

Analiza propagacije višestrukih zamornih pukotina u tankim pločama

Jakupčić, Vlatko

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:765917>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-03-02**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Vlatko Jakupčić

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Željko Božić

Student:

Vlatko Jakupčić

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija te navedenu literaturu.

Posebno se zahvaljujem prof. dr. sc. Željku Božiću na pruženoj pomoći te na uloženom trudu, strpljenju, vremenu i motivaciji pri izradi rada.

Isto tako zahvala i mojoj obitelji, rodbini, prijateljima i svima ostalima na pruženoj podršci i motivaciji tokom mojeg dosadašnjeg studiranja.

Vlatko Jakupčić



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Vlatko Jakupčić** Mat. br.: 0035203215

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza propagacije višestrukih zamornih pukotina u tankim pločama**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Analysis of multiple site fatigue cracks propagation in thin plates**

Opis zadatka:

U oplati konstrukcije trupa zrakoplova uslijed cikličkih radnih opterećenja mogu se na mjestima koncentracije naprezanja inicirati višestruke zamorne pukotine koje dalje napreduju tijekom eksploatacije i time smanjuju preostalu čvrstoću konstrukcije, što može dovesti do loma komponente ili čitave konstrukcije. Pojava višestrukog pukotinskog oštećenja posebno je privukla pažnju nakon nesreće zrakoplova Boeing 737 Aloha. U analizi preostalog životnog vijeka ciklički opterećenih konstrukcija oštećenih zamornim pukotinama koriste se eksponencijalni zakoni, kao što je na primjer Parisova jednadžba, gdje je relevantan parametar o kojem ovisi relativno napredovanje pukotine da/dN raspon koeficijenta intenzivnosti naprezanja ΔK . Parisova jednadžba temelji se na konceptu linearno elastične mehanike loma i valjana je dok je plastična zona u okolici vrha pukotine mala. Za veće duljine pukotina ili veće raspone naprezanja mogu se oko vrha pukotine javiti značajne plastične deformacije i tada se u jednadžbi napredovanja pukotine uzimaju efektivne vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja, ΔK_{eff} , ili neki drugi parametri mehanike loma.

U radu je potrebno:

1. Dati pregled literature u području analize napredovanja višestrukih zamornih pukotina. Pažnju treba obratiti na modele u kojima se kao relevantni parametar napredovanja zamorne pukotine koristi efektivni koeficijent intenzivnosti naprezanja, ΔK_{eff} .
2. Izložiti metode analize rasta pukotina temeljene na integraciji Parisove jednadžbe.
3. Koristeći programski paket ANSYS potrebno je izračunati vrijednosti ΔK_{eff} za eksperimentalne uzorke ploče sa višestrukim pukotinama uzete iz literature, te simulirati životni vijek uzoraka.

Prilikom izrade zadatka držati se istih uvjeta koji su uobičajeni i kod izrade redovnih programa. U radu navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

28. studenog 2019.

Datum predaje rada:

1. rok: 21. veljače 2020.

2. rok (izvanredni): 1. srpnja 2020.

3. rok: 17. rujna 2020.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 24.2. – 28.2.2020.

2. rok (izvanredni): 3.7.2020.

3. rok: 21.9. – 25.9.2020.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Željko Božić

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Sadržaj:

POPIS SLIKA.....	III
POPIS OZNAKA.....	IV
SAŽETAK.....	VII
SUMMARY.....	VIII
1. UVOD.....	1
2. PRIMJENA MEHANIKE LOMA NA NAPREDOVANJE PUKOTINA I ANALIZU ŽIVOTNOG VIJEKA KONSTRUKCIJE.....	2
2.1. Opća razmatranja o mehanici loma	2
2.2. Tolerancija oštećenja i kontrola loma.....	2
2.3. Ciljevi analize dopuštenog oštećenja.....	3
2.4. Preostala čvrstoća	7
2.5. Primjena R krivulje na panele i očvršćene ljuskaste konstrukcije.....	8
2.6. Napredovanje pukotine i lom	11
2.7. Dopušteno oštećenje i mehanika loma	13
3. LINEARNO ELASTIČNA MEHANIKA LOMA	15
3.1. Naprezanje oko vrha pukotine.....	15
3.2. Opći izraz za koeficijent intenzivnosti naprezanja	17
3.3. Energetski kriteriji	20
4. KONCEPTI ANALIZE RASTA PUKOTINE	21
4.1. Krivulja životnog vijeka.....	21
4.2. Krivulja relativnog napredovanja zamorne pukotine	22
4.2.1. Područje I (područje praga intenzivnosti naprezanja)	22
4.2.2. Područje II (Parisovo područje).....	23
4.2.3. Područje III (područje nestabilnog rasta pukotine).....	23
4.3. Koncept rasta pukotine uslijed zamora materijala.....	23
4.4. Utvrđivanje funkcije brzine napredovanja pukotine.....	26
4.5. Modeli napredovanja zamornih pukotina	28
4.5.1. Parisov model	29
4.5.2. Dowling-Begleyev i Δ CTOD model	31
5. NUMERIČKO RAČUNANJE PARAMETARA MEHANIKE LOMA I SIMULACIJA ŽIVOTNOG VIJEKA U PROGRAMSKOM PAKETU ANSYS.....	32
5.1. Modeliranje područja oko pukotine.....	32
5.2. Računanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja	34
5.3. Newton-Raphsonova metoda u nelinearnoj analizi	36

6. NUMERIČKA SIMULACIJA NAPREDOVANJA PUKOTINE I IZRAČUN PARAMETARA MEHANIKE LOMA	38
6.1. Podaci eksperimentalnog uzorka	38
6.2. Utvrđivanje krivulja životnog vijeka i usporedba s eksperimentom	41
6.3. Izračun parametara mehanike loma	43
7. ZAKLJUČAK	48
LITERATURA	49

POPIS SLIKA

Slika 2-1. Dijagram preostale čvrstoće[2].....	4
Slika 2-2. Vremenski ovisno radno opterećenje za različite tipove konstrukcija: a) Promjenjivo opterećenje brodova, aviona i mostova, b) Stalne vrijednosti opterećenja za rotirajuće strojne elemente. [2].....	5
Slika 2-3. Krivulja napredovanja pukotine [1].....	6
Slika 2-4. Osnovni princip dijagrama preostale čvrstoće [3].....	7
Slika 2-5. Analiza R krivulje u cilju određivanja nestabilnog opterećenja konstrukcije [3]	8
Slika 2-6. Efekti različitih parametara na nestabilnost opterećenja komponente: a) otpornost materijala na lom (strmija R krivulja); b) smanjenje veličine pukotine [3]	9
Slika 2-7. Usporedba sila napredovanja pukotine u smislu K , K_{eff} i K_p kao funkcija tečenja ligamenta L_r [3]	10
Slika 2-8. Jedan od mogućih mehanizama napredovanja pukotina [1].....	11
Slika 2-9. Nastajanje krhkog loma. Krhki lom započet u vrhu pukotine, donja slika prikazuje sjaj lomne ravnine [1]	12
Slika 2-10. Četiri faze nastanka žilavog loma [1]	13
Slika 2-11. Dijagram preostale čvrstoće baziran na nominalnom naprezanju [1]	14
Slika 2-12. Tri načina otvaranja pukotine [2]	14
Slika 3-1. Tijelo proizvoljnog oblika, proizvoljne pukotine i proizvoljnog opterećenja [2]	16
Slika 3-2. Jednoliko opterećena beskonačno velika ploča s centralnom pukotinom [2].....	16
Slika 3-3. Jednoliko opterećena ploča konačne duljine s centralnom pukotinom [2].....	18
Slika 3-4. Izrazi za računanje geometrijskog faktora β za razne položaje pukotina u ploči	19
Slika 4-1. Oštećenje za različite duljine pukotina kao funkcija broja ciklusa [1].....	21
Slika 4-2. ΔK Područja napredovanja zamorne pukotine [1].....	22
Slika 4-3. Plastične zone napredujuće pukotine [1]	24
Slika 4-4. Parametri rasta pukotine uslijed zamora materijala [1]	25
Slika 4-5. Izgled epruvete i opterećenje za utvrđivanje rasta pukotine [1]	26
Slika 4-6. Prikaz eksperimentalno dobivenih podataka [2].....	27
Slika 4-7. Utjecaj različitih omjera naprezanja na brzinu rasta pukotine [1]	28
Slika 4-8. Određivanje koeficijenata Parisove jednadžbe [2]	30
Slika 5-1. Preslikavanje izvornog elementa u proizvoljni četverokutni [12].....	32
Slika 5-2. Primjer singularnih elementa dobivenih iz četverokutnih [11]	33
Slika 5-3. Primjer modeliranja mreže oko vrha pukotine singularnim elementima [4]	33
Slika 5-4. Uobičajeno definiranje putanje lica pukotine naredbom PPATH:	34
Slika 5-5. Jedna iteracija Newton-Rapshonove metode [4]	37
Slika 5-6. Prikaz postizanja konvergencije Newton-Raphsonovom metodom [4]	38
Slika 6-1. Eksperimentalni uzorak sa središnjom pukotinom [1]	39
Slika 6-2. Eksperimentalno utvrđen životni vijek uzorka	40
Slika 6-3. $da/dN - \Delta K$ dijagram.....	40
Slika 6-4. Usporedba eksperimentalno dobivene i simulirane krivulje životnog vijeka uzorka..	42
Slika 6-5. Prikaz različitih a-N krivulja	43
Slika 6-6. Usporedba ΔK i ΔK_{eff} ovisno o duljini pukotine.....	44
Slika 6-7. Usporedba analitički s numerički izračunatim ΔK	45
Slika 6-8. Plastična zona pri duljini pukotine $a = 30$ mm	46
Slika 6-9. Usporedba analitički i numerički dobivene plastične zone	46

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
a	m	polovična veličine pukotine
a_o	m	inicijalna duljina pukotine
a_p	m	dopuštena veličina pukotine
Δa	m	prirast duljine pukotine
Δa_{eff}	m	efektivni prirast duljine pukotine
A	m^2	površina poprečnog presjeka
C_p, m_p	/	konstante Parisove jednadžbe
C_{ctod}, m_{ctod}	/	konstante jednadžbe CTOD parametra
C_{db}, m_{db}	/	konstante Dowling-Begley-evog modela
C_w	/	konstanta Walker-ove jednadžbe
da/dN	m/ciklus	brzina relativnog napredovanja pukotine
E	MPa	Young-ov modul elastičnosti
F	MPa	vanjsko opterećenje
F_a	MPa	prosječno radno opterećenje
F^a	N	vektor vanjskog opterećenja
F^{nr}	N	vektor unutarnje sile
F_p	MPa	maksimalno dopušteno opterećenje
F_s	MPa	predviđeno maksimalno opterećenje
F_{res}	MPa	preostala čvrstoća
F_u	MPa	čvrstoća (opterećenje) konstrukcije
G	MPa	modul smicanja
G	J	mjera otpuštene energije
H	/	vrijeme sigurne eksploatacije

K	$\text{MPa}\sqrt{m}$	koeficijent intenzivnosti naprezanja
K_c	$\text{MPa}\sqrt{m}$	lomna žilavost materijala
K_{eff}	$\text{MPa}\sqrt{m}$	efektivni koeficijent intenzivnosti naprezanja
K_p	$\text{MPa}\sqrt{m}$	koeficijent intenzivnosti naprezanja SINTAP metode
K_T	kg/s^2	tangentna matrica krutosti
ΔK_{TH}	$\text{MPa}\sqrt{m}$	prag napredovanja zamorne pukotine
L	m	duljina uzorka
LEFM	/	linearno elastična mehanika loma
L_r	/	koeficijent tečenja ligamenta
m_F	/	konstanta Forman-ove jednadžbe
N	/	broj ciklusa
n	/	koeficijent deformacijskog očvršćenja
ΔN	/	prirast broja ciklusa
P	J	rad deformiranja
R	/	omjer naprezanja
R	/	otpornost na lom
$R_{p0.2}$	MPa	konvencionalna granica razvlačenja
r	/	radijus
r_p	m	duljina plastične zone
S	/	faktor sigurnosti
u, v, w	m	pomaci u kartezijevom koordinatnom sustavu
Δu	m	inkrementalni pomak
U	J	unutarnja energija deformiranja
W	m	širina uzorka
Y	/	geometrijski faktor
β	/	geometrijski faktor

δ_5	N	silna napredovanja pukotine (SINTAP)
μ	/	konstanta SINTAP/FITNET metode
ν	/	poissonov koeficijent
σ	MPa	nominalno naprezanje
σ_a	MPa	amplituda naprezanja
σ_c	MPa	silna napredovanja pukotine
σ_m	MPa	srednje naprezanje
σ_{max}	MPa	maksimalno naprezanje
σ_{min}	MPa	minimalno naprezanje
σ_p	MPa	maksimalno dopušteno naprezanje
σ_s	MPa	predviđeno maksimalno naprezanje
σ_x	MPa	naprezanje u smjeru osi x
σ_y	MPa	naprezanje u smjeru osi y
σ_y	MPa	granica tečenja materijala
$\Delta\sigma$	MPa	raspon naprezanja
τ_{xy}	MPa	posmično naprezanje

SAŽETAK

U ovom radu su izložene neke od metoda analize propagacije zamornih pukotina pri cikličkom opterećenju, temeljene na mehanici loma i poznatim eksponencijalnim zakonima napredovanja zamornih pukotina. Za uzorak ploče sa središnjom pukotinom dani su eksperimentalni rezultati rasta zamornih pukotina preuzeti iz literature. Primjenjujući Parisovu jednadžbu temeljenu na linearno elastičnoj mehanici loma, simuliran je rast zamorne pukotine za promatrani uzorak. Primjenom metode konačnih elemenata izračunati su koeficijenti intenzivnosti naprezanja, gdje je za područje oko vrha pukotine postavljena mreža singularnih elemenata. Numeričkom integracijom Parisove jednadžbe pomoću programskog paketa MATLAB2020a simulira se životni vijek napredovanja zamorne pukotine kojeg potom uspoređujemo s danim eksperimentalnim rezultatima. Također su utvrđene veličine plastične zone vrha pukotine i izračunate vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja u odnosu na duljine pukotina.

Ključne riječi: zamor, napredovanje pukotine, koeficijent intenzivnosti naprezanja, tankostjene konstrukcije

SUMMARY

In this work some of the methods used for fatigue crack propagation analysis based on fracture mechanics and well known power laws are presented. By using the Paris equation, based on linear elastic fracture mechanics, fatigue crack growth was simulated for considered specimens. For the plate specimen with a central crack experimental results for fatigue life data, $a-N$, taken from literature are given. Finite element method was used to calculate stress intensity factors, where the crack tip region was meshed by singular elements. By numerical integration of the Paris equation by means of MATLAB2020a package fatigue crack propagation lifetime is simulated which is afterwards compared with given experimental results. In addition, crack tip plastic zone size was assessed and effective stress intensity factor values were calculated with respect to crack length.

Key words: fatigue, crack propagation, stress intensity factor, thin-walled structures

1. UVOD

Ovaj je rad temeljen na osnovnim metodama koje se primjenjuju u cilju analize napredovanja pukotine, a potom i simulacije životnog vijeka određene konstrukcije, pri čemu se primjenjuju koncepti linearno elastične mehanike loma pri malom tečenju materijala, dok se pri pojavi velikog tečenja primjenjuje koncept elastično plastične mehanike loma. Budući da je teško izbjeći inicijaciju te prisutnost pukotina u konstrukciji, od ključne je važnosti procijeniti do koje veličine pukotina smije propagirati da ne dođe do loma konstrukcije te koje je vremensko razdoblje potrebno, odnosno koliko je ciklusa potrebno da pukotina napreduje na određenu veličinu. Tim se pitanjima bavi analiza dopuštenog oštećenja.

2. PRIMJENA MEHANIKE LOMA NA NAPREDOVANJE PUKOTINA I ANALIZU ŽIVOTNOG VIJEKA KONSTRUKCIJE

2.1. Opća razmatranja o mehanici loma

Zbog sve većih zahtjeva za smanjenjem potrošnje materijala i energije sve se više projektiraju konstrukcije sa manjim rezervama sigurnosti što posljedično dovodi do sve veće prevencije pojave loma kod nosivih komponenti konstrukcija. Metode, kao što su racionalno projektiranje kojim se izbjegavaju velike koncentracije naprezanja i neposredni popravak komponenti u kojima su se pojavile pukotine, u današnje vrijeme nisu pouzdane budući da se njima ne mogu otkriti greške koje je moguće otkriti suvremenim metodama, kao što su npr. nerazorna ispitivanja. Također, postojanje pukotina ne znači nužno da je komponenta pri kraju radnog vijeka i da ju je odmah potrebno zamijeniti. Stoga je razvijen koncept zasnovan na mehanici loma koji balansira cijenu popravka ili zamjene oštećene komponente s rizikom da bi daljnje korištenje komponente moglo dovesti do oštećenja, a naziva se dopušteno oštećenje.

Problem prisutnosti pukotina u konstrukcijama nemoguće je izbjeći, pa je zato strah od loma uvijek prisutan. Mehaniku loma, kao tehnička disciplina zasnovana na primijenjenoj mehanici i znanosti o materijalima, objašnjava kako pukotine utječu na stanje komponenti u konstrukciji. Važni faktori pri oblikovanju konstrukcije uz primjenu mehanike loma su veličina pukotine te lomna žilavost, odnosno otpornost materijala na lom.

Postoje različite grane mehanike loma obzirom na ponašanje materijala. Ako se radi o materijalu niske lomne žilavosti, odnosno otpornosti na lom, tada primjenjujemo koncept linearno elastične mehanike loma (LEFM) gdje vrijedi linearna zavisnost naprezanja prilikom loma i lomne žilavosti materijala. U slučaju primjene LEFM dolazi do krhkog loma materijala.

Prilikom srednje vrijednosti lomne žilavosti koristi se koncept elastično plastične mehanike loma (EPFM), dok se kod visokih vrijednosti lomne žilavosti koriste principi granične analize u kojoj se pretpostavlja plastični kolaps konstrukcije.

2.2. Tolerancija oštećenja i kontrola loma

Lom se zbog neočekivanog opterećenja događa vrlo rijetko, već je on obično posljedica strukturnih mana ili pukotina na konstrukciji i to na način da pukotina, počevši kao mana ili koncentracija naprezanja, zbog konstantnog normalnog ili cikličkog opterećenja napreduje u veličini i na taj način narušava čvrstoću konstrukcije koja u jednom trenutku neće više biti u mogućnosti podnijeti opterećenja te će nastupiti lom. Da bi sustav mogao normalno funkcionirati bez katastrofalnih pojava lomova potreban je zajednički trud svih konstruktora, inženjera i inspektora, što se naziva kontrolom loma. Njena je namjena sprječavanje pojave loma prouzročenu od grešaka i pukotina pri maksimalnom opterećenju konstrukcije tijekom eksploatacije.

U cilju sprječavanja loma potrebno je zaustaviti napredovanje pukotine do određene razine koja bi uzrokovala pad čvrstoće ispod prihvatljive vrijednosti.

Da bi se odredila dopuštena veličina pukotine, ključno je znati ovisnost čvrstoće konstrukcije u ovisnosti o veličini pukotine, a budući da je uz to potrebno znati i sigurni radni vijek konstrukcije, neophodno je znati odrediti vrijeme potrebno da pukotina napreduje do prihvatljive veličine. Za to je nužno prvo locirati mjesta potencijalnog nastanka pukotina te potom analizom utvrditi kakav utjecaj veličina pukotine ima na čvrstoću pukotine i vrijeme napredovanja pukotine. Takva vrsta analize naziva se analiza dopuštenog oštećenja. Njezino svojstvo je sigurno podnošenje grešaka ili pukotina do trenutka kada se one ne otklone popravkom ili zamjenom oštećenog dijela konstrukcije. Prilikom faze konstruiranja poželjno je izabrati materijal koji ima veću otpornost na nastajanje pukotina ili poboljšati konfiguraciju konstrukcije čime se osigurava da pukotine neće postati opasne tijekom očekivanog razdoblja eksploatacije. Alternativni način jest da se konstrukcija prilikom pregleda u određenim vremenskim intervalima u slučaju eventualnog postojanja pukotine može popraviti ili njezini dijelovi zamijeniti.

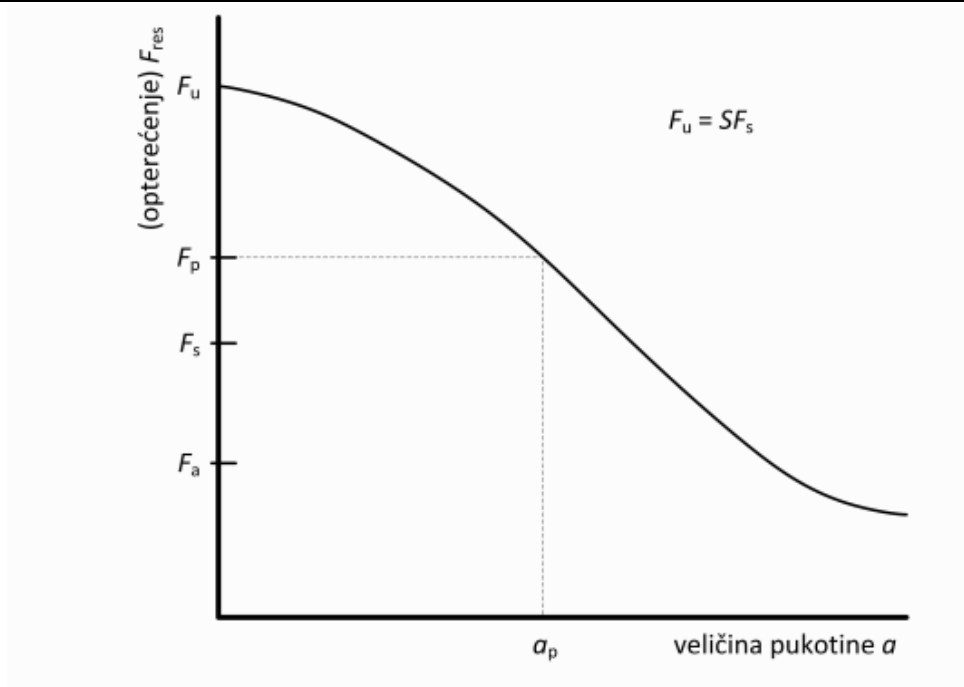
Kontrola loma predstavlja skup mjera kao što su prije navedene, koje imaju za cilj spriječiti pojavu loma uzrokovanim pukotinama tijekom eksploatacije. Sadržava sve ili neke od sljedećih mjera: analizu dopuštenog oštećenja, odabir materijala određenih svojstava, ispitivanje i bolje oblikovanje konstrukcije. Koje i koliko od tih mjera će se koristiti ovisi o kritičnosti komponente, ekonomskim posljedicama te posljedičnoj šteti koja bi nastala uslijed loma.

2.3. Ciljevi analize dopuštenog oštećenja

Analiza dopuštenog oštećenja ima dva osnovna cilja:

1. Određivanje utjecaja pukotine na čvrstoću
2. Određivanje funkcije napredovanja pukotine ovisne o vremenu

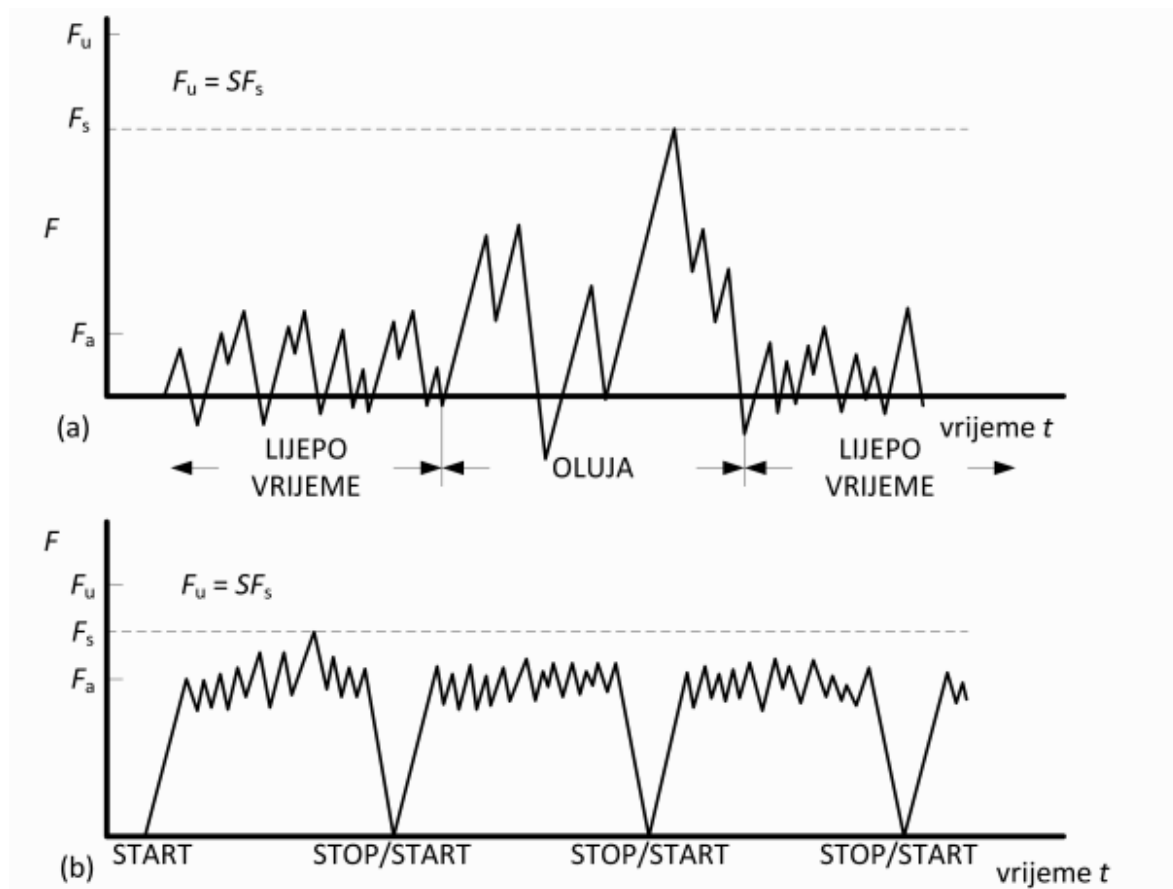
Dijagramski prikaz utjecaja pukotine na čvrstoću daje slika 2.1. U mehanici loma obično se veličina pukotine označava s a . Na slici ispod čvrstoća je izražena pomoću opterećenja F koja konstrukcija može podnijeti prije nego što nastupi lom.



Slika 2-1. Dijagram preostale čvrstoće[2]

Ako se na trenutak prepostavi da konstrukcija nema značajnijih oštećenja, odnosno da je $a=0$, onda čvrstoća konstrukcije iznosi F_u , tj. njenoj konstrukcijskoj čvrstoći (opterećenju). U slučaju kada je konstrukcija podvrgnuta opterećenju F_u mora nastupiti lom, inače se radi o predimenzioniranoj konstrukciji. Prilikom konstruiranja redovno se upotrebljava faktor sigurnosti S vezanog većinom uz opterećenje. Ako uzmemo za ovaj primjer da je predviđeno maksimalno opterećenje F_s , tada je konstrukcija projektirana na način da izdrži opterećenje jednako $F_u = SF_s$. Alternativni način korištenja faktora sigurnosti jest taj da se on veže uz naprezanje, pa se konstrukcija dimenzionira tako da je naprezanje pri najvećem radnom opterećenju F_s manje ili jednako količniku vlačne čvrstoće σ_{tu} i faktora sigurnosti S .

Ako radno opterećenje varira, opterećenje većinu vremena može biti ispod vrijednosti F_s . Samo u posebnim uvjetima kao što su npr. oluje, opterećenje doseže F_s , dok u preostalom vremenu opterećenje iznosi tek jedan dio od maksimalnog, tako da je rezerva sigurnosti od loma još veća od faktora sigurnosti S . Na nekim konstrukcijama kao što su cjevovodi, rotirajući strojni dijelovi i posude pod tlakom predvidljiva su opterećenja koja su uglavnom stalne vrijednosti, dok su opterećenja kod mostova, brodova i zrakoplova, koji predstavljaju konstrukcije podvrgnute promjenjivom opterećenju, vremenski i iznosom varljiva. Slika 2.2 pokazuje oba slučaja.



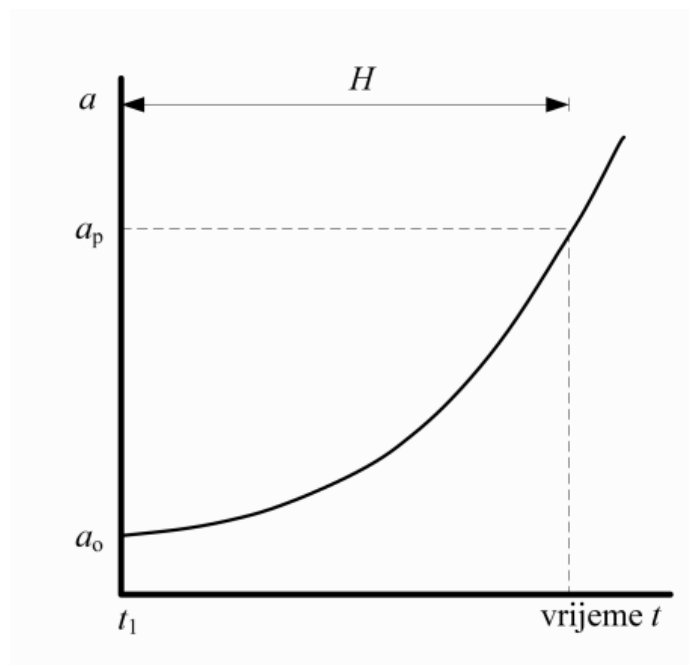
Slika 2-2 Vremenski ovisno radno opterećenje za različite tipove konstrukcija: a) Promjenjivo opterećenje brodova, aviona i mostova, b) Stalne vrijednosti opterećenja za rotirajuće strojne elemente. [2]

Iako konstrukcija ima čvrstoću F_u s faktorom sigurnosti S , njena je čvrstoća konačna te potom slijedi da vjerojatnost pojave loma nije jednaka nuli, ali prema iskustvu ona je dovoljno niska. Prema slici 1.1 čvrstoća konstrukcije u prisutnosti pukotine pada tim više što je pukotina veća i u svakom je slučaju manja od F_u . Takva se čvrstoća naziva preostala čvrstoća i označava se s F_{res} i njenim smanjenjem opada faktor sigurnosti S koji postaje manji od onog početnoga $S = F_u / F_s$, a samim time povećava se mogućnost katastrofalne pojave loma. On se događa pri opterećenju koje je jednako preostaloj čvrstoći u tome trenutku F_{res} , a pri opterećenjima manjeg iznosa od F_{res} , tada pod utjecajem zamora, naponske korozije ili puzanja pukotina sve više napreduje uzrokujući pad preostale čvrstoće i s vremenom, kada se opterećenje izjednači s F_{res} , tj. vrijednost S poprimi jedinicu, i pojavu loma.

Dolazi se do zaključka da je od izuzetne važnosti na vrijeme spriječiti rast pukotine na onu veličinu koja bi pri radnom opterećenju dovela do loma. Većinom su to postupci koji uključuju zamjenu oštećenog dijela ili otkrivanje i popravak pukotine.

Ako pretpostavimo da je poznat dijagram preostale čvrstoće, kao i minimalna dopuštena preostala čvrstoća F_p , maksimalna dopuštena veličina pukotine slijedi iz dijagrama. Iz toga slijedi da je prvi cilj analize dopuštenog oštećenja određivanje dijagrama preostale čvrstoće, preko kojega se može dobiti maksimalna dopuštena veličina pukotine. Dijagram se razlikuje ovisno o kojem se dijelu konstrukcije radi i o lokaciji pukotine.

Sljedeći cilj analize dopuštenog opterećenja je određivanje krivulje napredovanja pukotine. Nakon određivanja maksimalne dopuštene veličine pukotine iz prethodnog dijagrama, naknadno utvrđujemo vrijeme eksploatacije potrebno da pukotina naraste na kritičnu veličinu a_p , nakon kojega je nužno popraviti ili zamijeniti oštećeni dio. Interval kontrole konstrukcije u svakom slučaju mora biti manji od vremena potrebnog da pukotina napreduje na vrijednost a_p , a obično se uzima polovica tog vremena. Sljedeća slika prikazuje krivulju napredovanja pukotine kako je prethodno opisano.



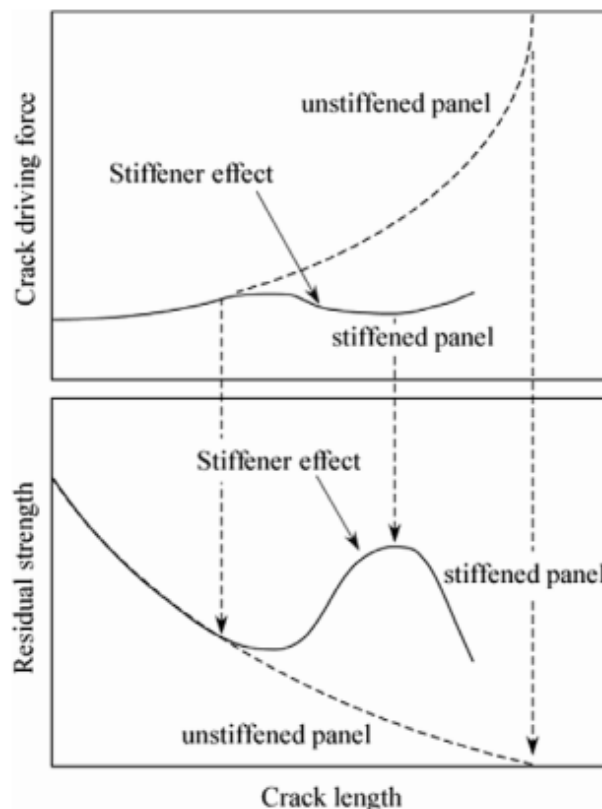
Slika 2-3. Krivulja napredovanja pukotine [1]

2.4. Preostala čvrstoća

Pojam "preostala čvrstoća", često korištena u zrakoplovstvu, određuje kapacitet nošenja tereta konstrukcije s pukotinom kao funkciju žilavosti materijala, veličine pukotine, geometrije i konfiguracije konstrukcije. U linearno elastičnim uvjetima sila napredovanja pukotine (eng. Crack driving force) može se jednostavno odrediti u ovisnosti o koeficijentu intenziteta naprezanja K i preostale čvrstoće preko sljedeće jednadžbe:

$$\sigma_c = \frac{K}{\sqrt{\pi a Y}} \quad (2.1)$$

gdje a predstavlja veličinu pukotine, dok je Y geometrijska funkcija komponente. U uvjetima elastično-plastične mehanike loma veza između sile napredovanja pukotine i preostale čvrstoće postaje kompliciranija. Slika 2.4 prikazuje ovisnost sile napredovanja pukotine i preostale čvrstoće o veličini pukotine a .

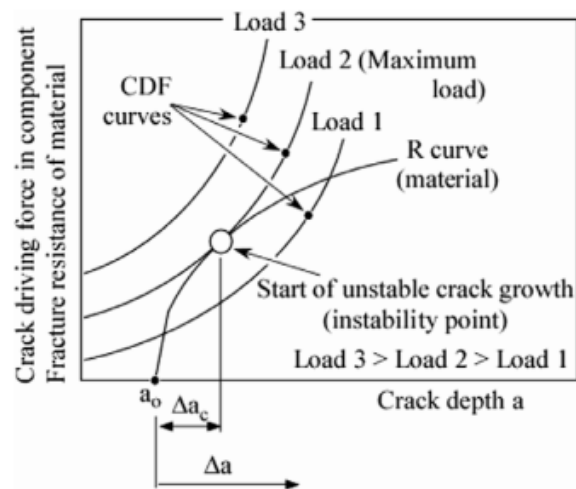


Slika 2-4. Osnovni princip dijagrama preostale čvrstoće [3]

Kada pukotina tijekom svog produljenja prođe očvršćeno područje, sila napredovanja pukotine je manja u odnosu na slučaj kada područje nije očvršćeno te se stoga preostala čvrstoća povećava.

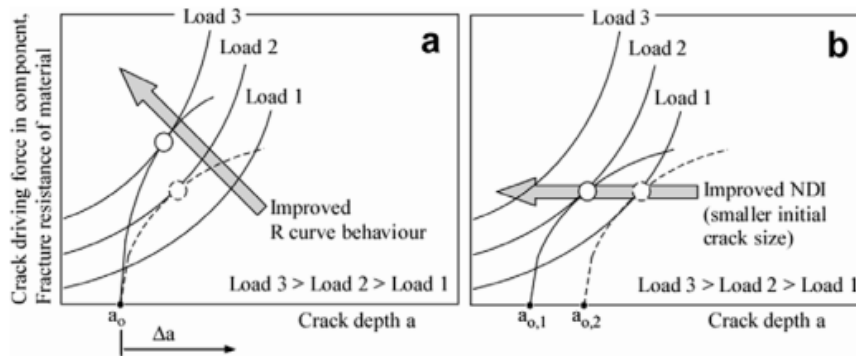
2.5. Primjena R krivulje na panele i očvršćene ljuskaste konstrukcije

Primjena R krivulje na procjene konstrukcije prikazana je na slici. Za različita opterećenja prikazana je ovisnost sile napredovanja pukotine o dubini pukotine (u smislu K, K_{eff} ili δ_5) zajedno sa R krivuljom materijala.



Slika 2-5. Analiza R krivulje u cilju određivanja nestabilnog opterećenja konstrukcije [3]

Ono opterećenje čija krivulja sile napredovanja pukotine tangira s R krivuljom materijala jest nestabilno opterećenje konstrukcije unutar naprežanjem kontroliranog opterećenja. Bitno je napomenuti kako je sila napredovanja pukotine u točki nestabilnosti uvijek geometrijski ovisna, tj. ona je specifični parametar materijala i komponente i ne odnosi se na otpornost prema lomu pri maksimalnom opterećenju. Dijagram kao na prethodnoj slici moguće je koristiti u svrhu procjene efekata različitih parametara na nestabilnost opterećenja za bolje ponašanje R krivulje materijala i za manju veličinu inicijalne pukotine kako prikazuje slika .



Slika 2-6. Efekti različitih parametara na nestabilnost opterećenja komponente: a) otpornost materijala na lom (strmija R krivulja); b) smanjenje veličine pukotine [3]

Uz kritično opterećenje, iz navedenih dijagrama je također moguće odrediti veličinu pukotine kod koje nastupa nestabilno širenje te odgovarajuće stabilno produljenje pukotine. Ozbiljan problem kod pristupa K_R krivulje (R krivulje u ovisnosti o K ili K_{eff}) jest ograničenje plastičnosti vrha pukotine gdje je veličina $L_r = \sigma_{ref} / \sigma_Y$ ligamenta ograničena na iznose do vrijednosti $L_r = 0.8$. Drugim riječima, nije primjenjiva kod plastične deformacije ligamenta. Ali, to svejedno ne znači da metoda K_R krivulje nije koristan alat pri određivanju preostale čvrstoće tankostjenih konstrukcija.

Alternativa upotrebi K_R krivulje jest primjena novijih metoda, kao na primjer SINTAP/FITNET metode koja nije ograničena na male iznose tečenja, već je primjenjiva do plastičnog loma. Kod SINTAP/FITNET pristupa sila napredovanja pukotine dana je izrazom:

$$\delta_5 = \delta_e [f(L_r)]^{-2}$$

gdje je

(2.2)

$$\delta_e = K^2 / (E' \sigma_Y)$$

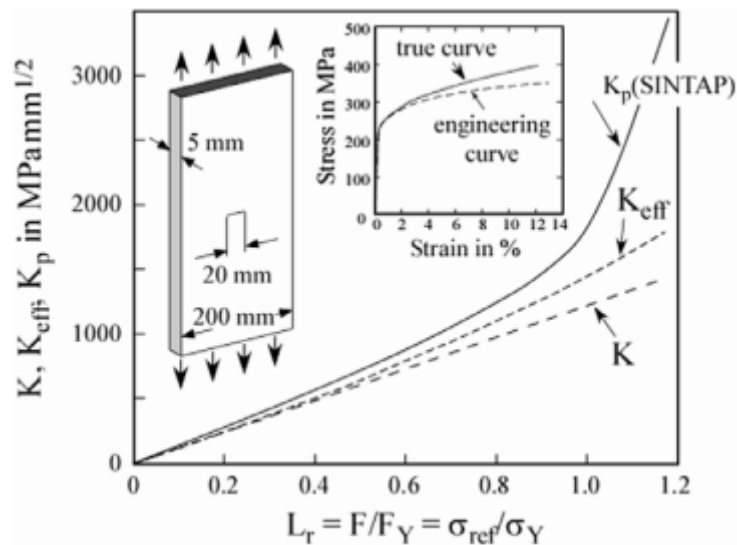
pri tome je: $E' = E$ za ravninsko stanje naprezanja, dok je za ravninsko stanje deformacije $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$, dok se $f(L_r)$ može interpretirati kao "korekcija tečenja ligamenta" za K te se može napisati kao:

$$f(L_r) = \begin{cases} [1 + 0.5L_r^2]^{-1/2} [0.3 + 0.7 \exp(-\mu L_r^6)] & \text{za } 0 \leq L_r \leq 1 \\ f(L_r = 1)L_r^{(n-1)/2n} & \text{za } 1 < L_r \leq L_r^{max} \\ 0 & \text{za } L_r > L_r^{max} \end{cases} \quad (2.3)$$

gdje je

$$\mu = \min \left\{ \begin{array}{l} 0.001(E/R_{p0.2}) \\ 0.6 \end{array} \right.$$

i $L_r = F/F_Y$ ili σ_{ref}/σ_Y kao što je već spomenuto ranije. Simbol n predstavlja koeficijent deformacijskog očvršćenja, dok L_r^{max} predstavlja ograničenje plastičnog loma. Na slici prikazana je usporedba sila napredovanja pukotine izraženih u smislu koeficijenata K , K_{eff} i K_p za određeni uzorak aluminijske legure, gdje je potonji određen prema SINTAP/FITNET metodi. Parametar $K_p = 1/f(L_r)$ upotrebljava se umjesto δ_5 , ali je kompatibilan sa izrazom 2.2.



Slika 2-7. Usporedba sila napredovanja pukotine u smislu K , K_{eff} i K_p kao funkcija tečenja ligamenta L_r [3]

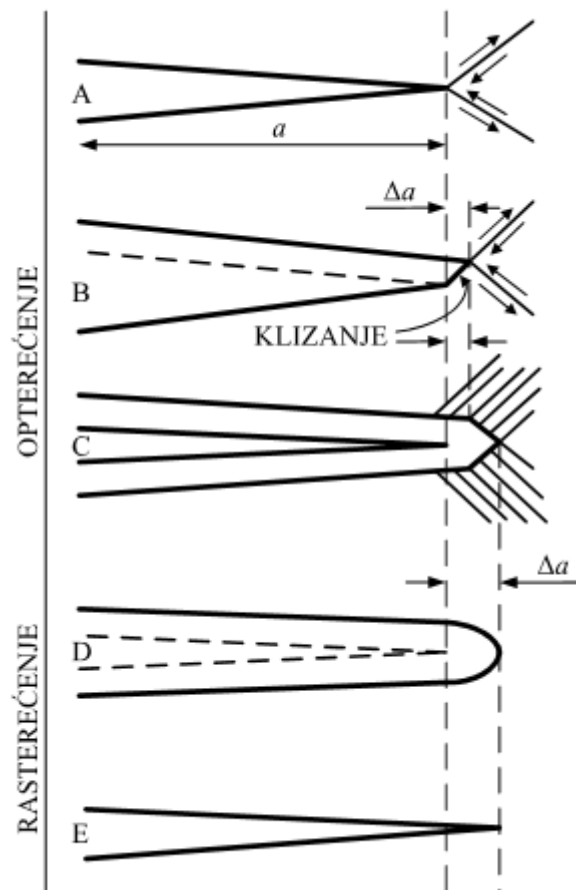
Sa slike je uočljivo da krivulja pridružena koeficijentom K_p prema SINTAP/FITNET metodi ima veći porast u odnosu na K_{eff} te još više na K , posebno kada parametar koji predstavlja tečenje ligamenta L_r prijeđe vrijednost 1.

2.6. Napredovanje pukotine i lom

Napredovanje pukotine posljedica je jednog od sljedećih pet različitih mehanizama:

1. zamor uslijed cikličkih opterećenja
2. naponska korozija uslijed stalnog opterećenja
3. puzanje
4. napredovanje pukotine u prisutstvu vodika
5. napredovanje pukotine uzrokovano tekućim metalom

Od navedenih, prva dva mehanizma i njihove kombinacije najčešći su uzrok napredovanja pukotina, dok su ostali manje prisutni. Slika 2.8 prikazuje jedan od mogućih mehanizama zamornog napredovanja pukotine.

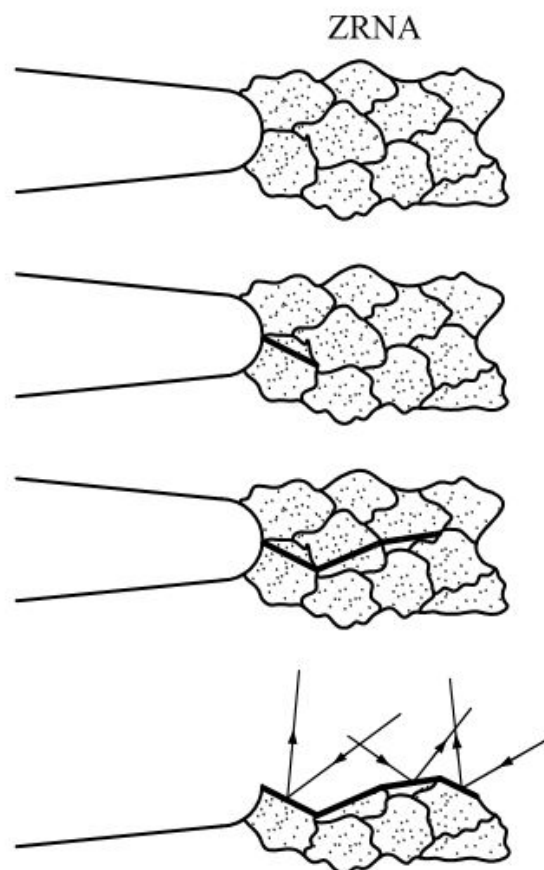


Slika 2-8. Jedan od mogućih mehanizama napredovanja pukotina [1]

Velika koncentracija napreznja je uzrok javljanja plastičnih deformacije oko vrha pukotine čak i kada su i mala opterećenja. Plastična deformacija je posljedica klizanja atomskih ravnina uslijed smičnih napreznja. Prva je faza kontinuirano klizanje komplementarnih ravnina pri čemu se vrh pukotine zatupljuje i već prvo klizanje u drugoj fazi uzrokuje jako malo povećanje pukotine. Prilikom rasterećenja dolazi do zaoštavanja vrha. Postupak se ponavlja tijekom svakog ciklusa promjenjivog opterećenja i nakon dovoljnog broja ciklusa (10^4 - 10^8), pukotina može narasti za 20-ak milimetara te u slučaju nesprječavanja konačno može dovesti do loma.

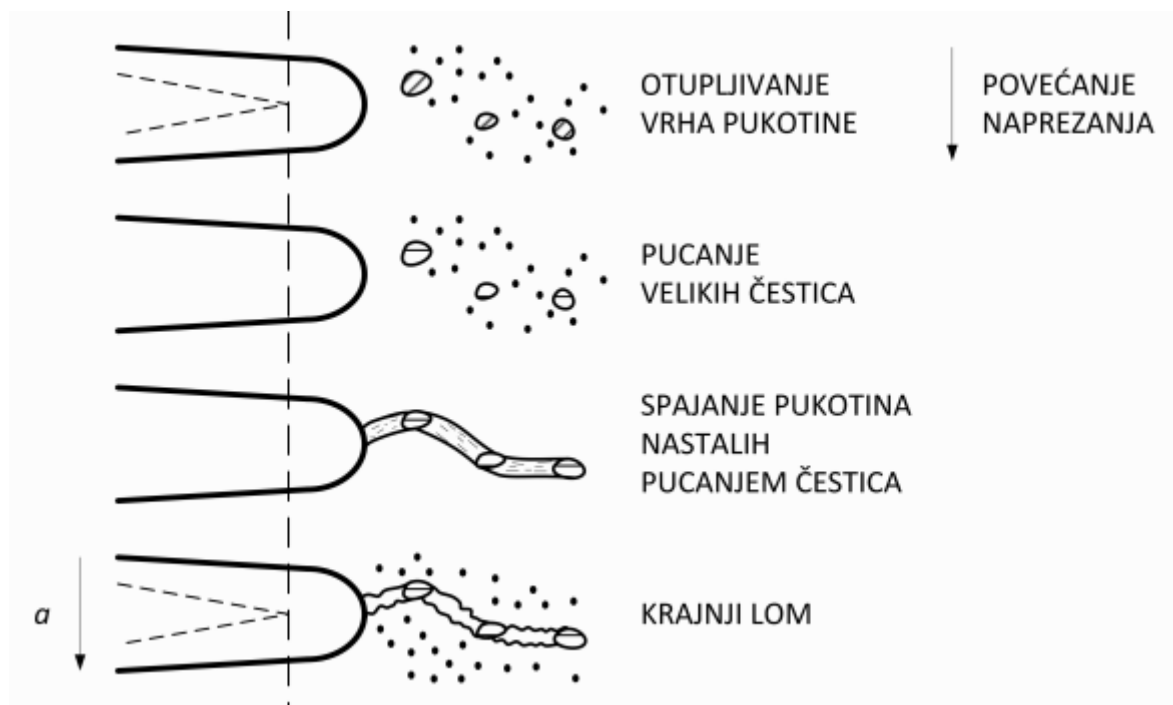
Što se tiče pojave loma, postoje samo dva mehanizma njenog nastanka, a to su krhki i žilavi lom. Nastajanje krhkog loma je posljedica razdvajanje ravnina atoma. Od zrna do zrna ravnine pogodne za razdvajanje drugačije su orijentirane što pogoduje ravninskom lomu. Budući da su ravnine same po sebi ravne, dobri su reflektori zraka upadajuće svjetlosti što znači da se krhki lom sjaji dok je još svjež, dok se nakon nekog vremena on gubi uslijed oksidacije.

Glavno je svojstvo krhkog loma iznimno niska lomna žilavost što znači da gotovo nema mjesta plastičnoj deformaciji prilikom loma.



Slika 2-9. Nastajanje krhkog loma. Krhki lom započet u vrhu pukotine, donja slika prikazuje sjaj lomne ravnine [1]

Osnovni razlog nastajanja drugog mehanizma loma, onog žilavog, jesu čestice raznih legirnih elemenata i uključine unutar materijala. One imaju zadaću isključivo poboljšanja svojstava materijala kao što su obradljivost, livljivost, a napose čvrstoću. Isprva se zbog pucanja ili popuštanja velikih čestica formiraju široke pukotine blizu vrha pukotine. Ujedinjenjem više takvih manjih praznina u jednu veliku nastupa žilavi lom prikazan na slici 2.10. Zbog svojih nepravilnosti lomna površina propušta svjetlost, što dovodi do tamno sive boje.



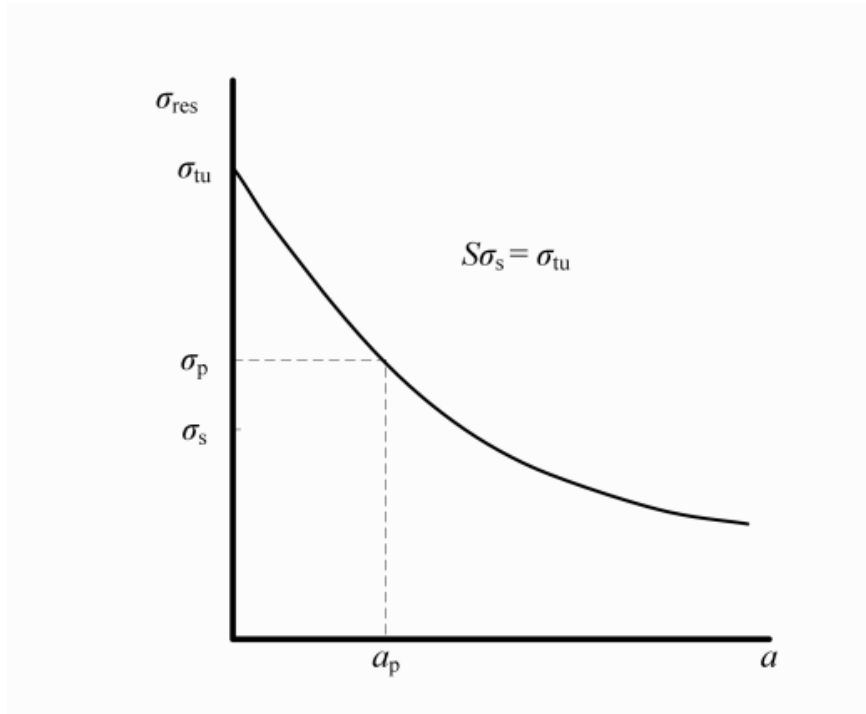
Slika 2-10. Četiri faze nastanka žilavog loma [1]

Oba prethodno opisana mehanizma loma su izrazito brzi procesi. Krhki lom može napredovati brzinama od 1600 m/s, dok se žilavi lom kreće brzinama od oko 500 m/s, iako može biti i sporiji. Sve dok je uzrokovan nekim od mehanizama napredovanja pukotine, lom je stabilan. Onoga trenutka kada nastupi jedan od mehanizama loma (krhki ili žilavi), lom postaje nestabilan.

2.7. Dopusšteno oštećenje i mehanika loma

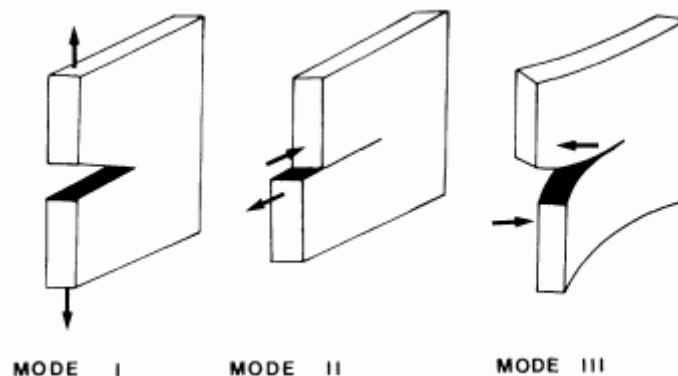
Metode mehanike loma razvijene su prvenstveno radi određivanja preostale čvrstoće konstrukcije i analize napredovanja pukotine nekim od mehanizama. Kao što je već rečeno, najučestaliji uzrok napredovanja pukotine jest zamor. U mnogim se konstrukcijama on ne može spriječiti, stoga će se pojaviti pukotine koje moraju biti spriječene metodama kontrole loma prije nego uzrokuju lom. Vrijeme potrebno za inicijaciju zamornih pukotina neće se razmatrati iz razloga što nije potrebno znati točno vrijeme inicijacije za prevenciju.

Kao i u svim inženjerskim mehanikama, mehanika loma koristi naprezanje umjesto opterećenja. Prema tome, dijagram preostale čvrstoće prikazan na slici 2.1 se inače bazira na naprezanjima koje je konstrukcija sposobna podnijeti σ_{res} prije nego dođe do loma.



Slika 2-11. Dijagram preostale čvrstoće baziran na nominalnom naprezanju [1]

Na slici iznad prikazan je primjer jednog takvog dijagrama. Do loma, u ovom slučaju dolazi kada se naprezanje izjednači s iznosom σ_{res} . Kako pri vrhu pukotine vladaju lokalna naprezanja, potrebno ih je dovesti u odnos s primijenjenim naprezanjima. U tu je svrhu potrebno je zasebno odvojiti tri glavna različita načina otvaranja pukotina, što prikazuje slika 2.12.



Slika 2-12 Tri načina otvaranja pukotine [2]

Slika lijevo prikazuje odcjepni način (način I), srednja smicanje (način II), dok je na desnoj prikazano poprečno smicanje (način III).

Izrazi za računanje lokalnih naprezanja pri vrhu pukotine za sva tri načina su vrlo slični, pa je posljedično procedura analize loma i napredovanja pukotine za sva tri slučaja identična. Pukotine se najčešće otvaraju odcjepnim načinom, dok se preostala dva načina ne pojavljuju zasebno, već u kombinaciji sa načinom I.

3. LINEARNO ELASTIČNA MEHANIKA LOMA

3.1. Naprezanje oko vrha pukotine

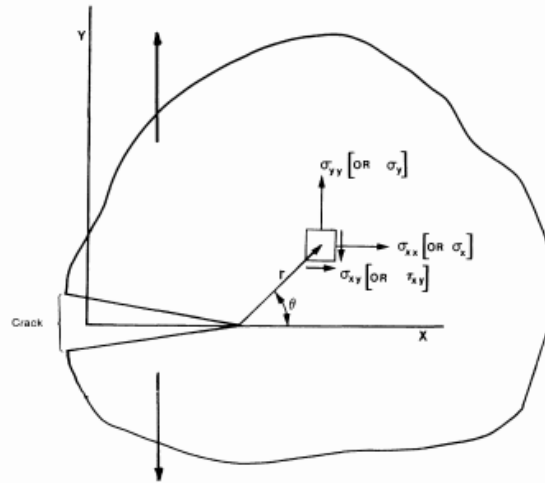
Na slici 3.1 prikazano je tijelo proizvoljnog oblika s proizvoljnom veličinom pukotine s proizvoljnim opterećenjem. Materijal tijela podrazumijevamo elastičnim, odnosno, vrijedi Hookeov zakon. Za navedeni slučaj polje naprezanja može se računati teorijom elastičnosti. Razmatrati će se dvoosno stanje naprezanja s normalnim komponentama naprezanja σ_x i σ_y , kao i posmičnom komponentom τ_{xy} .

Naprezanja u elementu sa slike 2.1 mogu se izračunati pomoću sljedećih jednadžbi:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_y &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_z &= 0 \\ \tau_{xy} &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\end{aligned}\tag{3.1}$$

U slučaju kada je kut između ravnina presjeka i pukotine $\theta = 0$, vrijedi:

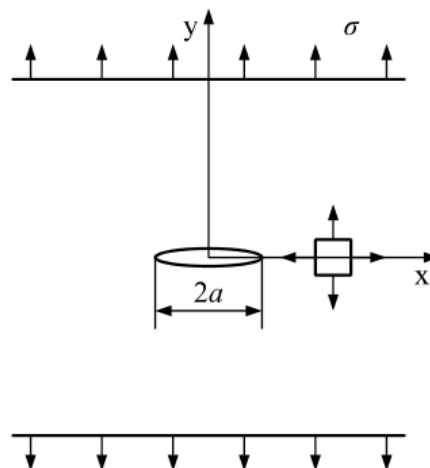
$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} \\ \sigma_y &= \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} \\ \tau_{xy} &= 0\end{aligned}\tag{3.2}$$



Slika 3-1. Tijelo proizvoljnog oblika, proizvoljne pukotine i proizvoljnog opterećenja [2]

Za promatranu ravninu ($Y=0$), za koje gornje jednačbe vrijede, poprečna i uzdužna naprezanja σ_x i σ_y , jednakog su iznosa. Naprezanja su u ovisnosti o udaljenosti x od vrha pukotine, (pri čemu vrijedi da su naprezanja manja što je veća udaljenost od vrha pukotine) i o koeficijentu intenzivnosti naprezanja K . Budući da su jednačbe 3.2 izvedene za proizvoljno tijelo s pukotinom i opterećenje, one moraju opisivati svako stanje naprezanja u i blizini pukotine za svako elastično tijelo.

Promatramo beskonačno veliku ploču s centralnom pukotinom, opterećenu jednolikim jednoosnim naprezanjem σ kako prikazuje slika 3.2.



Slika 3-2. Jednoliko opterećena beskonačno velika ploča s centralnom pukotinom [2]

Veličina pukotine je $2a$. Prema konvenciji pukotine u mehanici loma koje imaju dva vrha se označavaju s $2a$, dok se one s jednim vrhom označavaju s a . Možemo zaključiti da će naprezanje pri vrhu pukotine biti proporcionalno narinutom opterećenju, a također ovisit će i o veličini pukotine na način da povećanjem pukotine naprezanja rastu. Iz rečenog može se napisati:

$$\sigma_y = \frac{C\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{2\pi x}} \quad (3.3)$$

gdje je C bezdimenzijski broj, koji za slučaj beskonačno velike ploče iznosi $C = \sqrt{\pi}$, te je stoga:

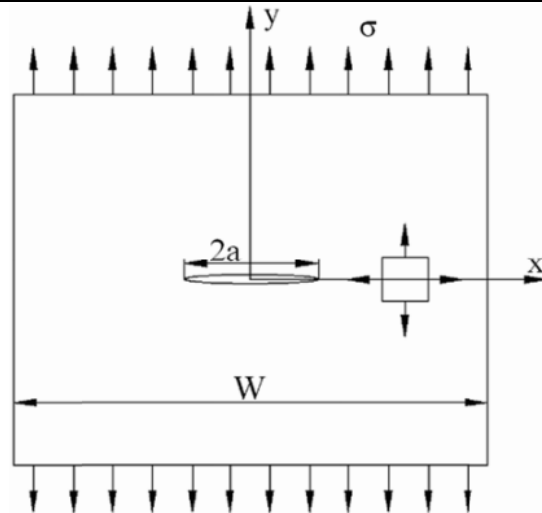
$$\sigma_y = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi x}} \quad (3.4)$$

Usporedbom izraza (3.2) i (3.4) dobiva se konačan izraz koeficijenta intenzivnosti naprezanja za slučaj beskonačno široke ploče s centralnom pukotinom:

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.5)$$

3.2. Opći izraz za koeficijent intenzivnosti naprezanja

Izraz korišten za računanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja K nije ograničen samo na beskonačnu ploču, već i za ploče s konačnom širinom, kako prikazuje slika 3.3.



Slika 3-3. Jednoliko opterećena ploča konačne duljine s centralnom pukotinom [2]

U slučaju kada je širina W manjeg iznosa, naprezanje oko pukotine je veće. Za ovaj slučaj bezdimenzijski parametar C mora biti funkcija od W i a , stoga se može pisati:

$$C = \sqrt{\pi \sec \frac{\pi a}{W}} \quad (3.6)$$

Uvrštavanjem u izraz (3.3) i usporedbom s (3.2) dobivamo:

$$K = \sqrt{\pi \sec \frac{\pi a}{W}} \sigma \sqrt{a} \quad (3.7)$$

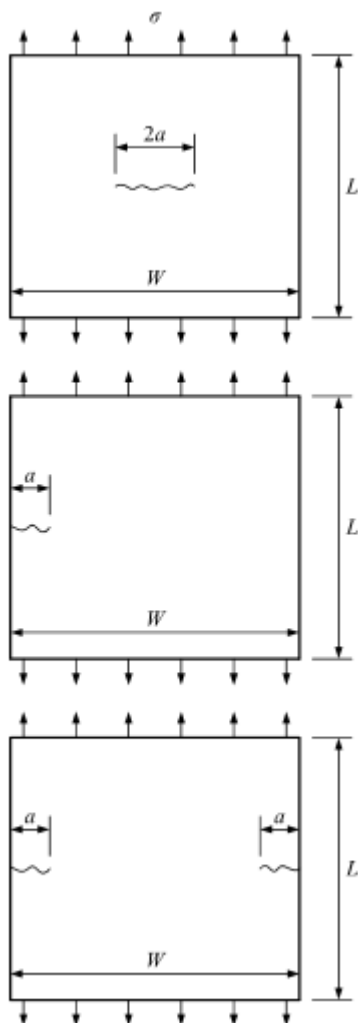
$$K = C \left(\frac{a}{L} \right) \sigma \sqrt{a}$$

gdje je L dimenzija duljine geometrije napuknutog dijela. Ako uzmemo da je a vrlo mali, a W vrlo velik, onda vrijedi $(\sec(\pi a/W))^{1/2} = 1$, te je izraz identičan (3.5). U praktičnoj upotrebi gornjih jednažbi svi C su podijeljeni s $\pi^{1/2}$, a funkcija $C(a/L)/\pi^{1/2}$ je preimenovana u β , koji se naziva geometrijski faktor:

$$\sigma_y = \frac{\beta \sigma \sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi x}} = \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} \quad (3.8)$$

$$K = \beta \sigma \sqrt{\pi a}$$

Napisani izraz predstavlja analitičku formulu za izračunavanje koeficijenta intenziteta napreznja kod ploče konačne širine i vrijede za sve vrste pukotina. Geometrijski faktor β , koji uzima u obzir činjenicu da su napreznja veća u presjeku s pukotinom kada se W smanjuje, već je unaprijed izračunat i može se naći u raznim knjigama i priručnicima.



$$\beta = 1 + 0.256(a/W) - 1.152(a/W)^2 + 12.200(a/W)^3$$

Za $L/W = 2$:

$$\beta = 1.12 - 0.23(a/W) + 10.56(a/W)^2 - 21.74(a/W)^3 + 30.42(a/W)^4$$

$$\beta = 1.12 + 0.43(a/W) - 4.79(a/W)^2 + 15.46(a/W)^3$$

Slika 3-4. Izrazi za računanje geometrijskog faktora β za razne položaje pukotina u ploči

3.3. Energetski kriteriji

Zakon očuvanja energije nalaže da je rad utrošen na deformiranje neke konstrukcije (P) jednak akumuliranoj unutarnjoj energiji deformiranja (U), što se može napisati kao:

$$P - U = 0 \quad (3.9)$$

Kod linearno-elastičnog materijala rad i energija deformiranja jednaki su polovici umnoška vanjskog opterećenja i pomaka hvatišta opterećenja ($P = \frac{1}{2}F\delta$), ali se energija deformiranja isto tako može odrediti i na drugi način.

Ako se diferencijalni materijalni element jedinične veličine podvrgne jednoosnom razvlačenju, ukupni je rad naprezanja σ potreban da se pojavi deformacija veličine $d\varepsilon$ je $\int \sigma d\varepsilon$, što za linearno-elastični materijal, kako je maloprije navedeno, iznosi $\frac{1}{2}\sigma\varepsilon$. Uzimajući u obzir cjelokupno tijelo, što predstavlja trostruki integral, te Hookeov zakon, dobivamo:

$$U = \iiint \frac{\sigma^2}{2E} dx dy dz \quad (3.10)$$

Za konkretan slučaj, npr. za linearno elastičan štap opterećen vlačno zakon očuvanja energije glasi:

$$\frac{1}{2}F\delta - \frac{\sigma^2}{2E}LA = 0 \quad (3.11)$$

gdje A predstavlja površinu poprečnog presjeka štapa, L njegovu duljinu, dok je umnožak volumen štapa. Ova jednadžba također vrijedi i za slučaj pukotine u konstrukciji duljine $2a$. U slučaju da je pukotina veća za da , biti će potrebno manje opterećenje za izazivanje istog pomaka, tj. krutost će biti manja. Ako se pukotina proširi za diferencijalni iznos da , tada zakon očuvanja energije sadrži i dodatni član koji opisuje rad uslijed širenja pukotine W .

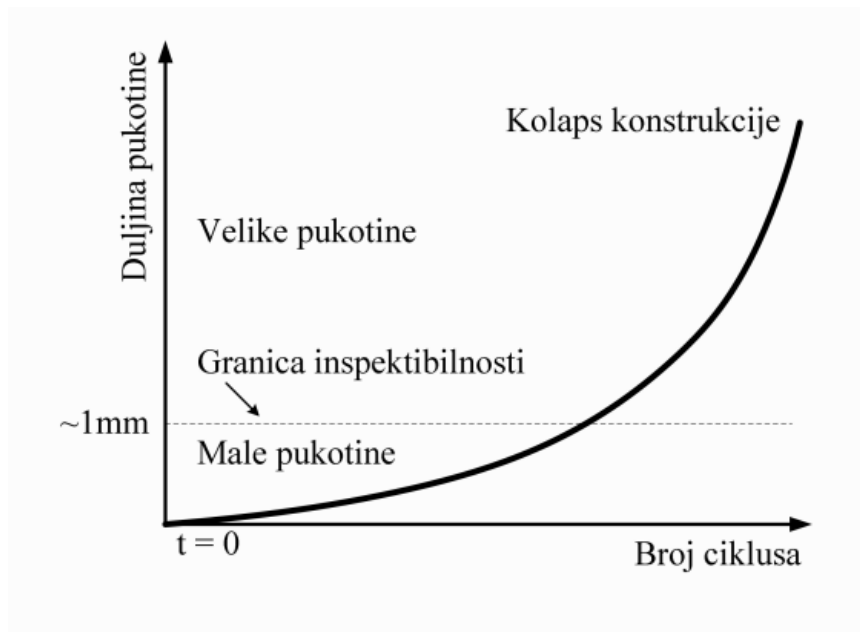
$$\frac{d}{da}(P - U) = \frac{dW}{da} \quad (3.12)$$

Gornji izraz ne izražava apsolutan iznos energije, već samo opisuje promjenu energije. Bitno je napomenuti da jednačba vrijedi isključivo kod nastanka loma, stoga ju možemo shvatiti kao kriterij nastanka loma. Kada još uvijek ne dođe do loma, vrijedi izraz 3.9 za očuvanje energije.

4. KONCEPTI ANALIZE RASTA PUKOTINE

4.1. Krivulja životnog vijeka

U ovom će poglavlju biti objašnjeni koncepti te procedure analize rasta pukotine. Najvažniji mehanizam rasta pukotine jest zamor materijala. On se kod mnogih konstrukcija teško može spriječiti, no moguće je i mora ga se kontrolirati. Oštećenje uslijed cikličkog opterećenja sastoji se od četiri razine: inicijacije pukotine, propagacije kratke pukotine, propagacije duge pukotine i konačnog loma.



Slika 4-1. Oštećenje za različite duljine pukotina kao funkcija broja ciklusa [1]

Obično se duljina pukotine od 1mm uzima kao granica između stadija propagacije kratke i duge pukotine, a ta je vrijednost i uzeta kao granična vrijednost duljine pukotine koja se utvrđuje nerazornim metodama testiranja na konstrukciji u eksploataciji.

Primijećeno je da komponenta u radu provede oko 80% svog životnog vijeka u stadiju propagacije kratke pukotine. Nakon detektiranja pukotine jako je važno znati na koji će način pukotina napredovati da bi se mogao popraviti ili zamijeniti oštećeni dio.

4.2. Krivulja relativnog napredovanja zamorne pukotine

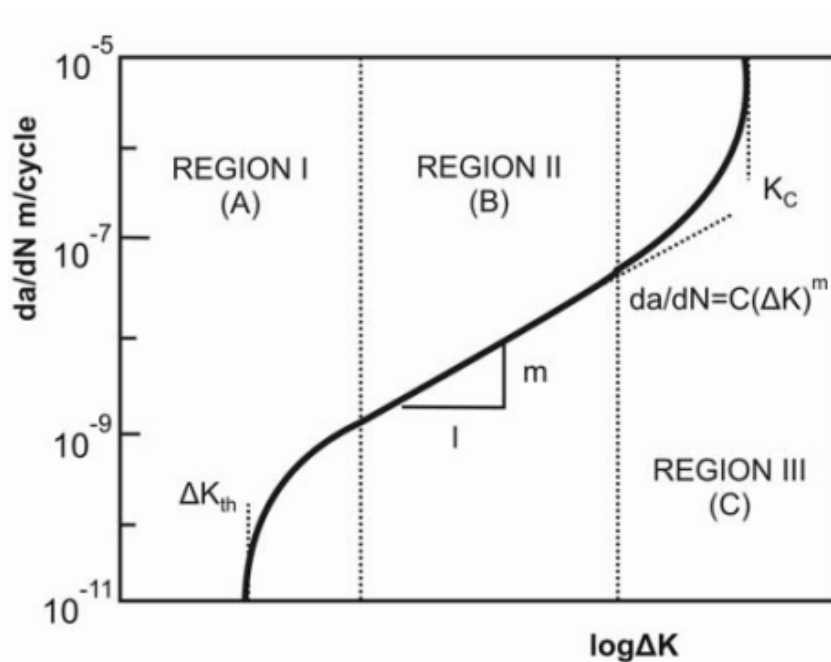
Krivulja relativnog napredovanja zamorne pukotine, poznata kao da/dN - ΔK krivulja, prikazana je na slici ispod.

Tri su karakteristična područja koja dijagram pokriva, i nazivaju se redom:

područje praga intenzivnosti naprezanja područje I

Parisovo područje područje II

područje nestabilnog rasta pukotine područje III



Slika 4-2. ΔK Područja napredovanja zamorne pukotine [1]

4.2.1. Područje I (područje praga intenzivnosti naprezanja)

Područje I opisuje pukotinu u ranom razvoju za koju se smatra da ima rast pukotine od oko 10^{-6} mm po ciklusu ili manju od toga. Mikrostruktura materijala, kao i okruženje, radna temperatura i slično imaju velik utjecaj na ovo područje.

Glavno svojstvo ovog područja je postojanje specifične vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja ispod koje pukotine nebi trebale propagirati. Označava se simbolom ΔK_{TH} i definiramo ju kao prag napredovanja zamorne pukotine.

Uslijed cikličkog opterećenja do otvaranja pukotine dolazi tek onda kada ΔK dosegne vrijednost ΔK_{TH} . U slučaju ako ΔK padne ispod navedene vrijednosti, pretpostavlja se da se napredovanje pukotine u potpunosti zaustavlja. Prag napredovanja zamorne pukotine ΔK_{TH} određuje se eksperimentalno.

4.2.2. Područje II (Parisovo područje)

U Parisovom području brzina napredovanja pukotine iznosi od 10^{-6} do 10^{-3} mm/ciklusu, stoga možemo reći kako se radi o stabilnom napredovanju pukotine. Veličina plastične zone ispred vrha pukotine usporediva je sa srednjom veličinom zrna, no puno je manja od veličine pukotine. Zbog te činjenice sasvim je opravdano koristiti koncept LEFM u ovom području, gdje postoji linearna veza između parametara u logaritamskom mjerilu $\log(da/dN)$ i $\log(\Delta K)$. Najutjecajniji faktor predstavlja srednje naprezanje koje ovisi o materijalu.

4.2.3. Područje III (područje nestabilnog rasta pukotine)

Područje nestabilnog rasta pukotine karakterizira nestabilno propagiranje zamorne pukotine s brzinama napredovanja većim od 10^{-3} mm/ciklusu, nakon čega dolazi do loma. Na dijagramu se ovo područje očituje vrlo strmom krivuljom koja se asimptotski približava lomnoj žilavosti K_C . Samim time što veličine pukotine postaju veće, naprezanje je visokog iznosa te je iz tog razloga i tečenje, odnosno plastična zona vrlo velika. Iz tog razloga koncept LEFM više nije primjenjiv te se pristupa nelinearnoj mehanici loma, odnosno princip EPFM. Veliki utjecaj u ovom području imaju srednje naprezanje, mikrostruktura materijala i debljina uzorka. Treba napomenuti da se zbog vremenskog kratkog vijeka analiza napredovanja zamorne pukotine u ovom području zanemaruje.

4.3. Koncept rasta pukotine uslijed zamora materijala

Za potpuno opisivanje cikličkih naprezanja uslijed opterećenja s konstantnom ili promjenjivom amplitudom dovoljna su dva različita parametra. Ciklička naprezanja opterećena s konstantnom amplitudom definirana su pomoću dva parametra: srednjim naprežanjem (σ_m) i amplitudom naprezanja (σ_a), dok frekvencija ω nije potrebna za opisivanje veličine naprezanja. Moguće je i koristiti druge parametre kao što su minimalno i maksimalno naprezanje (σ_{min} i σ_{max}), odnosno njihovu razliku nazvanom rasponom naprezanja ($\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$). Također se često koristi i omjer naprezanja R, definiran kao omjer minimalnog i maksimalnog naprezanja ($R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$).

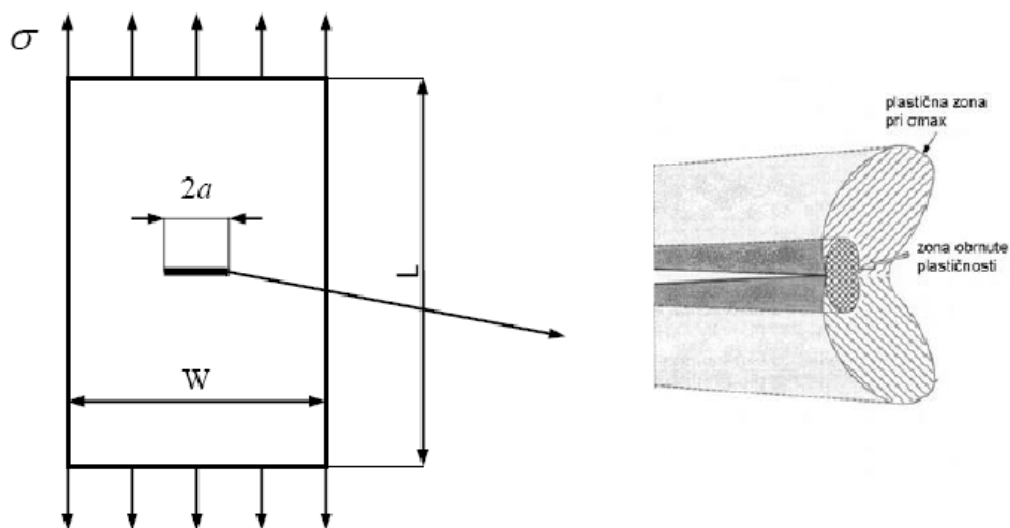
Navedeni parametri prikazani su na slici 4.4.

Sa svakim ciklusom opterećenja pukotina napreduje kao posljedica otupljenja vrha pukotine, dok se prilikom rasterećenja događa ponovno zaoštavanje vrha pukotine što uvjetuje povećanje pukotine tijekom sljedećeg ciklusa opterećenja. Slika 4.4. pokazuje prethodno opisani proces napredovanja pukotine.

Dolazi se do zaključka da će rast pukotine Δa po ciklusu biti veći to što je maksimalno naprezanje po ciklusu veće (veće otvaranje vrha pukotine) i minimalno naprezanje po ciklusu manje (veće zaoštavanje vrha pukotine), odnosno porastom razlike naprezanja $\Delta\sigma$ raste Δa pukotine.

Elber je utvrdio da se pukotina opterećena na vlak zatvara prije nego što narinuto opterećenje padne natrag na nulu.

Prema tome, jasno je da je vrh pukotine zatvoren kod pozitivnog vlačnog naprezanja. Ispitivanje je proveo na ploči sa središnjom pukotinom. Tijekom cikličkog opterećenja, pojavljuje se plastična deformacija vrha pukotine male veličine koja je proporcionalna i iznosi $r_p = (K_{max}/\sigma_{yield})^2$, plastično je izdužena u smjeru opterećenja, te se produžuje.

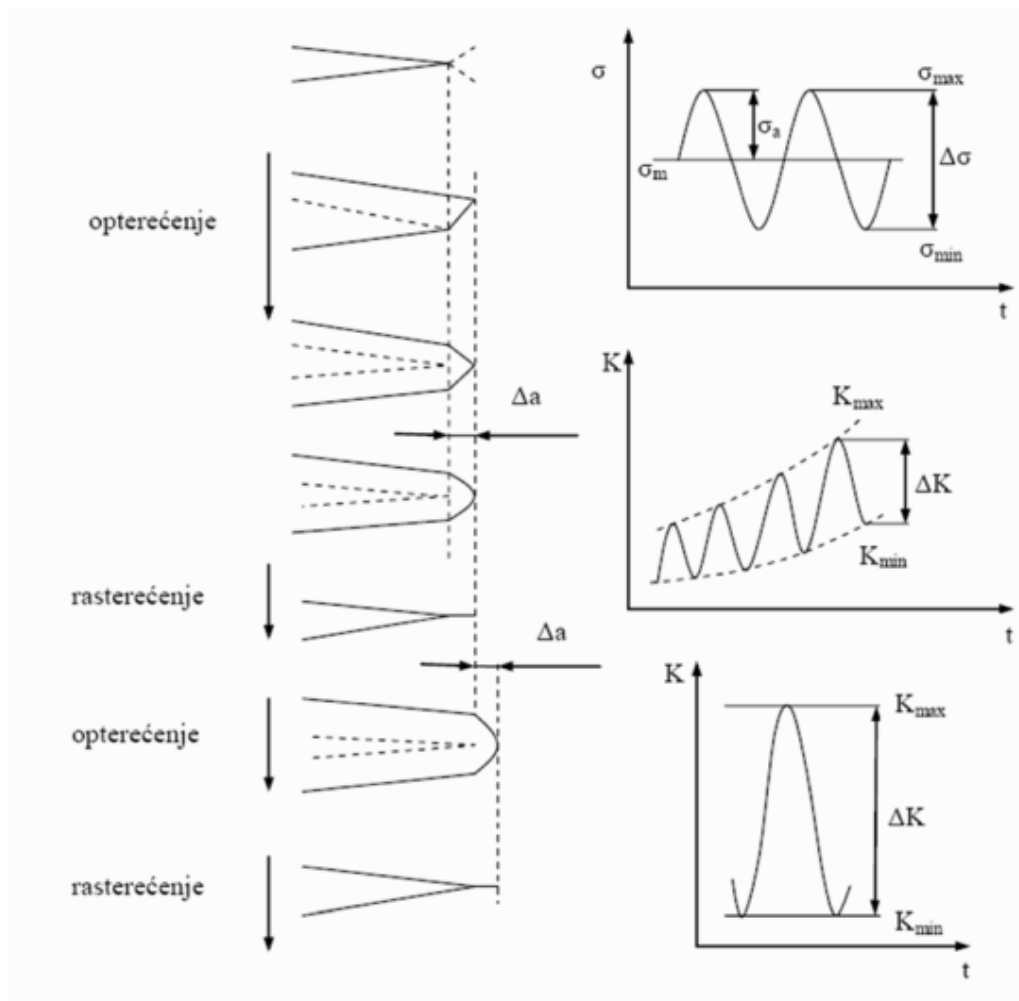


Slika 4-3. Plastične zone napredujuće pukotine [1]

Lokalna naprezanja na vrhu pukotine opisuju se pomoću koeficijenta intenziteta naprezanja K , gdje je $K = \beta\sigma\sqrt{\pi a}$, gdje σ predstavlja nominalno nametnuto naprezanje.

Budući da se unutar jednog ciklusa nametnuto naprezanje mijenja između maksimalne i minimalne vrijednosti, tako se i lokalna naprezanja oko vrha pukotine mijenjaju te se može pisati:

$$\begin{aligned} K_{min} &= \beta\sigma_{min}\sqrt{\pi a} \\ K_{max} &= \beta\sigma_{max}\sqrt{\pi a} \\ \Delta K &= \beta\Delta\sigma\sqrt{\pi a} \end{aligned} \quad (4.1)$$



Slika 4-4. Parametri rasta pukotine uslijed zamora materijala [1]

Iz prijašnjih zaključaka i gornjih jednadžbi jasno se vidi kako će povećanjem parametra ΔK rast pukotine po ciklusu biti veći. Omjer naprezanja može se napisati preko koeficijenta intenzivnosti naprezanja kao:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{K_{min}}{K_{max}} = \frac{K_{max} - \Delta K}{K_{max}}$$

ili

$$K_{max} = \frac{\Delta K}{1 - R}$$

Iz izraza (4.2) da se zaključiti kako pukotina više raste u slučaju kada su ΔK i/ili R veći. Iz toga slijedi funkcija brzine rasta pukotine koju možemo matematički zapisati u obliku:

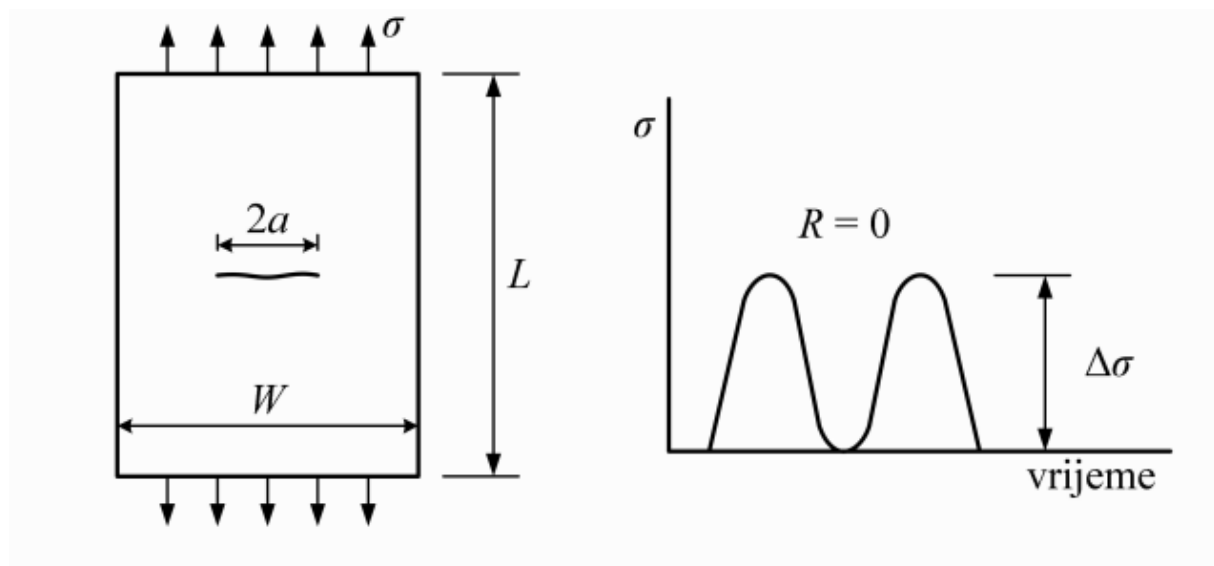
$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \quad (4.3)$$

4.4. Utvrđivanje funkcije brzine napredovanja pukotine

Prema jednadžbi 4.3 brzina napredovanja pukotine će biti veća što su ΔK i R veći. Stvarna se funkcija može odrediti iz modela rasta pukotine, no taj je model zapravo dvodimenzionalno pojednostavljenje trodimenzionalnog procesa kojega je jako teško odrediti zbog mnoštva parametara strukture materijala o kojima tražena funkcija ovisi.

Zato se kao jedini način određivanja funkcije rasta pukotine nameće eksperimentalna analiza. U tom je postupku epruveta podvrgnuta cikličkom opterećenju kako bi se dobili podaci o rastu pukotine. Oblik epruvete nije bitan u slučaju ako je poznat geometrijski faktor β , koji je potreban za računanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja. Važno je također za istaknuti da je β jednak jedinici dokle su god pukotine male veličine u odnosu na dimenzije epruvete ($a/W = 0.4$).

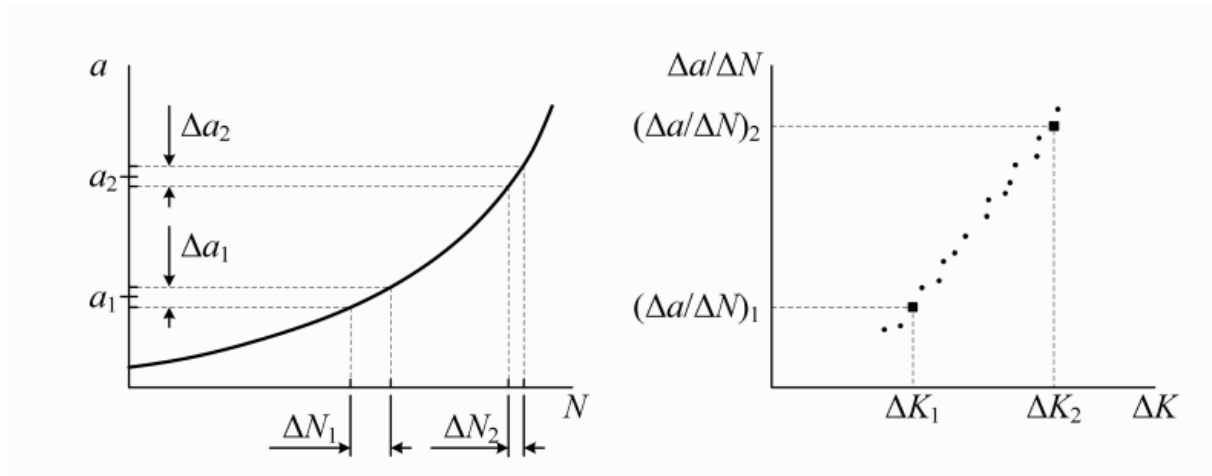
Za ispitivanje se najčešće uzima vlačno opterećen panel sa središnjom pukotinom kako prikazuje slika 4.5.



Slika 4-5. Izgled epruvete i opterećenje za utvrđivanje rasta pukotine [1]

Epruveta sa slike je podvrgnuta cikličkom opterećenju konstantne amplitude za slučaj $\sigma_{min} = 0$ (tj. $R = 0$) u umaralici, odnosno stroju za ispitivanje zamora materijala. Središnja pukotina će se početi širiti gotovo istovremeno s obje strane zbog postojanja oštrog zarez.

Mjerenjem duljine pukotine u jednakim vremenskim intervalima (npr. svakih 10000 ciklusa) utvrđuje se napredovanje pukotine te se dobiveni rezultati za različite iznose napreznja prikazuju dijagramski kao što to pokazuje slika 4.6. Daljnja interpretacija dobivenih rezultata nužna je za dobivanje krajnjeg oblika funkcije brzine napredovanja pukotine, tj. izraza 4.3.

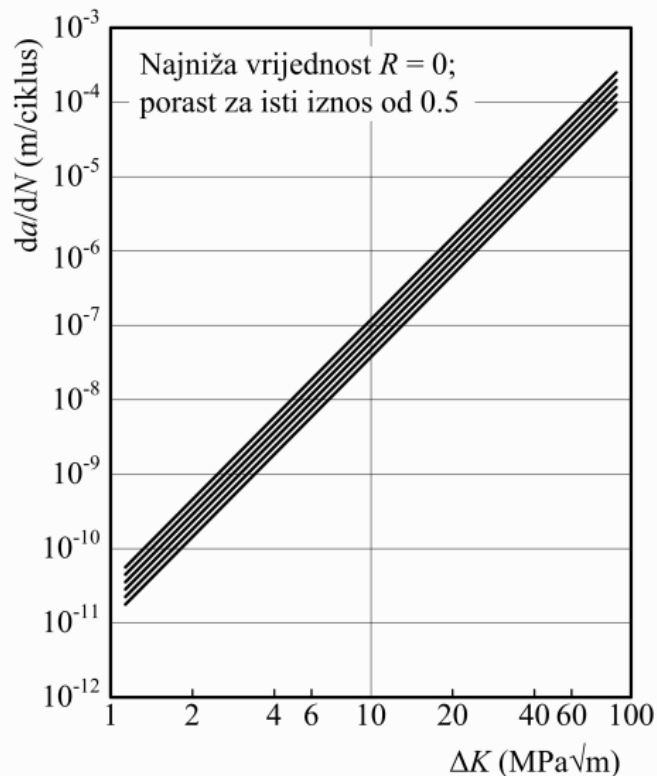


Slika 4-6. Prikaz eksperimentalno dobivenih podataka [2]

Za neki diferencijalni prirast pukotine Δa prema slici 4.6. potreban je određeni broj ciklusa ΔN . Stoga, poznata je brzina napredovanja pukotine da/dN . Budući da je cilj dobiti dobiti ovisnost brzine napredovanja pukotine o ΔK , pristupa se određivanju raspona intenzivnosti napreznja. Za epruvetu opterećenu napreznjem $\Delta\sigma$, koeficijent intenziteta napreznja ΔK računa se po već spomenutoj formuli $\Delta K = \beta\Delta\sigma\sqrt{\pi a}$. Sada kada su poznata oba podatka točka se može ucrtati u dijagram u kojemu da/dN predstavlja os x, a ΔK y os. Isti se postupak ponavlja za mnogo točaka te se dobiva dijagram prikazan na slici 4.6 desno. Sa lijeve slike može se primijetiti kako je za veće veličine pukotina potreban manji broj ciklusa N , odnosno $a-N$ krivulja postaje strmija. To je iz razloga što je veća brzina napredovanja pukotine, pa je stoga ujedno i veći iznos ΔK .

Kako je raspodjela napreznja na vrhu pukotine jedinstvena i ovisi isključivo o koeficijentu intenzivnosti napreznja, za isti ΔK brzina rasta pukotine da/dN mora biti identična.

Drugi parametar koji uz ΔK utječe na brzinu napredovanja pukotine jest R . Ispitivanjem pri različitim omjerima napreznja može se dobiti dijagram koji prikazuje međusobnu ovisnost da/dN i R .



Slika 4-7. Utjecaj različitih omjera naprezanja na brzinu rasta pukotine [1]

Može se primijetiti kako porast omjera naprezanja uzrokuje i veću brzinu napredovanja pukotine, međutim nema tako značajan utjecaj kao raspon intenziteta naprezanja ΔK .

4.5. Modeli napredovanja zamornih pukotina

Najvažniji razlog analize napredovanja zamornih pukotina jest određivanje diferencijalnih jednadžbi kojima bi bilo moguće opisivanje napredovanje zamornih pukotina. Nadalje, integriranjem tih jednadžbi moguće je predvidjeti broj ciklusa N potreban da pukotina naraste od inicijalne do konačne veličine.

Obzirom na to radi li se o krhkom ili žilavom materijalu, tj. obzirom na ponašanje materijala, razvijeni su različiti modeli za opisivanje napredovanja pukotine. Ako se materijal ponaša krhko, pretpostavljamo da se radi o linearno elastičnom ponašanju, tj. služimo se pretpostavkama LEFM. U slučaju da se materijal ponaša žilavo koristimo se principima elastično plastične mehanike loma. Kod krhkih materijala gdje dominiraju pretpostavke LEFM kao parametar se koristi koeficijent intenzivnosti naprezanja K , dok kod žilavih materijala parametre predstavljaju J-integral, otvaranje vrha pukotine (CTOD) ili mjera otpuštene energije (G).

Nedostatak modela za predviđanje napredovanja zamorne pukotine jest nepostojanja fizikalnog značenja njihovih parametara koji su nužni za opisivanje krivulje napredovanja.

U nastavku su opisani neki od modela napredovanja zamornih pukotina.

4.5.1. Parisov model

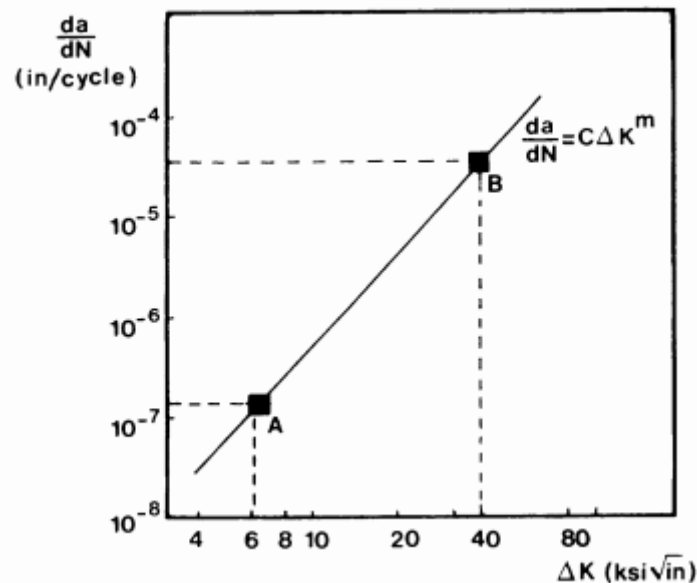
Budući da se teorijskom analizom ne može dobiti jednadžba relativnog napredovanja pukotine, eksperimentalnom metodom sa slike 4.6 može se uočiti kako podaci o relativnoj brzini napredovanja pukotine slijedi zakon pravca u logaritamskom mjerilu. To se može napisati sljedećim izrazom:

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) = m_p \log(\Delta K) + \log(C_p) \quad (4.4)$$

Ako se prethodna jednadžba antilogaritmirala dolazi se do izraza za predviđanje brzine napredovanja zamornih pukotina, poznatijeg kao Parisova jednadžba:

$$\frac{da}{dN} = C_p (\Delta K)^{m_p} \quad (4.5)$$

Očito je da koeficijenti C_p i m_p u Paris-ovoj jednadžbi utječu na brzinu rasta pukotine. Oni se određuju uvrštavanjem koordinata za dvije odabrane točke te jednostavnim rješavanjem sustava od dvije jednadžbe s dvije nepoznanice. Iz logaritamskog izraza Parisove jednadžbe vidljivo je kako je C_p odsječak na vertikalnoj osi, dok sam koeficijent ovisi o vrsti materijala. S druge strane koeficijent m_p predstavlja nagib pravca na $da/dN - \Delta K$ dijagramu u logaritamskom mjerilu i njegova se vrijednost većinom kreće između 3 i 5.



Slika 4-8. Određivanje koeficijenata Parisove jednadžbe [2]

Svojtvo Paris-ove jednadžbe jest da ono opisuje područje II sa slike 4.2, dakle s njom nije moguće opisati ostala dva područja budući da daje netočne rezultate napredovanja. Daljnji nedostatak predstavlja činjenica da Parisova jednadžba ne uzima u obzir učinak omjera naprežanja.

Jedna od generaliziranih Parisovih jednadžbi koja uzima u obzir omjer naprežanja jest Walkerova jednadžba. Za različite omjere naprežanja dobiven je set ravnih linija paralelnih jedna na drugu kao na slici 4.7 gdje se jasno vidi kako je nagib pravca isti, pa shodno tomu zaključuje se kako je koeficijent m_p isti, dok očito određeni R određuje vrijednost koeficijenta C_p . Walkerova jednadžba ima sljedeći oblik:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_w}{(1-R)^{m_w}} (\Delta K)^{m_p} \quad (4.6)$$

gdje je za $R = 0$ vrijednost C_w jednaka koeficijentu C_p , što znači da se za nultu vrijednost omjera naprežanja Walkerova jednadžba svodi na Parisovu.

Nadalje, također postoji i jednadžba koja uzima u obzir lomnu žilavost materijala (K_C). Ona se naziva Formanovom jednadžbom i ima oblik:

$$\frac{da}{dN} = C_F \frac{(\Delta K)^{m_F}}{(1-R)K_C - \Delta K} \quad (4.7)$$

Ona također ovisi o omjeru naprezanja R te uz drugo, može opisati i treće područje sa slike 4.2.

Kako bi se dobio gladak prijelaz blizu praga koeficijenta intenzivnosti naprezanja ΔK_{TH} , Zheng i Hirt su modificirali Parisovu jednadžbu u oblik koji glasi:

$$\frac{da}{dN} = C_p (\Delta K_{ef})^{m_p} \quad (4.8)$$

koja uz relaciju $\Delta K_{ef} = \Delta K - \Delta K_{TH}$ prelazi u:

$$\frac{da}{dN} = C_p (\Delta K - \Delta K_{TH})^{m_p} \quad (4.9)$$

4.5.2. Dowling-Begleyev i $\Delta CTOD$ model

Dowling i Begley su predložili da se kao parametar mehanike loma pri u uvjetima gdje vlada veliko tečenje materijala koristi ΔJ -integral. Njihova jednadžba koja opisuje napredovanje zamornih pukotina glasi:

$$\frac{da}{dN} = C_{db} (\Delta J)^{m_{db}} \quad (4.10)$$

Vidimo da se ovaj izraz razlikuje od Parisove samo u tome što se umjesto ΔK uvrsti ΔJ . Bitno je napomenuti kako i ovaj model opisuje područje II baš kao i Parisov model, no uz razliku da se Dowling-Begleyev model koristi isključivo u slučaju velikog tečenja.

Isto kao kod Dowling-Begleyev model, u uvjetima velikog tečenja može se koristiti i model temeljen na parametru $\Delta CTOD$ čiji izraz slijedi:

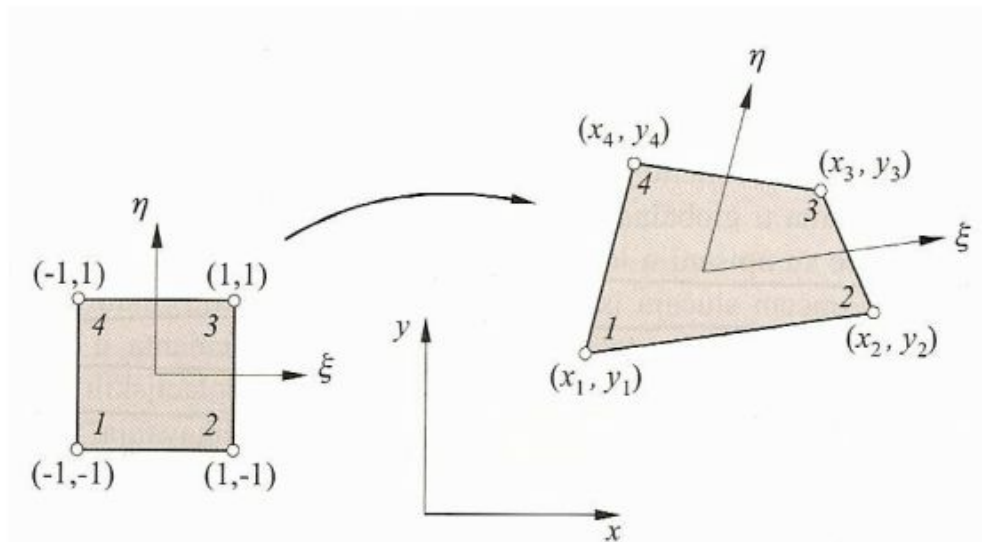
$$\frac{da}{dN} = C_{ctod} (\Delta CTOD)^{m_{ctod}} \quad (4.11)$$

5. NUMERIČKO RAČUNANJE PARAMETARA MEHANIKE LOMA I SIMULACIJA ŽIVOTNOG VIJEKA U PROGRAMSKOM PAKETU ANSYS

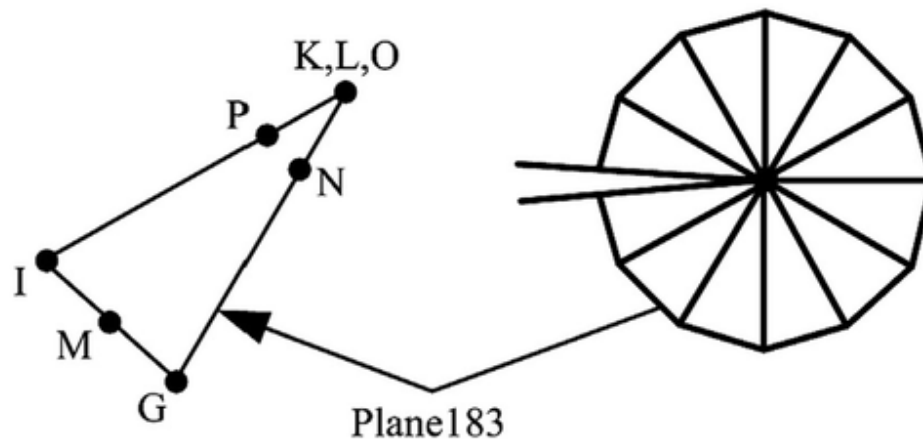
Metodom konačnih elemenata moguće je uspješno rješavanje problema mehanike loma primjenom mreže koju tvore konačni elementi na modelu sa središnjom pukotinom. Mreže koje koristimo ovise o parametrima mehanike loma koje je potrebno izračunati, odnosno o vrsti analize. Kako je već prije rečeno za računanje koeficijenta intenziteta naprezanja K koristimo linearno elastičnu analizu, dok je za računanje J -integrala potrebna elastično-plastična mehanika loma. Isprva su korišteni izoparametarski elementi, no budući kako s njima nije bilo moguće modelirati deformacije oko vrha pukotine niti singularitete naprezanja, počeli su se primjenjivati posebni konačni elementi u mehanici loma koji se nazivaju singularni elementi.

5.1. Modeliranje područja oko pukotine

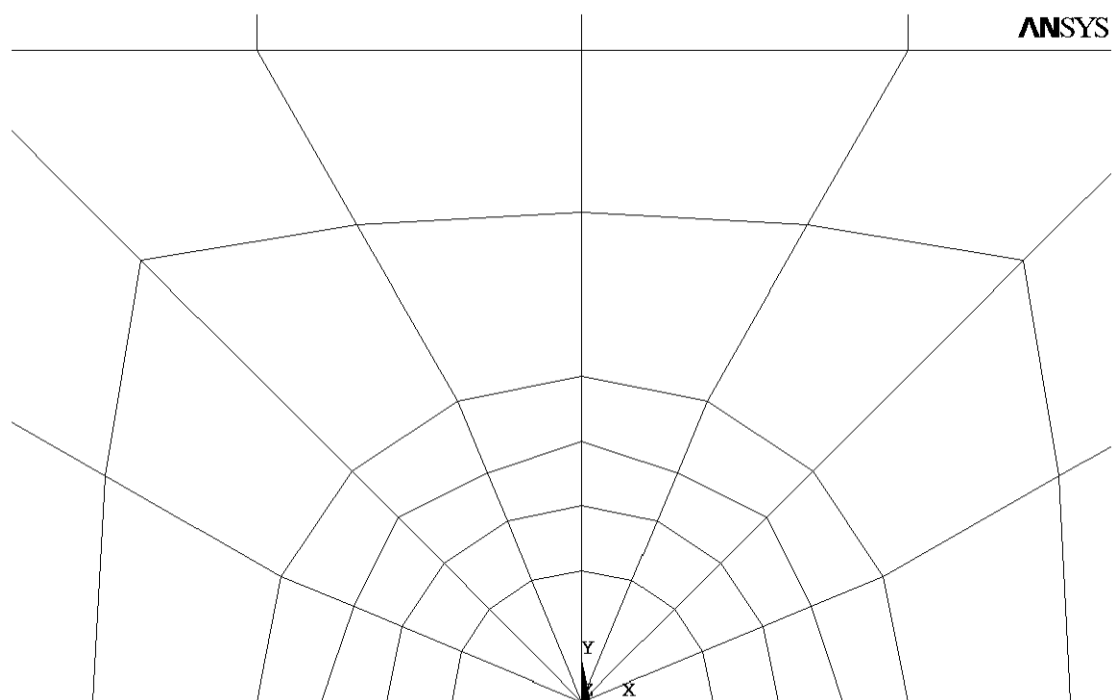
Budući da oko vrha pukotine postoje veliki gradijenti naprezanja i deformacija, za modeliranje nužno je koristiti fino rasprostranjenu mrežu konačnih elemenata oko tog područja kako bi se korektno dobili traženi parametri mehanike loma. Već je rečeno kako se koriste singularni elementi, koji su zapravo dobiveni sažimanjem najčešće četverokutnih u trokutaste elemente uz uvjet pomicanja međuvorova na određenu lokaciju koja ovisi o vrsti singulariteta.



Slika 5-1. Preslikavanje izvornog elementa u proizvoljni četverokutni [12]



Slika 5-2. Primjer singularnih elementa dobivenih iz četverokutnih [11]



Slika 5-3. Primjer modeliranja mreže oko vrha pukotine singularnim elementima [4]

Valja napomenuti kako singularne elemente koristimo samo za modeliranje oko vrha pukotine u situaciji gdje postoje mali pomaci, odnosno kada se koristimo pretpostavkama LEFM, dok njihovo korištenje oko vrha pukotine u elastično plastičnoj mehanici loma nije preporučljivo.

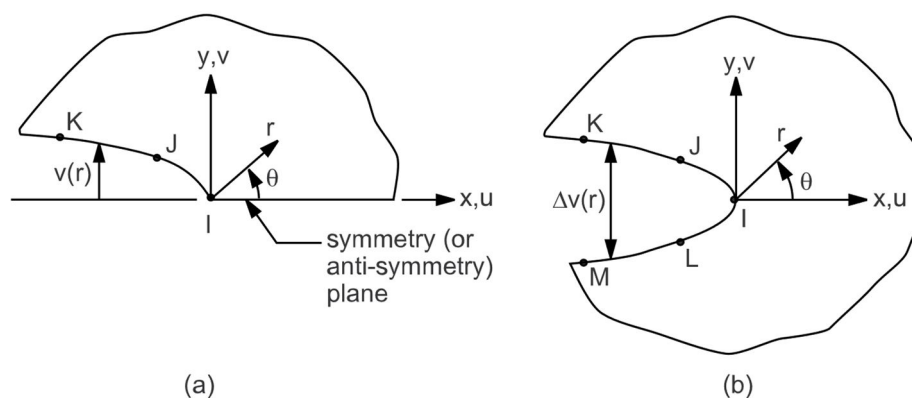
U programskom paketu ANSYS singularne elemente oko vrha pukotine dobijemo naredbom KSCON. Uz odabir čvora na vrhu pukotine oko kojega će biti generirani singularni elementi, moguće je odabrati radijus tih elemenata te opciju singularnosti elemenata u prvom redu. Primjer modeliranja oko vrha pukotine može se vidjeti na slici 5.3.

5.2. Računanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja

Nakon generiranja mreže, pristupa se računanju koeficijenta intenziteta naprezanja K_I , K_{II} , K_{III} pomoću naredbe KCALC. Najprije je potrebno naredbom CSYS definirati lokalni kartezijev koordinatni sustav s ishodištem u vrhu pukotine. X je os paralelna s ravninom pukotine, dok je y os okomita na nju.

Nakon toga definiramo putanju naredbom PATH kojom odabiremo ime te broj točaka koje tvore tu putanju. Za primjer neka se putanja sastoji od 3 točke uz primjenu simetrije. Komanda koja se nadovezuje jest PPATH kojom imamo mogućnost definiranja položaja svake od 3 točke putanje preko broja ili koordinata čvora. Kao položaj prve točke uzimamo vrh pukotine, dok su ostale dvije smještene proizvoljno duž lica pukotine.

Sljedeća slika prikazuje točke korištene za izračunavanje K_I , K_{II} , K_{III} naredbom PPATH. Obje slike prikazuju 2-D modele, uz razliku što uz lijevu sliku primjenjujemo uvjet simetrije na pukotinu (half-crack face), dok je uz nepostojanje uvjeta simetrije potrebno definirati dodatne 2 točke duž lica pukotine na drugoj strani.



Slika 5-4. Uobičajeno definiranje putanje lica pukotine naredbom PPATH:

a) Half-crack model (primjena simetrije)

b) Full-crack model (bez simetrije) [4]

Naredbom KCALC računamo parametre K_I , K_{II} i K_{III} temeljem pomaka odabranih točaka na vrhu i licu pukotine za linearno elastični materijal.

Pomaci su definirani sljedećim relacijama za 3D model širenja pukotine:

$$\begin{aligned} u &= + \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \kappa) \\ v &= + \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (1 + \kappa) \\ w &= + \frac{K_{III}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Iz kojih slijede izrazi za koeficijente intenzivnosti naprezanja K_I, K_{II}, K_{III} :

$$\begin{aligned} K_I &= \sqrt{2\pi} \frac{2G}{1+\kappa} \frac{|v|}{\sqrt{r}} \\ K_{II} &= \sqrt{2\pi} \frac{2G}{1+\kappa} \frac{|u|}{\sqrt{r}} \\ K_{III} &= \sqrt{2\pi} 2G \frac{|w|}{\sqrt{r}} \end{aligned} \quad (5.2)$$

gdje u , v , w predstavljaju pomake za pojedinu os, dok je $\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ za ravninsko stanje naprezanja.

Od gornje 3 jednadžbe razmatramo samo prvu za K_I , gdje je samo faktor $\frac{|v|}{\sqrt{r}}$, koji predstavlja pomak čvorova, relevantan za računanje veličine K_I .

Budući da je pomak v u čvoru 1, odnosno na vrhu pukotine jednak 0, isti je za preostale 2 točke J i K smještene na licu pukotine zavisao o radijusu elementa r :

$$\frac{|v|}{\sqrt{r}} = A + Br \quad (5.3)$$

Kako je veličina r jako mala, upotrebljavamo funkciju limes:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{|v|}{\sqrt{r}} = A, \quad (5.4)$$

pa stoga konačna formula za K_I glasi:

$$K_I = \sqrt{2\pi} \frac{2GA}{1+\kappa} \quad (5.5)$$

5.3. Newton-Raphsonova metoda u nelinearnoj analizi

Za prikaz plastične zone u programskom paketu ANSYS potrebno je pokrenuti nelinearnu analizu. To radimo naredbom NLGEOM koja omogućuje velike deformacije tijekom analize. Nadalje, komandom NSUBST određujemo broj subkoraka koji će se izvoditi u određenom vremenu analize za koje se obično uzima jedinična vrijednost u komandi TIME.

Tijekom provođenja same nelinearne analize postoji mogućnost pojave nekonvergencije, do koje dolazi zbog stanja neravnoteže izračunatih reakcijskih sila i nametnutog opterećenja. Rješavanje navedenog problema daje Newton-Raphsonova metoda koja je vrlo korisna u otkrivanju mjesta neravnoteže koje posljedično dovode do nekonvergencije. U načelu, Newton-Raphsonova metoda zapravo je algoritam je pronalaženja korijena koji proizvodi sukcesivno bolje aproksimacije korijenima funkcije u stvarnoj vrijednosti. Ako je potrebno naći korijen neprekidne derivabilne funkcije $f(x)$ te ako je poznato da je traženi korijen blizu točke $x = x_0$, tada nam Newtonova metoda govori kako bolja aproksimacija korijena iznosi:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (5.6)$$

Navedeni se postupak ponavlja onoliko puta koliko je potrebno za dobivanje tražene preciznosti. Općenito, za bilo koji x_n , sljedeća je vrijednost dana izrazom:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \quad (5.7)$$

Ovako objašnjena metoda se kao što je već rečeno, primjenjuje u nelinearnoj analizi kako bi naposljetku došlo do konvergencije rješenja. Budući da nam prije analize nije unaprijed poznat točan odnos između opterećenja i pomaka, provodi se serija linearnih aproksimacija opterećenja s korekcijama kako prikazuje slika ispod. U prvoj se iteraciji primjenjuje ukupno opterećenje F^a te je kao rezultat dobiven pomak u_1 preko kojega je jednadžbom ravnoteže moguće izračunati unutarnju silu F_1^{nr} . Jednadžba ravnoteže glasi:

$$[K_T]\{\Delta u\} = \{F^a\} - \{F^{nr}\} \quad (5.8)$$

gdje je:

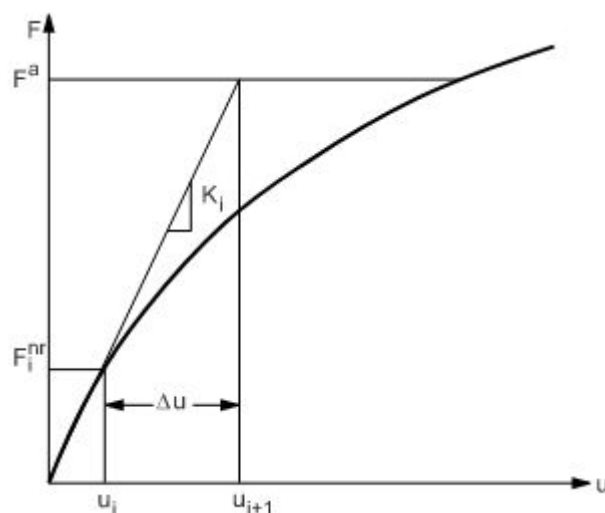
$[K_T]$ – matrica krutosti, tj. nagib krivulje

$\{\Delta u\}$ – inkrementalni pomak

$\{F^a\}$ – vektor vanjskog opterećenja

$\{F^{nr}\}$ – vektor unutarnje sile

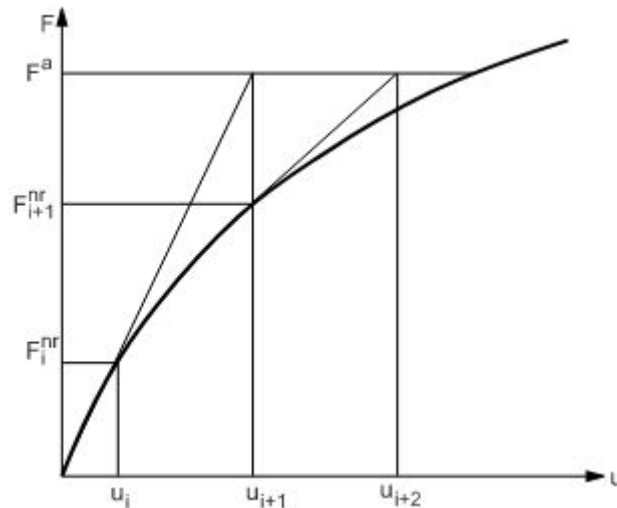
Navedena jednadžba vrijedi za svaki inkrementalni dio. Ako se dobivena unutarnja sila razlikuje od vanjskog opterećenja, odnosno ako vrijedi da je $F^a \neq F_1^{nr}$, tada slijedi da sustav nije u ravnoteži. Stoga je potrebno izračunati novu matricu krutosti koja zapravo predstavlja nagib krivulje na slici ispod.



Slika 5-5. Jedna iteracija Newton-Rapshonove metode [4]

Razlika $F^a - F_1^{nr}$ predstavlja preostalu silu koje nužno moraju biti male veličine u svrhu konvergencije rješenja.

Postupak se ponavlja na identičan način sve dok se unutarnja sila ne izjednači sa ukupnim opterećenjem, tj. sve dok ne vrijedi $F^a = F^{nr}$. Na prikazanoj slici, sustav postiže ravnotežu nakon nekoliko iteracija te se tada kaže da rješenje konvergira.

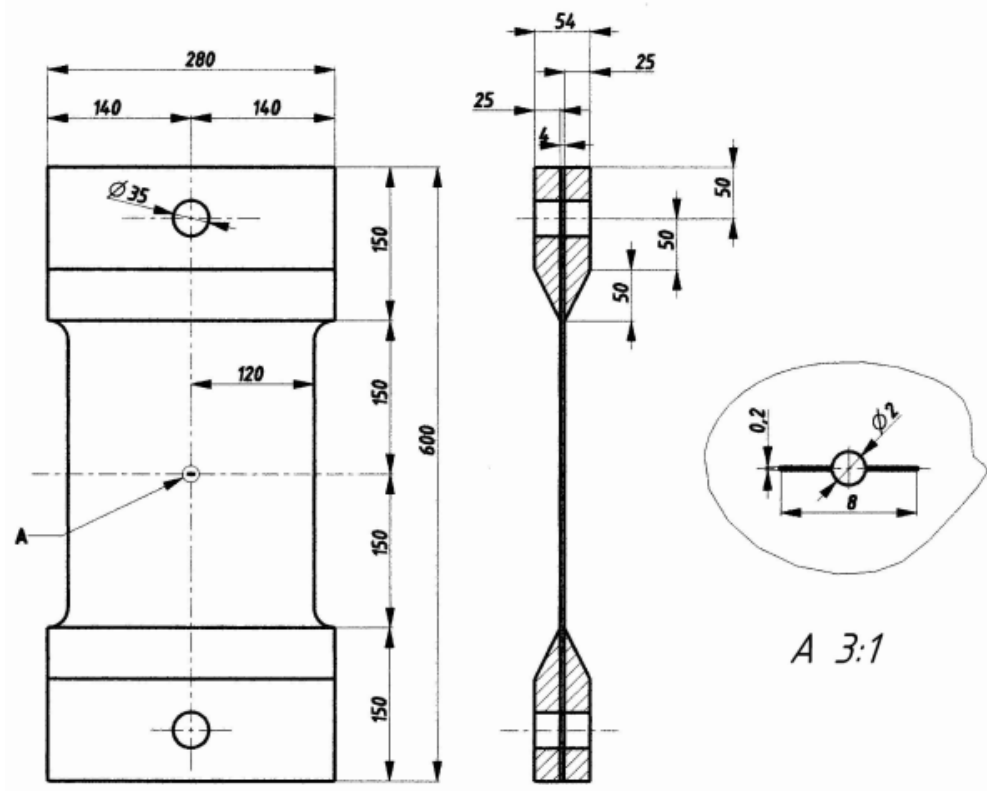


Slika 5-6. Prikaz postizanja konvergencije Newton-Raphsonovom metodom [4]

6. NUMERIČKA SIMULACIJA NAPREDOVANJA PUKOTINE I IZRAČUN PARAMETARA MEHANIKE LOMA

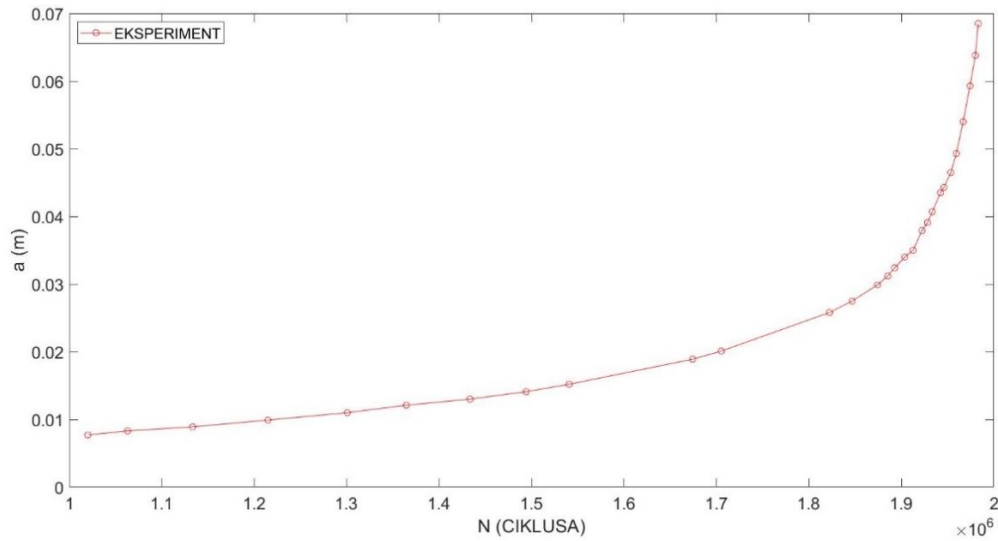
6.1. Podaci eksperimentalnog uzorka

Numerička simulacija je provedena na eksperimentalnom uzorku koji je ciklički opterećena ploča sa središnjom pukotinom kako je prikazano na slici 6.1. Uzorak je opterećen cikličkim naprežanjem $\Delta\sigma$ u iznosu od 80 Mpa. U prvom će se dijelu prikazati usporedba numeričke simulacije životnog vijeka i životnog vijeka utvrđenog eksperimentom za odabrane duljine pukotine a . Za provedbu simulacije životnog vijeka korišten je programski paket MATLAB R2020a.



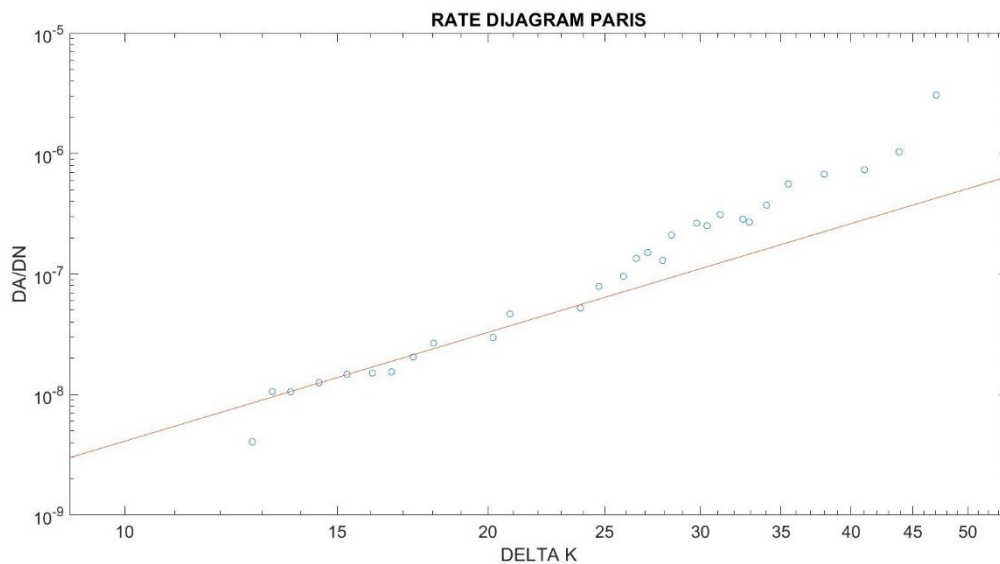
Slika 6-1. Eksperimentalni uzorak sa središnjom pukotinom [1]

Za pojedine vrijednosti duljine pukotine a programskim paketom ANSYS numerički računamo pripadne koeficijente intenziteta naprezanja ΔK u linearno elastičnom području. Početna vrijednost pukotine iznosi 7.7 mm, dok krajnja 68.5 mm. Sljedeća slika prikazuje životni vijek uzorka utvrđen eksperimentom za ukupno 29 duljina pukotina a.



Slika 6-2. Eksperimentalno utvrđen životni vijek uzorka

Iz navedenog dijagrama grafički je moguće prikazati ovisnost brzine napredovanja pukotine $\frac{da}{dN}$, koja predstavlja nagib prethodnog dijagrama i veličine ΔK .



Slika 6-3. $da/dN - \Delta K$ dijagram

Interpolacijom kroz dobivene točke dobivamo linearnu zavisnost $\frac{da}{dN}$ u ovisnosti o ΔK , odnosno otprije poznatu Parisovu jednadžbu, koja glasi:

$$\frac{da}{dN} = C_p (\Delta K)^{m_p}; \quad (6.1)$$

gdje su C_p i m_p konstante koje dobijemo uzimanjem 2 bilo koje točke s pravca, te daljnjim rješavanjem sustava 2 jednačbe s isto toliko nepoznanica dobijemo sljedeće vrijednosti:

$$m_p = 3; \quad (6.2)$$

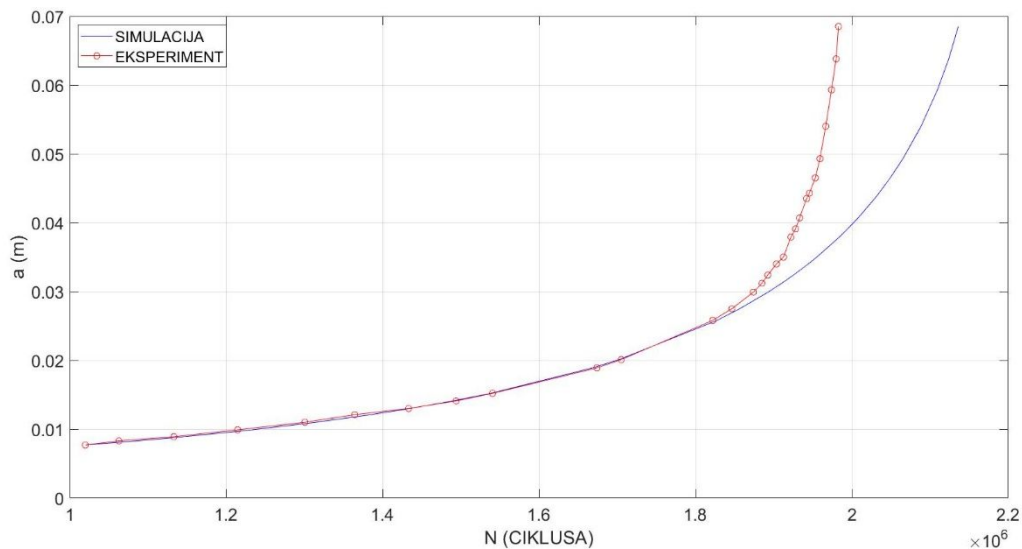
$$C_p = 4.1 * 10^{-12};$$

Uvrštavanjem navedenih vrijednosti dobivamo Parisovu jednačbu koja vrijedi za eksperiment i kojom ćemo se služiti za dobivanje simulirane N-a krivulje.

6.2. Utvrđivanje krivulja životnog vijeka i usporedba s eksperimentom

Uzimanjem podataka iz eksperimenta te djeljenjem dvaju susjednih duljina pukotina na 1000 dijelova te isto tako dvaju susjednih koeficijenta intenziteta naprezanja na 1000 dijelova kako bi što točnije aproksimirali N-a krivulju, odgovarajućim kodom u matlabu na kraju izračunamo broj ciklusa N za odgovarajuće duljine pukotine a.

Rezultat prikazujemo grafički uspoređujući ga s prethodnim eksperimentom.



Slika 6-4. Usporedba eksperimentalno dobivene i simulirane krivulje životnog vijeka uzorka

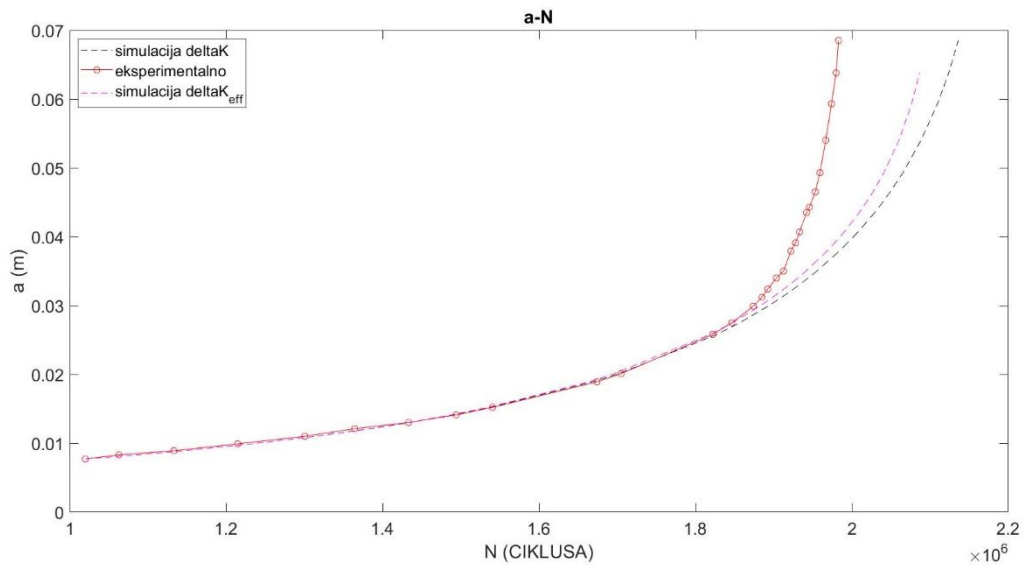
Sa slike se može primijetiti da se u početnom dijelu eksperimentalno dobivena krivulja i simulirana a-N krivulja poklapaju, no kod duljine pukotine od otprilike 3 cm počinje nepodudaranje krivulja. To je posljedica korištenja Parisove jednadžbe eksperimentalne a-N krivulje za simuliranu krivulju, odnosno od dijela u kojemu počinje neslaganje krivulja ne vrijedi linearna zavisnost veličine $\frac{da}{dN}$ o veličini ΔK .

U slučaju kada se radi o nelinearnoj ovisnosti $\frac{da}{dN}$ i ΔK , odnosno kada se plastična deformacije ne može zanemariti kao u slučaju Parisovog područja, potrebno je za navedene duljine pukotine izračunati koeficijent intenzivnosti naprezanja. To radimo pomoću nelinearnog koda u ANSYS-U, gdje nakon unošenja granice razvlačenja od 235 MPa, mjerimo duljinu plastične zone od vrha pukotine po x-osi do kraja ligamenta. Dobivenu duljinu koju nazivamo Δa_{eff} pridodamo postojećoj duljini u linearnom kodu, gdje naposljetku dobivamo ΔK_{eff} . Postupak se ponavlja za sve zadane duljine pukotine a za koje dobivamo različite vrijednosti ΔK_{eff} .

Otprije navedenim načinom u MATLABU simuliramo pripadajuću a-N krivulju u slučaju uvrštavanja ΔK_{eff} , koju ćemo grafički usporediti s prethodno dobivenom krivuljom za vrijednosti ΔK , pri čemu smo prije simuliranja novodobivene a-N krivulje u cilju što boljeg poklapanja s eksperimentalnom krivuljom životnog vijeka promijenili konstantu C koja za slučaj uvrštavanja ΔK_{eff} iznosi:

$$C1 = 3.48 * 10^{-12} \quad (6.3)$$

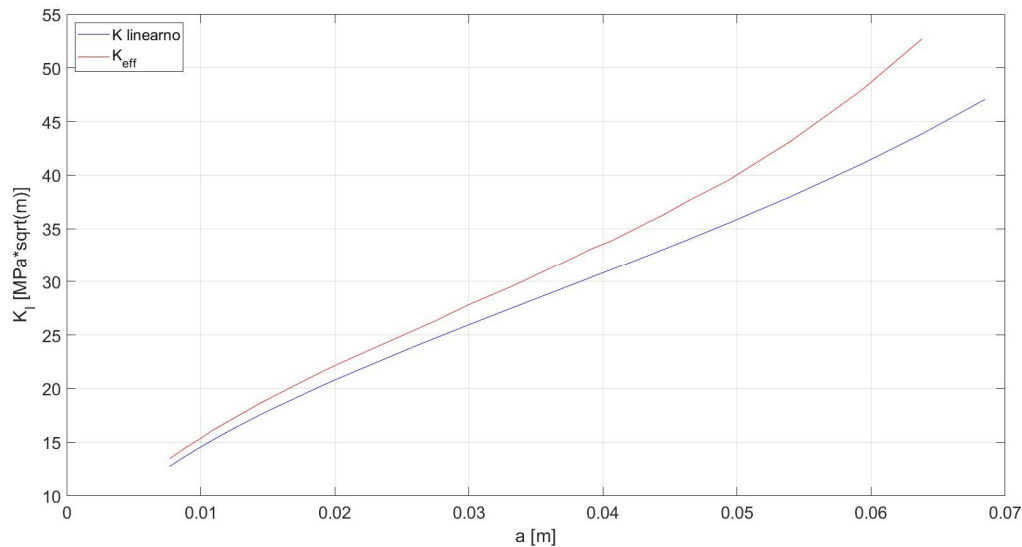
Iz dijagrama se može primijetiti kako se nijedna a-N krivulja u potpunosti ne poklapa s eksperimentalnom, ali mijenjanjem konstante C jasno je vidljivo da je krivulja simulirana uvrštavanjem vrijednosti ΔK_{eff} bliža onoj eksperimentalnoj.



Slika 6-5. Prikaz različitih a-N krivulja

6.3. Izračun parametara mehanike loma

Kako smo izračunali parametre ΔK i ΔK_{eff} , moguće ih je usporediti za različite duljine pukotine a, što pokazuje slika ispod:



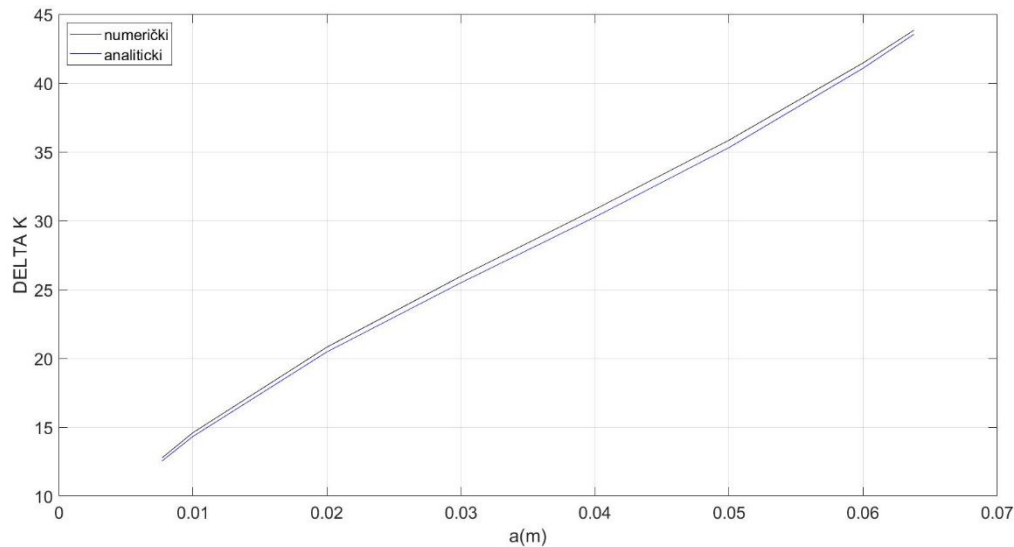
Slika 6-6. Usporedba ΔK i ΔK_{eff} ovisno o duljini pukotine

Sa slike se lako da uočiti da se krivulje malo razlikuju pri početnim duljinama pukotine, no kako se ona povećava ΔK izračunato dodavanjem plastične zone, tj. ΔK_{eff} sve se više razlikuje od računanja ΔK bez plastične zone. To je iz razloga što povećanjem pukotine plastična zona sve više raste, pa shodno tome dodavanjem sve većeg Δa_{eff} originalnim duljinama pukotine, ΔK_{eff} se mora sve više povećavati u odnosu na ΔK .

Koeficijent intenzivnosti naprezanja može se izraziti analitički prema slici 3.4, gdje se koeficijent β uzima prema već napisanoj formuli za slučaj ploče sa središnjom pukotinom:

$$\beta = 1 + 0.256(a/W) - 1.152(a/W)^2 + 12.200(a/W)^3 \quad (6.4)$$

Za prethodno korištene duljine pukotine a grafički se prikazuje analitički izračunati ΔK zajedno sa koeficijentom intenziteta naprezanja dobiven numeričkim putem programskim paketom ANSYS.



Slika 6-7. Usporedba analitički s numerički izračunatim ΔK

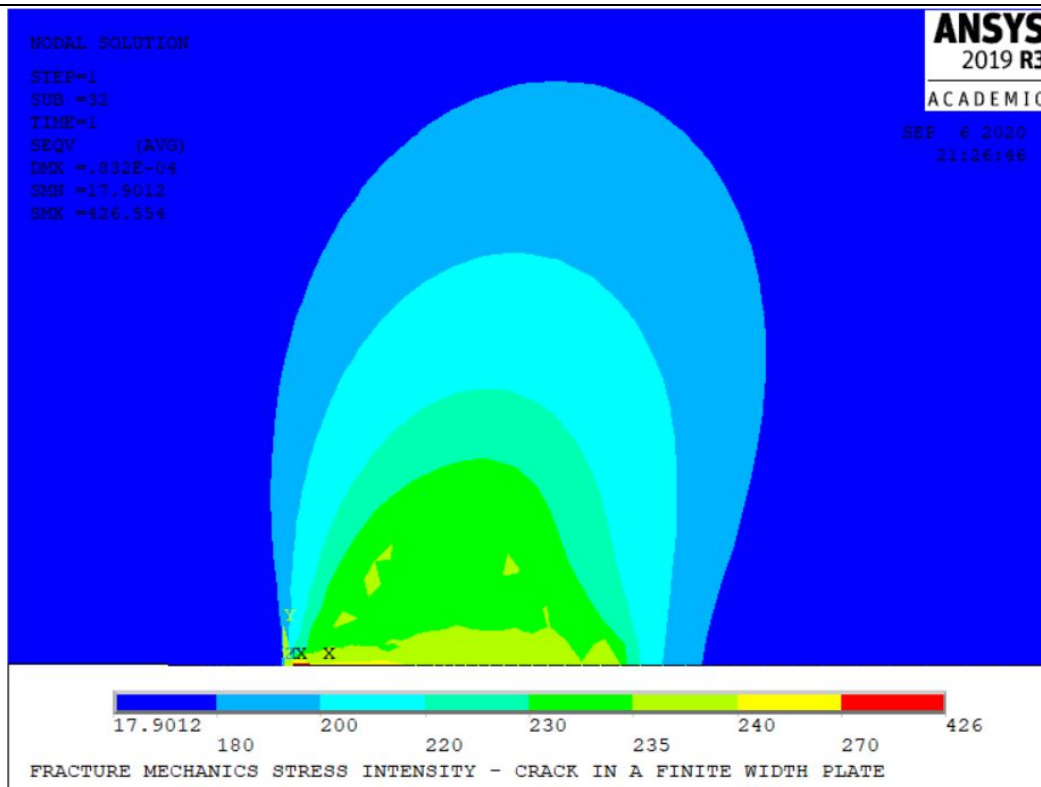
Sa slike se jasno da uočiti kako analitički izračunati izraz za ΔK sa promjenjivim koeficijentom β cijelo vrijeme tijekom propagiranja pukotine dobro prati numerički izračunati koeficijent ΔK .

Već je ranije spomenuto kako se prilikom cikličkog opterećenja javlja plastična deformacija vrha pukotine male veličine koja se može izračunati analitičkim putem preko formule:

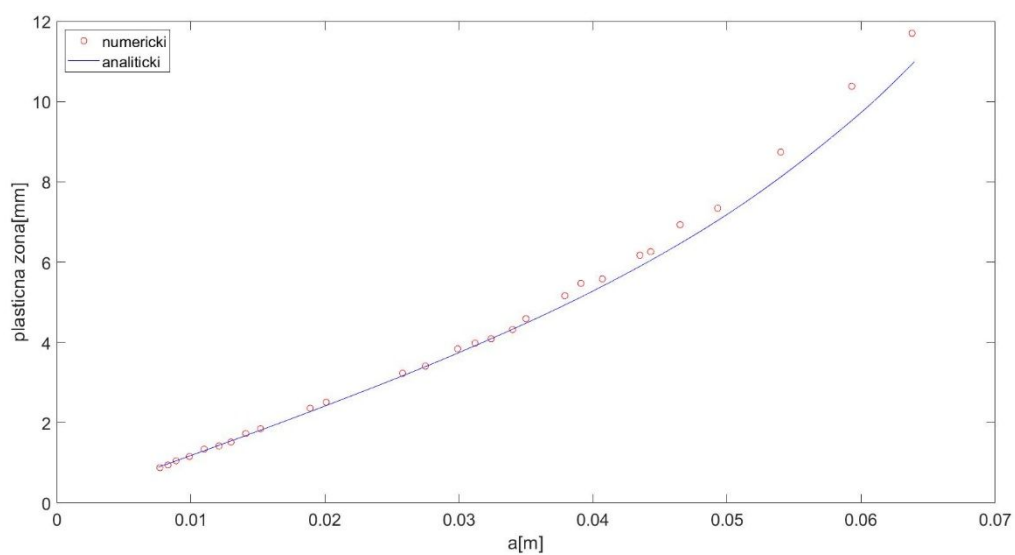
$$r_p = \frac{2\Delta K^2}{(\alpha\pi\sigma_Y)^2}; \quad (6.5)$$

gdje se α uzima kao vrijednost 2 za ravninsko stanje naprezanja.

U programskom paketu ANSYS moguće je izmjeriti duljinu plastične zone na način da mjerimo udaljenost između dva čvora postavljena na početak i kraj plastične zone. Prikaz plastične zone jedne veličine pukotine je na slici 6.8. Identičan postupak provodi se za ostale zadane veličine pukotine te je temeljem toga moguće usporediti analitički izračunatu plastičnu zonu i onu dobivenu putem ANSYSA.



Slika 6-8. Plastična zona pri duljini pukotine $a = 30$ mm



Slika 6-9. Usporedba analitički i numerički dobivene plastične zone

Sa gornje slike zaključujemo kako se plastične zone izračunate numerički i analitički u startu poklapaju, dok pri vrijednosti veličine pukotine od oko 40 mm plastična zona dobivena numeričkim putem počinje rasti u odnosu na onu dobivenu analitički, da bi konačno pri vrijednostima nešto manjim od $a=60$ mm razlika dalje bila konstantna. To je iz razloga što je veličina preostalog djela od vrha pukotine, odnosno ligamenta dovoljno velika da se ne osjeti povećanje numerički izračunate plastične zone u odnosu na onu analitički dobivenu.

7. ZAKLJUČAK

Integracijom Parisove jednadžbe na ciklički opterećenom eksperimentalnom uzorku sa središnjom pukotinom u programskom paketu MATLAB R2020a simulirana je krivulja životnog vijeka koristeći koncepte linearno elastične mehanike loma, pri čemu je parametar ΔK numerički izračunat primjenom ANSYS 2019 R3 programskog paketa. Pri prvoj su simulaciji konstante Parisove jednadžbe m_p i C ostale nepromijenjene u odnosu na konstante dobivene preko eksperimenta. Simulirana a-N krivulja je zatim uspoređena s eksperimentalnom krivuljom životnog vijeka pri čemu je jasno uočljivo kako se u prvom dijelu krivulje gotovo pa poklapaju, no u drugom dijelu primjetljivo je kako je simulirana krivulja pomaknuta desno u odnosu na eksperimentalnu, što drugim riječima znači kako ima dulji životni vijek od od eksperimentalnog uzorka. Uzrok tomu jest pojava plastičnosti ligamenta, odnosno dijela od vrha pukotine.

Druga je simulacija provedena s vrijednostima ΔK_{eff} dobivenih na način da smo koristeći nelinearan kod u programskom paketu ANSYS 2019 R3 izmjerili plastičnu zonu od vrha pukotine, čije smo vrijednosti nazvali a_{eff} , te smo ih potom pridodali zadanim vrijednostima duljina pukotine a . Linearnim kodom u programskom paketu ANSYS 2019 R3 konačno su dobivene nove vrijednosti koeficijenta intenziteta naprezanja ΔK_{eff} za koje se može primijetiti da su veće u usporedbi s veličinama ΔK , tim više kako pukotina propagira. Nakon provedene nove simulacije u programskom paketu MATLAB R2020a pri izmjenjenoj vrijednosti konstante C Parisove jednadžbe, primijećeno je kako je i nova krivulja u prvom dijelu identičnoga toka u odnosu na prethodne dvije, ali se u drugom dijelu razlikuje od obje. Naime, u odnosu na a-N krivulju eksperimenta pomaknuta je udesno, ali u odnosu na simuliranu krivulju životnoga vijeka s vrijednostima ΔK , utvrđeno je kako se drugi dio novodobivene a-N krivulje nalazi s lijeve strane, pri čemu se može donijeti zaključak kako krivulja s vrijednostima ΔK_{eff} bolje konvergira prema stvarnoj krivulji životnog vijeka.

LITERATURA

- [1] Broek, D.: The practical use of fracture mechanics, Kluwer Academic Publishers, London, 1970.
- [2] Božić, Ž.: Dinamička čvrstoća tankostjenih konstrukcija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2010.
- [3] Zerbst U.: Fracture and damage mechanics modelling of thin-walled structures, Science direct, 2007.
- [4] Swanson Analysis System, Inc., Ansys – User's Manual, Revision 11.0, 2008.
- [5] Ž. Božić, H Wolf, D Semenski, Fatigue Growth of Multiple Cracks in Plates under Cyclic Tension, Transactions of FAMENA, 34(1) (2010) 1–12.
- [6] Ž. Božić, S. Schmauder, M. Mlikota, Fatigue growth models for multiple long cracks in plates under cyclic tension based on ΔK_I , ΔJ -integral and $\Delta CTOD$ parameter, Key. Eng. Mat. Vols. 488-489, (2012) 5
- [7] Broek, D., Elementary engineering fracture mechanics, 3rd printing, Martinus Nijhoff Publishers; Hague, The Netherlands, 1984.25–528
- [8] Barsoum, R.S., On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics, International Journal of Numerical Methods in Engineering, 1976;10:25- 37.
- [9] Sumi, Y., Božić, Ž., Iyama, H., Kawamura, Y., Multiple Fatigue Cracks Propagating in a Stiffened Panel, Journal of The Society of Naval Architects of Japan, 1996;179.
- [10] Ž. Božić, M Mlikota, S Schmauder, Application of the ΔK , ΔJ and $\Delta CTOD$ Parameters in Fatigue Crack Growth Modelling, Technical Gazette 18(3) (2011) 459–466.
- [11] Descriptions-for-2D-singular-elements-a-Crack-tip-and-crack-front-b-singular, Researchgate.net, 2016.
- [12] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.