

Aksijalna turbina za iskorištavanje energije uzgonskih sila u dimnjaku termoelektrane

Horvat, Anja

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:311129>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-04-01**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Anja Horvat

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

TURBINA ZA ISKORIŠTAVANJE ENERGIJE UZGONSKIH SILA U DIMNJAKU
TERMOELEKTRANE

Mentor:

prof.dr.sc. Željko Tuković, dipl. ing.

Student:

Anja Horvat

Zagreb, 2021.

Htjela bih izraziti duboku zahvalnost svom mentoru, profesoru Željku Tukoviću, za izrazito korisne smjernice i svu pruženu pomoć. Njegova stručnost, iskrenost i strpljenje uvelike su doprinijeli uspješnom završetku rada. Zahvaljujem Ivanu Batistiću na čijem su računalu provedene simulacije, što je zamjetno ubrzalo proces pisanja rada. Hvala za pomoć pri snalaženju u programu Rhino.

Posebno hvala mojim roditeljima i dečku Patriku koji su tijekom čitavog studija bili moja najveća podrška. Za kraj, hvala svim prijateljima koji su uljepšali moje studentske dane.

Hvala vam!

Izjava

Izjavljujem da sam ovaj rad radila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, srpanj 2021.

Anja Horvat



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 21 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 21 -	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Anja Horvat**

JMBAG: 0035208498

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Aksijalna turbina za iskorištavanje energije uzgonskih sila u dimnjaku termoelektrane**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Axial turbine for utilization of buoyancy force energy in chimney of thermal powerplant**

Opis zadatka:

Dimnjak u termoenergetskom postrojenju služi za odvođenje produkata izgaranja iz generatora pare u okolinu. Primjerenom visinom dimnjaka osigurava se disperzija štetnih produkata izgaranja na dovoljno velikom području podalje od naseljenog mjesta. Strujanje produkata izgaranja u dimnjaku uzrokuju uzgonske sile koje se javljaju kao posljedica razlike u gustoći produkata izgaranja i zraka iz okoline, a raspoloživa snaga uzgonskih sila proporcionalna je visini dimnjaka. Budući da je za određivanje visine dimnjaka često presudan kriterij zahtijevane disperzije onečišćenja, moguća je pojava viška energije uzgonskih sila koji se mora potrošiti prigušenjem ili proizvodnjom mehaničke energije. Mehanička energija se može proizvesti tako da se kroz cijevnu turbinu propušta zrak iz okoline u dimnjak. Ovakvim se pristupom omogućava jednostavnija konstrukcija turbine koja nije izložena produktima izgaranja visoke temperature, ali proračun projektnih parametara turbine postaje složeniji budući da protok svježeg zraka utječe na raspoloživu energiju uzgonskih sila u dimnjaku.

U diplomskom radu treba analizirati mogućnost korištenja aksijalne cijevne turbine za iskorištavanje energije uzgonskih sila u dimnjaku termoelektrane koja radi s prirodnim plinom zadanog sastava. U sklopu diplomskog rada potrebno je:

1. Proračunati sastav produkata izgaranja za zadani sastav goriva i pretička zraka, te definirati svojstva smjese produkata izgaranja i svježeg zraka u ovisnosti o temperaturi.
2. Odrediti projektne parametre aksijalne cijevne turbine primjenom numeričke simulacije strujanja smjese produkata izgaranja i svježeg zraka kroz dimnjak i turbinu za zadani protok i temperaturu produkata izgaranja i zadanu temperaturu svježeg zraka. Turbinu je u ovoj fazi potrebno opisati primjenom modela aktuatorskog diska.
3. Oblikovati lopaticu rotora aksijalne cijevne turbine primjenom metodologije koja se temelji na numerički određenim aerodinamičkim karakteristikama dvodimenzionalne turbinske rešetke.
4. Provjeriti konstrukciju aksijalne cijevne turbine provođenjem numeričke simulacije strujanja kroz rotor turbine.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

Datum predaje rada:

Predviđeni datumi obrane:

6. svibnja 2021.

8. srpnja 2021.

12. – 16. srpnja 2021.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Prof.dr.sc. Željko Tuković

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

Sadržaj

Popis slika	v
Popis tablica	vi
Popis oznaka	ix
Sažetak	x
Summary	xi
Poglavlje 1: Uvod	1
Poglavlje 2: Princip rada i osnovne komponente aksijalne turbine	5
2.1 Aksijalna cijevna turbina sa statorom	5
2.2 Aksijalna cijevna turbina bez statora	7
2.2.1 Aeroprofil	8
2.3 Ravne rešetke	12
2.3.1 Geometrija rešetke	12
2.3.2 Strujanje u rešetkama bez gubitaka: komponente sile	13
2.3.3 Strujanje u rešetkama bez gubitaka: rad	17
2.3.4 Zweifelov koeficijent tangencijalne sile	17
Poglavlje 3: Projektni parametri turbine	20
3.1 Matematički model strujanja fluida	21
3.1.1 Model aktuatorskog diska	22

3.1.2	Svojstva dimnih plinova	25
3.1.3	Svojstva svježeg zraka	29
3.1.4	Svojstva smjese	30
3.1.5	Relativna vlažnost smjese	31
3.2	Numerički model	35
3.2.1	Diskretizacija prostorne domene rješavanja	35
3.2.2	Diskretizacija opće transportne jednadžbe	36
3.2.3	Jednadžba tlaka	39
3.2.4	Rubni uvjeti	40
3.2.5	Postupak rješavanja	41
3.3	Simulacija strujanja kroz dimnjak termo-elektrane	42
3.3.1	Prostorna domena	42
3.3.2	Diskretizacija prostorne domene	44
3.3.3	Rubni uvjeti	47
3.3.4	Rezultati simulacije	50
Poglavlje 4: Oblikovanje rotorske lopatice aksijalne cijevne turbine		56
4.1	Broj rotorskih lopatica	57
4.2	Aeroprofil i ravninska rešetka	58
4.3	Postupak oblikovanja rotorske lopatice	62
4.4	Rezultat postupka oblikovanja rotorske lopatice	65
Poglavlje 5: Simulacija strujanja kroz cijevnu aksijalnu turbinu		68
5.1	Matematički model strujanja u rotirajućem koordinatnom sustavu	69
5.2	Prostorna domena	70
5.3	Diskretizacija prostorne domene	73
5.4	Rubni uvjeti	73
5.5	Rezultati simulacije	76
Poglavlje 6: Zaključak		82

Literatura	84
-----------------------------	-----------

Popis slika

1.1	Termoelektrana.	2
1.2	Mjesto ugradnje cijevne turbine - koljeno na dimovodnom kanalu. . .	3
2.1	Aksijalna cijevna turbina.	6
2.2	Trokuti brzina kod aksijalne turbine sa statorom.	7
2.3	Aksijalna cijevna turbina bez statora	8
2.4	Trokuti brzina kod aksijalne turbine bez statora.	9
2.5	Strujnice i tok oko aeroprofila	9
2.6	Skeletnica, tetiva, debljina i napadni kut aeroprofila	10
2.7	Koeficijenti uzgona i otpora za NACA 4412	11
2.8	Raspodjela tlaka na površini aeroprofila kod strujanja bez odvajanja NACA 4412	12
2.9	Oznake u rešetci	13
2.10	Sila na lopaticu u rešetki (rotor pumpe)	15
2.11	Referentna sila za tangencijalnu silu; lijevo: rešetka s umjerenim ubrzanjem toka (turbina); desno: rešetka s umjerenim usporavanjem toka (pumpa)	18
3.1	Model aktuatorskog diska primijenjen na rotor aksijalne cijevne turbine.	23
3.2	Profil rotorske lopatice aksijalne turbine i trokuti brzina na ulazu i izlazu iz rotora na proizvoljnom radijusu r	24
3.3	Temperatura smjese dimnih plinova i zraka kao funkcija masenog protoka zraka.	32

3.4	Ovisnost relativne vlažnosti smjese o masenom protoku svježeg zraka za konstantni maseni protok dimnih plinova.	34
3.5	Kontrolni volumen	35
3.6	Prostorna domena rješavanja strujanja fluida kroz turbinu i dimnjak termoelektrane.	43
3.7	Diskretizacija granice prostorne domene u području podnožja dimnjaka.	44
3.8	Diskretizacija granice prostorne domene u području cijevne turbine. .	45
3.9	Diskretizacija prostorne domene u području cijevne turbine.	45
3.10	Diskretizacija prostorne domene u području podnožja dimnjaka. . . .	46
3.11	Diskretizacija prostorne domene u području izlaza iz dimnjaka.	46
3.12	Maseni protok zraka kao funkcija specifične energije turbine.	50
3.13	Potlak na ulazu dimnih plinova kao funkcija masenog protoka svježeg zraka.	51
3.14	Temperatura smjese na izlazu iz dimnjaka kao funkcija masenog protoka svježeg zraka.	52
3.15	Snaga turbine kao funkcija masenog protoku zraka.	52
3.16	Polje intenziteta brzine fluida u vertikalnoj ravnini simetrije dimnjaka i turbine.	53
3.17	Polje modificiranog tlaka u vertikalnoj ravnini simetrije dimnjaka i turbine.	54
3.18	Polje temperature u vertikalnoj ravnini simetrije dimnjaka i turbine. .	54
3.19	Polje masenog udjela zraka u vertikalnoj ravnini simetrije dimnjaka i turbine.	55
3.20	Polje gustoće u vertikalnoj ravnini simetrije dimnjaka i turbine. . . .	55
4.1	Kut zakreta lopatice i relativnog toka.	61
4.2	Domena	64
4.3	Korekcije kuta zakreta lopatice.	66

4.4	Prikaz polja brzine (lijevo gore) i tlaka (lijevo dolje) dvodimenzionalnog strujanja kroz ravninsku rešetku. Diskretizacija domene oko ulaznog i izlaznog brida.	67
4.5	Tlocrt i izometrija lopatice	67
5.1	Prostorna domena rješavanja strujanja fluida kroz turbinu.	71
5.2	Rubovi prostorne domene.	72
5.3	Rubovi prostorne domene u području rotora turbine	72
5.4	Diskretizacija prostorne domene.	73
5.5	Diskretizacija prostorne domene u području rotora turbine.	74
5.6	Diskretizacija prostorne domene oko lopatice.	74
5.7	Polje intenziteta apsolutne brzine na odabranim cilindričnim presjecima rotora turbine.	78
5.8	Polje radijalne komponente apsolutne brzine na odabranim cilindričnim presjecima rotora turbine.	79
5.9	Polje tangencijalne komponente apsolutne brzine na odabranim cilindričnim presjecima rotora turbine.	79
5.10	Polje aksijalne komponente apsolutne brzine na odabranim cilindričnim presjecima rotora turbine.	80
5.11	Polje intenziteta relativne brzine na odabranim cilindričnim presjecima rotora turbine.	80
5.12	Strujnice na odabranim presjecima rotora.	81
5.13	Polje tlaka po površini rotora turbine.	81

Popis tablica

3.1	Sastav goriva	25
3.2	Sastav dimnih plinova	27
3.3	Dinamička viskoznost i toplinska provodnost dimnih plinova pri rubnim temperaturama.	29
3.4	Dinamička viskoznost i toplinska provodnost zraka pri temperaturama 5°C i 150°C	30
3.5	Konstante u Antoine-ovoj formuli.	33
3.6	Maksimalna snaga turbine u ovisnosti o volumenskom protoku vrući dimnih plinova	53
5.1	Rezultati simulacije za zadani protok.	76
5.2	Rezultati simulacije za zadanu snagu.	77

Popis oznaka

A	Površina	m^2
C_D	Koeficijent otpora	-
C_{Fu}	Koeficijent tangencijalne sile	-
C_L	Koeficijent uzgona	-
C_P	Koeficijent tlaka	-
c_p	Specifični toplinski kapacitet pri konstantnom tlaku	J/kgK
D	Promjer	m
F	Sila	N
g	Akceleracija sile teže	m/s^2
I	Intenzitet turbulencije	%
i	upadni kut	$^\circ$
k	Turbulentna kinetička energija	m^2/s^2
L	Duljina	m
M	Moment	Nm
M	Molarna masa	g/mol
n	Broj okretaja	-
P	Snaga	W
p	Tlak	Pa
Pr	Prandtlov broj	-
q_m	Maseni protok	kg/s
r	radijus	m
R_m	Opća plinska konstanta	J/kmolK

s	Korak	m
Sc	Schmidtov broj	-
T	Temperatura	K
x	Maseni udio	-
y	Volumni udio	-
y^+	Bezdimenzijska udaljenost između centra ćelije od zida	-
z_b	Broj lopatica	-
α	Napadni kut	°
β	Kut relativne brzine	°
Γ	Koeficijent difuzije	-
γ	Kut postave	°
$\Delta\beta$	Korekcija kuta zakreta	°
δ	Kut otklona	°
η	Iskoristivost	-
ϑ	Kut zakreta toka	°
ϑ	Temperatura/Kut zakreta toka	°C/°
μ	Dinamička viskoznost	Pas
ν	Kinematička viskoznost	m ² /s
ρ	Gustoća	kg/m ³
σ	Soliditet	-
φ	Relativna vlažnost	%
ω	Kutna brzina	s ⁻¹
ω	Specifična brzina turbulentne disipacije	s ⁻¹

Indeksi

1	Ulazni brid rotora
2	Izlazni brid rotora
<i>a</i>	Aksijalni smjer
<i>dp</i>	Dimni plinovi
<i>h</i>	Hidrauličko
<i>k</i>	Korijen
<i>opt</i>	Optimalno
<i>max</i>	Maksimalno
<i>min</i>	Minimalno
<i>s</i>	Smjesa
<i>u</i>	Tangencijalni smjer
<i>v</i>	Vrh

Kratice

CFD	Computational Fluid Dynamics
MRF	Multiple Reference Frame
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NASA	National Aeronautics and Space Administration
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
RDF	Računalna dinamika fluida
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
STL	Standard Triangle Language

Sažetak

Provedena je analiza mogućnosti iskorištavanja energije uzgonskih sila koje se javljaju u dimnjaku termoelektrane primjenom cijevne aksijalne turbine, pri čemu se mehanički rad dobiva propuštanjem svježeg zraka iz okoline u dimnjak preko turbine. Nakon određivanja sastava produkata izgaranja za zadano plinovito gorivo, određeni su projektni parametri turbine provođenjem numeričkih simulacija strujanja smjese vrućih dimnih plinova i svježeg zraka kroz dimnjak i cijevnu aksijalnu turbinu, gdje je rotor turbine opisan modelom aktuatorskog diska.

Oblikovanje profila rotorske lopatice aksijalne turbine je provedeno primjenom metodologije koja se temelji na numerički određenim aerodinamičkim karakteristikama dvodimenzionalne turbinske rešetke uz korištenje uvjeta slobodnog vrtloga. Postupak oblikovanja je implementiran u programskom jeziku *Python* pomoću kojeg je povezan modul za definiranje geometrije rešetke s računalnim programom za diskretizaciju prostorne domene *cfMesh*[®] i računalnim programom za provođenje simulacija strujanja *OpenFOAM*[®]. Konstrukcija cijevne aksijalne turbine čiji se rotor sastoji od novo-oblikovanih rotorskih lopatica provjerena je provođenjem numeričkih simulacija trodimenzionalnog strujanja primjenom modela rotirajućeg koordinatnog susatava. Rezultati simulacija pokazuju umjereno odstupanje snage turbine od zadane snage što se može objasniti odstupanjem od pretpostavke dvodimenzionalnog strujanja korištene prilikom oblikovanja rotorske lopatice.

Ključne riječi: RDF, aksijalna turbina, slobodni vrtlog, Ansys/Fluent, OpenFOAM, cfMesh, Rhino7, višestruki koordinatni sustav

Summary

Possibility of buoyancy force energy utilization in a chimney of a thermal powerplant using the axial-flow pipe turbine has been analysed. Mechanical work is obtained by admitting the fresh air flow from the environment to the chimney via the turbine. After determination of the flue gas composition for the given gas fuel, turbine design parameters were determined by performing numerical simulations of the fresh air and flue gas mixture flow through the chimney and the pipe turbine. In these simulations the turbine rotor is represented by an actuator disk model.

Forming of the axial turbine rotor blade is carried out using methodology which is based on numerically determined aerodynamics characteristics of two-dimensional cascades and satisfaction of the free-vortex condition. This process is implemented in the *Python* programming language which connects the module for defining the geometry of the cascade with the meshing software *cfMesh*[®] and the fluid flow simulation software *OpenFOAM*[®].

The design of the axial-flow pipe turbine, whose rotor is composed of the newly-formed rotor blades, is tested by carrying out the three-dimensional flow simulation using the Multiple Reference Frames (MRF) model. Moderate difference between turbine power and default power is noticed. This is due to deviation from the two-dimensional flow assumption used in the rotor blade forming procedure.

Keywords: CFD, axial turbine, free vortex, Ansys/Fluent, OpenFOAM, cfMesh, Rhino7, multiple reference frame

Poglavlje 1

Uvod

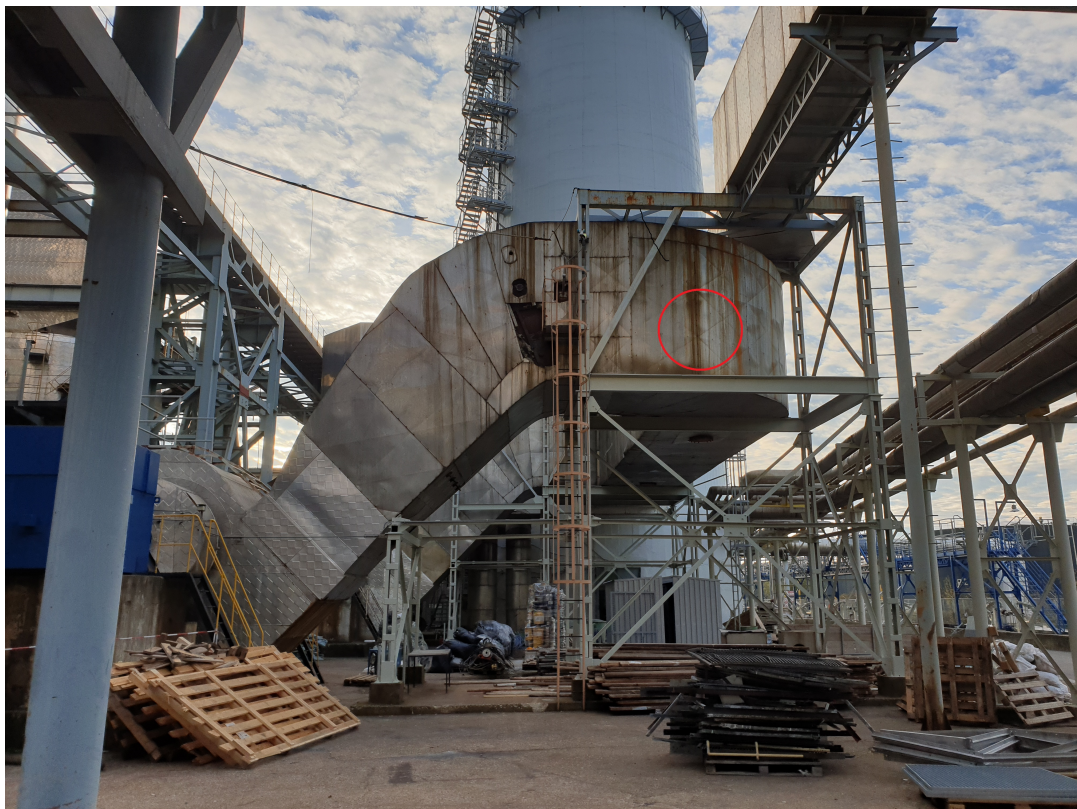
Dimnjak u termoenergetskom postrojenju služi za odvođenje produkata izgaranja iz generatora pare u okolinu. Primjerenom visinom dimnjaka osigurava se disperzija štetnih produkata izgaranja na dovoljno velikom području podalje od naseljenog mjesta. Strujanje produkata izgaranja u dimnjaku uzrokuju uzgonske sile koje se javljaju kao posljedica razlike u gustoći produkata izgaranja i zraka iz okoline, a raspoloživa snaga uzgonskih sila proporcionalna je visini dimnjaka. Budući da je za određivanje visine dimnjaka često presudan kriterij zahtijevane disperzije onečišćenja, moguća je pojava viška energije uzgonskih sila koji se mora potrošiti prigušenjem ili proizvodnjom mehaničkog rada. Mehanički rad se može proizvesti tako da se kroz cijevnu turbinu propušta zrak iz okoline u dimnjak. Ovakvim se pristupom omogućava jednostavnija konstrukcija turbine koja nije izložena produktima izgaranja visoke temperature, ali proračun projektnih parametara turbine postaje složeniji budući da protok svježeg zraka utječe na raspoloživu energiju uzgonskih sila u dimnjaku. U sklopu ovog rada analizirana je mogućnost korištenja aksijalne cijevne turbine za iskorištavanje energije uzgonskih sila u dimnjaku termoelektrane koja radi s prirodnim plinom. Primjer takve elektrane može se vidjeti na slici 1.1. Kao mjesto ugradnje turbine odabran je dimovodni kanal iz neaktivnog bloka termoelektrane. Turbina bi se ugradila na mjestu koljena prije ulaska u dimanjak tako da os turbine bude paralelna s osi kanala prije ulaska u dimnjak, kako je prikazano na slici 1.2.



Slika 1.1: Termoelektrana.

Dimovodni kanal, odabran za ugradnju turbine, je kvadratnog poprečnog presjeka $3\text{ m} \times 3\text{ m}$, što omogućava da se na njega ugradi cijevna turbina vanjskog promjera $D_v = 2.1\text{ m}$. Za potrebe analize pretpostavljen je promjer glavine rotora turbine $D_k = 0.6\text{ m}$. Uz rotor turbine, u analizu strujanja je uključen geometrijski model kućišta generatora čiji je promjer jednak promjeru glavine turbine, te držači turbine s generatorom (vidi sliku 3.1). U sklopu diplomskog rada su provedeni sljedeći zadaci:

1. Proračun sastava produkata izgaranja (dimnih plinova) za zadani sastav goriva (prirodni plin) i pretičak zraka.
2. Definiranje svojstava (gustoća i specifični toplinski kapacitet kod konstantnog tlaka) vrućih dimnih plinova i svježeg zraka u ovisnosti o temperaturi.
3. Proračun relativne vlažnosti smjese vrućih dimnih plinova i svježeg zraka za zadani protok dimnih plinova, a u funkciji protoka svježeg zraka.
4. Određivanje projektnih parametara aksijalne cijevne turbine primjenom numeričke simulacije strujanja smjese vrućih dimnih plinova i svježeg zraka kroz



Slika 1.2: Mjesto ugradnje cijevne turbine - koljeno na dimovodnom kanalu.

dimnjak i turbinu za zadani protok i temperaturu dimnih plinova i zadanu temperaturu svježeg zraka. Rotor aksijalne cijevne turbine je matematički opisan primjenom modela aktuatorskog diska.

5. Oblikovanje rotorskih lopaticu aksijalne turbine primjenom metodologije koja se temelji na numerički određenim aerodinamičkim karakteristikama dvodimenzionalne turbinske rešetke.
6. Provjera konstrukcije aksijalne cijevne turbine čiji se rotor sastoji od prethodno oblikovanih lopatica provođenjem numeričke simulacije trodimenzionalnog strujanja kroz protočni dio turbine.

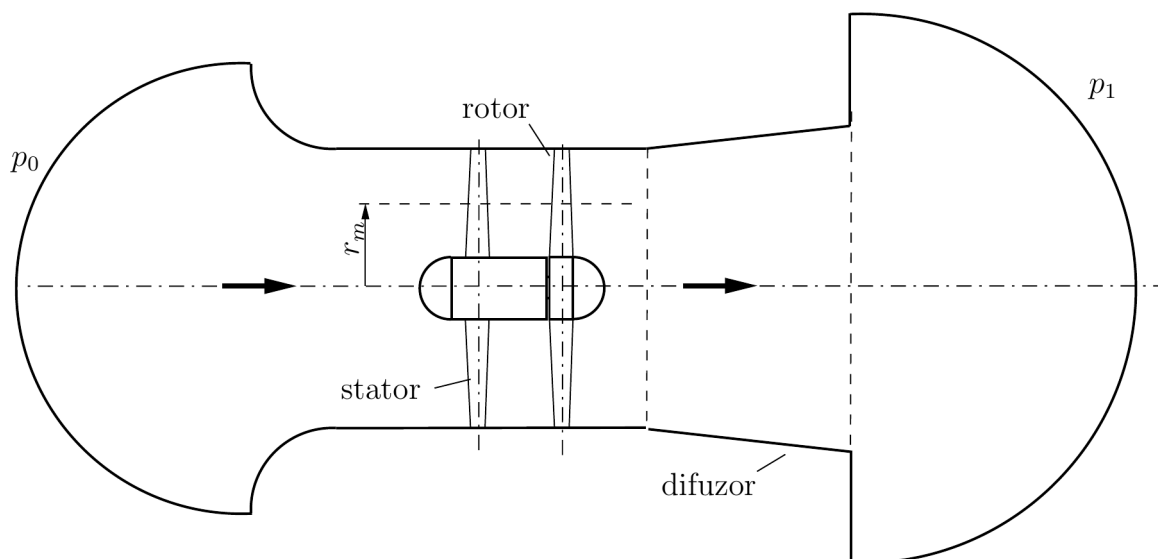
Poglavlje 2

Princip rada i osnovne komponente aksijalne turbine

Turbina je energetska stroj u kojem se događa izmjena energije između radnog fluida koji neprekidno struji kroz stroj i sustava lopatica u neprekidnoj rotaciji. Fluidu oduzeta energija koristi se za pogon rotirajuće komponente stroja (rotora), koji se s druge strane koristi za pogon korisnog teret (npr. električni generator) [1]. U nastavku je opisan princip rada jednostavne aksijalne cijevne turbine sa i bez statorskih lopatica.

2.1 Aksijalna cijevna turbina sa statorom

Na slici 2.1 je shematski prikazan meridionalni presjek aksijalne cijevne turbine koja se sastoji od ulazne cijevi, reda statorskih lopatica, reda rotorskih lopatica i izlazne cijevi s difuzorom. Slika 2.2 prikazuje razvijeni cilindrični poprečni presjek statora i rotora, gdje se vidi brzina u apsolutnom (\vec{v}) i relativnom koordinatnom sustavu (\vec{w}). Indeks 1 označava ulaz u rotor dok indeks 2 označava izlaz iz rotora. Apsolutni koordinatni sustav pridružen je nepomičnom kućištu stroja. Relativni koordinatni sustav rotira zajedno s rotorom. Brzina \vec{w} predstavlja brzinu relativnog koordinatnog sustava ($w = \omega r$, gdje je ω kutna brzina, a r radijus), koja se još naziva brzinom



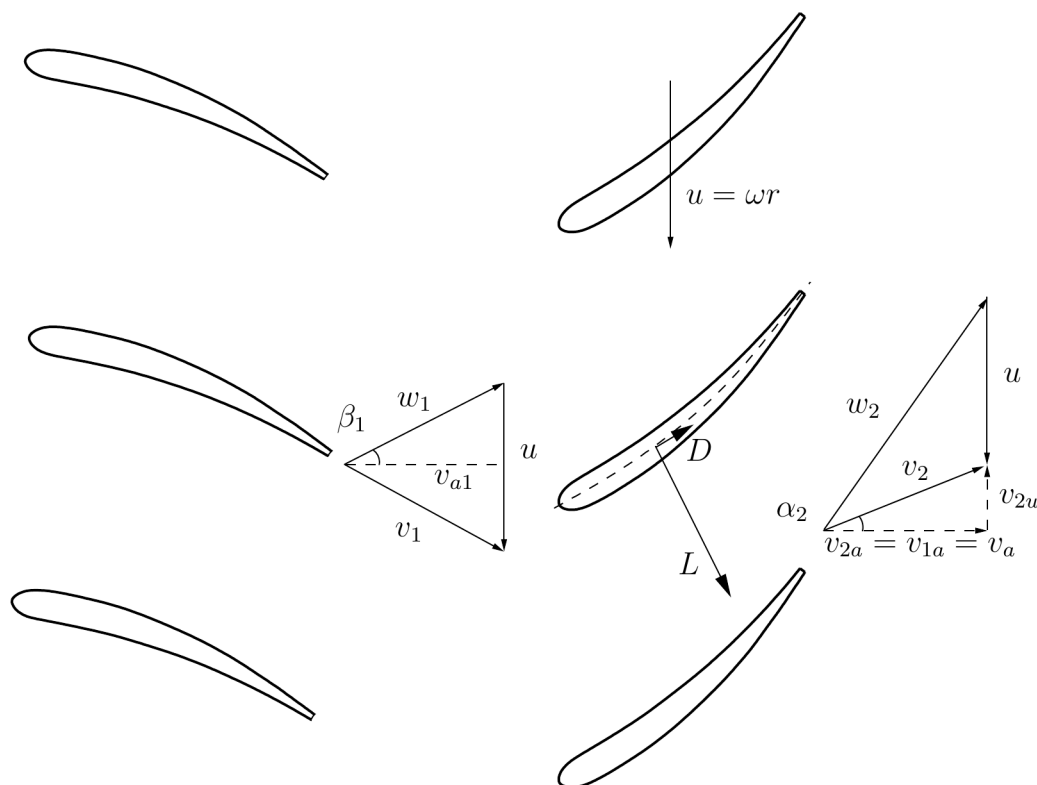
Slika 2.1: Aksijalna cijevna turbina.

lopatice. Vektor apsolutne brzine fluida (\vec{v}) jednak je vektorskom zbroju vektora brzine lopatice (\vec{u}) i vektora relativne brzine fluida (\vec{w}). Uloga statorskih lopatica je usmjeravanje fluida prema rotoru i pretvorba potencijalne u kinetičku energiju: $v_1^2/2$. Kinetička energija potječe od raspoložive razlike tlaka na turbini. Osnovna funkcija statorskih lopatica je usmjeravanje (vođenje) fluida i/ili ubrzanje toka.

U rotoru se fluidu oduzima energija te se dobiva mehanički rad. U relativnom koordinatnom sustavu dolazi do povećanja kinetičke energije $w_2^2/2 > w_1^2/2$. Kinetička energija nastaje na račun smanjenja tlaka. U apsolutnom koordinatnom sustavu dolazi do smanjenja kinetičke energije: $v_2^2/2 < v_1^2/2$. Smanjenje tlaka i kinetičke energije se odvija uz prijenos energije s fluida na rotor. Na profilu lopatice, koji slični profilu krila zrakoplova, generira se sila uzgona L zbog skretanja relativne brzine od ulaza u rotor (w_1) prema izlazu iz rotora (w_2) tako da se povećava njena tangencijalna komponenta¹. Sila uzgona je približno okomita na srednju relativnu brzinu i ima smjer naznačen na slici 2.2. Tangencijalna komponenta uzgona usmjerena je u smjeru brzine lopatica u . To znači da su pokretne lopatice pogonjene tokom fluida, tj. tok fluida vrši rad na rotoru.

Izlazni statorski element turbine može imati funkciju difuzora tj. dolazi do

¹Tangencijalna komponenta bilo kojeg vektora predstavlja projekciju vektora na pravac vektora brzine rotorskih lopatica \vec{u} .

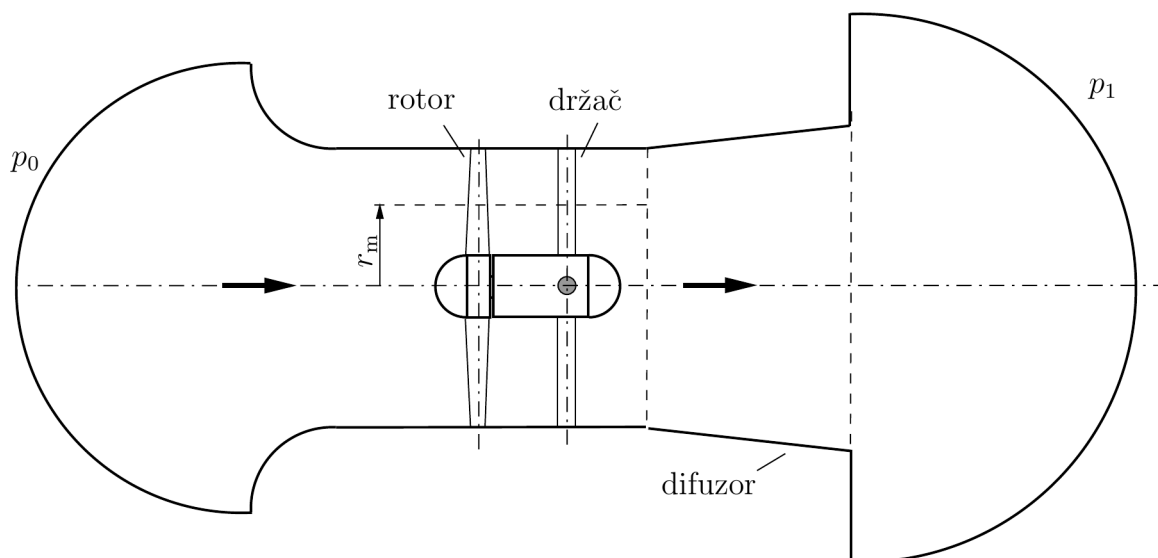


Slika 2.2: Trokuti brzina kod aksijalne turbine sa statorom.

pretvorbe dijela kinetičke energije fluida na izlazu iz rotora u potencijalnu energiju tlaka. Na taj se način tlak na izlazu iz rotora smanjuje čime se povećava razlika tlaka na rotoru.

2.2 Aksijalna cijevna turbina bez statora

U ovom je radu korištena aksijalna cijevna turbina bez statora, gdje fluid nastrojava aksijalno na rotor. Princip rada takve turbine sličan je radu vjetroturbine s horizontalnom osi rotacije. Aksijalna turbina bez statora se sastoji od sljedećih komponenti (slika 2.3): ulazni dio cijevi, rotor i izlazni statorski element stroja (difuzor). Na slici 2.4 su prikazani trokuti brzine takve cijevne aksijalne turbine. Budući da ne dolazi do skretanja apsolutnog toka prije ulaza u rotor, kut relativnog toka β_1 na ulazu u rotor znatno je veći nego u slučaju kada turbina posjeduje skretne statorske lopatice, što se vidi usporedbom slika 2.2 i 2.4. Prema tome, rotorska lopatica u turbini bez statora ima puno veći kut postave od rotorske lopatice kod turbine sa statorskim

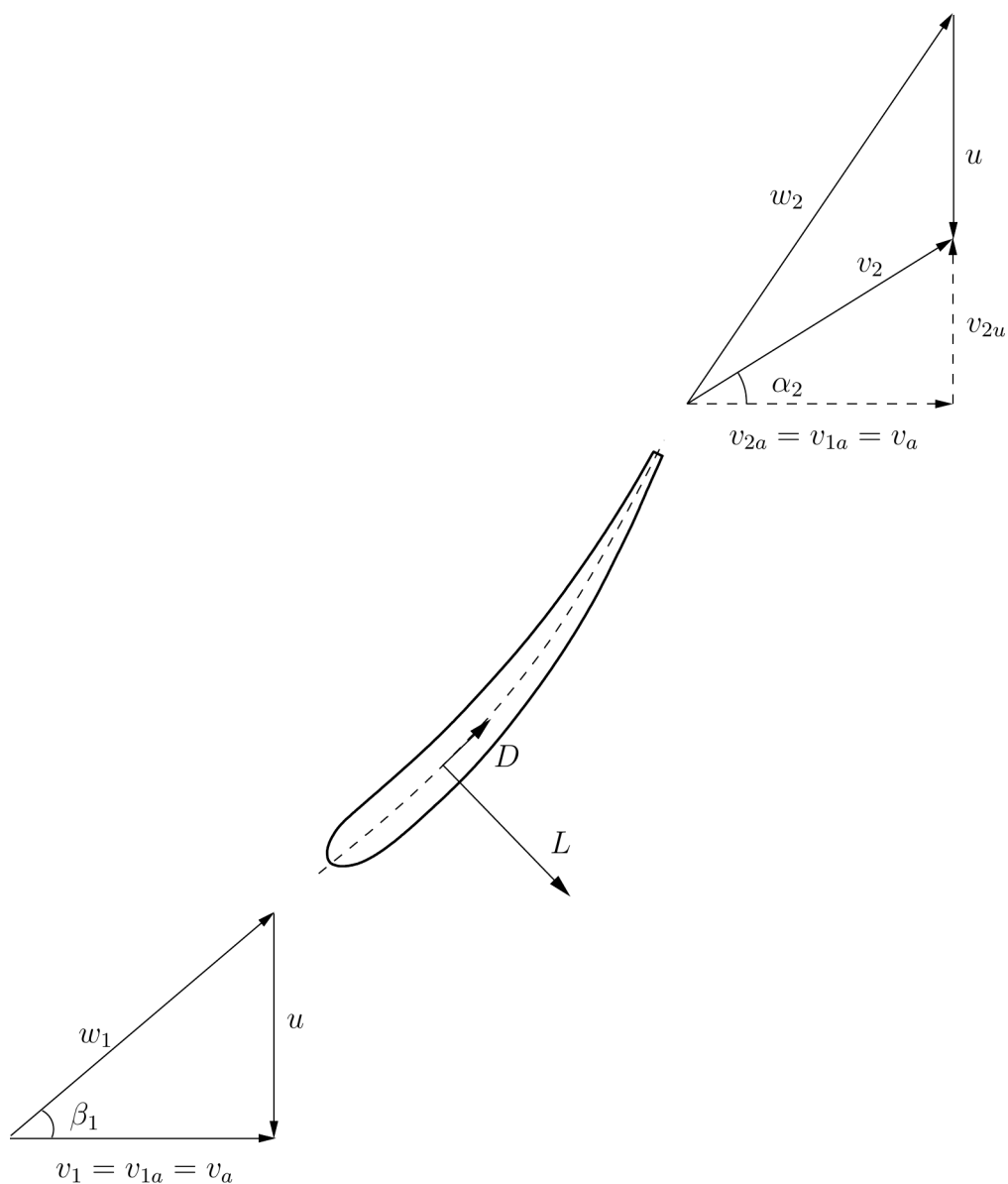


Slika 2.3: Aksijalna cijevna turbina bez statora

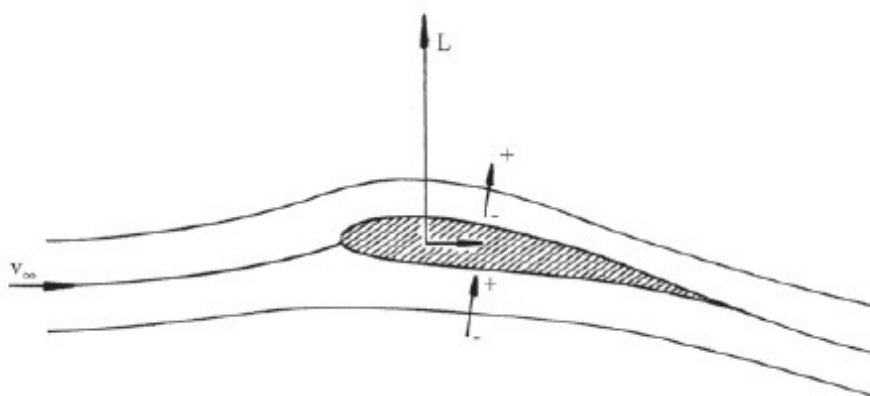
lopatica. Isto kao što je pokazano u prethodnom odjeljku, tangencijalna komponenta uzgona usmjerena je u smjeru brzine lopatica \vec{u} . To znači da su pokretne lopatice pogonjene tokom, što odgovara izvršenom radu toka na rotoru. Može se uočiti da sila otpora D ima tangencijalnu komponentu suprotnu od smjeru kretanja rotora. Izlazni element stroja (difuzor) ima istu funkciju kao kod turbine sa statorskim lopicama.

2.2.1 Aeroprofil

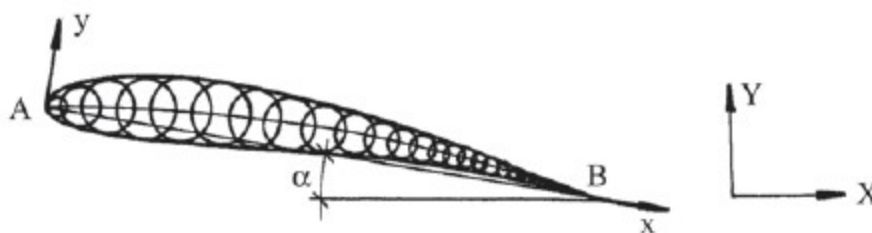
Već je u prethodnom poglavlju bilo spomenuto da lopatice aksijalnih strojeva imaju profile slične profilima zrakoplovnih krila (*aeroprofil*, eng. airfoils). Slika 2.5 prikazuje strujnice blizu aeroprofila u nadolazećem toku s uniformnom brzinom v_∞ i gustoćom fluida ρ_∞ podalje od aeroprofila. Strujnice se savijaju zbog asimetrije profila (zakrivljenosti u uzdužnom smjeru) i zbog konačnog napadnog kuta (kut između smjera strujanja i tetive profila). Čestice koje struje s gornje strane profila moraju u isto vrijeme proći veću udaljenost od čestice koje struje s donje strane profila, tj. brzina fluida na gornjoj strani aeroprofila je veća. Posljedica je niži tlak na gornjoj strani aeroprofila od tlaka podalje od profila te viši tlak na donjoj strani od tlaka podalje od profila. Formiraju se *podtlačna strana* i *tlačna strana*. Razlika tlaka generira silu koja djeluje prema gore, otprilike okomito na smjer nadolazećeg



Slika 2.4: Trokuti brzina kod aksijalne turbine bez statora.



Slika 2.5: Strujnice i tok oko aeroprofila



Slika 2.6: Skeletnica, tetiva, debljina i napadni kut aeroprofila

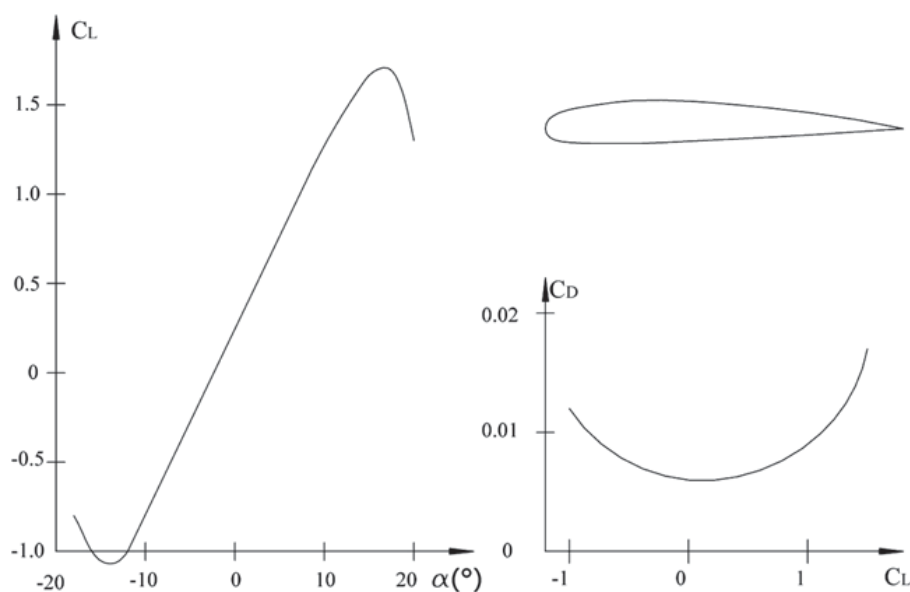
toka.

Okomita komponenta sile se naziva *uzgon* L . Komponenta u smjeru strujanja se naziva *otpor* D . Ove se sile obično izražavaju po jedinici dužine lopatice. Iz osnova mehanike fluida poznato je da su sile kojima tok djeluje na objekt, prema teoriji sličnosti, proporcionalne s $\rho_{\infty} v_{\infty}^2 / 2$ (= dinamički tlak, razlika između totalnog tlaka i statičkog tlaka) i karakterističnoj površini objekta. Koeficijent uzgona i koeficijent otpora definiraju se kao:

$$C_L = \frac{L}{1/2 \rho_{\infty} v_{\infty}^2 c}, \quad (2.1)$$

$$C_D = \frac{D}{1/2 \rho_{\infty} v_{\infty}^2 c}. \quad (2.2)$$

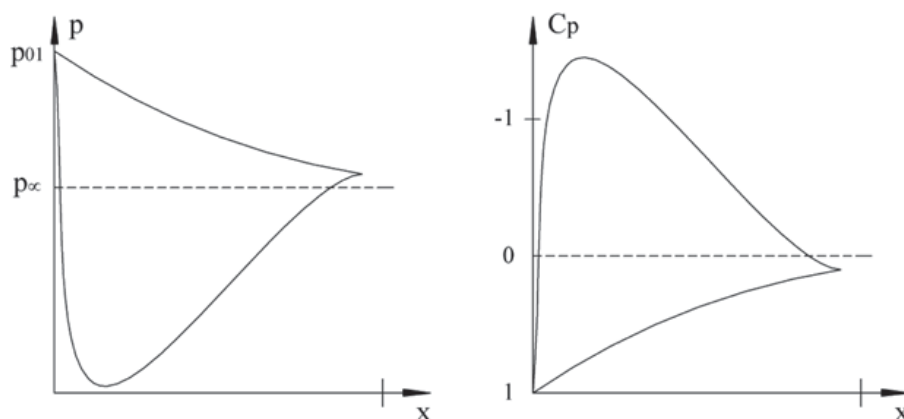
Simbol c označava duljinu tetive aeroprofila i mjera je najveće dimenzije profila. Otprilike je jednaka najvećoj udaljenosti između dvije točke na površini aeroprofila (definirana ispod). Oblik aeroprofila (slika 2.6) je opisan skeletnicom i distribucijom debljine. Skeletnica je uzdužna linija od koje su točke na profilu udaljena pola debljine profila u smjeru okomito na skeletnicu. Ona je opisana s udaljenošću od tetive (y) u funkciji koordinate (x) uzduž tetive, od napadnog prema izlaznom bridu. Lokalna debljina je obično zadana kao funkcija iste koordinate. Kut između tetive i nadolazećeg toka naziva se *kut tetive* ili *napadni kut*. Općenito, kut tetive predstavlja kut između tetive i referentne geometrijske linije dok napadni kut predstavlja kut između tetive i smjera nadolazećeg toka. Prednja strana (A) je kod većine aeroprofila zaobljena pa je tako ovdje radijus upisane kružnice konačan. Kod teoretskih prikaza aeroprofila stražnja strana (B) nema debljinu (stvarni aeroprofil se dobivaju skraćivanjem). *Napadni brid* je rubna točka skeletnice s prednje strane, a *izlazni brid*



Slika 2.7: Koeficijenti uzgona i otpora za NACA 4412

je rubna točka sa stražnje strane. *Tetiva* je linija koja spaja prednji i stražnji brid (AB).

Slika 2.7 lijevo prikazuje koeficijent uzgona kao funkciju napadnog kuta za aeroprofil NACA 4412. Oblik aeroprofila također je prikazan na slici. NACA oznaka se odnosi na klasifikaciju Nacionalnog savjetodavnog odbora za zrakoplovstvo (engl. National Advisory Committee for Aeronautics), prethodnik NASA-e, Nacionalne zrakoplovne i svemirske administracije (engl. National Aeronautics and Space Administration). Slika 2.7 desno prikazuje koeficijent otpora kao funkciju koeficijenta uzgona. Tangenta povučena iz ishodišta na krivulju određuje napadni kut s maksimalnim omjerom L/D . Korištenjem aeroprofila s ovim napadnim kutom ostvaruje se maksimalna iskoristivost u većini primjena. Odgovarajući koeficijent uzgona je otprilike 1.00 dok je koeficijent otpora otprilike 0.01. Uzgona se povećava s napadnim kutom sve do kuta kod kojeg se granični sloj na podtlačnoj strani, u blizini stražnjeg brida, ne odvoji od površine. Daljnjim povećanjem kuta koeficijent uzgona naglo se smanjuje, a koeficijent otpora naglo raste. Ova se pojava zove *sлом uzgona* (engl. stall) te znači prestanak pravilnog rada. Na slici 2.8 prikazana je raspodjela tlaka za optimalni rad NACA 4412 profila. Kod prednjeg brida brzina je blizu nule i tlak je blizu *zaustavnog tlaka* nadolazećeg toka. Zaustavni tlak ili *totalni tlak* je tlak dobiven



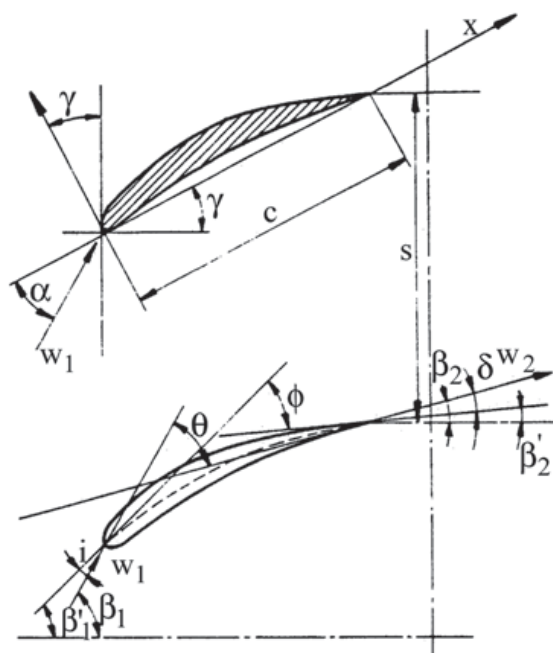
Slika 2.8: Raspodjela tlaka na površini aeroprofila kod strujanja bez odvajanja NACA 4412

reverzibilnim i adijabatskim dovođenjem toka do stanja mirovanja. Ovo znači da je kinetička energija toka pretvorena u energiju tlaka. Za konstantnu gustoću, zaustavni tlak je $p_0 = p_{\infty} + 1/2\rho_{\infty}v_{\infty}^2$. Tlak je nešto niži u blizini prednjeg brida. Tlak kod stražnjeg brida je obično nešto viši od tlaka nadolazećeg toka. Koeficijent tlaka prikazan na slici 2.8 definiran je kao $C_p = (p - p_{\infty})/1/2\rho_{\infty}v_{\infty}^2$. U praksi je uobičajeno prikazivanje ovog koeficijenta s negativnim vrijednostima na gornjoj strani kako bi postojala podtlačna strana na gornjoj strani grafa. Na predtlačnoj strani aeroprofila tlak se jednoliko smanjuje. Tok u graničnom sloju svugdje ubrzava. Na podtlačnoj strani tok ubrzava kod prednjeg brida i uzrokuje pad tlaka. Već s malim opterećenjem aeroprofila (malim napadnim kutom), minimalni tlak niži je od tlaka nadolazećeg toka. Od točke minimalnog tlaka do stražnjeg brida granični sloj na podtlačnoj strani podvrgnut je nepovoljnom gradijentu tlaka.

2.3 Ravne rešetke

2.3.1 Geometrija rešetke

Rešetka je određena oblikom lopatica, njihovom pozicijom s obzirom na aksijalni smjer i njihovim *razmakom* (tangencijalnom udaljenosti između lopatica). Termin *korak* se obično koristi za razmak između dvije susjedne lopatice. Aerodinamičke



Slika 2.9: Oznake u rešetci

karakteristike su također funkcija pozicije lopatica relativno na strujanje. Oblik profila je, kao kod aeroprofila, određen skeletnicom i distribucijom debljine. Veličina profila je određena tetivom. *Soliditet* σ predstavlja omjer tetive i koraka. Neke karakteristike su prikazane na slici 2.9. *Kut zakreta profila* (engl. camber angle) ϕ je razlika kutova tangenti na skeletnicu na prednjem i stražnjem bridu. Orijentacija profila u odnosu na aksijalni smjer je određena kutom tetive ili *kutom postave* (engl. stagger angle) γ . Ulazna brzina w_1 formira napadni kut α s tetivom, kut β_1 s aksijalnim smjerom i *upadni kut* (engl. angle of incidence) i s tangentom na skeletnicu na prednjem bridu. Upadni kut je pozitivan kada se skretanje toka povećava. Izlazna brzina w_2 formira *kut zakreta toka* θ s ulaznom brzinom w_1 , *kut otklona toka* δ s tangentom na skeletnicu na stražnjem bridu, a s aksijalnim smjerom kut β_2 . Kut otklona je pozitivan kada se θ smanjuje.

2.3.2 Strujanje u rešetkama bez gubitaka: komponente sile

Slika 2.10 prikazuje strujanje kroz rotorsku rešetku za tok koji usporava. Primjenjuju se osnovni zakoni za fluid konstantne gustoće na rešetku koju čine profili s korakom

s. Brzine strujanja w u relativnom koordinatnom sustavu imaju komponente w_a u aksijalnom smjeru i w_u u tangencijalnom smjeru. Isto tako, sila koja djeluje na lopaticu ima komponente L_a i L_u . Brzine w_1 i w_2 dovoljno su udaljene od rešetke, zbog čega je pretpostavka o njihovim konstantnim vrijednostima valjana.

Primjenjuje se desni koordinatni sustav s x -osi u aksijalnom smjeru, pozitivnom u smjeru strujanja, i y -osi u obodnom smjeru, pozitivnom u smjeru rotacije rotora. Stroj se okreće u lijevu stranu ($\omega = -\omega \vec{l}_x$) kako bi z -os u radijalnom smjeru bila pozitivna u vanjskom smjeru.

Komponente tangencijalne brzine za rešetku na slici 2.10 su negativne kao i komponente sile uzgona L_a i L_u . Razmatranje vršimo u relativnom koordinatnom sustavu. Kako centrifugalna i Coriolisova sila djeluju u radijalnom smjeru kod aksijalnih strojeva, ove sile ne utječu na jednadžbe količine gibanja niti u aksijalnom niti u tangencijalnom smjeru. Rešetka rotora pumpe na slici 2.10 je najkompleksnija za analizu (jer su w_u , L_a i L_u negativni). Zakon očuvanja mase glasi:

$$w_{1a}s = w_{2a}s = w_a s. \quad (2.3)$$

Jednadžba mehaničkog rada glasi:

$$p_{01r} - p_{02r} = 0 \quad \text{ili} \quad p_1 + \frac{\rho}{2} w_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} w_2^2, \quad (2.4)$$

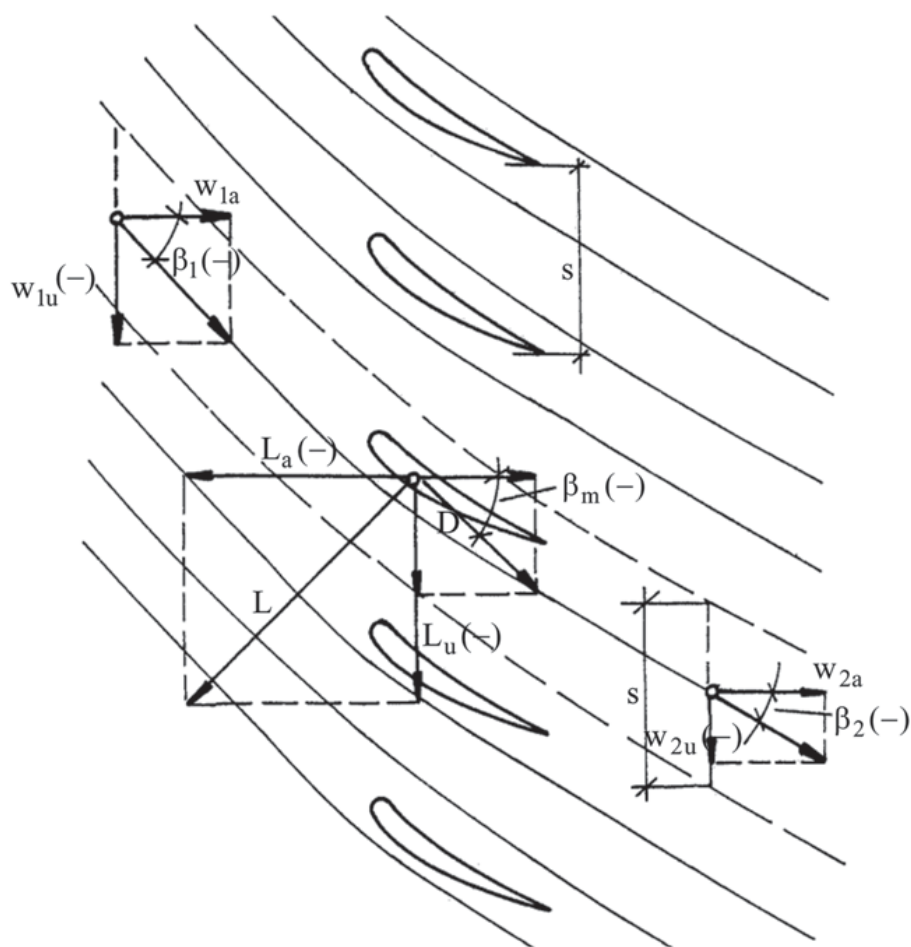
iz čega slijedi:

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} (w_1^2 - w_2^2). \quad (2.5)$$

Uz $\Delta p = p_2 - p_1$, $q_1 = \frac{\rho w_1^2}{2}$ i $w_a = w_2 \cos \beta_2 = w_1 \cos \beta_1$, slijedi:

$$C_p = \frac{\Delta p}{q_1} = 1 - \frac{\cos^2 \beta_1}{\cos^2 \beta_2}. \quad (2.6)$$

Kako bi se primijenio zakon očuvanja količine gibanja razmatra se kontura omeđena crtkanom linijom na slici 2.10. Kontura definira kontrolni volumen s dvije periodičke



Slika 2.10: Sila na lopaticu u rešetki (rotor pumpe)

strujne površine i dvije ravnine paralelne sa frontom rešetke. Na prednjim i stražnjim površinama, tlakovi su p_1 i p_2 . Sile tlaka na periodičkim površinama se poništavaju. Sila kojom lopatica dijeluje na tok je $-L$.

Jednadžba ravnoteže količine gibanja u tangencijalnom smjeru je

$$-L_u = \rho s w_a (w_{2u} - w_{1u}), \quad (2.7)$$

ili

$$L_u = \rho s w_a (w_{1u} - w_{2u}). \quad (2.8)$$

Jednadžba ravnoteže količine gibanja u aksijalnom smjeru je

$$-L_a + s p_1 - s p_2 = 0, \quad (2.9)$$

ili

$$L_a = s(p_1 - p_2) = s \frac{\rho}{2} (w_{2u}^2 - w_{1u}^2). \quad (2.10)$$

Cirkulacija oko konture u pozitivnom smjeru, uzimajući u obzir da se periodički dijelovi međusobno poništavaju, je:

$$L_a = s(p_1 - p_2)\Gamma = \oint \vec{w} \cdot d\vec{l} = s(-w_{1u} + w_{2u}) = s(w_{2u} - w_{1u}). \quad (2.11)$$

Kombiniranjem se dobiva:

$$L_u = -\rho\Gamma w_a \quad \text{i} \quad L_a = \frac{\rho\Gamma}{2}(w_{1u} + w_{2u}). \quad (2.12)$$

Rezultat ovih izraza je sila L koja je okomita na brzinu w_m , koja ima komponente w_a i $(w_{1u} + w_{2u})/2$, a intenzitet sile L je:

$$|L| = \rho|\Gamma|w_m. \quad (2.13)$$

Ova se relacija naziva zakon Kutta-Joukowski za rešetke.

2.3.3 Strujanje u rešetkama bez gubitaka: rad

Kada se rešetka giba u tangencijalnom smjeru brzinom u , apsolutna brzina v se može izračunati pomoću u i w konstruiranjem trokuta brzina:

$$v_{1u} = u + w_{1u}; \quad v_{2u} = u + w_{2u}; \quad v_a = w_a. \quad (2.14)$$

Jednadžba (2.8) tada postaje:

$$L_u = \rho s v_a (v_{1u} - v_{2u}). \quad (2.15)$$

Snaga predana fluidu je tada:

$$P = -L_u u = \rho s v_a (v_{2u} - v_{1u}) u. \quad (2.16)$$

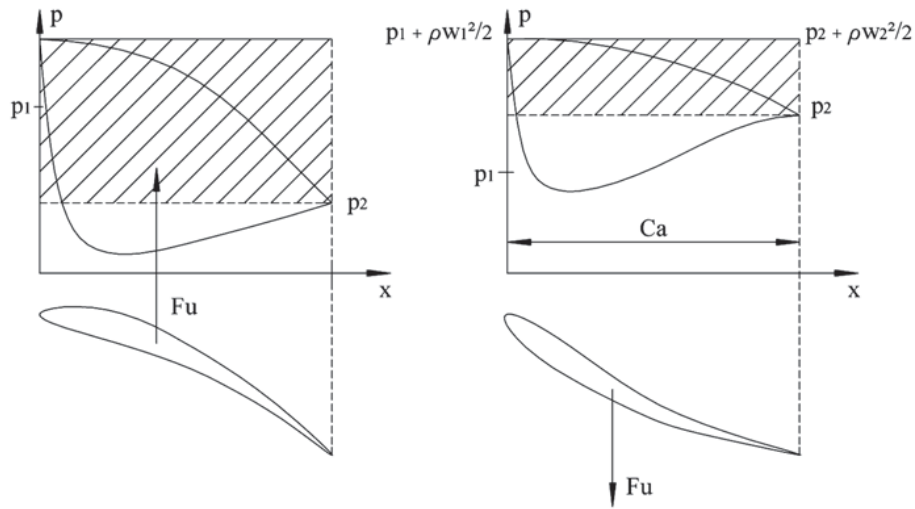
Snaga po jedinici masenog protoka, tj. specifični rad, postaje:

$$w_t = \frac{-L_u u}{\rho s v_a} = u (v_{2u} - v_{1u}). \quad (2.17)$$

Ovo je Eulerova jednadžba primijenjena na aksijalni stroj ($u_1 = u_2$).

2.3.4 Zweifelov koeficijent tangencijalne sile

Kod aksijalne je rešetke komponenta sile na lopaticu koja je korisna za rad tangencijalna komponenta sile a ne uzgon. Zbog toga je također prikladno definirati koeficijent s obzirom na tangencijalnu silu F_u . Za fluid konstantne gustoće, referentna sila je $\frac{1}{2}\rho w_2^2 c_a$, gdje je c_a aksijalna tetiva, kako je prikazano na slici 2.11. Ako se zanemare gubici, tlak na izlaznom presjeku je niži od totalnog tlaka na ulaznom presjeku za vrijednost $\frac{1}{2}\rho w_2^2$. Površina između krivulja tlaka na predtlačnoj i podtlačnoj strani iznosi F_u . Vidljiva je veza sa referentnom silom $(p_{01r} - p_2)c_a$. Ova je veličina zamijenjena s odgovarajućom vrijednošću koja vrijedi za strujanje bez gubitaka s konstantnom gustoćom: $\frac{1}{2}\rho_2 w_2^2 c_a$ (ρ_2 je gustoća na izlaznom presjeku za



Slika 2.11: Referentna sila za tangencijalnu silu; lijevo: rešetka s umjerenim ubrzanjem toka (turbina); desno: rešetka s umjerenim usporavanjem toka (pumpa)

stlačivi fluid). Ovo omogućava definiranje koeficijenta tangencijalne sile isključivo kao funkciju brzine i aksijalnog soliditeta $\sigma_a = c_a/s$, kao:

$$C_{Fu} = \frac{|F_u|}{\frac{1}{2}\rho_2 w_2^2 c_a} = \frac{\rho_2 w_{2a} s |w_{1u} - w_{2u}|}{\frac{1}{2}\rho_2 w_2^2 c_a} = \frac{2|\Delta w_u| w_{2a}}{\sigma_a w_2^2}. \quad (2.18)$$

Koncept koeficijenta tangencijalne sile uveo je Zweifel 1940-ih godina. Pronašao je da koeficijent iznosi oko 0.8 za rešetke s dobrom učinkovitosti. Vrijednosti kod odvajanja toka su iznosile oko 1.1-1.2. Dobra učinkovitost znači male gubitke s obzirom na tangencijalnu silu. Uz $C_{Fu} = 0.8$ slijedi da je optimalna vrijednost aksijalnog soliditeta definirana sa:

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \frac{c_a}{s} = \frac{2}{0.8} \frac{w_a |w_{1u} - w_{2u}|}{w_2^2} = 2.5 \frac{w_a^2 |\tan \beta_1 - \tan \beta_2|}{w_2^2} \\ &= 2.5 \cos^2 \beta_2 |\tan \beta_1 - \tan \beta_2|. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Koeficijent tangencijalne sile povezan je s koeficijentom uzgona. Zanimajući gubitke, uzgon rešetke je:

$$L = \rho |\Gamma| w_m = \frac{1}{2} \rho w_1^2 C_{L1} c, \quad (2.20)$$

pa je:

$$C_{L1} = \frac{2|\gamma|w_m}{w_1^2 c} = \frac{2s|w_{2u} - w_{1u}|w_m}{w_1^2} \quad (2.21)$$

Uz $c_a/c \approx \cos \beta_m = w_a/w_m$ (za konstantnu w_a), koeficijent tangencijalne sile prema jednadžbi (2.18) je:

$$C_{Fu} = \frac{2|\Delta w_u|w_a s}{w_2^2 c_a} \approx \frac{2|\Delta w_u|w_m s}{w_2^2 c} = \frac{2|\Delta w_u|w_m}{\sigma w_1^2} \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2. \quad (2.22)$$

Usporedbom jednadžbi (2.21) i (2.22) slijedi da je koeficijent tangencijalne sile jednak koeficijentu uzgona koji je izražen s dinamičkim tlakom na izlaznom presjeku. Zweifel-ova analiza tako pokazuje da koeficijent uzgona rešetke treba vezati uz kinetičku energiju na izlaznom presjeku.

Tako je za aksijalnu rešetku:

$$C_{L2} = \frac{2|\Delta w_u|w_m}{\sigma w_2^2} \approx C_{Fu} = \frac{2|\Delta w_u|w_a}{\sigma_a w_2^2}. \quad (2.23)$$

Iznos koeficijenta tangencijalne sile C_{Fu} je kod današnjih turbinskih rešetki u optimalnom režimu rada otprilike 1.0-1.2. Vrijednost kod separacije je 1.4-1.6. Ove vrijednosti su otprilike iste za fluide s konstantnom i promjenjivom gustoćom i ne ovise o Mach-ovom broju na izlaznom presjeku kod stlačivih fluida. Koeficijent tangencijalne sile se može vrlo pouzdano primijeniti na turbinske rešetke.

Poglavlje 3

Projektne parametre turbine

Da bi se moglo pristupiti oblikovanju rotorskih lopatica aksijalne turbine, potrebno poznavati projektne parametre (maseni protok hladnog zraka kroz turbinu i snagu turbine) za zadani maseni protok i temperaturu dimnih plinova. Protok hladnog zraka kroz turbinu ovisi o uzgonskim silama u dimnjaku te o mehaničkoj energiji oduzetoj struji zraka u rotoru turbine. S druge strane uzgonske sile u dimnjaku ovise o protoku hladnog zraka. Ovaj spregnuti proces turbulentnog strujanja dvokomponentnog fluida kroz dimnjak riješen je numeričkim putem. Kako bi se pri numeričkoj analizi uzeo u obzir utjecaj turbine na protok zraka, rotor turbine je opisan primjenom modela aktuatorskog diska pomoću kojeg je moguće uzeti u obzir pad tlaka i promjenu tangencijalne komponente apsolutne brzine u rotoru turbine u ovisnosti o specifičnoj mehaničkoj energiji oduzetoj zraku u turbini.

U nastavku je prikazan matematički model turbulentnog strujanja dvokomponentnog nestlačivog fluida (zrak+dimni plinovi), diskretizacija matematičkog modela i postupak rješavanja numeričkog modela. Kao rezultat rješavanja numeričkog modela dobiva se maseni protok zraka kao funkcija specifične mehaničke energije turbine, što omogućava određivanje optimalnog protoka zraka tj. protoka zraka za koji je snaga turbine maksimalna.

3.1 Matematički model strujanja fluida

Promatra se turbulentno strujanje dvo-komponentnog fluida (smjesa hladnog zraka i vrućih dimnih plinova) uzrokovano uzgonskim silama koje nastaju kao posljedica razlike u gustoći smjese. Strujanje se smatra djelomično stlačivim tj. pretpostavlja se da gustoća fluida ne ovisi o tlaku već samo o temperaturi i sastavu smjese. Ovakvo se strujanje može opisati osrednjenim Navier-Stokes-ovim (RANS) jednadžbama koje čine zakoni očuvanja mase i količine gibanja:

- zakon očuvanja mase

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (3.1)$$

- zakon očuvanja količine gibanja

$$\frac{d(\rho \vec{v})}{dt} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) - \nabla \cdot [(\mu + \mu_t) \nabla \vec{v}] = -\nabla p + (\rho - \rho_0) \vec{g}, \quad (3.2)$$

gdje je \vec{v} osrednjena brzina strujanja fluida, μ je dinamička viskoznost fluida, μ_t je dinamička turbulentna viskoznost, ρ_0 je referentna gustoća fluida, ρ je gustoća fluida koja ovisi o temperaturi i sastavu smjese, \vec{g} je akceleracija sile teže, a p je modificirani tlak (apsolutni tlak od kojeg je oduzeta hidrostatska komponenta $\rho_0 \vec{g} \cdot \vec{r}$).

Gustoća fluida ovisi o temperaturi i sastavu smjese. Temperatura fluida je definirana zakonom očuvanja energije:

$$\frac{d(\rho c_p T)}{dt} + \nabla \cdot (\rho c_p T \vec{v}) - \nabla \cdot \left[\left(\lambda + \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \right) \nabla T \right] = 0, \quad (3.3)$$

gdje je c_p je specifični toplinski kapacitet fluida, T je temperatura fluida, λ je toplinska provodnost fluida, a Pr_t turbulentni Prandtl-ov broj. Sastav smjese je definiran zakonom očuvanja kemijskih vrsta. Budući da u promatranom slučaju postoje samo dvije inertne komponente (svježi zrak i dimni plinovi) potrebno je rješavati zakon održanja samo za jednu komponentu dok se maseni udio druge komponente u smjesi računa iz uvjeta da suma masenih udjela mora biti jednaka jedinici. U promatranom

se slučaju rješava transportna jednažba za maseni udio zraka:

$$\frac{d(\rho x_z)}{dt} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} x_z) + \nabla \cdot \left[\left(\rho \Gamma_z + \frac{\mu_t}{Sc_t} \right) \nabla x_z \right] = S_{x_z}, \quad (3.4)$$

gdje je x_z maseni udio svježeg zraka u smjesi, Γ_z je koeficijent difuzije za zrak, a Sc_t je turbulentni Schmidt-ov broj, čija vrijednost se kreće u području 0.2 – 0.5. Izvorski član S_{x_z} na desnoj strani jednažbe očuvanja (3.4) predstavlja neto produkciju promatrane kemijske vrste zbog kemijskih reakcija. U ovom je radu ovaj član zanemaren na temelju pretpostavke da kod miješanja svježeg zraka i dimnih plinova ne dolazi do dodatnih kemijskih reakcija.

Dinamička turbulentna viskoznost μ_t se dobiva rješavanjem modela turbulencije. U sklopu provedene numeričke analize korišten je $k-\omega$ SST model turbulencije [2].

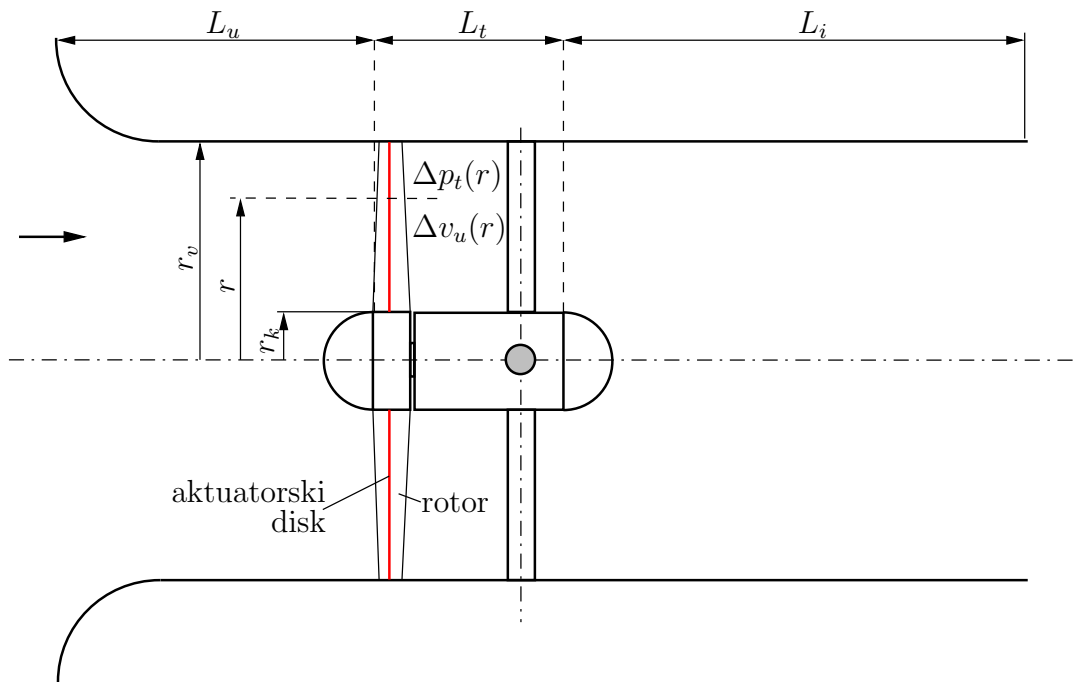
Prethodno navedeni zakoni očuvanja mogu se zapisati u obliku opće transportne jednažbe koja u diferencijalnom obliku za skalarno polje glasi:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \phi) - \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) = S_\phi, \quad (3.5)$$

gdje je ϕ skalarno polje koje predstavlja specifično fizikalno svojstvo po jedinici mase, Γ je koeficijent difuzije, a S_ϕ izvorski član za promatrano skalarno polje ϕ . Pri čemu se u jednažbi (3.5) mogu istaknuti redom sljedeći članovi: nestacionarni član, konvekcijski član, difuzijski član i izvorski član. Postupak diskretizacije pojedinih članova opće transportne jednažbe primjenom metode kontrolnih volumena bit će prikazan u nastavku.

3.1.1 Model aktuatorskog diska

Primjenom modela aktuatorskog diska moguće je uzeti u obzir učinak turbine na tok fluida, a da nije potrebno poznavati geometriju rotorskih lopatica. Ovim se modelom na mjestu rotorskih lopatica izaziva pad statičkog tlaka i promjena tangencijalne komponente apsolutne brzine u toku fluida približno na način kako bi se to odvijalo



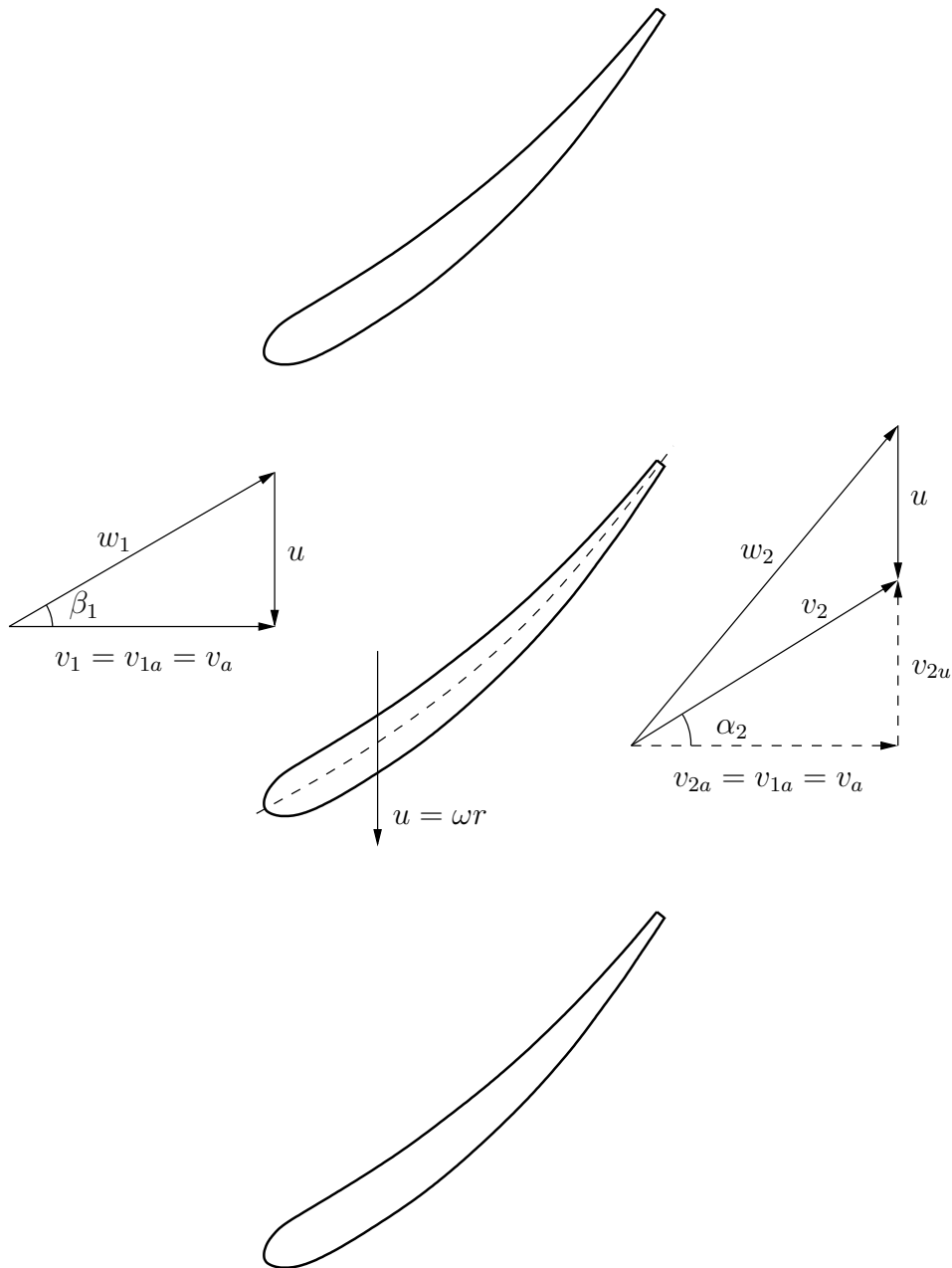
Slika 3.1: Model aktuatoriskog diska primijenjen na rotor aksijalne cijevne turbine.

u realnoj izvedbi rotora turbine. Na slici 3.1 je prikazana skica meridijalnog presjeka cijevne aksijalne turbine, na kojoj je istaknut aktuatorski disk koji je okomit na os rotacije, a pozicioniran je na sredini rotora. Prema tome, aktuatorski disk je u stvari površina diskontinuiteta na kojoj dolazi do pada tlaka $\Delta p_t(r)$ i promjene tangencijalne komponente apsolutne brzine $\Delta v_u(r)$, pri čemu prirasti spomenutih veličina mogu u općem slučaju varirati s radijusom od korijena prema vrhu rotorskih lopatica. Rotorske lopaticice aksijalne turbine u ovom su radu oblikovane pod pretpostavkom konstantne specifične mehaničke energije od korijena do vrha lopaticice ($w_t(r) = w_t = \text{konst.}$). Primjenom Euler-ove jednadžbe turbostroja,

$$w_t(r) = u(r)[v_{1u}(r) - v_{2u}(r)] = \omega r v_{2u}(r), \quad (3.6)$$

dobiva se izraz za promjenu tangencijalne komponente apsolutne brzine na proizvoljnom radijusu lopaticice r :

$$v_{2u}(r) = \frac{w_t}{\omega r}, \quad (3.7)$$



Slika 3.2: Profil rotorske lopatice aksijalne turbine i trokuti brzina na ulazu i izlazu iz rotora na proizvoljnom radijusu r .

gdje je ω kutna brzina rotora, a $u(r) = \omega r$ je obodna brzina rotorskih lopatica na proizvoljnom radijusu r .

Pad tlaka na rotoru aksijalne turbine posljedica je prirasta relativne kinetičke energije:

$$\Delta p_t(r) = \frac{\eta_h \rho}{2} [w_2^2(r) - w_1^2(r)], \quad (3.8)$$

gdje je η_h hidraulička iskoristivost rotora s kojom se uzima u obzir disipacija mehaničke u toplinsku energiju. Relativne brzine na ulazu i izlazu iz rotora slijede iz trokuta brzina prikazanih na slici 3.2,

$$w_1(r) = \sqrt{v_a^2 + u(r)^2}, \quad (3.9)$$

$$w_2(r) = \sqrt{v_a^2 + [u(r) + \Delta v_u(r)]^2}, \quad (3.10)$$

gdje je v_a aksijalna komponenta brzine koja je definirana protokom i površinom poprečnog presjeka i smatra se konstantnom kako od ulaza do izlaza iz rotora tako i od korijena do vrha lopatice:

$$v_a = \frac{q_v}{A} = \frac{q_v}{(r_v^2 - r_k^2) \cdot \pi}. \quad (3.11)$$

3.1.2 Svojstva dimnih plinova

Da bi se mogle provesti simulacije strujanja smjese dimnih plinova i zraka kroz dimnjak termoelektrane, potrebno je poznavati gustoću i specifični toplinski kapacitet dimnih plinova u ovisnosti o temperaturi. Dimni plinovi nastaju potpunim izgaranjem goriva čiji je sastav prikazan u tablici 3.1.

Tablica 3.1: Sastav goriva

Kemijska formula	Naziv	Volumenski udio	Molarna masa
N ₂	Dušik	0.84	28.106

CO ₂	Ugljikov dioksid	0.07	44.01
CH ₄	Metan	97.88	16.04
C ₂ H ₆	Etan	0.82	30.07
C ₃ H ₈	Propan	0.27	44.09
C ₄ H ₁₀	i-butan	0.05	58.12
C ₄ H ₁₀	n-butan	0.06	58.12
Ostali	-	0.01	-

Za proračun sastava dimnih plinovi, prvo treba odrediti količinu zraka koja je potrebna za potpuno izgaranja promatranog goriva. Minimalna količina kisika je definirana sljedećim izrazom:

$$O_{\min} = \frac{1}{2}(\text{CO}' + \text{H}_2) + 2\text{CH}'_4 + 3\text{C}_2\text{H}'_4 + \sum(x + \frac{y}{4})\text{C}_x\text{H}'_y - \text{O}'_2, \quad (3.12)$$

gdje veličine označene s ' predstavljaju volumne (molne) udjele pojedinih komponenti u gorivu. Izostavljajući komponente koje nisu prisutne u promatranom gorivu, dobiva se pojednostavljeni izraz za minimalnu količinu kisika, odnosno nakon uvrštavanja tražena vrijednost minimalne količine kisika,

$$O_{\min} = 2\text{CH}'_4 + 3.5\text{C}_2\text{H}'_6 + 5\text{C}_3\text{H}'_8 + 6.5\text{C}_4\text{H}'_{10} = 2.007 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol}_g}. \quad (3.13)$$

Kisik za izgaranje goriva se dovodi atmosferskim zrakom čiji je volumenski udio kisika $y_{\text{O}_2} = 0.21$. Prema tome, minimalna potrebna količina zraka za izgaranje iznosi

$$L_{\min} = \frac{O_{\min}}{0.21} = 9.557 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol}_g}. \quad (3.14)$$

Budući da se izgaranje provodi uz faktor pretička zraka $\lambda = 1.1$, stvarna količina zraka iznosi:

$$L = \lambda L_{\min} = 10.513 \frac{\text{kmol}}{\text{kmol}_g}. \quad (3.15)$$

Sastav dimnih plinova je definiran sljedećim jednadžbama:

$$n_{\text{CO}_2} = \text{CO}'_2 + \text{CH}'_4 + 2\text{C}_2\text{H}'_6 + 3\text{C}_3\text{H}'_8 + 4\text{C}_4\text{H}'_{10}, \quad (3.16)$$

$$n_{\text{O}_2} = (\lambda - 1)\text{O}_{\text{min}}, \quad (3.17)$$

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = 2\text{CH}'_4 + 3\text{C}_2\text{H}'_6 + 4\text{C}_3\text{H}'_8 + 5\text{C}_4\text{H}'_{10}, \quad (3.18)$$

$$n_{\text{N}_2} = \text{N}'_2 + 0.79\text{L}, \quad (3.19)$$

$$n_{\text{dp}} = n_{\text{CO}_2} + n_{\text{O}_2} + n_{\text{N}_2} + n_{\text{H}_2\text{O}}, \quad (3.20)$$

gdje je n_i količina komponente i , a n_{dp} je ukupna količina dimnih plinova. Molni udjeli komponenata u dimnim plinovima računaju se pomoću sljedećeg izraza:

$$y_i = \frac{n_i}{n_{\text{dp}}}. \quad (3.21)$$

Prema tome, molni udjeli pojedinih komponenti u dimnim plinovima koji nastaju izgaranjem promatranog goriva definirani su sljedećim izrazima:

$$y_{\text{CO}_2} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{n_{\text{dp}}}, \quad (3.22)$$

$$y_{\text{O}_2} = \frac{n_{\text{O}_2}}{n_{\text{dp}}}, \quad (3.23)$$

$$y_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{n_{\text{dp}}}, \quad (3.24)$$

$$y_{\text{N}_2} = \frac{n_{\text{N}_2}}{n_{\text{dp}}}, \quad (3.25)$$

pri čemu je suma molnih udjela komponenata jednaka 1. Sastav dimnih plinova, kao i molni udjeli pojedinih komponenti prikazani su u tablici 3.2.

Tablica 3.2: Sastav dimnih plinova

	n_i	y_i
CO ₂	1.01	0.09

O ₂	0.20	0.02
H ₂ O	2.00	0.17
N ₂	8.31	0.72

Gustoća dimnih plinova se može izraziti u ovisnosti o temperaturi primjenom jednadžbe stanja idealnog plina:

$$\rho_{\text{dp}}(T) = \frac{M_{\text{dp}} p_{\text{a}}}{R_{\text{m}} T}, \quad (3.26)$$

gdje je $R_{\text{m}} = 8314 \frac{\text{J}}{\text{kmolK}}$, $p_{\text{a}} = 1 \times 10^5$ Pa je atmosferski apsolutni tlak¹, T je temperatura, a M_{dp} molarna masa dimnih plinova definirana sljedećim izrazom:

$$M_{\text{dp}} = \sum y_i M_i. \quad (3.27)$$

Specifični toplinski kapacitet dimnih plinova pri konstantnom tlaku određen je specifičnim toplinskim kapacitetom pripadajućih komponenti:

$$c_{p,\text{dp}}(T) = \sum x_i c_{p,i}(T), \quad (3.28)$$

gdje je x_i maseni udio komponente i u promatranim dimnim plinovima, koji se računa prema izrazu:

$$x_i = \frac{y_i \cdot M_i}{M_{\text{dp}}}. \quad (3.29)$$

Specifični toplinski kapacitet pojedinih komponenti se može definirati u ovisnosti o temperaturi T pomoću polinoma proizvoljnog reda,

$$c_{p,i}(T) = \sum_{m=0}^N B_m T^m, \quad (3.30)$$

¹Koristi se tzv. nestlačivi oblik jednadžbe stanja idealnog plina gdje se pretpostavlja da gustoća ne ovisi o tlaku.

gdje se koeficijenti B_m za svaku komponentu dimnih plinova mogu preuzeti iz [3]. Za dimne plinove čiji je sastav prikazan u tablici 3.1, dobiven je sljedeći izraz za specifični toplinski kapacitet dimnih plinova pri konstantnom tlaku:

$$c_{p,dp}(T) = 1099.098 - 0.228 \cdot T + 0.0011 \cdot T^2 - 1.32 \times 10^{-6} \cdot T^3 + 1.06 \times 10^{-9} \cdot T^4 - 5.21 \times 10^{-12} \cdot T^5 + 1.02 \times 10^{-16} \cdot T^6. \quad (3.31)$$

Turbulentni doprinos difuzijskom transportu u intenzivnom turbulentnom režimu strujanja višestruko je veći od molekularnog doprinosa. Kod visokih vrijednosti Reynoldsovog broja, molekularni doprinos difuzijskom transportu količine gibanja i topline značajan je samo u tankom sloju fluida neposredno uz stjenku. Iz tog su razloga vrijednosti dinamičke viskoznosti i toplinske provodnosti određene samo za rubne temperature 5°C i 150°C , kako za dimne plinove tako i za svježi zrak. U tablici 3.3 su prikazane vrijednosti viskoznosti i provodnosti za dimne plinove koje su preuzete iz [3].

Tablica 3.3: Dinamička viskoznost i toplinska provodnost dimnih plinova pri rubnim temperaturama.

	5, °C	150, °C
Dinamička viskoznost, Pas	0.0000154	0.0000331
Toplinska provodnost, W/mK	0.0221156	0.0324257

3.1.3 Svojstva svježeg zraka

Slično kao kod dimnih plinova, gustoća zraka se može definirati u ovisnosti o temperaturi primjenom jednadžbe idealnog plina:

$$\rho_{zr}(T) = \frac{M_{zr}p}{R_m T} \quad (3.32)$$

gdje je $M_{\text{zr}} = 28.96$ kg/kmol molarna masa zraka, a tlak se drži konstantnim ($p = 1$ bar).

Specifični toplinski kapacitet zraka u ovisnosti o temperaturi T definiran je jednadžbom (3.30), pri čemu su koeficijenti B_m preuzeti iz [3]:

$$c_{p,\text{zr}}(T) = 1022.53 - 0.176 \cdot T + 4.02 \times 10^{-4} \cdot T^2 - 4.864 \times 10^{-8} \cdot T^3. \quad (3.33)$$

Tablica 3.4: Dinamička viskoznost i toplinska provodnost zraka pri temperaturama 5°C i 150°C

	5, °C	150, °C
Dinamička viskoznost, Pas	0.000014	0.000029
Toplinska provodnost, W/mK	0.024400	0.034600

3.1.4 Svojstva smjese

Gustoća smjese zraka i dimnih plinova određena je sljedećim izrazom:

$$\rho(T) = \rho_{\text{zr}}(T)y_{\text{zr}} + \rho_{\text{dp}}(T)y_{\text{dp}}, \quad (3.34)$$

gdje su ρ_{zr} i ρ_{dp} gustoće zraka i dimnih plinova, koje su definirane jednadžbama (3.32) i (3.26), a y_{zr} i y_{dp} su volumni (molni) udjeli zraka i dimnih plinova.

Specifični toplinski kapacitet smjese zraka i dimnih plinova pri konstantnom tlaku definiran je sljedećim izrazom:

$$c_{p,s}(T) = c_{p,\text{zr}}(T)x_{\text{zr}} + c_{p,\text{dp}}(T)x_{\text{dp}}, \quad (3.35)$$

gdje su x_{zr} i x_{dp} maseni udjeli zraka i dimnih plinova u smijesi, a $c_{p,\text{zr}}$ i $c_{p,\text{dp}}$ su specifični toplinski kapaciteti zraka i dimnih plinova koji se računaju primjenom jednadžbi (3.33) i (3.31).

Sve simulacije strujanja su provedene s konstantnim vrijednostima kinematičke

viskoznosti i toplinske provodnosti smjese dimnih plinova i zraka pri čemu su konkretne vrijednosti određene osrednjavanjem odgovarajućih vrijednosti za zrak i dimne plinove u temperaturnom području od 5°C do 150°C . Na taj način, dinamička viskoznost smjese iznosi $\mu = 1.539 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, dok toplinska provodnost smjese iznosi $\lambda = 0.029 \text{ W/mK}$.

3.1.5 Relativna vlažnost smjese

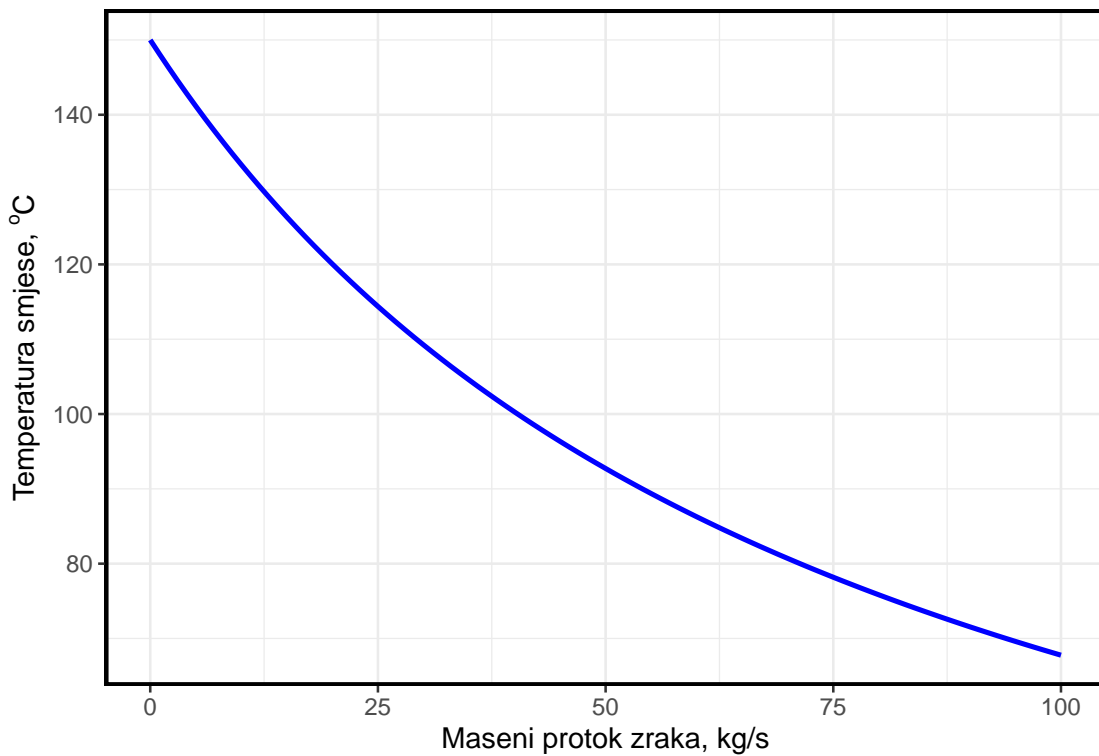
Budući da zbog mješanja hladnog zraka i vrućih dimnih plinova dolazi do značajnog hlađenja smjese, postoji opasnost od kondenzacije vlage. U nastavku je dana analiza utjecaja masenog protoka hladnog zraka na relativnu vlagu smjese dimnih plinova i zraka. Analiza je provedena za konstantni protok dimnih plinova $q_{m,dp} = 67.2 \text{ kg/s}$ i zadanu temperaturu dimnih plinova na ulazu u dimnjak koja iznosi 150°C . Protok vanjskog hladnog zraka koji preko turbine ulazi u dimnjak i miješa se s dimnim plinovima varira se u rasponu $q_{m,z} = (0 - 100) \text{ kg/s}$ pri čemu temperaturu zraka iznosi $\vartheta_z = 5^{\circ}\text{C}$. Tlak smjese je konstantan i iznosi $p_a = 1 \text{ bar}$, a specifični toplinski kapacitet zraka i dimnih plinova u ovisnosti o temperaturi definiran je ranije.

Proračun vlage u smjesi proveden je uz pretpostavku ravnotežnog stanja tj. pretpostavlja se da svi sudionici u smjesi imaju istu temperaturu. Nadalje, uz pretpostavku malog sadržaja vlage u smjesi, plinovi koji čine smjesu mogu se smatrati idealnim plinovima. Parcijalni tlak pare u smjesi određen je Daltonovim zakonom:

$$p_{\text{H}_2\text{O}} = y_{\text{H}_2\text{O}} p_a, \quad (3.36)$$

gdje je $y_{\text{H}_2\text{O}}$ molni udio vlage u smjesi, a p_a ukupni tlak smjese. Relativna vlažnost φ predstavlja omjer parcijalnog tlaka pare u smjesi temperature ϑ i tlaka zasićenja pare pri istoj temperaturi $p_s(\vartheta)$:

$$\varphi = \frac{p_{\text{H}_2\text{O}}}{p_s(\vartheta)}. \quad (3.37)$$



Slika 3.3: Temperatura smjese dimnih plinova i zraka kao funkcija masenog protoka zraka.

Najveća vrijednost tlaka koju može imati parcijalni tlak pare $p_{\text{H}_2\text{O}}$ jest tlak zasićenja $p_s(\vartheta)$, što znači da relativna vlažnost može poprimiti vrijednosti u rasponu 0 – 1. Kako bi se izbjegao proces kondenzacije mora biti zadovoljeni uvjet relativne vlažnosti $\varphi \leq 1$. Ako je parcijalni tlak manji od zasićenog, $p_{\text{H}_2\text{O}} < p_s(\vartheta)$, para je pregrijana, a ako je parcijalni tlak pare jednak tlaku zasićenja, $p_{\text{H}_2\text{O}} = p_s(\vartheta)$, para je suhozasićena. [4]

Temperatura smjese definirana je energetsom jednadžbom mješanja pri konstantnom tlaku:

$$T_s = \frac{q_{m,\text{dp}} \cdot c_{p,\text{dp}} \cdot T_{\text{dp}} + q_{m,\text{z}} \cdot c_{p,\text{z}} \cdot T_z}{q_{m,\text{s}} \cdot c_{p,\text{s}}}, \quad (3.38)$$

gdje je T_{dp} temperatura dimnih plinova, T_z je temperatura zraka, $c_{p,\text{s}}$ je specifični toplinski kapacitet smjese, a $q_{m,\text{s}}$ je ukupni maseni protok smjese zraka i dimnih plinova. Za izračun specifičnog toplinskog kapaciteta smjese potrebno je poznavati temperaturu smjese, što znači da je za određivanje temperature smjese potrebno provesti iterativni postupak. Tlak zasićenja vodene pare kao funkcija temperature

definiran je u ovom radu primjenom Antoine-ove formule [5] koja glasi:

$$p_s(\vartheta) = 10^{A-B/(C+\vartheta)}, \quad (3.39)$$

gdje se temperatura ϑ uvrštava u °C, a dobiveni tlak $p_s(\vartheta)$ je u mmHg. Konstante A , B i C prikazane su u tablici 3.5.

Tablica 3.5: Konstante u Antoine-ovoj formuli.

	A	B	C
$T < 373.15\text{K}$	8.07131	1730.63	233.426
$T > 373.15\text{K}$	8.14019	1810.94	244.485

Relativna vlažnost svježeg zraka je zadana i iznosi $\varphi_z = 0.9$. Parcijalni tlak vlage u svježem zraku iznosi:

$$p_{\text{H}_2\text{O},z} = \varphi_z \cdot p_s(\vartheta_z) = 779.683 \text{ Pa}. \quad (3.40)$$

Dijeljenjem parcijalnog tlaka vlage u svježem zraku s ukupnim tlakom dobiva se molni udio vlage u svježem zraku:

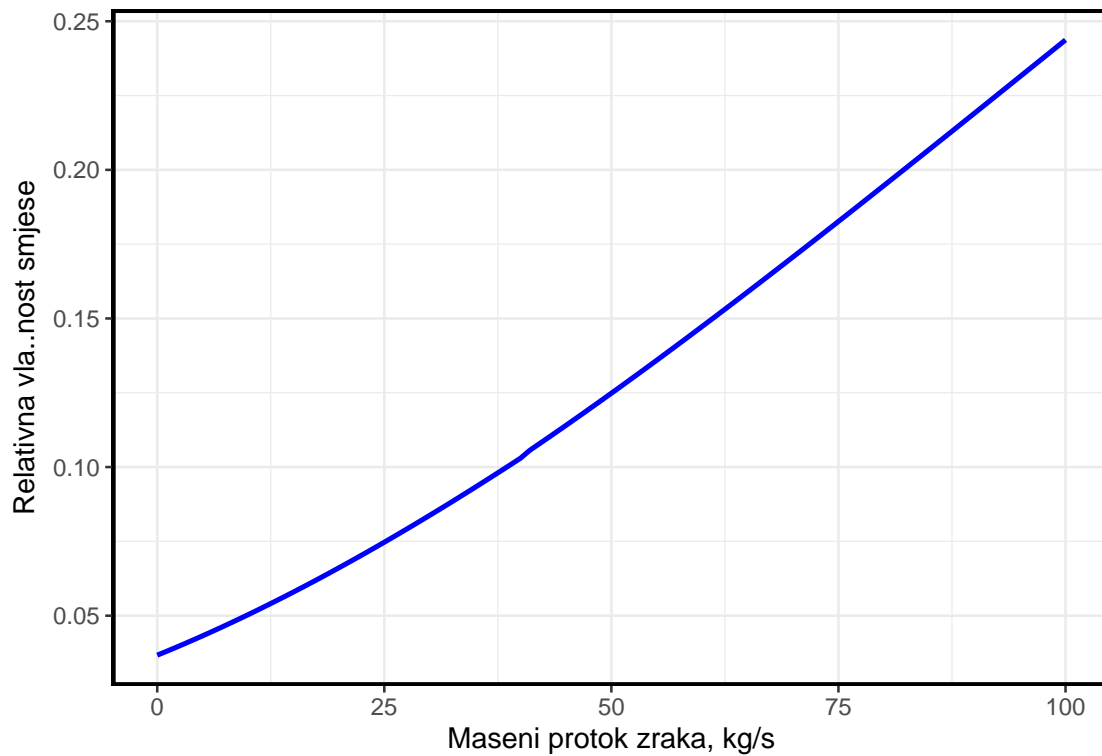
$$y_{\text{H}_2\text{O},z} = \frac{p_{\text{H}_2\text{O},z}}{p_a} = 0.0078 \quad (3.41)$$

Ukupna vlaga u smjesi može se izračunati prema izrazu:

$$y_s = \frac{y_{\text{H}_2\text{O}} \cdot q_{n,\text{dp}} + y_{\text{H}_2\text{O},z} \cdot q_{n,z}}{q_{n,s}}, \quad (3.42)$$

gdje je $q_{n,\text{dp}}$ molni protok dimnih plinova, $q_{n,z}$ molni protok zraka i $q_{n,s}$ molni protok smjese, pri čemu su ovi molni protoci definirani sljedećim jednadžbama:

$$q_{n,\text{dp}} = \frac{q_{m,\text{dp}}}{M_{\text{dp}}}, \quad (3.43)$$



Slika 3.4: Ovisnost relativne vlažnosti smjese o masenom protoku svježeg zraka za konstantni maseni protok dimnih plinova.

$$q_{n,z} = \frac{q_{m,z}}{M_z}, \quad (3.44)$$

$$q_{n,s} = q_{n,dp} + q_{n,z}. \quad (3.45)$$

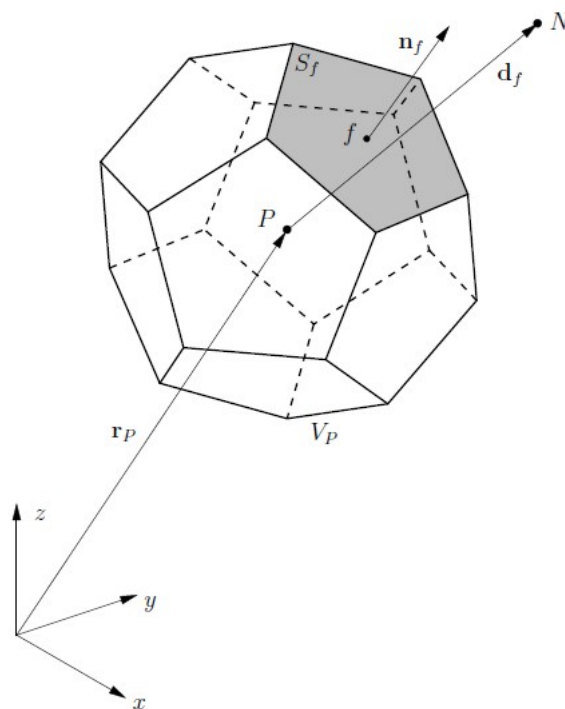
Parcijalni tlak vlage u smjesi računa se kao umnožak tlaka smjese p_a i molnog udjela vlage y_s :

$$p_{H_2O,s} = p_a \cdot y_s, \quad (3.46)$$

a relativna vlažnost smjese:

$$\varphi_s = \frac{p_{H_2O,s}}{p_{s,s}(\vartheta_s)}. \quad (3.47)$$

Na slici 3.4 je prikazana ovisnost relativne vlažnosti smjese vrućih dimnih plinova i hladnog zraka o masenom protoku zraka pri konstantnom masenom protoku dimnih plinova. Budući da je u promatranom području protoka svježeg zraka, relativna vlažnost smjese značajno ispod 1, može se zaključiti da ne postoji opasnost od kondenzacije vlage iz smjese.



Slika 3.5: Kontrolni volumen

3.2 Numerički model

Numerički model predstavlja rezultat diskretizacije matematičkog modela na diskretiziranoj prostornoj domeni rješavanja promatranog strujanja.

3.2.1 Diskretizacija prostorne domene rješavanja

Rezultat diskretizacije domene rješavanja jest proračunska mreža koja se sastoji od konačnog broja kontrolnih volumena koji se međusobno ne preklapaju i u potpunosti popunjavaju domenu [6]. Kontrolni volumen je konveksnog poliedarskog oblika, a ograničen je proizvoljnim brojem konveksnih poligonalnih stranica. Mreža sastavljena od ovako definiranih kontrolnih volumena naziva se proizvoljnom nestrukturiranom mrežom. Primjer jednog takvog kontrolnog volumena je prikazan na slici 3.5, gdje su P i N težišta promatranog i njemu susjednog kontrolnog volumena, a f je težište stranice koja je zajednička kontrolnim volumenima P i N . Proračunski čvor svake ćelije nalazi se u težištu volumena, čime se egzaktno opisuje linearna raspodjela varijable te se osigurava drugi red točnosti metode.

3.2.2 Diskretizacija opće transportne jednadžbe

U ovom je odjeljku prikazan postupak diskretizacije opće transportne jednadžbe (3.5) primjenom metode kontrolnih volumena. Za potrebe diskretizacije primjenom metode kontrolnih volumena, jednadžbu (3.5) je potrebno prevesti na integralni oblik:

$$\int_{V_P} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \oint_{\partial V_P} \phi \cdot (\rho\vec{n} \cdot \vec{v}) dS - \oint_{\partial V_P} \Gamma(\vec{n} \cdot \nabla\phi) dS = \int_{V_P} S_v dV \quad (3.48)$$

gdje se integracija provodi po promatranom kontrolnom volumenu V_P i njegovoj granici ∂V_P .

Kako bi metoda diskretizacije bila drugog reda točnosti potrebno je pretpostaviti linearnu raspodjelu zavisne varijable ϕ u okolini proračunske točke P:

$$\phi(\vec{r}) = \phi_P + (\vec{r} - \vec{r}_P) \cdot (\nabla\phi)_P \quad (3.49)$$

gdje je \vec{r}_P vektor položaja težišta kontrolnog volumena, $\phi_P = \phi(\vec{r}_P)$ je vrijednost varijable ϕ u težištu kontrolnog volumena. Težište kontrolnog volumena predstavlja računsku točku za koju vrijede sljedeći uvjet:

$$\int_{V_P} (\vec{r} - \vec{r}_P) dV = 0. \quad (3.50)$$

Slično vrijedi i za težište stranice ćelije:

$$\int_{S_f} (r - r_f) dS = 0, \quad (3.51)$$

gdje je S_f oplošje stranice, a \vec{r}_f vektor položaja težišta stranice. Primjenom linearne raspodjele (3.49) i uvjeta za težište ćelije (3.50), slijedi pravilo za aproksimaciju volumenskog integrala po volumenu V_P :

$$\int_{V_P} \phi(r) dV = \phi_P \int_{V_P} dV + \left[\int_{V_P} (r - r_P) dV \right] \cdot (\nabla\phi)_P = \phi_P V_P. \quad (3.52)$$

Kontrolni volumen je ograničen proizvoljnim brojem stranica pa se površinski integral po granici kontrolnog volumena može se zapisati kao suma površinskih integrala po stranicama:

$$\int_{\partial V_P} \phi(r) dS = \sum_f \int_{S_f} \phi(r) dS, \quad (3.53)$$

gdje je S_f površina stranice f . Uz linearnu raspodjelu (3.49) i uvjeta za težište stranice (3.51) slijedi pravilo za aproksimaciju integrala po stranici f :

$$\int_{S_f} \phi(r) dS = \phi_f \int_{S_f} dS + \left[\int_{S_f} (r - r_f) dS \right] \cdot (\nabla \phi)_f = \phi_f S_f. \quad (3.54)$$

Nestacionarni član

Budući da se u promatranom slučaju pretpostavlja stacionarno strujanje fluida, nestacionarni član se može zanemariti.

Konvekcijski član

Diskretizacija površinskog integrala se provodi korištenjem jednadžbi (3.53) i (3.54):

$$\oint_{\partial V_P} \phi \cdot (\rho \vec{n} \cdot \vec{v}) dS = \sum_f \phi_f \rho_f \vec{n}_f \cdot \vec{v}_f S_f = \sum_f \phi_f F_f, \quad (3.55)$$

gdje je $F_f = \rho_f \vec{n}_f \cdot \vec{v}_f S_f$ maseni protok fluida kroz stranicu f . Vrijednost nepoznatog polja ϕ u centru stranice ćelije f računa se na temelju odgovarajućih vrijednosti u centrima susjednih ćelija primjenom uzvodne sheme diskretizacije drugog reda točnosti:

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_P + (\vec{r}_f - \vec{r}_P) \cdot (\nabla \phi)_P & : (\vec{n}_f \cdot \vec{v}_f) > 0 \\ \phi_N + (\vec{r}_f - \vec{r}_N) \cdot (\nabla \phi)_N & : (\vec{n}_f \cdot \vec{v}_f) < 0, \end{cases} \quad (3.56)$$

gdje se gradijent u centrima ćelija računa primjenom metode najmanjih kvadrata uz pretpostavku linearne raspodjele (3.49). Ukoliko se u izrazu (3.56) zanemare članovi s gradijentom, dobiva se uzvodna shema diskretizacije prvog reda točnosti.

Difuzijski član

Diskretizacija površinskog integrala se provodi korištenjem jednadžbi (3.53) i

(3.54):

$$\oint_{\partial V_P} \vec{n}_f \cdot (\Gamma \nabla \phi) dS = \sum_f \Gamma_f [\vec{n}_f \cdot (\nabla \phi)_f] S_f, \quad (3.57)$$

a derivacija varijable ϕ u smjeru normale na stranicu aproksimira se u centru stranice primjenom centralne sheme diskretizacije:

$$\vec{n}_f \cdot (\nabla \phi)_f = \frac{\phi_N - \phi_P}{d_{fn}} + \frac{\vec{k}_{fN} \cdot (\nabla \phi)_N - \vec{k}_{fP} \cdot (\nabla \phi)_P}{d_{fn}}, \quad (3.58)$$

gdje je $d_{fn} = \vec{n}_f \vec{d}_f$, a drugi član na desnoj strani jednadžbe predstavlja korekciju koja uzima u obzir neortogonalnost i iskrivljenost kontrolnih volumena koji dijele promatranu stranicu f , pri čemu su korekcijski vektori definirani kako slijedi:

$$\begin{aligned} \vec{k}_{fP} &= (I - \vec{n}_f \vec{n}_f) \cdot (\vec{r}_f - \vec{r}_P), \\ \vec{k}_{fN} &= (I - \vec{n}_f \vec{n}_f) \cdot (\vec{r}_N - \vec{r}_f). \end{aligned}$$

Izvorski član

Izvorski član sadrži sve ono što se ne može svrstati u konvekcijski, difuzijski i vremenski član. Diskretizacija se provodi korištenjem izraza za aproksimaciju volumenskog integrala (3.52):

$$\int_{V_P} S_v dV = S_v V_P. \quad (3.59)$$

Potpuno diskretizirana opća skalarna transportna jednadžba

Nakon prostorne diskretizacije opće skalarne transportne jednadžbe, dobiva se po jedna linearna algebarska jednadžba za svaki kontrolni volumen P u promatranj mreži kontrolnih volumena:

$$a_P \phi_P + \sum_N a_N \phi_N = r_P,$$

gdje je a_P dijagonalni koeficijent linearne jednadžbe, a_N predstavlja sve koeficijente izvan dijagonale, a r_P je desna strana linearne jednadžbe.

3.2.3 Jednadžba tlaka

Jednadžbom očuvanja količine gibanja određeno je polje brzine dok jednadžba očuvanja mase predstavlja dodatni uvjet na polje brzine. Kako bi se posredstvom polja tlaka osiguralo da polje brzine istovremeno zadovolji jednadžbu održanja količine gibanja i jednadžbu održanja mase, jednadžba tlaka se izvodi kombinacijom diskretizirane jednadžbe količine gibanja i diskretizirane jednadžbe održanja mase.

Diskretizirana jednadžba održanja mase za kontrolni volumen P glasi:

$$\sum_f \rho_f (\vec{n}_f \cdot \vec{v}_f) S_f = \sum_f \rho_f v_{n,f} S_f = \sum_f F_f = 0, \quad (3.60)$$

gdje je $v_{n,f} = \vec{n}_f \cdot \vec{v}_f$ normalna komponenta brzine u centru stranice f promatranog kontrolnog volumena P.

Diskretizirana jednadžba količine gibanja za kontrolni volumen P se može zapisati na sljedeći način:

$$a_P^v \vec{v}_P + \sum_N a_N^v \vec{v}_N = \vec{r}_P - (\nabla p)_P, \quad (3.61)$$

gdje je član koji sadrži gradijent tlaka izdvojen iz člana \vec{r}_P^v kako bi poslužio pri izvođenju jednadžbe tlaka. Iz jednadžbe (3.61) se sada može izraziti brzina u centru promatrane ćelije P:

$$\vec{v}_P = \frac{\vec{H}(\vec{v})}{a_P^v} - (a_P^v)^{-1} (\nabla p)_P, \quad (3.62)$$

gdje je:

$$\vec{H}(\vec{v}) = \vec{r}_P^v - \sum_N a_N^v \vec{u}_N. \quad (3.63)$$

Normalna komponenta brzine $v_{n,f}$ u diskretiziranoj jednadžbi održanja mase (3.60) određuje se Rhie-Chow interpolacijom [7] jednadžbe (3.62):

$$v_{n,f} = \vec{n}_f \cdot \left[\frac{\vec{H}(\vec{v})}{a_P^v} \right]_f - (a_P^v)_f^{-1} [\vec{n}_f \cdot (\nabla p)_f], \quad (3.64)$$

gdje se članovi $\left(\frac{\vec{H}(\vec{v})}{a_P^v} \right)_f$ i $(a_P^v)_f^{-1}$ određuju interpolacijom odgovarajućih članova u jednadžbi (3.62). Uvrštavanjem izraza (3.64) u diskretiziranu jednadžbu održanja

mase (3.60) dobiva se diskretizirana jednadžba tlaka:

$$\sum_f \rho_f (a_P^v)_f^{-1} [\vec{n}_f \cdot (\nabla p)_f] S_f = \sum_f \rho_f \vec{n}_f \cdot \left[\frac{\vec{H}(\vec{v})}{a_P^v} \right]_f S_f \quad (3.65)$$

gdje se derivacija tlaka u normalnom smjeru $[\vec{n}_f \cdot (\nabla p)_f]$ u centru stranice kontrolnog volumena diskretizira primjenom centralne sheme diskretizacije kako je opisano u odjeljku 3.2.2. Nakon rješavanja jednadžbe tlaka može se izračunati maseni protok fluida kroz stranice kontrolnih volumena koji zadovoljava jednadžbu očuvanja mase:

$$F_f = \rho_f v_{n,f} S_f = \rho_f \vec{n}_f \cdot \left[\frac{\vec{H}(\vec{v})}{a_P^v} \right]_f S_f - \rho_f (a_P^v)_f^{-1} [\vec{n}_f \cdot (\nabla p)_f] S_f. \quad (3.66)$$

3.2.4 Rubni uvjeti

U diskretiziranoj transportnoj jednadžbi javljaju se veličine ϕ_f i $n_f \cdot (\nabla \phi)_f$ koje predstavljaju vrijednost nepoznate varijable ϕ i njenog normalnog gradijenta u centru stranice f kontrolnog volumena. Te se veličine mogu odrediti uz pomoć shema diskretizacija, ali samo za unutrašnje stranice kontrolnih volumena. Na stranicama koje se nalaze na granicama prostorne domene spomenute se vrijednosti određuju na temelju zadanih rubnih uvjeta. Dirichlet-ov rubni uvjet zadaje vrijednosti nepoznate varijable (ϕ_b) na rubnoj plohi. Neuman-ov rubni uvjet zadaje vrijednost normalne derivacije nepoznate varijable na rubnoj plohi, $n_b \nabla \phi = g_b$. Kako su brzina i tlak u sprezi, potrebno je pažljivo postaviti rubne uvjete za ove veličine. Tako se za ulaz fluida u domenu i na zidovima zadaje vrijednost brzine i nulti gradijent tlaka, a na izlazu fluida iz domene zadaje se vrijednost tlaka i nulti gradijent brzine.

3.2.5 Postupak rješavanja

Konačni numerički model se sastoji od šest sustava lineariziranih algebarskih jednadžbi za tri komponente vektora brzine, tlak, temperaturu i maseni udio svježeg

zraka. Ovi se spregnuti sustavi algebarskih jednadžbi rješavaju segregatnim postupkom pri čemu se veza između brzine i tlaka ostvaruje primjenom postupka rješavanja SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) [8]. Ovo je iterativni postupak koji se sastoji od sljedećih koraka koji se ponavljaju dok se ne postigne konačno rješenje:

- diskretizacija momentne jednadžbe koristeći tlak u centrima ćelija i maseni protok fluida kroz stranice kontrolnih volumena iz prethodne iteracije;
- rješavanje diskretizirane momentne jednadžbe što rezultira s novim poljem brzine u centrima ćelija;
- diskretizacija i rješavanje jednadžbe tlaka što rezultira s novim poljem tlaka u centrima ćelija;
- na temelju izračunatog polja tlaka u centrima ćelija računa se maseni protok fluida kroz stranice ćelija koji zadovoljava jednadžbu kontinuiteta;
- eksplicitna korekcija brzine u centrima ćelija primjenom prethodno izračunatog gradijenta tlaka;
- diskretizacija i rješavanje energetske jednadžbe što rezultira s novim poljem temperature u centrima ćelija;
- diskretizacija i rješavanje transportne jednadžbe za maseni udio svježeg zraka što rezultira s novim masenim udjelima svježeg zraka i dimnih plinova u centrima ćelija;
- računanje polja gustoće i polja specifičnog toplinskog kapaciteta kod konstantnog tlaka u centrima ćelija i centrima stranica ćelija na temelju prethodno izračunatog polja temperature i masenih udjela smjese svježeg zraka i dimnih plinova.

Gore opisani postupak rješavanja (solver) je implementiran u računalnom programu otvorenog koda *OpenFOAM* [9]. Kao predložak za novi solver poslužio je postojeći solver *simpleFoam* koji služi za rješavanje stacionarnog osrednjenog turbulentnog strujanja nestlačivog fluida. Implementiran je novi solver *chimneySimpleFoam* koji omogućava rješavanje stacionarnog osrednjenog turbulentnog strujanja uzrokovano

djelovanjem uzgonskih sila, gdje se uz jednadžbu količine gibanja i jednadžbu kontinuiteta (tlaka), rješava energetska jednadžba i transportna jednadžba za maseni udio zraka u smjesi zraka i dimnih plinova.

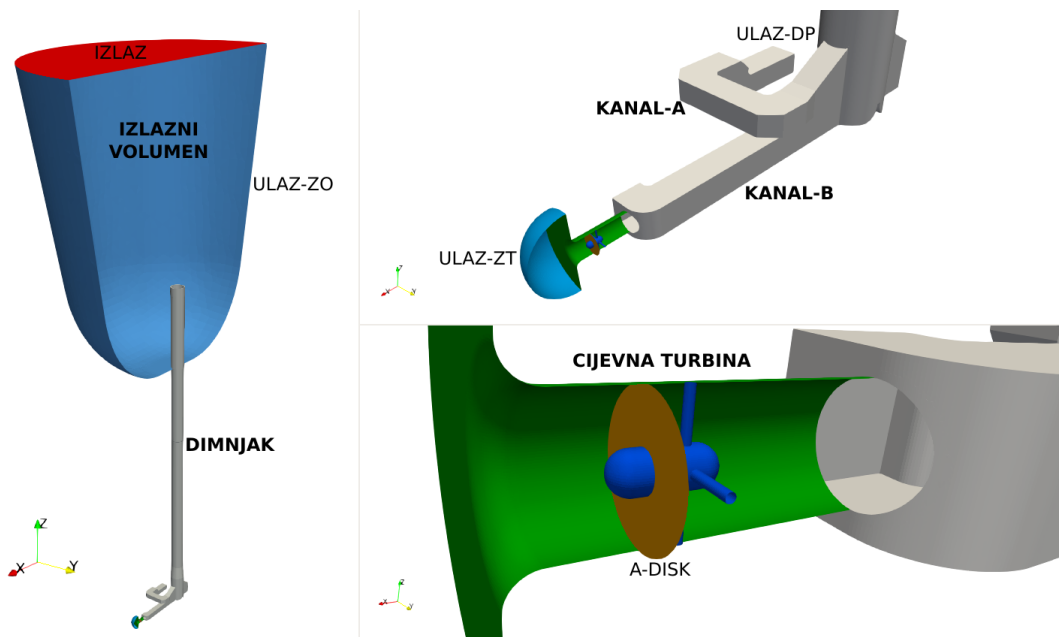
3.3 Simulacija strujanja kroz dimnjak termoelektrane

Prethodno opisani numerički model turbulentnog strujanje mješavine zraka i dimnih plinova, korišten je za provođenje simulacije strujanja kroz dimnjak termoelektrane. U ovom je odjeljku prikazana prostorna domena strujanja fluida, diskretizacija prostorne domene, rubni uvjeti i rezultati simulacije. Na osnovu integralnih rezultata simulacije (protok zraka u ovisnosti o specifičnoj energiji turbine), na kraju je određen projektni protok zraka kroz turbinu i pripadajuća projektna snaga turbine.

3.3.1 Prostorna domena

Prostorna domena rješavanja strujanja sadrži sljedeće komponente: **dimnjak** kao centralni objekt, **izlazni volumen** na vrhu dimnjaka, **kanala A** kroz koji se u dimnjak dovode vrući dimni plinovi iz generatora pare, **cijevna turbina** koja sadrži glavinu, generator i aktuatorski disk (model rotora) i **kanala B** kroz koji se propušta svjež zrak u dimnjak preko cijevne turbine. Kanali A i B imaju kvadratni poprečni presjek dimenzije 3×3 m. Dimnjak visine 200 m u podnožju ima unutarnji promjer 12 m, a na vrhu 8 m. Cijevna turbina je definirana radijusom korijena lopatice (ujedno radijus glavine i generatora) $r_k = 0.3$ m i radijusom vrha lopatice (ujedno radijus cijevi) $r_v = 1.05$ m. Ulazni dio cijevne turbine ima duljinu $L_u = 0.4$ m dok izlazni dio (iza generatora) ima duljinu $L_i = 3.6$ m (vidi sliku 3.1).

Rubna površina prostorne domene se sastoji od krutih stjenki (zidova) i rubnih površina preko kojih fluid ulazi i izlazi iz domene. Svi zidovi se tretiraju na isti način pa ih nije potrebno dijeliti na manje elemente. Osim zidova treba izdvojiti sljedeće



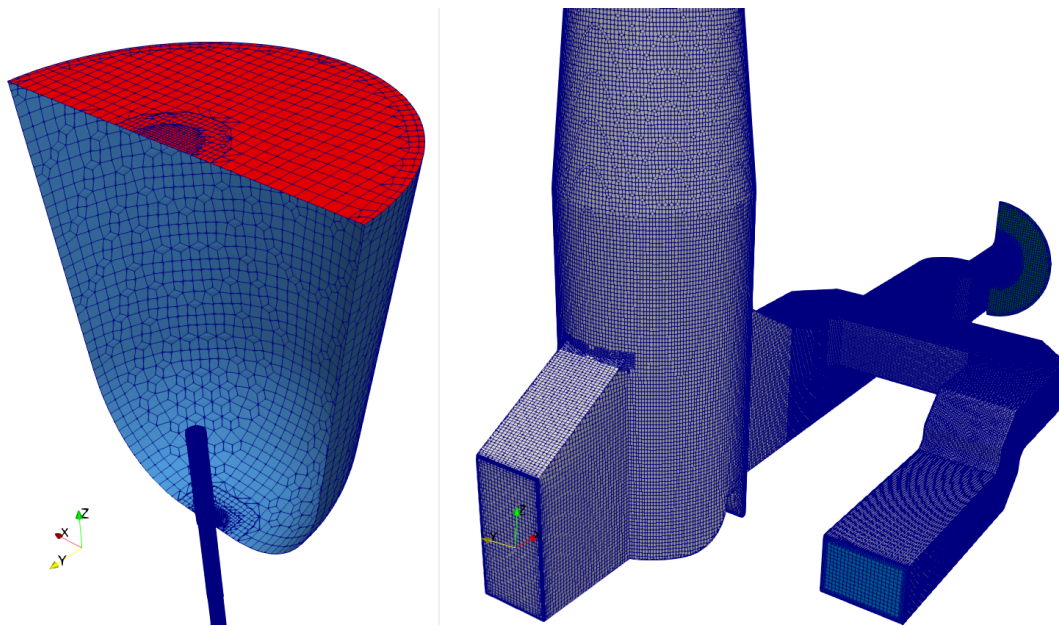
Slika 3.6: Prostorna domena rješavanja strujanja fluida kroz turbinu i dimnjak termoelektrane.

dijelove rubne površine prostorne domene na kojima su primijenjeni posebni rubni uvjeti:

- **ULAZ-DP** - ulaz vrućih dimnih plinova;
- **ULAZ-ZT** - ulaz svježeg zraka u cijevnu turbinu;
- **ULAZ-ZO** - ulaz svježeg zraka iz okoline u izdvojeni izlazni volumen;
- **IZLAZ** - izlaz smjese svježeg zraka i vrućih dimnih plinova iz izlaznog volumena u okolinu;
- **A-DISK** - unutarnja površina na kojoj se primjenjuje model aktuatorskog diska opisan u odjeljku 3.1.1.

3.3.2 Diskretizacija prostorne domene

Prostorna domena prikazana u prethodnom odjeljku diskretizirana je primjenom računalnog programa otvorenog koda *cfMesh* [10]. Mreža se sastoji od 4.324.758 kontrolnih volumena od kojih je većina heksaedarskog oblika, dok se manji dio odnosi na prizme, piramide, tetraedre i proizvoljne poliedre. Maksimalna neortogonalnost mreže iznosi 63.21° , dok je prosječna neortogonalnost 5.24° , što čini mrežu zado-



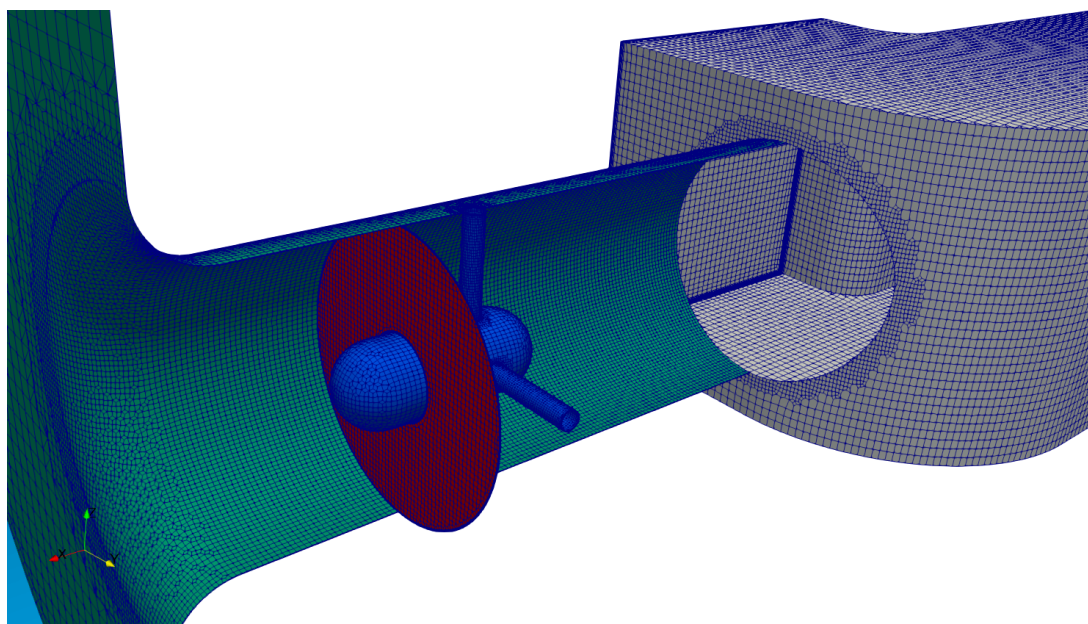
Slika 3.7: Diskretizacija granice prostorne domene u području podnožja dimnjaka.

voljavajuće kvalitete. Da bi se pravilno obračunao utjecaj graničnog sloja koji se razvija na zidovima prostorne domene, potrebno je unutar graničnog sloja imati dovoljan broj slojeva kontrolnih volumena. Ovo se ocjenjuje na temelju bezdimenzijske udaljenosti y^+ centra ćelija koje se nalaze uz zid. Tako na primjer, prosječni y^+ na stjenci dimnjaka kod maksimalnog protoka dimnih plinova iznosi 60 što je u skladu s zahtjevima logaritamskih zidnih funkcija, koje se primjenjuju za računanje tangencijalnog trenja na zidovima, kao i za definiranje rubnih uvjeta za jednažbe modela turbulencije.

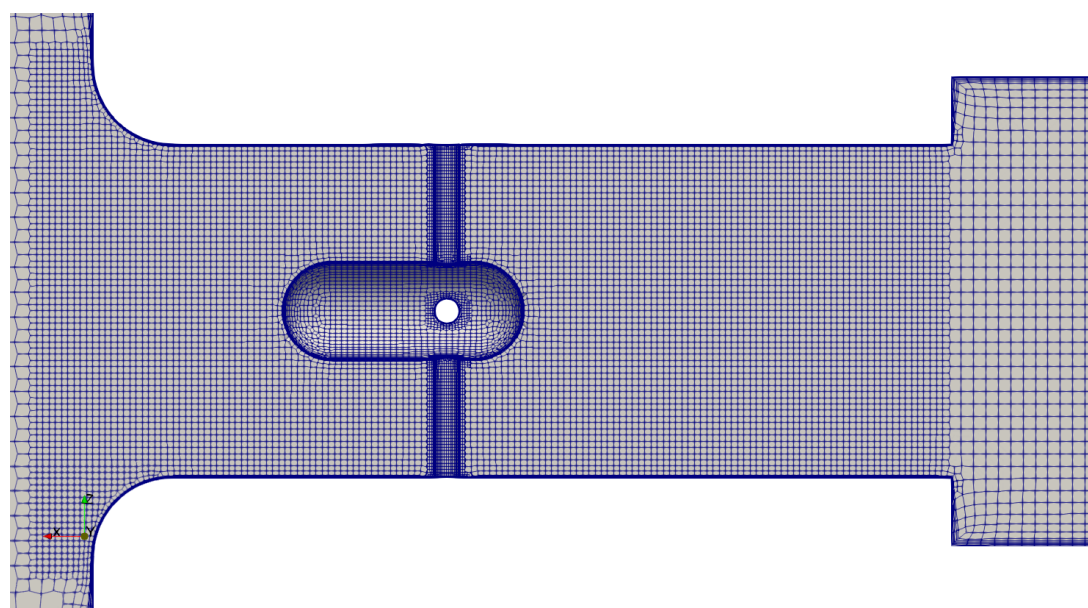
3.3.3 Rubni uvjeti

Rubne uvjete je potrebno zadati za sve transportne jednažbe matematičkog modela koji opisuje promatrani problem. Tako je potrebno zadati rubne uvjete za vektor brzine (\vec{v}), dinamički tlak (p), turbulentnu kinetičku energiju (k), specifičnu brzinu turbulentne disipacije (ω), temperaturu i maseni udio zraka u promatranoj dvokomponentnoj smjesi zraka i dimnih plinova.

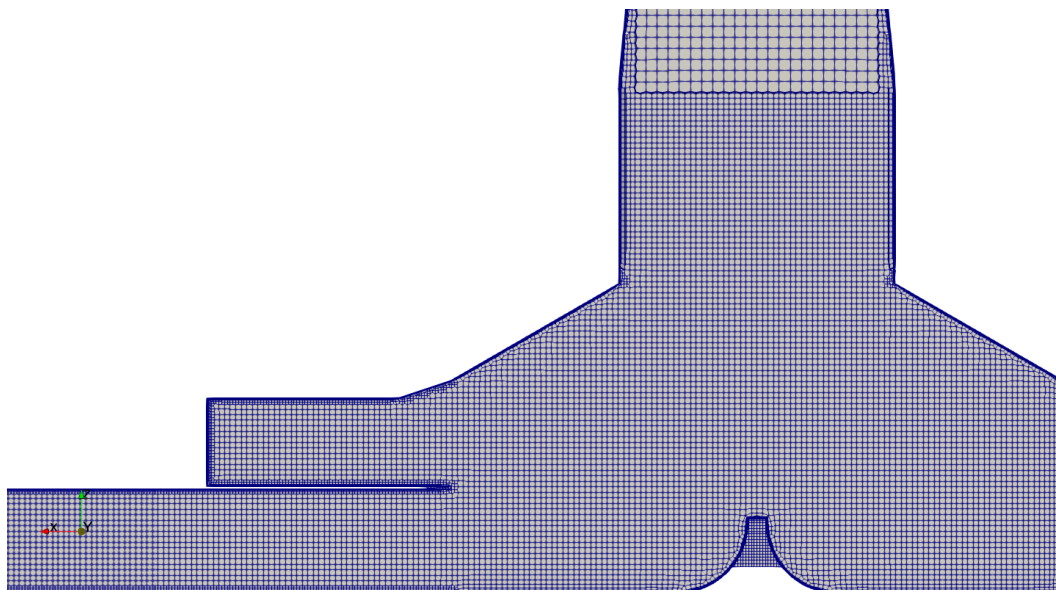
Na rubnim površinama prostorne domene opisanim u odjeljku 3.3.1 primjenjuju



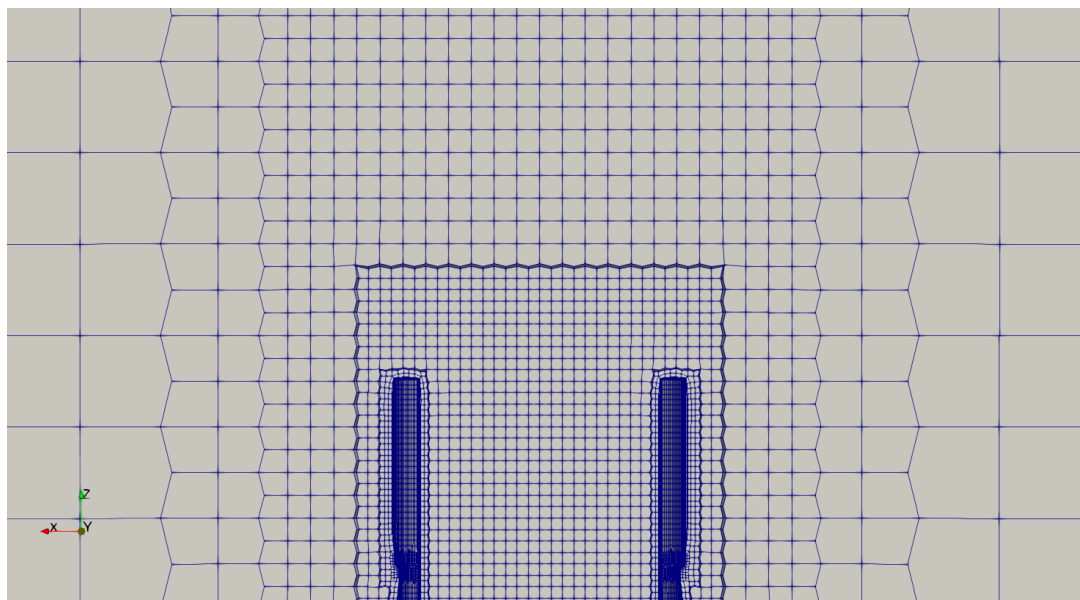
Slika 3.8: Diskretizacija granice prostorne domene u području cijevne turbine.



Slika 3.9: Diskretizacija prostorne domene u području cijevne turbine.



Slika 3.10: Diskretizacija prostorne domene u području podnožja dimnjaka.



Slika 3.11: Diskretizacija prostorne domene u području izlaza iz dimnjaka.

se sljedeći rubni uvjeti:

1. **ZIDOVI** - mirujuće, nepropusne, adijabatske krute stijenke:
 - zadana nulta vrijednost brzine, a tangencijalno trenje se računa na osnovu odgovarajuće zidne funkcije;
 - zadana nulta vrijednost normalne derivacije tlaka;
 - zadana nulta vrijednost normalne derivacije temperature (adijabatski zid);
 - zadana nulta vrijednost normalne derivacije masenog udjela zraka (nepropusni zid);
 - rubni uvjet za k i ω definiran zidnom funkcijom k - ω SST modela turbulencije.

2. **ULAZ-DP** - ulaz vrućih dimnih plinova definiran zadanim masenim protokom:
 - zadana vrijednost brzine na osnovu zadanog masenog protoka vrućih dimnih plinova;
 - zadana nulta vrijednost normalne derivacije tlaka;
 - zadana vrijednost temperature vrućih dimnih plinova na ulazu u kanal A koja je u svim analizama iznosila 150°C ;
 - zadana vrijednost masenog udjela zraka u dvokomponentnoj smjesi zraka i dimnih plinova koja iznosi 0;
 - zadana vrijednost turbulentne kinetičke energije koja se računa na osnovu zadane vrijednosti intenziteta turbulencije $I = 3 \%$;
 - zadana vrijednost specifične brzine turbulentne disipacije koja se računa na osnovu zadane vrijednosti hidrauličkog promjera $D_h = 3 \text{ m}$.

3. **ULAZ-ZT** - ulaz svježeg zraka iz okoline u cijevnu turbinu definiran zadanim zaustavnim modificiranim tlakom:
 - smjer vektora brzine je okomit na promatranu granicu, a intenzitet vektora brzine se računa na osnovu masenog protoka koji je rezultat rješavanja jednadžbe tlaka;
 - vrijednost modificiranog tlaka računa se na osnovu zadane vrijednosti

zaustavnog modificiranog tlaka 0 Pa i dinamičkog modificiranog tlaka iz prethodne iteracije;

- zadana vrijednost temperature svježeg zraka koja je u svim analizama iznosila 5°C;
- zadana vrijednost masenog udjela zraka u dvokomponentnoj smjesi zraka i dimnih plinova koja iznosi 1;
- zadana vrijednost turbulentne kinetičke energije koja se računa na osnovu zadane vrijednosti intenziteta turbulencije $I = 1 \%$;
- zadana vrijednost specifične brzine turbulentne disipacije koja se računa na osnovu zadane vrijednosti hidrauličkog promjera $D_h = 2.1$ m.

4. **ULAZ-ZO** - ulaz svježeg zraka iz okoline u proizvoljni izlazni volumen određen zadanim zaustavnim modificiranim tlakom:

- smjer vektora brzine je okomit na promatranu granicu, a intenzitet vektora brzine se računa na osnovu masenog protoka koji je rezultat rješavanja jednadžbe tlaka;
- vrijednost modificiranog tlaka računa se na osnovu zadane vrijednosti zaustavnog modificiranog tlaka 0 Pa i dinamičkog modificiranog tlaka iz prethodne iteracije;
- zadana vrijednost temperature svježeg zraka koja je u svim analizama iznosila 5°C;
- zadana vrijednost masenog udjela zraka u dvokomponentnoj smjesi zraka i dimnih plinova koja iznosi 1;
- zadana vrijednost turbulentne kinetičke energije koja se računa na osnovu zadane vrijednosti intenziteta turbulencije $I = 1 \%$;
- zadana vrijednost specifične brzine turbulentne disipacije koja se računa na osnovu zadane vrijednosti omjera turbulentne i molekularne viskoznosti $\frac{\mu_t}{\mu} = 0.5$.

5. **IZLAZ** - izlaz smjese zraka i dimnih plinova iz izlaznog volumena definiran zadanim modificiranim tlakom:

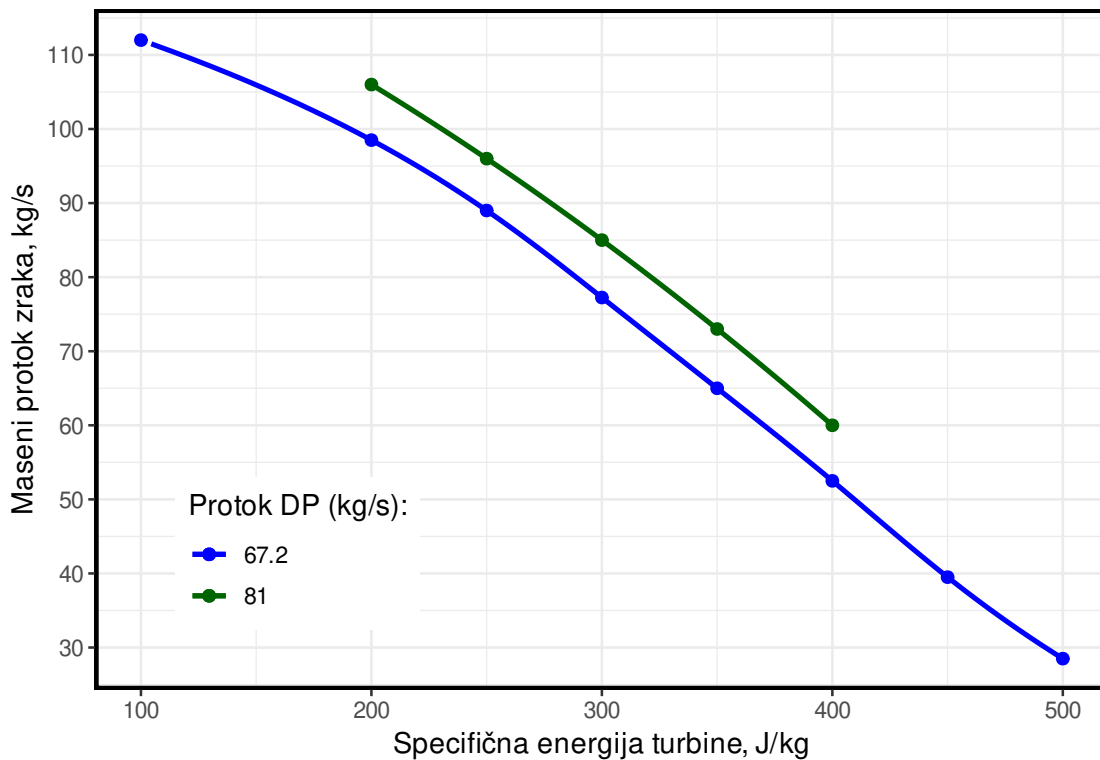
- zadana nulta vrijednost normalne derivacije vektora brzine;
- zadana vrijednost modificiranog tlaka 0 Pa;
- zadana nulta vrijednost normalne derivacije temperature;
- zadana nulta vrijednost normalne derivacije masenog udjela zraka u smjesi;
- zadana nulta vrijednost normalne derivacije turbulentne kinetičke energije;
- zadana nulta vrijednost normalne derivacije specifične brzine turbulentne disipacije;

6. **ADISK** - unutarnja granica prostorne domene (interface) na kojoj se primjenjuje model aktuatorskog diska:

- zadana konstantna vrijednost specifične mehaničke energije rotora turbine ($w_t = \text{konst.}$);
- zadan broj okretaja rotora turbine $n = 800 \text{ min}^{-1}$;
- zadana hidraulička iskoristivost rotora $\eta_h = 0.8$;
- zadan je prirast tangencijalne komponente brzine na disku u smjeru strujanja prema izrazu (3.7);
- zadan je pad modificiranog tlaka na disku u smjeru strujanja prema izrazu (3.8);
- sve ostale veličine su kontinuirane kroz disk.

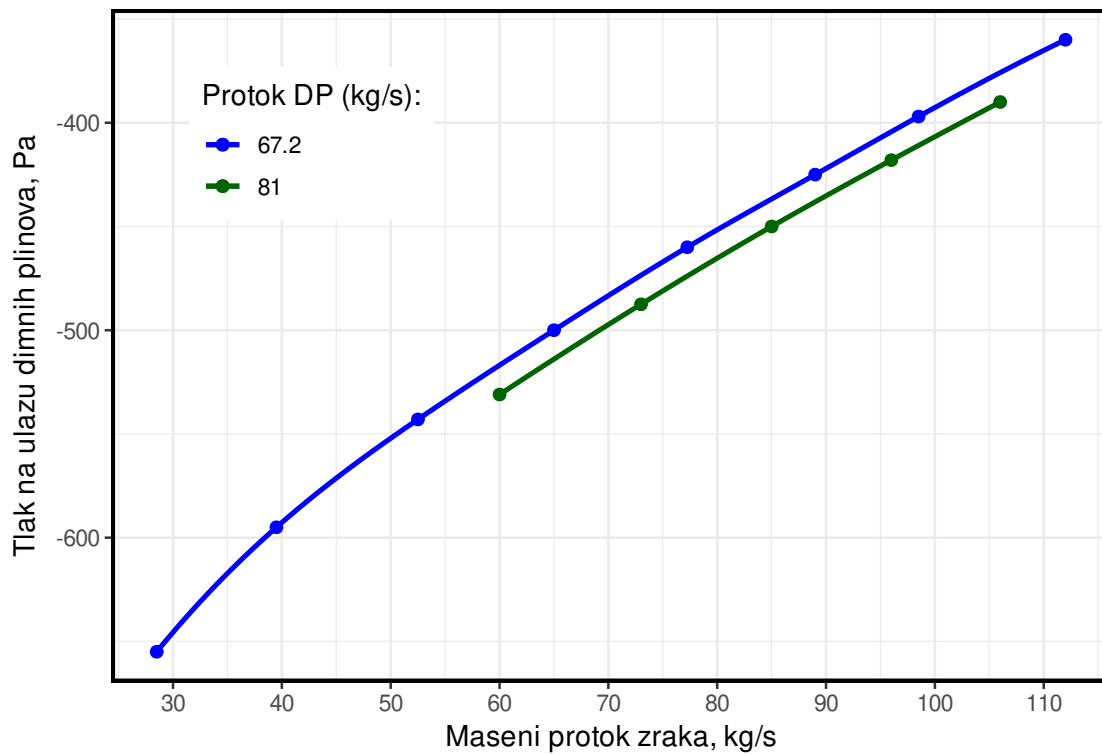
3.3.4 Rezultati simulacije

Simulacije su provedene za dva tipična masena protoka vrućih dimnih plinova: $q_{m,0} = 67.2 \text{ kg/s}$ i $q_{m,1} = 81 \text{ kg/s}$. Protok $q_{m,0}$ se najčešće ostvaruje, dok je protok $q_{m,1}$ maksimalni mogući protok. Temperatura dimnih plinova na ulazu u kanal A iznosila je 150°C , a svojstva u ovisnosti o temperaturi su definirana u odjeljku 3.1.2. Maseni protok zraka ovisi o specifičnoj mehaničkoj energiji koja se oduzima toku svježeg zraka pri prolasku kroz rotor turbine (aktuatorski disk). Specifična mehanička energija turbine mijenja se u rasponu od 100 J/kg do 500 J/kg . Rezultantni maseni protok svježeg hladnog zraka u ovisnosti o specifičnoj mehaničkoj energiji turbine za



Slika 3.12: Maseni protok zraka kao funkcija specifične energije turbine.

dva masena protoka dimnih plinova prikazan je na slici 3.12. Od integralnih veličina praćen je još srednji tlaka (podtlak) dimnih plinova na ulazu (3.13) i prosječna temperatura smjese na izlazu iz dimnjaka 3.14. Na osnovu masenog protoka svježeg zraka može se odrediti snaga turbine kao umnožak masenog protoka zraka i specifične mehaničke energije: $P_t = q_{m,z} w_t$, pri čemu treba voditi računa da je maseni protok zraka ovisan o specifičnoj mehaničkoj energiji turbine kako je to prikazano na slici 3.12. Na slici 3.15 je prikazana ovisnost snage turbine o masenom protoku zraka za dva promatrana masena protoka vrućih dimnih plinova, gdje se na sekundarnoj apscisi može dodatno očitati prosječna aksijalna komponenta brzine zraka u području aktuatorskog diska odnosno rotora turbine. Iz dijagrama na slici 3.15 se može vidjeti kako kod svakog promatranog protoka dimnih plinova postoji optimalni maseni protok svježeg zraka kod kojeg je snaga turbine maksimalna. U tablici 3.6 su za svaki od dva promatrana masena protoka vrućih dimnih plinova prikazani optimalni protoci svježeg zraka i odgovarajuće maksimalne snage. Na osnovu izloženog, može se zaključiti da turbinu treba projektirati za slučaj maksimalnog protoka dimnih



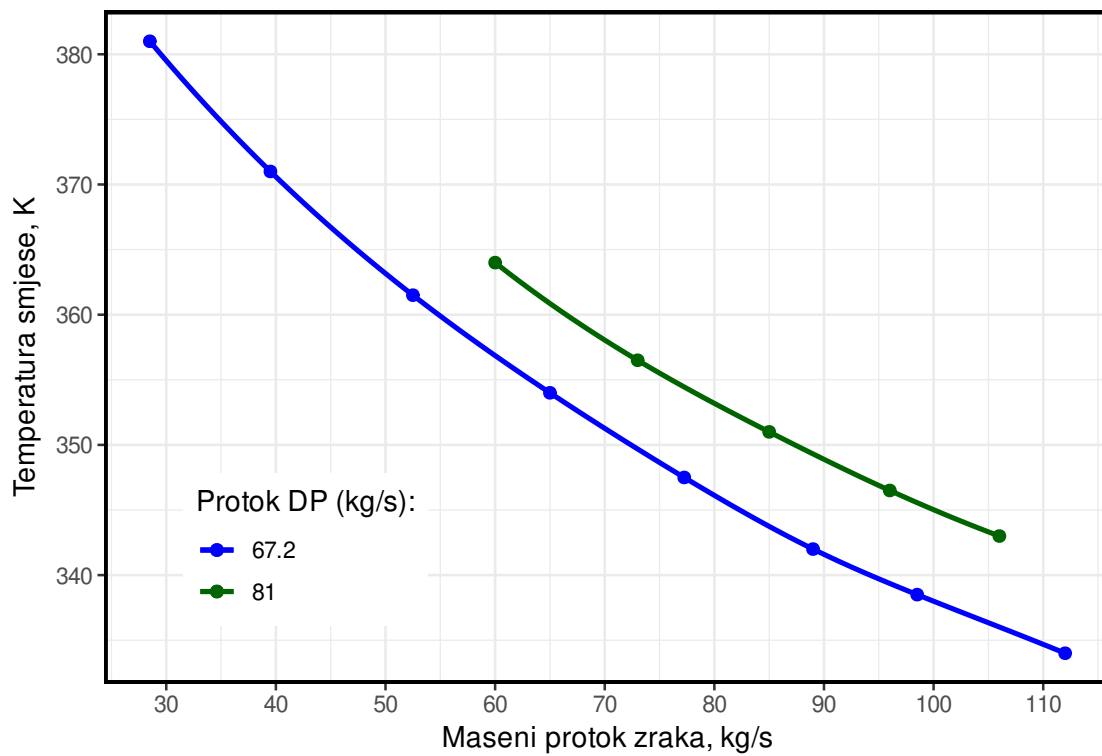
Slika 3.13: Potlak na ulazu dimnih plinova kao funkcija masenog protoka svježeg zraka.

plinova ($q_{m,1} = 81 \text{ kg/s}$) kod kojeg se dobiva maksimalna snaga turbine od 25.716 kW kod optimalnog protoka svježeg zraka od 79 kg/s. Naravno pri tome treba voditi računa da u odabranom slučaju podtlak dimnih plinova na ulazu u kanal A iznosi -470 Pa što se mora osigurati na uzvodnoj strani.

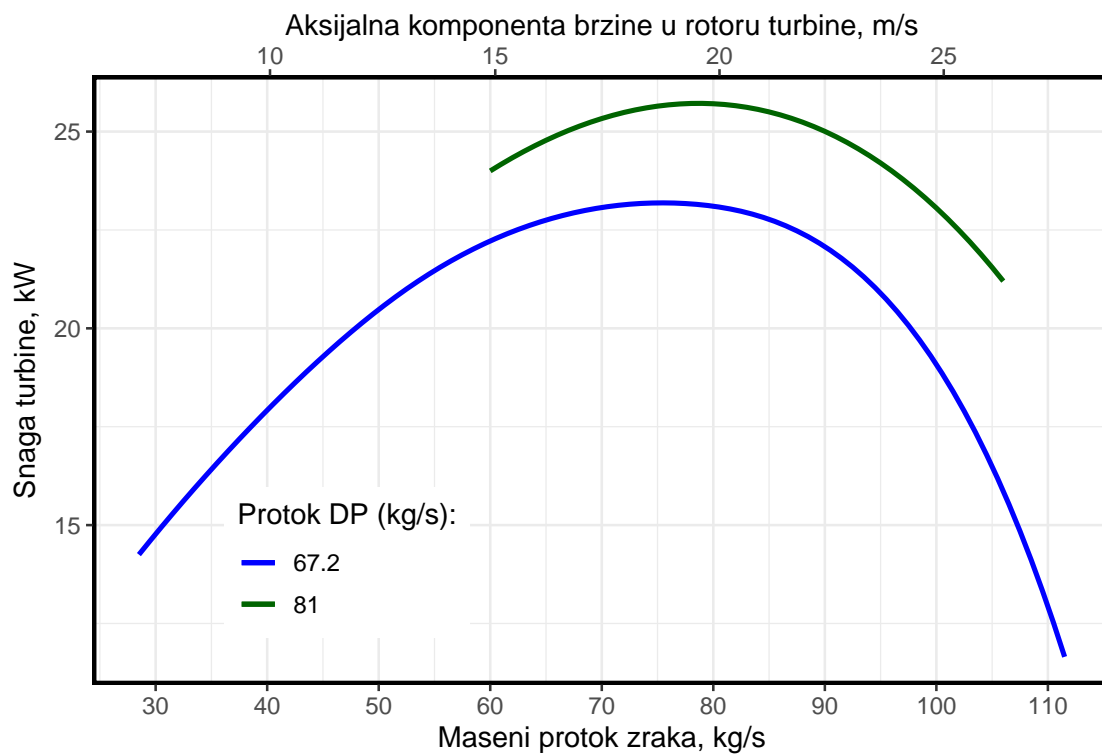
Tablica 3.6: Maksimalna snaga turbine u ovisnosti o volumenskom protoku vrući dimnih plinova

$q_m, \text{ kg/s}$	$(q_{m,z})_{opt}, \text{ kg/s}$	$(v_a)_{opt}, \text{ m/s}$	$(P_t)_{max}, \text{ W}$
67.2	75.5	18.75	23187.99
81.0	79.0	19.62	25716.36

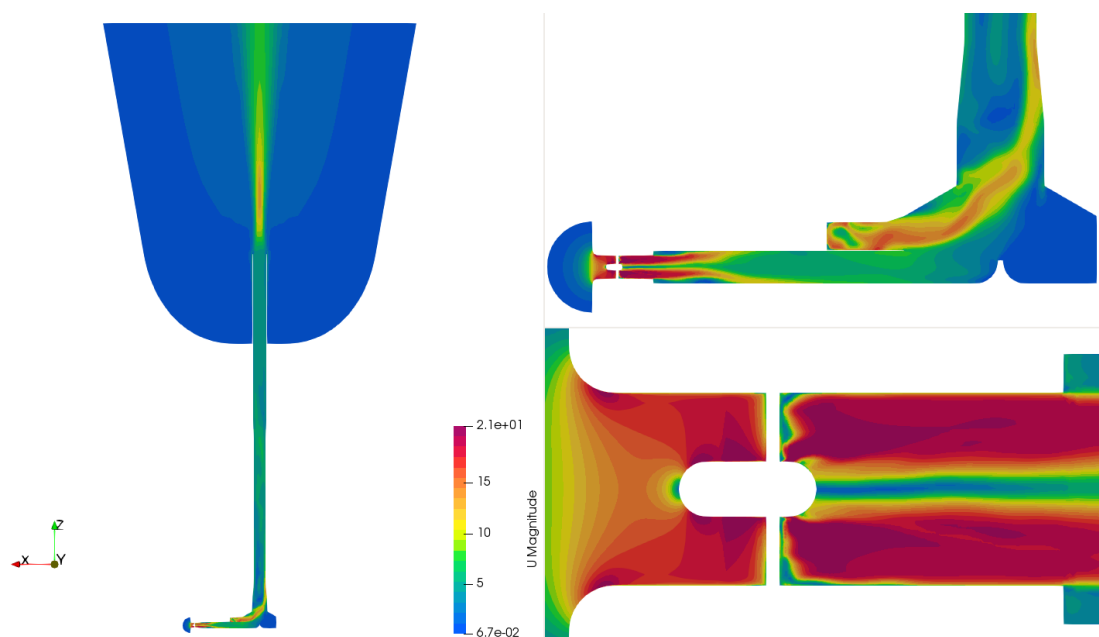
U nastavku su prikazana polja brzine, tlaka, temperature, masenog udjela zraka i gustoće u vertikalnom poprečnom presjeku koji sadrži os dimnjaka i os aksijalne cijevne turbine. Ovi su rezultati prikazani za protok dimnih plinova $q_{m,1} = 81 \text{ kg/s}$ za specifičnu mehaničku energiju turbine $w_t = 350 \text{ J/kg}$ što odgovara režimu strujanja koji je najbliži optimalnom.



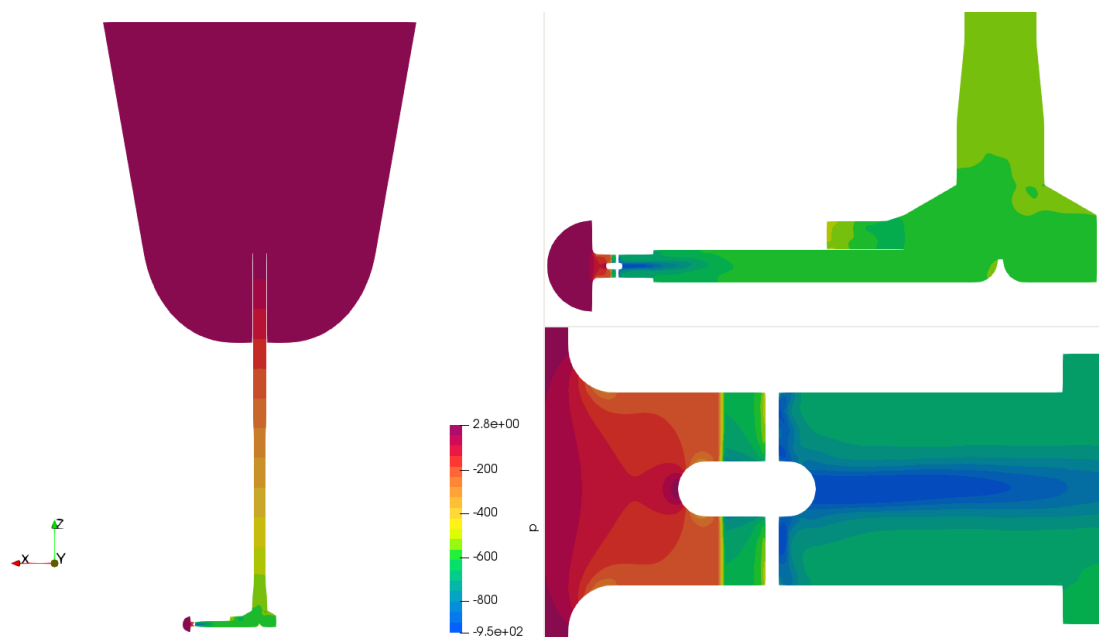
Slika 3.14: Temperatura smjese na izlazu iz dimnjaka kao funkcija mase-nog protoka svježeg zraka.



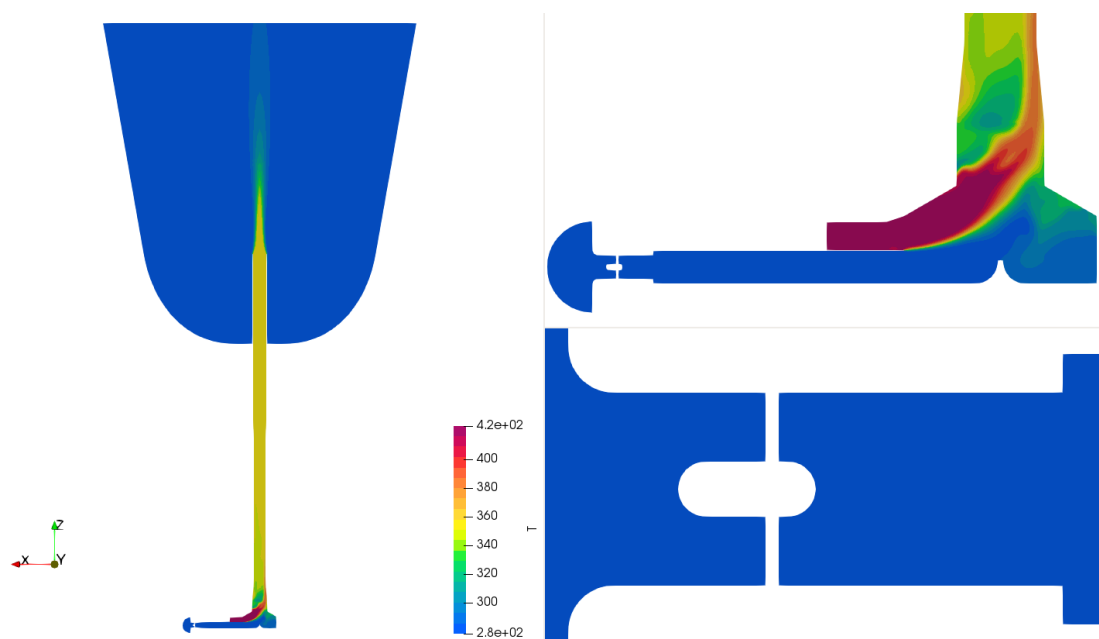
Slika 3.15: Snaga turbine kao funkcija masenog protoku zraka.



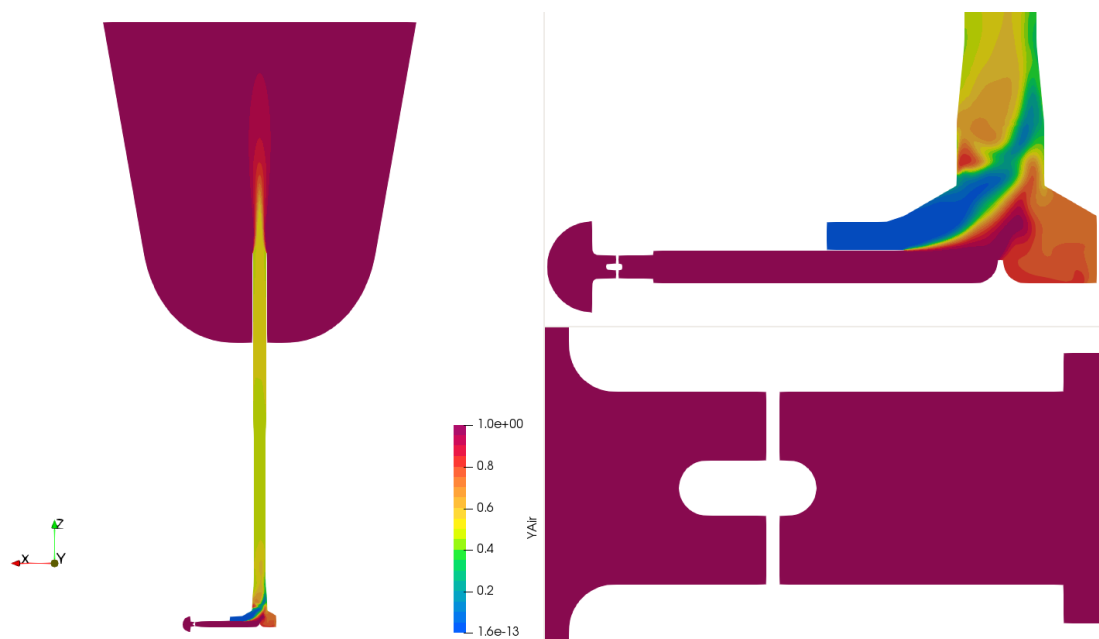
Slika 3.16: Polje intenziteta brzine fluida u vertikalnoj ravnini simetrije dimnjaka i turbine.



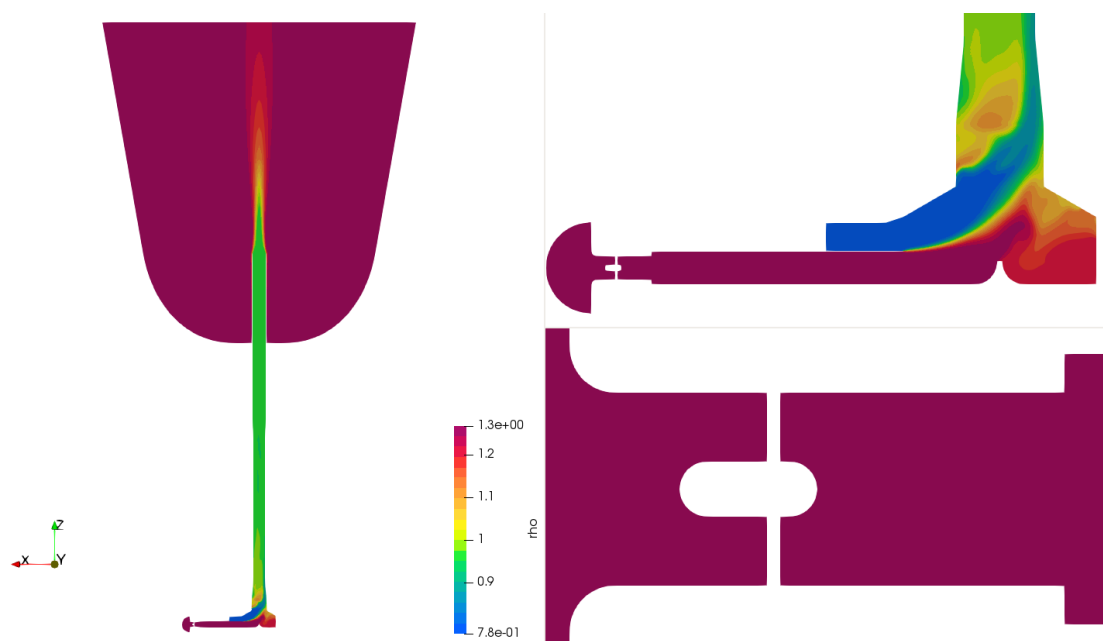
Slika 3.17: Polje modificiranog tlaka u vertikalnoj ravnini simetrije dimnjaka i turbine.



Slika 3.18: Polje temperature u vertikalnoj ravnini simetrije dimnjaka i turbine.



Slika 3.19: Polje masenog udjela zraka u vertikalnoj ravnini simetrije dimnjaka i turbine.



Slika 3.20: Polje gustoće u vertikalnoj ravnini simetrije dimnjaka i turbine.

Poglavlje 4

Oblikovanje rotorske lopatice aksijelne cijevne turbine

Strujanje unutar međulopatičnih kanala aksijalnog turbostroja je u općem slučaju trodimenzionalno. Dvodimenzionalna aproksimacija se dobiva razvijanjem cilindričnog presjeka lopatica u ravninu. Na taj se način dobiva ravna rešetka tj. red dvodimenzionalnih lopatica. Dvodimenzionalno strujanje kroz ravnu rešetku se može smatrati reprezentativnim za realno trodimenzionalno strujanje ukoliko je zadovoljen uvjet radijalne ravnoteže kojim se sprječava razvoj radijalne komponente brzine. Uvjet radijalne ravnoteže je moguće zadovoljiti na više načina. Najjednostavniji je primjena uvjeta slobodnog vrtloga, tj. konstantnog momenta tangencijalne količine gibanja od korijena do vrha lopatice ($v_u r = \text{konst.}$). Ovaj se pristup koristi za oblikovanje profila rotorske lopatice u ovom radu.

Lopatica rotora cijevne aksijalne turbine je oblikovana za sljedeće ulazne parametre koji su određeni u prethodnom poglavlju:

- Volumenski protok zraka: $q_v = 62.4 \text{ m}^3/\text{s}$
- Snaga turbine: $P_t = 25.716 \text{ W}$
- Specifična mehanička energija turbine: $w_t = P_t/(\rho q_v) = 326 \text{ J/kg}$
- Radijus korijena lopatice: $r_k = 0.3 \text{ m}$

- Radijus vrha lopatice: $r_v = 1.05$ m
- Duljina tetive profila u korijenu rotorske lopatice: $c_k = 0.26$ m
- Duljina tetive profila na vrhu rotorske lopatice: $c_v = 0.2$ m
- Relativna maksimalna debljina profila lopatice: $t = 0.1$

Duljina tetive profila i maksimalna relativna debljina profila su parametri koji određuju čvrstoću lopatice. U ovom je radu maksimalna relativna debljina profila i raspodjela duljine tetive profila preuzeta od postojeće lopatice koja se može naći na tržištu, a zadovoljava uvjete čvrstoće za usporediv režim rada.

4.1 Broj rotorskih lopatica

Ukoliko je duljina tetive profila lopatice zadana, zahtijevani se zakret relativnog toka u rotoru turbine osigurava pravilnim odabirom broja lopatica. Preveliki će broj lopatica rezultirati s povećanim gubicima zbog trenja na površini lopatica i cijenom same turbine. Ukoliko je broj lopatica premali, dolazi do opasnosti od odvajanja toka što znači da nije moguće postići zahtijevani zakret relativnog toka. Optimalni broj lopatica je moguće odrediti primjenom postupka koji je opisan u odjeljku 2.3.4, gdje se primjenom Zweifel-ovog koeficijenta tangencijalne sile računa optimalni korak ravne rešetke iz kojeg onda slijedi i optimalni broj lopatica.

Postupak određivanja optimalnog broja lopatica rotora aksijalne turbine je potrebno provesti u korijenu lopatice budući da je tamo zbog primjene uvjeta slobodnog vrtloga potrebno postići najveći zakret toka. Primjenom izraza (2.19) dobiva se optimalni aksijalni soliditet rešetke σ_a tj. optimalni soliditet rešetke $\sigma = \sigma_a / \cos \beta_m$. Prema tome, za određivanje optimalnog soliditeta rešetke potrebno je u korijenu lopatice izračunati kutove relativnog toka na ulazu i izlazu iz rotora prema sljedećim izrazima (vidi sliku 3.2):

$$\beta_1 = \operatorname{tg} \frac{u}{v_a}, \quad (4.1)$$

$$\beta_2 = \operatorname{tg} \frac{u + v_{2u}}{v_a}, \quad (4.2)$$

gdje su obodna brzina u , aksijalna komponenta brzine v_a i tangencijalna komponenta apsolutne brzine na izlazu iz rotora v_{2u} definirani u odjeljku 3.1.1. Kut srednje relativne brzine je definiran sljedećim izrazom:

$$\beta_m = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{1}{2} (\operatorname{tg} \beta_1 + \operatorname{tg} \beta_2) \right]. \quad (4.3)$$

U promatranom se slučaju u korijenu rotorske lopatice dobiva sljedeće: $\beta_1 = 52.03^\circ$, $\beta_2 = 62.7^\circ$, $\beta_m = 58.2^\circ$ i soliditet u korijenu lopatice $\sigma_k = 0.66$. Uzimajući u obzir definiciju soliditeta, slijedi korak rešetke u korijenu lopatice:

$$s_k = \frac{c_k}{\sigma_k} = 0.4 \text{ m}, \quad (4.4)$$

odnosno broj lopatica

$$z_b = \frac{2\pi r_k}{s_k} = 5. \quad (4.5)$$

U ovom je radu lopatica turbine oblikovana za slučaj 13 rotorskih lopatica što je određeno glavinom koja će se koristiti pri izvedbi turbine. Prethodna je analiza provedena kako bi se ukazalo da je odabrani broj lopatica značajno veći od optimalnog, što će generirati nepotrebne gubitke.

4.2 Aeroprofil i ravninska rešetka

U ovom je radu za definiranje profila rotorske lopatice korišten četveroznamenasti NACA profil, gdje četiri znamenke u oznaci profila imaju sljedeće značenje:

- prva znamenka opisuje maksimalni odmak srednje linije profila od tetive
- druga znamenka opisuje udaljenost maksimalnog odmaka srednje linije od prednjeg ruba profila u desetinkama tetive,
- posljednje dvije znamenke opisuju maksimalnu debljinu profila kao postotak tetive.

Srednja linija (skeletnica) profila definirana je sljedećom jednadžbom:

$$y_m = \begin{cases} m \cdot \left(2 \cdot p \cdot x - \frac{x^2}{p^2} \right), 0 \leq x \leq p \\ m \cdot \left[(1 - 2 \cdot p) + 2 \cdot p \cdot x - \frac{x^2}{(1-p)^2} \right], p \leq x \leq c, \end{cases} \quad (4.6)$$

gdje je m maksimalni odmak srednje linije profila, a p položaj maksimalnog odmaka.

Derivacija funkcije (4.6) glasi:

$$y'_m = \begin{cases} m \cdot \left(2 \cdot p - 2 \cdot \frac{x}{p^2} \right), 0 \leq x \leq p \\ m \cdot \left(2 \cdot p - 2 \cdot \frac{x}{(1-p)^2} \right), p \leq x \leq c. \end{cases} \quad (4.7)$$

Debljina profila je definirana sljedećom jednadžbom:

$$y_t = t \cdot \left(0.2969 \cdot \sqrt{x} - 0.126 \cdot x - 0.3516 \cdot x^2 + 0.2843 \cdot x^3 - 0.1015 \cdot \frac{x^4}{0.2} \right), \quad (4.8)$$

gdje je y_t polovina debljine profila na udaljenosti x , t je maksimalna relativna debljina profila u odnosu na duljinu tetive, x pozicija uzduž tetive jedinične duljine. Zbog tehnoloških se razloga uvodi zadebljanje izlaznog brida na način da se jednadžbi (4.8) dodaje korekcija:

$$y_t = y_t + \Delta t \cdot x^5, \quad (4.9)$$

gdje je u promatranom slučaju $\Delta t = 0.05t$.

Debljina profila y_t dodaje se okomito na skeletnicu te se na taj način dobiva konačni oblik profila. Gornja je strana profila definirana sljedećim jednadžbama:

$$x_u = x - y_t \sin(\text{tg}^{-1} y'_m), \quad (4.10)$$

$$y_u = y + y_t \cos(\text{tg}^{-1} y'_m), \quad (4.11)$$

dok je donja strana profila definirana sljedećim izrazima:

$$x_1 = x + y_t \cdot \sin(\operatorname{tg}^{-1} y'_m), \quad (4.12)$$

$$y_1 = y - y_t \cdot \cos(\operatorname{tg}^{-1} y'_m). \quad (4.13)$$

Maksimalno odstupanje srednje linije profila (m) za zadani kut zakreta srednje linije (ϕ) se dobiva rješavanjem sljedeće nelinearne jednadžbe:

$$\operatorname{tg}^{-1}\left(2 \cdot \frac{m}{p}\right) + \operatorname{tg}^{-1}\left(2 \cdot \frac{m}{1-p}\right) - \phi \frac{\pi}{180} = 0, \quad (4.14)$$

gdje je prvi član derivacija jednadžbe skeletnice (4.6) na ulaznom bridu ($x = 0$), drugi član je derivacija jednadžbe skeletnice na izlaznom bridu ($x = 1$), a ϕ je kut zakreta skeletnice. Lokacija p maksimalnog odmaka srednje linije u ovom se radu nalazi na polovici duljine tetive, tj. $p = 0.5$. Na slici 4.1 je prikazan profil u rešetki i istaknuti su kut zakreta toka θ , kut zakreta srednje linije profila ϕ , upadni kut lopatice i te kut postave profila γ . U ovom je radu lopatica oblikovana s nultim upadnim kutom po cijeloj svojoj visini. Kut zakreta relativnog toka je definiran sljedećim izrazima:

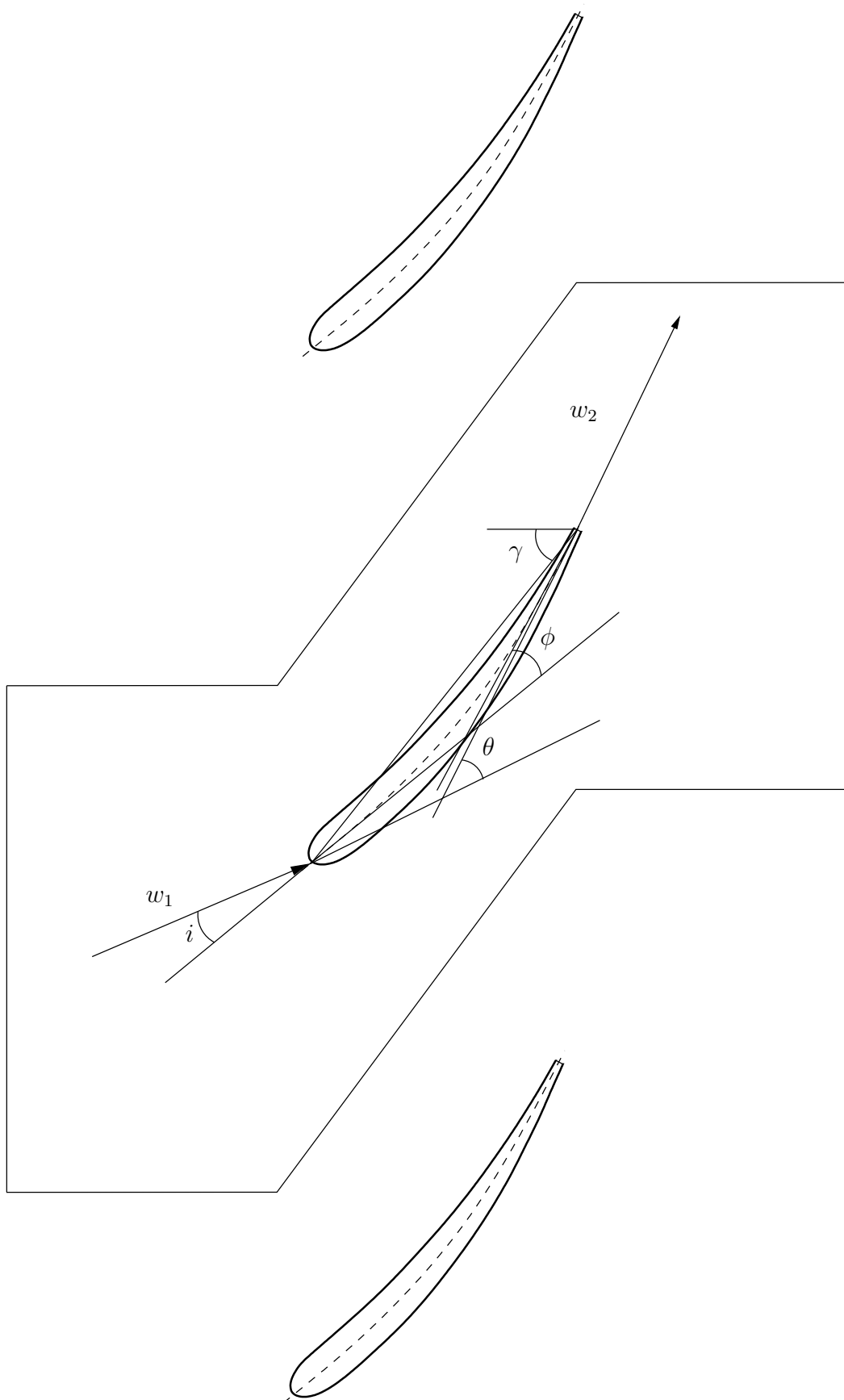
$$\theta = \beta_2 - \beta_1, \quad (4.15)$$

gdje su kutovi relativnog toka β_1 i β_2 definirani jednadžbama (4.1), (4.2).

Budući da je upadni kut lopatice konstantan, jedini način na koji je moguće korigirati oblik lopatice kako bi se postigla tražena specifična mehanička energija turbine je korekcija kuta zakreta profila. Zbog toga je ovaj kut definiran na sljedeći način:

$$\phi = \theta + \Delta\beta, \quad (4.16)$$

gdje je $\Delta\beta$ korekcija kuta zakreta profila koja se određuje numerički tako da se postigne tražena specifična energija turbine w_t . Na kraju je kut postave profila



Slika 4.1: Kut zakreta lopatice i relativnog toka.

definiran ulaznim kutom relativnog toka i kutom zakreta profila:

$$\gamma = \beta_1 + \frac{\phi}{2}, \quad (4.17)$$

gdje je za promatrani slučaj ulazni kut relativnog toka jednak ulaznom kutu lopatice.

Korak lopatice se računa u ovisnosti o radijusu primjenom sljedećeg izraza:

$$s(r) = \frac{2\pi r}{z_b}. \quad (4.18)$$

Lopatice je podijeljena po visini na proizvoljan broj segmenata, a duljina tetive profila lopatice se mijenja linearno od korijena do vrha lopatice.

4.3 Postupak oblikovanja rotorske lopatice

Ovako postavljen problem oblikovanja profila lopatice svodi se na određivanje korekcije kuta zakreta srednje linije profila $\Delta\beta$ na način da se postigne zadana specifična mehanička energija turbine. U ovom se radu korekcija zakreta skeletnice profila određuje provođenjem numeričkih simulacija turbulentnog strujanja nestlačivog fluida kroz odgovarajuću dvodimenzionalnu rešetku. Numerički model strujanja fluida je pojednostavljeni oblik modela opisanog u poglavlju 3, gdje je gustoća konstantna i jednaka je gustoći svježeg zraka koji ulazi u turbinu iz okoline.

Iterativni postupak određivanja oblika profila lopatice je implementiran u programskom jeziku *Python*, gdje je kodirana klasa koja definira NACA profil, te klasa koja definira periodičnu prostornu domenu dvodimenzionalne rešetke s jednom lopaticom. Diskretizacija periodičke prostorne domene zapisane u STL formatu se provodi primjenom računalnog programa *cfMesh*. Numeričko rješavanje strujanja kroz dvodimenzionalnu rešetku izvodi se primjenom računalnog programa *OpenFOAM* i pripadajućeg solvera *simpleFoam*.

Na slici 4.2 je prikazana periodička prostorna domena dvodimenzionalne rešetke s istaknutim dijelovima rubova domene na kojima je potrebno zadati adekvatne rubne

uvjete za vektor brzine (\vec{v}), kinematički tlak (p), turbulentnu kinetičku energiju (k) i specifičnu brzinu turbulentne disipacije (ω):

1. Profil:

- zadana nulta vrijednost brzine, a tangencijalno trenje se računa na osnovu odgovarajuće zidne funkcije;
- zadana nulta vrijednost normalne derivacije tlaka;
- rubni uvjet za k i ω definiran zidnom funkcijom k - ω SST modela turbulencije.

2. Ulaz:

- x komponenta vektora brzine jednaka je brzini v_a , dok je y komponenta vektora brzine jednaka brzini u ;
- zadana vrijednost turbulentne kinetičke energije koja se računa na osnovu zadane vrijednosti intenziteta turbulencije $I = 3 \%$;
- zadana vrijednost specifične brzine turbulentne disipacije $\omega = 1000 \cdot k$.

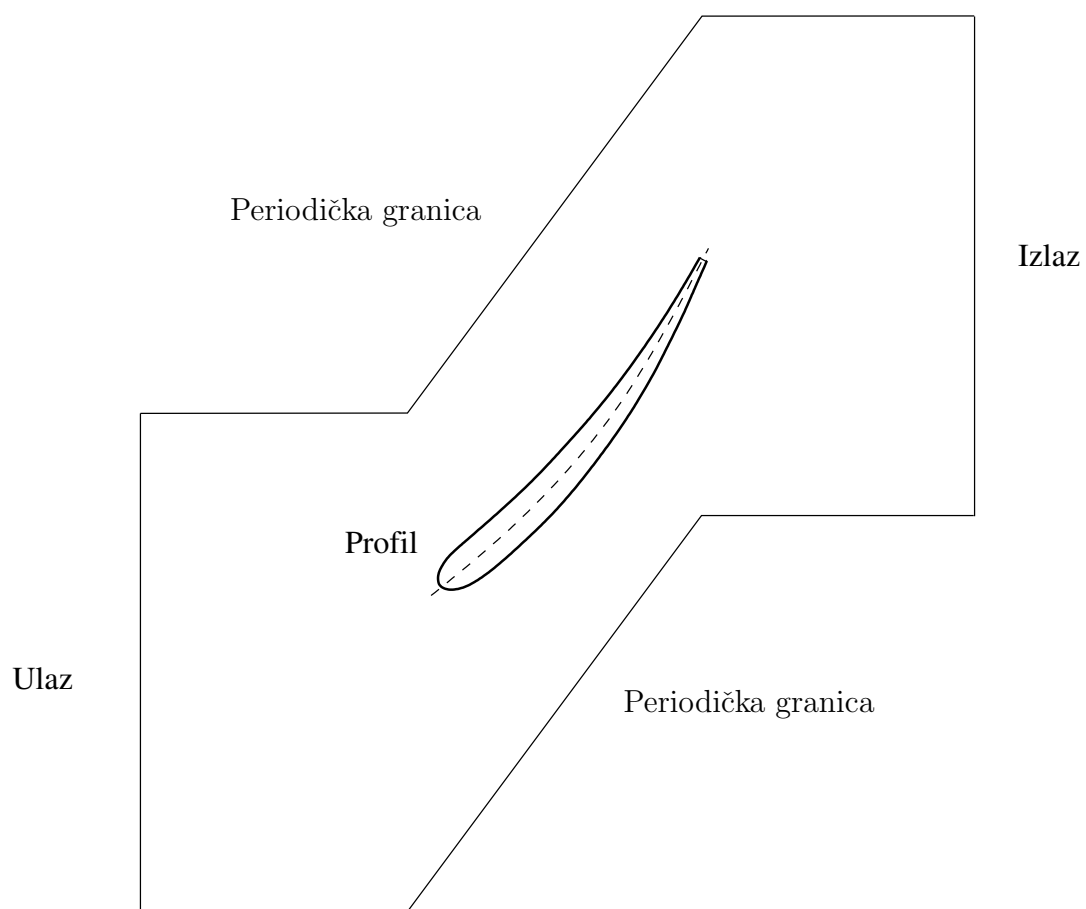
3. Izlaz:

- zadana nulta vrijednost normalne derivacije vektora brzine;
- zadana vrijednost tlaka 0 Pa;
- zadana nulta vrijednost normalne derivacije turbulentne kinetičke energije;
- zadana nulta vrijednost normalne derivacije specifične brzine turbulentne disipacije.

4. Periodička granica: u nasuprotnim točkama dvije povezane translacijske periodičke granice koristi se uvjet jednakosti polja i pripadajućih derivacija.

Iterativni postupak određivanja korekcije kuta zakreta skeletnice profila na proizvoljnom radijusu lopatice se sastoji od sljedećih koraka koji se ponavljaju:

1. Pretpostavka korekcije kuta zakreta skeletnice profila. Postupak započinje s nultom korekcijom nakon čega se korekcija povećava za 0.5° sve dok umnožak relativne greške iz prošlog koraka i relativne greške iz trenutnog koraka ne daju



Slika 4.2: Domena

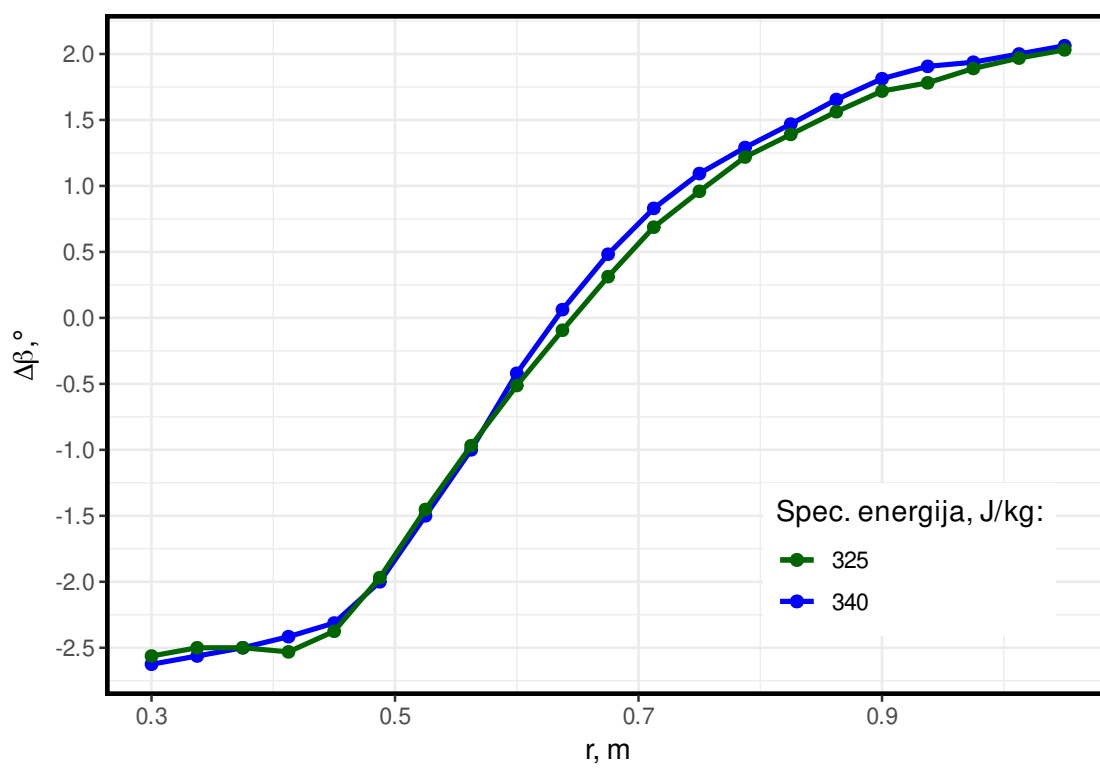
negativnu vrijednost. U tom slučaju nova korekcija poprima srednju vrijednost korekcije iz prošlog i sadašnjeg koraka (metoda bisekcije).

2. Računanje trenutne vrijednosti kuta zakreta skeletnice profila i kuta postave profila.
3. Definiranje periodičke domene ravninske rešetke s prethodno definiranim profilom.
4. Zapis STL modela prostorne domene rešetke i rubnih uvjeta.
5. Provedba simulacije strujanja kroz rešetku i određivanje trenutne vrijednosti specifične mehaničke energije.
6. Usporedba trenutne vrijednosti specifične mehaničke energije s zadanom vrijednošću. Ukoliko je razlika veća od 0.5% postupak se vraća na početak.

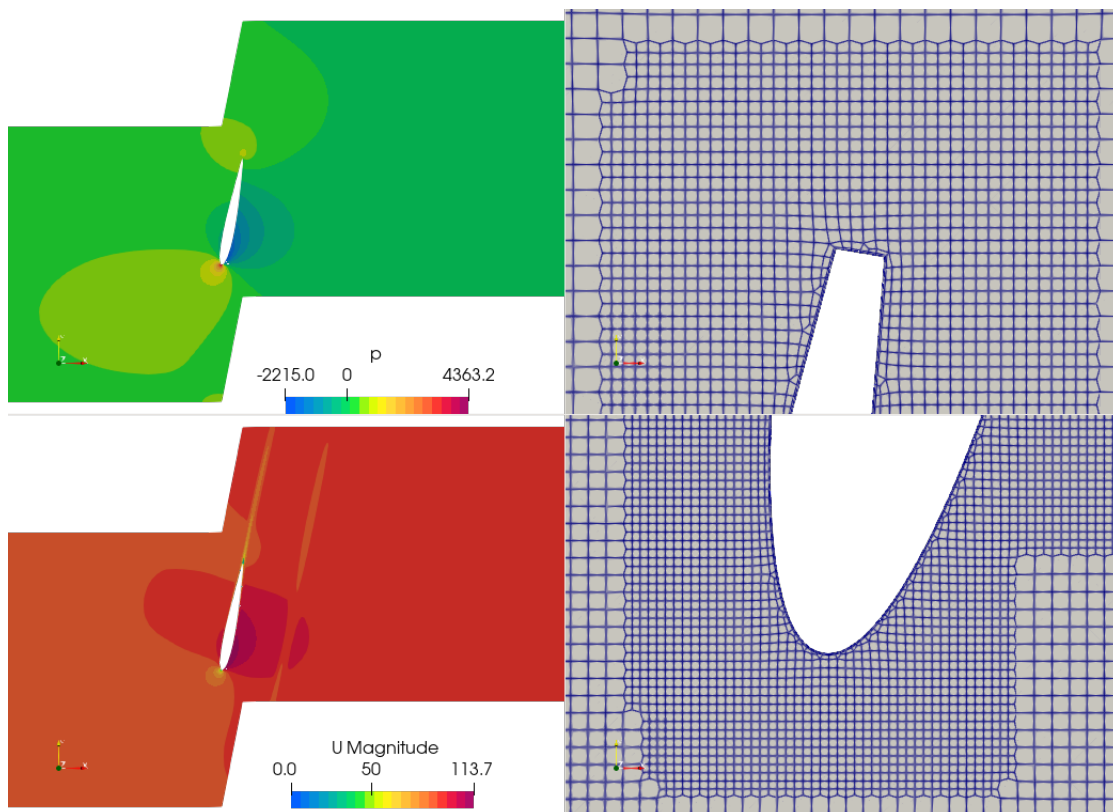
Nakon što su određeni profili lopatice za sve segmente, a prije izrade 3D modela lopatice, dvodimenzionalni profili se mapiraju na odgovarajuće cilindrične površine (vidi sliku 4.5).

4.4 Rezultat postupka oblikovanja rotorske lopatice

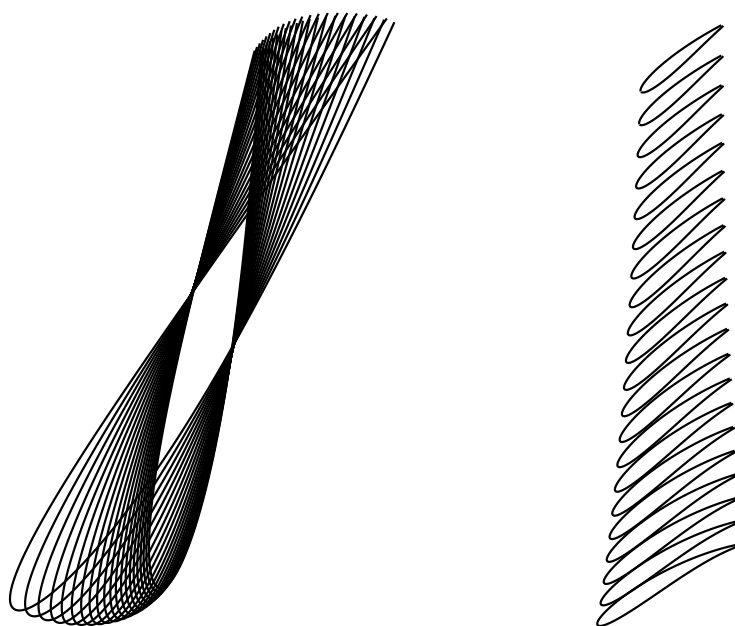
Postupak oblikovanja rotorske lopatice proveden je s ulaznim parametrima navedenim na početku ovog poglavlja te za slučaj uvećane specifične mehaničke energije turbine koja iznosi $w'_t = 340$ J/kg. Na slici 4.3 prikazane su vrijednosti korekcije kuta zakreta profila $\Delta\beta$ za dvije promatrane vrijednosti specifične mehaničke energije. Na slici 4.4 prikazana je mreža u blizini ulaznog i izlaznog brida generirana u *cfMeshu* za dvodimenzionalnu rešetku koja odgovara segmentu na vrhu lopatice ($r = 1.05$ m), te polje brzine i tlaka za isti slučaj. Na slici 4.5 su prikazani dobiveni profili za vrijednost specifične mehaničke energije $w_t = 340$ J/kg generirani uz pomoć računalnog programa *Rhino7*, interpolirajući krivulje trećeg reda kroz 200 točaka dobivenih za svaki segment lopatice.



Slika 4.3: Korekcije kuta zakreta lopatice.



Slika 4.4: Prikaz polja brzine (lijevo gore) i tlaka (lijevo dolje) dvodimenzionalnog strujanja kroz ravninsku rešetku. Diskretizacija domene oko ulaznog i izlaznog brida.



Slika 4.5: Tlocrt i izometrija lopatice

Poglavlje 5

Simulacija strujanja kroz cijevnu aksijalnu turbinu

U prethodnom je poglavlju provedeno oblikovanje rotorske lopatice cijevne aksijalne turbine primjenom numerički određenih karakteristika strujanja kroz ravninsku turbinsku rešetku. Ova metodologija se temelji na pretpostavci dvodimenzionalnog strujanja što u realnom rotoru aksijalnog tipa često nije zadovoljeno te postoji mogućnost određenog odstupanja radnih parametara konačne turbine od odgovarajućih zadanih parametara. U ovom je poglavlju zbog toga provedena numerička analiza trodimenzionalnog strujanja kroz cijevnu aksijalnu turbinu čiji se rotor sastoji od 13 lopatica oblikovanih u prethodnom poglavlju na osnovu projektnih parametara određenih u poglavlju 3. Uspoređeni su snaga i protok kroz turbinu.

Simulacija strujanja kroz rotor turbine je provedena primjenom modela višestrukog referentnog koordinatnog sustava (eng. Multiple Reference Frame, MRF), kojim se omogućava primjena stacionarne formulacije matematičkog modela i u slučaju postojanja pokretnih (translacijskih i/ili rotacijskih) dijelova promatrane prostorne domene, čime se znatno skraćuje vrijeme potrebno za provedbu simulacija. U nastavku je prvo prikazan matematički model strujanja nestlačivog fluida u pokretnom koordinatnom sustavu, a nakon toga je opisan numerički model aksijalne cijevne turbine i pripadajući rezultati simulacije.

5.1 Matematički model strujanja u rotirajućem koordinatnom sustavu

Osnovni razlog za primjenu pokretnog referentnog koordinatnog sustava ja transformacija nestacionarnog problema u stacionarnom (inercijalnom) koordinatnom sustavu u stacionarni problem u pokretnom koordinatnom sustavu. U slučaju koordinatnog sustava koji se giba konstantnom brzinom (npr. brzina rotacije je konstantna), moguće je transformirati jednadžbe koje opisuju strujanje fluida u pokretni koordinatni sustav tako da bude moguće stacionarno strujanje.

U promatranom slučaju rotirajućeg referentnog koordinatnog sustava, brzina fluida se može transformirati iz stacionarnog u rotirajući koordinatni sustava primjenom sljedeće relacije:

$$\vec{w} = \vec{v} - \vec{u} \quad (5.1)$$

gdje je $\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ tangencijalna brzina rotirajućeg koordinatnog sustava, $\vec{\omega}$ je vektor kutne brzine, a \vec{w} je vektor relativne brzine fluida.

Kada se jednadžbe strujanja rješavaju u pokretnom koordinatnom sustavu, akceleracija fluida u jednadžbi količine gibanja se proširuje dodatnim članovima, a sama jednadžba količine gibanja se može formulirati s relativnom brzinom ili apsolutnom brzinom kao zavisnom varijablom.

U ovom radu je korištena apsolutna formulacija, a odgovarajući matematički model strujanja nestlačivog fluida u rotirajućem referentnom koordinatnom sustavu koji rotira konstantnom kutnom brzinom glasi [11]:

- zakon očuvanja mase

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (5.2)$$

- zakon očuvanja količine gibanja

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \nabla \cdot (\vec{w}\vec{v}) + \vec{\omega} \times \vec{v} = -\nabla \frac{p}{\rho} + \nabla \cdot (\nu \nabla \vec{v}), \quad (5.3)$$

gdje člana $\vec{\omega} \times \vec{v}$ predstavlja Coriolis-ovu i centripetalnu akceleraciju, a konvektivni

član u jednadžbi očuvanja količine gibanja definiran je relativnom brzinom \vec{w} . U mirujućoj zoni ($\omega = 0$), jednadžbe (5.2) i (5.3) reduciraju se na oblik koji vrijedi za mirujući koordinatni sustav.

Bitno je spomenuti da se kod ovakvog pristupa strujanje fluida numerički rješava u jednom proizvoljno postavljenom položaju rotora. Rezultati mogu varirati promjenom položaja rotora. Kod takvog strujanja mreža ostaje mirujuća, zbog čega se MRF metoda često naziva metodom “zamrznutog rotora.” Iako predstavlja aproksimaciju, MRF metoda daje kod turbostrojeva zadovoljavajuće rezultate kada je interakcija između statora i rotora slaba, a tok relativno jednostavan između pokretne i mirujuće zone. Iz tog razloga je opravdano koristiti MRF metodu kod problema promatranog u ovom radu gdje postoje samo rotorske lopatice.

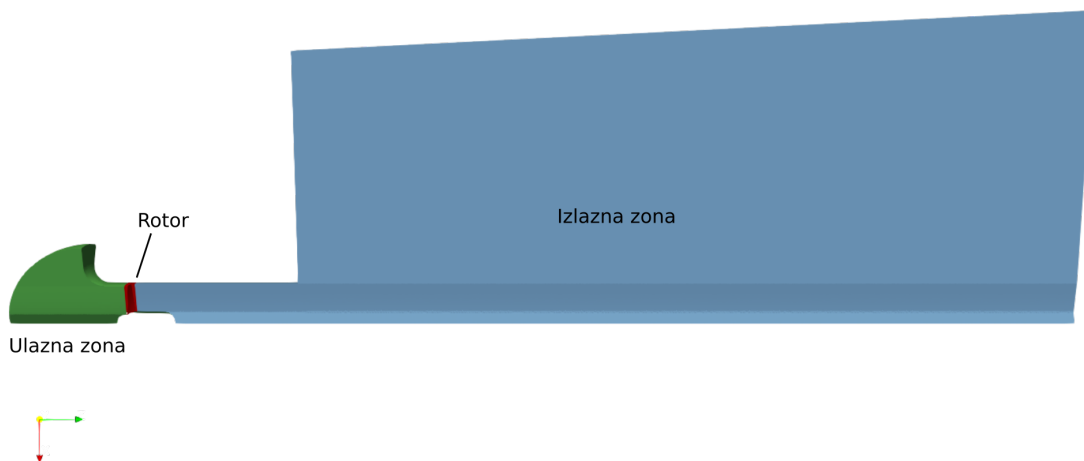
Ostatak matematičkog modela turbulentnog strujanja nestlačivog fluida čine transportne jednadžbe $k-\omega$ SST modela turbulencije.

Diskretizacija i rješavanje modificiranog matematičkog modela turbulentnog strujanja nestlačivog fluida u rotirajućem koordinatnom sustavu provodi se na isti način kako je to opisano u poglavlju 3.

5.2 Prostorna domena

Geometrija cijevne turbine (bez rotorskih lopatica) definirana je u poglavlju 3. Rotor turbine se sastoji od 13 lopatica čiji je oblik određen u poglavlju 4. Da bi se reducirala veličina numeričkog modela, te skratilo vrijeme računanja, iskorištena je rotacijska periodičnost geometrije turbine te je simulacija strujanja kroz turbinu provedena samo za jednu lopaticu primjenom odgovarajućih periodičkih rubnih uvjeta.

Prostorna domena rješavanja strujanja kroz cijevnu aksijalnu turbnu je podijeljena u 3 zone kao što je prikazano na slici 5.1: **ulazna zona** kroz koju se dovodi zrak u rotor, **rotor** koji sadrži jednu lopaticu i pripadajući dio glavine, **izlazna zona** koja sadrži izlazni dio cijevi s generatorom i konični istrujni volumen. Zoni **rotor** je pridružen rotirajući koordinatni sustav koji rotira kutnom brzinom $\omega = 83.76$ rad/s,

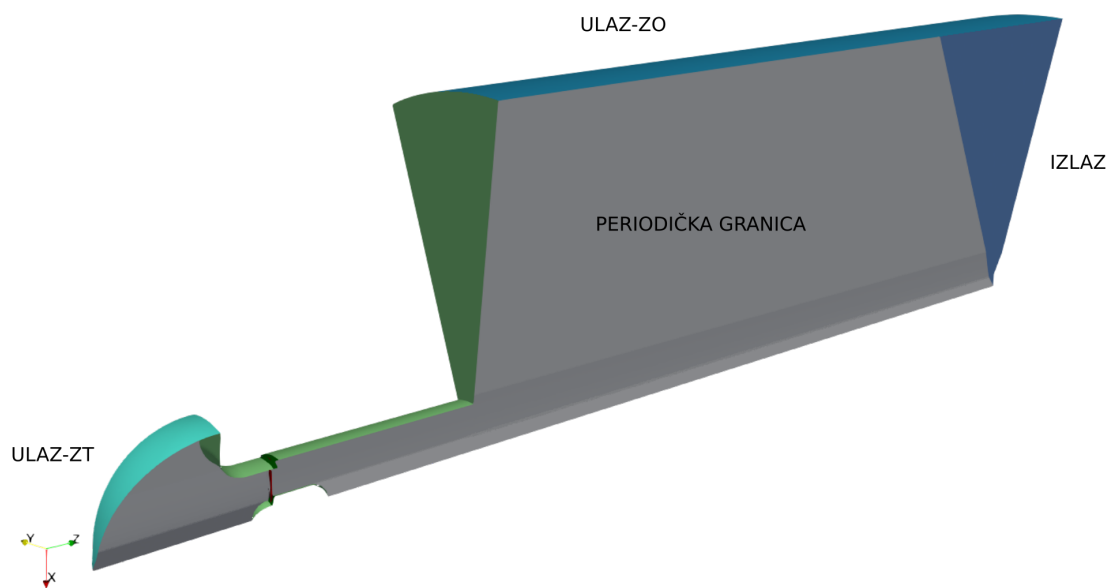


Slika 5.1: Prostorna domena rješavanja strujanja fluida kroz turbinu.

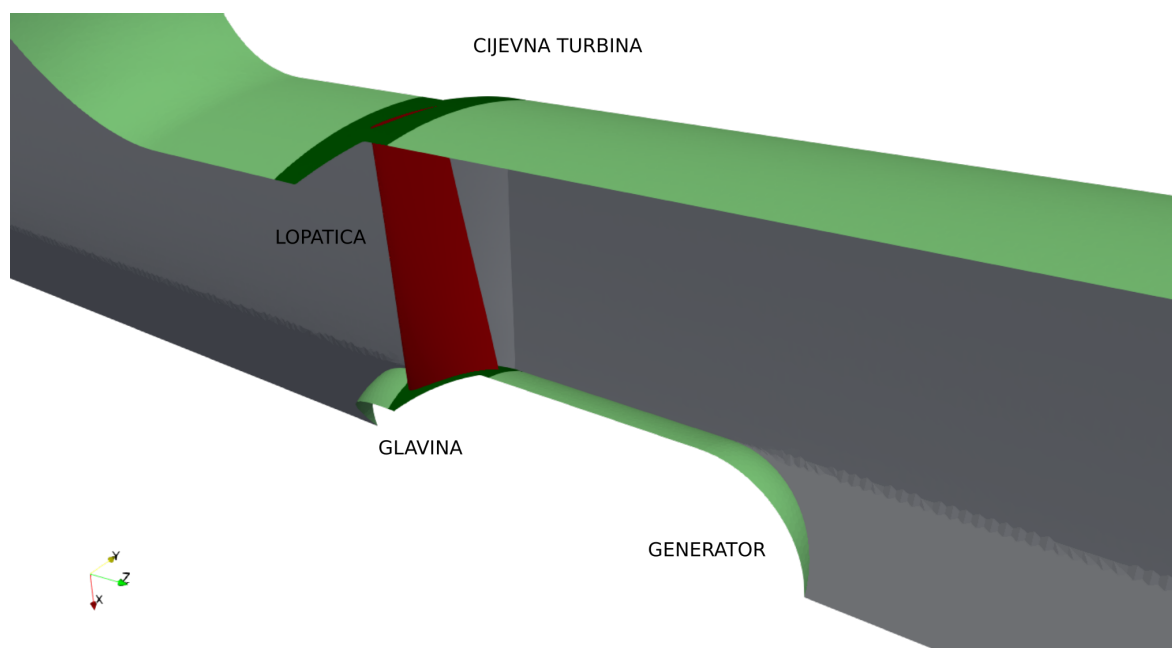
dok su **ulazna zona** i **izlazna zona** pridružene mirujućem koordinatnom sustavu. Ulazna zona ima na početku sferni oblik radijusa 2.05 m, na što se nastavlja cijev radijusa 1.05 m i duljine $L_u = 0.4$ m. Oblik rotorskih lopatica opisan je u prethodnom poglavlju. Izlazna zona se sastoji od izlaznog dijela cijevne turbine duljine $L_i = 3.6$ m i koničnog volumena duljine $L_k = 20$ m, pri čemu se radijus povećava u smjeru strujanja s $r_{k1} = 7$ m na $r_{k2} = 8$ m.

Rubna površina prostorne domene se sastoji od krutih stjenki (zidova) i rubnih površina preko kojih fluid ulazi i izlazi iz domene. Zidovi se mogu podijeliti na mirujuće zidove i na rotirajuće zidove (lopaticice i glavina) koji rotiraju zadanom kutnom brzinom ω . Osim zidova treba izdvojiti sljedeće dijelove rubne površine prostorne domene prikazane na slikama 5.2 i 5.3 na kojima su primijenjeni posebni rubni uvjeti:

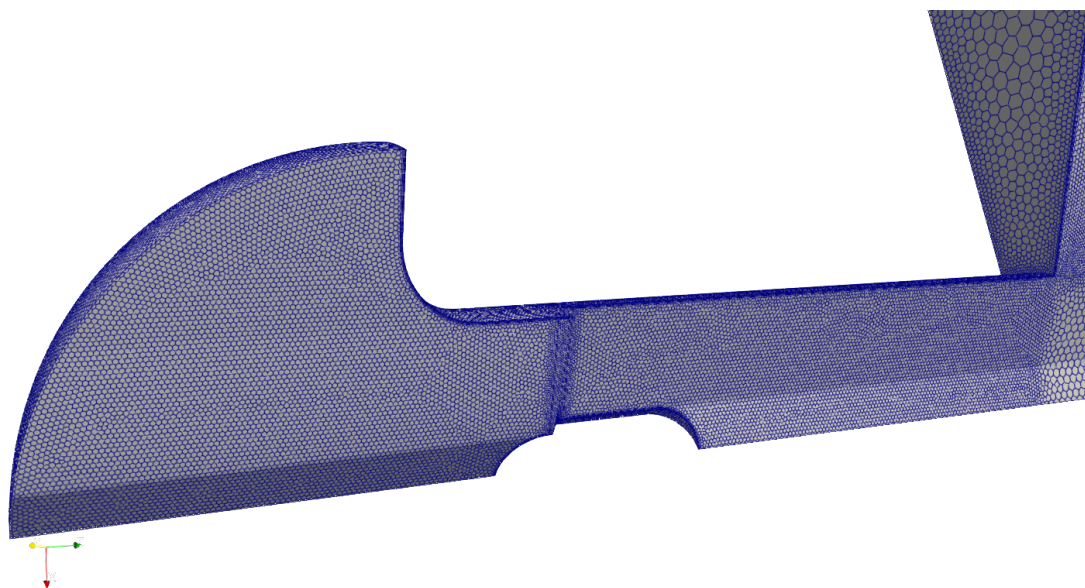
- **ULAZ-ZT** - ulaz zraka u cijevnu turbinu;
- **ULAZ-ZO** - ulaz zraka iz okoline u izlazni (istrujni) volumen koničnog oblika;
- **IZLAZ** - izlaz zraka iz izlaznog (istrujnog) volumena.



Slika 5.2: Rubovi prostorne domene.



Slika 5.3: Rubovi prostorne domene u području rotora turbine



Slika 5.4: Diskretizacija prostorne domene.

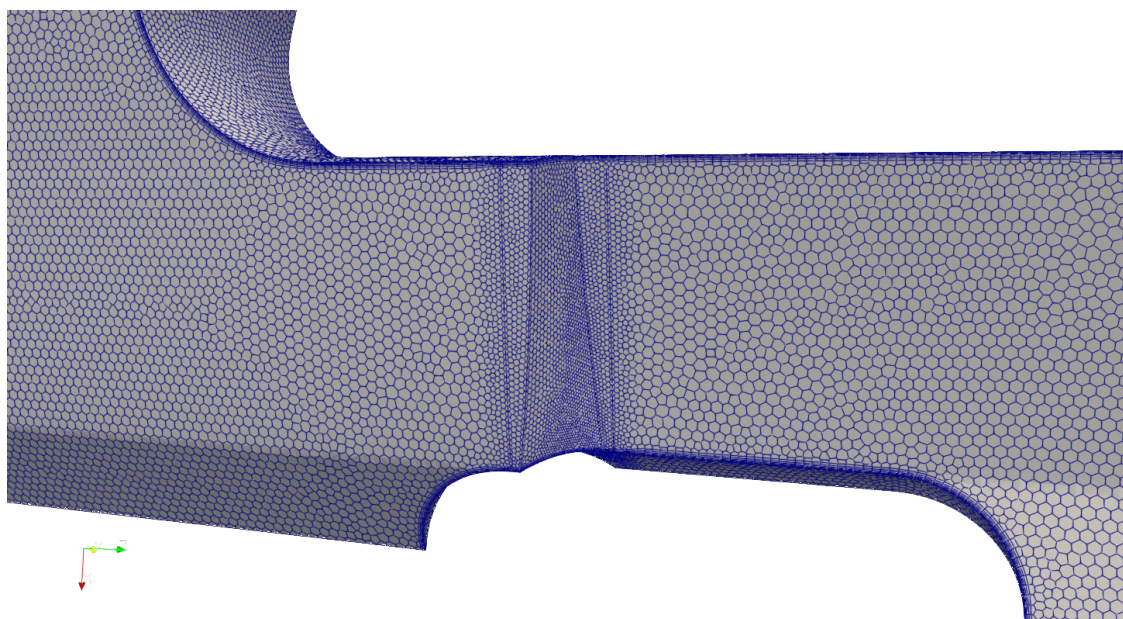
5.3 Diskretizacija prostorne domene

Prostorna domena prikazana u prethodnom odjeljku diskretizirana je primjenom računalnog programa *Fluent Meshing*. Mreža se sastoji od 3.113.358 konačnih volumena od kojih je 3.108.292 poliedara, a ostalo su heksaedri i prizme. Maksimalna neortogonalnost iznosi 75.88° , no postoje samo 24 ćelije u kojima je neortogonalnost veća od 70° . Prosječna neortogonalnost mreže iznosi 7.6° , iz čega je moguće zaključiti da je mreža zadovoljavajuće kvalitete. Prosječna vrijednost bezdimenzijske udaljenosti centara ćelija od zida y^+ iznosi na lopatici 3.67. Na ostalim zidovima je vrijednost y^+ nešto veća, no ne prelazi 10. Prema tome, tangencijalno trenje i rubni uvjeti jednadžbi modela turbulencije određeni su na zidovima univerzalnom zidnom funkcijom koja je valjana kako u viskoznom tako i u prijelaznom i logaritamskom podsloju.

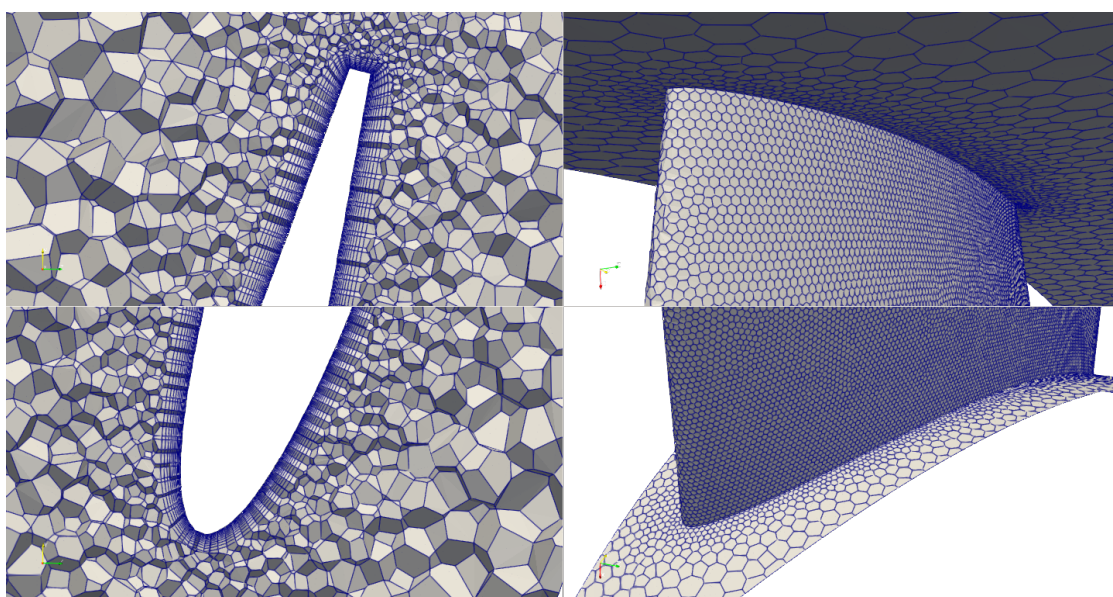
5.4 Rubni uvjeti

1. ZIDOVI:

- zadana nulta vrijednost brzine na mirujućim zidovima odnosno vrijednost brzine koja odgovara rotacijskom gibanju na rotirajućim zidovima.



Slika 5.5: Diskretizacija prostorne domene u području rotora turbine.



Slika 5.6: Diskretizacija prostorne domene oko lopatice.

Tangencijalno trenje se računa na osnovu odgovarajuće univerzalne zidne funkcije;

- zadana nulta vrijednost normalne derivacije tlaka;
- rubni uvjet za k i ω definiran univerzalnom zidnom funkcijom k - ω SST modela turbulencije.

2. ULAZ-ZT:

- zadana nulta vrijednost normalne derivacije vektora brzine;
- zadana vrijednost zaustavnog tlaka 0 Pa;
- zadana vrijednost turbulentne kinetičke energije $k = 0.0010215 \text{ m}^2/\text{s}^2$;
- zadana vrijednost specifične brzine turbulentne disipacije $\omega = 72.27 \text{ s}^{-1}$.

3. ULAZ-ZO:

- smjer vektora brzine je okomit na promatranu granicu, a brzina iznosi $v = 0.3 \text{ m/s}$;
- zadana vrijednost turbulentne kinetičke energije $k = 0.0000135 \text{ m}^2/\text{s}^2$;
- zadana vrijednost specifične brzine turbulentne disipacije $\omega = 0.955 \text{ s}^{-1}$.

4. IZLAZ:

- zadana nulta vrijednost normalne derivacije vektora brzine;
- zadana vrijednost podtlaka p_{iz} na način da se postigne zadana vrijednost volumnog protoka zraka kroz turbinu;
- zadana nulta vrijednost normalne derivacije turbulentne kinetičke energije;
- zadana nulta vrijednost normalne derivacije specifične brzine turbulentne disipacije.

5. **Periodička granica:** u nasuprotnim točkama dvije povezane rotacijske periodičke granice koristi se uvjet jednakosti polja i pripadajućih derivacija uz primjenu odgovarajuće transformacije koordinatnog sustava.

5.5 Rezultati simulacije

Dvije rotorske lopatice oblikovane u poglavlju 4 za dvije različite specifične mehaničke energije turbine (325 J/kg i 340 J/kg) pri volumnom protoku zraka, ugrađene su u rotor turbine, te je provedena numerička simulacija trodimenzionalnog turbulentnog strujanja kroz pripadajuću cijevnu turbinu primjenom računalnih programa *OpenFOAM* i *ANSYS/Fluent*. Simulacije su prvo provedene tako da se namještanjem podtlaka na izlazu iz prostorne domene (p_{iz}) postigne zadani volumeni protok te se promatra snaga turbine, dok je u drugom slučaju izlazni podtlak namješten tako da se postigne zadana snaga turbine, a promatra se protok kroz turbinu. U oba se slučaja uz snagu i protok kroz turbinu uspoređuje i iskoristivost turbine koja je definirana sljedećim izrazom:

$$\eta = \frac{P_t}{\Delta p_0 \cdot q_v}, \quad (5.4)$$

gdje je Δp_0 razlika zaustavnog tlaka na ulazu i izlazu iz promatrane prostorne domene. Tako definirana iskoristivost uzima u obzir gubitke strujanja fluida za cijeli protočni dio turbine.

Tablica 5.1: Rezultati simulacije za zadani protok.

Program	w_t , J/kg	p_{iz} , Pa	q_v , m ³ /s	P_t , kW	ΔP_t , –	η , –
OpenFOAM	325	-686.17	62.3961	21.804	0.15	0.51
	340	-721.62	62.3935	23.777	0.11	0.53
Fluent	325	-680.00	62.4299	22.254	0.13	0.52
	340	-720.00	62.4182	24.153	0.10	0.54

U tablici 5.1 su prikazani rezultati simulacije za prvi slučaj, gdje se namješta podtlak na izlazu tako da se postigne zadani volumni protok. U tablici su dane sljedeće veličine: zadana specifična energija turbine w_t , tlak na izlazu iz prostorne domene p_{iz} , izračunati volumenski protok zraka kroz turbinu q_v , izračunata snaga turbine P_t , relativna razlika između izračunate i zadane snage turbine ΔP_t i iskoristivost turbine η . Vidljivo je da se numerički određena snaga turbine razlikuje od zadane

snage $P_t = 25.72$ kW za 15%. Razlika između snage dobivene u *OpenFOAM*-u i *ANSYS/Fluent*-u iznosi 2%. Daljnje simulacije su provedene s ciljem provjere osjetljivosti rezultata na promjenu protoka.

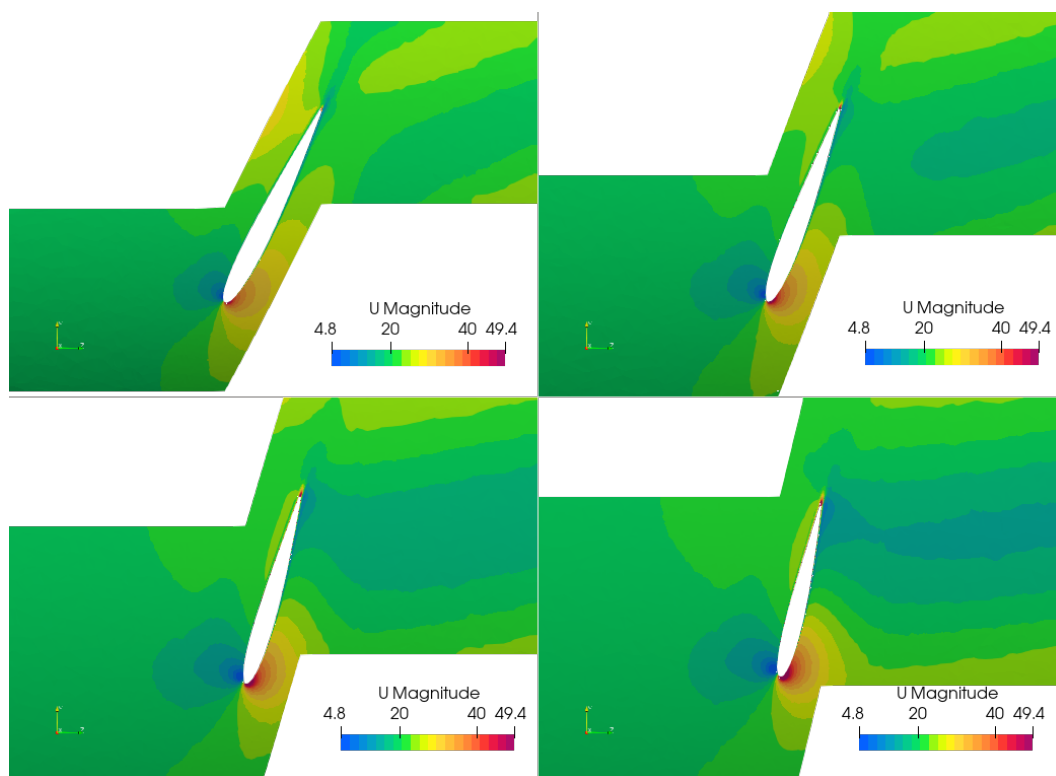
U tablici 5.2 prikazani su rezultati simulacije provedene u programu *OpenFOAM*, gdje je podtlak na izlazu iz prostorne domene p_{iz} namješten na način da se postigne zadana snaga $P_t = 25.7$ kW u slučaju lopatice oblikovane za zadanu specifičnu mehaničku energiju turbine 325 J/kg, te snaga $P'_t = 26.9$ kW u slučaju lopatice oblikovane za zadanu specifičnu mehaničku energiju turbine 340 J/kg. U tablici su dane sljedeće veličine: zadana specifična energija turbine w_t , podtlak na izlazu iz prostorne domene p_{iz} , izračunati volumenski protok zraka kroz turbinu q_v , relativna razlika između izračunatog i zadanog volumenskog protoka zraka Δq_v , izračunata snaga turbine P_t i iskoristivost turbine η . Iz prikazanih se rezultata vidi kako povećanjem protoka zraka kroz turbinu od samo 2% dolazi povećanja snage turbine za 15%, čime je potpuno kompenzirana greška u snazi prikazana u prethodnoj analizi.

Tablica 5.2: Rezultati simulacije za zadanu snagu.

Program	w_t , J/kg	p_{iz} , Pa	q_v , m ³ /s	Δq_v , -	P_t , kW	η , -
OpenFOAM	325	-754.34	63.57	0.019	25.700	0.54
	340	-772.26	63.31	0.015	26.757	0.55

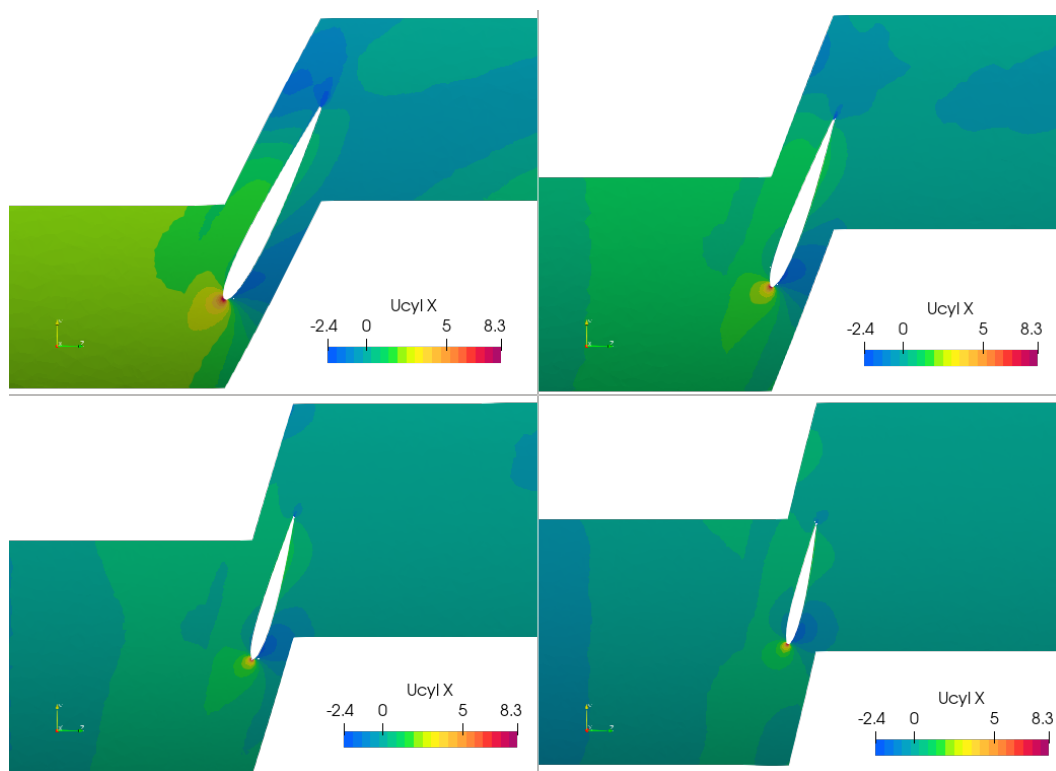
U nastavku su prikazana polja nepoznatih varijabli za slučaj turbine čija je rotorska lopatica oblikovana za zadanu specifičnu mehaničku energije turbine $w_t = 325$ J/kg. Na slikama 5.7 do 5.11 prikazana su polja intenziteta brzine te različite komponente brzine na četiri cilindrična presjeka rotora turbine koji odgovaraju radijusima $r_1 = 0.45$ m (slika lijevo gore), $r_2 = 0.6$ m (slika desno gore), $r_3 = 0.75$ m (slika lijevo dolje) te $r_4 = 0.9$ m (slika desno dolje). Također su prikazane strujnice u području ulaznog brida lopatice na istim presjecima. Na slici 5.13 su prikazane konture tlaka na stijenkama rotora turbine.

Razlog odstupanja izračunate snage turbine od zadane može biti veliki intenzitet radijalne komponente apsolutne brzine uz ulazni brid lopatice, što je vidljivo za

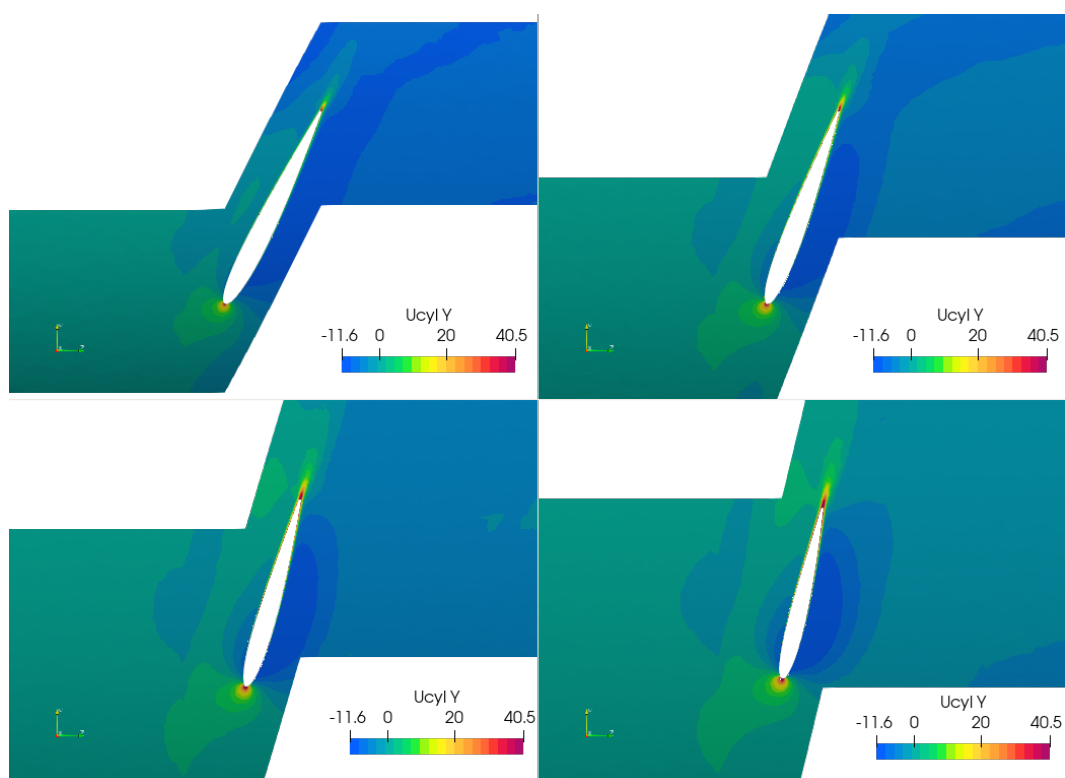


Slika 5.7: Polje intenziteta apsolutne brzine na odabranim cilindričnim presjecima rotora turbine.

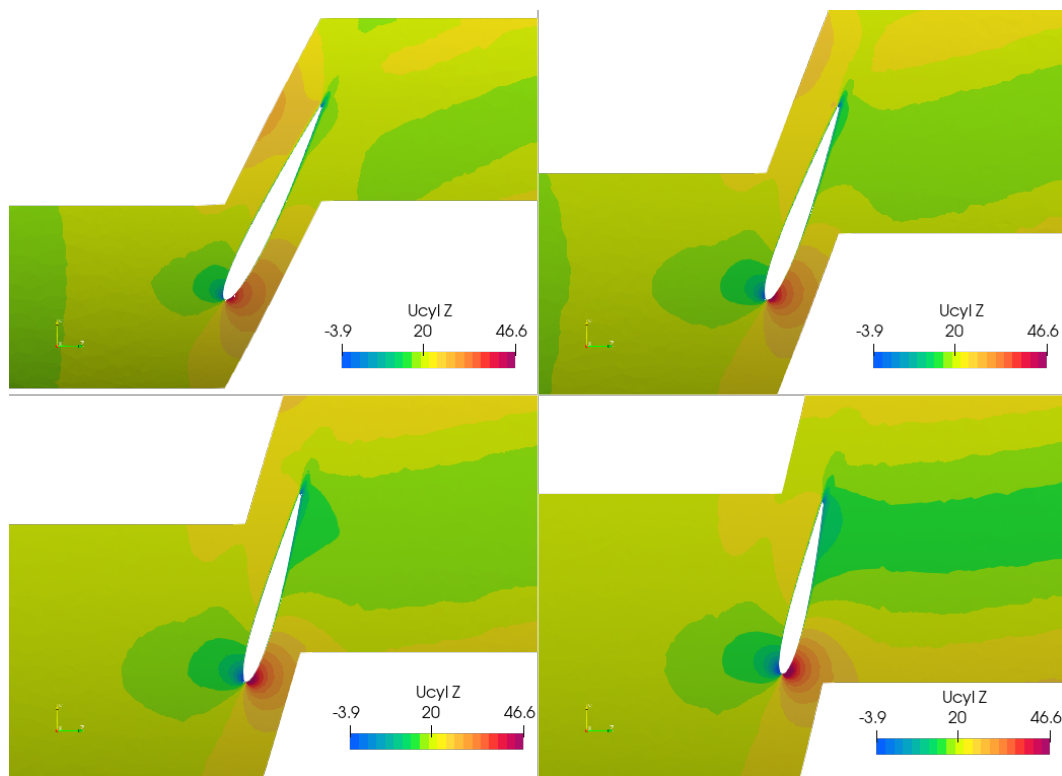
sve presjeke na slici 5.8. Radijalna brzina se javlja zbog linearnog smanjivanja duljine tetive od korijena do vrha lopatice. Još se može primijetiti pozitivna radijalna komponenta brzine prije ulaza fluida u rotor za presjek $r_1 = 0.45$ m, što je uzrokovano geometrijom glavine. S druge strane, na presjeku $r_4 = 0.9$ m, primjećuje se negativna radijalna komponenta zbog geometrije na ulazu u cijevnu turbinu.



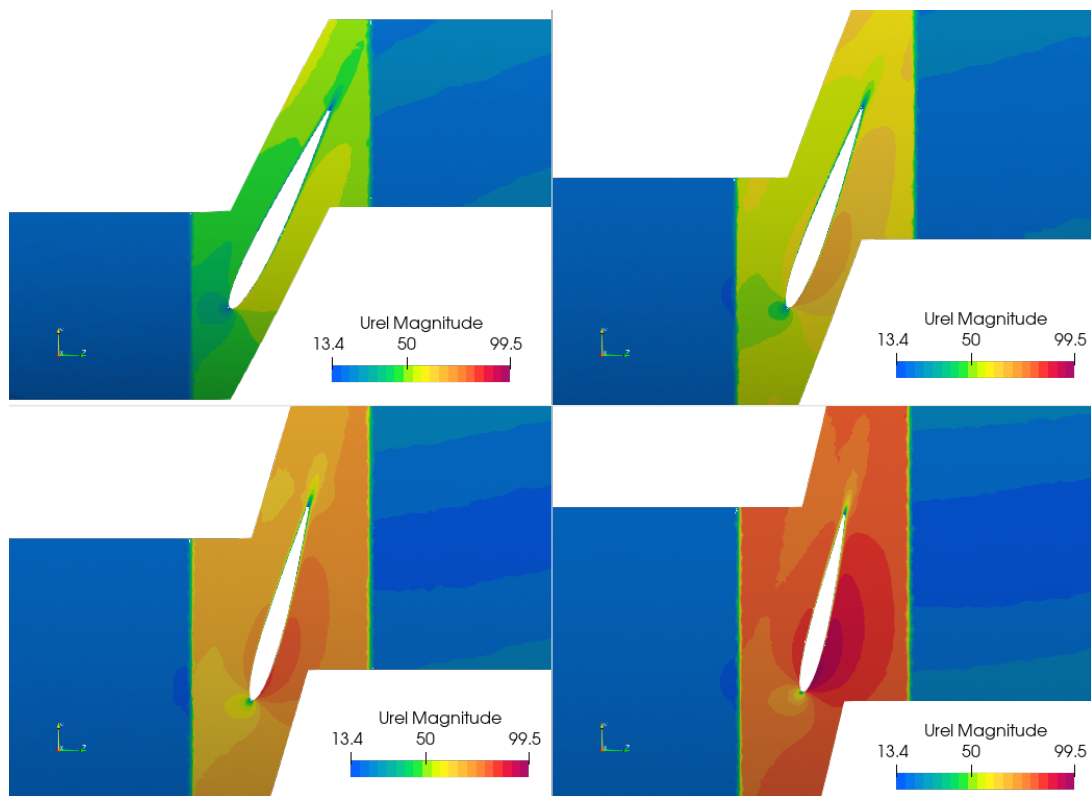
Slika 5.8: Polje radijalne komponente apsolutne brzine na odabranim cilindričnim presjecima rotora turbine.



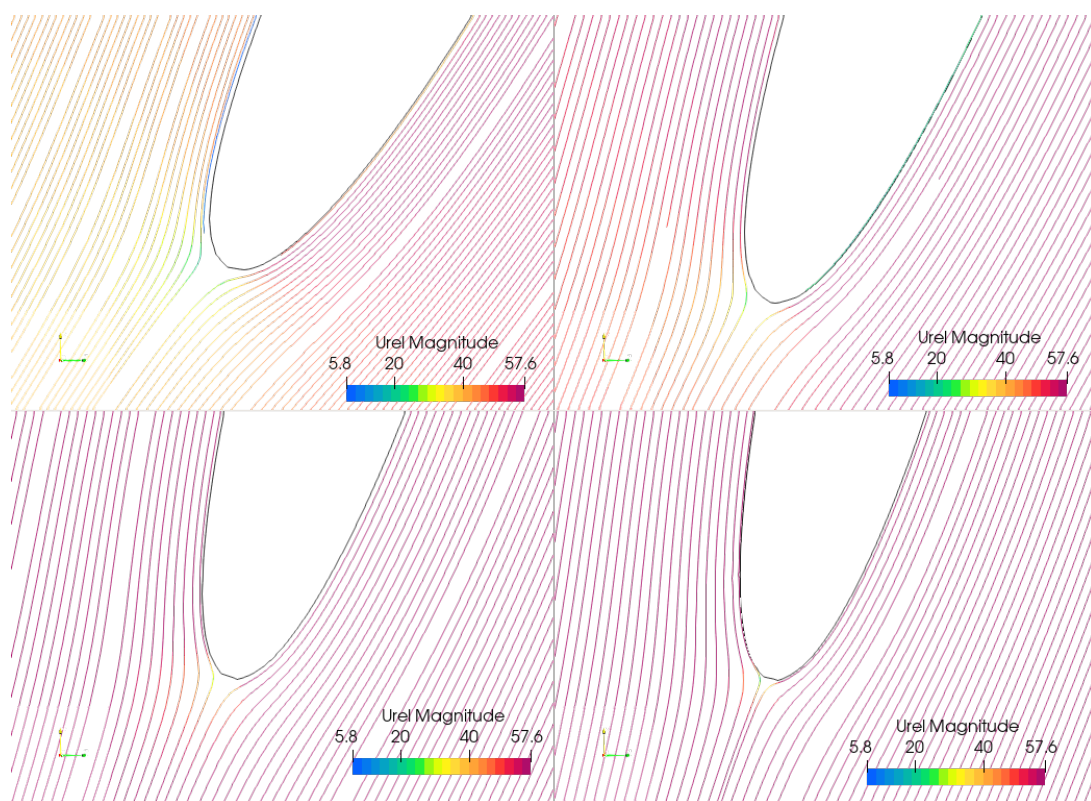
Slika 5.9: Polje tangencijalne komponente apsolutne brzine na odabranim cilindričnim presjecima rotora turbine.



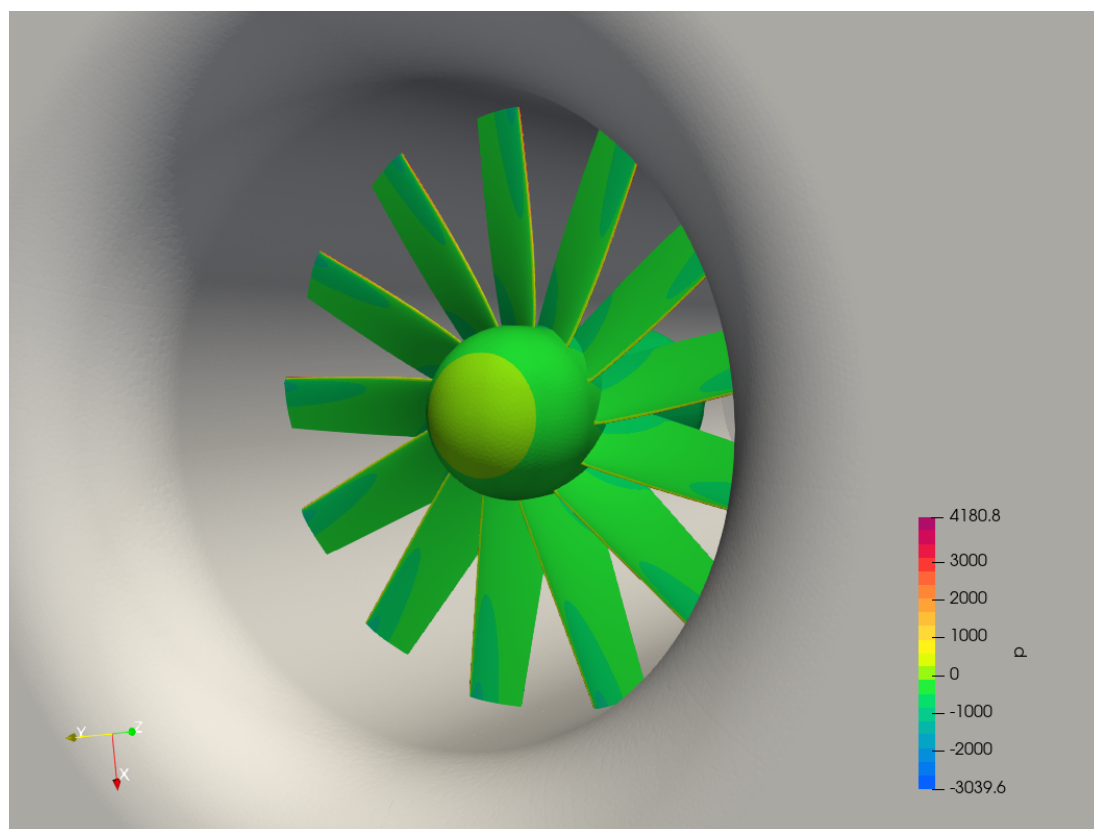
Slika 5.10: Polje aksijalne komponente apsolutne brzine na odabranim cilindričnim presjecima rotora turbine.



Slika 5.11: Polje intenziteta relativne brzine na odabranim cilindričnim presjecima rotora turbine.



Slika 5.12: Strujnice na odabranim presjecima rotora.



Slika 5.13: Polje tlaka po površini rotora turbine.

Poglavlje 6

Zaključak

U sklopu ovog rada provedena je analiza mogućnosti iskorištavanja energije uzgonskih sila koje se javljaju u dimnjaku termoelektrane primjenom cijevne aksijalne turbine kroz koju se propušta svjež zrak iz okoline u dimnjak što rezultira s proizvodnjom mehaničkog rada. U prvom su koraku određeni projektni parametri turbine primjenom numeričke simulacije strujanja smjese dimnih plinova i svježeg zraka kroz dimnjak termoelektrane i turbinu kod koje je rotor opisan modelom aktuatorskog diska. Primjenom numeričkih simulacija prvo je određen sastav dimnih plinova za zadani sastav plinovitog goriva, nakon čega je prikazan postupak diskretizacije matematičkog modela koji opisuje turbulentno strujanje smjese vrućih dimnih plinova i svježeg zraka, te je na kraju dan postupak rješavanja dobivenog numeričkog modela. Numeričke simulacije su provedene za dva zadana protoka vrućih dimnih plinova. Rezultati numeričkih simulacija su pokazali da se maksimalna snaga turbine zadanih dimenzija, može postići kod maksimalnog protoka dimnih plinova od $q_{m,1} = 81 \text{ kg/s}$ i ona iznosi $(P_t)_{\max} = 25.72 \text{ kW}$, a ostvaruje se kod protoka svježeg zraka od $(q_{m,z})_{\text{opt}} = 79 \text{ kg/s}$.

U nastavku je provedeno oblikovanje rotorske lopatice aksijalne cijevne turbine za prethodno određene projektne parametre. Oblikovanje profila lopatice je provedeno na 20 jednoliko raspoređenih presjeka od korijena do vrha lopatice primjenom numerički određenih karakteristika ravninske turbinske rešetke. Lopatica je oblikovana uz

pretpostavku uvjeta slobodnog vrtloga, a kao rezultat oblikovanja dobiva se kut postave i kut zakreta skeletnice profila uz pretpostavku nultog upadnog kuta za zadanu specifičnu mehaničku energiju turbine. U sklopu diplomskog rada provedena je automatizacija postupka oblikovanja rotorske lopatice primjenom programskog jezika *Python* pomoću kojeg su integrirane tri osnovne komponente postupka oblikovanja: definiranje geometrije profila i rešetke, diskretizacija prostorne domene pomoću računalnog programa *cfMesh* i provođenje numeričkih simulacija strujanja primjenom računalnog programa *OpenFOAM*.

Na kraju je provedena numerička simulacija trodimenzionalnog strujanja zraka kroz aksijalnu cijevnu turbinu čiji se rotor sastoji od lopatica oblikovanih u prethodnom koraku. Simulacije su provedene usporedno primjenom računalnih programa *ANSYS/Fluent* i *OpenFOAM*, a temelje se na formulaciji matematičkog modela za rotirajući koordinatni sustav. Razlike u rezultatima dobivenih primjenom *ANSYS/Fluent*-a i *OpenFOAM*-a su ispod 2% snage turbine, a preliminarna istraživanja su pokazala da je ova razlika vezana za razliku u primijenjenim zidnih funkcijama u području viskoznog i prijelaznog podsloja. Razlika između zadane snage turbine i numerički određene snage turbine čiji se rotor sastoji od lopatica oblikovanih predloženom metodologijom iznosi oko 15%. Ova se razlika može objasniti činjenicom da strujanje u rotoru nije savršeno dvodimenzionalno, a što je bila pretpostavka pri numeričkom oblikovanju profila lopatice. Međutim, provođenjem dodatnih simulacija pokazano je da se točna snaga turbine dobiva pri protoku koji je za samo 2% veći od zadanog protoka.

Literatura

- [1] E. Dick, *Fundamentals of turbomachines*, Springer, 2015.
- [2] F.R. Menter, Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*. 23 (2009) 305–316.
- [3] J.R.A.O. Biblarz, *Temperature dependence of gas properties in polynomial form*, Naval postgraduate school, Monterey, California, 1981.
- [4] A. Galović, *Termodinamika 2*, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet Strojarsstva i Brodogradnje, 2007.
- [5] C.L. Yaws, *The yaws handbook of vapor pressure: Antoine coefficients*, Elsevier, Oxford, UK, 2015.
- [6] Ž. Tuković, *Metoda kontrolnih volumena na domenama promjenjivog oblika*, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet Strojarsstva i BrodogradnjeS, 2005.
- [7] I. Džijan, *Računalna dinamika fluida*, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet Strojarsstva i Brodogradnje, 2010.
- [8] S.V. Patankar, D.B. Spalding, A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 15 (1972) 1787–1806.
- [9] H. Jasak, A. Jemcov, Ž. Tuković, *OpenFOAM: A C++ library for complex physics simulations*, in: *International Workshop on Coupled Methods in Numerical Dynamics*, IUC, 2007: pp. 1–20.
- [10] F. Juretić, *cfMesh user guide*, Creative Fields, Zagreb, 2015.

-
- [11] "See the MRF development", www.openfoamwiki.net/index.php/See_the_MRF_development, 2009, zadnje pristupanje 30.6.2021.
- [12] Inc. ANSYS, ANSYS fluent user's guide, release 17.2., 2016.