

# Odziv vertikalnog cilindra uslijed djelovanja hidrodinamičkog opterećenja

---

**Brajko, Tomislav**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:790707>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Tomislav Brajko**

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Nikola Vladimir, dipl. ing.

Student:

Tomislav Brajko

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Nikoli Vladimiru na strpljivosti i pomoći koju mi je pružio pri pisanju rada te Andri Bakici, mag. ing. Želim se zahvaliti svojoj obitelji i svojoj djevojci za pruženu podršku.

Tomislav Brajko



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
 Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
 Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija brodogradnje



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Tomislav Brajko** Mat. br.: 0035206995

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **ODZIV VERTIKALNOG CILINDRA USLIJED DJELOVANJA HIDRODINAMIČKOG OPTEREĆENJA**

Naslov rada na engleskom jeziku: **RESPONSE OF A VERTICAL CYLINDER SUBJECTED TO HYDRODYNAMIC LOADING**

Opis zadatka:

Medudjelovanje konstrukcije i fluida koji ju okružuje pojavljuje se u gotovo svim granama inženjerstva. Za analizu odziva konstrukcije uslijed djelovanja hidrodinamičkog opterećenja, potrebno je proračunati vrijednosti hidrodinamičkog tlaka i na adekvatan način ih prenijeti na model konstrukcije, te naposljetku odrediti deformacije ili naprezanja konstrukcije. Pri tome je moguće koristiti hidrodinamičke i strukturne modele različite složenosti i točnosti, kao i odgovarajuće programske alate za prijenos opterećenja. U završnom radu je potrebno ilustrirati primjenu programskog paketa BRIDGE\_HS, koji se za potrebe povezivanja hidrodinamičkih i strukturnih modela razvija na Fakultetu strojarstva i brodogradnje, na primjeru vertikalnoga kružnog cilindra izloženog nastrojavanju fluida. Za proračun hidrodinamičkog opterećenja potrebno je koristiti programski paket otvorenog koda OpenFOAM, a za analizu strukturnog odziva programski paket NASTRAN.

Zadatak treba obuhvatiti:

- opis korištene programske podrške i primijenjenih matematičkih modela,
- proračun strukturnog odziva vertikalnog cilindra izloženog nastrojavanju fluida za različite brzine nastrojavanja,
- analizu rezultata proračuna.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu, te eventualno dobivenu stručnu pomoć.

Zadatak zadan:

28. studenog 2019.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Nikola Vladimirović

Datum predaje rada:

1. rok: 21. veljače 2020.
2. rok (izvanredni): 1. srpnja 2020.
3. rok: 17. rujna 2020.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 24.2. – 28.2.2020.
2. rok (izvanredni): 3.7.2020.
3. rok: 21.9. – 25.9.2020.

Predsjednica Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Nastja Degiuli

**SADRŽAJ**

POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VII
1. UVOD.....	1
2. OPIS KORIŠTENE PROGRAMSKE PODRŠKE.....	2
2.1. Programski paket OpenFOAM.....	2
2.2. Programski paket BRIDGE_HS.....	4
2.3. Programski paket NASTRAN.....	5
3. MATEMATIČKI MODELI .....	6
3.1. Značajke analiziranog cilindra .....	6
3.2. Hidrodinamički model.....	7
3.2.1. Granica dviju faza strujanja.....	8
3.2.2. Hidrodinamička mreža .....	9
3.3. Strukturni model.....	13
3.3.1. Korišteni matematički modeli u programskom paketu NASTRAN .....	13
3.3.2. Postavljanje jednadžbe konačnog elemenata .....	13
3.3.3. Strukturna mreža .....	15
4. ANALIZA REZULTATA PRORAČUNA .....	16
4.1. Rezultati hidrodinamičkih proračuna .....	16
4.2. Prijenos opterećenja s hidrodinamičkog modela na strukturni model .....	21
4.3. Rezultati analize strukturnog odziva .....	22
5. ZAKLJUČAK.....	26

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Prikaz razvijanja strujanja prilikom nailaska na cilindar za različite vrijednosti Reynoldsovog broja .....	3
Slika 2. Dijagram toka postupka sprezanja [2] .....	5
Slika 3. Analizirani vertikalni cilindar .....	6
Slika 4. Grafički prikaz faza u mirnom stanju .....	9
Slika 5. Dimenzije domene izražene u omjeru s promjerom cilindra .....	10
Slika 6. 3D prikaz simulacijske domene .....	10
Slika 7. Spajanje konačnih elemenata .....	14
Slika 8. Sučelje programskog paketa FEMAP s rješavačem NX NASTRANOM .....	15
Slika 9. Krivulja konvergencije rezultata sile u hidrodinamičkom proračunu.....	16
Slika 10. Grafički prikaz hidrodinamičkog tlaka za brzinu 0,5 m/s.....	17
Slika 11. Grafički prikaz hidrodinamičkog tlaka za brzinu 2 m/s.....	17
Slika 12. Grafički prikaz raspodjele brzine u fluidu .....	18
Slika 13. Grafički prikaz poremećene površine .....	19
Slika 14. Krivulja sile hidrodinamičkog tlaka na cilindru pri različitim brzinama.....	20
Slika 15. Grafički prikaz mreže vertikalnog cilindra u CFD-u (lijevo) i mreže strukturnog modela (desno).....	21
Slika 16. Strukturni odziv cillindra .....	22
Slika 17. Pomak u odabranim čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 0,5 m/s .....	23
Slika 18. Pomak u odabranim čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 1m/s .....	24
Slika 19. Pomak u odabranim čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 1,5 m/s .....	24
Slika 20. Pomak u odabranim čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 2 m/s .....	25

---

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Dimenzije cilindra .....	6
Tablica 2. Kinematička viskoznost fluida .....	9
Tablica 3. Vrijednosti parametara $k$ i $\omega$ .....	11
Tablica 4. Vrijednosti Reynoldsovog i Froudeovog broja .....	12
Tablica 5. Sile na cilindar .....	19
Tablica 6. Postotak greške interpolacije pri prijenosu opterećenja .....	21
Tablica 7. Pomak u čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 0,5 m/s .....	23
Tablica 8. Pomak u čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 1 m/s .....	23
Tablica 9. Pomak u čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 1,5 m/s .....	24
Tablica 10. Pomak u čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 1,5 m/s .....	25



**POPIS OZNAKA****Latinska slova**

Oznaka	Jedinica	Opis
$D$	m	promjer cilindra
$\{f\}$	-	vektor čvornih sila konačnog elementa
$\{F\}$	-	vektor čvornih sila
$\{f\}_p$	-	vektor čvornih sila uslijed površinskog opterećenja čvornog elementa
$\{F\}_p$	-	vektor čvornih sila uslijed površinskog opterećenja modela
$F_k$	N, Nm; N	vektor hidrodinamičke reakcije, općeniti vektor sile
$Fr$	-	Froudeov broj
$g$	m/s <sup>2</sup>	gravitacijsko ubrzanje
$H$	m	visina cilindra
$k$	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	turbulentna kinetička energija
$[k]$	-	matrica krutosti konačnog elementa
$[K]$	-	matrica krutosti
$P$	Pa	tlak
$Re$	-	Reynoldsov broj
$S$	m <sup>2</sup>	površina
$t$	s	vrijeme
$u_i$	m/s	vektorsko polje brzine
$u_\tau$	m/s	brzina trenja
$y$	m	udaljenost od zida
$z$	m	visina slobodne površine

**Grčka slova**

Oznaka	Jedinica	Opis
$\alpha_k$	-	podrelaksacijski faktor
$\alpha$	-	indikatorska funkcija VOF modela
$\beta$	rad	smjer strujanja
$\{\delta\}$	-	vektor čvornih pomaka konačnog elementa
$\{\Delta\}$	-	vektor čvornih pomaka
$\mu$	Pas	dinamička viskoznost fluida
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	kinematička viskoznost fluida
$\sigma_{ij}$	Pa	tenzor naprezanja
$\omega$	1/s	specifična disipacija turbulentne kinetičke energije

**Oznake s karakterističnim natpisom**

<b>Oznaka</b>	<b>Jedinica</b>	<b>Opis</b>
$\bar{a}$	-	vremenski osrednjena vrijednost
$\acute{a}$	-	fluktuirajuća komponenta oko osrednjene vrijednosti
$y^+$	-	bezdimenzijska udaljenost od zida

**SAŽETAK**

U ovom radu analiziran je odziv konstrukcije vertikalnog cilindra uslijed nestrujavanja fluida. Hidrodinamičko opterećenje izračunato je programskim paketom OpenFOAM, dok je strukturni odziv razmatranoga cilindra izračunat metodom konačnih elemenata pomoću programskog paketa NASTRAN. Hidrodinamičko opterećenje je na model konstrukcije preneseno pomoću programskog paketa BRIDGE\_HS koji je razvijen na Fakultetu strojarstva i brodogradnje za potrebe simultanog razmatranja hidrodinamičkih opterećenja i strukturnih odziva općeg tipa konstrukcija. U radu je opisana korištena programska podrška, hidrodinamički i strukturni model, te proračunske postavke. Proračun odziva konstrukcije cilindra proveden je koristeći četverokutne konačne elemente ljuske, za različite debljine opločenja cilindra. Iako su proračuni provedeni na jednostavnim modelima, korišteni postupak primjenjiv je i na složenije objekte poput brodova i pomorskih konstrukcija.

---

**SUMMARY**

In this thesis, the structural response of a vertical cylinder due to fluid flow is analyzed. The hydrodynamic load was calculated by means of the OpenFOAM software, while the structural response of the considered cylinder was calculated by the finite element method using the NASTRAN software. The hydrodynamic load was transferred to the structural model using the software BRIDGE\_HS that has been developed at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture for the purpose of simultaneous consideration of hydrodynamic loads and structural responses of the general type of structures. The work describes the used software, hydrodynamic and structural model, and calculation setup. The structural response assessment was performed using quadrangular finite shell elements, where different material and thickness properties of the cylinder were taken into account. Although the calculations were performed on simple models, the procedure is also applicable to more complex structures such as ships and offshore structures.

## 1. UVOD

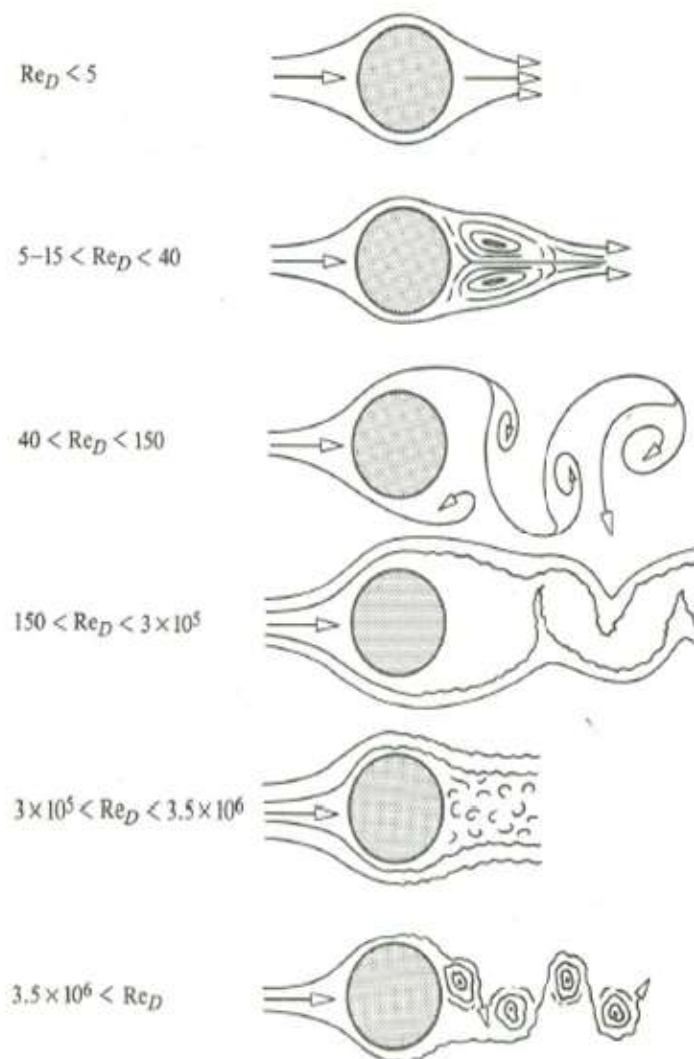
Rastom svjetskog gospodarstva raste i razmjena odnosno prijevoz dobara koji je iz nacionalne prešao u neograničenu globalnu razmjenu. Budući da je količina dobara veća, zbog isplativosti, grade se sve veći brodovi, zrakoplovi i skladišta. Zbog ljudske prirode da sve bude veće, brže i bolje u inženjerskoj praksi javljaju se novi problemi te nove metode za rješavanje istih. Jedan od aktualnih problema u različitim granama inženjerstva je međudjelovanje fluida i konstrukcije. Taj problem najzastupljeniji je u građevinskoj, zrakoplovnoj i brodograđevnoj industriji. Razvojem tehnologije i svjetske industrije razvijaju se novi alati te se unaprjeđuju postojeći. Svaku brodsku i pomorsku konstrukciju, strojarsku konstrukciju i građevinski objekt potrebno je prije izvođenja projektirati, te izraditi izvedbenu dokumentaciju koja će kasnije biti korištena u izvođenju, te će vjerno predvidjeti buduće zahtjeve i pokazati kako ih zadovoljiti. Nekadašnje projektiranje svodilo se na iskustvene formule i eksperimentalne metode što je iziskivalo veliki broj radnih sati, a samim time i visoke cijene cijelog postupka. Danas se putem naprednih računalnih alata taj proces znatno skraćuje. Računalna dinamika fluida je grana mehanike fluida koja omogućuje kraći vremenski period projektiranja, te se postavljenjem valjanih početnih uvjeta i rješavanjem odgovarajućih konstitutivnih jednadžbi može dobiti dovoljno točna slika viskoznog strujanja, koja se može potvrditi prethodno spomenutim eksperimentalnim metodama. Nadalje, rezultate dobivene računalnom dinamikom fluida možemo koristiti u alatima za proračune strukturnog odziva konstrukcija. Usporedbom izračunatih i dopuštenih naprezanja ocjenjujemo strukturni integritet analizirane konstrukcije. U ovom radu analizirane su elastične deformacije vertikalnog cilindra uslijed nastrojavanja fluida različitim brzinama. Hidrodinamičko opterećenje izračunato je programskim paketom OpenFOAM, a zatim uz pomoć programskog paketa BRIDGE\_HS preneseno u programski paket NASTRAN kako bi se dobio strukturni odziv. Cilj ovog rada je na jednostavnom primjeru ilustrirati sprezanje hidrodinamičkih alata otvorenog tipa i alata za strukturnu analizu metodom konačnih elemenata, podrazumijevajući jednosmjernu spregu, što znači da se utjecaj elastičnih deformacija na redistribuciju hidrodinamičkog opterećenja ne uzima u obzir, odnosno da nije osiguran povratni tijek informacija sa strukturnog modela na hidrodinamički.

---

## 2. OPIS KORIŠTENE PROGRAMSKE PODRŠKE

### 2.1. Programski paket OpenFOAM

Za proračun hidrodinamičkog opterećenja korišten je programski paket otvorenog koda OpenFOAM (*Open Source Field Operation And Manipulation*). OpenFOAM je vrlo raširen i besplatno dostupan programski paket otvorenog koda, razvijen još krajem dvadesetog stoljeća, a javno objavljen 2004. godine te od tada, na godišnjoj bazi, izlaze nove verzije. [1]. Program se može, uz poznavanje osnova programskog jezika C++, samostalno modificirati kako bi se u potpunosti oblikovao prema potrebama korisnika. Valjda spomenuti kako je OpenFOAM optimiziran za Linux operativni sustav, ali uz neke prilagodbe može ga se koristiti i na Windows operativnom sustavu. Kako bi program, pomoću u njega ugrađenih rješavača, izvršio proračun potrebno je definirati početno stanje fluida koji je u međudjelovanju s konstrukcijom, mrežu koja definira područje strujanja fluida, te ostale podatke koji su potrebni za proračun, a mijenjaju se ovisno o primjeru koji se obrađuje. Programski paket OpenFOAM rješava problematiku analitički nerješivih nelinearnih diferencijalnih te prevodi parcijalne diferencijalne jednačbe u sustav linearnih algebarskih jednačbi. Pri razvoju mreže posebna pozornost mora se posvetiti rubu mreže neposredno uz konstrukciju, na kojoj se mora napraviti odgovarajuća profinjavanja. Finijom mrežom povećava se trošak računanja, ali se načelno dobivaju precizniji rezultati, odnosno poboljšava se opis strujanja. Za bolje razumijevanje pojava koje se događaju pri nastrujavanju fluida na vertikalni cilindar na Slici 1 prikazano je razvijanje toka za različite vrijednosti Reynoldsovog broja.



**Slika 1. Prikaz razvijanja strujanja prilikom nailaska na cilindar za različite vrijednosti Reynoldsovog broja**

U ovom radu postoje dva slučaja razvijanja toka.

Prvi slučaj:  $3,5 \times 10^5 < Re < 3,5 \times 10^6$ .

U ovaj slučaj spadaju prve tri brzine strujanja, što možemo vidjeti po vrijednostima njihovog Reynoldsovog broja prikazanog u Tablici 4. Pri takvim vrijednostima laminarni granični sloj prelazi u turbulentni prije razdvajanja toka strujanja, a nakon cilindra strujanje se sužuje te postaje kaotičnije.

Drugi slučaj:  $3,5 \times 10^6 < Re$ .

U ovaj slučaj spada najveća brzina fluida koja je uzeta u obzir u ovom radu. Ovdje su vrtlozi još izraženiji nego u prethodnom slučaju, a ostatak ponašanja toka je gotovo identičan.

## 2.2. Programski paket BRIDGE\_HS

BRIDGE\_HS je programski paket za spregu hidrodinamičkih i strukturnih alata, koji u trenutnoj izvedbi uspješno provodi jednosmjernu spregu između OpenFOAM-a i NASTRAN-a [2]. Opterećenje je prebačeno na strukturni model bez povratne veze, odnosno hidrodinamički tlak je interpoliran na strukturnu mrežu. BRIDGE\_HS koristi novu metodu prijenosa opterećenja temeljenu na projekcijskoj metodi sprezanja hidrodinamičkih konačnih volumena i strukturnih konačnih elemenata, kako je detaljno objašnjeno u [2]. Prvi korak u proračunu hidro-strukturne interakcije je interpolacija između djelomično podudarnih mreža fluida i konstrukcije. Kako bi trošak računanja bio što manji, za interpolaciju se koristi već spomenuta projekcijska metoda koja koristi Gaussove točke. Hidrodinamičko opterećenje se narine na model konstrukcije preko čvornih sila. Kako bi se neuniformno polje tlaka bolje obuhvatilo može se jednostavno povećati broj Gaussovih točaka. Spomenute vrijednosti se dalje prenose na strukturnu mrežu, te se dobiva odziv konstrukcije. Sprezanje programskih paketa može se svesti na:

- Predproračun

U predproračunu se vrši triangulacija CFD mreže, projekcija Gaussovih točaka, postavljanje geometrijske matrice i proračun jednadžbi koeficijenata.

- Proračun

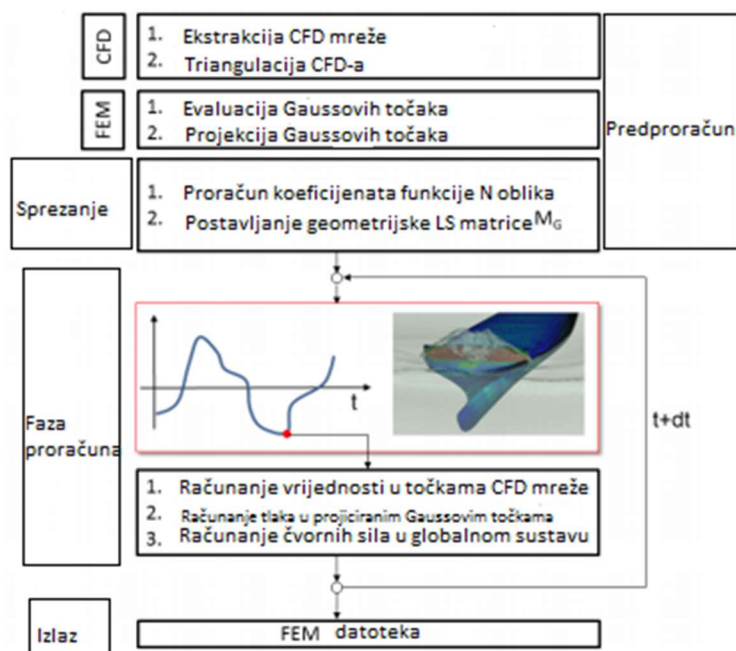
Izračun vrijednosti tlaka za različite vremenske korake, proračun interpolirane vrijednosti za točke CFD mreže. Korištenje dobivenih vrijednosti tlaka iz Gaussovih točaka za izračun čvornih sila.

- Analiza proračunskih rezultata

Rezultati proračuna prenesu se putem BRIDGE\_HS-a te se izračuna strukturni odziv. Potrebno je kvalitativno provjeriti razinu točnosti prijenosa opterećenja.

Detaljniji opisan princip rada i razvoj programa u [2] je ilustriran također na primjerima opstrujavanja vertikalnog kružnog cilindra, kao i u slučaju impulsno opterećene palubne konstrukcije ultra velikoga kontejnerskog broda.





Slika 2. Dijagram toka postupka spreznja [2]

### 2.3. Programski paket NASTRAN

NASTRAN (skraćeno od *NASA STRuctureANalysis*) je programski paket za analizu metodom konačnih elemenata *Finite Element Method* (engleski *FEM*), razvijen je 1968. godine za potrebe NASA-e te je njegova javna uporaba počela 1971. godine. Program se koristi kao rješavač unutar razvijenih grafičkih sučelja kao što je FEMAP (Finite Element Modeling And Postprocessing), te pomoću njega možemo modelirati strukturnu mrežu. Pruža mogućnost analize napreznja, vibracija, izmjene topline, akustike, aeroelastičnosti, hidroelastičnosti, itd. Daje mogućnost smanjivanja troškova izrade prototipa i testiranja, evaluacije materijala te optimizaciju konstrukcija kako bismo smanjili masu zadržavajući strukturni integritet [3].

### 3. MATEMATIČKI MODELI

#### 3.1. Značajke analiziranog cilindra

U radu je obrađeno nastrojavanje fluida na cilindar dimenzija prikazanih u Tablici 1.

**Tablica 1. Dimenzije cilindra**

Dimenzije cilindra	
visina cilindra - $H$	10 m
promjer cilindra - $D$	2 m

Cilindar je izrađen od čelika s Youngovim modulom elastičnosti  $206000 \text{ N/mm}^2$ , te Poissonovim omjerom 0,3.

U analizi strukturnog odziva vertikalnog cilindra prikazanog na Slici 3 analizirana su tri slučaja za različite debljine stijenke:

1.  $t=0,005 \text{ m}$
2.  $t=0,01 \text{ m}$
3.  $t=0,02 \text{ m}$



**Slika 3. Analizirani vertikalni cilindar**

### 3.2. Hidrodinamički model

Za opis matematičkog modela nestlačivog, izotermnog i turbulentnog dvofaznog strujanja (strujanja sa slobodnom površinom) korištene su Reynoldsove osrednjene Navier-Stokesove jednačbe (engleski „Reynolds Averaged Navier-Stokes“, RANS) [4], jednačbe k- $\omega$  SST modela turbulencije [5], te matematički model „Volume of Fluid“ metode [6], koja opisuje strujanja dvofaznih fluida. Za simulaciju u radu korišten je rješavač *interFoam* prilagođen rješavanju dvofaznog strujanja.

Turbulentno strujanje uzrokuje fluktuacije vrijednosti brzina i tlakova. Međutim, ako se koriste osrednjene vrijednosti za opis strujanja, možemo nestacionarno turbulentno strujanje promatrati kao stacionarno u osrednjenim varijablama. Korištenjem osrednjenih varijabli Navier-Stokesova jednačba postaje Reynoldsova osrednjena Navier-Stokesova jednačba:

$$\frac{\partial(\rho\bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{u}_i\bar{u}_j)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \mu}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{\partial(\rho\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j}. \quad (1)$$

K- $\omega$  SST (engleski „ShearStress Transport“) model turbulencije je kombinacija je k- $\omega$  modela, koji se dobro slaže sa eksperimentalnim podacima te se koristi unutar graničnog sloja i na zidovima, a pri velikim udaljenostima od zidova koristi se k- $\epsilon$  model kojim se izbjegava osjetljivost o rubnim uvjetima daleko od zida.

Jednačbe za opis k- $\omega$  SST modela su:

Transportna jednačba turbulentne kinetičke energije

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(k\bar{u}_i)}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( (v + \sigma_k v_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) = P_k - \beta^* k \omega. \quad (2)$$

Transportna jednačba specifične disipacije

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(\omega\bar{u}_i)}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( (v + \sigma_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) = \alpha S^2 - \beta \omega^2 + 2\sigma_{\omega 2} (1 - F_1) \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}. \quad (3)$$

Jednadžbe specifične disipacije i turbulentne kinetičke energije su jednake standardnim transportnim jednadžbama. Dobiva se linearni sustav jednadžbi za  $k$  i  $\omega$  koji se rješava za svaki vremenski korak.

Redoslijed rješavanja jednadžbi je slijedeći:

1. Brzine i tlakovi s vrijednostima iz prethodnog koraka,
2. Indikatorska funkcija s vrijednostima iz prethodnog koraka,
3. Specifična disipacija s novim vrijednostima,
4. Turbulentna kinetička energija.

Promatra se slučaj dvofaznog strujanja pri čemu se dvije faze (faza zraka i morske vode) ne miješaju. Takav slučaj je standardni slučaj u brodogradnji budući da brodovi plove slobodnom površinom.

Matematički model dvofaznog strujanja vođen je idejom da se strujanje dva fluida ne pretvara u strujanje jednog fluida. Da bi se taj uvjet zadovoljio uvodi se indikatorska funkcija  $\alpha$  koja označava nepoznato skalarno polje koje poprima vrijednost 0 u zraku 1 u vodi. Stoga, možemo pretpostaviti da se slobodna površina nalazi na konturi 0,5.

Transportna jednadžba:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial (u_i \alpha)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i^r \alpha (1 - \alpha)) = 0. \quad (4)$$

### 3.2.1. Granica dviju faza strujanja

Budući da se obrađuje nastrojavanje dviju faza na konstrukciju od iznimne je važnosti poznavati granicu između njih. Granica je određena visinom slobodne površine ispod koje se nalazi morska voda, a iznad je zrak. Svaka od faza posjeduje za sebe specifične značajke prikazane u Tablici 2, a za potrebe ovog rada najbitnije su kinematička viskoznost fluida te brzina faze.

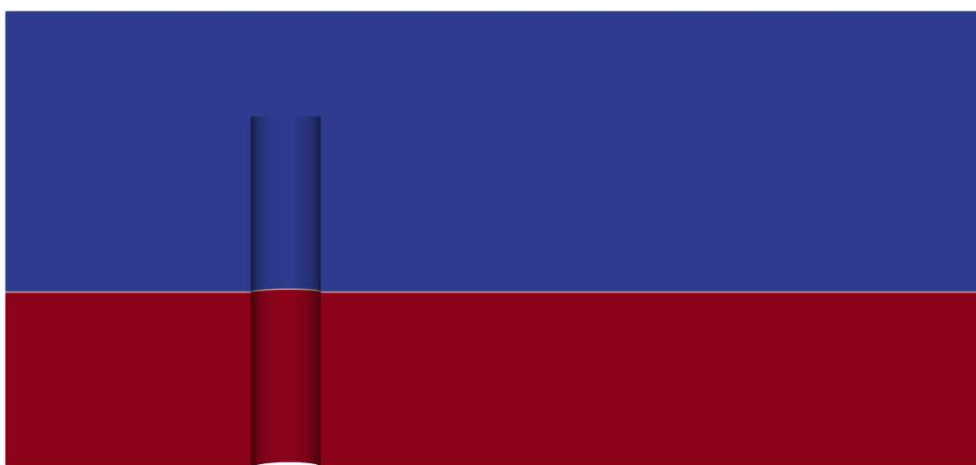
- Visina slobodne površine:

$$z = 5 \text{ m}$$

**Tablica 2. Kinematička viskoznost fluida**

Kinematička viskoznost fluida (pri 20 <sup>o</sup> C)	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]
Zrak	$1,532 \cdot 10^{-5}$
Morska voda	$1,063 \cdot 10^{-6}$

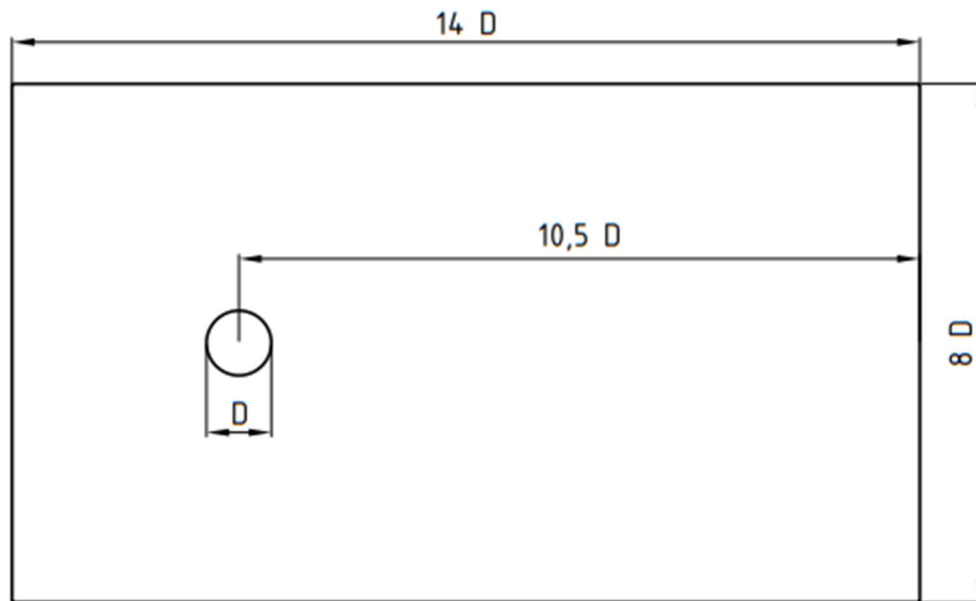
Na Slici 4 vidljivo su odijeljene dvije faze strujanja. Faza morske vode označena je crvenom bojom te se proteže od morskog dna do polovice cilindra. Faza zraka označena je plavom bojom te se proteže od polovice cilindra pa u visinu nadalje.

**Slika 4. Grafički prikaz faza u mirnom stanju**

### 3.2.2. Hidrodinamička mreža

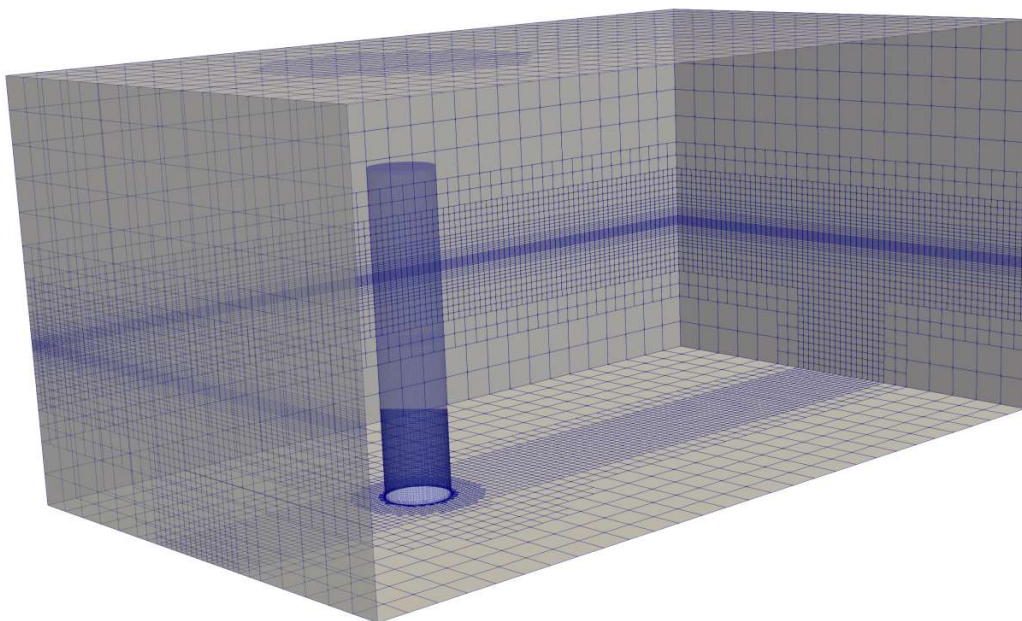
Pri razvoju mreže u obzir se uzimaju dimenzije konstrukcije na koju fluid nastrujava. Posebna pozornost mora se posvetiti geometriji mreže kraj cilindra. Potrebno je napraviti granični sloj na površini cilindra kako bi se zadovoljili parametri pri korištenju zidnih funkcija. Uz navedeno, mreža je profinjena u cijeloj domeni na visini slobodne površine kako bi se izbjeglo „razmazivanje“ indikatorske funkcije. Kako bi se izbjegla problematika „odbijanja” slobodne površine o rubove moramo paziti da domena mreže bude dovoljno velika kako bi se strujanje vratilo u početno stanje [8].

Promjer cilindra je 2 metra što znači da je dužina domene 28 metara, a širina 16 metara što se može vidjeti na Slici 5.



**Slika 5. Dimenzije domene izražene u omjeru s promjerom cilindra**

Na Slici 6 vidljivo je profinjenje mreže u području cilindra, odnosno u područjima gdje se događaju neke promjene koje bi mogle dovesti do nestabilnosti simulacije pri računanju ili do nepreciznih rezultata. Stoga, kao što je prikazano područje oko cilindra gradacijski je profinjeno prema području slobodne površine odnosno na visini  $z=5$  m.



**Slika 6. 3D prikaz simulacijske domene**

Kako bi se sustav mogao riješiti, nužno je definirati rubne uvjete specifične disipacije i turbulentne kinetičke energije.

Na zidovima i ulaznoj granici su zadane konstantne vrijednosti, a ostale granice su slobodni izlazi. Budući da se turbulencija u graničnom sloju blizu zida razlikuje od ostatka, zadaju se konstantne vrijednosti brzine zidova. Nailaskom strujanja na zid stvaraju se mali vrtlozi u graničnom sloju koji se nakon odvajanja pretvaraju u veće vrtloge [9]. Zbog velikih gradijenata brzine i turbulentnih svojstava u blizini zida potrebno je napraviti model s velikim brojem kontrolnih volumena u graničnom sloju kako bi se dobro opisao tok u graničnom sloju.

Problem se rješava korištenjem funkcija zida. Služeći se tom metodom mora se odrediti bezdimenzijska udaljenost od zida ovisna o području turbulentnog strujanja.

Podjela turbulentnog strujanja blizu zida [10]:

1. Viskozni podsloj:  $0 < y^+ \leq 5$
2. Prijelazni sloj:  $5 < y^+ \leq 30$
3. Inercijski sloj:  $30 < y^+ \leq 200$

Bezdimenzijska udaljenost od zida  $y^+$  se računa kao umnožak brzine trenja na zidu  $u_\tau$  i stvarne udaljenosti od zida  $y$ , podijeljen s lokalnom kinematičkom viskonošću fluida  $\nu$ :

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}. \quad (5)$$

U završnom radu obrađene su 4 brzine nastrojavanja fluida na vertikalni cilindar te zbog toga svaki od slučajeva ima svoje vrijednosti turbulentne kinetičke energije i specifične disipacije turbulentne kinetičke energije što je prikazano u Tablici 3.

**Tablica 3. Vrijednosti parametara  $k$  i  $\omega$**

Brzina fluida – $v$ [m/s]	0,5	1	1,5	2
Turbulentna kinetička energija – $k$ [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	0,00015	0,006	0,00135	0,0024
Specifična disipacija – $\omega$ [1/s]	0,9934	3,9735	8,9404	15,894

Važno je napomenuti da se u proračunu, zbog pojednostavljenja, uzimalo da je brzina obje faze jednaka jer kada bi brzina zraka bila nula može doći do numeričke nestabilnosti u simulaciji te ovako postizemo stabilnost bez velikog utjecaja na rezultate simulacije budući da zrak stvara zanemarivu silu na vertikalni cilindar

Budući da su različite brzine nastrojavanja različite su i vrijednosti Reynoldsovog te Froudeovog broja kao što je prikazano u Tablici 4.

$$Re = \frac{vD}{\nu}, \quad (6)$$

gdje je  $v$  brzina fluida,  $D$  promjer cilindra, te  $\nu$  kinematička viskoznost fluida.

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gD}}. \quad (7)$$

**Tablica 4. Vrijednosti Reynoldsovog i Froudeovog broja**

Brzina fluida – $v$ [m/s]	0,5	1	1,5	2
Reynoldsov broj (zrak)	65274	130548	195822	261096
Reynoldsov broj (morska voda)	940734	1881468	2822201	3762935
Froudeov broj (zrak=morska voda)	0,1129	0,2258	0,3387	0,4516

U CFD simulacijama rubovi domene su u većini slučajeva tipični, a najčešći tipovi (također korišteni ovdje) su:

- Inlet (ulazna granica)

Za polje tlaka je zadana vrijednost nultog gradijenta, a polje brzine je fiksna vrijednost. Za polje brzine na ulazu je zadano kao fiksna vrijednost, kao i vrijednosti indikatorske funkcije, turbulentne kinetičke energije i specifične disipacije.

- Outlet (izlazna granica)

Na izlazu je vrijednost tlaka fiksna, a vrijednost polja brzine je nultog gradijenta to znači da se strujanje nastavlja bez promjena. Kao i za polje brzina, indikatorska funkcija, turbulentna kinetička energija i specifična disipacija imaju vrijednost nultog gradijenta.



- Wall (nepropusni zid)

Budući da nema protoka kroz zid, zadaje se nulti gradijent dinamičkog tlaka. Ukoliko se zid ne giba, kao u našem slučaju, brzina fluida na nepropusnom zidu se zadaje jednaka nuli, odnosno jednaka brzini zida ukoliko se zid giba. Za turbulentnu kinetičku energiju i specifičnu disipaciju koriste se konstantne vrijednosti, a indikatorska funkcija je nultog gradijenta.

### 3.3. Strukturni model

#### 3.3.1. Korišteni matematički modeli u programskom paketu NASTRAN

Za proračun naprezanja strukturnog modela koristi se metoda konačnih elemenata. Ova metoda uspješno rješava složene parcijalne diferencijalne jednačbe. Beskonačan broj stupnjeva slobode fizički se diskretizira u elemente s končanim brojem stupnjeva slobode. Složeni konstrukcijski oblik dijelimo na više manjih jednostavnih elemenata (ploče, ljske, grede, štapovi, ...) koji se kombiniraju poštujući rubne uvjete i uvjete na spoju elemenata (uvjeti kompatibilnosti). Ova metoda omogućuje fleksibilnost postavljanja mreže te tako možemo obuhvatiti složenije oblike, ali i postaviti gušću mrežu na mjestima na kojima je. Što je mreža gušća rezultati su u principu precizniji.

#### 3.3.2. Postavljanje jednačbe konačnog elementa

Osnovna jednačba konačnog elementa glasi

$$[k]\{\delta\} = \{f\} - \{f\}_p \quad (8)$$

- gdje je :

$[k]$  – matrica krutosti konačnog elementa

$\{\delta\}$  – vektor čvornih pomaka konačnog elementa

$\{f\}$  – vektor čvornih sila konačnog elementa

$\{f\}_p$  – vektor čvornih sila uslijed površinskog opterećenja konačnog elementa

Nakon definiranja svih elemenata jednadžbe konačnog elementa određuje se globalna jednadžba modela ljuske sastavljenog od konačnih elemenata [7].

$$[K]\{\Delta\} = \{F\} - \{F\}_p \quad (9)$$

- gdje je:

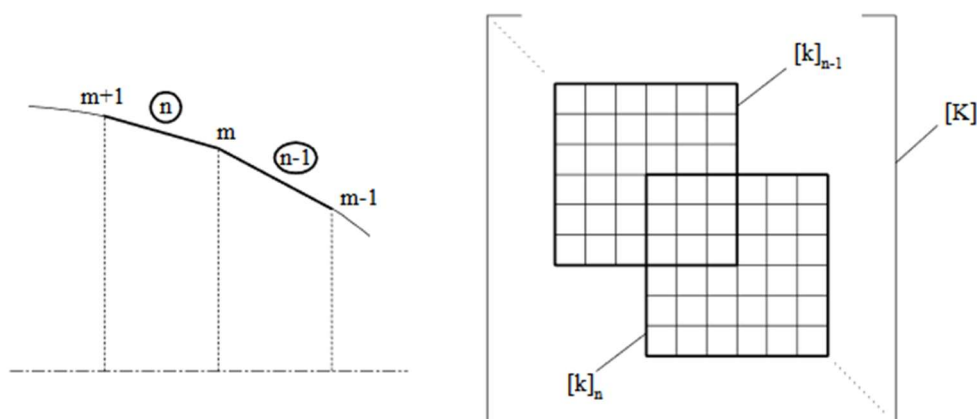
$[K]$  – matrica krutosti,

$\{\Delta\}$  - vektor čvornih pomaka,

$\{F\}$  - vektor čvornih sila,

$\{F\}_p$  - vektor čvornih sila uslijed površinskog opterećenja modela.

Kao što se vidi na Slici 7 matrica krutosti  $[K]$  se formira preklapanje matrica krutosti pojedinih elemenata  $[k]$ . Također, preklapanjem vektora  $\{f\}_p$  dobiva se vektor  $\{F\}_p$  čvornih sila uslijed površinskog opterećenja modela.

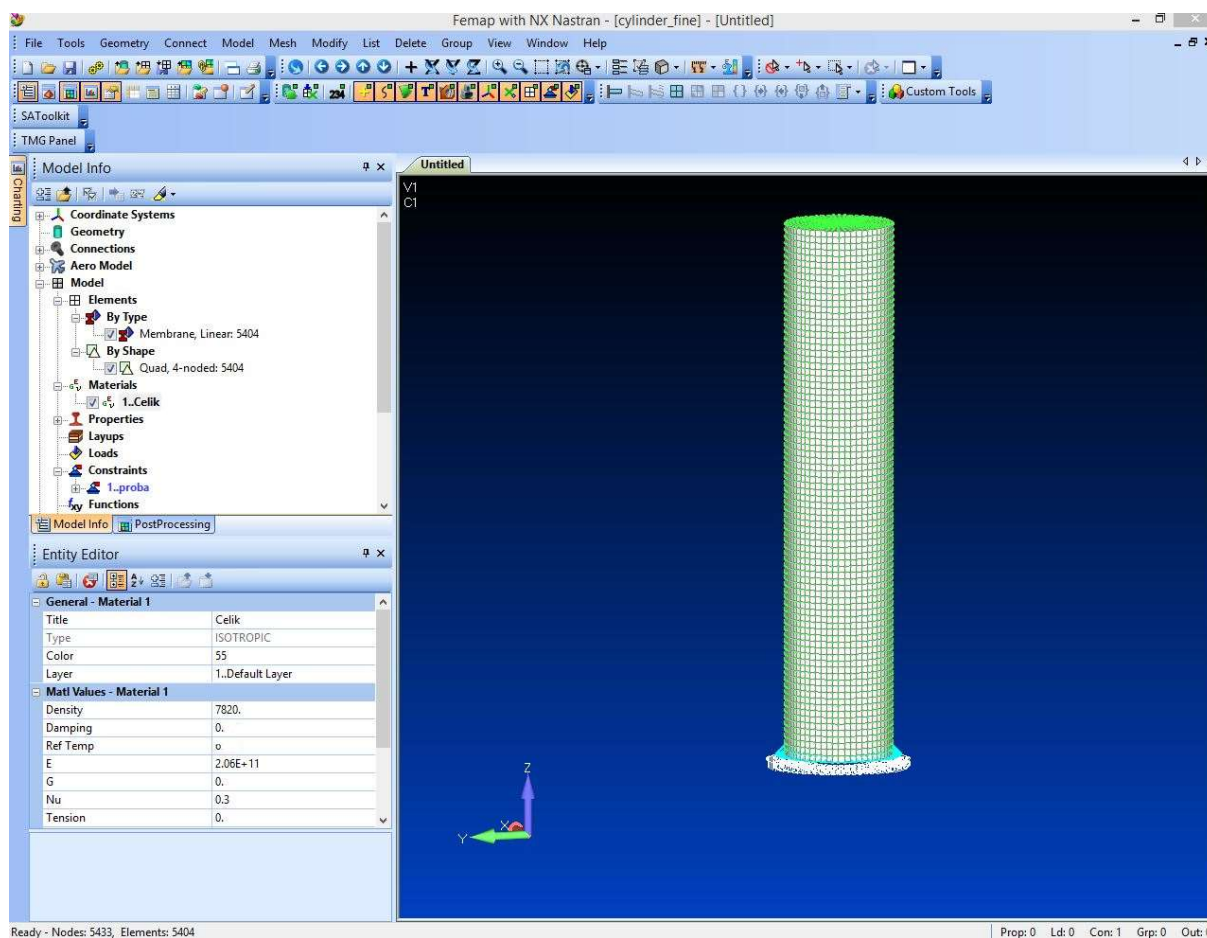


Slika 7. Spajanje konačnih elemenata

### 3.3.3. Strukturna mreža

Za izradu mreže potrebno je napraviti cilindar odgovarajućih dimenzija te mu pridružiti odgovarajuća materijalna svojstva. Materijal cilindra je čelik gustoće  $7820 \text{ kg/m}^3$ .

Strukturna mreža napravljena je u FEMAP-u te broji 5404 elementa i 5433 čvora kao što se vidi na Slici 8. Kako bi se prikazao spoj dna cilindra na morsko dno, svi čvorovi dna cilindra su uklješteni odnosno imaju spriječena tri translacijska i tri rotacijska pomaka.

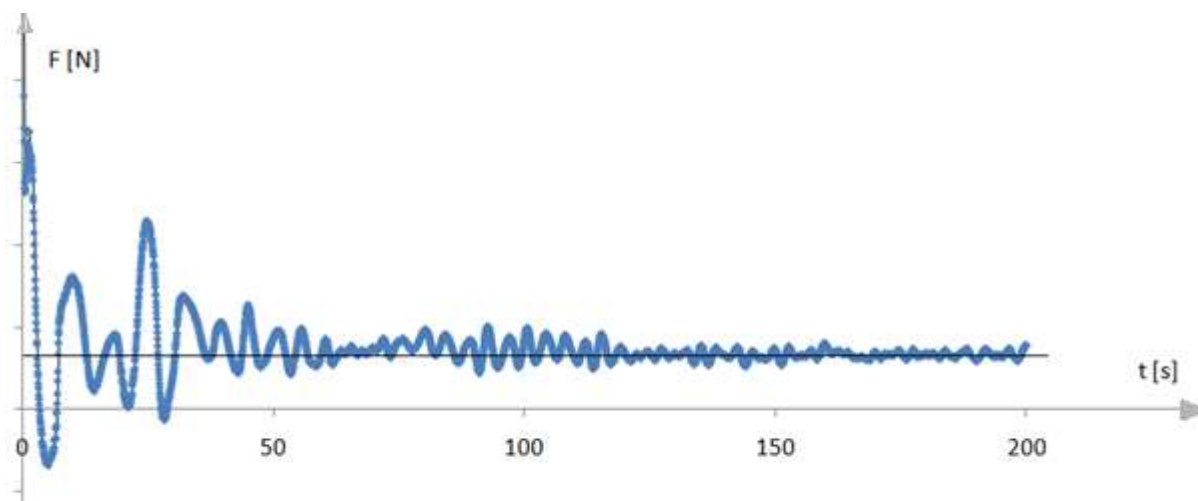


Slika 8. Sučelje programskog paketa FEMAP s rješavačem NX NASTRANOM

## 4. ANALIZA REZULTATA PRORAČUNA

### 4.1. Rezultati hidrodinamičkih proračuna

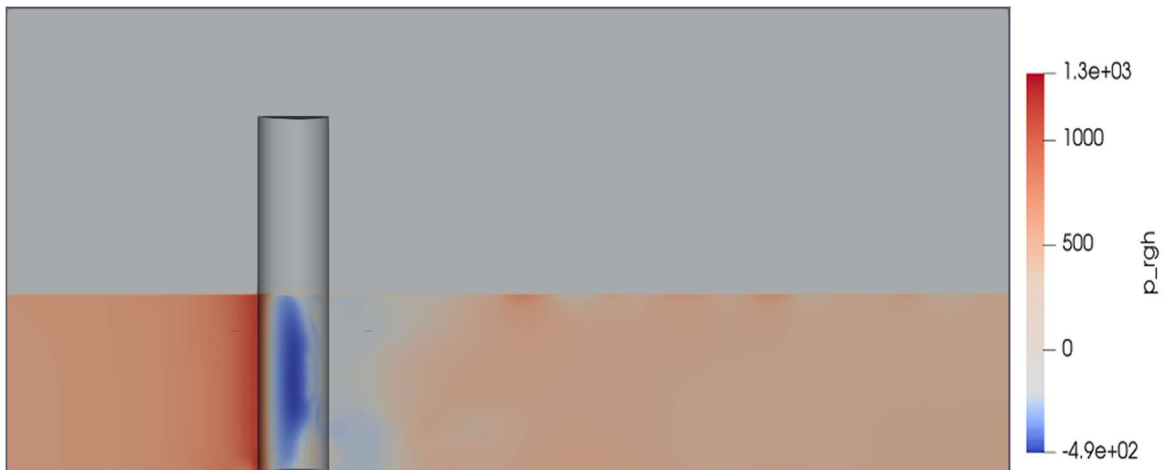
Jedan od uvjeta uspješne računalne simulacije jest konvergencija rezultata. Prilikom rješavanja viskoznog strujanja primijećene su izražene tranzijentne pojave. S obzirom na različite vrijednosti Froudeovog i Reynoldsovog broja za različite brzine i nepovoljnu geometriju opstrujavanog objekta dolazi do odvajanja strujanja u pozadini cilindra [8]. U ovom slučaju simulacija nikada neće u potpunosti konvergirati, kao što se vidi na Slici 9, zbog turbulentnog strujanja nastalog u pozadini cilindra što odgovara predviđanjima na Slici 1.



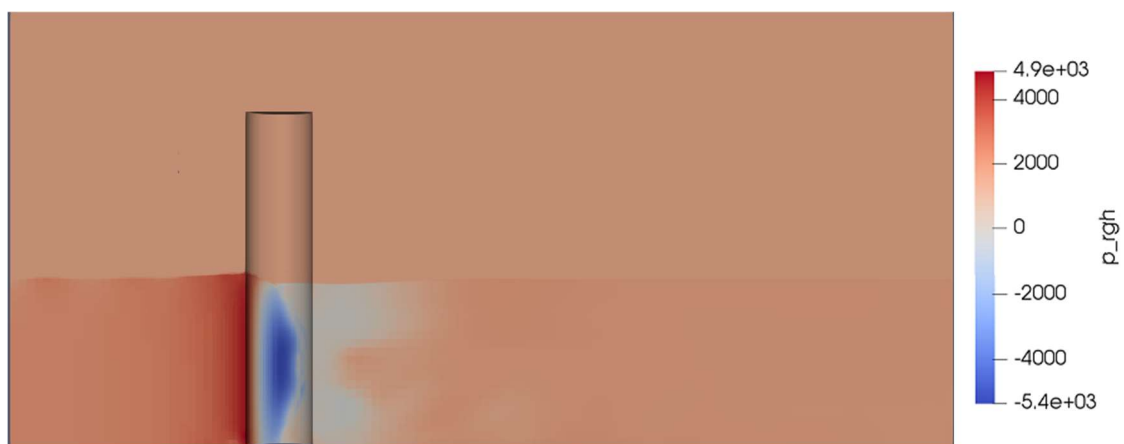
Slika 9. Krivulja konvergencije rezultata sile u hidrodinamičkom proračunu

Pri nastujavanju fluida na konstrukciju pojavljuje se točka zastoja. U točki zastoja hidrodinamički tlak i brzina postižu dijametralne vrijednosti, odnosno hidrodinamički tlak postiže svoju maksimalnu, a brzina svoju minimalnu vrijednost što se i slikovito vidi na grafičkim prikazima tlaka za različite brzine nastujavanja. Maksimalna pozitivna vrijednost tlaka prikazana je žarko crvenom bojom dok je maksimalna negativna vrijednost prikazana tamno plavom bojom. Naposljetku, kao što je i za očekivati hidrodinamički tlak u dijelu domene „ispunjene“ zrakom, zbog gustoće koja je naspram gustoće vode izrazito mala, iznosi približno nula.

Na Slikama 10 i 11 prikazane su vrijednosti tlaka za brzinu 0,5 m/s i brzinu 2 m/s, odnosno za minimalnu i maksimalnu brzinu. Pri maksimalnoj brzini najveća vrijednost tlaka je skoro 4 puta veća nego pri minimalnoj brzini. Također vidljivo je da pri brzini 2 m/s dolazi do većeg izdizanja slobodne površine pri kontaktu s vertikalnim cilindrom.

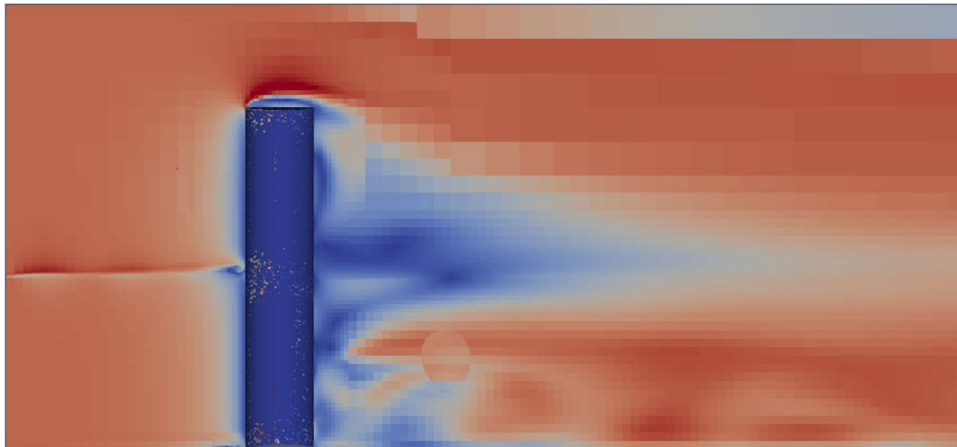


Slika 10. Grafički prikaz hidrodinamičkog tlaka za brzinu 0,5 m/s



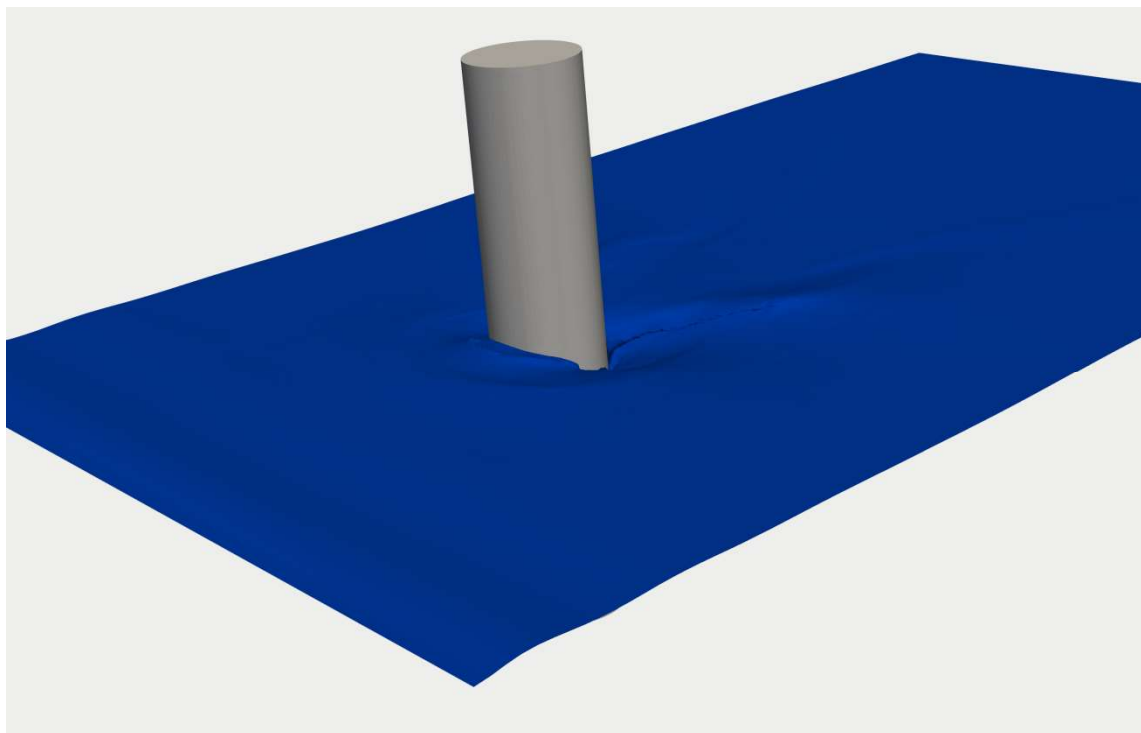
Slika 11. Grafički prikaz hidrodinamičkog tlaka za brzinu 2 m/s

Kao što je prikazano na Slici 12 brzina nastrujavanja postiže nultu vrijednost u točkama zastoja na prednjoj strani cilindra i na dnu domene koja simulira morsko dno. Brzina strujanja će svoju maksimalnu vrijednost postići u području iznad cilindra gdje dolazi do ubrzavanja zbog razlike u tlakovima koji je na slici grafički prikazan žarko crvenom bojom, a na područjima gdje brzina iznosi nula vidljiva je tamno plava boja.



**Slika 12. Grafički prikaz raspodjele brzine u fluidu**

U svakoj od provedenih simulacija fluid u domenu ulazi jednom od zadanih početnih brzina. Budući da nastrujavanje na prepreku uzrokuje poremećaj površine, odnosno stvaranje valova i vrtloga, pojavljuje se izdizanje i spuštanje slobodne površine. Razlika u odnosu na neporemećenu liniju slobodne površine sve se više očituje povećanjem početne brzine. Što je brzina veća utjecaj se sve više vidi ne samo iza prepreke već i ispred prepreke na koju fluid nastrujava. Značajka koja pokazuje vrstu fluida označava se sa  $\alpha$  gdje je  $\alpha=1$  za tekućinu, a  $\alpha=0$  faza zraka pa se slobodna površina može interpolirati s konturom  $\alpha=0$  kao što se vidi na slici 13.



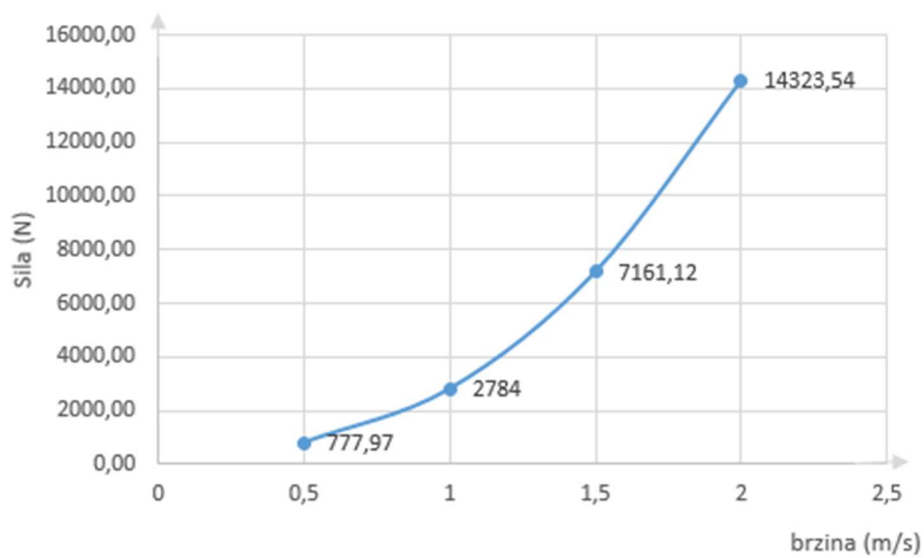
Slika 13. Grafički prikaz poremećene površine

Zbog nestrujavanja fluida na mirujuće tijelo javljaju se sile na tijelu uzrokovane hidrodinamičkom uzbudom. Kao što je i očekivano s porastom brzine porasla je i sila koja djeluje na cilindar. Rezultati sile dobiveni su CFD simulacijom. U Tablici 5 prikazane su sile po komponentama, ukupna sila te udio aksijalne komponente sile u ukupnoj. Na Slici 14 prikazana je ukupna sila, dobivena kao korijen zbroja kvadrata svih komponenti sile.

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad (13)$$

Tablica 5. Sile na cilindar

$v$ [m/s]	$F_x$ [N]	$F_y$ [N]	$F_z$ [N]	$F$ [N]	$F_x/F$ [%]
0,5	-769,51	98,31	58,57	777,97	98,91
1	-2783,25	23,47	59,82	2784	99,97
1,5	-7156,65	245,41	61,59	7161,12	99,94
2	-14248,3	1464,47	63,96	14323,54	99,47



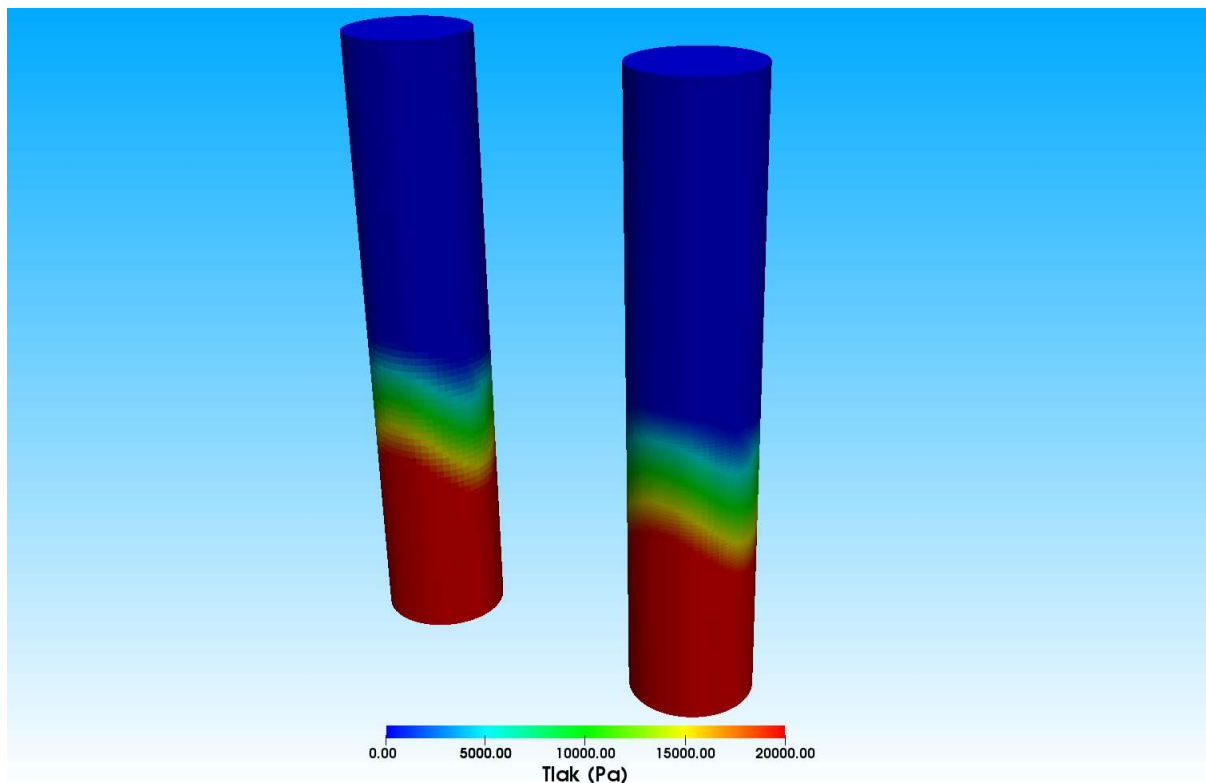
**Slika 14. Krivulja sile hidrodinamičkog tlaka na cilindru pri različitim brzinama**

Porast sile na cilindar povećanjem brzine u skladu je s očekivanjima.



## 4.2. Prijenos opterećenja s hidrodinamičkog modela na strukturni model

Za verifikaciju kvalitete prijenosa opterećenja BRIDGE\_HS-om provjereno je koliko se sila umanjuje na strukturnoj u odnosu na hidrodinamičku mrežu poput onih prikazanih na Slici 15.



Slika 15. Grafički prikaz mreže vertikalnog cilindra u CFD-u (lijevo) i mreže strukturnog modela (desno)

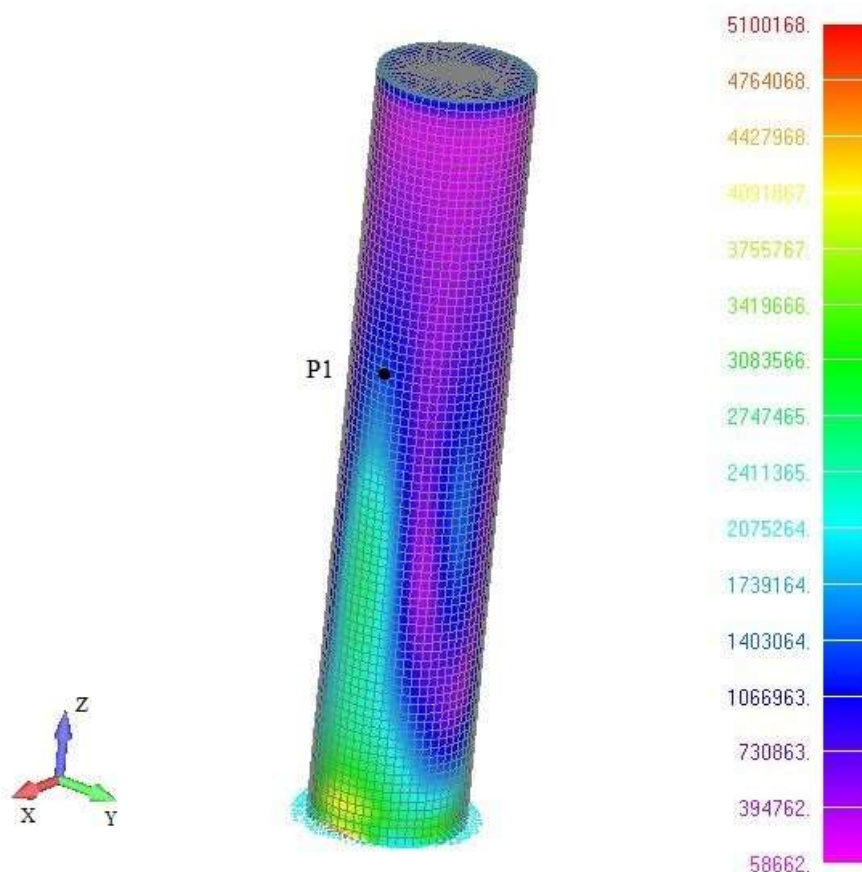
Postotak greške interpolacije pri prijenosu opterećenja, prikazan u Tablici 6, jest zanemariv i time smatramo da je prijenos opterećenja s jedne na drugu mrežu kvalitetan.

Tablica 6. Postotak greške interpolacije pri prijenosu opterećenja

$v$ (m/s)	$F_X^{CFD}$ (N)	$F_X^{FEM}$ (N)	FEM/CFD %
0,5	-769,51	-768,97	0,07
1	-2783,25	-2780,69	0,092
1,5	-7156,65	-7148,79	0,11
2	-14248,3	-14229,3	0,13

### 4.3. Rezultati analize strukturnog odziva

Za analizu rezultata odabrane su točke na cilindru kao što je prikazano na Slici 16.



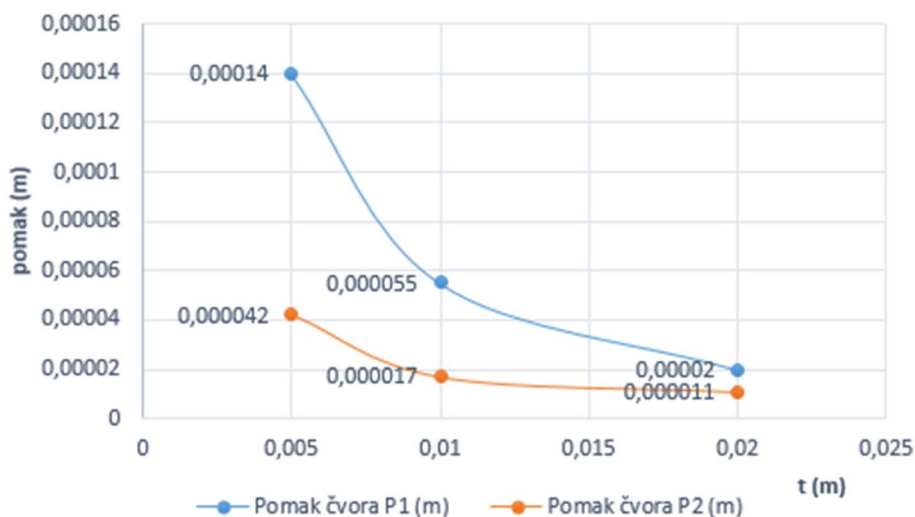
Slika 16. Strukturni odziv cillindra

Odabrani čvor P1 na kojem je promatran pomak cilindra naznačen je crnom točkom, a čvor P2 se nalazi na drugom kraju promjera cilindra.

Rezultati su dobiveni pomoću programskog alata NX NASTRAN te se ponašaju shodno očekivanjima. Najveća naprezanja pojavljuju se u uklještenju odnosno u podnožju cilindra čemu također doprinosi i statički tlak fluida koji raste s dubinom morske vode. U Tablici 7 pokazani su pomaci dvaju odabranih čvorova na strukturnoj mreži cilindra. Kao što se povećanjem brzine povećava sila tako se povećava i otklon cilindra. U tablicama i na slikama ispod pokazani su pomaci dvaju odabranih čvorova na cilindru.

Tablica 7. Pomak u čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 0,5 m/s

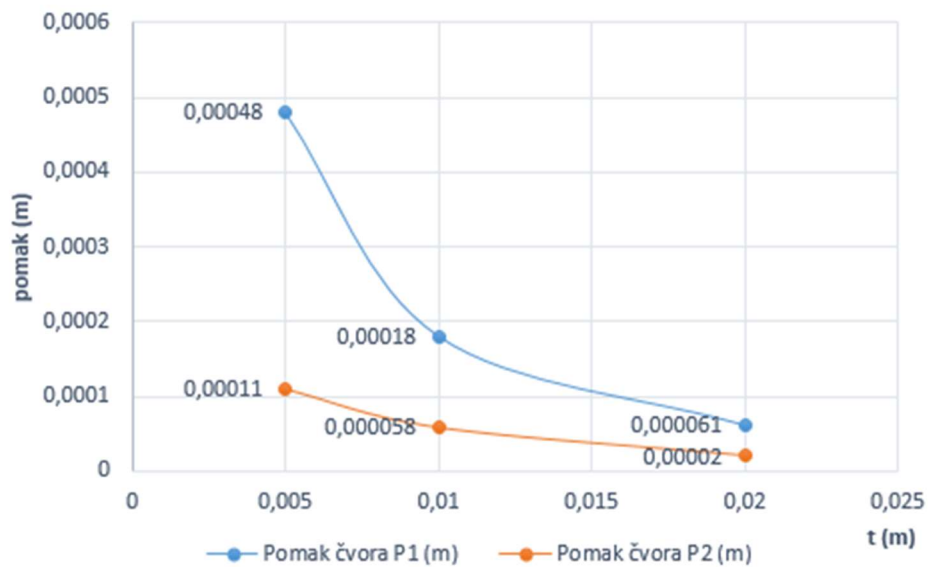
Nastrujavanje fluida brzinom 0,5 m/s			
Debljina stijenke (m):	0,005	0,01	0,02
Pomak čvora P1 (m)	0,00014	0,000055	0,00002
Pomak čvora P2 (m)	0,000042	0,000017	0,000011



Slika 17. Pomak u odabranim čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 0,5 m/s

Tablica 8. Pomak u čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 1 m/s

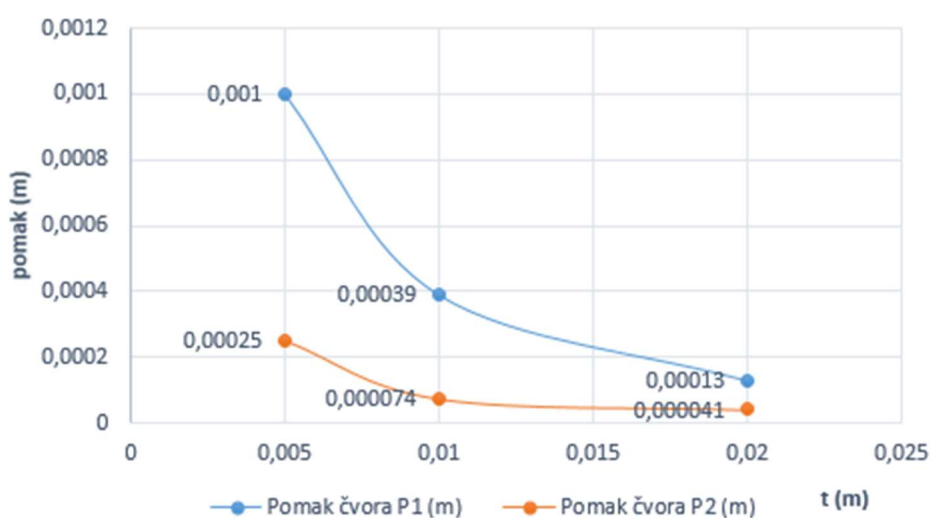
Nastrujavanje fluida brzinom 1 m/s			
Debljina stijenke (m):	0,005	0,01	0,02
Pomak čvora P1 (m)	0,00048	0,00018	0,000061
Pomak čvora P2 (m)	0,00011	0,000058	0,00002



Slika 18. Pomak u odabranim čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 1m/s

Tablica 9. Pomak u čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 1,5 m/s

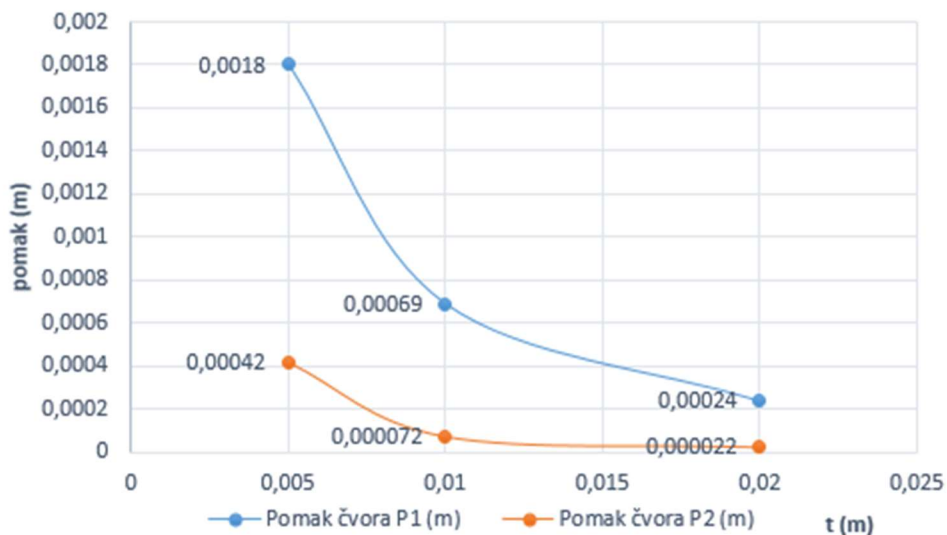
Nastrujavanje fluida brzinom 1,5 m/s			
Debljina stijenke (m):	0,005	0,01	0,02
Pomak čvora P1 (m)	0,001	0,00039	0,00013
Pomak čvora P2 (m)	0,00025	0,000074	0,000041



Slika 19. Pomak u odabranim čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 1,5 m/s

**Tablica 10. Pomak u čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 1,5 m/s**

Nastrujavanje fluida brzinom 2 m/s			
Debljina stijenke (m):	0,005	0,01	0,02
Pomak čvora P1 (m)	0,0018	0,00069	0,00024
Pomak čvora P2 (m)	0,00042	0,000072	0,000022

**Slika 20. Pomak u odabranim čvorovima za različite debljine stijenke pri brzini 2 m/s**

Kao što je vidljivo iz slika i tablica pri svim brzinama povećanjem debljine stijenke dolazi do smanjenja pomaka u promatranim točkama. Pomaci su za sve debljine stijenke najveći pri najvećoj brzini.

---

## 5. ZAKLJUČAK

U ovom završnom radu analiziran je odziv konstrukcije vertikalnog cilindra uslijed djelovanja hidrodinamičkog opterećenja. Opisani su korišteni programski paketi i matematički modeli koji se koriste za njihov rad. Pomoću programskog paketa OpenFOAM proračunate su vrijednosti hidrodinamičkog tlaka za četiri različite brzine nastrujavanja fluida na cilindar. Rezultati hidrodinamičkog proračuna spregnuti su sa strukturnim modelom pomoću programskog paketa BRIDGE\_HS koji potrebne vrijednosti prebacuje s hidrodinamičke mreže na mrežu strukturnog modela kako bi se izračunao strukturni odziv. Strukturni model razvijen je u programskom paketu FEMAP s rješavačem NX NASTRAN.

Analiza rezultata potvrdila je da se uporabom programskog paketa BRIDGE\_HS, uz gotovo zanemarive gubitke, sile iz hidrodinamičkog proračuna mogu vjerno prenijeti na proračun strukturnog odziva. Kao takav ovaj programski paket ima potencijal u budućnosti uvelike pomoći pri procesima sprežanja hidrodinamičkih i strukturnih modela daleko složenijih nego što je to bilo ilustrirano na ovom primjeru.

---

**LITERATURA**

- [1] <https://openfoam.org/>, 2020.
- [2] Bakica A., Malenica Š., Vladimir N.: Hydro-structure coupling of CFD and FEM – Quasi-static approach, 2020, Ocean Engineering, prihvaćeno za objavljivanje.
- [3] <https://en.wikipedia.org/wiki/Nastran>.
- [4] Wilcox, D. C.: Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries, Inc., California, 1993.
- [5] [https://www.cfd-online.com/Wiki/SST\\_k-omega\\_model](https://www.cfd-online.com/Wiki/SST_k-omega_model), 2020.
- [6] Ubbink, O.: Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces, Imperial College of Science, Technology & Medicine, London, 1997.
- [7] Grubišić, R.: Teorija konstrukcija primjeri statičke analize elemenata konstrukcije, Zagreb, 1997.
- [8] Tu J., Yeoh G. H., Liu C.: Computational Fluid Dynamics (Third Edition), 2018.
- [9] Xiao, H. Huang, W. Tao, T. Liu, C.: Numerical modeling of wave – current forces acting on horizontal cylinder of marine structures by VOF method, 2013.
- [10] Bredberg, J.: On the Wall Boundary Conditions for Turbulence Models, Chalmers Universtiy of Technology, Sweden, 2000.

---

**PRILOZI**

I. CD-R disk