

# Procjena vremenski promjenjive mase gradskog autobusa korištenjem neuronske mreže

---

**Miković, Matija**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2021**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:218105>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-24**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Matija Miković

Zagreb, 2021.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Joško Deur, dipl. ing.

Student:

Matija Miković

Zagreb, 2021.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem prof. dr. sc. Jošku Deuru na prihvaćanju mentorstva, kao i na iznimnoj ljubaznosti i strpljenju.

Zahvaljujem dr.sc. Branimiru Škugoru na svim prijedlozima i ukazanoj pomoći tijekom izrade ovog rada.

Zahvaljujem Jakovu Topiću, mag. ing. na suradnji i svim pruženim savjetima u vezi samog programiranja.

Želim zahvaliti i svojoj obitelji i prijateljima na beskrajnoj podršci i pomoći tijekom preddiplomskog studija.

Matija Miković



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa: 602 - 04 / 21 - 6 / 1	
Ur.broj: 15 - 1703 - 21 -	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Matija Miković** Mat. br.: 0035209107

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Procjena vremenski promjenjive mase gradskog autobusa korištenjem neuronske mreže**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Neural network-based estimation of time-varying city bus mass**

Opis zadatka:

Vozni ciklusi imaju široke primjene iz perspektive konvencionalnih te električnih cestovnih vozila, koje uključuju: realističnu procjenu potrošnje goriva te električne energije, procjenu emisija štetnih i stakleničkih plinova, izbor optimalne konfiguracije pogona vozila te razvoj optimalne upravljačke strategije pogona vozila. Pritom promjenjiva masa vozila, primjerice kod gradskih autobusa i dostavnih vozila, značajno utječe na potrošnju energije, te bi se trebala uzeti u obzir pri tvorbi voznih ciklusa. Budući da izravno mjerenje mase vozila često nije dostupno, nameće se potreba za njenom procjenom. Stoga je cilj rada razvoj podacima vođene metode za procjenu mase vozila, temeljene na neuronskoj mreži, uz pretpostavljeno poznavanje profila brzine vozila, nagiba ceste, specifične potrošnje goriva i slično, koji su snimljeni na floti gradskih autobusa primjenom telemetrijskog sustava praćenja. U tom smislu, potrebno je:

- proučiti postojeći postupak procjene mase vozila korištenjem fizikalnog modela uzdužne dinamike vozila,
- predložiti strukturu i provesti učenje neuronske mreže za procjenu mase vozila,
- provesti validaciju predložene neuronske mreže na odvojenom skupu podataka,
- usporediti rezultate procjene primjenom neuronske mreže s rezultatima procjene temeljene na primjeni fizikalnog modela uzdužne dinamike vozila.

Metodologiju je potrebno razviti unutar Python programskog okruženja korištenjem TensorFlow i Keras biblioteka. U radu je, također, potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
30. studenoga 2020.

Datum predaje rada:  
1. rok: 18. veljače 2021.  
2. rok (izvanredni): 5. srpnja 2021.  
3. rok: 23. rujna 2021.

Predviđeni datumi obrane:  
1. rok: 22.2. – 26.2.2021.  
2. rok (izvanredni): 9.7.2021.  
3. rok: 27.9. – 1.10.2021.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Joško Deur

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Branko Bauer

---

## SADRŽAJ

POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	VI
POPIS OZNAKA .....	VII
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY .....	IX
1. UVOD .....	1
2. PRIKUPLJANJE I OBRADA PODATAKA.....	2
2.1. Prikupljanje podataka [1] .....	2
2.1.1. Prebrojavanje putnika.....	2
2.1.2. Određivanje stvarne mase vozila.....	4
2.2. Obrada podataka.....	4
2.2.1. Podjela snimljenih podataka na podatke za učenje i podatke za ispitivanje .....	5
2.2.2. Skup podataka za validaciju .....	6
2.2.3. Korigirani podaci za učenje i ispitivanje.....	6
3. METODE PROCJENE MASE VOZILA .....	8
3.1. Procjena mase primjenom fizikalnog modela [1] .....	8
3.2. Procjena mase primjenom neuronske mreže .....	9
3.2.1. Odabir parametara učenja i aktivacijske funkcije .....	9
3.2.1.1. Optimizator [2].....	9
3.2.1.2. Funkcija gubitaka .....	10
3.2.1.3. Veličina skupa (engl. batch size).....	10
3.2.1.4. Aktivacijska funkcija.....	10
3.2.2. Struktura neuronske mreže .....	11
3.2.3. Optimalan korak učenja .....	12
3.2.4. Učenje neuronske mreže .....	13
3.3. Metode procjene mase korištenjem neuronske mreže.....	13

---

3.3.1. Metoda 1: Procjena mase na temelju trenutnih mjerenja .....	13
3.3.2. Metoda 2: Online procjena mase korištenjem fiksnog vremenskog prozora .....	14
3.3.3. Metoda 3: Online procjena mase korištenjem vremenskog prozora promjenjive širine .....	14
3.3.4. Metoda 4: Offline procjena mase .....	15
4. REZULTATI PROCJENE MASE .....	16
4.1. Rezultati procjene mase na temelju trenutnih mjerenja (Metoda 1) .....	16
4.2. Rezultati online procjene mase korištenjem fiksnog vremenskog prozora (Metoda 2) .....	20
4.3. Rezultati online procjene mase korištenjem vremenskog prozora promjenjive širine (Metoda 3) .....	25
4.4. Rezultati offline procjene mase (Metoda 4) .....	29
4.5. Usporedba rezultata različitih metoda za procjenu mase .....	32
4.6. Usporedba rezultata neuronske mreže i fizikalnog modela .....	33
5. ZAKLJUČAK .....	36
DODATAK: OSNOVNI POJMOVI NEURONSKIH MREŽA .....	37
Keras i TensorFlow [2] .....	37
Definicija neuronske mreže .....	37
Umjetni neuron .....	37
Kapacitet neuronskih mreža .....	38
Učenje neuronskih mreža .....	39
Podučenje i preučenje .....	40
Mjere točnosti algoritma učenja .....	41
LITERATURA .....	42

## POPIS SLIKA

Slika 1. Kružna ruta Babin kuk-Pile-Babin kuk s pripadnim stanicama [1].	3
Slika 2. Razdioba putnika u busu [1].	3
Slika 3. Snimljeni vremenski profil razine goriva u spremniku s pripadnom polinomskom aproksimacijom, te pripadni vremenski profil potrošnje goriva [1].	3
Slika 4. Razdioba stvarnih masa u cijelom skupu podataka.	4
Slika 5. Profil stvarnih masa u cijelom skupu podataka.	5
Slika 6. Profil stvarnih masa u skupu podataka za učenje (a) i ispitivanje (b).	5
Slika 7. Razdioba stvarnih masa u skupu podataka za učenje (a) i ispitivanje (b).	6
Slika 8. Razdioba stvarnih masa u korigiranom skupu podataka za učenje (a) i ispitivanje (b).	7
Slika 9. Obična ReLU (lijevo) i leaky ReLU (desno) funkcija.	10
Slika 10. Ovisnost najniže postignute srednje kvadratne pogreške o broju parametara za mreže s različitim brojem sakrivenih slojeva.	11
Slika 11. Raspodjela srednje kvadratne pogreške tijekom učenja.	12
Slika 12. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).	17
Slika 13. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).	18
Slika 14. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).	18
Slika 15. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).	18
Slika 16. Histogram reziduala Neuronske mreže 1 i Metode 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).	19
Slika 17. Histogram reziduala Neuronske mreže 2 i Metode 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).	19
Slika 18. Ovisnost koeficijenta korelacije i indeksa determinacije o širini fiksnog prozora za Neuronsku mrežu 1 i za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).	21



---

Slika 19. Ovisnost koeficijenta korelacije i indeksa determinacije o širini fiksnog prozora za Neuronsku mrežu 2 i za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	21
Slika 20. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d). ....	22
Slika 21. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d). ....	23
Slika 22. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	23
Slika 23. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	24
Slika 24. Histogram reziduala Neuronske mreže 1 i Metode 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	24
Slika 25. Histogram reziduala Neuronske mreže 2 i Metode 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	25
Slika 26. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d). ....	26
Slika 27. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d). ....	26
Slika 28. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	27
Slika 29. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	27
Slika 30. Histogram reziduala Neuronske mreže 1 i Metode 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	28
Slika 31. Histogram reziduala Neuronske mreže 2 i Metode 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	28
Slika 32. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d). ....	29

---

Slika 33. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d). .....	29
Slika 34. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	30
Slika 35. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	30
Slika 36. Histogram reziduala Neuronske mreže 1 i Metode 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	31
Slika 37. Histogram reziduala Neuronske mreže 2 i Metode 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).....	31
Slika 38. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći fizikalni model za korigirani skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b).....	34
Slika 39. Histogram reziduala fizikalnog modela za korigirani skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b).....	34
Slika 40. Usporedba procjene mase korištenjem Neuronske mreže i fizikalnog modela za korigirani skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b). .....	35
Slika 41. Umjetni neuron [3].....	38
Slika 42. Primjer neuronske mreže. ....	39
Slika 43. Primjer rezultata podučanja (a), ispravnog učenja (b) i preučanja (c). ....	40
Slika 44. Srednja kvadratna pogreška za skupove podataka za učenje i ispitivanje. ....	41

## POPIS TABLICA

Tablica 1. Optimalna širina fiksnog vremenskog prozora. ....	22
Tablica 2. Usporedba rezultata na korigiranom skupu podataka za učenje. ....	32
Tablica 3. Usporedba rezultata na korigiranom skupu podataka za ispitivanje. ....	33
Tablica 4. Usporedba fizikalnog modela i neuronske mreže. ....	35

**POPIS OZNAKA**

<b>Oznaka</b>	<b>Opis</b>
$A_f$	Čeona površina vozila
$a$	Akceleracija
$C_d$	Koeficijent aerodinamičkog otpora
$d$	Željeni izlazi iz mreže
$fuel_{level}$	Razina goriva u spremniku
$g$	Ubrzanje sile teže
$K$	Koeficijent korelacije
$m_{empty}$	Masa praznog vozila
$m_v$	Masa vozila
$MSE$	Srednja kvadratna pogreška
$n$	Broj mjerenja u fiksnom prozoru
$n_{pass}$	Broj putnika
$net_j$	Suma
$N$	Broj uzoraka
$O$	Odzivi mreže
$P_e$	Snaga motora
$P_{wheel,est}$	Snaga na kotaču
$R_o$	Faktor otpora kotrljanja
$R^2$	Indeks determinacije
$t$	Vrijeme
$v$	Brzina
$w$	Težine slojeva
$x_j$	Ulazi neurona
$y_j$	Izlazi neurona
$\alpha$	Nagib ceste
$I$	Aktivacijska funkcija
$\rho_{air}$	Gustoća zraka

## **SAŽETAK**

U ovom radu predstavljena je neuronska mreža kao moguća metoda procjene mase vozila. Objasnjeni su osnovni pojmovi neuronskih mreža. Opisan je postupak prikupljanja i obrade velike količine podataka potrebnih za neuronske mreže. Proučena je već postojeća metoda procjene mase korištenjem fizikalnog modela uzdužne dinamike vozila. Provedeno je učenje neuronskih mreža uz prethodno odabranu strukturu i definirane parametre učenja. Predložene su četiri metode procjene mase korištenjem neuronskih mreža. Analizom rezultata usporedile su se različite neuronske mreže i predložene metode procjene mase. Također su se za usporedbu prikazali i rezultati fizikalnog modela. Naposljetku su dane smjernice za moguća poboljšanja.

**Ključne riječi:** neuronska mreža, procjena mase, metoda, skup podataka

## **SUMMARY**

In this thesis, the neural network is presented as a possible method of vehicle mass estimation. Basic concepts of neural networks are explained. The process of collecting and processing a large amount of data required for neural networks is described. The already existing method of mass estimation using a longitudinal vehicle dynamics model was studied. Neural network was trained with a previously selected structure and defined training parameters. Four methods of neural network-based estimation of mass have been proposed. Different neural networks and proposed mass estimation methods were analysed and compared. The results of vehicle dynamics models were also presented for comparison. Finally, guidelines for potential improvements are given.

Key words: neural network, mass estimation, method, data set

## 1. UVOD

Masa vozila predstavlja jedan od osnovnih i najbitnijih podataka o vozilu. Njen utjecaj može se osjetiti prilikom svake promjene brzine. Što je veća masa vozila, to je potrebno više vremena da se postigne željena brzina. Osim toga, pošto se prilikom svakog ubrzanja vozila povećava potrošnja goriva i/ili električne energije, jasno je da je masa izravno vezana i uz ukupnu potrošnju vozila. Dakle, poznavanje mase vozila nužan je uvjet kako bi se ukupna potrošnja goriva i/ili energije unutar nekog voznog ciklusa mogla točno procijeniti i na taj način omogućiti analiziranje i optimiranje voznih ciklusa što može pridonijeti smanjenju ukupne potrošnje te ujedno i smanjenju novčanih troškova i emisije štetnih plinova. Također se može koristiti pri nadzoru flote dostavnih vozila. Nadalje, masa vozila predstavlja važan parametar za ispravan rad mnogih dijelova sustava upravljanja i regulacije unutar samog vozila te se na taj način poznavanjem mase može ostvariti povećana sigurnost i udobnost same vožnje. Poznavanje mase je posebno važno kod vozila s promjenjivom masom kao što su gradski autobusi ili dostavna vozila. Budući da često nije moguće izravno izmjeriti i odrediti masu, pojavljuje se potreba za razvojem drugih metoda koje će neizravno, tj. na temelju nekih drugih mjerljivih veličina, moći dovoljno dobro procijeniti masu.

Cilj ovog rada je predstaviti procjenu mase korištenjem neuronske mreže kao jednu od mogućih metoda neizravnog određivanja mase vozila. Pretpostavlja se da je neuronska mreža sposobna iz velikog skupa podataka za učenje odrediti povezanost između mjerljivih ulaznih veličina i stvarne mase vozila te da bi se kao takva mogla koristiti za daljnje procjene masa vozila.

## 2. PRIKUPLJANJE I OBRADA PODATAKA

Kako bi se neuronska mreža mogla koristiti za procjenu mase, potreban je veliki skup podataka za učenje i ispitivanje mreže. Postupak prikupljanja tih podataka ukratko je objašnjen u nastavku ovog poglavlja, a detaljno je opisan u [1].

### 2.1. Prikupljanje podataka [1]

U svrhu karakterizacije sustava gradskog autobusnog prijevoza u Dubrovniku, koristilo se 10 autobusa uz primjenu telemetrijskog sustava praćenja. Prikupljanje podataka odvijalo se u periodu od jedne godine, 24 sata dnevno, s vremenom uzorkovanja od 1 sekunde. Snimljeni podaci sadržavali su: identifikacijsku oznaku vozila, GPS koordinate (zemljopisna dužina, širina i nadmorska visina), brzinu vozila, opterećenje i brzinu vrtnje motora, ukupnu potrošnju goriva, prijeđenu udaljenost, položaj pedale gasa, okolnu temperaturu i trenutni stupanj prijenosa. Iz prespektive procjene mase pretpostavlja se da je nagib ceste poznat unaprijed, a u ovom slučaju određen je na temelju vertikalne i horizontalne komponente brzine vozila dobivene odvojenim GPS prijammnikom. Uz poznati profil brzine vozila  $v(k)$ , gdje je  $k$  diskretan vremenski trenutak, može se odrediti i akceleracija vozila u  $k$ -tom trenutku prema izrazu:

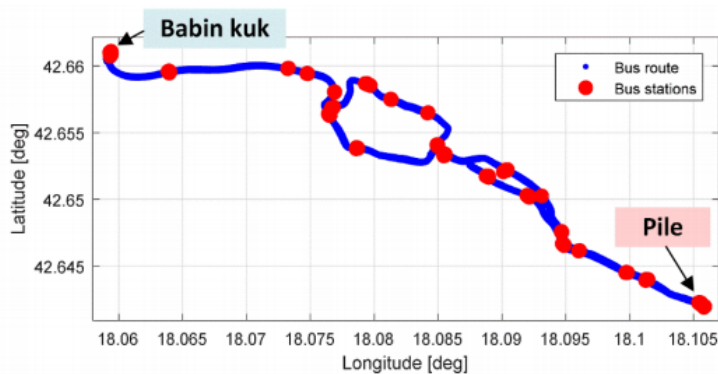
$$a(k) = \frac{v(k+1) - v(k-1)}{t(k+1) - t(k-1)}, \quad (1)$$

gdje je  $t$  apsolutno vrijeme u diskretnom trenutku, koje je također sadržano u snimljenim podacima.

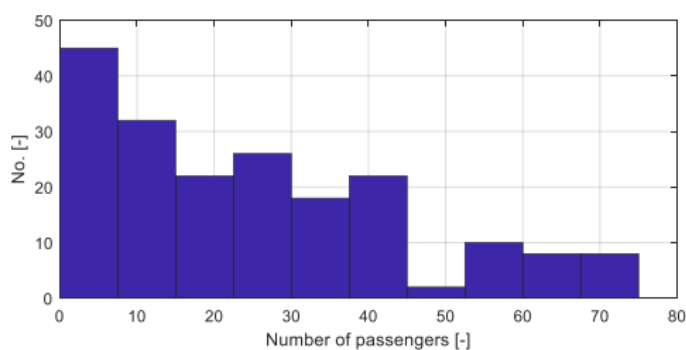
#### 2.1.1. Prebrojavanje putnika

Pošto su se vozni podaci mogli dobiti na prethodno opisani način, potrebno je još bilo odrediti stvarnu masu vozila koja će se koristiti za provjeru metoda procjene mase. Kako se masa nije mogla izravno izmjeriti, provelo se neizravno određivanje stvarne referentne mase na temelju broja putnika. U dva termina unutar jednog dana (u jutarnjem i popodnevnom terminu), prebrojavali su se putnici u autobusu na kružnoj ruti Babin kuk-Pile-Babin kuk, prikazanoj na slici 1. Za tu rutu je prethodno rekonstruiran nagib ceste i bilo je omogućeno prikupljanje voznih podataka. Razdioba broja putnika toga dana u vožnji između uzastopnih stanica prikazana je na histogramu na slici 2. Vidi se kako je broj putnika bio dobro raspodijeljen od minimalnog do maksimalnog dopuštenog broja putnika (80), s iznimkom broja putnika oko 50.



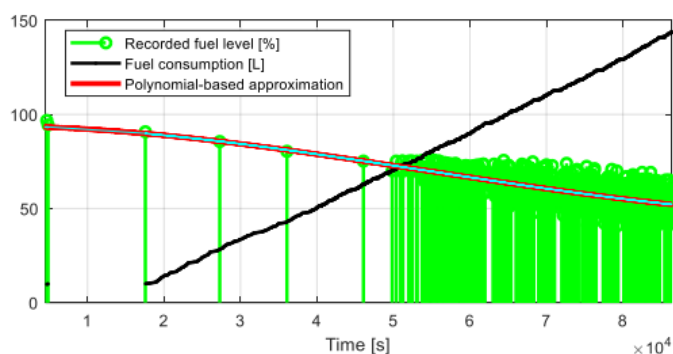


Slika 1. Kružna ruta Babin kuk-Pile-Babin kuk s pripadnim stanicama [1].



Slika 2. Razdioba putnika u busu [1].

Kako bi se točnije odredila masa autobusa, u obzir se uzela i promjenjiva masa goriva u spremniku na temelju dostupnog vremenskog profila razine goriva u spremniku, izraženog u postocima, i pripadnog vremenskog profila potrošnje goriva, koji su prikazani na slici 3. Vremenski profil razine goriva aproksimiran je polinomom niskog stupnja kako bi se uklonio šum iz spremljenih podataka.



Slika 3. Snimljeni vremenski profil razine goriva u spremniku s pripadnom polinomskom aproksimacijom, te pripadni vremenski profil potrošnje goriva [1].

### 2.1.2. Određivanje stvarne mase vozila

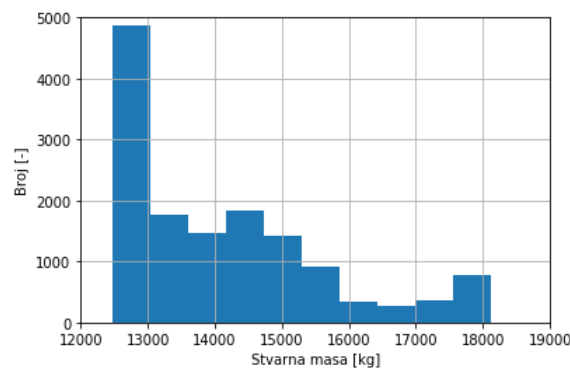
Budući da se smatra da se ukupna masa vozila, koja uključuje i masu putnika u autobusu, ne mijenja za vrijeme vožnje između dvije uzastopne stanice, vozni podaci su podijeljeni u vozne cikluse, gdje je početak  $k$ -tog ciklusa definiran kao polazak s  $k$ -te autobusne stanice, a kraj na dolasku na  $(k+1)$ -u autobusnu stanicu. Masa vozila se tada određuje za svaki vozni ciklus zasebno. Ukupan broj vozni ciklusa za koje je poznat broj putnika je 142.

Stvarna masa vozila  $m_{v,real}$ , s ciljem da se koristi kao mjera za procjenu mase vozila, računa se prema sljedećem izrazu:

$$m_{v,real} = m_{v,empty} + 75 \cdot (n_{pass} + 4) + \frac{0,8508 \cdot fuel_{level}}{100} \cdot 250, \quad (2)$$

gdje  $m_{v,empty} = 12031$  kg predstavlja masu praznog autobusa,  $n_{pass}$  je broj putnika u busu povećan za 4 jer se na taj način u izračun mase uključuju vozač i tri operatera zaduženih za brojanje putnika, a taj cijeli izraz pomnožen sa 75 kg predstavlja ukupnu masu putnika jer je uzeto u obzir da je 75 kg prosječna masa jednog čovjeka. Zadnji član predstavlja ukupnu masu goriva gdje je  $fuel_{level}$  razina goriva u spremniku izražena u postocima (gdje 100% predstavlja puni spremnik), vrijednost 250 volumen spremnika goriva u litrama (L), a 0,8508 gustoća dizel goriva u kg/L.

Razdioba stvarnih masa u 142 vozna ciklusa prikazana je na histogramu na slici 4.



Slika 4. Razdioba stvarnih masa u cijelom skupu podataka.

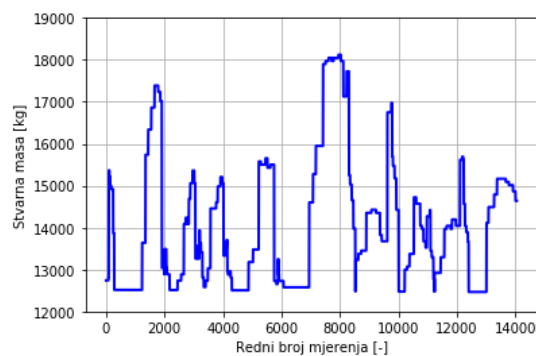
## 2.2. Obrada podataka

Konačni rezultat prikupljanja podataka čini veliki skup podataka za učenje i ispitivanje neuronske mreže koji se sastoji od 14041 različitog mjerenja. U njemu su sadržane određene ulazne varijable dobivene primjenom telemetrijskog sustava praćenja i izračunate stvarne mase

za svaki od 142 vozna ciklusa. Odabrane ulazne varijable, na temelju kojih će se provoditi procjena mase neuronskom mrežom, su:

- 1) brzina vozila [m/s],
- 2) akceleracija [ $\text{m/s}^2$ ],
- 3) nagib ceste [ $^\circ$ ],
- 4) brzina vrtnje SUI motora [rad/s],
- 5) opterećenje motora [%],
- 6) položaj pedale gasa [%].

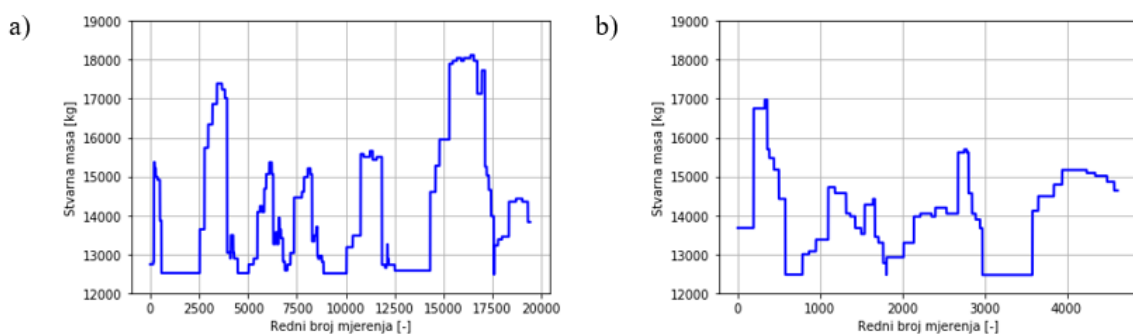
Svakoj toj kombinaciji ulaznih varijabli pridružena je odgovarajuća stvarna masa. Profil stvarne mase za cijeli skup podataka prikazan je na slici 5.



Slika 5. Profil stvarnih masa u cijelom skupu podataka.

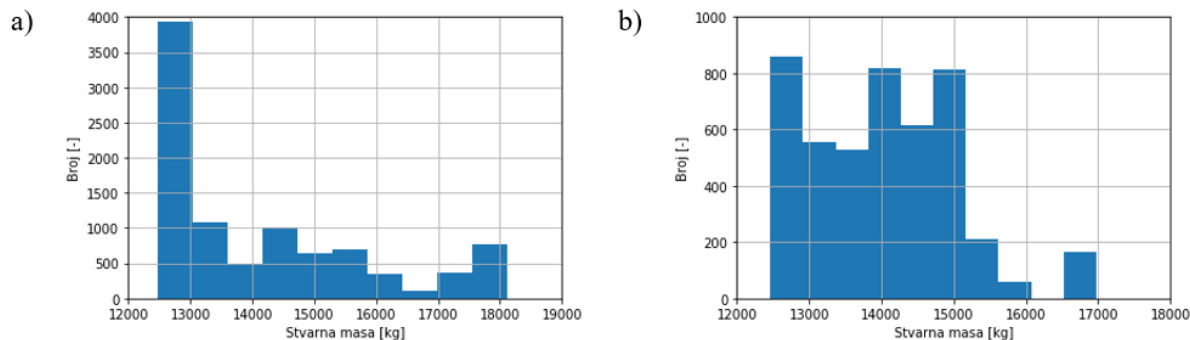
### 2.2.1. Podjela snimljenih podataka na podatke za učenje i podatke za ispitivanje

Pošto je učenje i ispitivanje mreže potrebno provesti na različitim skupovima podataka, ukupni skup podataka od 14041 mjerenja dijeli se na dva dijela. Prvih 9423 (67,1 %) mjerenja odvajaju se za veći skup podataka za učenje mreže, dok preostalih 4618 (32,9 %) mjerenja čini manji skup za ispitivanje mreže. Profili stvarnih masa za skupove podataka za učenje i ispitivanje prikazani su na slici 6.



Slika 6. Profil stvarnih masa u skupovima podataka za učenje (a) i ispitivanje (b).

Razdiobe stvarnih masa za skupove podataka za učenje i ispitivanje prikazane su na histogramima na slici 7, na kojima se vidi se kako su mjerenja u skupu podataka za učenje raspoređena po svim vrijednostima stvarnih masa, ali i da je najveći broj mjerenja snimljen pri minimalnoj stvarnoj masi. Skup podataka za ispitivanje bolje je uravnotežen od skupa za učenje, ali nedostaju mjerenja pri vrijednostima stvarnih masa od 16000 do 16500 kg.



Slika 7. Razdioba stvarnih masa u skupu podataka za učenje (a) i ispitivanje (b).

### 2.2.2. Skup podataka za validaciju

Za potrebe odabira strukture mreže i optimalnog broja koraka učenja potrebno je izdvojiti skup podataka za validaciju iz skupa podataka za učenje. U ovom slučaju, njega čine 25 % slučajno izabranih mjerenja iz skupa podataka za učenje.

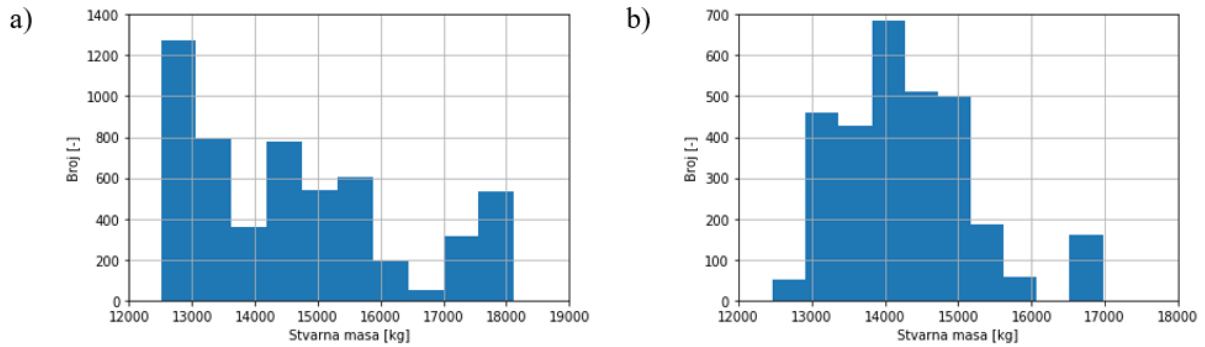
Proces učenja provodi se kako slijedi:

- 1) na preostalom skupu podataka za učenje provodi se parametriranje modela neuronske mreže,
- 2) na skupu podataka za validaciju provjeravaju se performanse parametriranog modela. Proces učenja se nastavlja dok se performanse na skupu za validaciju poboljšavaju, te se prekida u trenutku kada se performanse na ovom skupu počinju pogoršavati.

### 2.2.3. Korigirani podaci za učenje i ispitivanje

Analizom ulaznih varijabli u prikupljenom skupu podataka može se uočiti da postoji značajan broj mjerenja kod kojih je brzina vozila jednaka nuli. Broj takvih mjerenja je 5566 (39,6 %) u ukupnom skupu podataka, odnosno 3984 (42,3 %) u skupu podataka za učenje i 1582 (34,3 %) u skupu podataka za ispitivanje. Ta mjerenja su drugačija od ostalih jer se na temelju njih ne može fizikalno odrediti masu vozila, odnosno na temelju zadanih ulaznih varijabli nije moguće odrediti masu mirujućeg vozila. Uklanjanjem tih mjerenja iz već postojećih skupova podataka za učenje i ispitivanje dobiju se tzv. korigirani skupovi podataka za učenje i ispitivanje koji

sadrže samo ona mjerenja s brzinom vozila različitom od nule. Korigirani skup podataka za učenje tada sadrži 5439 mjerenja, dok korigirani skup podataka za ispitivanje sadrži 3036. Razdiobe stvarnih masa korigiranih skupova podataka za učenje i ispitivanje prikazane su na histogramima na slici 8.



Slika 8. Razdioba stvarnih masa u korigiranom skupu podataka za učenje (a) i ispitivanje (b).

Proučavajući slike može se vidjeti da se broj mjerenja pri niskim vrijednostima stvarne mase značajno smanjio što znači da je pri niskim vrijednostima stvarne mase vozilo uglavnom mirovalo (na krajnjim stanicama čekajući novi vozni red po razmatranoj ruti).

### 3. METODE PROCJENE MASE VOZILA

#### 3.1. Procjena mase primjenom fizikalnog modela [1]

Jedna od već postojećih metoda procjene mase predložena je u [1], a temelji se na fizikalnom modelu longitudinalne dinamike vozila, te će ovdje radi razumijevanja problematike biti sažeto opisana.

Pretpostavlja se da se snaga na kotaču u  $k$ -tom diskretnom trenutku  $P_{wheel,est}(k)$  troši na ubrzanje, uspon, otpor kotrljanja i aerodinamički otpor, te se računa prema izrazu:

$$P_{wheel,est}(k) = [m_v a_v(k) + m_v g \sin(\alpha(k)) + m_v R_o \cos(\alpha(k)) + 0,5 \rho_{air} C_d A_f v_v(k)^2] v_v(k), \quad (3)$$

gdje  $m_v$  predstavlja masu vozila,  $a_v$  akceleraciju vozila,  $v_v$  brzinu vozila,  $\alpha$  nagib ceste,  $g$  ubrzanje sile teže,  $R_o$  faktor otpora kotrljanja,  $\rho_{air}$  gustoća zraka,  $C_d$  koeficijent aerodinamičkog otpora, a  $A_f$  čeonu površinu vozila. Prebacivanjem člana vezanog uz aerodinamički otpor na lijevu stranu jednadžbe (3), te izlučivanjem mase vozila na desnoj strani dobiva se:

$$P_{wheel,est}(k) - 0,5 \rho_{air} C_d A_f v_v(k)^3 = [v_v(k) a_v(k) + v_v(k) g \sin(\alpha(k)) + v_v(k) R_o \cos(\alpha(k))] m_v. \quad (4)$$

Izraz (4) se može zapisati u vektorskom obliku gdje svaki element vektora odgovara jednom diskretnom vremenskom trenutku:

$$\begin{bmatrix} P_{wheel,est}(1) - 0,5 \rho_{air} C_d A_f v_v(1)^3 \\ P_{wheel,est}(2) - 0,5 \rho_{air} C_d A_f v_v(2)^3 \\ \vdots \\ P_{wheel,est}(n) - 0,5 \rho_{air} C_d A_f v_v(n)^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_v(1) a_v(1) + v_v(1) g \sin(\alpha(1)) + v_v(1) R_o \cos(\alpha(1)) \\ v_v(2) a_v(2) + v_v(2) g \sin(\alpha(2)) + v_v(2) R_o \cos(\alpha(2)) \\ \vdots \\ v_v(n) a_v(n) + v_v(n) g \sin(\alpha(n)) + v_v(n) R_o \cos(\alpha(n)) \end{bmatrix} m_v, \quad (5)$$

odnosno

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} \cdot m_v, \quad (6)$$

gdje je

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} P_{wheel,est}(1) - 0,5 \rho_{air} C_d A_f v_v(1)^3 \\ P_{wheel,est}(2) - 0,5 \rho_{air} C_d A_f v_v(2)^3 \\ \vdots \\ P_{wheel,est}(n) - 0,5 \rho_{air} C_d A_f v_v(n)^3 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} v_v(1) a_v(1) + v_v(1) g \sin(\alpha(1)) + v_v(1) R_o \cos(\alpha(1)) \\ v_v(2) a_v(2) + v_v(2) g \sin(\alpha(2)) + v_v(2) R_o \cos(\alpha(2)) \\ \vdots \\ v_v(n) a_v(n) + v_v(n) g \sin(\alpha(n)) + v_v(n) R_o \cos(\alpha(n)) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Uz pretpostavku da se snaga na kotačima može učinkovito procijeniti na temelju snage SUI motora, moguće je izračunati masu vozila metodom najmanjih kvadrata prema izrazu:

$$m_v = (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{-1} \mathbf{x}^T \mathbf{y}. \quad (9)$$

Kao najbolji način određivanja snage na kotačima pokazala se metoda u kojoj se funkcionalna ovisnost snage na kotačima  $P_{wheel,est}$  o snazi SUI motora  $P_e$  dobiva na temelju velike količine snimljenih podataka.

$$P_{wheel,est}(k) = f(P_e(k)). \quad (10)$$

Snaga na kotačima  $P_{wheel,est}$  računa se na temelju fizikalnog modela longitudinalne dinamike vozila (3) i snimljenih podataka o brzini i akceleraciji vozila, nagibu ceste te mase procijenjene na temelju poznatog broja putnika. Snaga SUI motora u  $k$ -tom diskretnom trenutku dobiva se množenjem brzine vrtnje SUI motora i opterećenja motora izraženog u postocima i pomnoženog s maksimalnim iznosom momenta SUI motora. Nadalje, funkcionalna ovisnost snage na kotačima  $P_{wheel,est}$  o snazi SUI motora aproksimira se pripadnim polinomom 2. stupnja.

### 3.2. Procjena mase primjenom neuronske mreže

Opći pojmovi i način rada vezani uz neuronske mreže opisani su u dodatku ovog završnog rada, dok je u ovom poglavlju obrađena problematika procjene mase korištenjem neuronske mreže.

#### 3.2.1. Odabir parametara učenja i aktivacijske funkcije

Kako bi se moglo provesti učenje mreže korištenjem TensorFlow i Keras biblioteka, potrebno je definirati određene parametre.

##### 3.2.1.1. Optimizator [2]

Optimizatori su algoritmi koji određuju na koji se točno način mijenjaju težine tijekom učenja, odnosno odabirom optimizatora biramo metode kojima će se težiti što bržem smanjivanju funkcije gubitaka i postizanju što boljih rezultata. Optimizator određuje na koji način će se mijenjati koeficijent brzine učenja  $\eta$  i momentum, ali i način na koji će konvergirati prema rješenju s ciljem da pronađe globalni minimum.

U ovom slučaju, kao optimizator odabran je tzv. Adam. Adam optimizacijska metoda temelji se na stohastičnoj promjeni smjera pada gradijenta pogreške uz uporabu momentuma prvog i drugog reda, numerički je učinkovita, zahtijeva malo memorije na računalu i primjenjiva je na probleme s velikim brojem podataka i promjenjivih parametara.

### 3.2.1.2. Funkcija gubitaka

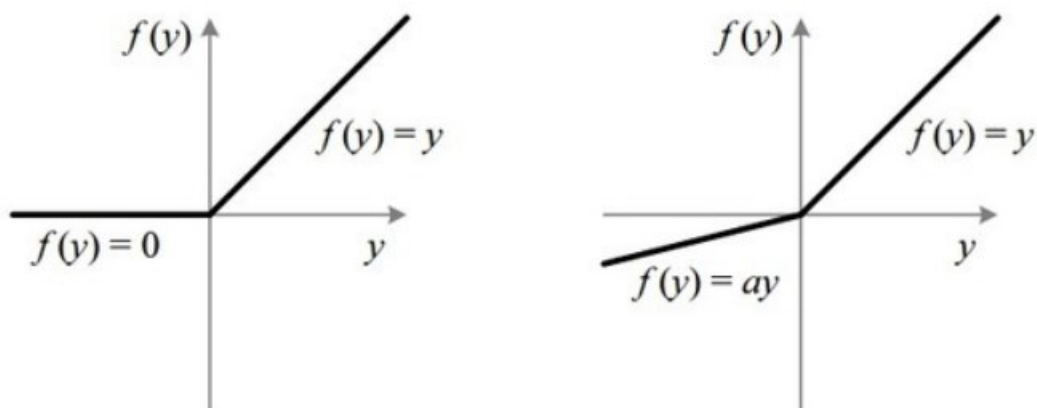
Funkcija gubitaka je mjera odstupanja (pogreške) dobivenih rezultata neuronske mreže od željenih te se ona u procesu učenja mreže pokušava minimizirati, odnosno težine u mreži će se mijenjati s ciljem postignuća što manjeg iznosa funkcije gubitaka što znači da će se dobiveni rezultati približavati željenima. Odabir funkcije gubitaka vezan je uz vrstu problema koji se rješava, odnosno vrlo je važno radi li se o problemu klasifikacije ili regresije. Budući da procjena mase vozila pripada skupini regresijskih problema, kao funkcija gubitaka odabrana se srednja kvadratna pogreška.

### 3.2.1.3. Veličina skupa (engl. batch size)

Veličina skupa određuje broj uzoraka iz skupa podataka za učenje koji će proći kroz mrežu prije ponovne promjene težina. Jedan korak učenja definiran je jednim prolaskom cijelog skupa podataka za učenje kroz mrežu. Što je manja veličina skupa, to se unutar jednog koraka učenja više puta promjene iznosi težina, i obrnuto. U ovom radu koristila se veličina skupa 4, ali važno je napomenuti da su ostvareni jednako dobri rezultati i za veličine skupa do 64. Daljnjim povećanjem veličine skupa, rezultati neuronske mreže su se postepeno pogoršavali.

### 3.2.1.4. Aktivacijska funkcija

Za aktivacijsku funkciju odabrana je „leaky ReLU“ (engl. *Leaky Rectified Linear Unit*), vrsta aktivacijske funkcije temeljena na običnoj ReLU aktivacijskoj funkciji. Obje funkcije prikazane su na slici 9. ReLU je jedna od najčešće korištenih aktivacijskih funkcija zbog svoje jednostavnosti, ali pošto je nelinearna, može se koristiti za rješavanje nelinearnih problema.



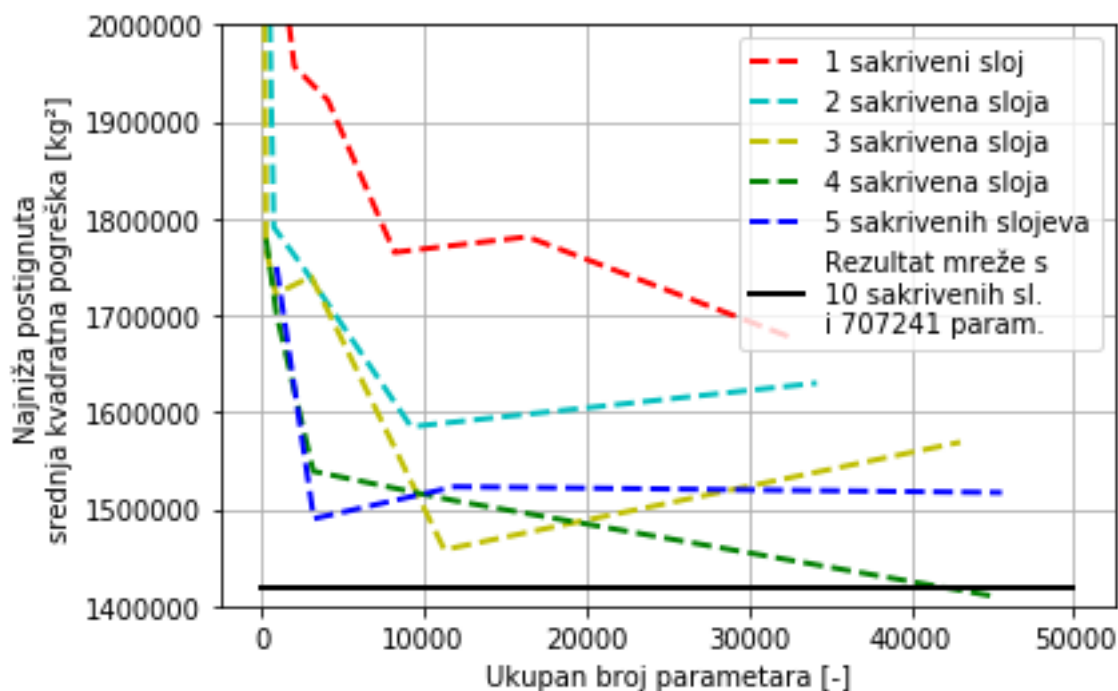
Slika 9. Obična ReLU (lijevo) i leaky ReLU (desno) funkcija.



Problem kod obične ReLU funkcije je to što je nagib funkcije jednak 0 u području negativnih ulaznih vrijednosti. Budući da su promjene u težinama proporcionalne gradijentu aktivacijske funkcije, može se dogoditi da u povratnoj fazi učenja ne dođe do nikakve promjene u težinama. Pošto odstupanje dobivenih i željenih izlaza mreže postoji, mreža bi još uvijek trebala učiti, ali zbog nemogućnosti da promjeni težine, ne može se ostvariti nikakav napredak. Leaky ReLU rješava taj problem tako što ostvaruje dovoljno mali nagib funkcije u području negativnih ulaznih vrijednosti kako bi se uvijek mogle ostvariti promjene težina.

### 3.2.2. Struktura neuronske mreže

Za određivanje broja sakrivenih slojeva i broja parametara mreže koristila se sljedeća metoda. Ispitane su različite mreže s različitim strukturama. Ispitivanje mreže provedeno je na skupu podataka za validaciju, a učenje na preostalom skupu podataka za učenje. Proučavala se najniža srednja kvadratna pogreška na skupu podataka za validaciju koju je mreža tijekom učenja postigla. Slika 10 prikazuje najnižu postignutu srednju kvadratnu pogrešku u ovisnosti o broju parametara za neuronske mreže s različitim brojem sakrivenih slojeva.



Slika 10. Ovisnost najniže postignute srednje kvadratne pogreške o broju parametara za mreže s različitim brojem sakrivenih slojeva.

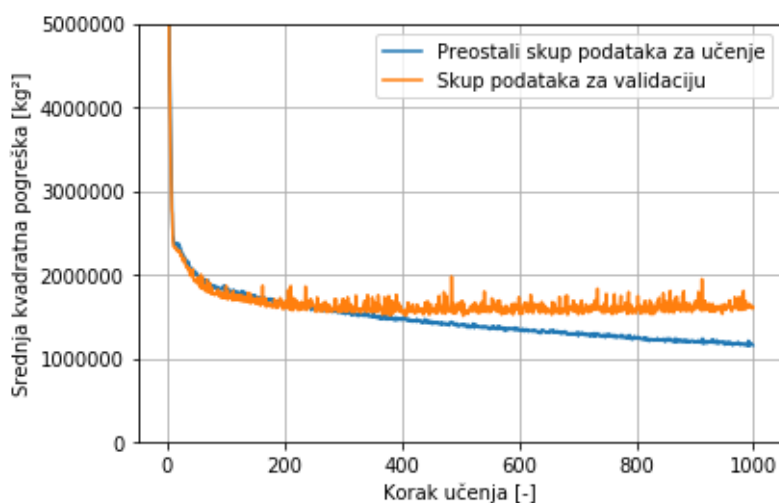
Promatrajući neuronsku mrežu s jednim sakrivenim slojem, može se uočiti kako se povećanjem broja parametara (neurona) smanjuje najniža srednja kvadratna pogreška koju ta mreža može postići, odnosno mreža može opisivati sve složeniju i složeniju dinamiku. Povećanjem broja

sakrivenih slojeva znatno se smanjuje broj potrebnih parametara za opisivanje složene dinamike. Donja crna linija predstavlja najnižu srednju kvadratnu pogrešku koju je postigla mreža s 10 sakrivenih slojeva i 707241 parametrom. Vidljivo je da se broj parametara i sakrivenih slojeva ne isplati povećavati preko neke mjere jer se već postigao dovoljno velik kapacitet mreže da se opiše složena dinamika problema.

Na temelju toga, odabire se struktura mreže s jednim ulaznim slojem koji sadrži 6 neurona (6 ulaznih varijabli), 5 sakrivenih slojeva s 128, 64, 32, 16 i 8 neurona, te jednim izlaznim slojem s jednim neuronom (1 izlazna varijabla, masa). Sveukupno, mreža sadrži 11905 promjenjivih parametara.

### 3.2.3. Optimalan korak učenja

Kako bi se odredio optimalan korak učenja, provelo se jedno učenje mreže sa 75% mjerenja iz skupa podataka za učenje, dok se ostalih 25% koristilo kao skup podataka za validaciju. Proučavala se srednja kvadratna pogreška tijekom učenja (prikazana na slici 11) te se na temelju nje odredilo kada treba prekinuti učenje, odnosno koji je optimalan broj koraka učenja.



Slika 11. Raspodjela srednje kvadratne pogreške tijekom učenja.

Na slici se vidi kako se srednja kvadratna pogreška smanjuje u prvih 200 koraka učenja za oba skupa podataka, a nakon toga se počinje polako povećavati za skup podataka za validaciju i smanjivati za preostali skup podataka za učenje. Kao optimalan broj koraka učenja uzima se broj 200 jer do tog trenutka mreža postiže sve bolje i bolje rezultate učenjem, a nakon toga dolazi do preučenja.

### 3.2.4. Učenje neuronske mreže

Učenje se provelo za dvije neuronske mreže te na temelju toga razlikujemo:

- 1) Neuronsku mrežu 1,
- 2) Neuronsku mrežu 2.

Obje mreže primaju iste ulazne varijable, a to su:

- 1) brzina vozila [m/s],
- 2) akceleracija vozila [m/s<sup>2</sup>],
- 3) nagib ceste [°],
- 4) brzina vrtnje SUI motora [rad/s],
- 5) opterećenje motora [%],
- 6) položaj pedale gasa [%],

a kao rezultat na izlazu daju procijenjenu masu. Nadalje, imaju istu strukturu mreže s jednim ulaznim, 5 sakrivenih i jednim izlaznim slojem, te sveukupno 11905 promjenjivih parametara. Učenje obje mreže provedeno je s istim parametrima i s korakom učenja 200. Razlika između Neuronske mreže 1 i Neuronske mreže 2 je u skupu podataka koji se koristio za učenje. Za učenje Neuronske mreže 1 koristio se cijeli skup podataka za učenje, dok se za učenje Neuronske mreže 2 koristio korigirani skup podataka za učenje (korigirani skup podataka ne uključuje podatke gdje je brzina vozila bila 0 m/s).

### 3.3. Metode procjene mase korištenjem neuronske mreže

U svrhu procjene mase korištenjem neuronske mreže, ispitane su četiri metode:

- 1) Metoda 1 - procjena mase na temelju trenutnih mjerenja,
- 2) Metoda 2 - online procjena mase korištenjem fiksnog vremenskog prozora,
- 3) Metoda 3 - online procjena mase korištenjem vremenskog prozora promjenjive širine,
- 4) Metoda 4 - offline procjena mase.

#### 3.3.1. Metoda 1: Procjena mase na temelju trenutnih mjerenja

Metoda 1 predstavlja najjednostavniju od ispitanih metoda. Masa se u svakom diskretnom vremenskom trenutku  $k$  procjenjuje samo na temelju mjerenja (ulaznih podataka) u tom istom  $k$ -tom trenutku i ta procijenjena masa se uzima kao konačni rezultat. Nedostatak ove metode je prilična osjetljivost na šum u ulaznim podacima.

### **3.3.2. Metoda 2: Online procjena mase korištenjem fiksnog vremenskog prozora**

Korištenjem ove metode, masa se procjenjuje na način da se u određenom diskretnom vremenskom trenutku  $k$  prvo procijeni masa samo na temelju jednog mjerenja u tom  $k$ -tom trenutku, a rezultat te procjene se sprema u memoriju. Kao konačni rezultat procijenjene mase uzima se srednja vrijednost zadnjih  $n$  pojedinačno procijenjenih masa spremljenih u memoriji, gdje je  $n$  širina fiksnog prozora. Dakle, ova metoda konačni rezultat procjene mase u nekom trenutku određuje na temelju zadnjih  $n$  mjerenja. Pošto se procjena mase ne temelji samo na jednom mjerenju, ova metoda je otpornija na šum nego Metoda 1. Nadalje, kvaliteta procjene mase ovom metodom ovisi o odabiru širine fiksnog prozora  $n$ . Ako se za širinu fiksnog prozora odabere velik broj, bit će potreban velik broj mjerenja da se značajno promijeni konačna procijenjena masa što rješava problem šuma u ulaznim podacima, ali onemogućava dobru procjenu pri brzim promjenama stvarne mase. Mala širina fiksnog prozora omogućava da se prate brze promjene stvarnih masa, ali se povećava osjetljivost na šum. Za konačnu širina fiksnog prozora uzima se onaj  $n$  kod kojeg je najveći indeks determinacije  $R^2$ , što znači da taj  $n$  najbolje opisuje promjenu stvarne mase.

### **3.3.3. Metoda 3: Online procjena mase korištenjem vremenskog prozora promjenjive širine**

Vozni ciklus definiran je kao dio vožnje u kojem stvarna masa ostaje nepromijenjena. Kako se tijekom vožnje unutar jednog voznog ciklusa prikupljaju podaci, procjenjuju se mase na temelju pojedinačnih mjerenja, a kao konačni rezultat procjene mase u nekom trenutku uzima se srednja vrijednost svih prethodnih, pojedinačnih procjena masa koje su dobivene unutar tog istog voznog ciklusa. Dakle, kao i kod Metode 2, i ovdje se konačna procjena mase određuje na temelju usrednjenih vrijednosti prethodnih, pojedinačnih procjena masa. Razlika je ta što se kod Metode 3 ne uzima uvijek isti fiksni broj procijenjenih masa za izračun konačne, usrednjene vrijednosti, nego se uzima što je više procijenjenih masa moguće, pod uvjetom da pripadaju istom voznom ciklusu, odnosno da ukazuju na istu stvarnu masu. Kada dođe do promjene voznog ciklusa, odnosno kada se očita promjena stvarne mase (npr. pomoću senzora otvorenosti vrata autobusa), odbacuje se prethodni konačni rezultat procjene mase temeljen na usrednjenim vrijednostima i cijeli postupak se ponavlja za novi vozni ciklus. Metoda 3 daje loše (šumovite) rezultate pri brzim promjenama stvarnih masa. Poboljšanje ove metode moglo bi se ostvariti ako se umjesto potpunog odbacivanja podatka o konačnoj procijenjenoj masi iz prošlog voznog ciklusa nastavlja procjena mase, ali s tim da se u obzir uzme i prethodni rezultat procjene mase u formi digitalnog filtra.

#### **3.3.4. Metoda 4: Offline procjena mase**

Ova metoda može se koristiti za naknadnu procjenu i analizu profila mase vozila na temelju već poznatih (snimljenih) podataka. Metoda 4 daje jednu konačnu vrijednost procijenjene mase po voznom ciklusu na temelju svih mjerenja u tom istom voznom ciklusu. Prvo se na temelju svakog mjerenja unutar jednog voznog ciklusa dobije jedna procijenjena masa, a kao konačni rezultat uzima se srednja vrijednost svih tih pojedinačnih procijenjenih masa u tom voznom ciklusu.

## 4. REZULTATI PROCJENE MASE

Za analizu rezultata i ocjenjivanje različitih metoda procjene mase koristit će se koeficijent korelacije  $K$  i indeks determinacije  $R^2$ .

Koeficijent korelacije  $K$  izražava mjeru povezanosti između dvije varijable. Njegova vrijednost kreće se od +1 (savršena pozitivna korelacija) do -1 (savršena negativna korelacija). Predznak koeficijenta nije povezan sa snagom korelacije nego ukazuje na smjer, odnosno je li pozitivna ili negativna.

Indeks determinacije  $R^2$  pokazuje koliki je udio promjena u mjerenim vrijednostima zavisne varijable objašnjen modelom. Promatrani model je reprezentativniji što je indeks determinacije bliži jedinici, dok  $R^2 = 0$  znači da model uopće ne uspijeva objasniti vezu između ulaznih i izlazne varijable.

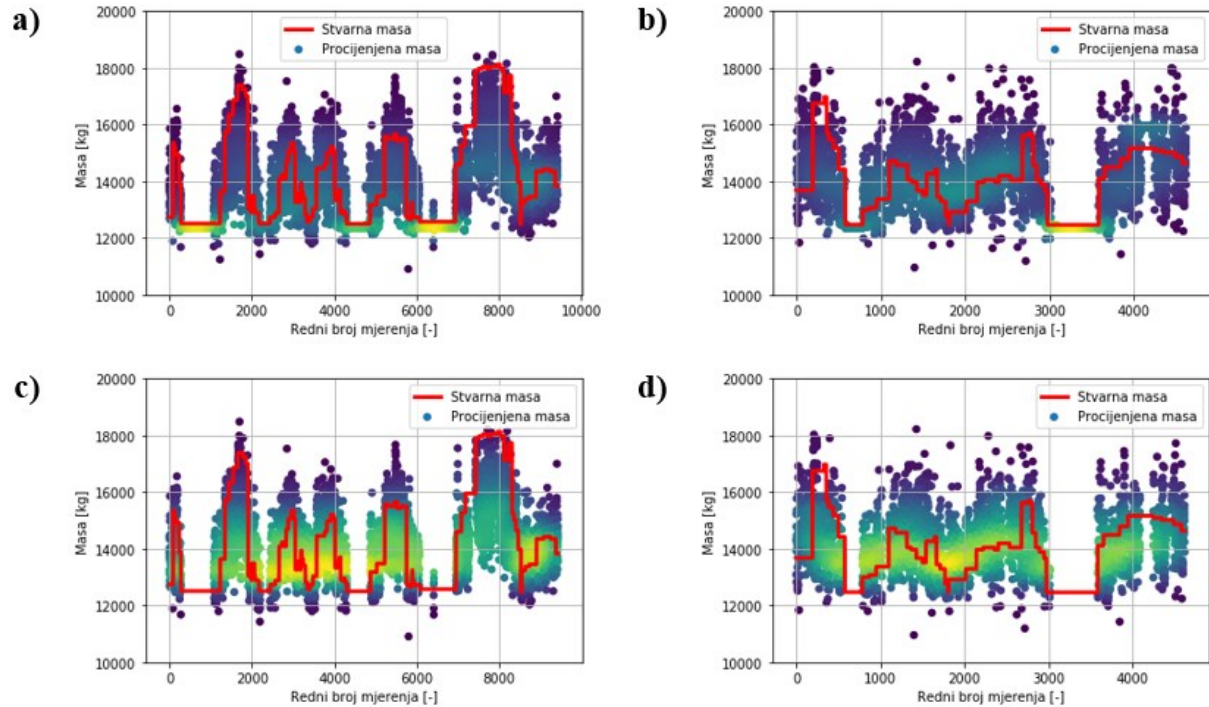
### 4.1. Rezultati procjene mase na temelju trenutnih mjerenja (Metoda 1)

U prvom dijelu ovog poglavlja će se opisati svaka pojedinačna metoda procjene mase, dok će se u zadnjem potpoglavlju dati detaljna usporedna analiza pojedinih metoda u smislu navedenih kriterija.

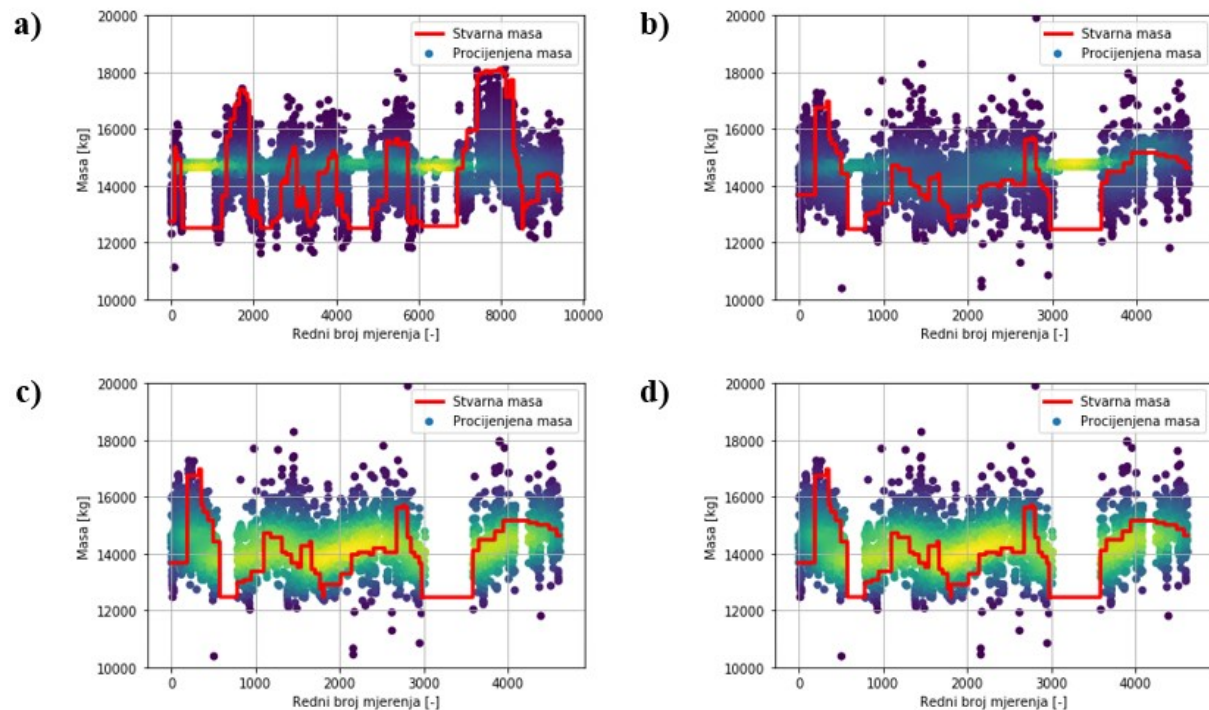
Na slikama 12 i 13 prikazani su rezultati metode 1 korištenjem Neuronskih mreža 1 i 2 na svim skupovima podataka. Zbog šuma u ulaznim rezultatima, procjena mase temeljena na trenutnim mjerenjima daje loše rezultate. To se vidi po negativnom indeksu determinacije što znači da bi se bolji rezultati postigli kada bi svaka procijenjena masa odgovarala srednjoj vrijednosti svih stvarnih masa. Neuronska mreža bolje procjenjuje masu na skupovima podataka na kojima je učena, što je i očekivani rezultat.

Poznato je da je većina mjerenja s malom stvarnom masom snimljeno kada je vozilo mirovalo te da se na temelju tih mjerenja ne može fizikalno odrediti masa vozila. Možemo uočiti da Neuronska mreža 1 (koja je učena na svim podacima) daje naizgled dobre rezultate za mjerenja iz tih područja u skupu podataka za ispitivanje, ali to je samo zato što su se ista takva mjerenja pojavila i u skupu podataka za učenje. S druge strane, pošto tih podataka nije bilo u korigiranom skupu podatak za učenje, Neuronska mreža 2 ih nije mogla „naučiti“, a pošto se iz njih fizikalno ne može odrediti masa, ona daje naizgled loše rezultate.

Na slikama 14 i 15 prikazana je usporedba procijenjene mase i stvarne mase dobivenih Metodom 1, a slike 16 i 17 prikazuju histogram reziduala (razlika procijenjene i stvarne mase) Metode 1 koristeći Neuronske mreže 1 i 2, i sve skupove podataka.

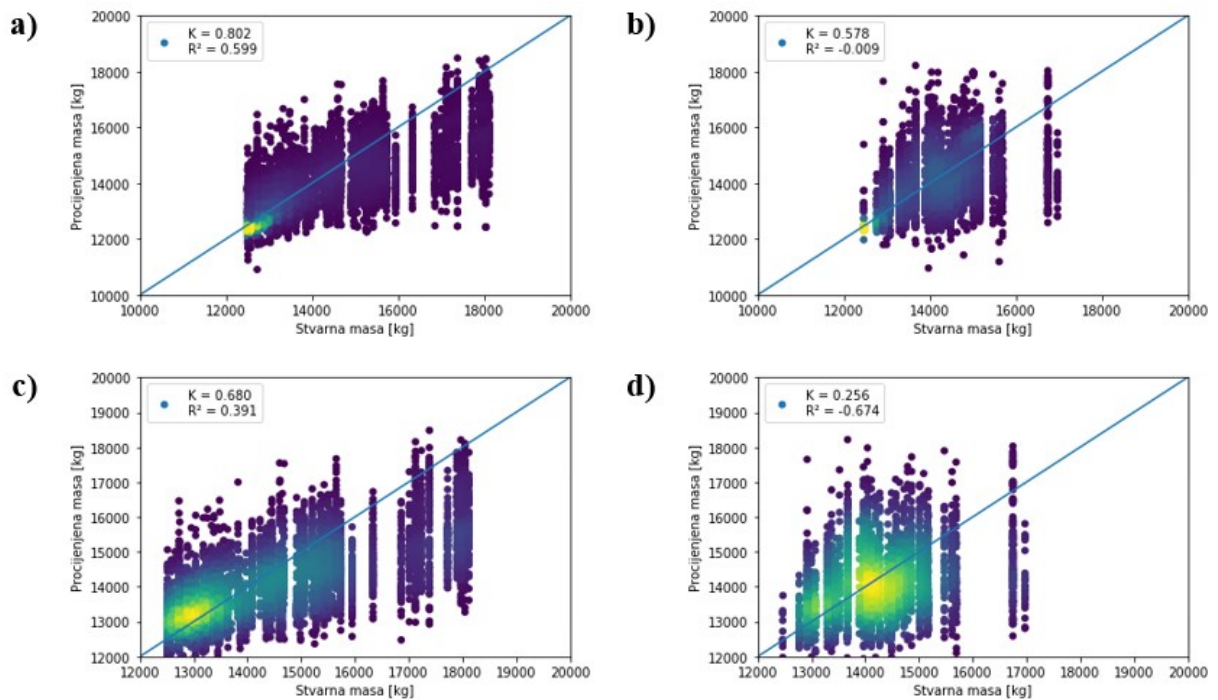


Slika 12. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).

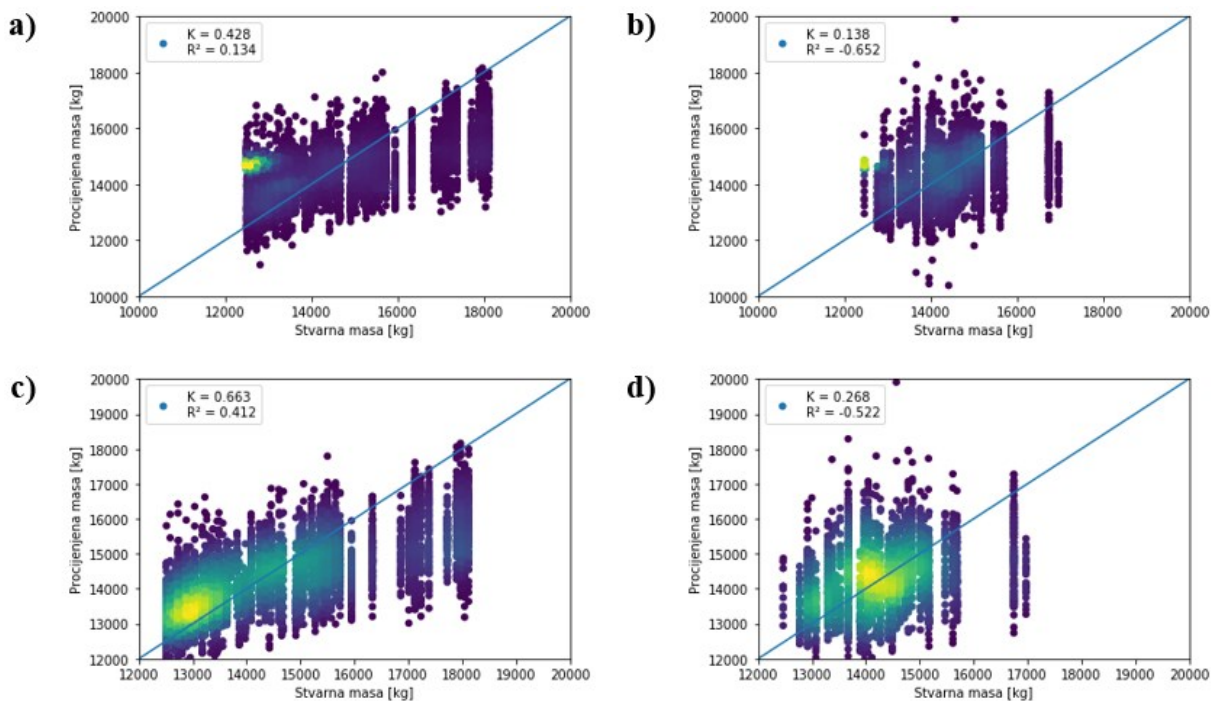




Slika 13. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).

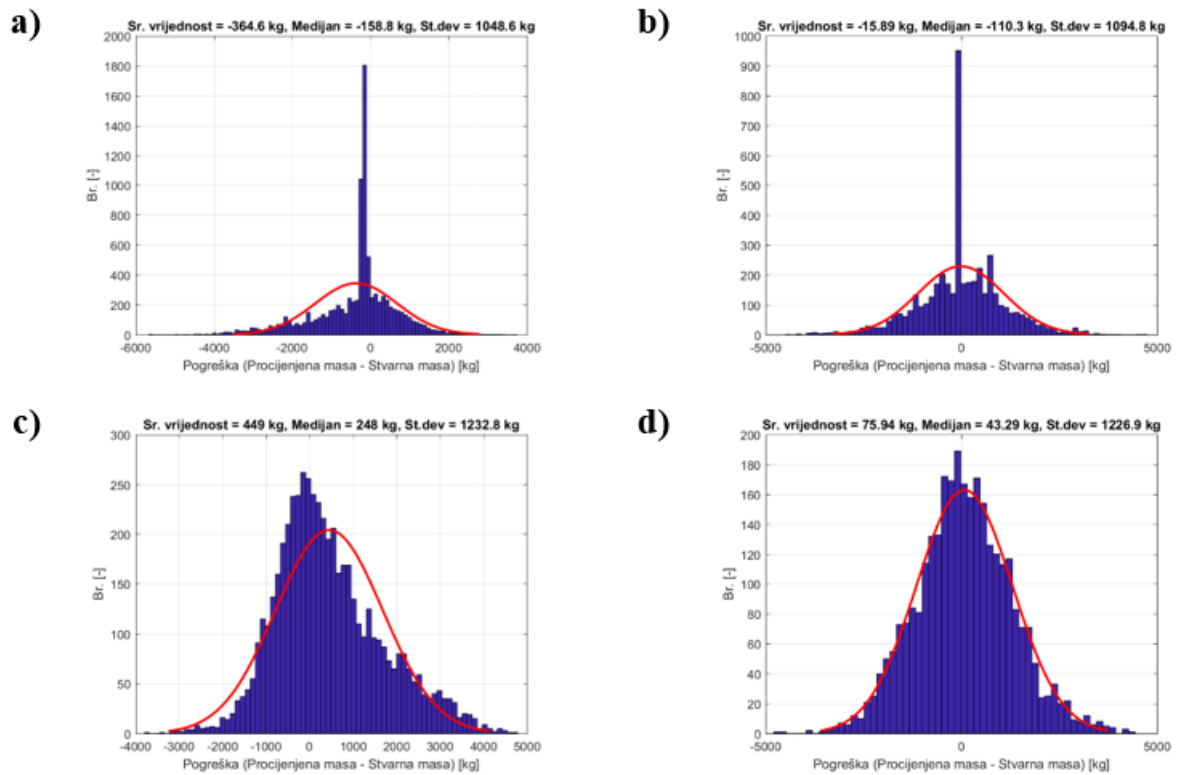


Slika 14. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).

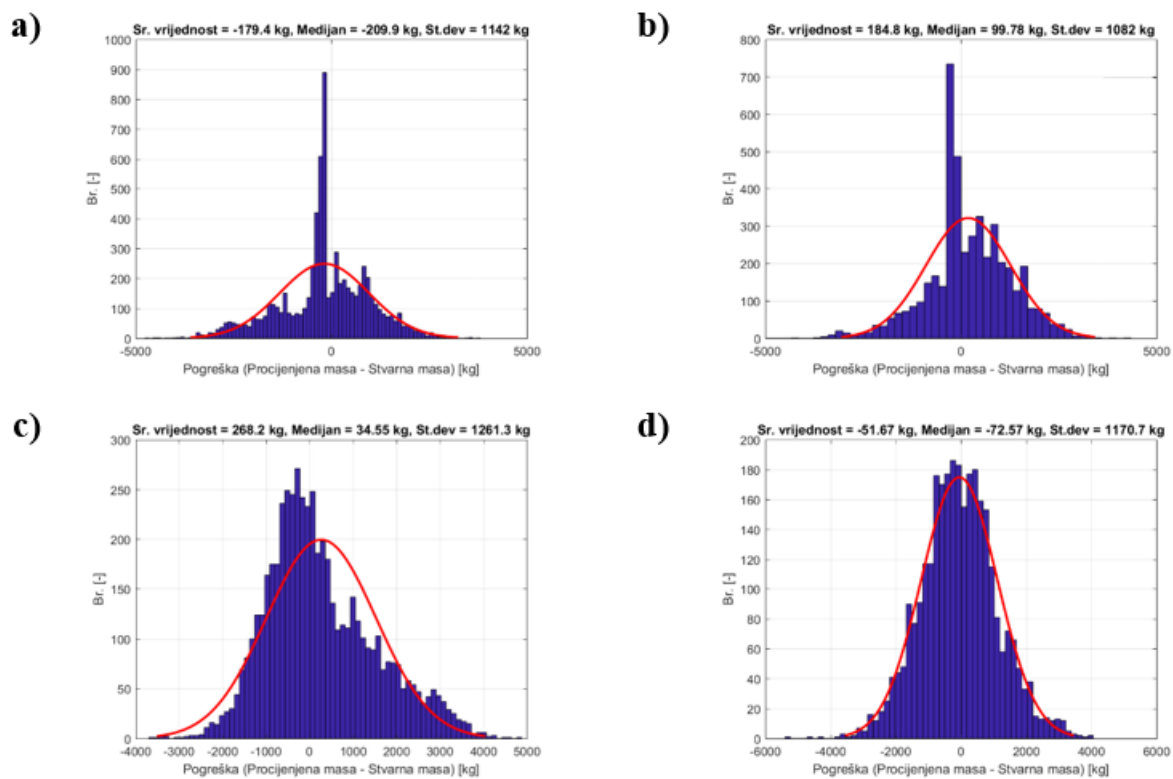


Slika 15. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).





Slika 16. Histogram reziduala Neuronske mreže 1 i Metode 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



Slika 17. Histogram reziduala Neuronske mreže 2 i Metode 1 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).

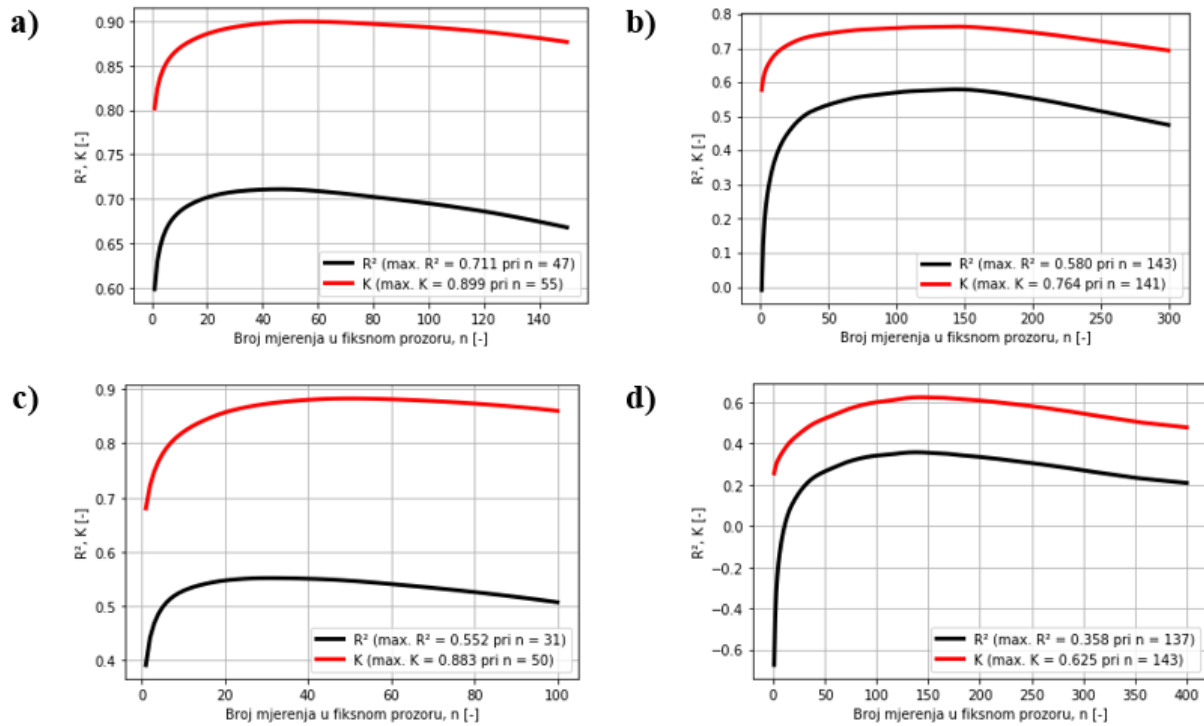
#### 4.2. Rezultati online procjene mase korištenjem fiksnog vremenskog prozora (Metoda 2)

Kako je i navedeno, širina fiksnog prozora utječe na rezultate procjene mase. Mala širina fiksnog prozora omogućava praćenje brzih promjena stvarnih masa, ali povećava osjetljivost na šum, dok velika širina fiksnog prozora smanjuje osjetljivost na šum, ali usporava značajne promjene konačne procjene mase zbog čega ova metoda tada ne može pratiti brze promjene mase. Poželjno je naći optimalnu širinu fiksnog prozora s kojom bi ova metoda i dalje mogla dovoljno dobro pratiti promjenu stvarne mase, ali da i se i dalje konačna procjena mase temelji na dovoljno velikom broju mjerenja kako bi se izbacio šum iz konačnih rezultata.

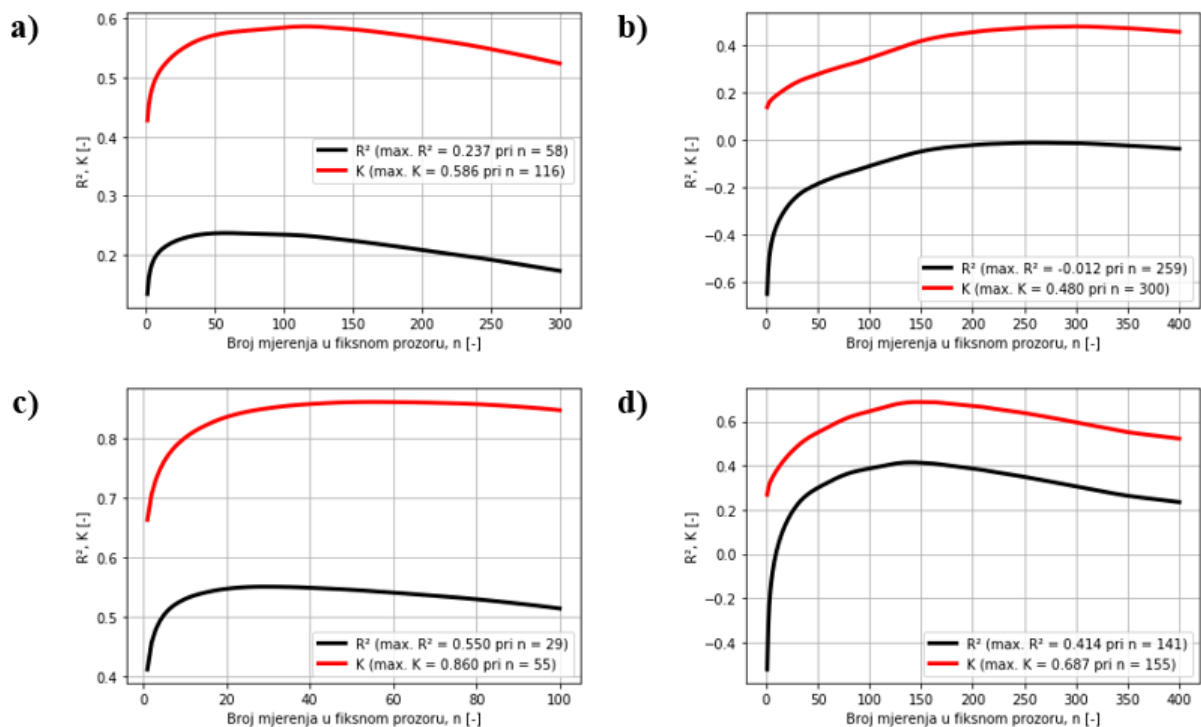
Slike 18 i 19 prikazuju ovisnost koeficijenta korelacije  $K$  i indeksa determinacije  $R^2$  dobivenih korištenjem Metode 2 za procjenu mase o širini fiksnog prozora  $n$ . Može se uočiti da u početku mala povećanja širine fiksnog prozora imaju velik utjecaj u smanjivanju osjetljivosti na šum, ali daljnjim povećanjem širine samo se smanjuje mogućnost opisivanja brzih promjena stvarnih masa. Kao optimalna širina fiksnog prozora uzima se onaj broj mjerenja u fiksnom prozoru na temelju kojeg rezultata se postiže najveći indeks determinacije  $R^2$ . Također se može primjetiti da je optimalna širina fiksnog prozora  $n$  znatno manja kod skupova podataka na kojima mreža daje bolje rezultate, odnosno na podacima na kojim je učena. To se može objasniti na sljedeći način. Ako mreža već na temelju pojedinačnih, trenutnih mjerenja daje bolje rezultate, bit će potrebna manja širina fiksnog prozora (manji broj mjerenja) da se iz šuma točno odredi masa, pa će uz manju širinu fiksnog prozora ujedno moći i pratiti brze promjene stvarnih masa.

Slike 20-25 prikazuju rezultate procjene mase dobivene korištenjem Metode 2 i optimalne širine fiksnog prozora  $n$  za obje neuronske mreže i sve skupove podataka.

Važno je napomenuti da se na korigiranim skupovima podataka procjena mase korištenjem fiksnog vremenskog prozora temeljila samo na mjerenjima kada je brzina vozila bila različita od nule, a na slikama 20c, 20d, 21c i 21d se, pri mjerenjima kada je brzina vozila bila jednaka 0, zadržavala se prethodna vrijednost procjene mase temeljena na podacima iz kojih je fizikalno moguće odrediti masu. Optimalne širine fiksnog prozora za obje neuronske mreže i za sve skupove podataka dane su u tablici 1.



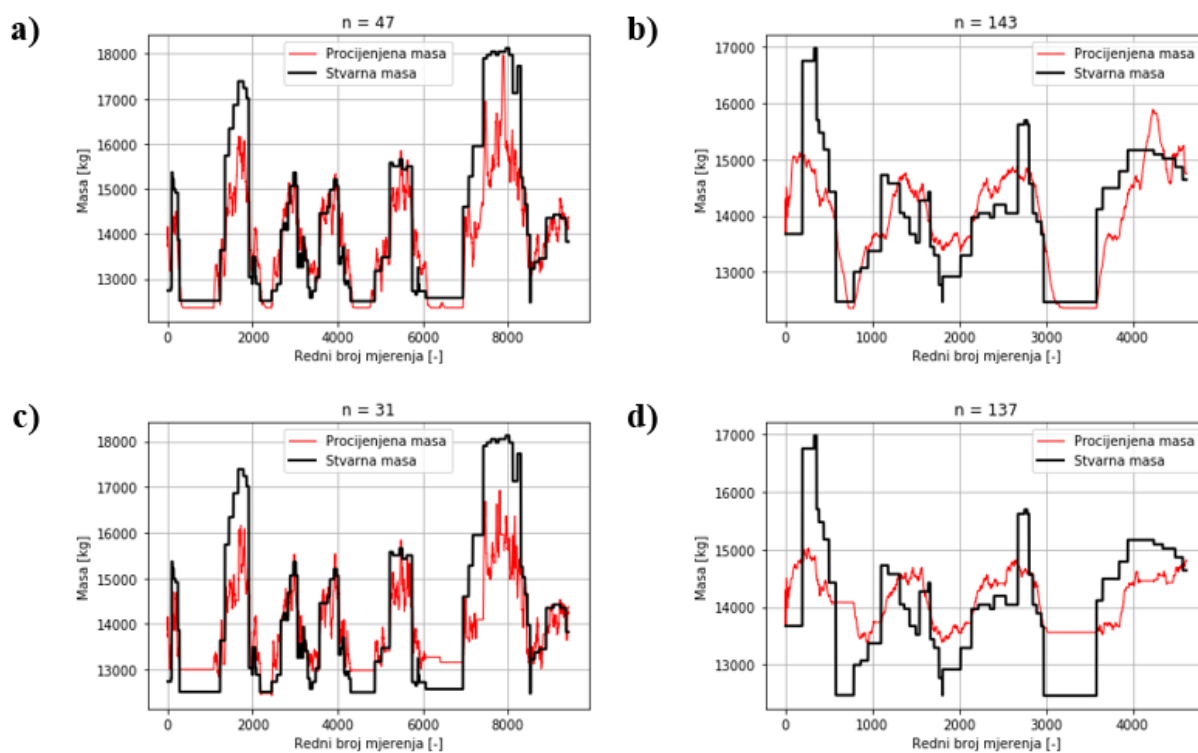
Slika 18. Ovisnost koeficijenta korelacije i indeksa determinacije o širini fiksnog prozora za Neuronsku mrežu 1 i za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



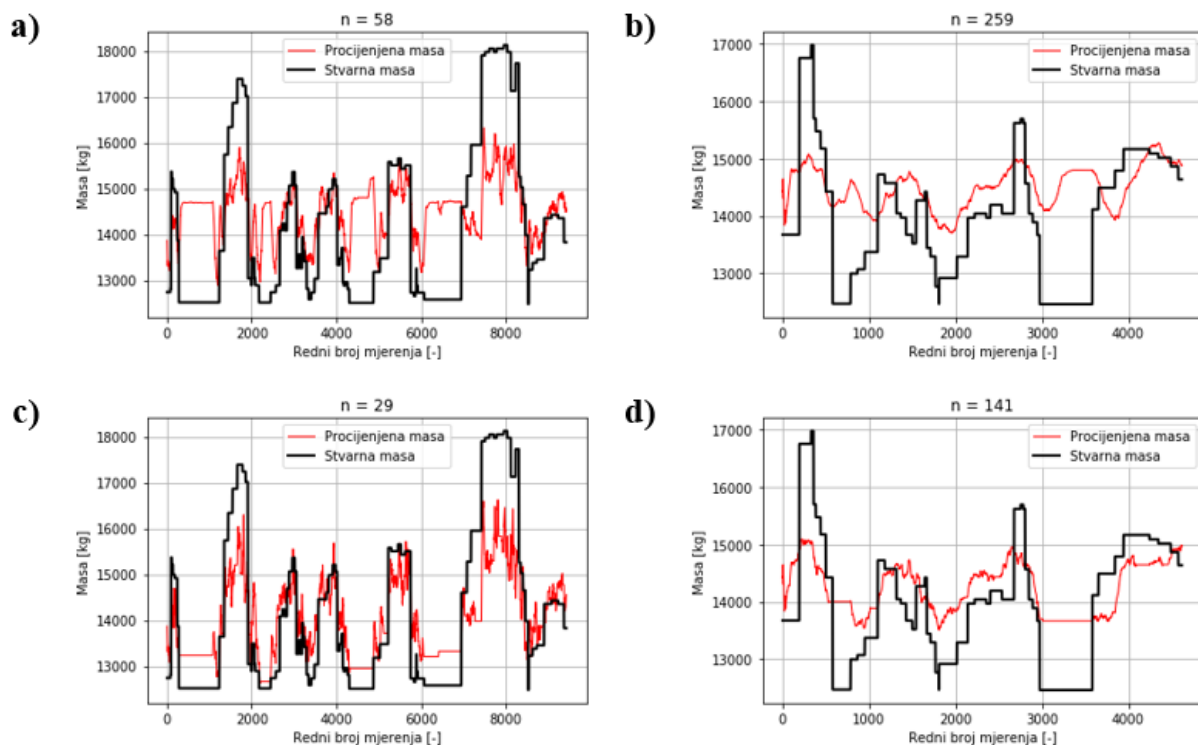
Slika 19. Ovisnost koeficijenta korelacije i indeksa determinacije o širini fiksnog prozora za Neuronsku mrežu 2 i za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).

Tablica 1. Optimalna širina fiksnog vremenskog prozora.

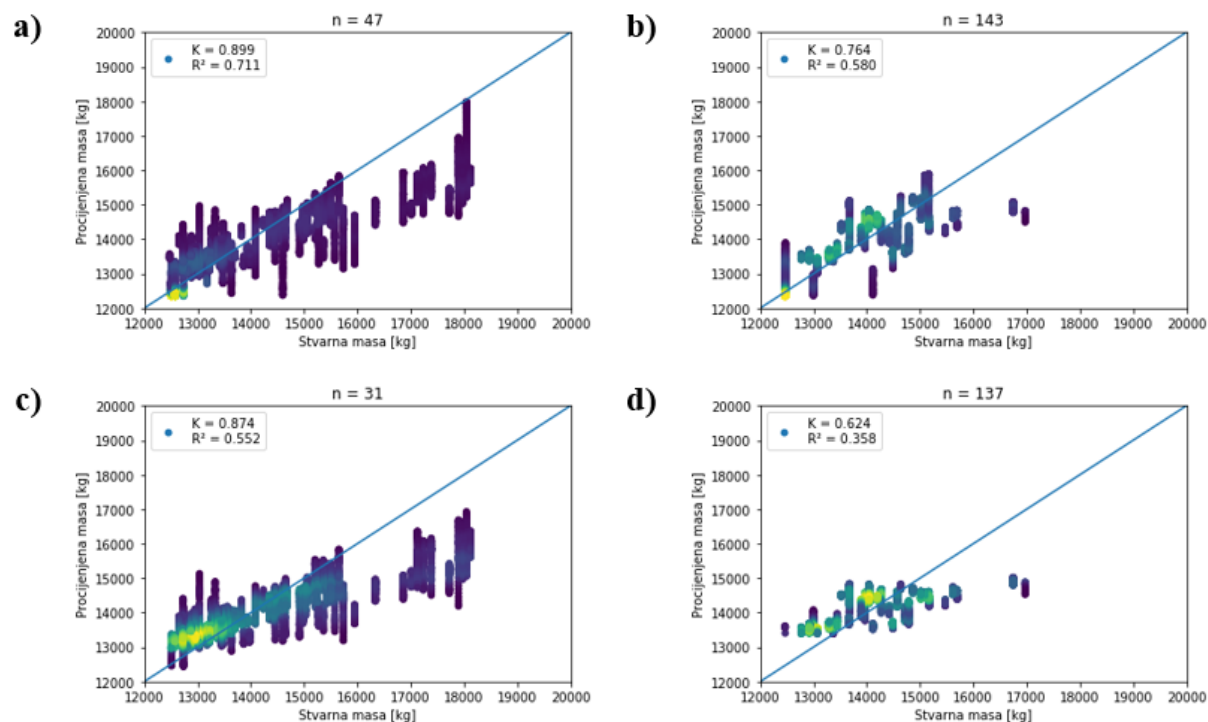
	Skup podataka za učenje	Skup podataka za ispitivanje	Korigirani skup podataka za učenje	Korigirani skup podataka za ispitivanje
Neuronska mreža 1	47	143	31	137
Neuronska mreža 2	58	259	29	141



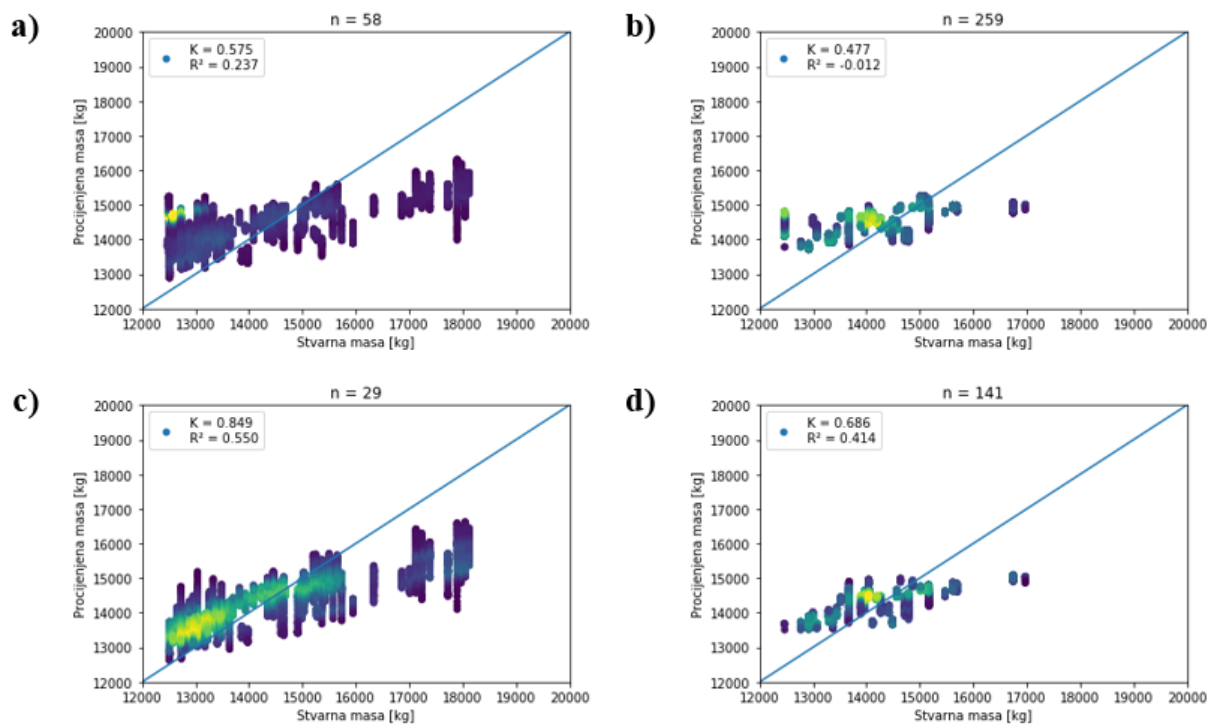
Slika 20. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



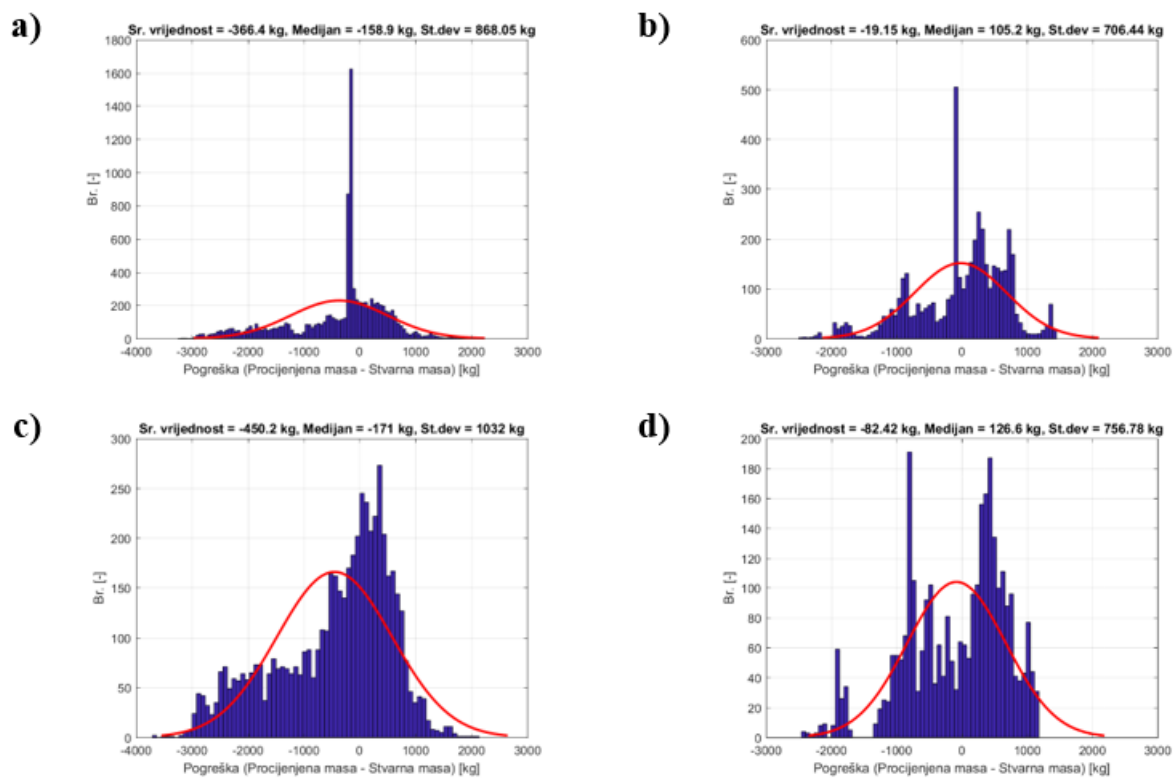
Slika 21. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



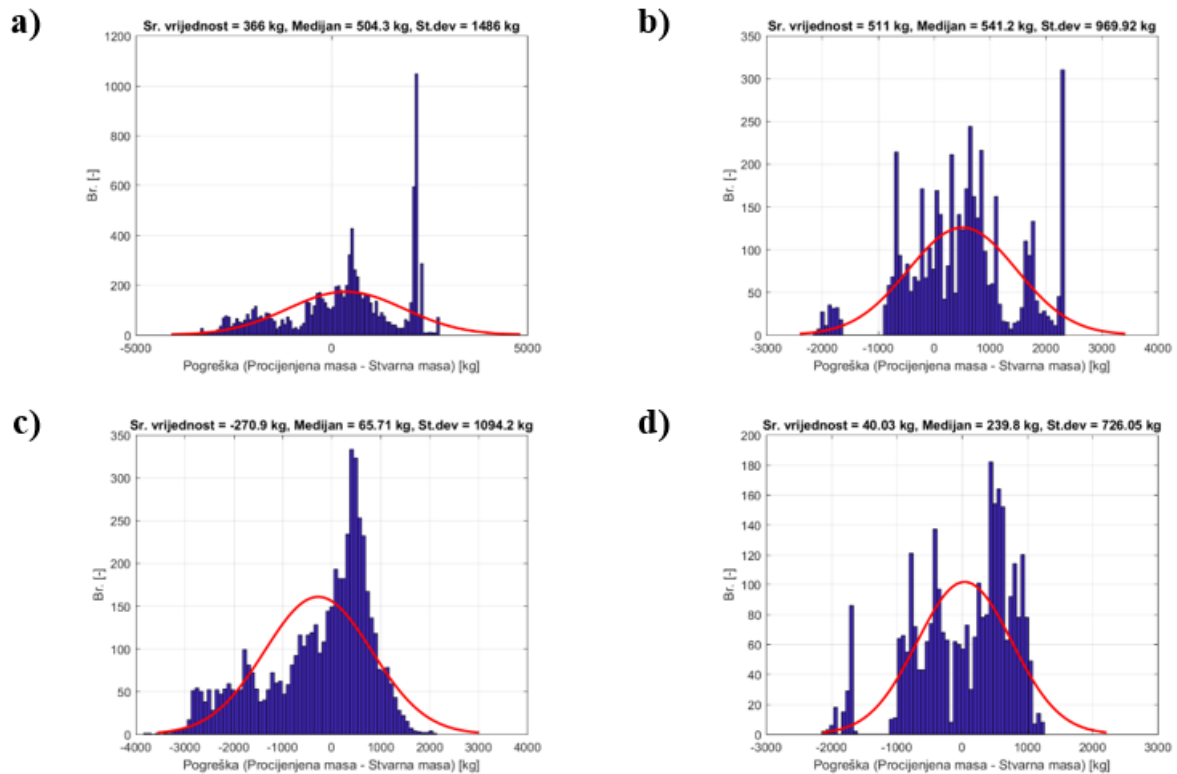
Slika 22. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



Slika 23. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



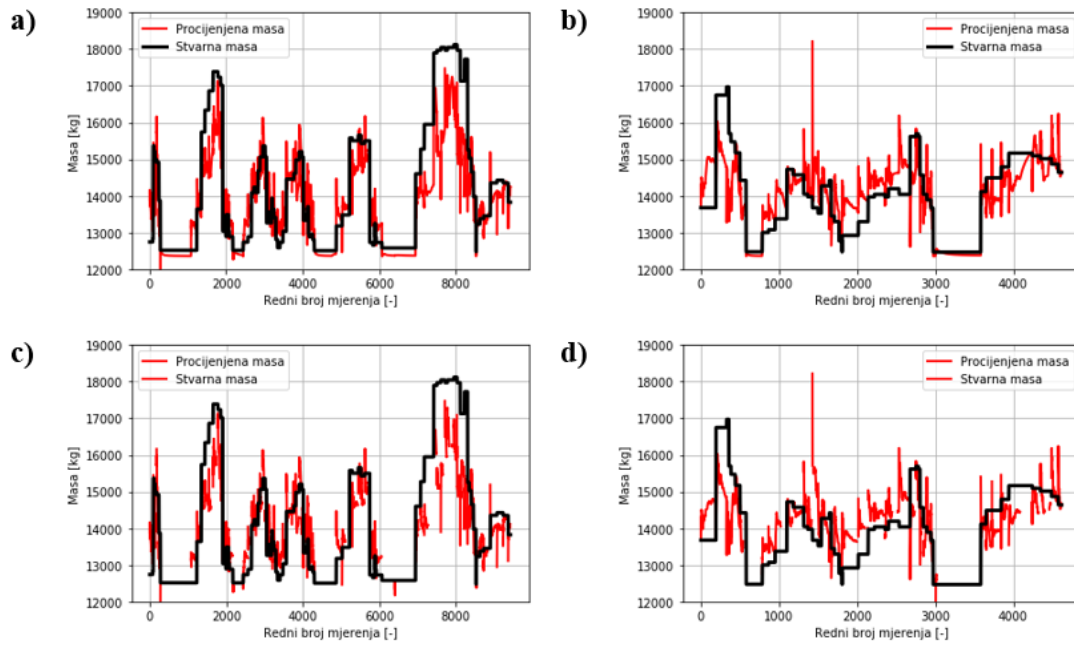
Slika 24. Histogram reziduala Neuronske mreže 1 i Metode 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



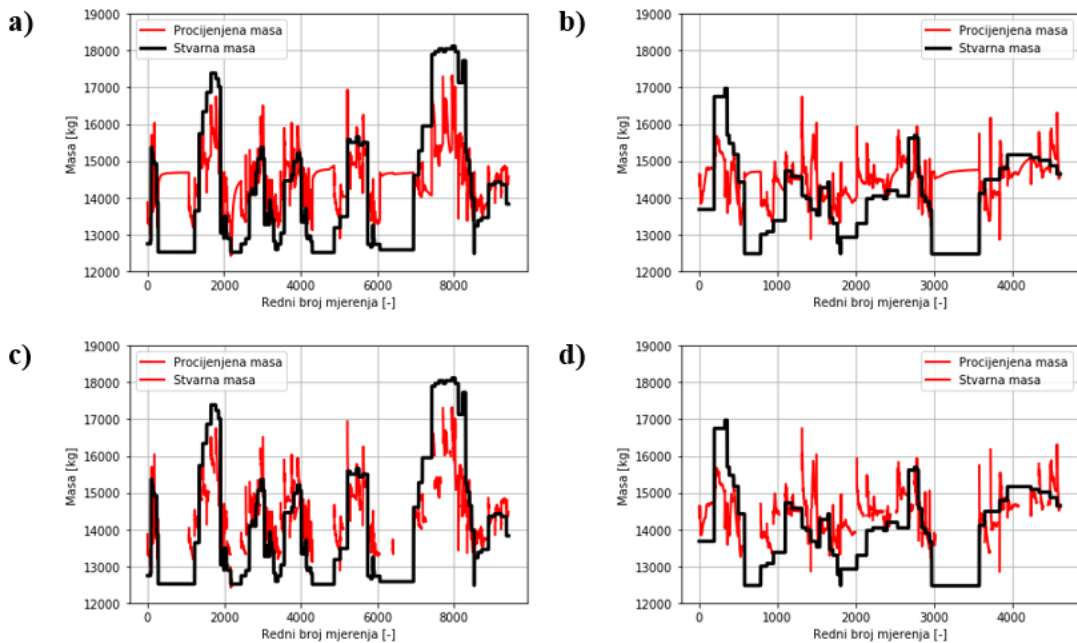
Slika 25. Histogram reziduala Neuronske mreže 2 i Metode 2 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).

### 4.3. Rezultati online procjene mase korištenjem vremenskog prozora promjenjive širine (Metoda 3)

Na slikama 26-31 prikazani su rezultati procjene mase korištenjem Metode 3 i obje neuronske mreže, za sve skupove podataka. Na slikama 26 i 27 vidi se da ova metoda daje šumovite rezultate na početku svakog voznog ciklusa (moguća su velika odstupanja), ali da tijekom vožnje nastoji konvergirati prema točnom rješenju.

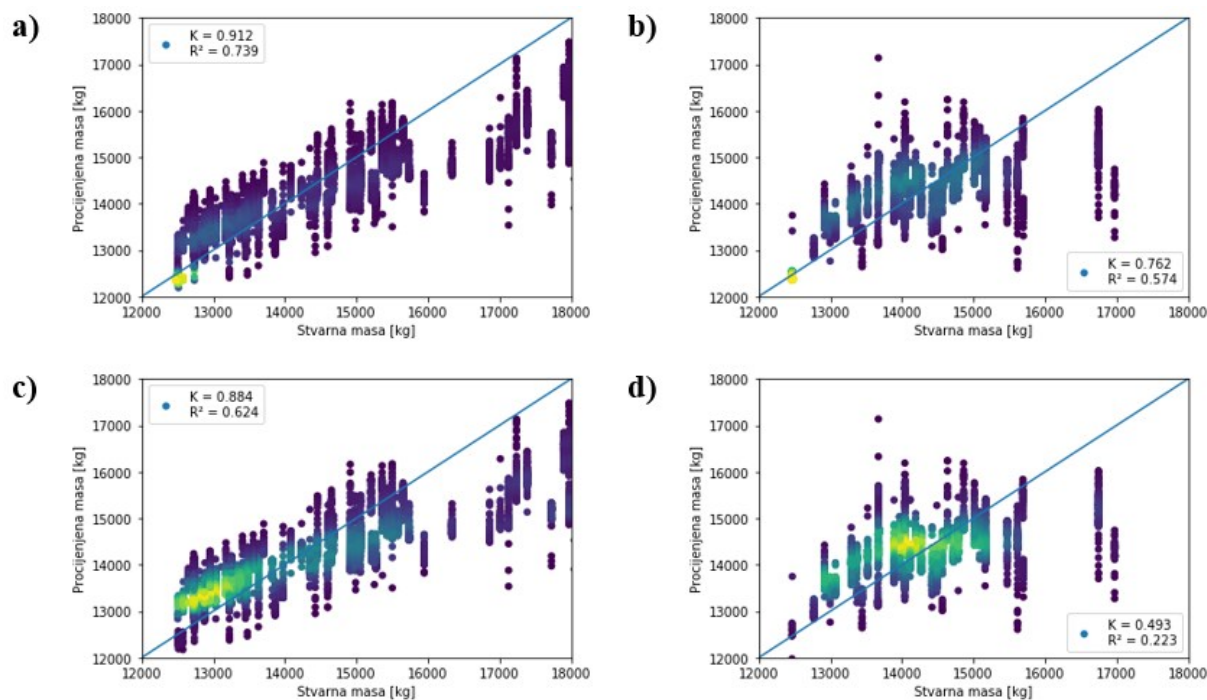


Slika 26. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).

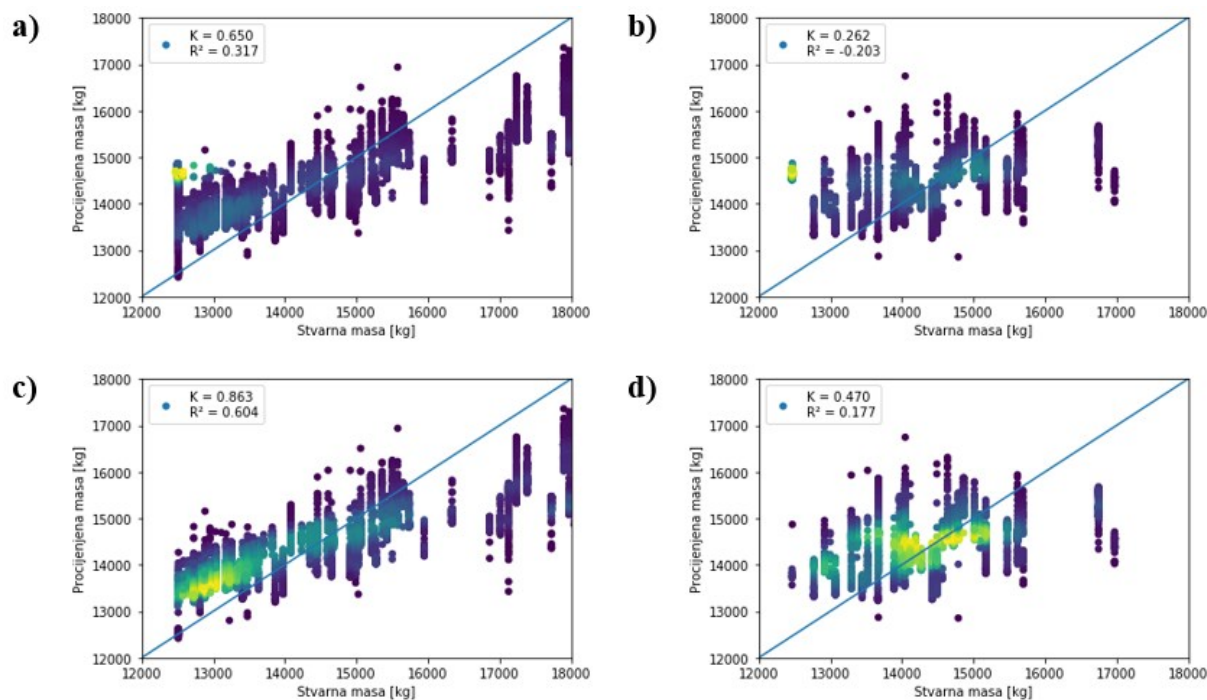


Slika 27. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).

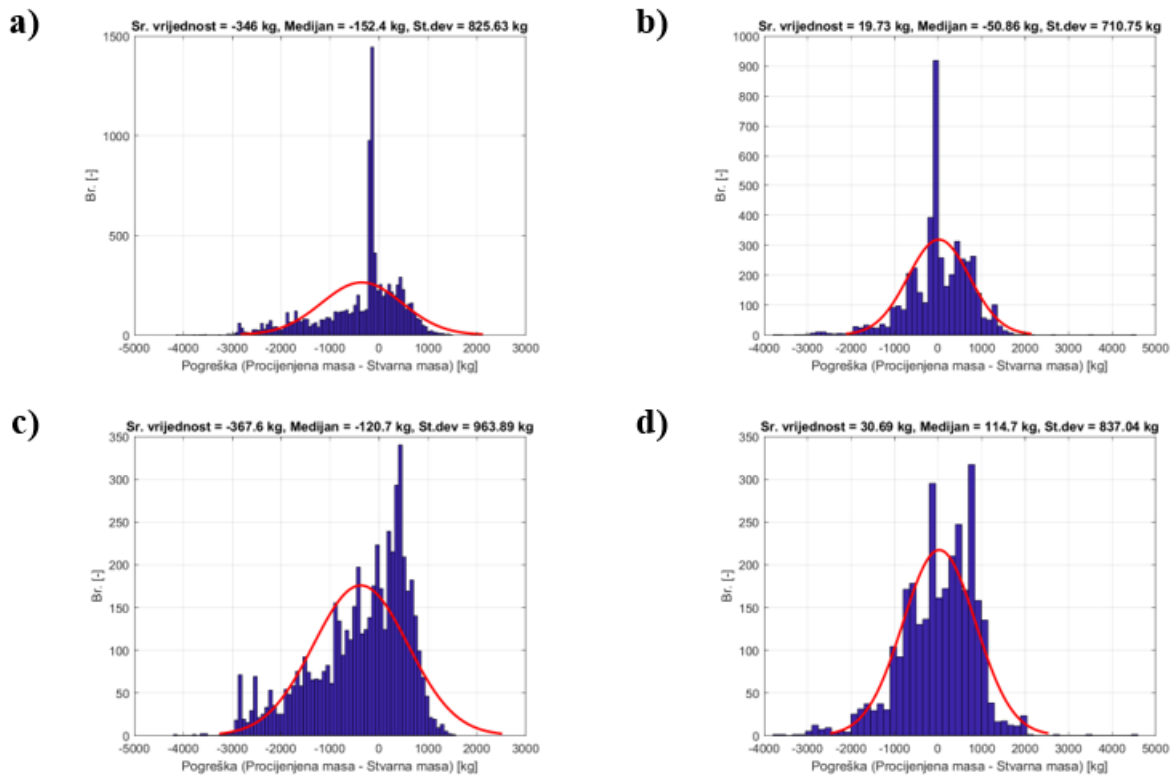




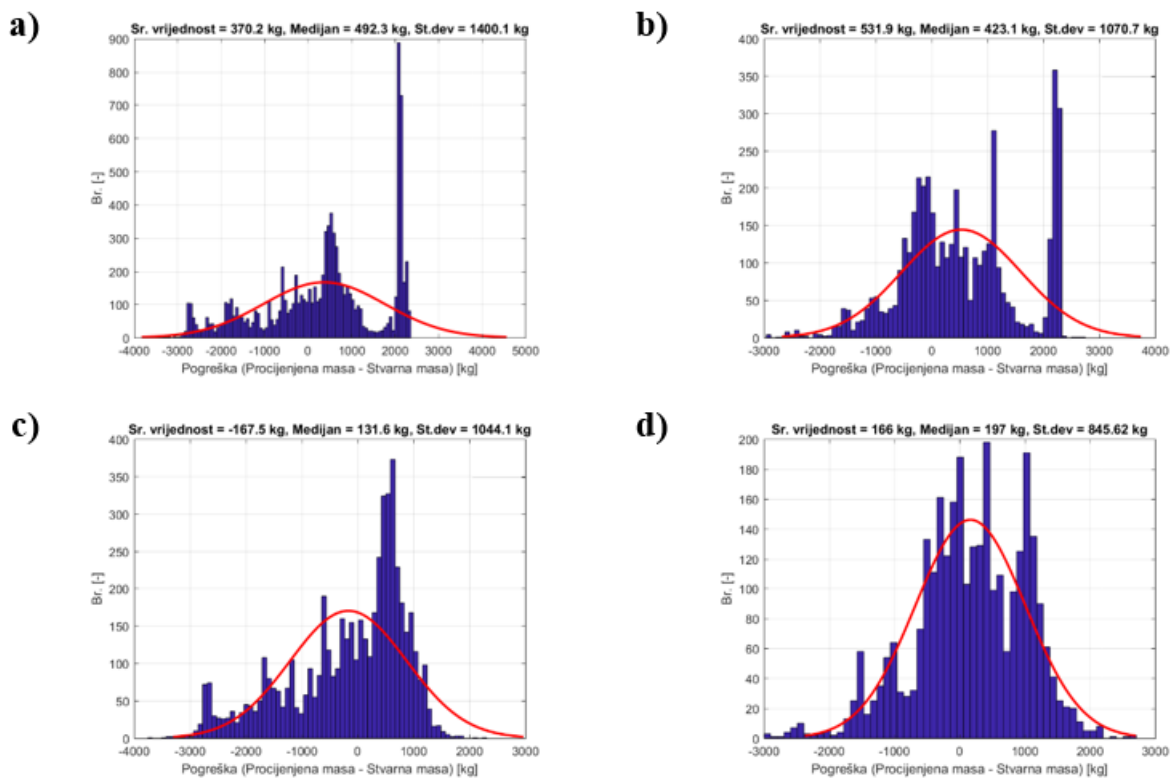
Slika 28. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



Slika 29. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



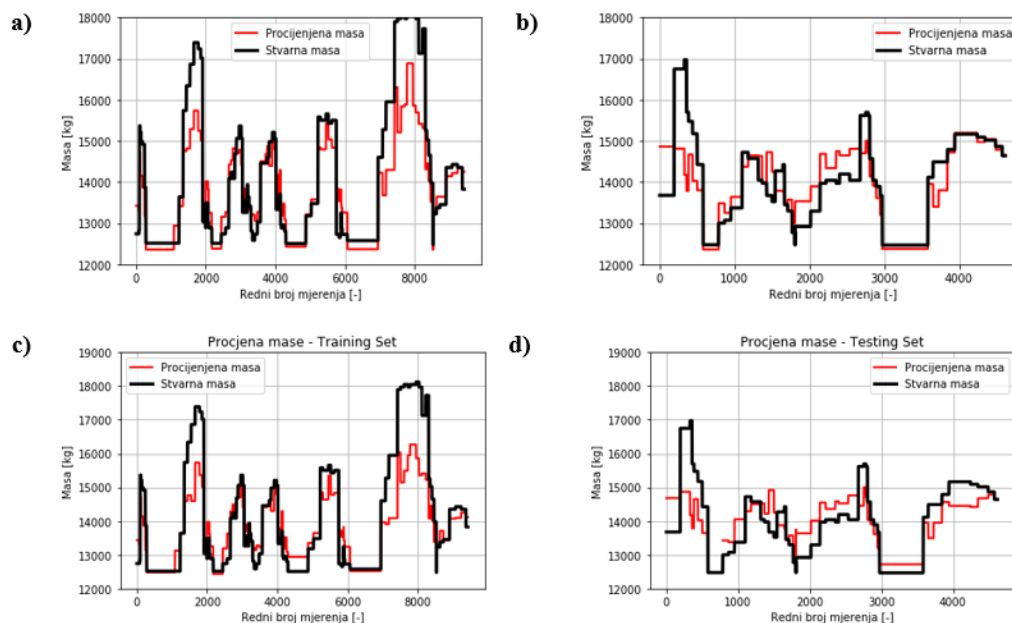
Slika 30. Histogram reziduala Neuronske mreže 1 i Metode 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



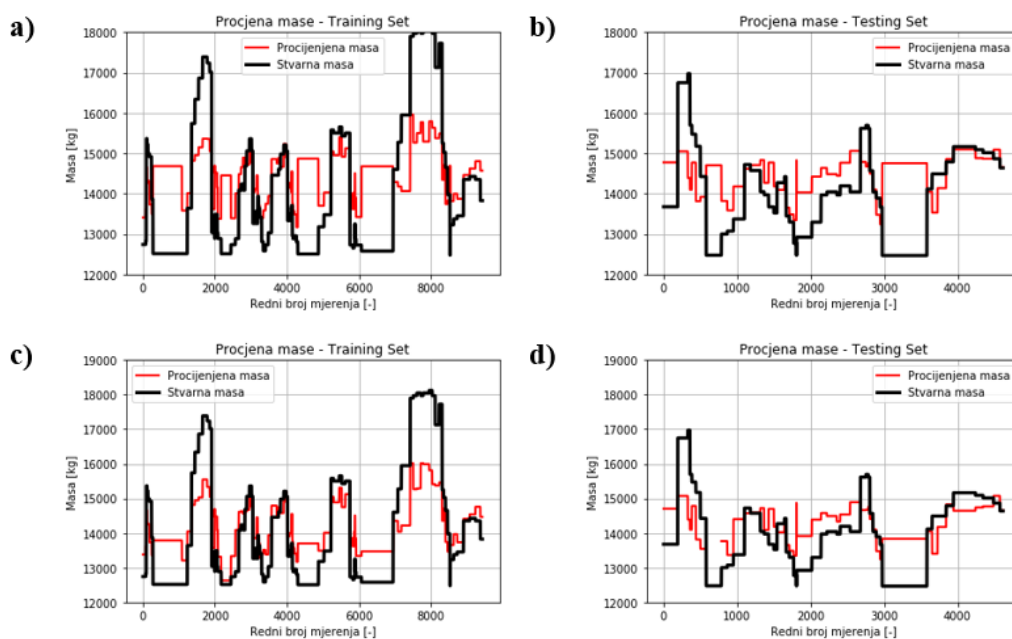
Slika 31. Histogram reziduala Neuronske mreže 2 i Metode 3 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).

#### 4.4. Rezultati offline procjene mase (Metoda 4)

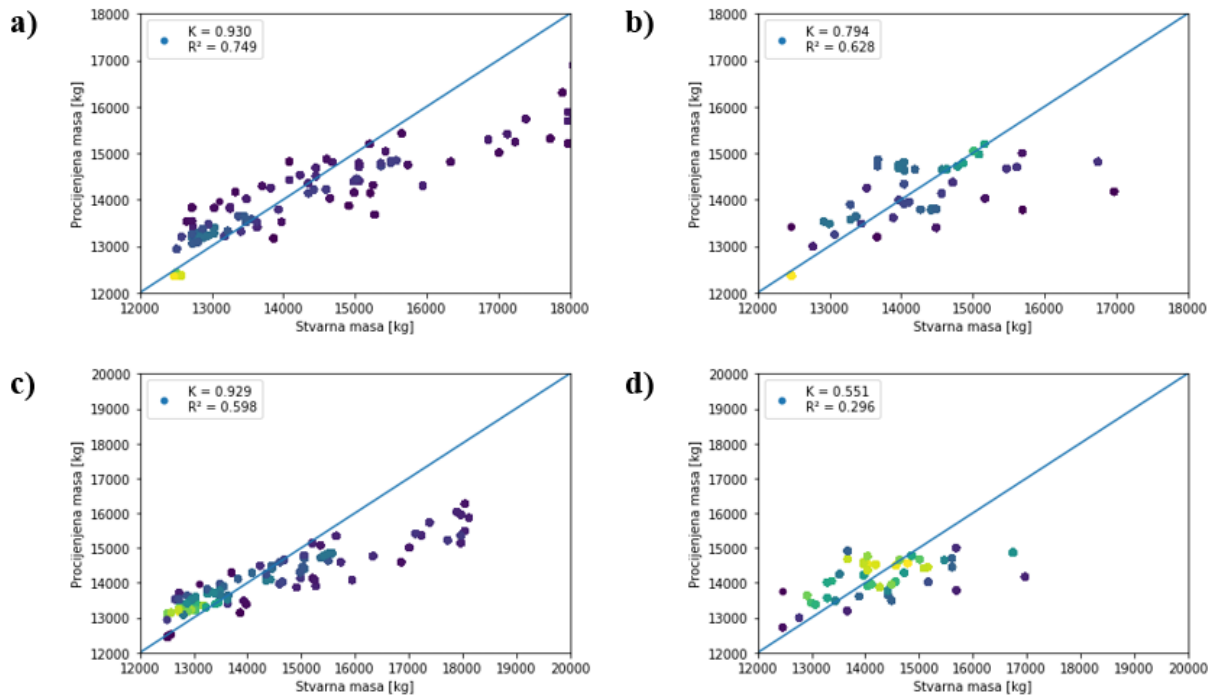
Dok rezultati Metode 2 i 3 ovise o rasporedu stvarnih masa (voznih ciklusa), rezultati Metode 4 ne ovise o raspodjeli voznih ciklusa nego samo o mjerenjima unutar njih. Procjena mase po voznom ciklusu kod korigiranih skupova podataka određivala se samo na temelju mjerenja s brzinom vozila različitom od nule. Rezultati su prikazani na slikama 32-37.



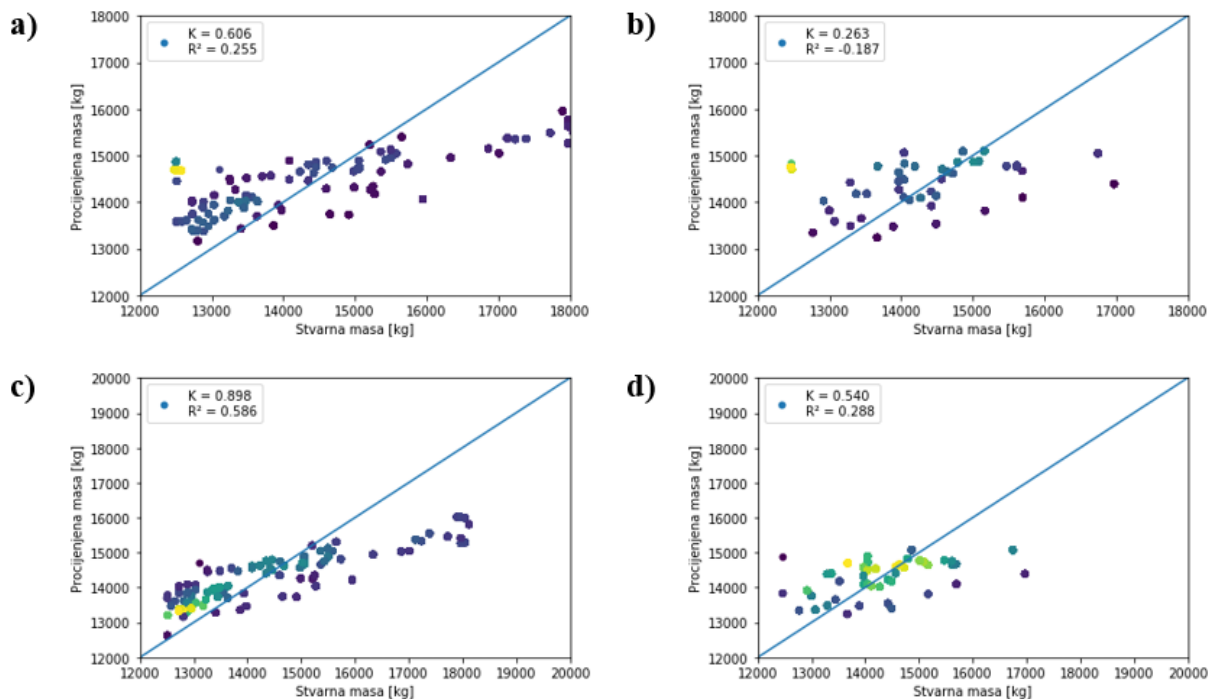
Slika 32. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



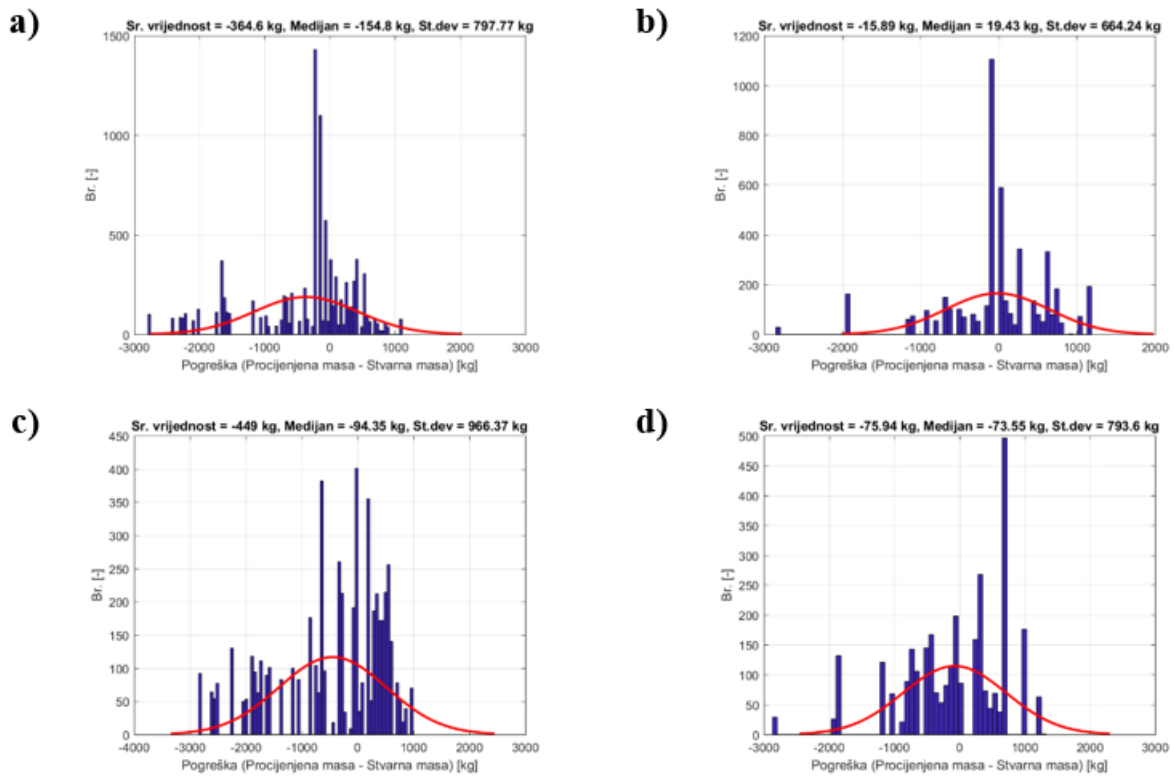
Slika 33. Promjena mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



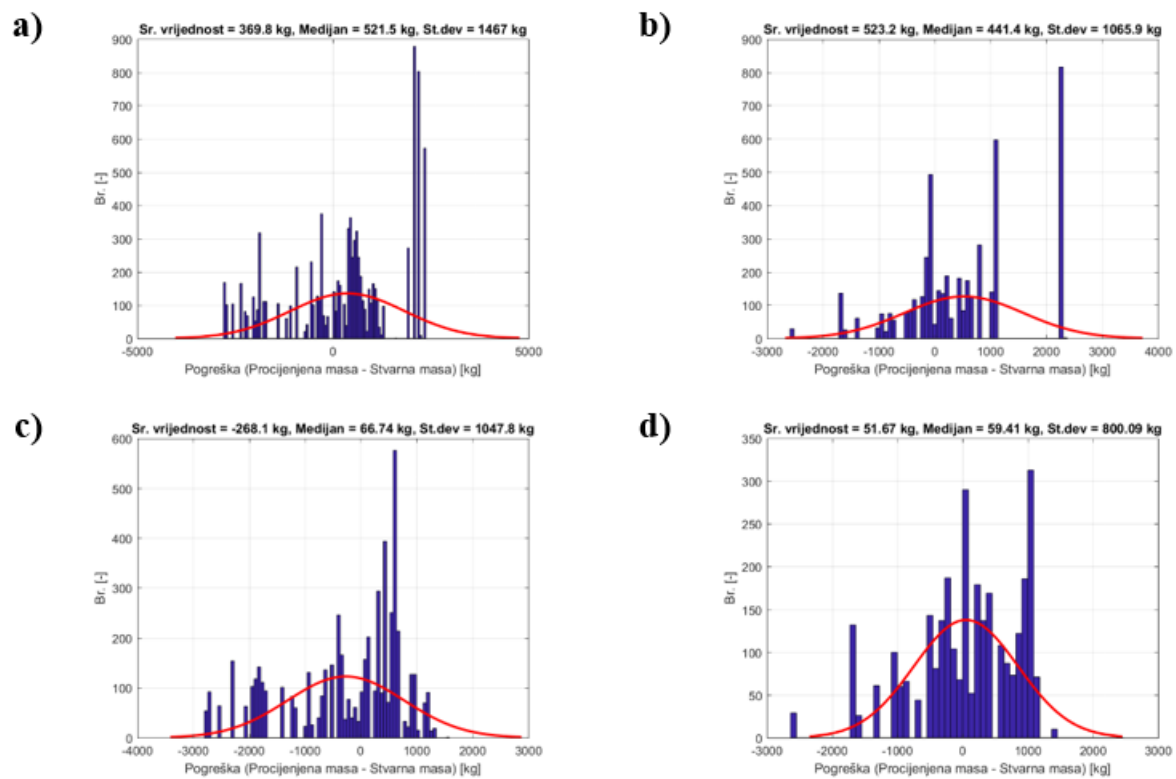
Slika 34. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 1 i Metodu 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



Slika 35. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći Neuronsku mrežu 2 i Metodu 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



Slika 36. Histogram reziduala Neuronske mreže 1 i Metode 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).



Slika 37. Histogram reziduala Neuronske mreže 2 i Metode 4 za skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b), te za korigirani skup podataka za učenje (c) i ispitivanje (d).

#### 4.5. Usporedba rezultata različitih metoda za procjenu mase

Za usporedbu rezultata dobivenih različitim neuronskim mrežama i metodama procjene mase, usporedit će se iznosi koeficijenta korelacije, indeksa determinacije, te srednje vrijednosti, medijana i standardne devijacije reziduala za dobivena rješenja na korigiranom skupu podataka za ispitivanje. Odabran je taj skup podataka jer sadrži samo mjerenja iz kojih se fizikalno može odrediti masa, a nije se koristio za učenje mreže. Usporedba rezultata na korigiranom skupu podataka za učenje tablično je prikazana u tablici 2, dok je usporedba rezultata na korigiranom skupu podataka za ispitivanje tablično prikazana u tablici 3. Zelena boja u tablicama predstavlja najbolju vrijednost u tom stupcu. Treba napomenuti da se konačni zaključci donose na temelju rezultata dobivenih na korigiranom skupu podataka za ispitivanje.

Tablica 2. Usporedba rezultata na korigiranom skupu podataka za učenje.

	Neuronska mreža	$K$	$R^2$	Rezidual [kg]		
				Srednja vrijednost	Medijan	Standardna devijacija
Metoda 1	1	0,680	0,391	449	248	1232,8
	2	0,663	0,412	268,2	34,55	1261,3
Metoda 2	1	0,874	0,552	-450,2	-171	1032
	2	0,849	0,550	-270,9	65,71	1094,2
Metoda 3	1	0,884	0,624	-367,6	-120,7	963,89
	2	0,863	0,604	-167,5	131,6	1044,1
Metoda 4	1	0,929	0,598	-449	-94,35	966,37
	2	0,898	0,586	-268,1	66,74	1047,8

Tablica 3. Usporedba rezultata na korigiranom skupu podataka za ispitivanje.

	Neuronska mreža	$K$	$R^2$	Rezidual [kg]		
				Srednja vrijednost	Medijan	Standardna devijacija
Metoda 1	1	0,256	-0,674	75,94	43,29	1226,9
	2	0,268	-0,522	-51,67	-72,57	1170,7
Metoda 2	1	0,624	0,358	-82,42	126,6	756,78
	2	0,686	0,414	40,03	239,8	726,05
Metoda 3	1	0,493	0,223	30,69	114,7	837,04
	2	0,470	0,177	166,0	197,0	845,62
Metoda 4	1	0,551	0,296	-75,94	-73,55	793,60
	2	0,540	0,288	51,67	59,41	800,09

Metoda temeljena na trenutnim mjerenjima (Metoda 1) se pokazuje kao najgora metoda na temelju negativnog indeksa determinacije  $R^2$ , najmanjeg koeficijenta korelacije i najveće standardne devijacije reziduala. Neuronska mreža nije u mogućnosti dobro procjeniti masu na temelju pojedinačnih mjerenja.

Pokazuje se da Neuronska mreža 2 koristeći Metodu 2 može postići najbolje rezultate na temelju najvećeg iznosa koeficijenta korelacije  $K$  i indeksa determinacije  $R^2$ , i najmanje standardne devijacije reziduala, ali ti rezultati se postižu pri optimalnoj širini fiksnog prozora  $n$  koja se mijenja ovisno o raspodjeli voznih ciklusa. Također se pokazuje kao bolja metoda od Metode 3.

Metoda 4 se pokazuje kao metoda koja daje relativno dobre rezultate za obje neuronske mreže na temelju koeficijenta korelacije  $K$ , indeksa determinacije  $R^2$  i standardne devijacije reziduala. Nadalje, pošto rezultati ove metode ne ovise o raspodjeli voznih ciklusa, ova metoda se odabire konačni pokazatelj kvalitete procjene mase korištenjem neuronske mreže.

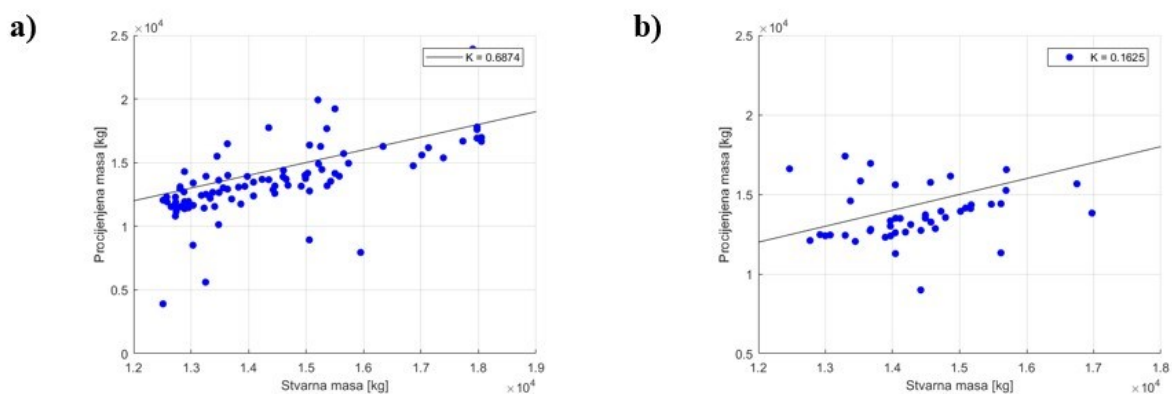
#### 4.6. Usporedba rezultata neuronske mreže i fizikalnog modela

U ovom poglavlju usporedit će se procjena mase korištenjem Neuronske mreže 1 i Metode 4 sa fizikalnim modelom uzdužne dinamike vozila opisanog u poglavlju 3.1. Rezultati će se usporediti na temelju procjene mase na korigiranim skupovima za učenje i ispitivanje jer se jedino na njima može fizikalno odrediti masa.

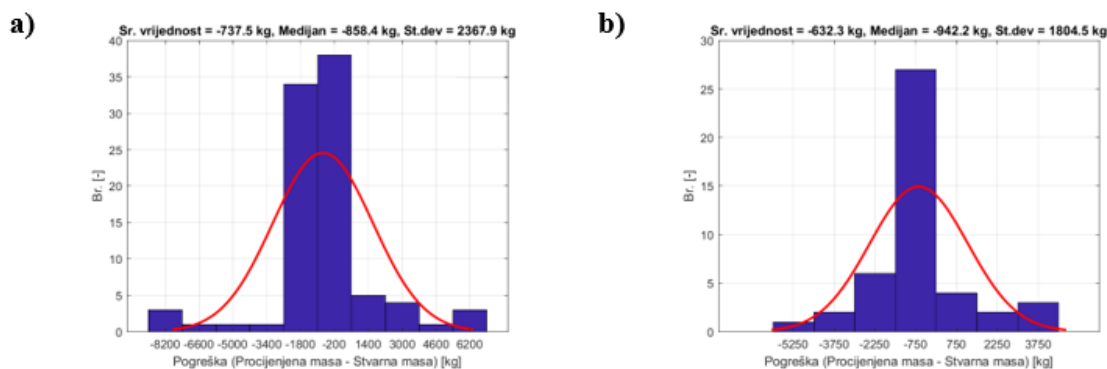


Fizikalni model za jednu kombinaciju ulaznih podataka daje jednu procijenjenu masu. Zbog šuma u ulaznim podacima i pogrešaka u mjerenju, kao konačni rezultat procjene mase fizikalnim modelom uzima se srednja vrijednost svih pojedinačnih procjena masa unutar jednog voznog ciklusa. Takva metoda procjene mase odgovara Metodi 4. koja se koristila za procjenu mase neuronskom mrežom.

Rezultati procjene mase korištenjem fizikalnog modela prikazani su na sljedećim slikama. Slika 38 prikazuje usporedbu procijenjene i stvarne mase. Histogram reziduala prikazan je na slici 39.



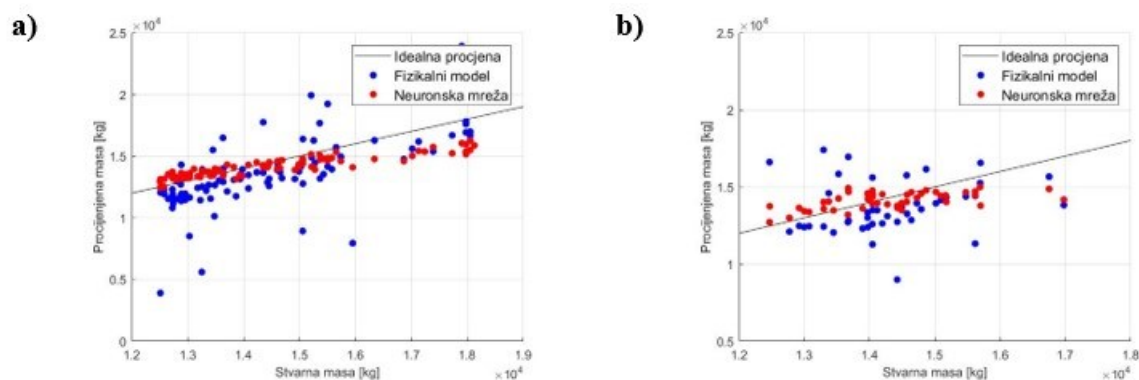
Slika 38. Usporedba procijenjene i stvarne mase koristeći fizikalni model za korigirani skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b).



Slika 39. Histogram reziduala fizikalnog modela za korigirani skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b).

Usporedba procjene mase korištenjem fizikalnog modela i Neuronske mreže 1 primjenom Metode 4. za korigirane skupove podataka za učenje i ispitivanje prikazana je na slici 40. Vidljivo je kako je procjena mase korištenjem neuronske mreže bliže idealnoj nego ona korištenjem fizikalnog modela. Usporedba rezultata fizikalnog modela i neuronske mreže tablično je prikazana u tablici 4.





Slika 40. Usporedba procjene mase korištenjem Neuronske mreže i fizikalnog modela za korigirani skup podataka za učenje (a) i ispitivanje (b).

Tablica 4. Usporedba fizikalnog modela i neuronske mreže.

		$K$	$R^2$	Rezidual [kg]		
				Srednja vrijednost	Medijan	Standardna devijacija
Korigirani skup podataka za učenje	Fizikalni model	0,6874	-1,299	-737,5	-858,4	2367,9
	Neuronska mreža 1 (Metoda 4)	0,929	0,598	-449	-94,35	966,37
Korigirani skup podataka za ispitivanje	Fizikalni model	0,1625	-2,785	-632,3	-942,2	1804,5
	Neuronska mreža 1 (Metoda 4)	0,551	0,296	-75,94	-73,55	793,60

Usporedbom rezultata može se primjetiti da neuronska mreža postiže više vrijednosti koeficijenta korelacije  $K$  od fizikalnog modela na oba skupa podataka. Također, standardna devijacija reziduala znatno je manja prilikom korištenja Neuronske mreže 1 i Metode 4. Iako se moglo pretpostaviti da će mreža dati bolje rezultate na skupu podataka na kojem je učena, bolji rezultati i na korigiranom skupu podataka za ispitivanje ukazuju da je neuronskom mrežom moguće ostvariti bolju procjenu mase.

## 5. ZAKLJUČAK

U završnom radu predstavljene su dvije neuronske mreže koje su učene na različitim skupovima podataka. Također su predstavljene i četiri metode procjene mase. Analizom i usporedbom rezultata pokazalo se da metoda procjene mase temeljena na trenutnim procjenama ne daje dobre rezultate zbog velike količine šuma u ulaznim podacima i greškama prilikom mjerenja. Bolji rezultati dobili su se prilikom korištenja drugih metoda od kojih svaka na svoj način konačni rezultat određuje na temelju srednje vrijednosti pojedinačnih procjena masa. Metoda 4 odabrana je kao najbolji pokazatelj kvalitete procjene mase zbog svoje otpornosti na šum i zbog toga što konačni rezultat ne ovisi o raspodjeli voznih ciklusa, nego samo o mjerenjima unutar njih. Metoda 2 se pokazuje kao najbolja online metoda procjene mase kada nema velikih promjena stvarnih masa između uzastopnih voznih ciklusa. Usporedbom Neuronske mreže i fizikalnog modela pokazalo se da neuronska mreža daje točnije procjene mase, s tim da su i daljnja poboljšanja fizikalnog modela još moguća.

Bolji rezultati procjene mase korištenjem neuronske mreže mogli bi se ostvariti povećanjem raspoložive količine podataka za učenje i ispitivanje. Nadalje, važno je da skupovi podataka za učenje i ispitivanje budu dobro uravnoteženi u smislu razdiobe stvarnih masa. Razvoj novih metoda za procjenu mase mogao bi se pokazati korisnim za postizanje boljih rezultata.

---

## DODATAK: OSNOVNI POJMOVI NEURONSKIH MREŽA

### Keras i TensorFlow [2]

Za procjenu mase vozila u ovom radu koristila se neuronska mreža razvijena u Python programskom okruženju korištenjem TensorFlow i Keras biblioteka. TensorFlow je biblioteka otvorenog koda namijenjena izvođenju numeričkih proračuna, a koristi se u području strojnog i dubokog učenja. Keras je jedan od vodećih sučelja za programiranje aplikacija za neuronske mreže na visokoj razini, a baziran je na TensorFlow-u. Stvoren je da bude prilagođen korisnicima i jednostavan za upotrebu u pogledu izrade modela neuronske mreže, provođenja učenja mreže, validacije konačnih rezultata i poboljšanja budućih rezultata. Jedinstvena i najveća prednost korištenja TensorFlow i Keras biblioteka je ta da se korisnik ne mora baviti detaljnim proračunom neuronske mreže, već se to rješava u samoj pozadini programa, a korisnik je dužan samo definirati model mreže, parametre učenja i odrediti načine ispitivanja. Ipak, za korištenje TensorFlow i Keras biblioteka potrebno je poznavanje osnovnih pojmova i razumijevanje načela rada neuronskih mreža.

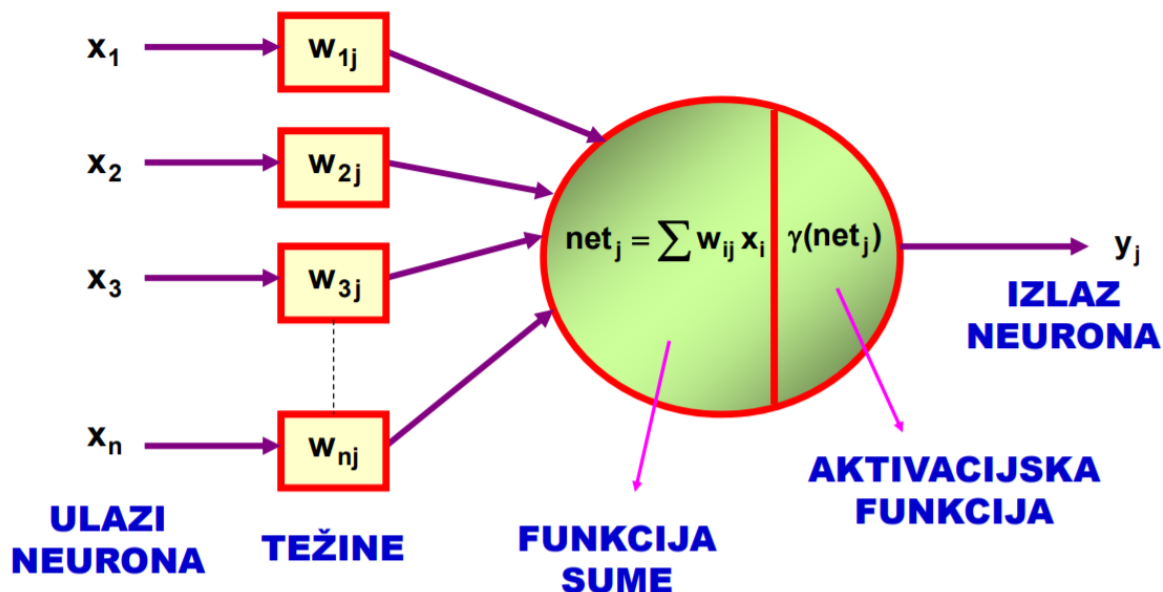
### Definicija neuronske mreže

Definicija neuronske mreže prema Robertu Hecht-Nielsenu glasi:

Umjetna neuronska mreža je paralelna distribuirana informacijska struktura koja se sastoji od elemenata procesiranja (neurona) koji su povezani u slojeve jednosmjernim vezama. [3]

### Umjetni neuron

Osnovni element neuronskih mreža je sam umjetni neuron prikazan na slici 41. Neuroni su spojeni u mrežu na taj način da izlaz svakog neurona predstavlja ulaz u jedan ili više drugih neurona. Skupine neurona zajedno čine slojeve unutar mreže u kojima se informacije paralelno obrađuju. Pojedini neuroni funkcioniraju tako da se sve vrijednosti na ulazu prvo pomnože s određenim težinskim faktorima (težinama), a onda zajedno zbroje. Taj zbroj se dalje koristi kao argument aktivacijske funkcije unutar tog neurona, a njen konačni iznos predstavlja vrijednost izlaza. Upotrebom aktivacijskih funkcija, mreža može rješavati nelinearne probleme.

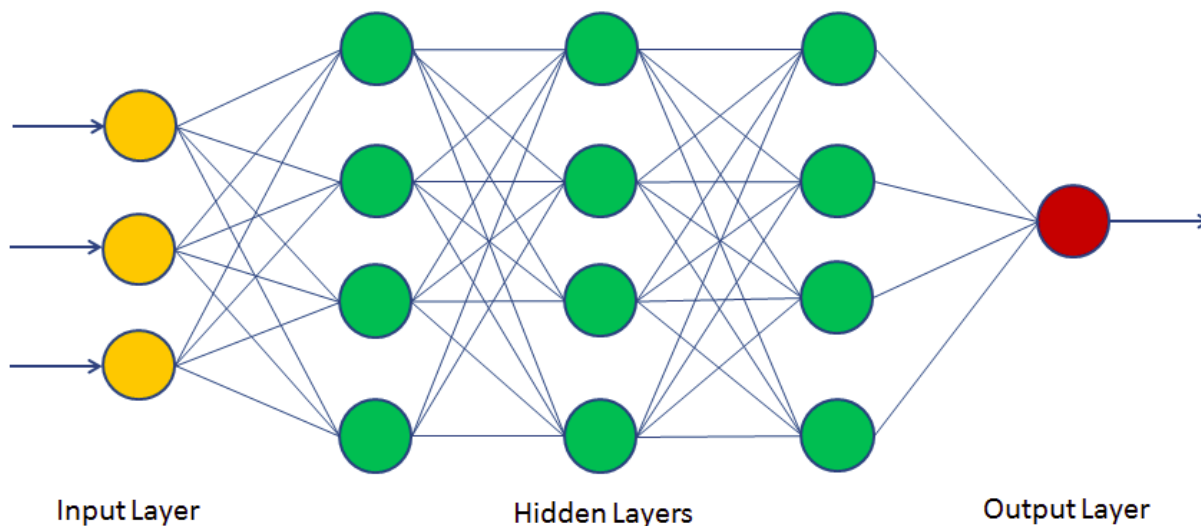


Slika 41. Umjetni neuron [3].

### Kapacitet neuronskih mreža

Standardne neuronske mreže sastoje se od jednog ulaznog, jednog ili više sakrivenog i jednog izlaznog sloja. Slika 42 prikazuje primjer neuronske mreže s jednim ulaznim, jednim izlaznim i 3 sakrivena sloja. Ulazni sloj sadrži zadane ulazne podatke na temelju kojih želimo dobiti krajnje rješenje. Konačni rezultati neuronske mreže nalaze se u izlaznom sloju. Izlaze neurona u sakrivenim slojevima ne očitavamo, ali oni utječu na konačni rezultat mreže. U ulaznom i svakom sakrivenom sloju nalazi se još jedan dodatni neuron koji je potreban za ispravan rad mreže kojeg nazivamo bias. To je umjetni neuron koji ne prima nikakve ulaze od drugih neurona, izlazna vrijednost mu je uvijek 1, a preko težina čini jedan od ulaza za sve neurone u sljedećem sakrivenom ili izlaznom sloju. Kapacitet neuronske mreže određen je brojem neurona i brojem sakrivenih slojeva, odnosno određen je brojem promjenjivih parametara mreže. Povećanjem broja sakrivenih slojeva ili povećanjem broja neurona po tim slojevima povećava se broj veza između neurona unutar mreže, a time i broj težina, odnosno promjenjivih parametara. Što je veći broj promjenjivih parametara mreže to ona može bolje opisivati i rješavati probleme s kompliciranom dinamikom. Ako je kapacitet mreže premalen, ona neće moći dovoljno dobro opisivati željenu dinamiku. Ako mreža pak ima prekompliciranu strukturu, odnosno ima previše neurona ili sakrivenih slojeva, onda će ona sa svojim težinama zauzimati puno nepotrebne memorije, trebat će više vremena za učenje mreža, a i očitavanje

rezultata iz mreže će biti sporije, a sam rezultat neće biti ništa bolji od neke druge mreže s optimalnim brojem parametara jer će i ta mreža biti dovoljno kompleksna da opiše zadanu dinamiku problema. Dakle, potrebno je težiti manjem broju neurona (radi smanjenja potrebne memorije za spremanje težina), ali kojih će i dalje biti dovoljno i koji će biti raspoređeni na ispravan način po sakrivenim slojevima da mreža i dalje može davati dobre rezultate.



Slika 42. Primjer neuronske mreže.

### Učenje neuronskih mreža

Danas postoji nekoliko glavnih vrsta mreža, no temeljno je obilježje svih mreža, bez obzira na oblik i broj veza unutar njih, da se odlikuju svojstvom „učenja”. Učenje je iterativni postupak mijenjanja težina u mreži na temelju velikog broja podataka, a odvija se u više faza. Od ukupnog skupa podataka, veći dio se odvaja za učenje mreže, dok se drugi manji dio ostavlja za ispitivanje i provjeru mreže.

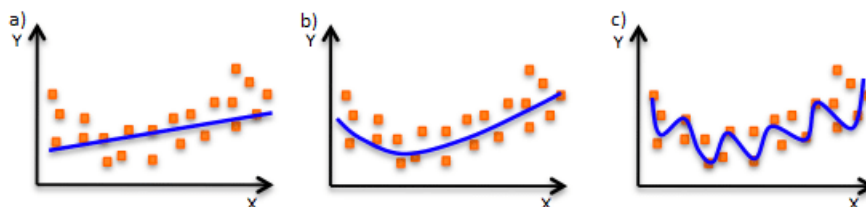
Prvu fazu učenja čini unaprijedna faza u kojoj se za jedan skup ili uzorak ulaznih podataka očita odziv (izlaz) mreže. Nakon toga slijedi druga faza učenja, tzv. povratna faza u kojoj se prvo računa odstupanje (pogreška) očitanih vrijednosti izlaza mreže i željenih vrijednosti izlaza mreže. Na temelju tih odstupanja, algoritam učenja određuje iznose za koje bi se pojedine težine unutar mreže trebale promijeniti kako bi se pri sljedećoj iteraciji odziv mreže približio željenom odzivu. Isti postupak se tada ponavlja za svaki ostali skup ili uzorak podataka. Učenje se tako ponavlja kroz veći broj koraka, gdje jedan korak učenja predstavlja jedan prolazak kroz cijeli

skup podataka za učenje. Težine se mogu mijenjati nakon svakog koraka učenja, a mogu i nakon prolaska svakog pojedinog uzorka kroz mrežu.

Iznosi za koje se mijenjaju težine ovise o odstupanju odziva od željenog, ali također ovise i o koeficijentu brzine učenja  $\eta$  kojeg određuje korisnik. Veće vrijednosti koeficijenta brzine učenja dovode do većih promjena u težinama što je korisno na početku učenja kada su velika odstupanja stvarnog odziva i željenog odziva mreže pa su i potrebne velike promjene u težinama. Kako se iznosi težina kroz korake učenja približavaju ispravnim vrijednostima, tako se i stvarni odzivi približavaju željenima, pa je poželjno smanjiti iznos koeficijenta brzine učenja kako bi se iznosi težina mogli fino podesiti.

### Podučenje i preučenje

Učenje mreže je iterativan postupak i provodi se kroz veći broj koraka učenja. Vrlo je važno točno odrediti potreban broj koraka učenja mreže jer u protivnom mreža može dati vrlo loše rezultate. Do podučnja dolazi prilikom odabira premalog broja koraka učenja. U tom slučaju, iznosi težina prilikom učenja počinju konvergirati prema idealnim vrijednostima, ali ih nikad ne postignu zbog preranog prekida procesa učenja te mreža ne daje idealna rješenja. Ukoliko se učenje provodi kroz prevelik broj koraka učenja, dolazi do preučnja mreže. U tom slučaju, mreža počinje prepoznavati i učiti šum u podacima za učenje što daje loše rezultate na bilo kojem drugom skupu podataka. Optimalan broj koraka učenja nalazi se negdje između područja podučnja i preučnja, odnosno to je broj koraka učenja pri kojem je mreža naučila općenitu dinamiku problema, ali se iznosi težina nisu još podesili za opisivanje šuma u podacima. Primjer podučnja, ispravnog učenja i preučnja prikazan je na slici 43.



Slika 43. Primjer rezultata podučnja (a), ispravnog učenja (b) i preučnja (c).

## Mjere točnosti algoritma učenja

Jedna od najčešće korištenih mjera točnosti algoritma učenja je srednja kvadratna pogreška  $MSE$  (engl. mean square error) i računa se prema izrazu:

$$MSE = \frac{\sum_{n=1}^N (d_n - O_n)^2}{N}, \quad (11)$$

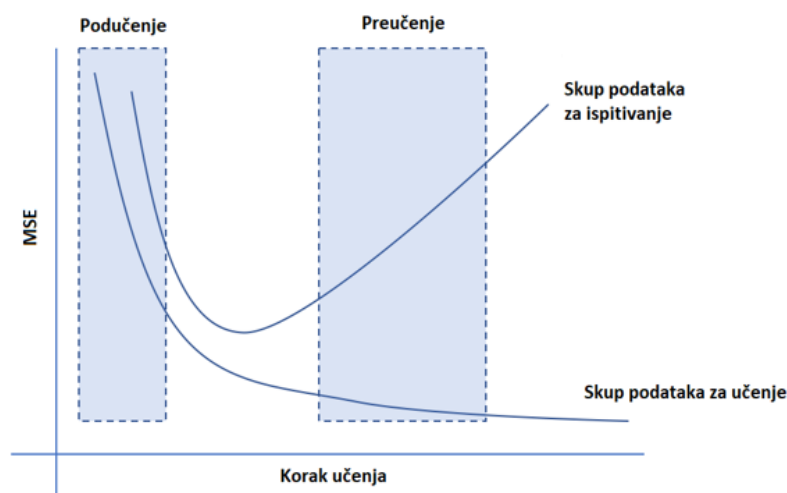
gdje je:

$N$  - ukupan broj uzoraka,

$d_n$  - željeni izlaz iz mreže  $n$ -tog uzorka,

$O_n$  - odziv mreže  $n$ -tog uzorka.

Kako se odzivi neuronske mreže približavaju željenim odzivima, tako se i srednja kvadratna pogreška smanjuje. Kako mreža učenjem nastoji davati sve bolje i bolje rezultate na skupu podataka za učenje, tako će se i srednja kvadratna pogreška mreže na tom skupu podataka neprestano smanjivati. Kada govorimo o srednjoj kvadratnoj pogrešci mreže na skupu podataka za ispitivanje, ona će u području podučavanja mreže naglo padati, u području preučavanja neprestano rasti, a najmanju vrijednost će postići pri optimalnom koraku učenja, što se može vidjeti na slici 44. Prateći vrijednost srednje kvadratne pogreške na skupovima podataka za učenje i ispitivanje možemo odrediti optimalan broj koraka učenja, odnosno treba uzeti onaj broj koraka učenja pri kojem srednja kvadratna pogreška skupa podataka za ispitivanje postiže najmanju vrijednost.



Slika 44. Srednja kvadratna pogreška za skupove podataka za učenje i ispitivanje.

## LITERATURA

- [1] Škugor B., Deur J.: *City Bus Mass Estimation based on GPS and CANCollected Tracking Data*
- [2] Keras dokumentacija, <https://keras.io/>, 14.2.2021.
- [3] Majetić D.: Neuronske mreže, PDF podloge za predavanje