

Procjena doleta borbenog zrakoplova

Vidović, Adriana

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:546594>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-18**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Adriana Vidović

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak, dipl. ing.

Student:

Adriana Vidović

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se prvenstveno svom mentoru prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku na ukazanom povjerenju, na podršci, strpljenju i razumijevanju, te na silnoj pomoći i odgovorima na brojna pitanja.

Zahvaljujem se, također, svim svojim prijateljima koji su uvijek bili tu za mene i vjerovali u mene te kolegama koji su učinili ovo studiranje lakšim i posebna im hvala na pruženoj pomoći oko završnog rada, ali i tijekom cijelog studiranja.

Veliku zahvalnost iskazujem cijeloj svojoj obitelji, a posebno roditeljima i sestrama, te svome dečku koji su me uvijek podržavali, pružali ljubav i bili prisutni u svim trenucima moga života, pa tako i tijekom studiranja.

Adriana Vidović



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Adriana Vidović** Mat. br.: 0035208178

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Procjena doleta borbenog zrakoplova**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Estimation of the fighter aircraft range**

Opis zadatka:

U analizi doleta postoji nekoliko pristupa, za razliku od civilnih zrakoplova kod borbenih zrakoplova dolet se u praksi definira preko radijusa djelovanja, odnosno borbenog radijusa. Dolet je određen različitim uvjetima leta, poput konstantne visine ili konstantne brzine pri čemu je moguća primjena analitičkih relacija. Model ravnotežnog leta zrakoplova opisuje gibanje središta mase zrakoplova i može biti od interesa kod analize performansi zrakoplova, poput doleta, u različitim uvjetima leta, za različite konfiguracije promatranog borbenog zrakoplova.

U završnom radu potrebno je:

- prikupiti i prikazati sve potrebne podatke o razmatranom borbenom zrakoplovu;
- primijeniti analitičke relacije za procjenu doleta zrakoplova u različitim uvjetima leta;
- primijeniti model ravnotežnog leta za procjenu doleta zrakoplova u različitim uvjetima leta i za različite konfiguracije zrakoplova;
- usporediti rezultate analitičkog pristupa za dolet zrakoplova i rezultata modela ravnotežnog leta.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

28. studenog 2019.

Zadatak zadao:

Datum predaje rada:

1. rok: 21. veljače 2020.
2. rok (izvanredni): 1. srpnja 2020.
3. rok: 17. rujna 2020.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 24.2. – 28.2.2020.
2. rok (izvanredni): 3.7.2020.
3. rok: 21.9. – 25.9.2020.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA	V
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY	VII
1. UVOD.....	1
2. DEFINICIJA DOLETA I METODE RACUNANJA.....	2
2.1. Dolet.....	2
2.2. Model ravnotežnog leta [2].....	6
2.2.1. Definicija ravnotežnog leta	6
2.2.2. Jednadžbe gibanja u ravnotežnome letu	7
2.2.3. Horizontalni let	8
2.3. Računanje doleta	10
2.3.1. Program leta: konstantna visina i konstantni koeficijent uzgona [1]	12
2.3.2. Program leta: konstantna brzina i konstantni koeficijent uzgona [1]	12
2.3.3. Program leta: konstantna visina i konstantna brzina [1]	13
3. PODACI O ZRAKOPLOVU	15
3.1. Mig-21 bis [3].....	15
3.2. Značajke modela zrakoplova [3]	16
3.3. Ulazni podaci potrebni za računanje [4].....	17
4. NUMERIČKA IMPLEMENTACIJA I ANALIZA REZULTATA.....	21
4.1. Numerički model ravnotežnog leta (NMRL) [3]	21
4.2. Karakteristike modela zrakoplova.....	22
4.3. Rezultati računanja i analiza.....	28
5. ZAKLJUČAK.....	34
LITERATURA.....	35

POPIS SLIKA

Slika 1.	Mig-21 bisD	1
Slika 2.	Dolet civilnog i borbenog zrakoplova [1]	3
Slika 3.	Dolet nekoliko mlaznih zrakoplova [1].....	3
Slika 4.	Prikaz SAR i GSAR [1].....	5
Slika 5.	Izgled $V-n$ dijagrama [2].....	7
Slika 6.	Tri opcije za konstantan pad uzgona tijekom krstarenja (a) pad brzine leta, b) rast visine leta, c) pad napadnog kuta) [1]	11
Slika 7.	Mig-21 bisD	15
Slika 8.	Dijagram ovisnosti vremena t , potrošnje goriva G_g i puta l o visini pri spuštanju zrakoplova sa različitih visina do visine 1000m za zrakoplov sa i bez dodatnih ovješanih tereta [4]	20
Slika 9.	Horizontalna projekcija putanje rute (čista konfiguracija, $H=500m$, $V=735km/h$).....	22
Slika 10.	Promjena parametara (n, H, V) tijekom leta (čista konfiguracija, $H=500m$, $V=735km/h$).....	23
Slika 11.	Promjena kutova (α, γ, Φ) tijekom leta (čista konfiguracija, $H=500m$, $V=735km/h$).....	24
Slika 12.	Promjena C_L / C_D tijekom leta pri manjim visinama (čista konfiguracija, $H=500m$, $V=735km/h$).....	25
Slika 13.	Promjena C_L / C_D tijekom leta pri većim visinama (čista konfiguracija, $H=11000m$, $V=910km/h$).....	25

Slika 14.	Promjena potisne sile tijekom leta (čista konfiguracija, $H=500\text{m}$, $V=735\text{km/h}$).....	26
Slika 15.	Promjena C_T za male visine, te za čistu i konfiguraciju sa dvije rakete ($H=500\text{m}$, $V=735\text{km/h}$).....	27
Slika 16.	Promjena C_T za male visine i konfiguraciju s dvije rakete i jednim ovješnim spremnikom goriva ($H=500\text{m}$, $V=735\text{km/h}$).....	27
Slika 17.	Promjena C_T za veće visine i za sve konfiguracije (čista konfiguracija, $H=11000\text{m}$, $V=910\text{km/h}$).....	28

POPIS TABLICA

Tablica 1. Ulazni podaci za čistu konfiguraciju zrakoplova	18
Tablica 2. Ulazni podaci za konfiguraciju zrakoplova sa dvije rakete R-3S	19
Tablica 3. Ulazni podaci za konfiguraciju zrakoplova sa dvije rakete R-3S i ovješnim spremnikom goriva od 490	19
Tablica 4. Rezultati doleta za različite metode izračun	31
Tablica 5. Rezultati vremena trajanja leta za različite metode izračun.....	32
Tablica 6. Rezerve goriva za alternativna slijetanja, te potrebno vrijeme i prijedeni put.....	33

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
C_D	-	koeficijent otpora
C_{D0}	-	koeficijent nultog otpora
C_L	-	koeficijent uzgona
C_T	kg/s/N	specifična masena potrošnja goriva
D	N	sila otpora
E	s	izdržljivost, tj. vrijeme leta
g	m/s ²	gravitacija
H	m	visina leta
K	-	koeficijent induciranog otpora
L	N	sila uzgona
m	kg	masa
M	Nm	moment propinjanja
n	-	normalno opterećenje
q	Pa	dinamički tlak
Q_f	kg/s	protok goriva
R	m	dolet
S_{ref}	m ²	referentna površina
SR	kg/N	specifični dolet
t	s	vrijeme
T	N	sila potiska
V	m/s	brzina
W	N	težina
x	m	položaj zrakoplova u odnosu na os x
y	m	položaj zrakoplova u odnosu na os y
α	rad	napadni kut
α_{rav}	rad	ravnotežni napadni kut
γ	rad	kut penjanja
δ_m	rad	otklon kormila visine
ρ	kg/m ³	gustoća
Φ	rad	kut valjanja
χ	rad	kut skretanja

SAŽETAK

Tema ovog završnog rada jest analiza doleta i ostalih performansi borbenog zrakoplova korištenjem modela ravnotežnog leta, uz primjenu uvjeta za horizontalni let kao i usporedba istih s referentnim vrijednostima odabranog zrakoplova iščitanih iz tehničkog priručnika. Prije same numeričke analize, dolet, te sve karakteristike i metode vezane za računanje istog, detaljno su opisane. Procjeni doleta prethodi računanje ostalih značajki zrakoplova potrebnih za samu analizu. Te značajke dobivene su pokretanjem numeričkog modela za ravnotežni let u ovisnosti o različitim visinama, brzinama, konfiguracijama zrakoplova, te u ovisnosti o promjeni mase zrakoplova tijekom leta. Dobivene značajke ubacili smo u poseban program koji računa dolet za različite visine leta i različite konfiguracije zrakoplova. Osim iznosa doleta za svaku kombinaciju različite visine i konfiguracije, dobili smo iznose trajanja leta i mase rezervnog goriva za alternativna slijetanja. Usporedbom dobivenih rezultata, uočeno je prihvatljivo odstupanje od referentnih vrijednosti.

Ključne riječi: dolet, borbeni zrakoplov, model ravnotežnog leta, horizontalni let

SUMMARY

Topic of this bachelor thesis is the analysis of range and other performance of a combat aircraft using model for trimmed aircraft, applying the horizontal flight conditions as well as comparing them with reference values of the selected aircraft, taken from the technical manual. Before the numerical analysis, the range, and all the characteristics and methods related to its calculation, are described in detail. The range assessment is preceded by the calculation of the other aircraft characteristics required for the analysis itself. These features were obtained by running a numerical model for trimmed flight as a function of different altitudes, velocities, aircraft configurations, and as a function of change in mass of the aircraft during the flight. We included the obtained features in a special program that calculates the range for different flight altitudes and different aircraft configurations. In addition to the results of range for each combination of different altitudes and configurations, we obtained the results of endurance and reserve fuel masses for alternative landings. By comparing the obtained results, acceptable deviation was observed.

Key words: range, combat aircraft, trimmed flight, horizontal flight

1. UVOD

Kako bi procijenili performanse nekog zrakoplova, veoma je koristan podatak o ostvarivom doletu u ovisnosti o visini leta, brzini leta, masi zrakoplova te ostalim karakteristikama istog.

Dolet je općenito definiran kao najveća teoretska daljina do koje zrakoplov može letjeti s ukupnom količinom goriva na određenoj visini i određenom brzinom. Praktično to nije izvedivo, stoga ćemo u radu razmotriti različita gledišta definiranja doleta i računanje istog, njihove prednosti i nedostatke te mogućnost primjene u praksi ili samo u teoriji.

Pri definiranju doleta, te kasnije i računanja koristimo se modelom ravnotežnog leta, koristeći režim horizontalnog leta, koji smo objasnili do detalja u poglavlju 2, odjeljak 2.2.

Važno je naglasiti da smo uveli neke pretpostavke radi pojednostavljenja problema, kao što su: zakrivljenost Zemlje i rotacija Zemlje su zanemareni te smo zanemarili utjecaj vjetra.

Postoje razlike pri računanju doleta za mlazne zrakoplove i zrakoplove s elisom, no mi u ovom radu sagledavamo samo dolet mlaznih zrakoplova. Za analizu navedenog problema izabrali smo zrakoplov **Mig-21 bisD** prikazan na slici 1.

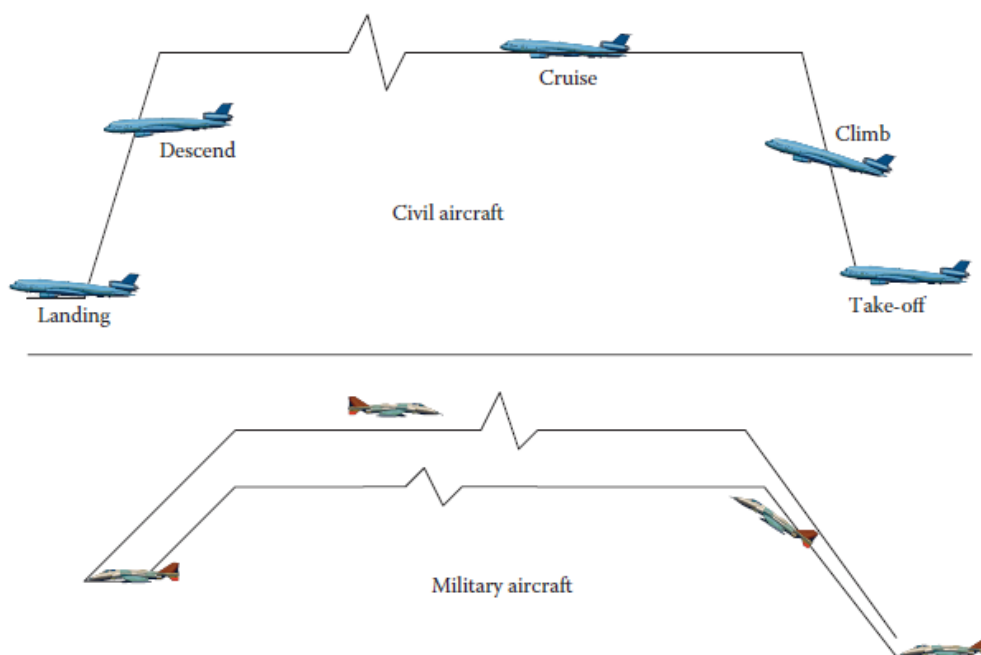


Slika 1. Mig-21 bisD

2. DEFINICIJA DOLETA I METODE RAČUNANJA

2.1. Dolet

Dolet zrakoplova jedan je od najvažnijih parametara u izvedbi i konstruiranju zrakoplova, kako civilnih tako i borbenih. Prema definiciji, dolet je totalna udaljenost koju zrakoplov može preletjeti s punim spremnikom goriva bez nadolijevanja goriva tokom izvedbe leta. Dolet civilnih zrakoplova sastoji se od polijetanja, penjanja, krstarenja, spuštanja te slijetanja, dok se dolet borbenih zrakoplova, koji je definiran kao dvosmjerna udaljenost leta, sastoji od polijetanja, penjanja, krstarenja, spuštanja, izvođenja različitih manevara i ispunjavanje različitih misija (npr. zračne borbe, bombardiranje, izviđanje), ponovno penjanje, povratno krstarenje, spuštanje i slijetanje, slika 2. Dolet borbenih zrakoplova također se naziva i radijus operacije ili radijus djelovanja.[1] U stvarnosti, kao što je već navedeno, dolet je cijela ostvarena udaljenost tokom različitih faza letenja, no za potrebe proračuna dolet definiramo kao najveću teoretsku daljinu do koje zrakoplov može letjeti s ukupnom količinom goriva na određenoj visini u sklopu modela ravnotežnog leta u režimu horizontalnog leta čija načela su objašnjena u sljedećem odjeljku 2.2. Praktično to nije izvedivo jer zrakoplov treba neku količinu goriva da poleti, zatim da dostigne željenu visinu, te da se spusti, i konačno treba mu ostati određena količina goriva kao rezerva kada sleti.[2] Rezervno gorivo potrebno je kada uvjeti za slijetanje u određenu zračnu luku nisu ispunjeni, te samo slijetanje nije sigurno, tada zrakoplov treba letjeti do druge najbliže zračne luke s preostalim gorivom. Svaki zrakoplov ima ograničene mogućnosti doleta s karakterističnim brzinama i visinama leta. Let u različitim uvjetima leta (visina, brzina) rezultira različitim vrijednostima doleta, stoga isti zrakoplov na različitim visinama, odnosno pri različitim brzinama ostvaruje različite vrijednosti doleta.[1] Također, važno je napomenuti da se proračuni doleta razlikuju kako za mlazne zrakoplove tako i za zrakoplove sa elisom, no u ovom radu ograničit ćemo se na analiziranje doleta mlaznih zrakoplova pri različitim visinama, odnosno različitim brzinama leta, te u ovisnosti o različitim konfiguracijama, odnosno različitim konstrukcijskim izvedbama zrakoplova.[2]



Slika 2. Dolet civilnog i borbenog zrakoplova, [1]

Razlika u ostvarenim doletima direktno je povezana s različitim kapacitetima goriva što je vidljivo na slici 3. u kojoj su navedeni podaci nekoliko mlaznih zrakoplova.

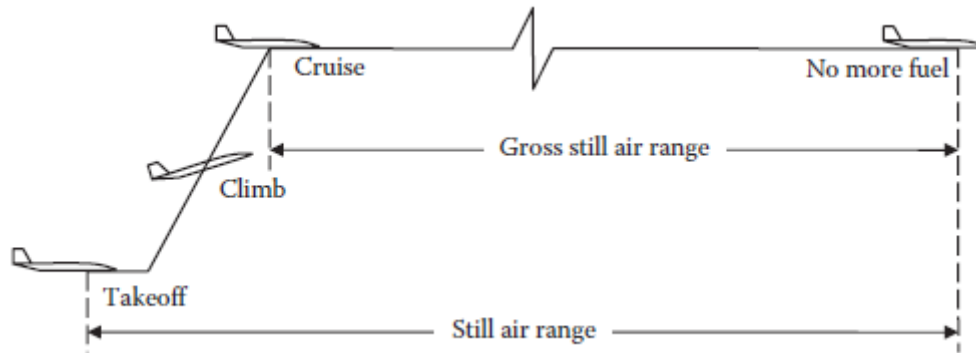
No.	Aircraft	Country	Type	T (kN)	Mass (kg)	Range (km)
1.	Airbus 310-300	Europe	Transport	2×237	150,000	7,320
2.	Mirage 2000	France	Fighter	95.1	17,000	1,480
3.	Alphajet	France	Fighter	2×13.24	8,000	4,000
4.	Hawk-200	Britain	Fighter	25.3	5,700	2,433
5.	McDonnell Douglas F-15 Eagle	United States	Fighter	2×106.5	13,084	4,631
6.	Northrop F-5E Tiger	United States	Fighter	24	11,192	2,567
7.	Concorde	France-Britain	Transport	4×180	185,056	6,580
8.	Boeing 737-500	United States	Transport	2×88.9	52,390	3,437
9.	Boeing 747-C-19A	United States	Transport	4×233.5	235,870	13,520
10.	McDonnell Douglas DC-10	United States	Transport	3×178	199,580	4,355
11.	Fokker 100	Netherlands	Transport	2×61.6	43,090	2,483
	KIRANMK 11					
12.	HAL HJT-16	India	Trainer	18.4	4,950	615
13.	Aeromachi MB-326GB	Italy	Trainer	15.2	4,577	1,850
14.	Sukhoi Su-22	Russia	Fighter	76.5	19,500	2,300
15.	BAE 125-700	Britain	Business	2×16.5	11,566	4,482
16.	Lockheed Galaxy	United States	Transport	4×191.2	379,657	10,411
17.	Vought A-7	United States	Fighter	66.7	28,030	4,604
18.	Global Hawk	United States	Reconnaissance	31.4 kN	11,600	40,000
19.	McDonnell Douglas F/A-18	United States	Fighter	2×71.2	16,500	3,300
20.	Cessna 560	United States	Business jet	2×13.55	7,393	3,630
21.	GlobalFlyer	United States	Non-stop flight around the globe	10	10,024	41,466

Slika 3. Dolet nekoliko mlaznih zrakoplova[1]

Postoji nekoliko vrsta doleta s različitim definicijama u literaturi. Četiri su najvažnije: [1]

- *Siguran dolet* – najveća udaljenost između dvaju uzletišta koju zrakoplov može preletjeti bez problema. Sastoji se od polijetanja, penjanja, krstarenja, spuštanja i slijetanja. Pretpostavke koje su uvedene za ovaj slučaj su: utjecaj vjetera je zanemaren, spremnik je u pun goriva na početku leta. Zbog sigurnosnih razloga mora postojati rezerva goriva u spremniku na kraj, odnosno nakon slijetanja. Zahtjev minimalne količine rezervnog goriva je određen Saveznim propisima o zrakoplovstvu (eng. Federal Aviation regulations). Rezerva goriva je često iznosi ili 20% od ukupne količine goriva ili je to količina goriva koja je potrebna za 45 min leta. Ovakvo definiranje doleta odgovara stvarnom slučaju, ali s obzirom da računanje istog nije trivijalno, nude se i druge definicije koje nude jednostavnije rješenje.
- *Dolet pri mirnom strujanju zraka* (eng. *Still air range – SAR*) – u izračunu doleta pri mirnom strujanju zraka pretpostavlja se da let započinje polijetanjem i traje sve dok se ne potroši svo gorivo bez slijetanja. Također, zamišljeno je da je zrak miran, odnosno da nema vjetera tokom leta. Navedena definicija doleta ne odgovara stvarnom letu, ali je prikladna za proračun, slika 4.
- *Bruto dolet pri mirnom strujanju zraka* (eng. *Gross still air range – GSAR*) – nudi jednostavniji izračun od SAR jer se u obzir uzima samo jedna faza leta, krstarenje, te se također pretpostavlja da let započinje s punim spremnikom goriva. Prema definiciji, let završava u zraku kada se potroši svo gorivo. Kao i SAR, GSAR zanemaruje utjecaj vjetera na dolet. GSAR se često naziva i „dolet krstarenja“. Kako znamo da težina zrakoplova konstantno opada tokom leta s obzirom da pogon kontinuirano crpi gorivo iz spremnika tokom leta, zbog lakšeg matematičkog izvođenja okrećemo se četvrtoj definiciji doleta koja se zove specifični dolet, slika 4.
- *Specifični dolet* (eng. *Specific range – SR*) – definira se kao pređena udaljenost podijeljena s količinom goriva koja se potroši. Pojednostavljeno, SR je jednak vrijednosti kilometara po težini goriva (km/N). Matematički gledano SR jednak je derivaciji pređene udaljenosti (X) s obzirom na težinu zrakoplova, odnosno težinu goriva:

$$SR = \frac{dX}{dW} \quad (1)$$



Slika 4. Prikaz SAR i GSAR [1]

Od navedene četiri metode računanja doleta, prva je najtočnija, ali je izračun najkompleksniji, a zadnja metoda je najmanje realna, ali najlakša za izvesti. Treća metoda, GSAR, relativno je jednostavna za računanje stoga ćemo nju koristiti u daljnjem radu jer uzima u obzir samo fazu krstarenja, što nama odgovara, ali ćemo morati uvesti manje izmjene kao što su: spremnik goriva na početku krstarenja nije u potpunosti pun već mu je početni kapacitet umanjen za količinu goriva koja je potrebna za faze leta koje prethode krstarenju, odnosno polijetanje i penjanje, te neće letjeti dok mu ne ponestane goriva, već će letjeti dok ne iskoristi svo gorivo osim rezerve koja je potrebna za spuštanje, slijetanje te eventualno za letenje iznad određene zračne luke neko određeno vrijeme ili za let do alternativne zračne luke u slučaju nepovoljnih uvjeta za slijetanje. Kao što je već prije navedeno, tijekom leta težina zrakoplova se konstantno mijenja, odnosno reducira se, stoga ćemo se u izračunu doleta poslužiti specifičnim doletom kao polaznom varijablom proračuna. Također, osim računanja doleta uz primjenu navedenih metoda, usporedbe radi dolet ćemo računati i prema *Bréquetovoj jednadžbi doleta*. [1]

2.2. Model ravnotežnog leta [2]

2.2.1. Definicija ravnotežnog leta

Prema definiciji zrakoplov se nalazi u ravnožnom letu onda kada su momenti koji djeluju oko središta mase zrakoplova u ravnoteži, odnosno kada je rezultirajući moment jednak nuli. U ravnotežnom letu ukupni moment propinjanja jednak je zbroju aerodinamičkog i pogonskog momenta propinjanja te taj zbroj mora biti jednak nuli.

$$M = M_0 + M_\alpha \alpha_{rav} + M_\delta \delta_m = 0 \quad (2)$$

Iz jedn. (2) možemo izračunati ravnotežni napadni kut α_{rav} , koji u ravnotežnom letu odgovara postavljenom odklonu kormila visine δ_m .

$$\alpha_{rav} = \frac{M_0 + M_\delta \delta_m}{-M_\alpha} \quad (3)$$

Sila uzgona u ravnotežnom letu određena je pomoću sljedećeg izraza:

$$L_{rav} = L_0 + L_\alpha \alpha_{rav} + L_\delta \delta_m \quad (4)$$

Iz izraza (4) možemo zaključiti da uzgon u ravnotežnom letu ovisi isključivo o odklonu kormila visine.

Veličina sile uzgona, odnosno sposobnost zrakoplova da ju mijenja tijekom leta omogućuje upravljanje zrakoplovom. Odnos sile uzgona i težine zrakoplova nazivamo normalno opterećenje i ono se označava sa n .

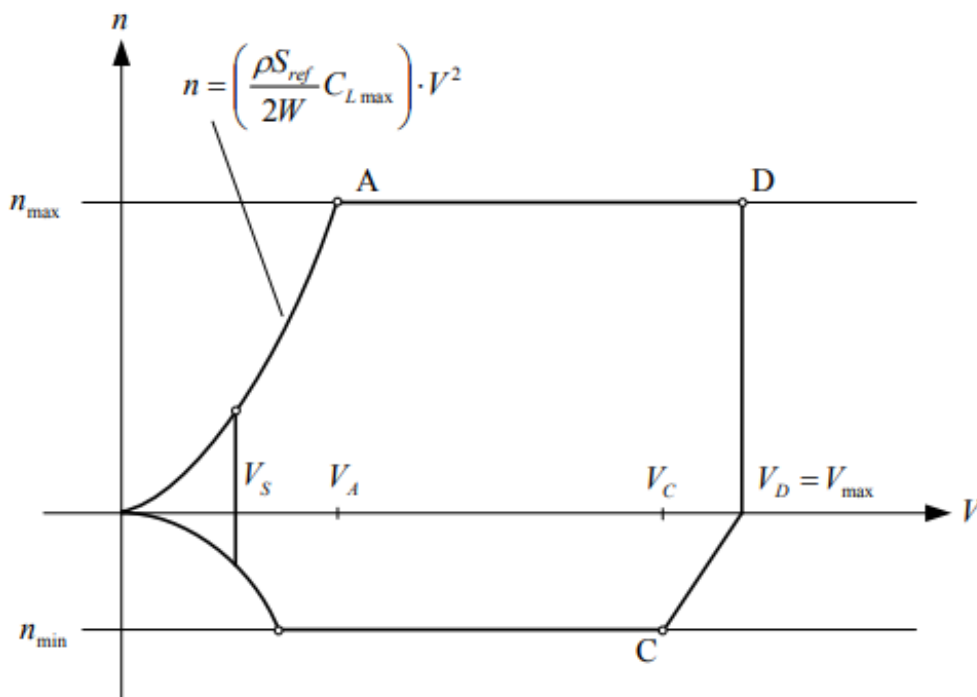
$$n = \frac{L}{W} \quad (5)$$

$$n = \frac{\rho S_{ref}}{2W} V^2 C_L \quad (6)$$

Iz izraza (6) vidimo da faktor normalnog opterećenja ovisi o kvadratu brzine i o aerodinamičkom koeficijentu uzgona. Zbog čvrstoće konstrukcije zrakoplova faktor normalnog opterećenja ima svoja ograničenja, te je za svaki tip zrakoplov propisano maksimalno pozitivno i negativno opterećenje. Isto tako zbog koeficijenta uzgona koji ne može biti veći od C_{Lmax} (jer u protivnom nastupa slom uzgona), koeficijent normalnog opterećenja je za male brzine ograničen parabolom.

Područje u kojem je moguće održavati horizontalni ravnotežni let obično se za pojedine zrakoplove prikazuje sa V - n dijagramom. U tom dijagramu je prikazan raspon brzina koje zrakoplov može održavati, te vrijednosti maksimalnih koeficijenata opterećenja koja su vezana uz tu brzinu.

Uobičajen izgled V - n dijagrama prikazan je na slici 5. Područje omeđeno točkama A, D, C i ishodištem predstavlja područje u kojem je moguće održavati horizontalni ravnotežni let.



Slika 5. Izgled V - n dijagrama[2]

2.2.2. Jednadžbe gibanja u ravnotežnome letu

U modelu ravnotežnog leta zanemarujemo zakrivljenost Zemljine površine i Zemljinu rotaciju. Također, uvodimo pretpostavku da nema utjecaja vjetra, pa je brzina leta jednaka aerodinamičkoj brzini $V_K = V$. Uzimajući u obzir navedene pretpostavke, jednadžbe gibanja središta mase zrakoplova u ravnotežnom letu glase (7-12):

$$m \frac{dV}{dt} = T \cos \alpha - D - W \sin \gamma \quad (7)$$

$$mV \frac{d\gamma}{dt} = L \cos \Phi - W \cos \gamma \quad (8)$$

$$mV \cos \gamma \frac{d\chi}{dt} = (L + T \sin \alpha) \sin \Phi \quad (9)$$

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \gamma \cos \chi \quad (10)$$

$$\frac{dy}{dt} = V \cos \gamma \sin \chi \quad (11)$$

$$\frac{dH}{dt} = V \sin \gamma \quad (12)$$

$$\frac{dm}{dt} = -C_T T \quad (13)$$

Prve tri jednačbe (7-9) su opisane u brzinskom koordinatnom sustavu, dok su koordinate položaja zrakoplova (x, y, H) opisane u lokalnom koordinatnom sustavu.

Ove jednačbe gibanja koriste se za sve faze leta (penjanje, penjući zaokret, horizontalni let, horizontalni zaokret, spuštanje, spuštajući zaokret), no kako analiziramo dolet na razini krstarenja zapravo nas zanima primjena uvjeta horizontalnog leta na navedene jednačbe, te nas zanimaju samo jednačbe (7-9).

2.2.3. Horizontalni let

Kada dostigne zadanu visinu leta za krstarenje, zrakoplov se nastavlja gibati pravocrtno ($d\chi/dt=0$) i horizontalno ($\gamma=0$), te je napadni kut α jednak ravnotežnom napadnom kutu α_{rav} . Prema tome iz sljedećih jednačbi:

$$m \frac{dV}{dt} = T \cos \alpha - D - W \sin \gamma$$

$$mV \frac{d\gamma}{dt} = L \cos \Phi - W \cos \gamma$$

$$mV \cos \gamma \frac{d\chi}{dt} = (L + T \sin \alpha) \sin \Phi$$

slijedi da za horizontalni let vrijedi:

$$L \cos \Phi = W \quad (14)$$

$$L \sin \Phi = 0 \quad (15)$$

Iz jednadžbi (14) i (15) slijedi da za pravocrtni horizontalni let kut valjanja Φ mora biti jednak nuli, a normalno opterećenje (*load factor*) mora biti jednak jedinici:

$$\Phi = 0$$

$$n = 1$$

S obzirom da je sila uzgona jednaka:

$$L = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} C_L \quad (16)$$

te kada ju izjednačimo za težinom W kako nam nalaže uvjet horizontalnog leta dobivamo:

$$V^2 C_L = \frac{2W}{\rho S_{ref}} \quad (17)$$

Svaka kombinacija moguće brzine i mogućeg napadnog kuta koja ispunjava uvjet horizontalnog leta dan jednadžbom (17) naziva se *režim horizontalnog leta*, a iz tog uvjeta za horizontalni let slijedi da brzina leta zrakoplova ovisna o izabranom koeficijentu uzgona ili obrnuto, da za izabranu brzinu leta slijedi odgovarajući koeficijent sile uzgona, što je vidljivo u jednadžbi (18):

$$V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S_{ref} C_L}} \quad (18)$$

Kako koeficijent uzgona ne može biti veći od C_{Lmax} pri maksimalnom napadnom kutu, onda možemo izračunati minimalnu brzinu V_{stall} sa kojom zrakoplov može letjeti horizontalno:

$$V_{stall} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S_{ref} C_{Lmax}}} \quad (19)$$

Uobičajeno je da se u navigacijskom letu po ruti horizontalni let odvija sa konstantnom brzinom. Uz taj uvjet jednadžba (7) poprima oblik:

$$T = D \quad (20)$$

odnosno pogonska sila mora biti jednaka sili otpora. Ovu pogonsku silu nazivamo još i potrebna pogonska sila i označavamo je sa T_r . Pogonska sila koju motor zrakoplova može dati nazivamo raspoloživa pogonska sila i označavamo je sa T_a . Ona kod mlaznih motora prije svega ovisi o visini leta, ali isto tako i o brzini leta. Horizontalni let bit će moguć samo ako je ispunjen uvjet $T_a \geq T_r = D$.

2.3. Računanje doleta

Matematički proračun doleta izvodi se na temelju dva pristupa: [1]

- 1 Trenutne performanse
- 2 Performanse misije

Trenutne performanse zrakoplova su performanse u određenoj točki leta ili u određenom trenutku. Performanse misije prvenstveno se odnose na određivanje ukupnih performansi leta, svedeno na dva slučaja, a to su: koliko daleko određeni zrakoplov može letjeti s određenom količinom goriva ili, obrnuto, koliko goriva je potrebno ostvarivanje željenog doleta. Ovo se može izvesti integriranjem trenutnih performansa u intervalu između određenih inicijalnih i konačnih stanja, obično početak i kraj krstarenja.

SR je mjera trenutnih performansa, ali nama je od interesa cjelokupni dolet ili performanse misije. Integriranjem jednadžbe (1) dobivamo:

$$R = \int_0^R dX = \int SRdW \quad (21)$$

gdje R označava dolet i izražen je u m ili km, a SR specifični dolet koji je definiran jednadžbom (22) i izražava se u km/N:

$$SR = -\frac{VL}{C_T DW} \quad (22)$$

gdje je V brzina leta [m/s], L sila uzgona [N], D sila otpora [N], W težina [N], a C_T je specifična masena potrošnja goriva [kg/s/N] za kojeg se može pretpostaviti da je konstantan za mlazne motore, a definiran je sa:

$$SFC = C_T = \frac{-dW/dT}{t} = -\frac{Q_f}{T} \quad (23)$$

gdje je SFC (eng. *Specific fuel consumption*) specifična masena potrošnja goriva, odnosno C_T , T je pogonska sila (potisak) [N], a Q_f je protok goriva [N/s].

Implementiranjem jednadžbe (22) u jednadžbu (21) slijedi općeniti izraz za dolet (24):

$$R = -\frac{1}{C_T} \int_{W_1}^{W_2} V \frac{L}{D} \frac{dW}{W}. \quad (24)$$

W_1 je težina zrakoplova na početku leta, tj. maksimalna težina pri polijetanju, a W_2 težina zrakoplova na kraju leta, tj. razlika između maksimale težine pri polijetanju i težine goriva.

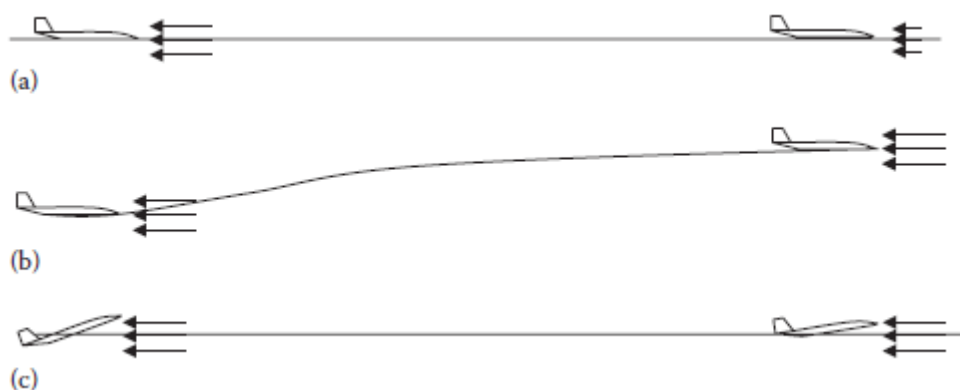
Za bilo koju težinu i visinu leta, brzina je povezana s napadnim kutem i koeficijentom uzgona C_L :

$$C_L = \frac{2W}{\rho S_{ref} V^2} \quad (25)$$

Uzimajući u obzir jednadžbu (25), jednadžba (24) ima četiri neovisna parametra: težina (W), brzina (V), visina ili odgovarajuća gustoća zraka za tu visinu (ρ), i napadni kut ili njemu odgovarajući koeficijent uzgona (C_L). Kako bi se integracija riješila potrebno je uvesti nekoliko pojednostavljujućih pretpostavki. Obzirom da se tijekom leta troši gorivo, težina zrakoplova se konstantno smanjuje te kako bi održali let na razini potrebno je također smanjiti i uzgon. Uz mnoge mogućnosti koje se nude da se riješi taj problem, tri su najpraktičnije i one se razmatraju. U svakom od tri slučaja, odnosno tri rješenja, dva parametra leta uzimaju se kao konstante tijekom krstarenja.

Tri opcije koje nas zanimaju, pomoću kojih ostvarujemo konstantan pad uzgona tijekom krstarenja su, slika 6:

1. Pad brzine leta (konstante: visina, koeficijent uzgona)
2. Rast visine (konstante: brzina, koeficijent uzgona)
3. Pad napadnog kuta (konstante: visina, brzina)



Slika 6. Tri opcije za konstantan pad uzgona tijekom krstarenja (a) pad brzine leta, b) rast visine leta, c) pad napadnog kuta) [1]

Kod prve opcije, koja je označena sa (a) na slici 6, pad brzine mora biti proporcionalan padu težine zrakoplova, u drugoj opciji, označena sa (b) na slici 6, gustoća zraka se mora smanjiti, odnosno treba se povećati visina leta, i konačno, treća opcija, označena sa (c) na slici 6, nudi pad napadnog kuta, odnosno pad koeficijenta uzgona.

Gledano sa sigurnosne i praktične strane, druga opcija je poželjna za većinu zrakoplova jer ne zahtjeva nikakve proračune niti napore pilota, već autopilot sve odradi sam nakon što se unese željena brzina leta, ali rijetko i samo u izvjesnim, limitiranim uvjetima je dopuštena od strane kontrole zračnog prometa, dok je treća opcija prihvaćena kao program leta pod nadležnošću saveznih zrakoplovnih propisa (eng. *Federal Aviation Regulations – FAR*).

2.3.1. Program leta: konstantna visina i konstantni koeficijent uzgona [1]

Konačna formula za računanje doleta pri konstantnoj visini i konstantnom koeficijentu uzgona glasi:

$$R = \frac{2}{c_T} \frac{L}{D} V_1 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{W_f}{W_1}} \right) \quad (26)$$

gdje je V_1 početna brzina leta, W_1 težina zrakoplova na početku krstarenja, a W_f je težina goriva koja se dobiva pomoću:

$$W_f = W_1 - W_2 . \quad (27)$$

2.3.2. Program leta: konstantna brzina i konstantni koeficijent uzgona [1]

Ovaj program leta često se naziva i let uspona tokom krstarenja (eng. *cruise-climb flight*). Konačna formula za računanje doleta pri konstantnoj brzini i konstantnom koeficijentu uzgona glasi:

$$R = \frac{V}{c_T} \frac{L}{D} \ln \left(\frac{W_1}{W_2} \right) \quad (28)$$

gdje je W_2 težina zrakoplova na kraju leta.

2.3.3. Program leta: konstantna visina i konstantna brzina [1]

U sklopu ovog programa, napadni kut smanjuje se preko pilotske palice kako se smanjuje težina zrakoplova tijekom leta. S obzirom da se u daljnjem radu za proračune doleta koristimo ovom metodom, cijeli postupak, odnosno izvod kako se dođe do konačne formule za dolet je nadalje prikazan.

Polazimo od jednadžbe (24). Kako je uzgon jednak težini zrakoplova tokom krstarenja (uvjet horizontalnog leta), L i W su eliminirani iz navedene jednadžbe, a konstantna brzina V je stavljenja ispred integrala, te dobivamo:

$$R = -\frac{V}{C_T} \int_{W_1}^{W_2} \frac{dW}{D}. \quad (29)$$

S obzirom da su visina i brzina konstantne u ovom programu leta, dinamički tlak q će biti konstantan:

$$q = \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{const.}, \quad (30)$$

stoga je otpor jednak:

$$D = q S_{ref} C_D = q S_{ref} C_{D0} + \frac{KW^2}{q S_{ref}}. \quad (31)$$

gdje je C_{D0} koeficijent nultog otpora, a K koeficijent induciranog otpora zrakoplova.

Uvođenjem jednadžbe (31) u jednadžbu (29) i pomicanjem konstantnih parametara (q , S_{ref} , C_{D0}) ispred integrala dobivamo:

$$R = \frac{V}{C_T q S_{ref} C_{D0}} \int_{W_1}^{W_2} \frac{-dW}{1 + \left(\frac{KW^2}{q^2 S_{ref}^2 C_{D0}} \right)}. \quad (32)$$

Integriranjem jednadžbe (31) slijedi:

$$R = \frac{V}{C_T q S_{ref} C_{D0} \sqrt{K/(q^2 S_{ref}^2 C_{D0})}} \left[\tan^{-1} \sqrt{\frac{K}{q^2 S_{ref}^2 C_{D0}}} W_1 - \tan^{-1} \sqrt{\frac{K}{q^2 S_{ref}^2 C_{D0}}} W_2 \right]. \quad (33)$$

Napomena: kod proračuna, C_T moramo pomnožiti sa g .

Jednadžba za računanje trajanja leta E (eng. *Endurance*) koja odgovara navedenim uvjetima glasi:

$$E = \frac{R}{V} \quad (34)$$

S teorijskog gledišta, sva tri programa leta su izvediva, ali u praksi, samo je treći program leta, odnosno program leta s konstantnom brzinom i visinom prihvatljiv i odobren za transportni zrakoplov od strane Savezne uprave za civilno zrakoplovstvo (eng. Federal Aviation Administration – FAA). U radu razmatramo dolet borbenog zrakoplova pa se ne trebamo striktno držati zadnjeg programa leta za izračun doleta, jer je samo civilni zrakoplov time ograničen, no slobodnom voljom smo to izabrali, a za usporedbu dobivenih rezultata osim manuala odabranog borbenog zrakoplova za ovaj rad (Mig-21) u kojem su nam dani podaci o doletu, masama i trajanju leta za određene visine leta, uzeli smo i *Bréquetovu jednadžbu doleta* za zrakoplove sa mlaznim motorima, za čiji izvod su usvojene pretpostavke konstantne visine i konstantnog koeficijenta uzgona, a koja glasi: [2]

$$R = \frac{2}{gC_T} \frac{C_L}{C_D} (V_i - V_k) . \quad (35)$$

Jednadžba za računanje trajanja leta E koja odgovara uvjetima *Bréquetove jednadžbe* glasi:

$$E = \frac{1}{gC_T} \frac{C_L}{C_D} \ln \left(\frac{m_i}{m_k} \right) \quad (36)$$

V_i - brzina na početku leta

V_k – brzina na kraju leta

m_i – masa zrakoplova na početku leta

m_k – mada zrakoplova na kraju leta

Kao što je već navedeno, za analizu doleta borbenog zrakoplova u ovom radu, izabran je zrakoplov Mig-21 bis, o kojem će nešto više biti rečeno u sljedećem poglavlju (3).

3. PODACI O ZRAKOPLOVU

3.1. Mig-21 bis [3]

Zrakoplov **Mig-21 bis** nadzvučni je lovac-presretač. Njegova osnovna namjena je presretanje ciljeva u zraku u svim meteorološkim uvjetim, danju i noću. Po konstrukciji je potpuno metalni slobodno noseći srednjekrilac sa delta krilom, strelastim repnim površinama i upravljivim stabilizatorom.

Zrakoplov je ruske proizvodnje, a oznaka **bis** označava posljednji model ovog lovca koji se proizvodio od 1972. godine. U sastavu Hrvatskog ratnog zrakoplovstva nalazi se inačica ovog zrakoplova pod oznakom **Mig-21 bisD**, slika 7, koja predstavlja moderniziranu verziju osnovnog bis modela. Modernizacija je provedena između 2001. i 2003. Godine od strane rumunske tvrtke *Aerostar*, a obuhvaćala je uglavnom zamjenu zrakoplovnih instrumenata, avionike i navigacijskih uređaja. Konstrukcijske i aerodinamičke razlike (nove antene za navigacijske uređaje), te razlike na razini inercijskih karakteristika (ukupna masa, položaj središta mase) su zanemarive u odnosu na osnovni model bis.



Slika 7. Mig-21 bisD

3.2. Značajke modela zrakoplova [3]

Kako bismo mogli pratiti gibanje središta mase zrakoplova, potrebno je poznavati model zrakoplova čije gibanje opisujemo. Model zrakoplova obuhvaća nekoliko komponenti, a to su: **aerodinamički model, model motora i inercijski model.**

Aerodinamički model zrakoplova opisuje njegove glavne aerodinamičke karakteristike, kao što su aerodinamička sila uzgona L (eng. *lift*), aerodinamička sila otpora D (eng. *drag*) i aerodinamički moment M . Aerodinamičke sile i momente određujemo posebno za svaku aerodinamičku konfiguraciju zrakoplova, što podrazumijeva aktivaciju različitih uređaja na zrakoplovu, kao što su kotači, zakrilca, zračne kočnice. Također, pod aerodinamičke konfiguracije spadaju i različite varijante nošenog podvjesnog tereta, npr. rakete, dodatni ovješeni spremnici goriva. Aerodinamičke sile i momenti su funkcija Machovog broja, gustoće zraka i odgovarajućih aerodinamičkih koeficijenata C_L , C_D i C_m .

Raspoloživa pogonska sila koju zrakoplov može ostvariti u letu određena je s modelom motora. Model motora obuhvaća sve režime rada motora. U ovom slučaju model motora opisan je normalnim režimom rada motora (od položaja ručice gasa „SPS“ do položaja „MAKSIMAL“) i režimom rada motora sa naknadnim sagorijevanjem tzv. „forsaž“ (eng. *afterburn*). Željeni režim rada motora odabire se otklonom komande gasa δ_P , a dobivena raspoloživa sila je funkcija visine leta i Machovog broja.

Inercijski model zrakoplova definiran je različitim aerodinamičkim konfiguracijama zrakoplova, kao i različitim konfiguracijama nošenog podvjesnog tereta. Inercijski model određuju masa zrakoplova, položaj središta mase u odnosu na srednju aerodinamičku tetivu, te momenti inercije. Promjena inercijskih karakteristika zrakoplova tokom leta uvjetovana je promjenom aerodinamičke konfiguracije (npr. uvlačenje ili izvlačenje kotača i zakrilaca). Također, potrošnjom goriva, odnosno promjenom ukupne mase zrakoplova, mijenjaju se inercijske karakteristike zrakoplova tijekom cijelog leta.

Sve navedene značajke zrakoplova, kako aerodinamičke, tako i inercijske i značajke motora, potrebne su nam za određivanje doleta tokom ravnotežnog horizontalnog leta, te su uzete u obzir pri implementaciji numeričkog modela koji je objašnjen u sljedećem poglavlju (4), te smo na temelju istog uz primjenu već prije navedenih metoda računanja doleta došli do traženih rezultata, odnosno do iznosa doleta i vremena trajanja leta u ovisnosti o različitim visinama leta i o različitim konfiguracijama zrakoplova, a i dodatno smo izračunali rezerve goriva za situacije koje zahtjevaju alternativno slijetanje.

3.3. Ulazni podaci potrebni za računanje [4]

Za računanje doleta i vremena trajanja leta potrebni su nam neki ulazni podaci koje smo preuzeli iz tehničkog priručnika borbenog zrakoplova Mig-21 bisD. Podaci koji su nam potrebni su sljedeći: početna masa zrakoplova, odnosno masa prije početka horizontalnog leta, masa goriva potrebna za horizontalni let, brzina leta, korisna količina goriva, masa na kraju leta, masa potrebna za slijetanje i spuštanje te masa rezervnog goriva. Sve navedene podatke iščitavamo za različite visine leta i različite konfiguracije, u našem slučaju imamo tri konfiguracije, a to su:

- čista konfiguracija, tj. zrakoplov u svom izvornom obliku bez nošenog podvjesnog tereta
- konfiguracija s dvije rakete R-3S
- konfiguracija s dvije rakete R-3S i ovješnim spremnikom goriva od 490L

Treba napomenuti da se rakete ne lansiraju tijekom leta niti se ovješni spremnik goriva odbacuje tijekom leta. Priručnik također sadrži podatke o ostvarenim doletima i trajanju leta za izabrane visine leta i konfiguracije, koji će nam poslužiti kao usporedba u odnosu na podatke koje smo dobili korištenjem numeričkog modela u programskom paketu „*MatLab*“.

Svi sljedeći navedeni ulazni podaci preuzeti su iz tehničkog priručnika.

- **Čista konfiguracija zrakoplova**

početna težina zrakoplova = 8576 kg

korisna količina goriva = 2335 kg

masa potrebna za slijetanje = 140 kg

masa rezervnog goriva = 160 kg

masa na početku horizontalnog leta = početna težina zrakoplova – (korisna količina goriva – količina goriva za horizontalni let) + masa rezervnog goriva + masa za slijetanje + masa za spuštanje

masa na kraju horizontalnog leta = masa na početku leta – količina goriva za horizontalni let

Tablica 1. Ulazni podaci za čistu konfiguraciju zrakoplova

	Masa na početku horizontalnog leta [kg]	Masa na kraju horizontalnog leta [kg]	Masa goriva za horizontalni let [kg]	Brzina leta [km/h]	Masa za spuštanje [kg]
H=500m	8326	6541	1785	735	0
H=11000m	8036	6621	1415	910	80

Navedene brzine predstavljaju optimalne brzine leta za koje će se ostvariti najveći dolet. Inače su jako bliske brzini najvećeg doleta po *Bréquetovoj jednadžbi* kada je C_L / C_D maksimalan.

- **Konfiguracija zrakoplova sa dvije rakete R-3S**

početna težina zrakoplova = 8726 kg

korisna količina goriva = 2335 kg

masa potrebna za slijetanje = 140 kg

masa rezervnog goriva = 160 kg

Tablica 2. Ulazni podaci za konfiguraciju zrakoplova sa dvije rakete R-3S

	Masa na početku horizontalnog leta [kg]	Masa na kraju horizontalnog leta [kg]	Masa goriva za horizontalni let [kg]	Brzina leta [km/h]	Masa za spuštanje [kg]
H=500m	8471	6691	1780	735	0
H=11000m	8126	6771	1355	910	80

▪ **Konfiguracija zrakoplova sa dvije rakete R-3S i ovješnim spremnikom goriva od 490 L**

početna težina zrakoplova = 9196 kg

korisna količina goriva = 2735 kg

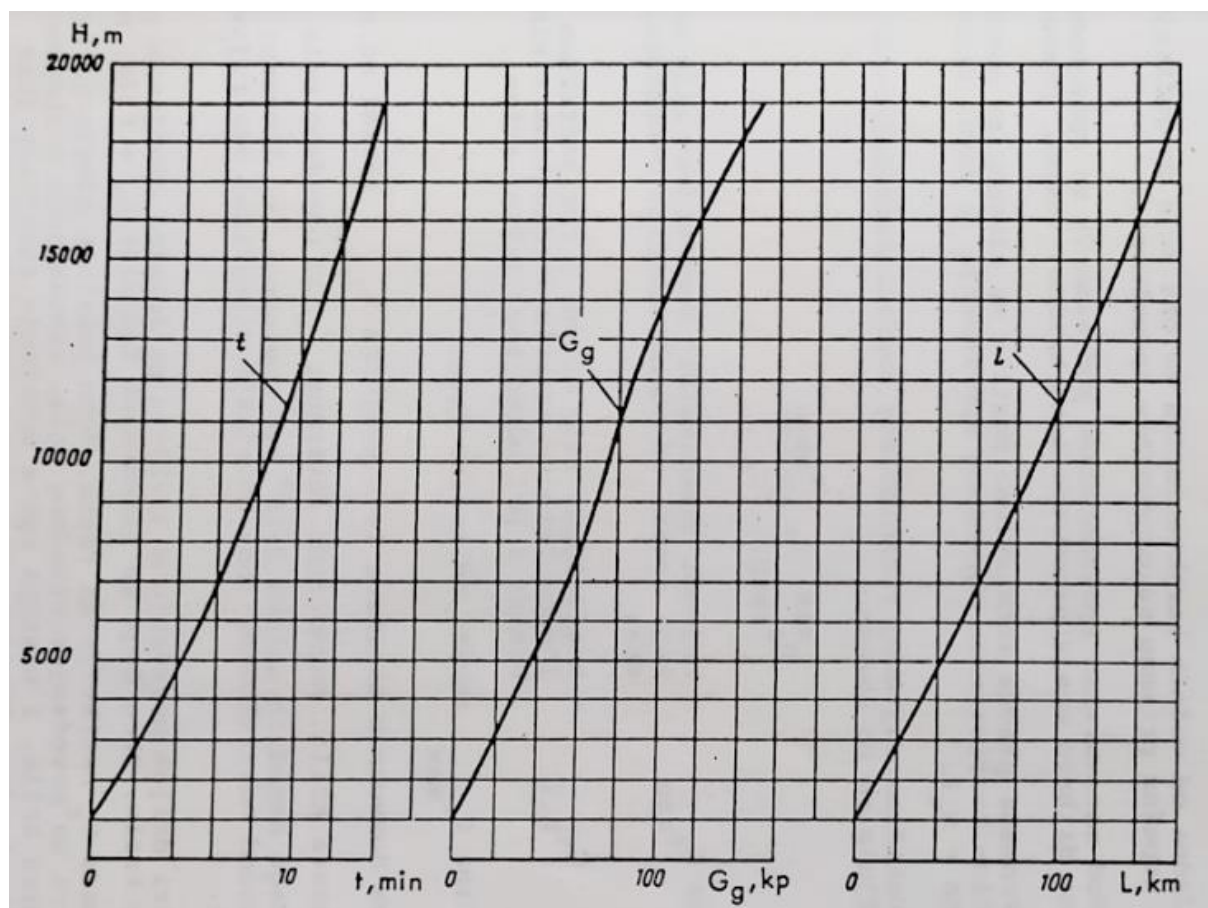
masa potrebna za slijetanje = 140 kg

masa rezervnog goriva = 160 kg

Tablica 3. Ulazni podaci za konfiguraciju zrakoplova sa dvije rakete R-3S i ovješnim spremnikom goriva od 490 L

	Masa na početku horizontalnog leta [kg]	Masa na kraju horizontalnog leta [kg]	Masa goriva za horizontalni let [kg]	Brzina leta [km/h]	Masa za spuštanje [kg]
H=500m	8936	6761	2175	735	0
H=10000m	8571	6836	1735	900	75

Mase potrebne za spuštanje zrakoplova iščitavamo iz dijagrama za krivulju u sredini G_g za različite visine, slika 8.



Slika 8. Dijagram ovisnosti vremena t , potrošnje goriva G_g i puta L o visini pri spuštanju zrakoplova sa različitih visina do visine 1000m za zrakoplove sa i bez dodatnih ovješanih tereta[4]

4. NUMERIČKA IMPLEMENTACIJA I ANALIZA REZULTATA

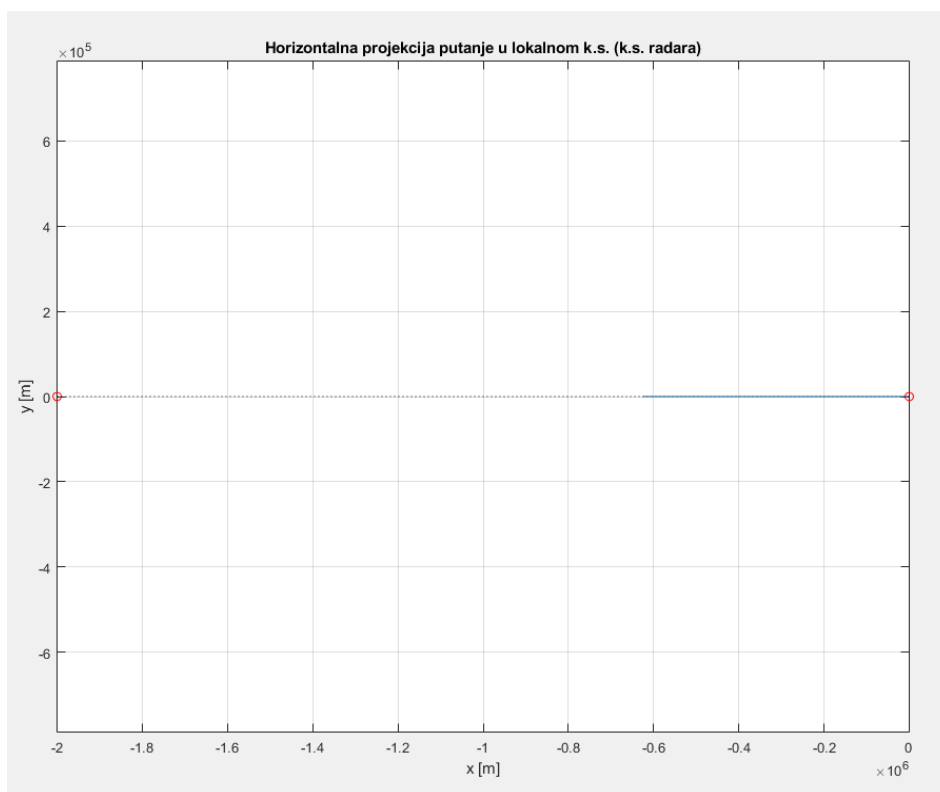
4.1. Numerički model ravnotežnog leta (NMRL) [3]

U ovome radu poslužili smo se numeričkim modelom ravnotežnog leta iz magistarskog rada Ivana Zovaka [], kojeg smo prema vlastitim potrebama modificirali, te na taj način dobili željene rezultate. Program je primijenjen samo za pravocrtni horizontalni let s ranije navedenim početnim uvjetima (brzina, visina leta, masa letjelice). Datoteke kojima smo se koristili i koje smo izmijenili s obzirom na zahtjeve zadatka su: **ruta.m**, u kojoj smo unijeli koordinate vlastite rute, odnosno definirali smo pravac leta zrakoplova na zapad, **start_ml_part.m**, u koju unosimo vlastite ulazne podatke, navedene u poglavlju (3.3.), te **ml_part.m**, koja poziva funkciju **start_ml_part.m**, potom provodi integraciju u vremenu jednadžbi modela ravnotežnog leta (7-13), sve dok zrakoplov ne potroši dopuštenu količinu goriva, tada se integracija prekida i skripta **ml_part.m** nam izbacuje potrebne podatke u ovisnosti o vremenu za daljnje računanje poput: koeficijenta masene potrošnje goriva C_T , ovisnost koeficijenta sile uzgona i koeficijenta sile otpora C_L / C_D , dolet koji će nam služiti za usporedbu sa doletom dobivenim analitičkim formulama i s doletom očitanim iz tehničkog priručnika zrakoplova Mig-21 bisD. Navedene datoteke pozivaju ostale funkcije koje smo uzeli onakve kakve jesu, odnosno nije bilo potrebe mijenjati ih.

Nakon što pokrenem numerički model ravnotežnog leta i dobijem potrebne podatke za daljnji rad te dolet i trajanje leta prema NMRL, pokrećem skripte koje su raspisane za svaku pojedinu visinu i konfiguraciju zrakoplova: **doletcista500.m** (za $H=500\text{m}$ i čistu konfiguraciju), **doletcista11000.m** (za $H=11000\text{m}$ i čistu konfiguraciju), **doletrak500.m** (za $H=500\text{m}$ i konfiguraciju sa dvije rakete R-3S), **doletrak11000.m** (za $H=11000\text{m}$ i konfiguraciju sa dvije rakete R-3S), **doletraksp500.m** (za $H=500\text{m}$ i konfiguraciju sa dvije rakete i ovješnim spremnikom goriva), i **doletraksp10000.m** (za $H=10000\text{m}$ i konfiguraciju sa dvije rakete R-3S i ovješnim spremnikom goriva), koje kao rezultat daju vrijednosti doleta i vrijeme trajanja leta, za svaku kombinaciju visine i konfiguracije zrakoplova. Za računanje doleta koristimo analitičke jednadžbe (33) i (35) raspisane u odjeljku (2.3.3.)

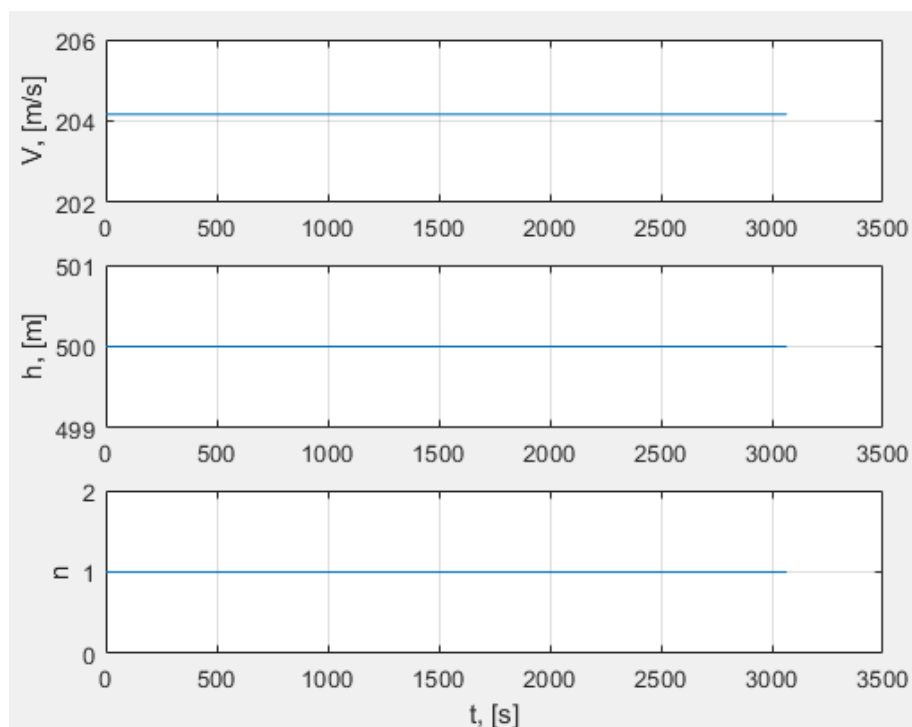
4.2. Karakteristike modela zrakoplova

Primjenom numeričkog modela ravnotežnog leta dobiveni su rezultati koje prikazujemo na sljedećim dijagramima.



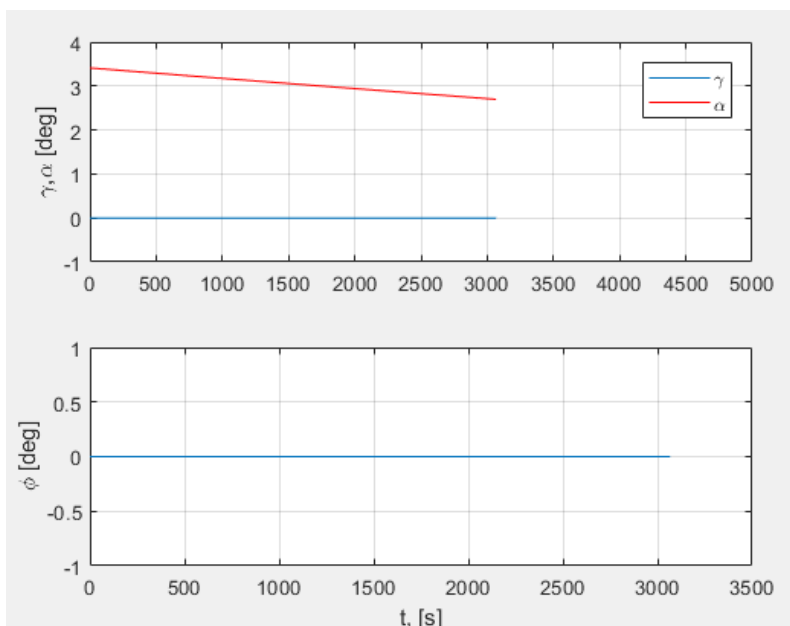
**Slika 9. Horizontalna projekcija putanje rute
(čista konfiguracija, H=500m, V=735km/h)**

Slika 9 prikazuje put, odnosno dolet kojeg ostvari zrakoplov. Vidi se da zrakoplov nije došao do određene točke jer je uvjetovano da se let prekine kada se potroši gorivo koje je predviđeno za horizontalni let. Dijagram izgleda isto za sve visine i konfiguracije, jedina razlika je veći dolet na većim visinama jer je manja je gustoća zraka, stoga je manji i otpor, što veže na sebe manju potrebnu pogonsku silu, a time i manju potrošnju goriva.



**Slika 10. Promjena parametara (n , h , V) tijekom leta
(čista konfiguracija, $H=500\text{m}$, $V=735\text{km/h}$)**

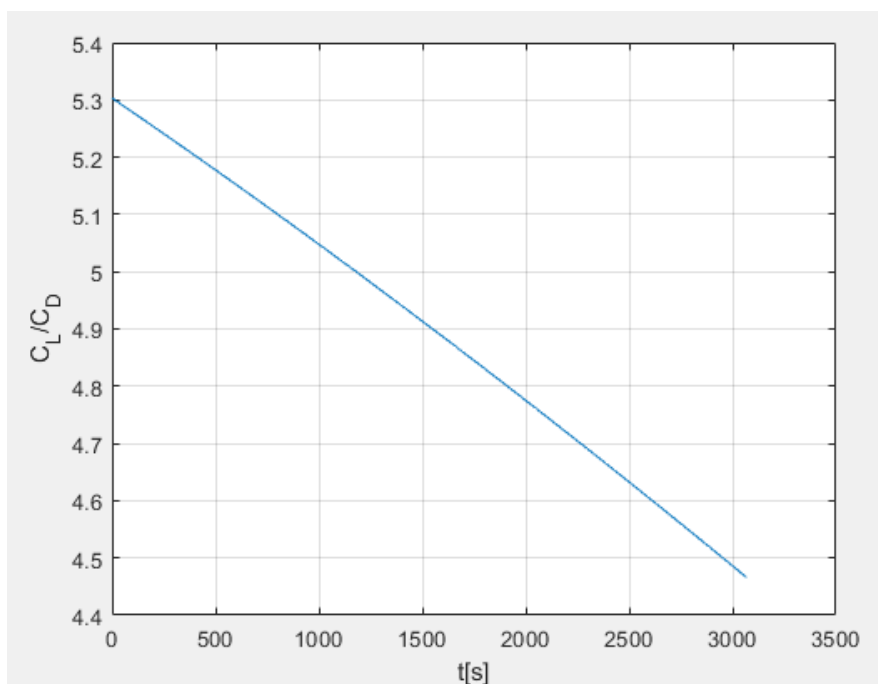
Kao što je vidljivo na slici 9, brzina V , visina h i normalno opterećenje n ostaju konstantni tokom leta. Prva dva dijagrama prikazuju kako zrakoplov cijelo vrijeme održava horizontalni let bez promjene visine, održavajući konstantnu brzinu leta. S obzirom da se radi o horizontalnom letu, uzgon je jednak težini stoga je normalno opterećenje jednako jedinici, što prikazuje zadnji dijagram. Isti izgled, sva tri dijagrama, vrijedi i za sve ostale visine i konfiguracije, odnosno, za svaki slučaj visina i brzina su konstantne, a normalno opterećenje je svakako jednako jedinici jer radimo u režimu horizontalnog leta. Navedeni parametri su konstantni jer zrakoplov leti pravocrtno, te izostaju bilo kakvi manevri (npr. horizontalni zaokret).



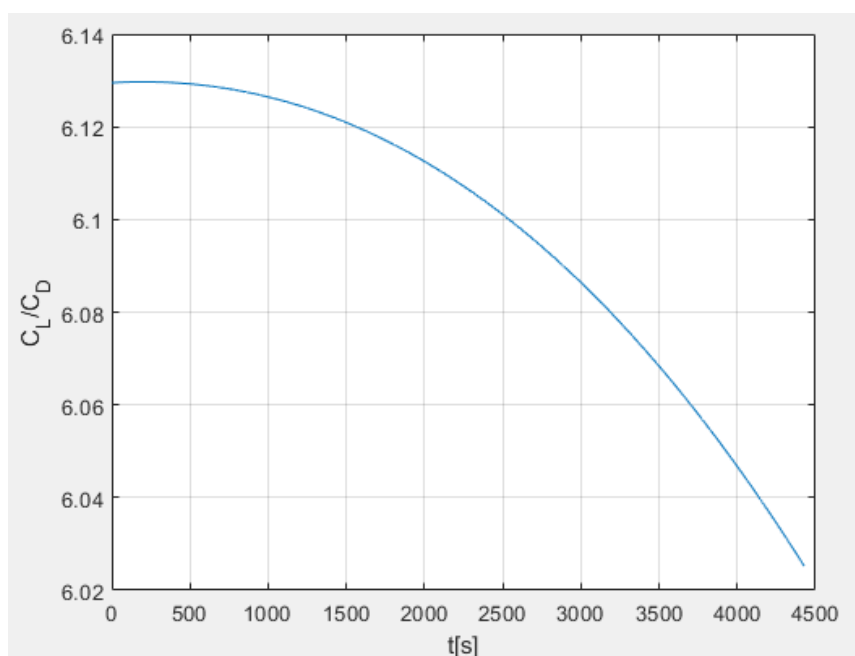
**Slika 11. Promjena kutova (α , γ , Φ) tijekom leta
(čista konfiguracija, $H=500\text{m}$, $V=735\text{km/h}$)**

Slika 11 prikazuje linearan pad vrijednosti napadnog kuta α što je posljedica pada uzgona, a uzgon opada proporcionalno težini zrakoplova (uvjet horizontalnog leta). Kut penanja γ i kut valjanja Φ jednaki su nuli, što također proizlazi iz uvjeta horizontalnog leta. Isti izgled dijagrama poprimaju i ostali slučajevi, osim što napadni kut ima veće vrijednosti na većim visinama. Također, sve navedene varijable ili su konstantne ili imaju konstantan pad vrijednosti, ne mijenjaju se jer zrakoplov leti pravocrtno i ne radi nikakve manevre.

Promjena odnosa koeficijenta uzgona i koeficijenta otpora C_L / C_D razlikuje se u ovisnosti o visini. Pri manjim visinama ima skoro lineran pad, slika 12, a pri većim visinama, odnos prvo slabo opada, a onda nastupa nagli pad, slika 13. Isto se događa za sve konfiguracije samo sa različitim vrijednostima.

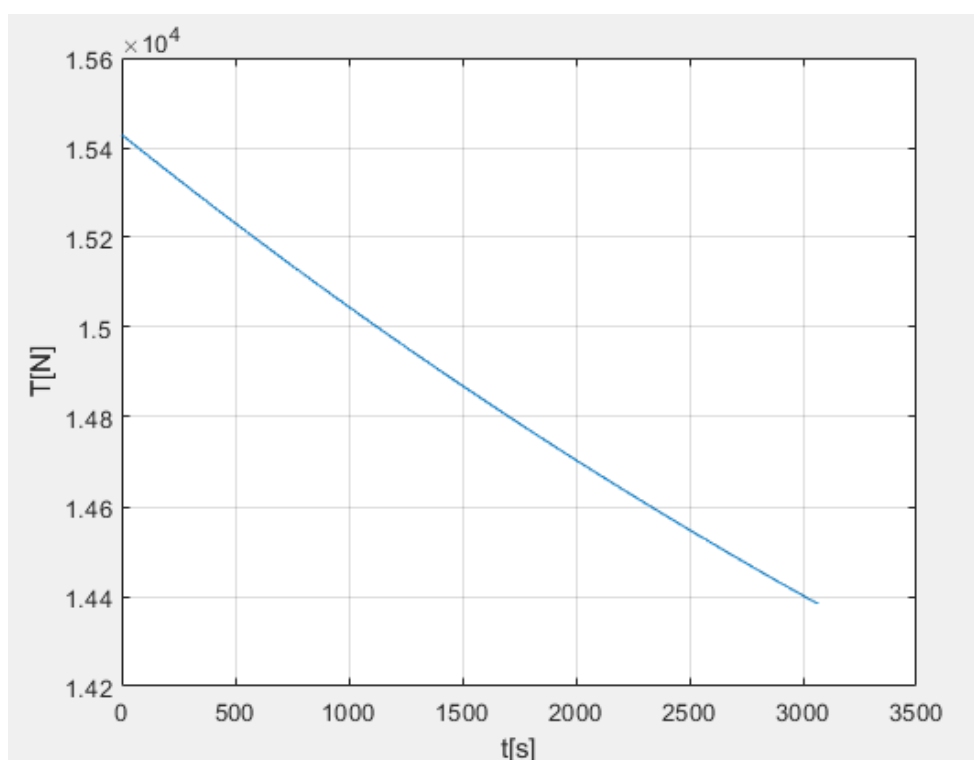


**Slika 12. Promjena C_L / C_D tijekom leta pri manjim visinama
(čista konfiguracija, $H=500m$, $V=735km/h$)**



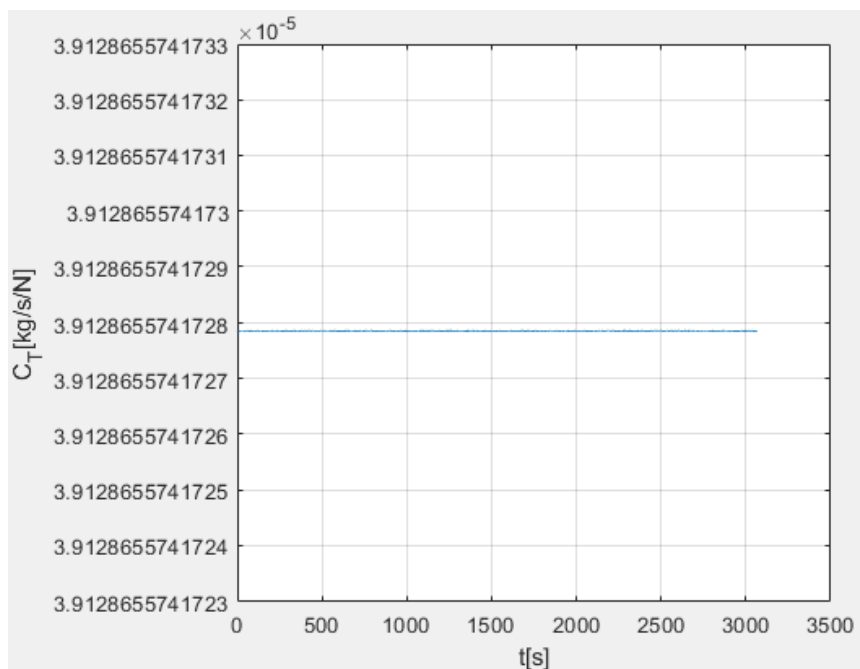
**Slika 13. Promjena C_L / C_D tijekom leta pri većim visinama
(čista konfiguracija, $H=11000m$, $V=910km/h$)**

Promjena potisne sile T prikazana je na slici 14. Potisna sila ima konstantan pad, skoro linearan tijekom trajanja leta. Ima manje vrijednosti na većim visinama i za manje mase zrakoplova, odnosno najmanja potrebna pogonska sila (potisak) bit će za čistu konfiguraciju na većim visinama jer je gustoća manja. Analogno promjeni potisne sile, može se prikazati promjena otpora s obzirom da su za horizontalni pravocrtni stacionarni let, a nama brzine jesu konstantne, te dvije sile jednake.

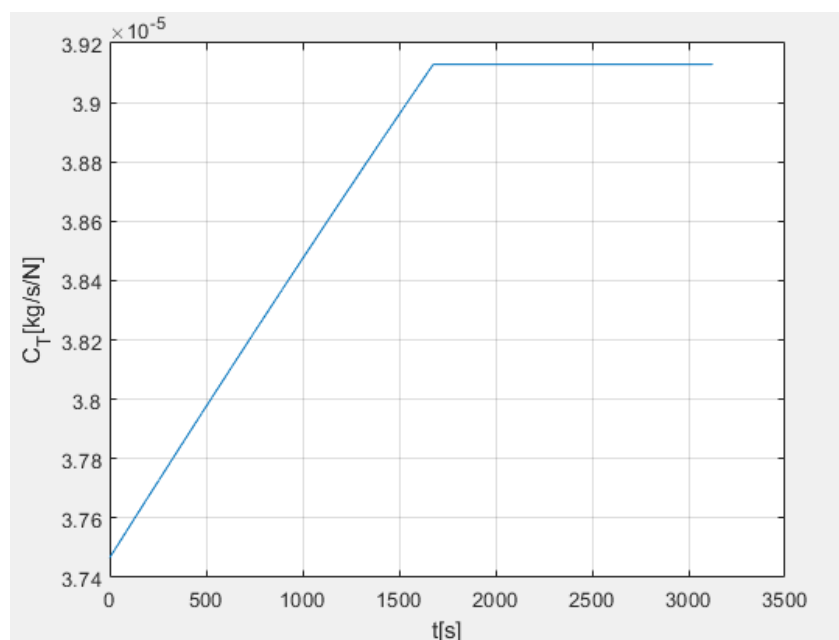


**Slika 14. Promjena potisne sile tijekom leta
(čista konfiguracija, H=500m, V=735km/h)**

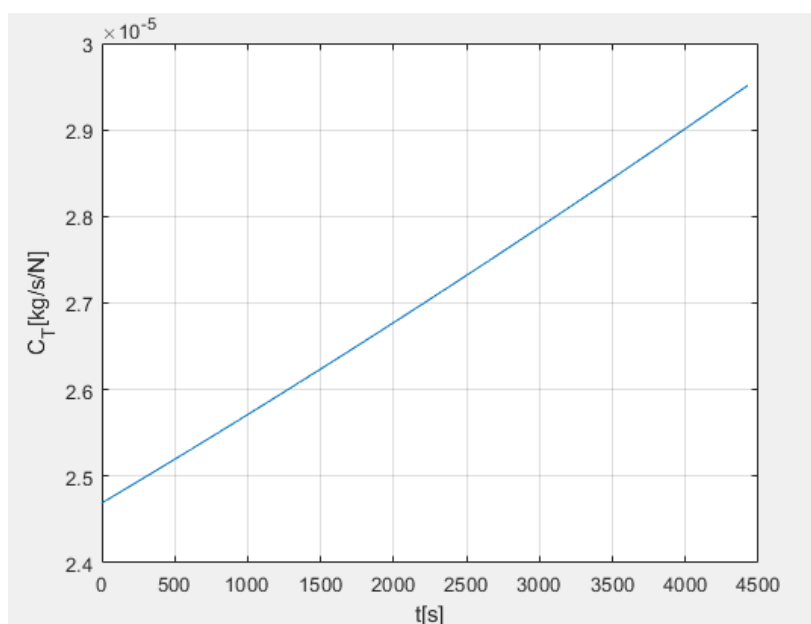
Od svih prikazanih dijagrama, od najveće je važnosti prikazati promjenu specifične masene potrošnje goriva C_T s obzirom da on u velikoj mjeri utječe na dolet zrakoplova, a i najosjetljiviji je na promjenu ulaznih parametara, odnosno promjenu visine i konfiguracije zrakoplova. C_T drži konstantnu vrijednost pri malim visinama leta za čistu konfiguraciju i konfiguraciju sa dvije rakete, slika 15, ali za konfiguraciju sa dvije rakete i jednim ovješnim spremnikom goriva C_T prvo linearno raste do neke vrijednosti i onda prelazi u konstantu, slika 16, do čega dolazi zbog ograničenja modela motora i atmosfere. C_T skoro ima linearan rast za veće visine, novisno o kojoj se konfiguraciji radi, slika 17.



Slika 15. Promjena C_T za male visine, te za čistu i konfiguraciju sa dvije rakete ($H=500\text{m}$, $V=735\text{km/h}$)



Slika 16. Promjena C_T za male visine i konfiguraciju sa dvije rakete i jednim ovješnim spremnikom goriva ($H=500\text{m}$, $V=735\text{km/h}$)



Slika 17. Promjena C_T za veće visine i za sve konfiguracije
(čista konfiguracija, $H=11000\text{m}$, $V=910\text{km/h}$)

Sada kada smo naveli sve potrebne značajke modela i sve podatke potrebne za računanje onog što sami zadatak naleže, a to je dolet u ovisnosti o različitim visinama i različitim konfiguracijama zrakoplova, možemo prijeći na izvođenje istog i konačno, provesti analizu rezultata, odnosno usporediti rezultate numeričkog modela ravnotežnog leta, analitičkih formula i podatke koje nam daje tehnički priručnik zadanog zrakoplova (Mig-21 bisD).

4.3. Rezultati računanja i analiza

Pokretanjem NMRL, odnosno skripte **ml_part.m** koja poziva funkciju **start_ml_part.m**, za svaku kombinaciju visine leta i konfiguracije zrakoplova, dobili bi funkciju ovisnosti koeficijenta masene potrošnje goriva C_T o vremenu. Za svaku kombinaciju izvukli bi srednju vrijednost C_T i njegovu početnu vrijednost koja nam je služila za računanje maksimalnog doleta prema *Bréquetovoj jednažbi za dolet* (35), dok smo za obični dolet prema *Bréquetu* uvrštavali srednju vrijednost C_T . Jedino smo za kombinaciju visine $H=500\text{m}$ i konfiguracije sa dvije rakete i ovješanim spremnikom goriva još dodatno izvukli srednju vrijednost C_T za dio funkcije koji raste, jer smo u prošlom odjeljku (4.2.) vidjeli da se funkcija C_T za navedenu kombinaciju lomi na jednom mjestu i prelazi u konstantu, a s tom vrijednošću imamo manju razliku u doletu između rezultata dobivenog programom leta konstantne brzine i visine i

očitanje vrijednosti iz tehničkog priručnika. Svaku od izvučenih vrijednosti za C_T uvrštavali smo u skripte za pripadajuće kombinacije visine leta i konfiguracije zrakoplova (skripte: **doletcista500.m**, **doletcista11000.m**, **doletrak500.m**, **doletrak11000.m**, **doletraksp500.m** i **doletraksp10000.m**) koje su nam nakon pokretanja dale rezultate raspisane u tablici 4 i tablici 5.

Za sve tri tablice (4-6) ulazni podaci su uzeti iz tablica (1-3).

Obratimo pažnju na tablicu 4. Kada usporedimo sve rezultate dobivene programom leta konstantne brzine i visine s podacima iz tehničkog priručnika odstupanja su do 11.5%, što je prihvatljivo i očekivano, te su do tog zaključka došli i u magistarskom radu Ivana Zovaka [], osim za dva slučaja, za visinu $H=0.5$ km za konfiguracije sa dodatnim teretom, od kojih najviše odstupaju slučaj sa dvije rakete i ovješnim spremnikom goriva, što je posljedica nagle promjene specifične masene potrošnje goriva C_T , slika 16, vjerojatno uslijed prevelike mase na maloj visini i nepouzdanosti modela motora za navedene uvjete. Za taj slučaj smo izračunali poseban C_T kako je već objašnjeno, uzeli smo srednju vrijednost za dio funkcije do dijela gdje stupa promjena. Za takav C_T dobili smo nešto manje odstupanje, a iznosi doleta i vremena trajanja leta su sljedeći:

$$R_x = 613\text{km}$$

$$E_x = 50\text{km}$$

Označili smo ih sa indeksom x kako bi te vrijednosti razlikovali od onih koje su izračunate sa srednjim koeficijentom C_T koji uzima u obzir cijelu funkciju.

Za slučaj $H=0.5\text{km}$ i konfiguraciju sa dvije rakete, vrijedi isto, iako kod nje nema nagle promjene C_T , odstupanje je i dalje prisutno iz istog razloga kao i za prethodni slučaj, odnosno ograničenje motora i neprilagođenost leta na tako maloj visini sa tolikom težinom.

Što se tiče odstupanja rezultata dobivenih *Bréquetovom formulom*, jasno je da su odstupanja od manual-a veća zato što se navedena formula koristi u uvjetima konstantne visine ali i konstantnog koeficijenta uzgona, što ne odgovara našem slučaju, ali svakako je zanimljivo sagledati kao usporedbu. Navedeni $Bréquet_{max}$ je maksimalna vrijednost doleta prema jednadžbi (35), koja se dobije uvrštavanjem najmanje vrijednosti koeficijenta C_T .

Što se tiče rezultata dobivenih numeričkim modelom ravnotežnog leta, odstupanja su unutar dozvoljenog intervala te su za neke slučajeve bliže vrijednostima u tehničkom priručniku u odnosu na analitičko rješenje prema jedn. (33), a za neke su malo dalje. Svakako, obje metode nude zadovoljavajuća rješenja.

Tablica 5 nudi nam uvid u vrijeme trajanja leta za svaki od pojedinih slučajeva i za svaku od korištenih metoda, izuzev numeričkog modela ravnotežnog leta, kojeg nije bilo potrebe uzimati u obzir, budući da nam ova tablica služi samo kao još jedna varijanta usporedbe rezultata. Vidimo da za svaki slučaj program leta konstantne visine i brzine nudi kraće vrijeme trajanja leta od onog iz tehničkog priručnika.

Općenito, iz tablica se da zaključiti da je dolet veći za veće iznose visine i manje mase, jer je na većim visinama gustoća zraka manja, samim time i otpor, a s obzirom da radimo u režimu horizontalnog leta, za koji vrijedi da je otpor jednak potisku, onda je i potrebna sila za pogon manja. Promjena vremena trajanja leta nema neki ustaljeni obrazac ponašanja u ovisnosti o promjeni mase zrakoplova, ali naravno da je trajane leta duže na većim visinama jer je samim tim veći dolet.

S obzirom na raznorazne situacije u kojima se pilot nalazi tijekom leta, uzeli smo u razmatranje još dva slučaja, kada je pilot zbog vremenskih neprilika spriječen sletjeti u određenu zračnu luku pa je prisiljen sletjeti u drugu najbližu ili slijeće u određenu zračnu luku, ali sa odgodom, dok se uvjeti za slijetanje ne stabiliziraju.

Tako smo uzeli dvije alternative:

- slijetanje u Pulu – dodatan put od Zagreba do Pule, čija zračna udaljenost iznosi 193km
- kruženje oko određene zračne luke u trajanju od 15min

Na nama je da odredimo kolika rezeva goriva je potrebna za oba slučaja, tablica 6.

Podatak R iz tablice 6 je dolet kojeg zrakoplov ostvari za 15min leta, a E je vrijeme potrebno za put od Zagreba do Pule, čije se vrijednosti razlikuju za različite visine leta i različite konfiguracije. Zanimljivo je spomenuti, a vidi se iz tablice 6, da je rezerva goriva potrebna za let od 15min, u iznosu od 156kg, na visini od 11km vrlo blizu iznosu predviđene rezervne mase u tehničkom priručniku, u iznosu od 160kg.

Iz tablice je jasno vidljivo da je na većim visinama potrebno manje rezervnog goriva, što opet ima veze sa manjom gustoćom i samim tim manjim otporom. Također za slučaj ZG-PU let traje kraće na većim visinama. S obzirom da smo za oba alternativna slijetanja dobili slične rezultate, pilotu je svejedno koju će od te dvije varijante izabrati.

Tablica 4. Rezultati doleta za različite metode izračuna

DOLET(R) [km]	Čista konfiguracija		Konfiguracija sa 2 rakete		Konfiguracija sa 2 rakete i ovješnim spremnikom goriva	
	H=0.5km	H=11km	H=0.5km	H=11km	H=0.5km	H=10km
Tehnički Priručnik	660	1265	630	1160	735	1300
NMRL	626	1119	566	1072	638	1246
Analitičko rješenje (H=konst,V=konst)	591	1122	537	1074	607	1244
Bréquet	531	1079	485	1019	550	1139
Bréquet_{max}	531	1181	485	1107	568	1247

Tablica 5. Rezultati vremena trajanje leta za različite metode izračuna

Trajanje leta (E)	Čista konfiguracija		Konfiguracija sa 2 rakete		Konfiguracija sa 2 rakete i ovješnim spremnikom goriva	
	H=0.5km	H=11km	H=0.5km	H=11km	H=0.5km	H=10km
NMRL	59min	1h 32 min	56min	1h 25min	1h 5min	1h 34min
Analičko rješenje (H=konst, V=konst)	40min	1h 14min	44min	1h 11min	49min	1h 23min
Bréquet	1h 5min	1h 15min	1h	1h 12min	1h 9min	1h 25min
Bréquet _{max}	1h 5min	1h 21min	1h	1h 18min	1h 11min	1h 32min

Tablica 6. Rezerve goriva za alternativna slijetanja, te potrebno vrijeme i prijeđeni put

ALTERNATIVE		Čista konfiguracija		Konfiguracija sa 2 rakete		Konfiguracija sa 2 rakete i ovješnim spremnikom goriva	
		H=0.5km	H=11km	H=0.5km	H=11km	H=0.5km	H=10km
ZG-PU	m_{rez} [kg]	484	132	538	136	583	165
	E	15min	13min	16min	13min	16min	13min
LET OD 15min	m_{rez} [kg]	461	156	512	161	555	192
	R [km]	184	228	184	228	184	225

5. ZAKLJUČAK

Numerički model ravnotežnog leta koji je u režimu horizontalnog leta ponavljao postupak, odnosno integraciju u vremenu, za različite visine leta i konfiguracije zrakoplova, kao rezultat dao je potrebne značajke kojima smo se poslužili u računanju doleta i vremena trajanja puta pomoću analitičkih formulama za program leta konstantne brzine i visine, te je također je dao i iznose doleta i vremena trajanja leta koje smo usporedili sa referentnim podacima iz tehničkog priručnika. S obzirom da smo dobili prihvatljivo odstupanje (manje od 11.5%), dalo bi se zaključiti da su proračuni i metode korištene u ovom radu ispravni te da uz sve usvojene pretpostavke i pojednostavljenja daju prihvatljive rezultate. Također možemo zaključiti iz svega analiziranog da zrakoplov ostvaruje bolje performanse na većim visinama leta.

Neke od ideja za daljnje istraživanje i analizu: utjecaj vjetra na dolet zrakoplova, primjena nekih od navedenih programa leta za računanja doleta, a koji nisu primijenjeni u ovom radu, npr. dolet pri konstantnoj brzini i konstantnom koeficijentu uzgona, ili dolet pri konstantnoj visini i konstantnom koeficijentu uzgona, ili naravno kombinacija svega navedenog. Ono što bi iz ovog rada poslužilo u daljnjoj analizi je model ravnotežnog leta kao teorijska podloga, numerički model ravnotežnog leta zrakoplova, za koji bi vjerojatno trebalo uvesti neke izmjene, ovisno o zahtjevima zadatka, te naravno tu su i dalje referentne vrijednosti iz tehničkog priručnika odabranog zrakoplova kao podloga za usporedbu vlastitih rezultata.

LITERATURA

- [1] Sadraey, M. H.: Aircraft Performance: An Engineering Approach, 2017.

- [2] Janković S., Vrdoljak M.: Performanse zrakoplova, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2016.

- [3] Zovak, I.: Magistarski rad: Planiranje leta borbenog aviona primjenom modela gibanja u ravnotežnom letu, Zagreb, 2011.

- [4] PRORAČUN DOLETA I TRAJANJE LETA AVIONA L-17 01.VTUP.009/02.01;
Komanda ratnog vazduhoplovstva i protuvazdušne odbrane.