

Aerodinamička svojstva hibridnog dirigibilea

Kučera, Rihard

Undergraduate thesis / Završni rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:970519>

Rights / Prava: [Attribution 4.0 International](#)/[Imenovanje 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-01**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Rihard Kučera

ZAGREB, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

AERODINAMIČKA SVOJSTVA HIBRIDNOG DIRIGIBLEA

Mentor:

Doc. dr.sc. Dubravko Matijašević

Student:

Rihard Kučera

ZAGREB, 2020.

Najviše se zahvaljujem svojoj obitelji na ljubavi, potpori, vrednotama, odgoju i svemu ostalome, što me učinilo čovjekom, kakav sam danas!

Zahvaljujem se mentoru na stručnom vodstvu i strpljenju.

Zahvaljujem se profesoru Doc. dr. sc. Severino Krizmaniću, koji me potaknuo da se uhvatim u koštac s ovako izazovnim područjem, kao što je aerodinamika.

Zahvaljujem se svojoj djevojci na podršci tijekom studiranja.

Izjava

Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, rujan 2020.

Rihard Kučera



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa: 602 - 04 / 20 - 6 / 3	
Ur. broj: 15 - 1703 - 20 -	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Rihard Kučera** Mat. br.: 0035205753

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Aerodinamička svojstva hibridnog dirigibilea**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Aerodynamic properties of a hybrid dirigibile**

Opis zadatka:

Za let kroz atmosferu koriste se dvije taktike. U prvoj, letjelica teža od zraka relativnim kretanjem uzgonskih elemenata kroz fluid stvara silu koja se suprotstavlja njenoj težini. Drugu taktiku koriste letjelice čija je prosječna gustoća sumjerljiva lokalnoj gustoći atmosfere. Dvije su klase letjelica koje koriste tu drugu taktiku: aerostati, u načelu neupravljive (osim s promjenom prosječne gustoće) letjelice koje su nošene atmosferom; i dirigibilei, letjelice koje svoju težinu nose aerostatski, ali su i upravljive pomoću vlastitog pogona. U zadnje vrijeme, dirigibilei na mala vrata ulaze u svoju renesansu gdje poprimaju različite oblike za različite namjene. Većina dirigibilea u povijesti je bila oblika elipsoida, ponajviše što je taj oblik aerodinamički dobro istražen. No, numeričke metode dozvoljavaju aproksimaciju aerodinamičkih opterećenja na proizvoljne oblike.

Relativno je malo pokušaja kombiniranja taktika za let kroz atmosferu, kada je uzgon kombinacija statičkog i dinamičkog uzgona (hibridni dirigibile), no ti su pokušaji tipično uspješni. Hibridni dirigibile ima bolja manevarska svojstva od običnog dirigibilea. Također, može prevesti više tereta na veće udaljenosti, i ostati dulje u zraku, od običnog aviona.

U okviru ovoga rada promatra se aerodinamika hibridnog dirigibilea. U tu srhu potrebno je usvojiti metodologiju za predmetni problem, predložiti geometriju dirigibilea promatrane klase te odrediti aerodinamička svojstva predložene geometrije. Razmatranje ograničiti na dirigibile koji ima deltoidan tlocrt, skoro eliptične poprečne presjeka dok su uzdužni presjeci u obliku aeroprofila.

U okviru rada potrebno je prezentirati problem i korištene metode, komentirati dobivene rezultate te navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Datum predaje rada:	Predviđeni datumi obrane:
15. svibnja 2020.	2. rok (izvanredni): 1. srpnja 2020. 3. rok: 17. rujna 2020.	2. rok (izvanredni): 3.7.2020. 3. rok: 21.9. - 25.9.2020.

Zadatak zadao: _____ Predsjednik Povjerenstva:

Doc. dr.sc. Dubravko Matijašević

Prof. dr. sc. Igor Balen

Sadržaj

Sadržaj	v
Popis slika	viii
Popis tablica	x
Popis oznaka	xi
Sažetak	xiii
Summary	xiv
1. Uvod	1
1.1. Kratka kulturna povijest zračnih brodova	2
1.2. Tijek istraživanja	3
1.3. Hibridni dirigibile	4
1.4. Generiranje statičkog uzgona	6
1.5. Konceptija aerodinamičkog ispitivanja	8
2. Matematički model	10
2.1. Necirkulacijski tok idealnog fluida	10
2.1.1. Impuls sile	11
2.1.2. Kinetička energija fluida	15
2.1.3. Kratak osvrt na matricu pridruženih masa	16

	vi
2.1.4. Munkov moment	16
2.1.5. Zapis sila i momenata u sustavu referencije letjelice	17
2.2. Cirkulacijski tok idealnog fluida	18
2.3. Cirkulacijski tok viskoznog fluida	20
2.3.1. Zakon očuvanja mase	22
2.3.2. Zakon očuvanja količine gibanja	22
3. Numerički model	23
3.1. Metoda rubnih elemenata	23
3.1.1. Osnove	23
3.1.2. XFLR	24
3.2. Metoda konačnih volumena	25
3.2.1. Osnove	25
3.2.2. Necirkulacijski	27
3.2.3. Cirkulacijski	27
4. Rezultati	30
4.1. Necirkulacijski	30
4.1.1. Validacija rezultata numeričkih proračuna	30
4.1.2. Rezultati za novi hibridni dirigibile	32
4.2. Cirkulacijski	32
4.2.1. Let bez kuta klizanja	35
4.2.2. Let sa kutem klizanja	40
5. Zaključak	41
A. Diskretizacija proračunske domene i postavke simulacija za proračun pridruženih masa	43
B. Pojednosti RANS numeričkih simulacija	45
B.1. Diskretizacija proračunske domene	45
B.1.1. Simetričan problem	45
B.1.2. Nesimetričan problem	48
B.2. Postavke simulacija	49

	vii
	<hr/>
C. Post-procesiranje RANS proračuna za $\beta \neq 0$	50
Literatura	61

Popis slika

1.1	Konstrukcija geometrije novog dirigibilea	5
1.2	Sustav upravljanja statičkim uzgonom	7
2.1	Veza između aerodinamičkog i sustava referencije letjelice	18
4.1	Usporedba geometrije MC 500 i novog hibridnog dirigibilea	33
4.2	Aerodinamičke značajke novog dirigibilea prema proširenoj panelnoj metodi iz XFLR-a	34
4.3	Raspored cirkulacije duž razmaha krila	36
4.4	Vrtložni režim strujanja prikazan izo-plohom polja $Q = 200s^{-2}$	37
4.5	Strujnice izrađene pomoću izo-plohama polja Q	38
4.6	Dijagrami koeficijenata aerodinamičkih sila za $\beta = 0$	39
4.7	Dijagrami koeficijenata aerodinamičkih momenata za $\beta = 0$	39
A.1	Proračunska domena za izračun pridruženih masa	43
B.1	Proračunska domena za simetričan slučaj	45
B.2	Dimenzija globalne domene i dodatnih područja profinjenja oko letjelice	46
B.3	Mreža na površini dirigibilea iz položaja gornjeg tlocrta	46
B.4	Globalna profinjenja iz pogleda bokocrta	47
B.5	Detalj profinjenja na oštrom izlaznom bridu	47
B.6	Proračunska domena za nesimetričan slučaj	48
C.1	Prikaz vektora tangencijalnih naprezanja pri $\alpha = 5^\circ$	50

C.2	Prikaz vektora tangencijalnih naprezanja pri $\alpha = 15^\circ$	51
C.3	Prikaz vektora tangencijalnih naprezanja pri $\alpha = 20^\circ$	51
C.4	Prikaz ploha vrtložnosti oko dirigibilea pri $\alpha = 5^\circ$	52
C.5	Prikaz ploha vrtložnosti oko dirigibilea pri $\alpha = 15^\circ$	52
C.6	Prikaz ploha vrtložnosti oko dirigibilea pri $\alpha = 20^\circ$	53
C.7	Prikaz strujnica načinjenih na temelju ploha vrtložnosti pri $\alpha = 5^\circ$	53
C.8	Prikaz strujnica načinjenih na temelju ploha vrtložnosti pri $\alpha = 15^\circ$	54
C.9	Prikaz strujnica načinjenih na temelju ploha vrtložnosti pri $\alpha = 20^\circ$	54
C.10	Koeficijenti aerodinamičkih momenata pri $\alpha = 5^\circ$	55
C.11	Koeficijenti aerodinamičkih momenata pri $\alpha = 15^\circ$	56
C.12	Koeficijenti aerodinamičkih momenata pri $\alpha = 20^\circ$	57
C.13	Aerodinamičke značajke pri $\beta = 15^\circ$	58
C.14	Aerodinamičke značajke pri $\beta = 30^\circ$	59
C.15	Aerodinamičke značajke pri $\beta = 30^\circ$	60

Popis tablica

1.1	Konfiguracija letjelice Aereon III	3
1.2	Konfiguracija letjelice Ocek	3
1.3	Konfiguracija letjelice Dirisoft MC-500	4
1.4	Preliminarna konfiguracija novog hibridnog dirigibilea	5
1.5	Konfiguracije različitih tipova zračnih brodova	6
4.1	Rubni uvjeti za sferu	31
4.2	Rezultati numeričkog proračuna za sferu	31
4.3	Rubni uvjeti za elipsoid	31
4.4	Rezultati numeričkog proračuna za elipsoid	31
4.5	Rubni uvjeti za dirigibile	32
4.6	Rezultati numeričkog proračuna za dirigibile	32
4.7	Usporedba rezultata XFLR-a i RANS-a	35
A.1	Rubni uvjeti na diskretiziranoj domeni	44
A.2	Postavke numeričkih shema za proračun pridruženih masa	44
B.1	Rubni uvjeti za simetričan problem	47
B.2	Rubni uvjeti za nesimetričan problem	48

Popis oznaka

α	napadni kut brzine slobodne struje u odnosu na pravac referentne tetive [°]	18
\mathcal{R}	aspektni odnos (vitkost krila)	4
β	kut klizanja brzine slobodne struje u odnosu na ravninu simetrije letjelice [°]	18
δ_{ij}	Kroneckerov delta simbol	14
ϵ	brzina disipacije kinetičke energije turbulencije [m ² /s ³]	28
Γ	intenzitet cirkulacije [m ² /s]	25
λ	suženje krila	4
μ	dinamička viskoznost [N/m ²]	21
μ_t	dinamička turbulentna viskoznost [N/m ²]	28
ν	kinematička viskoznost [m ² /s]	49
ν_t	kinematička turbulentna viskoznost [m ² /s]	49
ω	specifična brzina disipacije kinetičke energije turbulencije [1/s]	28
ρ	gustoća [kg/m ³]	21
Σ_{ji}	devijatorski dio tenzora naprezanja [N/m ²]	21
σ_{ji}	tenzor naprezanja [N/m ²]	21
ε_{ijk}	permutacijski (Levi - Civita) simbol	17
φ	polje perturbacijskog potencijala brzine [m ² /s]	18
\mathbf{n}	vektor vanjske normale na površinu	22
\mathbf{U}	brzina leta letjelice [m/s]	11
\mathbf{V}_∞	slobodna struja [m/s]	11
b	raspon krila, [m]	4
c	brzina širenja zvuka u zraku pri normalnim uvjetima [m/s]	21

c_a	srednja aerodinamička tetiva, [m]	4
C_D	koeficijent otpora krila	32
C_L	koeficijent uzgona krila	32
C_l	koeficijent momenta valjanja	32
C_m	koeficijent momenta propinjanja	32
C_n	koeficijent momenta skretanja	32
C_Z	koeficijent bočne sile krila	32
f_i	vektor specifične masene sile uslijed ubrzanja	22
k	kinetička energija turbulencije [J/kg]	28
L	ukupna duljina letjelice, [m]	4
Ma	Machov broj	21
p	tlak [Pa]	21
Q	druga invarijanta polja ∇v [s ⁻²]	38
Re	Reynoldsov broj	27
S_{KV}	rub kontrolnog volumen [m ²]	22
S_m	rub materijalnog volumen [m ²]	22
S_{ref}	referentna (tlocrtna) površina krila [m ²]	4
v	perturbacija polja brzine [m/s]	21
V_{KV}	kontrolni volumen [m ³]	22
V_m	materijalni volumen [m ³]	22

Sažetak

Hibridni dirigibilei u novije doba doživljavaju svoju renesansu i nalaze svoju primjenu na raznim područjima ljudske djelatnosti. Kombiniranjem statičkog i dinamičkog uzgona pružaju potencijalnu alternativu nad klasičnim letjelicama naročito u logističkim zahtjevima i letačkim mogućnostima. U ovome radu provodi se aerodinamičko ispitivanje osnovne forme bez pogonskih elemenata i bez aktiviranih upravljačkih površina. Prikazuju se necirkulacijska i cirkulacijska aerodinamička opterećenja prema metodologiji usvojenoj za odabranu klasu letjelice. Nadalje, predstavlja se matematički model te rezultati numeričke implementacije proračuna vrijednosti pridruženih masa translacijskih modova gibanja letjelice. Konačno, komentiraju se dva rješenja cirkulacijskog toka za promatranu geometriju.

Ključne riječi: hibridni dirigibile, necirkulacijski tok, cirkulacijski tok, idealni fluid, viskozni fluid

Summary

Latterly, hybrid dirigibles have seen something of a renaissance. Their application occur in various fields of human activity. Employing the combination of static and dynamic buoyancy, they provide a potential alternative to conventional aircraft in terms of logistical requirements and flight capability. In this paper, the aerodynamic analysis of the basic configuration without propulsion elements nor activated control surfaces is performed. Aerodynamic loads due to circulatory and non-circulatory fluid motion are presented. Furthermore, the mathematical model and results of added masses values due to the translatory motion of dirigible is presented. Finally, two circulatory flow solutions for the selected geometry are commented.

Keywords: hybrid dirigible, non-circulatory flow, circulatory flow, ideal fluid, viscous fluid

1 Uvod

Nakon što su nekoliko desetljeća bili zanemareni, zračni brodovi opet su u središtu interesa, kako akademskih istraživanja, tako i u avioindustriji, ali i industriji visokih tehnologija općenito. Ovaj trend uglavnom je posljedica zabrinutosti za održivi razvoj, efikasniji transport teških tereta, potrebe rješavanja sigurnosnih državnih pitanja unutar civilnoga sektora – kao što je nadzor graničnih prijelaza u slučaju migrantskih kriza – ili efikasniji pristup rješavanja kriznih situacija, kao što je pristup unesrećenim područjima pogođenim prirodnim katastrofama ili prijevoz medicinskih potrepština u teško dostupna područja [1]. Istraživanje i razvoj novih konfiguracija letjelica u posljednje vrijeme ubrzano je ulaskom numeričkih ispitivanja u svakodnevnu inženjersku praksu te - djelomičnom - zamjenom za fizička ispitivanja [2]. Naime, u naravi su se karakteristike prvih letjelica - tako i dirigibile - ispitivale fizičkim modelima u zračnim tunelima. No, eksperimenti u naravi su puno skuplje od numeričkih uz to dugotrajna priprema glede osiguravanja točnosti i ponovljivosti pokusa također ne idu u prilog. Korištenjem računalnih simulacija, unutar kojih se izvode numerički eksperimenti, ispituje se utjecaj raznih konfiguracija na pojedine režime rada prije izrade prototipa, koji služi za provjeru rezultata numeričkog modeliranja. Tehnološki aspekt izrade prototipova i testnih letjelica danas također doživljava svojevrsnu renesansu. Ekonomičnost i pristupačnost aditivnih tehnologija proizvodnje, elektroničkih sklopova velike procesorske moći, kompaktnih visokoučinskih elektromotora i softverskih rješenja open-source zajednice pružaju bržu iterativnost u hardverskom dijelu. Optimalno raspolaganje novim izvorima energije, poput fotonaponskih ćelija i gorivih članaka, nudi nove mogućnosti implementacije sustava propulzije. Količina površine prekrivene solarnim ćelijama igraju

temeljnu ulogu u razvoju današnjih zračnih brodova. Klasični oblik rotacionog elipsoida kao rješenje, koje se dobro razumjelo od rane ere zračnih brodova [3], sve do kraja prošlog tisućljeća, jamči vrlo dobar omjer volumena i mase te mali otpor tijekom leta, no ova konfiguracija ima vrlo malu površinu dostupnu za solarne panele, što ograničava primjenjivost na energetske održive zračne brodove. Zbog tog ograničenja, razvoj se okrenuo prema izuzetno nekonvencionalnim oblicima [4].

1.1. Kratka kulturna povijest zračnih brodova

Letjelice, koje koriste načelo statičkoga uzgona prilikom svoga leta, dijele se na:

- balone: prostorno neograničeni, slobodnoplutajući i (u načelu) neupravljivi
- zračne brodove: koji su prostorno neograničeni, no tijekom leta upravljivi vlastitim pogonom.

Braća Montgolfier konstruirali su prvi zračni balon 1783. i odmah je jasno postavljen cilj, kako se upravljivost mora tehnički riješiti. Henri Giffard izradio je prvi putnički upravljivi zračni brod, pogonjen parnim strojem, koji je svoju težinu nosio zahvaljujući heliju. Giffard je iznio naziv dirigible kao terminologiju za upravljive zračne brodove (*franc.* dirigible znači upravljiv). Zatim je David Schwartz izradio prvi dirigibile s kompletnom metalnom konstrukcijom od aluminijske. Njegove ideje dalje je razvijao Ferdinand von Zeppelin. Aerodinamičkim oblikovanjem dirigiblea u zračnim tunelima tvornice Zeppelin bavio se istaknuti inženjer János Ábrahám, dok su najveći znanstveni doprinosi analitičkoj analizi aerodinamike dirigiblea dali Max Michael Munk, Theodore von Kármán i Ludwig Prandtl. Najznačajniju ulogu u popularizaciji leta dirigibileima imao je Alberto Santos-Dumont, brazilski pionir aviacije i inovator, koji je san o letu dirigibileima predstavio javnosti. Prve korake napravio je konstruiranjem, proizvodnjom i letom balona, no ubrzo je interes usmjerio k dirigibileima. Među mnoštvom nagrada, koje je dobio za svoje letove, najvažnija je nagrada Deutsch de la Meurthe. Meurthe nagrada 1901. godine za let od Parc Saint Cloud-a do Eiffelovog tornja i natrag u vremenu kraćem od pola sata s prosječnu brzinu leta oko 22 km/h predstavljao je zenit njegove karijere u području dirigiblea te ga međunarodno proslavio.

1.2. Tijek istraživanja

Predstavljeni zahtjevi zadatka pružili su usmjerniji način istraživanja postojećih konfiguracija i ubrzali proces selekcije među njima. Među mnoštvom hibridnih platformi, koji koriste statički uzgon, a u isto vrijeme aerodinamičke performanse letećega krila odabrana su tri najzanimljivija. U nastavku slijedi njihovo predstavljanje.

Tvrtka Aereon htjela je razviti razne leteće platforme za nadzor gradova, prijevoz tereta u zabačena mjesta te istraživanje oceana. Razvili su i testirali mnoge konfiguracije, no nakon dugog i mukotrpnog rada, nisu uspjeli komercijalizirati svoje ideje. Tablično je prikazana konfiguracija jedne od njihovih tipova letjelica [5].

	manja	veća
<i>Duljina</i>	12 m	30,5 m
<i>Raspon krila</i>	12 m	24 m
<i>Neto masa</i>	1810 kg	3452 kg
<i>Posada + payload</i>	725 kg	1678 kg
<i>Brzina krstarenja</i>	80,5 km/h	48 km/h
Maksimalna brzina leta	210 km/h	120 km/h
<i>Instalirana pogonska snaga</i>	220 kW	160 kW

Tablica 1.1: Konfiguracija letjelice Aereon III

Tvrtka Solar Ship i dan danas razvija svoje letjelice te posluje, a jedno od najmanjih letjelica im je Ocek. Izvorno dizajniran kao testno vozilo za projekt Wolverine, Ocek se pokazao vrlo učinkovita bespilotna letjelica na solarnu energiju za dostavu kritičnog tereta na odsječena mjesta te za pomoć u katastrofama i medicinskim hitnim slučajevima. To je također platforma obavještajne, nadzorne i izviđačke misije [6].

<i>Duljina</i>	<i>Payload</i>	<i>Dolet</i>	<i>Podvozje</i>	<i>Pogon</i>
12 m	20 kg	40 km	Amfibijsko (zemlja - voda)	Električni

Tablica 1.2: Konfiguracija letjelice Ocek

Francuska istraživačka skupina Réseau Dirisoft razvijala je koncept letjelice MC-500, koja je trebala služiti za nadzor grada Pariza te prijevoz kritičnoga tereta [7].

<i>Konstrukcija</i>	Polukruta, punjena helijem
<i>Unutrašnji volumen</i>	500 m ³
<i>Dimenzije (duljina x raspon krila)</i>	22m x 14m
<i>Pogon</i>	8 beskolectorskih električnih motora, svaka snage od 5kW, promjera elise 1,4 m
<i>Brzina leta</i>	70 km/h
<i>Payload</i>	1 do 2 odraslih osoba

Tablica 1.3: Konfiguracija letjelice Dirisoft MC-500

1.3. Hibridni dirigibile

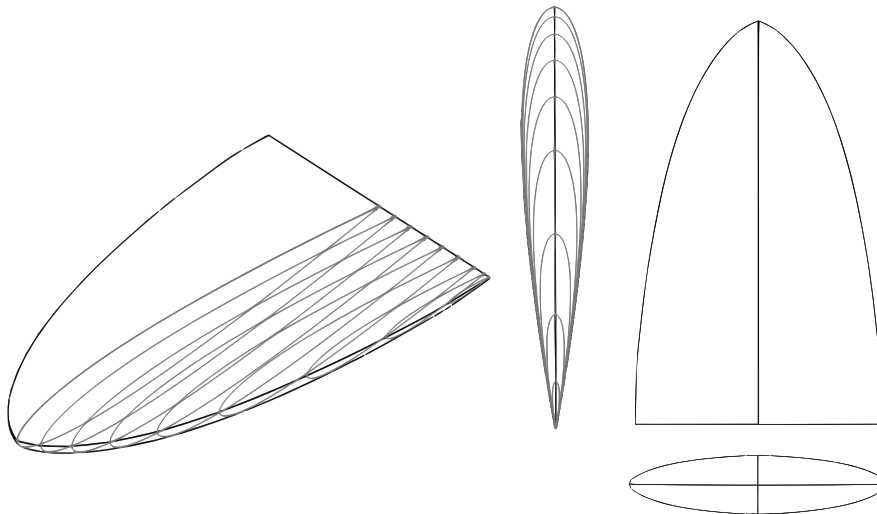
Kao predložak novom hibridnom dirigibileu poslužila je geometrija letjelice Dirisoft MC 500 [8]. Zahtjevi postavljeni za novi dirigibile potaknuli su gotovo potpunu promjenu geometrijske konstrukcije postojećeg MC 500. Među mnoštovom konstruktivnih primjedbi, oštar izlazni brid letećeg krila - kojeg MC 500 nije imao - igrao je važnu ulogu.

<i>Aeroprofil</i>	NACA 63012A	
<i>L</i>	5 m	Duljina letjelice
<i>b</i>	2,89 m	Raspon krila
<i>c_a</i>	4,196 m	Srednja aerodinamička tetiva
<i>λ</i>	0,124	Suženje krila
<i>ℜ</i>	0,735	Aspektni odnos
<i>S_{ref}</i>	11,369 m ²	Referentna površina

Masa zaštitne opne	4,5 kg
Masa upravljačkih površina	4 kg
Masa baterija	3,61 kg
Masa motora i elisa	5,3 kg
Masa servomotora	0,148 kg
Masa elektronike	0,081 kg
<i>Masa kamere</i>	0,105 kg

Tablica 1.4: Preliminarna konfiguracija novog hibridnog dirigibilea

Generalno novi dirigible je hibridna letjelica, koja prirodno leti pod nultim napadnim kutom, svoj uzgon osigurava pomoću statičkoga uzgona – primjenom helija – te u slučaju promjene smjera, koristi performanse letećega krila.



Slika 1.1: Konstrukcija geometrije novog dirigibilea

U uzdužnom smjeru oblik mu je osnosimetričnog aeroprofila, u tlocrtnom pogledu mu je projekcija elipsoidnog (približno deltoidnog) oblika, dok u poprečnom smjeru (okomitom na smjer slobodne struje) približno elipsoidnog oblika. Iako u radu nisu istraženi efekti kontrolnih površina i pogonskih elemenata, usvojeno je konceptualno, kako će glede upravljivosti imati elevone (*v. potpoglavlje 11.8.3 [9]*), kao i leteća krila općenito.

Oni su kombinacija kormila dubine i kormila za valjanje. Kormilo smjera nije mu potrebno, jer je predviđena ugradnja dvaju elektromotora u trup letjelice, koje diferencijalnim potiskom osiguravaju skretanje, a i po potrebi korigiranje poprečne stabilnosti. Kao upravljačka jedinica predviđen je BeagleBoard mikrokontroler te PocketPilot senzorski paket. Kao open source softversko rješenje zamišljeno je korištenje ArduPilot – a, koji ima razvojno okruženje pod nazivom JSBSim uz podršku softver-in-the-loop aplikacije. Ono omogućuje simulaciju ponašanja letjelice na računalu, poput video igrice, bez gradnje fizičke letjelice, no uz procesiranje istoga koda, koji bi upravljao tijekom leta letjelice.

1.4. Generiranje statičkog uzgona

Po konstrukciji upravljive zračne brodove dijelimo na krute, polukrute i nekrute (*engl.* blimp). U tablici (1.5) dan je kratak pregled osnovnih svojstava pojedine konfiguracije.

KRUTI

Stalan oblik održavaju zahvaljujući lučno – rešetkastoj konstrukciji.

Plin za generiranje uzgona sprema se u mjehove te time nema izravnog kontakta između vanjske opne i samoga plina.

Primjer: Hindenburg

POLUKRUTI

Imaju nosivu konstrukciju na koju se spaja gondola te pogonski uređaji, no oblik zadržavaju zahvaljujući radnog plina.

Direktno se u njih ubrizgava helij, stoga postoji izravan kontakt između vanjske opne i plina.

Primjer: Zeppelin NT

NEKRUTI

Nemaju nosivu konstrukciju te oblik održavaju isključivo pomoću plina

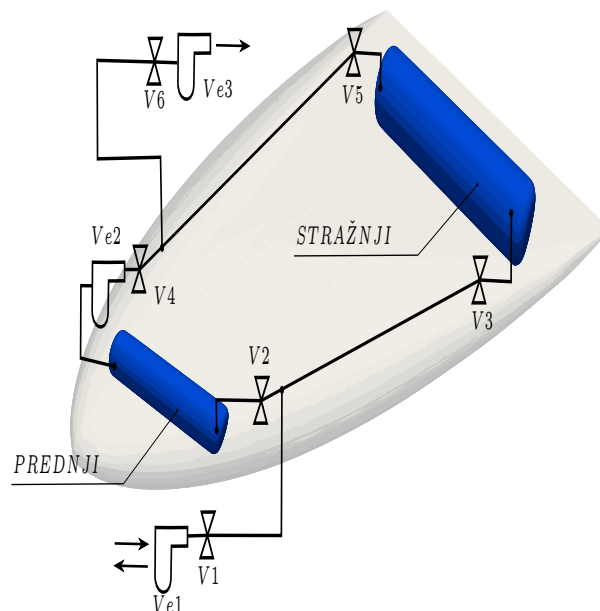
Direktno je ubrizgavanje plina

Primjer: Goodyear GZ-20

Tablica 1.5: Konfiguracije različitih tipova zračnih brodova

Plin, koji je gustoćom sumjerljiv gustoći atmosferskog zraka, ubrizgava se u unutrašnjost konstrukcije dirigibilea, dakle plin je u izravnom kontaktu s unutarnjom površinom opna (ovojnice), osim kod krute izvedbe (v. tabl. 1.5). U praksi nikada nije uvrijeđeno bilo - a po tome pitanju paradigma se nije mijenjala do danas - izravno utjecati na vrijednosti fizikalnih svojstava plina, koji stvara aerostatski uzgon, no kako bi imali zahtjevane letne karakteristike, indirektno se mora utjecati na taj plin. Istina jest, kako se prilikom konstruiranja dirigibilea uzimaju u obzir promjene svojstava aerostatskog plina s promjenom visine leta, temperature, udjelom vlage u zraku, no one su povezane s proračunom čvrstoće konstrukcije letjelice te nisu predmet istraživanja.

Kako bi razumjeli kontrolu generiranja statičkoga uzgona, trebamo se upozanti s radom *tzv.* balloneta. To su zasebni baloni smješteni unutar ovojnice dirigibilea. Imaju svoju opnu i zrak u njima je u potpunosti evakuiran od plina, koji stvara uzgon, dakle nikada tijekom leta, zrak koji se nalazi u ballonetima ne dolazi u direktan kontakt s aerostatskim plinom. Drugim riječima, aerostatski plin ispunjava prostor između vanjske opne balloneta i unutarnje ovojnice same letjelice. Obično se barem dva balloneta postavljaju u dirigibile i to na prednjem i stražnjem kraju letjelice, kako bi se dodatno omogućilo i korigiranje stabilnosti tijekom leta (v. sl. 1.2).



Slika 1.2: Sustav upravljanja statičkim uzgonom

Princip rada balloneta je slijedeći [10]:

- Tijekom spuštanja: napuhati prednji i stražnji ballonet - otvoriti ventile V1, V2 i V3, zatvoriti ventile V4 i V5 te uključiti ventilator Ve1
- Tijekom penjanja: isprazniti prednji i stražnji ballonet – otvoriti ventile V4, V5 i V6, zatvoriti ventile V1, V2 i V3 te uključiti ventilator Ve3 kako bi se zrak isisao
- Upravljanje središtem mase: mijenjati količinu zraka u prednjem, odnosno stražnjem ballonetu, primjerice: zatvoriti ventile V6, V2 i V3, otvoriti ventile V4 i V5 te upogoniti ventilator Ve2 za premještaj zraka između prednjeg i stražnjeg balloneta

1.5. Konceptcija aerodinamičkog ispitivanja

Cilj rada je istraživanje aerodinamičkih značajki novog hibridnog dirigibilea. Naglasak se pri tome stavlja na proučavanje osnovne aerodinamičke forme letjelice, uz zanemarenje utjecaja pogonskih elemenata i aktiviranih upravljačkih površina. Slijedom prvenstveno vremenskog zahtjeva postavljenog za numerička eksperimentiranja, ne iznose se sve aerodinamičke značajke letjelice, no matematičke osnove su postavljene za cjelovitu analizu fizikalnih pojava zadanog problema te služe kao osnova za daljnji rad. Dirigible, koji svoju težinu nosi aerostatski, po svojoj prirodi nameće drugačiji tretman glede dinamičkih efekata tijekom svoga leta, od klasičnih zrakoplova¹ ili helikoptera². Tijekom ubrzanoga gibanja dirigible ubrzava zrak u svojoj neposrednoj blizini, povećavajući tako kinetičku energiju toga okolnog fluida. Kako je gustoća, a time i masa, dirigibilea relativno mala, pridružena masa ubrzanoga fluida značajne je magnitude te igra važnu ulogu glede inertnosti sustava. Modeliranje pridruženih masa pojednostavljuje se činjenicom kako se okolni fluid giba zajedno s letjelicom te tako prividno povećava njegovu masu - otuda i naziv *pridružena masa* [11]. Dok u realnosti znamo, kako se čestice konačnog volumena fluida gibaju s gotovo beskonačno stupnjeva

¹U biti letjelice teže od zraka, koji uzgonsku silu stvaraju zahvaljujući svojim krilima konačnih dimenzija. U engleskoj literaturi koristi se zbirni naziv *fixed-wing aircraft*.

²U engleskoj literaturi koristi se zbirni naziv *rotary-wing aircraft*

slobode gibanja. Drugim riječima, i fenomenološki nam je jasno, kako zrak i letjelica ne mogu zauzimati isti volumen u promatranome trenutku, dakle tijekom ubrzanoga gibanja u realnosti letjelica se "probija" kroz čestice fluida. Važno je napomenuti, iako se koristi izraz pridružena masa, u fizikalnom smislu je ono definirano kao tenzor drugoga reda te njene vektorske komponente ovise o smjeru ubrzanja letjelice.

2 Matematički model

U nastavku će se izvesti matematički model potreban za određivanje aerodinamičkih opterećenja uslijed necirkulacijskih i cirkulacijskih strujanja fluida.

2.1. Necirkulacijski tok idealnog fluida

Komponente pridruženih masa prirodno se javljaju u sustavu referencije letjelice¹. U nastavku će se izvesti matematički model potreban za proračun pridruženih masa uzrokovanih čistim ubrzanim translacijskim gibanjem letjelice kroz mirujući idealni fluid bez dodatnih cirkulacijskih modova. Jednadžbe će se prvo izvesti preko impulsa sile (metodom analiza sila koje se javljaju između fluida i letjelice) zatim iste jednadžbe preko diferenciranja kinetičke energije fluida. Konačno, pokazat će se veza između tih dvaju pristupa izvođenju jednadžbi. Iako se može činiti, kako zahtjevane pretpostavke na navedenu klasu strujanja mnogo odstupaju od realnog svijeta, uz minorne korekcije - a u ponekim slučajevima i bez - u većini rezultata promatrinih objekata ostaju u biti valjani [3]. Analogno izvodu za čiste translacijske modove, mogu se izvesti matematički modeli za čiste rotacijske modove te za međudjelovanje translacijskih i rotacijskih modova. Naposljetku će se prokomentirati djelovanje *tzv.* Munkovog momenta na letjelicu u navedenoj klasi strujanja.

¹Drugi naziv je *koordinatni sustav letjelice*. Ovaj koordinatni sustav kruto je vezan za letjelicu. Osi k.s. poklapaju se s glavnim osima tromosti letjelice, a njegovo ishodište je u središtu mase, osim ako se drugačije ne odredi. [12]

2.1.1. Impuls sile

Promotrimo letjelicu mase m , koje se translacijski giba brzinom $\mathbf{U} = (u_1, u_2, u_3) = \mathbf{U}(t) = -\mathbf{V}_\infty^2$, njegovu zatvorenu površinu (konturu) S , vanjsku granicu domene (beskonačnost) Σ , koja obavija S te vektor normale $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3)$. Prilikom definiranja sustava referencije vezanog za tijelo, koristi se desni kartezijev sustav s jediničnim baznim vektorima e_1, e_2, e_3 .

Matematički gledano, zadatak je odrediti potencijal brzine φ , koji zadovoljava Laplaceovu jednadžbu

$$\nabla^2 \varphi = 0$$

Rješenje mora zadovoljiti (Neumannov) rubni uvjet

$$\text{grad } \varphi \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}} = \mathbf{U}(t) \cdot \mathbf{n} \text{ na } S \quad (2.1)$$

te rub Σ treba biti postavljen dovoljno daleko od tijela da vrijedi uvjet neporemećenog strujanja, odnosno komponente brzine fluida prema jednadžbi

$$v = \text{grad } \varphi$$

u beskonačnosti trebaju utrnuti.

S obzirom da je Laplaceova jednadžba linearna, vrijedi princip superpozicije. Ako potencijali $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ zadovoljavaju Laplaceovu jednadžbu onda je i zbroj $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$ također rješenje Laplaceove jednadžbe

$$\nabla^2 \varphi_i = 0$$

$$\text{grad } \varphi_i \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial \mathbf{n}} = u_i \mathbf{n}_i \text{ na } S$$

gdje i poprima vrijednosti 1, 2 ili 3.

Nadalje, korisno je izraziti potencijal brzine prema [13]

$$\varphi_i = u_i \vartheta_i$$

²Uz pretpostavku, da nema vjetra tijekom leta, brzina leta i brzina slobodne struje su jednake.

gdje je ϑ_i funkcija isključivo pozicije, nestacionarnost se uvodi članom u_i te je $i = 1, 2, 3$. Tako dolazimo do sustava

$$\nabla^2 \vartheta_i = 0$$

$$\text{grad } \vartheta_i \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial \vartheta_i}{\partial \mathbf{n}} = \mathbf{n}_i \text{ na } S \text{ uz } i = 1, 2, 3 \quad (2.2)$$

Derivacije ϑ_i te sami ϑ_i zadovoljavaju iste rubne uvjete kao φ i njegove derivacije. Princip superpozicije daje

$$\varphi = u_1 \vartheta_1 + u_2 \vartheta_2 + u_3 \vartheta_3 = \mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\vartheta}$$

gdje je $\boldsymbol{\vartheta} = (\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)$.

Prema D'Alambertovom paradoksu sila (otpora; na tijelo) u smjeru strujanja prilikom gibanja tijela konstantnom brzinom kroz necirkulacijski fluid iznosi nula. Pri ubrzanom gibanju tijela kroz fluid - čak i u necirkulacijskom - javlja se sila između fluida i tijela, *tzv.* hidrodinamička reakcija [14]. To nam jasno nameće činjenicu, kako za održavanje ubrzanog gibanja tijela moramo djelovati određenom vanjskom (eksternom) silom \mathbf{F}_e na to tijelo. Funkcija eksterne sile jest da ono balansira inercijsku silu tijela te hidrodinamičku reakciju. Prema tome, drugi Newtonov zakon [13]

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{U}) = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}$$

te slijedi

$$\mathbf{F}_e = \frac{d}{dt}(m\mathbf{U}) - \mathbf{F}$$

Hidrodinamička reakcija za acikličko³ gibanje fluida glasi [13]

$$\mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \rho \varphi \mathbf{n} dS$$

Tako Newtonov zakon prelazi u oblik

³drugi naziv za necirkulacijsko gibanje fluida, odnosno strujanje, koje ne samo što je bezvrtložno, nego nema ni izoliranih singulariteta u domeni strujanja. Suprotan izraz - *cikličko* - odnosi se na strujanje realnog fluida.

$$\mathbf{F}_e = \frac{d}{dt} \left(m\mathbf{U} - \iint_S \rho\varphi \mathbf{n} dS \right)$$

Kod acikličkog bezvrtložnog gibanja izraz $-\rho\varphi$ naziva se impulsnim tlakom, za koje uvodimo oznaku w . Nadalje, integral impulsnog tlaka naziva se impulsom \mathbf{g} , tj. imamo

$$\mathbf{g} = - \iint_S \rho\varphi \mathbf{n} dS = \iint_S w \mathbf{n} dS \quad (2.3)$$

te

$$\mathbf{F} = - \frac{d\mathbf{g}}{dt}$$

Konačno, iz Newtonovog zakona

$$\mathbf{F}_e = \frac{d}{dt} (m\mathbf{U} + \mathbf{g}) \quad (2.4)$$

slijedi kako je narinuta vanjska sila jednaka zbroju brzini promjene količine gibanja tijela i brzini promjene impulsa fluida.

Sada izrazimo impuls \mathbf{g} pomoću $\boldsymbol{\vartheta}$ i \mathbf{n} te imamo

$$-\mathbf{g} = \iint_S \rho\varphi \mathbf{n} dS = \iint_S \rho(\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\vartheta}) \mathbf{n} dS = \iint_S \rho \left(\sum_k u_k \vartheta_k \right) \mathbf{n} dS = \sum_k \left(\iint_S \rho \vartheta_k \mathbf{n} dS \right) u_k$$

Uvodi se oznaka komponente \mathbf{g} u smjeru e_i korištenjem \mathbf{g}_i

$$\mathbf{g}_i = e_i \cdot \mathbf{g} = \sum_k \left(- \iint_S \rho \vartheta_k \mathbf{n}_i dS \right) u_k \text{ uz } i = 1, 2, 3$$

Uvodi se oznaka m_{ki} za veličinu, koja se naziva pridružena masa (*engl.* added mass), za koji vrijedi izraz [13]

$$m_{ki} = - \iint_S \rho \vartheta_k \mathbf{n}_i dS \quad (2.5)$$

Koristeći izraz (2.2) prelazi u oblik

$$m_{ki} = - \iint_S \rho \vartheta_k \frac{\partial \vartheta_i}{\partial \mathbf{n}} dS \quad (2.6)$$

Pridružene mase računaju se prema (2.5) i (2.6).

Redukcija nezavisnih varijabli uz Greenov teoremu

$$\iint_{S_0} \psi_1 \frac{\partial \psi_2}{\partial \mathbf{n}} dS = \iint_{S_0} \psi_2 \frac{\partial \psi_1}{\partial \mathbf{n}} dS$$

za sve konture S_0 , koje obaviju područja u kojemu su $\nabla^2 \psi_1$ i $\nabla^2 \psi_2$ nule.

Primjenjeno na konturu tijela S te granicu domene Σ

$$-\iint_S \vartheta_k \frac{\partial \vartheta_i}{\partial \mathbf{n}} dS + \iint_{\Sigma} \vartheta_k \frac{\partial \vartheta_i}{\partial \mathbf{n}} dS = -\iint_S \vartheta_i \frac{\partial \vartheta_k}{\partial \mathbf{n}} dS + \iint_{\Sigma} \vartheta_i \frac{\partial \vartheta_k}{\partial \mathbf{n}} dS$$

Vanjsku granicu pustimo u beskonačnost, zbog čega njegov integral iščezava

$$\iint_S \vartheta_i \frac{\partial \vartheta_k}{\partial n} dS = \iint_S \vartheta_k \frac{\partial \vartheta_i}{\partial n} dS \quad (2.7)$$

iz čega slijedi kako je $m_{ki} = m_{ik}$.

Komponente impulsa \mathbf{g}

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{g} = \sum_k m_{ik} u_k \text{ uz } i, k = 1, 2, 3$$

gdje m_{ik} izračunavamo pomoću izraza (2.5) i (2.6).

Proširimo sada izraz (2.4) te imamo

$$\mathbf{F}_e = \frac{d}{dt} \left(m\mathbf{U} + \sum_i \left(\sum_k m_{ik} u_k \right) \mathbf{e}_i \right)$$

Označimo komponente sile u smjeru \mathbf{e}_i s oznakom \mathbf{F}_{ei} te imamo

$$\mathbf{F}_{ei} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{F}_e = \frac{d}{dt} \left(m u_i + \sum_k m_{ik} u_k \right)$$

Uz uvođenje Kroneckerove delte izraz glasi

$$\mathbf{F}_{ei} = \sum_k (m \delta_{ik} + m_{ik}) \frac{du_k}{dt}$$

gdje je izraz $m \delta_{ik} + m_{ik}$ tenzor pridružene mase.

2.1.2. Kinetička energija fluida

Pridružene mase m_{ki} računaju se odgovarajućim diferenciranjem kinetičke energije fluida [13, 11, 15].

U klasičnoj mehanici rad impulsa definiran je umnoškom impulsa sile i srednjom vrijednosti početne i krajnje brzine. Promotrimo gibanje letjelice u fluidu, koji je ranije mirovao te usvojimo, kako je strujanje fluida, koje nastaje pri samome početku gibanja objekta, rezultat djelovanja impulsa sile, koju letjelica prenosi na fluid. U tome slučaju normalna komponenta brzine glasi $\frac{\partial\varphi}{\partial n}$, gdje je dn elementarna površina preko koje letjelica prenosi impuls na fluid, dok je vršna vrijednost izraza i početne (u stanju mirovanja) brzine $\frac{1}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial n}$. I u ovome slučaju vrijedi, kako impuls (fluida na tijelo) $-\rho\varphi dS$ djeluje okomito na površinu dS .

Iz toga razmatranja slijedi opći oblik kinetičke energije fluida [11]

$$T = -\frac{\rho}{2} \iint_S \varphi \frac{\partial\varphi}{\partial \mathbf{n}} dS$$

Nadalje slijedi prijevod općeg izraz za partikularan slučaj. Promatra se volumen R_0 , koje je omeđeno zatvaračem S_0 i sadrži isključivo fluid u strujanju. Kinetička energija fluida T sada prelazi u oblik

$$T = \iiint_{R_0} \rho \frac{V^2}{2} d\tau = \frac{1}{2} \iiint_{R_0} \rho (\text{grad } \varphi)^2 d\tau \quad (2.8)$$

Prelazak s volumnog na površinski integral koristeći Greenov poučak

$$\iiint_{R_0} (\text{grad } \varphi)^2 d\tau = \iint_{S_0} \varphi \text{grad } \varphi \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.9)$$

Prema (2.9) kinetička energija fluida za područje omeđeno s S_0 glasi

$$T = \frac{1}{2} \iint_{S_0} \rho \varphi \text{grad } \varphi \cdot dS = \frac{1}{2} \iint_{S_0} \rho \varphi \frac{\partial\varphi}{\partial \mathbf{n}} dS$$

Zatim se strujanje fluida promatra između gibajuće letjelice s vanjskom površinom S i proizvoljne granice Σ , koje omeđuje letjelicu. Granicu Σ pustimo u beskonačnost.

Konačno, kinetička energija fluida za acikličko gibanje

$$T = -\frac{1}{2} \iint_S \rho \varphi \frac{\partial\varphi}{\partial \mathbf{n}} dS = -\frac{1}{2} \iint \rho \varphi \text{grad } \varphi \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.10)$$

Koristeći (2.10) i (2.3) te rubni uvjet (2.1) veza između impulsa sila i kinetičke energije necirkulacijskog fluida

$$T = -\frac{1}{2} \iint_S \rho \varphi \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} dS = -\frac{1}{2} \mathbf{U} \cdot \iint_S \rho \varphi \mathbf{n} dS = \frac{1}{2} \mathbf{U} \cdot \mathbf{g} \quad (2.11)$$

Stoga, kinetička energija fluida je funkcija drugog reda komponenata brzine letjelice, dok koeficijenti funkcije predstavljaju vrijednosti pridruženih masa te prema (2.11) vrijedi

$$g_i = \frac{\partial T}{\partial u_i} \quad \text{te} \quad m_{ik} = \frac{\partial}{\partial u_k} \left(\frac{\partial T}{\partial u_i} \right)$$

2.1.3. Kratak osvrt na matricu pridruženih masa

Ukoliko bi se izveli matematički modeli, koji sadržavaju i translacijske i rotacijske modove te njihovo međudjelovanje, matrica pridruženih masa imala bi 36 koeficijenata. Ukoliko uvažimo uvjet strujanja idealnoga fluida bez cirkulacija, analogno (2.7) će za cijelu matricu vrijediti uvjet simetrije. Stoga se broj nezavisnih varijabli smanji na 21. Dodatne redukcije slijede, ukoliko se radi o simetričnim oblicima letjelica [4]. Ukoliko imamo tijelo s jednom ravninom simetrije (primjerice simetričnost oko ravnine $z = 0$) nijedno ubrzanje u toj ravnini neće generirati pridružene mase te u tom slučaju matrica pridruženih masa ima 12 nezavisnih varijabli. U slučaju oblika letjelice, koja ima dvije ravnine simetrije (primjerice $y = 0$ i $z = 0$), broj nezavisnih varijabli reducira se na 8. Dva vandijagonalna člana, koji još egzistiraju, predstavljaju moment oko z osi uslijed translacijskog ubrzanja u smjeru y osi - i obrnuto. Ako se radi o obliku s tri ravnine simetrije, matrica postaje dijagonalna.

2.1.4. Munkov moment

Promotrimo jednadžbu za moment sile, koje djeluje na tijelo tijekom translacije u idealnom fluidu bez prisustva cirkulacije - prema [13]

$$\mathbf{M} = \frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{r} \times \rho \varphi \mathbf{n} dS + \mathbf{U} \times \iint_S \rho \varphi \mathbf{n} dS \quad (2.12)$$

Ukoliko se pretpostavi gibanje stalnom brzinom, prema D'Alambertovom paradoksu znamo, kako je sila $\mathbf{F} = 0$, no u jednadžbi momenta (2.11) samo prvi član na desnoj strani se dokida te imamo

$$\mathbf{M} = \mathbf{U} \times \iint_S \rho \mathbf{n} dS \neq 0 \quad (2.13)$$

Iz navedenoga slijedi, kako će letjelica imati tendenciju rotacije tijekom svoga translacijskoga gibanja te za održavanje stabilnog i pravocrtnog gibanja moramo djelovati nekim vanjskim momentom. Moment, kojeg bismo vanjskom silom trebali uravnotežiti zove se *Munkov moment* [3]. Pojava Munkovog momenta događa se iz jednostavnoga razloga: nesimetrične raspodjele zaustavnih točaka na prednjem i stražnjem dijelu letjelice. Ono je destabilizirajućeg karaktera te ima tendenciju zakrenuti letjelicu okomito na smjer strujanja fluida.

2.1.5. Zapis sila i momenata u sustavu referencije letjelice

Promatra se dirigibile dok leti kroz zrak ubrzanjem $\dot{\mathbf{U}} = [\dot{u}_1 \dot{u}_2 \dot{u}_3]^T$ i rotira s $\Omega = [p \ q \ r]^T$.

Kako bismo dobili izraze za sile i momente, koji djeluju na letjelicu uslijed utjecaja pridruženih masa, koristimo Lagrangeove jednadžbe [15]

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{F}} &= -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{\mathbf{U}}} \right) - \vec{\Omega} \times \frac{\partial T}{\partial \vec{\mathbf{U}}} \\ \vec{\mathbf{M}} &= -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \vec{\Omega}} \right) - \vec{\Omega} \times \frac{\partial T}{\partial \vec{\Omega}} - \vec{\mathbf{U}} \times \frac{\partial T}{\partial \vec{\mathbf{U}}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

te deriviranje izvodimo uz Kirchhoffovu relaciju prema [15].

Nakon deriviranja iz (2.14) sile pridruženih masa (u j -tom smjeru) – uz $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ te $j, k, l = 1, 2, 3$ – u indeksnom zapisu glase [15]

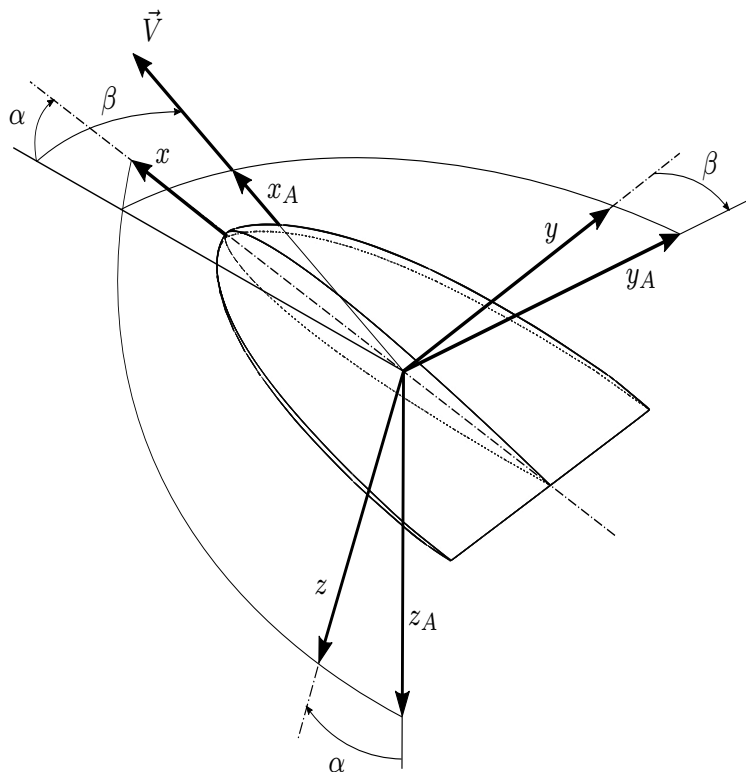
$$\mathbf{F}_j = -\dot{\mathbf{U}}_i m_{ij} - \varepsilon_{jkl} \mathbf{U}_i \Omega_k m_{li} \quad (2.15)$$

odnosno izraz za momente [15]

$$\mathbf{M}_j = -\dot{\mathbf{U}}_i m_{j+3,i} - \varepsilon_{jkl} \mathbf{U}_i \Omega_k m_{l+3,i} - \varepsilon_{jkl} \mathbf{U}_k \mathbf{U}_i m_{li} \quad (2.16)$$

2.2. Cirkulacijski tok idealnog fluida

Opterećenje kojom zrak djeluje na dirigibile zamjenjuje se jednom aerodinamičkom silom u središtu mase i jednim aerodinamičkim momentom oko središta mase. No, same komponente sila i momenata prirodno se javljaju u *tzv.* aerodinamičkom koordinatnom sustavu (*v. sl.* (2.1)). Jednostavnom transformacijom komponenata, možemo prijeći iz aerodinamičkog u sustav referencije letjelice [12].



Slika 2.1: Veza između aerodinamičkog i sustava referencije letjelice

Tok idealnog fluida je neviskoznan, adijabatski, nestlačiv i po rubu bezvrtložan. Primjenom Kelvinovog kinematičkog poučka o vrtlozima, za slučaj nestlačivog neviskozno strujanja u polju potencijalne sile, dolazimo do zaključka, kako je cirkulacija brzine po zatvorenoj materijalnoj krivulji - a time i intenzitet vrtložnosti materijalne čestice - konstantna. To znači da brzina ima potencijal i prikazujemo ga gradijentom φ

$$v_j = \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \quad (2.17)$$

Za slučaj stacionarnog potencijalnog strujanja skup osnovnih linearnih jednadžbi glasi

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = konst \quad (2.19)$$

Prva jednadžba je jednadžba kontinuiteta, koja se za idealni fluid svodi na Laplaceovu jednadžbu, dok druga jednadžba predstavlja Bernoullijev integral Eulerove jednadžbe duž strujnice. Bernoullijev integral formalno je zapisan jer u toku idealnoga fluida ne unosi nikakvu novu informaciju obzirom da se integralne veličine aerodinamičkih opterećenja računaju prema Laplaceovoj jednadžbi, stoga ju zanemarujemo. Rješavanjem Laplaceove jednadžbe za određene rubne uvjete dolazimo do polja brzine. Prilikom izvođenja jednadžbi zanemarili smo djelovanje masene sile gravitacije (uobičajeno prilikom ispitivanja optjecanja fluida oko tijela) te uveli pretpostavku stacionarnoga potencijalnog strujanja. Primjena potencijalnog strujanja u praksi očituje se u slučajevima, u kojima su viskozne sile minorne u odnosu na inercijske. U aerodinamici, kod strujanja pri visokim Reynoldsovim brojevima, viskozne sile su bitne samo unutar tankog graničnog sloja, a izvan graničnog sloja viskoznost se može zanemariti. Tako u području graničnog sloja možemo primijeniti neku od metoda proračuna u tankom graničnom sloju te sprežati s modelom potencijalnog strujanja, koji će služiti za proračun strujanja oko letjelice.

2.3. Cirkulacijski tok viskoznog fluida

Strujanje fluida opisujemo osnovnim konzervativnim zakonima klasične fizike definirane kao [16]:

- Zakon očuvanja mase,
- Zakon očuvanja količine gibanja,
- Zakon očuvanja momenta količine gibanja,
- Zakon očuvanja energije (I. gl. stavak termodinamike) te
- Zakon entropijske produkcije (II. gl. stavak termodinamike).

Svaki realni fluid korpuskularne je strukture, dakle sastoji se od atoma i/ili molekula, koji su ujedno i nositelji fizikalnih svojstava fluida. U praksi se tretiranju čestica materije pristupa fenomenološki te se u tu svrhu uvodi matematički model kontinuuma, koje omogućuje primjenu integralnog i diferencijalnog računa u mehanici fluida. Ono je zasnovano na činjenici, kako u većini problema ponašanje materije na razini mikrosvijeta nema utjecaja na makroskopska svojstva te polazi od iskustvenih fenomena u makrosvijetu, bez potrebe objašnjavanja materije u mikrosvijetu. Prema hipotezi kontinuuma svakoj točki prostora odgovara samo jedna točka kontinuuma – i obratno. Točku kontinuuma nazivamo materijalnom točkom ili česticom kontinuuma. U klasičnoj mehanici osnovne zakone konceptualno definiramo za sustav materijalnih točaka, u termodinamici za zatvoreni termodinamički sustav, dok je u dinamici fluida ekvivalent navedenim sustavima materijalni volumen. Materijalni volumen u općem slučaju s vremenom mijena svoj oblik, položaj i veličinu, no uvijek će se sastojati od jednih te istih čestica fluida. U nastavku ovoga poglavlja izvest će se jednadžbe za materijalni volumen te uporabom Reynoldsovog transportnog teorema zakoni preformulirati s materijalnog na kontrolni volumen. Naime, u mehanici fluida nije interes pratiti što se događa sa samim fluidom, kao što je to slučaj u klasičnoj mehanici i termodinamici, no je potrebno odrediti posljedice strujanja fluida na promatranu konstrukciju. U tom smislu definiramo kontrolni volumen čije se granice poklapaju s površinom konstrukcije za koju se istražuje utjecaj strujanja.

Pojam stlačivosti vežemo uz samo strujanje [17], a ne uz fluid, jer su u pravilu svi fluidi više ili manje stlačivi, no pitanje je zapravo, kolika je promjena tlaka u strujanju, odnosno hoće li se time promjenja gustoća u strujanju moći zanemariti. Kriterij za određivanje je li strujanje stlačivo ili ne, koristi se Machov broj:

$$Ma = \frac{v}{c} \quad (2.20)$$

Ukoliko je njegova vrijednost iznad 0,3 strujanje se tretira kao stlačivo. U aerodinamici malih brzina, kojim se bavimo u ovome radu, brzine strujanja u odnosu na brzinu zvuka su male. Sa druge strane, ako se uzme da je tlak zraka reda veličine atmosferskog tlaka, a strujanje približno izotermno, jednadžba stanja nam također jasno govori kako je $\rho = \text{konst.}$, da zbog pada tlaka neće doći do značajne promjene gustoće zraka pa možemo posegnuti za klasom nestlačivog strujanja.

Ukoliko zanemarimo i temperaturnu ovisnost viskoznosti fluida, jednadžba održanja mase i jednadžba količine gibanja postaju posve nezavisne od temperature. Rješavanjem tih dviju jednadžbi dolazimo do polje tlaka i brzine, a ako nas polje temperature ne zanima, energijsku jednadžbu ne moramo ni rješavati. Entropija se pojavljuje samo u Gibbsovoj jednadžbi pa je nećemo uključivati u osnovni skup jednadžbi.

Zrak tretiramo kao newtonovski fluid [18] te se ono podvrgava konstitutivnom Newtonovom zakonu viskoznosti, koji uspostavlja linearnu vezu između simetričnog tenzora naprežanja i tenzora brzine deformacije

$$\sigma_{ji} = -p\delta_{ji} + \Sigma_{ji} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.21)$$

Uz pretpostavku simetričnosti tenzora naprežanja, jednadžba momenta količine gibanja već je zadovoljena te ju također ne uključujemo u osnovni skup. Dakle, za rješavanje nestlačivog izotermnog strujanja skup jednadžbi čine jednadžba održanja mase – poznatija i kao jednadžba kontinuiteta – te jednadžba količine gibanja.

2.3.1. Zakon očuvanja mase

U diferencijalnom zapisu – izraženo za česticu fluida – uz $\rho = \text{konst.}$ te $\mu = \text{konst.}$ glasi

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} = 0 \quad (2.22)$$

Za materijalni volumen V_m omeđen svojom zatvorenom konturom S_m izraz je

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_m} \rho dV = 0 \quad (2.23)$$

dok za kontrolni volumen V_{KV} omeđenog svojom kontrolnom površinom S_{KV} te nepromjenjivim granicama glasi

$$\frac{d}{dt} \int_{V_{KV}} \rho dV = - \int_{S_{KV}} \rho v_i n_i dS = 0 \quad (2.24)$$

2.3.2. Zakon očuvanja količine gibanja

U diferencijalnom zapisu glasi

$$\frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.25)$$

Za materijalni volumen definiramo izraz

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_m} \rho v_i dV = \int_{V_m} \rho f_i dV + \int_{S_m} \sigma_i dS \quad (2.26)$$

dok za kontrolni volumen glasi

$$\frac{d}{dt} \int_{V_{KV}} \rho v_i dV + \int_{S_{KV}} \rho v_i v_j n_j dS = \int_{V_{KV}} \rho f_i dV + \int_{S_{KV}} \sigma_i dS \quad (2.27)$$

3 | Numerički model

3.1. Metoda rubnih elemenata

3.1.1. Osnove

Rješavanje problema u klasi potencijalnih strujanja za jednostavnije geometrijske oblike izvodi se analitičkim rješavanjem pripadajućih jednažbi koristeći svojstva linearnosti Laplaceove jednažbe i primjenom principa superpozicije elementarnih rješenja. Primjena numeričkih modela dozvoljava kvantifikaciju integralnih veličina proračunatih potencijalnim strujanjem na proizvoljne oblike. Matematički gledano, na zadanoj površini objekta treba smjestiti raspodjelu elementarnih rješenja Laplaceove jednažbe oblika izvora, ponora, dipola ili njihovu kombinaciju. Oblik i intenzitet raspodjele treba biti takav da zadovolji rubni uvjet nepromočivosti na površini stjenke objekta te rubni uvjet u beskonačnosti. Rubni uvjet u beskonačnosti podrazumijeva da raspodjela elementarnih rješenja na stjenici mora biti takav da polje brzine – kojeg induciraju elementarna rješenja – mora slabiti s odmakom od tijela i utrnuti u beskonačnosti [18]. Metoda rubnih elemenata (skraćeno *MRE*)¹ predstavlja numerički model za rješavanje problema korištenjem površinski raspoređenih singularnih vrijednosti, stoga u njejoj formulaciji nema potrebe za diskretizacijom matematičkog modela relevantnih fizikalnih pojava u cijeloj domeni, samo po površini geometrije promatranoga objekta [19]. Kao takvo, nameće se kao logičan slijed analitičkom rješavanju potencijalnog strujanja. Panelna metoda je predstavnik *MRE* koja je svoju primjenu našla u aerodinamici te mehanici fluida generalno. U panelnoj metodi se površina objekta modelira konačnim brojem

¹ *engl.* BEM, Boundary Element Method

segmenata, koji se nazivaju paneli. U ravninskom strujanju ti segmenti mogu biti ravni dijelovi, dijelovi parabole ili dijelovi krivulja višeg reda. Kontinuirana raspodjela elementarnih rješenja po površini analogno se zamjenjuje po segmentima konstantnom raspodjelom, linearnom ili nekom raspodjelom višeg reda. U panelnoj metodi rubni uvjet u beskonačnosti zadovoljen je samom upotrebom raspodjele elementarnih rješenja, dok se uvjet nepromočivosti zadovoljava u tzv. kolokacijskim točkama. Kolokacijske točke u pravilu smještaju se u težište kod 3D panelnih metoda. Svako kolokacijskoj točki odgovara rubni uvjet nepromočivosti izražen linearnom algebarskom jednadžbom. Zbrajanjem utjecaja svih kolokacijskih točaka, dobivamo sustav linearnih algebarskih rješenja. Rješavanjem toga sustava, dobivamo raspodjelu odgovarajućih elementarnih rješenja (ovisno o numeričkoj implementaciji u danom proračunskom paketu). To dozvoljava proračun polja brzine, a naknadnom primjenom Bernoullijevog integrala Eulerove jednadžbe dolazimo i do polje tlaka [20]. Integralne veličine dobivene panelnom metodom ograničene su pretpostavkom o neviskoznom cirkulacijskom strujanju. Drugim riječima silu ukupnog otpora nismo u mogućnosti dobiti direktno iz panelne metode.

3.1.2. XFLR

U radu je korištena 3D panelna metoda implementirana u proračunskom paketu XFLR (*za konkretnu implementaciju numeričkoga modela pogledati [21]*)

U XFLR - u osnovni 3D panel kod proširen je uporabom biblioteke XFOIL te omogućuje proračun i viskozna otpora. Vrijednost viskoznog otpora izračunava se sumiranjem lokalnih vrijednosti otpora 2D sekcija - dobivenih XFOIL-om - duž razmaha krila. Nedostatak navedenog načina sprežanja metoda jest određeno podcjenjivanje viskoznoga otpora, zbog same prirode izračuna.

XFOIL je panelni kod (*za numeričku implementaciju pogledati [22]*) za 2D analizu aeroprofila, koje spreže modeliranje graničnoga sloja uz stijenku (*više o primjenjenom modelu graničnog sloja u potpoglavlju 3.3.2. [23]*) te potencijalno strujanje u okolini aeroprofila.

3.2. Metoda konačnih volumena

3.2.1. Osnove

Zbog nelinearne prirode osnovnih jednažbi mehanike fluida uglavnom se neće moći naći analitičko rješenje postavljenog sustava, stoga moramo posegnuti za numeričkim metodama. Naglim razvojem računalnih resursa i procesorske moći, došlo je do ubrzanog razvoja računalne dinamike fluida (*engl.* CFD, Computational Fluid Dynamics), koje nam omogućuje diskretizaciju pracijalnih diferencijalnih jednažbi u sustav linearnih algebarskih jednažbi te njihovo numeričko rješavanje. U ovom radu za diskretizaciju jednažbi korištena je metoda konačnih volumena. Za njegovu formulaciju potrebno je integrirati konzervativne oblike transportnih jednažbi za kontrolni volumen V_{KV} .

Krećemo od općeg oblika konvekcijsko – difuzijske jednažbe

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_j \varphi}{\partial x_j} - \Gamma \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) = S_\varphi \quad (3.1)$$

Prvi član na lijevoj strani jednažbe je član lokalne promijene, zatim slijedi konvekcijski član pa difuzijski, dok član na krajnjoj desnoj strani predstavlja izvorski član. Bitno je razlikovati član Γ koji u ovoj jednažbi predstavlja koeficijent difuzije, za razliku od kasnije uporabe kao cirkulacije brzine.

Nakon integracije konvekcijsko – difuzijske jednažbe, dobivamo integralni oblik za kontrolni volumen

$$\frac{d}{dt} \int_{\Delta V} \rho \varphi dV = - \int_{\Sigma \Delta S} \left(\rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) n_j dS + \int_{\Delta V} S_\varphi dV \quad (3.2)$$

Brzina promjene sadržaja nekog fizikalnog svojstva u volumenu prikazana je na lijevoj strani jednažbe. Prvi član na desnoj strani predstavlja zbroj konvekcijskog i difuzijskog protoka kroz kontrolnu površinu proračunske domene, a krajnji desni član predstavnik je izvorskog člana. Aproksimacija gornjih integrala provodi se prema integralnom teoremu o srednjoj vrijednosti. Za lokalnu promjenu možemo se prema navedenom teoremu poslužiti izrazom

$$\int_{\Delta V} \varphi dV = \bar{\varphi}_{\Delta V} \Delta V \quad (3.3)$$

Ukoliko koristimo dovoljno sažete konačne volumene, unutar vrlo malog elementa dobijemo linearnu raspodjelu fizikalnog svojstva te prethodni izraz prelazi u oblik

$$\bar{\varphi}_{\Delta V} \Delta V = \int_{\Delta V} \varphi dV = \int_{\Delta V} \left(\varphi_C + \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \Big|_C (x_j - x_j^C) \right) dV = \left[\varphi_C + \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \Big|_C (x_j^T - x_j^e) \right] \Delta V \quad (3.4)$$

Ako se proračunski čvor nalazi u težištu površinskog elementa, desni član jednadžbe otpada. Ovdje je potrebno naglasiti, kako se prilikom provođenja RANS proračuna u OpenFOAM – u koristimo osnovnom metodom konačnih volumena na nepomaknutoj mreži. Koje je najviše drugoga reda točnosti, ako se proračunski čvorovi nalaze u njihovom težištu, a u bilo kojem drugom slučaju najviše prvoga reda [24].

Analogno možemo napisati za integral izvorskog člana

$$\int_{\Delta V} S_\varphi dV = S_C \Delta V \quad (3.5)$$

Nakon aproksimacije volumenskih integrala, trebamo još naračunati površinske integrale. Prvo zbrajamo vektore konvektivnog i difuzijskog člana te uzimamo doprinos normalne komponente resultantnog vektora, koje u konačnici glasi

$$\Delta J_n = \left[\overline{\rho(v_n \varphi)}_n - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_n \right] \Delta S \quad (3.6)$$

Prvi član na desnoj strani predstavlja srednju vrijednost brzine u smjeru površine, dok drugi predstavlja projekciju srednje vrijednosti gradijenta polja fizikalnog svojstva na normalu površine. Daljnjim iterativnim postupkom dolazimo do linearne algebarske jednadžbe za pojedinu računsku jedinicu. Njihovim sprežanjem dolazimo do sustava linearnih algebarskih jednadžbi, čijim rješavanjem dobivamo čvorne vrijednosti fizikalnog svojstva kojeg računamo.

3.2.2. Necirkulacijski

Numeričko ispitivanje pridruženih masa provedeno je u *OpenFOAM 7* proračunskom paketu otvorenoga koda. OpenFOAM je računalni paket - razvijen u C++ programskom jeziku - namijenjen numeričkom rješavanju problema u mehanici kontinuuma. *Open-source* priroda paketa omogućava znanstvenicima i inženjerima jednostavnu prilagodbu i primjenjivanje vlastitoga koda u rješavanju numeričkih problema u svrhu cjelovite analize fizikalnih pojava. Kako je za opis strujanja necirkulacijskog idealnog fluida ishodišna točka rješavanje Laplaceove jednadžbe, prirodno je došla odluka o upotrebi gotovog rješavača *laplacianFoam* unutar OpenFOAM proračunskog paketa. No za implementaciju pripadajućeg matematičkog modela problema potrebno je bilo mijenjati izvorni kod navedenoga rješavača. U praksi se inače proračun pridruženih masa rješava pomoću metode rubnih elemenata.

3.2.3. Cirkulacijski

Turbulentno strujanje fluida

Najčešći oblik strujanja u inženjerskoj praksi, ali i u prirodi oko nas je turbulentan. Turbulentno strujanje karakterom je kaotično i nestacionarno strujanje, kod kojega promjenjive veličine pokazuju slučajne promjene u vremenu i prostoru. Ono je u stanju jakog komešanja čestica, što daje difuzijski karakter strujanju te time povećava disipaciju energije. Kriterij za određivanje, je li strujanje laminarno ili turbulentno je Reynoldsov broj, koji predstavlja odnos inercijskih i viskoznih sila. Njegovim porastom raste i turbulentnost strujanja. Najčešći inženjerski pristup rješavanju turbulentnog strujanja je razlučivanje statički osrednjenih vrijednosti vremenski i prostorno promjenjivih veličina strujanja.

Vremenski osrednjene jednadžbe za slučaj nestlačivog strujanja

Osrednjavanjem – statistički u vremenu - veličina u jednadžbi održanja mase i količine gibanja iz prethodnih poglavlja dobivamo skup jednadžbi poznatih pod nazivom Reynoldsove jednadžbe (*engl.* RANS, *Reynolds-averaged Navier–Stokes*). Sustav osrednjenih jednadžbi, uz zanemarenje izvorskoga člana te masenih sila, u konzervativnoj formi glasi

$$\frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.7)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{v}_i \bar{v}_j) = \frac{-\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho v'_i v'_j} \right] \quad (3.8)$$

U jednadžbi količine gibanja pojavljuje se član pulsirajućeg strujanja $\overline{\rho v'_i v'_j}$, koji ukazuje na difuzivni karakter te jednadžbe. Ono je indikacija, kako ne možemo promatrati isključivo osrednjeno gibanje, a inženjersko modeliranje toga člana predstavlja veliki izazov u računskoj mehanici.

U praksi se koriste najjednostavniji modeli turbulencije prvoga reda, gdje se modelira dvojnja korelacija brzina za koju se rješava transportna jednadžba, odnosno tenzor Reynoldsovih naprezanja i to uglavnom prema hipotezi Boussinesqua prema

$$-\overline{\rho v'_i v'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \quad (3.9)$$

k- ω SST model turbulencije

Prilikom provođenja RANS proračuna u OpenFOAM 7 proračunskom paketu, korišten je k- ω SST model turbulencije. Odgovarajući koeficijenti modela računaju se prema [25]. Rješavaju se jednadžba turbulentne kinetičke energije k i jednadžba specifične disipacijske energije ω . Inače model predstavlja optimalnu spregu između k- ω i k- ϵ modela. Za rješavanje strujanja u graničnom sloju, koristi se k- ω model, koji je osjetljiv na turbulentne pulsacije u području slobodne struje, dok se onda podalje stjenke primjenjuje k- ϵ model pomoću prijelaznih funkcija. Model također omogućuje proračune za režim niskih Reynoldsovih brojeva (*engl.* Low - Re). Skup pracijskih diferencijalnih jednadžbi, koje opisuju navedeni model glase [26]

$$\frac{\partial k}{\partial t} + v_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_k v_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(\omega v_j)}{\partial x_j} = \alpha S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \sigma_\omega^2 \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.11)$$

Prvom jednadžbom definiran je transport turbulentne kinetičke energije, dok druga jednadžba predstavlja specifičnu brzinu disipacije.

4 Rezultati

4.1. Necirkulacijski

4.1.1. Validacija rezultata numeričkih proračuna

Na samoj površini letjelice koristio se *Neumannov* rubni uvjet, dok se za rubni uvjet na okolini (homogeni) *Dirichletov* pokazao kao bolja – numerički točnija - opcija od *Neumannovog*. U svrhu validacije implementiranog koda za proračun čistih translacijskih modova pridruženih masa, poslužili smo se poznatim analitičkim rješenjima za jednostavnija geometrijska tijela. Analogno matematičkom izvodu za čiste translacijske modove, moguće je izvesti matematički model za čiste rotacijske modove i za međudjelovanje translacijskih i rotacijskih modova gibanja. Nakon toga, prema opisanoj implementaciji numeričkoga modela za čiste translacijske modove, izmjenom koda postojećeg rješavača *laplacianFoam* unutar *OpenFOAM 7* proračunskog paketa analogno treba provesti implementaciju pojedinih numeričkih pokusa. Naračunavanjem svih modova gibanja dobiva se potpuna matrica pridruženih masa (*za postojeća rješenja drugih autora vidjeti [4]*).

Sfera

Prvi testni model je sfera (zapravo kugla) s radijusom $0,25\text{ m}$.

sfera	Neumann (FixedGradient)
okolina	homogeni Dirichlet

Tablica 4.1: Rubni uvjeti za sferu

	Numerički	Analitički	Apsolutna greška (-)	Relativna greška(%)
m_{11}	0.0324267	0.032725	-0.0002983	-0.919920929357602
m_{22}	0.0322533	0.032725	-0.0004717	-1.46248600918355
m_{33}	0.0322523	0.032725	-0.0004727	-1.46563190842203

Tablica 4.2: Rezultati numeričkog proračuna za sferu

Rotacioni elipsoid

Slijedeći testni model je rotacioni elipsoid s poluosima dimenzija 1 m i $0,2\text{ m}$.

<i>elipsoid</i>	Neumann (FixedGradient)
<i>okolina</i>	homogeni Dirichlet

Tablica 4.3: Rubni uvjeti za elipsoid

	Numerički	Analitički	Apsolutna greška (-)	Relativna greška(%)
m_{11}	0.00927156	0.00902094	0.00025062	2.70310497909737
m_{22}	0.145296	0.14306174	0.00223426	1.53772987556436
m_{33}	0.145179	0.14306174	0.00211726	1.45837896665496

Tablica 4.4: Rezultati numeričkog proračuna za elipsoid

4.1.2. Rezultati za novi hibridni dirigibile

<i>dirigibile</i>	Neumann (FixedGradient)
<i>okolina</i>	homogeni Dirichlet

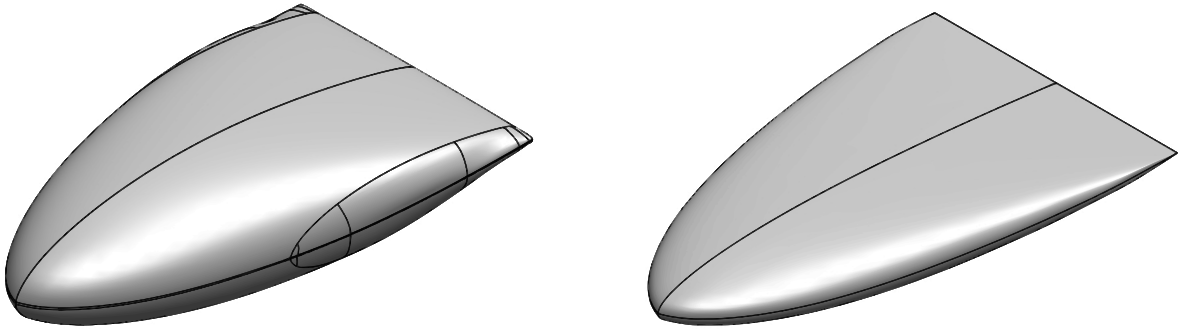
Tablica 4.5: Rubni uvjeti za dirigibile

	Numerički
m_{11}	0.276762
m_{22}	17.3113
m_{33}	0.766558

Tablica 4.6: Rezultati numeričkog proračuna za dirigibile

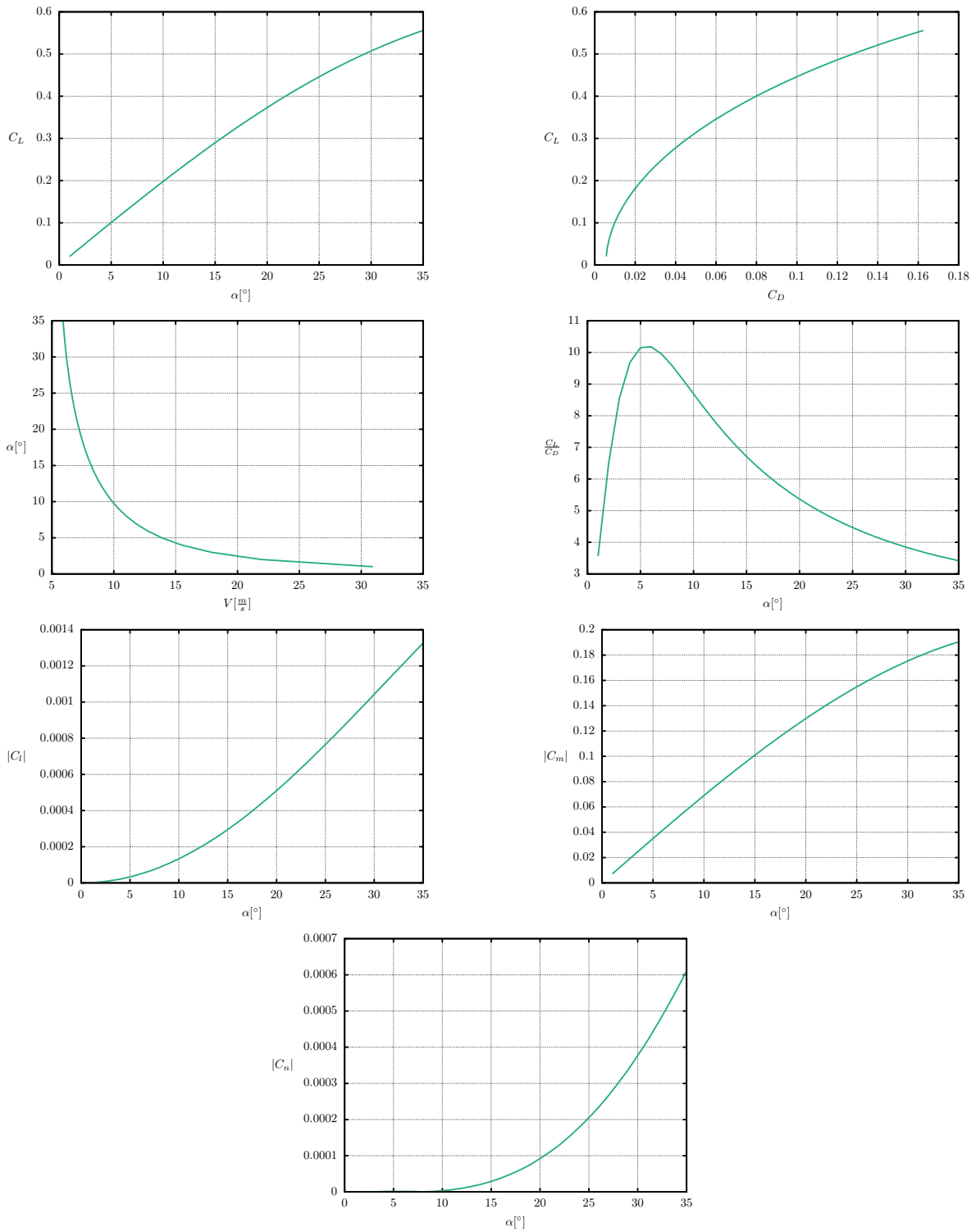
4.2. Cirkulacijski

U praksi se umjesto aerodinamičkih sila i momenata koristimo bezdimenzijskim koeficijentima aerodinamičkih sila i momenata. Tijekom validacije rezultata numeričkih proračuna eksperimentalno ili tijekom testnih letova, dimenzijska analiza – koje daje podlogu za organizaciju eksperimenata – i teorija sličnosti – koje daje podlogu za modelska ispitivanja – omogućavaju minimiziranje potrebnog broja mjerenja te olakšavaju, obradu, prikaz i tumačenje rezultata [16]. U nastavku ćemo se koeficijentima poslužiti, kako bismo usporedili rezultate (proširene) panelne metode (XFLR) i rezultate iz proračuna metodom konačnih volumena (RANS). Letjelica aerodinamičke sile koristi samo za manevre tijekom leta te je analiza u nastavku usko povezana s procjenom parametara, koji služe za promjenu smjera tijekom leta. Utjecaj kontrolnih površina tijekom proračuna izostavljeni su. Prvotno se izradila geometrija prema konfiguraciji letjelice MC 500 [8] te skalirala na ukupnu duljinu od 5m kako je to naglašeno u uvodnom poglavlju (*v. sl. 4.1*).



Slika 4.1: Usporedba geometrije MC 500 i novog hibridnog dirigibilea

Rezultati panelne metode i RANS proračuna za navedenu geometriju nisu izloženi u radu, već samo zaključci prelaska na novu geometrijsku konstrukciju. Već tijekom proračuna u XFLR-u, uočeno je, kako se maksimalna aerodinamička korisnost postiže za napadni kut od oko $7,4^\circ$ i brzinu leta oko 10 m/s ($Re = 3.7 \times 10^6$) što je na samoj ivici razvijene turbulencije. Stoga smo došli do zaključka, kako bi neki laminarni (6-znamenkasti) NACA (simetrični) aeroprofil bio najprirodniji aeroprofil te promijenili kompletnu geometriju prema onome opisanom u uvodnom poglavlju. Rezultati proširene panelne metode uz ranije usvojene parametre leta (strujanja) te masu određenu u preliminarnoj fazi prikazani su na slici (4.2).



Slika 4.2: Aerodinamične značajke novog dirigibilea prema proširenoj panelnoj metodi iz XFLR-a

Dirigibile je generalno namjinen za nadzor graničnih prijelaza te trodimenzionalno kartiranje određenoga geografskoga područja stoga nema potrebe za izvođenje oštih manevara. Prilikom zračnog fotografiranja i nadzora poželjno je sporije kretanje objekta te zahvaljujući meteorologiji, moguće je letjelicu na vrijeme skloniti od nevremena. Stoga, možemo se poslužiti maksimalnim iznosom finese kao relevantnog faktora. Njen maksimalni iznos se postiže za napadni kut 6° i brzinu leta od $12,7 \text{ m/s}$ ($Re = 4,3 \times 10^5$) te smo time u području laminarnog strujanja, gdje je koeficijent trenja manji od turbulentnoga. Zadržavanje laminarnog strujanja preko što većeg dijela površine aeroprofila i jest bio cilj prilikom razvijanja laminarne NACA serije [9]. No, kako bismo mogli kvalitativno primijeniti odabrani model turbulencije, tijekom RANS proračuna ćemo se držati brzine strujanja od 15 m/s te proračunati karakteristike za različite napadne kutove te određene kuteve klizanja.

4.2.1. Let bez kuta klizanja

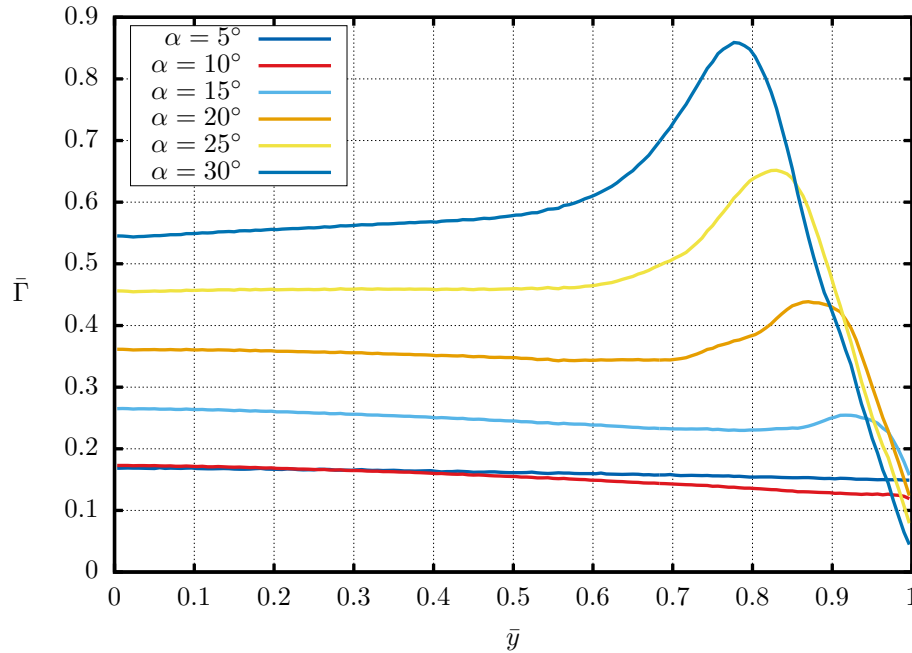
U tablici (4.7) prikazane su vrijednosti dobiveni iz simetričnog slučaja opstrujavanja. Navedeni su koeficijent uzgonske sile C_L , koeficijent otpora C_D , koeficijent viskoznog otpora C_{D_v} te iznos *finese*.

Veličina	XFLR	RANS	G_rel(%)	Veličina	XFLR	RANS	G_rel(%)	Veličina	XFLR	RANS	G_rel(%)
C_L	0,100549	0,110811	10,20597	C_L	0,198085	0,115169	-41,8587	C_L	0,289771	0,3691675	27,39973
C_D	0,009902	0,010604	7,089477	C_D	0,022737	0,011645	-48,7838	C_D	0,043036	0,0431949	0,369299
C_L/C_D	10,15441	10,449925	2,910176	C_L/C_D	8,712011	9,889999	13,52142	C_L/C_D	6,733223	8,5465458	26,93097
$\alpha = 5^\circ$				$\alpha = 10^\circ$				$\alpha = 15^\circ$			
Veličina	XFLR	RANS	G_rel(%)	Veličina	XFLR	RANS	G_rel(%)	Veličina	XFLR	RANS	G_rel(%)
C_L	0,373111	0,534114	43,15139	C_L	0,44609	0,7119638	59,60093	C_L	0,507287	0,892933	76,02117
C_D	0,06925	0,069592	0,493981	C_D	0,099318	0,102144	2,845387	C_D	0,13091	0,14008	7,004819
C_L/C_D	5,387884	7,674919	42,44773	C_L/C_D	4,491532	6,9701984	55,18531	C_L/C_D	3,875082	6,374446	64,49836
$\alpha = 20^\circ$				$\alpha = 25^\circ$				$\alpha = 30^\circ$			

Tablica 4.7: Usporedba rezultata XFLR-a i RANS-a

U globalu razlika u vrijednosti uzgona povećava se s povećavanjem napadanog kuta. Finesa također pokazuje porast u razlici vrijednosti porastom napadnoga kuta, dok u globalu otpor pokazuje mala odstupanja. Što je i vjerojatno s obzirom na primjenu $k-\omega$ SST modela turbulencije u režimu potpuno razvijene turbulencije. S druge strane kod visokog Re granični sloj je izuzetno tanak što povećava validnost XFLR prilikom usporedbe s RANS-om za proračunati viskozni otpor. Određivanje promjene cirkulacije

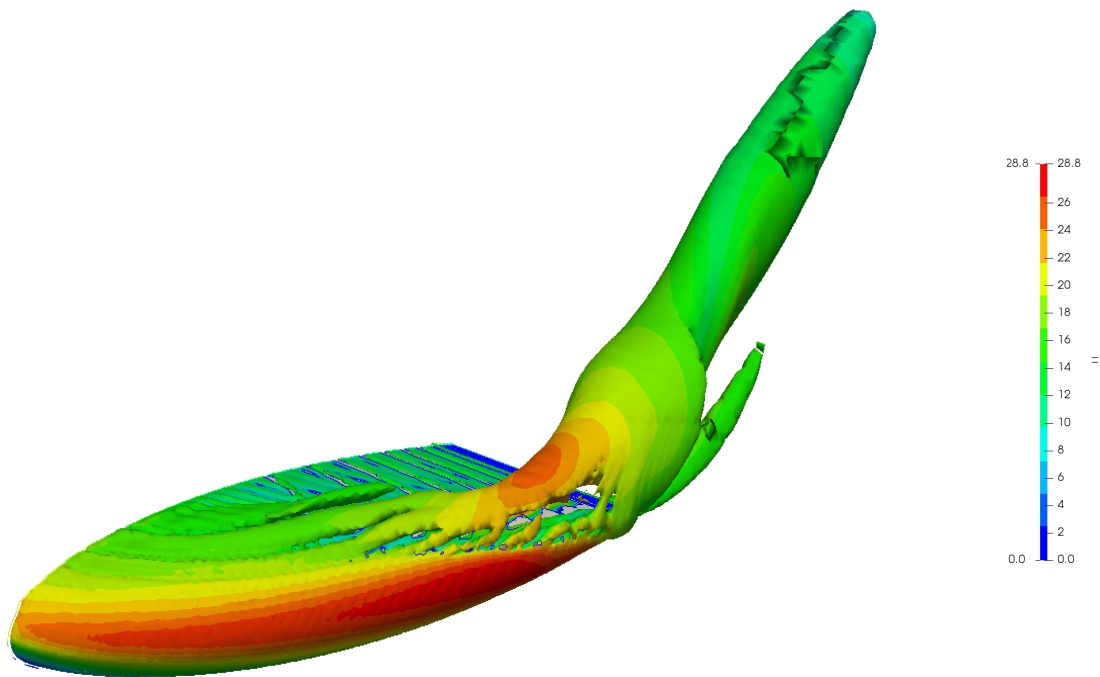
po razmahu krila realizirano je ekstrakcijom podataka iz RANS proračuna - prema [27] - te su rezultati za lepezu napadnih kuteva prikazani na dijagramu, pri čemu su korištena bezdimenzijska veličina cirkulacije $\bar{\Gamma} = \Gamma/(V_\infty b)$ i bezdimenzijska veličina pozicije na polurasponu krila $\bar{y} = y/(b/2)$.



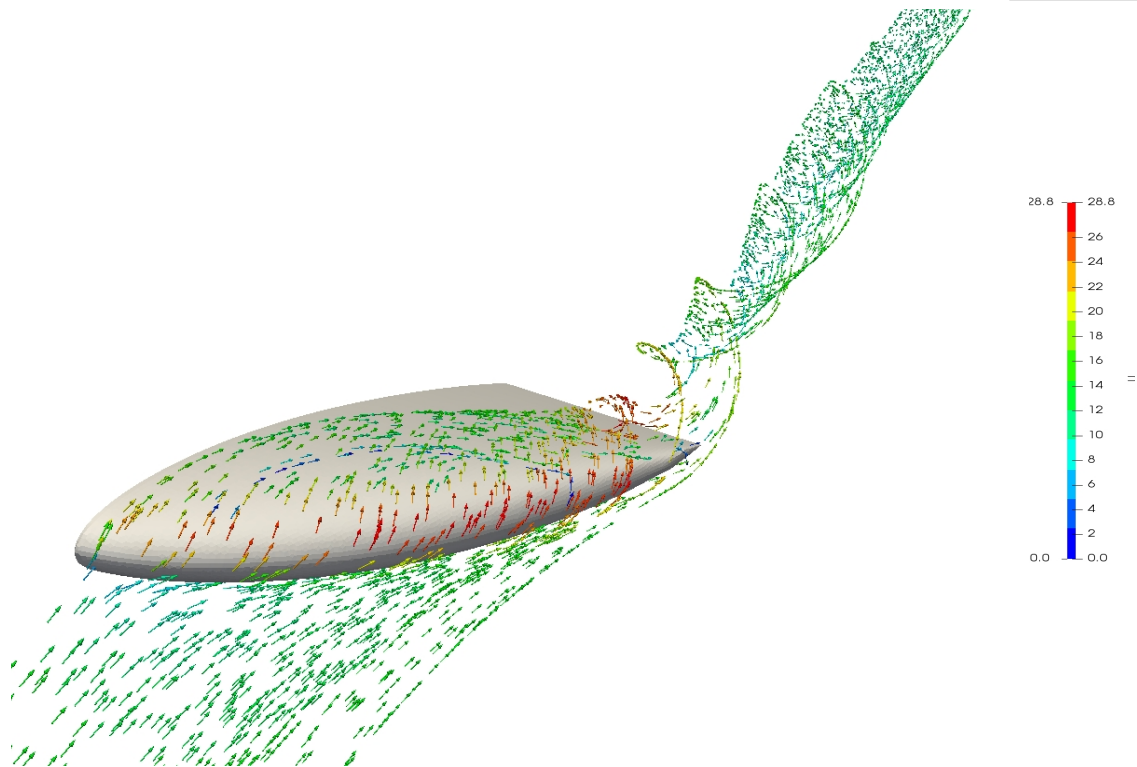
Slika 4.3: Raspored cirkulacije duž razmaha krila

Na dijagramu možemo primijetiti porast cirkulacije u blizini vrha krila te kako s porastom napadnoga kuta ono postaje sve izraženije i po magnitudi sve veće. Kako bismo dublje objasnili navedeni efekt u nastavku ćemo se poslužiti drugim Helmholtzovim teoremom, koja je osnova za razumijevanje postojanja vrtložnoga uzgona. Teorem bi se kolokvijalno mogao nazvati jednačbom kontinuiteta vrtloga [28], jer upravo govori o konstantnosti intenziteta vrtložnosti duž vrtložne cijevi. Nije teško dokazati da intenzitet ne može sam od sebe rasti ili se smanjivati duž svoje osi. Iznos joj jednak veličini cirkulacije, koje ga omeđuje, a kvantitativno ga definiramo umnoškom toka vektora vrtložnosti i površinom poprečnog presjeka strujne cijevi. Dakle, konstantnost će se očuvati, ukoliko se površina presjeka smanji, intenzitet povećava ili obrnuto. Budući da beskonačno vrtloženje ne može postojati, jasno je da se poprečni presjek vrtložne cijevi ne može smanjiti na nulu. Drugim riječima, vrtložna cijev ne može imati početak ili završetak unutar fluida, tj. u praksi ona mora činiti zatvorenu petlju ili se prosti-

rati do granice fluida (čvrsta stijenka ili slobodna površina). Kao proširenje teorema, možemo iznijeti činjenicu, kako će intenzitet između bilo koja dva promatrana presjeka strujne cijevi ostati konstantan, osim u slučaju, ako vrtložnu cijev napusti ili joj se pridruži vrtložna nit (vrtložnica) određenog intenziteta. Upravo tu činjenicu koristimo za objašnjenje porasta cirkulacije. Naime, na napadnom bridu dirigibilea pojavljuje se vrtlog, koji propuhuje gornjakom, stvarajući tako polje niskoga tlaka i povećavajući na taj način iznos lokalnog uzgona sekcija, gdje smo porast cirkulacije identificirali. Vrtlog vizualno nalazimo u prikazima polja vrtložnosti kao i strujnicama konstruiranim oko izoploha vrtloga na slikama (4.4) i (4.5).



Slika 4.4: Vrtložni režim strujanja prikazan izo-plohom polja $Q = 200s^{-2}$

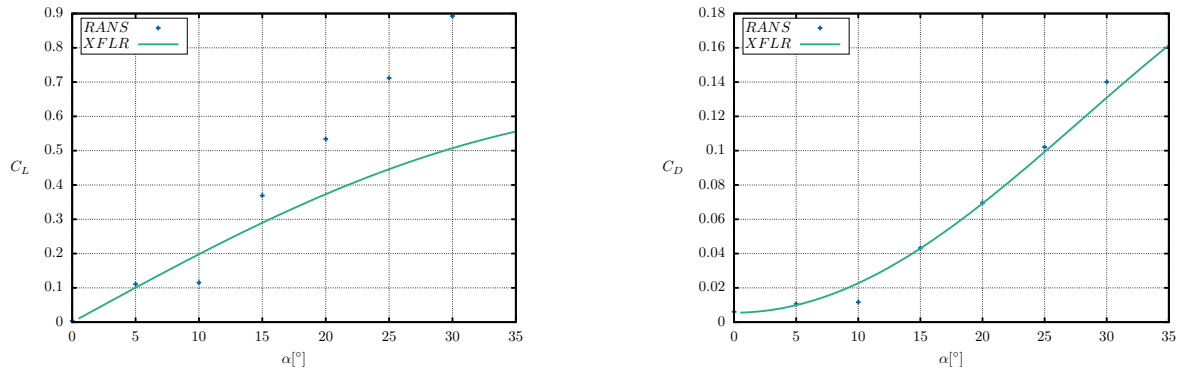


Slika 4.5: Strujnice izrađene pomoću izo-plohama polja Q

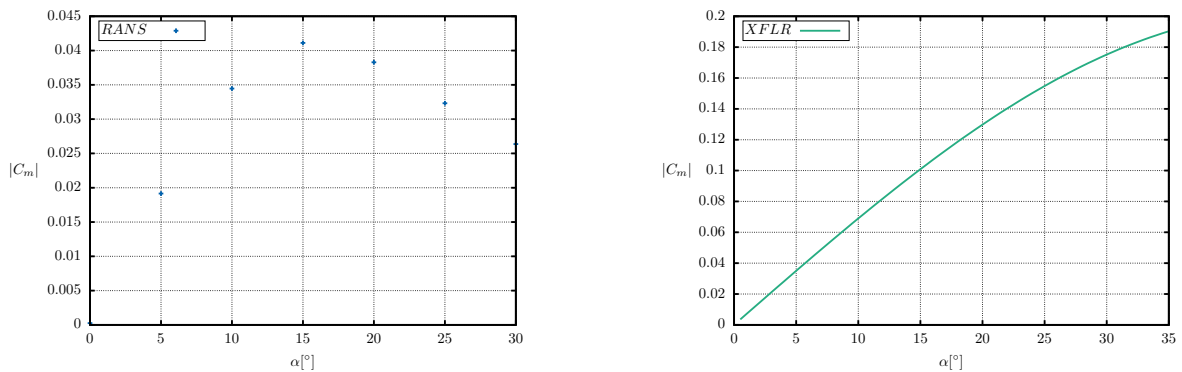
Analogiju za identificiranje položaja nastanka vrtloga, možemo pronaći pri promatranju aerodinamički utjecajnih geometrijskih parametara, kao što je utjecaj suženje krila λ definiran kao omjer korijenske i vršne tetive krila. Numeričkim i eksperimentalnim putem potvrđeno je, kako se smanjenjem suženja, položaj maksimalne vrijednosti lokalnog koeficijenta uzgona pomiče od osi simetrije za pravokutna krila ($\lambda = 1$) do vrha krila za trokutasta krila ($\lambda = 0$). Drugim riječima, kod porasta napadnoga kuta, odvajanje graničnoga sloja na pravokutnom krilu prvo se događa na sredini krila, kod trokutastog na vrhovima krila, a kod ostalih – sa vrijednostima suženja između dviju krajnjih vrijednosti – između korijena i vrha i to bliže vrhovima krila [9]. Stoga, sužena krila – trapezna, trokutasta, strelasta, a konstrukcijskom izvedbom tu spada i naš dirigibile – sklona su separaciji blizu vrhova krila. Iako su se u slučaju naše letjelice prve naznake nestacionarnosti javili tek kod napadnog kuta od 30 stupnjeva, analogija o promjeni točke separacije duž razmaha potvrdila je ranije utvrđeno.

Prilikom konstruiranja i ispitivanja upravljačkih površina – što nije predmet istraživanja ovoga rada – treba voditi računa o njihovoj efikasnosti glede ranije izvedenih

činjenica te opažanja mogu poslužiti u budućnosti prilikom dimenzioniranja elevona. U nastavku slijedi dijagramska usporedba rezultata XFLR-a i RANS-a.



Slika 4.6: Dijagrami koeficijenata aerodinamičkih sila za $\beta = 0$



Slika 4.7: Dijagrami koeficijenata aerodinamičkih momenata za $\beta = 0$

Koeficijent uzgona C_L i koeficijent otpora C_D kod $\alpha = 10^\circ$ izračunati u RANS-u naoko jako odudaraju od rješenja proširene panelne metode. Slično tome, koeficijent momenta propinjanja C_m dobiven RANS-om pri 15° postiže svoju maksimalnu vrijednost, dok rezultati XFLR-a u navedenom području pokazuju porast, ali ne i ekstrem. Uzrok tome jest, kako XFLR podcjenjuje rezultate, jer nije u mogućnosti „uhvatiti“ efekt, koji generira vrtlog napadanog brida. Vršni vrtlog - ranije prikazan na slici (4.4) - počinje se formirati između $\alpha = 5^\circ$ i $\alpha = 10^\circ$ te integriranjem vrijednosti iz RANS-a njegov se utjecaj i kvantificira.

4.2.2. Let sa kutem klizanja

Nelinearnost aerodinamičkih koeficijenata momenata javlja se kao rezultat pojave asimetričnih vrtloga oko dirigibilea [29].

Tijekom post-procesiranja rezultata RANS proračuna uočene su različite strukture vrtloga oko dirigibilea, koje, kako je ranije naglašeno, uzrokuju nelinearnost aerodinamičkih koeficijenata. Iako je izrađeno tri razine profinjenja mreža (B.2) kako bi se „uhvatio“ vrtložni trag, razlučivost navedenih profinjenja nisu dovoljno „fina“, kako bi se vrtložne konfiguracije dublje identificirale. Kako postoji naznaka sličnosti, glede pojave vrtloga na napadnom bridu, s delta krilima [29] te letjelica raznih konfiguracija, no također s zaobljenim napadnim bridom [30] ono može poslužiti kao motivacija za daljni rad u razvoju letjelice ovoga tipa.

Važno je napomenuti, kako XFLR prilikom računanja koeficijenata momenata uzima u obzir i raspodjelu masa, tako i ova činjenica može biti izvor odudaranja rješenja između panelne metode i metode konačnih volumena.

5 | Zaključak

U sklopu ovoga rada predstavljena su aerodinamička opterećenja nove geometrije hibridnoga dirigibilea, pri čemu su zasebno promatrani utjecaji necirkulacijskih i cirkulacijskih aerodinamičkih modova. Svrha rada nije izrada punog modela mehanike leta, već klasificirati pojedine uzroke aerodinamičkih opterećenja te analize metoda za njihovo određivanje.

U OpenFOAM [31] softverskom paketu, implementirana je volumna numerička metoda za necirkulacijsko strujanje idealnog fluida. Pregledom postojećih numeričkih implementacija za navedenu klasu problema, možemo ustvrditi, kako nije uobičajeno korištenje volumne metode, implementirane tijekom izrade ovoga rada, za navedenu klasu problema.

U XFLR proračunskom paketu, implementirana je metoda rubnih elemanta za proračun cirkulacijskog strujanja idealnog fluida. Numeričko ispitivanje u XFLR provedeno je za čitav spektar napadnih kuteva α i kuteva klizanja β te međudjelovanja α i β . Nakon izračuna neviskoznih cirkulacijskih opterećenja, uključena je podrutina XFOIL koja uz prethodna rješenja naračunava i viskozni utjecaj prilikom strujanja.

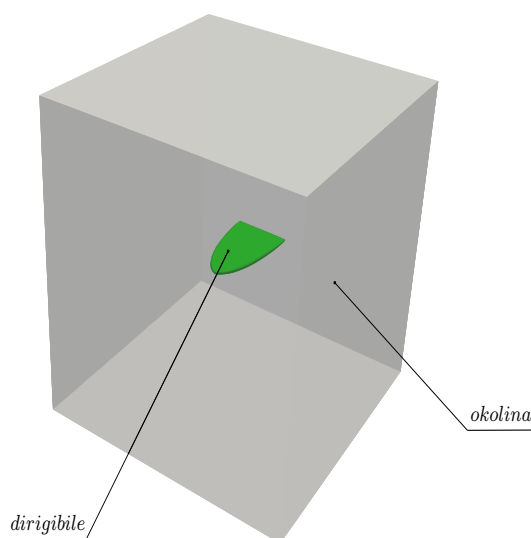
Također se uporabom OpenFOAM softverskog paketa provela analiza viskoznog cirkulacijskog strujanja. Prvo se proveo proračun za simetričan problem, odnosno za $\beta = 0$ te određeni raspon napadanih kuteva α . Nakon toga se analizirao nesimetričan problem strujanja uz međudjelovanje napadnih kuteva i kuteva klizanja, dakle za različite kombinacije α i β . Usporedba rezultata cirkulacijskih aerodinamičkih opterećenja ukazuje da pristup iz aspekta idealnog fluida i nakon dodavanja utjecaja viskoznosti, kako je implementirano u XFLR, ne daje dobro poklapanje ni kvalitativno ni kvantitativno s

poljem strujanja dobivenih RANS modelom za veće kuteve α i β .

Može se zaključiti da se promatranom tipu letjelice necirkulacijski modovi mogu odrediti volumnom metodom. Nadalje, iz usporedbe rezultata modela viskoznog cirkulacijskog gibanja može se zaključiti kako, pristup iz BEM strane kakav je implementiran u XFLR, ne daje pouzdane rezultate za deltoidno krilo malog aspektnog odnosa \mathcal{R} jer ne obračunava doprinos vršnog vrtloga, koji se javi u očekivanom rasponu napadnih kuteva takvog krila.

A Diskretizacija proračunske domene i postavke simulacija za proračun pridruženih masa

Mreža potrebna za numerički proračun izrađena je u softverskom paketu cfMesh [32] otvorenoga koda. Izrađena je površinska mreža kvalitetne razlučivosti – kako bi se povećala točnost rješenja - oko same letjelice te testnih primjeraka. Osim toga, izrađena je mreža same domene. Za dodatnim površinskim profinjenjima te profinjenjima oko geometrije nema potrebe.



Slika A.1: Proračunska domena za izračun pridruženih masa

Primjenjeni rubni uvjeti za proračun prikazani su u tablici (A.1).

Geometrija	<i>Neumannov r.u.</i>
Okolina	<i>homogeni Dirichletov r.u.</i>

Tablica A.1: Rubni uvjeti na diskretiziranoj domeni

Postavke numeričkih shema u direktoriju *fvSchemes* prikazani su u tablici (A.2).

ddtSchemes	steadyState
gradSchemes	leastSquares
divSchemes	<i>bounded Gauss linear i Gauss linear</i>
laplacianSchemes	<i>Gauss linear corrected</i>
interpolationSchemes	<i>Linear</i>
snGradSchemes	<i>corrected</i>

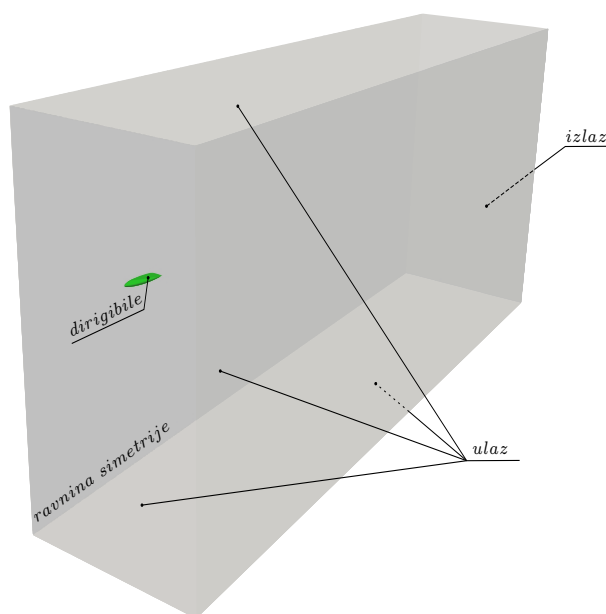
Tablica A.2: Postavke numeričkih shema za proračun pridruženih masa

B Pojediniosti RANS numeričkih simulacija

B.1. Diskretizacija proračunske domene

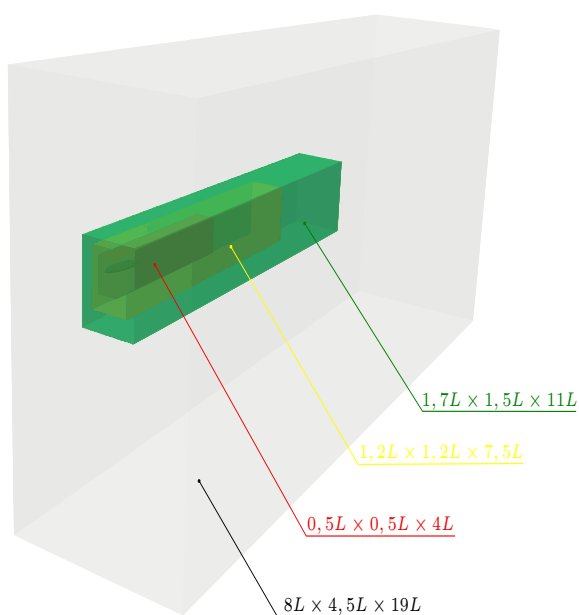
B.1.1. Simetričan problem

Domena za slučaj strujanja bez kuta klizanja - $\beta = 0$ - prikazana je na slici (B.1). Strujanje smatramo simetričnim, kako imamo simetričnu letjelicu bez pogonskih elemenata. Kako bismo simulirali strujanje pod različitim kutevima napada, domenu držimo fiksnim te na ulaznim rubovima variramo smjer vektora brzine.



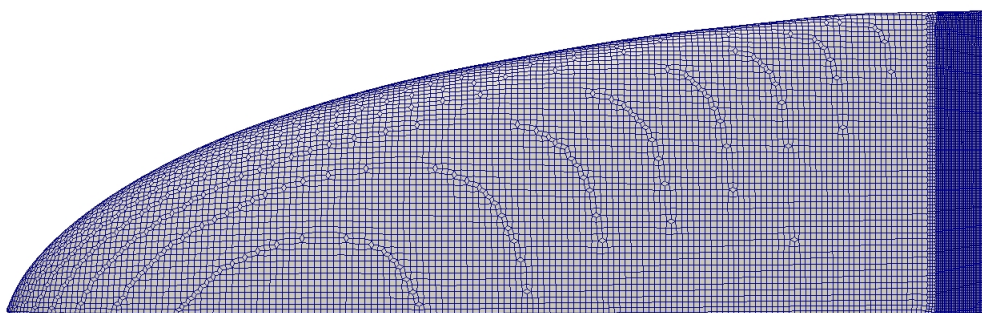
Slika B.1: Proračunska domena za simetričan slučaj

Proračunska mreža izrađena je u softverskom paketu cfMesh otvorenoga koda. Kako bi se uhvatio vrtložni trag oko letjelice, postavljene su tri razine profinjenja, prema slici (B.2).

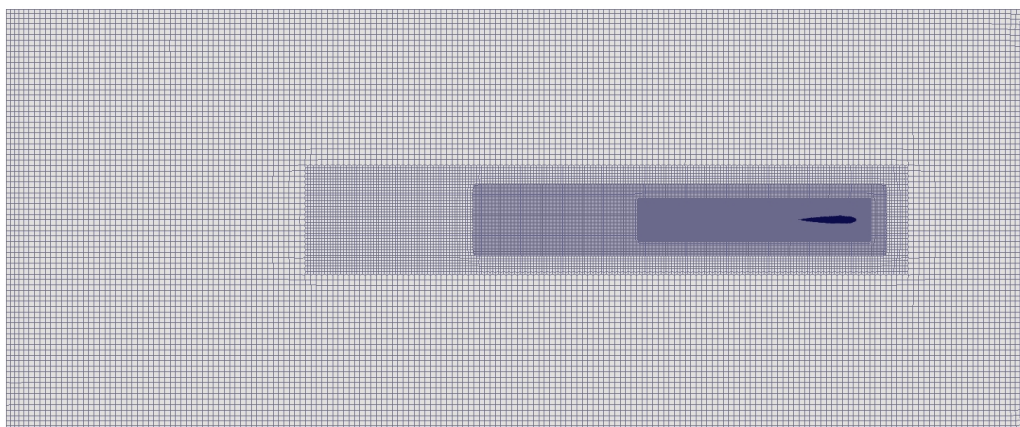


Slika B.2: Dimenzija globalne domene i dodatnih područja profinjenja oko letjelice

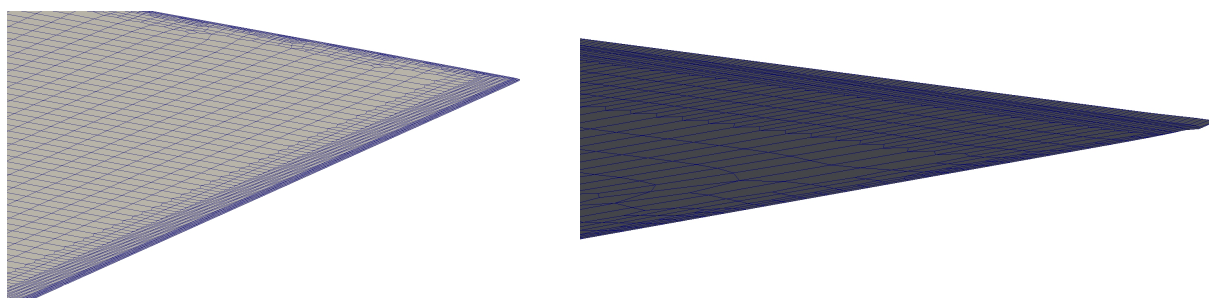
Površinska mreža dodatno je profinjena oko izlaznoga brida (B.3) te na samome oštrom izlaznom bridu (B.5).



Slika B.3: Mreža na površini dirigiblea iz položaja gornjeg tlocrta



Slika B.4: Globalna profinjenja iz pogleda bokocrta



Slika B.5: Detalj profinjenja na oštrm izlaznom bridu

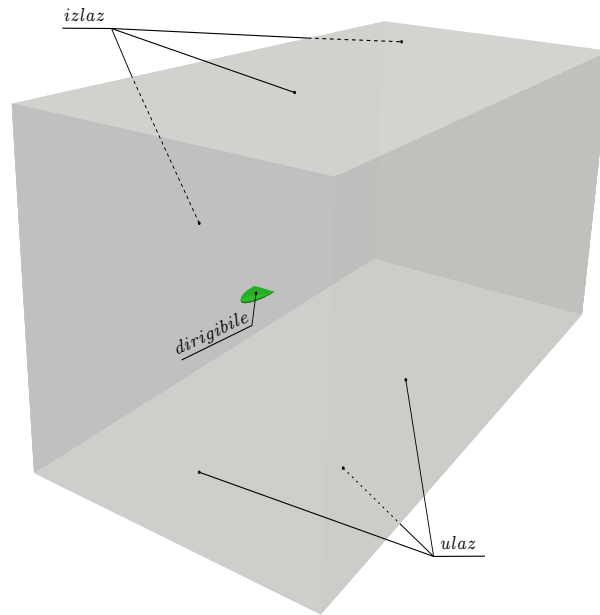
Rubni uvjeti zadani proračunskoj domeni prikazani su u tablici (B.1).

	ulaz / izlaz	dirigibile	ravnina simetrije
p	<i>freestreamPressure</i>	<i>zeroGradient</i>	<i>symmetry</i>
U	<i>freestreamVelocity</i>	<i>noSlip</i>	<i>symmetry</i>
k	<i>inletOutlet</i>	<i>kqRWallFunction</i>	<i>symmetry</i>
ω	<i>inletOutlet</i>	<i>omegaWallFunction</i>	<i>symmetry</i>
ν_t	<i>calculated</i>	<i>nutUSpaldingWallFunction</i>	<i>symmetry</i>

Tablica B.1: Rubni uvjeti za simetričan problem

B.1.2. Nesimetričan problem

Domena za slučaj strujanja sa kutem klizanja - $\beta \neq 0$ - prikazana je na slici (B.6). U svrhu simuliranja različitih kuteva napada i kuteva klizanja mijenjamo smjer vektora brzine na ulaznim plohama.



Slika B.6: Proračunska domena za nesimetričan slučaj

Mreža za nesimetričan slučaj strujanja izrađena je pomoću ugrađenih funkcionalnost OpenFOAM proračunskog paketa za pred-procesorsku pripremu proračunske domene (*engl.* Mesh manipulation utilities). Rubni uvjeti zadani proračunskoj domeni prikazani su u tablici (B.2).

	ulaz/izlaz	dirigibile
p	<i>freestreamPressure</i>	<i>zeroGradient</i>
U	<i>freestreamVelocity</i>	<i>noSlip</i>
k	<i>inletOutlet</i>	<i>kqRWallFunction</i>
ω	<i>inletOutlet</i>	<i>omegaWallFunction</i>
ν_t	<i>calculated</i>	<i>nutUSpaldingWallFunction</i>

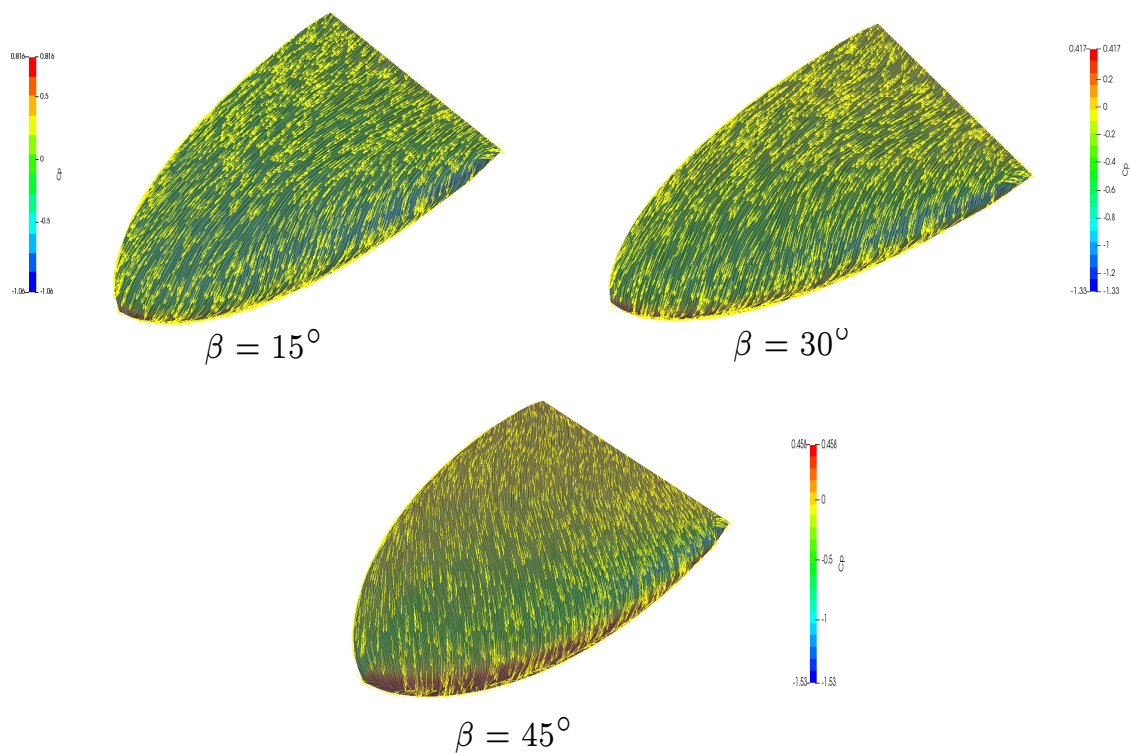
Tablica B.2: Rubni uvjeti za nesimetričan problem

B.2. Postavke simulacija

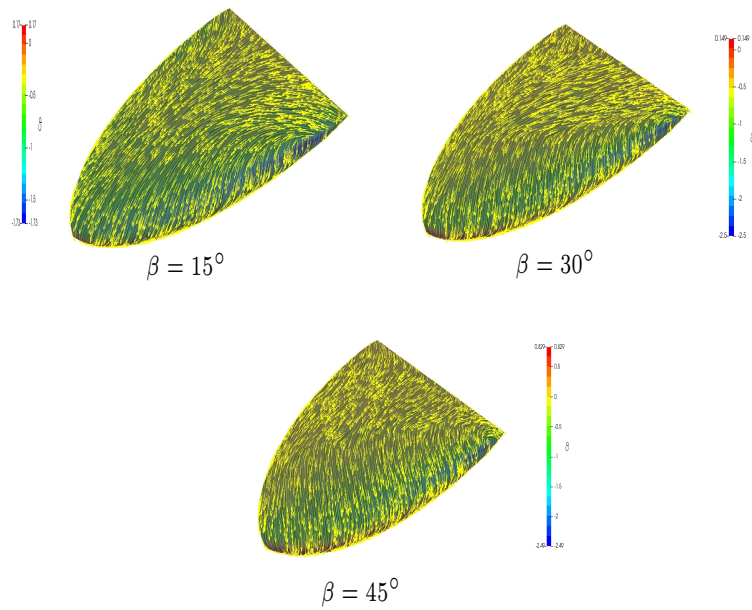
Za provođenje proračuna poslužili smo se gotovim programom simpleFoam namijenjenim rješavanju problema stacionarnih nestlačivih strujanja SIMPLE algoritmom. Ono spada u skupinu gotovih rješavača namijenjenih rješavanju problema nestlačivih strujanja. OpenFOAM paket pristupa ovoj klasi problema jedinstveno – kako se već i u dijelu matematičkog modela strujanja navodilo - gdje je konstantna gustoća $\rho = \text{konst.}$ eliminirana i ne pojavljuje se u jednadžbama matematičkog modela [33]. U skladu s time sve veličine dobivaju odgovarajući značaj i dimenziju. Kod nestlačivog strujanja polje tlaka se pojavljuje u jednadžbama količine gibanja isključivo u obliku gradijenta tlaka pa njegova apsolutna vrijednost nije bitna, a u strujanju će mjerodavno polje biti polje razlike tlaka. Stoga, vrijednost tlaka zadajemo na ćeliji blizu ulaznog ruba u kojoj ne fluktuiraju tlak. Jedan od aspekata iterativnog postupka rješavanja jednadžbi strujanja jest taj da rješenje napreduje od rubova ka nutrini područja i u smjeru strujanja. Za kontrolu postignute točnosti iterativnog postupka pratili smo vrijednosti reziduala te vrijednosti koeficijentata sila i momenata na letjelicu. Za polje brzine odabrana je linearUpwindV shema, u biti linearna uzvodna shema drugog reda točnosti, dok je za k i ω korištena obična uzvodna shema prvog reda točnosti pod nazivom upwind. Korištene su standardne vrijednosti podrelaksacijskih faktora za ovu klasu strujanja i to 0,3 za tlak, a za ostala polja 0,7. U proračunima je uzeta gustoća zraka $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ te kinematička viskoznost vrijednosti $= 1,48 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

C | Post-procesiranje RANS proračuna za $\beta \neq 0$

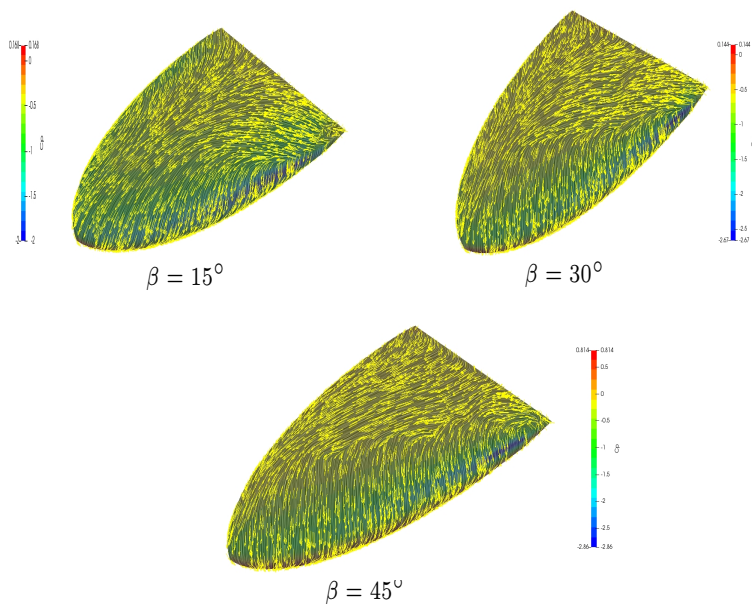
U nastavku slijedi prikaz rezultata RANS proračuna prikazom polja određenih fizikalnih veličina.



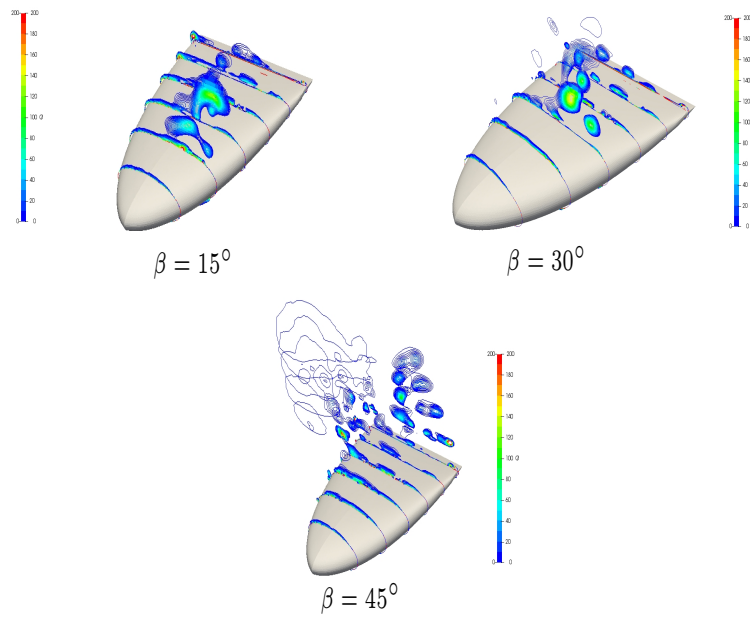
Slika C.1: Prikaz vektora tangencijalnih naprezanja pri $\alpha = 5^\circ$



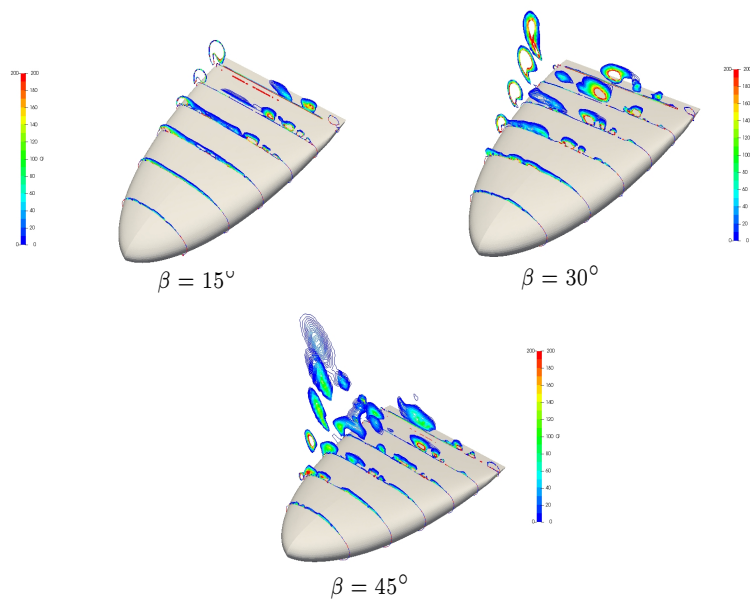
Slika C.2: Prikaz vektora tangencijalnih naprezanja pri $\alpha = 15^\circ$



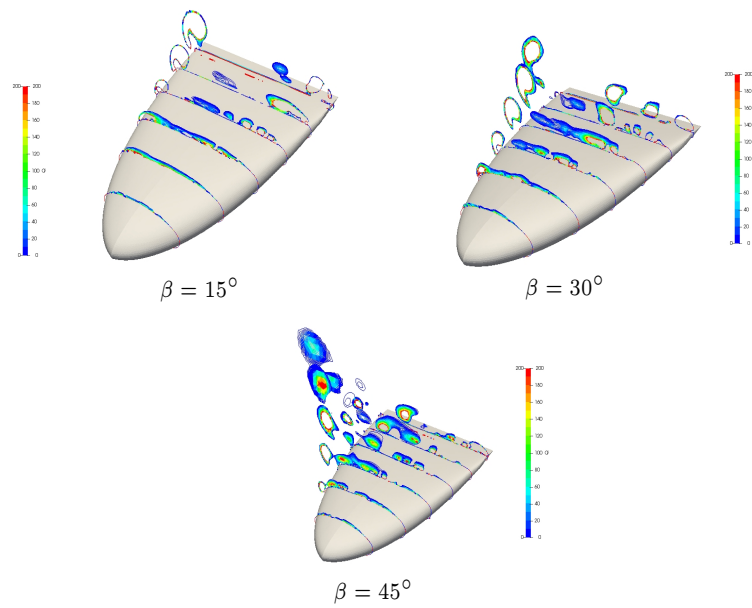
Slika C.3: Prikaz vektora tangencijalnih naprezanja pri $\alpha = 20^\circ$



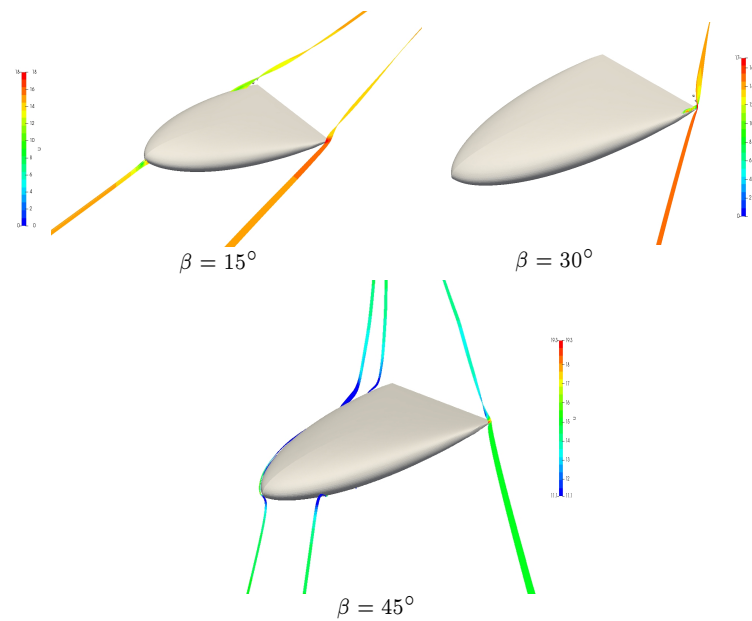
Slika C.4: Prikaz ploha vrtložnosti oko dirigibilea pri $\alpha = 5^\circ$



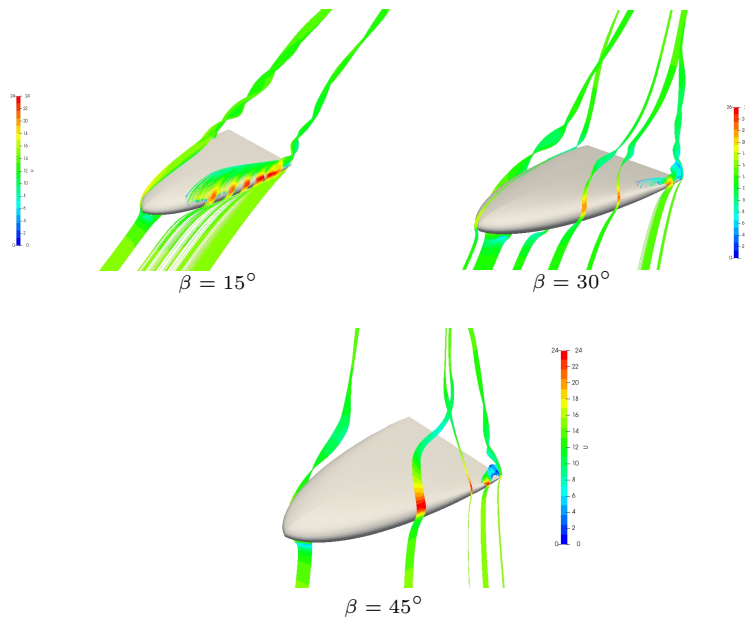
Slika C.5: Prikaz ploha vrtložnosti oko dirigibilea pri $\alpha = 15^\circ$



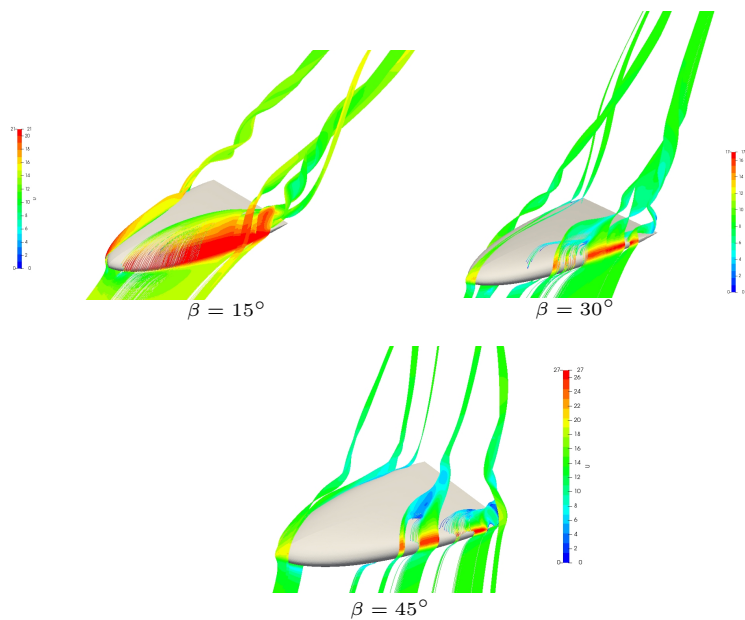
Slika C.6: Prikaz ploha vrtložnosti oko dirigibilea pri $\alpha = 20^\circ$



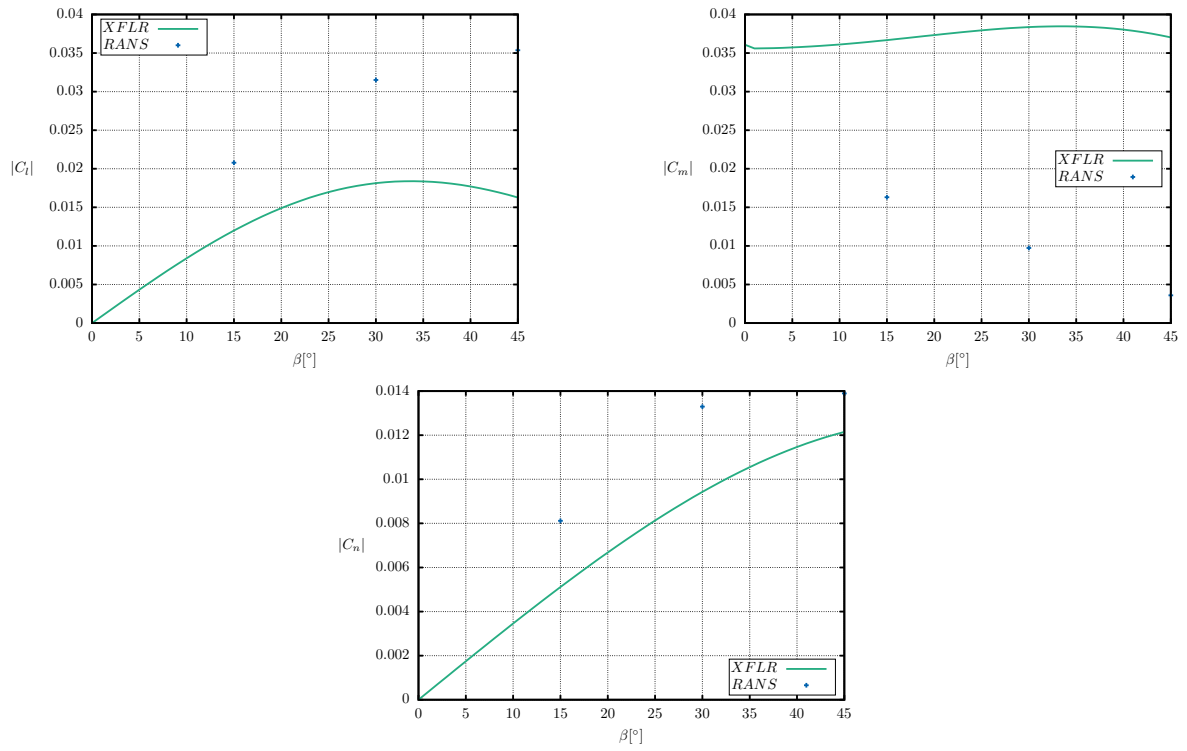
Slika C.7: Prikaz strujnica načinjenih na temelju ploha vrtložnosti pri $\alpha = 5^\circ$



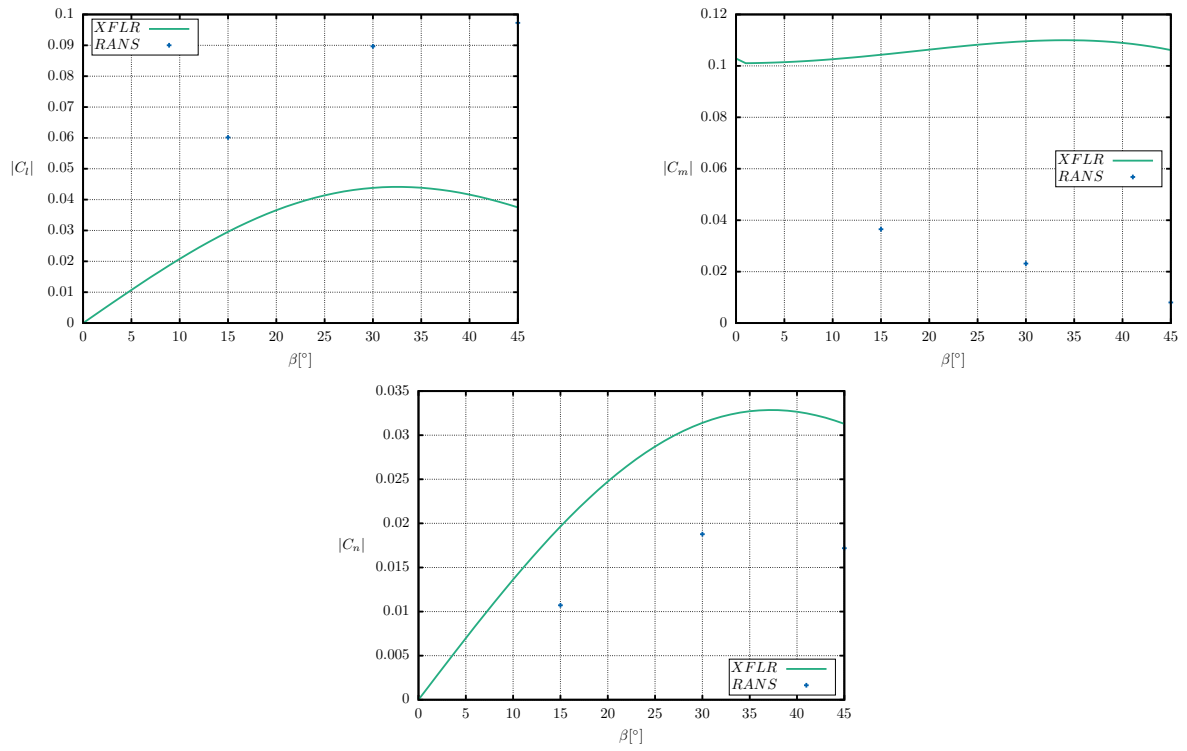
Slika C.8: Prikaz strujnica načinjenih na temelju ploha vrtložnosti pri $\alpha = 15^\circ$



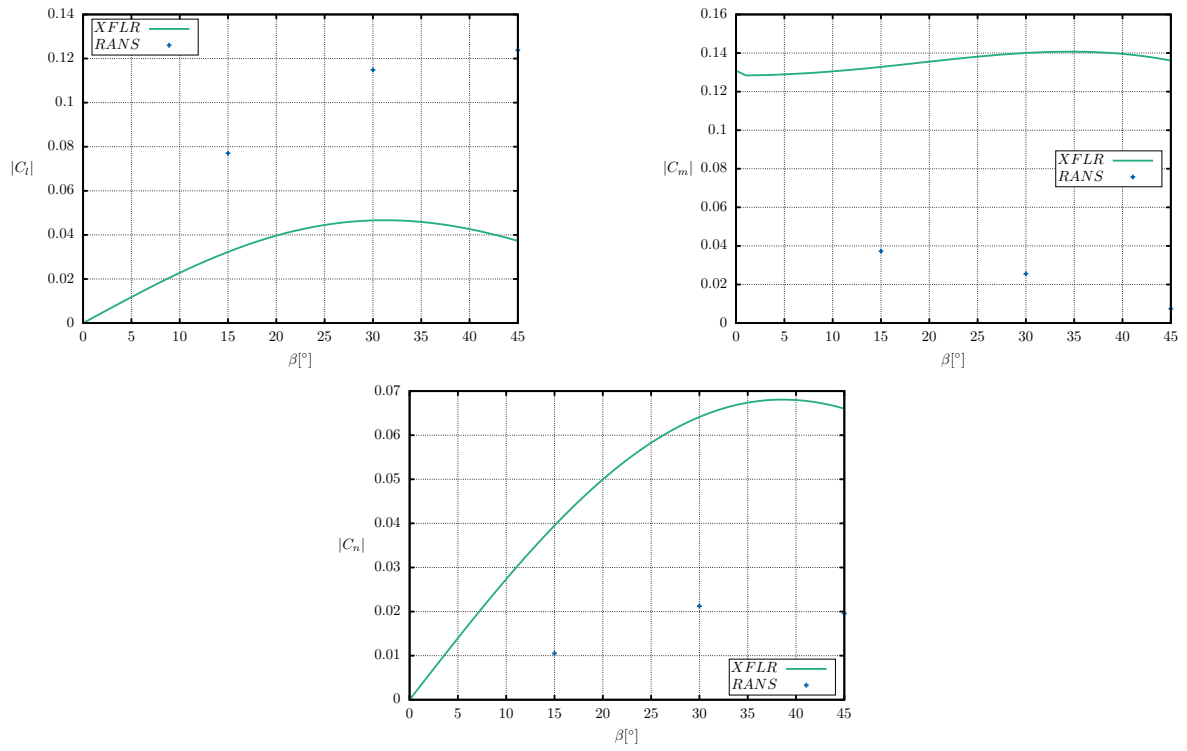
Slika C.9: Prikaz strujnica načinjenih na temelju ploha vrtložnosti pri $\alpha = 20^\circ$



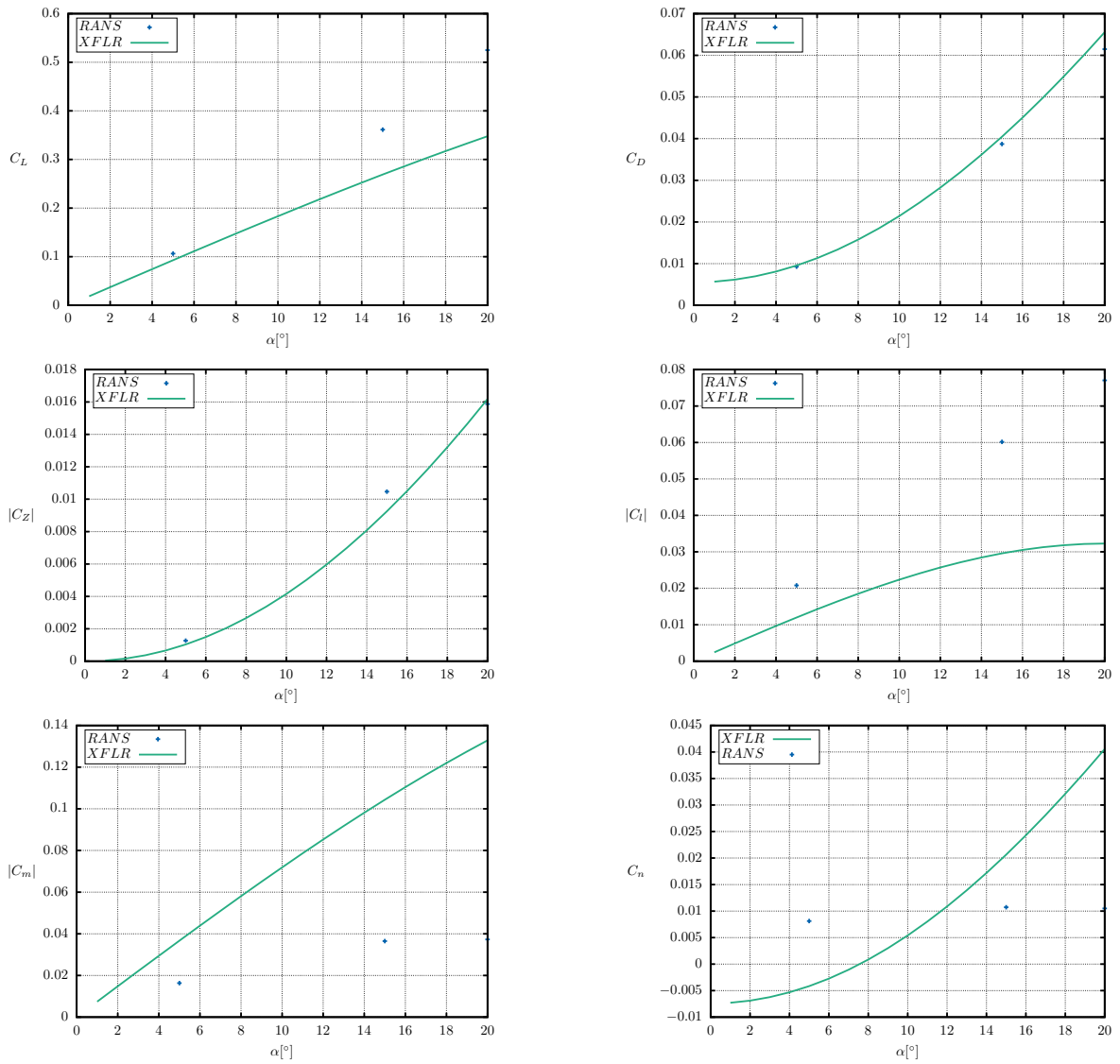
Slika C.10: Koeficijenti aerodinamičkih momenata pri $\alpha = 5^\circ$



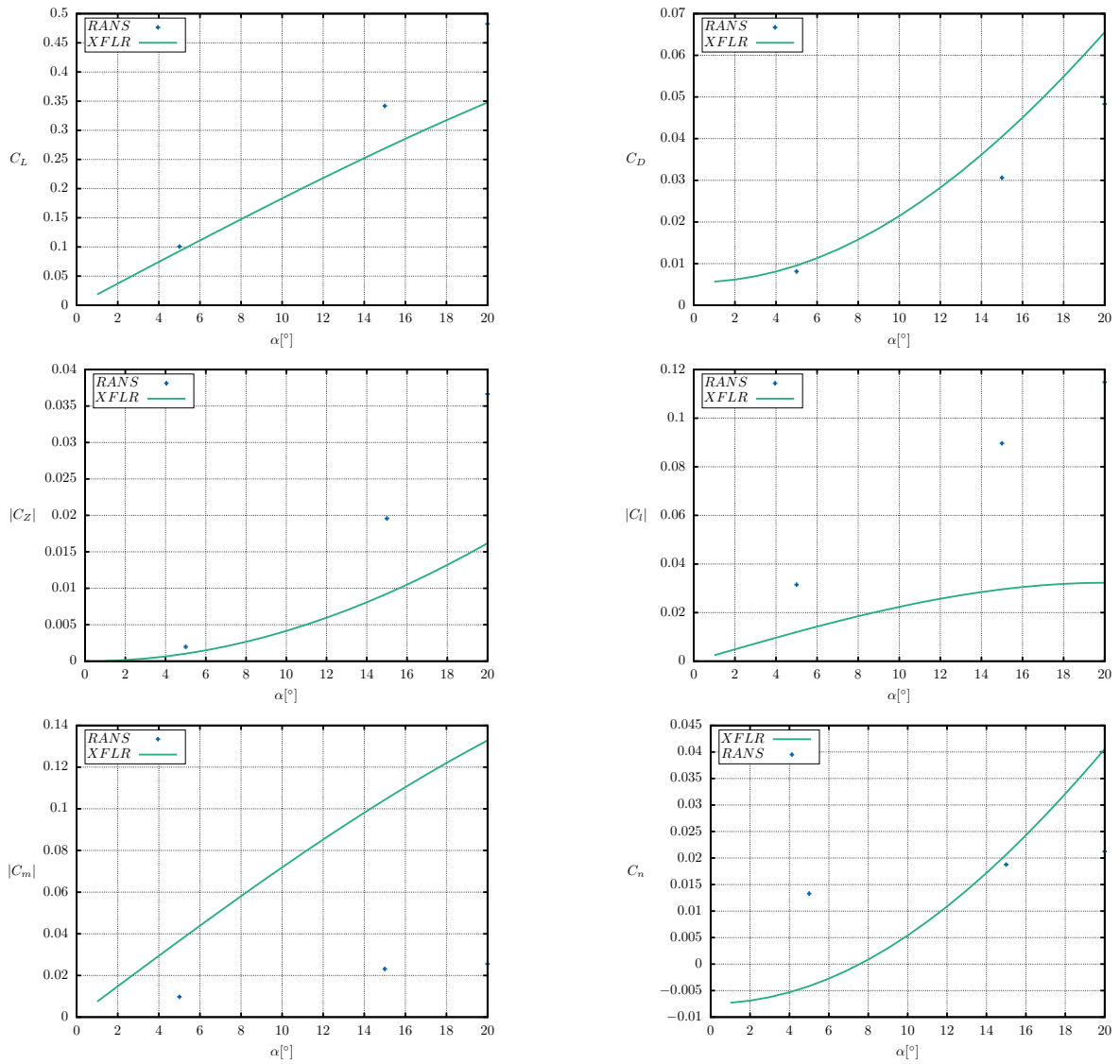
Slika C.11: Koeficijenti aerodinamičkih momenata pri $\alpha = 15^\circ$



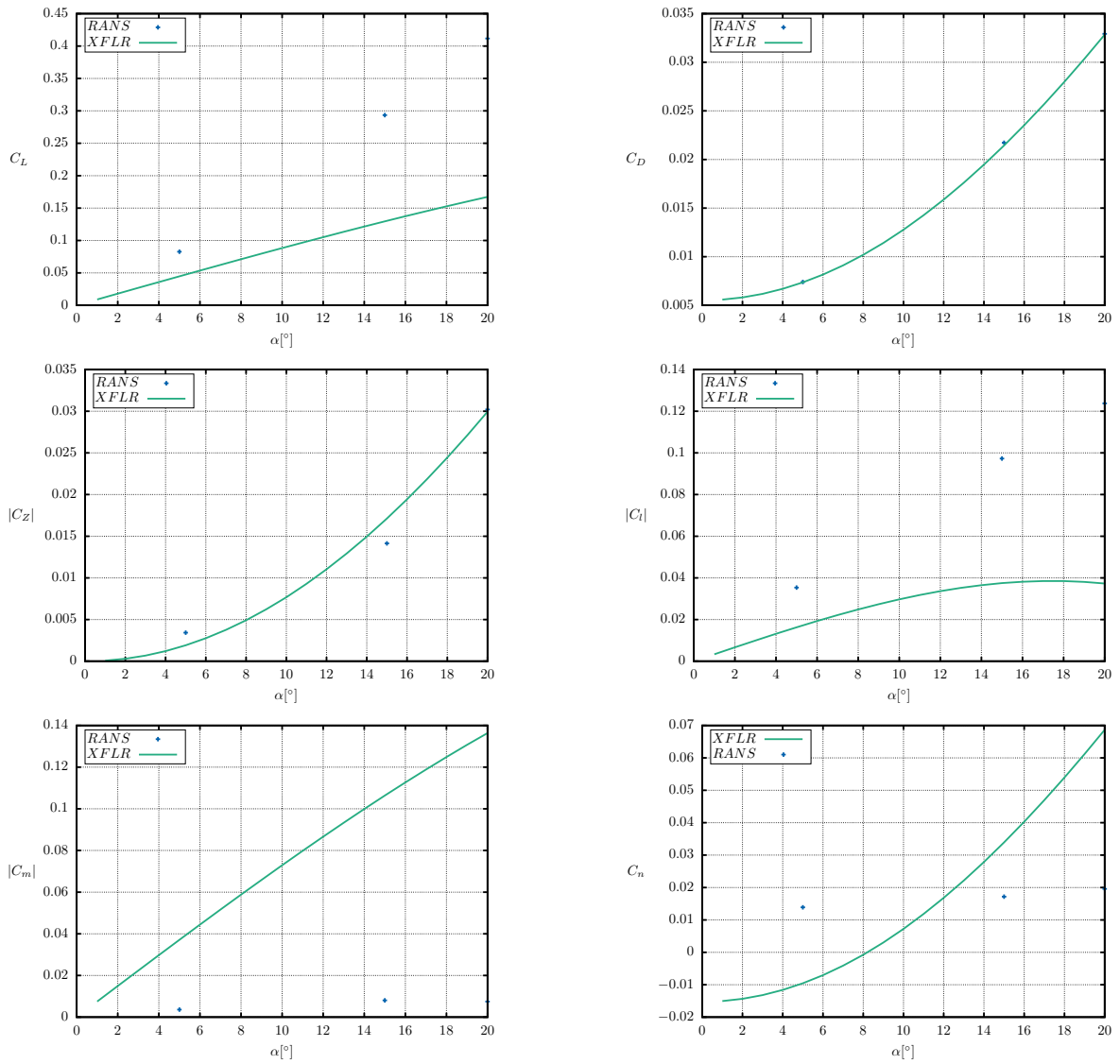
Slika C.12: Koeficijenti aerodinamičkih momenata pri $\alpha = 20^\circ$



Slika C.13: Aerodinamičke značajke pri $\beta = 15^\circ$



Slika C.14: Aerodinamičke značajke pri $\beta = 30^\circ$



Slika C.15: Aerodinamičke značajke pri $\beta = 30^\circ$

Literatura

- [1] Y. B. Sebban. *Lighter than Air Robots*. Springer, 2012.
- [2] D. Matijašević. *Izveštaj prve faze eksperimenta na numeričkom modelu replike Penkalinog zrakoplova CA-10 PA*. Aeroklub Zagreb, 2013.
- [3] M.M. Munk. *The Aerodynamic Forces on Airship Hulls*. NACA TR 184, 1924.
- [4] M. Tuveri; A. Ceruti; P. Marzocca. *Added masses computation for unconventional airships and aerostats through geometric shape evaluation and meshing*. IJASS, 2014.
- [5] W. M. Miller. *The Dynairship*. Aereon Corp. Princeton, NY, 1975.
- [6] Solar Ship Inc. *OCEK: SOLAR DRONE*. <https://www.solarship.com/ocek.html>, pristupljeno: 27.03.2020.
- [7] S. Allano; P. Blazevic; H. Kuhlmann. *Rapport d'activité le réseau de recherche scientifique Dirisoft*. Réseau de recherche Dirisoft, 2011.
- [8] Y. B. Sebbane; H. Kuhlmann. *A Newton Euler Approach to Modeling of a Quad-Rotor Autonomous Airship - Preliminary Results*. AIAA, 2012.
- [9] P. Kesić. *Osnove aerodinamike*. Sveučilište u Zagrebu, FSB, 2003.
- [10] G. E. Carichner; L. M. Nicolai. *Fundamentals of aircraft and Airship Design, Vol. 2 - Airship Design and Case Studies*. AIAA, 2013.

- [11] J. S. Ames. *A resume of the advances in theoretical aeronautics made by Max M. Munk*. NACA TR 213, 1926.
- [12] S. Janković. *Mehanika leta zrakoplova*. Sveučilište u Zagrebu, FSB, 2001.
- [13] K. Karamcheti. *Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics*. Pe Men Book Co., 1982.
- [14] H. Lamb. *Hydrodynamics*. Dover Publications, 1945.
- [15] L. M. Milne-Thomson. *Theoretical Aerodynamics*. Dover Publications, 2011.
- [16] Z. Virag; M. Šavar; I. Džijan. *Mehanika fluida I*. Sveučilište u Zagrebu, FSB, 2017.
- [17] Z. Virag; S. Krizmanić. *Dinamika plinova – predavanja*. Sveučilište u Zagrebu, FSB, 2020.
- [18] Z. Virag; M. Šavar; I. Džijan. *Mehanika fluida II - Predavanja*. Sveučilište u Zagrebu, FSB, 2017.
- [19] A. Plotkin J. Katz. *Low-Speed Aerodynamics*. McGraw-Hill, 1991.
- [20] Z. Virag; M. Šavar; I. Džijan. *Mehanika fluida II - Vježbe*. Sveučilište u Zagrebu, FSB, 2017.
- [21] A. Deperrois. *XFLR 5: Theoretical background*. <http://www.xflr5.tech/xflr5.htm>, pristupljeno 01.06.2020.
- [22] M. Drela. *An analysis and design system for low reynolds number airfoils*. MIT, Dept. of Aeronautics and Astronautics, Cambridge, Massachusetts, 1989.
- [23] M. Drela. *Flight Vehicle Aerodynamics*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2014.
- [24] D. Matijašević. *Hermiteova interpolacija radijalnim baznim funkcijama u metodi kontrolnih volumena – doktorski rad*. Sveučilište u Zagrebu, FSB, 2011.
- [25] F.R. Menter; M. Kuntz; R. Langtry. *Ten years of industrial experience with the SST turbulence model*. In Proceedings of the fourth international symposium on turbulence, heat and mass transfer, 2003.

- [26] I. Džijan. *Računalna dinamika fluida*. Sveučilište u Zagrebu, FSB, 2010.
- [27] T. Budanko. *Leteće krilo za prikupljanje vegetacijskih indeksa - završni rad*. Sveučilište u Zagrebu, FSB, 2020.
- [28] P. W. Carpenter E. L. Houghton. *Aerodynamics for Engineering Students*. Butterworth-Heinemann, 2003.
- [29] J. D. Anderson. *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill, 2011.
- [30] S.M. Hitzel; O.J. Boelens; M. Rooij; A. Hövelman. *Vortex development on the AVT-183 diamond wing configuration – numerical and experimental findings*. AIAA, 2015.
- [31] The OpenFOAM Foundation. *OpenFOAM 7*. <https://openfoam.org/version/7/>, pristupljeno: 01.05.2020.
- [32] Creative Fields d.o.o. *cfMesh*. <https://cfmesh.com/>, pristupljeno: 01.05.2020.
- [33] S. Krizmanić. *Računalna dinamika fluida – vježbe*. Sveučilište u Zagrebu, FSB, 2020.