

# Upravljanje više-rotorskim bespilotnim letjelicama u formaciji

---

**Crnčec, Luka**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:768509>

*Rights / Prava:* [In copyright/Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-05-10**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

**Luka Crnčec**

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

Mentori:

dr. sc. Andrej Jokić, dipl. ing.

Student:

Luka Crnčec

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se prvenstveno mentoru prof. dr. sc. Andreju Jokiću na ukazanom povjerenju, razumijevanju i svim savjetima prilikom izrade diplomskog rada. Zahvaljujem se također, djevojcima i svojoj obitelji, posebice roditeljima i sestri na podršci tijekom studiranja te prijateljima i prijateljicama za pruženu pomoć tijekom cijelog studija kao i kod izrade završnog rada.

Luka Crnčec



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**

Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite



Povjerenstvo za diplomske rade studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
inženjerstvo materijala te mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa:	602 - 04 / 20 - 6 / 3
Ur. broj: 15 - 1703 - 20 -	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **LUKA CRNČEC** Mat. br.: **0035206467**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Upravljanje više-rotorskim bespilotnim letjelicama u formaciji**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Control of multi-rotor unmanned aerial vehicles in formation**

Opis zadatka:

U posljednje vrijeme sve je više istraživanja na temu upravljanja velikog broja dinamičkih sustava koji su u međusobnoj interakciji i imaju zajednički (globalan) cilj, ali nemaju centralizirano upravljanje/koordinaciju. Umjesto centraliziranog upravljanja koristi se mnogo prikladnija distribuirana upravljačka struktura. Tipičan primjer ovakvog sustava je skup bespilotnih letjelica čiji je zajednički cilj gibanje u zadanoj formaciji. Distribuirana upravljačka struktura ovdje znači da svaka letjelica prima (na temelju izravnog mjerjenja ili preko odgovarajućeg komunikacijskog kanala) samo informacije od sebi susjednih letjelica. Izazov je sintetizirati lokalne regulatore (regulatorne na razini svake pojedinačne letjelice) i pravila njihove koordinacije tako da ovakva lokalizirana djelovanja na zadovoljavajući način rješavaju globalni cilj.

U radu je potrebno:

- 1) Izvesti i predstaviti prikladan model dinamike gibanje kvadkoptera (bespilotne letjelice s četiri rotora).
- 2) Iz pregleda literature prikazati osnovne pristupe upravljanju grupom bespilotnih letjelica.
- 3) Ponuditi rješenja za upravljanje formacijom kvadkoptera u gibanju.
- 4) Na nizu prikladno osmišljenih simulacija ilustrirati efikasnost predstavljenog upravljačkog algoritma.

Rad predati u pisnom i elektroničkom obliku s priloženim programskim kodom.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
24. rujna 2020.

Rok predaje rada:  
26. studenog 2020.

Predviđeni datum obrane:  
30. studenog do 4. prosinca 2020.

Zadatak zadao:

prof. dr. sc. Andrej Jokić

Predsjednica Povjerenstva:

prof. dr. sc. Biserka Runje

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY .....	VII
1. UVOD .....	1
2. KINEMATIKA I DINAMIKA .....	4
3. LINEARIZACIJA MODELIA I IZRADA SIMULINK MODELIA .....	11
3.1. Linearizacija modela .....	11
3.2. Stabilizacija lineariziranog sustava .....	12
3.2.1. Sinteza podsustava 1 .....	12
3.2.2. Sinteza podsustava 2 .....	13
3.2.3. Sinteza podsustava 3 i 4 .....	13
3.3. Stabilizacija djelomično lineariziranog sustava .....	14
3.3.1 Sinteza podsustava 1 .....	14
3.3.2. Sinteza podsustava 2 .....	15
3.3.3 Sinteza podsustava 3 .....	15
3.3.4 Sinteza podsustava 4 .....	15
4. DISTRIBUIRANO UPRAVLJANJE FLOTOM DRONOVA .....	17
5. SIMULACIJSKI REZULTATI.....	19
5.1. Praćenje trajektorije .....	19
5.2. Susretanje.....	23
5.3. Uspostavljanje formacije .....	32
5.4. Gibanje u formaciji .....	36
5.4.1. Digraf .....	36
5.4.2. Gibanje trokuta kao formacije.....	38
5.4.3. Linijsko gibanje u formaciji .....	40
6. ZAKLJUČAK .....	47
LITERATURA.....	48
PRILOZI.....	49
PRILOG I .....	50
PRILOG II .....	54
PRILOG III .....	59

---

PRILOG IV .....	66
-----------------	----

## POPIS SLIKA

Slika 1. Flota dronova .....	2
Slika 2. Formacija dronova na festivalu „Wonder of Light“ [10].....	3
Slika 3. Inercijski koordinatni sustav [7] .....	5
Slika 4. Koordinatni sustav drona [8].....	5
Slika 5. Generalizirana komunikacijska mreža .....	17
Slika 6. Komunikacijska mreža za slijedeњe trajektorije .....	19
Slika 7. Prikaz slijedeњa referentne trajektorije drona 1 .....	20
Slika 8. Prikaz odziva stupnjeva slobode gibanja te praćenje zadane trajektorije .....	21
Slika 9. Prikaz referentne trajektorije zajedno s odzivima svih dronova .....	21
Slika 10. Odziv drona 1 u odnosu na zadanu trajektoriju korištenjem djelomično linearne modela .....	22
Slika 11. Prikaz referentne trajektorije zajedno s odzivima svih dronova korištenjem djelomično lineariziranog modela .....	22
Slika 12. Komunikacijski protokol prvog načina susretanja .....	23
Slika 13. Odziv lineariziranog modela prvog načina susretanja s faktorom $k=0$ .....	24
Slika 14. Prikaz vremenskog odziva lineariziranog modela za prvi slučaj susretanja s faktorom $k=0$ .....	25
Slika 15. Odziv lineariziranog modela prvog načina susretanja za $k=1$ .....	25
Slika 16. Prikaz vremenskog odziva lineariziranog modela za prvi slučaj susretanja s faktorom $k=1$ .....	26
Slika 17. Odziv djelomično lineariziranog za prvi način susretanja za $k=0$ .....	26
Slika 18. Odziv djelomično lineariziranog za prvi način susretanja za $k=1$ .....	27
Slika 19. Odziv lineariziranog modela za drugi način susretanja s faktorom $k=0$ .....	28
Slika 20. Prikaz vremenskog odziva sustava za drugi način susretanja s faktorom $k=0$ .....	29
Slika 21. Odziv modela za drugi način susretanja s faktorom $k=0$ .....	30
Slika 22. Prikaz vremenskog odziva sustava za drugi način susretanja s faktorom $k=0$ .....	30
Slika 23. Odziv djelomično lineariziranog modela za drugi način susretanja s faktorom $k=0$ .....	31
Slika 24. Odziv djelomično lineariziranog modela susretanja s faktorom $k=1$ .....	31
Slika 25. Način izrade modela – uspostavljanje formacije .....	32
Slika 26. Odziv modela uspostavljanje formacije s faktorom $k=0$ .....	33
Slika 27. Odziv modela uspostavljanje formacije s faktorom $k=1$ .....	34
Slika 28. Odziv djelomično lineariziranog modela uspostavljanje formacije .....	34
Slika 29. Odziv djelomično lineariziranog modela uspostavljanje formacije po koordinatnim osima .....	35
Slika 30. Primjer digraf-a [5] .....	37
Slika 31. Komunikacijska mreža gibanja trokuta kao formacije .....	38
Slika 32. Gibanje sustava u trokut formaciji .....	39
Slika 33. Gibanje djelomično lineariziranog modela u trokut formaciji .....	39
Slika 34. Komunikacijska mreža za linijsko gibanje 3 drona .....	40
Slika 35. Linijsko gibanje dronova (dron 1 ima poznatu referentnu krajnju točku, komunikacija samo o poziciji).....	40
Slika 36. Linijsko gibanje dronova (dron 1 ima poznatu referentnu krajnju točku, komunikacija o poziciji i brzini) .....	41
Slika 37. Linijsko gibanje dronova (svi dronovi prepoznaju referentnu krajnju točku, komunikacija samo o poziciji).....	41
Slika 38. Linijsko gibanje dronova (svi dronovi prepoznaju referentnu krajnju točku, komunikacija o poziciji i brzini) .....	42

Slika 39. Odziv djelomično lineariziranog modela za uspostavljanje V formacije 3 drona ....	43
Slika 40. Prikaz gibanja djelomično lineariziranog modela prikazan po koordinatnim osima u vremenskom intervali .....	43
Slika 41. Komunikacijska mreža za linijsko gibanje 5 dronova .....	44
Slika 42. Linijsko gibanje 5 dronova (dron 1 ima poznatu referentnu krajnju točku, komunikacija samo o poziciji).....	44
Slika 43. Linijsko gibanje 5 dronova (dron 1 ima poznatu referentnu krajnju točku, komunikacija o poziciji i brzini) .....	45
Slika 44. Linijsko gibanje 5 dronova (svi dronovi prepoznaju referentnu krajnju točku, komunikacija samo o poziciji).....	45
Slika 45. Linijsko gibanje dronova (svi dronovi prepoznaju referentnu krajnju točku, komunikacija o poziciji i brzini) .....	46

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$\xi$	-	Vektor pozicije u inercijskom okviru
$x$	m	Pozicija inercijskog okvira u smjeru osi x
$y$	m	Pozicija inercijskog okvira u smjeru osi y
$z$	m	Pozicija inercijskog okvira u smjeru osi z
$\eta$	-	Vektor orijentacije u inercijskom okviru
$\phi$	$^{\circ}$	Kut orijentacije oko osi x
$\theta$	$^{\circ}$	Kut orijentacije oko osi y
$\psi$	$^{\circ}$	Kut orijentacije oko osi z
$R$	-	Matrica rotacije
$v_v$	-	Vektor brzina u okviru tijela
$u$	m/s	Brzina u smjeru osi x vezana za sustav tijela
$v$	m/s	Brzina u smjeru osi y vezana za sustav tijela
$w$	m/s	Brzina u smjeru osi z vezana za sustav tijela
$p$	rad/s	Kutna brzina u smjeru x vezana za sustav tijela
$q$	rad/s	Kutna brzina u smjeru x vezana za sustav tijela
$r$	rad/s	Kutna brzina u smjeru x vezana za sustav tijela
$T_\theta$	-	Matrica transformacija iz okvira tijela u inercijski okvir
$F_g$	-	Vektor gravitacijske sile
$m$	kg	Masa drona
$g$	$m/s^2$	Gravitacijska sila
$F_{\text{potiska}}$	N	Sila potiska
$F_{pi}$	N	Sila pojedinog propelera, $i=1,2,3,4$
$M_i$	Nm	Moment oko koordinatnih osti, $i=x,y,z$
$\tau_i$	Nm	Momenti motora, $i=1,2,3,4$
$I_i$	$kgm^2$	Inercijski moment
$u_i$	-	Upravljačka varijabla
$K_p$	-	Proporcionalni član
$K_d$	-	Derivacijski član
$K_I$	-	Integralni član
$e(t)$	-	Regulacijska pogreška

## SAŽETAK

U zadnjih nekoliko godina sve više istraživanja bavi se upravljanjem i međusobnom interakcijom velikog broja međuvisnih dinamičkih sustava. U ovom je radu na nizu simulacijskih primjera proučavano ponašanje flota autonomnih letjelica. Umjesto centraliziranog upravljanja, za upravljanje flotom koristila se distribuirana upravljačka struktura. Zahvaljujući distribuiranoj strukturi svaka autonomna letjelica (dron) prima informacije samo od susjednih letjelica. Razmatrana je sinteza regulatora svake letjelice kao i sinteza njihove međusobne koordinacije.

Ključne riječi: flota dronova, autonoma letjelica, dron, upravljački sustav

## SUMMARY

In recent years, more and more research has been done with interdependent group of dynamical systems. In this paper, behavior of the fleet of the autonomous aircrafts was observed using various simulation examples. Distributed control structure is used instead of centralized control. Due to distributed structure, each aircraft receives basic information only from neighbor aircrafts. Synthesis of each aircraft controller and synthesis of proper mutual coordination are carried out.

Key words: drone fleet, autonomous aircraft, drone, control system

## 1. UVOD

Inženjersko modeliranje i simulacije konstantno dobivaju sve veći značaj u rješavanju stvarnih problema tako da se smanjuje razlika između teorije i inženjerske prakse. Izrada kvalitetnih simulacijskih modela omogućuje stvaranje što kvalitetnijeg proizvoda sa što manje izvedbenih tehničkih promjena.

U današnje vrijeme u kojem se robotika vrlo intenzivno razvija, pojavila se ideja bespilotnih letjelica. Ideja je ponajviše potaknuta vojnim potrebama u kojima se uvijek teži prema dvjema glavnim zadaćama: što veća sigurnost ljudi i dobivanja potrebnih informacija bez saznanja neprijatelja. Bespilotna letjelica (eng. unmanned aerial vehicle – UAV) je zrakoplov u kojem ne postoji klasičan ljudski pilot, nego se letjelicom upravlja preko upravljačke jedinice s određenim komunikacijskim protokolima. Kao što je već spomenuto, bespilotne letjelice poput „Atomic MQ-9 Reaper“ počele su se koristiti u opasnim vojnim operacijama, ali kasnije njihova se upotreba počela javljati i u ostalim djelatnostima kao na primjer u znanstvenim istraživanjima, policijskom nadzoru, isporuci proizvoda.

Velik napredak u izradi bespilotnih letjelica bio je razvoj letjelica s više rotora s vertikalno orijentiranim propelerima koji su zajednički nazvani multirotor (eng. multirotor). Multirotor kontrolira ukupan željeni potisak u vertikalnom smjeru te tako određuje visinu letenja. Smanjivanjem brzine određenih motora smanjuje se potisak na određenim propelerima te se multirotor nagnije za određeni kut u određenu stranu. Na taj način multirotor se može gibati i u horizontalnim osima. Iako postoje letjelice u kojima postoji od šest do dvanaest rotora, najveću popularnost u svim granama industrije stekao je kvadkopter (eng. „quadcopter“).

Kvadkopter se sastoji od četiri propeleri s motorima od kojih se dva rotiraju u smjeru kazaljke na satu (eng. clockwise – CW) dok se preostala dva rotiraju u smjeru suprotnom od kazaljke na satu (eng. counter clockwise – CCW).

Prvi dizajn helikoptera s četiri rotora izradio je Louis Breguet. 1907. godine. „Giroplane Breguet-Richet“ postao je prvi kvadkopter koji se podigao s tla. Sljedeći značajan dizajn kvadkoptera izumio je Etienne Omnichen 1920. godine nazvan „Omnichen 2“. „Omnichen 2“ bio je prvi kvadkopter koji je napravio preko 1000 uspješnih letova te preletio udaljenost od 360 metara. 1956. godine razvio se prototip današnjih kvadkoptera. Model „Convertawings Model A Quadrotor“ bila je prva letjelica koja nije imala nikakav repni motor te se njegovo gibanje ostvarivalo promjenom potisaka između rotora.

Razvojem elektronike dolazi do smanjenja veličine dronova te se njegova namjena mijenja. Umjesto dizajniranja letjelice za prijevoz ljudi, dolazi do njegovog iskorištenja u drugim potrebama i svrhamu. U današnje vrijeme njegov glavni korisnik, vojska, iskorištava njegovu malu veličinu i lako upravljanje za snimanje neprijateljskih teritorija. Određeni dronovi opremaju se dodatnom opremom za različite vojne operacije. Dron se počeo koristiti i u znanstveno-istraživačke svrhe. Letjelica se koristi kao alat prilikom snimanja i prikupljanja informacija na teško dostupnim mjestima ili mjestima koja su opasna za ljudi. U današnje vrijeme dodatno se koriste se i za fotografiranje iz zraka, humanitarne svrhe, dostavi paketa, dostavi medicinskih pomagala...

Stvaranjem flote autonomnih letjelica dolazi do proširenja područja njihove primjene, a funkcionalnost postaje sve veća. Međusobnom povezanosti, flota autonomnih omogućuje razvoj novih sustava za pomoći ljudima. [1]



**Slika 1. Flota dronova**

Kao jedna od mogućih prednosti je mogućnost praćenja stvaranja gomila ljudi ili stvaranja kolona vozila u određenim dijelovima grada. Dronovi koji se kreću gradovima mogu ili uz pomoć kamera ili pomoću prikupljanja podataka generiranih iz mobitela prepostaviti gibanje ljudi i predviđati gdje bi moglo doći do gomilanja ljudi. Dronovi bi u određenim intervalima prelijetali kroz cijeli grad i skupljali podatke. Jedan dron ne bi u kratkom intervalu mogao prikupiti dovoljno podataka da se odredi neko stvaranje gužve ili sl. U velikim gradovima jedan dron uspio bi prikupiti podatke jednog kvarta ili manje. Korištenjem grupe dronova koji komuniciraju o njihovoј trenutnoj poziciji te im odrediti točan način gibanja i koordinate po kojima se kreću ubrzalo bi prikupljanje podataka, ali i poboljšalo njihovu vjerodostojnost.

Dron ima mogućnost izbjegavanja velikih gužvi te pošiljke mogu stići korisniku u samo nekoliko minuta. Osim brzine dostave najveća prednost je njihova ekološka prihvatljivost. Umjesto svih dostavnih vozila koja zagađuju zrak može se primijeniti nekolicina dronova koji sadrže baterije. Za teže terete moraju se odabrati alternativni načini. Kao novije rješenje je dostava opreme pomoću više letjelica. Težina tereta se rasporedi na nekolicinu autonomnih letjelica. Rasподjela težine na više letjelice nosi nove probleme kao što je regulacija ljudstva tereta no to nije tema ovog rada.

Zbog manjih dimenzija i mogućnosti korištenja različite kombinacije senzora mogu pomoći u bilo kojem obliku pronalaska izgubljenih ljudi. U tom slučaju najbolje je imati grupu autonomnih letjelica koje su opremljene termalnim senzorima. Svaka letjelica će imati uzak prostor skeniranja koje će kasnije nastaviti druga letjelica. Tom kombinacijom dobiva se brzo skeniranje dijelova koji su nepristupačni i nepredvidljivi. Dronovi su se također počeli koristiti i u vatrogasne svrhe. Pri čemu grupa autonomnih letjelica ima mogućnost ugasiti požar u kojima su nestabilne strukture građevine ili se požar nalazi na teško dostupnom mjestu.

Najpoznatiji primjer korištenja dronova u zabavi su proslave velikih blagdana. Velik broj autonomnih letjelica opremljen LED diodama koordinirano giba se koordinirano u prostoru i uspostavlja formacije koje prikazuju različite slike. Prikazivanje pomoću dronova započelo je 2012. godine u Linzu, a zadnji takav događaj dogodio se 08.11.2020 godine u Sankt Peterburgu na festivalu „Wonder of Light“.



Slika 2. Formacija dronova na festivalu „Wonder of Light“ [10]

## 2. KINEMATIKA I DINAMIKA

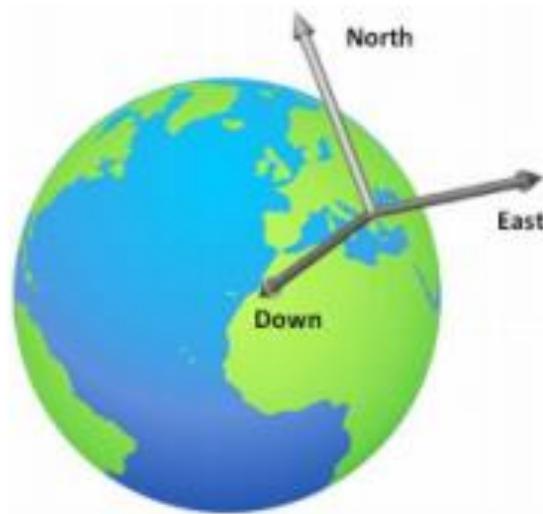
Dron je podaktuirani sustav. Sustav ima šest stupnjeva slobode gibanja (eng. degrees of freedom – DOF), a ima samo 4 motora s kojima se može upravljati (aktuatora). Uz pretpostavku krutog tijela možemo prikazati uz pomoć jednadžbi međuvisnosti dvaju koordinatnih sustava. Tijelo koje ima šest stupnjeva slobode gibanja znamo da ima mogućnost translacije (gibanje po osima x, y, z) i rotacije u 3 osi (rotacija oko osi x, y, z). Matrični zapis translacija i rotacija prikazan je jednadžbom 2.1.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \eta = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

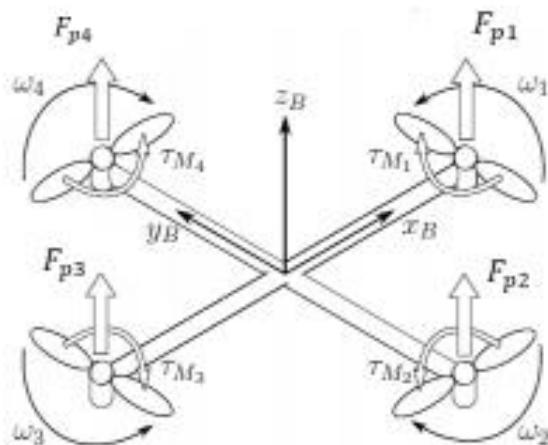
Prilikom izrade dinamičkog modela moraju se pronaći sile i momenti koji djeluju na kvadkopter. Sve sile i momenti moraju biti orijentirane na ispravan način bez obzira kako je kvadkopter orijentiran (npr. gravitacija će uvijek djelovati u osi z, ali će imati i vektorske komponente koji ovise o orijentaciji drona). Za simulaciju i modeliranje drona potrebno je kontrolirati brzinu svakog od četiri rotora te na temelju matematičkog modela manipulirati svakom od tih brzina da se postigne željeno gibanje. Prije rješavanja i korištenja jednadžbi kinematike i dinamike drona potrebno je odrediti koordinatne sustave drona, te inercijski okvir. Za te koordinatne sustave potrebno je odrediti matrice transformacije. Budući da će se svi senzori kretanja tijela biti izravno montirani na dron, te će se sva očitanja odnositi na okvir tijela drona, matrica transformacije nam je potrebna da možemo modelirati sustav, a kasnije i njime upravljati iz inercijskog okvira.

Inercijski okvir je zapravo koordinatni sustav Zemlje s ishodištem smještenim na tlu. Inercijski koordinatni sustav ne rotira jer zanemarujemo akceleracijske efekte zbog rotacije Zemlje. Prema dogovoru osi x je usmjerena prema sjeveru, os y prema istoku te iz tog proizlazi da je os z usmjerena u središte Zemlje.

Okvir tijela drona je koordinatni sustav sa središtem centru mase drona te se njegove osi podudaraju sa strukturom drona (podudaraju se s krakovima letjelice). Konstrukcija same letjelice je simetrična po svim koordinatnim osima te se jednadžbe pojednostavljaju.



Slika 3. Inercijski koordinatni sustav [7]



Slika 4. Koordinatni sustav drona [8]

Za izračun ukupne matrice transformacije, prvotno moram sagledati njezine komponente. Matrica transformacije sastoji se od tri rotacije koje možemo drugim imenom zvati i Eulerovim kutovima. Eulerovi kutovi nazivaju se redom: skretanje, poniranje, valjanje.

Rotacija za kut  $\phi$  (valjanje) oko osi x prikazano je matricom  $R_x(\phi, x)$  u jednadžbi 2.2.

$$R_x(\phi, x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Rotacija za kut  $\theta$  (poniranje) oko osi y prikazano je matricom  $R_y(\theta, y)$  u jednadžbi 2.3.

$$R_y(\theta, y) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Rotacija za kut  $\psi$  (skretanje) oko osi z prikazano je matricom  $R_z(\psi, z)$  u jednadžbi.

$$R_z(\psi, z) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Množenjem matrica rotacije redom z-y-x dobije se matrica transformacije iz okvira tijela kvadkoptera u inercijski okvir.

$$R = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi) \quad (2.5)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\theta) & -\cos(\phi)\sin(\psi) + \cos(\psi)\sin(\phi)\sin(\theta) & \sin(\phi)\sin(\psi) + \cos(\phi)\cos(\psi)\sin(\theta) \\ \cos(\theta)\sin(\psi) & \cos(\phi)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta) & -\cos(\psi)\sin(\phi) + \cos(\phi)\sin(\psi)\sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Prilikom izrade kinematike i dinamike bilo kojeg sustava moramo se pozabaviti i njezinim brzinama. Promatranjem brzina potrebno je pripaziti iz kojeg koordinatnog sustava stavljamo u odnos određene brzine. Brzine kvadkoptera u inercijskom koordinatnom sustavu kao i kutne brzine u koordinatnom sustavu drona prikazane su jednadžbom 2.7. Opće je poznato da su brzine derivacije pozicija. Prema toj relaciji u odnos možemo staviti varijable brzina i derivacije kuteva. Derivacije kuteva  $\phi, \theta, \psi$  nisu jednake brzinama određenim iz inercijskog koordinatnog sustava nego je potrebno provesti transformaciju. Budući da su kutne brzine definirane u okviru drona, a Eulerovi kutevi definirani su u inercijskom okviru potrebno je pomoću prethodno izvedene matrice transformacije odrediti odnos između tih kuteva, ali i njegovih derivacija. Postupak transformacije prikazan je jednadžbom 2.8. dok je potpuna matrica transformacije iz derivacije Eulerovih kuteva u kutne brzine inercijskog koordinatnog sustava. prikazana jednadžbom 2.9. Potrebno je napomenuti da se na isti način može odrediti i međuvisnost akceleracije između oba koordinatna sustava.

$$v_v = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad \omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R(\phi, x)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R(\phi, x)^{-1} R(\theta, y)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = T_\theta^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$T_\theta^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\phi) \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi)\cos(\theta) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix} \quad T_\theta = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Nakon određivanja svih relacija između koordinatnih sustava pomoću matrica transformacija, možemo sve potrebne informacije prenijeti iz jednog koordinatnog sustava u drugi najlakše je odrediti koje sve sile djeluju u našem dinamičkom sustavu. Najbitnije je vidjeti da se javljaju dvije glavne sile: sila potiska i sila gravitacije. Naravno uz te dvije sile možemo još dodati sve vanjske utjecaje poput otpora zraka, vjetra, vremenskih uvjeta, ali će se oni u većini ovog projekta svesti na minimum ili će se zanemariti.

U inercijskom koordinatnom sustavu gravitacijska sila djeluje po osi z (os z je u ovom koordinatnom sustavu usmjeren je u središte Zemlje). Kako većinu stvari određujemo u koordinatnom sustavu kvadkoptera potrebno je izvršiti transformaciju u taj koordinatni sustav.

U inercijskog koordinatnom sustavu sila  $F_g$  djeluje prema središtu Zemlje (po osi z). Taj sustav možemo matrično zapisati u obliku:

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Ako želimo gravitacijsku silu prebaciti iz inercijskog koordinatnog sustava u koordinatni sustav drona potrebno je matricu  $F_g$  pomnožiti s matricom transformacije.

$$F_g = T_\theta * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -mg \sin(\theta) \\ mg \sin(\phi) \cos(\phi) \\ mg \cos(\phi) \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Za silu propeleru uvodimo pretpostavku da će ona uvijek biti paralelna s osi z u okviru tijela kvadkoptera (nema komponenti te sile u smjeru x i y u koordinatnom sustavu kvadkoptera).

$$F_z = F_{potisak} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{p1} + F_{p2} + F_{p3} + F_{p4} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Određivanjem potiska i utjecajem gravitacije odlučujemo hoće li se kvadkoppter podizati, spuštati ili lebdjeti na mjestu. Za potrebe gibanja drona u zadanim smjeru moramo mijenjati brzine određenih motora tako da vektor potiska više nije samo komponenta z osi, nego se on dijeli na komponente u x i y smjeru. Smanjenjem ili povećanjem brzine određenih motora zapravo uvodimo „destabilizaciju“ momenata oko određene osi tj. točke (x i y osi koordinatnog sustava kvadkoptera poklapaju se s njegovim krakovima). Za određivanje potrebnog momenta koji nam je potreban za usmjeravanja kvadkoptera, potrebno je i poznavati konstrukciju drona. Za ovaj projekt odlučili smo koristiti „plus“ izrađenu konstrukciju. „Plus“ konstrukcija prikazana je na slici Slika 4. Takvu vrstu konstrukcije najlakše je prepoznati jer se tada koordinatne osi okvira drona poklapaju s krakovima kvadkoptera.

Moment koji nam omogućuje naginjanje drona oko osi x prikazan je jednadžbom 2.13.

$$M_x = L(F_{p4} - F_{p2}) \quad (2.13)$$

Moment koji nam omogućuje naginjanje drona oko osi y prikazan je jednadžbom 2.14.

$$M_y = L(F_{p3} - F_{p1}) \quad (2.14)$$

Za okretanje drona oko osi z potrebno je održavati konstantan potisak, ali se brzine okretanja motora moraju razlikovati. Tako dolazi do promjene okretnih momenata drona te se kao rezultat javlja okretanje rotacija drona.

$$M_z = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 \quad (2.15)$$

Za postavljanje diferencijalnih jednadžbi potrebno je odrediti i ukupnu masu, ali i momente inercije kvadkoptera. Kako masa djeluje na sve komponente, masu možemo prikazati uz pomoć matričnog zapisa koji je prikazan u jednadžbi 2.16. Za kvadkoppter možemo prepostaviti da ima simetričnu strukturu te je njegova matrica inercije također dijagonalna te je prikazana jednadžbom 2.17.

$$\mathbf{m} = m_{drona} = \begin{bmatrix} m_{drona} & 0 & 0 \\ 0 & m_{drona} & 0 \\ 0 & 0 & m_{drona} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Dinamički model kvadkoptera dobiva se pomoću jednadžbi:

$$m\ddot{\varepsilon} = F \quad (2.18)$$

Gdje je:

- $m$  – dijagonalna matrica masa
- $\ddot{\varepsilon}$  – akceleracija translacijskih gibanja u inercijskom koordinatnom sustavu

$$\ddot{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

- $F$  – vektor sila u inercijskom koordinatnom sustavu

$$F = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$m * (Rv_v)' = F \quad (2.21)$$

$$m * (\dot{R}v_v + R\dot{v}_v) = F \quad (2.22)$$

$$mR(\omega \times v_v + \dot{v}_v) = F \quad (2.23)$$

$$I\ddot{\eta} = \tau \quad (2.24)$$

Gdje je:

- $I$  – dijagonalna matrica inercija
- $\ddot{\eta}$  - akceleracija rotacijskih gibanja u inercijskom koordinatnom sustavu

$$\ddot{\eta} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

- $\tau$  – vektor momenata u inercijskom koordinatnom sustavu

$$\tau = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$I(T_\theta\omega)' = \tau \quad (2.27)$$

$$I(\dot{T}_\theta \omega + T_\theta \omega) = \tau \quad (2.28)$$

Uvrštanjem svih podataka i rješavanjem jednadžbi 2.23. i 2.28. dobije se model sa šest stupnjeva slobode prikazan jednadžbom 2.29.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= [\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \cos(\psi) \sin(\theta)]^* F_z \\ m\ddot{y} &= [\sin(\psi) \sin(\theta) \cos(\phi) - \cos(\psi) \sin(\phi)] F_z \\ m\ddot{z} &= -mg + \cos(\phi) \cos(\theta) F_z \\ I_x \ddot{\phi} &= (I_y - I_z) \dot{\theta} \dot{\psi} + M_x \\ I_y \ddot{\theta} &= (I_z - I_x) \dot{\phi} \dot{\psi} + M_y \\ I_z \ddot{\psi} &= (I_x - I_y) \dot{\phi} \dot{\theta} + M_z \end{aligned} \quad (2.29)$$

Kako je prethodno spomenuto uz pomoć upravljačke jedinice drona možemo upravljati za silama i momentima koji utječu na gibanje drona. Jednadžbom 2.30 prikazana je zamjena sila i momenata s upravljačkim varijablama te njihova zamjena u krajnjem dinamičkom modelu.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= [\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \cos(\psi) \sin(\theta)] u_1 \\ m\ddot{y} &= [\sin(\psi) \sin(\theta) \cos(\phi) - \cos(\psi) \sin(\phi)] u_1 \\ m\ddot{z} &= -mg + \cos(\phi) \cos(\theta) u_1 \\ I_x \ddot{\phi} &= (I_y - I_z) \dot{\theta} \dot{\psi} + u_2 \\ I_y \ddot{\theta} &= (I_z - I_x) \dot{\phi} \dot{\psi} + u_3 \\ I_z \ddot{\psi} &= (I_x - I_y) \dot{\phi} \dot{\theta} + u_4 \end{aligned} \quad (2.31)$$

### 3. LINEARIZACIJA MODELAA I IZRADA SIMULINK MODELAA

#### 3.1. Linearizacija modela

Za prikaz simulacije dinamike quadcoptera, za prvu fazu uzeli smo lineariziran model. Kod lineariziranog modela uzete su pretpostavke koje su napisane jednadžbama 3.1., 3.2 i 3.3.

$$\cos(\varphi) = \cos(\theta) = \cos(\psi) \approx 1 \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \sin(\phi) &\approx \phi \\ \sin(\theta) &\approx \theta \\ \sin(\psi) &\approx \psi \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi}\psi &\approx 0 \\ \dot{\theta}\psi &\approx 0 \\ \dot{\phi}\theta &\approx 0 \\ \dot{\theta}\dot{\psi} &\approx 0 \\ \dot{\phi}\dot{\psi} &\approx 0 \\ \dot{\phi}\dot{\theta} &\approx 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Uvrštavanjem prethodno spomenutih izraza u jednadžbu 2.26 dobije se izraz prikazan jednadžbom 3.4.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= \theta u_1 \\ m\ddot{y} &= -\phi u_1 \\ m\ddot{z} &= -mg + u_1 \\ Ix\ddot{\phi} &= u_2 \\ Iy\ddot{\theta} &= u_3 \\ Iz\ddot{\psi} &= u_4 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Za potpunu linearizaciju cijelog sustava uvodimo pretpostavku  $U_1 = mg + \hat{U}_1$  gdje je  $\hat{U}_1 \approx 0$ . Potpuno lineariziran model prikazan je jednadžbama 3.5.

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= g\theta \\ m\ddot{y} &= -g\phi \\ m\ddot{z} &= \hat{U}_1 \\ Ix\ddot{\phi} &= u_2 \\ Iy\ddot{\theta} &= u_3 \\ Iz\ddot{\psi} &= u_4 \end{aligned} \quad (3.5)$$

### 3.2. Stabilizacija lineariziranog sustava

#### 3.2.1. Sinteza podsustava 1

Početkom sinteze potrebno je prikazati odnos između regulacijske pogreške ( $\tilde{z}$ ), referentnog stanja ( $z_d$ ) te stvarne vrijednosti ( $z$ ).

$$\tilde{z} = z - z_d \quad (3.6)$$

Deriviranjem i uvrštavanjem jednadžbe 3.11. u jednadžbu 3.5. dobije se izraz prikazan jednadžbom 3.12.:

$$\ddot{\tilde{z}} + \dot{z}_d = \frac{1}{m} \hat{U}_1 \quad (3.7)$$

Potrebno je odabrati odgovarajuću upravljačku varijablu da se zadovolji cijeli sustav prikazan jednadžbom 3.12.

$$\hat{U}_1 = m(\ddot{z}_d - K_2 \dot{\tilde{z}} - K_1 \tilde{z}) \quad (3.8)$$

Uvrštavanjem jednadžbe 3.13. u jednadžbu 3.12. dobije se diferencijalna jednadžba prikazana jednadžbom 3.14.

$$\ddot{\tilde{z}} + K_2 \dot{\tilde{z}} + K_1 \tilde{z} = 0 \quad (3.9)$$

Ako želimo u sustavu točno određene polove sustava potrebno je uz pomoć Laplaceove transformacije izračunati potrebne koeficijente  $K_2$  i  $K_1$ .

$$s^2 + K_2 s + K_1 = 0 \quad (3.10)$$

$$(s - s_1)(s - s_2) = 0 \quad (3.11)$$

Ako želimo dobiti aperiodski odaziv potrebno je željeno odabrati polove  $s_1$  i  $s_2$  tako da se oni nalaze u negativnoj poluravnini. Prema tome možemo zadati pojačanja  $K_1$  i  $K_2$  prema formulama:

$$K_1 = s_1 * s_2 \quad (3.12)$$

$$K_2 = - (s_1 + s_2) \quad (3.13)$$

### 3.2.2. Sinteza podsustava 2

Na isti način prikazujemo odnos između regulacijske pogreške ( $\tilde{\psi}$ ), referentnog stanja ( $\psi_d$ ) te stvarne vrijednosti (z).

$$\tilde{\psi} = \psi - \psi_d \quad (3.14)$$

Deriviranjem i uvrštavanjem jednadžbe 3.15. u jednadžbu 3.5. dobije se izraz prikazan jednadžbom 3.16.:

$$\ddot{\tilde{\psi}} + \ddot{\psi}_d = \frac{1}{I_z} u_4 \quad (3.15)$$

Potrebno je odabrati odgovarajuću upravljačku varijablu da se zadovolji cijeli sustav prikazan jednadžbom 3.16.

$$u_4 = I_z (\ddot{\psi}_d - K_2 \dot{\tilde{\psi}} - K_1 \tilde{\psi}) \quad (3.16)$$

Uvrštavanjem jednadžbe 3.17. u jednadžbu 3.16. dobije se diferencijalna jednadžba prikazana jednadžbom 3.18.

$$\ddot{\tilde{\psi}} + K_2 \dot{\tilde{\psi}} + K_1 \tilde{\psi} = 0 \quad (3.17)$$

Pojačanja se biraju na isti način kao i kod podsustava 1.

### 3.2.3. Sinteza podsustava 3 i 4

U podsustavima tri i četiri radimo približno isti postupak upravljanja, ali sada je u ovom slučaju sustav višeg reda.

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= x - x_d \\ \tilde{y} &= y - y_d \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} u_3 &= \frac{I_y}{g} (x_d^{(4)} - K_3 \ddot{\tilde{x}} - K_2 \dot{\tilde{x}} - K_1 \tilde{x} - K_0 \tilde{x}) \\ u_2 &= \frac{I_x}{g} (y_d^{(4)} - K_3 \ddot{\tilde{y}} - K_2 \dot{\tilde{y}} - K_1 \tilde{y} - K_0 \tilde{y}) \end{aligned} \quad (3.19)$$

Ubacivanjem jednadžbi 3.18. i 3.19. u jednadžbu 3.5. dobijemo konačan izraz 3.20.

$$\begin{aligned}\tilde{x}^{(4)} + K_3 \ddot{\tilde{x}} + K_2 \tilde{x} + K_1 \dot{\tilde{x}} + K_0 \tilde{x} &= 0 \\ \tilde{y}^{(4)} + K_3 \ddot{\tilde{y}} + K_2 \tilde{y} + K_1 \dot{\tilde{y}} + K_0 \tilde{y} &= 0\end{aligned}\quad (3.20)$$

$$K_0 = c_1 * c_2 * c_3 * c_4 \quad (3.21)$$

$$K_1 = -(c_1 * c_2 * (c_3 + c_4) + c_3 * c_4 * (c_1 + c_2)) \quad (3.22)$$

$$K_2 = c_1 * c_2 + c_3 * c_4 + (c_1 + c_2) * (c_3 + c_4) \quad (3.23)$$

$$K_3 = -(c_1 + c_2 + c_3 + c_4) \quad (3.24)$$

Odabir pojačanja ponovno se radi preko samostalnog odabira polova sustava pri čemu su c1, c2, c3, c4 željene negativne realne vrijednosti.

### 3.3. Stabilizacija djelomično lineariziranog sustava

Prethodno je prikazan način sinteze lineariziranog modela. U realnim sustavima linearizirani takvi modeli često nisu uporabljeni. Stabilizacija određenog nelinearnog modela je komplikiranija za izraditi, ali ipak uz malo više truda može se doći do točnih rezultata. Grupu nelinearnih autonomnih letjelica koje imaju jednu komunikaciju mrežu potrebno je dobro optimirati te izvesti točne upravljačke zakone s točno definiranim regulacijskim konstantama. Zbog tih razloga kao drugu grupu simulacijskih rezultata izveli smo za djelomično lineariziran model autonomne letjelice. Kod djelomično lineariziranog modela i dalje vrijede zakoni navedeni u jednadžbama (3.1), (3.2) i (3.3). Pomoću jednadžbe (3.4) provest će se sinteza regulatora na drugačiji način tako da prva upravljačka varijabla ( $u_1$ ) se može povezati s ostalim sustavim u kojima se nalaze ostale upravljačke varijable ( $u_2$  i  $u_3$ ).

#### 3.3.1 Sinteza podsustava 1

$$\tilde{z} = z - z_d \quad (3.25)$$

$$m\ddot{z} = -mg + u_1 \quad (3.26)$$

$$\ddot{z} = -g + \frac{1}{m}u_1 \quad (3.27)$$

$$u_1 = m * [g + \ddot{z}_d - k_1(\dot{z} - \dot{z}_d) - k_0(z - z_d)] \quad (3.28)$$

$$\ddot{z} + K_2 \dot{z} + K_1 z = 0 \quad (3.29)$$

### 3.3.2. Sinteza podsustava 2

$$\tilde{\psi} = \psi - \psi_d \quad (3.30)$$

$$\ddot{\tilde{\psi}} + \ddot{\psi}_d = \frac{1}{I_z} u_4 \quad (3.31)$$

$$u_4 = I_z(\ddot{\psi}_d - K_2 \dot{\tilde{\psi}} - K_1 \tilde{\psi}) \quad (3.32)$$

$$\ddot{\tilde{\psi}} + K_2 \dot{\tilde{\psi}} + K_1 \tilde{\psi} = 0 \quad (3.33)$$

### 3.3.3 Sinteza podsustava 3

$$\tilde{x} = x - x_d \quad (3.34)$$

$$m\ddot{x} = \theta u_1 \quad (3.35)$$

$$I_y \ddot{\theta} = u_3 \quad (3.36)$$

$$m\ddot{x} = \dot{\theta} u_1 + \theta \dot{u}_1 \quad (3.37)$$

$$mx^{(4)} = \ddot{\theta} u_1 + \dot{\theta} \dot{u}_1 + \dot{\theta} \dot{u}_1 + \theta \ddot{u}_1 = \ddot{\theta} u_1 + 2\dot{\theta} \dot{u}_1 + \theta \ddot{u}_1 \quad (3.38)$$

$$mx^{(4)} = \left(\frac{u_3}{I_y}\right) u_1 + 2\dot{\theta} \dot{u}_1 + \theta \ddot{u}_1 \quad (3.39)$$

$$u_3 = \frac{I_y}{u_1} (-2\dot{\theta} \dot{u}_1 - \theta \ddot{u}_1 + \tilde{u}_3) \quad (3.40)$$

$$mx^{(4)} = \tilde{u}_3 \quad (3.41)$$

$$\tilde{u}_3 = m[(x_d^{(4)} - K_3(\ddot{x} - \ddot{x}_d) - K_2(\dot{x} - \dot{x}_d) - K_1(x - x_d) - K_0(x - x_d)] \quad (3.42)$$

$$\ddot{\tilde{x}} + K_3 \ddot{\tilde{x}} + K_2 \dot{\tilde{x}} + K_1 \dot{\tilde{x}} + K_0 \tilde{x} = 0 \quad (3.43)$$

### 3.3.4 Sinteza podsustava 4

$$\tilde{y} = y - y_d \quad (3.44)$$

$$m\ddot{y} = -\varphi u_1 \quad (3.45)$$

$$I_x \ddot{\varphi} = u_2 \quad (3.46)$$

$$m\ddot{y} = -\dot{\varphi} u_1 - \varphi \dot{u}_1 \quad (3.47)$$

$$my^{(4)} = -\ddot{\varphi}u_1 - \dot{\varphi}\dot{u}_1 - \dot{\varphi}\dot{u}_1 - \varphi\ddot{u}_1 = \ddot{\varphi}u_1 - 2\dot{\varphi}\dot{u}_1 - \varphi\ddot{u}_1 \quad (3.48)$$

$$my^{(4)} = -\left(\frac{u_2}{I_x}\right)u_1 - 2\dot{\varphi}\dot{u}_1 - \varphi\ddot{u}_1 \quad (3.49)$$

$$u_2 = -\frac{I_x}{u_1}(2\dot{\varphi}\dot{u}_1 + \varphi\ddot{u}_1 + \tilde{u}_2) \quad (3.50)$$

$$my^{(4)} = \tilde{u}_2 \quad (3.51)$$

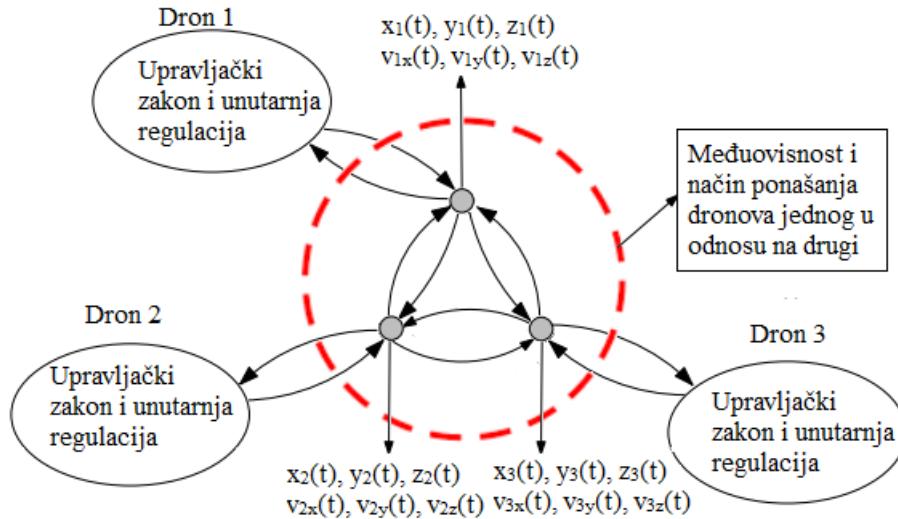
$$\tilde{u}_2 = m[(y_d^{(4)} - K_3(\ddot{y} - \ddot{y}_d) - K_2(\dot{y} - \dot{y}_d) - K_1(\dot{y} - \dot{y}_d) - K_0(y - y_a)] \quad (3.52)$$

$$\ddot{y}^{(4)} + K_3\ddot{\tilde{y}} + K_2\ddot{\tilde{y}} + K_1\dot{\tilde{y}} + K_0\tilde{y} = 0 \quad (3.53)$$

Za sve simulacije koje će biti u nastavku navedene koriste se iste jednadžbe i uvjeti kao u potpuno lineariziranim i prethodno prikazanim sustavima i simulacijama. Za određivanje pojačanja  $K_0, K_1, K_2, K_3$  koristi se isti način kao i kod sinteze lineariziranog sustava.

## 4. DISTRIBUIRANO UPRAVLJANJE FLOTOM DRONOVA

Uz pomoć prethodno izvedenih upravljačkih zakona simulirat ćemo nekoliko različitih načina gibanja autonomnih letjelica u formaciji. Za simulaciju gibanja i prikazivanje dobivenih rezultata koristit će se programi Matlab i Matlab Simulink.



Slika 5. Generalizirana komunikacijska mreža

U prethodnim poglavljima detaljno su objašnjeni upravljački zakoni i unutarnja regulacija drona 1, drona 2 i drona 3 sa slike 5. U nastavku ćemo se pobliže pozabaviti njihovom međusobnom komunikaciju i kako međuovisnost utječe na njihovo ponašanje, a napisljeku i na njihovo gibanje.

Unutar crveno označenog kruga prikazana je opća međusobna komunikacija između dronova koji lete u određenoj formaciji. Međusobna komunikacija koja je predstavljena crvenim krugom mijenja se u svakom sljedeće prikazanom primjeru. Komunikacija odlučuje na koji način će se dronovi gibati u formaciji. Svaki kružić unutar tog crvenog kruga predstavlja zakon gibanja drona. Svaki kružić još možemo nazvati i čvor grafa. U taj zakon, ovisno o gibanju, ulaze potrebni podaci s ostalih dronova i s tog samog drona. Kao povratnu informaciju i kako nastaviti gibanje, iz kružića prema dronu izlazi referentno stanje koje će dron koristiti kao novi referentni signal i za unutarnju regulaciju. Ovisno o željenom gibanju svaki dron u taj krug šalje svoje trenutno stanje o poziciji, i eventualno o brzini.

U svakoj naknadno spomenutoj simulaciji koristit će se pojednostavljen model prikazan na slici 5. Prilikom određivanja željenog kretanja i upravljačkog zakona ukratko će se objasniti i teorijska pozadina određenog komunikacijskog modela.

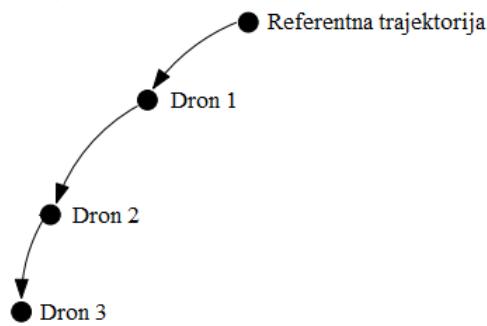
U nastavku prikazat će se simulacijski rezultati za modele:

1. Praćenje trajektorije
2. Susretanje
3. Dolazak u formaciju
4. Gibanje u formaciji

## 5. SIMULACIJSKI REZULTATI

### 5.1. Praćenje trajektorije

Prilikom izrade simulacije „praćenje trajektorije“ krenulo se iz pretpostavke da svaki dron iz grupe slijedi nekog drugog. Prvi dron koji se kreće slijedit će zadanu referentnu trajektoriju. Iako se model jednog drona može modelirati uz pomoć Matlab-a, ali i uz pomoć Simulink-a, odlučeno je korištenje Simulink sustava zbog preostalih dronova. Prvi dron ima poznatu trajektoriju, a time i poznate derivacije te trajektorije. Kako svi dronovi ne slijede trajektoriju nego svaki sljedeći slijedi onog prije sebe dronovi 2 i 3 u početku ne poznaju model trajektorije. Simulink nam olakšava prijenos trenutnih pozicija s jednog sustava na drugi. Dinamički model svakog drona je isti, kao i njihovi regulatori. Jedina značajna razlika koja se javlja zapravo je različitost trajektorija te početni uvjeti (mjesto nultog položaja) pojedinog drona.



Slika 6. Komunikacijska mreža za slijedenje trajektorije

Referentna trajektorija matematički je zapisana u obliku:

$$x_d(t) = A \sin(0.5t) \quad (5.1)$$

$$y_d(t) = A \cos(0.5t) \quad (5.2)$$

$$z_d(t) = k * x, \quad k = 0.5 \quad (5.3)$$

$$\psi_d(t) = \text{const.} \quad (5.4)$$

Željene formacije mogu se izravno odrediti pomoću odnosa željenih relativnih stanja (uz pomoć unaprijed određenih relativnih odnosa možemo vidjeti kako jedan translacijski sustava utječe na drugi – u našem slučaju koordinate jednog drona u određenom vremenu koriste se kao trajektorija u koju treba doći drugi dron). Takve slučajeve možemo zapisati općim upravljačkim zakonom:

$$\dot{x}_i = -a_{ij}[(x_i - x_j) + k(v_i - v_j)] \quad (5.5)$$

$x_i(t)$  – trenutna pozicija drona za kojeg se izračunava trenutačno stanje

$x_j(t)$  – trenutna pozicija drona koji utječe na trenutačno stanje

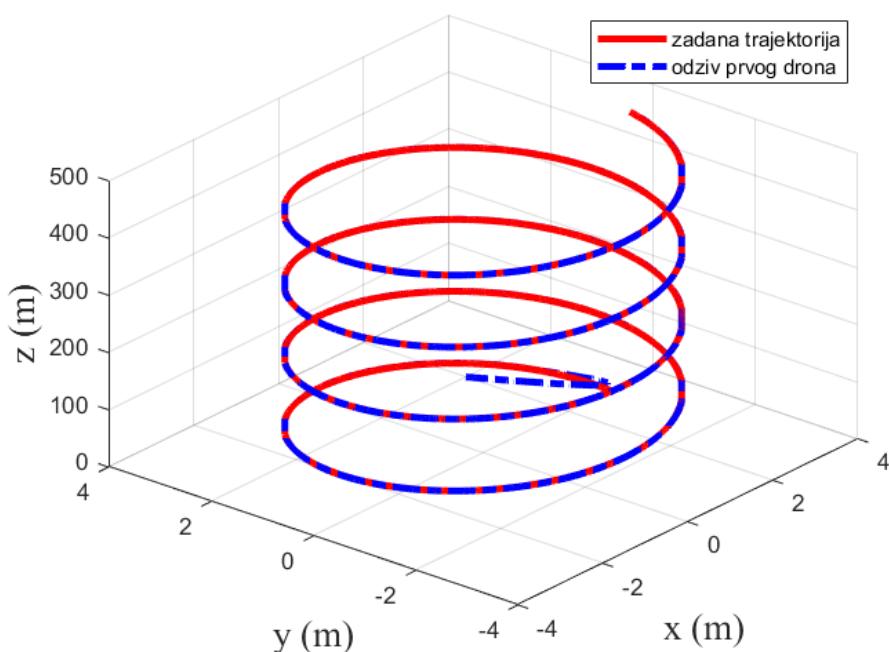
$v_i(t)$  – trenutna brzina drona za kojeg se izračunava trenutačno stanje

$v_j(t)$  – trenutna brzina drona koji utječe na trenutačno stanje

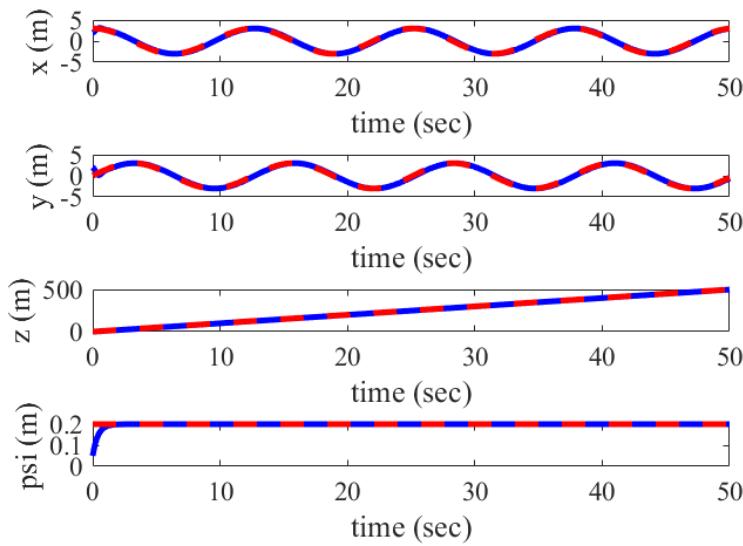
$a_{ij}$  – korekcijski faktor – utječe na brzinu odziva i brzinu regulacije između dronova

$k$  – korekcijski faktor brzine – faktor koji prikazuje utjecaj brzine na brzinu regulacije

Za prikaz simulacijskih rezultata korekcijski faktor  $a_{ij} = -1$ , te je korekcijski faktor brzine  $k = 0$ .

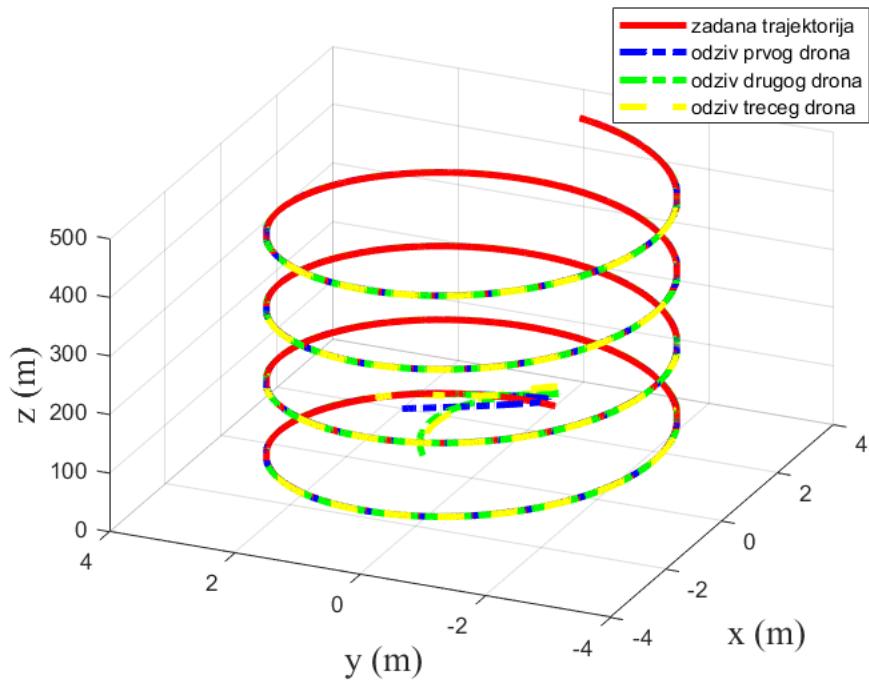


Slika 7. Prikaz slijedenja referentne trajektorije drona 1

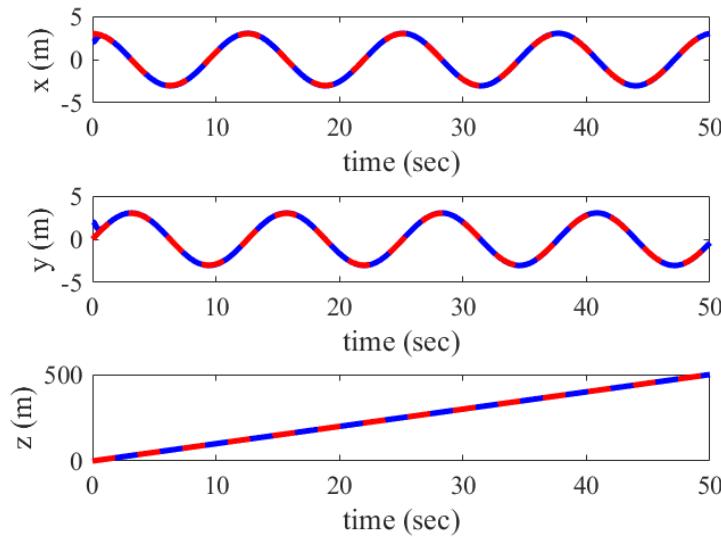


**Slika 8. Prikaz odziva stupnjeva slobode gibanja te praćenje zadane trajektorije**

Na sljedećoj slici prikazana je struktura zadane trajektorije s odzivima svih dronova. Trajektorije koje prate dron br. 2 te dron br. 3 unaprijed nisu poznate dronovima 2 i 3.

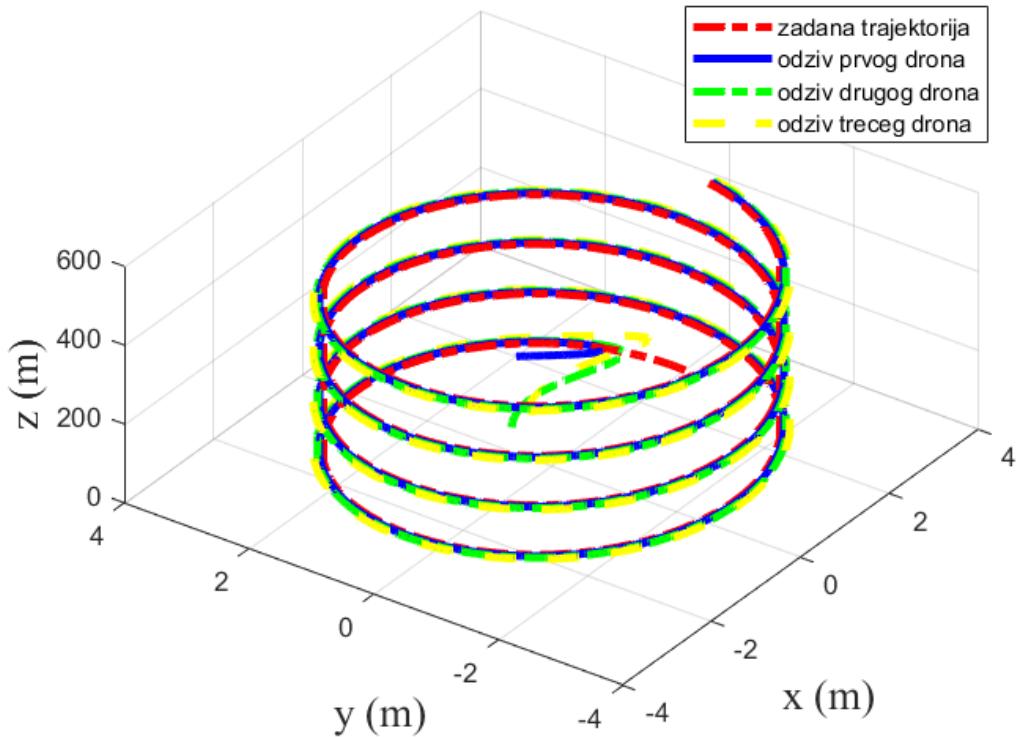


**Slika 9. Prikaz referentne trajektorije zajedno s odzivima svih dronova**



**Slika 10. Odziv drona 1 u odnosu na zadatu trajektoriju korištenjem djelomično linearogn modela**

Ako uspoređujemo sliku Slika 8. sa slikom Slika 10. možemo vidjeti da oba načina regulacije drona 1 u potpunosti zadovoljavaju te s malim greškama prate zadatu trajektoriju. Najveća razlika događa na samom početku svake simulacije. Rezultate početka same simulacije lakše će se opisati pomoću Slike 11.

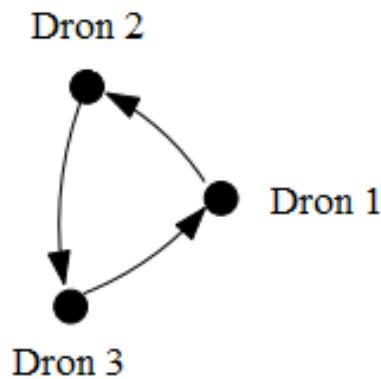


**Slika 11. Prikaz referentne trajektorije zajedno s odzivima svih dronova korištenjem djelomično lineariziranog modela**

Može se vidjeti da prilikom početnih nekoliko trenutaka simulacije dolazi do sporijeg odziva djelomično linearnog modela u odnosu na potpuno lineariziran model. To možemo zaključiti pomoću traženja točke gdje prvi put dolazi do „spajanja“ odziva drona 1 sa željenom trajektorijom. Također možemo vidjeti da dolazi do većih preskoka prilikom međusobnog slijedeњa. Taj dio najviše dolazi do izražaja kada pogledamo odzive drona 3. Možemo vidjeti da je preskok u trenutno prikazanom slučaju izraženiji nego kod lineariziranog modela.

## 5.2. Susretanje

Nakon uspješno izvedene simulacije praćenja trajektorije, sljedeće će biti prikazan simulacijski model dva načina susretanja. Prilikom izrade prvog načina susretanja, svaka autonomna letjelica slijedi jednu od susjednih letjelica. Kako bi se zatvorio lanac praćenja, zadnja letjelica prati poziciju prve letjelice kao svoju referentnu trajektoriju. Kružno praćenje završava susretanjem svih dronova u jednoj točci.



Slika 12. Komunikacijski protokol prvog načina susretanja

Ovisno o početnim uvjetima, svojstvima regulatora, načinu gibanja te poziciji prema kojoj se kreću, trajektorije autonomnih letjelica mogu se presijecati. Upravljački zakon kinematike autonomnih letjelica je isti kao i u prethodnom poglavlju, ali u ovom slučaju dron 1 ne prati unaprijed zadalu trajektoriju. Umjesto nje on prati poziciju drona 3.

Na sljedećim slikama prikazane su simulacijske vrijednosti za 2 različita slučaja (  $k=0$  i  $k\neq 0$  ).  
U oba slučaja  $a = -1$ .

1. Slučaj  $\rightarrow k=0; a=-1$

Zakon kinematike gibanja može se zapisati i u obliku:

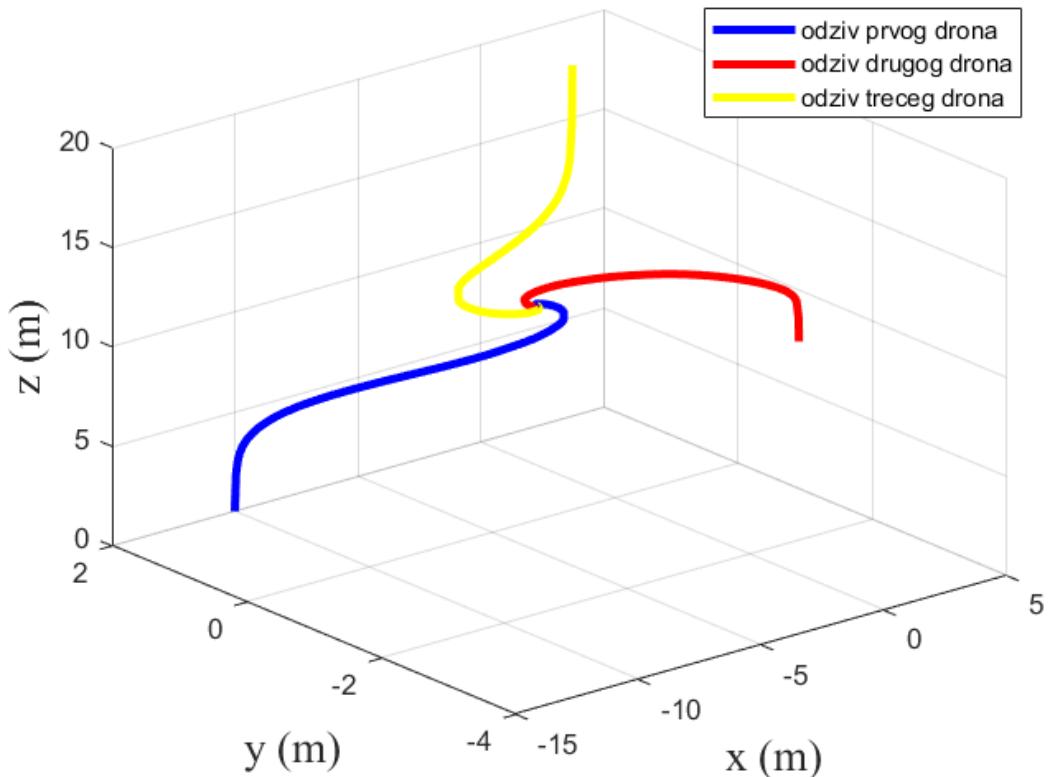
$$\dot{x}_1 = (x_1 - x_3) \quad (5.6)$$

$$\dot{x}_2 = (x_2 - x_1) \quad (5.7)$$

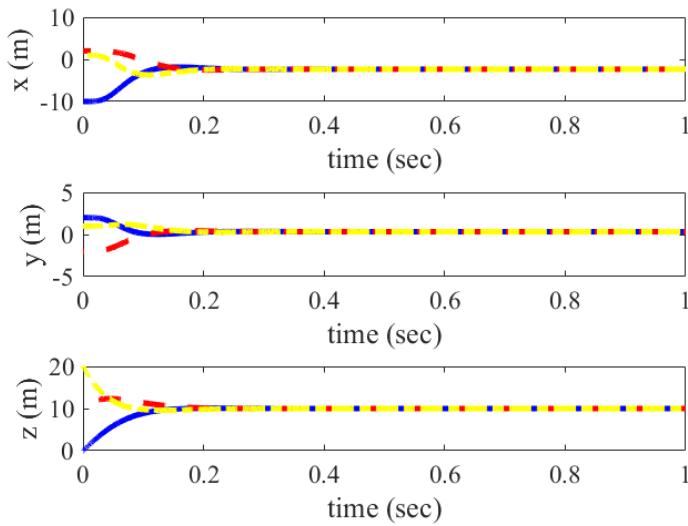
$$\dot{x}_3 = (x_3 - x_2) \quad (5.8)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Na isti način se mogu prikazati i vrijednosti za druge koordinate osi.



Slika 13. Odziv lineariziranog modela prvog načina susretanja s faktorom k=0



**Slika 14.** Prikaz vremenskog odziva lineariziranog modela za prvi slučaj susretanja s faktorom k=0

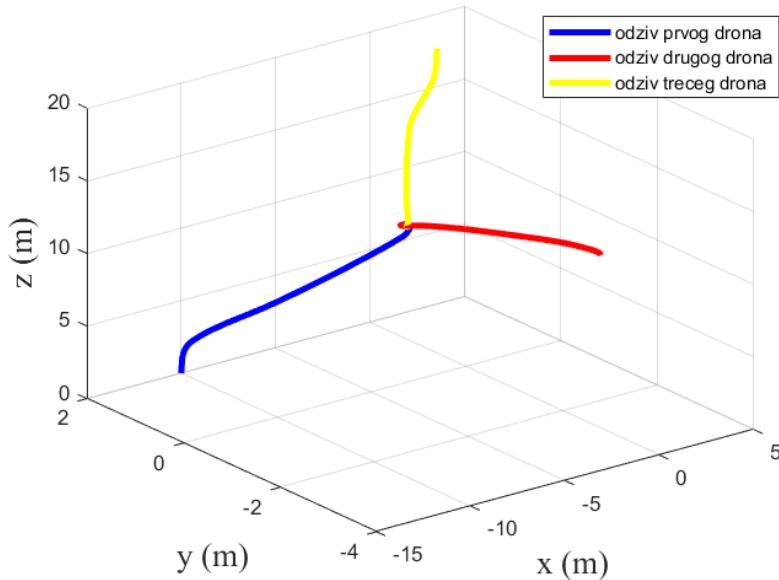
2. Slučaj  $\rightarrow k = 1; a = -1$

Zakon kinematike gibanja može se zapisati i u obliku:

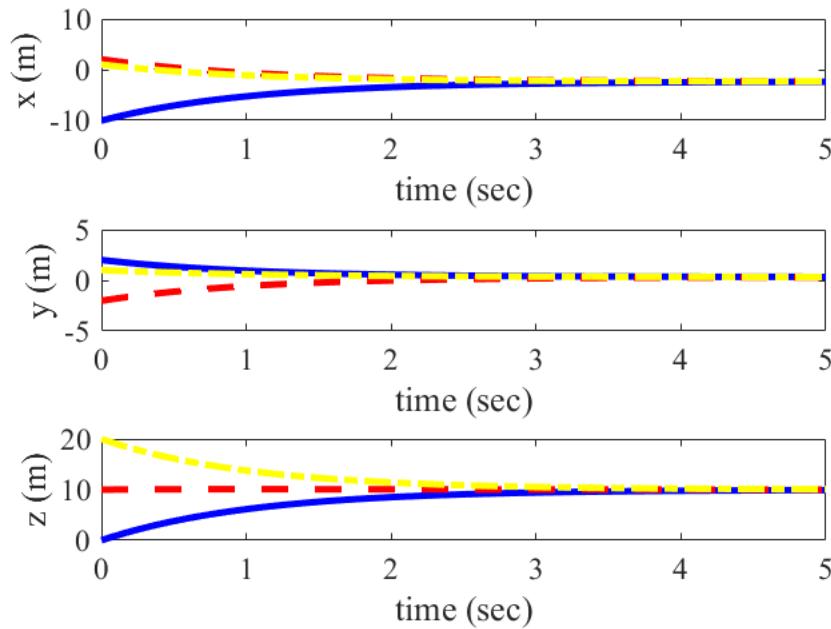
$$\dot{x}_1 = (x_1 - x_3) + (v_{x1} - v_{x3}) \quad (5.10)$$

$$\dot{x}_2 = (x_2 - x_1) + (v_{x2} - v_{x1}) \quad (5.11)$$

$$\dot{x}_3 = (x_3 - x_2) + (v_{x3} - v_{x2}) \quad (5.12)$$

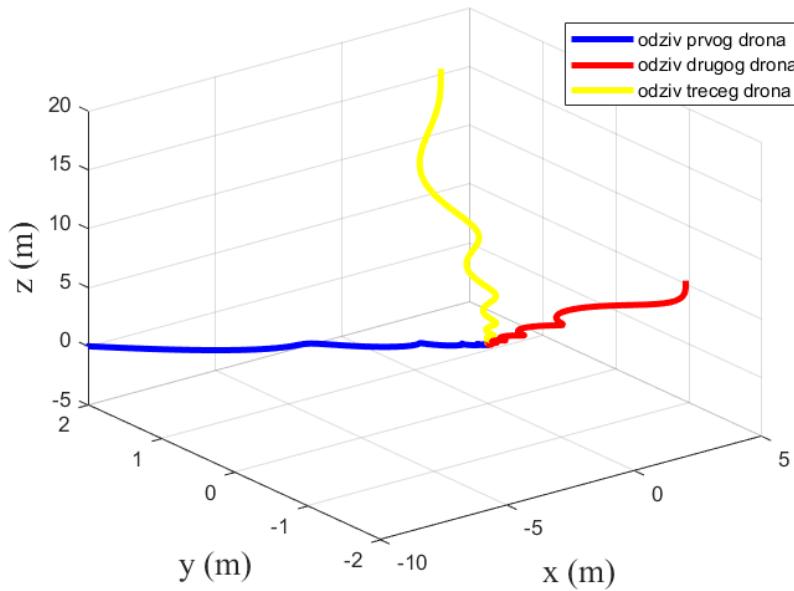


**Slika 15.** Odziv lineariziranog modela prvog načina susretanja za k=1

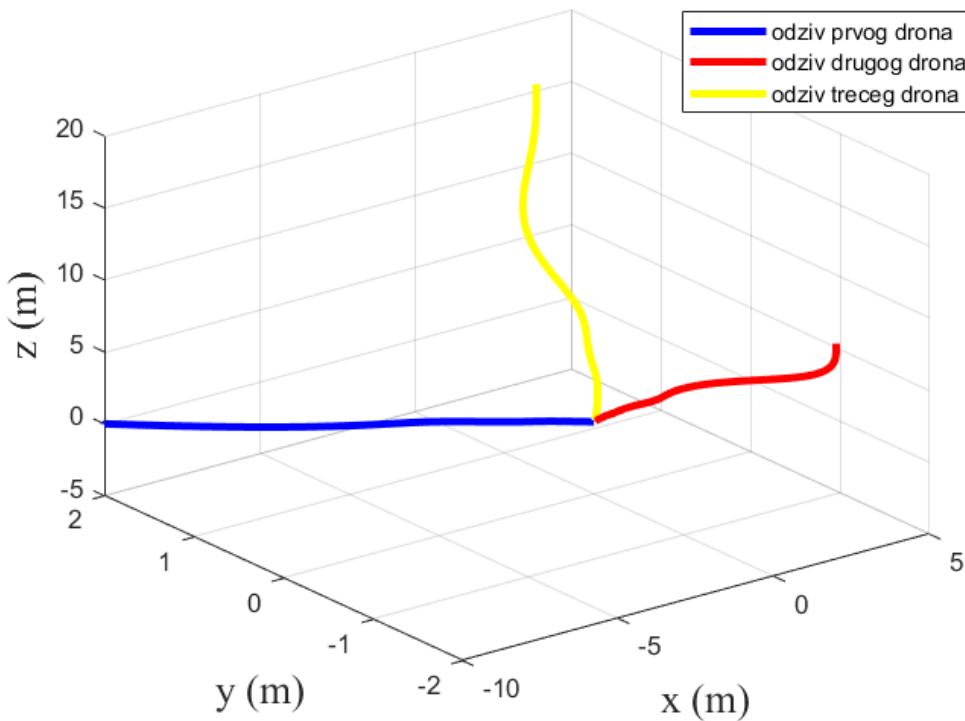


**Slika 16.** Prikaz vremenskog odziva lineariziranog modela za prvi slučaj susretanja s faktorom  $k=1$

Iz prikazanih rezultata se može vidjeti da oba načina omogućavaju željeno upravljanje potpunim modelom sustava. Iako se u drugom slučaju mogu vidjeti manje oscilacije prilikom kretanja, iz pregleda vremenskih perioda može se također vidjeti da u drugom slučaju je potrebno više vremena za dolazak u istu točku.



**Slika 17.** Odziv djelomično lineariziranog za prvi način susretanja za  $k=0$



**Slika 18. Odziv djelomično lineariziranog za prvi način susretanja za  $k=1$**

Ako ponovno pogledamo odnos lineariziranog modela sa slikama Slika 13 i Slika 15 te ih usporedimo s dobivenim rezultatima za djelomično lineariziran model sa slikama Slika 17. i Slika 18. Odmah na prvi pogled možemo vidjeti da uspostavljena komunikacija mreža, zajedno s istim regulatorom daje željene odzive u oba slučaja, ali dolazi do različitih načina gibanja i oscilacija. U djelomično lineariziranom modelu gdje naša komunikacijska mreža koristi samo podatke o poziciji dronova te je dinamika cijelog sustava komplikirana, dolazi do malih linijskih pomaka prilikom gibanja u istu točku. Unutarnji regulatori pokušavaju tu grešku riješiti te se vidi kako se oscilacije postepeno smanjuju. U drugom slučaju kada koristimo i trenutne brzine možemo vidjeti da su odzivi stabilniji i da nema nikakvih oscilacija.

Drugi način susretanja koristi dodatne međuodnose između dronova. Kako je bilo spomenuto, prvi način susretanja koristi podatke o poziciji (i brzini) od samo jednog drona. Drugi način susretanja iskorištava podatke sa svih dronova koji se nalaze unutar sustava. Gibanje prema točno određenoj točki tada se opisuje prema jednadžbi 5.13.

Upravljački zakon može se zapisati na način:

$$\dot{x}_i = -\frac{1}{N_i} \sum_{j \in N} a_{ij} [(x_i - x_j) + k(v_i - v_j)] \quad (5.13)$$

Ponovno će u nastavku biti prikazane simulacijske vrijednosti za 2 različita slučaja ( $k=0$  i  $k \neq 0$ ).

U oba slučaja  $a = -1$ .

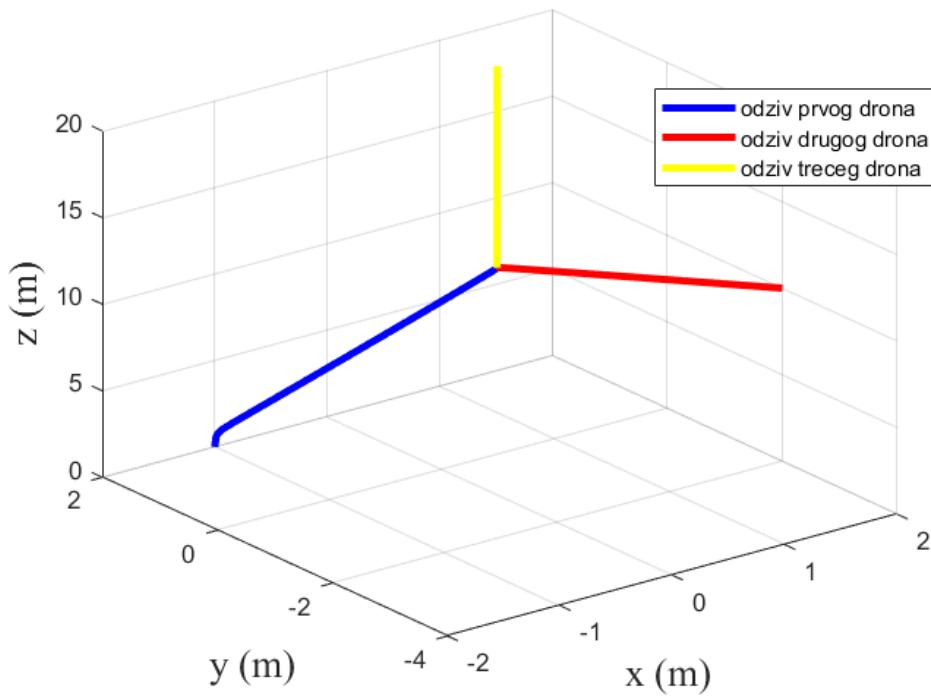
1. Slučaj  $\rightarrow k=0; a=-1$

$$\dot{x}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j \in N} (x_i - x_j) \quad (5.14)$$

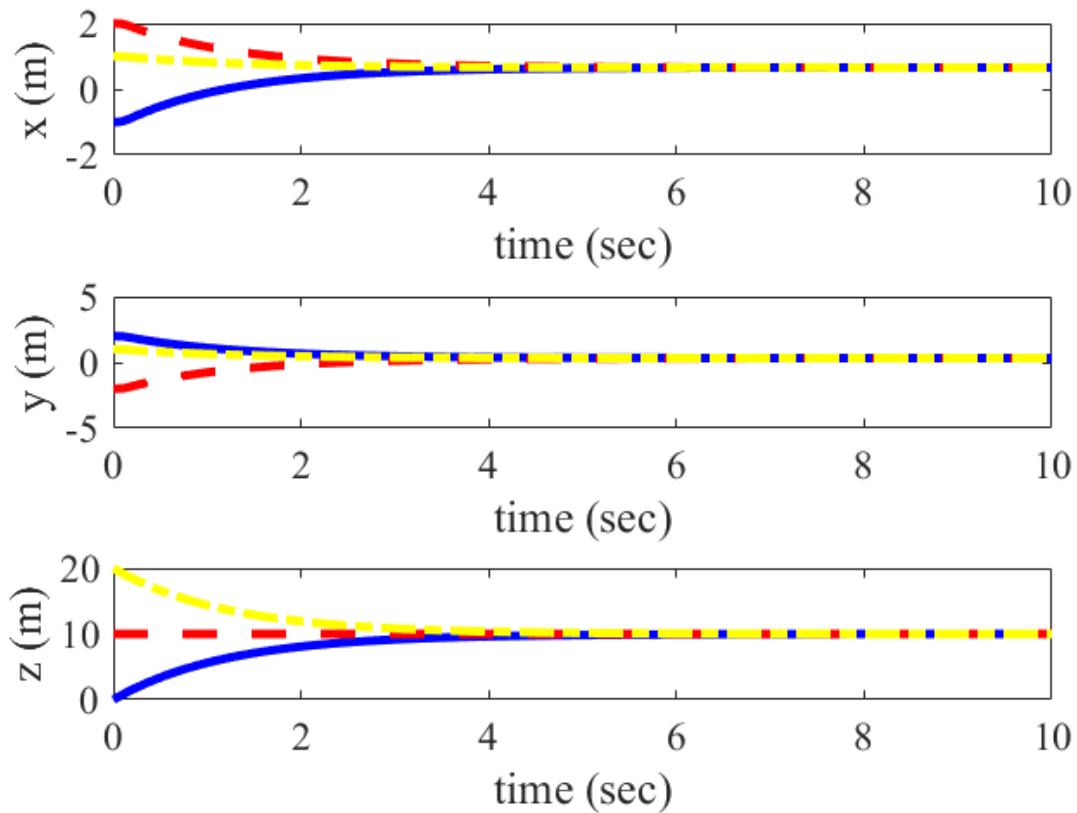
$$\dot{x}_1 = \frac{1}{2} [(x_1 - x_2) + (x_1 - x_3)] \quad (5.15)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{2} [(x_2 - x_1) + (x_2 - x_3)] \quad (5.16)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{2} [(x_3 - x_1) + (x_3 - x_2)] \quad (5.17)$$



Slika 19. Odziv lineariziranog modela za drugi način susretanja s faktorom  $k=0$



**Slika 20. Prikaz vremenskog odziva sustava za drugi način susretanja s faktorom k=0**

Kako se može vidjeti iz slike, ako koristimo samo trenutne relativne pozicije dronova, dogodit će se određene nagle promjene u početnim dijelovima simulacije (ta problematika najjasnije se vidi pri samom početku gibanja drona 1). Kasnije će se sve autonomne gibati po određenoj putanji prema ostalim dronovima.

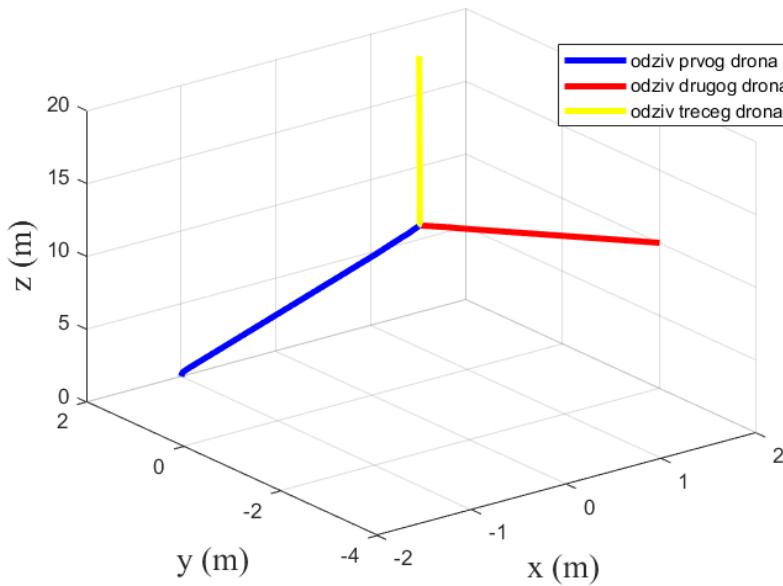
2. Slučaj  $\rightarrow k=1; a=-1$

$$\dot{x}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j \in N} [(x_i - x_j) + k(v_i - v_j)] \quad (5.18)$$

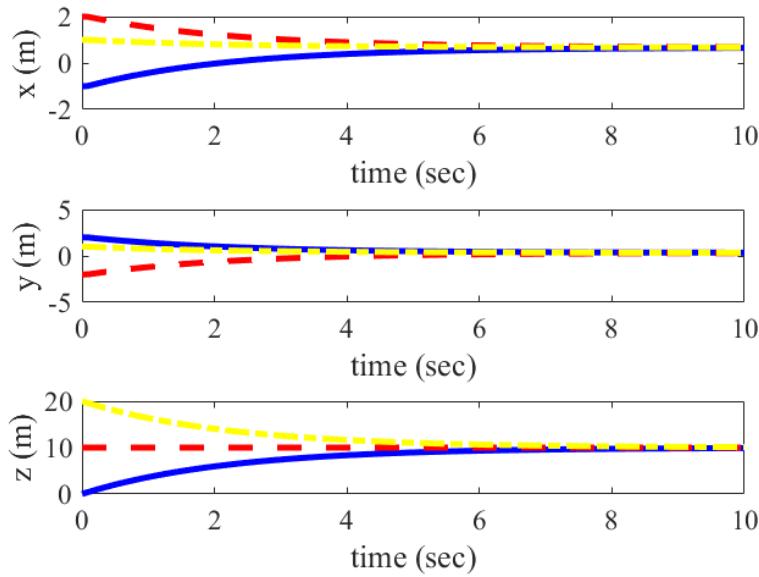
$$\dot{x}_1 = \frac{1}{2} \{ [(x_1 - x_2) + k(v_{x1} - v_{x2})] + [(x_1 - x_3) + k(v_{x1} - v_{x3})] \} \quad (5.19)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{2} \{ [(x_2 - x_1) + k(v_{x2} - v_{x1})] + [(x_2 - x_3) + k(v_{x2} - v_{x3})] \} \quad (5.20)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{2} \{ [(x_3 - x_1) + k(v_{x3} - v_{x1})] + [(x_3 - x_2) + k(v_{x3} - v_{x2})] \} \quad (5.21)$$

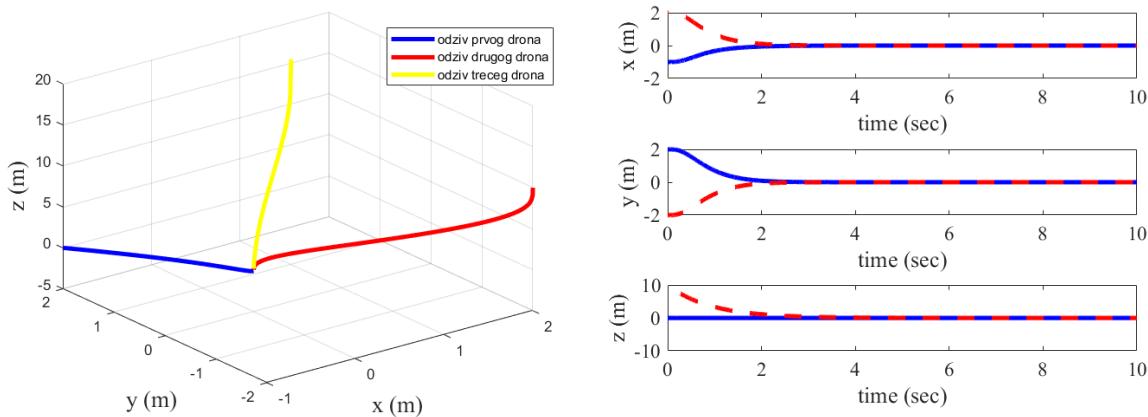
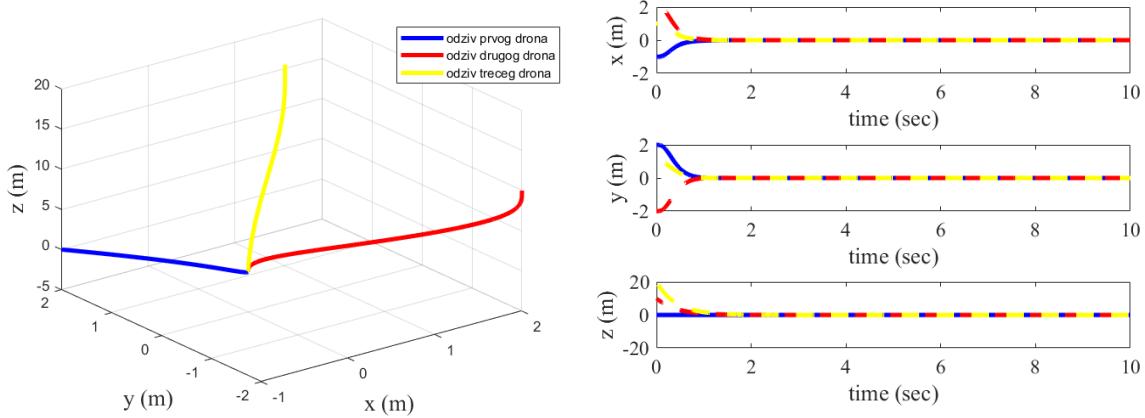


**Slika 21. Odziv modela za drugi način susretanja s faktorom k=0**



**Slika 22. Prikaz vremenskog odziva sustava za drugi način susretanja s faktorom k=0**

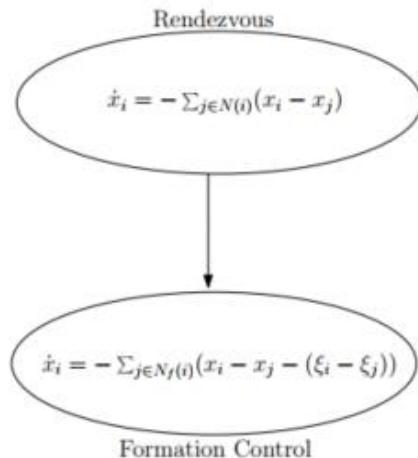
Iz prikazanih rezultata može se vidjeti da oba načina omogućavaju željeno upravljanje potpunim modelom sustava. U 1. slučaju moraju se koristiti veća pojačanja ( $K_0, K_1, K_2$  i  $K_3$ ) kako bi se dobilo rješenje koje će sve više sličiti prikazu simulacija iz 2. slučaja. Također se može vidjeti iz prikazanih podataka da je ponovno u drugom slučaju potrebno više vremena za dolazak u istu točku nego u prvom slučaju.

Slika 23. Odziv djelomično lineariziranog modela za drugi način susretanja s faktorom  $k=0$ Slika 24. Odziv djelomično lineariziranog modela susretanja s faktorom  $k=1$ 

Iz prikazanih primjera možemo vidjeti da komunikacijska mreža približno isto izgleda u oba slučaja. Iz preostalih slika koje su prikazane vidi se da je prilikom korištenja brzine u komunikacijskoj mreži potrebno dulje vrijeme da se postigne željeno stanje. U usporedbi s lineariziranim dijelom može se vidjeti da krivulje lineariziranog dijela više nalikuju pravcima. U djelomično lineariziranom dijelu dronovi se kreću blago zakrivljenim krivuljama.

### 5.3. Uspostavljanje formacije

U ovom poglavlju bavimo se simulacijom u kojoj dolazi do stvaranja formacije. Kako se za simulacije trenutno koriste tri drona, trokut je željena formacija koju želimo postići. Uspostavljanje formacije dobije se proširenjem modela susretanja i modela kružnog praćenja. Prilikom određivanja željenog kretanja i trajektorije kod kružnog praćenja uzimali smo u obzir odnos između dva drona. Model uspostavljanja formacije isto kao i model susretanja u svakom trenutku zna sve potrebne podatke s preostalih dronova koji se nalaze u tom sustavu. U svakom modelu ne upravlja se željenim koordinatama na kojoj želimo da stvori formacija. Umjesto takvog načina upravljanja koristi se izračun međusobne udaljenosti između dronova te se prema tome formira način kretanja pojedine autonomne letjelice. Za razliku od susretanja, u model uspostavljanja formacije dodaju se još i željene udaljenosti između dronova po svim koordinatama. Na taj način ne znamo gdje će se točno u prostoru stvoriti formacija, ali znamo međusobne udaljenosti svakog drona po koordinatama x, y i z.



**Slika 25. Način izrade modela – uspostavljanje formacije**

Formulu prikazanu na slici 25 možemo proširiti dodavanjem brzina dronova. Time se povećava kompleksnost komunikacijske mreže, ali krivulja po kojoj se dron giba sve više nalikuje pravcu. Mijenjanjem konstanti  $a$  i  $k$  može se direktno utjecati na brzinu odziva sustava.

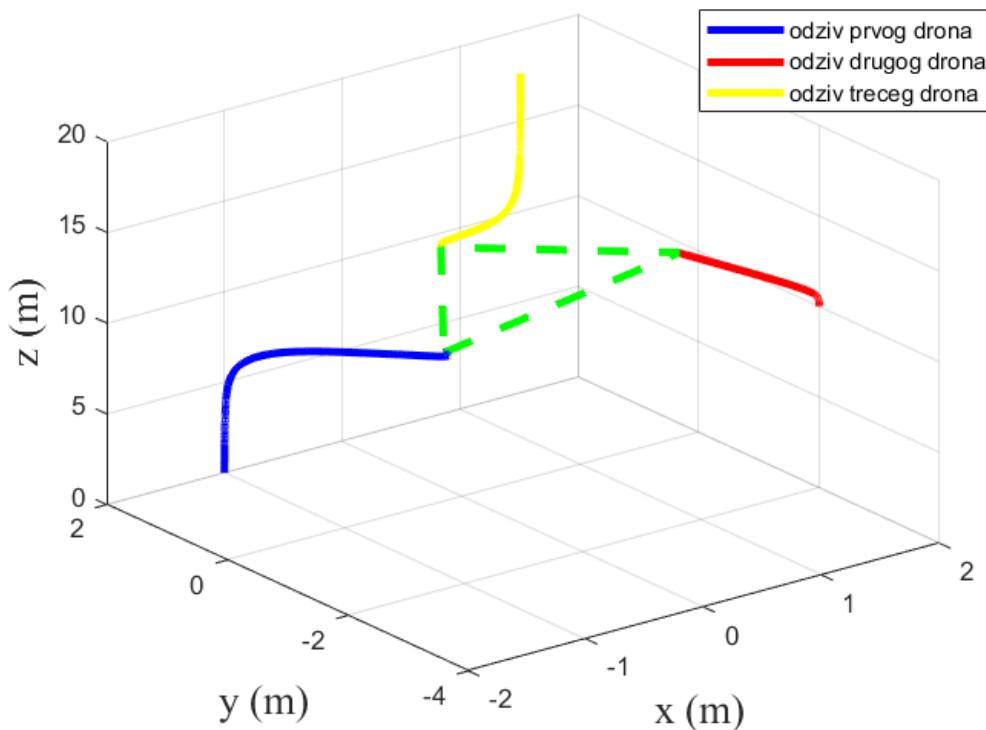
$$\dot{x}_i = -a_{ij} \frac{1}{N_i} \sum_{j \in N_i} [(x_i - x_j) + k(v_i - v_j) - (\xi_i - \xi_j)] \quad (5.22)$$

Iz prethodne jednadžbe može se vidjeti kako su za izradu formacije potrebne minimalno 4 varijable. U našem sustavu te 4 varijable su:

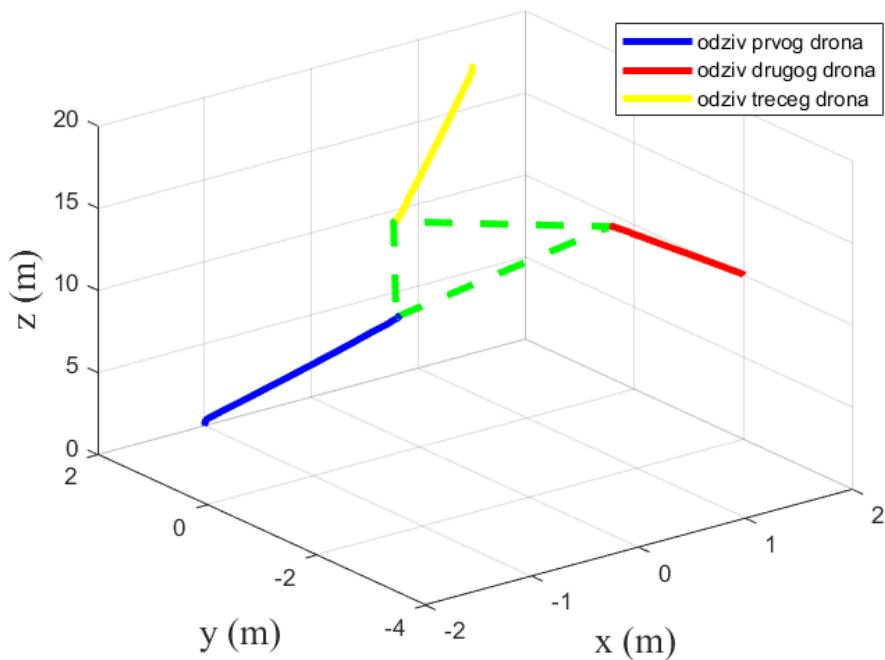
$x_i(t) \rightarrow$  trenutna pozicija drona za kojeg izračunavamo trenutačno stanje

$x_j(t) \rightarrow$  trenutna pozicija susjednog drona koji utječe na trenutačno stanje

$\xi_i - \xi_j \rightarrow$  željena udaljenost između dva drona za uspostavljanje formacije

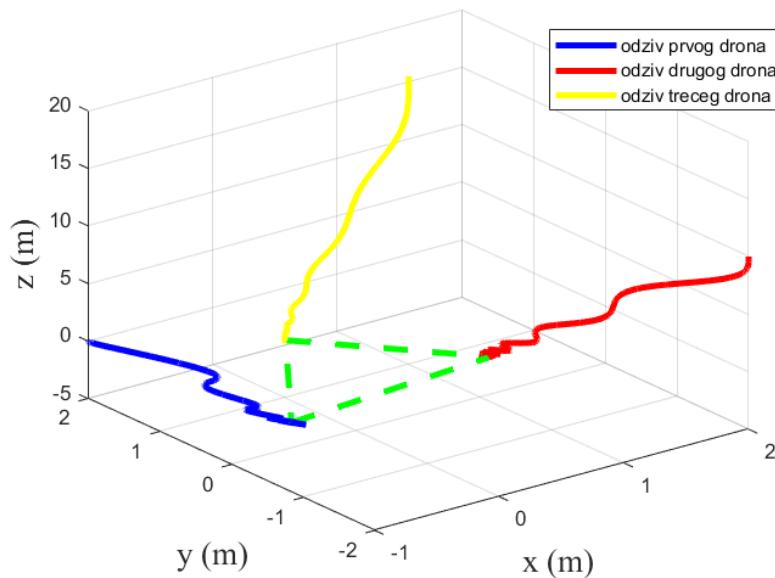


Slika 26. Odziv modela uspostavljanje formacije s faktorom k=0

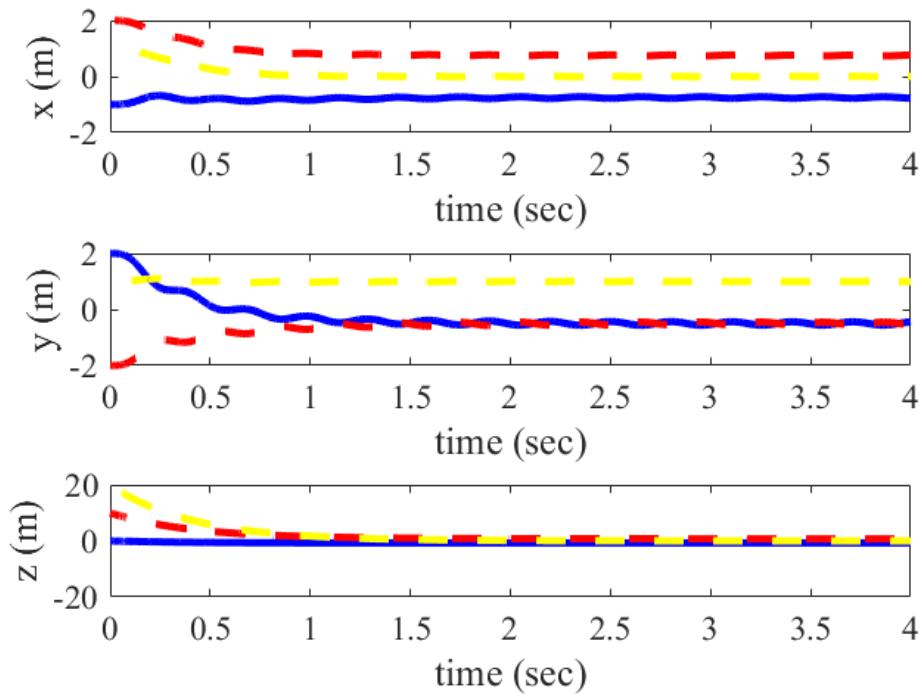


**Slika 27. Odziv modela uspostavljanje formacije s faktorom k=1**

Iz prethodnih rezultata može se vidjeti kako komunikacijska mreža kod djelomično lineariziranog modela samo u određenim uvjetima utječe na odzive sustava. U nastavku će se samo prikazivati simulacijski rezultati kada dronovi u komunikacijsku mrežu šalju samo svoje trenutne relativne pozicije. Druga odluka tom pristupu je vrijeme trajanja simulacije koje u određenim slučajevima zahtijeva i više od desetak minuta.



**Slika 28. Odziv djelomično lineariziranog modela uspostavljanje formacije**



**Slika 29. Odziv djelomično lineariziranog modela uspostavljanje formacije po koordinatnim osima**

Iz prikazanih rezultata može se vidjeti da dolazi do uspješnog stvaranja formacije djelomično lineariziranog modela dronova. Na slici Slika 28. može se vidjeti da iako dronovi dolaze u formaciju ipak dolazi do malih oscilacija koje se postepeno smanjuju kako dron dolazi u krajnju točku. Na slici Slika 29. prikazani su odzivi dronova po koordinatnim osima. Može se vidjeti da se oscilacije događaju prvenstveno na x i y koordinatama. Ako se pogledaju izvodi možemo vidjeti da prilikom sinteze unutarnjih regulatora x i y koordinate dolaze do četvrte derivacije. Na Slika 29. također se mogu vidjeti željeni razmaci po koordinatnim osima svakog drona.

## 5.4. Gibanje u formaciji

U ovom odjeljku razmatrat će se upravljanje formacija definiranih odnosima između relativnih stanja autonomnih letjelica. Na temelju unaprijed osmišljenih primjera, prikazat će se upravljački zakon te iz toga napraviti prikladne simulacije.

Lineariziranu dinamiku drona možemo prikazati općim izrazom u prostoru stanja:

$$\dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.23)$$

Kao izlazne varijable prepostavljamo da svaka autonomna letjelica može osjetiti relativne vrijednosti dane općim izrazom:

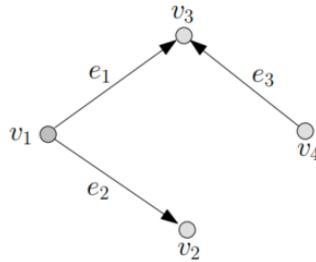
$$y_{ji}(t) = C(x_j - x_i), \quad j \in N \quad (5.24)$$

Uspostavljanjem dinamike, svaka autonomna letjelica preko mreže može komunicirati s ostalima kako bi zajedno postigli željenu formaciju u relativnog stanju. U ovom slučaju za stabilnost cijelog sustava nije dovoljno stabilizirati svaku autonomnu letjelicu posebno, nego je potrebno stabilizirati cjelokupnu mrežu, uzimajući u obzir interakcije među dronovima.. Komunikacijsku mrežu možemo zapisati u obliku:

$$z(t) = D(D)^T x(t) \quad (5.25)$$

### 5.4.1. Digraf

Ako ponovno pogledamo sliku 5. možemo se prisjetiti da se komunikacijska mreža unutar crvenog kruga sastoji od malih kružića koje smo nazvali čvorovi. Kada se tim čvorovima pridijele smjerovi tada se komunikacijska mreža više ne smatra neusmjerenom. Usmjereni graf ili digraf može se stvoriti na dva načina. Prvi način je odrediti zahtjev čvorova. Tada se uz pomoć strelica prikazuje kako čvorovi međusobno utječu jedni na druge. Jedan od primjera usmјerenog grafa prikazan je na slici 30.



Slika 30. Primjer digraf-a [5]

Ako pobliže promotrimo sliku 30. možemo vidjeti da čvor  $v_4$  preko strelice  $e_3$  utječe na čvor  $v_3$ . Na isti način dolazi do usmjerene komunikacije između preostalih čvorova.

Drugi način konstruiranja usmjerenog grafa može se izraditi pridruživanjem orijentacije na neuređeni skup čvorova. Ako skup čvorova označimo pomoću jednadžbe 5.26.

$$E = (v_i, v_j) \quad (5.26)$$

Iz jednadžbe 5.26. možemo izvući dvije pretpostavke:

$$(v_i, v_j) = 1 \quad (5.27)$$

$$(v_i, v_j) = -1 \quad (5.28)$$

Ako je pretpostavka iz jednadžbe 5.27. točna tada govorimo da komunikacija djeluje iz smjera čvora  $v_i$  u smjeru čvora  $v_j$ . Ako je pretpostavka iz jednadžbe 5.28. točna tada govorimo da komunikacija djeluje iz smjera čvora  $v_j$  u smjeru čvora  $v_i$ .

Grafovi su konstrukcije za predstavljanje koji istovremeno prikazuju konačni broj objekata u sustavu i njihov međuodnos. Usmjerene grafove također možemo zapisati i u obliku matrica. Kada se izrađuje matrica digrafa  $D$  ona se određuje prema uvjetima:

$$D(\mathcal{G}^0) = [d_{ij}] \quad (5.29)$$

$$[d_{ij}] = \begin{cases} -1 & \text{ako komunikacija djeluje iz smjera čvora } v_j \text{ u smjeru čvora } v_i \\ 1 & \text{ako komunikacija djeluje iz smjera čvora } v_i \text{ u smjeru čvora } v_j \\ 0 & \text{u svim ostalim slučajevima} \end{cases} \quad (5.30)$$

U našim slučajevima svaku našu potpuno definiranu matricu koja opisuje našu komunikacijsku mrežu i u jednadžbama ćemo koristiti simbol  $D(D)$ .

Za općeniti slučaj može se prikazati upravljačka varijabla kao:

$$u(t) = kD(D)(z_{ref} - z(t)), \quad k \in R \quad (5.31)$$

Nakon uvrštavanja (5.25) i (5.31) u (5.23) dobije se najopćenitiji slučaj preko kojeg možemo upravljati s gibanjima u formaciji.

$$\dot{z}(t) = (AI - kBL_e(D))z + kBL_e(D)z_{ref} \quad (5.32)$$

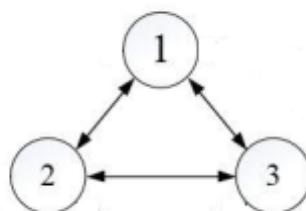
Gdje Le označuje „matricu susjedstva čvora“. U njoj se zapisuju informacije svakog čvora u odnosu na drugi. Ako ne postoji nikakva komunikacija između tih čvorova ona se označuje s nulom. Ako su čvorovi susjedni tada postoji komunikacija između čvorova, a matrica D daje informacije o smjeru. [5]

#### 5.4.2. Gibanje trokuta kao formacije

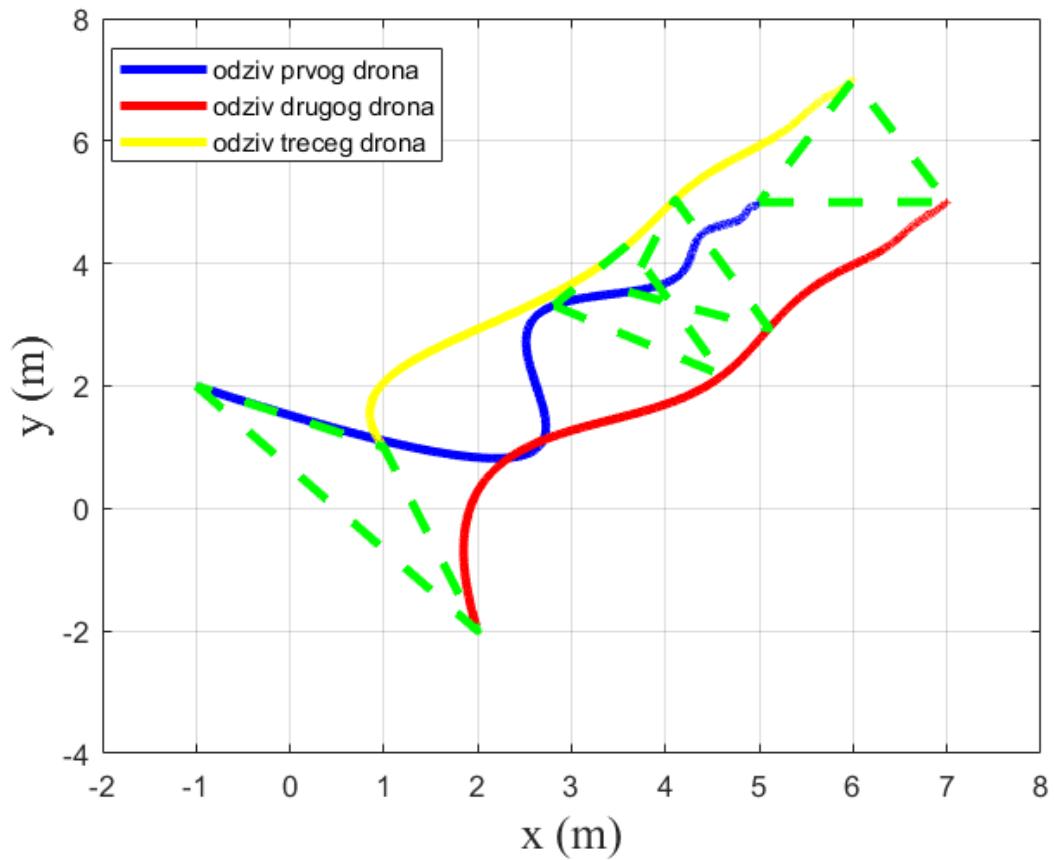
Prethodno prikazan upravljački zakon (uspostavljanje trokut formacije) možemo prenamijeniti i prikazati ga i u kretanju. Kako je komunikacija u ovom slučaju potpuna (svaki dron ima informaciju o poziciji i brzini ostalih) potrebno je samo dodati praćenje željene trajektorije ili dolazak drona u određenu točku. Kao dodatan uvjet uvršten je dolazak drona 1 u željenu točku s koordinatama ( $x1_d$ ,  $y1_d$ ,  $z1_d$ ).

Dron 1 u isto vrijeme komunicira preostalima autonomnim letjelicama, ali u isto vrije i dolazi do referentne točke. Upravljački zakon drona 1 po jednoj koordinatnoj osi zadan je:

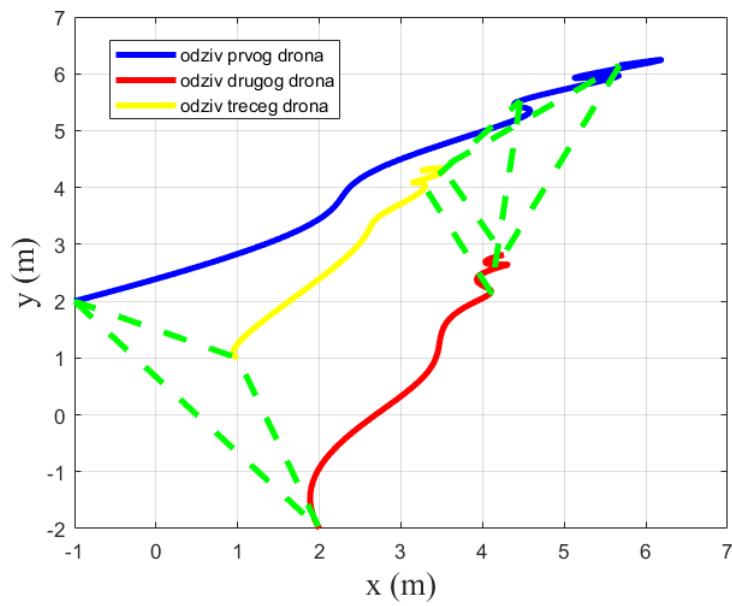
$$\dot{x}_1 = -a_{ij} \frac{1}{2} [(x_1 - x_2) + k(v_{x1} - v_{x2}) - (\xi_1 - \xi_2)] + [(x_1 - x_3) + k(v_{x1} - v_{x3})] - (\xi_1 - \xi_1)] + ((x_1 - x_{1d}) \quad (5.33)$$



Slika 31. Komunikacijska mreža gibanja trokuta kao formacije



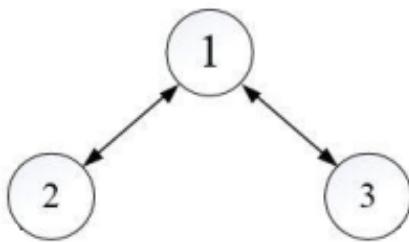
Slika 32. Gibanje sustava u trokut formaciji



Slika 33. Gibanje djelomično lineariziranog modela u trokut formaciji

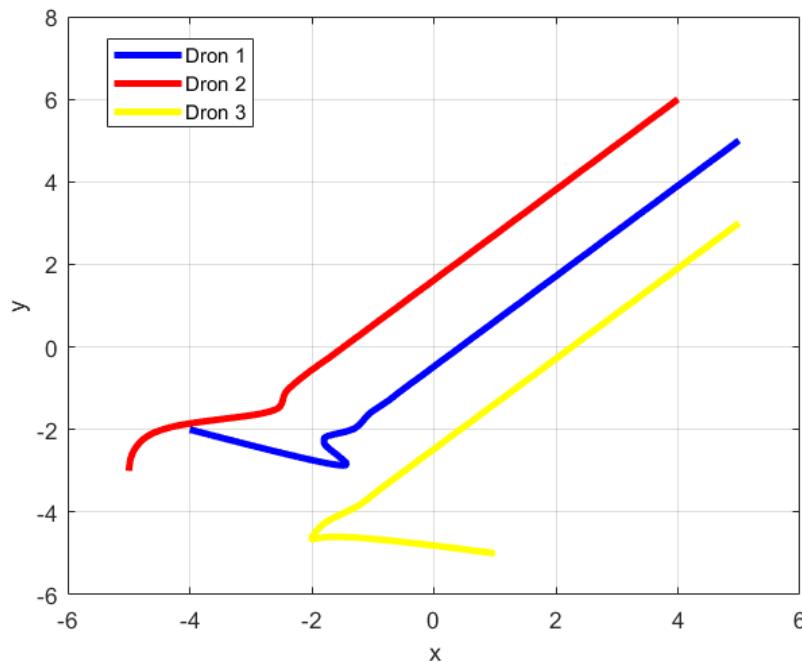
### 5.4.3. Linijsko gibanje u formaciji

Kod stvaranja svake linijske formacije u upravljačkom zakonu koristili smo pozicije i brzine preostalih dronova. Uz pomoć komunikacijskih grafova prikazat će se međusobni odnosi dronova u trenutnoj simulaciji. Za svaki komunikacijski graf pokazat će se različite simulacije koje će ovisiti o promjeni upravljačkog zakona. Zbog jednostavnijeg prikaza sve će se simulacije prikazati u 2D sustavu.



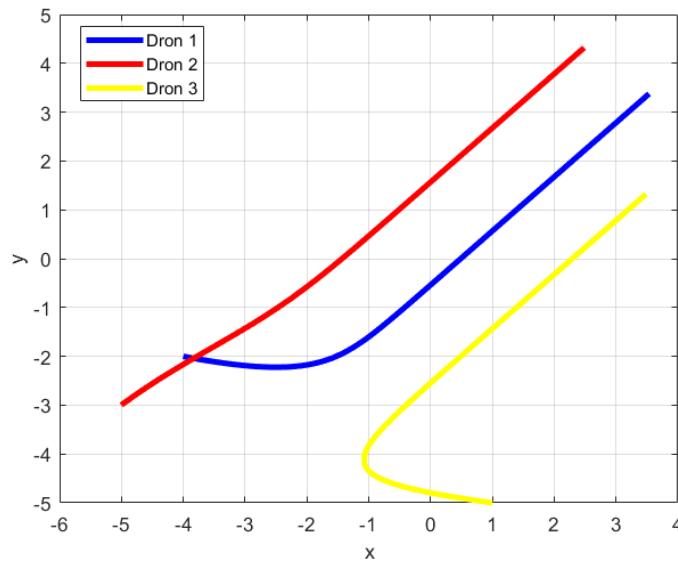
**Slika 34. Komunikacijska mreža za linijsko gibanje 3 drona**

U prvoj simulaciji prikazat ćemo odnose dronova u slučaju kada samo dron 1 ima zadanu referentnu krajnju točku, te dronovi komuniciraju i izmjenjuju samo podatke o poziciji.



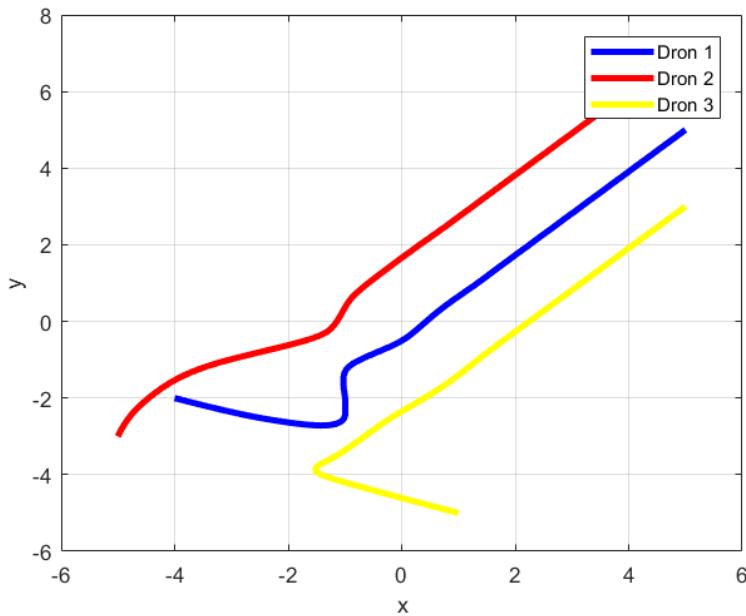
**Slika 35. Linijsko gibanje dronova (dron 1 ima poznatu referentnu krajnju točku, komunikacija samo o poziciji)**

U drugoj simulaciji dron 1 i dalje ima jedini zadani referentnu točku, ali dronovi izmjenjuju podatke o poziciji i brzini.



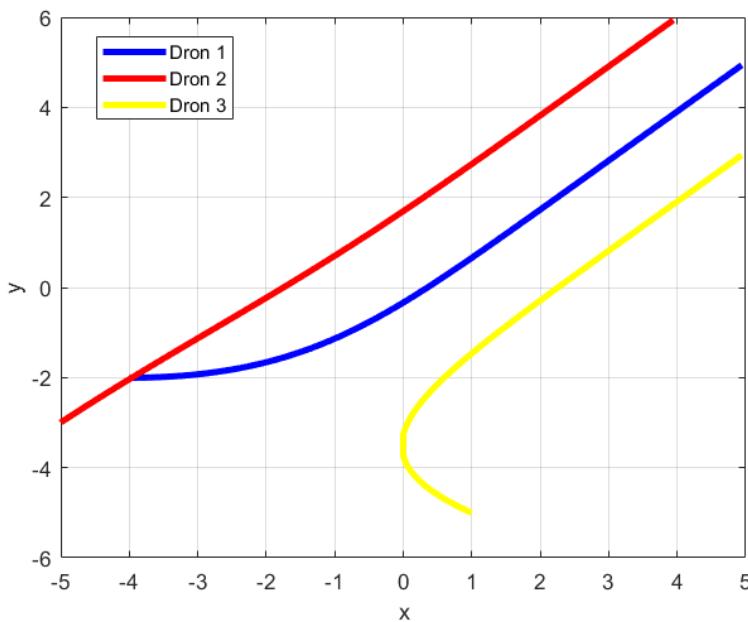
**Slika 36. Linijsko gibanje dronova (dron 1 ima poznatu referentnu krajnju točku, komunikacija o poziciji i brzini)**

Treća simulacija prikazuje gdje svi dronovi imaju zadane referentne točke, ali pomoću komunikacije se izmjenjuju podaci samo o poziciji.



**Slika 37. Linijsko gibanje dronova (svi dronovi prepoznaju referentnu krajnju točku, komunikacija samo o poziciji)**

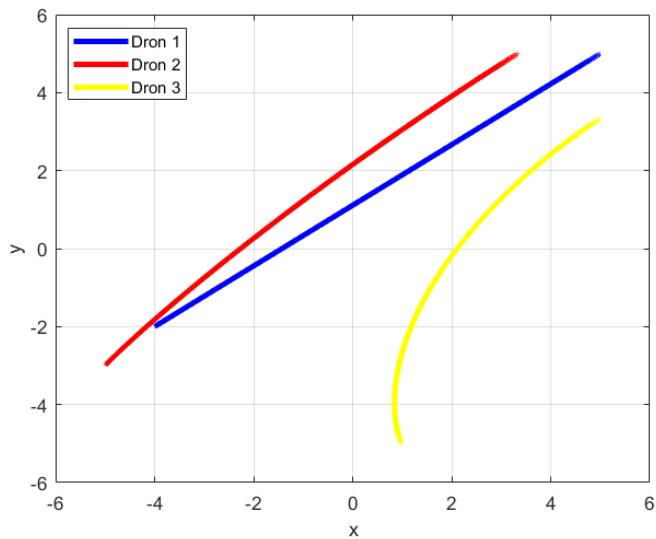
Zadnja simulacija prikazuje odzive kada svi dronovi imaju zadane referentne točke te komuniciraju međusobno o podacima brzine i pozicije.



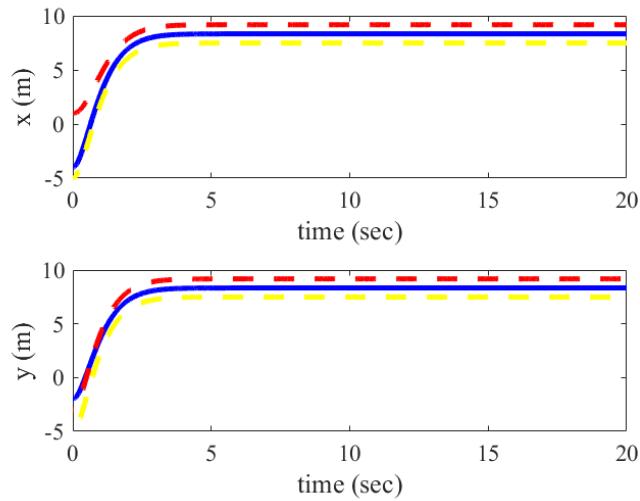
**Slika 38. Linijsko gibanje dronova (svi dronovi prepoznaju referentnu krajnju točku, komunikacija o poziciji i brzini)**

Iz prethodnih grafova može se vidjeti da osim regulatora pojedinog drona na odziv sustava drastično utječe i komunikacijska mreža te vrsta podataka koji se šalje u tu komunikacijsku mrežu. Ako uspoređujemo komunikacijske protokole u kojima se šalju podaci samo o poziciji nasuprot protokolu u kojem se šalju informacije o brzini i poziciji možemo vidjeti da se gibanja s manje oscilacija događaju kada komunikacijska mreža ima puno više podataka za obradu. S minimalnim brojem podataka koji dolazi preko mreže do pojedinog drona, regulator drugačije reagira te dolazi do malih oscilacija i dužeg vremena stabilizacije. Kao druga prednost korištenja potpune komunikacijske mreže može se objasniti na gibanju drona br. 3. Ako se pobliže pogleda njegovo gibanje na slikama Slika 35. i Slika 37. može se vidjeti da u jednom vremenskom trenutku dolazi do drastične promjene smjera. U realnim izvedbama drastične promjene smjera mogu uzrokovati probleme ili havarije. Iz tih razloga za realnu primjenu najbolje bi bilo iskoristiti komunikacijsku mrežu koja omogućava blaže nagibe i kretanja.

Kao zadnju simulaciju prikazat će se formacija linijskog gibanja 3 drona u formaciji. U ovom slučaju potrebno je da svaki dron u svakom trenutku prepozna i poziciju i brzine svih trenutno prisutnih dronova. Za razliku od lineariziranog modela može se vidjeti iz prikazane slike da prilikom formiranja V formacije djelomično lineariziranog modela potrebno je dulje vrijeme za uspostavljanje formacije.

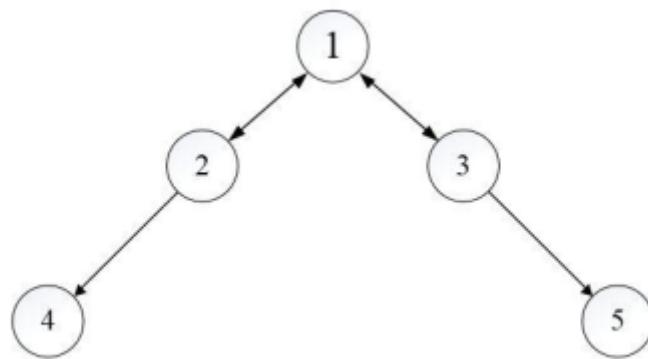


**Slika 39.** Odziv djelomično lineariziranog modela za uspostavljanje V formacije 3 drona

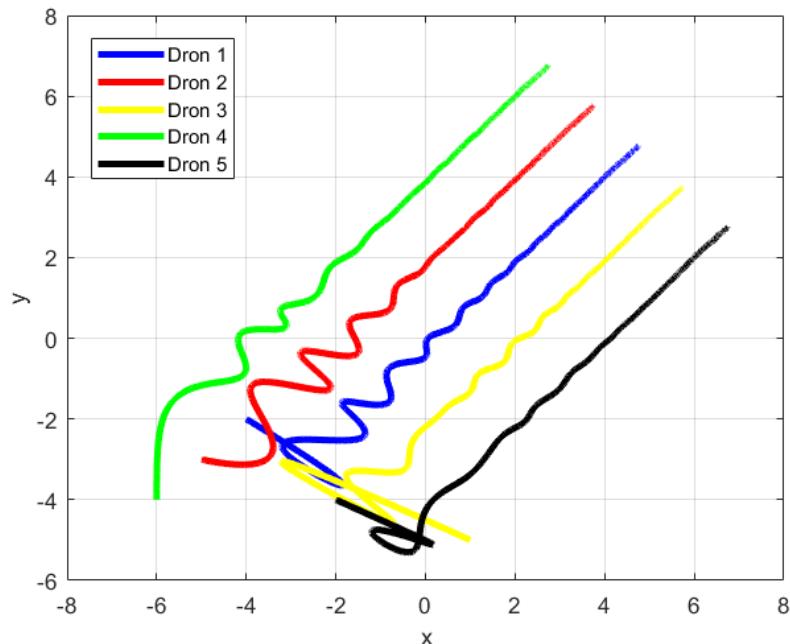


**Slika 40.** Prikaz gibanja djelomično lineariziranog modela prikazan po koordinatnim osima u vremenskom intervalu

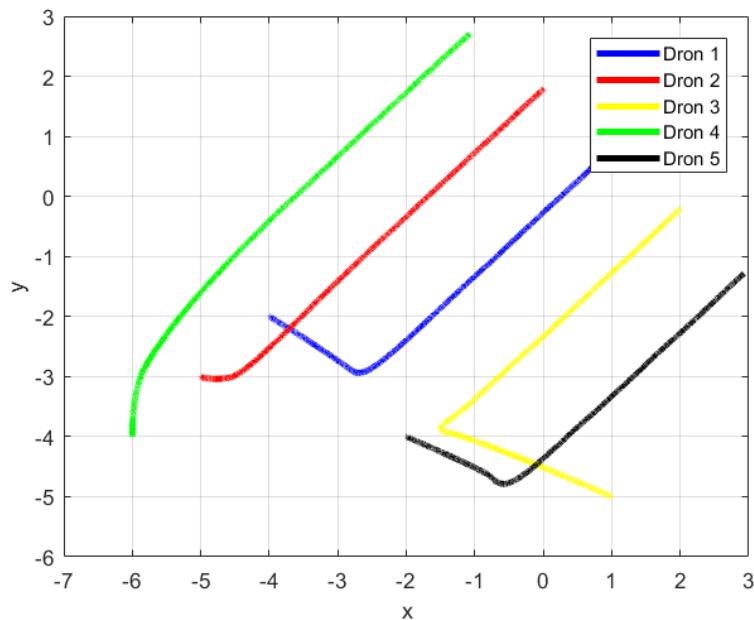
Sljedeće simulacije će koristiti komunikaciju mrežu prema Slika 41. te se broj dronova s 3 povećao na 5. Simulacije ćemo ponoviti za iste uvjete kao i za komunikacijsku mrežu s 3 drona.



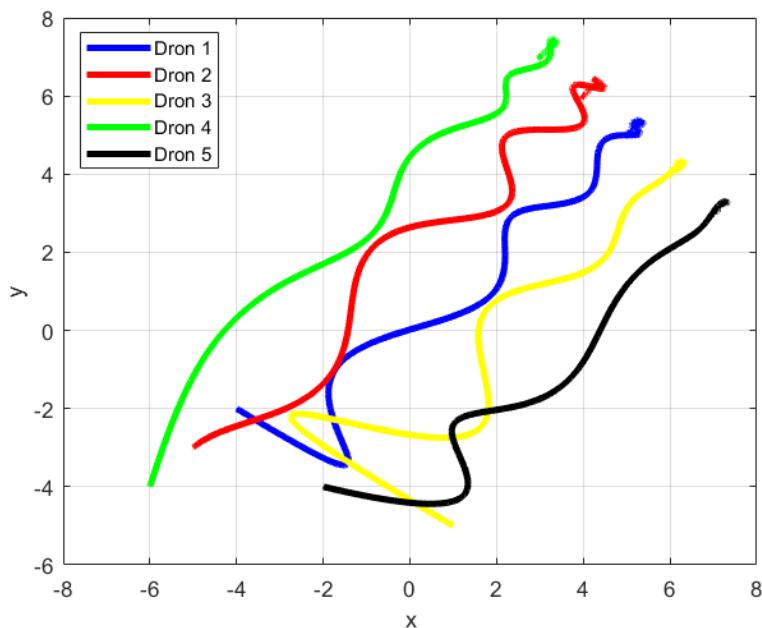
Slika 41. Komunikacijska mreža za linijsko gibanje 5 dronova



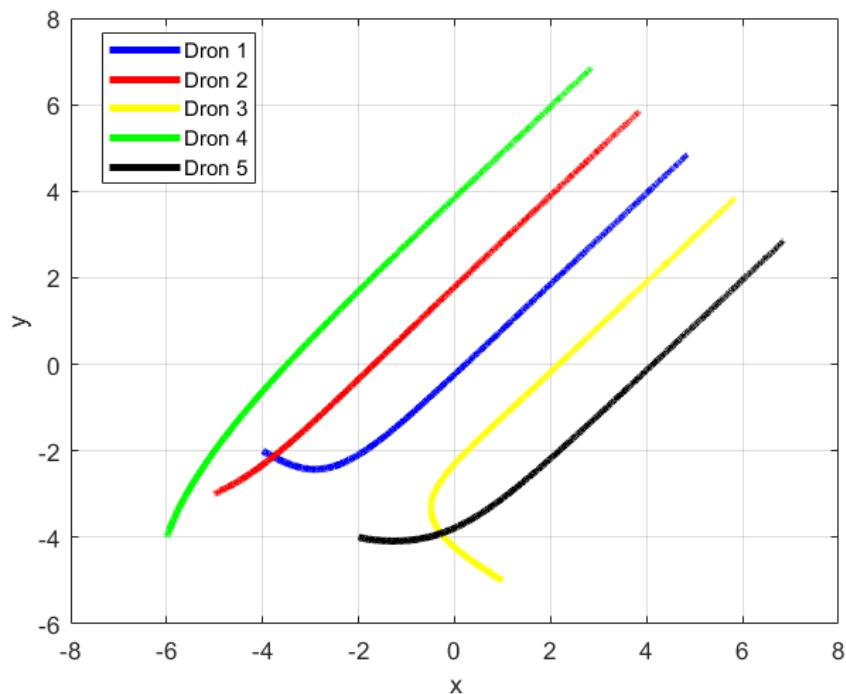
Slika 42. Linijsko gibanje 5 dronova (dron 1 ima poznatu referentnu krajnju točku, komunikacija samo o poziciji)



Slika 43. Linijsko gibanje 5 dronova (dron 1 ima poznatu referentnu krajnju točku, komunikacija o poziciji i brzini)



Slika 44. Linijsko gibanje 5 dronova (svi dronovi prepoznaju referentnu krajnju točku, komunikacija samo o poziciji)



**Slika 45. Linijsko gibanje dronova (svi dronovi prepoznaju referentnu krajnju točku, komunikacija o poziciji i brzini)**

Iz gibanja 5 dronova u formaciji mogu se donijeti isti zaključci kao i kod gibanja u formaciji s 3 drona. I dalje se javljaju oscilacije i nejednolika gibanja kada su nam u komunikacijskog mreži poznate samo pozicije. Za razliku od prethodnog primjera, u primjeru s linijskim gibanjem 5 dronova može se vidjeti da na slici Slika 43. kada su nam poznate i pozicije i brzine ipak dolazi do naglih skretanja. Ako je komunikacijska mreža potpuna možemo zaključiti da treba promijeniti unutarnje regulatore pojedinog drona. Preko slike Slika 45. možemo vidjeti da i dalje nema naglih promjena gibanja.

## 6. ZAKLJUČAK

Kroz kratku prošlost razvoja dronova možemo vidjeti da se njihova namjena drastično promijenila. Umjesto trošenja velikih snaga za prijevoz ljudi, dronovi se iskorištavaju za prijevoz sredstava i objekata manjih težina i dimenzija.

U današnje vrijeme dolazi do ubrzanog razvoja autonomnih letjelica. Trenutna najveća prepreka je upravljanje skupinom letjelica u formaciji. Na nizu simulaciji i na dva različita upravljačka sustava dane su osnovne smjernice kako i na koji način se može, u realnom sustavu, manipulirati skupinom dronova. Na prikladno izrađenim simulacijama prikazani su različiti načini gibanja (slijedenje, susretanje, uspostavljanje formacije). Kao najvažniji dio cijelog projekta, potrebno je bilo projektirati gibanje autonomnih letjelica u formaciji. Svaka radnja u realnom svijetu temeljila bi se na nizu sličnih simulacija. Uspješno izvedenom simulacijom može se uz određene dorade taj upravljački implementirati na realnim sustavima u realnom svijetu. Iako oba modela prikazuju željeno ponašanje i pridržavaju se svojih ograničenja, ovi su samo jedni od mogućih prikaza upravljanjem autonomnim letjelicama. Prilikom izrade praktičnog realnog sustava trebalo bi se prvenstveno pozabaviti vanjskim utjecajima i ostalim nelinearnostima koje su u ovom radu svedene na minimum.

## LITERATURA

- [1] <https://en.wikipedia.org/wiki/Quadcopter>
- [2] Oyvind Magnussen, Kjell Eivind Skjonhaug, „Modeling, Design and Experimental study for a quadcopter system construction“, Master's Thesis, University of Agder, 2011.
- [3] Bilješke i materijali iz kolegija „Opća teorija sustava“
- [4] Bilješke i materijali iz kolegija „Neizrazito i digitalno upravljanje“
- [5] Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks , Mehran Mesbahi and Magnus Egerstedt
- [6] A survey on multi-agent formation control, Kwang-Kyo Oh, Myoung-Chul Park, Hyo-Sung Ahn
- [7] Quadrotor control: modeling, nonlinear control design and simulation; Francesco Sabatino
- [8] Modeling, simulation and complete control of a quadcopter; Abid sulficar, Harikrishnan suresh, Aravind Varma, Arjun Radhakrishnan
- [9] Quadcopter Plant Model and Control System Development With MATLAB/Simulink Implementation; Nicholas Ferry
- [10] 2000+ drones stage light show in St. Petersburg to commemorate anniversary of end of WWII; XinhuaNet

## PRILOZI

- I. Matlab kod – praćenje trajektorije
- II. Matlab kod - susretanje
- III. Matlab kod – uspostavljanje formacije
- IV. Matlab kod – gibanje u formaciji
- V. CD disk

## PRILOG I

t\_sim=50;

%%pocetni uvjeti%%

dron1\_x0=2;

dron1\_y0=2;

dron1\_z0=0;

dron1\_vx=0;

dron1\_vy=0;

dron1\_vz=0;

dron1\_phi0=0.01;

dron1\_theta0=-0.02;

dron1\_psi0=0.05;

dron2\_x0=0.5;

dron2\_y0=1;

dron2\_z0=0;

dron2\_vx=0;

dron2\_vy=0;

dron2\_vz=0;

dron2\_phi0=-0.03;

dron2\_theta0=0.02;

dron2\_psi0=0.015;

dron3\_x0=1;

dron3\_y0=1;

dron3\_z0=0;

dron3\_vx=0;

dron3\_vy=0;

dron3\_vz=0;

dron3\_phi0=0.025;

dron3\_theta0=0.015;

dron3\_psi0=-0.035;

```
%konstante drona
```

```
m=0.6;
```

```
Ix=0.2;
```

```
Iy=0.2;
```

```
Iz=0.4;
```

```
g=9.81;
```

```
%konstante_trajektorije
```

```
Amplituda=3;
```

```
faza_x=pi/2;
```

```
faza_y=0;
```

```
z_slope=10;
```

```
psi_d=0.2;
```

```
%%%regulacijske konstante
```

```
c1 = -7; c2 = -8; c3 = -14; c4= -15;
```

```
k0 = c1*c2*c3*c4
```

```
k1 = -(c1*c2*(c3+c4)+c3*c4*(c1+c2))
```

```
k2 = c1*c2+c3*c4+(c1+c2)*(c3+c4)
```

```
k3 = -(c1+c2+c3+c4)
```

```
%%%%
```

```
sim('diplomski_linearni_model_pracenje_trajektorije')
```

```
figure(1) %%plot drona1
```

```
plot3(xd,yd,zd,'r',x_dron1,y_dron1,z_dron1,'.b','LineWidth',3), xlabel('x
```

```
(m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), ylabel('y (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'),
```

```
zlabel('z (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'),
```

```
hold on;
```

```
legend('zadana trajektorija','odziv prvog drona')
```

```
grid on;
```

```
hold off;
```

```

figure(2) %%plot drona1
plot3(xd,yd,zd,'r',x_dron1,y_dron1,z_dron1,'-b', x_dron2,y_dron2,z_dron2,'-
.g',x_dron3,y_dron3,z_dron3,'--y','linewidth',3), xlabel('x
(m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'), ylabel('y (m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
zlabel('z (m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
hold on;
legend('zadana trajektorija','odziv prvog drona','odziv drugog drona','odziv treceg drona')
grid on;
hold off;

```

```

figure(3) %%plot drona1 - trajektorije i vrijednosti
subplot(4,1,1), plot(tout,x_dron1,'b', tout,xd,'-r', 'linewidth',3), xlabel('x
(m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'), ylabel('x
(m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(4,1,2), plot(tout,y_dron1,'b',tout,yd,'-r', 'linewidth',3), ylabel('y (m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(4,1,3), plot(tout,z_dron1,'b',tout,zd,'-r', 'linewidth',3), ylabel('z (m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(4,1,4), plot(tout,psi_dron1,'b',tout,psid,'-r', 'linewidth',3), ylabel('psi (m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),

```

```

sim('pracenje_trajektorije_halfflinear_feedback')
figure(21) %%plot drona1
plot3(xd,yd,zd,'-r',x_dron1,y_dron1,z_dron1,'b', x_dron2,y_dron2,z_dron2,'-g',
x_dron3,y_dron3,z_dron3,'--y','linewidth',3), xlabel('x (m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
ylabel('y (m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'), zlabel('z
(m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
hold on;
legend('zadana trajektorija','odziv prvog drona','odziv drugog drona','odziv treceg drona')
grid on;
hold off;

```

```
figure(22) %%plot drona1 - trajektorije i vrijednosti
subplot(3,1,1), plot(tout,x_dron1,'b', tout,xd,'--r', 'linewidth',3), ylabel('x
(m)','FontSize',16,'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(3,1,2), plot(tout,y_dron1,'b',tout,yd,'--r', 'linewidth',3), ylabel('y (m)',
'FontSize',16,'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(3,1,3), plot(tout,z_dron1,'b',tout,zd,'--r', 'linewidth',3), ylabel('z (m)',
'FontSize',16,'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
```

## PRILOG II

```
t_sim=5;  
%pocetni uvjeti%%%  
dron1_x0=-10;  
dron1_y0=2;  
dron1_z0=0;  
dron1_vx=0;  
dron1_vy=0;  
dron1_vz=0;  
dron1_phi0=0.01;  
dron1_theta0=-0.02;  
dron1_psi0=0.05;
```

```
dron2_x0=2;  
dron2_y0=-2;  
dron2_z0=10;  
dron2_vx=0;  
dron2_vy=0;  
dron2_vz=0;  
dron2_phi0=-0.03;  
dron2_theta0=0.02;  
dron2_psi0=0.015;
```

```
dron3_x0=1;  
dron3_y0=1;  
dron3_z0=20;  
dron3_vx=0;  
dron3_vy=0;  
dron3_vz=0;  
dron3_phi0=0.025;  
dron3_theta0=0.015;  
dron3_psi0=-0.035;
```

```
%konstante drona
```

```
m=0.6;
```

```
Ix=0.2;
```

```
Iy=0.2;
```

```
Iz=0.4;
```

```
g=9.81;
```

```
%konstante_trajektorije
```

```
psi_d=0.2;
```

```
A_12=-1;
```

```
G=1/2; %glide
```

```
k=0;
```

```
%%regulacijske konstante
```

```
c1 = -2; c2 = -5; c3 = -8; c4= -11;
```

```
k0 = c1*c2*c3*c4;
```

```
k1 = -(c1*c2*(c3+c4)+c3*c4*(c1+c2));
```

```
k2 = c1*c2+c3*c4+(c1+c2)*(c3+c4);
```

```
k3 = -(c1+c2+c3+c4);
```

```
%%%%%
```

```
sim('susretanje_feedback_halflinear_prvi_slucaj')
```

```
figure(1) %%plot drona1
```

```
plot3(x_dron1,y_dron1,z_dron1,'b', x_dron2,y_dron2,z_dron2,'r',
```

```
x_dron3,y_dron3,z_dron3,'y', 'linewidth',3), xlabel('x (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'),
```

```
ylabel('y (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), zlabel('z
```

```
(m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'),
```

```
hold on;
```

```
legend('odziv prvog drona','odziv drugog drona','odziv treceg drona')
```

```
grid on;
```

```
hold off;
```

```
figure(2) %%plot drona1 - trajektorije i vrijednosti
subplot(3,1,1), plot(tout,x_dron1,'b', tout,x_dron2,'--r',tout,x_dron3,'-.y', 'linewidth',3),
ylabel('x (m)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16,
'FontName','Times'), set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(3,1,2), plot(tout,y_dron1,'b',tout,y_dron2,'--r',tout,y_dron3,'-.y', 'linewidth',3),
ylabel('y (m)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize'
,16,'FontName','Times'), set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(3,1,3), plot(tout,z_dron1,'b',tout,z_dron2,'--r',tout,z_dron3,'-.y', 'linewidth',3), ylabel('z
(m)', 'FontSize',16,'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize', 16,'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
```

```
sim('susretanje_feedback_halflinear_prvi_slucaj')
```

```
figure(11) %%plot drona1
plot3(x_dron1,y_dron1,z_dron1,'b', x_dron2,y_dron2,z_dron2,'r',
x_dron3,y_dron3,z_dron3,'y', 'linewidth',3), xlabel('x (m)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'),
ylabel('y (m)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'), zlabel('z
(m)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'),
hold on;
legend('odziv prvog drona','odziv drugog drona','odziv treceg drona')
grid on;
hold off;
```

```
figure(12)
```

```
subplot(3,1,1), plot(tout,x_dron1,'b', tout,x_dron2,'--r', 'linewidth',3), ylabel('x
(m)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(3,1,2), plot(tout,y_dron1,'b',tout,y_dron2,'--r', 'linewidth',3), ylabel('y (m)',
'FontSize',16, 'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(3,1,3), plot(tout,z_dron1,'b',tout,z_dron2,'--r', 'linewidth',3), ylabel('z (m)',
'FontSize',16,'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize', 16,'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
```

```
sim('susretanje_drugi_slucaj')
```

```
figure(31) %%plot drona1  
plot3(x_dron1,y_dron1,z_dron1,'b', x_dron2,y_dron2,z_dron2,'r',  
x_dron3,y_dron3,z_dron3,'y', 'linewidth',3), xlabel('x (m)',FontSize',16,FontName','Times'),  
ylabel('y (m)',FontSize',16,FontName','Times'), zlabel('z  
(m)',FontSize',16,FontName','Times'),  
hold on;  
legend('odziv prvog drona','odziv drugog drona','odziv treceg drona')  
grid on;  
hold off;
```

```
figure(32) %%plot drona1 - trajektorije i vrijednosti  
subplot(3,1,1), plot(tout,x_dron1,'b', tout,x_dron2,'--r',tout,x_dron3,'-.y', 'linewidth',3),  
ylabel('x (m)',FontSize',16,FontName','Times'), xlabel('time (sec)',FontSize',16,  
'FontName','Times'), set(gca,'fontsize',14,FontName','Times'),  
subplot(3,1,2), plot(tout,y_dron1,'b',tout,y_dron2,'--r',tout,y_dron3,'-.y', 'linewidth',3),  
ylabel('y (m)',FontSize',16,FontName','Times'), xlabel('time (sec)',FontSize'  
,16,FontName','Times'), set(gca,'fontsize',14,FontName','Times'),  
subplot(3,1,3), plot(tout,z_dron1,'b',tout,z_dron2,'--r',tout,z_dron3,'-.y', 'linewidth',3), ylabel('z  
(m)',FontSize',16,FontName','Times'), xlabel('time (sec)',FontSize', 16,FontName','Times'),  
set(gca,'fontsize',14,FontName','Times'),
```

```
sim('susretanje_feedback_halflinear_drugi_slucaj')
```

```
figure(41) %%plot drona1  
plot3(x_dron1,y_dron1,z_dron1,'b', x_dron2,y_dron2,z_dron2,'r',  
x_dron3,y_dron3,z_dron3,'y', 'linewidth',3), xlabel('x (m)',FontSize',16,FontName','Times'),  
ylabel('y (m)',FontSize',16,FontName','Times'), zlabel('z  
(m)',FontSize',16,FontName','Times'),  
hold on;  
legend('odziv prvog drona','odziv drugog drona','odziv treceg drona')  
grid on;  
hold off;
```

figure(42)

```
subplot(3,1,1), plot(tout,x_dron1,'b', tout,x_dron2,'--r', tout,x_dron3,'--y','linewidth',3),
ylabel('x (m)',FontSize',16,FontName','Times'), xlabel('time (sec)',FontSize',16,
'FontName','Times'), set(gca,'fontsize',14,FontName','Times'),
subplot(3,1,2), plot(tout,y_dron1,'b',tout,y_dron2,'--r',tout,y_dron3,'--y', 'linewidth',3),
ylabel('y (m)',FontSize',16,FontName','Times'), xlabel('time (sec)',FontSize'
,16,FontName','Times'), set(gca,'fontsize',14,FontName','Times'),
subplot(3,1,3), plot(tout,z_dron1,'b',tout,z_dron2,'--r',tout,z_dron3,'--y', 'linewidth',3),
ylabel('z (m)',FontSize',16,FontName','Times'), xlabel('time (sec)',FontSize',
16,FontName','Times'), set(gca,'fontsize',14,FontName','Times'),
```

### PRILOG III

close all

clear all

clc

t\_sim=4;

%%%

dron1\_x0=-1;

dron1\_y0=2;

dron1\_z0=0;

dron1\_vx=0;

dron1\_vy=0;

dron1\_vz=0;

dron1\_phi0=0.01;

dron1\_theta0=-0.02;

dron1\_psi0=0.05;

dron2\_x0=2;

dron2\_y0=-2;

dron2\_z0=10;

dron2\_vx=0;

dron2\_vy=0;

dron2\_vz=0;

dron2\_phi0=-0.03;

dron2\_theta0=0.02;

dron2\_psi0=0.015;

dron3\_x0=1;

dron3\_y0=1;

dron3\_z0=20;

dron3\_vx=0;

dron3\_vy=0;

dron3\_vz=0;

```
dron3_phi0=0.025;  
dron3_theta0=0.015;  
dron3_psi0=-0.035;
```

```
%konstante drona
```

```
m=0.6;
```

```
Ix=0.2;
```

```
Iy=0.2;
```

```
Iz=0.4;
```

```
g=9.81;
```

```
%konstante_trajektorije
```

```
x1_d = 20;
```

```
y1_d = 20;
```

```
z1_d = 20;
```

```
psi_d=0.2;
```

```
A_12=-1;
```

```
G=1;
```

```
k=0;
```

```
%%regulacijske
```

```
c1 = -7; c2 = -8; c3 = -14; c4= -15;
```

```
k0 = c1*c2*c3*c4;
```

```
k1 = -(c1*c2*(c3+c4)+c3*c4*(c1+c2));
```

```
k2 = c1*c2+c3*c4+(c1+c2)*(c3+c4);
```

```
k3 = -(c1+c2+c3+c4);
```

```
%konstante meduupravljanja
```

```
eta_x1 = -1;
```

```
eta_x2 = 1;
```

```
eta_x3 = 0;
```

```
eta_y1 = -1;  
eta_y2 = -1;  
eta_y3 = 1;
```

```
eta_z1=-1;  
eta_z2=1;  
eta_z3=0;
```

```
%tezinski faktori
```

```
Kg = -0.5;  
Kf = -5;  
Df = -1;  
Dg = -1;
```

```
sim('uspostavljanje_formacije)
```

```
D=[x_dron1(length(x_dron1)) y_dron1(length(y_dron1)) z_dron1(length(z_dron1))]  
E=[x_dron2(length(x_dron2)) y_dron2(length(y_dron2)) z_dron2(length(z_dron2))]  
F=[x_dron3(length(x_dron3)) y_dron3(length(y_dron3)) z_dron3(length(z_dron3))]  
v1=[D(1) D(2) D(3)]; v2=[E(1) E(2) E(3)]; v3=[F(1) F(2) F(3)];  
triangle = [v1(:, v2(:, v3(:, v1(:));
```

```
figure(1) %%plot drona1  
plot3(x_dron1,y_dron1,z_dron1,'b', x_dron2,y_dron2,z_dron2,'r',  
x_dron3,y_dron3,z_dron3,'y',triangle(1, :), triangle(2, :), triangle(3, :),'g--', 'linewidth',3),  
 xlabel('x (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), ylabel('y  
(m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), zlabel('z (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'),  
 hold on;  
 legend('odziv prvog drona','odziv drugog drona','odziv treceg drona')  
 grid on;  
 hold off;
```

```
figure(2)
```

```

subplot(3,1,1), plot(tout,x_dron1,'b', tout,x_dron2,'--r', 'linewidth',3), ylabel('x
(m)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(3,1,2), plot(tout,y_dron1,'b',tout,y_dron2,'--r', 'linewidth',3), ylabel('y (m)',
'FontSize',16,'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(3,1,3), plot(tout,z_dron1,'b',tout,z_dron2,'--r', 'linewidth',3), ylabel('z (m)',
'FontSize',16,'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16,'FontName','Times'),
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),

```

```

D2=[x_dron1(1) y_dron1(1) z_dron1(1)]
E2=[x_dron2(1) y_dron2(1) z_dron2(1)]
F2=[x_dron3(1) y_dron3(1) z_dron3(1)]
v4=[D2(1) D2(2) D2(3)]; v5=[E2(1) E2(2) E2(3)]; v6=[F2(1) F2(2) F2(3)];
triangle2 = [v4(:, v5(:, v6(:, v4(:));

```

```

D3=[x_dron1(ceil(length(x_dron1)/5)) y_dron1(ceil(length(y_dron1)/5))
z_dron1(ceil(length(z_dron1)/5))];
E3=[x_dron2(ceil(length(x_dron2)/5)) y_dron2(ceil(length(y_dron2)/5))
z_dron2(ceil(length(z_dron2)/5))];
F3=[x_dron3(ceil(length(x_dron3)/5)) y_dron3(ceil(length(y_dron3)/5))
z_dron3(ceil(length(z_dron3)/5))];
v7=[D3(1) D3(2) D3(3)]; v8=[E3(1) E3(2) E3(3)]; v9=[F3(1) F3(2) F3(3)];
triangle3 = [v7(:, v8(:, v9(:, v7(:));

```

```

D4=[x_dron1(ceil(length(x_dron1)/6)) y_dron1(ceil(length(y_dron1)/6))
z_dron1(ceil(length(z_dron1)/6))];
E4=[x_dron2(ceil(length(x_dron2)/6)) y_dron2(ceil(length(y_dron2)/6))
z_dron2(ceil(length(z_dron2)/6))];
F4=[x_dron3(ceil(length(x_dron3)/6)) y_dron3(ceil(length(y_dron3)/6))
z_dron3(ceil(length(z_dron3)/6))];
v10=[D4(1) D4(2) D4(3)]; v11=[E4(1) E4(2) E4(3)]; v12=[F4(1) F4(2) F4(3)];
triangle4 = [v10(:, v11(:, v12(:, v10(:);

```

```
D5=[x_dron1(ceil(length(x_dron1)/10)) y_dron1(ceil(length(y_dron1)/10))
z_dron1(ceil(length(z_dron1)/10))];
E5=[x_dron2(ceil(length(x_dron2)/10)) y_dron2(ceil(length(y_dron2)/10))
z_dron2(ceil(length(z_dron2)/10))];
F5=[x_dron3(ceil(length(x_dron3)/10)) y_dron3(ceil(length(y_dron3)/10))
z_dron3(ceil(length(z_dron3)/10))];
v13=[D5(1) D5(2) D5(3)]; v14=[E5(1) E5(2) E5(3)]; v15=[F5(1) F5(2) F5(3)];
triangle5 = [v13(:), v14(:), v15(:), v13(:)];
```

```
figure(3) %%plot drona1
plot(x_dron1,y_dron1,'b', x_dron2,y_dron2,'r', x_dron3,y_dron3,'y',triangle(1, :), triangle(2,
:),'g--',triangle2(1, :), triangle2(2, :),'g--',triangle3(1, :), triangle3(2, :),'g--',triangle4(1, :),
triangle4(2, :),'g--', 'LineWidth',3), xlabel('x (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), ylabel('y
(m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), zlabel('z (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'),
hold on;
legend('odziv prvog drona','odziv drugog drona','odziv treceg drona')
grid on;
hold off;
```

```
sim('uspostavljanje_formacije_halfflinear_feedback')
```

```
D=[x_dron1(length(x_dron1)) y_dron1(length(y_dron1)) z_dron1(length(z_dron1))]
E=[x_dron2(length(x_dron2)) y_dron2(length(y_dron2)) z_dron2(length(z_dron2))]
F=[x_dron3(length(x_dron3)) y_dron3(length(y_dron3)) z_dron3(length(z_dron3))]
v1=[D(1) D(2) D(3)]; v2=[E(1) E(2) E(3)]; v3=[F(1) F(2) F(3)];
triangle = [v1(:), v2(:), v3(:), v1(:)];
```

```
figure(11) %%plot drona1
plot3(x_dron1,y_dron1,z_dron1,'b', x_dron2,y_dron2,z_dron2,'r',
x_dron3,y_dron3,z_dron3,'y',triangle(1, :), triangle(2, :), triangle(3, :),'g--', 'LineWidth',3),
```

```

xlabel('x (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), ylabel('y
(m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), zlabel('z (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'),
hold on;
legend('odziv prvog drona', 'odziv drugog drona', 'odziv treceg drona')
grid on;
hold off;

```

figure(12)

```

subplot(3,1,1), plot(tout,x_dron1,'b', tout,x_dron2,'--r',tout,x_dron3,'--y','linewidth',3),
ylabel('x (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize', 16,
'FontName', 'Times'), set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(3,1,2), plot(tout,y_dron1,'b',tout,y_dron2,'--r',tout,y_dron3,'--y', 'linewidth',3),
ylabel('y (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize'
,16,'FontName','Times'), set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
subplot(3,1,3), plot(tout,z_dron1,'b',tout,z_dron2,'--r',tout,z_dron3,'--y', 'linewidth',3),
ylabel('z (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',
16,'FontName','Times'), set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),

```

D2=[x\_dron1(1) y\_dron1(1) z\_dron1(1)]

E2=[x\_dron2(1) y\_dron2(1) z\_dron2(1)]

F2=[x\_dron3(1) y\_dron3(1) z\_dron3(1)]

```

v4=[D2(1) D2(2) D2(3)]; v5=[E2(1) E2(2) E2(3)]; v6=[F2(1) F2(2) F2(3)];
triangle2 = [v4(:,1), v5(:,1), v6(:,1), v4(:,1)];

```

q=1.2;

```

D3=[x_dron1(ceil(length(x_dron1)/q)) y_dron1(ceil(length(y_dron1)/q))
z_dron1(ceil(length(z_dron1)/q))];

```

```

E3=[x_dron2(ceil(length(x_dron2)/q)) y_dron2(ceil(length(y_dron2)/q))
z_dron2(ceil(length(z_dron2)/q))];

```

```

F3=[x_dron3(ceil(length(x_dron3)/q)) y_dron3(ceil(length(y_dron3)/q))
z_dron3(ceil(length(z_dron3)/q))];

```

```

v7=[D3(1) D3(2) D3(3)]; v8=[E3(1) E3(2) E3(3)]; v9=[F3(1) F3(2) F3(3)];
triangle3 = [v7(:,1), v8(:,1), v9(:,1), v7(:,1)];

```

```

D4=[x_dron1(ceil(length(x_dron1)/6)) y_dron1(ceil(length(y_dron1)/6))
z_dron1(ceil(length(z_dron1)/6))];
E4=[x_dron2(ceil(length(x_dron2)/6)) y_dron2(ceil(length(y_dron2)/6))
z_dron2(ceil(length(z_dron2)/6))];
F4=[x_dron3(ceil(length(x_dron3)/6)) y_dron3(ceil(length(y_dron3)/6))
z_dron3(ceil(length(z_dron3)/6))];
v10=[D4(1) D4(2) D4(3)]; v11=[E4(1) E4(2) E4(3)]; v12=[F4(1) F4(2) F4(3)];
triangle4 = [v10(:), v11(:), v12(:), v10(:)];

```

```

D5=[x_dron1(ceil(length(x_dron1)/10)) y_dron1(ceil(length(y_dron1)/10))
z_dron1(ceil(length(z_dron1)/10))];
E5=[x_dron2(ceil(length(x_dron2)/10)) y_dron2(ceil(length(y_dron2)/10))
z_dron2(ceil(length(z_dron2)/10))];
F5=[x_dron3(ceil(length(x_dron3)/10)) y_dron3(ceil(length(y_dron3)/10))
z_dron3(ceil(length(z_dron3)/10))];
v13=[D5(1) D5(2) D5(3)]; v14=[E5(1) E5(2) E5(3)]; v15=[F5(1) F5(2) F5(3)];
triangle5 = [v13(:), v14(:), v15(:), v13(:)];

```

```

figure(13) %%plot drona1
plot(x_dron1,y_dron1,'b', x_dron2,y_dron2,'r', x_dron3,y_dron3,'y',triangle(1, :), triangle(2,
:),'g--',triangle2(1, :), triangle2(2, :),'g--',triangle3(1, :), triangle3(2, :),'g--',triangle4(1, :),
triangle4(2, :),'g--', 'LineWidth',3), xlabel('x (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), ylabel('y
(m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), zlabel('z (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'),
hold on;
legend('odziv prvog drona','odziv drugog drona','odziv treceg drona')
grid on;
hold off;

```

## PRILOG IV

close all

clear all

clc

t\_sim=20;

%pocetni uvjeti%%%

dron1\_x0=-4;

dron1\_y0=-2;

dron1\_z0=0;

dron1\_vx=0;

dron1\_vy=0;

dron1\_vz=0;

dron1\_phi0=0.01;

dron1\_theta0=-0.02;

dron1\_psi0=0.05;

dron2\_x0=-5;

dron2\_y0=-3;

dron2\_z0=10;

dron2\_vx=0;

dron2\_vy=0;

dron2\_vz=0;

dron2\_phi0=-0.03;

dron2\_theta0=0.02;

dron2\_psi0=0.015;

dron3\_x0=1;

dron3\_y0=-5;

dron3\_z0=20;

dron3\_vx=0;

dron3\_vy=0;

```
dron3_vz=0;  
dron3_phi0=0.025;  
dron3_theta0=0.015;  
dron3_psi0=-0.035;
```

```
dron4_x0=-6;  
dron4_y0=-4;  
dron4_z0=20;  
dron4_vx=0;  
dron4_vy=0;  
dron4_vz=0;  
dron4_phi0=0.025;  
dron4_theta0=0.015;  
dron4_psi0=-0.035;
```

```
dron5_x0=-2;  
dron5_y0=-4;  
dron5_z0=20;  
dron5_vx=0;  
dron5_vy=0;  
dron5_vz=0;  
dron5_phi0=0.025;  
dron5_theta0=0.015;  
dron5_psi0=-0.035;
```

```
%konstante drona  
m=0.6;  
Ix=0.2;  
Iy=0.2;  
Iz=0.4;  
g=9.81;
```

```
%%regulacijske konstante
```

$c1 = -7; c2 = -8; c3 = -14; c4 = -15;$

$k0 = c1*c2*c3*c4;$

$k1 = -(c1*c2*(c3+c4)+c3*c4*(c1+c2));$

$k2 = c1*c2+c3*c4+(c1+c2)*(c3+c4);$

$k3 = -(c1+c2+c3+c4);$

%%% meduovisna dinamika

$A_{12} = -1;$

$G = 1;$

$Kg = -0.5;$

$Kf = -5;$

$Df = -1;$

$Dg = -1;$

$x1_d = 5;$

$y1_d = 5;$

$x2_d = 4;$

$y2_d = 6;$

$x3_d = 6;$

$y3_d = 4;$

$x4_d = 3;$

$y4_d = 7;$

$x5_d = 7;$

$y5_d = 3;$

`sim('gibanje_u_formaciji_3_drona')`

`figure(1)`

```
plot(x1,y1,'b', x2,y2,'r', x3,y3,'y', 'linewidth',3), xlabel('x
(m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'), ylabel('y (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'),
zlabel('z (m)', 'FontSize', 16, 'FontName', 'Times'),
grid on
hold on
```

```
legend('Dron 1','Dron 2','Dron 3', 'Dron 4', 'Dron 5');  
xlabel('x');  
ylabel('y');
```

```
sim('gibanje_u_formaciji_5_dronova')
```

```
figure(11)
```

```
plot(x1,y1,'b', x2,y2,'r', x3,y3,'y',x4, y4,'g',x5, y5,'k', 'linewidth',3), xlabel('x  
(m)', 'FontSize',16, 'FontName', 'Times'), ylabel('y (m)', 'FontSize',16, 'FontName', 'Times'),  
zlabel('z (m)', 'FontSize',16, 'FontName', 'Times'),  
grid on  
hold on  
legend('Dron 1','Dron 2','Dron 3', 'Dron 4', 'Dron 5');  
xlabel('x');  
ylabel('y');
```

```
x1_d = 25;  
y1_d = 25;  
x2_d = 24;  
y2_d = 26;  
x3_d = 26;  
y3_d = 24;
```

```
sim('gibanje_u_formaciji_halflinear')
```

```
figure(21)
```

```
plot(x1,y1,'b', x2,y2,'r', x3,y3,'y', 'linewidth',3), xlabel('x  
(m)', 'FontSize',16, 'FontName', 'Times'), ylabel('y (m)', 'FontSize',16, 'FontName', 'Times'),  
zlabel('z (m)', 'FontSize',16, 'FontName', 'Times'),  
grid on  
hold on  
legend('Dron 1','Dron 2','Dron 3');
```

```
xlabel('x');  
ylabel('y');  
  
figure(22)  
subplot(2,1,1), plot(tout,x1,'b', tout,x3,'--r',tout,x3,'-y', 'linewidth',3), ylabel('x  
(m)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize',16, 'FontName','Times'),  
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),  
subplot(2,1,2), plot(tout,y1,'b',tout,y2,'--r',tout,y3,'-y', 'linewidth',3), ylabel('y (m)',  
'FontSize',16,'FontName','Times'), xlabel('time (sec)', 'FontSize' ,16,'FontName','Times'),  
set(gca,'fontsize',14,'FontName','Times'),
```