

Numeričko modeliranje oštećenja u mikrostrukтури sinteriranog čelika

Begović, Nezir

Master's thesis / Diplomski rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:651572>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-26**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Nezir Begović

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković

Student:

Nezir Begović

Zagreb, 2021.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Hvala i zahvala pripada jednom i jedinom Bogu koji mi je podario strpljenje, volju, želju i znanje i omogućio da završim kompletan studij.

Veliko hvala mentoru profesoru Zdenku Tonkoviću na povjerenju, brojnim korisnim savjetima, stručnom vođenju i pomoći tijekom izrade ovog diplomskog rada.

Također veliko hvala kolegi i asistentu Zoranu Tomiću na strpljenju, pomoći i svim savjetima tijekom izrade ovog diplomskog rada.

Zahvaljujem se također i ostalim profesorima koje sam susreo tijekom studija na pruženom znanju, te prijateljima i kolegama, pogotovo onima iz Dugava, uz čiju je podršku sve bilo lakše.

I kao šećer na kraju zahvaljujem se roditeljima, braći, sestri i ostaloj rodbini na pruženoj podršci tijekom studija.

Nezir Begović



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

| | |
|--------------------------------------------------------------|---------|
| Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje | |
| Datum: | Prilog: |
| Klasa: 602 - 04 / 21 - 6 / 1 | |
| Ur. broj: 15 - 1703 - 21 - | |

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Nezir Begović** Mat. br.: 0035193818

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numeričko modeliranje oštećenja u mikrostrukturi sinteriranog čelika**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical modelling of damage in the microstructure of sintered steel**

Opis zadatka:

U posljednje vrijeme tehnologija sinteriranih čelika pokazuje znatne prednosti u usporedbi s klasičnom metalurgijom zbog nižih proizvodnih troškova, manjeg utjecaja na okoliš te visoke iskoristivosti materijala. Međutim, pri proizvodnji sinteriranog čelika u materijalu dolazi do pojave poroznosti koje prilikom opterećivanja komponenata uzrokuju koncentracije naprezanja, lokalizaciju deformacija i akumuliranje oštećenja u mikrostrukturi materijala što pospješuje popuštanje materijala. Stoga je za pouzdanu procjenu ponašanja materijala na makrorazini pomoću numeričkih simulacija potrebno provesti modeliranje materijala na mikrorazini na temelju poznate geometrije i materijalnih svojstava mikrokonstituenata.

U radu je potrebno provesti numeričku analizu oštećenja u sinteriranom čeliku Astaloy Mo+0,2C. Realni geometrijski model mikrostrukture materijala potrebno je izraditi na temelju rezultata metalografskih ispitivanja dok će elastoplastična materijalna svojstva konstituenata biti preuzeta iz rezultata nanoindentacije. Osim toga, dijagram naprezanje-deformacija materijala na makrorazini bit će dobiven na temelju rezultata prethodno provedenog vlačnog pokusa. Diskretizaciju na mikrorazini, kao i ispitnu epruvetu na makrorazini diskretizirati dvodimenzijskim konačnim elementima. Za provedbu analize na mikrorazini na rubove RVE-a dodijeliti rubne uvjete pomaka. Za numeričke analize primijeniti program *Abaqus* koji se temelji na metodi konačnih elemenata. Primjenjujući postojeće konstitutivne modele za oštećenje i elastoplastično ponašanje matrice materijala provesti višerazinsku mikro-makro analizu vlačnog testa. Numeričke rezultate simulacije usporediti s eksperimentalnim mjerenjima.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

| | | |
|--------------------|---------------------|-------------------------------|
| Zadatak zadan: | Datum predaje rada: | Predviđeni datum obrane: |
| 21. siječnja 2021. | 25. ožujka 2021. | 29. ožujka – 2. travnja 2021. |
| Zadatak zadao: | | Predsjednica Povjerenstva: |

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

SADRŽAJ

| | |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| 1. UVOD..... | 1 |
| 1.1. Metalurgija praha | 1 |
| 1.2. Postupak sinteriranja | 5 |
| 1.3. Sinterirani čelici | 8 |
| 2. PONAŠANJE MATERIJALA PRILIKOM RASTEZANJA..... | 11 |
| 2.1. Konvencionalni dijagram rastezanja materijala | 11 |
| 2.2. Linearno-elastično ponašanje..... | 13 |
| 2.3. Elastoplastično ponašanje | 14 |
| 2.4. Očvršćenje materijala..... | 17 |
| 2.5. Idealizirani materijalni modeli i Ramberg-Osgodov model | 19 |
| 3. POROZNOST I FAZE OŠTEĆENJA | 24 |
| 3.1. Inicijacija oštećenja..... | 26 |
| 3.2. Propagacija oštećenja | 27 |
| 4. METODA KONAČNIH ELEMENATA (MKE)..... | 33 |
| 4.1. O metodi konačnih elemenata (MKE) | 33 |
| 4.2. Osnovni konačni elementi..... | 34 |
| 4.3. Jednadžba konačnog elementa za linearnu statičku analizu | 36 |
| 4.4. Jednadžba konačnog elementa za nelinearnu statičku analizu..... | 37 |
| 4.5. Korišteni programski paket i korišteni konačni elementi | 43 |
| 4.5.1. Abaqus | 43 |
| 4.5.2. Četverokutni konačni element | 44 |
| 5. MIKROSTRUKTURNA ANALIZA VLAČNOG TESTA | 46 |
| 5.1. Prikaz σ - ε dijagrama na makrorazini | 47 |
| 5.2. Mikrostruktura | 49 |
| 5.3. Utjecaj kružnih uključina i nepravilnosti | 54 |
| 5.4. Utjecaj uključina i nepravilnosti u obliku elipse..... | 57 |
| 5.5. Stvarna mikrostruktura..... | 61 |
| 6. ZAKLJUČAK..... | 68 |

POPIS SLIKA

| | | |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Slika 1. | Osnovni procesi metalurgije praha [2] | 2 |
| Slika 2. | Oblici čestica praha [2]..... | 4 |
| Slika 3. | Faze kompaktiranja [2]..... | 4 |
| Slika 4. | Tipični proizvodi metalurgije praha [3] | 5 |
| Slika 5. | Tijek proizvodnje sinteriranih dijelova [1]..... | 6 |
| Slika 6. | Shematski prikaz stadija sinteriranja [1] | 7 |
| Slika 7. | Različiti stadiji sinteriranja dvije čestice [1] | 7 |
| Slika 8. | Tipični dijelovi od sinteriranog čelika [7]..... | 8 |
| Slika 9. | Utjecaj gustoće na mehanička svojstva [9] | 9 |
| Slika 10. | Slika metalografije sinteriranog čelika [6] | 10 |
| Slika 11. | Vlačna čvrstoća u ovisnosti o legiranim elementima u sinteriranom čeliku [9] ... | 10 |
| Slika 12. | Konvencionalni dijagram rastezanja [10]..... | 11 |
| Slika 13. | Konvencionalna granica razvlačenja $Rp0,2$ [10] | 12 |
| Slika 14. | Von Misesova i Trescina ploha tečenja [13] | 16 |
| Slika 15. | Grafički prikaz izotropnog očvršćenja [15]..... | 17 |
| Slika 16. | Grafički prikaz kinematičkog očvršćenja [15] | 18 |
| Slika 17. | Bauschingerov efekt [16] | 18 |
| Slika 18. | Idealizirani dijagrami | 20 |
| Slika 19. | Ramberg-Osgoodov materijalni model | 21 |
| Slika 20. | Jednodimenzionalni prikaz očvršćenja u nelinearnom izotropno/kinematičkom modelu [17] | 23 |
| Slika 21. | a) duktilni lom, b) krhki lom, c) lom uslijed zamora materijala [18]-[19]..... | 25 |
| Slika 22. | Faze duktilnog oštećenja: a) početno stanje, b) nukleacija, c) rast i d) spajanje poroznosti [22] | 26 |
| Slika 23. | Dijagram naprežanje-deformaciju uz napredovanje oštećenja [21] | 28 |
| Slika 24. | Opterećeno tijelo i reprezentativni volumenski element (RVE) točke M [24] | 29 |
| Slika 25. | Elastični odziv materijala s oštećenjem tijekom opterećenja i rasterećenja [5] | 31 |
| Slika 26. | Osnovni konačni elementi [25] | 34 |
| Slika 27. | Ispušna grana motora sa unutarnjim izgaranjem podjeljena na konačne elemente [25] | 35 |
| Slika 28. | Nelinearna veza između opterećenja i pomaka [5] | 38 |
| Slika 29. | Grafički prikaz Newton-Raphsonove metode [5] | 38 |
| Slika 30. | Odabir modula [17] | 43 |
| Slika 31. | CPE4 konačni element [17]..... | 44 |
| Slika 32. | CPE4R konačni element [17]..... | 44 |
| Slika 33. | Preslikavanje izvornog elementa u proizvoljni četverokut [25]..... | 45 |
| Slika 34. | Utjecaj udjela ugljika na Youngov modul elastičnosti, vlačnu čvrstoću, granicu tečenja i istežljivost | 46 |
| Slika 35. | Idealiziran σ - ϵ dijagram na temelju podataka iz literature [9] za sinterirani čelik Astaloy Mo + 0,2C gustoće 6,5 g/cm ² | 47 |
| Slika 36. | Rubni uvjeti | 47 |
| Slika 37. | σ - ϵ dijagram na makrorazini..... | 48 |
| Slika 38. | Prikaz odabira RVE u 2D [27] | 49 |
| Slika 39. | Konvergencija modula elastičnosti | 50 |
| Slika 40. | Utjecaj parametara Q_∞ i b | 51 |
| Slika 41. | Utjecaj parametra b na krivulju σ - ϵ | 52 |

| | | |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Slika 42. | Konvergencija granice tečenja | 53 |
| Slika 43. | Konvergencija parametra α | 54 |
| Slika 44. | Mreža konačnih elemenata za RVE sa kružnicama promjera 0,05 mm..... | 55 |
| Slika 45. | Ekvivalentna plastična deformacija (PEEQ) za vlačni test i kružne nepravilnosti s konstantnim promjerom od a) 0,2 mm, b) 0,1 mm, c) 0,05 mm i d) 0,05-0,2 mm (10 % poroznosti) | 55 |
| Slika 46. | Usporedba σ - ε dijagrama za različite veličine kružnih nepravilnosti | 56 |
| Slika 47. | Usporedba σ - ε dijagrama za varijabilnu veličinu kružnih nepravilnosti kod 8,10 i 12 % poroznosti..... | 56 |
| Slika 48. | Ekvivalentna plastična deformacija (PEEQ) za vlačni test i nepravilnosti u obliku elipse omjera stranica 1/2 a) elipse postavljene okomito na smjer razvlačenja, b) elipse postavljene vodoravno tj. u smjeru razvlačenja, c) elipse postavljene pod 45° u odnosu na pravac smjera razvlačenja i d) nasumično razbacane elipse (10 % poroznosti)..... | 57 |
| Slika 49. | σ - ε dijagram usporedbe položaja nepravilnosti u obliku elipsa omjera stranica 1/2..... | 58 |
| Slika 50. | Usporedba σ - ε dijagrama za RVE-ove s nasumično postavljenim elipsama omjera stranica 1/2 za 8, 10 i 12 % poroznosti..... | 58 |
| Slika 51. | Ekvivalentna plastična deformacija (PEEQ) za vlačni test i nepravilnosti u obliku elipse omjera stranica 1/4 a) elipse postavljene okomito na smjer razvlačenja, b) elipse postavljene vodoravno tj. u smjeru razvlačenja, c) elipse postavljene pod 45° u odnosu na pravac smjera razvlačenja i d) nasumično razbacane elipse (10 % poroznosti)..... | 59 |
| Slika 52. | σ - ε dijagram za usporedbu različito poredanih elipsi s omjerom stranice 1/4 i poroznosti od 10 % | 60 |
| Slika 53. | σ - ε dijagram usporedbe elipsi omjera stranica 1/2 i 1/4 s kružnicama promjera 0,05-0,2 mm a) okomite elipse, b) vodoravne elipse, c) elipse pod 45° i d) nasumično razbacane elipse (10 % poroznost)..... | 61 |
| Slika 54. | a) Slika metalografije sinteriranog čelika, b) digitalizirana slika metalografije sinteriranog čelika | 62 |
| Slika 55. | Različite veličine RVE-a a) L (0,4 x 0,4), b) M (0,3 x 0,3) i c) S (0,2 x 0,2) | 62 |
| Slika 56. | Prikaz konvergencije rješenja na elementu S veličine | 63 |
| Slika 57. | Mreža konačnih elemenata za RVE veličine 0,2 x 0,2 mm | 64 |
| Slika 58. | Ekvivalentna plastična deformacija (PEEQ) za vlačni test i stvarni izgled mikrostrukture na RVE-u veličine a) S 0,2 x 0,2 mm, b) M 0,3 x 0,3 mm i c) L 0,4 x 0,4 mm..... | 64 |
| Slika 59. | Usporedbeni σ - ε dijagram kod stvarnog izgleda mikrostrukture za S, M i L veličine RVE-a | 65 |
| Slika 60. | σ - ε dijagram usporedbe stvarne mikrostrukture sa kružnim nepravilnostima i nepravilnostima u obliku elipse..... | 65 |
| Slika 61. | Mreža konačnih elemenata za RVE veličine 0,4 x 0,4 mm kojim se pogađa dijagram stvarne mikrostrukture | 66 |
| Slika 62. | Pogađanje stvarne mikrostrukture | 66 |
| Slika 63. | Presjek epruvete | 67 |

POPIS TABLICA

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tablica 1. Parametri materijala dobivenih iz tablica iz literature [9] za Astaloy Mo + 0,2C | 46 |
| Tablica 2. Elastični i plastični parametri materijala | 48 |
| Tablica 3. Parametri materijala za oštećenje | 49 |
| Tablica 4. Konvergencija modula elastičnosti | 50 |
| Tablica 5. Konvergencija granice tečenja | 52 |
| Tablica 6. Konvergencija parametra α | 53 |
| Tablica 7. Prilagođeni parametri za mikrostrukturnu analizu | 54 |
| Tablica 8. Veličina i broj konačnih elemenata korištenih RVE-a | 62 |
| Tablica 9. Konvergencija | 63 |
| Tablica 10. Usporedba vremena potrebnog za analize | 67 |

POPIS OZNAKA

| Oznaka | Jedinica | Opis |
|-----------------------|----------|---------------------------------------------------------------|
| a_f, a_0 | mm | polumjeri čestica |
| B | - | matrica ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima |
| D | - | tenzor elastičnosti |
| D_e | - | diferencijalni operator uvjeta ravnoteže |
| D_k | - | kinematički diferencijalni operator |
| D^{ep} | - | elastoplastični tenzor krutosti |
| D, d | - | varijabla oštećenja |
| E | MPa | Youngov modul elastičnosti |
| E_s | MPa | sekantni modul elastičnosti |
| E_t | MPa | tangentni modul elastičnosti |
| F | N | sila |
| F_e | - | vektor vanjskih sila |
| F_i | - | vektor unutarnjih sila |
| G | MPa | modul smicanja |
| g | - | plastični potencijal |
| I_1, I_2, I_3 | - | invarijante tenzora naprezanja |
| J_1, J_2, J_3 | - | invarijante devijatora tenzora naprezanja |
| K | MPa | modul plastičnosti |
| K | - | globalna matrica krutosti |
| K_T | - | globalna tangencijalna matrica krutosti |
| k_e | - | lokalna linearno elastična matrica krutosti |
| k_{eu} | - | lokalna elastična matrica krutosti |
| k_T | - | lokalna tangencijalna matrica krutosti |
| k_u | - | lokalna matrica početnih pomaka |
| k_σ | - | lokalna matrica početnih naprezanja |
| L | m | duljina elementa |
| N | - | matrica funkcija oblika |
| N_s | - | matrica rubnih funkcija oblika |
| p | MPa | hidrostatski tlak |
| q | MPa | Ekvivalentno von Misesovo naprezanje |
| q | - | vektor volumenskih sila |
| q_b | - | vektor površinskog opterećenja |
| R | - | globalni vektor čvornih sila |
| R_e | - | globalni vektor vanjskih sila |
| R_i | - | globalni vektor unutarnjih sila |
| R_m | MPa | vlačna čvrstoća |

| | | |
|------------------------------------|-------------------|------------------------------------------------------|
| \mathbf{R}_q | - | operator površinskog opterećenja |
| \mathbf{R}_u | - | operator rubnih pomaka |
| \mathbf{r}_e | - | lokalni vektor vanjskih sila |
| \mathbf{r}_i | - | lokalni vektor unutarnjih sila |
| S | m ² | površina |
| \mathbf{S} | MPa | tenzor napezanja |
| S_{ij} | - | tenzor devijatora naprezanja |
| t | s | vrijeme |
| \mathbf{u} | - | vektor pomaka |
| \mathbf{u}_b | - | vektor rubnih pomaka |
| u, v, w | m | komponente pomaka u smjeru koordinatnih osi |
| \mathbf{V} | - | globalni vektor stupnjeva slobode |
| $\bar{\mathbf{V}}$ | - | globalni vektor stupnjeva slobode ravnotežnog stanja |
| $^+\mathbf{V}$ | - | globalni vektor inkrementalnih pomaka |
| \mathbf{v} | - | lokalni vektor stupnjeva slobode |
| w_D | - | varijabla stanja |
| Y | - | izotropno očvršćenje |
| x, y, z | - | Kartezijeve koordinate |
| \mathbf{a} | MPa | tenzor povratnog naprezanja |
| γ | MPa | tenzor relativnog naprezanja |
| δ_{ij} | - | Kroneckerov simbol |
| ε | - | deformacija |
| $\boldsymbol{\varepsilon}$ | - | tenzor deformacije |
| ε_{ij}^e | - | tenzor elastične deformacije |
| ε_{ij}^p | - | tenzor plastične deformacije |
| $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$ | - | brzina ekvivalentne plastične deformacije |
| η | - | troosnost naprezanja |
| κ | - | parametar očvršćenja |
| λ | - | faktor opterećenja |
| λ, μ | - | Lameove konstante |
| $d\lambda$ | - | plastični multiplikator |
| $d\mu$ | - | faktor proporcionalnosti |
| ν | - | Poissonov faktor |
| ξ, η, ζ | - | prirodne koordinate |
| ρ | kg/m ³ | gustoća |
| $\boldsymbol{\sigma}$ | MPa | tenzor naprezanja |
| σ | MPa | normalno naprezanje |
| σ_y | MPa | granica tečenja |
| σ_{y0} | MPa | početna granica tečenja |
| τ | MPa | tangencijalno naprezanje |

SAŽETAK

Upotreba materijala od sinteriranog čelika u današnje vrijeme u modernim konstrukcijama, a pogotovo u sustavima prijenosa snage (zupčanici, lančanici...), sve je češća i sve više neizbježna. Najveći problem kod ovih materijala je poroznost, koja dovodi do koncentracije naprezanja, lokalizacije deformacije i akumulacije oštećenja, a posebno su ovakvi materijali osjetljivi na uzastopno, cikličko opterećenje. Međutim, poroznost komponenata kao što su zupčanici ili lančanici ima i svoju pozitivnu stranu, kao što su smanjenje mase, prigušenje buke, smanjenje vibracija, iskoristivost sirovine, geometrijska točnost itd. U se ovom radu na temelju dobivenih rezultata metalografske analize provelo mikromehaničko modeliranje oštećenja u sinteriranom čeliku Astaloy Mo + 0,2C gustoće $6,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Pri modeliranju mikrostrukture materijala, korišten je reprezentativni volumenski element (RVE) te je za numeričke analize korišten programski paket Abaqus. Rad je podjeljen na 6 poglavlja. U prvom poglavlju dan je kratki opis tehnologije dobivanja materijala metalurgijom praha, ukratko je opisan proces sinteriranja i dan je prikaz svojstava sinteriranog čelika. U drugom poglavlju opisan je proces deformiranja materijala tijekom vlačnog testa. Opisano je elastično područje dijagrama naprezanje-deformacija i elastoplastično područje, te je opisano očvršćenje materijala i dani su idealizirani materijalni modeli. U trećem poglavlju ukratko je opisana poroznost te je detaljno opisana inicijacija i propagacija oštećenja. U četvrtom poglavlju opisana je metoda konačnih elemenata i izvedene su jednadžbe konačnih elemenata za linearnu i nelinearnu analizu, opisan je korišteni programski paket i prikazani su korišteni 2D i 3D konačni elementi. U petom poglavlju je modeliranjem na makro i mikro razini proveden postupak određivanja materijalnih karakteristika metalne matrice sinteriranog čelika Astaloy Mo+0,2C gustoće $6,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, prikazan je utjecaj veličine nepravilnosti, položaja nepravilnosti i postotka poroznosti na dijagram naprezanje-deformacija, te je prikazan utjecaj veličine RVE-a na isti. Također, predložen je model koji može opisati kompleksni razvoj mikropukotine uz veliku uštedu u smislu računalnih resursa. U šestom poglavlju dan je zaključak cijelog rada.

Ključne riječi: sinterirani čelik, mikrostruktura, poroznost, mikromehaničko modeliranje, reprezentativni volumenski element (RVE), Abaqus, vlačni test, oštećenje

SUMMARY

The use of sintered steel materials nowadays in modern constructions, and especially in power transmission systems (gears, sprockets...), is more frequent and more inevitable. The biggest problem with these materials is porosity, which leads to stress concentration, deformation localization and damage accumulation, and especially such materials are sensitive to consecutive, cyclic loading. However, the porosity of components such as gears or sprockets also has its positive side, such as mass reduction, noise attenuation, vibration reduction, raw material efficiency, geometric accuracy, etc. In this thesis, based on the results of metallographic analysis, micromechanical modeling of damage in sintered Astaloy Mo + 0.2C steel with a density of $6,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ was performed. When modeling the microstructure of the material, a representative volume element (RVE) was used and the Abaqus software package based on the finite element method was applied for numerical analyzes. The thesis is divided into 6 chapters. The first chapter gives a brief description of the technology of obtaining materials by powder metallurgy, briefly describes the sintering process and gives an overview of the properties of sintered steel. The second chapter describes the process of deformation of the material during the tensile test. The elastic region of the stress-strain diagram and the elastoplastic region are described, and the hardening of the material is described and idealized material models are given. The third chapter briefly describes the porosity and describes in detail the initiation and propagation of the damage. In the fourth chapter, the finite element method is described and the finite element equations for linear and nonlinear analysis are derived, the software package used is described, and the used 2D and 3D finite elements are presented. In the fifth chapter, modeling at the macro and micro level performed the procedure of determining the material characteristics of the metal matrix of sintered Astaloy Mo + 0.2C steel with a density of $6,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, showing the influence of inclusion size, position and percentage of porosity and the influence of RVE size is also shown. Also, a model has been proposed that can describe the complex development of microcrack with great savings in terms of computational resources. In the sixth chapter the conclusion of the whole work is given.

Key words: sintered steel, microstructure, porosity, micromechanical modeling, representative volume element (RVE), Abaqus, tensile test, damage

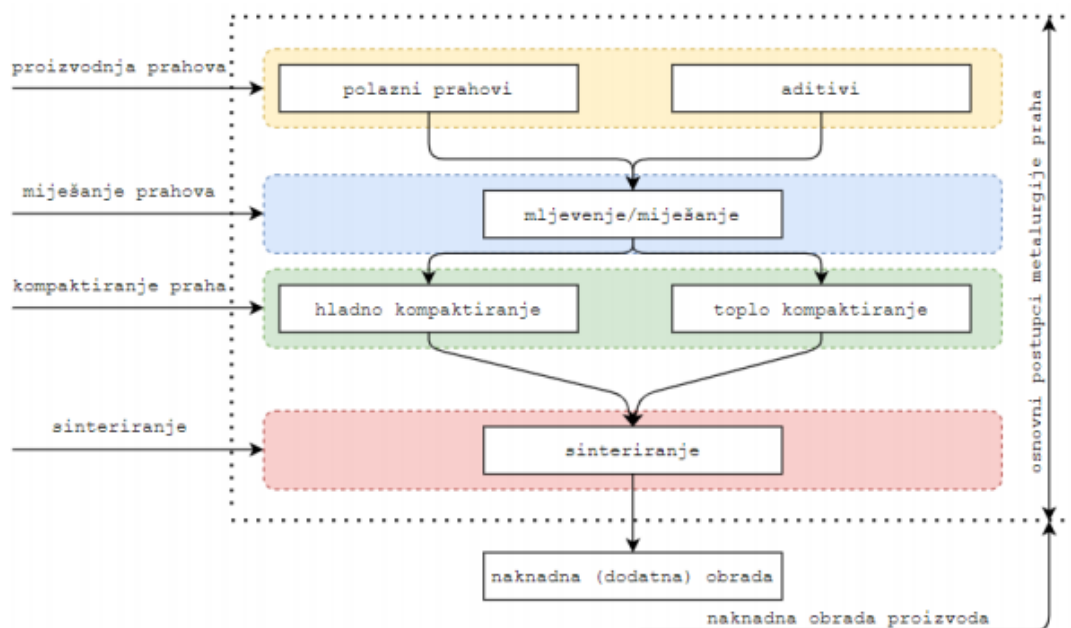
1. UVOD

1.1. Metalurgija praha

Kontinuiranim napretkom znanosti i tehnologije dolazi do potrebe sve veće uporabe materijala s poboljšanim svojstvima uz smanjenje troškova proizvodnje, što je uvijek bio zadatak u razvoju tehnologije, konstrukcija i strojnih dijelova. Metalurgija praha je novija tehnologija koja svoj razvoj može zahvaliti velikim prednostima pred drugim granama. To je proces u kojem se neki metal u čvrstom stanju, legura ili keramika u obliku čestica maksimalnog promjera 150 μm pretvara u inženjersku komponentu ili strojni dio već određenog oblika i svojstava koja joj u većini slučajeva omogućuje upotrebu bez naknadne obrade. Snaga metalurgije praha leži u njenoj ogromnoj fleksibilnosti u pogledu materijala, geometrije, obrade i svojstava. Ona osigurava praktična rješenja problema vezanih za proizvodnju materijala s visokim talištem, te je postala osnova za proizvodnju metala otpornih na visoke temperature i reznih alata ekstremno visoke tvrdoće.

Osnovne tehnološke operacije postupaka metalurgije praha su (Slika 1.):

- proizvodnja praha,
- stvaranje mješavine prahova,
- kompaktiranje praha i
- sinteriranje - omogućuje zagrijavanje do temperature ispod tališta glavnog konstituenta kada čestice praha gube svoj identitet kroz proces interdifuzije, te se postižu tražena svojstva. [1]



Slika 1. Osnovni procesi metalurgije praha [2]

Prednosti primjene postupaka metalurgije praha su:

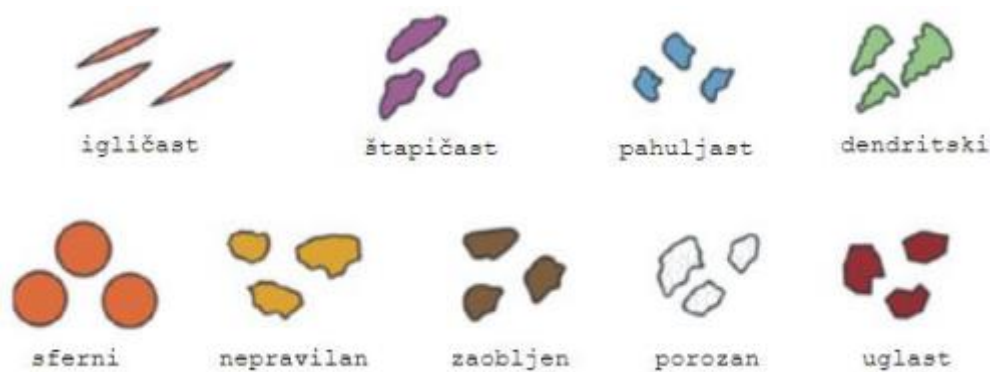
- jednolika sitnozrnata mikrostruktura,
- točne dimenzije gotovih proizvoda,
- moguća je proizvodnja dijelova smjese međusobno netopljivih metala, smjese keramike i metala, komponenata u čistom obliku,
- moguća je proizvodnja dijelova gotovog i skoro gotovog oblika bez naknadne obrade odvajanjem čestica,
- oblikovanje metala koje nije moguće oblikovati drugim postupcima,
- moguća je proizvodnja jednostavnih i složenih oblika,
- moguće je proizvesti dijelove željenog stupnja poroziteta,
- automatizacijom moguće izraditi veliku količinu komada u kratkom roku,
- visoki stupanj iskoristivosti materijala,
- bolja magnetska svojstva,
- moguće je razviti materijale novih mikrostruktura,
- ekološki prihvatljiva tehnologija, ušteda energije i troškova proizvodnje. [1]

Nedostatci su:

- visoka cijena polaznih prahova,
- visoka cijena potrebne opreme i alata,
- skupa i složena izrada kalupa za oblikovanje praha tijekom postupka kompaktiranja,
- otežano rukovanje prahovima,
- zahtjeva se stroga kontrola svih segmenata proizvodnje,
- zahtjeva se skladištenje i rukovanje prahom u čistoj okolini kompaktiranja,
- moguća je pojava poroziteta i oksidacije, slabljenje mehaničkih svojstava,
- oblici i dimenzije gotovih proizvoda su ograničeni,
- postižu se razlike u gustoći gotovih dijelova u slučaju jednoosnog kompaktiranja,
- iskoristivo i ekonomično jedino za visokoserijsku proizvodnju. [1]

Metalurgija praha se primjenjuje za proizvodnju visokokvalitetnih dijelova poboljšanih svojstava raznih područja primjene. Upotrebom novih prahova, izuzetne čistoće i znatno manje veličine zrna, kao i primjenom novih postupaka, omogućena je proizvodnja gotovih dijelova, izuzetnih mikrostrukturnih karakteristika i mehaničkih svojstava. Najveću primjenu dijelovi proizvedeni metalurgijom praha imaju u automobilskoj industriji. Sve se više upotrebljavaju i u informatičkoj, vojnoj, sportskoj i zrakoplovnoj industriji. [1]

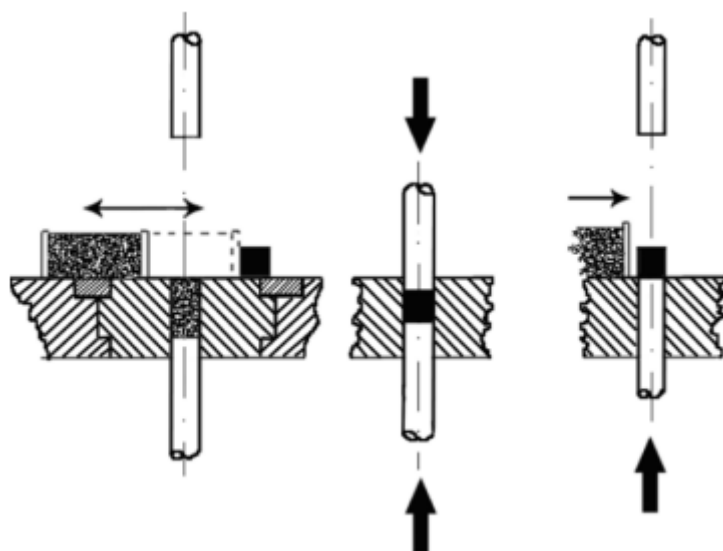
Prah se definira kao fino usitnjene krute čestice. Inženjerski prahovi obuhvaćaju metale i keramike, a geometrijska svojstva su im dimenzije i razdioba čestica, oblik i unutarnja građa čestica te površina čestica. Razlikujemo više oblika čestica praha. (Slika 2.) Čestice štapićastog oblika su dobro stlačive i imaju izraženu sinterabilnost, dok su sferne čestice lošije stlačive i slabije sinterabilne. Također, što je veličina čestica ujednačenija, to je miješanje bolje. Razlikujemo miješanje (isti kemijski sastav) i umješavanje (različit kemijski sastav). Miješanje je obavezno, osim kada se sinterira samo jedna vrsta praha, radi homogenosti mikrostrukture nakon sinteriranja. Dodavanjem lubrikanata smanjuje se trenje između čestica praha i stijenki kalupa. Lubrikanti su u čvrstom ili u tekućem stanju, pa tako razlikujemo mokro i suho miješanje. [1]-[6]



Slika 2. Oblici čestica praha [2]

Osnovna tehnološka svojstva prahova su sposobnost tečenja, kompaktiranja i sinteriranja. Sposobnosti tečenja i kompaktiranja uvelike ovise o veličini i obliku čestica, a kompaktiranjem se dobivaju proizvodi veće gustoće i čvrstoće. Kompaktiranje praha predstavlja mjeru zgušnjavanja praha i dijeli se u tri etape (Slika 3.):

- punjenje kalupa – smjesa praha se dovodi u kalup i poprima oblik kalupne šupljine,
- zgušnjavanje praha – trenje između praha i stijenki kalupa utječe na kvalitetu zgušnjavanja kompakta (kompakt je obično homogeniji u sredini nego na površini),
- izbacivanje gotovog dijela (kompakta) iz kalupa. [2]



Slika 3. Faze kompaktiranja [2]

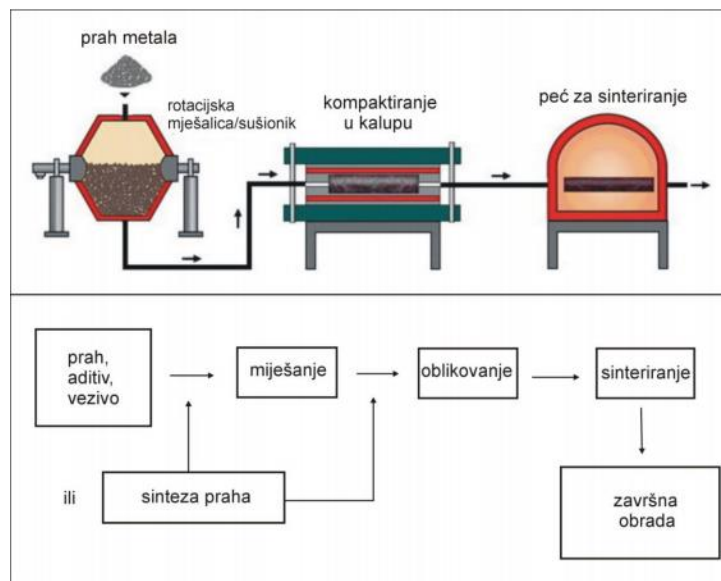
Sposobnost sinteriranja je pokazatelj povećavanja čvrstoće veza između čestica praha, smanjenja poroznosti i povećanja gustoće proizvoda pri samom postupku sinteriranja. U metalurgiji praha pretežno se koriste prahovi željeza, čelika i aluminijska, no koriste se i prahovi bakra i njegovih legura, super legura na bazi nikla i kobalta, vatrootporni metali kao što su molibden i volfram te neki karbidi metala. Tipični proizvodi metalurgije praha su zupčanici, lančanici, ležajevi, električni kontakti i sl. (Slika 4.) [1]-[6]



Slika 4. Tipični proizvodi metalurgije praha [3]

1.2. Postupak sinteriranja

Sinteriranje je jedna od značajnih tehnoloških operacija postupka metalurgije praha. Može se definirati kao tehnika za proizvodnju materijala i dijelova kontrolirane gustoće iz metalnih ili keramičkih prahova primjenom toplinske energije. S praktičnog aspekta se definira kao toplinska obrada praha ili kompaktnog komada na temperaturi nižoj od temperature taljenja glavnog konstituenta s ciljem povezivanja čestica i poboljšanja čvrstoće. Na slici 5. prikazan je tijek proizvodnje sinteriranih dijelova.

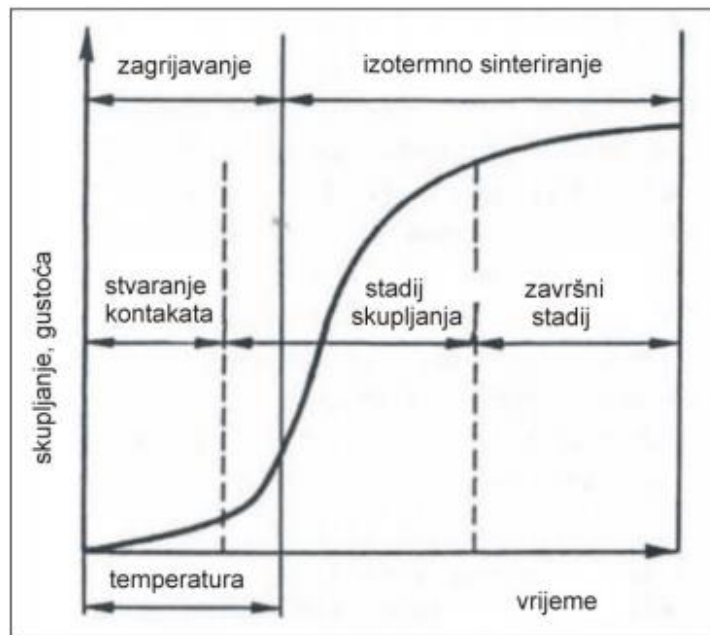


Slika 5. Tijek proizvodnje sinteriranih dijelova [1]

Sinteriranje se još naziva i srašćivanje. Čestice srastaju kretanjem atoma, a što su manje imaju veću površinsku energiju i srastaju brže. Čestice praha povezuju se zagrijavanjem na dovoljno visoku temperaturu, pri čemu dolazi do ubrzanih difuzijskih procesa između atoma čestica praha, njihovog međusobnog povezivanja, te nastanka čvrstog komada. Proces je vrlo složen i uključuje nekoliko mehanizama prijenosa materijala: skupljanje, zgušnjavanje, nastanak čvrste otopine i nastanak konačne mikrostrukture. [1]-[6]

Stadiji procesa sinteriranja shematski se mogu prikazati (Slika 6.):

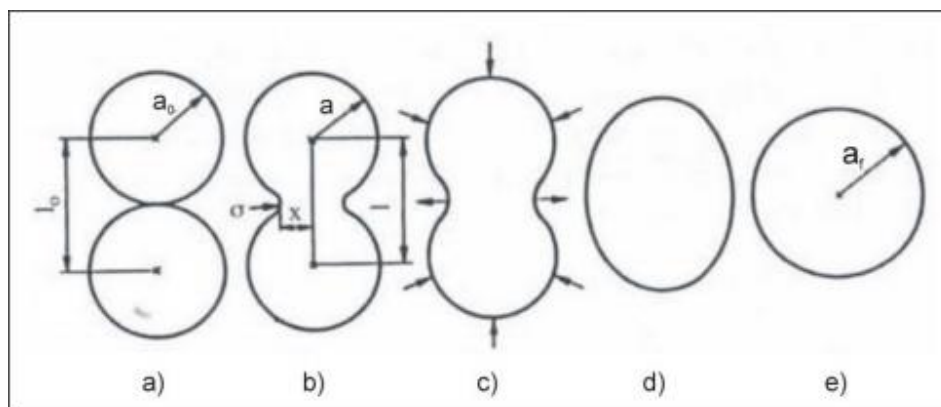
- nastajanje i rast kontakata (rani, početni stadij),
- brzo skupljanje (zgušnjavanje, srednji stadij) i
- na kraju lagano približavanje konačnoj gustoći (završni, konačni stadij). [1]



Slika 6. Shematski prikaz stadija sinteriranja [1]

Početak sinteriranja karakterizira porast površine kontakata između čestica. Težnja sustava za smanjenjem ukupne površine uvjetuje da dvije kuglice (polumjera a_0) u kontaktu, prolazeći kroz različita međustanja, formiraju česticu (kuglicu) polumjera a_f [1] (Slika 7.):

$$a_f = a_0 \sqrt[3]{2}. \quad (1.1)$$



Slika 7. Različiti stadiji sinteriranja dvije čestice [1]

1.3. Sinterirani čelici

Sinteriranje čelika razvilo se nakon već gotovo potpuno razvijenih postupaka sinteriranja tvrdih metala i keramičkih materijala. Glavni cilj sinteriranja čelika, u pravilu jednak je cilju sinteriranja ostalih materijala: težnja prema izotropiji. Jedan od glavnih razloga razmjerno kasnog razvoja ove skupine čelika bio je problem proizvodnje osnovne sirovine: željeznog ili čeličnog praha. Sinterirani čelici su prikladni za termokemijsku obradbu i za obradbu prevlačenjem, jer je izotropna struktura znatno povoljnija za difuziju od anizotropne. Glavna negativna karakteristika svih metala nastalih postupkom sinteriranja je njihova visoka krhkost. Međutim, u sustavima prijenosa snage, upotreba tehnologije sinteriranih čelika pokazala je znatne prednosti u odnosu na klasičnu metalurgiju zbog relativno niskih cijena proizvodnje, ekološke prihvatljivosti, visokog udjela iskoristivosti sirovina i dobre redukcije buke u eksploataciji. Zato su modeliranje mikrostrukture i procjena ponašanja ovakvih materijala od iznimne važnosti. Danas su sinterirani čelici najvažniji materijali u metalurgiji praha i dominiraju u proizvodnoj masi. Njihova svojstva znatno ovise o njihovom kemijskom sastavu, načinu proizvodnje, poroznosti i završnoj obradi. Ovisnost mehaničkih svojstava o poroznosti je najznačajnija za dinamička svojstva te je izraženija za istežanje pri lomu nego za vlačnu čvrstoću. U metalurgiji praha ne koriste se svi legirani elementi koji se koriste u konvencionalnoj tehnologiji čelika, kao što su krom, aluminij i mangan, zbog toga što velika reaktivnost površine otežava primjenu prahova koji imaju visoki afinitet prema kisiku pa dolazi do oksidacije. Koriste se legure sa bakrom niklom i molibdenom kao legiranim elementima. Tipični dijelovi od sinteriranih čelika prikazani su na slici 8. [5]-[9]

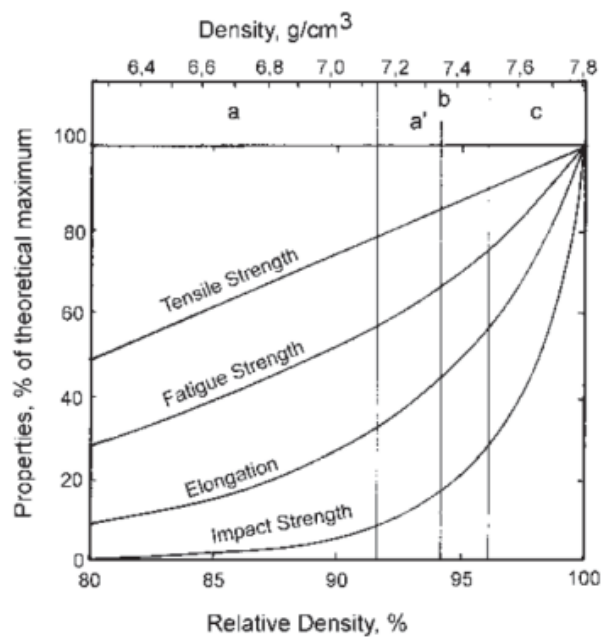


Slika 8. Tipični dijelovi od sinteriranog čelika [7]

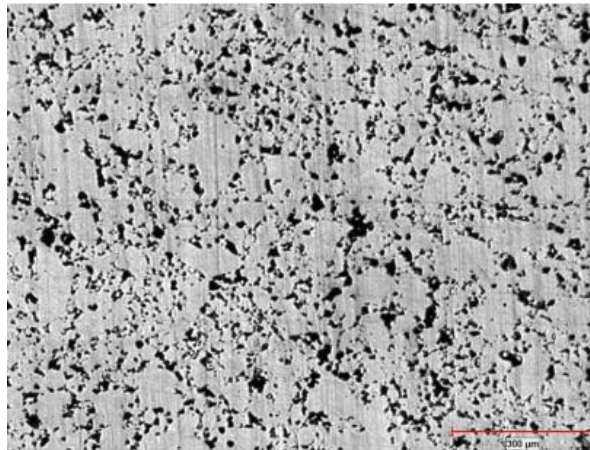
Najvažniji parametri za dobivanje željenih svojstava čvrstoće kod sinteriranih čelika su [9]:

- gustoća,
- uvjeti sinteriranja,
- legirani elementi i
- uvjeti toplinske obrade.

Gustoća i poroznost bitno utječu na mehanička svojstva. Povećanjem gustoće, vlačna čvrstoća i lomna žilavost rastu približno linearno, a istežljivost i udarna žilavost eksponencijalno.[9] Poroznost se definira kao omjer volumena pora (praznog prostora) i bruto volumena. Ona uzrokuje pojavu koncentracija naprezanja, lokalizaciju deformacija i akumuliranje oštećenja u mikrostrukтури materijala što pospješuje popuštanje materijala. Na slici 10. prikazan je uzorak porozne mikrostrukture sinteriranog čelika.



Slika 9. Utjecaj gustoće na mehanička svojstva [9]

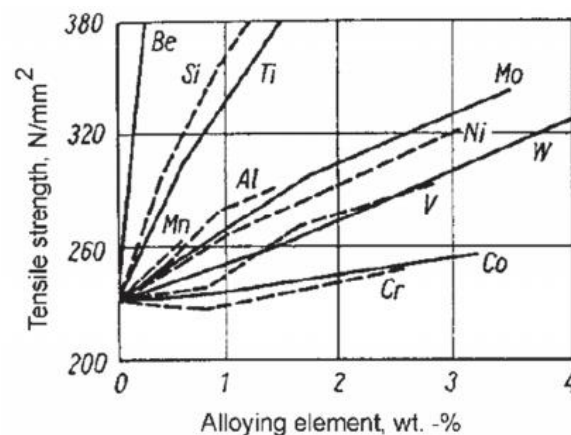


Slika 10. Slika metalografije sinteriranog čelika [6]

Uvjeti sinteriranja odlučuju o:

1. Brzini i učinkovitosti kompaktnog hladnog zavarivanja čestica praha,
2. Brzini homogenizacije legiranih elemenata i
3. Oksidaciji osjetljivih legiranih elemenata.

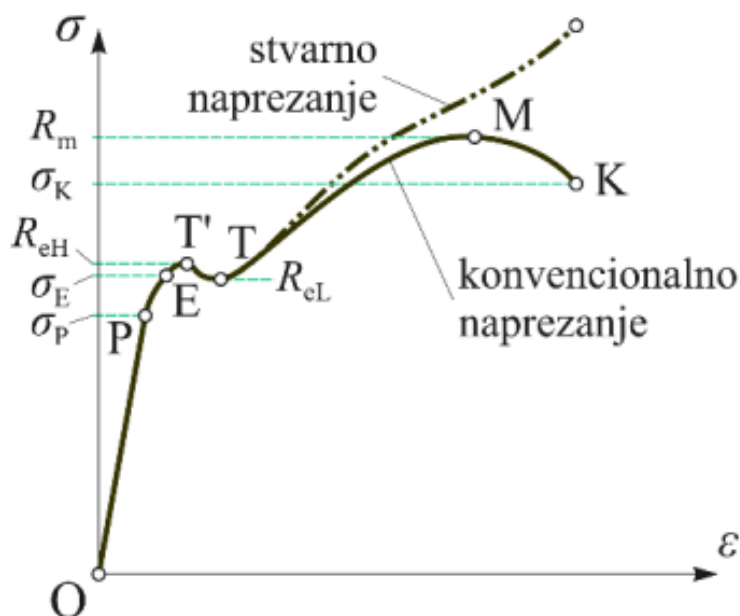
U metalurgiji praha na bazi željeza sinteriranje se vrši u pećima pri temperaturama od 1120°C do 1150°C. Vrijeme potrebno za sinteriranje iznosi 20-30 min, a daljnja obrada uglavnom nije potrebna jer se njome ne postiže značajnije poboljšanje svojstava. Legirni elementi otopljeni u osnovnom metalu dovode do stvaranja raznih mikrostruktura i povećavaju otpornost materijala na deformiranje, a njihov utjecaj na vlačnu čvrstoću prikazan je na slici 11.



Slika 11. Vlačna čvrstoća u ovisnosti o legiranim elementima u sinteriranom čeliku [9]

2. PONAŠANJE MATERIJALA PRILIKOM RASTEZANJA

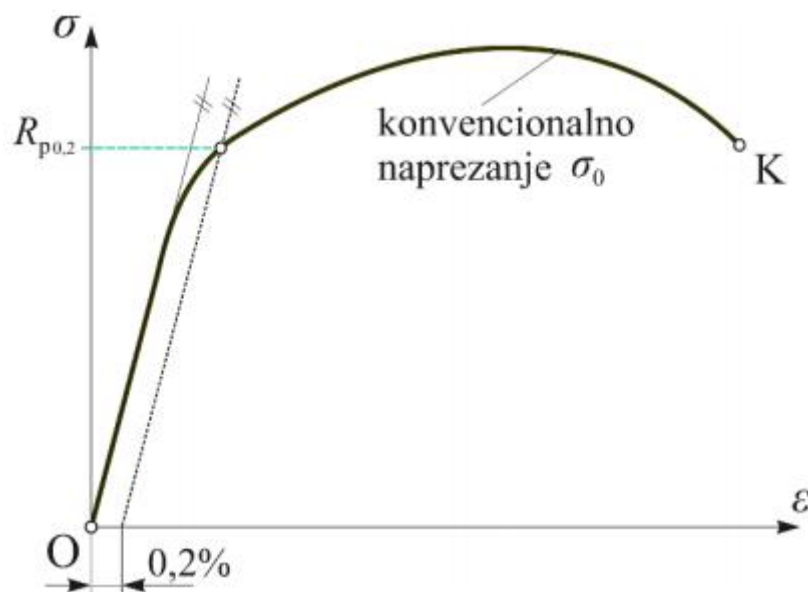
2.1. Konvencionalni dijagram rastezanja materijala



Slika 12. Konvencionalni dijagram rastezanja [10]

Slika 12. prikazuje konvencionalni dijagram rastezanja dobivenog vlačnim testom. Napretnje koje odgovara točki P naziva se granica proporcionalnosti σ_P , i do tog iznosa napretnja veza između napretnja i deformacija je linearna i može se prikazati jednačbom koja predstavlja Hookeov zakon. Točka E označava granicu elastičnosti σ_E . Ako se epruveta pri toj i nižim vrijednostima napretnja rastereti, vraća se u početni oblik, tj. nakon rasterećenja nema deformacija. Kada iznos napretnja premaši granicu elastičnosti σ_E , materijal se počinje ponašati neelastično ili plastično što znači da u epruveti nakon rasterećenja ostaju trajne plastične deformacije. Nakon što napretnje dostigne gornju granicu razvlačenja R_{eH} (starija oznaka σ_T' – točka T' na slici 12.), naglo opada na vrijednost R_{eL} , što je donja granica razvlačenja (starija oznaka σ_T – točka T na slici 12.), dakle deformacije rastu bez povećanja napretnja. Nakon određene deformacije konvencionalno napretnje σ_0 ponovno raste do iznosa R_m (starija oznaka σ_M – točka M na slici 12.) čija vrijednost predstavlja vlačnu ili rasteznu čvrstoću materijala. Nakon toga konvencionalno napretnje opada dok se epruveta ne slomi (točka K na slici 12.). Na slici 12. punom linijom prikazano je konvencionalno

naprezanje gdje se sila stalno dijeli s početnom površinom poprečnog presjeka A_0 . Kada materijal iz elastičnog ulazi u plastično područje dolazi do znatnijeg smanjenja početnog promjera d_0 , a time i površine stvarnog poprečnog presjeka. Ako se sila dijeli sa stvarnom površinom poprečnog presjeka A , dobiva se stvarno naprezanje σ koje je prikazano na slici 12. isprekidanom linijom. [10]-[11]



Slika 13. Konvencionalna granica razvlačenja $R_{p0.2}$ [10]

Kad naprezanje dosegne vlačnu čvrstoću epruveta se naglo sužava, odnosno dolazi do pojave vrata na epruveti. Nakon vlačne čvrstoće u epruveti se stvaraju oštećenja što se kod rasterećenja u tom području očituje padom krutosti materijala, odnosno smanjuje se modul elastičnosti. Kod materijala koji imaju kontinuirani prijelaz iz područja elastičnih u područje plastičnih deformacija (duktilni materijali) utvrđuje se konvencionalna granica razvlačenja $R_{p0.2}$ (Slika 13.). To je ono naprezanje koje će u materijalu nakon rasterećenja ostaviti plastičnu deformaciju od 0,2 %. [10]

2.2. Linearno-elastično ponašanje

Kao što je već rečeno, linearno-elastično ponašanje materijala opisano je Hookeovim zakonom koji se može zapisati u obliku:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl}^e, \quad (2.1)$$

gdje D_{ijkl} predstavlja matricu elastičnosti koja je tenzor četvrtog reda, a naprezanje σ_{ij} i elastična deformacija ε_{kl}^e su tenzori drugog reda. Za materijale koji imaju jednaka svojstva u svim smjerovima (izotropni materijali) matrica elastičnosti je simetrična i sastoji se od modula elastičnosti E i modula smicanja G . Uz Poissonov faktor ν , veza ove dvije konstante glasi:

$$\frac{E}{G} = 2(1 + \nu). \quad (2.2)$$

Matrica elastičnosti se dobiva iz:

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (2.3)$$

gdje su λ i μ Laméove konstante koje slijede iz jednadžbi:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \\ \mu &= G = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

a δ_{ij} je Kroneckerov simbol za koji vrijedi:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}. \quad (2.5)$$

Tenzor naprezanja sastoji se od sfernog i devijatorskog dijela prema:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} + S_{ij}, \quad (2.6)$$

gdje prvi član predstavlja sferni dio koji, ako gledamo elastično deformiranje, utječe isključivo na promjenu volumena, tj. veličine tijela prilikom deformiranja, a drugi član je devijatorski koji mijenja oblik tijela. Sferni dio zove se još i hidrostatski i može se zapisati kako slijedi:

$$\sigma_{ij}^0 = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3} \sigma_{kk} = p. \quad (2.7)$$

Devijatorski dio relevantan je za opisivanje plastične deformacije i za njega vrijedi:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}. \quad (2.8)$$

Kod rješavanja stvarnih problema koje nastojimo svesti na jednostavnije slučajeve uz uvođenje određenih pretpostavki razlikujemo stanje ravninske deformacije i stanje ravninskog naprezanja. Kod ravninskog stanja deformacije, elastično tijelo ima jednake pomake točaka u međusobno paralelnim ravninama i ti pomaci su neovisni o koordinati okomitoj na te ravnine, a ravninsko stanje naprezanja vlada na vanjskim plohama tijela ukoliko na tim mjestima ne djeluju vanjska opterećenja u pravcu normale na plohu.. [12]

2.3. Elastoplastično ponašanje

Za slučaj bez početne deformacije, ukupna deformacija može se rastaviti na povrativu elastičnu deformaciju i trajnu, nepovratnu plastičnu deformaciju,

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p, \quad (2.9)$$

pa jednačba (2.1) postaje,

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p), \quad (2.10)$$

gdje su σ_{ij} Cauchyjev tenzor naprezanja, a ε_{kl} Green-Lagrangeov tenzor deformacija za koji vrijedi,

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k} + u_{m,k} u_{m,l}), \quad (2.11)$$

gdje je u_k vektor pomaka. Za slučaj malih deformacija, treći član u zagradi iščezava.

Pri jednoosnom stanju naprezanja, kad naprezanje dosegne granicu tečenja, počinje plastično deformiranje tijela. Dakle, uvjet tečenja pri jednoosnom stanju naprezanja ima oblik:

$$\sigma = \sigma_y, \quad (2.12)$$

a pri višeosnom stanju naprezanja uvjet tečenja opisan je skalarnom funkcijom tečenja,

$$f = f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \kappa) = 0. \quad (2.13)$$

Funkcija tečenja ovisi o naprezanju σ_{ij} , o plastičnoj deformaciji ε_{ij}^p , i o povijesti plastične deformacije (ili promjene plastične deformacije) koja se izražava parametrom κ koji se naziva parametrom očvršćenja. Jednačba (2.13) predstavlja implicitnu jednačbu zatvorene

hiperplohe koja se naziva ploha tečenja. Ako se točka nalazi unutar plohe tečenja, tj. ako je $f < 0$, materijal se nalazi u elastičnom stanju i nema povećanja plastične deformacije. Plastična deformacija može nastati samo ako je $f = 0$, a stanje $f > 0$ nema značenja i u stvarnosti se ne može dogoditi.

Funkcija tečenja izvodi se preko invarijanti tenzora naprezanja, koje se prikazuju kao:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{ii}, \\ I_2 &= \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij}, \\ I_3 &= \frac{1}{2} \sigma_{ik} \sigma_{kl} \sigma_{li}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Slijede invarijante devijatora tenzora naprezanja:

$$\begin{aligned} J_1 &= S_{ii}, \\ J_2 &= \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}, \\ J_3 &= \frac{1}{2} S_{ik} S_{kl} S_{li}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

U izotropnim materijalima svi su smjerovi jednako vrijedni, tj. funkcija tečenja ne ovisi o pravcima glavnih naprezanja, nego samo o glavnim naprezanjima:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0, \quad (2.16)$$

ili:

$$f(I_1, I_2, I_3) = 0. \quad (2.17)$$

Eksperimentalno je dokazano da plastično tečenje metala ne ovisi o srednjem normalnom naprezanju σ_{ii} , pa se prva invarijanta naprezanja gubi. Prethodno je navedeno da devijatorski dio opisuje plastično tečenje, stoga funkcija tečenja ovisi samo o drugoj i trećoj invarijanti devijatora naprezanja:

$$f(J_2, J_3) = 0. \quad (2.18)$$

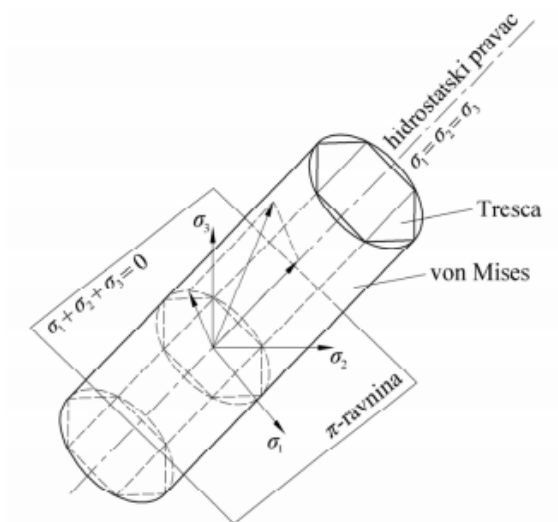
Funkcija tečenja prikazuje se u trodimenzijском prostoru naprezanja kojem su koordinatne osi glavna naprezanja. Pravac kojem su kutovi sa sve tri koordinatne osi $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ jednaki naziva se hidrostatički pravac – u točkama tog pravca sva tri glavna naprezanja su jednaka:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3. \quad (2.19)$$

Ravnina koja je okomita na taj pravac i koja prolazi kroz ishodište ima jednadžbu:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0, \quad (2.20)$$

i naziva se π ravnina. Ravnine paralelne π ravnini, i π ravnina su devijatorske ravnine. Ploha tečenja siječe π ravninu u krivulji koju nazivamo krivulja tečenja. Srednje normalno naprezanje u bilo kojoj točki π ravnine jednako je nuli. Iz svake točke krivulje možemo povući pravac paralelan sa hidrostatskim, te dobivamo cilindričnu plohu tj. plohu tečenja po kojoj se mijenja srednje normalno naprezanje – za koje je navedeno da ne utječe na pojavu tečenja materijala. Vektor stanja naprezanja koji polazi iz ishodišta moguće je rastaviti na sferni (komponenta vektora paralelna s hidrostatskim pravcem) i devijatorski (komponenta vektora okomita na hidrostatski pravac) dio prema (2.6) kao što je prikazano na slici 14. Na slici 14. prikazane su i Misesova i Trescina ploha tečenja. Trescina ploha tečenja je pravilna šesterostrana prizma, dok von Misesovoj plohi odgovara valjak. [5],[6],[10]-[15]



Slika 14. Von Misesova i Trescina ploha tečenja [13]

Kod von Misesovog kriterija tečenja, pretpostavka je da će do tečenja doći samo onda kada druga invarijanta tenzora naprezanja dosegne kritičnu vrijednost, dana obično kao materijalno svojstvo k :

$$f(J_2) = J_2 - k^2 = 0. \quad (2.21)$$

Prema Trescinom kriteriju do tečenja materijala dolazi kada maksimalno posmično naprezanje dosegne kritičnu vrijednost:

$$f(\tau_{max}) = \tau_{max} - k^2 = 0. \quad (2.22)$$

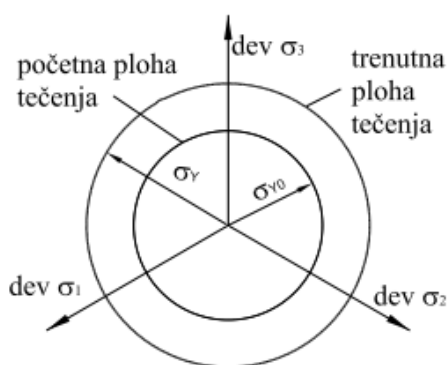
2.4. Očvršćenje materijala

Eksperimentima je utvrđeno da početna ploha tečenja tijekom procesa plastičnog deformiranja mijenja svoj položaj i da točka koja opisuje stanje opterećenja uvijek leži na plohi tečenja. Način kako opisati promjenu položaja plohe tečenja je jedan od velikih problema kod modeliranja plastičnog deformiranja materijala. Razvijena su razna pravila po kojima se modelira promjena položaja plohe tečenja i ona se nazivaju očvršćenje materijala. Dva najčešća modela su:

- **Izotropno očvršćenje**, koje pretpostavlja jednoliko širenje početne plohe tečenja tako da središte plohe ostaje nepromijenjeno (Slika 15.). Ono ne može opisati Bauschingerov efekt. Osnovni matematički izraz je (za slučaj von Misesova uvjeta tečenja)

$$f(J_2) = J_2 - (k + Y)^2 = 0, \quad (2.23)$$

gdje Y predstavlja izotropno očvršćenje.

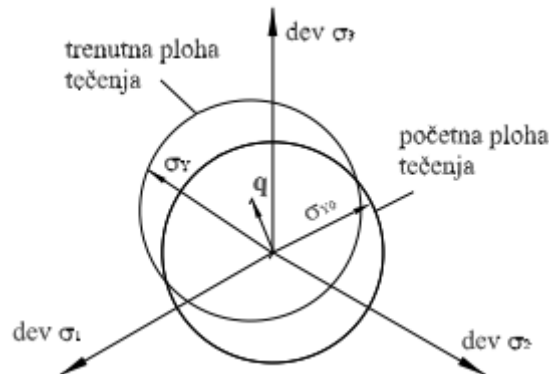


Slika 15. Grafički prikaz izotropnog očvršćenja [15]

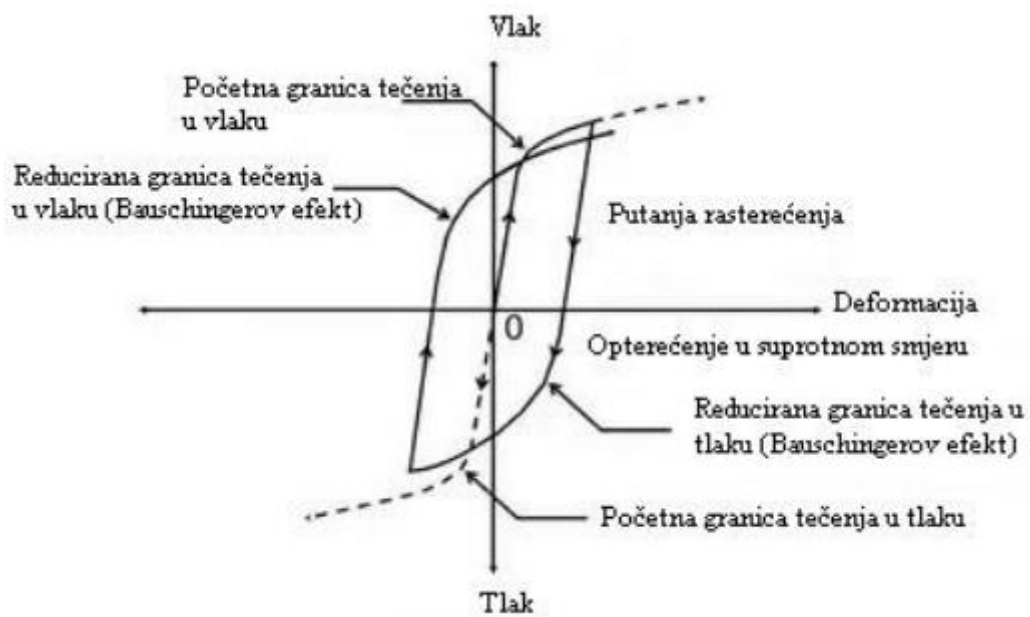
- **Kinematičko očvršćenje**, početna ploha tečenja prilikom procesa plastičnog deformiranja translata se kruto u prostoru napreznja bez rotiranja i promjene veličine (Slika 16.). Iz tog razloga veličina, oblik i orijentacija početne plohe tečenja se zadržava. Kinematičkim očvršćenjem moguće je opisati Bauschingerov efekt (Slika 17.). Bauschingerov efekt dolazi do izražaja kada se materijal optereti u smjeru jedne osi u područje plastičnih deformacija te zatim rastereti i opet optereti, ali u suprotnom smjeru. Posljedica je reducirana granica tečenja materijala u odnosu na početnu. Izraz za kinematičko očvršćenje glasi (za slučaj von Misesova uvjeta tečenja)

$$f(\mathbf{S} - \mathbf{q}) - k^2 = 0, \quad (2.24)$$

gdje je \mathbf{S} naprezanje, \mathbf{q} predstavlja tenzor drugog reda nazvan „back stress tenzor“ i on daje koordinate centra trenutne plohe tečenja.



Slika 16. Grafički prikaz kinematičkog očvršćenja [15]



Slika 17. Bauschingerov efekt [16]

Neki od najčešće korištenih oblika kinematičkog očvršćenja su:

- **Pragerovo očvršćenje:** Osnova kinematičkog očvršćenja je određivanje „back stress tenzora“ \mathbf{q} . Najjednostavniji način je da se pretpostavi linearna veza između $d\mathbf{q}$ i $d\boldsymbol{\varepsilon}^P$ pa Pragerovo očvršćenje ima sljedeći oblik

$$d\mathbf{q} = c d\boldsymbol{\varepsilon}^P, \quad (2.25)$$

gdje je c konstanta materijala, a $d\boldsymbol{\varepsilon}^P$ je neelastični dio deformacije. Ono se u stvari ne poklapa u potpunosti s definicijom kinematičkog očvršćenja jer se prilikom transformacije javlja i promjena veličine plohe tečenja.

- **Zieglerovo očvršćenje:** Razvijeno je kao modifikacija Pragerova očvršćenja kako bi opisivalo samo kinematičko očvršćenje. Pretpostavka je da se translacija odvija u smjeru relativnog naprezanja $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{S} - \mathbf{q}$ tako da vrijedi

$$d\mathbf{q} = d\mu(\mathbf{S} - \mathbf{q}), \quad (2.26)$$

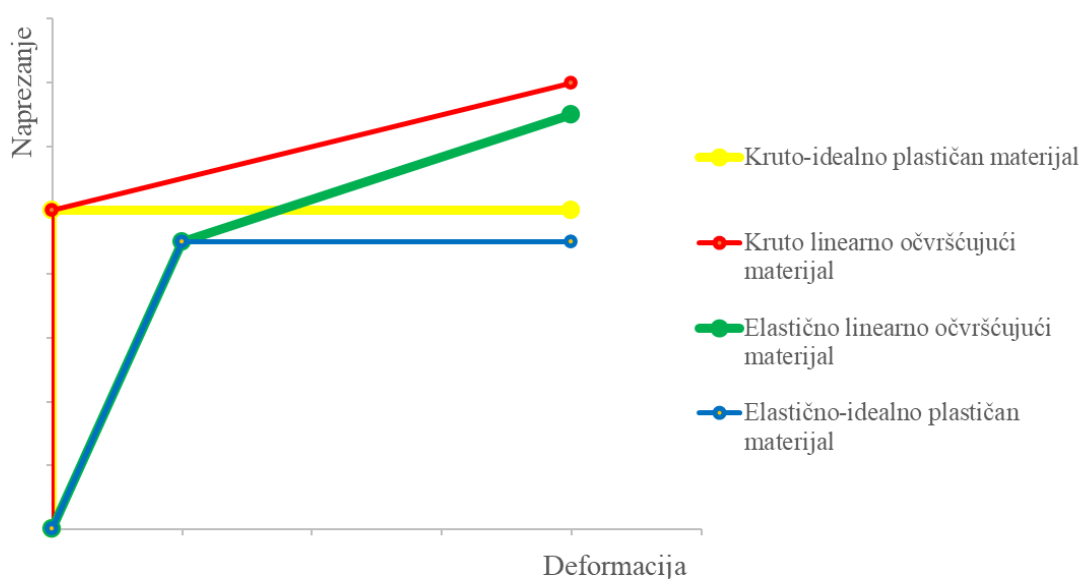
gdje je $d\mu$ faktor proporcionalnosti koji ovisi o povijesti deformacije i o samom materijalu. Na taj način se ploha tečenja translacija, a da pri tome ne dolazi do promjene veličine i oblika kinematičkog očvršćenja. [15],[16]

2.5. Idealizirani materijalni modeli i Ramberg-Osgodov model

U svrhu olakšanja analitičke obrade nelinearnog plastičnog područja dijagrama rastezanja, uvode se pojednostavljenja, tj. idealizacije dijagrama. Idealizirani dijagrami zadržavaju bitne značajke stvarnih dijagrama, a zanemarive pojedinosti dijagrama su ispuštene. U nastavku prikazani su materijalni modeli koji su opisani idealiziranim dijagramima.

- Kruto-idealno plastičan materijal** (Slika 18. žuto) koristi se pri obradi materijala deformiranjem pri čemu se zanemaruju elastične deformacije. Nelinearno plastično ponašanje materijala opisano je konstantnim naprezanjem uslijed povećanja plastičnih deformacija.
- Elastično-idealno plastičan materijal** (Slika 18. plavo) primjenjuje se pri proračunavanju konstrukcija načinjenih od materijala sa izraženim plastičnim tečenjem. U ovoj idealizaciji, opisana je linearna veza naprezanja i deformacija u području elastičnih deformacija.

- c) **Kruto linearno očvršćujući materijal** (Slika 18. crveno) upotrebljava se pri proračunu konstrukcija kod kojih se u obzir uzima samo područje plastičnih deformacija. Tangentni modul elastičnosti E_T (nagib pravca očvršćenja) predstavlja odnos naprezanja i plastičnih deformacija definiran kao linearna funkcija. Tangentni modul elastičnosti E_T manjeg je iznosa nego Youngov modul elastičnosti E .
- d) **Elastično linearno očvršćujući materijal** (Slika 18. zeleno) koristi se pri proračunavanju duktilnih materijala s neizraženom granicom tečenja σ_T u području malih deformacija.

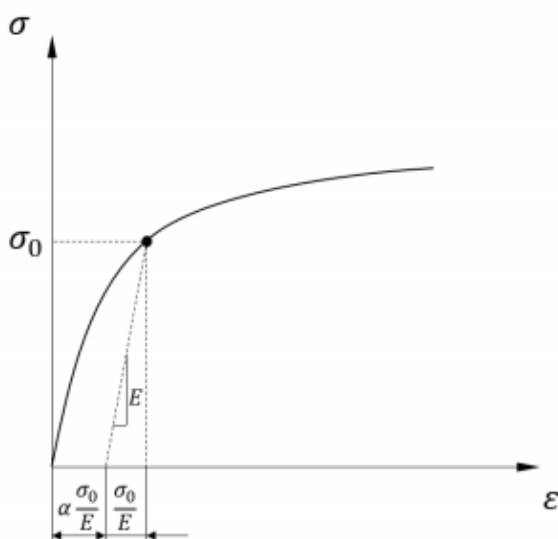


Slika 18. Idealizirani dijagrami

- e) **Ramberg-Osgoodov materijalni model** (Slika 19.) primjenjuje se pri opisivanju nelinearnog ponašanja materijala od granice tečenja do loma. Predloženi konstitutivni zakon prikladan je za opisivanje materijala u kojem dolazi do procesa očvršćivanja tijekom plastičnog deformiranja. Ovaj materijalni model pouzdano opisuje prijelaz iz područja elastičnih deformacija u područje plastičnih deformacija, a opisan je izrazom:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{n-1}, \quad (2.27)$$

gdje je σ_0 granica tečenja, a α i n su parametri materijala.



Slika 19. Ramberg-Osgoodov materijalni model

Inkrement plastične deformacije općenito se prikazuje pomoću zakona tečenja,

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (2.28)$$

gdje je $g = g(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \kappa)$ plastični potencijal, a $d\lambda$ skalarni faktor proporcionalnosti (plastični multiplikator). Ako je plastični potencijal jednak funkciji tečenja, dobiva se asociirani zakon tečenja prema

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (2.29)$$

Elastoplastični tenzor krutosti za slučaj von Misesovog kriterija tečenja glasi

$$D_{ijkl}^{ep} = D_{ijkl} - \frac{3G^2}{J_2(K + 3G)} S_{ij} S_{kl}. \quad (2.30)$$

Veza između inkrementa naprezanja i inkrementa ukupne deformacije sada glasi

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl}. \quad (2.31)$$

U nastavku se opisuje korišteni materijalni model s nelinearnim kombiniranim očvršćenjem implementiran u programski paket *Abaqus*. Taj materijalni model zapravo koristi kombinaciju nelinearnog kinematičkog i izotropnog očvršćenja. Kinematički dio opisuje translaciju plohe tečenja u prostoru naprezanja preko tenzora povratnog naprezanja (backstress), α , dok izotropni dio opisuje promjenu ekvivalentnog naprezanja koje definira veličinu plohe tečenja, σ^0 , kao

funkciju plastične deformacije. Kinematički dio je definiran kao aditivna kombinacija čistog kinematičkog očvršćenja opisanog linearnim Zieglerovim očvršćenjem i relaksacije, što dovodi do nelinearnosti. Moguće je koristiti više tenzora povratnog naprezanja, a zakon očvršćenja tada glasi

$$\dot{\alpha}_k = C_k \frac{1}{\sigma^0} (\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) \dot{\bar{\epsilon}}^{pl} - \gamma_k \alpha_k \dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \quad (2.32)$$

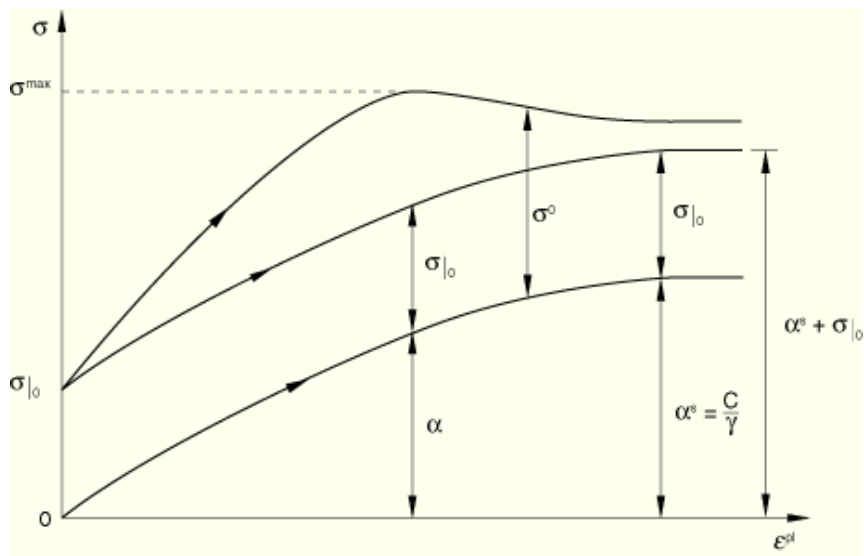
gdje je $\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}$ brzina ekvivalentne plastične deformacije, a C_k i γ_k su parametri materijala. Ukupni tenzor povratnog naprezanja računa se kao

$$\boldsymbol{\alpha} = \sum_{k=1}^N \alpha_k, \quad (2.33)$$

pri čemu je N ukupni broj tenzora povratnih naprezanja. Zakon kinematičkog očvršćenja dijeli se na devijatorski i hidrostatski dio, a samo devijatorski dio ima utjecaja na ponašanje materijala. Kada parametri C_k i γ_k iznose 0, model se reducira na nelinearno očvršćujući materijalni model s izotropnim očvršćenjem. Moguće je tablično zadati odnos σ^0 i $\bar{\epsilon}^{pl}$, ili koristiti eksponencijalnu vezu

$$\sigma^0 = \sigma|_0 + Q_\infty \left(1 - e^{-b\bar{\epsilon}^{pl}}\right), \quad (2.34)$$

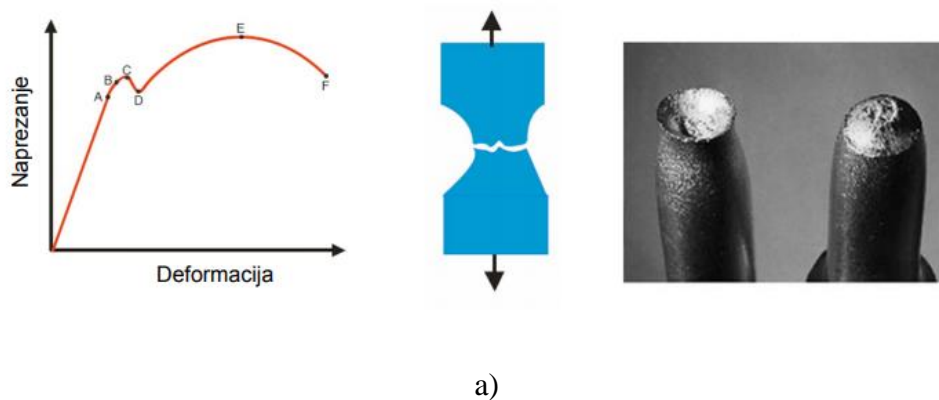
gdje je $\sigma|_0$ naprezanje pri plastičnoj deformaciji 0, a Q_∞ i b su parametri materijala. Parametar Q_∞ predstavlja maksimalnu promjenu u veličini plohe tečenja, a parametar b definira brzinu promjene veličine plohe tečenja tijekom plastičnog deformiranja. Kada je ekvivalentno naprezanje koje definira veličinu plohe tečenja konstantno, $\sigma^0 = \sigma|_0$, model se reducira na nelinearno očvršćujući materijalni model s kinematičkim očvršćenjem. Razvoj kinematičkog i izotropnog očvršćenja prikazan je na (Slika 20.) za jednoosno opterećenje. [17]

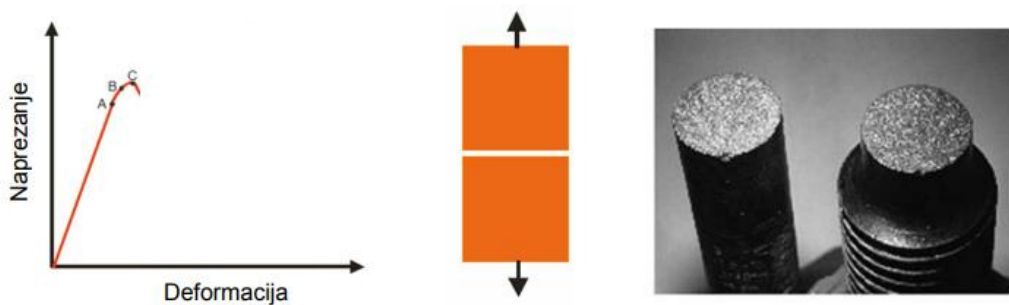


Slika 20. Jednodimenzionalni prikaz očvršćenja u nelinearnom izotropno/kinematičkom modelu [17]

3. POROZNOST I FAZE OŠTEĆENJA

Prilikom postupka sinteriranja pojedinih materijala, dolazi do pojave poroznosti. Poroznost dovodi do pojave koncentracije napreznja, lokalizacije deformacija i akumuliranja oštećenja u samom materijalu. Ona je temeljno obilježje sinteriranih materijala koje odlučuje o njihovim mehaničkim svojstvima. Njezina vrijednost ovisi o parametrima kao što su sastav legure, vrijeme, tlak, temperatura, veličina zrna praha itd. Monotonost i zamorne karakteristike sinteriranih metala u velikoj mjeri ovise o poroznosti, koja je strogo povezana s gustoćom materijala. Zbog snažnog razvoja tehnike sinteriranja, provjera ovih materijala na mikrorazini postaje jako važna. Kako bi se opisalo postupno ili progresivno smanjenje ili degradacija koju obično doživljavaju mehanička svojstva materijala prije početka pojave makropukotina, korištenje principa mehanike oštećenja igralo je važnu ulogu. Mehaniku oštećenja prvi je uveo L.M. Kachanov. On je prvi uveo varijablu koja povezuje gustoću materijala s mikrooštećenjima. U modelu mehanike oštećenja kontinuuma oštećenje se razmatra kao makroskopsko stanje varijabli koje utječe na makromehanička svojstva materijala, kao što je degradacija krutosti. Fizikalno gubitak krutosti je posljedica distribuiranih mikropukotina i mikrouključina u materijalu, koje nisu kontinuirane na manjoj skali, no na većoj skali možemo uzeti da jesu. Oštećenje u materijalu može biti predstavljeno u više oblika, kao što su specifične praznine i površinske pukotine, specifične pukotine i volumenske praznine te razmaci između pukotina i uključina. Tri su glavna tipa oštećenja: duktilno oštećenje (eng. *ductile damage*), zamorno oštećenje (eng. *fatigue damage*), te oštećenje pri puzanju (eng. *creep damage*). U ovom radu analizirat će se duktilno oštećenje. Na slici 21. su prikazani duktilni i krhki lom epruvete te lom zuba zupčanika uslijed zamora materijala.





b)



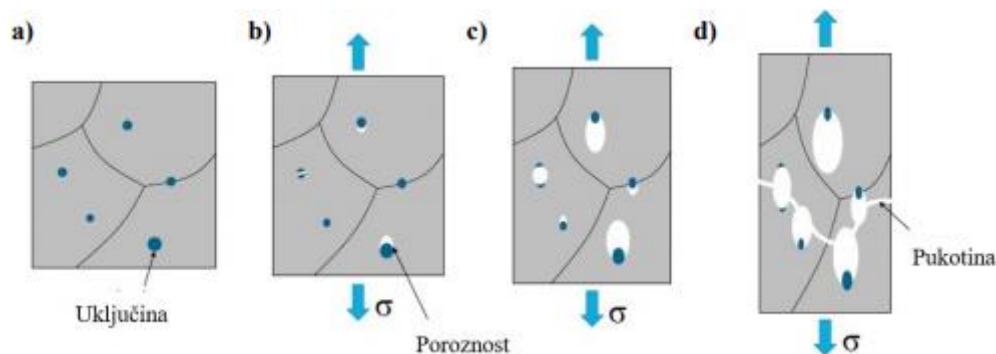
c)

Slika 21. a) duktilni lom, b) krhki lom, c) lom uslijed zamora materijala [18]-[19]

Kod duktilnog loma pukotina raste sporo te je praćena velikom plastičnom deformacijom. Budući da duktilni lom uključuje visoki stupanj plastične deformacije, u vrhu pukotine će zbog plastične deformacije biti ublažena koncentracija napreznja. Duktilni se materijali plastično deformiraju i samim time usporavaju proces loma, što omogućuje više vremena za otklanjanje problema. Duktilno oštećenje uključuje stvaranje poroznosti ili mikropukotina unutar metalne matrice u tri različita stadija prikazana na slici 22. Povećanjem napreznja materijal iz početnog stanja, (Slika 22. a), prelazi u prvi stadij, koji se zove nukleacija ili incijacija i to je najsloženija faza duktilnog oštećenja (Slika 22. b). Na ovom stadiju je i provedeno najviše istraživanja jer sprječavanjem ovog stadija ne dolazi do daljnjeg razvoja oštećenja. Nakon toga slijedi druga faza oštećenja koja se naziva rast ili propagacija mikropukotina (Slika 22. c). Stadij propagacije je uglavnom najuočljiviji stadij duktilnog oštećenja. Kako se širenje mikropukotina

nastavlja dolazi do njihovog međusobnog povezivanja, što dovodi do stadija srastanja mikropukotina (Slika 22. d). Kod takvih pojava daljnje povećanje opterećenja dovodi do konačnog loma. [20]-[22]

Kod sinteriranih materijala karakteristična je faza propagacije pukotine, gdje prvo dolazi do povezivanja manjih (mikrometarskih) pora a potom klastera (grupe povezanih manjih pora) pora i većih pora. [23]



Slika 22. Faze duktilnog oštećenja: a) početno stanje, b) nukleacija, c) rast i d) spajanje poroznosti [22]

3.1. Inicijacija oštećenja

U idućim poglavljima opisat će se model koji ćemo koristiti u programskom paketu *Abaqus*[®] (Dassault Systèmes, France). Kriterij iniciranja duktilnog oštećenja je fenomenološki model za predviđanje nastanka oštećenja zbog inicijacije, propagacije i srastanja poroznosti. Model pretpostavlja da je ekvivalentna plastična deformacija u trenutku iniciranja oštećenja, $\bar{\epsilon}_D^{pl}$, funkcija koja ovisi o troosnosti naprežanja, η , i brzini plastične deformacije, $\dot{\epsilon}^{pl}$, prema [17]

$$\bar{\epsilon}_D^{pl} = \bar{\epsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\epsilon}^{pl}), \quad (3.1)$$

gdje je η troosnost naprežanja prema

$$\eta = -\frac{p}{q}, \quad (3.2)$$

iz čega slijedi p koji označava hidrostatski tlak i q koji predstavlja ekvivalentno von Misesovo naprežanje prema izrazima

$$p = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} i \quad (3.3)$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}. \quad (3.4)$$

Tenzor naprezanja za slučaj jednoosnog vlačnog testa ima samo normalnu komponentu naprezanja u smjeru opterećenja te izgleda ovako

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.5)$$

pa iz toga slijedi

$$\eta = -\frac{-\frac{\sigma_1}{3}}{\sigma_1} = \frac{1}{3}. \quad (3.6)$$

Troosnost naprezanja se mijenja u slučaju akumulacije plastične deformacije u sva tri smjera koordinatnih osi. Tijekom statičkog vlačnog testa najveće vrijednosti troosnosti naprezanja javit će se u kritičnom području ispitnog uzorka gdje se ujedno razvijaju i najveće plastične deformacije. [5]

Do inicijacije oštećenja dolazi kada je ispunjen uvjet

$$w_D = \int \frac{d\bar{\varepsilon}^{pl}}{\bar{\varepsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\varepsilon}^{pl})} = 1, \quad (3.7)$$

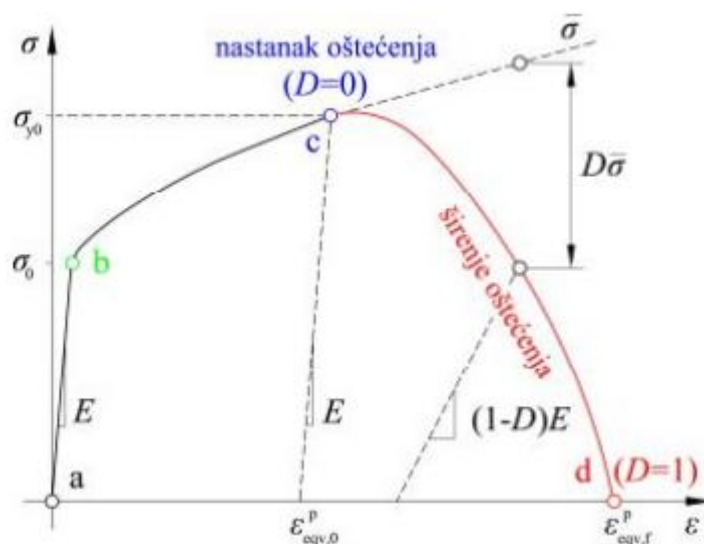
gdje je w_D varijabla stanja koja se monotono povećava s plastičnom deformacijom. U svakom inkreментu analize, njena promjena računa se kao

$$\Delta w_D = \frac{\Delta \bar{\varepsilon}^{pl}}{\bar{\varepsilon}_D^{pl}(\eta, \dot{\varepsilon}^{pl})} \geq 0. \quad (3.8)$$

3.2. Propagacija oštećenja

Propagacijom oštećenja dolazi do degradacije krutosti materijala, te u konačnici do loma. Koncept efektivnog naprezanja pri jednoosnom vlačnom ispitivanju duktilnog materijala prikazan je na slici 23 . koja ilustrira što se događa kada nastupi oštećenje u materijalu. Napredovanje oštećenja u materijalu vidljivo je u elastoplastičnom području dijagrama naprezanje-deformacija, gdje se vidi kako elastoplastičnom materijalu opada naprezanje tečenja i elastična krutost. U području između točaka a i b, materijal se ponaša u potpunosti linearno

elastično, dok se daljnjim opterećivanjem u području između točaka b i c, odnosno povećanjem deformacije, počinje pojavljivati trajna plastična deformacija, no još uvijek bez pojave oštećenja. U točki c dolazi do pojave prvih oštećenja i to najčešće u sredini presjeka ispitne epruvete zbog troosnog stanja naprezanja. Daljnjim opterećivanjem, odnosno povećanjem deformacije oštećenje raste što dovodi do smanjenja elastične krutosti materijala. U slučaju kada ne bi došlo do oštećenja materijala, njegov odziv na povećanje deformacije, manifestirao bi se kontinuiranim povećanjem naprezanja, što je prikazano na slici 23., crtkanim pravcem. Degradirana svojstva materijala u pogledu smanjene elastične krutosti, manifestiraju se ukoliko rasteretimo ispitnu epruvetu. Rasterećenje se sada odvija po pravcu manjeg nagiba $((1 - D) \cdot E)$, nego što je to bilo u početnom dijelu ispitivanja (E), odnosno opterećivanja (područje između točaka a i c). Materijal u području između točaka c i d, još uvijek ima određenu nosivost (elastičnu krutost), no ona opada kako raste varijabla oštećenja D , sve dok ne poprimi vrijednost 1, a materijal u potpunosti ne izgubi nosivost (cjelovitost). U točki c, na početku degradacije svojstava materijala, naprezanje je jednako σ_{y0} , dok je ekvivalentna plastična deformacija jednaka $\varepsilon_{eqv,0}^p$. Na kraju opterećivanja pri oštećenju $D = 1$, ekvivalentna plastična deformacija jednaka je $\varepsilon_{eqv,f}^p$. [21]

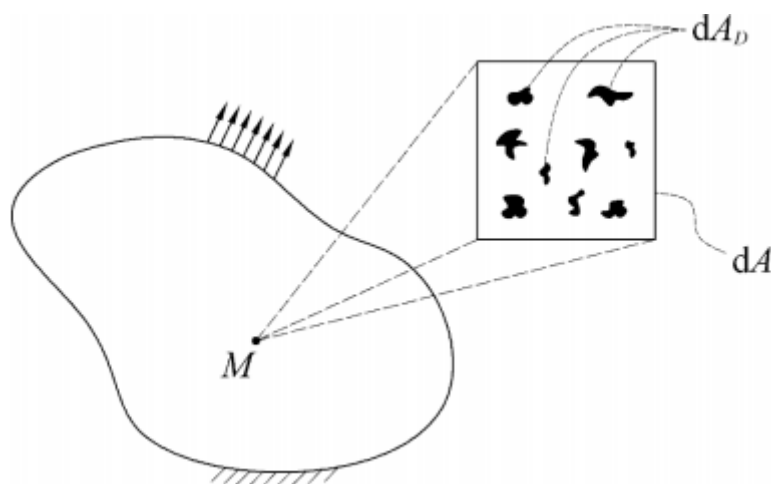


Slika 23. Dijagram naprezanje-deformaciju uz napredovanje oštećenja [21]

U skladu s konceptom efektivnog naprezanja, naprezanje u materijalu određuje se u obliku:

$$\sigma = (1 - D)\bar{\sigma}, \quad (3.9)$$

gdje je D varijabla oštećenja, a $\bar{\sigma}$ tenzor efektivnog naprezanja u trenutnom vremenskom inkrementu koji predstavlja naprezanja koja bi se pojavila u materijalu da nema oštećenja. Vrijednost varijable oštećenja D kreće se od 0 do 1, gdje vrijednost 0 označava neoštećeni materijal, a vrijednost 1 potpuno oštećeni materijal. Jednadžba (3.9) će biti objašnjena na problemu jednoosnog vlačnog testa. Mjera amplitude oštećenja u nekoj ravnini dobiva se izračunavanjem površine presjeka svih defekata u toj ravnini. Na slici 24. prikazano je opterećeno tijelo sa reprezentativnim volumenskim elementom (RVE) u točki M. Efektivna površina podvrgnuta vlačnom testu je razlika ukupne površine poprečnog presjeka A i površine svih defekata na tom presjeku, A_D , tj. njena je veličina $A - A_D$.



Slika 24. Opterećeno tijelo i reprezentativni volumenski element (RVE) točke M [24]

Skalarna varijabla oštećenja računa se prema

$$D = \frac{dA_D}{dA}. \quad (3.10)$$

Za materijal sa oštećenjem uvodi se efektivno naprezanje prema

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{A - A_D} = \frac{F}{A(1 - \frac{A_D}{A})} = \frac{\sigma}{1 - D}. \quad (3.11)$$

Za 1D probleme, efektivno naprezanje se računa pomoću Hookeovog zakona

$$\bar{\sigma} = E\varepsilon. \quad (3.12)$$

Uvrštavanjem (3.12) u (3.11) dobije se

$$\sigma = (1 - D)E\varepsilon. \quad (3.13)$$

Zakon propagacije oštećenja za 1D probleme definiran je odnosom varijable oštećenja D i nametnutog opterećenja prema

$$D = g(\varepsilon). \quad (3.14)$$

Funkcija $g(\varepsilon)$ se određuje iz rezultata vlačnog testa. Ova relacija vrijedi samo u režimu monotonog opterećivanja. Ako se uzorak rastereti pa ponovno optereti, varijabla oštećenja zadržava svoju vrijednost postignutu u prvoj fazi opterećenja. U svrhu jedinstvenog opisivanja različitih režima opterećenja, uvodi se varijabla κ koja predstavlja maksimalno naprezanje koje se postiže prije trenutka t , tj. $\kappa(t) = \max \varepsilon(\tau)$ za $\tau \leq t$. Relacija (3.14) se sada zapisuje kao

$$D = g(\kappa). \quad (3.15)$$

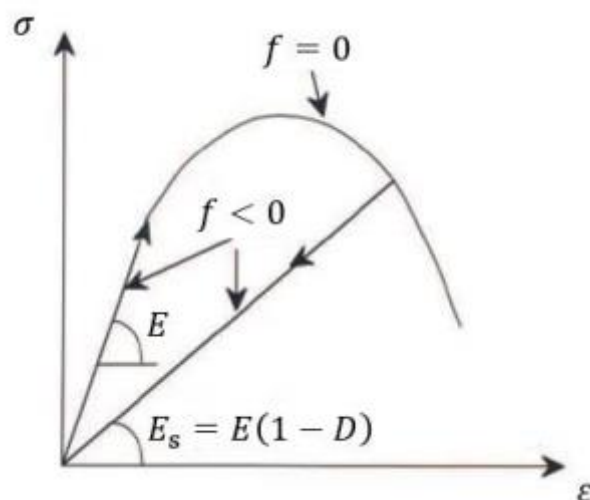
i vrijedi za bilo koji režim opterećivanja. Na slici 25. prikazan je elastični odziv materijala s oštećenjem tijekom opterećenja i rasterećenja. Umjesto razmatranja spomenute funkcije $g(\varepsilon)$, obično se uvodi funkcija graničnog stanja $f(\varepsilon, \kappa)$, prema

$$f(\varepsilon, \kappa) = \varepsilon - \kappa. \quad (3.16)$$

Ova jednadžba se određuje pomoću Kuhn-Tuckerovih uvjeta

$$f \leq 0, \quad \dot{\kappa} \geq 0, \quad \dot{\kappa}f = 0. \quad (3.17)$$

Uvjet $f \leq 0$ znači da deformacija ε nikada ne može imati veću vrijednost od varijable κ , a uvjet $\dot{\kappa} \geq 0$ znači da povećanje varijable κ nije moguće. Osim toga, drugi uvjet ukazuje da se κ može povećavati samo ako je trenutna vrijednost deformacije ε jednaka varijabli κ .



Slika 25. Elastični odziv materijala s oštećenjem tijekom opterećenja i rasterećenja [5]

E_s sa slike 25. označava tzv. sekantni modul elastičnosti prema

$$E_s = (1 - D)E. \quad (3.18)$$

Sekantni modul elastičnosti predstavlja vezu između naprezanja i deformacije materijala s oštećenjem, tj. vrijedi

$$E_s = E_s \varepsilon = (1 - D)E\varepsilon. \quad (3.19)$$

Slijedi izraz za varijablu oštećenja D koja glasi

$$D = 1 - \frac{E_s}{E}. \quad (3.20)$$

U programskom paketu Abaqus, vrijednost ekvivalentne plastične deformacije $\varepsilon_{eqv,f}^p$ ovisi o karakterističnoj duljini konačnog elementa i ona se ne može koristiti kao parametar materijala kod određivanja individualne varijable oštećenja d_i . Zato se zakon propagacije oštećenja može zadati preko ekvivalentnog plastičnog pomaka, \bar{u}^{pl} , ili preko disipacije energije loma, G_f . Disipacija energije loma računa se prema

$$G_f = \int_{\varepsilon_{eqv,0}^p}^{\varepsilon_{eqv,f}^p} L\sigma_y d\bar{\varepsilon}^{pl} = \int_0^{\bar{u}_f^{pl}} \sigma_y d\bar{u}^{pl}, \quad (3.21)$$

gdje je L karakteristična duljina elementa. Karakteristična duljina ovisi o geometriji i formulaciji konačnog elementa. Za elemente prvog reda ona je jednaka poprečnoj duljini elementa, a za elemente drugog reda polovici poprečne duljine elementa. Kada je postignut kriterij iniciranja oštećenja, efektivni plastični pomak se definira preko zakona propagacije koji glasi

$$\dot{\bar{u}}^{pl} = L\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}. \quad (3.22)$$

Propagacija varijable oštećenja definirana preko plastičnog pomaka se može definirati tablično ili u linearnom, odnosno eksponencijalnom obliku. U linearnom obliku povećanje varijable oštećenja se računa prema

$$\dot{d} = \frac{L\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}}{\bar{u}_f^{pl}} = \frac{\dot{\bar{u}}^{pl}}{\bar{u}_f^{pl}}. \quad (3.23)$$

Na ovaj je način osigurano da do potpune degradacije krutosti ($d = 1$) dolazi kada efektivni plastični pomak iznosi $\bar{u}^p = \bar{u}_f^p$. U eksponencijalnom obliku je potrebno zadati eksponent α , a varijabla oštećenja se tada računa prema

$$d = \frac{1 - e^{-\alpha(\bar{u}^{pl}/\bar{u}_f^{pl})}}{1 - e^{-\alpha}}. \quad (3.24)$$

Zakon propagacije oštećenja preko disipacije energije loma se također može zadati u linearnom i eksponencijalnom obliku. Kada je postignut kriterij inicijacije oštećenja, u linearnom obliku vrijedi jednadžba (2.57), a ekvivalentni plastični pomak kod loma se računa prema

$$\bar{u}_f^{pl} = \frac{2G_f}{\sigma_{y0}}, \quad (3.25)$$

gdje je σ_{y0} naprežanje tečenja u trenutku loma. U eksponencijalnom obliku, varijabla oštećenja se računa prema

$$d = 1 - \exp\left(-\int_0^{\bar{u}^{pl}} \frac{\bar{\sigma}_y d\bar{u}^{pl}}{G_f}\right). \quad (3.26)$$

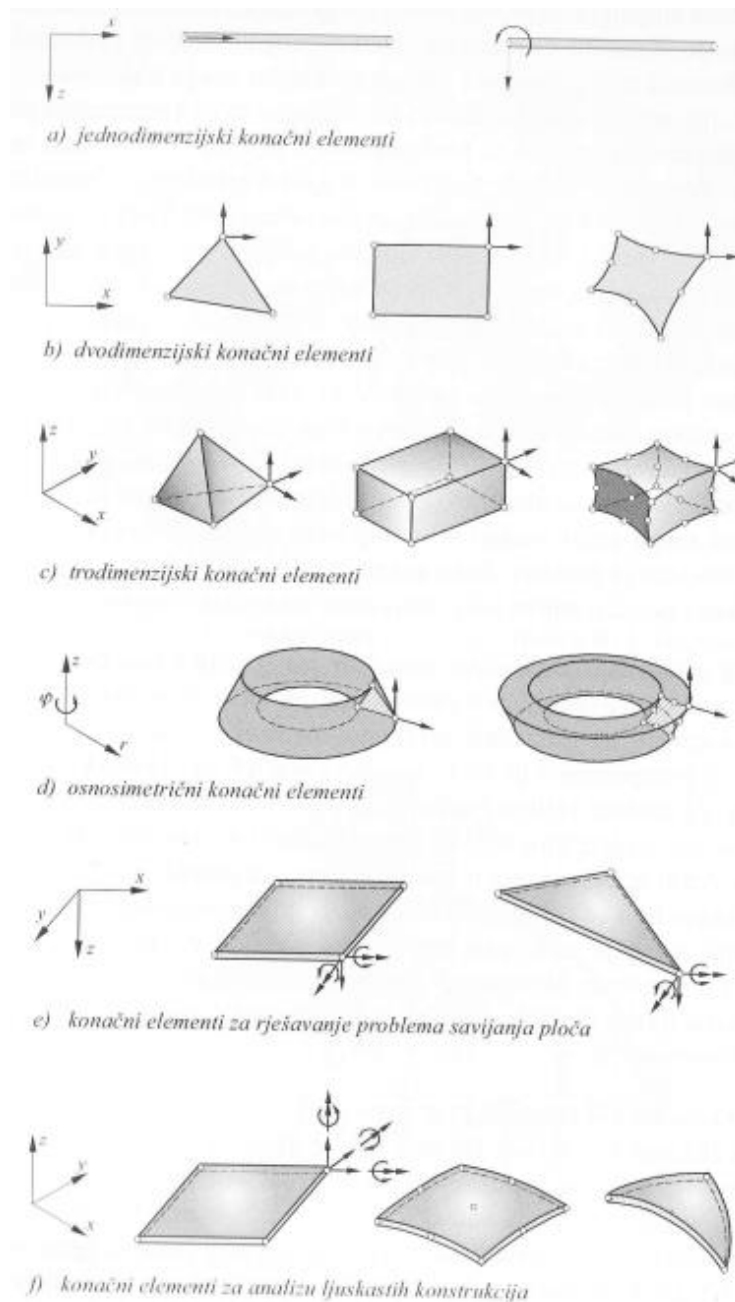
4. METODA KONAČNIH ELEMENATA (MKE)

4.1. O metodi konačnih elemenata (MKE)

Metoda konačnih elemenata numerička je metoda za rješavanje problema rubnih vrijednosti temeljena na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma. Područje kontinuuma dijeli se na konačan broj potpodručja koja se nazivaju konačni elementi, odnosno razmatrani kontinuum postaje mreža konačnih elemenata. Konačni elementi su međusobno povezani u točkama na konturi koje se nazivaju čvorovi. Stanje u svakom elementu, kao što je npr. polje pomaka, deformacije, naprezanja, temperature te ostalih veličina u problemu polja, opisuje se pomoću interpolacijskih funkcija. Približavanje točnome rješenju raste s povećanjem broja elemenata. Nakon izvođenja jednadžbi za konačni element, gdje su nepoznanice neovisne varijable u čvorovima, odgovarajućim postupcima izvode se globalne jednadžbe za diskretizirani model. Složene konstrukcije zahtijevaju diskretizaciju s velikim brojem elemenata valja riješiti sustav algebarskih jednadžbi s velikim brojem nepoznanica, što je bez korištenja računala vrlo teško postići. Metoda konačnih elemenata primjenjuje se u mehanici deformabilnih tijela za rješavanje statičkih i dinamičkih problema, i jednako tako za rješavanje općih problema polja kao što su proračun temperaturnih polja, proračun strujanja te analiza elektromagnetskih polja. Postupak izvođenja jednadžbe konačnog elementa koji se temelji na rješavanju diferencijalne jednadžbe jest metoda težinskog reziduala. Pretpostavljeno približno rješenje, koje je funkcija neovisnih parametara u čvorovima elementa, uvrštava se u diferencijalnu jednadžbu pri čemu se pojavljuje ostatak ili rezidual. Ako je rezidual jednak nuli, rješenje diferencijalne jednadžbe je točno. Drugi način izvođenja jednadžbe konačnog elementa temelji se na varijacijskoj formulaciji. Ovisno o neovisnim varijablama po kojima se provodi varijacija, za rješavanje problema u mehanici deformabilnih tijela razlikuju se: princip virtualnih pomaka i princip minimuma ukupne potencijalne energije gdje su neovisne varijable pomaci, te princip virtualnih sila i princip minimuma komplementarne energije gdje su neovisne varijable sile.

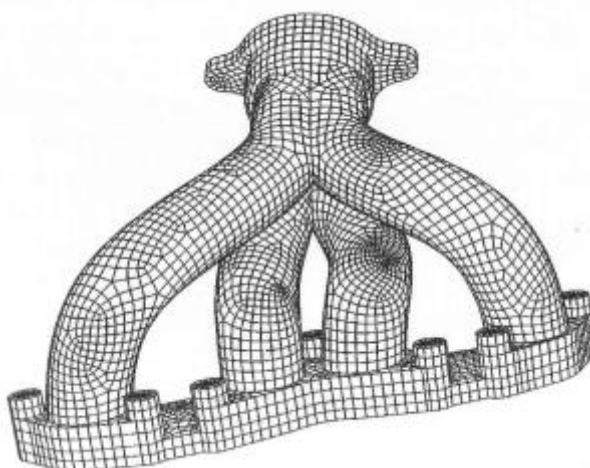
4.2. Osnovni konačni elementi

Ovisno o obliku i nepoznatim parametrima u čvorovima, postoje različiti tipovi konačnih elemenata. Veći broj nepoznanica zahtijeva i složeniju interpolacijsku funkciju u području elementa. Jednostavniji konačni elementi koji se najčešće primjenjuju u mehanici deformabilnih tijela prikazani su na slici 26. Nepoznati parametri u čvorovima koji u metodi pomaka u mehanici deformabilnih tijela opisuju pomake i derivacije pomaka, stupnjevi su slobode elementa.



Slika 26. Osnovni konačni elementi [25]

Najjednostavniji konačni elementi za rješavanje jednodimenzijskih problema štapni su i gredni elementi (Slika 26.a). Prvi je osnovni štapni element s dva čvora sa po jednim stupnjem slobode, a drugi je gredni element koji ima ukupno 4 stupnja slobode. Konačni elementi za dvodimenzijsku analizu prikazani su na slici 26.b. Pomoću njih je moguće opisati ravninsko stanje naprezanja i deformacije pri čemu su nepoznati parametri u čvorovima dvije komponente pomaka. Slika 26.c prikazuje elemente za trodimenzijsku analizu s čvorovima sa po tri komponente pomaka u pravcu Kartezijevih koordinatnih osi. Osnosimetrični tzv. prstenasti elementi koji omogućuju analizu osnosimetričnih tijela prikazani su na Slika 26.d. Njihovi su stupnjevi slobode radijalni i osni pomaci. Osnovni elementi za analizu ploča sa po tri stupnja slobode gibanja u svakom čvoru prikazani su na slici 26.e. Stupnjevi slobode su im pomaci u pravcu normale na srednju plohu ploče i kutovi zakreta normale oko dvije osi koje leže u ravnini ploče. Ljuske se modeliraju pomoću elemenata na slici 26.f. Prvi prikazani element ravni je element za analizu ljusaka sa šest stupnjeva slobode u svakom čvoru, a izvodi se superpozicijom osnovnog pločastog elementa i elementa za dvodimenzijsku analizu. Osim ovih elemenata danas se rabi veliki broj tzv. specijalnih elemenata za analizu specifičnih mehaničkih problema kao što su npr. singularni elementi za rješavanje problema mehanike loma i beskonačni elementi koji se primjenjuju u diskretizaciji beskonačnih ili polubeskonačnih područja. Za analizu velikih konstrukcija kao što su zrakoplovi ili plovni objekti rabe se tzv. superelementi. [25]



Slika 27. Ispušna grana motora sa unutarnjim izgaranjem podjeljena na konačne elemente [25]

4.3. Jednadžba konačnog elementa za linearnu statičku analizu

Jednadžba konačnog elementa za linearnu analizu koja se često zove i jednadžba ravnoteže ili jednadžba krutosti konačnog elementa glasi

$$\mathbf{k}\mathbf{v} = \mathbf{r}, \quad (4.1)$$

gdje je \mathbf{k} matrica krutosti

$$\mathbf{k} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV, \quad (4.2)$$

koja sadrži matricu međusobne ovisnosti deformacije u elementu i pomaka u čvorovima \mathbf{B} i matricu elastičnosti \mathbf{D} , zatim gdje je \mathbf{v} vektor stupnjeva slobode s n čvorova

$$\mathbf{v}^T = [u_1 \ v_1 \ w_1 \ \dots \ u_n \ v_n \ w_n], \quad (4.3)$$

a vektor \mathbf{r} je suma svih sila koje djeluju na konačni element koji se razmatra

$$\mathbf{r} = \mathbf{F}_{\varepsilon_0} + \mathbf{F}_V + \mathbf{F}_S + \mathbf{F}, \quad (4.4)$$

gdje $\mathbf{F}_{\varepsilon_0}$ predstavlja vektor sila koje su posljedica početnih deformacija u elementu, \mathbf{F}_V i \mathbf{F}_S su čvorne sile poradi vanjskog volumenskog i površinskog opterećenja i \mathbf{F} vektor koncentriranih sila prema jednadžbama

$$\mathbf{F}_{\varepsilon_0} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_0 dV, \quad (4.5)$$

$$\mathbf{F}_V = \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{q} dV, \quad (4.6)$$

$$\mathbf{F}_S = \int_{S_q} \mathbf{N}_S^T \mathbf{q}_b dS, \quad (4.7)$$

$$\mathbf{F}^T = [F_1 \ F_1 \ F_1 \ \dots \ F_n \ F_n \ F_n]. \quad (4.8)$$

U gornja četiri izraza $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ predstavlja početno stanje deformacije, \mathbf{N} predstavlja matricu funkcija oblika, \mathbf{q} je vektor opterećenja, \mathbf{N}_S je matrica funkcije oblika na površini elementa i \mathbf{q}_b

predstavlja vektor površinskog opterećenja. Provođenjem transformacije stupnjeva slobode dobiva se globalna jednadžba konačnih elemenata koja glasi

$$\mathbf{KV} = \mathbf{R}, \quad (4.9)$$

gdje je \mathbf{K} globalna ili ukupna matrica krutosti i jednaka je sumi svih matrica krutosti pojedinih elemenata, \mathbf{V} predstavlja globalni vektor stupnjeva slobode, a vektor \mathbf{R} je globalni vektor svih sila koje djeluju na tijelo i zbroj je globalnih vektora volumenskih i površinskih sila \mathbf{R}_V i \mathbf{R}_S te vektora vanjskih koncentriranih sila \mathbf{Q} [25].

Za linearnu statičku analizu vrijede slijedeće pretpostavke [14]:

- Mali pomaci;
- Ravnoteža se razmatra na nedeformiranom obliku;
- Opterećenje ne mijenja smjer;
- Materijal se ponaša linearno-elastično;
- Nehomogenosti i anizotropija nisu funkcija opterećenja;
- Deformacije i pomak su u linearnoj vezi.

4.4. Jednadžba konačnog elementa za nelinearnu statičku analizu

Ako jedan od uvjeta iz prethodnog potpoglavlja nije ispunjen, imamo nelinearno ponašanje materijala. Razlikujemo [14]:

- Geometrijsku nelinearnost – uz velike pomake i deformacije, ravnoteža se razmatra na deformiranom obliku
- Materijalnu nelinearnost – nelinearno ponašanje materijala (elastoplastičnost, viskoelastičnost, hiperelastičnost...).

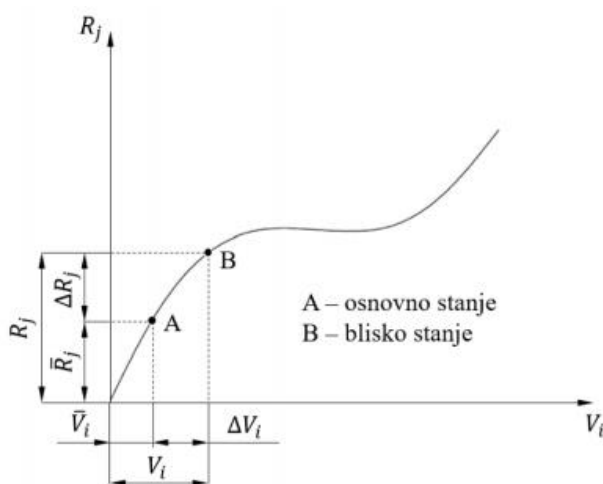
Kod nelinearne formulacije nema linearne veze između krutosti i opterećenja i ne vrijedi zakon superpozicije kao što je to slučaj kod linearne. Uvjet ravnoteže glasi da su unutarnje sile jednake vanjskom opterećenju

$$\mathbf{G}(\mathbf{V}) = \mathbf{R}, \quad (4.10)$$

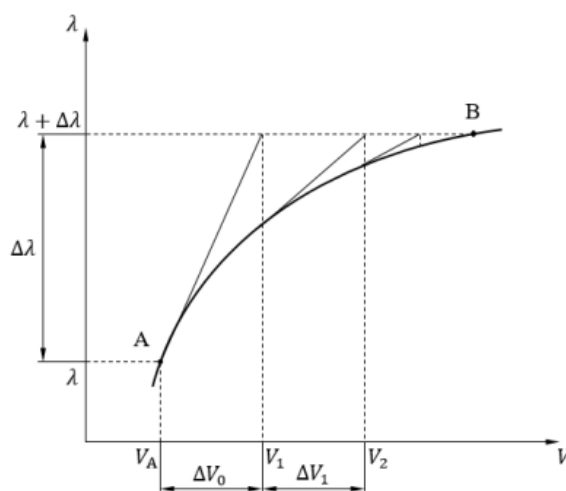
gdje je \mathbf{G} nelinearna vektorska funkcija unutarnjih sila. Gornja relacija zapisuje se matrično kako slijedi

$$\begin{bmatrix} G_1(V_1, V_2, \dots, V_i, \dots, V_m) \\ G_2(V_1, V_2, \dots, V_i, \dots, V_m) \\ \vdots \\ G_m(V_1, V_2, \dots, V_i, \dots, V_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_m \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Potrebno je opisati nelinearni odziv konstrukcije što u formulaciji metode pomaka označava ovisnost između opterećenja i pomaka (Slika 28.). To se postiže inkrementalno - iterativnim metodama (Newton-Raphsonova metoda (Slika 29.), Riks-Wempner-Wesselova metoda...). Iz osnovnog ravnotežnog stanja se traži ravnoteža bliskog (susjednog) stanja koje je definirano prirastom opterećenja ili pomaka. Zato je potrebno izvesti eksplicitnu jednačbu krutosti za inkrementalni pomak.



Slika 28. Nelinearna veza između opterećenja i pomaka [5]



Slika 29. Grafički prikaz Newton-Raphsonove metode [5]

Iz ravnoteže osnovnog stanja iterativno se dolazi do ravnoteže bliskog stanja koje za naredni inkrement postaje novo osnovno stanje. Uvodimo oznake

$$\begin{aligned}\Delta V_i &\equiv \overset{+}{V}_i = \delta V_i, \\ \Delta R_j &\equiv \overset{+}{R}_j = \delta R_j.\end{aligned}\quad (4.12)$$

Ravnoteža bliskog stanja je postignuta kada je

$$\begin{aligned}V_i = \bar{V}_i &\Rightarrow \overset{+}{V}_i = 0, \\ R_j = \bar{R}_j &\Rightarrow \overset{+}{R}_j = 0.\end{aligned}\quad (4.13)$$

U skladu sa (Slika 28.) inkrementira se vektor opterećenja i pomaka

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= \bar{\mathbf{V}} + \overset{+}{\mathbf{V}} = \bar{\mathbf{V}} + \delta \mathbf{V}, \\ \mathbf{R} &= \bar{\mathbf{R}} + \overset{+}{\mathbf{R}} = \bar{\mathbf{R}} + \delta \mathbf{R}.\end{aligned}\quad (4.14)$$

Provodi se varijacija implicitne jednačbe krutosti s obzirom na osnovno stanje

$$\begin{aligned}\mathbf{G}(\mathbf{V}) - \mathbf{R} &= 0, \\ \delta[\mathbf{G}(\mathbf{V}) - \mathbf{R}] &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}} \Big|_{\bar{\mathbf{V}}} \delta \mathbf{V} - \delta \mathbf{R} &= 0.\end{aligned}\quad (4.15)$$

Iz druge relacije u jednačbi (4.14) izvodi se

$$\delta \mathbf{R} = \mathbf{R} - \bar{\mathbf{R}},\quad (4.16)$$

pa se dobiva

$$\frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}} \Big|_{\bar{\mathbf{V}}} \delta \mathbf{V} = \mathbf{R} - \bar{\mathbf{R}},\quad (4.17)$$

gdje je

$$\frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}} \Big|_{\bar{\mathbf{V}}} = \begin{bmatrix} G_{1,1} & G_{1,2} & \cdot & \cdot & \cdot & G_{1,m} \\ G_{2,1} & G_{2,2} & \cdot & \cdot & \cdot & G_{2,m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ G_{m,1} & G_{m,2} & \cdot & \cdot & \cdot & G_{m,m} \end{bmatrix}_{\bar{\mathbf{V}}} = \mathbf{K}_T,\quad (4.18)$$

tangencijalna matrica krutosti.

S obzirom da je osnovno stanje ravnotežno stanje, vrijedi

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{R}} &= \mathbf{G}(\bar{\mathbf{V}}), \\ \mathbf{G}(\bar{\mathbf{V}}) &= \mathbf{R}_i - \text{vektor unutarnjih sila}.\end{aligned}\quad (4.19)$$

U konačnici uz prvu relaciju jednačbe (4.12) slijedi jednačba krutosti

$$\mathbf{K}_T(\bar{\mathbf{V}})\bar{\mathbf{V}} = \mathbf{R} - \mathbf{R}_i(\bar{\mathbf{V}}), \quad (4.20)$$

gdje je \mathbf{K}_T tangencijalna matrica krutosti, $\bar{\mathbf{V}}$ je vektor stupnjeva slobode ravnotežnog stanja, $\bar{\mathbf{V}}^+$ je vektor inkrementalnih pomaka, \mathbf{R} je vektor vanjskog opterećenja i \mathbf{R}_i vektor unutarnjih sila. Ravnoteža je postignuta kada vrijedi

$$\mathbf{R} - \mathbf{R}_i(\bar{\mathbf{V}}) = 0, \text{ odnosno } \bar{\mathbf{V}}^+ = 0. \quad (4.21)$$

Nelinearna statička analiza – osnovne relacije:

Uvjet ravnoteže:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_e &= \mathbf{D}_{eL} + \mathbf{D}_{eN}(\mathbf{u}), \\ \mathbf{D}_e \boldsymbol{\sigma} &= -\mathbf{q}, \\ (\mathbf{D}_{eL} + \mathbf{D}_{eN}(\mathbf{u})) \boldsymbol{\sigma} &= -\mathbf{q}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Konstitutivne relacije:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (4.23)$$

Kinematičke relacije:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_k &= \mathbf{D}_{kL} + \frac{1}{2} \mathbf{D}_{kN}, \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{D}_k \mathbf{u}, \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \left(\mathbf{D}_{kL} + \frac{1}{2} \mathbf{D}_{kN} \right) \mathbf{u}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Rubni uvjeti sila:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_q &= \mathbf{R}_{qL} + \mathbf{R}_{qN}, \\ \mathbf{q}_b &= \mathbf{R}_q \boldsymbol{\sigma}, \\ \mathbf{q}_b &= (\mathbf{R}_{qL} + \mathbf{R}_{qN}) \boldsymbol{\sigma}. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Rubni uvjeti pomaka:

$$\mathbf{u}_b = \mathbf{R}_u \mathbf{u}. \quad (4.26)$$

U jednadžbama od (4.22) do (4.26) \mathbf{D}_{eL} , \mathbf{D}_{kL} , \mathbf{R}_{qL} i \mathbf{R}_u predstavljaju linearne diferencijalne operatore, a \mathbf{D}_{eN} , \mathbf{D}_{kN} i \mathbf{R}_{qN} linearne funkcionalne od \mathbf{u} .

Nakon provedbe diskretizacije principa virtualnih pomaka u konačnici dobivamo

$$\begin{aligned}
& \int_{\bar{V}} (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\mathbf{v}))^T \overset{+}{\boldsymbol{\sigma}} dV + \int_{\bar{V}} \mathbf{B}_N^T(\overset{+}{\mathbf{v}}) \bar{\boldsymbol{\sigma}} dV = \\
& = \int_{\bar{V}} \mathbf{N}^T(\bar{\mathbf{q}} + \overset{+}{\mathbf{q}}) dV + \int_{S_a} \mathbf{N}_S^T(\bar{\mathbf{q}}_b + \overset{+}{\mathbf{q}}_b) dS \\
& - \int_{\bar{V}} (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}))^T \bar{\boldsymbol{\sigma}} dV.
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Ako u prvi integral iz relacije (4.27) uvrstimo

$$\overset{+}{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}\overset{+}{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D}(\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}))\overset{+}{\mathbf{v}}, \tag{4.28}$$

slijedi

$$\int_{\bar{V}} (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\mathbf{v}))^T \overset{+}{\boldsymbol{\sigma}} dV = \left[\int_{\bar{V}} (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\mathbf{v}))^T \mathbf{D}(\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}})) dV \right] \overset{+}{\mathbf{v}} = \mathbf{k}_{eu} \overset{+}{\mathbf{v}}, \tag{4.29}$$

gdje \mathbf{k}_{eu} označava elastičnu matricu krutosti koja se sastoji od linearne elastične matrice krutosti i matrice početnih pomaka što će biti pokazano dalje u ovom poglavlju.

Ako u drugi integral iz relacije (4.27) uvrstimo

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D}\left(\mathbf{B}_L + \frac{1}{2}\mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}})\right)\bar{\mathbf{v}}, \tag{4.30}$$

slijedi

$$\int_{\bar{V}} \mathbf{B}_N^T(\overset{+}{\mathbf{v}}) \bar{\boldsymbol{\sigma}} dV = \int_{\bar{V}} \mathbf{B}_N^T(\overset{+}{\mathbf{v}}) \mathbf{D}\left(\mathbf{B}_L + \frac{1}{2}\mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}})\right) dV \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{k}_\sigma \bar{\mathbf{v}}, \tag{4.31}$$

gdje \mathbf{k}_σ predstavlja matricu početnih naprezanja ili geometrijsku matricu krutosti. Drugi i treći integral zajedno daju

$$\int_{\bar{V}} \mathbf{N}^T(\bar{\mathbf{q}} + \overset{+}{\mathbf{q}}) dV + \int_{S_a} \mathbf{N}_S^T(\bar{\mathbf{q}}_b + \overset{+}{\mathbf{q}}_b) dS = \mathbf{F}_e, \tag{4.32}$$

gdje je \mathbf{F}_e vektor vanjskih sila, a zadnji integral uz (4.30) daje slijedeće

$$\int_{\bar{V}} (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}))^T \bar{\boldsymbol{\sigma}} dV = \int_{\bar{V}} (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}))^T \mathbf{D} \left(\mathbf{B}_L + \frac{1}{2} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) \right) dV \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{F}_i, \quad (4.33)$$

gdje \mathbf{F}_i predstavlja vektor unutarnjih sila.

Kao što je već spomenuto matrica \mathbf{k}_{eu} može se rastaviti na linearni elastični dio \mathbf{k}_e i dio koji predstavlja matricu početnih pomaka \mathbf{k}_u . Matrica \mathbf{k}_u dalje se dijeli na matricu \mathbf{k}_{uL} koja linearno ovisi o pomaku $\bar{\mathbf{v}}$ i matricu \mathbf{k}_{uN} u kojoj se $\bar{\mathbf{v}}$ javlja s drugom potencijom kako slijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{eu} &= \int_{\bar{V}} (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}))^T \mathbf{D} (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}})) dV \\ &= \int_{\bar{V}} \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L dV + \int_{\bar{V}} (\mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) + \mathbf{B}_N^T(\bar{\mathbf{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_L) dV \\ &\quad + \int_{\bar{V}} \mathbf{B}_N^T(\bar{\mathbf{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) dV, \end{aligned} \quad (4.34)$$

gdje je

$$\mathbf{k}_e = \int_{\bar{V}} \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L dV, \quad (4.35)$$

$$\mathbf{k}_{uL} = \int_{\bar{V}} (\mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) + \mathbf{B}_N^T(\bar{\mathbf{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_L) dV, \quad (4.36)$$

$$\mathbf{k}_{uN} = \int_{\bar{V}} \mathbf{B}_N^T(\bar{\mathbf{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) dV. \quad (4.37)$$

Drugi integral se također može rastaviti u dva dijela

$$\begin{aligned} &\int_{\bar{V}} \mathbf{B}_N^T(\bar{\mathbf{v}}) \mathbf{D} \left(\mathbf{B}_L + \frac{1}{2} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) \right) dV \bar{\mathbf{v}} \\ &= \int_{\bar{V}} \mathbf{B}_N^T(\bar{\mathbf{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_L dV \bar{\mathbf{v}} + \frac{1}{2} \int_{\bar{V}} \mathbf{B}_N^T(\bar{\mathbf{v}}) \mathbf{D} \mathbf{B}_N(\bar{\mathbf{v}}) dV \bar{\mathbf{v}} \\ &= \mathbf{k}_{\sigma L} \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{k}_{\sigma N} \bar{\mathbf{v}}, \end{aligned} \quad (4.38)$$

gdje $\mathbf{k}_{\sigma L}$ linearno ovisi o $\bar{\mathbf{v}}$, a $\mathbf{k}_{\sigma N}$ uključuje drugu potenciju od $\bar{\mathbf{v}}$.

Jednadžba krutosti se nakon svega može napisati u obliku

$$(\mathbf{k}_e + \mathbf{k}_{uL} + \mathbf{k}_{uN} + \mathbf{k}_{\sigma L} + \mathbf{k}_{\sigma N}) \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{F}_e - \mathbf{F}_i, \quad (4.39)$$

ili skraćeno

$$(\mathbf{k}_{eu} + \mathbf{k}_{\sigma})^+ \mathbf{v} = \mathbf{F}_e - \mathbf{F}_i(\bar{\mathbf{v}}), \quad (4.40)$$

iz čega se izvodi globalna jednačba konačnog elementa

$$\mathbf{K}_T(\bar{\mathbf{V}})^+ \bar{\mathbf{V}} = \mathbf{R}_e - \mathbf{R}_i(\bar{\mathbf{V}}). \quad (4.41)$$

4.5. Korišteni programski paket i korišteni konačni elementi

4.5.1. Abaqus

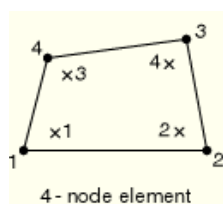
U ovom radu koristit će se programski paket *Abaqus*. On se temelji na metodi konačnih elemenata i služi za numeričku analizu konstrukcija. Pomoću njega moguće je rješavati svakojačke probleme od najjednostavnijih do vrlo složenih, statičkih ili dinamičkih problema. Abaqus objedinjuje nekoliko inačica programa kao što su: *Abaqus/Standard* koji će se koristiti u ovom radu, *Abaqus/Explicit* koji koristi eksplicitnu metodu vremenske integracije, *Abaqus/CFD* za rješavanje dinamike fluida i sličnih problema te *Abaqus/Electromagnetic* koji kao što i ime kaže služi za probleme elektromagnetizma. Analiza u Abaqusu podijeljena je na funkcionalne cjeline, tzv. module. Ovisno o tome koji je modul aktivan mijenjaju se i opcije u izborniku i alatnoj traci te se prikazuju oni alati koji su vezani za aktivni modul. Moduli su poredani logičnim slijedom koji korisnik može slijediti, ali može i odabrati bilo koji bilo kada (Slika 30.). [26]



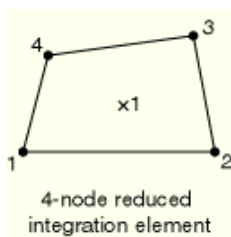
Slika 30. Odabir modula [17]

4.5.2. Četverokutni konačni element

U ovom radu korišteni su linearni četverokutni elementi sa četiri čvora i sa po dva stupnja slobode po vrhu (horizontalni i vertikalni pomak). U Abaqusu takvi elementi se nazivaju CPE4 (Slika 31.) kod kojeg je numerička integracija potpuna tj. integriranje se provodi u četiri točke unutar elementa i CPE4R (Slika 32.) kod kojeg je integracija reducirana i provodi se u jednoj točki unutar elementa.

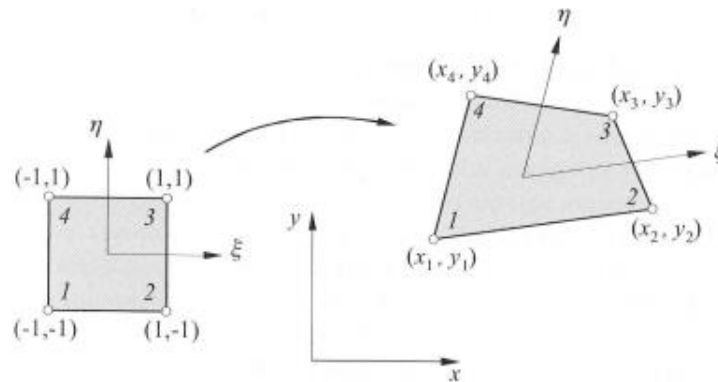


Slika 31. CPE4 konačni element [17]



Slika 32. CPE4R konačni element [17]

Ovakvi elementi se još nazivaju izoparametarski elementi koji omogućuju bolje modeliranje složenih geometrijskih oblika. Polje pomaka u elementu opisano je pomoću istih interpolacijskih funkcija kao i geometrija elementa. Elemente osnovnih geometrijskih oblika u lokalnom koordinatnom sustavu i s lokalnim prirodnim koordinatama moguće je preslikati u nepravilne geometrijske oblike sa ravnim ili zakrivljenim stranicama u globalni Kartezijev koordinatni sustav (Slika 33.).



Slika 33. Preslikavanje izvornog elementa u proizvoljni četverokut [25]

Geometrija izoparametarskog četverokutnog elementa:

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i, \\ y &= \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i, \end{aligned} \quad (4.42)$$

gdje su x_i i y_i Kartezijeve koordinate i -tih čvorova, a $N(\xi, \eta)$ funkcije oblika prema

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta), \quad (4.43)$$

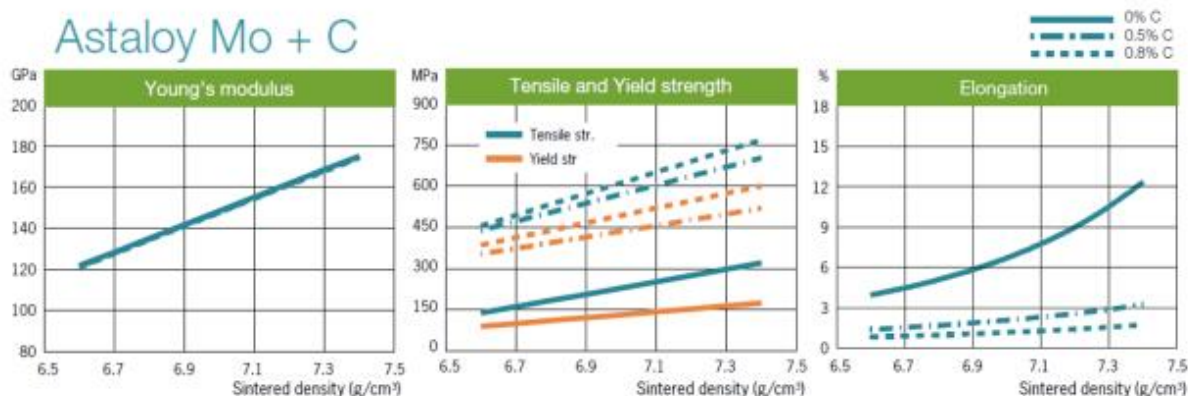
gdje su ξ i η prirodne koordinate. Polje pomaka se zapisuje na isti način

$$\begin{aligned} u &= \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) u_i, \\ v &= \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) v_i, \end{aligned} \quad (4.44)$$

gdje su u_i i v_i pomaci u i -tom čvoru.

5. MIKROSTRUKTURNA ANALIZA VLAČNOG TESTA

Kako je za vrijeme izrade ovoga rada trajala pandemija korona virusa, nije bilo moguće provesti eksperimentalna vlačna ispitivanja, pa je kao referenca uzeta literatura [9] i parametri dobiveni interpolacijom iz dijagrama na slici 34.



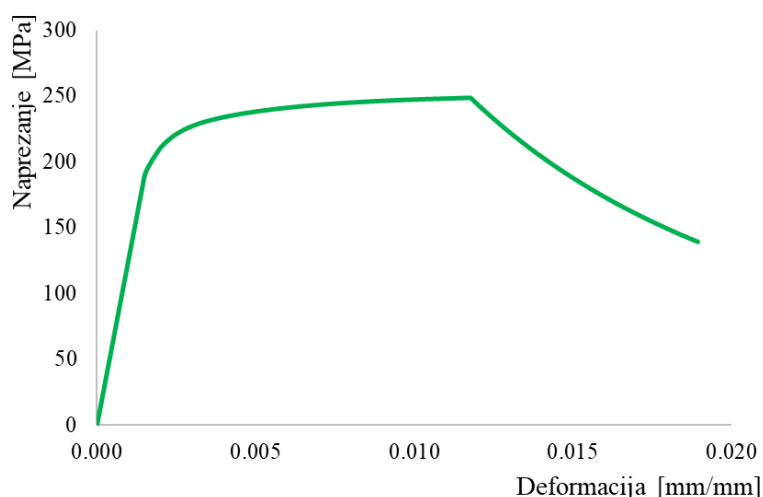
Slika 34. Utjecaj udjela ugljika na Youngov modul elastičnosti, vlačnu čvrstoću, granicu tečenja i istežljivost

Iznos modula elastičnosti, vlačne čvrstoće, granice tečenja i istežljivosti dobivenih iz dijagrama na slici 34. prikazani su u tablici 1., a za Poissonov faktor je uzeta standardna vrijednost za čelik od 0,3.

Tablica 1. Parametri materijala dobivenih iz tablica iz literature [9] za Astaloy Mo + 0,2C

| | |
|-----------------------------------------------------|-----|
| Modul elastičnosti, E [Gpa] | 115 |
| Vlačna čvrstoća, R_m [MPa] | 250 |
| Granica tečenja, σ_y [MPa] | 180 |
| Istežljivost [%] | 2,5 |
| Poissonov faktor, ν [-] | 0,3 |

Pomoću ovih podataka dobiven je dijagram prikazan na slici 35., koji će služiti kao referentni dijagram za dobivanje podataka potrebnih za daljnju analizu ovog sinteriranog čelika.

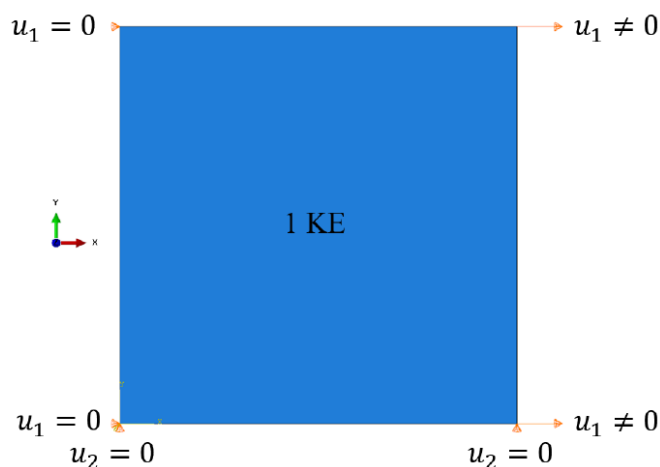


Slika 35. Idealiziran σ - ε dijagram na temelju podataka iz literature [9] za sinterirani čelik Astaloy Mo + 0,2C gustoće $6,5 \text{ g/cm}^2$

Da bi se dobili materijalni parametri na mikrorazini koji bi odgovarali dijagramu sa slike 35., najprije je potrebno provesti analizu vlačnog testa na makrorazini sa jednim konačnim elementom, te se ti parametri koriste kao ulaz u analizu mikrostrukture zadanog materijala. Analiza na makrorazini prikazana je u sljedećem poglavlju.

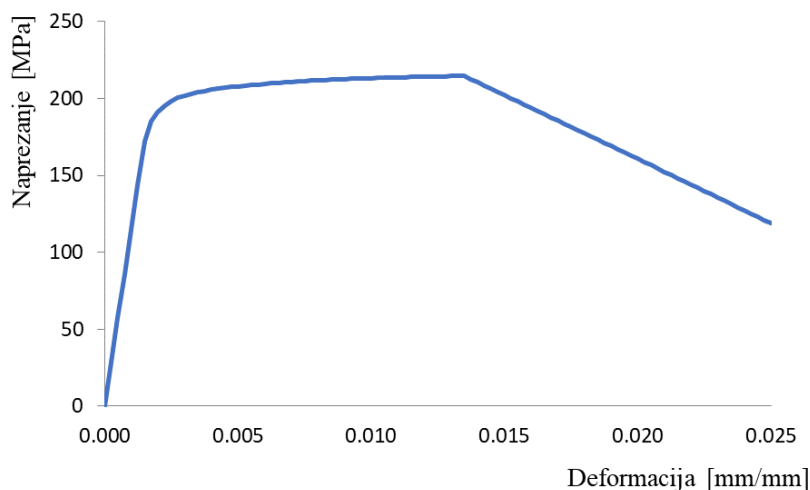
5.1. Prikaz σ - ε dijagrama na makrorazini

Analiza čelika Astaloy Mo+0,2C gustoće $6,5 \text{ g/cm}^2$ provedena je razvlačenjem modela dimenzija $1 \times 1 \text{ mm}$ sa jednim konačnim elementom uz rubne uvjete prema slici 36. Ovi rubni uvjeti će se koristiti u daljnjoj analizi na mikrostrukturnim modelima.



Slika 36. Rubni uvjeti

Uz modul elastičnosti, Poissonov faktor i granice tečenja, te plastičnih parametara iz tablice 2. dobiva se dijagram sa slike 37. Naravno, potrebno je poznavati parametre oštećenja, a to su ekvivalentna plastična deformacija kod koje dolazi do inicijacije očvršćenja, $\bar{\epsilon}_0^p$, u iznosu od 0,01168 mm/mm očitana iz dijagrama dobivenog pomoću podataka iz literature (Slika 35.), zatim troosnost naprezanja, η , u iznosu od 1/3 prema jednadžbi (3.6), a brzina ekvivalentne plastične deformacije, $\dot{\bar{\epsilon}}_0^p$, zadana je u iznosu 0. Još je potrebno definirati ekvivalentni plastični pomak kod loma, \bar{u}_f^p , koji je prema jednadžbi (3.22) jednak umnošku duljine stranice konačnog elementa i plastične deformacije kod loma. U našem slučaju $L = 1$, a plastična deformacija kod loma tj. istežljivost jednaka je 2,5 % prema literaturi [9], pa je ekvivalentni plastični pomak kod loma 0,025 mm. Radi preglednosti, materijalni parametri oštećenja dani su u tablici 3.

Slika 37. σ - ϵ dijagram na makrorazini

Tablica 2. Elastični i plastični parametri materijala

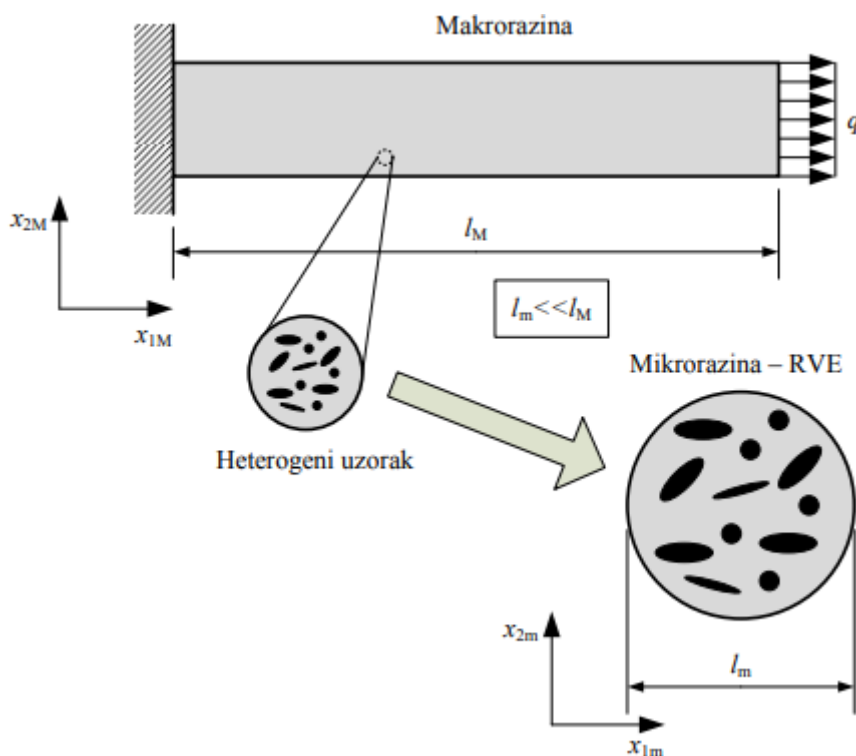
| ELASTIČNI PARAMETRI | | PLASTIČNI PARAMETRI | | | |
|-------------------------------|-----|-----------------------------------|--------|----------------------|----|
| Modul elastičnosti, E [GPa] | 115 | Granica tečenja, σ_y [MPa] | | 180 | |
| Poissonov faktor, ν | 0,3 | Kinematičko očvršćenje | | Izotropno očvršćenje | |
| | | C_1 | 4000 | Q_∞ | 25 |
| | | γ_1 | 261 | b | 4 |
| | | C_2 | 40000 | | |
| | | γ_2 | 2113,5 | | |

Tablica 3. Parametri materijala za oštećenje

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Ekvivalentna plastična deformacija kod iniciranja oštećenja, $\bar{\varepsilon}_0^p$ [mm/mm] | 0,01168 |
| Troosnost naprezanja, η [-] | 0,333333 |
| Brzina ekvivalentne plastične deformacije, $\dot{\bar{\varepsilon}}_0^p$ [-] | 0 |
| Ekvivalentni plastični pomak kod loma, \bar{u}_f^p [mm] | 0,025 |

5.2. Mikrostruktura

Zbog razvoja novih materijala i razvoja novih tehnologija, dolazi do potrebe razvoja i unapređenja različitih analiza konstrukcija, napretka metoda numeričkog modeliranja i poboljšanja opisa materijalnog ponašanja. Iz tog razloga u novije vrijeme razvila se metoda istraživanja mikrostrukture materijala i njenog utjecaja na mehanička svojstva materijala. Ispitivanja se provode na tzv. reprezentativnom volumenskom elementu (RVE) (Slika 38.) koji treba biti što manji ali opet dovoljne veličine da obuhvati sva mikroskopska svojstva koja su potrebna, a istovremeno da smanji neželjena svojstva kao na primjer anizotropiju.

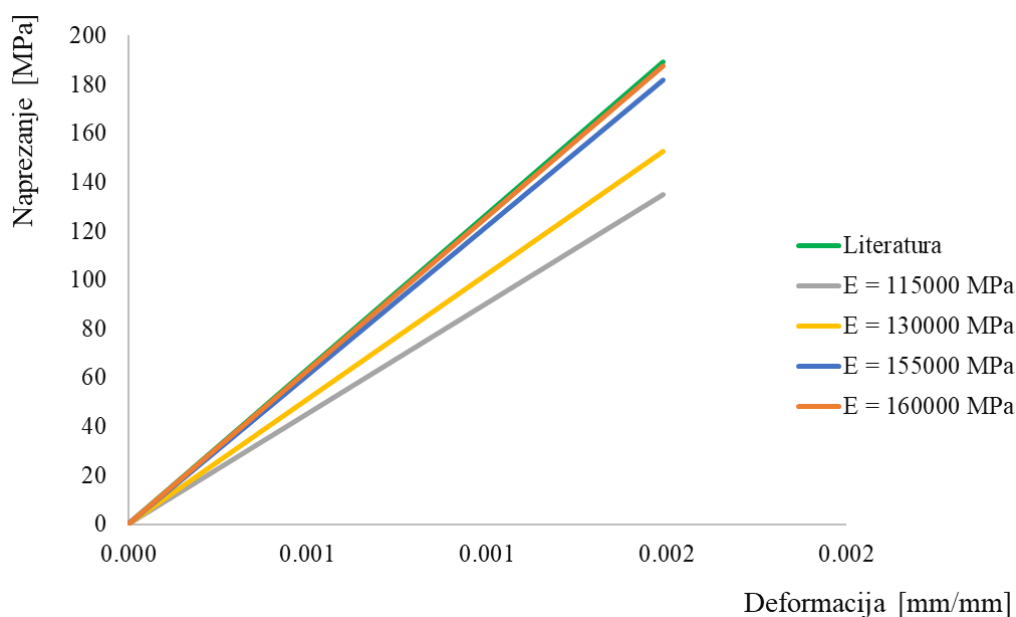


Slika 38. Prikaz odabira RVE u 2D [27]

U narednim poglavljima prikazati ćemo utjecaj oblika nepravilnosti u materijalu, njihove veličine i položaja na izgled dijagrama naprezanje-deformacija u 2D. Analiza će biti provedena na sinteriranom čeliku Astaloy Mo+0,2C gustoće $6,5 \text{ g/cm}^2$. Analiza će biti napravljena na RVE veličine $1 \times 1 \text{ mm}$. U prvoj fazi će biti napravljena analiza utjecaja kružnih nepravilnosti, zatim elipsoidnih nepravilnosti i na kraju nepravilnih uključina na 2D elementu uz poroznosti od 8,10 i 12 %. Tablično će biti prikazana i konvergencija s obzirom na broj elemenata i naravno usporedba dobivenih dijagrama. Da bi mogli krenuti na mikrostrukturnu analizu, najprije je potrebno prilagoditi nekoliko parametara dobivenih makrostrukturnom analizom. Ako promatramo samo elastično područje dijagrama sa slike 37. jedini parametar koji možemo prilagoditi je modul elastičnosti. Njegova konvergencija prikazana je u tablici 4. i na slici 39.

Tablica 4. Konvergencija modula elastičnosti

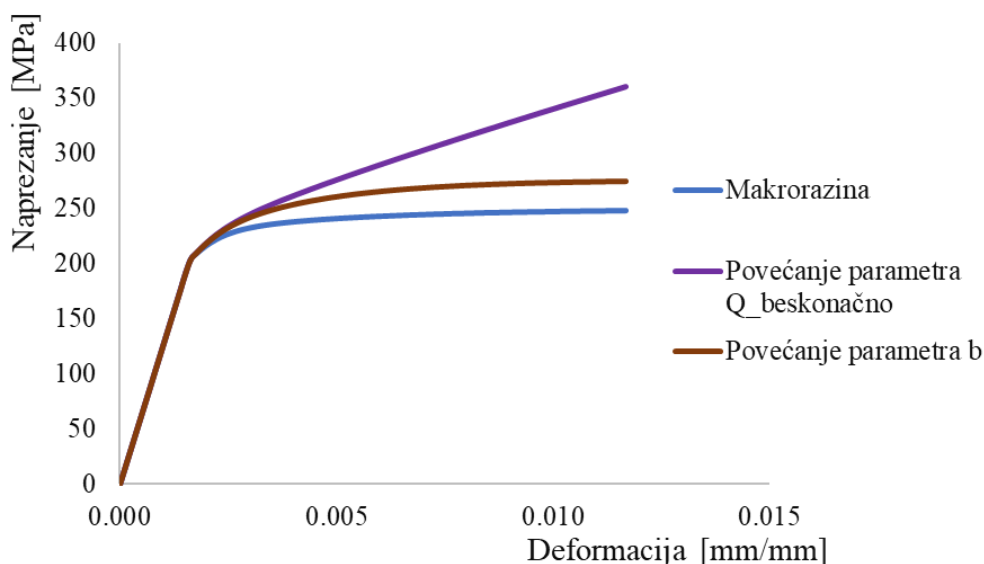
| Broj iteracije | Modul elastičnosti, E [GPa] | Odstupanje, [%] |
|----------------|-------------------------------|-----------------|
| 0 | 115 | 28,68 |
| 1 | 130 | 19,38 |
| 2 | 155 | 3,88 |
| 3 | 160 | 0,78 |



Slika 39. Konvergencija modula elastičnosti

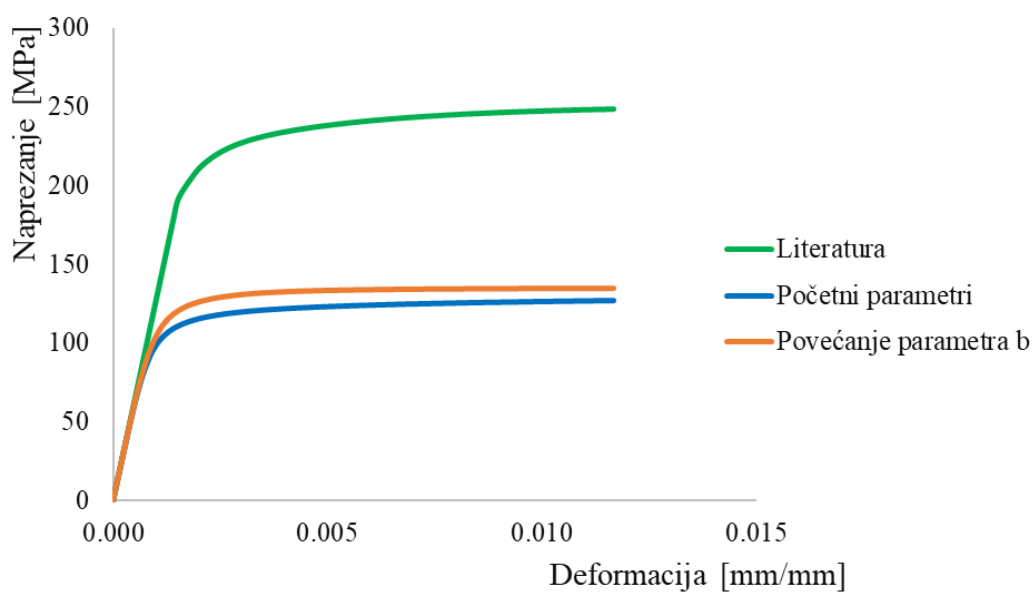
Odabran je modul elastičnosti u iznosu od 160 GPa jer već u trećoj iteraciji on daje odstupanje od reference u iznosu od 0,78 % što zadovoljava dozvoljeno inženjersko odstupanje i ova vrijednost se uzima u daljnjoj mikrostrukturnoj analizi.

U elastoplastičnom području korišteno je kombinirano očvršćenje, ali iz razloga što se materijal nije opterećivao ciklički, nego monotono, razmatran je samo utjecaj parametara izotropnog očvršćenja. Dva su parametra ključna kod izotropnog očvršćenja, a to je parametar Q_{∞} , koji predstavlja maksimalnu promjenu veličine plohe tečenja i parametar b koji predstavlja brzinu promjene plohe tečenja kod plastičnog deformiranja. Utjecaj ovih parametara (povećanjem 100 puta) na krivulju naprezanje-deformacija prikazan je na slici 40.



Slika 40. Utjecaj parametara Q_{∞} i b

S obzirom da parametar Q_{∞} utječe na nagib krivulje a parametar b na povećanje krivulje prema gore pokušat će se povećanjem parametra b dobiti referentni slučaj. Njegovim povećanjem za čak 1000 puta nema nekog većeg utjecaja na krivulju (Slika 41.), pa će se u elastoplastičnom području prilagođavati samo granica tečenja σ_y .

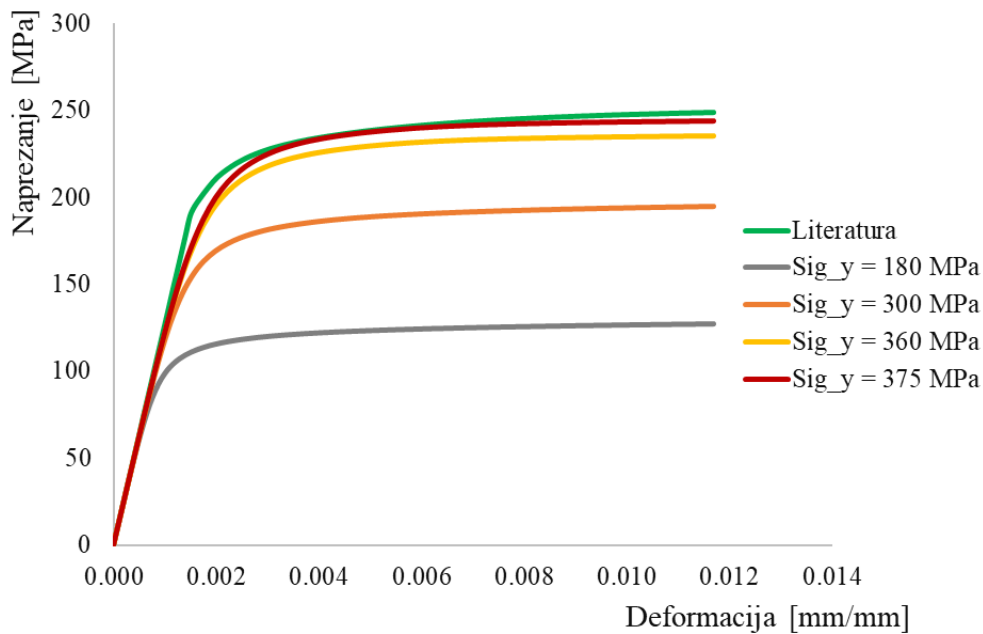


Slika 41. Utjecaj parametra b na krivulju σ - ϵ

Konvergencija granice tečenja prikazana je u tablici 5., te na slici 42.

Tablica 5. Konvergencija granice tečenja

| Broj iteracije | Granica tečenja, σ_y [MPa] | Odstupanje [%] |
|----------------|-----------------------------------|----------------|
| 0 | 180 | 48,84 |
| 1 | 300 | 21,7 |
| 2 | 360 | 5,36 |
| 3 | 375 | 2,01 |

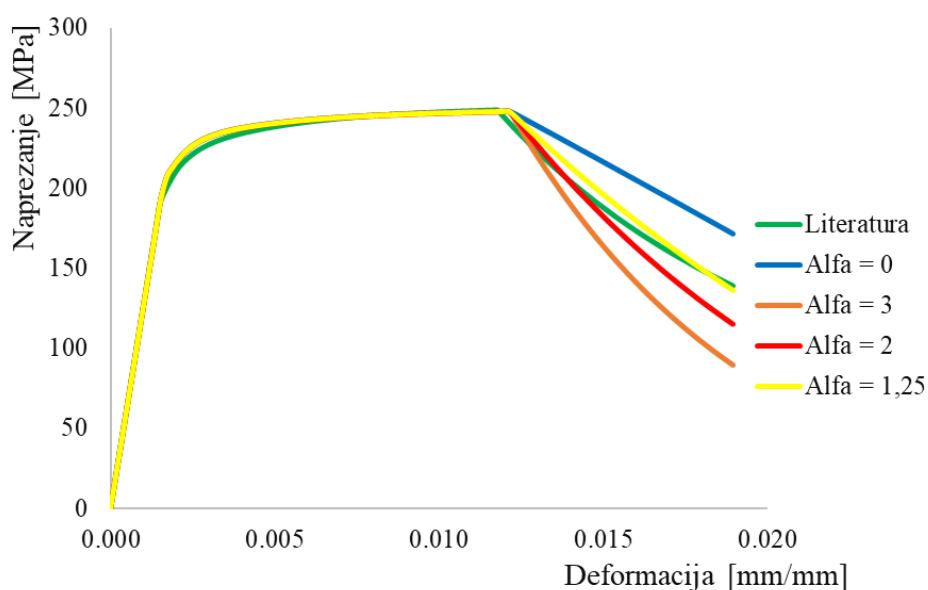


Slika 42. Konvergencija granice tečenja

Trećom iteracijom dobiveno je odstupanje od 2,01 %, s odabranom granicom tečenja od 375 MPa, što se može prihvatiti kao zadovoljavajuće rješenje. Iz jednadžbe (3.24) uz ekvivalentni plastični pomak kod loma, \bar{u}_f^p , potrebno je prilagoditi parametar α . Njegova konvergencija prikazana je u tablici 6. i na slici 43.

Tablica 6. Konvergencija parametra α

| Broj iteracije | Eksponent, α | Odstupanje [%] |
|----------------|---------------------|----------------|
| 0 | 0 | 23,29 |
| 1 | 3 | 35,51 |
| 2 | 2 | 17,08 |
| 3 | 1,25 | 1,97 |



Slika 43. Konvergencija parametra α

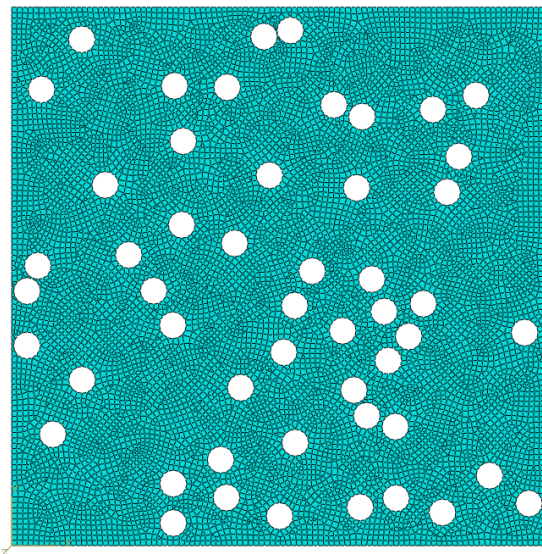
Novi parametri koji će se koristiti za mikrostrukturnu analizu dani su u tablici 7.

Tablica 7. Prilagođeni parametri za mikrostrukturnu analizu

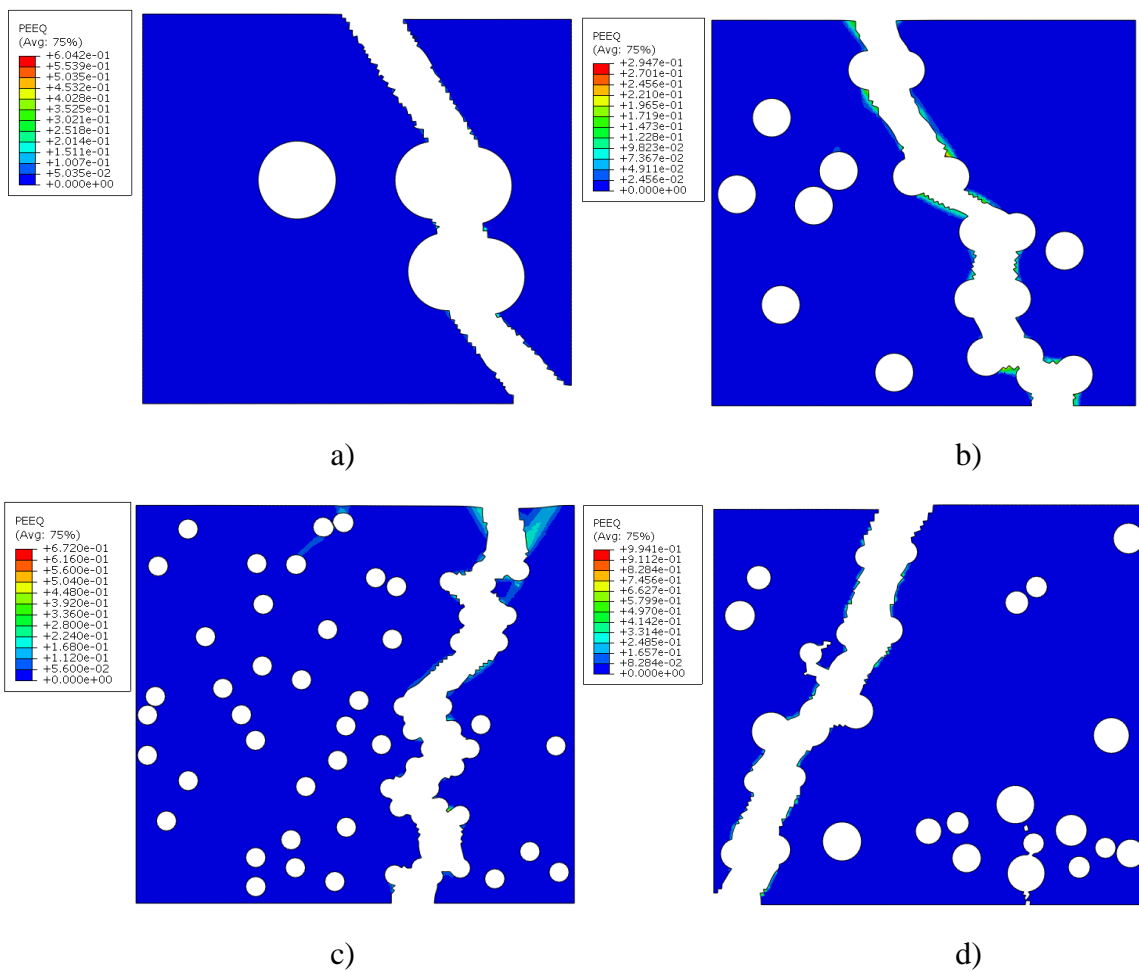
| | |
|-----------------------------------------------------|------|
| Modul elastičnosti, E [GPa] | 160 |
| Granica tečenja, σ_y [MPa] | 375 |
| Eksponent, α | 1,25 |

5.3. Utjecaj kružnih uključina i nepravilnosti

Za prvi krug ispitivanja uzete su kružne nepravilnosti kako bi se proučio njihov utjecaj na svojstva materijala. Prvo su korištena tri RVE-a s nepravilnostima konstantnog promjera kružnica 0,2 mm, 0,1 mm, 0,05mm i jedan s različitim vrijednostima promjera od 0,05 do 0,2 mm s udjelom poroznosti od 10 %. Na slici 44. prikazana je mreža konačnih elemenata za RVE s kružnicama promjera 0,05 mm, a prosječan broj konačnih elemenata za ova četiri slučaja i za slučajeve s elipsama u narednim poglavljima je 12000. Na slici 45. prikazane su vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije za ova četiri slučaja.

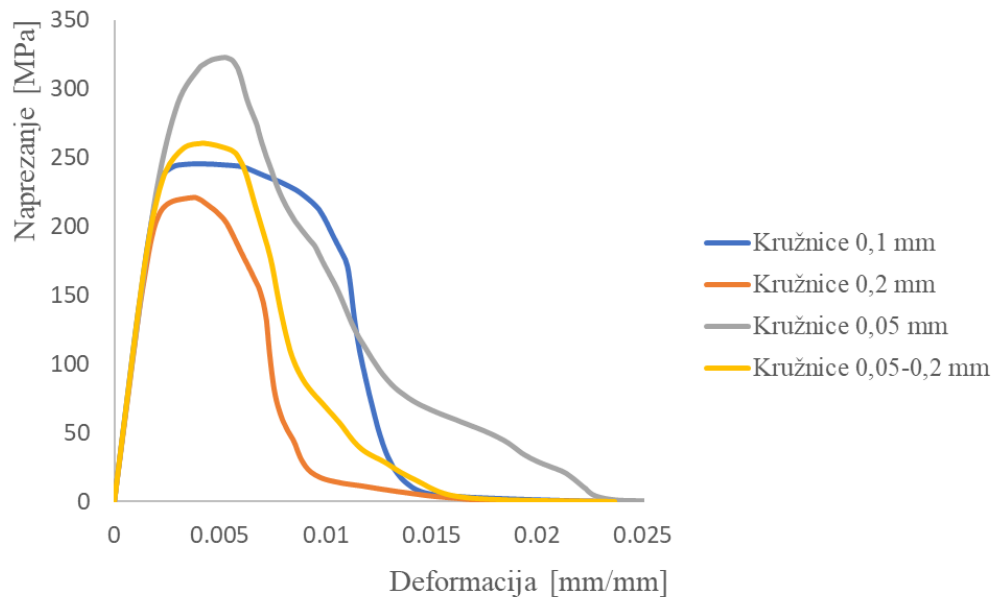


Slika 44. Mreža konačnih elemenata za RVE sa kružnicama promjera 0,05 mm



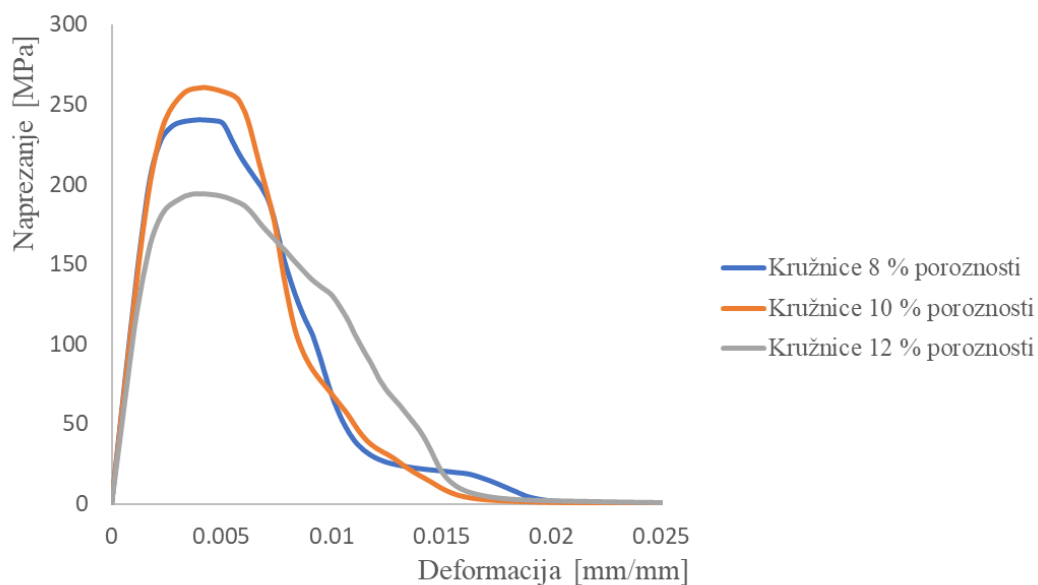
Slika 45. Ekvivalentna plastična deformacija (PEEQ) za vlačni test i kružne nepravilnosti s konstantnim promjerom od a) 0,2 mm, b) 0,1 mm, c) 0,05 mm i d) 0,05-0,2 mm (10% poroznosti)

Dijagram usporedbe naprezanje - deformacija za ova četiri slučaja dan je na slici 46.



Slika 46. Usporedba σ - ϵ dijagrama za različite veličine kružnih nepravilnosti

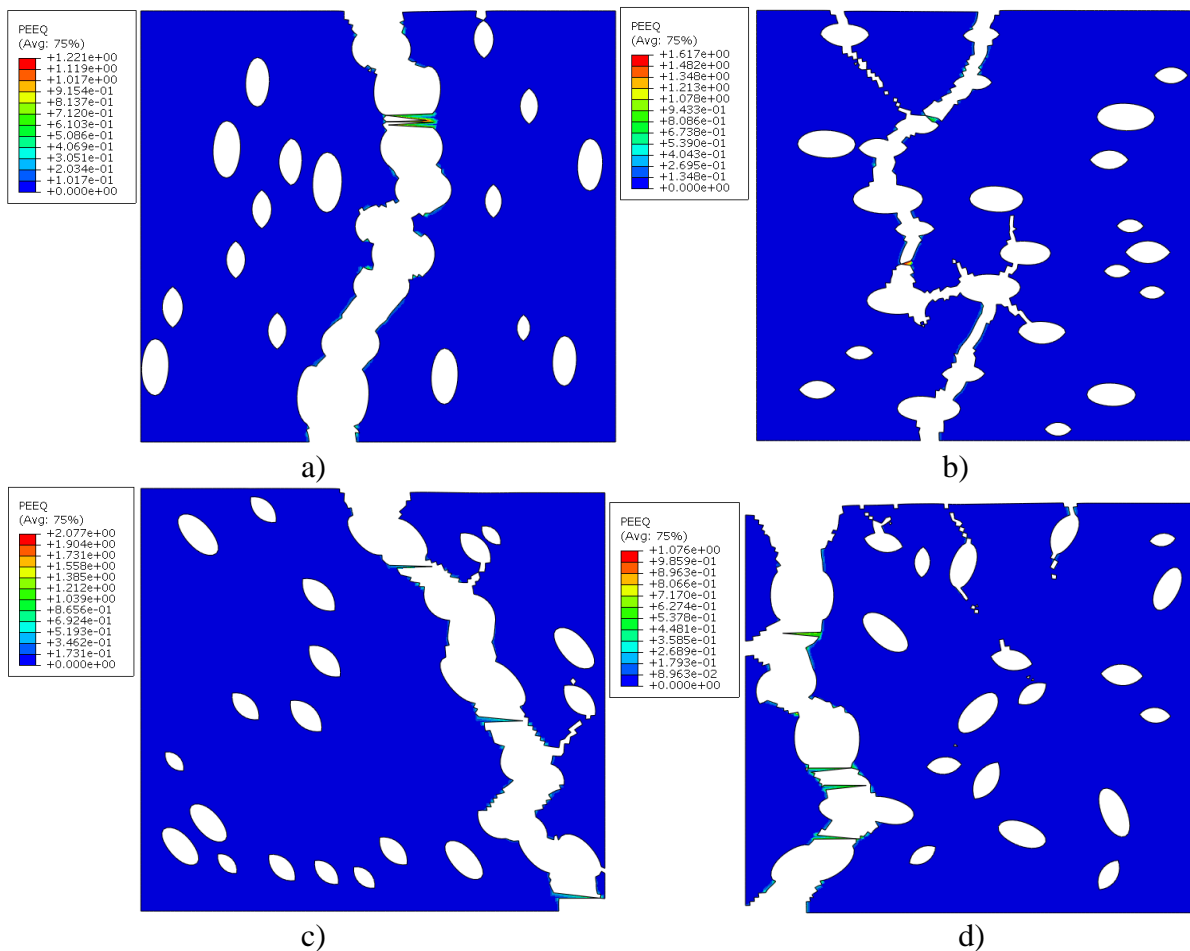
Nakon analize utjecaja veličine kružnih nepravilnosti slijedi analiza utjecaja postotka poroznosti koja je provedena na RVE-u sa varijabilnim promjerima kružnih nepravilnosti. (Slika 47.)



Slika 47. Usporedba σ - ϵ dijagrama za varijabilnu veličinu kružnih nepravilnosti kod 8,10 i 12 % poroznosti

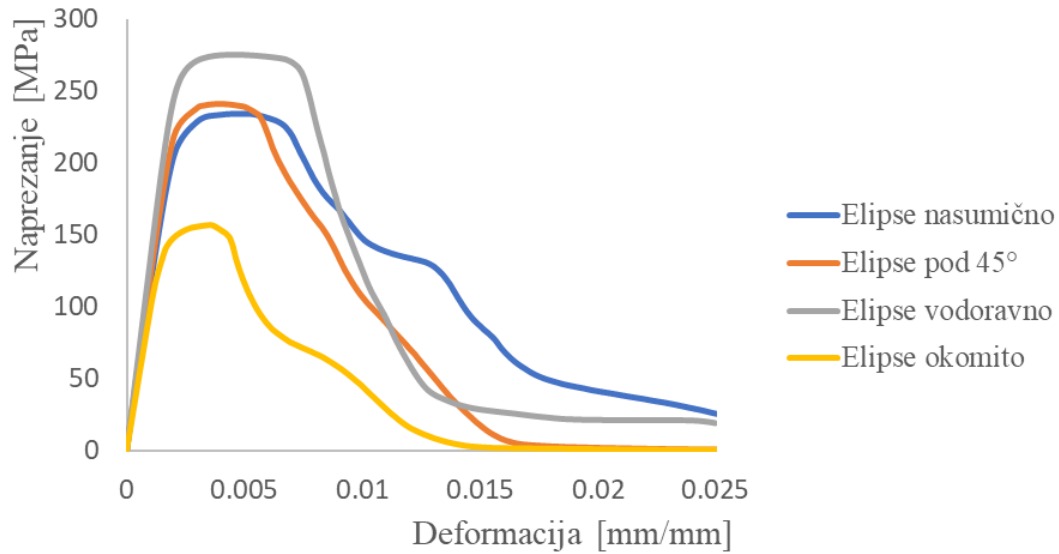
5.4. Utjecaj uključina i nepravilnosti u obliku elipse

Za drugi krug ispitivanja uzete su nepravilnosti u obliku elipse s omjerom stranica 1:2 kako bi se proučio njihov utjecaj na svojstva materijala. Korištena su četiri RVE-a s nepravilnostima okomitim na smjer vlačnog testa, paralelnim sa smjerom vlačnog testa, pod kutom od 45° s obzirom na smjer vlačnog testa i nasumično postavljenim nepravilnostima s udjelom poroznosti od 10 %. Na slici 48. prikazane su vrijednosti ekvivalentne plastične deformacije.



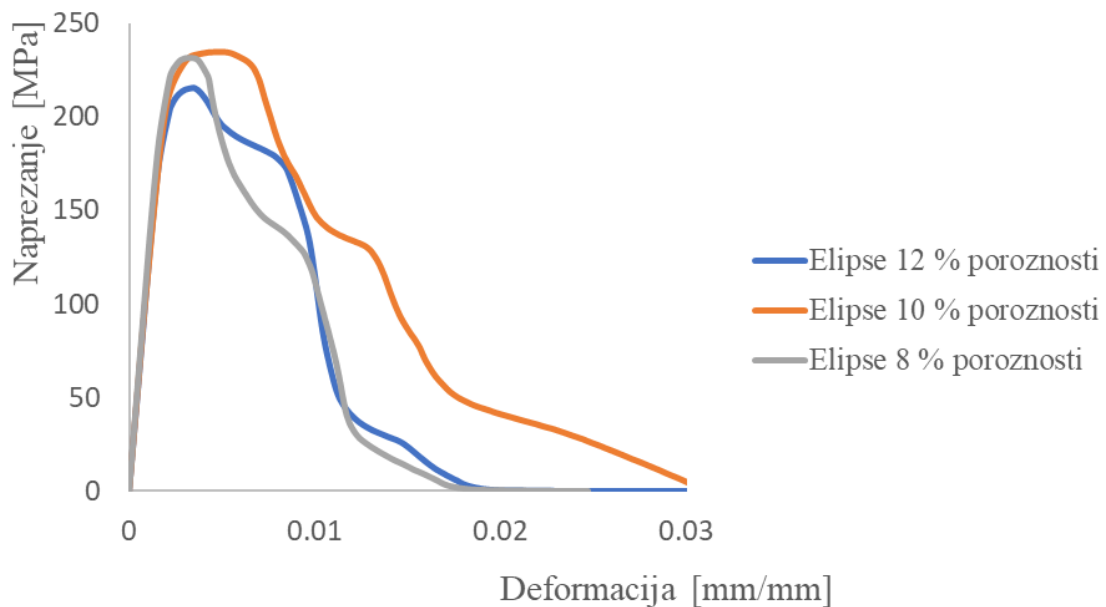
Slika 48. Ekvivalentna plastična deformacija (PEEQ) za vlačni test i nepravilnosti u obliku elipse omjera stranica 1/2 a) elipse postavljene okomito na smjer razvlačenja, b) elipse postavljene vodoravno tj. u smjeru razvlačenja, c) elipse postavljene pod 45° u odnosu na pravac smjera razvlačenja i d) nasumično razbacane elipse (10 % poroznosti)

Dijagram naprezanje-deformacija usporedbe ova četiri modela dan je na slici 49.



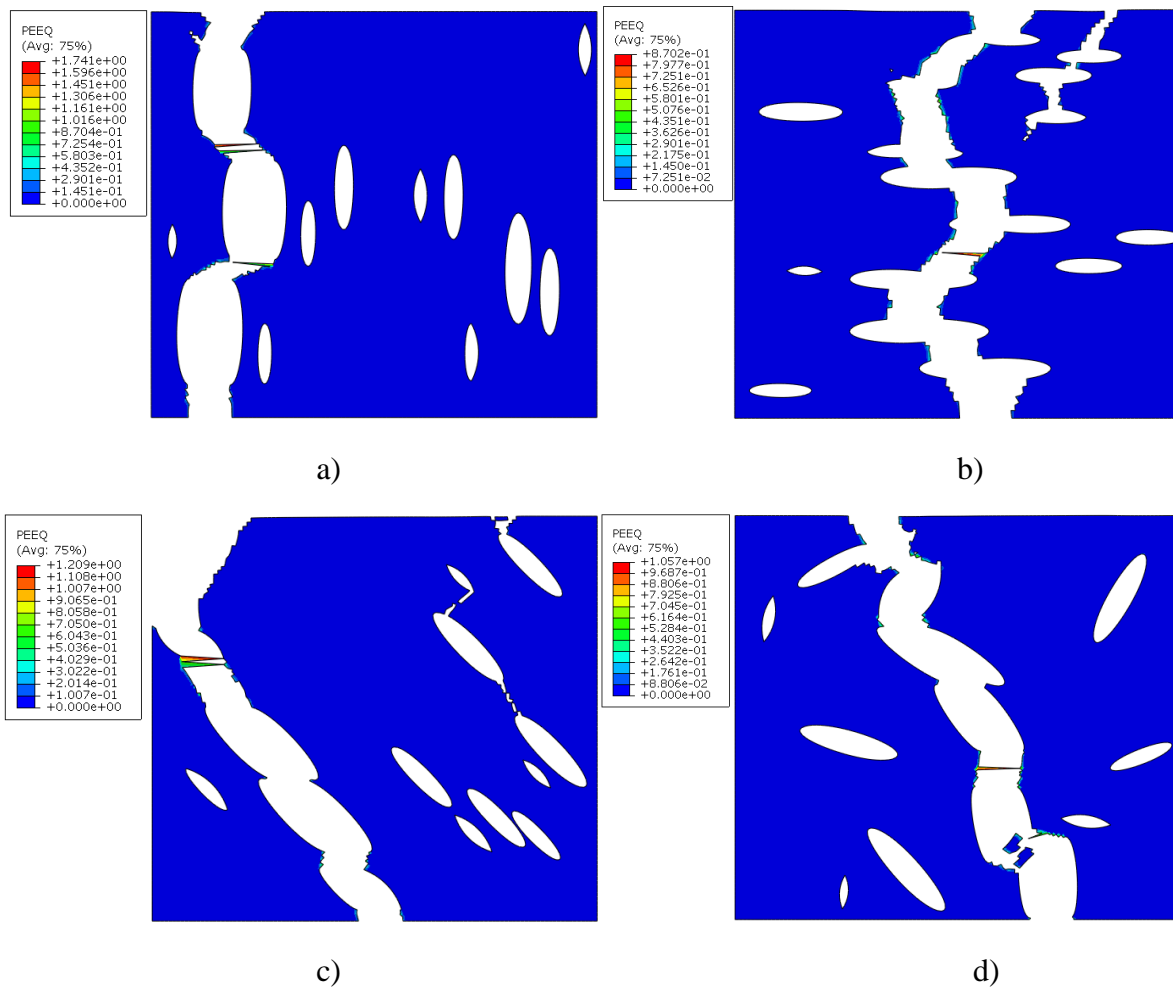
Slika 49. $\sigma - \varepsilon$ dijagram usporedbe položaja nepravilnosti u obliku elipsa omjera stranica 1/2

Nakon analize položaja elipsastih nepravilnosti slijedi analiza utjecaja postotka poroznosti koja je provedena na RVE-u s nasumično postavljenim elipsama. (Slika 50.)



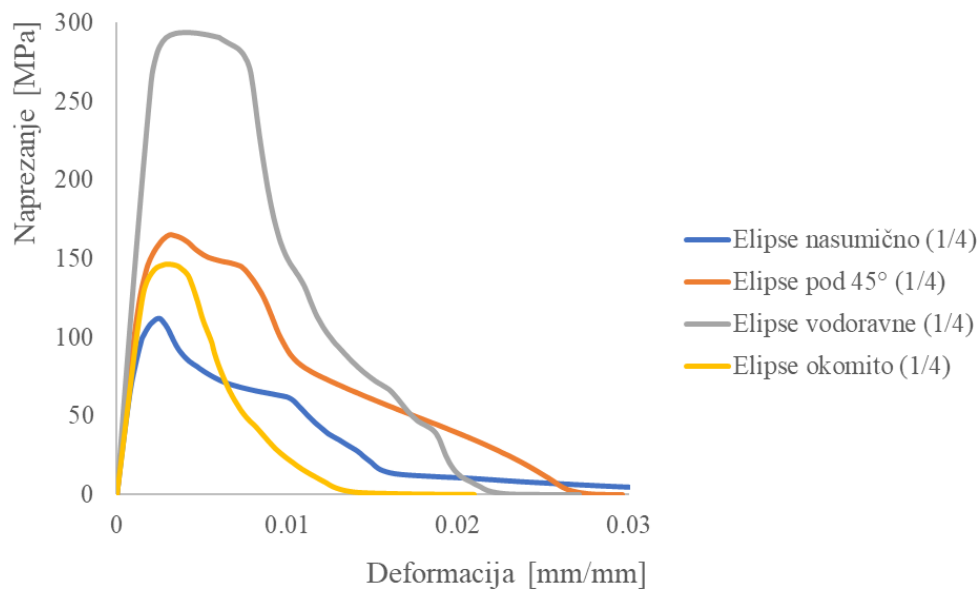
Slika 50. Usporedba $\sigma - \varepsilon$ dijagrama za RVE-ove s nasumično postavljenim elipsama omjera stranica 1/2 za 8, 10 i 12 % poroznosti

Ove analize bile su provedene za elipse omjera manja/veća stranica u iznosu 1/2, pa će još biti provedena analiza elipsi omjera od 1/4 radi usporedbe utjecaja širine i duljine nepravilnosti. Ekvivalentna plastična deformacija za okomito i vodoravno okrenute elipse te elipse pod kutom od 45° i nasumično razbacane elipse s omjerom stranica 1/4 i poroznosti od 10 %, prikazane su na slici 51.



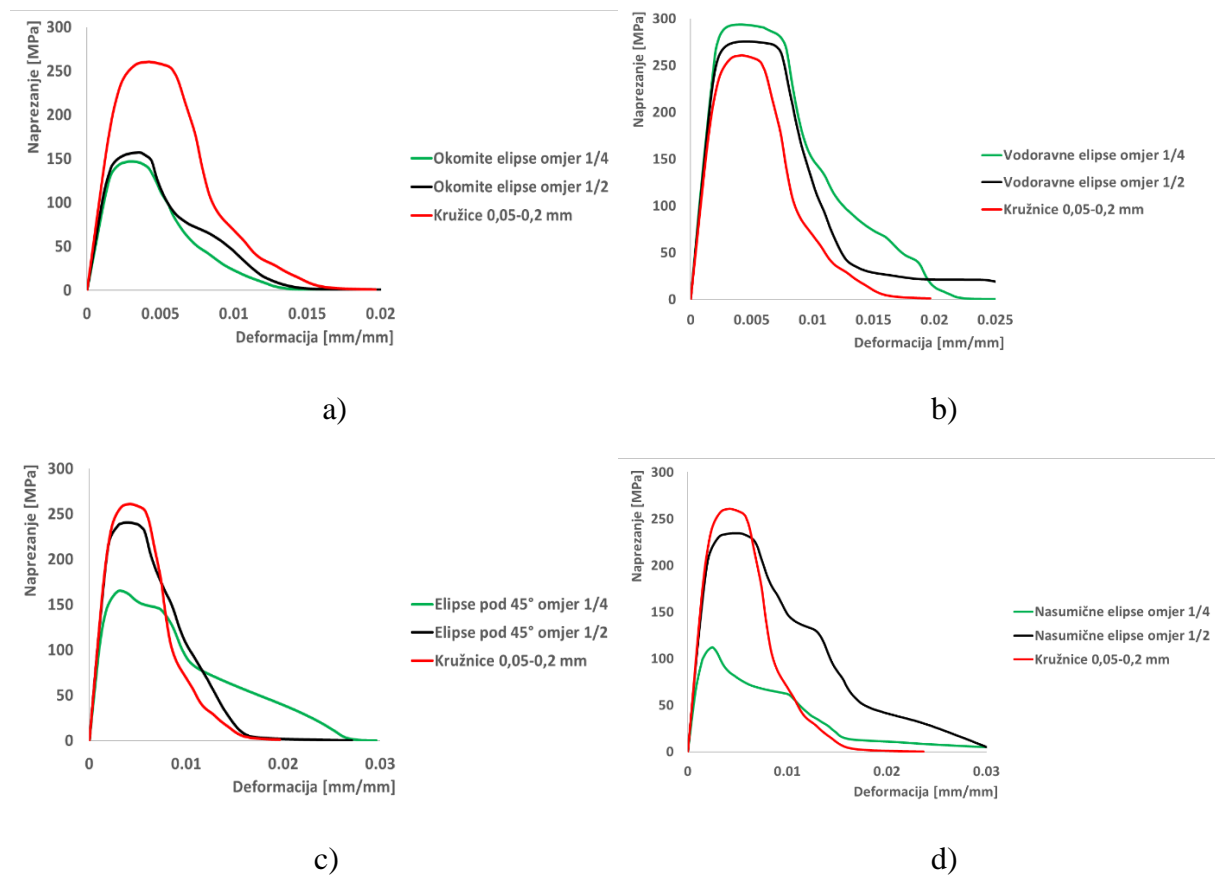
Slika 51. Ekvivalentna plastična deformacija (PEEQ) za vlačni test i nepravilnosti u obliku elipse omjera stranica 1/4 a) elipse postavljene okomito na smjer razvlačenja, b) elipse postavljene vodoravno tj. u smjeru razvlačenja, c) elipse postavljene pod 45° u odnosu na pravac smjera razvlačenja i d) nasumično razbacane elipse (10 % poroznosti)

Dijagram naprezanje-deformacija usporedbe ova četiri slučaja prikazan je na slici 52.



Slika 52. σ - ϵ dijagram za usporedbu različito poredanih elipsi s omjerom stranice 1/4 i poroznosti od 10 %

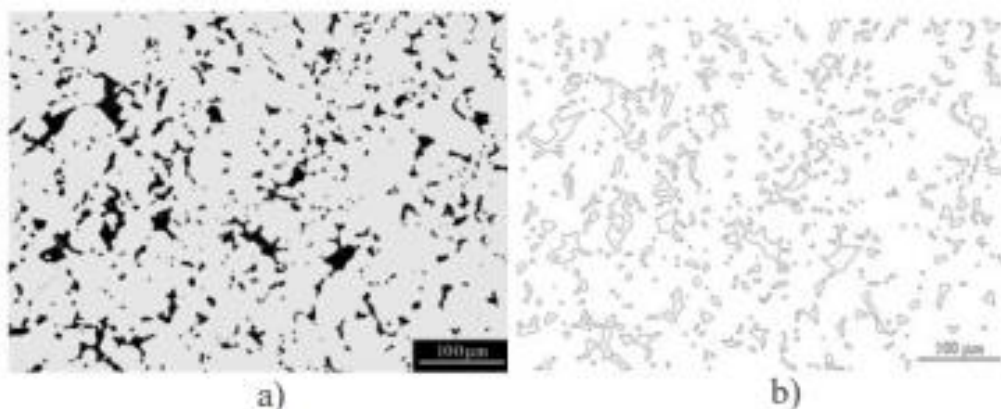
Slijedi dijagram naprezanje-deformacija usporedbe okomito postavljenih elipsi omjera stranica 1/2 i 1/4 (Slika 53.a), vodoravno postavljenih elipsi omjera 1/2 i 1/4 (Slika 53.b), elipsi pod kotom od 45° omjera stranica 1/2 i 1/4 (Slika 53.c) i usporedba mješovito postavljenih elipsi omjera 1/2 i 1/4 (Slika 53.d) s kružnicama promjera 0,05-0,2 mm pri 10 % poroznosti.



Slika 53. σ - ϵ dijagram usporedbe elipsi omjera stranica 1/2 i 1/4 s kružnicama promjera 0,05-0,2 mm a) okomite elipse, b) vodoravne elipse, c) elipse pod 45° i d) nasumično razbacane elipse (10 % poroznost)

5.5. Stvarna mikrostruktura

Kako bi se omogućilo modeliranje RVE-a stvarnog izgleda, metalografski rezultati prikazani na slici 54.a se digitalnom obradom pretvaraju u vektorski format (Slika 54.b) opisan linijama višeg reda koji se može uvesti u softvere za uređivanje i pregled (npr. AutoCAD...), a zatim i u softvere za numeričku analizu (npr. Abaqus...).

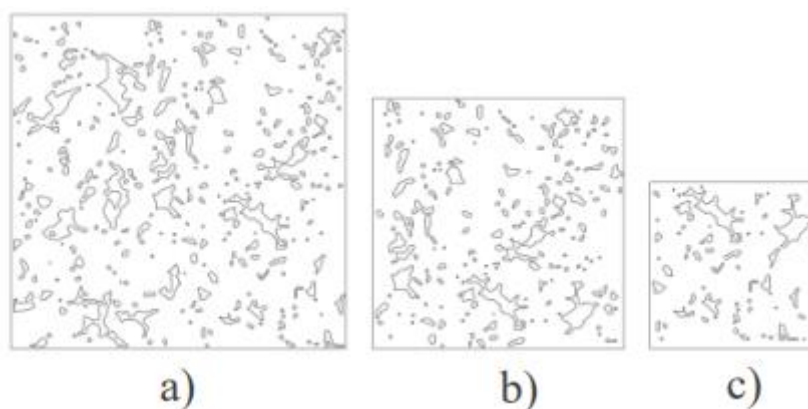


Slika 54. a) Slika metalografije sinteriranog čelika, b) digitalizirana slika metalografije sinteriranog čelika

Sa slike metalografije odabrana su tri RVE-a s veličinama prema tablici 8. (S, M i L), kako je prikazano na slici 55. Cilj odabira uzoraka različitih veličina je provjera poznatog efekta veličine. Na uzorcima je postavljena ujednačena mreža četverokutnih konačnih elemenata. Uzorci su opterećeni monotono kao i dosadašnji modeli.

Tablica 8. Veličina i broj konačnih elemenata korištenih RVE-a

| | L | M | S |
|-------------------------|--------------|--------------|--------------|
| Veličina RVE-a | 0,4 x 0,4 mm | 0,3 x 0,3 mm | 0,2 x 0,2 mm |
| Broj konačnih elemenata | 287947 | 170367 | 72480 |

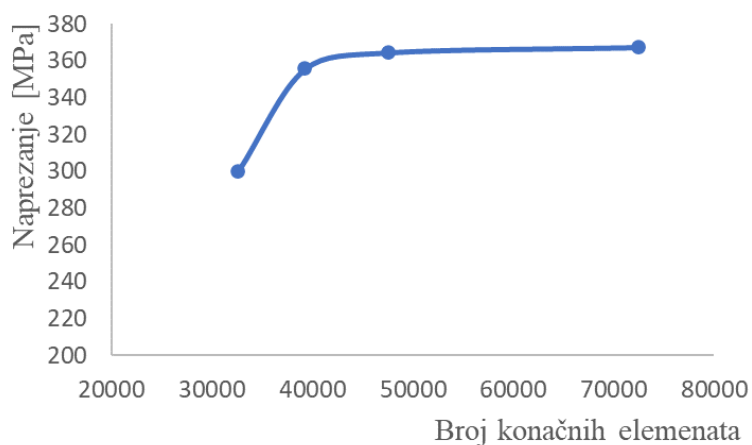


Slika 55. Različite veličine RVE-a a) L (0,4 x 0,4), b) M (0,3 x 0,3) i c) S (0,2 x 0,2)

Najprije će biti prikazana provjera kvalitete mreže i konvergencije rješenja koja će biti napravljena za četiri različite mreže konačnih elemenata. Konvergencija ekvivalentnog von Misesovog naprezanja u točki na sredini stranice koja je opterećena za vlačni test za RVE veličine S prikazana je u tablici 9. i na slici 56. Ovime je dobivena potrebna veličina konačnih elemenata koja će se koristiti i za M i L veličinu RVE-a.

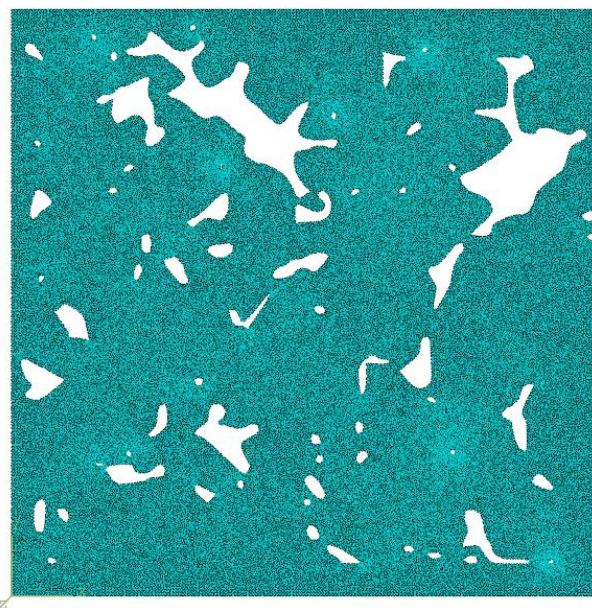
Tablica 9. Konvergencija

| | | | | |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Broj konačnih elemenata | 32597 | 39276 | 47642 | 72480 |
| Iznos naprezanja [MPa] | 299,9 | 355,3 | 364,1 | 366,9 |



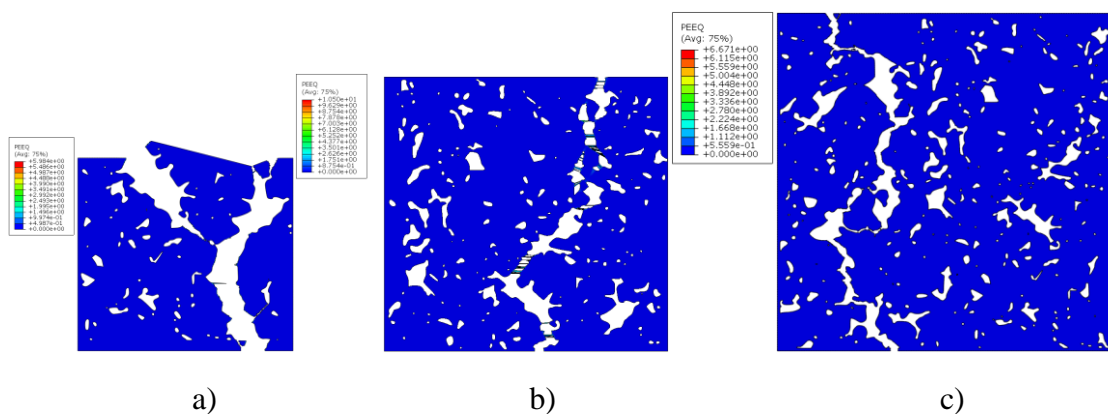
Slika 56. Prikaz konvergencije rješenja na elementu S veličine

Na slici 57. prikazana je mreža konačnih elemenata (72480 konačnih elemenata) za RVE veličine S.



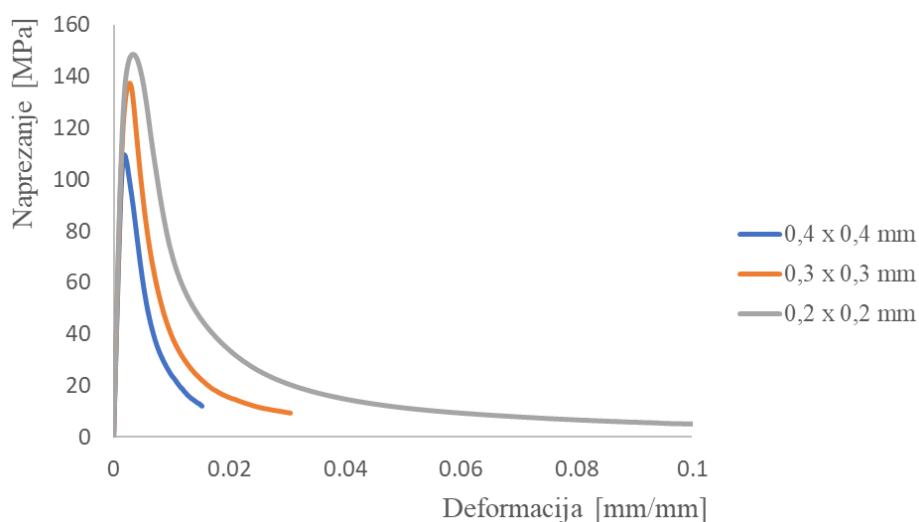
Slika 57. Mreža konačnih elemenata za RVE veličine 0,2 x 0,2 mm

Na slici 58. prikazane su ekvivalentne plastične deformacije.



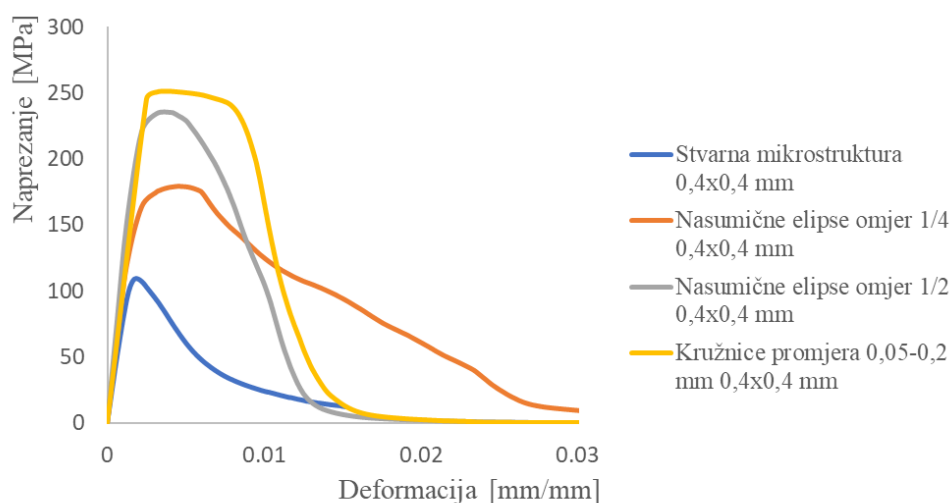
Slika 58. Ekvivalentna plastična deformacija (PEEQ) za vlačni test i stvarni izgled mikrostrukture na RVE-u veličine a) S 0,2 x 0,2 mm, b) M 0,3 x 0,3 mm i c) L 0,4 x 0,4 mm

Još preostaje usporedba dijagrama naprezanje – deformacija koji je prikazan na slici 59.



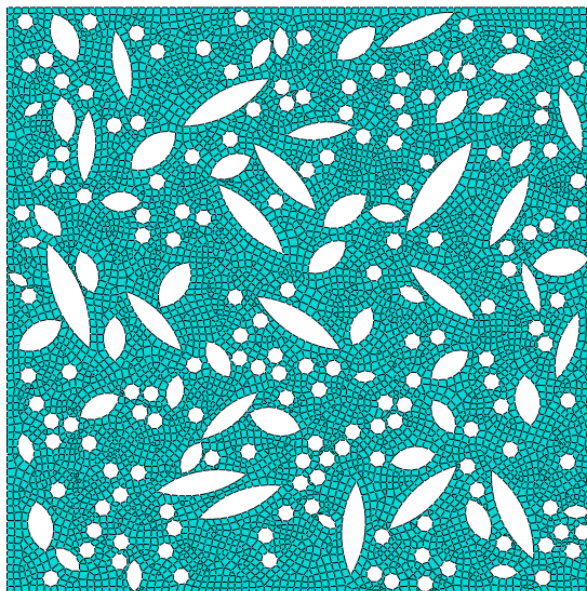
Slika 59. Usporedbeni σ - ϵ dijagram kod stvarnog izgleda mikrostrukture za S, M i L veličine RVE-a

Za usporedbu stvarnog izgleda mikrostrukture s mikrostrukturom koja se sastoji od samih kružnica i elipsa koristiti će se RVE veličine 0,4 x 0,4 mm čija poroznost iznosi 10 %. Za ovu analizu potrebno je izraditi još tri dodatna modela iste poroznosti i iste veličine, jedan s različitim veličinama kružnica i još dva s različitim veličinama elipsi u omjeru stranica 1/2 i 1/4. Dijagram usporedbe navedenih modela sa stvarnim modelom prikazan je na slici 60.

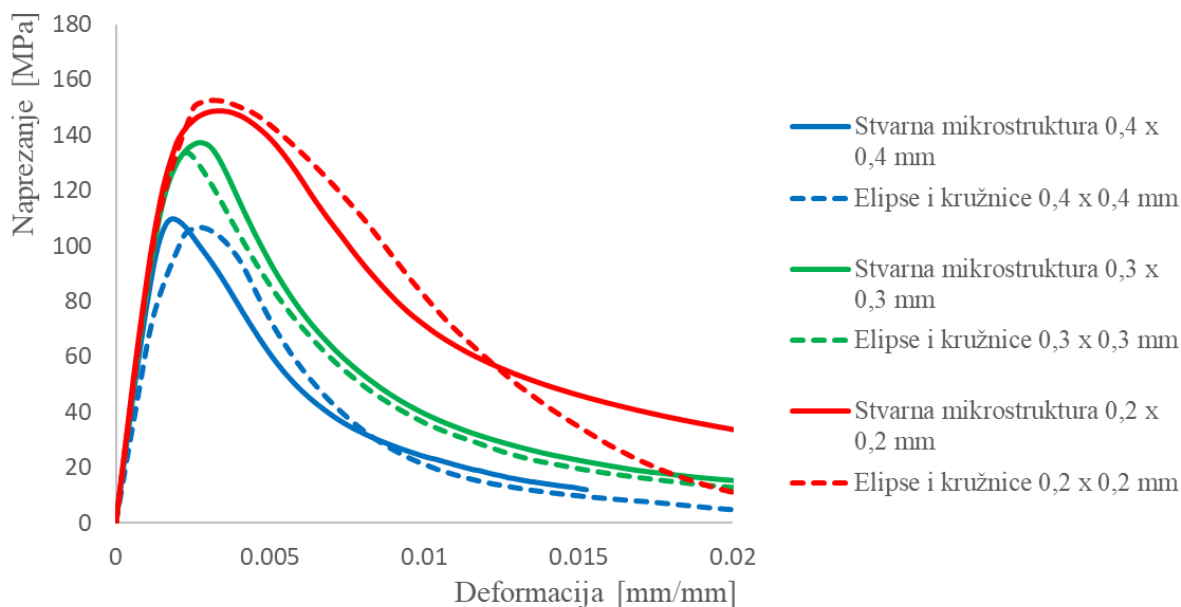


Slika 60. σ - ϵ dijagram usporedbe stvarne mikrostrukture sa kružnim nepravilnostima i nepravilnostima u obliku elipse

Izradom još tri RVE-a s nasumično raspoređenim elipsama i kružnicama različitih veličina pokušat će se pogoditi dijagrami stvarne mikrostrukture za RVE-ove veličine S, M i L. Novi modeli su iste veličine kao i modeli stvarne mikrostrukture, a izgled modela L i njegova mreža konačnih elemenata prikazana je na slici 61. Uz par pokušaja dobiven je dijagram na slici 62.



Slika 61. Mreža konačnih elemenata za RVE veličine 0,4 x 0,4 mm kojim se pogađa dijagram stvarne mikrostrukture

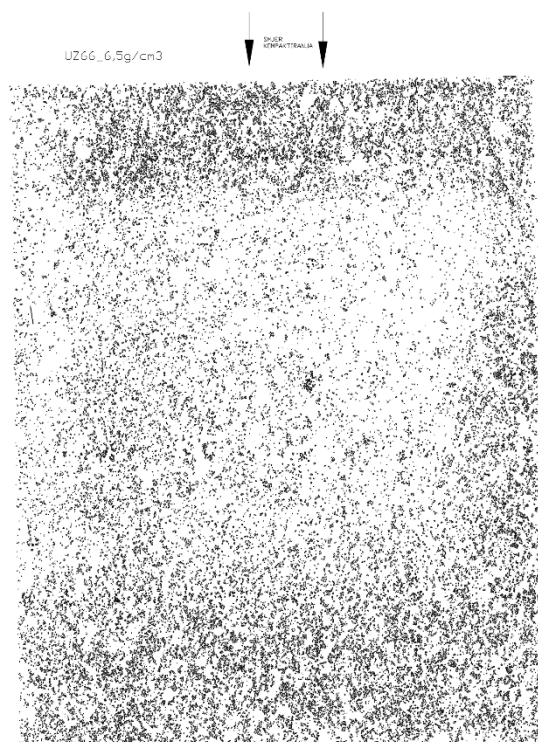


Slika 62. Pogodaanje stvarne mikrostrukture

S dijagrama je vidljivo da se krivulje preklapaju s prihvatljivom razlikom što znači da se ovakvim postupkom može izbjeći skupi proces metalografije te prebacivanje stvarnog izgleda mikrostrukture iz jednog skupog programa u drugi. Također, ovaj način je i vremenski prihvatljiviji (Tablica 10.). Uz to ako pogledamo mikrostrukturu presjeka epruvete sinteriranog čelika (Slika 63.) jasno je vidljivo da nije svugdje ista gustoća unutrašnjih pora tj. razlika između dijagrama stvarne mikrostrukture i mikrostrukture sa pravilnim elipsama i kružnicama je zanemariva.

Tablica 10. Usporedba vremena potrebnog za analize

| RVE | Stvarna mikrostruktura | Elipse i kružnice |
|------------------|------------------------|-------------------|
| S (0,2 x 0,2 mm) | 1h 23 min 20 s | 47 s |
| M (0,3 x 0,3 mm) | 3 h 3 min 20 s | 2min 26 s |
| L (0,4 x 0,4 mm) | 5 h | 4 min 56 s |



Slika 63. Presjek epruvete

6. ZAKLJUČAK

U ovom radu je provedeno mikromehaničko modeliranje oštećenja u sinteriranom čeliku Astaloy Mo + 0,2C gustoće $6,5 \frac{g}{cm^3}$. Konvergencijom rješenja za modul elastičnosti E , granicu tečenja σ_T i eksponent α dobivene su vrijednosti koje su se upotrebljavale u daljnjoj mikrostrukturnoj analizi. Zamjenom realnih oblika pora u mikrostrukтури sinteriranog materijala s kružnim oblikom pora pokazan je utjecaj veličine pora na $\sigma - \varepsilon$ dijagram. Očekivano, kružne pore većeg promjera uzrokuju plastično tečenje materijala kod niže vrijednosti naprezanja i prije dolazi do popuštanja modela. Zamjenom realnih oblika pora u mikrostrukтури sinteriranog materijala s eliptičnim porama prikazan je utjecaj položaja pora na $\sigma - \varepsilon$ dijagram u odnosu na smjer djelovanja sile. Najnepredvidljiviji položaj eliptičnih pora je nasumični položaj i u ovom slučaju on je najlošiji, tj. ima najnižu granicu tečenja i najbrže dolazi do loma. Eliptične pore okomite na smjer opterećenja imaju najmanju nosivost dok s druge strane eliptične pore postavljene paralelno sa smjerom opterećenja imaju najveću nosivost, kao što je i očekivano. Pokazan je i utjecaj eliptičnih pora koje imaju duplo manji omjer stranica. Kod okomito i paralelno postavljenih eliptičnih pora taj omjer nije imao neki veći utjecaj, dok kod nasumično postavljenih eliptičnih pora s dvostruko manjim omjerom više je izražen utjecaj smanjenja nosivosti modela. Za stvarnu mikrostrukturu uzeta su tri RVE-a različitih veličina (S, M i L) koji su dobiveni metalografijom te digitalnom obradom u vektorski oblik. Usporedbom ova tri modela dobije se jasan prikaz tzv. efekta veličine (eng. size effect) pri čemu veći model treba imati manju čvrstoću, budući da je zbog veličine veća vjerojatnost za pojavu nesavršenosti. Kako je prikazano na slici 59, vidljiva je pojava efekta veličine koji je svojevrsni dokaz reprezentativnosti prikazanog načina modeliranja. Usporedbom ponašanja stvarne mikrostrukture s realnim oblicima pora s mikrostrukturama u kojima pore imaju eliptičan, odnosno kružni oblik, stvarna mikrostruktura ima najnižu granicu tečenja. Odgovarajućom raspodjelom eliptičnih i kružnih pora moguće je dobiti približne rezultate u usporedbi sa stvarnom mikrostrukturom. Na ovaj način moguće je izbjeći često nedostupnu metodu metalografije, a time i vremenski zahtjevno modeliranje stvarne mikrostrukture koje nerijetko biva računalno vrlo zahtjevno zbog velikog broja diskontinuiteta koji zahtijevaju finiju diskretizaciju, a samim time i značajnije računalne resurse. Osim toga, kako je prikazano u tablici 10. vrijeme potrebno za provedbu analiza preko predloženog modela je oko 50 puta manje. Koristeći predloženi način modeliranja mikrostrukture sinteriranog čeličnog materijala moguća je dvojaka ušteda na vremenu i novcu: a) izbjegavanje skupih i nedostupnih analiza

mikrostrukture preko metalografije te b) ušteda na računanim resursima. Budući da je mikrostruktura sinteriranih materijala izrazito složena te su pore u materijalu najčešće mreže međusobno povezanih manjih pora u prostoru, takva bi se mikrostruktura trebala promatrati kroz trodimenzijske postavke. Zbog činjenice da je takvo modeliranje vremenski i računalo vrlo zahtjevno, isto se izbjegava koristiti budući da točnost takvih rezultata ne bi trebala biti puno veća od prikazanih dvodimenzionalnih rezultata. Zbog dugog roka za provedbu spomenutih 3D analiza iste nisu provedene u ovom radu. Dakle, ako trebamo izrazito točne rezultate ponašanja materijala, najbolji rezultati ponašanja sinteriranih materijala moguće je dobiti uz pomoć modela dobivenih preko 3D računalne tomografije. Takvo modeliranje može predstavljati cilj budućih istraživanja.

LITERATURA

- [1] Slokar Lj., Metalurgija praha i sinter materijali, Sveučilište u Zagrebu, Metalurški fakultet, Sisak, 2015.
- [2] Stuhne D., Modeliranje zamornog ponašanja sinteriranog čelika pri visokocikličkom zamoru uz razmatranje utjecaja mikrostrukture, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2020.
- [3] Danninger H., What will be the future of powder metallurgy?, Technische Universität Wien, Institut für Chemische Technologien und Analytik, Austria, 2018.
- [4] Upadhyaya G. S., Powder Metallurgy Technology, Indian institute of technology, Kanpur, India, 2012.
- [5] Mlinarić M., Mikromehaničko modeliranje oštećenja u sinteriranom čeliku, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2020.
- [6] Jolić B., Numeričko modeliranje procesa elasto-plastičnog deformiranja u mikrostrukтури sinteriranog čelika, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2020.
- [7] <http://www.sintered.in/products.html>-12.01.2021.
- [8] Hren I., Završni rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012.
- [9] Höganäs, Sintered Iron-Based Materials, [Online]
- [10] Plazibat B., Matoković A., Vetma V., Nauka o čvrstoći, skripta, Sveučilište u Splitu, Sveučilišni odjel za stručne studije, Split, 2019.
- [11] Pustačić D., Cukor I., Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti, Sažetak predavanja, Sveučilište u zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2009.
- [12] Jecić S., Semenski D., Jednadžbe teorije elastičnosti, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.
- [13] Franin B., Numeričko modeliranje zaostalih naprezanja pri zavarivanju, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016.
- [14] Sorić J., Nelinearna numerička analiza konstrukcija, predavanja
- [15] Karšaj I., Numeričko modeliranje procesa deformiranja uz pretpostavku velikih deformacija, Doktorski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2006.

- [16] Zaplatić A., Razvoj mehaničkog i optičkog eksperimentalnog postava za ispitivanje tankih limovaopterećenih na smicanje, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2019.
- [17] Abaqus/CAE 6.14-1 Documentation
- [18] Ozturk H., Yesilyurt I., Sabuncu M., "Investigation of Effectiveness of Some Vibration-Based Techniques in Early Detection of Real-Time Fatigue Failure in Gears", *Shock and Vibration*, vol. 17, Article ID 454679, 17 pages, 2010.
- [19] Tonković Z., Slajdovi s predavanja, Fakultet strojarstva i brodogradnje
- [20] Lovrenić-Jugović M., Numeričko i eksperimentalno modeliranje procesa deformiranja kortikalnoga koštanoga tkiva, Doktorski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012.
- [21] Čanžar P., Eksperimentalno i numeričko modeliranje zamornog ponašanja nodularnog lijeva, Doktorski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2012.
- [22] Leljak D., Numerička analiza evolucije duktilnog oštećenja vlačno opterećenog čelika visoke čvrstoće HARDOX 450, Završni rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2020.
- [23] Falkowska A., Severyn A., Tomczyk A., Fatigue life and strength of 316L sintered steel of varying porosity, Bialystok University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, Wiejska 45C Str., 15-351 Białystok, Poland, 2018.
- [24] Putar F., Numeričko modeliranje oštećenja u heterogenim materijalima primjenom gradijentne deformacijske teorije, Doktorski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2018.
- [25] Sorić J., Metoda konačnih elemenata, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [26] Ešegović D., Analiza čvrstoće glavnog nosača vjetroagregata, Završni rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2015.
- [27] Munjas N., Računalna termoplastičnost u uvjetima velikih deformacija temeljena na višerazinskim metodama, Doktorski rad, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Rijeka, 2015.
- [28] Tomić Z., Seleš K., Tonković Z., Modeliranje rasta pukotine u mikrostrukturi sinteriranog materijala metodom faznog polja, 10. susret Hrvatskog društva za mehaniku, Slavonski brod, 2020.

PRILOZI

I. CD-R disc