

# Konstruiranje i karakterizacija eksperimentalnog postava za analizu sustava za aktivnu izolaciju vibracija

---

Šegon, Ana Marija

Undergraduate thesis / Završni rad

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:141675>

Rights / Prava: [Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International/Imenovanje-Nekomercijalno-Bez prerada 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-06-26**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Ana Marija Šegon**

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Neven Alujević, dipl. ing.

Student:

Ana Marija Šegon

Zagreb, 2021.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru Doc. dr. sc. Nevenu Alujeviću koji mi je svojim vođenjem, znanjem i korisnim savjetima i kritikama pomogao pri izradi ovog rada.

Zahvaljujem se svojim prijateljima koji su mi uljepšali vrijeme tokom studija.

Posebno se zahvaljujem svojoj obitelji te dečku Davidu na strpljenju i cjelokupnoj podršci tijekom preddiplomskog studija.

Ana Marija Šegon

*SVEUČILIŠTE U ZAGREBU*  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**

*Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite*  
*Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:*  
*procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije*

|   |        |
|---|--------|
| Sveučilište u Zagrebu<br>Fakultet strojarstva i<br>brodogradnje |        |
| Datum   | Prilog |
| Klasa: <b>602 - 04 / 21 - 6 / 1</b>                             |        |
| Ur.broj: <b>15 - 1703 - 21 -</b>                                |        |

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Ana Marija Šegon** Mat. br.: 0035208893

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Konstruiranje i karakterizacija eksperimentalnog postava za analizu sustava za aktivnu izolaciju vibracija**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Design and characterisation of an experimental test setup for an active vibration isolation system analysis**

Opis zadatka:

U radu je potrebno konstruirati i karakterizirati postav za eksperimentalnu analizu sustava za aktivnu izolaciju vibracija. Potrebno je konstruirati mehaničke dijelove postava tako da budu pogodni za izradu tehnologijom 3D ispisa i to upotrebom uređaja Prusa i3 MK3S. Eksperimentalni postav treba tako konstruirati tako da se njegov dinamički odziv može dobro aproksimirati matematičkim modelom za klasični linearni vibracijski sustav s dva stupnja slobode gibanja. To treba postići korištenjem računalnih CAD/CAM alata za modeliranje i konstruiranje, kao i alata za analizu slobodnih vibracija mehaničkih sustava s raspodijeljenim parametrima metodom konačnih elemenata. Eksperimentalni postav potrebno je konstruirati tako da je njegov dinamički odziv dominantno određen s dvije vlastite frekvencije i dvije pripadne forme vibriranja. Nadalje, postav je potrebno tako osmisliti da se na njega mogu jednostavno učvrstiti mjerni i pogonski članovi sustava za aktivnu izolaciju vibracija: dva akcelerometra DYNAMIX model 6503 i tri elektromagnetska aktuatora H2W NCC01-04-001-1X. Konačnu konstrukciju postava potrebno je izraditi tehnologijom 3D ispisa te na njega učvrstiti pogonske i mjerne članove. Izrađeni postav potrebno je karakterizirati mjerenjem karakterističnih prijenosnih funkcija sustava između mjernih i pogonskih članova. U radu navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
30. studenoga 2020.

Datum predaje rada:  
**1. rok:** 18 veljače 2021.  
**2. rok (izvanredni):** 5. srpnja 2021.  
**3. rok:** 23. rujna 2021.

Predviđeni datumi obrane:  
**1. rok:** 22.2. – 26.2.2021.  
**2. rok (izvanredni):** 9.7.2021.  
**3. rok:** 27.9. – 1.10.2021.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

Doc.dr.sc. Neven Alujević

Prof. dr. sc. Vladimir Saldo

## SADRŽAJ

|   |     |
|---|-----|
| SADRŽAJ .....   | I   |
| POPIS SLIKA .....   | II  |
| POPIS TABLICA.....  | III |
| POPIS OZNAKA .....  | IV  |
| SAŽETAK.....  | V   |
| SUMMARY .....   | VI  |
| 1. UVOD.....  | 1   |
| 1.1. Stabilnost sustava .....   | 3   |
| 1.2. Podkritični i nadkritični sustavi .....                                  | 4   |
| 2. PRINCIP RECIPROČNOSTI.....   | 6   |
| 3. MATEMATIČKI MODEL.....   | 7   |
| 3.1. Pasivni sustav .....   | 10  |
| 3.2. Aktivni sustav .....   | 12  |
| 4. KONSTRUKCIJA POSTAVA ZA EKSPERIMENTALNU ANALIZU.....                       | 14  |
| 4.1. Analiza metodom konačnih elemenata u programskom paketu Solidworks ..... | 15  |
| 5. IZRADA MODELA .....  | 18  |
| 6. SPAJANJE DIJELOVA I MJERENJE .....   | 19  |
| 6.1. Rezultati mjerenja bez referentnog akcelerometra.....                    | 22  |
| 6.2. Rezultati mjerenja s referentnim akcelerometrom .....                    | 26  |
| 7. ZAKLJUČAK.....   | 29  |
| LITERATURA.....   | 30  |

**POPIS SLIKA**

|           |   |    |
|-----------|---|----|
| Slika 1.  | Prikaz povratne veze s postavljenim senzorom na tijelo koje je izvor vibracija (isprekidana crta) ili na tijelo koje se želi zaštititi od vibracija (puna linija) ..... | 4  |
| Slika 2:  | Aktivna linearna konstrukcija (a) uzbuda u točki 1 odziv u točki 2, (b) uzbuda u točki 2 odziv u točki 1 .....  | 6  |
| Slika 3.  | Aktivna izolacija sustava s dva stupnja slobode gibanja.....  | 8  |
| Slika 4.  | Amplitude prijenosnih funkcija $Q_{12}$ i $Q_{21}$ .....  | 13 |
| Slika 5.  | 3D prikaz modela s dva stupnja slobode gibanja .....  | 14 |
| Slika 6.  | Presjek modela s dva stupnja slobode gibanja .....  | 15 |
| Slika 7.  | Prva forma vibriranja modela s dva stupnja slobode gibanja.....   | 16 |
| Slika 8.  | Druga forma vibriranja modela s dva stupnja slobode gibanja .....   | 17 |
| Slika 9.  | Prikaz modela u PrusaSlicer -u .....  | 18 |
| Slika 10. | Eksperimentalni postav sa spojenim mjernim i pogonskim instrumentima s uključenim referentnim akcelerometrom .....  | 19 |
| Slika 11. | Analizator spektra.....   | 20 |
| Slika 12. | Spajanje aktuatora na analogno pojačalo .....   | 20 |
| Slika 13. | Prikaz spajanja na pojačalo naboja.....   | 21 |
| Slika 14. | Podršene vrijednosti na pojačalu naboja za drugi set mjerenja .....   | 21 |
| Slika 15. | Prikaz eksperimentalnog postava sa spojenim mjernim i pogonskim instrumentima bez referentnog akelerometra .....  | 22 |
| Slika 16. | Podršene vrijednosti pojačanja naboja u prvom setu mjerenja.....  | 23 |
| Slika 17. | Usporedba izolacije vibracija za pojačanja $g = 0$ i $g > 0$ .....  | 23 |
| Slika 18. | Usporedba izolacije vibracija za pojačanja $g = 0$ i $g > 0$ .....  | 24 |
| Slika 19. | Usporedba izolacije vibracija za pojačanja $g = 0$ i $g > 0$ .....  | 24 |
| Slika 20. | Usporedba izolacije vibracija za pojačanja $g = 0$ i $g > 0$ .....  | 25 |
| Slika 21. | Amplitude prijenosnih funkcija pasivnog i aktivnog sustava .....  | 26 |
| Slika 22. | Amplitude i fazni kut prijenosne funkcije $Q_{1,1}$ za različite vrijednosti pojačanja .  | 27 |
| Slika 23. | Amplitude i fazni kut prijenosne funkcije $Q_{1,2}$ za različite vrijednosti pojačanja $g$ .....  | 27 |
| Slika 24. | Amplitude i fazni kut prijenosne funkcije $Q_{2,1}$ za različite vrijednosti pojačanja $g$ .....  | 28 |
| Slika 25. | Amplitude i fazni kut prijenosne funkcije $Q_{2,2}$ za različite vrijednosti pojačanja $g$ .....  | 28 |

---

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Vrijednosti parametara sustava ..... 12



## POPIS OZNAKA

| Oznaka          | Jedinica                             | Opis   |
|-----------------|--------------------------------------|--|
| <b>C</b>        | [kgs <sup>-1</sup> ]                 | Matrica prigušenja   |
| $c_{12}$        | [Nsm <sup>-1</sup> ]                 | Koeficijent viskoznog prigušenja reaktivnog aktuatora                          |
| $c_i$           | [Nsm <sup>-1</sup> ]                 | Koeficijent viskoznog prigušenja aktivnog aktuatora gdje je $i = 1,2$          |
| <b>f</b>        | [N]                                  | Amplituda uzbudne sile   |
| $f_i(t)$        | [N]                                  | Sila koja djeluje na pojedinu masu gdje je $i = 1,2$                           |
| $f_p$           | [N]                                  | Sila aktuatora   |
| $f_{si}$        | [N]                                  | Sekundarne sile generirane upravljačkim aktuatorom gdje je $i = 1,2$           |
| $g$             | [Nm s <sup>-1</sup> ]                | Pojačanje povratne veze  |
| $j$             | [-]                                  | Imaginarna jedinica  |
| <b>K</b>        | [kgs <sup>-2</sup> ]                 | Matrica krutosti   |
| $k_{12}$        | [Nm <sup>-1</sup> ]                  | Krutost opruge koja spaja mase $m_1$ i $m_2$                                   |
| $k_i$           | [Nm <sup>-1</sup> ]                  | Modalna krutost opruga gdje je $i = 1,2$                                       |
| <b>M</b>        | [kg]                                 | Matrica masa   |
| $m_i$           | [kg]                                 | Modalne mase gdje je $i = 1,2$   |
| $Q_{i,j}$       | [N <sup>-1</sup> m]                  | Dimenzijska prijenosna funkcija aktivnog sustava gdje je $i = 1,2$ i $j = 1,2$ |
| $s$             | [s <sup>-1</sup> ]                   | Laplaceova varijabla   |
| <b>x</b>        | [m]                                  | Amplituda odziva   |
| $x_i(t)$        | [m]                                  | Pomak pojedine mase gdje je $i = 1,2$  |
| $\dot{x}_i(t)$  | [ms <sup>-1</sup> ]                  | Brzina pojedine mase gdje je $i = 1,2$   |
| $\ddot{x}_i(t)$ | [ms <sup>-2</sup> ]                  | Ubrzanje pojedine mase gdje je $i = 1,2$                                       |
| $Y_{i,j}$       | [N <sup>-1</sup> m]                  | Dimenzijska prijenosna funkcija pasivnog sustava gdje je $i = 1,2$ i $j = 1,2$ |
| $\omega$        | [s <sup>-1</sup> ]                   | Kružna frekvencija   |
| $\Omega_i$      | [Nm <sup>-1</sup> kg <sup>-1</sup> ] | Vlastita kružna frekvencija mase $i$ gdje je $i = 1,2$                         |

---

**SAŽETAK**

U radu je konstruiran i karakteriziran postav za eksperimentalnu analizu sustava za aktivnu izolaciju vibracija. Konstruirani su mehanički dijelovi postava tako da budu pogodni za izradu tehnologijom 3D ispisa i to upotrebom uređaja Prusa i3 MK3S. Eksperimentalni postav konstruiran je tako da se njegov dinamički odziv može dobro aproksimirati matematičkim modelom za klasični linearni vibracijski sustav s dva stupnja slobode gibanja. To je postignuto korištenjem računalnih CAD/CAM alata za modeliranje i konstruiranje, kao i alata za analizu slobodnih vibracija mehaničkih sustava s raspodijeljenim parametrima metodom konačnih elemenata. Eksperimentalni postav je konstruiran tako da je njegov dinamički odziv dominantno određen s dvije vlastite frekvencije i dvije pripadne forme vibriranja. Nadalje, postav je osmišljen tako da se na njega mogu jednostavno učvrstiti mjerni i pogonski članovi sustava za aktivnu izolaciju vibracija: dva akcelerometra DYNAMIX model 6503 i tri elektromagnetska aktuatora H2W NCC01-04-001-1X. Konačna konstrukcija postava izrađena je tehnologijom 3D ispisa te su se na nju učvrstili pogonski i mjerni članovi. Izrađeni postav karakteriziran je mjerenjem karakterističnih prijenosnih funkcija sustava između mjernih i pogonskih članova.

Ključne riječi:

*Vibracije, automatska vibracija, mjerenja vibracija, dinamička recipročnost*

---

**SUMMARY**

This thesis is concerned with design and characterization of a setup for experimental analysis of an active isolation system. Mechanical parts of the setup are designed so that they are suitable for 3D printing technology using Prusa i3 MK3S printer. The experimental setup is designed so that its dynamic response can be well approximated by a mathematical model for a classic linear vibration system with two degrees of freedom of motion. This was achieved by using computer CAD/CAM modelling and design tools, as well as tools for analysing the free vibrations of mechanical systems with distributed parameters using the finite element method. The experimental setup is designed so that its dynamic response is predominantly determined by the two fundamental natural frequencies and the corresponding vibration modes. Furthermore, the setup is designed such that the sensors and the actuators used to apply the active vibration isolation can be easily mounted: two accelerators DYNAMIX model 6503 and three electromagnetic actuators H2W NCC01-04-001-1X. The final design construction of the setup is manufactured using the 3D printing technology and the sensor-actuator transducers are fixed to it. The setup is characterized by measuring characteristic frequency response functions of the system between the sensors and the actuators with and without the active control.

Key words:

*Vibration, active vibration control, vibration measurements, dynamic reciprocity*

## 1. UVOD

Mehaničke vibracije su pojava malih oscilacija mehaničkih sustava oko ravnotežne točke. Ta pojava može imati povoljni ili nepovoljni učinak na neku konstrukciju. Smanjenje vibracija konstrukcija može se postići na više načina, ovisno o karakteristikama konstrukcije i njenoj svrsi. Najčešći načini su: ukrućivanje, prigušivanje i izolacija. Kod ukrućivanja dolazi do premještanja rezonantnih frekvencija konstrukcije iznad frekvencijskog pojasa uzbude. Prigušivanjem se smanjuju vrhovi rezonantnih odziva disipacijom energije vibracija. Izolacija vibracija podrazumijeva sprječavanje širenja efekata uzbudne sile na osjetljive (zaštićene) dijelove konstrukcije. Izolacijom vibracija mogu se umanjiti nepoželjni efekti vibracija te može biti korisna kod mnogih inženjerskih primjena, što zbog udobnosti ili boljih performansi sustava ili pak zbog sigurnosti.

Općenito uzevši, kod izolacije vibracija razlikujemo dvije skupine problema [1]. U prvoj skupini promatraju se vibracije koje su nastale zbog neke radne opreme (npr. motora s unutarnjim izgaranjem) koja je montirana na fleksibilnu konstrukciju (npr. karoseriju automobila). U tom slučaju cilj je minimizirati prijenos vibracija na konstrukciju. Druga skupina uključuje osjetljivu opremu (npr. fini mjerni uređaji, zrcalne površine teleskopa i slično) koja je pobuđena preko vibrirajuće podloge. Cilj izolacije vibracija u tom slučaju jest smanjiti vibracije koje se prenose s podloge na opremu. Teorijski model i eksperimentalni postav ovog rada mogu grubo aproksimirati skupinu problema gdje se s fleksibilne podloge vibracije prenose na fleksibilno tijelo, pa prema tome obuhvaća obje grupe problema.

Sustav za izolaciju vibracija može biti aktivan ili pasivan, ovisno o tome je li potrebna vanjska snaga da bi izolator obavljao svoju funkciju ili ne. Pasivni izolator sastoji se od elastičnog člana (koji daje krutost) i disipatora energije (koji stvara prigušnu silu). Aktivni izolator sastoji se od servomehanizma sa senzorom, analognog ili digitalnog procesora za obradu signala, pojačala za pogon aktuatora te samog aktuatora. Svi ovi elementi sustava međusobno su povezani povratnom vezom. Ako se povratna veza između senzora i aktuatora učvršćenih na neku mehaničku konstrukciju uključi, nastaje aktivna konstrukcija. U slučaju da je konstrukcija aktivirana uporabom aktuatora i senzora povezanih povratnom vezom može se iskoristiti glavna prednost automatske regulacije. Ova glavna prednost je smanjiti osjetljivost izlaza u odnosu na ulaz poremećaja. Ovisno o okolnostima, aktivne konstrukcije mogu biti jeftinije i lakše od pasivnih konstrukcija usporedivih performansi, ili pak mogu ponuditi izvedbu koji nijedna pasivna konstrukcija ne može ponuditi. No, ipak ne smije se olako zaključiti da će aktivni

pristup uvijek biti bolji od pasivnog i da će takav sustav znatno nadoknaditi lošu ili neadekvatnu pasivnu konstrukciju.

Uzbuda koja se uvodi u sustav može biti ili deterministička, kao što je neuravnoteženost motora, ili slučajna (stohastička) kao u osobnom automobilu koji se vozi po gruboj cesti. Postoje dva različita pristupa automatskoj regulaciji vibracija: *feedback* (regulacija) i *feed-forward* (upravljanje). Za determinističke izvore uzbuđivanja koji se mogu mjeriti, kao što je rotirajuća neuravnoteženost, *feed-forward* automatsko upravljanje može biti jako učinkovito. Također može biti učinkovito za suzbijanje efekata slučajnih uzbuđivanja pod uvjetom da se mogu dobiti referentni signali koji su dobro povezani s uzbuđivnim signalom. Međutim, kod stohastičkih uzbuđivanja u većini praktičnih situacija je teško dobiti referentne signale. Primjerice, za suzbijanje vibracija (i buke) u vozilu koji nastaju zbog grube površine ceste bilo bi potrebno „uživo“ mjeriti profil ceste na koje vozilo nailazi. S druge strane, strategija automatske regulacije s povratnim vezama za aktivnu izolaciju može se dobro koristiti za kontrolu i determinističkih i slučajnih uzbuđivanja i ne trebaju izravno mjerenje uzbuđivanja. Osnovno načelo upravljanja regulacije pomoću povratne veze je sljedeće: izlaz sustava uspoređuje se s referentnim unosom, a signal greške (referentni ulaz minus izlaz) prenosi se u sustav i primjenjuje na sustav zajedno s poremećajem. Problem sinteze regulacijskog uređaja sastoji se od pronalaženja adekvatnog regulacijskog sustava takvog da je sustav zatvorene petlje stabilan i ponaša se na odgovarajući način. U stvari, ako je kod sustava automatskog upravljanja (*feedforward control*) problem potreba za postojanjem referentnog signala koji dobro korelira s uzbuđivnim signalom, onda je kod automatske regulacije pomoću povratnih veza problem stabilnost sustava zatvorene petlje. Dinamičko prigušenje, u načelu, može se povećati negativnom povratnom vezom po relativnoj brzini vibracija, gdje je senzor relativne brzine povezan paralelno s pasivnim elastičnim elementom (oprugom) i koristi se za pogon reaktivnog aktuatora. U teoriji, ovaj par senzora i aktuatora je bezuvjetno stabilan tako da se mogu dobiti veliki učinci prigušenja [2]. Međutim, ovaj pristup proizvodi relativno prigušenje koji smanjuje učinak izolacije vibracija pri višim frekvencijama iznad fundamentalne rezonancije montirane opreme. Ovo ograničenje može se prevladati uvođenjem automatske regulacije s povratnom vezom po apsolutnoj brzini vibracija opreme koju treba izolirati. U ovom slučaju povratna veza proizvodi tzv. „*skyhook*“ aktivno prigušenje, koje monotono smanjuje prijenos vibracija na izoliranu opremu i ispod i iznad temeljnih rezonantnih frekvencija montirane opreme [1,3,4]. Preumont je opisao izvedbu „*skyhook*“ aktivnog prigušivača vibracija kako bi se smanjio prijenos vibracija krutog tijela na drugo kruto tijelo, koji su povezani putem opruge i prigušivača uz reaktivni aktuator montiran

paralelno. Riječ je o posebnoj vrsti sustava s 2 stupnja slobode, koji karakterizira jedna forma vibriranja s nultom vlastitom frekvencijom (kao kruto tijelo) i jedna fleksibilna forma vibriranja [1].

### 1.1. Stabilnost sustava

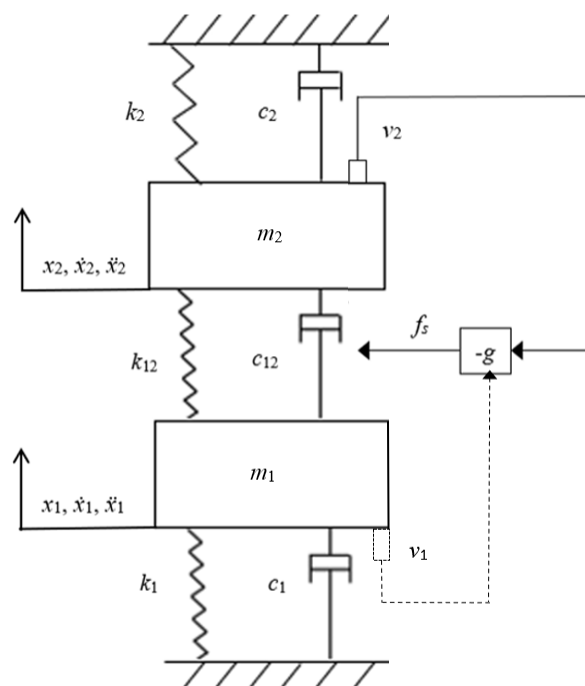
Ako su dinamički sustavi aktivni, oni mogu postati nestabilni za određenu nepovoljnu kombinaciju regulacijskih parametara sustava. Stabilnost je jedna od najvažnijih karakteristika za bilo koji aktivni sustav. Iako se mnoge definicije mogu dati za stabilnost ovisno o vrsti sustava ili gledišta, ova definicija se odnosi na linearne i vremenski nepromjenjive (LTI – linear time invariant) sustave (tj. sustave za koje se parametri mase, prigušenja i krutosti ne mijenjaju ili s vremenom). Sustav je definiran kao asimptotski stabilan sustav ako se njegov impulsni odziv (tj. slobodne vibracije nakon prestanka djelovanja impulsne uzbude) približava nuli kako se vrijeme približava beskonačnosti. Sustav se smatra nestabilnim ako njegov odziv nekontrolirano raste (približava se beskonačnosti) kako se vrijeme približava beskonačnosti. Konačno, sustav je granično stabilan ako njegov impulsni odziv niti raste niti pada, već ostaje konstantan ili oscilira kako se vrijeme približava beskonačnosti. Jasno je da nestabilan sustav čiji slobodni vibracijski odziv raste bez ikakvih ograničenja može uzrokovati štetu sustavu, okolini pa čak i ljudskom životu.

Najčešći kriteriji za određivanje stabilnosti regulacijskih sustava su Kriterij Routh-Hurwitz i Nyquist. Kriterij stabilnosti Routh-Hurwitz je algebarski test koji pruža nužan i dovoljan uvjet za stabilnost LTI regulacijskog sustava. Routhov test je algoritam koji se koristi za određivanje imaju li svi korijeni karakterističnog polinoma linearnog sustava zatvorene petlje negativne realne dijelove [5]. Hurwitzov test sastoji se od sređivanja koeficijenata polinoma u kvadratnu Hurwitzovu matricu i istraživanje je li polinom stabilan ako i samo ako je slijed determinanti njegovih pod-matrica pozitivan. Hurwitzov kriterij postaje računalno neučinkovit i glomazan za polinome velikog stupnja odnosno za mehaničke sustave s puno stupnjeva slobode. Tada se može primijeniti kriterij stabilnosti prema Nyquist-u koji je grafička tehnika za određivanje stabilnosti dinamičkog sustava. Razmatra se samo Nyquist-ov dijagram sustava otvorene petlje, tako da se može primijeniti bez izričitog računanja polova i nula zatvorene petlje. Nyquist-ov kriterij koristi se u elektronici i strojarскоj automatici, kao i brojnim područjima za projektiranje i analizu sustava s povratnim vezama. Analogno Hurwitzovom testu, Nyquistov test je također ograničen isključivo za LTI sustave.

## 1.2. Podkritični i nadkritični sustavi

Problemi u kojima se primjenjuje aktivna izolacija vibracija mogu se karakterizirati kao podkritični ili nadkritični, ovisno o omjeru fundamentalnih frekvencija dvaju tijela koja se međusobno nastoje aktivno izolirati. Nadkritični sustav podrazumijeva da je temeljna prirodna frekvencija tijela koje se želi zaštititi od vibracija ima nižu temeljnu frekvenciju od temeljne prirodne frekvencije tijela koje je izvor vibracija. Analizama stabilnosti i performansi pokazano je da se kod nadkritičnih sustava koji koriste aktivnu izolaciju temeljenu na povratnoj vezi po apsolutnoj brzini može očekivati vrlo dobar efekt izolacije vibracija. S podkritičnim sustavima to nije slučaj zbog loših rezervi stabilnosti i posljedičnih neuvjerljivih performansi aktivne izolacije vibracija [6].

Promotrimo sada sustav na Slici 1.



**Slika 1. Prikaz povratne veze s postavljenim senzorom na tijelo koje je izvor vibracija (isprekidana crta) ili na tijelo koje se želi zaštititi od vibracija (puna linija)**

Na prijenosnu funkciju  $Y_{12}$  (prijenosna funkcija sustava brzine mase  $m_1$  kao posljedica sile koja djeluje na masu  $m_2$ ) u slučaju da se senzor nalazi na tijelu koje je izvor vibracija, regulacijska petlja će imati isti utjecaj kao što na prijenosnu funkciju  $Y_{21}$  (prijenosna funkcija sustava brzine mase  $m_2$  kao posljedica sile koja djeluje na masu  $m_1$ ) kod regulacijske petlje gdje je senzor montiran na tijelo koje se želi zaštititi od vibracija [7]. Slično,  $Y_{21}$ , u slučaju da se senzor nalazi

na tijelu koje je izvor vibracija, utjecaj regulacijske petlje je isti kao kod prijenosne funkcije  $Y_{12}$  ako se senzor nalazi na tijelu koje se želi zaštititi od vibracija.

Drugim riječima, ako se senzor nalazi na tijelu koje se želi zaštititi od vibracija sustava kojeg karakterizira  $\Omega_1 > \Omega_2$  (nadkričan), brzina mase  $m_1$  zbog sile koja pobuđuje masu  $m_2$  trebala bi se smanjivati s povećanjem povratnog pojačanja. Pitanje je, međutim, što se događa s brzinom mase  $m_2$  kada je sila narinuta na masu  $m_1$ . Prema načelu recipročnosti koje kaže da je  $Y_{12} = Y_{21}$ , brzina mase  $m_2$  treba se monotono smanjivati s pojačanjem povratne veze. Međutim, načelo recipročnosti ne vrijedi ako je sustav aktivan. Drugim riječima  $Y_{12} \neq Y_{21}$  za  $g \neq 0$ , što je posljedica dijagonalno asimetrične matrice prigušivanja kao što će se pokazati u sljedećim poglavljima ovog rada.



## 2. PRINCIP RECIPROČNOSTI

Na Slici 2. prikazana su dva slučaja uzbude i odziva jedne aktivne linearno-elastične konstrukcije [5]. Senzor brzine postavljen je u točki 2 i njegov izlaz vraća se preko negativne povratne veze s pojačanjem  $-g$  na regulacijski aktuator između točaka 1 i 2 [Slika 2a]. Pod uvjetom da je povratna veza stabilna, odziv brzina  $v_2$  u točki 2 zbog primarne sile  $f_{p1}$  koja djeluje u točki 1, može se računati kao suma doprinosa primarne sile i sekundarne (regulacijske) sile  $f_{s1}$  i  $f_{s2}$ :

$$v_2 = Y_{2,1}f_{p1} + Y_{2,2}f_{s2} + Y_{2,1}f_{s1} \quad (1)$$

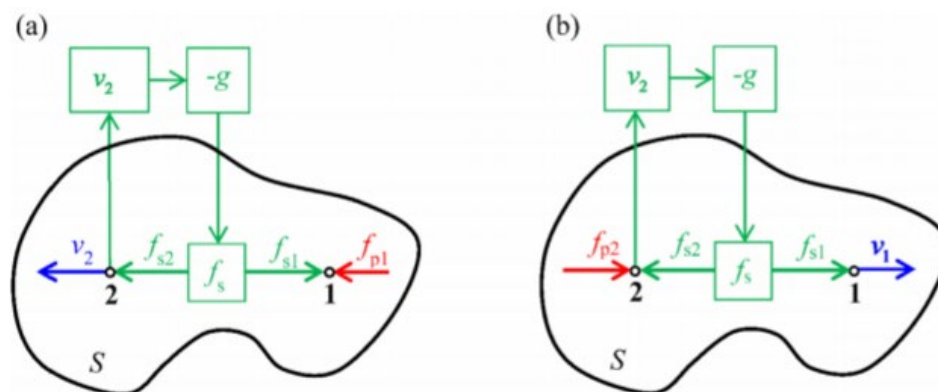
Sekundarne sile  $f_{s1}$  i  $f_{s2}$  generirane regulacijskim aktuatorom izračunavaju se prema zakonu regulacije:

$$f_{s2} = -gv_2 \quad (2)$$

$$f_{s1} = gv_2 \quad (3)$$

Supstitucijom izraza (2) i (3) u jednadžbu (1) dobije se izraz prijenosne funkcije aktivne konstrukcije između sile  $f_{p1}$  i brzine  $v_2$ :

$$Q_{2,1} = \frac{Y_{2,1}}{1 + g(Y_{2,2} - Y_{2,1})} \quad (4)$$



**Slika 2:** Aktivna linearna konstrukcija (a) uzbuda u točki 1 odziv u točki 2, (b) uzbuda u točki 2 odziv u točki 1

Slučaj gdje je konstrukcija pobuđena silom  $f_{p2}$  koja djeluje na masu  $m_2$ , brzina  $v_2$  [Slika 2b] može se računati kao suma doprinosa primarne sile i sekundarne (regulacijske) sile  $f_{s1}$  i  $f_{s2}$ :

$$v_2 = Y_{2,1}f_{p2} - Y_{2,2}gv_2 + Y_{2,1}gv_2 \quad (5)$$

dok je brzina  $v_1$  dana jednadžbom

$$v_1 = Y_{1,2}f_{p2} + Y_{1,1}gv_2 - Y_{1,2}gv_2 \quad (6)$$

Eliminirajući  $v_2$  i jednažbe (5) i (6) dobije se prijenosna funkcija aktivne konstrukcije između sile  $f_{p2}$  i  $v_1$ :

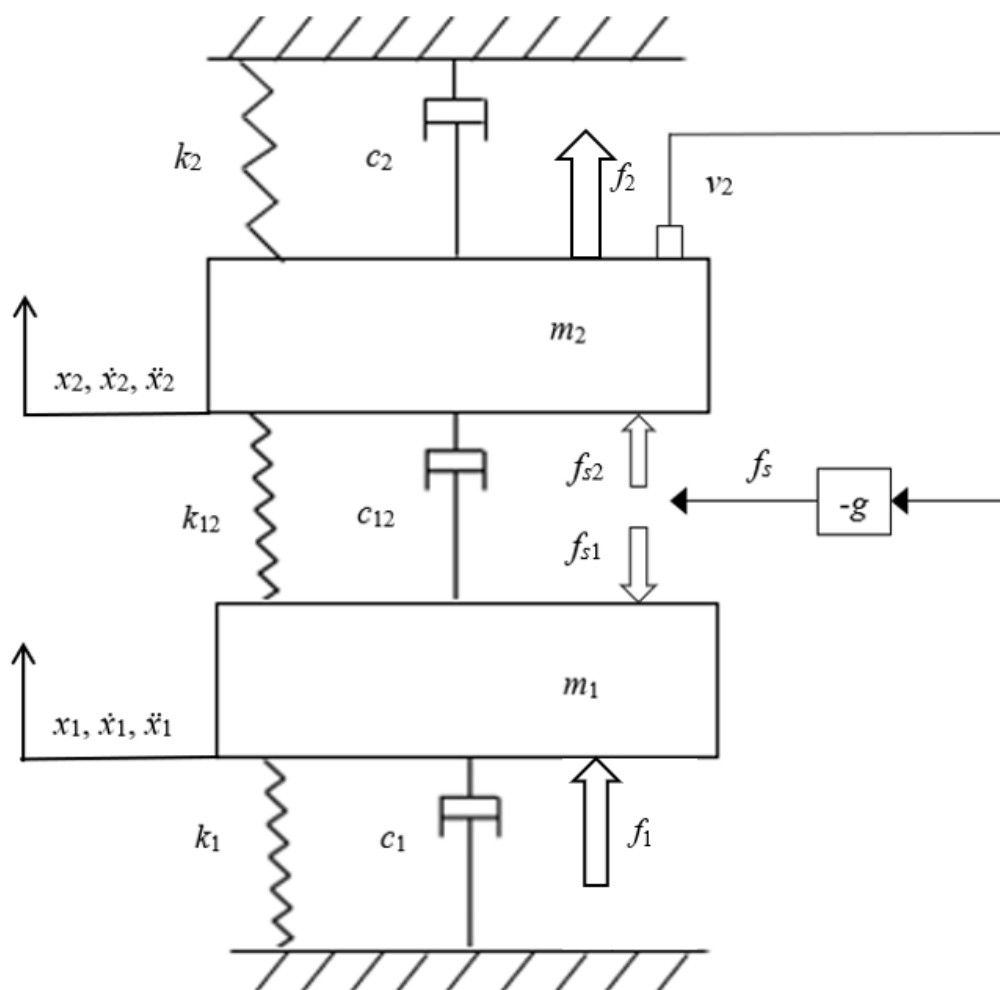
$$Q_{2,1} = \frac{g(Y_{1,1}Y_{2,2} - Y_{2,1}^2) + Y_{2,1}}{1 + g(Y_{2,2} - Y_{2,1})} \quad (7)$$

Vidljivo je da  $Q_{21}$  nije isto kao  $Q_{12}$  ako je automatska regulacija uključena, tj. za aktivne konstrukcije ne vrijedi nužno princip dinamičke recipročnosti.

### 3. MATEMATIČKI MODEL

Sustav se sastoji od dvije mase  $m_1$  i  $m_2$  povezane oprugom krutosti  $k_{12}$  i svaka od masa je pričvršćena na podlogu oprugama  $k_1$  i  $k_2$ . Koeficijenti prigušivanja  $c_1$ ,  $c_2$  i  $c_{12}$  nastaju korištenjem elektromagnetskih aktuatora koji između magneta i zavojnice imaju vrlo malu zračnost zbog potrebe za jakim elektromagnetskim poljem, pa strujanje zraka između magneta i zavojnice stvara veliko prigušenje. Prvo se pobuđuje masa  $m_1$  bijelim šumom slučajne primarne sile  $f_1$ . Cilj izolacije je smanjiti amplitudu prijenosne funkcije povratnom vezom po brzini vibracija na širokom rasponu frekvencija. Automatska regulacija provodi se reaktivnim aktuatorom između dviju masa koji proizvodi sile  $\pm f_s$ . Signal pogreške je jednostavno brzina vibriranja mase  $m_2$ :

$$v_e = v_2 \quad (8)$$



Slika 3. Aktivna izolacija sustava s dva stupnja slobode gibanja

Zakon povratne veze može se zapisati kao veza između regulacijske sile aktuatora i brzine mjerene senzorom:

$$f_s = -g\dot{x}_2 = -gv_2 \quad (9)$$

Jednadžbe gibanja su:

$$m_1\ddot{x}_1 + (c_1 + c_{12})\dot{x}_1 + (k_1 + k_{12})x_1 - (c_{12} + g)\dot{x}_2 - k_{12}x_2 = f_1 \quad (10)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + (c_2 + c_{12} + g)\dot{x}_2 + (k_2 + k_{12})x_2 - c_{12}\dot{x}_1 - k_{12}x_1 = f_2 \quad (11)$$

Diskretni sustav masa i opruga i idealizirani parovi aktuatora i senzora, gdje je  $x_i(t)$  odziv pojedine mase  $i = 1, 2$ ,  $f_i(t)$  sila koja djeluje na pojedinu masu,  $k_{12}$  opruga koja povezuje mase  $m_1$  i  $m_2$ ,  $k_1$  i  $k_2$  su opruge kojima su pojedine mase povezane s podlogom,  $m_1$  i  $m_2$  mase,  $c_1$  i  $c_2$  koeficijenti prigušivanja nastali spajanjem aktivnih aktuatora,  $c_{12}$  koeficijent prigušivanja nastao spajanjem reaktivnog aktuatora između masa  $m_1$  i  $m_2$ ,  $f_s$  sila na regulacijskom aktuatoru,  $v_2$  brzina vibriranja na prihvatnom aktuatoru i  $g$  pojačanje na aktuatoru povratne veze.

Potrebno je poznavati fundamentalne vlastite frekvencije sustava kako bi se sustav mogao okarakterizirati kao podkritičan ili nadkritičan. U ovom radu promatran je nadkritični sustav gdje je povratna veza bezuvjetno stabilna neovisno o pojačanju.

Kriterij stabilnosti može biti formuliran pomoću dviju rezonantnih frekvencija dva sustava s jednim stupnjem slobode gibanja što se izvodi izostavljanjem opruge  $k_{12}$  koja spaja mase  $m_1$  i  $m_2$ . Da bi sustav bio nadkritičan potrebno je zadovoljiti izraz [6]:

$$\Omega_1 > \Omega_2 \quad (12)$$

Gdje je  $\Omega_1$  rezonantna frekvencija mase  $m_1$  pričvršćene na krutu podlogu oprugom krutosti  $k_1$

$$\Omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad (13)$$

$\Omega_2$  rezonantna frekvencija mase  $m_2$  pričvršćene na krutu podlogu oprugom krutosti  $k_2$

$$\Omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (14)$$

Ako se senzor brzine postavi na masu  $m_1$  sustav postaje podkritičan. Ovakva povratna veza pokazuje uvjetnu stabilnost. Stoga bi performanse automatske regulacije bile prilično ograničene. Međutim, ako se ukupna sila u izolatoru (elastična sila zbog krutosti  $k_2$  + aktivna sila  $f_s$ ) može izmjeriti senzorom, taj se signal može vremenski integrirati te njime pogoniti reaktivni aktuator. Povratna veza po vremenski integriranoj sili u izolatoru stvara bezuvjetno stabilnu povratnu vezu (ako se senzor i aktuator smatraju idealnima) i bolje performanse

izolacije vibracija. Iako je povratna veza po vremenski integriranoj sili u izolatoru dobar način za aktivnu izolaciju u potkritičnim sustavima u ovom radu dalje se neće razmatrati jer ne utječe na simetričnosti matrica prigušenja aktivnog sustava.

### 3.1. Pasivni sustav

Matematički model za izračun prisilnog odziv pasivnih i aktivnih sustava može se zapisati u matricnom obliku. Jednadžbe gibanja (10) (11) ubačene su u matricne izraze uz uvjet pasivne regulacije  $g = 0$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (15)$$

gdje je  $\mathbf{M}$  matrica masa,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$\mathbf{C}$  matrica prigušenja,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_{12} & -c_{12} \\ -c_{12} & c_2 + c_{12} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$\mathbf{K}$  matrica krutosti,

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$\mathbf{x}$  vektor pomaka,

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

$\mathbf{f}$  vektor sila.

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Svi korišteni parametri i funkcije u matricama i vektorima (15)-(20) prikazani su na Slici 3.

Pretpostavlja se jednostavna harmonijska uzbuda i odziv stacionarnog stanja u obliku

$$\mathbf{f}(t) = \hat{\mathbf{f}}e^{j\omega t}, \quad \mathbf{x}(t) = \hat{\mathbf{x}}e^{j\omega t} \quad (21)$$

Jednadžba (15) se zatim može zapisati kao

$$\mathbf{S}(j\omega)\mathbf{x}(j\omega) = \mathbf{f}(j\omega) \quad (22)$$

gdje  $\mathbf{S}(j\omega)$  predstavlja matricu dinamičke krutosti

$$\mathbf{S}(j\omega) = -\omega^2\mathbf{M} + j\omega\mathbf{C} + \mathbf{K} \quad (23)$$

koja nakon uvrštavanjem  $s = j\omega$  i matrica mase (16), prigušenja (17) i krutosti (18) poprima oblik

$$\mathbf{S}(s) = \begin{bmatrix} s^2 m_1 + s(c_1 + c_{12}) + k_1 + k_{12} & -c_{12}s - k_{12} \\ -c_{12}s - k_{12} & s^2 m_2 + s(c_2 + c_{12}) + k_2 + k_{12} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Matrica prijenosnih funkcija izračunava se prema sljedećem izrazu:

$$\mathbf{Y} = s\mathbf{S}^{-1} \quad (25)$$

Svi korišteni parametri i funkcije u matricama i vektorima (15)-(20) prikazani su na Slici 3.

$$Y_{1,1} = \frac{s(s^2 m_2 + s(c_{12} + c_2) + k_2 + k_{12})}{s^4 m_1 m_2 + (m_1(c_2 + c_{12}) + m_2(c_1 + c_{12}))s^3 + (m_1(k_2 + k_{12}) + m_2(k_1 + k_{12}) + c_{12}(c_1 + c_2) + c_1 c_2)s^2 + (k_1(c_2 + c_{12}) + k_2(c_1 + c_{12}) + k_{12}(c_1 + c_2))s + k_1 k_2 + k_1 k_{12} + k_2 k_{12}}, \quad (26)$$

$$Y_{1,2} = \frac{s(sc_{12} + k_{12})}{s^4 m_1 m_2 + (m_1(c_2 + c_{12}) + m_2(c_1 + c_{12}))s^3 + (m_1(k_2 + k_{12}) + m_2(k_1 + k_{12}) + c_{12}(c_1 + c_2) + c_1 c_2)s^2 + (k_1(c_2 + c_{12}) + k_2(c_1 + c_{12}) + k_{12}(c_1 + c_2))s + k_1 k_2 + k_1 k_{12} + k_2 k_{12}}, \quad (27)$$

$$Y_{2,1} = Y_{1,2} = \frac{s(sc_{12} + k_{12})}{s^4 m_1 m_2 + (m_1(c_2 + c_{12}) + m_2(c_1 + c_{12}))s^3 + (m_1(k_2 + k_{12}) + m_2(k_1 + k_{12}) + c_{12}(c_1 + c_2) + c_1 c_2)s^2 + (k_1(c_2 + c_{12}) + k_2(c_1 + c_{12}) + k_{12}(c_1 + c_2))s + k_1 k_2 + k_1 k_{12} + k_2 k_{12}}, \quad (28)$$

$$Y_{2,2} = \frac{s(s^2 m_1 + s(c_{12} + c_1) + k_1 + k_{12})}{s^4 m_1 m_2 + (m_1(c_2 + c_{12}) + m_2(c_1 + c_{12}))s^3 + (m_1(k_2 + k_{12}) + m_2(k_1 + k_{12}) + c_{12}(c_1 + c_2) + c_1 c_2)s^2 + (k_1(c_2 + c_{12}) + k_2(c_1 + c_{12}) + k_{12}(c_1 + c_2))s + k_1 k_2 + k_1 k_{12} + k_2 k_{12}}, \quad (29)$$

Za  $i = j$  frekvencijska prijenosna funkcija se naziva 'driving point mobility', a u suprotnom se naziva 'transfer mobility'

$Y_{1,1}$  – prijenosna funkcija sustava brzine mase  $m_1$  kao posljedica sile koja djeluje na masu  $m_1$

$Y_{1,2}$  – prijenosna funkcija sustava brzine mase  $m_1$  kao posljedica sile koja djeluje na masu  $m_2$

$Y_{2,1}$  – prijenosna funkcija sustava brzine mase  $m_2$  kao posljedica sile koja djeluje na masu  $m_1$

$Y_{2,2}$  – prijenosna funkcija sustava brzine mase  $m_2$  kao posljedica sile koja djeluje na masu  $m_2$

### 3.2. Aktivni sustav

Pokazano je da povratna veza generira efekte koji ometaju dinamičku recipročnost. To je zbog toga što se vanjske uzbude koje djeluju na aktivnu konstrukciju interno raspodjeljuju upravljačkim silama proporcionalnim *apsolutnoj* brzini točke mase  $m_2$ . U aktivnom sustavu izolacije vibracija matrica prigušivanja  $\mathbf{C}$  poprima asimetričan oblik

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_{12} & -c_{12} - g \\ -c_{12} & c_2 + c_{12} + g \end{bmatrix} \quad (30)$$

Prijenosna funkcija aktivne strukture između sile  $f_1$  i brzine  $v_2$

$$Q_{1,2} = \frac{s(s(c_{12} + g) + k_{12})}{s^4 m_1 m_2 + (m_1(c_2 + c_{12} + g) + m_2(c_1 + c_{12}))s^3 + (m_1(k_2 + k_{12}) + m_2(k_1 + k_{12}) + c_{12}(c_1 + c_2) + c_1(c_2 + g))s^2 + (k_1(c_2 + c_{12} + g) + k_2(c_1 + c_{12}) + k_{12}(c_1 + c_2))s + k_1 k_2 + k_1 k_{12} + k_2 k_{12}}, \quad (31)$$

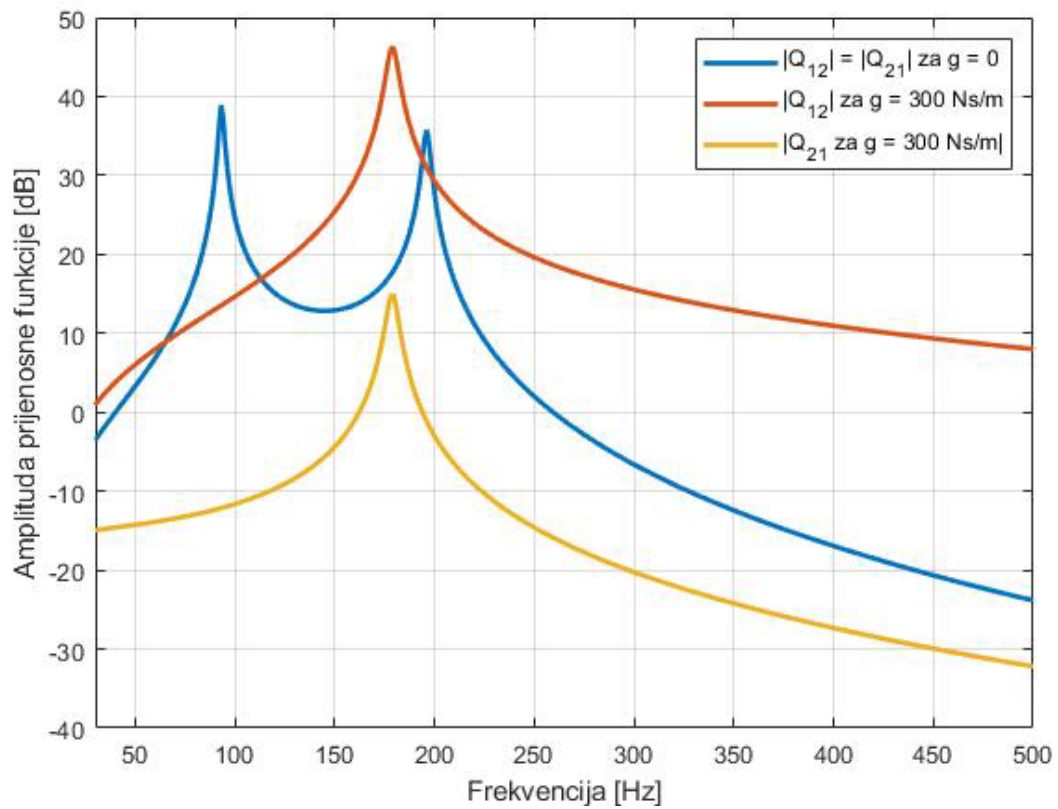
Prijenosna funkcija aktivne strukture između sile  $f_2$  i brzine  $v_1$

$$Q_{2,1} = \frac{s(sc_{12} + k_{12})}{s^4 m_1 m_2 + (m_1(c_2 + c_{12} + g) + m_2(c_1 + c_{12}))s^3 + (m_1(k_2 + k_{12}) + m_2(k_1 + k_{12}) + c_{12}(c_1 + c_2) + c_1(c_2 + g))s^2 + (k_1(c_2 + c_{12} + g) + k_2(c_1 + c_{12}) + k_{12}(c_1 + c_2))s + k_1 k_2 + k_1 k_{12} + k_2 k_{12}}, \quad (32)$$

Iz polaznih jednadžbi može se vidjeti da načelo recipročnosti vrijedi samo u slučaju ako nema automatske regulacije tj. ako je  $g = 0$  vrijedi  $Q_{1,2} = Q_{2,1}$ . Ovo je ilustrirano na Slici 4. za sustav s parametrima sustava zadanim u Tablici 1.

**Tablica 1. Vrijednosti parametara sustava**

| $m_1$ [kg] | $m_2$ [kg] | $k_1$ [N/m] | $k_{12}$ [N/m] | $k_2$ [N/m] | $c_1$ [Ns/m] | $c_{12}$ [Ns/m] | $c_2$ [Ns/m] | $G$ [Ns/m] |
|------------|------------|-------------|----------------|-------------|--------------|-----------------|--------------|------------|
| 0,04235    | 0,04235    | 53380       | 9150           | 7094        | 0,4          | 0,4             | 0,4          | 300        |



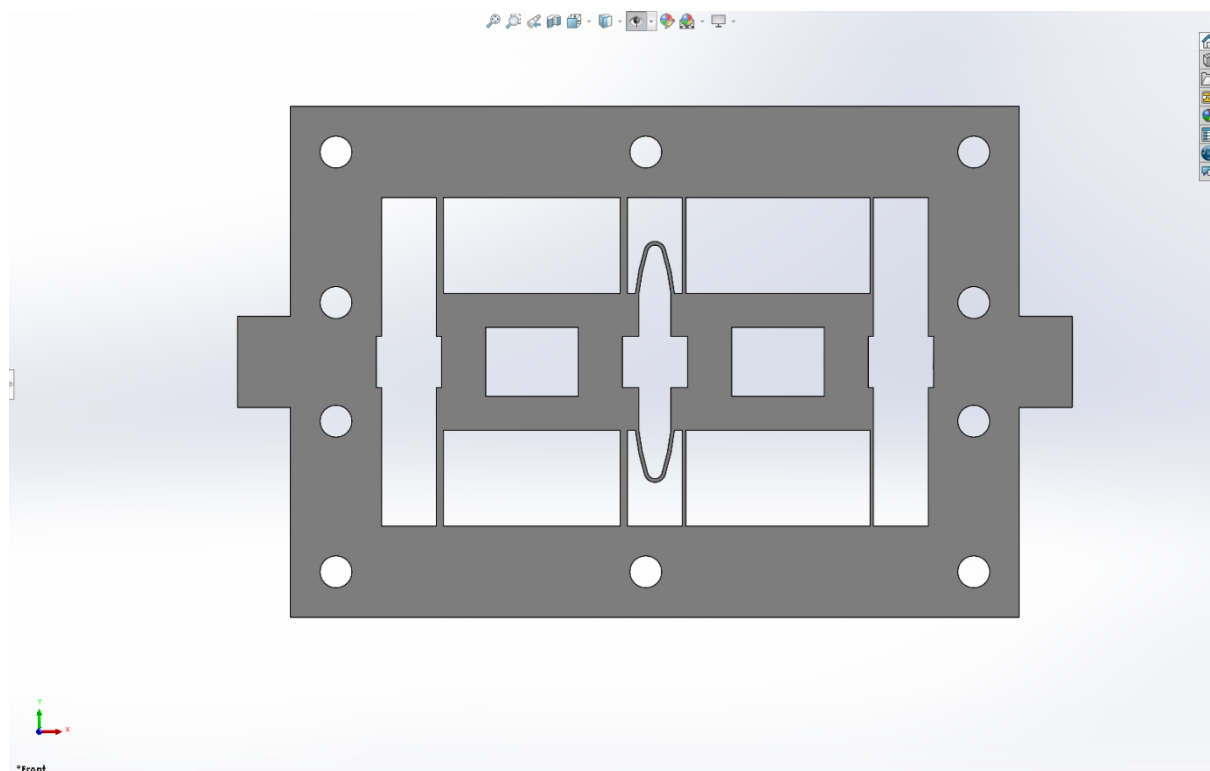
Slika 4. Amplitude prijenosnih funkcija  $Q_{12}$  i  $Q_{21}$

Nedostatak recipročnosti je interesantan za razvoj akustičkih metamaterijala, gdje je kritično pitanje kako dobiti vibroakustički sustav koji demonstrira ne-recipročno ponašanje.



#### 4. KONSTRUKCIJA POSTAVA ZA EKSPERIMENTALNU ANALIZU

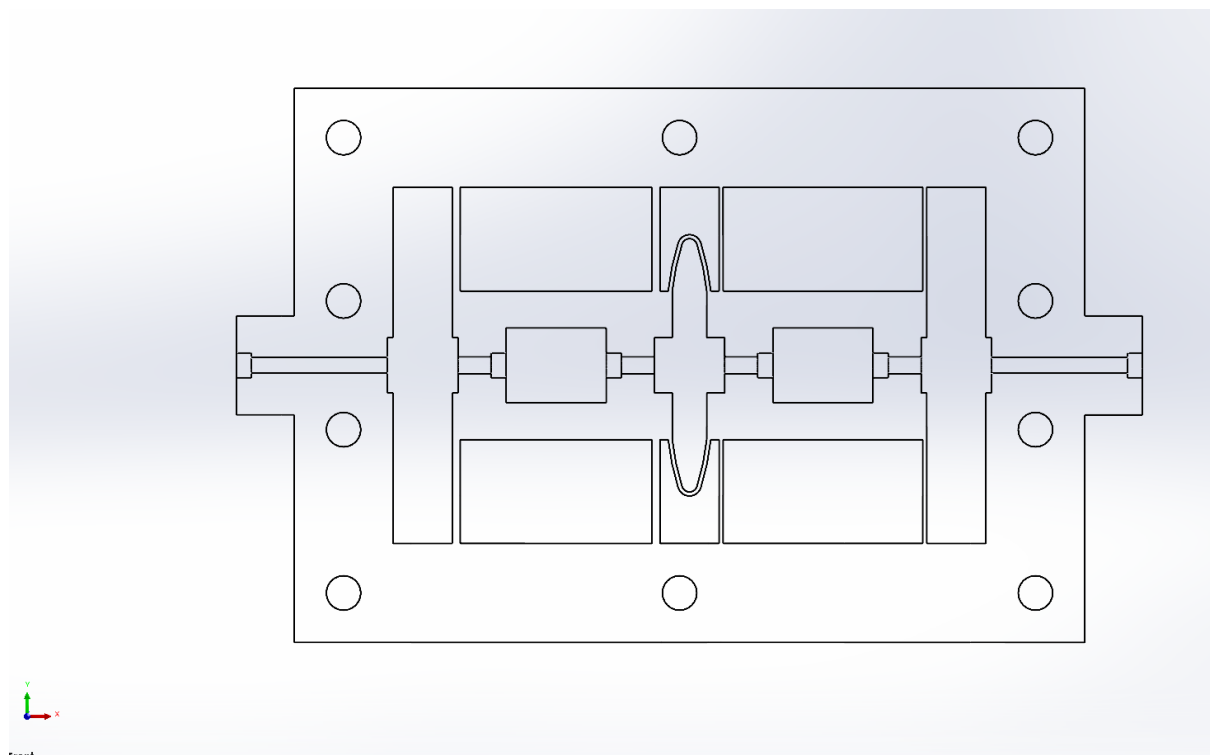
Kako bi se mogla provesti eksperimentalna i računalna analiza potrebno je konstruirati postav takav da je njegov dinamički odziv dominantno određene s dvije vlastite frekvencije i dvije pripadne forme vibriranja. Treba uzeti u obzir mjerne i pogonske članove koji se trebaju učvrstiti na konstrukciju. Za mjerne članove koristila su se 2 akcelerometra DYNAMIX model 6503 dok su pogonski članovi 3 elektromagnetska aktuatora H2W NCC01-04-001-1X. Još jedan od uvjeta koji treba razmotriti pri konstrukciji postava je mogućnost izrade u jednom komadu Prusa i3MK3S 3D printerom. 3D printer nalaže nekoliko ograničenja poput toga da je debljina mlaznice 0,4 mm tako da svaka opruga mora biti minimalne debljine 0,8 mm kako ne bi došlo do pucanja dijelova prilikom opterećivanja. Također ne može printati po konturama elipse pa je opruga koja spaja mase  $m_1$  i  $m_2$  napravljena pomoću 3 kružnice gdje središnja kružnica tangira drugim dvjema kako bi se dobila bolja svojstva. Konstrukcija je izvedena u programskom paketu Solidworks 2020. Postav treba dimenzionirati na način da se aktuatori mogu lagano pričvrstiti vijcima između masa, a akcelerometri moraju biti učvršćeni čvrstim spojem (čvrstim dosjedom) unutar svake mase.



Slika 5. 3D prikaz modela s dva stupnja slobode gibanja

Konstrukcija je osmišljena na način da se sastoji od dviju jednakih masa  $m_1$  i  $m_2$  gdje je lijeva masa proglašena masom  $m_1$ , a desna masa masom  $m_2$ . Svaka masa povezana je pomoću 4 gredne opruge na okvir. Iz slike se može vidjeti da je krutost opruga koje povezuju lijevu masu s okvirom,  $k_1$ , veća od krutosti opruga koje povezuju desnu masu s okvirom  $k_2$  čime je zadovoljen uvjet (12) pa sustav spada u skupinu nadkritičkih problema, tj. može se očekivati dobra stabilnost sustava za automatsku regulaciju.

Pogledom u presjeku mogu se vidjeti prolazne rupe za vijke koji služe za učvršćivanje aktuatora na konstrukciju. Na vanjskim krajevima okvira s obje strane stavljeni su nastavci kako se ne bi trebali kratiti vijke, a nemaju nikakav negativan utjecaj na analizu i eksperiment.



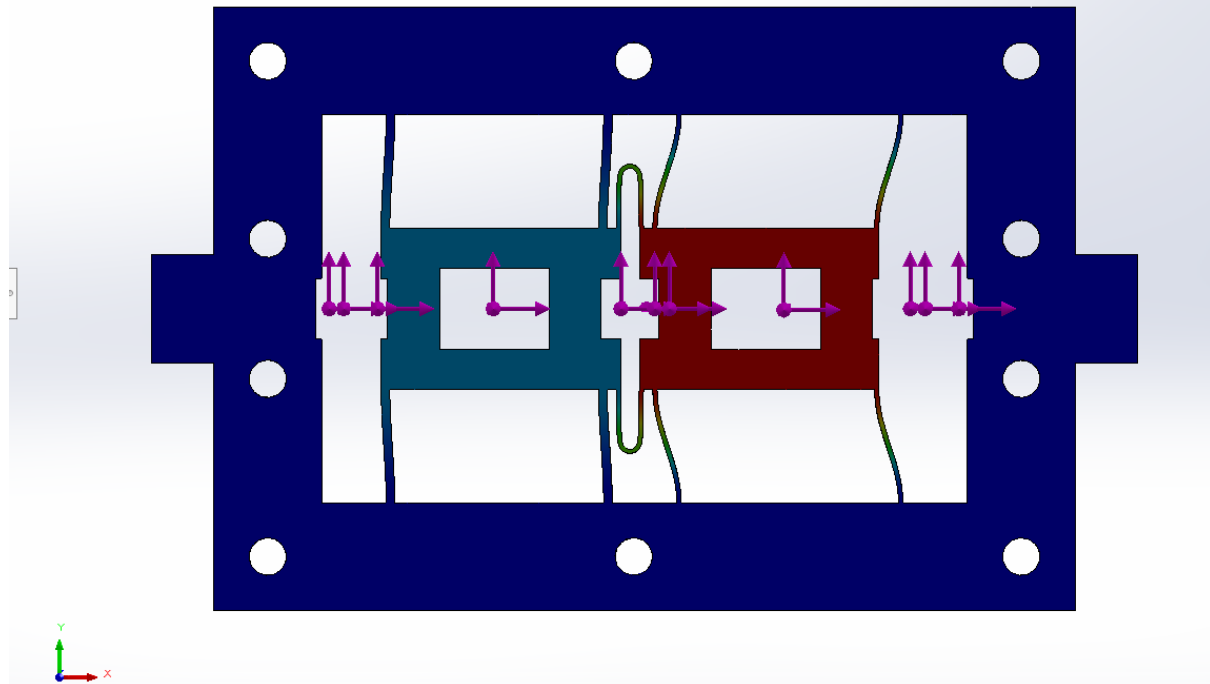
Slika 6. Presjek modela s dva stupnja slobode gibanja

#### 4.1. Analiza metodom konačnih elemenata u programskom paketu Solidworks

Analiza prirodnih frekvencija slobodnih vibracija mehaničkog sustava s raspodijeljenim parametrima metodom konačnih elemenata provedena je alatom su sklopu paketa Solidworks 2020 Simulation. Odabire se vrsta simulacije, frekvencijska analiza, postavke se rubni uvjeti, a mjerni članovi se modeliraju pomoću točkastih masa. Pomoću ovog alata dobiju se dvije osnovne vlastite frekvencije i dvije glavne forme vibriranja sustava i veći broj viših formi vibriranja i pripadnih vlastitih frekvencija

Prva forma vibriranja prikazana je na Slici 7. s pripadnom vlastitom frekvencijom.

Model name: Assembly\_2 DOF  
Study name: Frequency 1(-Default-)  
Plot type: Frequency Amplitude1  
Mode Shape : 1 Value = 89,561 Hz  
Deformation scale: 0,001



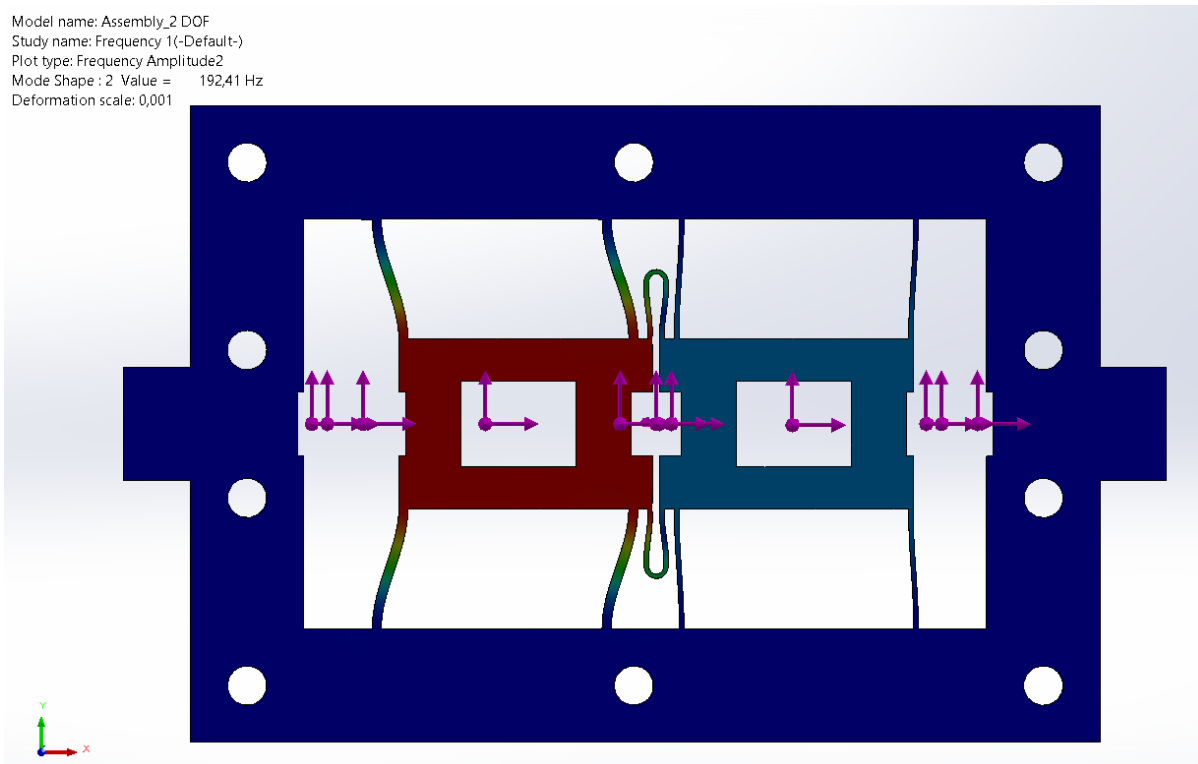
**Slika 7. Prva forma vibriranja modela s dva stupnja slobode gibanja**

Prvu formu vibriranja karakterizira kretanje masa u istom smjeru tj. gibaju se u fazi. Prva vlastita frekvencija iznosi 89,561 Hz.

Druga forma vibriranja prikazana je na Slici 8. s drugom pripadnom frekvencijom.

Drugu formu vibriranja karakteriziraju pomaci masa u suprotnom smjeru, tj. gibanje u protufazi. Druga vlastita frekvencija iznosi 192,41 Hz.

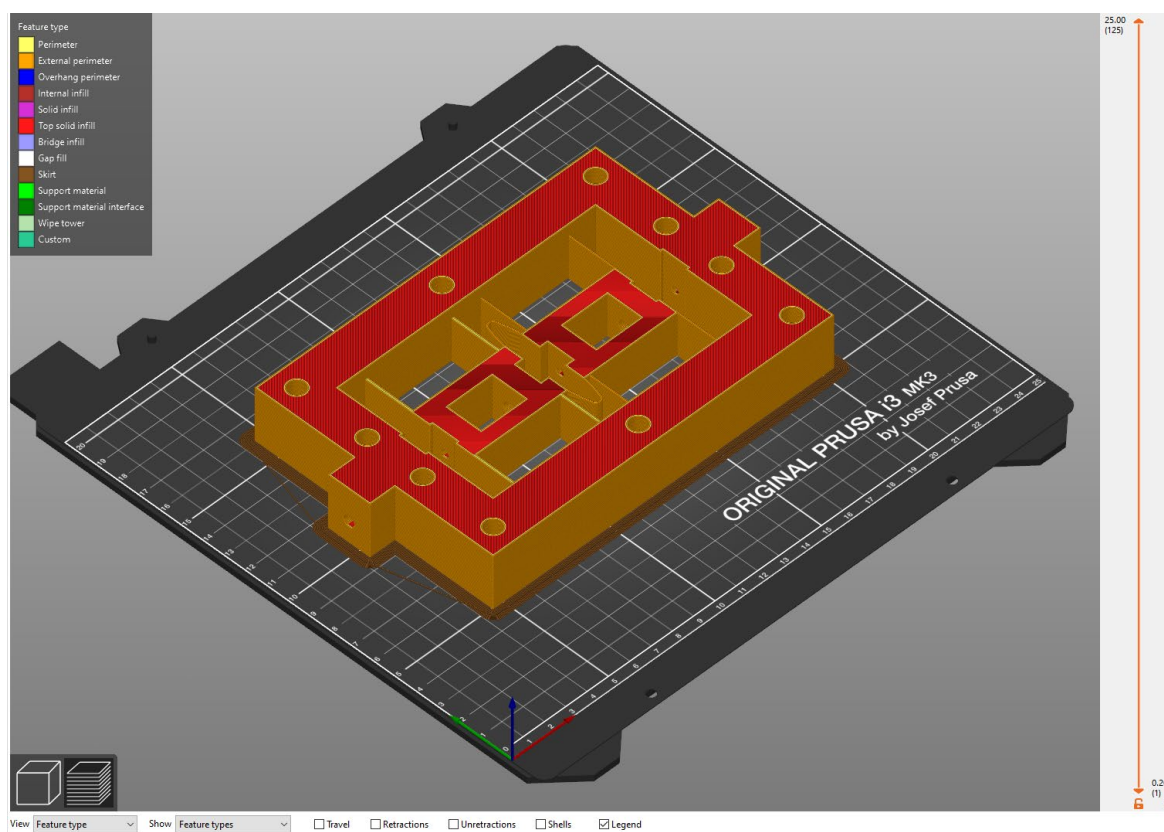
Ovime su dobivene pripadne forme i vlastite frekvencije sustava i rezultati će biti uspoređeni s eksperimentalnim kako bi se vidjela uspješnost izrade konstrukcije i odstupanja nastala u stvarnom svijetu eksperimenta koji nije idealan kao simulacije.



**Slika 8. Druga forma vibriranja modela s dva stupnja slobode gibanja**

## 5. IZRADA MODELA

Konstrukciju za izradu prvo je potrebno prebaciti u format prepoznatljiv Prusa i3 MK3S 3D printeru. To se radi pomoću programa PrusaSlicer u kojemu se može podesiti debljina sloja, načina rada i ispunjenost konstrukcije. Za potrebe konstrukcije odabrana je 100% ispunjenost, a debljina sloja je 0,2 mm. Također, odabire se željeni materijal, u ovom slučaju se koristio PETG. Nakon toga potrebno je exportirati g-kod, format poznat 3D printeru.

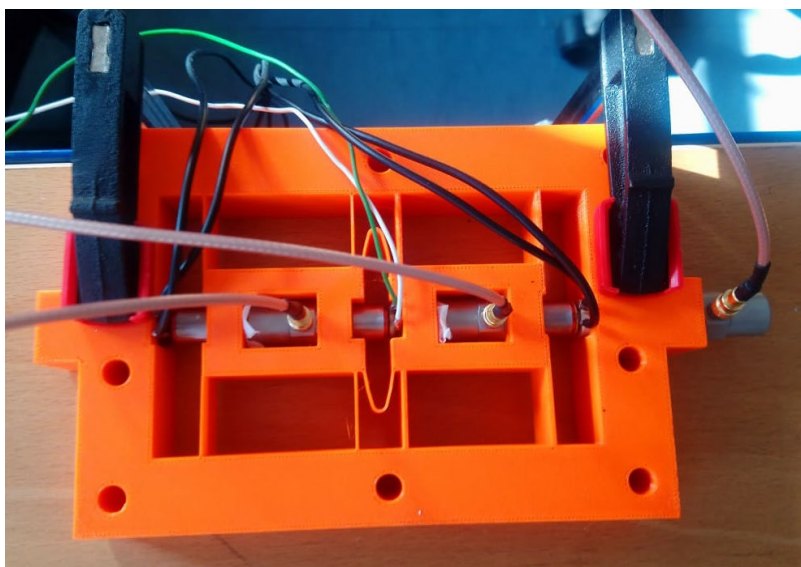


**Slika 9. Prikaz modela u PrusaSlicer -u**

U ovome prikazu može se prolaziti kroz svaki sloj što omogućuje pregled je li moguće izraditi određene dijelove ili ne. Ovim načinom se uvidjelo da nije moguća izrada elipsastih opruga što je uvelike uštedilo vrijeme i novac tijekom izrade modela. Gotovo svi dijelovi konstrukcije se nalaze u ravnini koja je pogodna za 3D izradu, uz manje razlike zbog debljine mlaznice od 0,4 mm, tako da će nakon izrade model biti istovjetan onome u programskom paketu. Jedino prolazne rupe se ne nalaze u ravnini pogodnoj za izradu 3D printerom, pa neće biti savršenog kružnog oblika, te je iz tog razloga odabran veći promjer nego što je promjer korištenih vijaka koji iznosi  $\varnothing 3$  mm. Nakon svih određenih parametara spremi se g-kod na SD karticu, ubaci u 3D printer i izradi se model.

## 6. SPAJANJE DIJELOVA I MJERENJE

Tijekom spajanja treba pripaziti na smjerove postavljanja aktuatora. Aktuatori se pričvrste na pripadajuća mjesta pomoću dva vijka. Potrebno je paziti da zavojnica i magnet budu koncentrični, kako ne bi došlo do struganja i zapinjanja, što bi kasnije prilikom mjerenja rezultiralo suhim trenjem, nelinearnošću i neupotrebljivim rezultatima. Nakon što su svi aktuatori postavljeni unutar svake mase postavi se akcelerometar i ovdje je također potrebno paziti na usmjerenje.



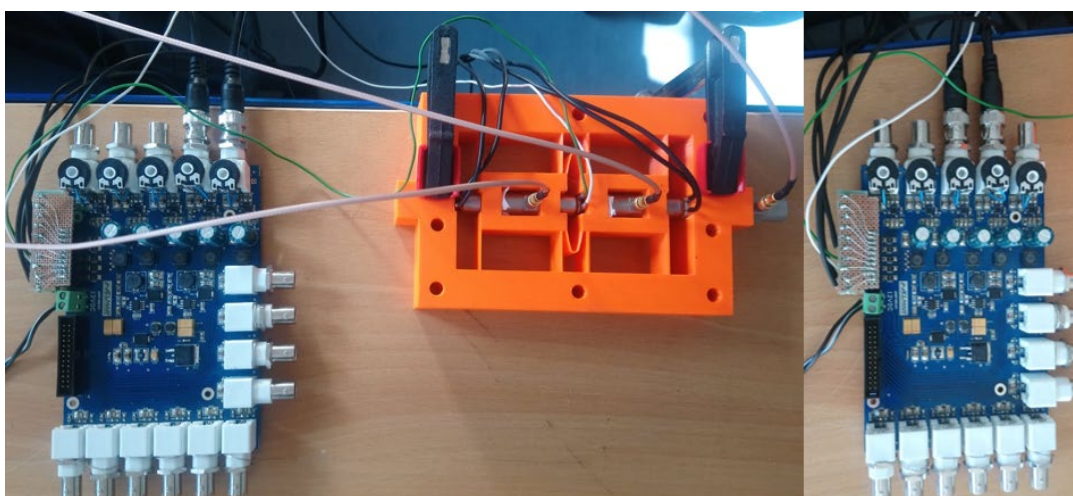
**Slika 10. Eksperimentalni postav sa spojenim mjernim i pogonskim instrumentima s uključenim referentnim akcelerometrom**

Slika 10. prikazuje eksperimentalni postav na koji su spojeni akcelerometri i aktuatori. Na lijevo se nalazi masa  $m_2$ , a na desno masa  $m_1$ .

Mjerenje se pokreće preko računalnog programa za analizu spektra. Za potrebe ovog eksperimenta odabrana je vrsta uzbude bijelim šumom s narinutim naponom od  $U_{rms} = 0,1V$ . Analizator spektra izvor uzbude (Slika 11. Source 1) šalje na jedan od aktivnih aktuatora preko analognog pojačala s maksimalnim pojačanjem (Slika 12. lijevo uključen je aktuator koji pobuđuje masu  $m_1$ , Slika 12. desno uključen je aktuator koji pobuđuje masu  $m_2$ ).



Slika 11. Analizator spektra



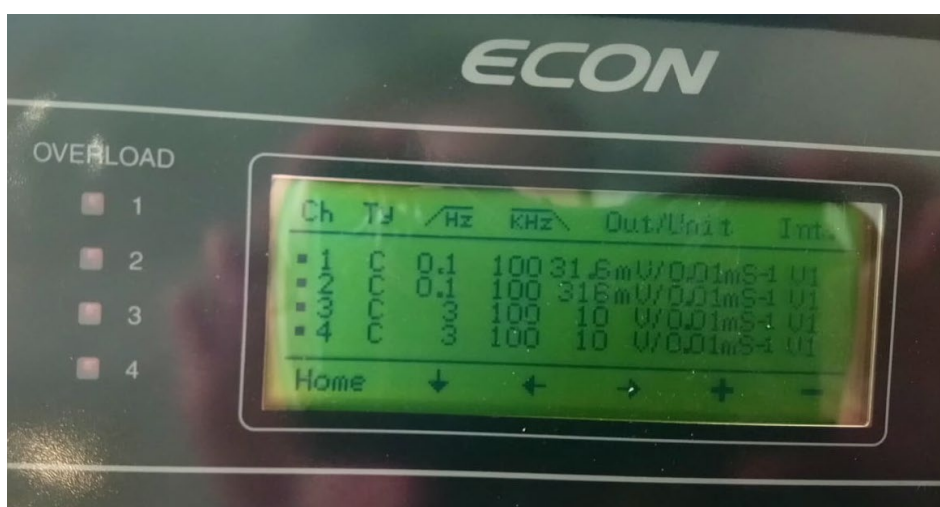
Slika 12. Spajanje aktuatora na analogno pojačalo

Akcelerometri se spajaju svaki na svoj kanal na pojačalu naboja (vidi Sliku 13. CH1 i CH2), akcelerometar na masi  $m_1$  je spojen na kanal 1, akcelerometar na masi  $m_2$  spojen je na kanal 2 i na početak je spojen još jedan referentni akcelerometar tako da se na drugi kanal na pojačalu naboja prenosi akceleracija s akcelerometra na masi  $m_2$  umanjena za akceleraciju referentne točke (referentni akcelerometar postavljen je u suprotnom smjeru kako bi se vrijednosti oduzimale).



Slika 13. Prikaz spajanja na pojačalo naboja

Ubrzanja akcelerometra su ulazni parametri. Dobivene vrijednosti se na pojačalu pojačavaju različitim vrijednostima pojačanja naboja. Na Slici 14. može se vidjeti postavljeno pojačanje gdje je pojačanje na kanalu 2 10 puta veće od pojačanja na kanalu 1, te da je akceleracija elektronički integrirana u brzinu. Izlaz 1 vraća izmjerenu brzinu vibriranja mase  $m_1$ , dok izlaz 2 vraća izmjerenu brzinu vibriranja mase  $m_2$  koja se šalje na analizator spektra i na aktuator kojim se na taj način uspostavlja povratna veza po brzini vibracija (vidjeti Sliku 13. Output 2 šalje signal na analogno pojačalo Slika 12.).



Slika 14. Podešene vrijednosti na pojačalu naboja za drugi set mjerenja

I na taj način uspostavljena je povratna veza po brzini i regulacijska petlja je zatvorena.

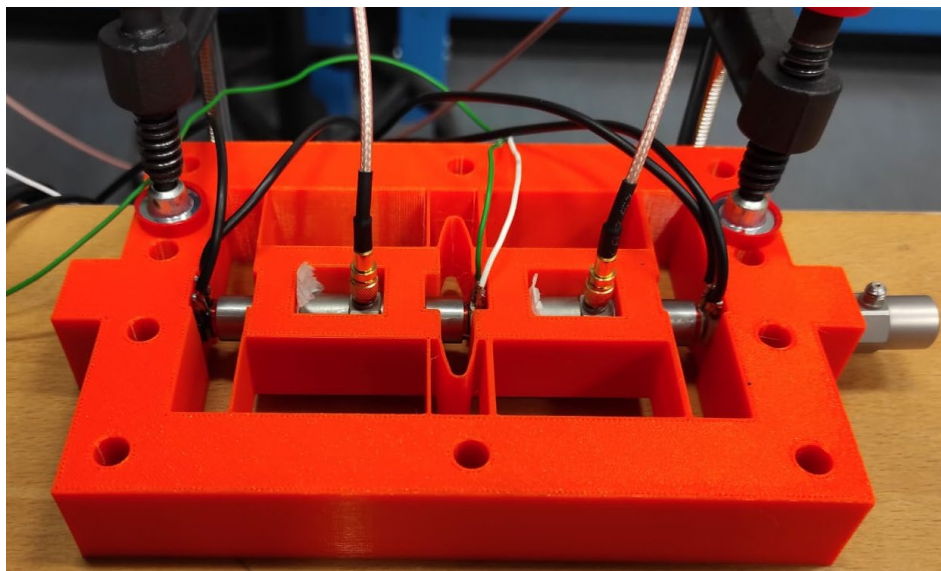


Odrađena su dva mjerenja. Jedno mjerenje s isključenim referentnim akcelometrom i jednakim pojačanjima na pojačalu naboja. Drugo mjerenje je odrađeno s uključenim referentnim akcelometrom i različitim pojačanjima na pojačalu naboja. Za svako mjerenje je prvo spojen aktuator koji pobuđuje masu  $m_1$  i aktuator kojim se uspostavlja povratna veza po brzini vibracija i izvode se mjerenja bez regulacije i sa regulacijom s nekoliko različitih pojačanja. Zatim se spaja drugi aktuator koji pobuđuje masu  $m_2$  i aktuator na koji se šalje povratna veza po brzini vibracija i izvode se mjerenja bez regulacije i sa regulacijom s nekoliko različitih pojačanja. Varijacije pojačanja u oba seta mjerenja su ekvivalentna.

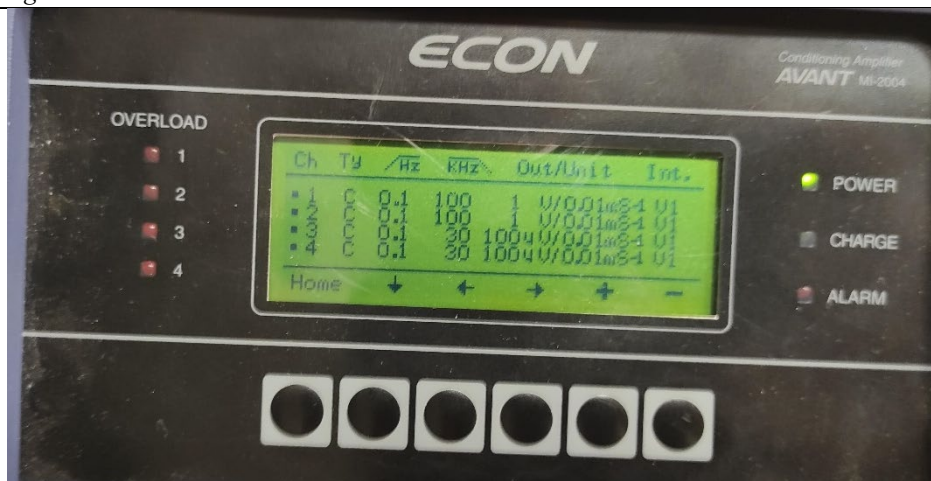
Kako bi eksperiment bio dobro izveden potrebno je da pri mjerenjima svake od prijenosnih funkcija sustava budu izmjerene vršne vrijednosti prijenosnih funkcija u blizini očekivanih prirodnih frekvencija sustava. Naravno, dopuštena su manja odstupanja u odnosu na rezultate simulacija jer se ovdje ipak radi o stvarnom svijetu i uvjetima koji mogu utjecati na rezultate mjerenja.

### 6.1. Rezultati mjerenja bez referentnog akcelometra

U ovome setu mjerenja nema referentnog akcelometra (Slika 15.) i pojačalo naboja za oba akcelometra namješteno je da bude jednako.

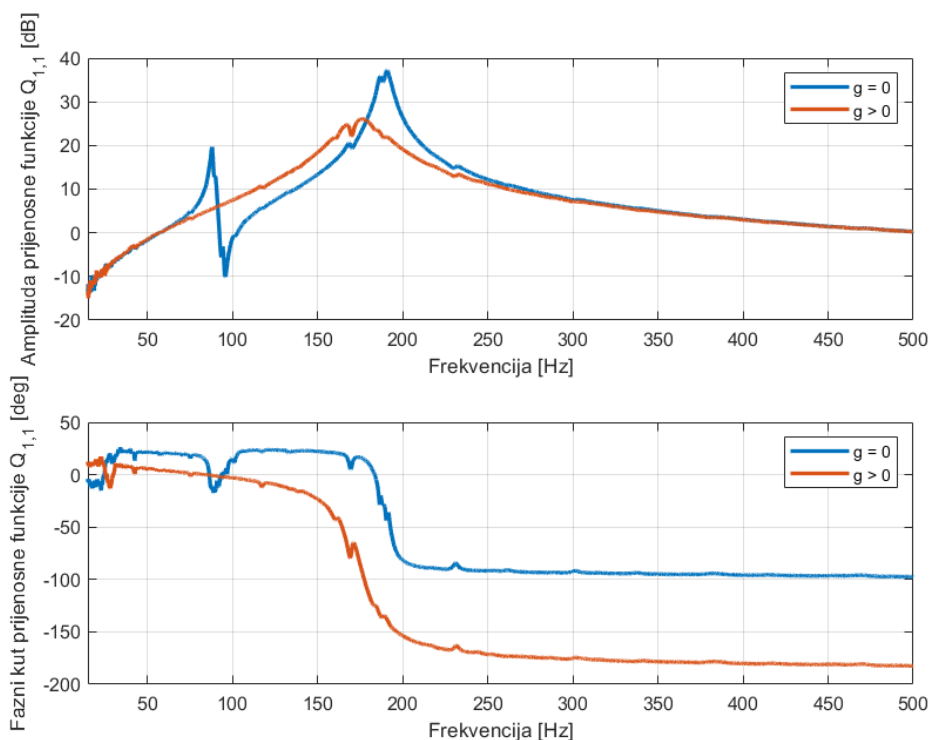


Slika 15. Prikaz eksperimentalnog postava sa spojenim mjernim i pogonskim instrumentima bez referentnog akcelometra

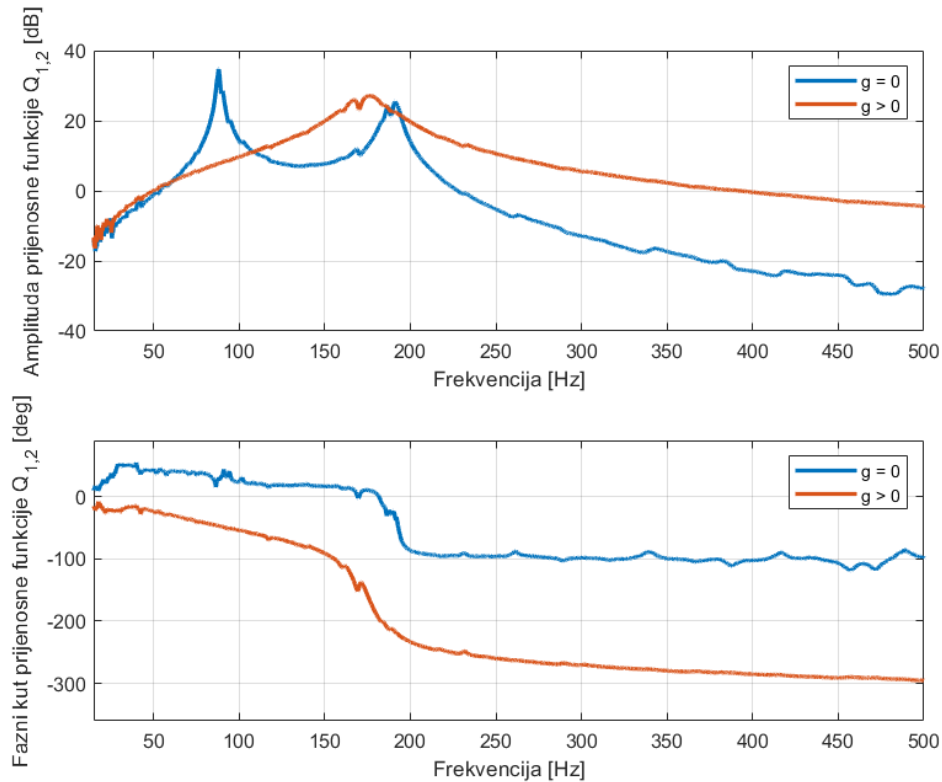


Slika 16. Podešene vrijednosti pojačanja naboja u prvom setu mjerenja

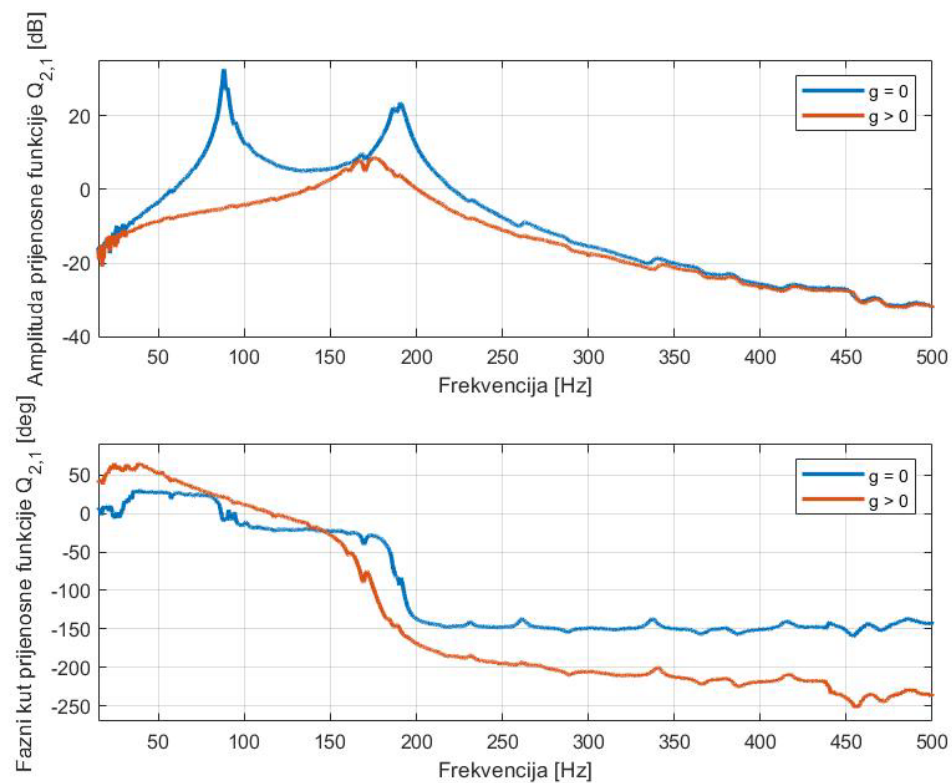
Na Slici 18. prikazana je prijenosna funkcija između uzbude mase  $m_1$  i odziva mase  $m_2$  i kako se ona mijenja u slučaju isključene i uključene povratne veze. Na Slici 19. prikazana je prijenosna funkcija između uzbude mase  $m_2$  i odziva mase  $m_1$  i kako se ona mijenja u slučaju isključene i uključene povratne veze.



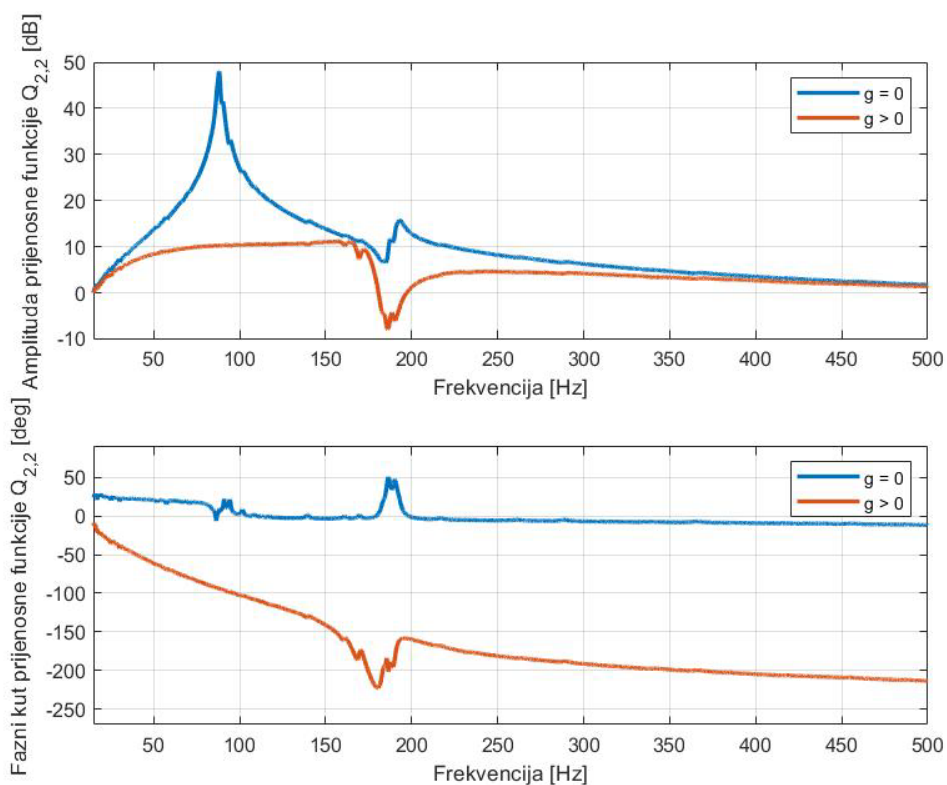
Slika 17. Usporedba izolacije vibracija za pojačanja  $g = 0$  i  $g > 0$



Slika 18. Usporedba izolacije vibracija za pojačanja  $g = 0$  i  $g > 0$

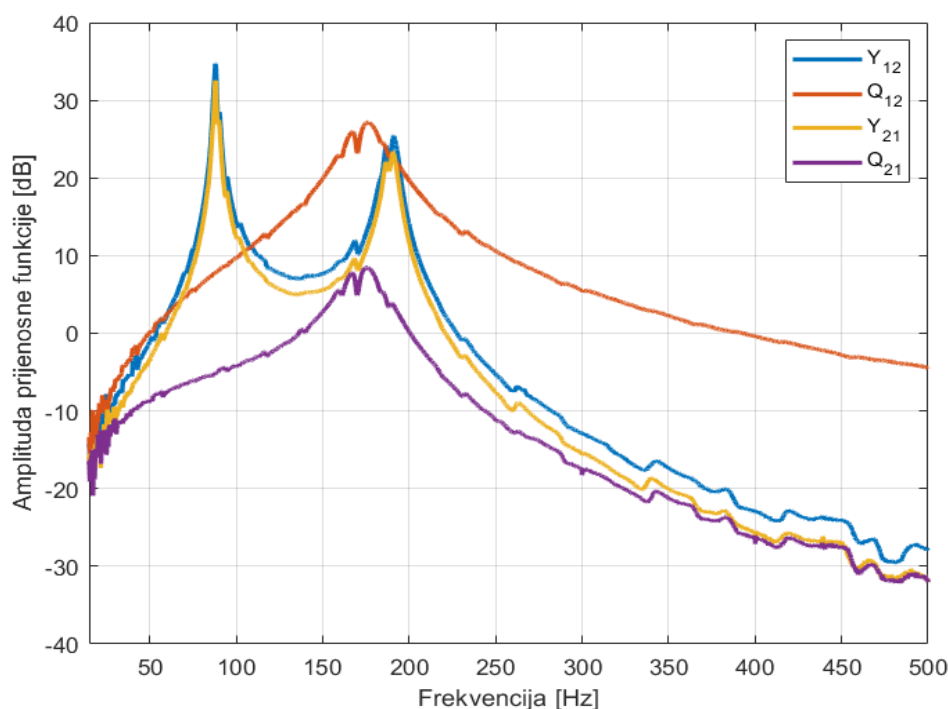


Slika 19. Usporedba izolacije vibracija za pojačanja  $g = 0$  i  $g > 0$



**Slika 20. Usporedba izolacije vibracija za pojačanja  $g = 0$  i  $g > 0$**

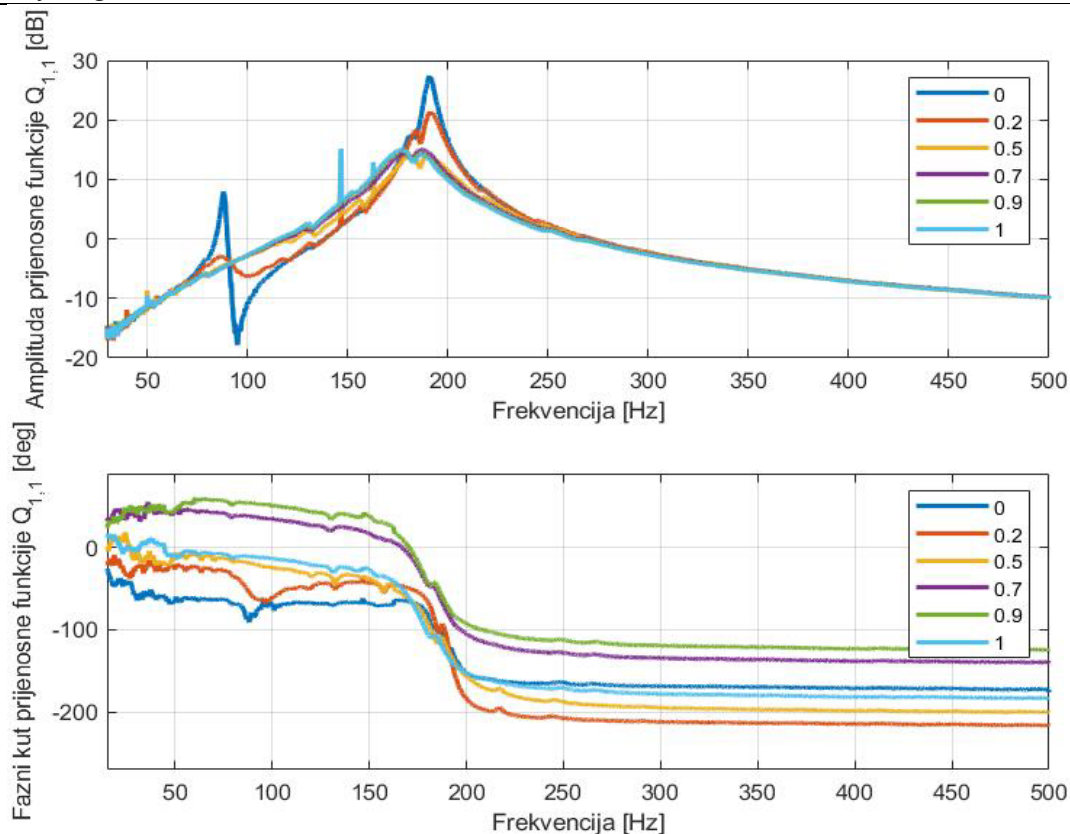
Na Slici 21. prikazani su preklopljeni grafovi sa Slike 18. i 19. gdje se može vidjeti da ako nema automatske regulacije u sustavu da vrijedi princip recipročnosti. Postoje male razlike zbog toga što mjerni instrumenti nisu identični kao ni svi kanali pojačala korištenih za pogon različitih aktuatora. No te razlike su zanemarive u usporedbi s razlikama kod uključivanja povratne veze.



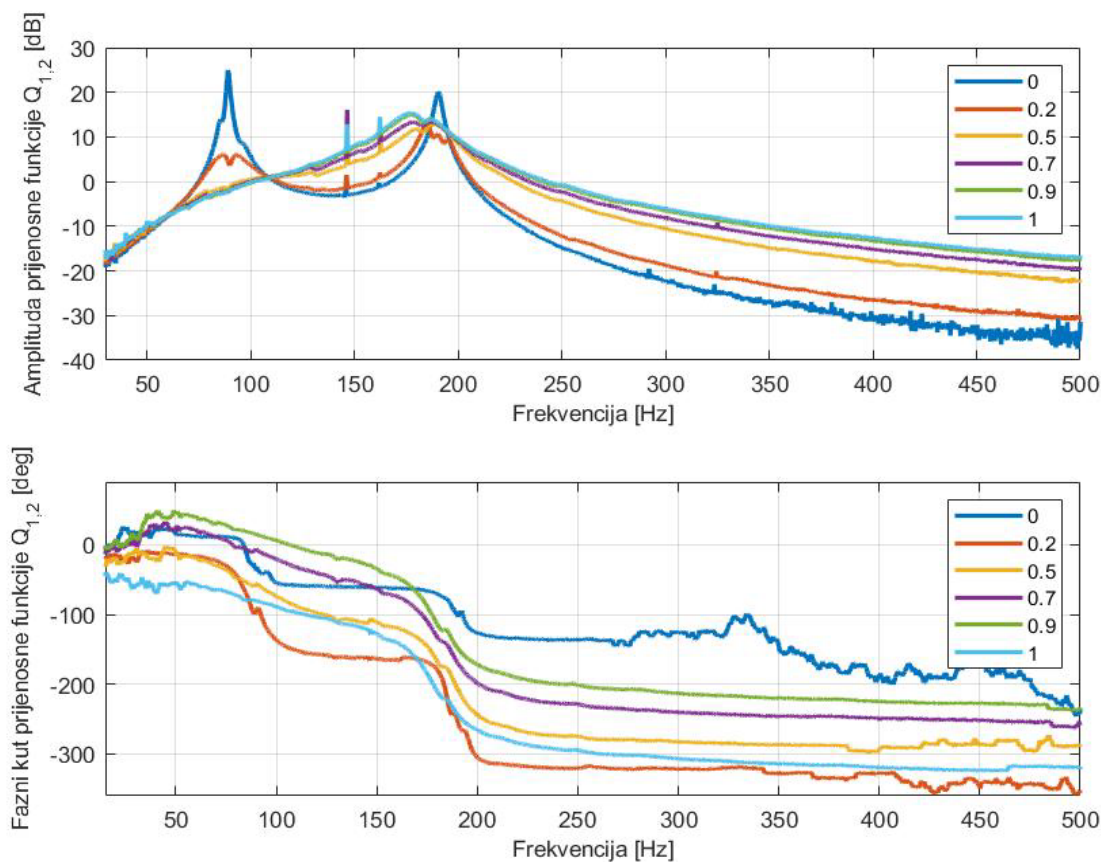
Slika 21. Amplitude prijenosnih funkcija pasivnog i aktivnog sustava

## 6.2. Rezultati mjerenja s referentnim akcelerometrom

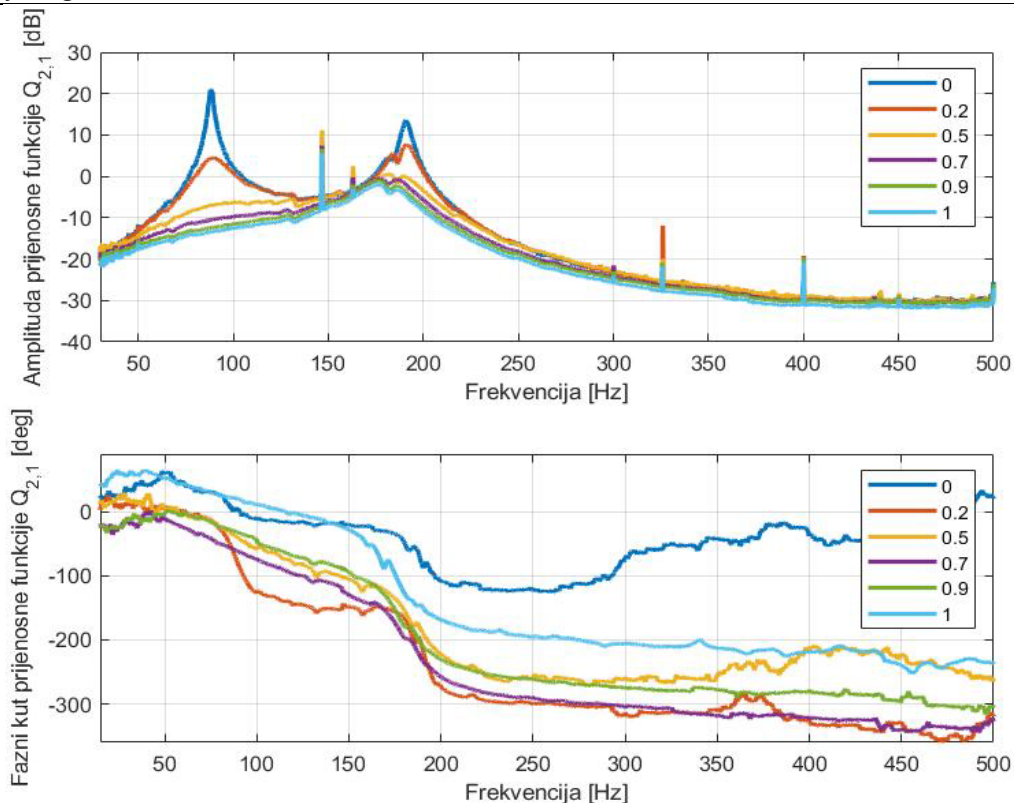
U ovome setu mjerenja uključen je referentni akcelerometar i na pojačalu naboja su različita pojačanja. Pojačanje naboja na kanalu 1 je 10 puta manje od pojačanja naboja na kanalu 2. Kako bi se rezultati mogli usporediti, amplitudama prijenosnih funkcija gdje je uzbuda na masi  $m_1$  doda se 20 dB, što je ekvivalent 10 puta jačeg pojačanja. Na Slikama 22.-25. prikazane su prijenosne funkcije osmišljenog postava s dva stupnja slobode gibanja. Na grafovima su uočljive dvije prirodne frekvencije sustava, te uključivanjem povratne veze kako se one prigušuju na niže amplitude. Postav se pokazao kao dobro dimenzioniran u odnosu na rezultate sa simulacijama te vidljivo da je odziv na frekvencijama  $\Omega_1$  i  $\Omega_2$  uključivanjem povratne veze dobro prigušuju što je bio cilj eksperimenta.



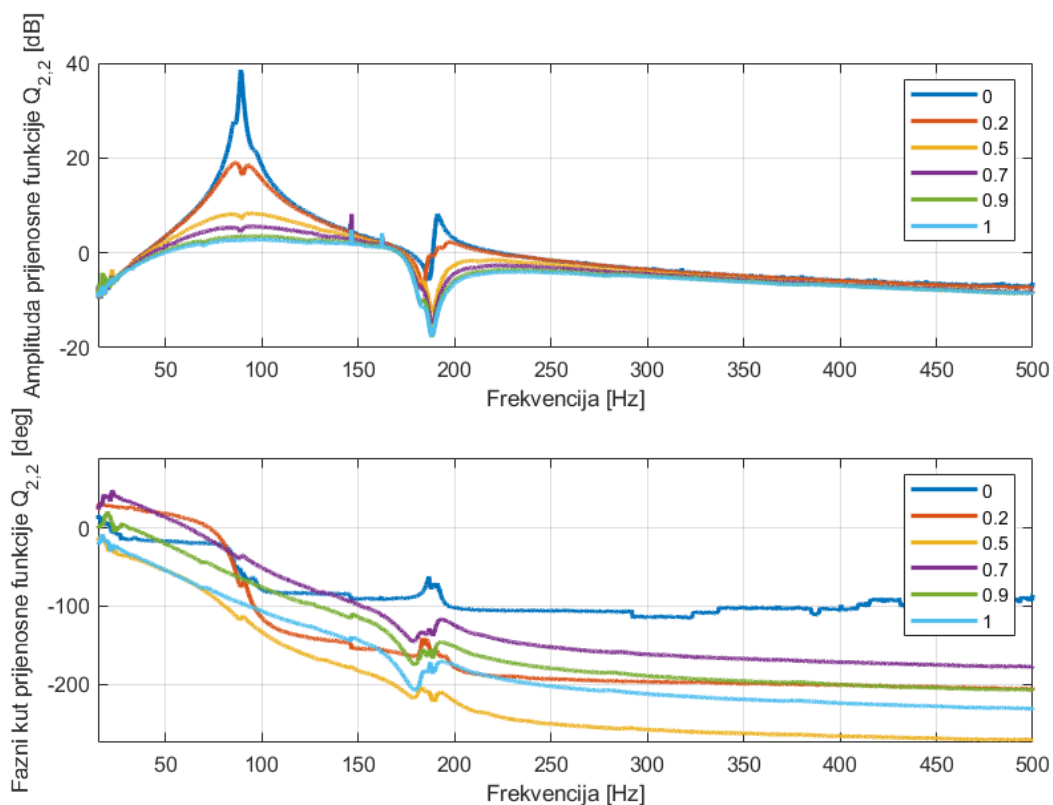
Slika 22. Amplitude i fazni kut prijenosne funkcije  $Q_{1,1}$  za različite vrijednosti pojačanja



Slika 23. Amplitude i fazni kut prijenosne funkcije  $Q_{1,2}$  za različite vrijednosti pojačanja  $g$



Slika 24. Amplitude i fazni kut prijenosne funkcije  $Q_{2,1}$  za različite vrijednosti pojačanja  $g$



Slika 25. Amplitude i fazni kut prijenosne funkcije  $Q_{2,2}$  za različite vrijednosti pojačanja  $g$

## 7. ZAKLJUČAK

U radu je izveden matematički model za pasivni i aktivni linearni vibracijski sustav s dva stupnja slobode gibanja koji je kasnije konstruiran, izveden 3D tehnologijom ispisa te izvršena mjerenja. Promatrani model je karakteriziran kao nadkritičan problem u kojemu je postignuta bezuvjetna stabilnost sustava aktiviranjem povratne veze tako da se ne treba voditi briga o veličini pojačanja  $g$ . Kako bi sustav bio nadkritičan potrebno je osigurati da fundamentalna vlastita frekvencija tijela koje je prima uzbudu bude viša od fundamentalne vlastite frekvencije tijela koje se želi zaštititi od vibracija. Ako se pasivna konstrukcija dizajnira uz ovaj uvjet moguće je postići gotovo bezuvjetno stabilnu povratnu vezu i narinuti visoke vrijednosti pojačanja u povratnim vezama. Pokazano je da matrica prigušenja sustava zbog korištenja senzora i aktuatora bez kolokacije nije dijagonalno simetrična što je osnova za gubitak dinamičke recipročnosti. Pokazan je značajan gubitak recipročnosti s porastom pojačanja u povratnim vezama. Eksperimentalnim mjerenjima potvrđene su sve pretpostavke takvog sustava, kao i da recipročnost vrijedi ako je povratna veza isključena, tj. izolacija vibracija je pasivna. Također je utvrđeno da postoje manje razlike usporedbom stvarnih rezultata mjerenja amplitude prijenosne funkcije između uzbude na lijevu masu  $m_1$  i odziva desne mase  $m_2$  i amplitude prijenosne funkcije između uzbude na desnu masu  $m_2$  i odziva lijeve mase  $m_1$ . Te razlike nastaju zbog toga što se u matematičkom modelu podrazumijevaju idealni aktuatori i senzori što u stvarnosti nije moguće izvesti. No te razlike se za razumijevanje vibracijskog sustava s dva stupnja slobode bez povratne veze mogu zanemariti u usporedbi s razlikom koja nastaje uključivanjem povratne veze što se smatra gubitkom dinamičke recipročnosti sustava što se može vidjeti iz rezultata mjerenja. Glavna prednost aktivne izolacije sustava jest smanjiti osjetljivost izlaza u odnosu na ulaz poremećaja, no se ne smije olako reći da je aktivni pristup uvijek bolji od pasivnog i da će aktivna izolacija znatno nadoknaditi loš ili neadekvatan dizajn strukture. Rezultatima mjerenja potvrđena je pravilna primjena aktivne izolacije vibracije na adekvatnom dizajnu konstrukcije eksperimentalnog postava čiji je dinamički postav dominantno određen s dvije vlastite frekvencije i dvije pripadne forme vibriranja.



**LITERATURA**

- [1] A. Preumont: *Vibration Control of Active Structures*, Kluwer Academic, London, 2001.
- [2] M.J. Balas: Direct velocity feedback control of large space structures, *J. Guid. Contr. Dynam.* 2 (1979)
- [3] D. Karnopp: Active and semi-active vibration isolation, American Society of Mechanical Engineers, *Journal of Mechanical Design* 117 (1995)
- [4] C.R. Fuller, S.J. Elliot, P.A Nelson, *Active Control of Vibration*, Academic Press, 1996.
- [5] N.Alujević, I. Senjanović, I. Čatipović, N. Vladimir: The absence of reciprocity in active structures using direct velocity feedback, 2018.
- [6] N. Alujević, H. Wolf, P. Gardonio, I. Tomac: Stability and performance limits for active vibration isolation using blended velocity feedback, 2011.
- [7] N. Alujević, D. Čakmak, H. Wolf, M. Jokić: Passive and active vibration isolation systems using inerter, 2018.
- [8] C. Paulitsch, P. Gardonio, S.J. Elliot: Active vibration control using an inertial actuator with internal damping, *J. Acoust. Soc. Am.* 119 (2006)
- [9] Pusić, D., Wolf, H., Tonković, Z.: *Mehanika III: Uvod u analitičku mehaniku s osnovama teorije vibracija*, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb 2005
- [10] C.M. Harris (Ed.): *Shock and Vibration Handbook*, McGraw Hill, New York, 1996.