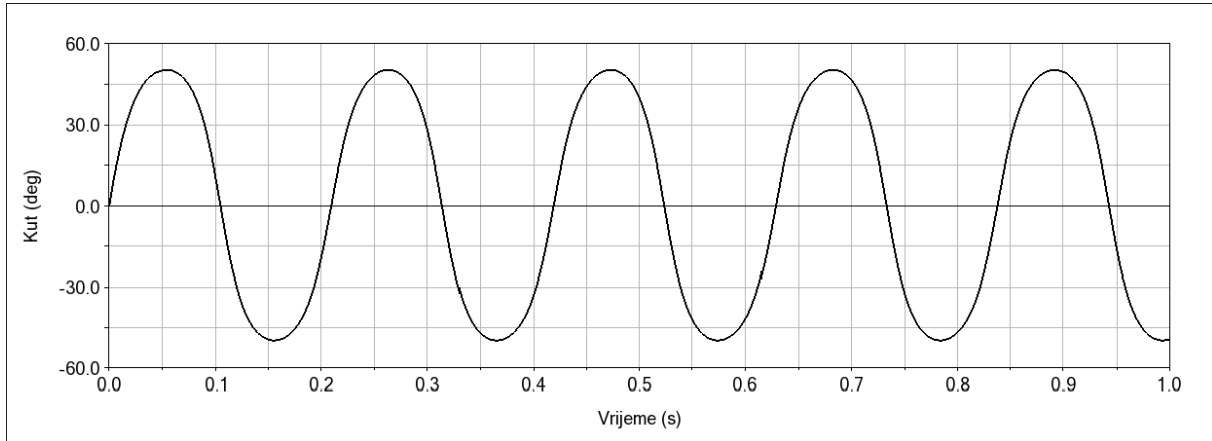


Slika 18. Projekcija položaja vrha krila mehanizma pokretnog krila I u vertikalnoj ravnini

Postavljanjem odgovarajućih referentnih točaka, funkcijom „Angle Measure“ zasebno se mjere horizontalni kut mahanja i aksijalni kut. Koristeći „Postprocessor“ unutar programa Adams iscrtavaju se krivulje koje prikazuju promjene kutova u vremenu.

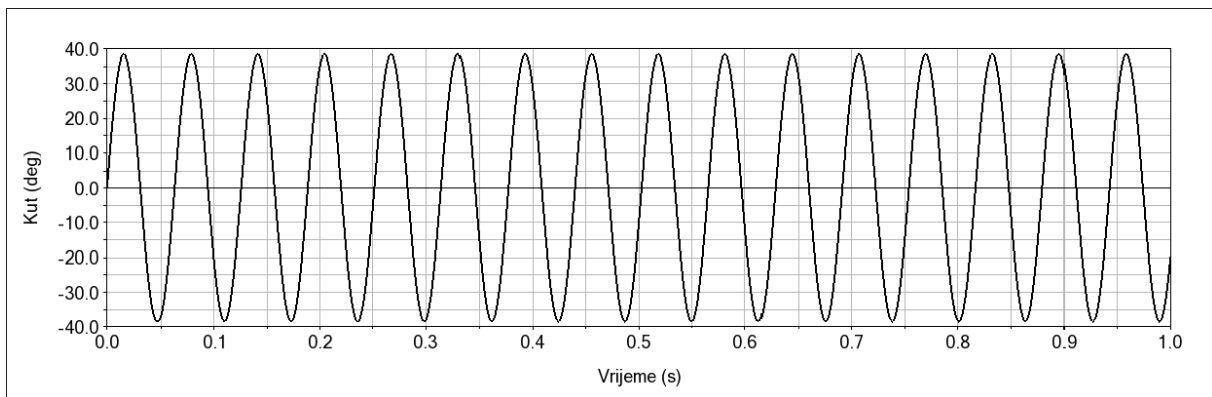
Amplituda promjene kutova ovisi o geometrijskim značajkama mehanizma dok je frekvencija promjene kutova određena brzinom vrtnje pogonskog člana.

Promjena horizontalnog kuta zamaha u odnosu na središnji položaj krila prati sinusoidni oblik krivulje, a amplituda promjene iznosi 50° .



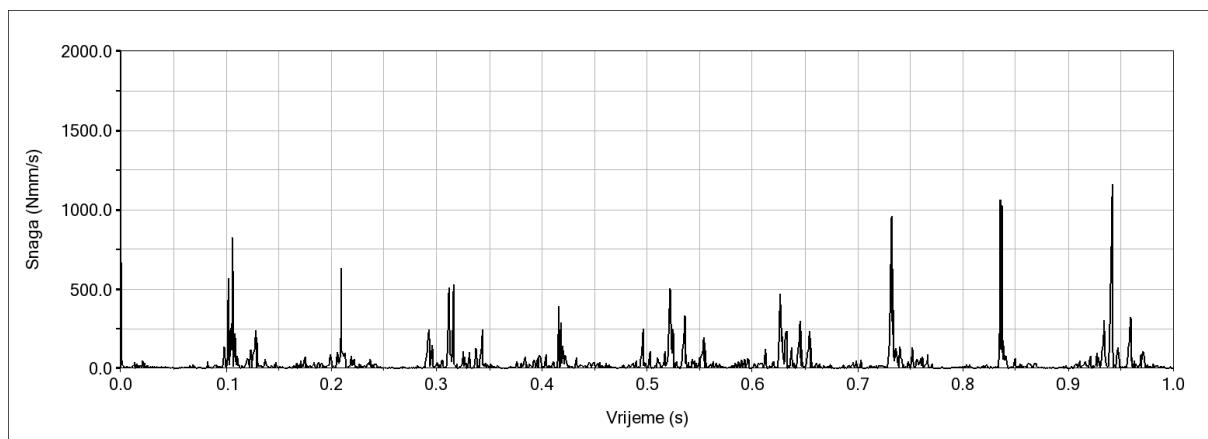
Slika 19. Horizontalni kut mahanja mehanizma pokretnog krila I

Aksijalni se kut mahanja također mijenja ciklički ovisno o brzini vrtnje pogonskog člana dvostruko većom frekvencijom od horizontalnog kuta mahanja. Amplituda promjene iznosi $38,5^\circ$ što je određeno graničnicima na pomičnoj zakretnoj vodilici poluge krila.



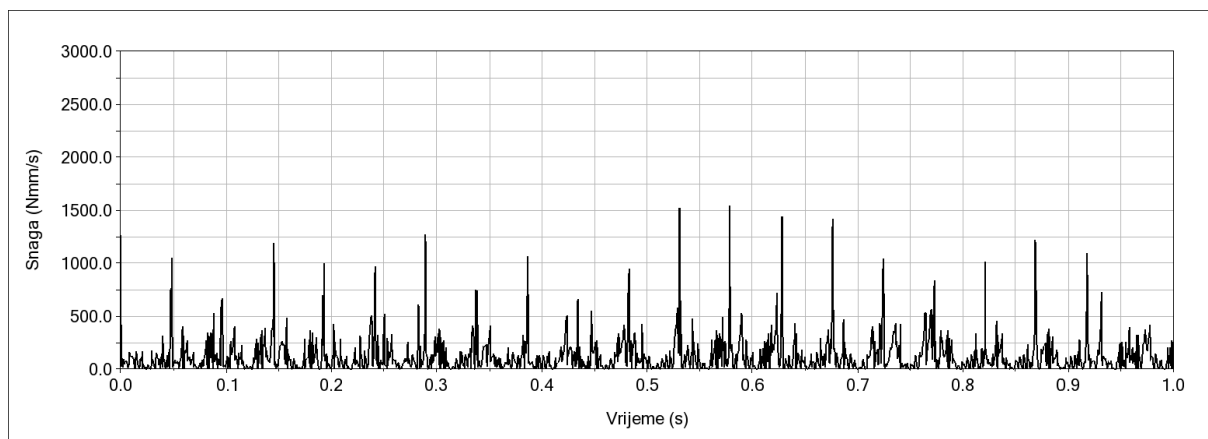
Slika 20. Aksijalni kut mahanja mehanizma pokretnog krila I

Uz brzinu vrtnje pogonskog člana od 30 rad/s ostvaruje se frekvencija mahanja krila od 5 Hz . Pritom s potrebna snaga ciklički mijenja, a maksimalna vrijednost potrebne snage za pogon sustava iznosi $1,20 \text{ W}$.



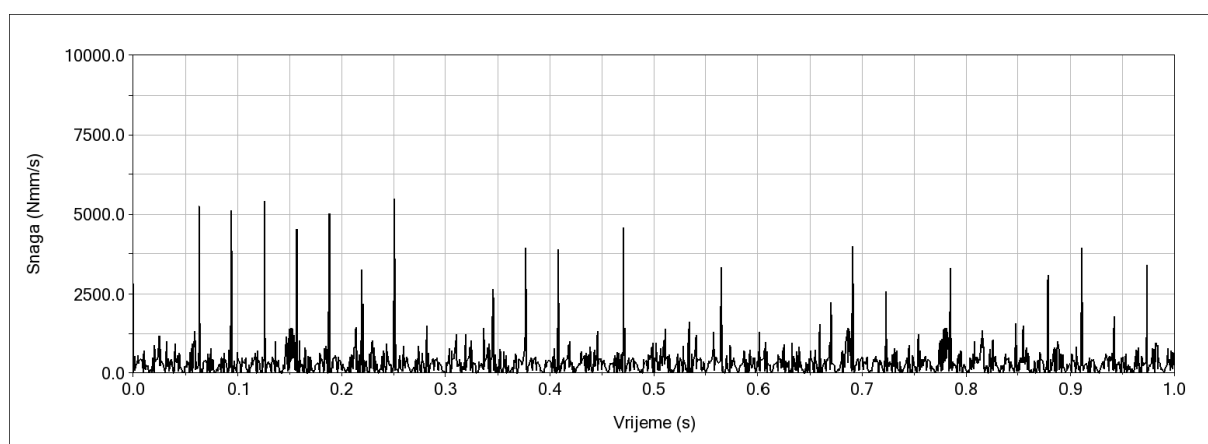
Slika 21. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji 5 Hz

Povećanjem brzine vrtnje pogonskog člana dolazi i do povećanja frekvencije mahanja. Tako je za frekvenciju mahanja od 10 Hz potrebna snaga od 1,51 W koja se također ciklički mijenja uz veću frekvenciju nego za slučaj mahanja pri frekvenciji od 5 Hz.



Slika 22. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji 10 Hz

Nastavkom povećanja frekvencije mahanja, pri brzini vrtnje pogonskog člana od 100 rad/s ostvaruje se frekvencija zamaha od 15 Hz. Amplituda potrebne snage veća je u odnosu na prethodna dva slučaja, a najviša vrijednost potrebne snage iznosi 5,24 W.

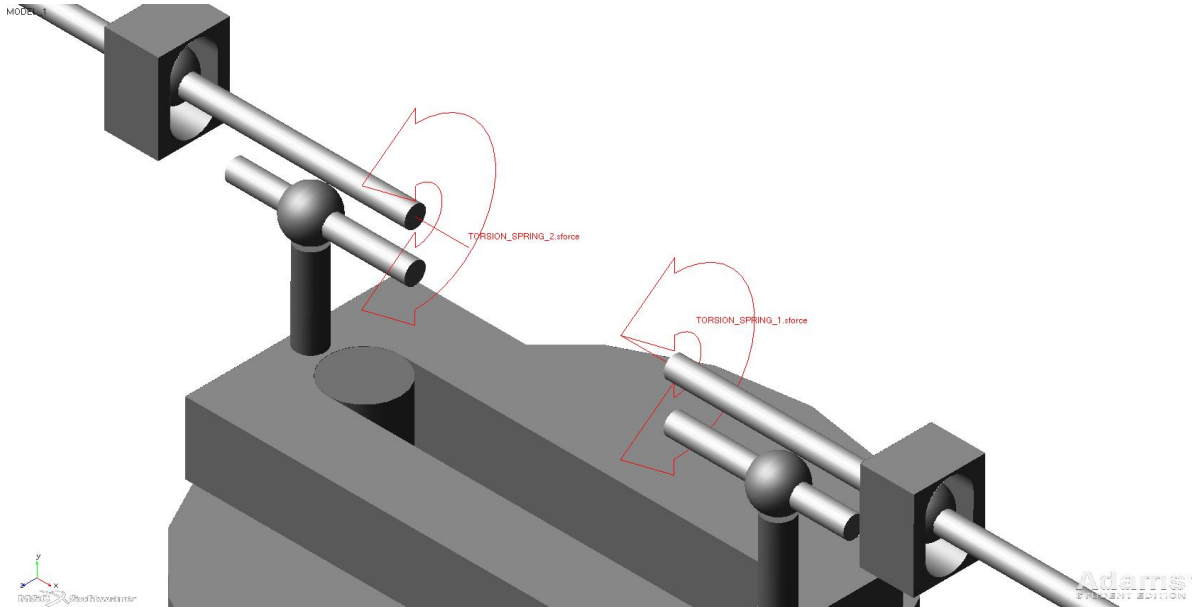


Slika 23. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji 15 Hz

Povećanjem frekvencije zamaha s povećanjem brzinom vrtnje pogonskog člana dolazi do nelinearnog porasta potrebne snage za pogon sustava. Kako ciklička promjena potrebne snage prati povećanje frekvencije mahanja, tako su i maksimalne vrijednosti na grafu gušće raspoređene nego pri manjim frekvencijama mahanja.

4.3. Poboljšanje energetske učinkovitosti mehanizma I - dodavanje elemenata dinamičke sprege

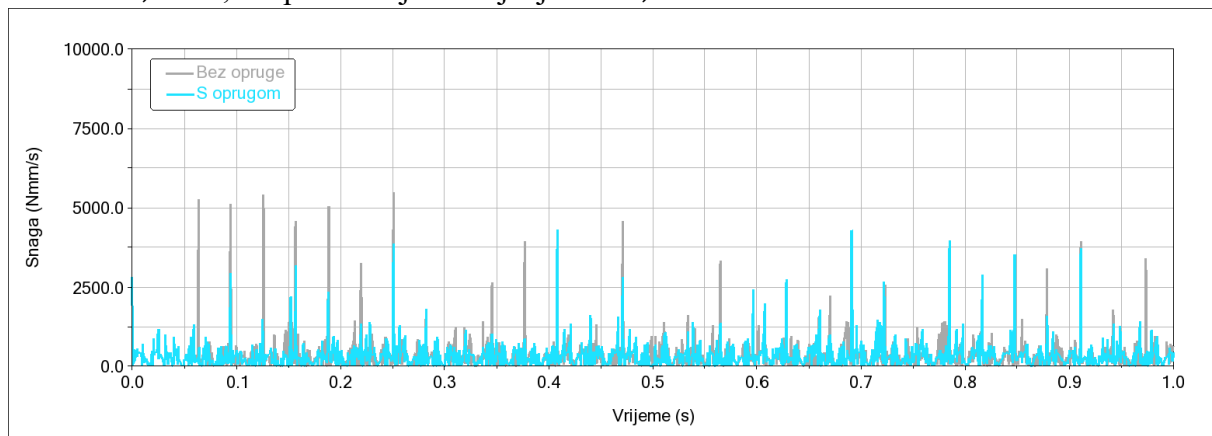
Dodavanjem elemenata dinamičke sprege nastoji se smanjiti potrebna snaga za pokretanje mehanizma. U cilju ovog poboljšanja, na postojeći model nadodana su ograničenja torzijske opruge koeficijenta prigušenja $c = 4 \cdot 10^{-8}$ Nms/rad. Dodaju se dvije takve opruge.



Slika 24. Položaj opruga na mehanizmu pokretnog krila I

Djelovanjem ovih opruga, olakšava se promjena aksijalnog kuta čime se smanjuje ukupni potreban rad mehanizma. Sivom je bojom prikazan potreban rad mehanizma za slučaj bez postavljenih opruga pri frekvenciji mahanja od 15 Hz dok je plavom bojom istaknut potreban rad kada se u sustav dodaju opruge.

Frekvencija promjene rada za poboljšani mehanizam odgovaraju izvornom mehanizmu dok su maksimalne vrijednosti rada niže te je najveća vrijednost potrebnog rada 4,20 W u odnosu na izvornih 5,24 W, što predstavlja smanjenje za 19,8%.



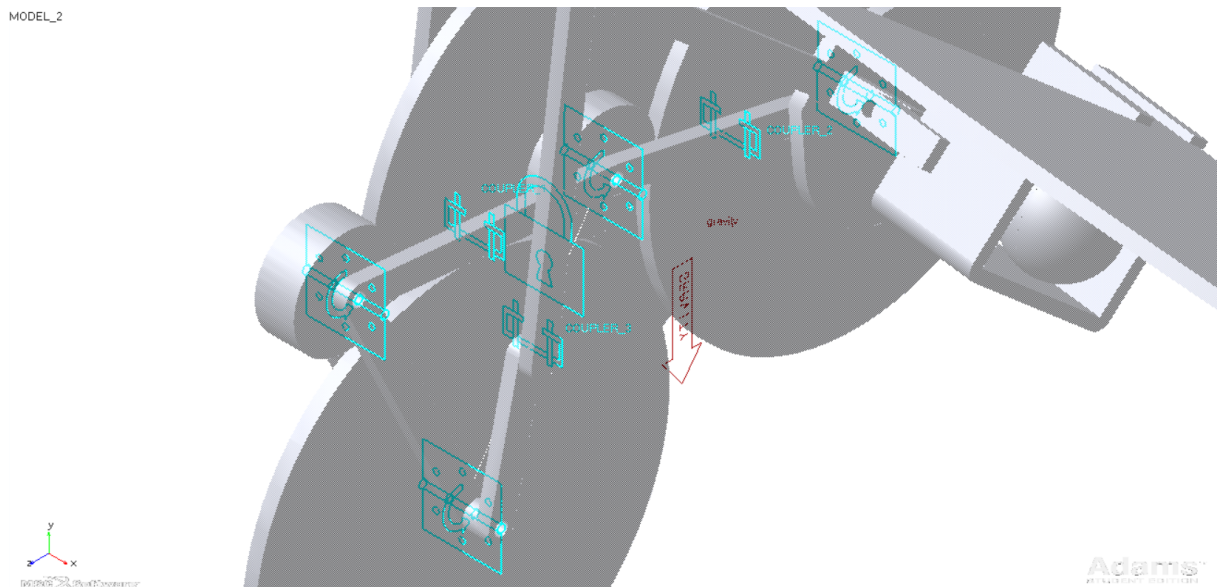
Slika 25. Prikaz potrebne snage za mehanizam pokretnog krila I sa i bez opruge

5. SIMULACIJA MEHANIZAMA POKRETNOG KRILA II

5.1. Postavke simulacije

Model stvoren u programu SolidWorks spremljen je u formatu „Parasolid“ koji je pogodan za korištenje i u programu Adams View. Svi dijelovi mehanizma kao i odnosi dimenzija preneseni su na ovaj način i nije potrebno dodatno modelirati dijelove.

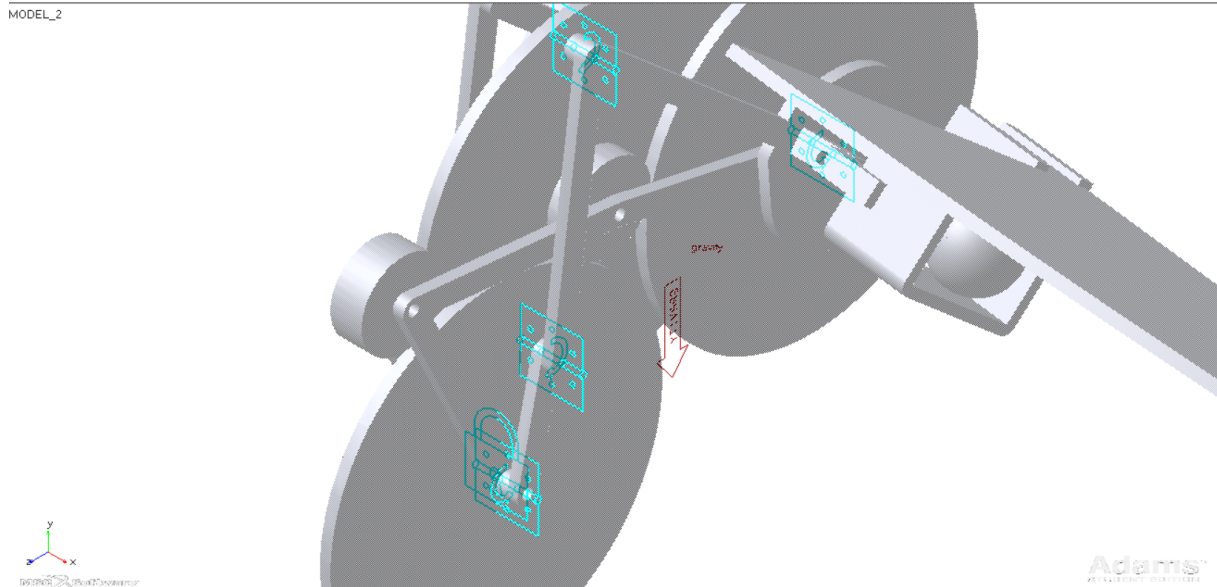
Lijeva i desna strana mehanizma simetrično su modelirani te je potrebno postaviti jednaka ograničenja među dijelovima mehanizma. Simulacija se izvodi u polju Zemljine gravitacije. Nosači mehanizma osiguravaju odgovarajući položaj svih ostalih dijelova i vezani su za podlogu nepomičnom vezom. Dvostupanjski reduktor koji se nalazi između dva nosača sastoji se od ukupno četiri zupčanika. Svaki od zupčanika povezan je s nosačem konstrukcije kod odgovarajućeg provrta rotacijskim zglobovima u centru mase. Ovakav spoj omogućava rotaciju svakog zupčanika samo oko jedne osi dok su svi ostali pomaci i rotacije onemogućeni. S obzirom na zahtijevane prijenosne omjere među zupčanicima u stvarnom mehanizmu, zupčanicima se u modelu povezuju međusobno spojem koji osigurava da rotacija jednog zupčanika uzrokuje rotaciju spojenog drugog zupčanika uz odgovarajući stupanj redukcije. S obzirom na razliku u dimenzijama zupčanika u modelu, veći se zupčanik vrti četiri puta manjom brzinom od zupčanika s manjim dimenzijama. Zupčanicima su povezani s nosačima rotacijskim zglobovima u osima rotacije.



Slika 26. Kinematička ograničenja nosača i zupčanika mehanizma pokretnog krila II

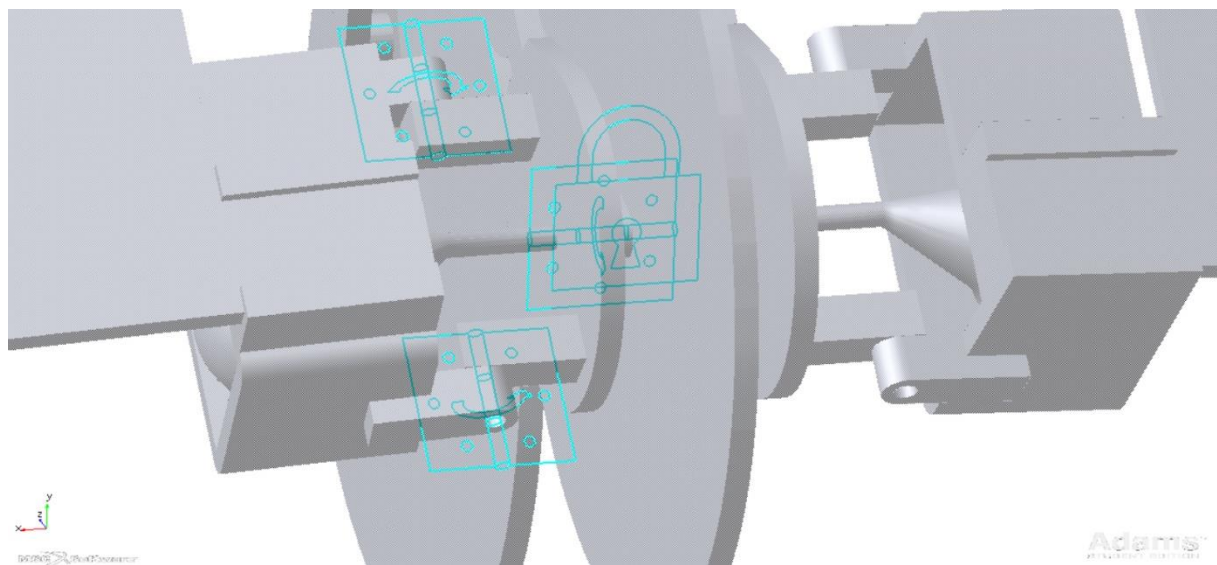
Spojnice mehanizma klackalice spojene su međusobno kao i s nosačima na mjestu odgovarajućih provrta s rotacijskim zglobovima. Po jedna spojnica sa svake strane spojena je s

odgovarajućim zupčanikom nepomičnom vezom kako bi se osiguralo istovremena rotacija spojnice sa zupčanikom. Valja napomenuti kako su sve osovine i vratila (osim vratila s ekscentričnim završecima) izostavljene iz modela u svrhu olakšavanja izvođenja simulacije. Njihovim uklanjanjem se ne gubi na funkcionalnosti mehanizma jer narinuta ograničenja zamjenjuju njihovu ulogu. Spoj poluge klackalice i nosača izveden je također rotacijskim zglobovom kao i spoj poluge klackalice i po jedne spojnice sa svake strane.



Slika 27. Kinematička ograničenja mehanizma klackalice

Nosač krila s pravokutnim okvirom spojen je s polugom klackalice rotacijskim zglobovom. Time se istovremeno osigurava promjena aksijalnog kuta s rotacijom klackalice, ali i sloboda zakreta nosača krila kao posljedica rotacije vratila s ekscentričnim završecima.



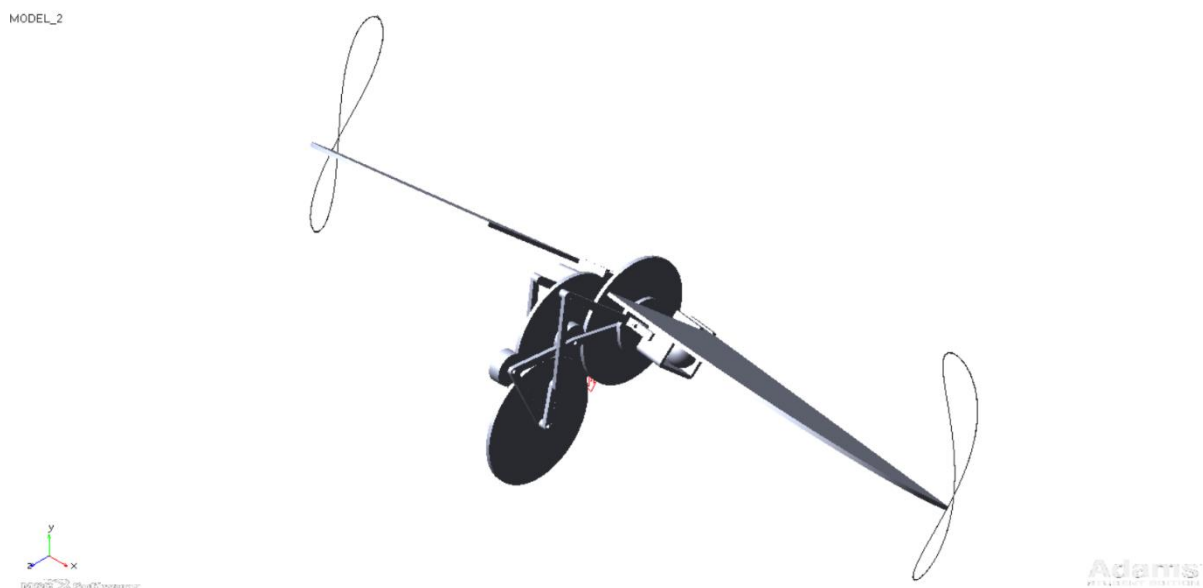
Slika 28. Kinematička ograničenja nosača krila i ekscentra mehanizma pokretnog krila II

Spoj vratila s ekscentričnim završecima izveden je pomoću rotacijskog zgloba s nosačima i pomoću nepomične veze sa zadnjim stupnjem reduktora. Ovime se osigurava rotacija vratila samo oko jedne osi istovremeno s rotacijom zadnjeg stupnja reduktora. Međudjelovanje vratila s ekscentričnim završecima i nosača krila s pravokutnim okvirom opisano je pomoću funkcije kontakta između dva kruta tijela. Ovakav odnos osigurava da se rotacijom vratila s ekscentričnim završecima u trenutku dodira sfere i pravokutnog okvira cijeli nosač otklanja i time se ostvaruje promjena vertikalnog kuta mahanja.

5.2. Rezultati

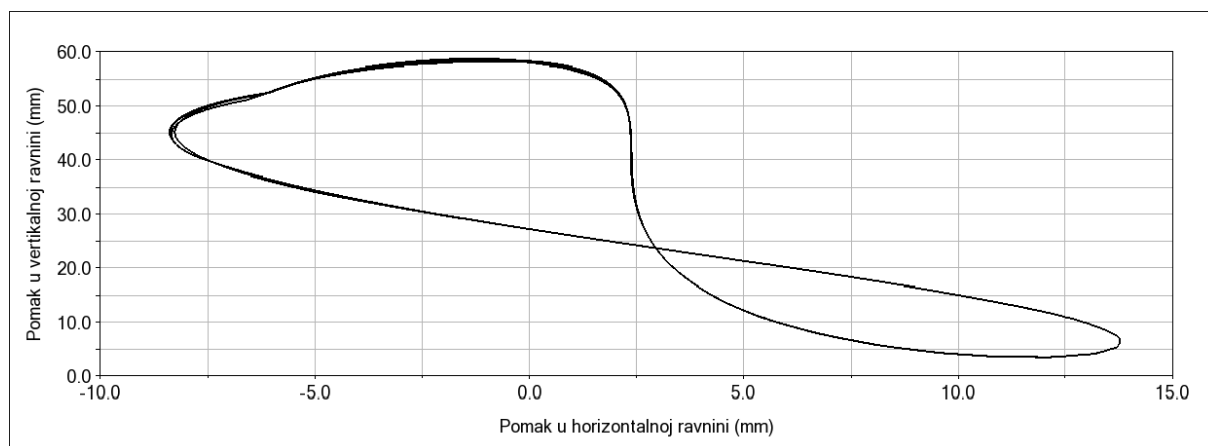
Postavljanjem referentne točke na vrhu krila iscrtava se krivulja koja opisuje putanju vrha krila. Ovime se potvrđuje mogućnost modeliranog mehanizma za promjenu sva tri kuta.

MODEL_2



Slika 29. Putanja vrha krila mehanizma pokretnog krila II

Na dijagramu položaja vrha krila uočava se da krilo opisuje oblik osmice te da je horizontalni hod vrha krila 21 mm dok vertikalni hod iznosi 55 mm.

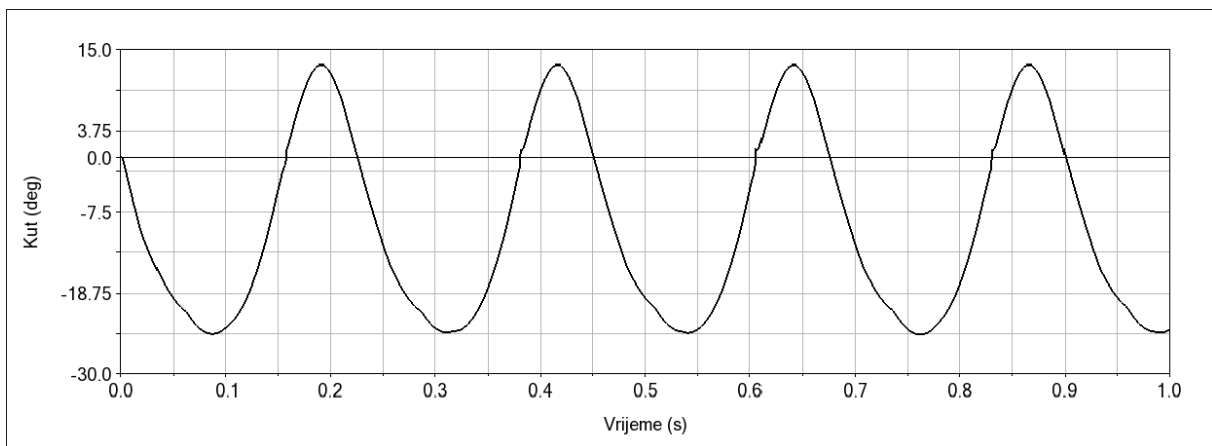


Slika 30. Projekcija položaja vrha krila mehanizma pokretnog krila II u vertikalnoj ravnini

Postavljanjem odgovarajućih referentnih točaka na krilu, funkcijom „*Angle Measure*“ zasebno se mjere horizontalni kut mahanja, aksijalni kut i vertikalni kut mahanja. Koristeći „*Postprocessor*“ unutar programa Adams iscrtavaju se krivulje koje prikazuju promjene kutova u vremenu.

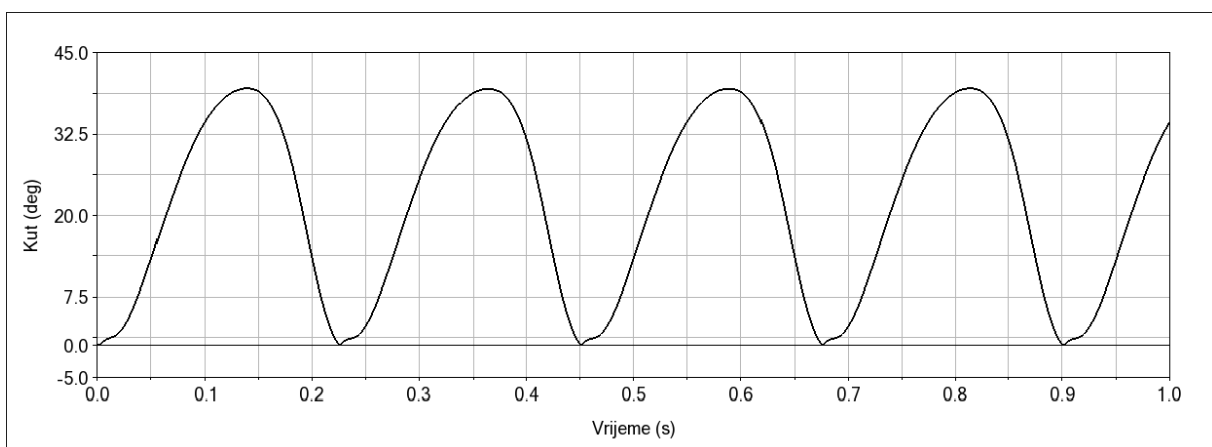
Amplituda promjene kutova ovisi o geometrijskim značajkama mehanizma dok je frekvencija promjene kutova određena brzinom vrtnje pogonskog člana. Promjene kutova prikazane su za frekvenciju 5 Hz zbog preglednosti, a povećanjem frekvencije mahanja, krivulja promjene zadržava istu amplitudu dok se broj promjena povećava.

Ukupna amplituda promjene vertikalnog kuta zamaha iznosi 37° , a krivulja koja prikazuje promjenu sinusoidnog je oblika. Svakim se zamahom krila na isti način mijenja vertikalni kut zamaha uslijed usklađenosti gibanja vratila s ekscentričnim završecima i mehanizma klackalice.



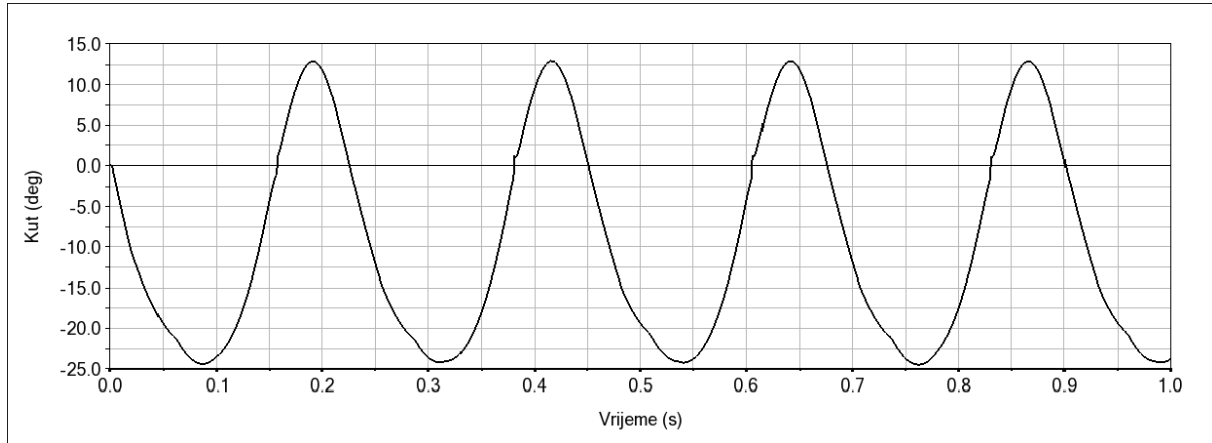
Slika 31. Vertikalni kut mahanja mehanizma pokretnog krila II

Promjena aksijalnog kuta slijedi također sinusoidnu krivulju s amplitudom promjene od 40° uz istu frekvenciju i pomak u fazi u odnosu na vertikalni kut mahanja.



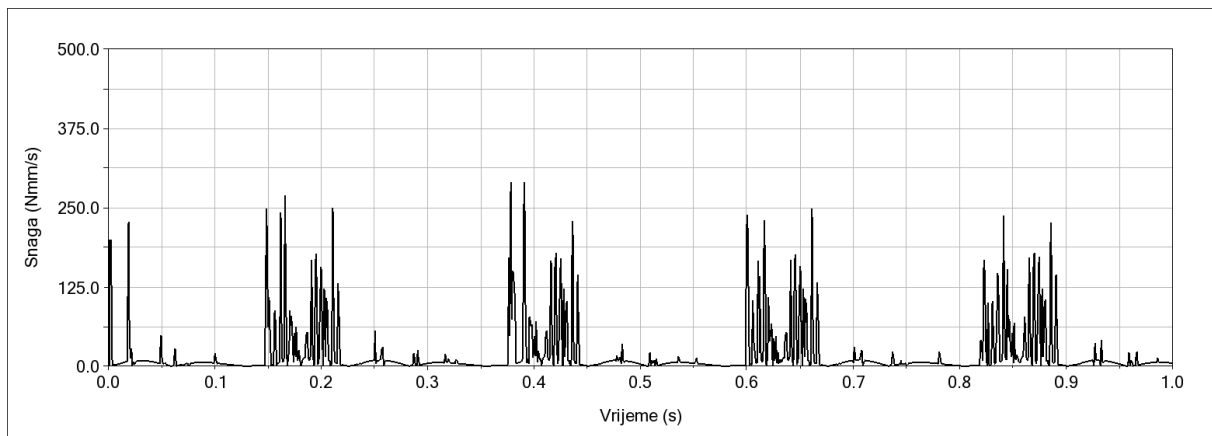
Slika 32. Aksijalni kut krila mehanizma pokretnog krila II

Istovremenom promjenom vertikalnog kuta mahanja i aksijalnog kuta ostvaruje se promjena horizontalnog kuta mahanja, stoga je i ova promjena sinusoidnog karaktera. Amplituda promjene horizontalnog kuta mahanja iznosi 37° i blisko slijedi promjenu vertikalnog kuta zamaha.



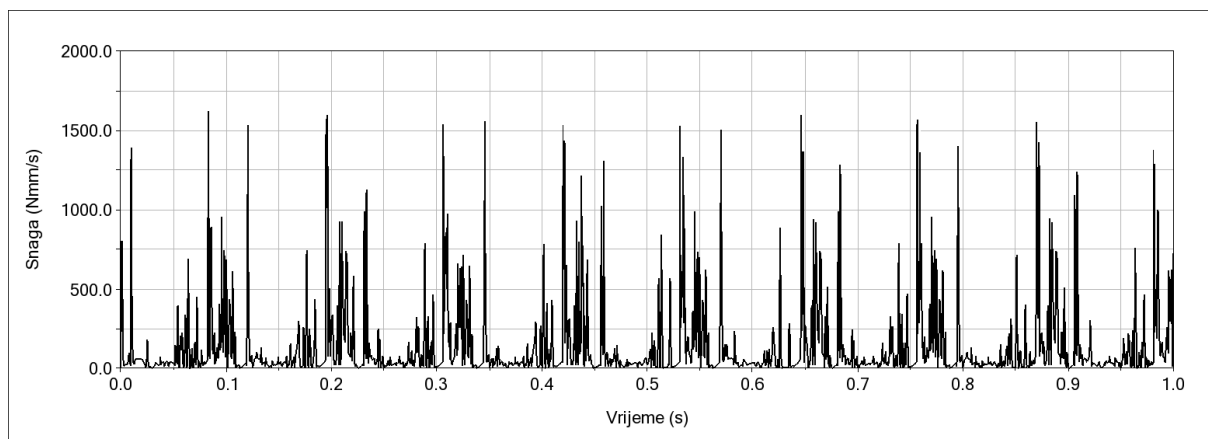
Slika 33. Horizontalni kut mahanja mehanizma pokretnog krila II

Pri brzini vrtnje pogonskog člana od $100^\circ/\text{s}$ ostvaruje se frekvencija mahanja od 5 Hz. Dijagram raspodjele snage za ovakvo gibanje mehanizma ukazuje na cikličnost promjene snage ovisno o položaju krila u zamahu. Maksimumi snage odgovaraju vremenskim trenucima u kojima se javlja ekstremi promatranih kutova. Najveća potrebna snaga za pokretanje mehanizma pri frekvenciji mahanja 5 Hz iznosi 0,29 W.



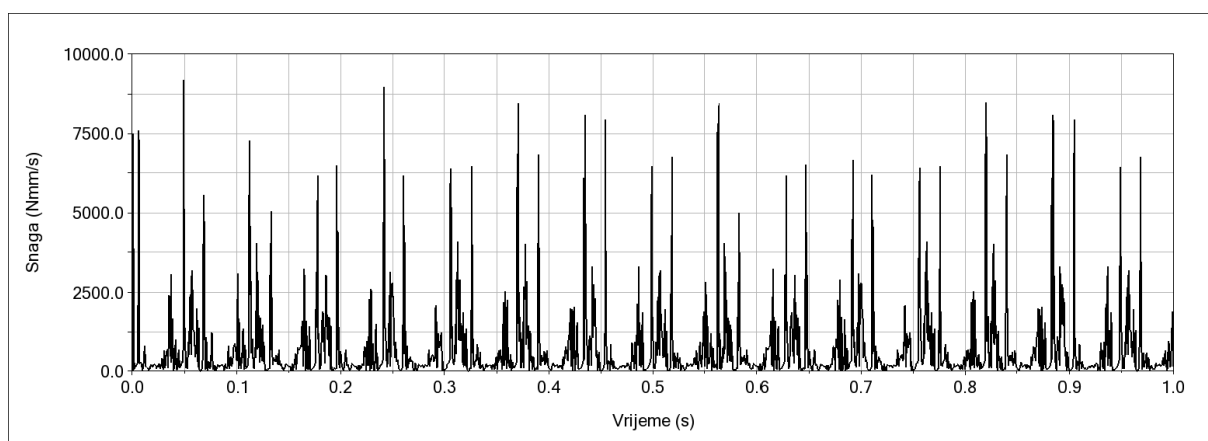
Slika 34. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji mahanja 5 Hz

Kako bi se ostvarilo mahanje krilima mehanizma pri frekvenciji 10 Hz, pogonski je član potrebno pogoniti brzinom $200^\circ/\text{s}$. Za takav se rad mehanizma potrebna snaga mijenja ciklički s povećanim brojem maksimuma gdje svaki maksimum odgovara jednom zamahu krilima. Maksimalna potrebna snaga za ostvarivanje ovakvog režima rada iznosi 1,77 W što predstavlja značajno povećanje u odnosu na režim rada mahanja pri frekvenciji 5 Hz.



Slika 35. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji mahanja 10 Hz

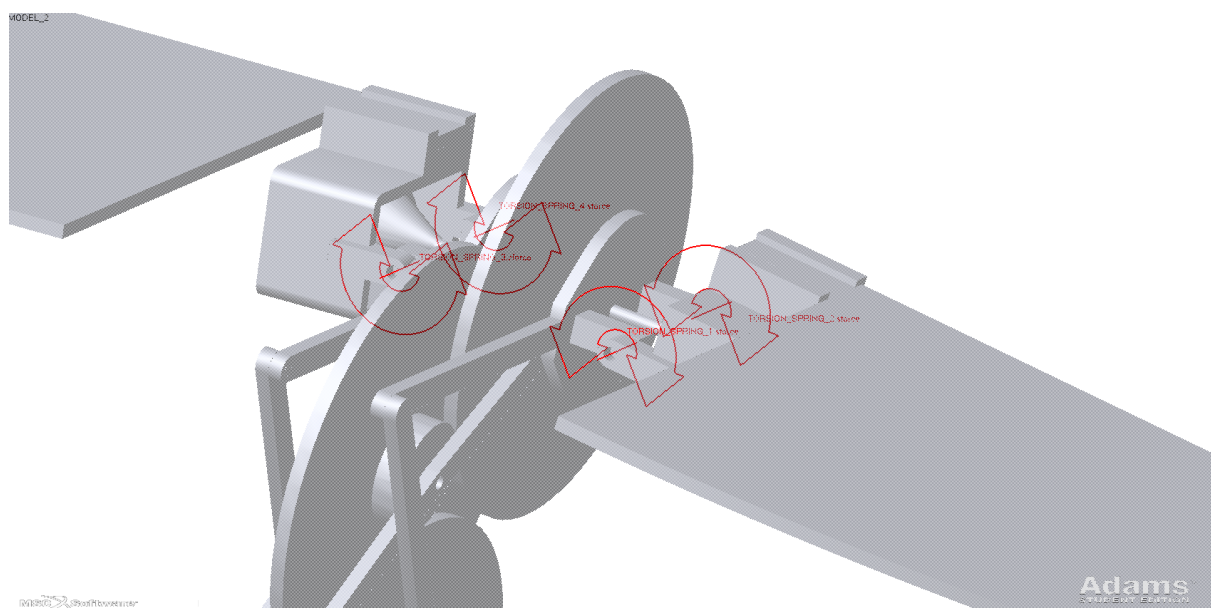
Pri dodatnom povećanju frekvencije mahanja od 15 Hz koja se ostvaruje pri brzini vrtnje pogonskog člana od 350°/s dolazi do povećanja maksimalne potrebne snage koja za ovaj slučaj iznosi 9,20 W. Također se broj maksimuma snage na promatranom periodu povećao i odgovara broju zamaha koje mehanizam ostvaruje.



Slika 36. Snaga na pogonskom članu pri frekvenciji mahanja 15 Hz

5.3. Poboljšanje energetske učinkovitosti mehanizma II - dodavanje elemenata dinamičke sprege

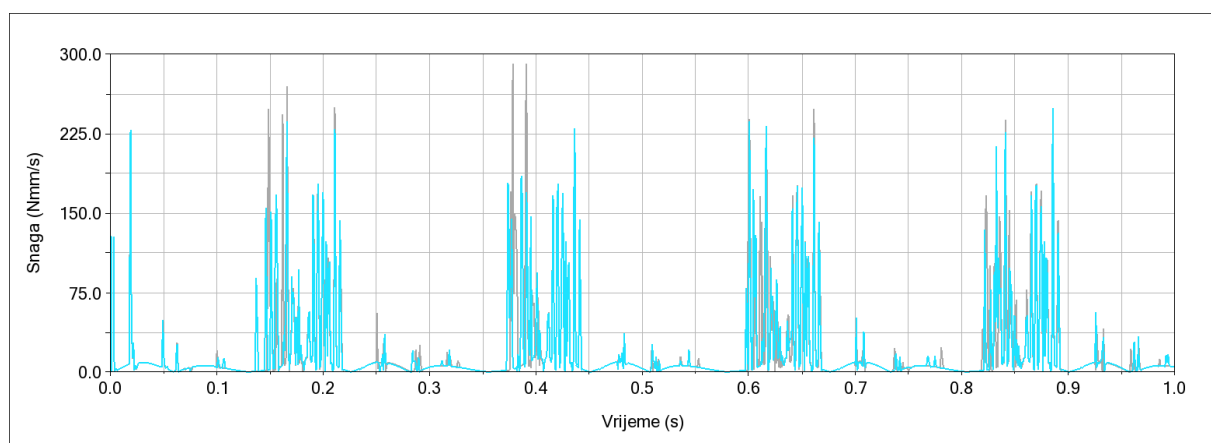
U svrhu poboljšanja energetske učinkovitosti mehanizma dodaju se elementi dinamičke sprege u obliku torzijskih opruga koeficijenta krutosti $k = 4 \cdot 10^{-9}$ Nm/rad i konstante prigušenja $c = 1 \cdot 10^{-9}$ Nms/rad. Dodaju se četiri takve opruge na mjesto spoja klackalice i nosača krila s pravokutnim okvirom.



Slika 37. Položaj opruga na mehanizmu pokretnog krila II

Zajedničkim djelovanjem ovih opruga olakšava se promjena vertikalnog kuta zamaha, a kao posljedice toga, manje je snage potrebno za pokretanje mehanizma. Sivom je bojom prikazana potrebna snaga za pokretanje mehanizma pri frekvenciji mahanja od 5 Hz bez postavljeni opruga. Plavom je bojom istaknuta snaga potrebna snaga za isto gibanje krila uz postavljene opruge.

Frekvencija promjene potrebnog rada za poboljšani mehanizam odgovara frekvenciji promjene izvornog mehanizma dok se maksimalna potrebna snaga smanjila s originalnih 0,29 W na 0,23 W što predstavlja smanjenje za 20,6%.



Slika 38. Prikaz potrebne snage za mehanizam pokretnog krila II sa i bez opruge

6. OCJENA FUNKCIONALNOSTI MEHANIZAMA I I II KROZ IZRADU ADITIVNIM TEHNOLOGIJAMA

6.1. Aditivne tehnologije

Aditivna proizvodnja postupak je izrade trodimenzionalnog modela utemeljen na principu nanošenja čestica u tankim slojevima. Ovakav postupak proizvodnje pogodan je za pojedinačne ili maloserijske proizvodnje, a zbog relativno malih troškova i brzine izrade idealan je za izradu prototipova. Izrada prototipova aditivnim postupcima ne zahtjeva izradu kalupa, primjenu posebne opreme za rad s materijalima kao niti transport između radnih pozicija. U aditivnoj se proizvodnji najčešće koriste polimerni materijali kao što su poliamid (PA), polikarbonat (PC), poli(vinil-klorid) (PVC), polilaktična kiselina (PLA), što znatno ograničava mehanička svojstva kao i dimenzijsku postojanost prototipa u odnosu na klasične postupke izrade. Mogu se koristiti i keramika, čelik, aluminij, titan i druge lake slitine.

Neki od značajnijih postupaka proizvodnje su taložno očvršćivanje, stereolitografija i selektivno lasersko srašćivanje.

Ovakvi se postupci često koriste u medicinskoj, elektroničkoj i zrakoplovnoj industriji, a pojavom cjenovno pristupačnih uređaja sve se češće koriste i za osobne potrebe.

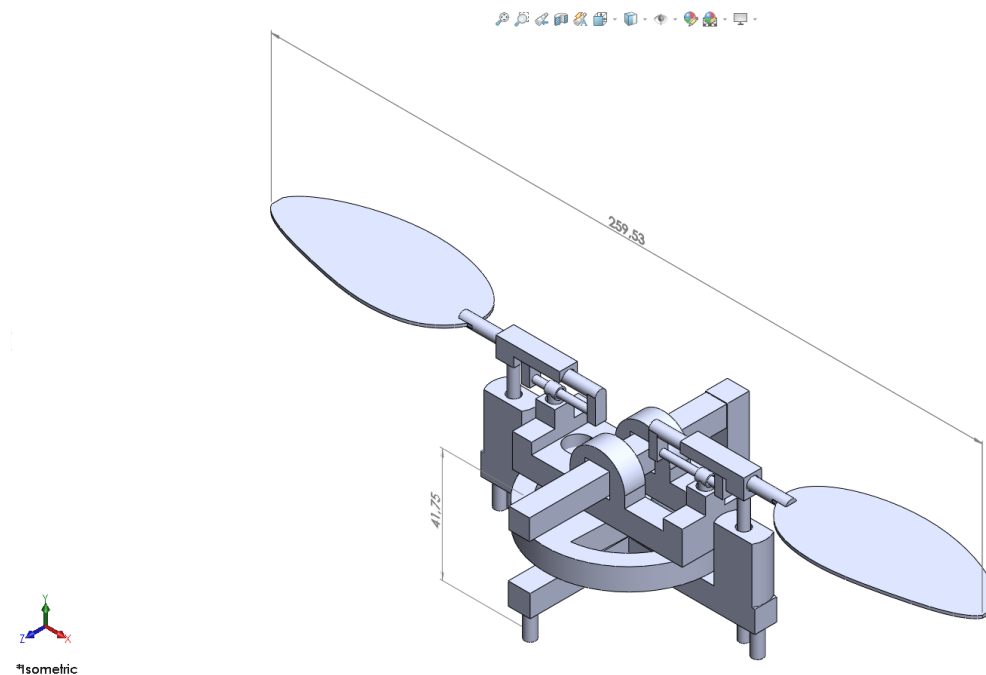
U svrhu ocjene funkcionalnosti promatranih mehanizama primjenom taložnog očvršćivanja izrađeni su modeli oba mehanizma. Pisač korišten za izradu je „*Ultimaker 3 Extended*“. Ovaj uređaj koristi materijal u obliku žice promjera 2.85 mm, a dimenzije radnog obujma su 215 × 215 × 300 mm. Ekstruder s mlaznicom izveden po principu Bowden ekstrudera, gdje je mehanizam za dobavu materijala odvojen od grijača i mlaznice, ima mogućnost posmičnog pomaka u horizontalnoj ravnini dok se vertikalni pomak ostvaruje spuštanjem radne podloge.

6.2. Priprema CAD modela mehanizama I i II za tisak

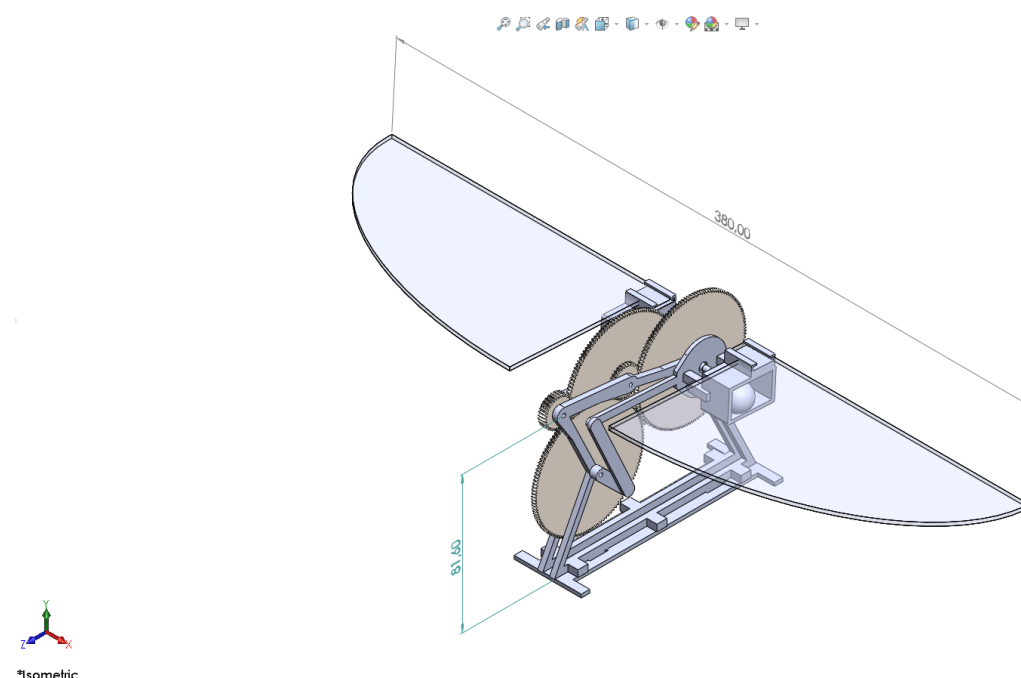
Dimenzije modeliranih dijelova mehanizama relativno su male i takve nisu pogodne za izradu pomoću aditivnih tehnologija, stoga su dimenzije oba mehanizma dvostruko uvećane. Kako bi se ostvarili odgovarajući dosjedi između pokretnih dijelova, dimenzije provrta i rukavaca prilagođene su na način da nakon proizvodnje postoji mogućnost pomaka odnosno rotacije uz što manja odstupanja od željenog gibanja. Tako je razlika između nazivnih dimenzija provrta i rukavaca postavljena na 1 mm.

U svrhu olakšavanja postupka proizvodnje, geometrija nekih zakrivljenih dijelova zamijenjena je pravokutnom geometrijom čime nije narušena funkcionalnost modela.

Sklapanje mehanizama zahtijeva izradu nekih komponenata u dva dijela, a i dodana su potrebna postolja za pravilno pozicioniranje svih komponenata.



Slika 39. Model za tiskanje mehanizma pokretnog krila I



Slika 40. Model za tiskanje mehanizma pokretnog krila II

Nakon proizvodnje potrebno je dodatno obraditi površine brušenjem brusnim papirima različitih veličina zrna. Neki se provrti također moraju dodatno proširiti korištenjem akumulatorske bušilice.

6.3. Ocjena funkcionalnosti mehanizama I i II mahokrilih letjelica

Nakon dodatne obrade pojedinih dijelova mehanizama i sklapanja modela mehanizama pokretnog krila, utvrđuje se da modelirani mehanizmi opisuju željenu putanju krila kako je i razmatrano.

Oba se mehanizma pogone pokretnom ruke, a uslijed relativno malih brzina gibanja, kod mehanizma pokretnog krila I dolazi do izostanka promjene aksijalnog kuta. Ovakvo ponašanje mehanizma iščezava povećanjem vrtnje pogonskog člana.



Slika 41. Izrađeni model mehanizma pokretnog krila I

Mehanizam pokretnog krila II uslijed rotacije pogonskog člana rukom ostvaruje željeni stupanj redukcije i pokreće krilo na predviđeni način.



Slika 42. Izrađeni model mehanizma pokretnog krila II

Kako bi se ostvarilo daljnje povećanje brzine rotacije pogonskog člana, a time i povećanje frekvencije mahanja, potrebno je pogonski član priključiti na elektromotor. Također, dosjedi na mehanizmu trebaju biti preciznije izvedeni kako bi se smanjile neželjene vibracije i ekscentriciteti.

7. ZAKLJUČAK

Predloženi mehanizmi pokretnog krila odabrani su u skladu s traženim kinematičkim profilom mahanja vinske mušice *Drosophila Melanogaster*. Mehanizmi su modelirani prema predloženim kinematičkim shemama koje osiguravaju željeno gibanje. Za mehanizam pokretnog krila I radi se o promjeni aksijalnog kuta i horizontalnog kuta zamaha pri čemu vrh krila opisuje eliptičnu putanju dok se za mehanizam pokretnog krila II radi o promjeni sva tri kuta; aksijalnog kuta, vertikalnog te horizontalnog kuta zamaha, pri čemu vrh krila opisuje putanju u obliku osmice.

Primjenom programskog paketa ADAMS i rješavanjem dinamike sustava više tijela utvrđene su amplitude i frekvencije promjene promatranih kutova. Porastom brzine vrtnje pogonskog člana dolazi do povećanja frekvencije mahanja, dok amplituda promjene kutova ovisi o geometrijskim značajkama promatranog mehanizma.

Promatranjem potrebne snage za pogone mehanizama pri različitim frekvencijama utvrđeno je da porast frekvencije uzrokuje nelinearan porast potrebne snage kod oba mehanizma.

Dodavanjem elemenata dinamičke sprege u mehanizme utvrđeno je da se u promatranim uvjetima simulacije ostvaruje smanjenje potrebne snage kod oba mehanizma za 20%. Ovaj ishod proizlazi iz činjenice da postavljanjem torzijskih opruga olakšava se prijelaz iz režima povećavanja u režim smanjenja kuta.

Izradom mehanizama aditivnim tehnologijama prema prilagođenim CAD modelima pokazuje se funkcionalnost oba mehanizama i dokazuju se i na fizičkom modelu njihove mogućnosti promjene promatranih kutova. Kod mehanizma pokretnog krila I vrtnjom pogonskog koluta ostvaruje se ciklička promjena kuta zamaha kao i promjena aksijalnog kuta kod se kod mehanizma pokretnog krila II vrtnjom pogonskog člana preko reduktora snaga prenosi na mehanizam i ostvaruju se promjene vertikalnog kuta zamaha i aksijalnog kuta te posljedično i horizontalnog kuta zamaha.

Letjelice mahokrlnog tipa predstavljaju idealnu platformu za ostvarivanje leta s velikim manevarskim sposobnostima uz povoljnu energetska učinkovitost u urbanom okolišu, skućenim prostorima i na susjednim planetima. Povoljnom konstrukcijom i unaprjeđivanjem kompleksnog mehanizma koji će ostvariti željeni kinematički profil i imati mogućnost ostvarivanja upravljivog leta otvara se put sve većoj primjeni ovakvih letjelica, a integracijom elektroničkih sustava potencijal ovakve platforme leta za nadzoru i istraživanje nedostupnih područja je izniman.

LITERATURA

- [1] Terze Z, Kasalo M, Pandža V, Zlatar D. Optimized Flapping Flight in Venus Surface Atmospheric Conditions.
- [2] Vu Phan H, Park HC. Insect-inspired, tailless, hover-capable flapping-wing robots: Recent progress, challenges, and future directions. Progress in Aerospace Sciences. Available from: <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2019.100573>
- [3] Terze Z, Pandža V, Kasalo M, Zlatar D. Optimized flapping wing dynamics via DMOC approach. Nonlinear Dyn. 2021; 103:399-417
- [4] G.J. Berman, Z.J. Wang, Energy-minimizing kinematics in hovering insect flight, J. Fluid Mech. 582 (2007) 153–168, <https://doi.org/10.1017/S0022112007006209>
- [5] Sohacki W, Cekus D. The new concept of power transmission to the entomopter wings. Journal of Micro-Bio Robotics. 2020;16:225-235
- [6] Jiang S, Hu Y, Qiang Li, Ma L, Wang Y, Zhou X, Liu Q. Design and analysis of an innovative flapping wing micro aerial vehicle with a figure eight wingtip trajectory. Mech. Sci.. 2021; 12, 603–613
- [7] Terze, Z., Eiber, A. Introduction to Dynamics of Multibody Systems, interna e-skripta za kolegij “Dinamika konstrukcijskih sustava”- dio objavljen u Dynamics, In: Mechanics, e-book, Institute B of Mechanics, University of Stuttgart, pp. 190-300, (EU classification CZ/98/1/82500/PI/i.1.1.b/FPI), 2001.
- [8] Terze Z, Pandža V, Kasalo M, Zlatar D. Discrete mechanics and optimal control optimization of flapping wing dynamics for Mars exploration. Aerospace Science and Technology 106 (2020) 106131