

Simulacijski model studentskog restorana

Mihaljević, Zvonimir

Master's thesis / Diplomski rad

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:622799>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-20**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Zvonimir Mihaljević

Zagreb, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Goran Đukić, dipl. ing.

Student:

Zvonimir Mihaljević

Zagreb, 2020.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svom mentoru prof. dr. sc. Goranu Đukiću na stručnoj pomoći pri izradi ovog diplomskog rada.

Posebno se zahvaljujem svojim roditeljima na podršci tijekom studija.

Zvonimir Mihaljević



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske radove studija strojarstva za smjerove:
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment,
inženjerstvo materijala te mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa: 602 - 04 / 20 - 6 / 3	
Ur. broj: 15 - 1703 - 20 -	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **ZVONIMIR MIHALJEVIĆ** Mat. br.: **0035189028**

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Simulacijski model studentskog restorana**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Simulation model of student restaurant**

Opis zadatka:

Studentski restoran (menza) primjer je sustava s više poslužitelja i korisnika u kojem se događa pojava redova čekanja. Kao takvi mogu se analizirati teorijom redova čekanja ili simulacijama diskretnih događaja. Zbog kompleksnosti sustava i opisa isključivo analitičkim modelima, simulacijski modeli posebno su pogodni zbog naknadnih "što ako" analiza".

U radu je potrebno:

- opisati rad studentskog restorana na fakultetu,
- provesti sakupljanje podataka o procesu dolaženja u menzu, posluživanja hrane, naplate hrane, konzumiranja hrane i vraćanja pribora,
- analizirati stanje sustava analitičkim modelima,
- napraviti simulacijski model sustava (uz verifikaciju i validaciju) u dostupnom simulacijskom softveru,
- prezentirati bitna obilježja promatranog restorana (iskoristivosti, duljine redova, vremena čekanja),
- pomoću "što ako" simulacija provjeriti promjene u ponašanju sustava eventualnim promjenama pojedinih parametara sustava ili dodavanjem/oduzimanjem pojedinih entiteta.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:
30. travnja 2020.

Rok predaje rada:
2. srpnja 2020.

Predviđeni datum obrane:
6. srpnja do 10. srpnja 2020.

Zadatak zadao:

prof. dr. sc. Goran Đukić

Predsjednica Povjerenstva:

prof. dr. sc. Biserka Runje

SADRŽAJ

SADRŽAJ.....	I
POPIS SLIKA.....	IV
POPIS TABLICA.....	VI
POPIS OZNAKA.....	VII
SAŽETAK.....	IX
SUMMARY.....	X
1. UVOD.....	1
2. TEORIJA REDOVA ČEKANJA.....	2
2.1. Elementi redova čekanja.....	3
2.1.1. Populacija klijenata.....	3
2.1.2. Sustav posluživanja.....	3
2.1.3. Obrasci dolaska i posluživanja.....	5
2.2. Modeli redova.....	6
2.2.1. Jednokanalni model sustava linije čekanja.....	6
2.2.2. Višekanalni model sustava linije čekanja.....	7
3. SIMULACIJSKO MODELIRANJE.....	8
3.1. Simulacija.....	8
3.2. Sustav.....	9
3.3. Podjela simulacijskih postupaka.....	10
3.4. Modeliranje.....	10
3.5. Koraci simulacijskog istraživanja.....	11
3.5.1. Formulacija problema.....	12
3.5.2. Određivanje ciljeva i ukupnog plana projekta.....	12

3.5.3.	Izrada konceptualnog modela.....	12
3.5.4.	Prikupljanje podataka.....	12
3.5.5.	Prevođenje simulacijskog modela	12
3.5.6.	Verifikacija.....	12
3.5.7.	Validacija.....	12
3.5.8.	Eksperimentalni dizajn.....	13
3.5.9.	Izvođenje i analiza	13
3.5.10.	Potreba za dodatnim izvođenjem?.....	13
3.5.11.	Dokumentiranje i izvješćivanje.....	13
3.5.12.	Implementacija.....	13
3.6.	Simulacijski softveri	13
3.6.1.	Enterprise Dynamics.....	14
4.	IZRADA SIMULACIJSKOG MODELA	17
4.1.	Formulacija problema	17
4.2.	Postavljanje ciljeva i ukupnog plana projekta	17
4.3.	Konceptualni model	17
4.4.	Mjerenje podataka potrebnih za simulaciju.....	18
4.4.1.	Vremena dolazaka studenata	18
4.4.2.	Vrijeme potrebno za preuzimanje hrane	21
4.4.3.	Vrijeme potrebno za izdavanje i plaćanje računa	22
4.4.4.	Vrijeme objedovanja.....	23
4.4.5.	Vrijeme potrebno za odlaganje pladnjeva.....	24
4.5.	Analiza sustava analitičkim modelom	25
4.6.	Simulacijski model FSB menze.....	26
4.6.1.	Atom Product.....	27

4.6.2.	Atom Source.....	27
4.6.3.	Atom Arrival List.....	28
4.6.4.	Atom Queue.....	29
4.6.5.	Atom Server.....	32
4.6.6.	Atom Multiservice	33
4.6.7.	Atom Sink.....	35
4.7.	Verifikacija i validacija modela.....	36
4.7.1.	Verifikacija	36
4.7.2.	Validacija.....	40
4.8.	Usporedba rezultata proračuna i simulacije	44
5.	ANALIZA MOGUĆIH UNAPRJEĐENJA	45
5.1.	Sustav s 3 blagajne.....	46
5.1.1.	Iskoristivost sustava	48
5.1.2.	Prosječno vrijeme čekanja u sustavu	48
5.2.	Sustav s 2 reda za čekanje	49
5.2.1.	Iskoristivost sustava	51
5.2.2.	Prosječno vrijeme čekanja u sustavu	51
5.3.	Usporedba rezultata.....	52
5.4.	"What if" analiza sustava.....	53
6.	ZAKLJUČAK	54
7.	LITERATURA.....	55
	PRILOZI.....	56

POPIS SLIKA

Slika 1. Jednostruki kanal s jednom i više faza [4].....	4
Slika 2. Višestruki kanal s jednom i više faza [4].....	4
Slika 3. Vremenski kontinuirane i diskretne simulacije [5]	10
Slika 4. Koraci simulacijskog postupka [8].....	11
Slika 5. Sučelje Enterprise Dynamicsa	15
Slika 6. Primjer modela.....	16
Slika 7. Konceptualni model	17
Slika 8. Vremena dolazaka od 11 do 12 sati.....	19
Slika 9. Vremena dolazaka od 12 do 13 sati.....	19
Slika 10. Vremena dolazaka od 13 do 14 sati.....	20
Slika 11. Vremena dolazaka od 14 do 15 sati.....	20
Slika 12. Vremena preuzimanja hrane	21
Slika 13. Vremena potrebna za izdavanje i plaćanje računa	22
Slika 14. Rezultati mjerenja vremena objedovanja.....	23
Slika 15. Vremena odlaganja pladnjeva.....	24
Slika 16. Proračun višekanalnog sustava modela čekanja	25
Slika 17. Ključne formule.....	25
Slika 18. Simulacijski model FSB menze	26
Slika 19. Vrijeme rada simulacije.....	26
Slika 20. Grafičko sučelje atoma Product i njegov 2D prikaz.....	27
Slika 21. Grafičko sučelje atoma Source i njegov 2D prikaz.....	28
Slika 22. Grafičko sučelje atoma Arrival list i njegov 2D prikaz.....	28
Slika 23. 2D model atoma Queue	29
Slika 24. Grafičko sučelje atoma Reda za preuzimanje hrane	29
Slika 25. Grafičko sučelje atoma Red za prvu blagajnu	30
Slika 26. Grafičko sučelje atoma Red za stolove.....	31
Slika 27. Grafičko sučelje atoma Red za odlaganje pladnjeva.....	31
Slika 28. 2D prikaz modela atoma Server.....	32
Slika 29. Grafičko sučelje atoma Blagajna 1 i Blagajna 2	32
Slika 30. Grafičko sučelje atoma Odlaganje pladnjeva.....	33

Slika 31. 2D grafički prikaz atoma Multiserver	34
Slika 32. Grafički prikaz atoma Preuzimanje hrane	34
Slika 33. Grafički prikaz atoma Objedovanje	35
Slika 34. Grafičko sučelje atoma Sink i njegov 2D model	35
Slika 35. Verifikacija atoma Arrival list	36
Slika 36. Verifikacija atoma Source	37
Slika 37. Verifikacija blagajni	38
Slika 38. Verifikacija atoma Objedovanje	39
Slika 39. Verifikacija atoma Odlaganje pladnjeva	39
Slika 40. Simulacija rada FSB menze	40
Slika 41. Izbornici Clock i Run Control.....	40
Slika 42. Summary report.....	41
Slika 43. Sustav menze s 3 blagajne	46
Slika 44. Summary report sustava s 3 blagajne	47
Slika 45. Sustav menze s 2 reda za čekanje.....	49
Slika 46. Summary report sustava s 2 reda za čekanje	50

POPIS TABLICA

Tablica 1. Usporedba rezultata proračuna i simulacije	44
Tablica 2. Usporedba rezultata simulacijskih modela.....	52
Tablica 3. Usporedba rezultata "What-if" analize.....	53

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
L	klijenata	Prosječan broj klijenata u cijelom sustavu
L_q	klijenat	Prosječan broj klijenata u redu
n	klijenata	Broj klijenata
N	studenata	Ukupan broj studenata
N_{ar}	studenata	Broj studenata iz Arrival liste
N_s	studenata	Izvorom generiran broj studenata
P_n		Vjerojatnost da je n klijenata u sustavu
P_0		Vjerojatnost da nema klijenata u sustavu
s		Broj servera
W	s	Prosječno vrijeme provedeno u sustavu
W_{b1}	s	Prosječno vrijeme provedeno na blagajni 1
W_{b2}	s	Prosječno vrijeme provedeno na blagajni 2
W_{b3}	s	Prosječno vrijeme provedeno na blagajni 3
W_{ph}	s	Vrijeme potrebno za preuzimanje hrane
W_{ph1}	s	Vrijeme potrebno za preuzimanje hrane u prvom redu
W_{ph2}	s	Vrijeme potrebno za preuzimanje hrane u drugom redu
W_{rb}	s	Vrijeme provedeno u redu za preuzimanje hrane
W_{rb1}	s	Vrijeme provedeno u redu za preuzimanje hrane u prvom redu
W_{rb2}	s	Vrijeme provedeno u redu za preuzimanje hrane u drugom redu
W_{rb1}	s	Vrijeme provedeno u redu za blagajnu 1
W_{rb2}	s	Vrijeme provedeno u redu za blagajnu 2
W_{rb3}	s	Vrijeme provedeno u redu za blagajnu 3
W_{rs}	s	Vrijeme provedeno u redu za stolove
W_q	s	Prosječno vrijeme čekanja u redu
W_1	s	Prosječno vrijeme čekanja u prvom redu
W_2	s	Prosječno vrijeme čekanja u drugom redu
μ	Studenata/sat	Prosječna brzina usluživanja

ρ	Iskoristivost sustava
ρ_{b1}	Iskoristivost prve blagajne
ρ_{b2}	Iskoristivost druge blagajne
ρ_{b3}	Iskoristivost treće blagajne

SAŽETAK

U ovom radu izrađen je simulacijski model FSB menze. Podaci potrebni za simulaciju prikupljeni su direktnom opservacijom rada menze za vrijeme ručka kada je sustav najopterećeniji. Na temelju prikupljenih podataka, simulacijski model je verificiran i validiran te je simuliran rad i prikazani su rezultati simulacije. S ciljem smanjenja vremena čekanja u sustavu, predložene su dvije modifikacije postojećeg modela te su izrađeni simulacijski modeli za oba slučaja. Nakon simuliranja modificiranih modela, analizirani su dobiveni rezultati te uspoređeni s rezultatima postojećeg sustava kako bi se utvrdili učinci predloženih modifikacija.

Ključne riječi: Simulacija, Model, Sustav, Verifikacija, Validacija, Modifikacija

SUMMARY

This paper features a simulation model of FSB canteen. The data required for the simulation was collected by direct observation of the canteen during lunch time when the system is at its busiest. The simulation model was verified and validated based on the collected data. The model and the results of its simulation were presented. In order to reduce the waiting time in the system, two modifications of the existing model were proposed and simulation models were developed for both cases. After simulating the modified models, the obtained results were analyzed and compared with the results of the existing system in order to determine the effects of the proposed modifications.

Keywords: Simulation, Model, System, Verification, Validation, Modification

1. UVOD

Kad god postoji veća potražnja za uslugom nego što se ona može pružiti, formiraju se linije čekanja. Čekanje ima značajan (negativan) utjecaj na kvalitetu i efikasnost procesa. Skup statističkih zakonitosti i teorema koji obrađuju različite probleme vezane uz čekanje nekih klijenata na uslugu naziva se teorija linija čekanja (engl. *Queue theory*). U ovom radu bavim se problematikom čekanja u redu u studentskoj menzi FSB-a te je u tu svrhu izrađen i simulacijski model iste. U drugom poglavlju ovog rada opisana je teorija redova čekanja. Dani su primjeri jednokanalnog i višekanalnog sustava linije čekanja te je opisan način proračuna operativnih karakteristika ovakvih redova. U trećem poglavlju detaljno je opisano simulacijsko modeliranje. Opisani su osnovni pojmovi simulacije te je prikazan dijagram toka izrade i proučavanja simulacije prema koracima te su detaljno opisani svi koraci. Ukratko je opisano što su to simulacijski modeli i koje vrste postoje te je u nastavku opisan simulacijski softver u kojem je izrađen simulacijski model menze Dynamics Enterprise. Prikazano je osnovno sučelje programa i ukratko je opisan način rada u programu. U četvrtom poglavlju rada opisan je proces izrade simulacijskog modela. Prije same izrade simulacijskog modela formuliran je problem i postavljeni su ciljevi, izrađen je konceptualni model menze te su obavljena sva potrebna mjerenja potrebna za simulaciju. Opisan je način programiranja svakog pojedinog atoma koji se nalazi u modelu te je opisan proces verifikacije i validacije samog modela. U sklopu validacije prikazani su rezultati dobiveni simuliranjem rada studentske menze FSB-a te su isti uspoređeni s rezultatima proračuna. Konačno, u zadnjem poglavlju napravljena je analiza mogućih unaprjeđenja sustava. Napravljene su dvije preinake sustava s ciljem smanjenja prosječnog vremena čekanja u redu. Napravljena je "What-if" analiza te su prikazani i prokomentirani dobiveni rezultati.

2. TEORIJA REDOVA ČEKANJA

Operacijska istraživanja bave se matematičkim modeliranjem realnih procesa u svrhu donošenja optimalnih odluka u okviru danih restrikcija i ograničenih kapaciteta. Neke od metoda i alata operacijskih istraživanja su:

- Cjelobrojno programiranje
- Markovljevi lanci
- Teorija redova
- Mrežno programiranje
- Višekriterijalno programiranje
- Metode prognoziranja
- Teorija igara
- Senzitivna analiza
- Heurističko odlučivanje

Teorija redova (eng. *Queue theory*) jedna je od metoda operacijskih istraživanja koja proučava procese usluživanja slučajno pristiglih jedinica ili zahtjeva za nekom uslugom koristeći se pritom matematičkim modelima pomoću kojih se ustanovljava međuzavisnost između dolazaka jedinica, njihovog čekanja na uslugu, usluživanja, te na kraju izlaska jedinica iz sustava, sa svrhom da se postigne optimalno funkcioniranje promatranog sustava [1]. Teorija redova je područje matematike koje modelira ponašanje redova te je poznata i kao teorija masovnog usluživanja (ili posluživanja). Kad god postoji veća potražnja kupaca za uslugom nego što se ona može pružiti, javlja se red čekanja. Cilj je pronaći balans između usluge korisniku/klijentu (mali redovi impliciraju mnogo mjesta za posluživanje/poslužitelja) i ekonomskog razmatranja (ne previše poslužitelja) [2].

2.1. Elementi redova čekanja

Sustav redova čekanja definiran je s dva bitna elementa, a to su:

- Populacija klijenata
- Sustav posluživanja

Populacija klijenata su osobe ili stvari koje čekaju na uslugu (putnici, roba, klijenti, vozila), dok se sustav posluživanja sastoji od nekoliko elemenata koji definiraju izgled i način rada sustava.

2.1.1. Populacija klijenata

Populacija klijenata u redu može se smatrati konačnom ili beskonačnom. Kada na potencijalno nove klijente utječe broj klijenata koji se već nalaze u redu, populacija klijenata je ograničena. Kada broj klijenata koji se nalazi u redu ne utječe na populaciju klijenata koja se generira, populacija klijenata smatra se beskonačnom.

2.1.2. Sustav posluživanja

Sustav posluživanja karakterizira broj kanala, broj poslužitelja, raspored poslužitelja, obrasci dolaska i usluživanja i pravila prioriteta posluživanja.

2.1.2.1. Broj kanala

Sustavi posluživanja mogu imati jedan ili više kanala. Kanali su paralelni poslužitelji koji istovremeno poslužuju korisnike [2].

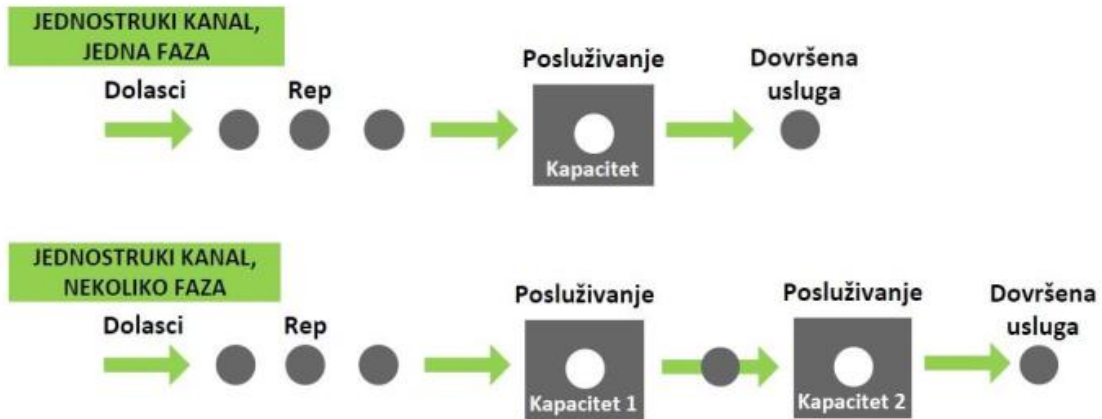
Kod jednokanalnih sustava, klijenti čekaju u redu dok poslužitelj ne postane slobodan. Prednost uporabe jednokanalnih sustava je percepcija klijenta o poštenosti čekanja u redu tj. klijent nije kažnjen odabirom spore linije, ali je uslužen pravom prednosti prvog dolaska. Neki od primjera koji koriste jednokanalne sustave su:

- Banke
- Aerodromi
- Restorani
- Pozivni centri

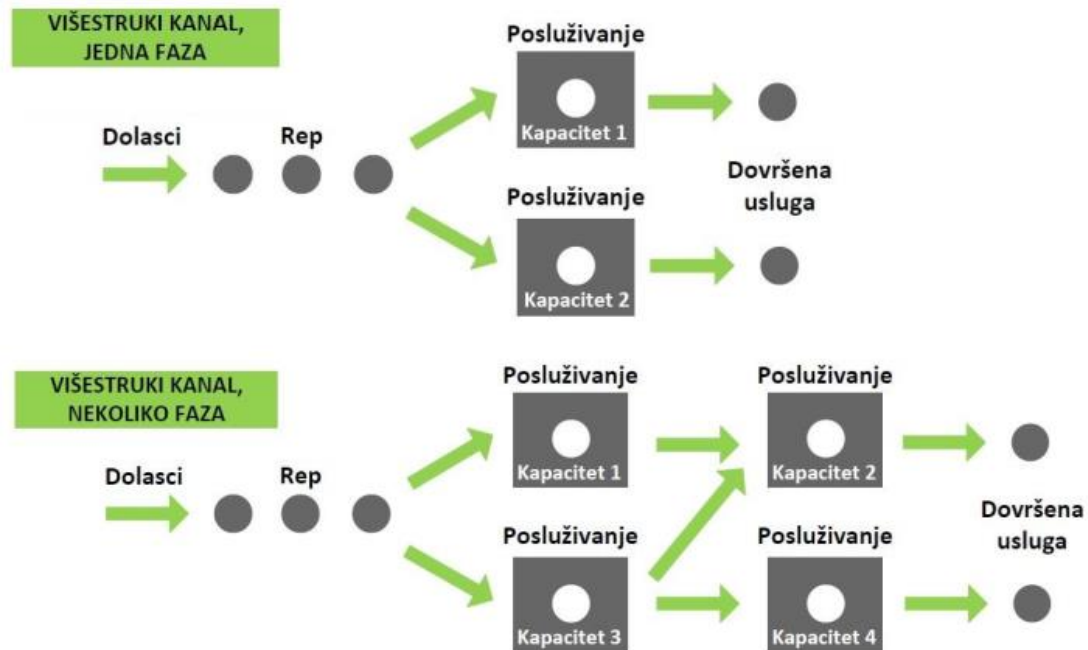
Sustav s više kanala je prikladan kod specijalizirane posluge te kada sam prostor čini jednokanalni sustav jako nezgodnim.

2.1.2.2. Broj poslužitelja

Sustavi linija čekanja su ili jednokanalni (jedan poslužitelj) ili višekanalni (više poslužitelja). Primjeri s jednim poslužiteljem su male trgovine s jednom blagajnom i kazalište s jednom osobom koja prodaje karte i kontrolira ulazak u kazalište. Sustavi s više poslužitelja imaju paralelne poslužitelje koji nude istu uslugu. Neki od primjera sustava s više poslužitelja su trgovine s mješovitom robom s nekoliko blagajni, benzinske postaje s više benzinskih pumpi itd. [3].



Slika 1. Jednostruki kanal s jednom i više faza [4]



Slika 2. Višestruki kanal s jednom i više faza [4]

2.1.2.3. *Disciplina posluživanja*

Prema [1] moguće su razne discipline posluživanja:

- FIFO (First In First Out) ili FCFS (First Come First Served) – prvi koji je došao u red, bit će prvi i poslužen
- LIFO (Last In First Out) ili LCFS (Last Come First Served) – zadnji koji je došao u red bit će prvi poslužen
- Prema određenim prioritetima (Priority service PRIOR algoritam)
- Slučajno (Service in Random Order SIRO algoritam)

2.1.2.4. *Vremena dolaska i posluživanja*

Prema [1] vremena dolaska i posluživanja mogu biti:

- Konstantna (uvijek jednako vrijeme između dolazaka i posluživanja)
- Varijabilna, ali unaprijed poznata (određena)
- Slučajna (vrijeme trajanja usluge nije poznato, ali je moguće odrediti njegovu razdiobu vjerojatnosti).

2.1.3. *Obrasci dolaska i posluživanja*

Svaki sustav linije čekanja definiran je brzinom dolaska potrošača i brzinom usluživanja, a prema [2].

Brzina dolaska potrošača/kapacitet izvora (engl. *arrival rate*) definirana je kao broj potrošača koji uđu u sustav u jedinici vremena, a njezina prosječna vrijednost označava se u teoriji redova s λ .

Brzina usluživanja/kapacitet mjesta za posluživanje (engl. *service rate*) definira se kao broj potrošača koji su usluženi u jedinici vremena, a ovisi o vremenu usluživanja pojedinih potrošača te o broju mjesta za usluživanje. U najjednostavnijem sustavu s jednim mjestom za usluživanje prosječna brzina usluživanja označava se s μ , dok je u sustavu sa s istovrsnih mjesta za usluživanje prosječna brzina usluživanja $s\mu$.

Omjer brzine dolaženja i brzine usluživanja zove se faktor iskorištenja sustava/stupanj opterećenja mjesta za posluživanje (engl. *utilization rate*) i označava se s ρ . U slučaju $\rho > 1$, tj. brzina usluživanja manja od brzine dolaženja, u sustavu nužno dolazi do zagušenja.

2.2. Modeli redova

Dvije su osnovne vrste modela sustava linije čekanja (jednokanalni model i višekanalni model). Osnovna razliku čini broj servera tj. poslužitelja, a prema [3].

2.2.1. Jednokanalni model sustava linije čekanja

Najjednostavniji model redova je jednokanalni model. U modelu s jednim kanalom pretpostavka je da su klijenti strpljivi te da dolaze is populacije koja se može smatrati beskonačnom. Dolasci klijenata se mogu opisati Poissonovom razdiobom sa srednjom vrijednosti dolaska klijenata λ . Vremena posluživanja se također mogu opisati Poissonovom razdiobom sa srednjom vrijednošću vremena posluživanja μ , a disciplina posluživanja koja se koristi je FIFO (First Come First Served). Korištenjem ovih pretpostavki možemo izračunati operativne karakteristike ovakvog reda čekanja sljedećim formulama:

λ - broj dolaska klijenata po satu

μ - brzina usluživanja klijenata po satu

Iskoristivost sustava (ρ):

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (1)$$

Prosječan broj klijenata u cijelom sustavu (L):

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (2)$$

Prosječan broj klijenata u redu (L_q):

$$L_q = \rho L \quad (3)$$

Prosječno vrijeme provedeno u sustavu (W):

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (4)$$

Prosječno vrijeme čekanja u redu (W_q):

$$W_q = \rho W \quad (5)$$

2.2.2. Višekanalni model sustava linije čekanja

U višekanalnom modelu sustava linije čekanja, klijenti formiraju jedan red i poslužuje ih prvi slobodni server. Model pretpostavlja da u sustavu postoji s identičnih servera te da je razdioba vremena posluživanja eksponencijalna i da je srednja vrijednost vremena posluživanja jednaka $1/\mu$. Korištenjem ovih pretpostavki možemo opisati operativni sustav sljedećim formulama:

s - broj servera

λ - broj dolaska klijenata po satu

μ - brzina usluživanja klijenata po satu

Iskoristivost sustava (ρ):

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} \quad (6)$$

Vjerojatnost da nema klijenata u sustavu (P_0):

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} + \frac{(\lambda/\mu)^s}{s!} * \left(\frac{1}{1-p} \right) \right]^{-1} \quad (7)$$

Prosječan broj studenata u redu (L_q):

$$L_q = \frac{P_0 (\lambda/\mu)^s p}{s! (1-p)^2} \quad (8)$$

Prosječno vrijeme čekanja u redu (W_q):

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (9)$$

Prosječno vrijeme provedeno u sustavu (W):

$$W = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (10)$$

Prosječan broj klijenata u cijelom sustavu (L):

$$L = \lambda W \quad (11)$$

3. SIMULACIJSKO MODELIRANJE

3.1. Simulacija

Prema [5], simulacija je eksperimentalna metoda koja omogućuje proučavanje stvarnog procesa pomoću njegovog modela na računalu. Ova metoda se može upotrebljavati u najrazličitijim granama znanosti – od društvenih i prirodnih, pa sve do tehničkih. Simulacija svoj nastanak i razvoj može zahvaliti pojavi računala.

Osnovni koncept je sljedeći: stvarni sustav (postojeći ili još nepostojeći) opisuje se modelom. Stanje sustava predstavljeno je stanjem modela koje je određeno varijablama stanja. Model reprezentira sustav sa željenom razinom aproksimacije. Izrada modela naziva se modeliranje, a model se zadaje simulacijskim jezikom. Nakon što je izrađen model, pristupa se samom simuliranju koje se odvija izvođenjem posebnog programa - simulatora – na računalu. Rad simulatora je upravljan modelom. Izvođenjem simulacije dobivaju se različiti podatci koji se mogu upotrijebiti u razne svrhe.

Za simulaciju je dakle karakterističan široko primjenjiv pristup u kojem se neka pojavnost promatra kao sustav, koji se dalje može proučavati uz pomoć računala. Iz ovoga slijedi da je simulacija naročito korisna kada je promatrani sustav vrlo složen, tj. kada se sastoji od velikog broja podsustava i veza gdje neke veličine imaju vjerojatnosni karakter ili čak nisu ni poznate.

Prednosti izvođenja simulacije su [6]:

- Novi načini, operativne procedure, pravila odlučivanja, informacijski tokovi i organizacijske procedure mogu biti istražene bez remećenja operacija u tijeku u stvarnom sustavu.
- Novi dizajn opreme, fizički raspored, transportni sustavi i slično mogu biti testirani bez izdvajanja novčanih sredstava za njihovo nabavljanje.
- Testiranje izvodljivosti hipoteza o određenim fenomenima.
- Manipuliranje vremenskim okvirima, tj. ubrzavanje i usporavanje vremena izvođenja promatranih fenomena.
- Uvid u interakcije između varijabli.
- Uvid u važnost varijabli performansi sustava.

- Analiza uskog grla i otkrivanje gdje dolazi do zastoja materijala u radu (eng. *Work in process, WIP*), informacija i materijala.
- Studija simulacije pomaže u razumijevanju funkcioniranja sustava, a ne kako pojedinci misle da sustav funkcionira.
- Razrada „što ako“ (eng. *What if*) scenarija što je posebice važno prilikom dizajniranja novog sustava.

Nedostaci simulacije su [6]:

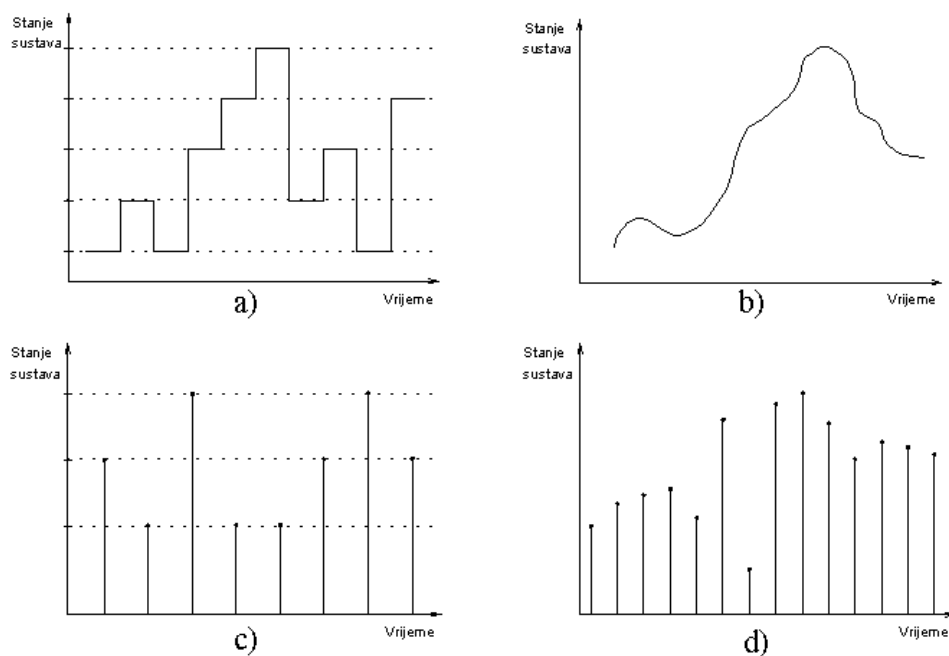
- Postavljanje modela iziskuje iskustvo te prikaz nekog sustava napravljen od strane dvije osobe nikad neće biti identičan.
- Rezultati simulacije mogu biti teži za interpretiranje, što proizlazi iz toga da su izlazni podaci simulacije najčešće slučajne varijable i ponekad promatranje rezultata može biti otežano jer se ne zna jesu li oni rezultat međuovisnosti sustava ili slučajnosti.
- Simulacija, modeliranje i analiza mogu biti dugotrajni i skupi. Štednja na resursima potrebnim za simulaciju nekog sustava može uzrokovati nedostatnu adekvatnost simulacije za neki zadatak.
- Korištenje simulacije za sustave u kojima se do rješenja može doći analitičkim metodama.

3.2. Sustav

Prema [5], sustav je dio stvarnog svijeta koji promatramo. Sastoji se od dijelova koji se nazivaju podsustavi. Podsustavi su međusobno povezani vezama. Pomoću tih veza podsustavi mogu međusobno djelovati jedan na drugoga tako da svi zajedno djeluju kao cjelina. Svaki podsustav može opet predstavljati sustav za sebe. Sustav je dakle hijerarhijska struktura građena od podsustava i veza između njih. U svakom vremenskom trenutku sustav se nalazi u nekom stanju. Ukupno stanje sustava određeno je stanjima svih njegovih podsustava. Osim preko podsustava, sustav još možemo prikazati i preko elemenata. Prema [7], sustav je cjelina sastavljena od elemenata koji međudjeluju relacijama, a u svojoj okolini ima određenu funkciju ili više njih. Ako je neka cjelina sustav, potrebno je izdvojiti njene elemente, navesti relacije, veze između elemenata unutar sustava. Svaka cjelina može biti sustav, ali i element nekog većeg sustava. Elementi ne moraju biti najmanje nedjeljive cjeline nekog sustava, nego cjeline koje su dio sustava, a mogu i same biti sastavljene od više manjih cjelina.

3.3. Podjela simulacijskih postupaka

Prema [5], simulacija se može podijeliti prema različitim kriterijima. Ovdje će biti navedeni samo neki. Simulacija može biti vremenski kontinuirana ili vremenski diskretna. Kod kontinuiranog vremena stanje sustava je određeno u svim trenucima (slika 3. a i b). Kod diskretnog vremena stanje sustava određeno je samo u nekim trenucima i oni mogu biti međusobno jednoliko ili različito udaljeni. Promjena iz stanja u stanje odvija se skokovito (slika 3. c i d).



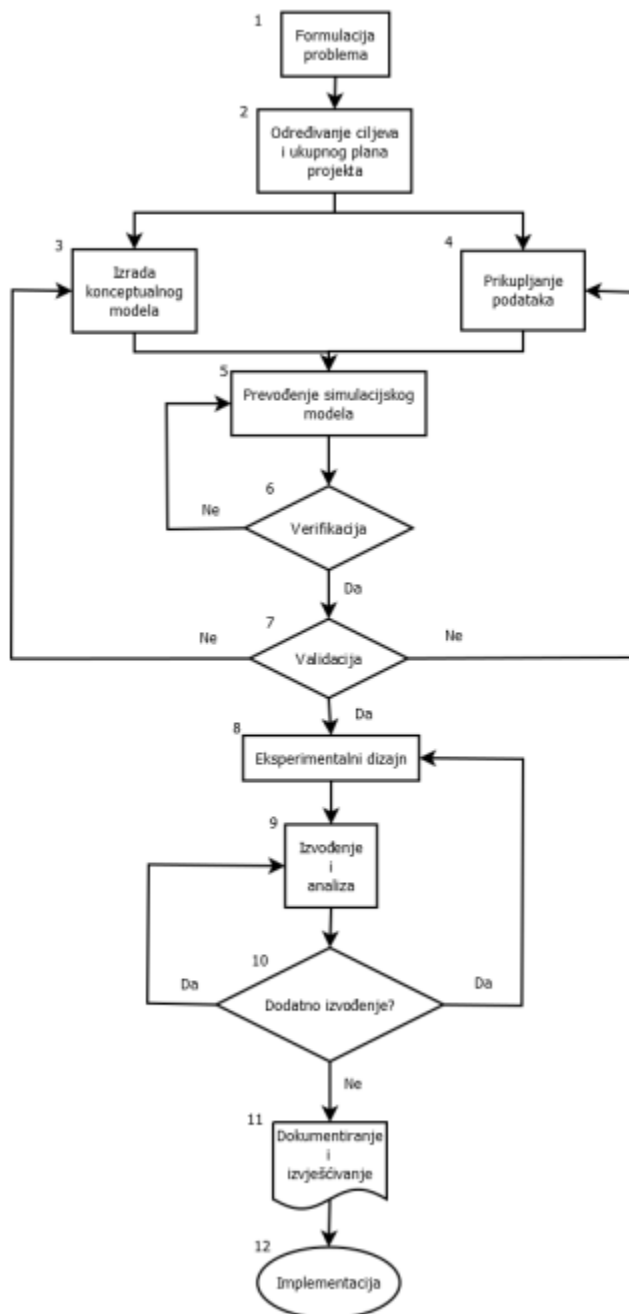
Slika 3. Vremenski kontinuirane i diskretne simulacije [5]

3.4. Modeliranje

Prema [5], modeliranje je postupak opisivanja modela nekim simulacijskim jezikom. Pritom se stvarni sustav prikazuje na način koji je omogućen simulacijskim jezikom. Za različite vrste sustava postoje različiti jezici. Model je sredstvo kojim predstavljamo neki stvarni sustav. Model ne prikazuje sve, nego samo najbitnije aspekte sustava. To znači da model opisuje sustav samo s određenom razinom točnosti. Stanje sustava u modelu je predstavljeno vrijednostima varijabli stanja. Varijable stanja su varijable u modelu. Njihove vrijednosti predstavljaju veličine iz stvarnog sustava, a promjene predstavljaju promjenu stanja sustava.

3.5. Koraci simulacijskog istraživanja

Na slici 4. prikazan je dijagram toka izrade i proučavanje simulacije po koracima prema [8]. Objašnjenje koraka opisano je u nastavku.



Slika 4. Koraci simulacijskog postupka [8]

3.5.1. Formulacija problema

Svako istraživanje treba početi s definiranjem problema. Ovisno o tome tko definira problem, on treba biti jasno opisan i razumljiv. Ako problem definira analitičar, u tom slučaju se donosioci odluka trebaju složiti s formulacijom problema.

3.5.2. Određivanje ciljeva i ukupnog plana projekta

Ciljeve predstavljaju pitanja na koja simulacija treba dati odgovor i u ovom stadiju već treba biti jasno da je simulacija ispravna metodologija za rješavanje formuliranog problema. Pod planiranjem se smatra planiranje potrebnih ljudi, troškova i broja potrebnih dana za izvođenje istraživanja s pretpostavkama očekivanih rezultata.

3.5.3. Izrada konceptualnog modela

U ovome koraku definiraju se smjernice za izgradnju uspješnog i prikladnog modela. Teži se izgradnji što jednostavnijeg modela koji će davati točne i korisne podatke. Kompleksnost modela ne bi smjela biti veća od one koja je dovoljna za dobivanje relevantnih podataka.

3.5.4. Prikupljanje podataka

Prikupljanje podataka je faza koja iziskuje veliku količinu vremena i često se isprepleće s izradom modela. Kakvi će se podaci prikupljati nalaže faza određivanja ciljeva i ukupnog plana projekta.

3.5.5. Prevođenje simulacijskog modela

Pod pojmom prevođenje simulacijskog modela smatra se unosenje podataka i provođenje izračuna u računalu prepoznatljivom formatu. U ovom stadiju odlučuje se koji će se softver koristiti i na koji način.

3.5.6. Verifikacija

Verifikacija je proces provjere kojim se osigurava da je model izrađen ispravno, tj. postavlja pitanje ako je matematički model ispravno implementiran u simulacijskom softveru i u njemu se vodi briga o ispravnosti ulaznih parametara i logičke strukture modela.

3.5.7. Validacija

Validacija je proces ocjenjivanja točnosti modela u odnosu na stvarni sustav koji opisuje. Validacija se ostvaruje kalibracijom modela usporedbom ponašanja modela sa stvarnim ponašanjem sustava te se ponavlja tako dugo dok se ne postigne točnost modela koja je prihvatljiva za donošenje zaključaka iz simulacijskog modela.

3.5.8. Eksperimentalni dizajn

U ovoj fazi određuju se moguće alternative simulacije. Ova faza je često u zavisnosti s već izvedenom varijantom simulacije i rezultatima analize izvođenja. Ovdje se određuje vrijeme inicijalizacije simulacije, vrijeme izvođenja i broj ponavljanja izvođenja.

3.5.9. Izvođenje i analiza

Izvođenjem simulacije i njezinom analizom procjenjuju se i definiraju mjere performansi dizajna sustava koji se simulira.

3.5.10. Potreba za dodatnim izvođenjem?

U ovom koraku postavlja se pitanje koje na temelju analize u prošlom koraku određuje moraju li se izvršiti još neka dodatna izvođenja i eventualni eksperimenti.

3.5.11. Dokumentiranje i izvješćivanje

Postoje dva tipa dokumentiranja. Prvo je dokumentiranje programa koje omogućuje ponovnu upotrebu ne nužno od strane osobe koja je prva izvodila i postavila simulaciju, a ujedno i omogućuje promjenu parametara na način da je moguće prepoznati ulazne parametre koji utječu na optimizaciju izlaznih performansi sustava. Drugi tip je izvješćivanje. Izvješća pružaju povijesni uvid u projekt simulacije i na taj način mogu se otkloniti i određene nejasnoće i problemi u ranoj fazi izvođenja istraživanja simulacije.

3.5.12. Implementacija

Korak implementacije uvelike ovisi o uspješnosti izvođenja prethodnih 11 koraka. Ako je sve izvedeno na temeljit način, i komunikacija između osoba koje će koristiti model i onih koji ga izrađuju, velika je vjerojatnost da će se simulacijski model primjenjivati u realnom sustavu o kojem se radilo u simulacijskom modelu.

3.6. Simulacijski softveri

Za potrebe izrade simulacijskih modela razvijeni su razni programski jezici i alati. Svi oni imaju zajedničku karakteristiku, a to je da gledaju model kao niz slučajnih događaja gdje svaki uzrokuje promjenu stanja.

Softveri za razvoj simulacijskih modela mogu se podijeliti na tri kategorije, a prema [9] one su:

- Prva, grupa softvera koja koristi objektno orijentirane jezike, kao što su C, C++ i JAVA.

- Druga, grupa softvera koja koristi programske jezike za simulaciju, kao što su GPSS/H, SIMAN V i SLAM II.
- Treća, grupa softvera koja koristi simulacijska okruženja.

Zahvaljujući jednostavnoj uporabi, danas se najviše koristi grupa softvera koja koristi simulacijska okruženja. Ova kategorija softvera uključuje softver s elementima grafičkog korisničkog sučelja s razvijenim programskim okruženja za simulaciju koji omogućavaju korisnicima jednostavno snalaženje i izgradnju modela.

Prema [10], kao rezultat simulacijskog programa može biti:

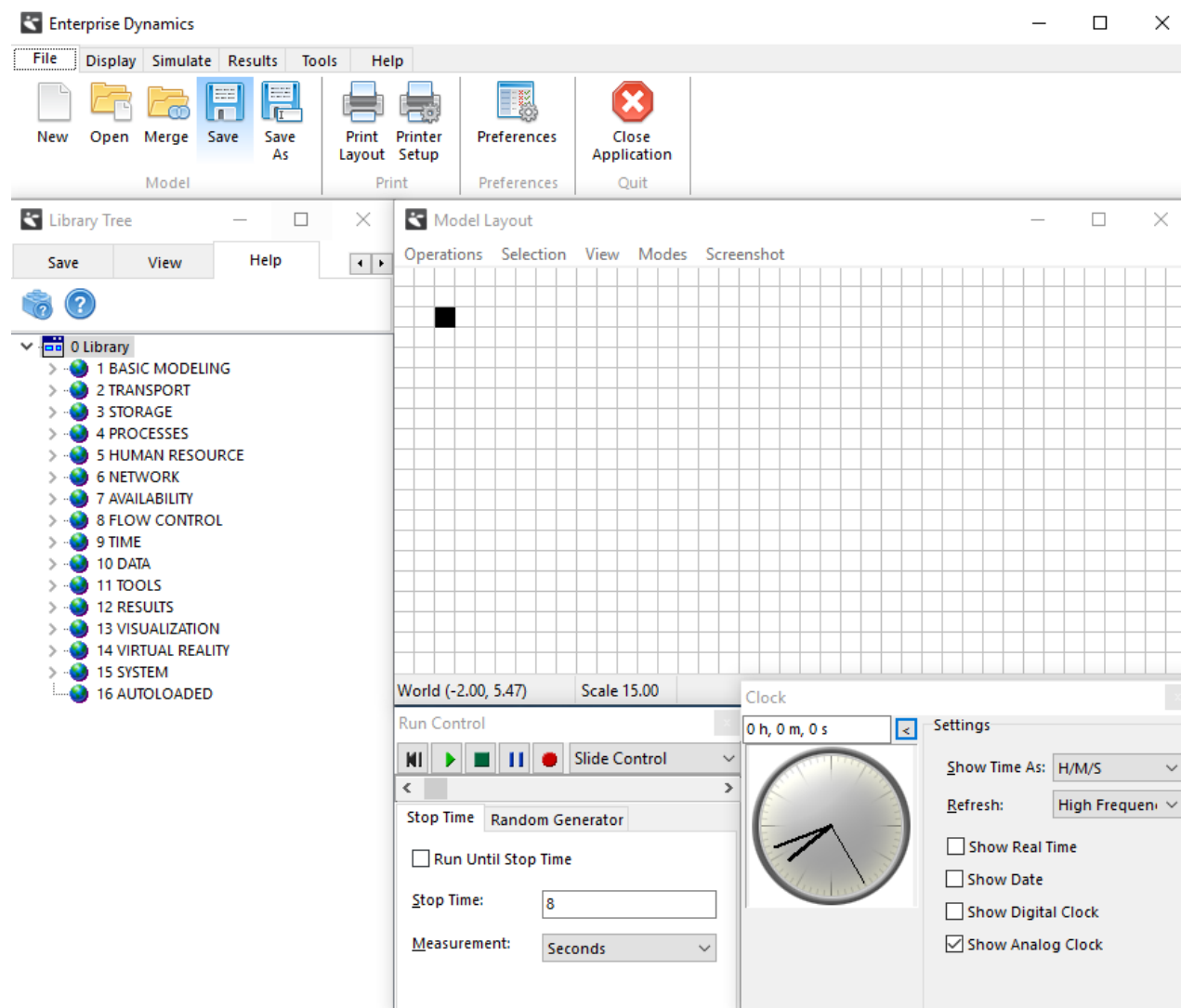
- Prosječna duljina reda koja se može očekivati u nekoj organizaciji (npr. na blagajni prodavaonice, ili na šalteru banke i dr.),
- standardna devijacija (prosječno odstupanje) duljine reda od aritmetičke sredine,
- koliki je broj obrađenih stranaka tijekom vremena izvođenja simulacije,
- koliko je iskorištenje blagajne, stroja, i dr.

U nastavku rada opisan je simulacijski softver Enterprise Dynamics 10.2 korišten za izradu simulacijskog modela FSB menze.

3.6.1. Enterprise Dynamics

Simulacija rada menze izrađena je u simulacijskom programu Enterprise Dynamics 10.2. Enterprise Dynamics (ED) je objektno orijentirani softverski program za modeliranje, simulaciju, vizualizaciju i kontrolu dinamičkih procesa. Sučelje Enterprise Dynamicsa se sastoji od [11]:

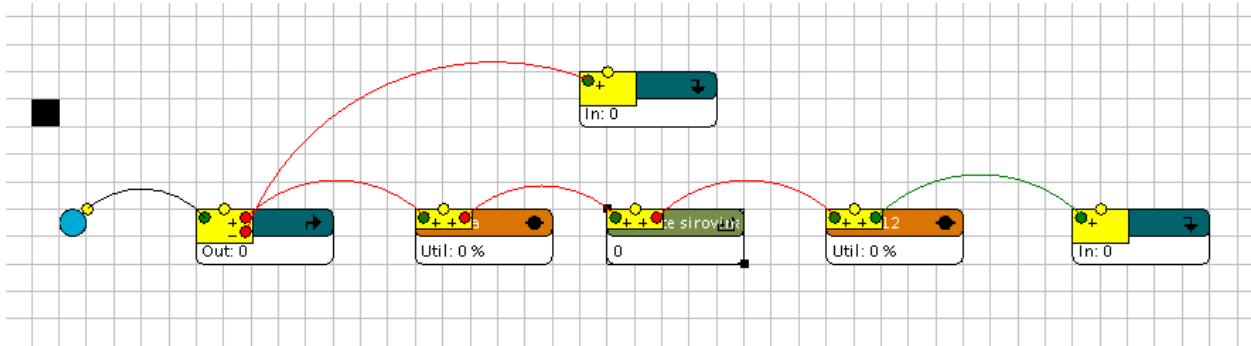
- Izbornika (engl. *Menu*)
- Knjižnice (engl. *Library Tree*)
- Tlocrta modela (engl. *Model Layout*)
- Pokretačkog izbornika (engl. *Run Control*)
- Sata (engl. *Clock*)



Slika 5. Sučelje Enterprise Dynamicsa

Atomi su isprogramirane jedinice koje opisuju pojedine funkcionalnosti prilikom izrade simulacije. Kao što je objašnjeno u potpoglavlju 3.2., atomi se mogu smatrati elementima sustava koji u svojoj okolini imaju određenu funkciju. Modeli se slažu na „drag and drop“ principu, atomi se iz knjižnice softvera povlače na tlocrt modela. Klikom na gornji lijevi ili donji desni kut atoma, možemo podesiti veličinu atoma. U knjižnici softvera nalaze se predefimirani atomi koji mogu predstavljati stroj, proizvod, server i sl., ali može imati i nefizički karakter poput grafa. Dynamics Enterprise je softver otvorene strukture pa korisnik može izgraditi nove atome i dodati ih u knjižnicu, ali i izbrisati stare. Najčešće se koriste osnovni atomi kao što su proizvod (engl. *Product*), izvor (engl. *Source*), poslužitelj (engl. *Server*), red (engl. *Queue*) i ponor (engl. *Sink*). Kako bi postojao tok informacija između atoma, atomi se spajaju pomoću ulaznih i izlaznih kanala.

Slobodni kanali označeni su zelenom bojom, dok su zatvoreni kanali označeni crvenom bojom. Na slici 6. prikazan je primjer jednostavnog modela na kojem se nalazi šest atoma spojenih preko ulaznih i izlaznih kanala.



Slika 6. Primjer modela

Simulacija se pokreće preko pokretačkog izbornika na kojem se nalaze tipke za pokretanje, zaustavljanje, resetiranje i snimanje.

Prednosti korištenja Enterprise Dynamicsa u industriji i logistici su [11]:

- Sposobnost testiranja budućeg sustava u ranoj fazi projektiranja
- Optimizacija i planiranja ulaganja u proizvodnju i prijevozna sredstva.
- Analiza i vizualizacija operativnih sustava u 2D i 3D animaciji
- Procjena utjecaja nesigurnosti i varijacija na performanse sustava
- Testiranje i poboljšanje predložene izmjene bez utjecaja na operativnu okolinu
- Modeliranje i analiza nekoliko scenarija kako bi se pripremili za budućnost

4. IZRADA SIMULACIJSKOG MODELA

Simulacijski model napravljen je shodno proceduri opisanoj u potpoglavlju 3.5. U nastavku rada, detaljno je opisan svaki korak izrade simulacijskog modela, napravljena je analiza sustava analitičkim modelom te su na kraju prikazani i uspoređeni rezultati simulacije i proračuna.

4.1. Formulacija problema

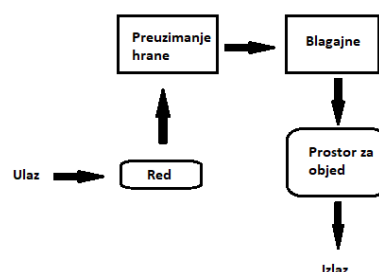
Čekanje u redu u menzi dio je svakodnevice svakog studenta. Studenti uglavnom imaju ograničene vremenske periode u kojima stignu ići u menzu i dužina reda itekako odlučuje hoće li u njega stati ili ne. Čekanje u redu studenti doživljavaju negativno i povezuju ga s lošom kvalitetom obavljanja usluge. Zanimljivo, red čekanja se javlja kada sustav zapravo i nije opterećen tj. kada kapacitet nije u potpunosti iskorišten. Glavni problem su upravo obrasci dolazaka i posluživanja, vrlo su varijabilni te mogu uzrokovati privremeno opterećenje sustava.

4.2. Postavljanje ciljeva i ukupnog plana projekta

Cilj ovog istraživanja je analizirati teoriju čekanja u redu u FSB-ovoj menzi simulirajući višekanalni model sustava linije čekanja. Prije izrade simulacije potrebno je detaljno analizirati sustav te obaviti mjerenja svih bitnih elemenata sustava kako bi dobili što precizniju simulaciju uz pomoć koje bi kasnije mogli napraviti poboljšanje sustava i u konačnici smanjiti vrijeme provedeno čekajući u redu.

4.3. Konceptualni model

Prije izrade simulacijskog modela izrađen je konceptualni model koji služi za opisivanje realnog sustava i daje nam okvirnu sliku kako bi simulacijski model trebao izgledati. Konceptualni model menze prikazan je na slici 7..



Slika 7. Konceptualni model

4.4. Mjerenje podataka potrebnih za simulaciju

Ulazni podaci za simulaciju menze dobiveni su na temelju mjerenja obavljenih za vrijeme rada menze. Podaci su prikupljeni na najjednostavniji način, a to je direktnom opservacijom sustava pri čemu su za snimanje rada sustava korišteni štoperica, papir i olovka. Za opisivanje sustava u ovom slučaju bilo je potrebno izmjeriti:

- vrijeme dolazaka svakog studenta
- vrijeme potrebno za preuzimanje hrane
- mogući broj studenata kod preuzimanja hrane
- broj blagajni
- vrijeme potrebno za izdavanje i plaćanje računa
- mogući broj studenata u redu za pojedinu blagajnu
- vrijeme objedovanja
- broj stolaca odnosno kapacitet menze
- vrijeme potrebno za odlaganje pladnjeva
- broj studenata koji ulaze u menzu pri otvorenju

4.4.1. Vremena dolazaka studenata

Opservacija sustava odrađena je za vrijeme ručka od 11 do 15 sati kada je broj studenata u menzi najveći. Kod ovog mjerenja zabilježeno je svako vrijeme kada bi u red stao novi student. Ovim mjerenjem također je dobiven ukupan broj studenata koji su došli u menzu te je izračunato prosječno vrijeme između dolazaka (engl. *Inter-arrival time*). Na slikama 8., 9., 10. i 11. prikazana su vremena dolazaka studenata u periodima od 11-12 sati, 12-13 sati, 13-14 sati i 14-15 sati kada se menza i službeno zatvara. Ukupan broj studenata koji su na dan mjerenja došli u menzu iznosi 883, a kao prosječno vrijeme dolazaka studenata izračunato je da student stane u red svakih 14,25 sekundi. Pri tom izračunu nije uzet u obzir zadnji sat rada menze jer je tada došlo znatno manje ljudi što u konačnici povećava vrijeme između dolazaka a to nam ne odgovara jer je poanta ovog rada smanjiti čekanje u redu kada je gužva najveća.

11-12 h									
23.7	22.5	60.6	7.8	2.3	0.3	0.5	54	0.3	
47.1	91.6	0.9	0.5	43.9	4.9	9.1	19.1	0.5	
1.3	1.5	0.7	28.9	18.6	64.5	23.6	17.4	4.9	
0.4	75.7	11.3	0.4	12.9	0.6	6.5	8.97		
0.3	58.6	45.2	24.3	0.8	0.5	1.6	0.5		
0.3	1.1	3.3	0.5	8.1	78.7	0.6	1.2		
50.3	101.8	54.7	84.8	0.9	7.4	0.5	0.5		
0.8	82.6	0.6	0.5	0.8	50.8	2.4	0.8		
13.8	1.7	0.7	13.3	40.4	42.3	3.2	1.2		
1.2	19	69.9	1.3	4.1	0.8	0.5	0.4		
32.6	48.5	0.6	1.2	44.2	36.6	16.2	5.8		
7.7	0.7	34.4	24.5	0.5	0.9	80.7	0.4		
0.6	81.1	46.2	0.6	0.7	4.1	3.6	15		
10.2	12.9	0.6	37.3	0.4	1.4	41.4	0.5		
0.3	1.1	1.1	7.5	0.7	0.6	0.5	3.9		
0.4	17.4	3.7	18.7	25.4	17.3	25.1	19.1		
0.8	0.1	35.5	1.4	22.4	0.6	19.5	8.7		
1.7	33.7	2.3	34.1	0.7	3.5	0.7	34.6		
18.8	0.8	0.4	24.6	10.7	6.7	0.4	2.7		
9.1	5.6	52.6	9.3	8.8	0.4	0.4	0.2		
4.95	3.9	0.5	0.4	96.1	0.7	0.7	0.4		
0.4	43.1	28.7	15.5	0.5	0.6	3.9	0.6		
0.7	35.8	0.4	89.2	2.7	1.1	0.4	3.4		
16.6	5.4	0.5	0.7	0.4	0.8	0.6	16.5		
0.5	58.9	4.7	15.3	23.7	0.3	94	0.4		
0.5	0.3	1.1	12.9	0.4	0.7	0.2	0.4		
0.7	0.7	35.9	85.59	25.8	0.9	12.6	0.8		
0.7	3.3	4.8	0.5	0.3	0.3	0.3	0.8		
0.7	0.5	65.9	25.3	0.3	0.8	13.9	4.6		
11.5	0.5	10.2	12.8	0.4	0.3	0.4	0.6		
1	0.7	4.3	0.6	0.4	3.7	13	1		
0.9	11.6	0.3	0.4	0.4	0.5	1	2.7		
Prosjek	13.8598 s								

Slika 8. Vremena dolazaka od 11 do 12 sati

12-13 h									
1.5	30.6	36.1	23.1	6.3	0.5	139	2.4	59.1	0.6
0.2	9.6	2.3	24.2	0.4	3.55	0.5	1.6	1.1	39
1.5	2.7	27	7.5	1.1	1.3	4.7	65.3	5.8	
0.25	2.3	138.4	0.4	0.85	5.5	36.2	11.8	2.3	
0.3	3.6	0.9	0.9	0.4	1.1	0.6	10.55	3.5	
4.1	1.1	2.3	3.7	2.6	3.7	57.4	48.9	11.1	
4.1	31.55	32.3	17	0.4	3.9	140	11.3	9.3	
6	0.9	2.8	3.5	0.85	3.7	4.1	11.3	6.7	
0.5	1	2	66.3	3.7	3.65	2.9	1.6	2.4	
0.6	5.4	13.3	0.6	3.5	0.85	0.25	10.6	1.6	
42	2.1	22.1	8.3	1	4.55	9.2	0.2	65.3	
39.6	1.5	63.9	0.5	0.7	3.2	0.3	25.7	11.8	
0.7	10.1	0.3	9.4	0.355	2.2	16.4	0.4	10.55	
3.7	1.35	31.6	0.3	0.5	6.5	0.35	3.3	48.9	
1.9	15.9	0.7	0.3	0.7	1.6	11.1	136.4	11.3	
1.6	16.95	1.3	2.3	0.4	2.2	0.6	8.5	11.3	
6.7	18.8	0.7	0.4	2.9	1.1	1.2	97.5	1.6	
0.4	0.3	0.4	1.3	0.5	3.8	1.9	0.6	10.6	
14.85	0.7	60.4	0.6	10.6	1.53	3.8	69.5	0.2	
20.7	0.4	87.9	37.8	0.5	29.9	17.9	8.5	25.7	
7.7	0.6	8.4	35.4	0.4	1.35	20.9	0.5	0.4	
32.4	1.53	4.2	4.3	1.1	42.8	0.7	61.3	3.3	
3.55	1	10.2	13.8	1.1	7.2	20.3	20.2	136.4	
0.4	0.7	57.6	16.4	0.6	0.6	10.6	0.6	8.5	
4.6	23.03	0.4	0.5	1.9	5.8	0.4	39	97.5	
0.6	44.9	1.45	0.25	3.8	4.8	8.3	30.6	0.6	
72.7	62.9	1.7	0.75	4.5	32.2	57.15	35.9	69.5	
13.1	4.9	37.1	1.1	2.6	6	22.8	13.3	8.5	
17.12	46.7	114.5	1.9	1.6	23.6	0.5	0.6	0.5	
5.7	0.2	0.5	0.5	1.9	0.95	25.3	1.3	61.3	
1.25	4.85	3.1	45.6	14.9	56.9	0.7	0.8	20.2	
3.9	0.3	6.1	2.8	1.4	0.7	38	7	30.6	
Prosjek	14.744 s								

Slika 9. Vremena dolazaka od 12 do 13 sati

13-14 h						
1.6	1.8	20.6	0.6	115.3	0.7	1
0.25	11.4	19.7	0.6	0.5	0.9	45.1
1.4	0.75	2.4	0.6	1.6	1.2	30.7
0.4	0.6	26.4	0.6	12.9	15.9	13.7
1.5	2.7	0.5	89.7	7.2	88.3	18.9
0.64	1.14	0.5	0.35	0.6	1.1	0.5
1.4	20.4	3.6	8.9	0.6	1	0.5
0.53	35.5	0.5	56.7	86.6	1.2	0.4
3.8	0.7	22.3	0.5	44.9	23.6	1.1
27.9	15.3	7.6	0.7	9.7	29.2	60.15
31	49.3	0.5	6.6	0.5	52.4	3.8
0.5	0.3	1.6	0.6	25.9	14.2	56.9
67.3	8.75	17.9	17.8	0.5	7.9	14
0.5	0.3	0.4	0.5	0.7	3.8	89.4
118.3	50.5	0.5	0.3	13.1	17.6	58.5
0.35	0.5	0.5	31.2	12.2	4.6	16.25
2.8	32.5	0.5	0.8	0.6	0.8	7.9
3.4	0.5	0.8	0.3	9.5	82.2	0.6
83.1	0.6	22.8	22.5	0.4	0.5	0.8
0.3	0.35	0.85	0.5	0.6	0.5	95.9
5.9	2.2	4.5	1.9	15.5	1.3	23
0.4	0.35	0.35	0.4	83.6	2.7	1.4
19.3	15.4	3.5	12.1	0.7	1.5	
0.5	0.3	26.7	11.6	63.8	18.1	
1.1	18.6	12.5	0.4	0.4	39.6	
0.355	0.3	7	0.6	0.5	10.9	
1	0.5	0.4	13	2.1	1.6	
8.5	0.5	0.35	10.5	18.9	78.6	
0.3	0.5	5.1	23.7	7.9	10.1	
14.1	28.9	0.5	0.8	69.8	30.5	
0.3	0.2	0.9	3.4	32.8	0.5	
1.25	1.1	33.4	11.1	22.4	0.5	
Prosjek	14.1332 s					

Slika 10. Vremena dolazaka od 13 do 14 sati

14-15 h		
1.2	0.4	0.6
1.3	2.3	59.2
1.7	3.9	65.6
0.32	50.3	1.1
0.5	0.5	275.023
1.5	83.1	49.2
2.9	27.6	7.3
6.7	37.8	12.6
0.4	0.6	154.4
10.7	0.7	128.5
6.8	23.1	5.8
0.75	3.8	161.8
8.8	57.6	0.85
1.7	0.7	166.9
3.6	3.3	0.8
5.8	136.5	1.7
0.5	45.7	0.7
1.7	0.35	204.9
6.4	3.9	246.5
0.7	14.7	320.5
6.8	13	
23.5	79.7	
0.9	0.4	
38.5	10.2	
0.5	4.7	
75.2	38.9	
1.8	1.2	
51.3	37.1	
0.8	1.2	
41.6	76.85	
7.9	94.7	
24.6	34.3	
Prosjek	36.790 s	

Slika 11. Vremena dolazaka od 14 do 15 sati

4.4.2. Vrijeme potrebno za preuzimanje hrane

Kod mjerenja vremena potrebnog za preuzimanje hrane uzet je uzorak od 50 studenata te je njima izmjereno koliko dugo uzimaju hranu i odlaze prema blagajni. Izračunato je prosječno vrijeme potrebno za preuzimanje hrane i iznosi 73.3932 sekunde. Rezultati mjerenja dosta variraju jer više faktora utječe na to koliko dugo će to trajati a neki od njih su:

- neodlučnost pri izboru jela
- vrijeme između dolazaka studenata u menzu
- vrijeme potrebno blagajnici da izda račun
- pripremljenost studenta kod plaćanja računa

Na slici 12. prikazana su vremena preuzimanja hrane.

Uzimanje hrane	
64.94	69.22
86.31	72.09
71.89	83.09
80.31	74.16
66.66	76.95
79.35	96.33
124.05	78.81
78.02	86.05
136.28	31.16
86.73	54.67
108.31	73.45
93.41	54.32
74.38	80.74
63.08	105.48
68.01	77.51
26.65	84.67
37.35	93.59
37.42	58.12
43.85	62.55
65.48	72.94
61.14	107.43
46.78	89.31
80.61	47.78
63.29	50.61
79.79	64.54
Prosjek	73.3932 s

Slika 12. Vremena preuzimanja hrane

4.4.3. Vrijeme potrebno za izdavanje i plaćanje računa

U sustavu se nalaze dvije blagajne koje su bez pauze radile tijekom cijelog perioda mjerenja. Kod mjerenja vremena potrebnih za izdavanje računa za svaku blagajnu je uzet uzorak od 50 studenata te je kod njih izmjereno koliko dugo je bilo potrebno da im blagajnica izda račun te da ga oni plate. Prosječno vrijeme za prvu blagajnu iznosi 22,75 sekundi, a za drugu blagajnu 26.25 sekundi. Ova prosječna vremena za izdavanje računa utječu na nekoliko stvari u modelu kao što su:

- iskoristivost sustava,
- stvaranje gužvi u redovima prije blagajna,
- stvaranje gužvi pri preuzimanju hrane,
- stvaranje reda prije preuzimanja hrane,

stoga je bitno da ostanu različita kako bi kasnije u analizi mogli otkriti gdje i zašto dolazi do stvaranja redova. Razlika u ovim vremenima se pojavljuje zbog ljudskog faktora. Nisu sve djelatnice identične, neke su iskusnije, neke se bolje služe računalima itd. Na slici 13. prikazana su vremena potrebna za izdavanje i plaćanje računa.

Blagajna 1			Blagajna 2	
16.28	17.11		38.87	24.77
23.25	18.97		22.2	27.49
21.36	15.35		16.712	49.11
26.78	40.19		21.87	19.68
24.04	11.77		29.28	23.75
18.397	24.5		20.65	17.72
25.34	35.99		14.38	28.19
27.26	14.47		30.47	30.68
35.23	28.18		21.38	22.91
17.54	37.03		22.11	32.82
27.27	33.92		31.501	27.33
15.83	19.42		16.917	13.56
17.01	11.51		22.1	15.49
16.91	23.98		37.79	22.51
24.91	21.9		24.54	32.27
32.23	9.8		22.78	34.96
20.85	23.43		53.23	20.01
25.59	26.05		55.99	7.73
15.52	14.57		30.43	40.92
17.22	25.6		23.86	30.32
29.88	36.46		22.09	26.24
16	40.52		43.45	19.42
16.26	14.31		16.01	33.03
15.6	12.57		25.32	17.29
21.93	31.68		18.38	12.48
Prosjek	22.75 s		Prosjek	26.25 s

Slika 13. Vremena potrebna za izdavanje i plaćanje računa

4.4.4. Vrijeme objedovanja

Kod mjerenja vremena objedovanja uzet je uzorak od 100 studenata te je kod njih izmjereno koliko dugo objeduju tj., koliko dugo je zauzeta stolica/mjesto koje su zauzeli dok su bili u menzi. Prosječno vrijeme objedovanja jednog studenta iznosi 922,34 sekunde. Kod ovog mjerenja primijetio sam da studenti koji sami dolaze u menzu puno brže iz nje i izađu dok grupe ljudi od troje ili više studenata imaju tendenciju duže ostati u menzi unatoč tome što su završili s objedom. Na slici 14. prikazani su rezultati mjerenja vremena objedovanja.

Objedovanje			
751	802	1263	807
997	1073	598	849
1000	1073	599	587
1011	1074	601	591
637	1236	602	834
639	1238	606	841
641	1247	503	935
642	1247	543	936
617	1285	1093	940
617	1299	1094	455
618	1300	1096	541
1014	913	1099	543
1015	914	923	549
1016	847	924	556
1024	848	826	825
1044	849	1395	825
1148	375	1456	826
1149	634	1791	888
1149	656	1792	832
1150	657	1793	725
1153	657	1795	726
1211	692	1790	949
1214	432	797	950
800	805	798	951
994	993	799	800
Prosjek	922.34 s		

Slika 14. Rezultati mjerenja vremena objedovanja

4.4.5. Vrijeme potrebno za odlaganje pladnjeva

Nakon objeda studenti su dužni ostaviti tanjure, pribor i pladanj na predviđeno mjesto gdje djelatnica menze odvaja otpad i sortira tanjure, pribor i pladnjeve koji nakon toga idu na pranje. Kod ovog mjerenja je uzet uzorak od 50 studenata koji su završili s objedom te je izmjereno koliko dugo je potrebno djelatnici menze da preuzme i očisti njihove pladnjeve s tanjurima i priborom. Na temelju mjerenja izračunato je da je djelatnici potrebno u prosjeku 7,7735 sekundi za čišćenje jednog pladnja. Ovo mjerenje je obavljeno zato što se u vrijeme najveće gužve i tu stvara red studenata koji u teoriji može uzrokovati zastoje ali se u praksi to ne događa. Na slici 15. prikazani su rezultati mjerenja vremena potrebnog za odlaganje pladnjeva.

Odlaganje pladnjeva	
8.74	7.13
7.63	6.56
7.69	6.49
6.84	8.75
6	8.37
7.65	6.63
5.76	9.43
6.21	7.77
5.55	7.25
8.31	8.58
9.61	7.16
7.92	9.95
9.34	9.53
7.58	8.27
6.23	7.72
9.27	6.59
8.44	6.68
8.04	6.53
9.26	8.29
6.81	7.64
8.66	7.71
8.71	10.02
6.21	7.155
8.66	6.99
8.93	7.43
Prosjek	7.7735 s

Slika 15. Vremena odlaganja pladnjeva

4.5. Analiza sustava analitičkim modelom

Prije same izrade simulacijskog modela, sustav je analiziran analitičkim modelom detaljnije objašnjenom u potpoglavlju 2.2. S obzirom na to da u sustavu postoje dvije blagajne (dva servera), za proračun se koriste formule za višekanalni model sustava linije čekanja. Rezultati proračuna daju uvid u red veličine rezultata simulacijskog modela te će biti korišteni za provjeru valjanosti istog. Na slikama 16. i 17. prikazan je proračun izrađen *Excelu* i ključne formule.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2	Inputi	Rezultat	Mjerna jedinica					
3				Podaci za proračun P0				
4	Broj studenata	811	studenata					
5	Broj dolazaka po satu (λ)	270.3333	dolazaka/sat		λ/ρ	1.839002		
6	Brzina usluživanja po satu (μ)	147	studenata/sat		s!	2		
7	Broj servera (s)	2	servera					
8					n	$(\lambda/\mu)^n$	n!	sum
9	Proračun				0	1	1	1
10	Prosječno vrijeme između dolazaka	0.003699	sati		1	1.839002	1	2.839002
11	Prosječno vrijeme serviranja	0.006803	sati					
12	Kombinirano vrijeme prosluživanja	294						
13								
14								
15	Iskoristivost sustava (ρ)	0.919501		91.95011	%			
16	Vjerojatnost da nema studenata u sustavu (P0)	0.041937						
17	Prosječan broj studenata u sustavu (L)	11.90157	studenata					
18	Prosječan broj studenata u redu (Lq)	10.06256	studenata					
19	Prosječno vrijeme provedeno u sustavu (W)	0.044026	sati	158.4919	sekundi			
20	Prosječno vrijeme provedeno u redu (Wq)	0.037223	sati	134.0021	sekundi			

Slika 16. Proračun višekanalnog sustava modela čekanja

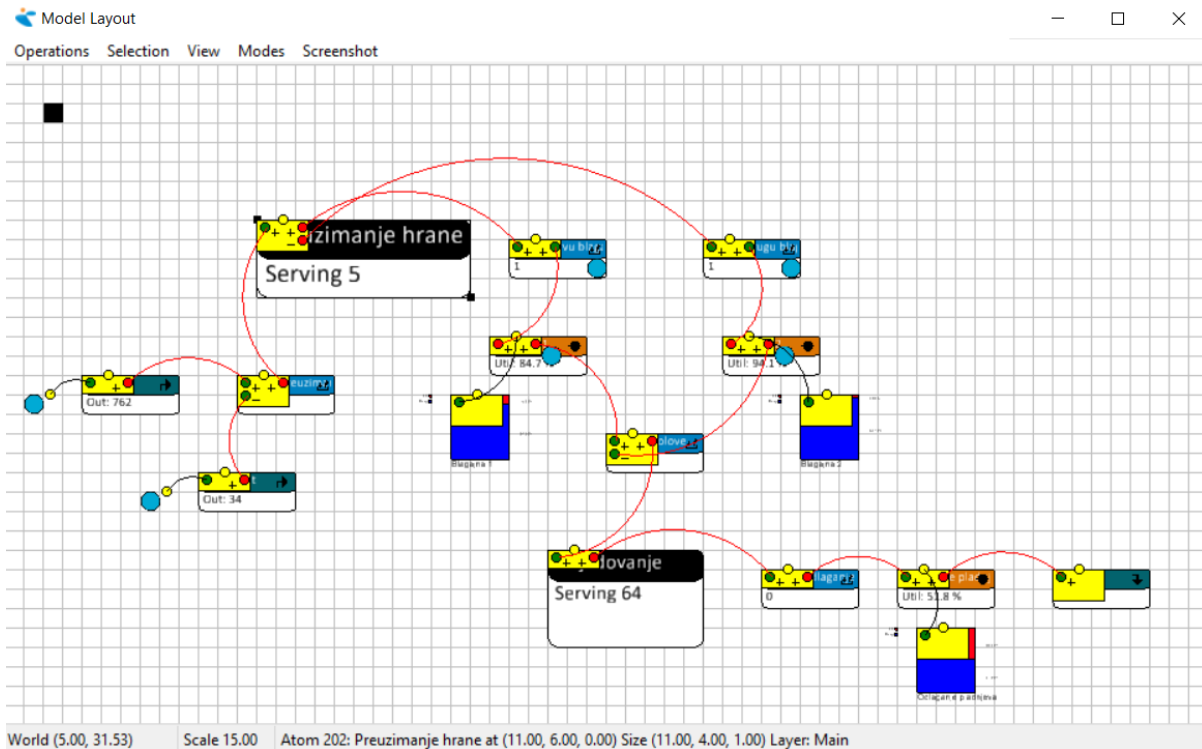
Ključne formule
F10:=F5^E10
H10:=SUM(F10,G9)
F5:=B5/B6
B10:=1/B5
B11:=1/B6
B12:=B7*B6
B15:=B5/B12
B16:=(INDEX(H9:H10,B7)+(((F5^B7)/F6)*((1)/(1-B15))))^(-1)
B17:=B5*B19
B18:=(B16*(F5^B7)*B15)/(F6*(1-B15)^2)
B19:=B20+(1/B6)
B20:=B18/B5

Slika 17. Ključne formule

Kao bitne podatke za usporedbu sa simulacijskim modelom i daljnju analizu unaprjeđenja sustava, izdvojio bih iskoristivost sustava (ρ) i prosječno vrijeme provedeno u sustavu (W). Proračunom je dobivena iskoristivost sustava od 91,95 %, a prosječno vrijeme provedeno u sustavu iznosi 158,49 sekundi.

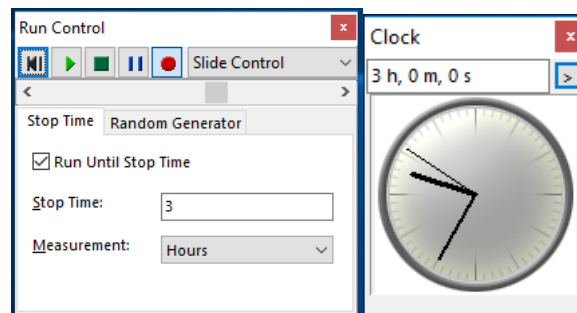
4.6. Simulacijski model FSB menze

Na temelju konceptualnog modela i detaljne opservacije rada menze, u simulacijskom programu Dynamics Enterprise izrađen je simulacijski model FSB menze. Na slici 18. prikazan je cjelokupni model korišten za analizu čekanja u redu u FSB-ovoj menzi.



Slika 18. Simulacijski model FSB menze

Simulacija je provedena za vremenski period od 3 sata, točnije za vrijeme ručka od 11:00 do 14:00 sati kada je gužva u menzi najveća. Kao ulazne podatke za simulaciju rada menze korišteni su rezultati mjerenja opisana u prethodnom poglavlju.

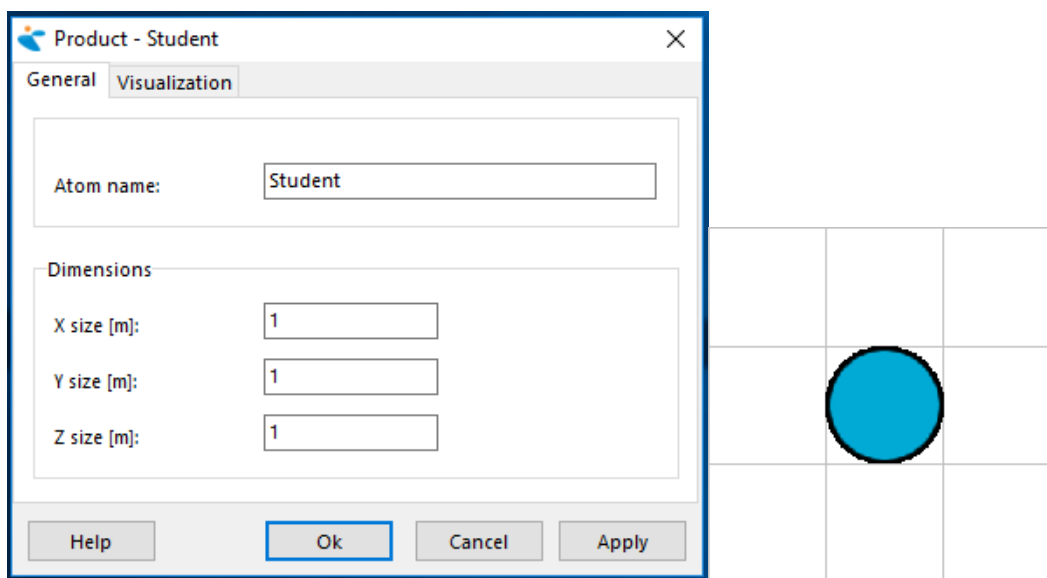


Slika 19. Vrijeme rada simulacije

Detaljnije o pojedinim atomima koji su korišteni u simulaciji opisano je u nastavku ovog poglavlja.

4.6.1. Atom Product

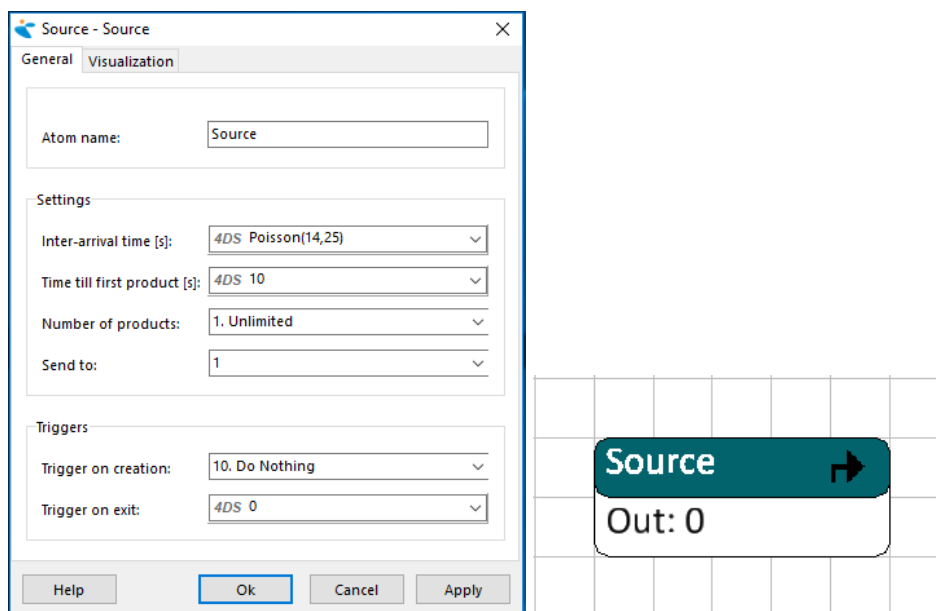
Atom *Product* koristi se za modeliranje fizičkih tokova u Enterprise Dynamicsu te mogu predstavljati proizvode, sirovine, dokumente, događaje itd. U našem slučaju atom *Product* predstavlja studente u sustavu menze. Na slici 20. prikazano je grafičko sučelje atoma *Product* te njegov 2D prikaz kakav se i nalazi u samom modelu.



Slika 20. Grafičko sučelje atoma *Product* i njegov 2D prikaz

4.6.2. Atom Source

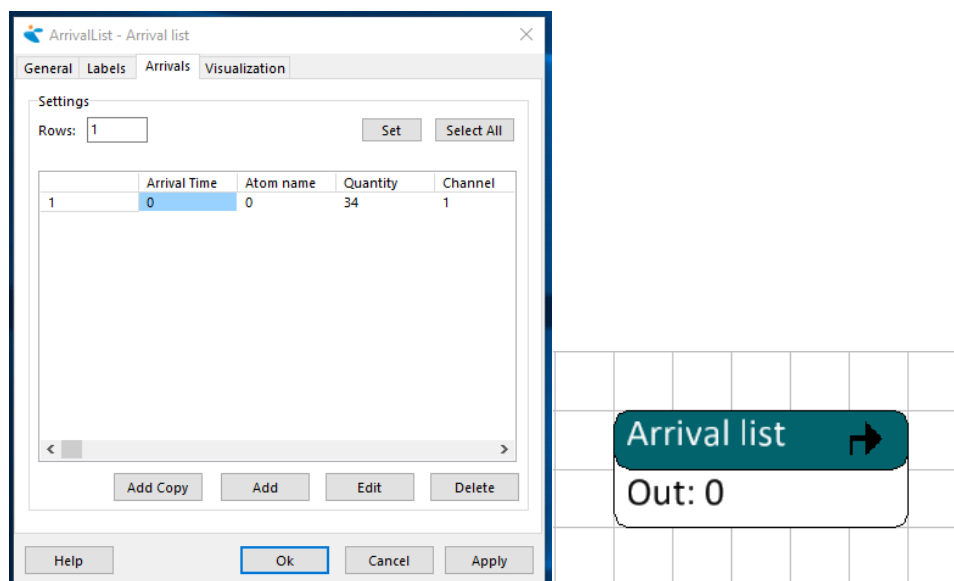
Atom *Source* omogućuju atomima, uglavnom atomu *Product*, ulazak u model u specificiranim vremenskim intervalima. Ovaj atom najčešće je i prvi element modela. *Inter-arrival time* predstavlja vrijeme između dolazaka dva studenta. Ovo vrijeme mjereno je u sekundama i može biti konstantno, ali se može i definirati određenom distribucijom. U ovom slučaju je pretpostavljena Poissonova distribucija dolazaka studenata te iznosi 14,25 sekundi koliko je dobiveno prethodno opisanim mjerenjem dolazaka studenata. Na slici 21. prikazano je grafičko sučelje atoma *Source* te njegov 2D prikaz kakav se i nalazi u samom modelu.



Slika 21. Grafičko sučelje atoma Source i njegov 2D prikaz

4.6.3. Atom Arrival List

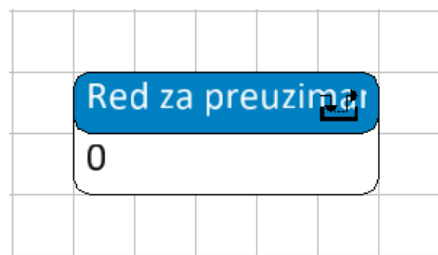
Atom *Arrival List* stvara atome na temelju unaprijed definiranog popisa. Na popisu se može navesti N zapisa. Svaki zapis na popisu sadrži vrijeme dolaska, ime, količinu dolaska i kanal preko kojeg će biti poslani. U ovom slučaju, arrival lista generira početni broj studenata koji istovremeno opterete sustav ulaskom u menzu pri otvorenju menze u 11 sati. Na dan mjerenja u menzu je ušlo 34 studenata. Na slici 22. prikazano je grafičko sučelje atoma *Arrival list* i njegov 2D prikaz.



Slika 22. Grafičko sučelje atoma Arrival list i njegov 2D prikaz

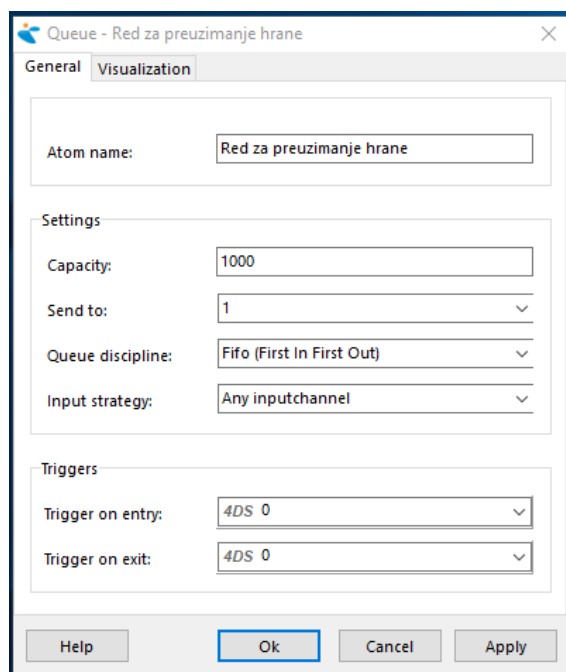
4.6.4. Atom Queue

Atom *Queue* označava bilo koje mjesto skladištenja gdje se atomi pohranjuju sve dok im nije omogućeno da idu u sljedeću fazu procesa. U ovoj simulaciji se nalazi 5 atoma Queue te oni predstavljaju redove u kojima studenti čekaju na preuzimanje hrane, izdavanje računa na blagajnama, slobodan stolac i odlaganje pladnjeva s tanjurima i priborom.



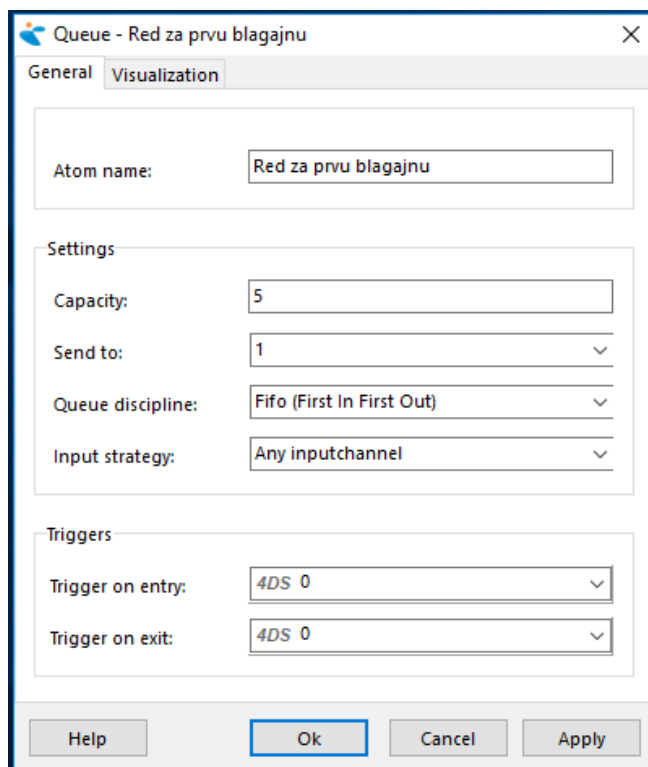
Slika 23. 2D model atoma Queue

Prvi koji se pojavljuje u simulaciji je *Red za preuzimanje hrane*. U teoriji broj studenata u ovom redu može biti beskonačan pa je parametar koji opisuje maksimalan broj atoma koji mogu biti pohranjeni unutar njega (*Capacity*) jako velik i iznosi 1000. Ono što je bitno za ovaj red je parametar koji opisuje disciplinu prema kojoj se poslužuju studenti koji se nalaze unutar njega (engl. *Queue discipline*) a to je FIFO tj. prvi student koji je došao u red, bit će prvi i poslužen.



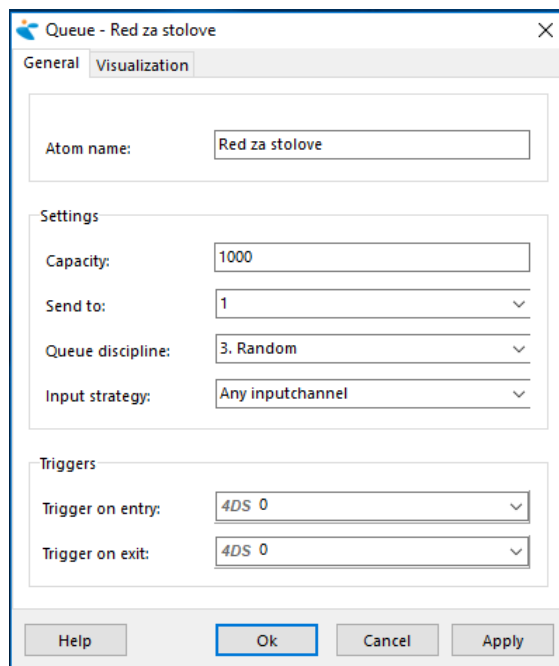
Slika 24. Grafičko sučelje atoma Reda za preuzimanje hrane

Nakon što studenti preuzmu hranu odlaze na blagajnu kako bi ju platili. U sustavu se nalaze dvije blagajne pa studenti imaju opciju stati u jedan od dva reda za blagajne. Ti redovi imaju kapacitet od 5 studenata po redu te je parametar po kojem se opisuje disciplina posluživanja također FIFO. Na slici 25. nalazi se grafičko sučelje atoma *Red za prvu blagajnu*.



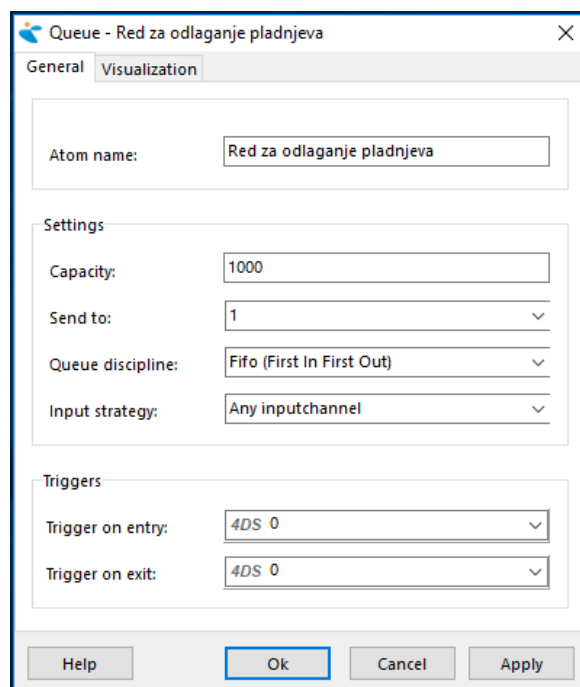
Slika 25. Grafičko sučelje atoma *Red za prvu blagajnu*

Sljedeći po redu je *Red za stolove*. On postoji zato što se u teoriji može dogoditi da dođe do popunjavanja maksimalnog kapaciteta menze tj. da nema slobodne stolice pa bi u tom slučaju student morao čekati u tom redu dok se ne oslobodi mjesto. Disciplina reda (engl. *Queue discipline*) je slučajna (engl. *Random*) jer nam ništa ne garantira da će student koji je prvi poslužen prvi pronaći slobodno mjesto u menzi. Na slici 26. prikazano je grafičko sučelje atoma *Red za stolove*.



Slika 26. Grafičko sučelje atoma Red za stolove

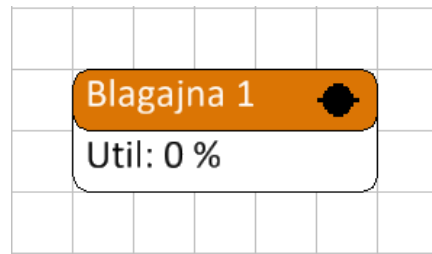
Nakon objeda studenti su dužni odložiti pladnjeve s tanjurima i priborom i tada dolaze do reda za odlaganje pladnjeva. U ovom redu je disciplina posluživanja (engl. *Queue discipline*) također FIFO. Na slici 27. prikazano je grafičko sučelje reda za odlaganje pladnjeva.



Slika 27. Grafičko sučelje atoma Red za odlaganje pladnjeva

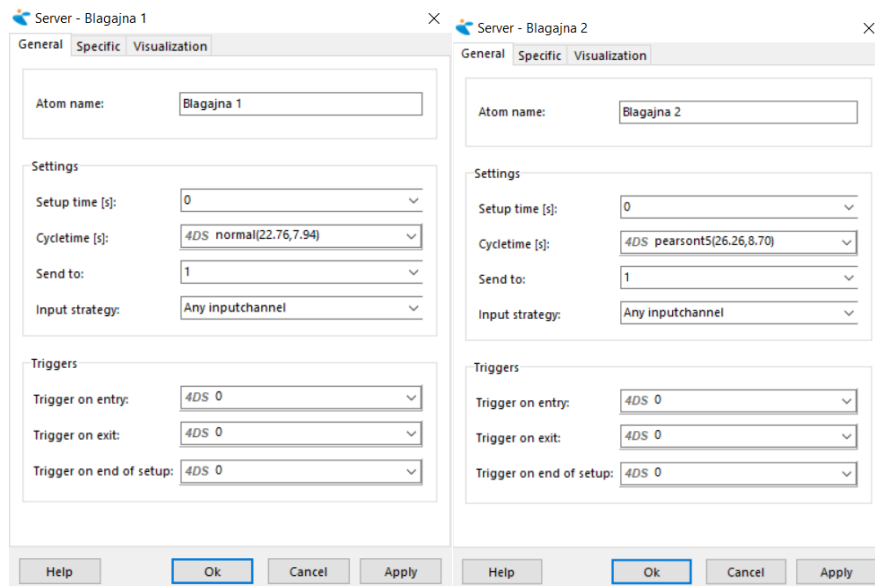
4.6.5. Atom Server

Atom server se koristi za modeliranje operacija koje traju određeno vrijeme kao što je npr. obrada proizvoda na nekom stroju. U našem slučaju se koristi za opisivanje procesa izdavanja i naplate računa na blagajni te za odlaganje pladnjeva. U ovome atomu moguće je podesiti nekoliko parametara kao što su vrijeme ciklusa (engl. *Cycletime*), vrijeme postavljanja (engl. *Setup time*) ili nešto specifičniji poput istodobne obrade nekoliko proizvoda (engl. *Batch*). Na slici 28. nalazi se 2D prikaz modela atoma *Server*.



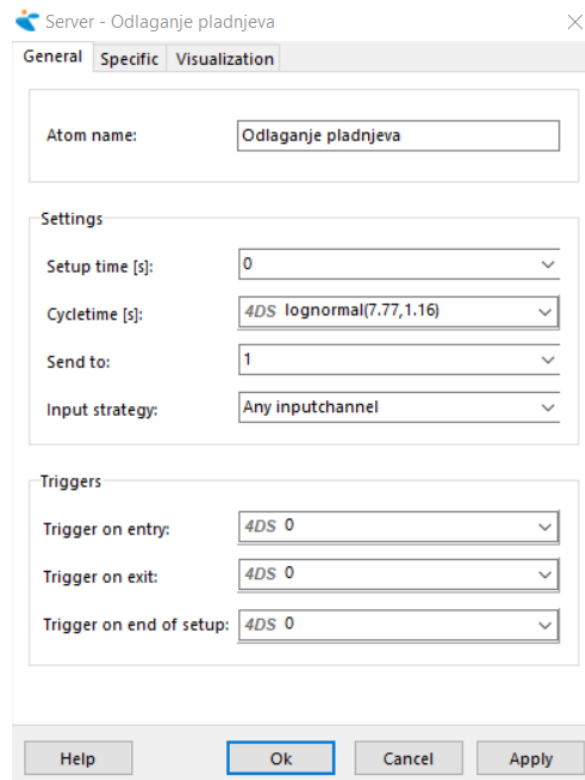
Slika 28. 2D prikaz modela atoma *Server*

U sustavu se nalaze dvije blagajne. Uz pomoć *Autofit* alata koji se nalazi unutar *Dynamic Enterprise* softvera, dobivene su razdiobe koje najbolje odgovaraju izmjerenim podacima za obje blagajne. Normalna razdioba najviše odgovara izmjerenim podacima za prvu blagajnu, dok za drugu blagajnu najviše odgovara Pearsonova razdioba stoga su one korištene za opisivanje parametra vrijeme ciklusa (engl. *Cycletime*).



Slika 29. Grafičko sučelje atoma *Blagajna 1* i *Blagajna 2*

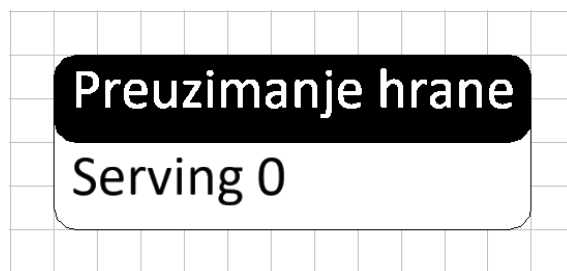
Osim blagajni u simulaciji se nalazi još jedan server a to je *Odlaganje pladnjeva* gdje je djelatnici menze u prosjeku potrebno 7.77 sekundi da oslobodi mjesto za sljedećeg studenta da odloži svoj pladanj. Log-normalna distribucija najviše odgovara izmjerenim vremenima za server *Odlaganje pladnjeva* stoga je ona i korištena u simulacijskom modelu. Na slici 30. nalazi se grafičko sučelje atoma *Odlaganje pladnjeva*.



Slika 30. Grafičko sučelje atoma *Odlaganje pladnjeva*

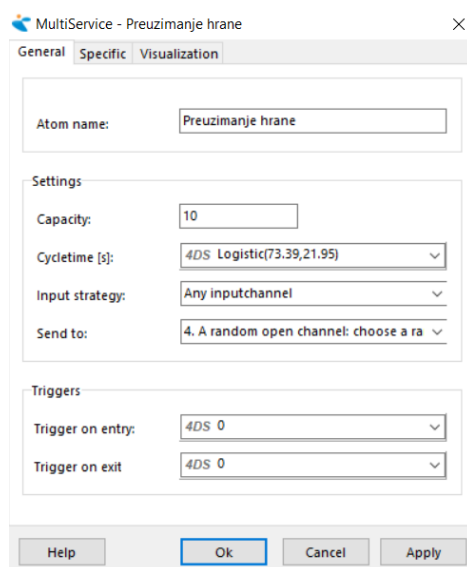
4.6.6. Atom *Multiservice*

Atom *Multiservice* ima iste osnovne funkcije kao i nekoliko *Server* atoma. On omogućuje istovremeno obrađivanje nekoliko proizvoda te se može odrediti maksimalni broj koje se mogu simultano obrađivati. U ovoj simulaciji se nalazi dva multiservera a to su *Preuzimanje hrane* i *Objedovanje*. Na slici 31. se nalazi 2D prikaz atoma *Multiservice*.



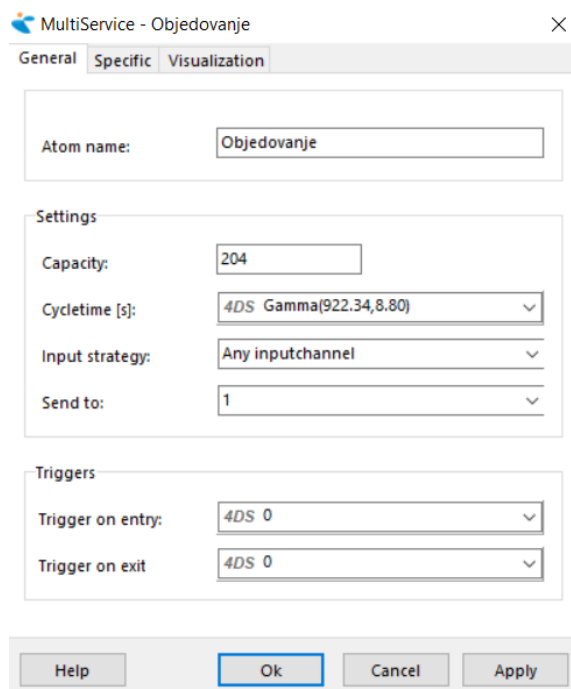
Slika 31. 2D grafički prikaz atoma Multiserver

Prvi na red dolazi multiservice *Preuzimanje hrane*. Mjerenjem je ustanovljeno da istodobno hranu mogu preuzimati 12 studenata odjednom te da to prosječno traje 73.4 sekunde po studentu. Uz pomoć *Autofit* alata, dobiveno je kako izmjerenim podacima najviše odgovara Logistička distribucija stoga je ona i korištena u simulacijskom modelu. Nakon preuzimanja hrane uvedena je pretpostavka da studenti nasumično odlaze u jedan od slobodnih redova za blagajne.



Slika 32. Grafički prikaz atoma Preuzimanje hrane

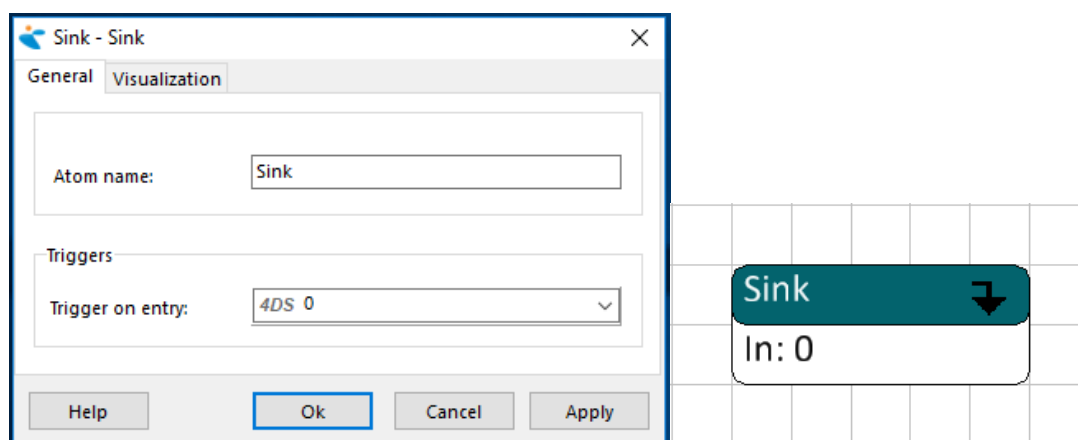
Drugi *multiservice* atom je atom *Objedovanje* (slika 33.). Parametar kapacitet (engl. *Capacity*) iznosi 204 koliko je stolaca u menzi, a vrijeme koje studenti provode objeđujući iznosi u prosjeku 922,34 sekunde. Izmjerenim vremenima objeđovanja studenata najviše odgovara Gamma distribucija te je ona i korištena u simulacijskom modelu.



Slika 33. Grafički prikaz atoma Objedovanje

4.6.7. Atom Sink

Atom *Sink* se nalazi na kraju svakog procesa. Označava mjesto gdje atomi poput proizvoda (engl. *Product*), u našem slučaju studenata, napuštaju simulacijski model. Ulazeći u atom *Sink*, atomi se uništavaju. Na slici 34. se nalazi grafičko sučelje atoma *Sink* i njegov 2D model.



Slika 34. Grafičko sučelje atoma Sink i njegov 2D model

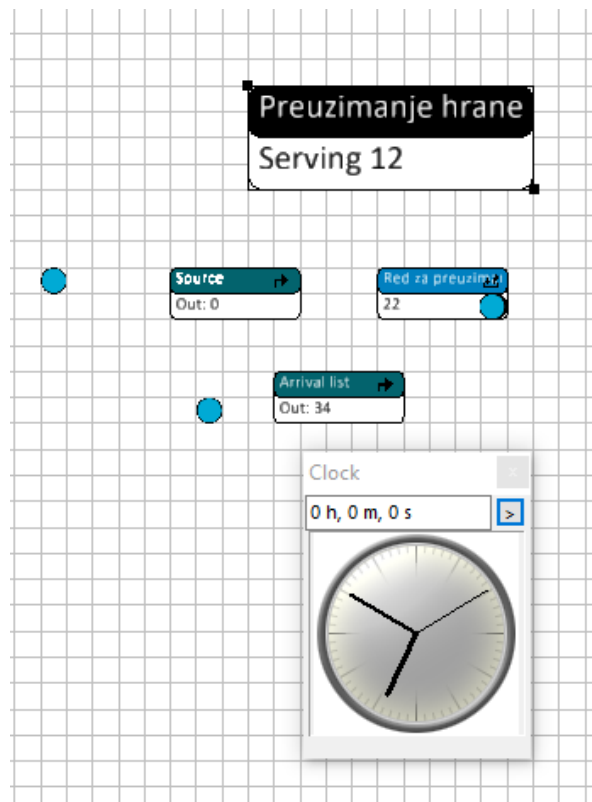
4.7. Verifikacija i validacija modela

Kao što je već rečeno u potpoglavlju 3.5., verifikacija modela je proces koji osigurava da je konceptualni model pretvoren u računalni s dovoljnom točnošću, a validacija (provjera valjanosti) je proces osiguravanja da je model dovoljno precizan za tu svrhu.

4.7.1. Verifikacija

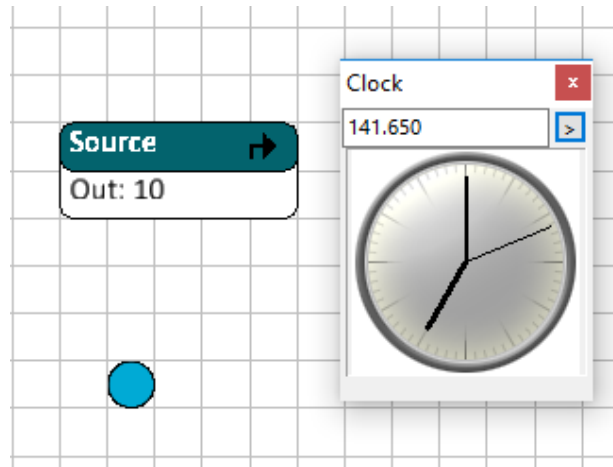
Verifikacija je izvedena pojedinačnim testiranjem svakog pojedinog atoma simulacijskog modela kako bi provjerili ponašaju li se oni u skladu s onim kako su isprogramirani.

Prvo se testirao atom *Arrival list* koji bi u nultoj sekundi simulacije trebao generirati 34 studenata koji su ušli u menzu u trenutku otvaranja. Na slici 35. možemo vidjeti kako je u nultoj sekundi generirano 34 studenata od kojih je 22 u redu za preuzimanje, a 12 (maksimalno mogućih) studenata preuzima hranu.



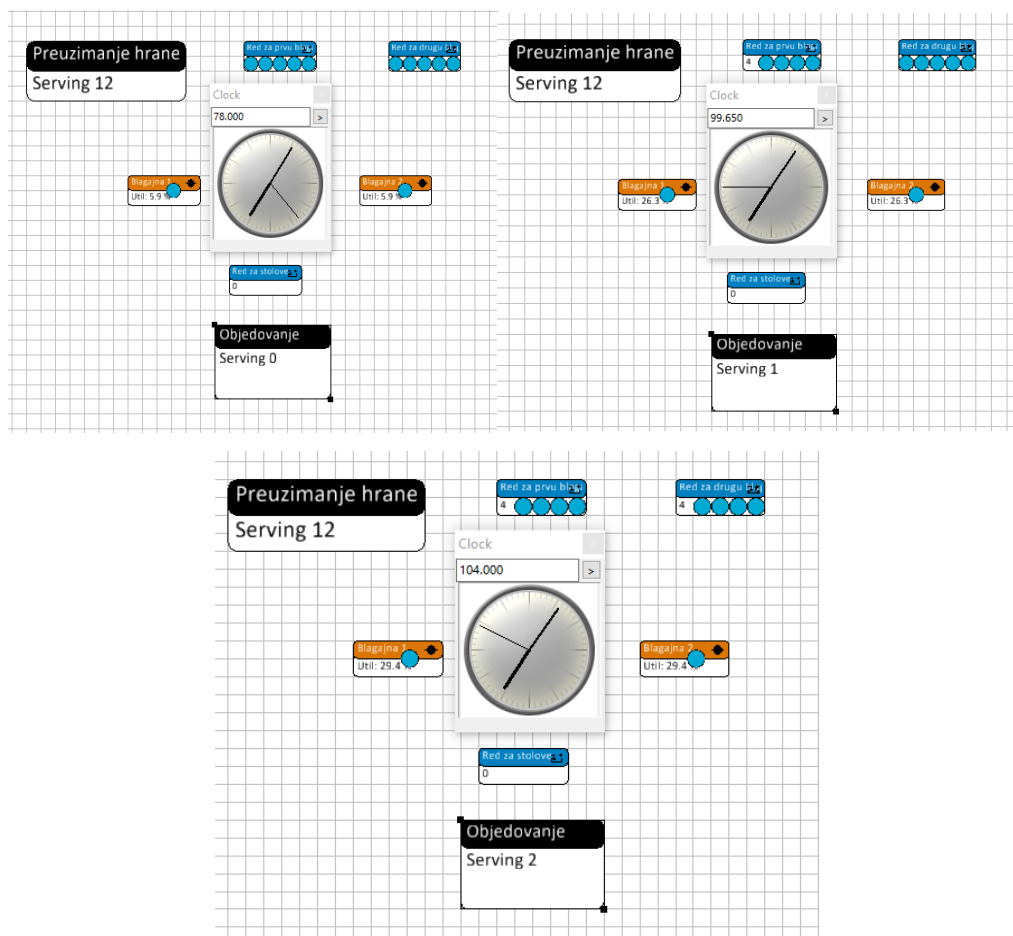
Slika 35. Verifikacija atoma *Arrival list*

Atom Source je podešen da generira *Product* (studenta) svakih 14,25 sekundi. Nakon 141,650 sekundi, *Source* je generirao očekivanih 10 studenata što se vidi na slici 36.



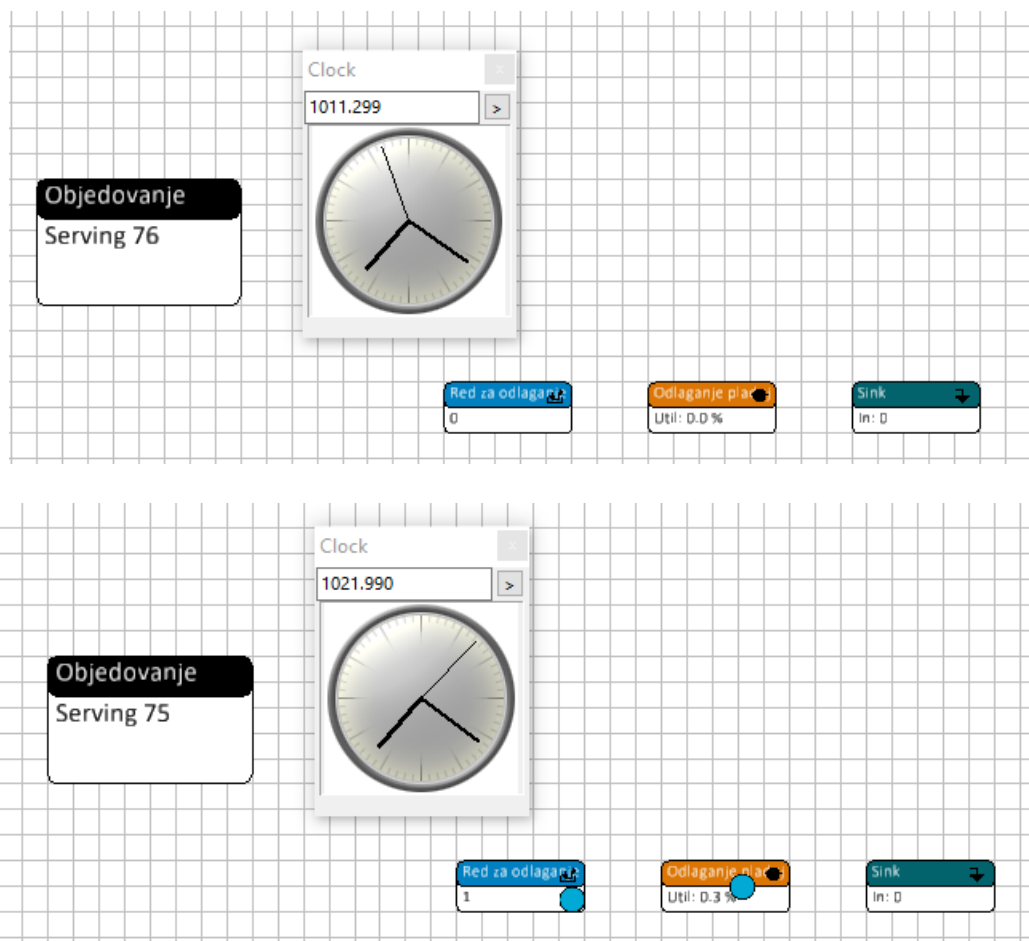
Slika 36. Verifikacija atoma Source

Prosječno vrijeme preuzimanja hrane iznosi 73,4 sekunde. Na Slici 37. se vidi kako su studenti nakon 78 sekundi napunili redove za blagajne te da se na svakoj blagajni nalazi po jedan student. Prosječno vrijeme potrebno blagajnici na prvoj blagajni da izda račun iznosi 22,75 sekundi, dok je drugoj potrebno prosječno 26,25 sekundi. Na slici se jasno vidi da kako se nakon 22 sekunde pojavljuje jedan student u multiserveru *Objedovanje*, a nakon 26 i drugi. Na blagajne dolaze sljedeći studenti, a u redove za blagajne dolaze studenti iz multiservera *Preuzimanje hrane*. U ovom slučaju prvo se popuni red za prvu blagajnu, a nakon njega i red za drugu blagajnu. Inače ovi redovi nisu uvijek puni ali u ovom slučaju jesu zato što se radi o samom početku simulacije gdje se listom dolazaka odjednom generira 34 studenata u sustavu.



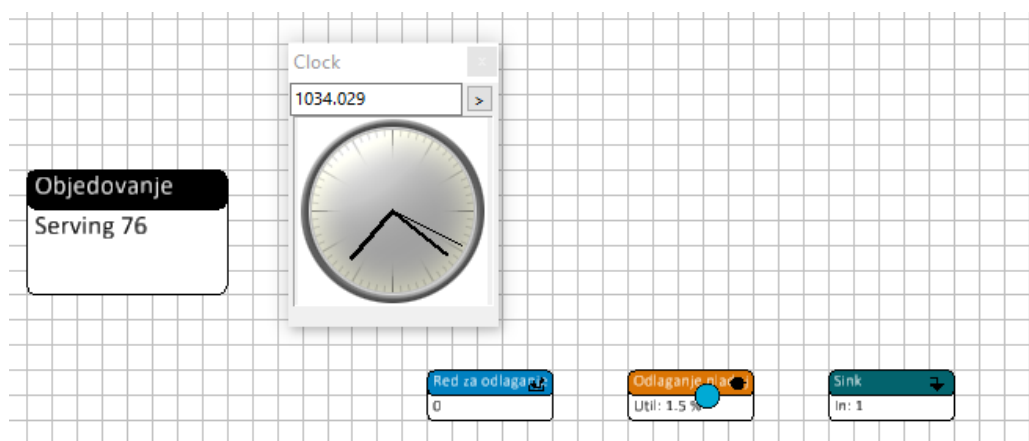
Slika 37. Verifikacija blagajni

Prosjeak objedovanja iznosi 922,34 sekunde. Na slici 38. se vidi da se nakon 1011,299 sekundi u atomu *Objedovanje* nalazi 76 studenata, a nakon 1021,99 sekundi jedan je student završio s objedom što znači da je nakon 99,65 sekundi nakon što se prvi student pojavio u atomu *Objedovanje*, on tamo proveo 911,65 sekundi što je približno jednako prosjeku objedovanja.



Slika 38. Verifikacija atoma Objedovanje

Prosječno vrijeme potrebno za odlaganje pladnja iznosi približno 8 sekundi. Na slici 39. se vidi da 10 sekundi nakon što je prvi student završio s objedom taj student odložio svoj pladanj i da je izvan sustava, a pladanj od sljedećeg je već u obradi čime se može reći da je model uspješno verificiran.



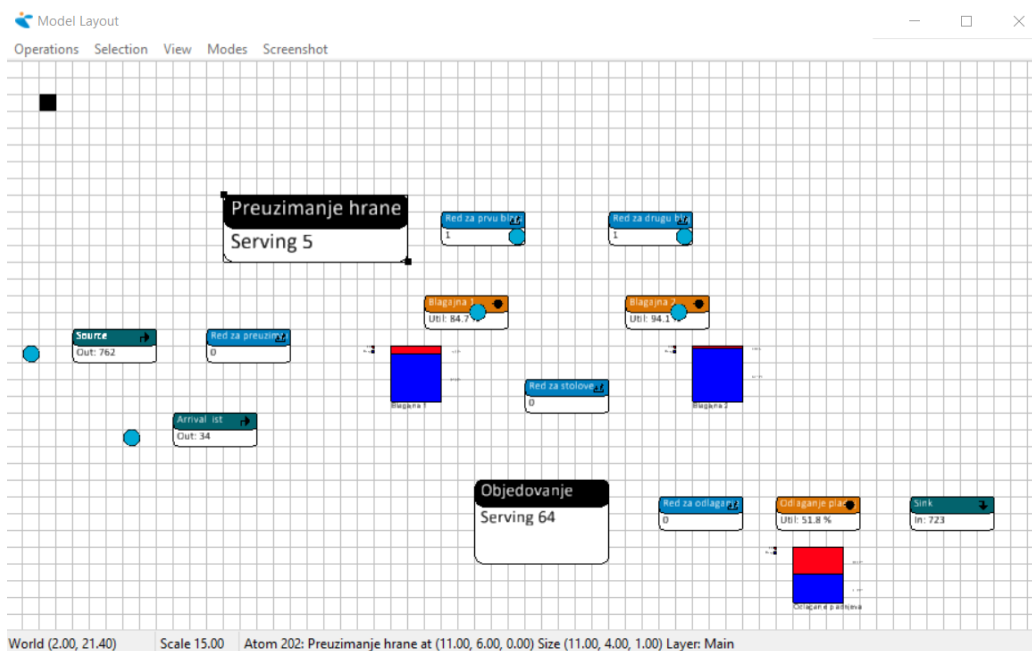
Slika 39. Verifikacija atoma Odlaganje pladnjeva

4.7.2. Validacija

Ovaj model je validiran na temelju podatka o ukupnom broju studenata koji su na dan mjerenja bili u menzi. U nastavku rada ću prikazati rezultate simulacije a zatim ću ih usporediti s podatkom o broju izdanih računa dobivenog od djelatnica menze kako bi validirao simulacijski model.

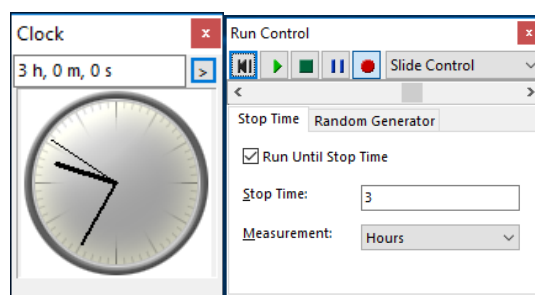
4.7.2.1. Rezultati simulacije

Na slici 40. prikazan je krajnji ishod simulacije rada FSB menze.



Slika 40. Simulacija rada FSB menze

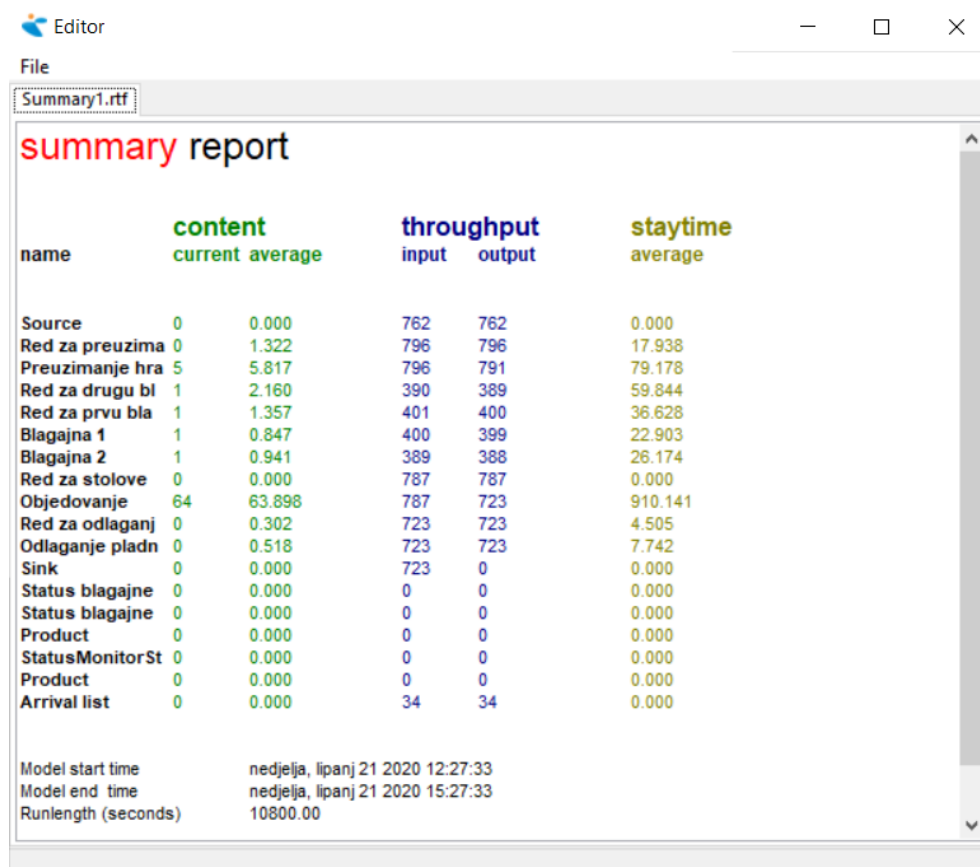
Simulacija je provedena u periodu od 3 sata za koje su obavljena mjerenja kojima je simulacijski model i opisan. U izborniku *Run Control* podešeno je da se simulacija zaustavi nakon 3 sata te je uključen crveni gumb za snimanje podataka kako bi mogli iz izvješća iščitati rezultate simulacije (Slika 41.)



Slika 41. Izbornici Clock i Run Control

Rezultati dobiveni simulacijom (slika 42.):

- prosječno vrijeme čekanja u redu za preuzimanje hrane iznosi 17,938 [s]
- prosječno vrijeme čekanja i preuzimanja hrane iznosi 79,178 [s]
- prosječno vrijeme čekanja u redu za prvu blagajnu iznosi 36,628 [s]
- prosječno vrijeme čekanja u redu za drugu blagajnu iznosi 59,844 [s]
- generiran broj studenata je 762
- čekanje u redu za stolove iznosi 0 [s]
- vrijeme objedovanja iznosi 910,141 [s]
- odlaganje pladnjeva iznosi 7,742 [s]
- iskoristivost prve blagajne 84.7 %
- iskoristivost druge blagajne 94,2 %



name	content		throughput		staytime
	current	average	input	output	average
Source	0	0.000	762	762	0.000
Red za preuzima	0	1.322	796	796	17.938
Preuzimanje hra	5	5.817	796	791	79.178
Red za drugu bl	1	2.160	390	389	59.844
Red za prvu bla	1	1.357	401	400	36.628
Blagajna 1	1	0.847	400	399	22.903
Blagajna 2	1	0.941	389	388	26.174
Red za stolove	0	0.000	787	787	0.000
Objedovanje	64	63.898	787	723	910.141
Red za odlaganj	0	0.302	723	723	4.505
Odlaganje pladn	0	0.518	723	723	7.742
Sink	0	0.000	723	0	0.000
Status blagajne	0	0.000	0	0	0.000
Status blagajne	0	0.000	0	0	0.000
Product	0	0.000	0	0	0.000
StatusMonitorSt	0	0.000	0	0	0.000
Product	0	0.000	0	0	0.000
Arrival list	0	0.000	34	34	0.000

Model start time nedjelja, lipanj 21 2020 12:27:33
 Model end time nedjelja, lipanj 21 2020 15:27:33
 Runlength (seconds) 10800.00

Slika 42. Summary report

Od djelatnica menze sam dobio informaciju da je na dan mjerenja u 4 sata rada menze izdano 895 računa. Budući da je simulacija provedena za 3 sata rada zbog ranije navedenog razloga, od ukupnog broja studenata možemo oduzeti studente koji su došli u zadnjem satu rada menze (84 studenata) pa sada on iznosi 811 studenata.

Simulacija je u 3 sata rada generirala 796 studenata. Broj od 796 studenata dobiven je zbrojem studenata koje je generirao *Source* (762 studenata) i studenata iz *Arrival* liste (34 studenata).

$$N = N_s + N_{ar} = 796 \text{ studenata} \quad (12)$$

Gdje je:

N - ukupan broj studenata

N_s - izvorom generiran broj studenata

N_{ar} - broj studenata iz *Arrival* liste

Usporedbom podatka dobivenog od djelatnica menze da je u menzi taj dan bilo 811 studenata, i 796 studenata koje je generirala simulacija vidimo da je podudaranje broja studenata iznimno dobro te možemo reći da je simulacijski model uspješno validiran.

Simulacijom trenutnog sustava dobivena je ukupna iskoristivost od 89,45 %. Postotak od 89,45 % je dobiven aritmetičkom sredinom iskoristivosti Blagajne 1 i Blagajne 2 koje iznose 84,7 % i 94,2 %.

$$\rho = \frac{\rho_{b1} + \rho_{b2}}{2} = 89,45 \% \quad (13)$$

Gdje je:

ρ - iskoristivost sustava [%]

ρ_{b1} - iskoristivost prve blagajne [%]

ρ_{b2} - iskoristivost druge blagajne [%]

Prosječno vrijeme provedeno u sustavu (W) dobiveno simulacijom iznosi 169,89 sekundi, a izračunato je na sljedeći način:

$$W = W_{rp} + W_{ph} + \frac{W_{rb1} + W_{rb2}}{2} + \frac{W_{b1} + W_{b2}}{2} + W_{rs} = 169,89 \text{ s} \quad (14)$$

Gdje je:

W_{rp} - vrijeme provedeno u redu za preuzimanje hrane [s]

W_{ph} - vrijeme potrebno za preuzimanje hrane [s]

W_{rb1} - vrijeme provedeno u redu za blagajnu 1 [s]

W_{rb2} - vrijeme provedeno u redu za blagajnu 2 [s]

W_{b1} - vrijeme provedeno na blagajni 1 [s]

W_{b2} - vrijeme provedeno na blagajni 2 [s]

W_{rs} - vrijeme provedeno u redu za stolove [s]

Izračunato vrijeme provedeno u sustavu (W) uključuje sve elemente sustava koji se nalaze prije atoma *Objedovanje* te se kao takvo računa i u daljnjoj analizi. Iako ne uključuje sve elemente sustava ipak se naziva sustavom zbog toga što uključuje vrijeme provedeno u redovima, vrijeme provedeno na multiserveru *Preuzimanje hrane* i vrijeme provedeno na serverima (blagajnama). Koliko dugo će student objedovati je vrijeme na koje ne utječe niti jedan dio sustava, već o tome odlučuje sam student. Iz tog razloga vrijeme objedovanja nije uključeno u analizu. Vrijeme provedeno u redu za odlaganje pladnjeva je zanemarivo u odnosu na ukupno vrijeme provedeno u sustavu i može se kompenzirati smanjenjem vremena objedovanja, tako da se niti ono ne koristi u daljnjoj analizi.

4.8. Usporedba rezultata proračuna i simulacije

U tablici 1. prikazana je usporedba rezultata proračuna i simulacije.

Tablica 1. Usporedba rezultata proračuna i simulacije

	Iskoristivost sustava [%]	Prosječno vrijeme čekanja u sustavu [s]
Proračun	91,95	158,49
Simulacija	89,45	169,89

Rezultati simulacije iznimno dobro se podudaraju s rezultatima proračuna višekanalnog modela sustava linije čekanja. Iskoristivost sustava simulacije manja je za 2,5 postotna boda dok je prosječno vrijeme čekanja u sustavu veće za 10 sekundi. Pri proračunu su korištene pretpostavke da je razdioba vremena posluživanja eksponencijalna i da je vrijeme posluživanja jednako aritmetičkoj sredini prosječnih vrijednosti izmjerenih vremena, što nije slučaj u simulaciji. Iako je podudaranje rezultata vrlo dobro, korišteni analitički model jako je pojednostavljen u odnosu na stvarni pa ga je dobro koristiti samo za provjeru valjanosti simulacijskog modela.

5. ANALIZA MOGUĆIH UNAPRJEĐENJA

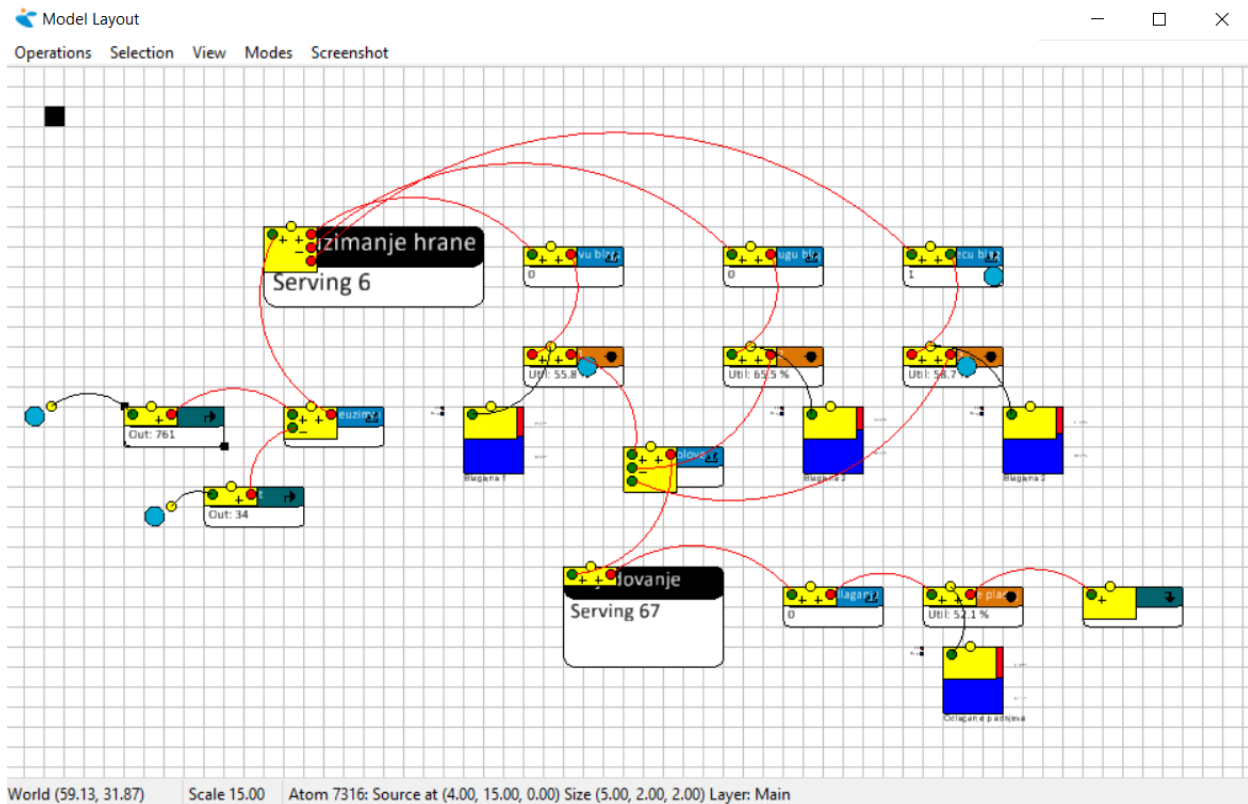
Nakon proračuna operativnih karakteristika sustava linije čekanja ponekad je potrebno napraviti preinake na sustavu kako bi mu poboljšali performanse. Nekoliko je tipova promjena uz pomoć kojih je moguće poboljšati sustav linije čekanja, a to su promjene:

1. Stope dolazaka korisnika. Jedan od načina promjene stope dolazaka korisnika u sustav je uvođenje tzv. „happy houra“. Sniženje cijene ili nekakve posebne ponude za vrijeme kada je sustav najmanje opterećen.
2. Broja servera. Povećanjem broja blagajni povećava se protok studenata kroz sustav što uzrokuje smanjenje vremena provedenog čekajući u redovima.
3. Efikasnosti servera. Povećanje efikasnosti servera u ovom slučaju znači smanjenje vremena koje je potrebno blagajnici da izda račun. Korištenje barkod skenera poput onih na blagajnama u trgovinama jedan je od načina kojim se može povećati efikasnost servera.
4. Broja redova čekanja.
5. Discipline posluživanja. Disciplina posluživanja odlučuje o tome koji korisnik će se poslužiti sljedeći.

Nakon što su simulacijom menze dobivene operativne karakteristike sustava, napravljene su određene preinake sustava kako bi dobili povoljnije vrijednosti tih karakteristika. Prva preinaka je dodavanje treće blagajne u sustav, a druga je dodavanje još jednog reda za čekanje. Oba sustava su izvediva u stvarnosti i oba su dala određena poboljšanja u operativnim karakteristikama sustava. Nakon toga provedena je "what if" analiza sustava gdje je analizirano ponašanje sva 3 modela u odnosu na povećano opterećenje sustava.

5.1. Sustav s 3 blagajne

Na slici 43. prikazan je sustav menze s 3 blagajne.



Slika 43. Sustav menze s 3 blagajne

Za razliku od početnog modela, u ovom se nalazi 2 dodatna atoma, *Server* (Blagajna 3) i *Queue* (Red za blagajnu 3). Multiserver *Preuzimanje hrane* sada ima 3 izlazna kanala koji su spojeni na redove za blagajne, po pravilu *Random channel*, nasumično bira kanal te izbacuje *Product* (studenta) na njega. Nakon čekanja u jednom od redova, student odlazi na blagajnu tog reda i dalje u sustav koji je ostao isti. Simulacija je također provedena na 3 sata i rezultati su sljedeći (Slika 44):

- prosječno vrijeme čekanja u redu za preuzimanje hrane iznosi 5,057 [s]
- prosječno vrijeme čekanja i preuzimanja hrane iznosi 74,091 [s]
- prosječno vrijeme čekanja u redu za prvu blagajnu iznosi 16,950 [s]
- prosječno vrijeme čekanja u redu za drugu blagajnu iznosi 24,189 [s]
- prosječno vrijeme čekanja u redu za treću blagajnu iznosi 20,275 [s]
- prosječno vrijeme čekanja na blagajni iznosi 24,641 [s]

- generiran broj studenata je 761
- čekanje u redu za stolove iznosi 0 [s]
- vrijeme objedovanja iznosi 916,650 [s]
- odlaganje pladnjeva iznosi 7,825 [s]
- iskoristivost prve blagajne 55,8 %
- iskoristivost druge blagajne 65,5 %
- iskoristivost treće blagajne 58,7 %

Editor

File

Summary1.rtf

summary report

name	content		throughput		staytime
	current	average	input	output	average
Source	0	0.000	761	761	0.000
Red za preuzima	0	0.372	795	795	5.057
Preuzimanje hra	6	5.434	795	789	74.091
Red za drugu bl	0	0.587	262	262	24.189
Red za prvu bla	0	0.422	269	269	16.950
Blagajna 1	1	0.558	269	268	22.482
Blagajna 2	0	0.655	262	262	26.988
Red za stolove	0	0.000	786	786	0.000
Objedovanje	67	64.339	786	719	916.650
Red za odlaganj	0	0.356	719	719	5.353
Odlaganje pladn	0	0.521	719	719	7.825
Sink	0	0.000	719	0	0.000
Status blagajne	0	0.000	0	0	0.000
Status blagajne	0	0.000	0	0	0.000
Student	0	0.000	0	0	0.000
StatusMonitorSt	0	0.000	0	0	0.000
Product	0	0.000	0	0	0.000
Arrival list	0	0.000	34	34	0.000
Red za trecu bl	1	0.483	258	257	20.275
Blagajna 3	1	0.587	257	256	24.641
Status blagajne	0	0.000	0	0	0.000

Model start time: nedjelja, lipani 21, 2020 12:47:55

Slika 44. Summary report sustava s 3 blagajne

5.1.1. Iskoristivost sustava

Simulacijom sustava menze s 3 blagajne dobivena je ukupna iskoristivost od 60 %. Ukupna iskoristivost od 60 % je dobivena aritmetičkom sredinom iskoristivosti Blagajne 1, Blagajne 2 i Blagajne 3.

$$\rho = \frac{\rho_{b1} + \rho_{b2} + \rho_{b3}}{3} = 60 \% \quad (15)$$

Gdje je:

ρ_{b3} - iskoristivost treće blagajne [%]

5.1.2. Prosječno vrijeme čekanja u sustavu

Prosječno vrijeme provedeno u sustavu (W) dobiveno simulacijom iznosi 124,323 sekunde, a izračunato je na sljedeći način:

$$W = W_{rp} + W_{ph} + \frac{W_{rb1} + W_{rb2} + W_{rb3}}{3} + \frac{W_{b1} + W_{b2} + W_{b3}}{3} + W_{rs} = 124,323 \text{ s} \quad (16)$$

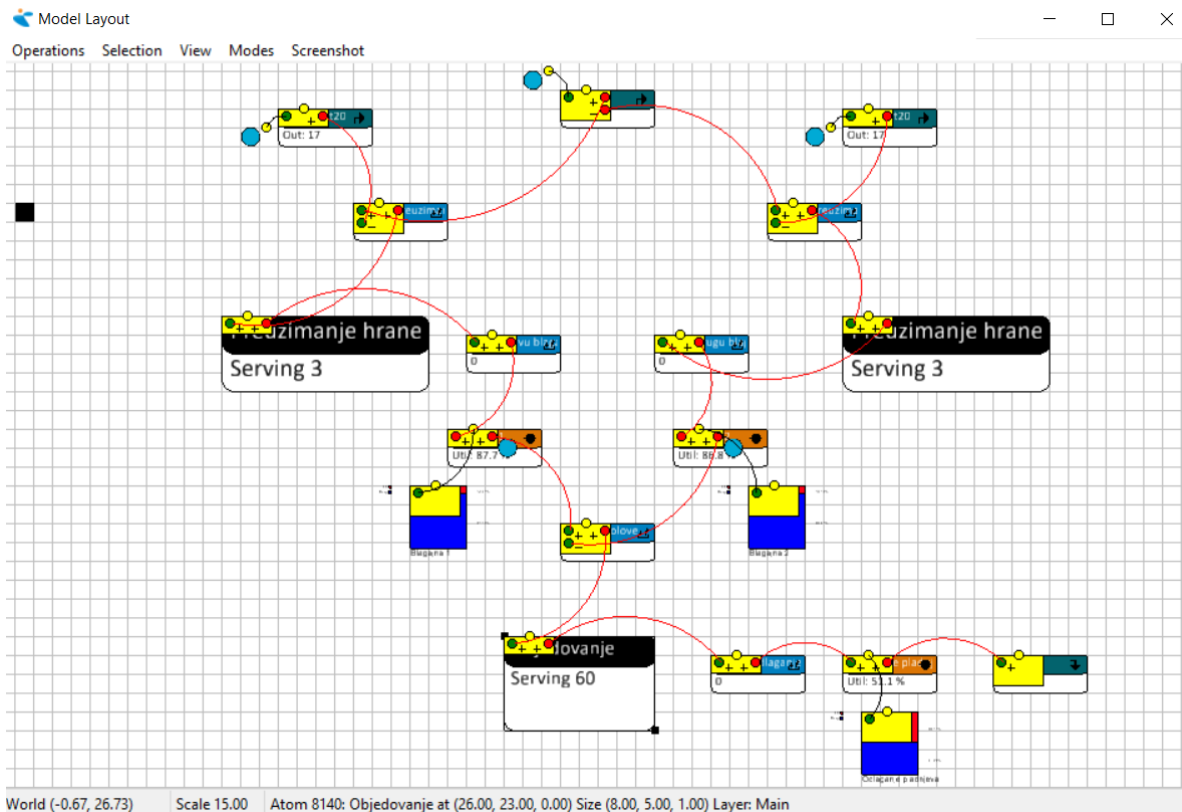
Gdje je:

W_{rb3} - vrijeme provedeno u redu za blagajnu 3 [s]

W_{b3} - vrijeme provedeno na blagajni 3 [s]

5.2. Sustav s 2 reda za čekanje

Na slici 45. prikazan je sustav menze s 2 reda za čekanje.



Slika 45. Sustav menze s 2 reda za čekanje

Za razliku od početnog modela, u ovom modelu se nalaze 2 multiserver atoma (*Preuzimanje hrane*) gdje svaki multiserver ima svoj red za čekanje. Atom *Source* sada ima 2 izlazna kanala i nasumično bira red za čekanje na kojeg šalje *Product* (studenta). U model je također uvedena pretpostavka da će od 34 studenta koji su u nultom trenutku opteretili sustav, pola stati u jedan, a pola u drugi red. To je izvedeno dodavanjem još jedne *Arrival* liste u sustav. Simulacija je provedena na 3 sata a rezultati su sljedeći (Slika 46):

- prosječno vrijeme čekanja u redu za preuzimanje hrane u prvom redu iznosi 2,198 [s]
- prosječno vrijeme čekanja u redu za preuzimanje hrane u drugom redu iznosi 2,008 [s]
- prosječno vrijeme čekanja i preuzimanja hrane (1. red) iznosi 88,640 [s]
- prosječno vrijeme čekanja i preuzimanja hrane (2. red) iznosi 87,976 [s]
- prosječno vrijeme čekanja u redu za prvu blagajnu iznosi 35,800 [s]
- prosječno vrijeme čekanja u redu za drugu blagajnu iznosi 39,237 [s]

- prosječno vrijeme čekanja na blagajni 1 iznosi 22,835 [s]
- prosječno vrijeme čekanja na blagajni 2 iznosi 25,852 [s]
- generiran broj studenata je 750
- čekanje u redu za stolove iznosi 0 [s]
- vrijeme objedovanja iznosi 889,669 [s]
- odlaganje pladnjeva iznosi 7,713 [s]
- iskoristivost prve blagajne 87,7 %
- iskoristivost druge blagajne 86,8 %

name	content		throughput		staytime
	current	average	input	output	average
Source	0	0.000	750	750	0.000
Red za preuzima	0	0.085	418	418	2.198
Preuzimanje hra	3	3.418	418	415	88.640
Red za drugu bl	0	1.319	363	363	39.237
Red za prvu bla	0	1.376	415	415	35.800
Blagajna 1	1	0.877	415	414	22.835
Blagajna 2	1	0.868	363	362	25.852
Red za stolove	0	0.000	776	776	0.000
Objedovanje	60	61.742	776	716	889.669
Red za odlaganj	0	0.347	716	716	5.232
Odlaganje pladn	0	0.511	716	716	7.713
Sink	0	0.000	716	0	0.000
Status blagajne	0	0.000	0	0	0.000
Status blagajne	0	0.000	0	0	0.000
Product	0	0.000	0	0	0.000
StatusMonitorSt	0	0.000	0	0	0.000
Preuzimanje hra	3	2.965	366	363	87.976
Red za preuzim	0	0.068	366	366	2.008
Product	0	0.000	0	0	0.000
ArrivalList20	0	0.000	17	17	0.000
Product	0	0.000	0	0	0.000
ArrivalList20	0	0.000	17	17	0.000

Slika 46. Summary report sustava s 2 reda za čekanje

5.2.1. Iskoristivost sustava

Simulacijom trenutnog sustava dobivena je ukupna iskoristivost od 87,25 %. Ukupna iskoristivost od 87,25 % je dobivena aritmetičkom sredinom iskoristivosti Blagajne 1 i Blagajne 2 koje iznose 87,7 % i 86,8 %.

$$\rho = \frac{\rho_{b1} + \rho_{b2}}{2} = 87,25 \% \quad (17)$$

5.2.2. Prosječno vrijeme čekanja u sustavu

Prosječno vrijeme provedeno u sustavu (W) dobiveno simulacijom iznosi 152,273 sekunde, a dobiveno je zbrojem aritmetičke sredine prosječnih vremena provedenog u oba reda i vremena provedenog u redu za stolove:

$$W = \frac{W_1 + W_2}{2} + W_{rs} = 152,273 s \quad (18)$$

Gdje je:

W_1 - prosječno vrijeme čekanja u prvom redu [s]

W_2 - prosječno vrijeme čekanja u drugom redu [s]

$$W_1 = W_{rp1} + W_{ph1} + W_{rb1} + W_{b1} = 149,473 s \quad (19)$$

$$W_2 = W_{rp2} + W_{ph2} + W_{rb2} + W_{b2} = 155,073 s \quad (20)$$

Gdje je:

W_{rp1} - vrijeme provedeno u redu za preuzimanje hrane u prvom redu

W_{rp2} - vrijeme provedeno u redu za preuzimanje hrane u drugom redu

W_{ph1} - vrijeme potrebno za preuzimanje hrane u prvom redu

W_{ph2} - vrijeme potrebno za preuzimanje hrane u drugom redu

5.3. Usporedba rezultata

U tablici 2. prikazana je usporedba iskoristivosti sustava i prosječnog vremena čekanja u sustavu za sva 3 izrađena modela.

Tablica 2. Usporedba rezultata simulacijskih modela

	Iskoristivost sustava [%]	Prosječno vrijeme čekanja u sustavu [s]
Trenutni sustav	89,45	169,89
Sustav s 3 blagajne	60	124,323
Sustav s 2 reda za čekanje	87,25	152,273

Prosječno vrijeme čekanja u sustavu s 3 blagajne iznosi 124,323 sekunde što je u odnosu na postojeći sustav manje za skoro 27 %, a iskoristivost sustava pala je za 29 postotnih bodova. Uključivanjem treće blagajne u sustav rezultiralo je manjim vremenom čekanja u sustavu ali se i iskoristivost blagajni s dvije podijelila na tri blagajne što uzrokuje pad iskoristivosti svake blagajne.

Prosječno vrijeme čekanja u sustavu s dva reda za čekanje iznosi 152,273 sekunde što je u odnosu na postojeći sustav manje za 10 %. Iskoristivost sustava pala je za 2 postotna boda u odnosu na trenutni sustav.

Gledajući usporedbu, visoka iskoristivost sustava može se direktno povezati s većim prosječnim vremenom čekanja pa se može naslutiti da su blagajne (serveri) usko grlo sustava. U sva tri sustava vrijeme provedeno čekajući u redu za stolove jednako je nuli, što znači da se usko grlo sustava sigurno nalazi negdje prije njega. Analizirajući simulaciju trenutnog sustava uz blago povećanje broja studenata koji dolaze u sustav, nakon što sustav pretrpi inicijalni šok gdje 34 studenata instantno opterećuje sustav, multiserver *Preuzimanje hrane* rijetko kada dosegne maksimalni kapacitet, dok se redovi prije blagajne redovito pune. Porastom broja studenata koji dolaze u sustav, iskoristivost blagajni vrlo brzo doseže 99 % te se u redovima prije blagajne stvaraju beskonačni redovi koji uzrokuju i stvaranje gužvi u elementima prije njih. Na temelju ove opservacije može se zaključiti da su upravo blagajne usko grlo.

5.4. "What if" analiza sustava

Kako bi se otkrilo usko grlo sustava, u prethodnom potpoglavlju napravljena je analiza modela u kojem se promatralo što se događa ako se poveća broj studenata koji dolaze u menzu. Upravo to je bila "What-if" analiza. "What-if" analiza sustava je analiza u kojoj se promatra što bi se dogodilo sa sustavom ako se promijene neki od njegovih parametara. U nastavku rada prikazano je što se događa sa sva tri sustava ako se broj studenata koji dolazi u menzu poveća za 10 %, tj. kako to povećanje utječe na iskoristivost sustava te na vrijeme provedeno čekajući u sustavu.

Tablica 3. Usporedba rezultata "What-if" analize

	Iskoristivost sustava [%]	Prosječno vrijeme čekanja u sustavu [s]
Trenutni sustav	98,5	287,18
Sustav s 3 blagajne	64,23	127,32
Sustav s 2 reda za čekanje	95,45	227,69

Povećanje broja studenata koji dolaze u menzu za 10 % daje značajne rezultate za usporedbu ova 3 sustava. Trenutni sustav i sustav s 2 reda za čekanje, koji su i do sada bili jako opterećeni, pokazuju kako su u mogućnosti izdržati ovakav porast broja studenata, ali taj porast uzrokuje nagli rast prosječnog vremena čekanja u sustavu. Kod trenutnog sustava zabilježen je porast vremena čekanja u sustavu od 41 %, dok kod sustava s 2 reda on iznosi 33 %. Sustav s 3 blagajne je ovaj porast opterećenja sustava podnio jako dobro. Iskoristivost mu je porasla za samo 4,23 postotna boda, a prosječno vrijeme čekanja u sustavu za 2,35 %.

Iz priloženih rezultata vidi se kako dodavanje još jedne blagajne u sustav ima veći potencijal od dodavanja još jednog reda za čekanje. Sustav s 3 blagajne je bez problema i uz minimalan porast vremena čekanja u sustavu podnio porast opterećenja sustava za 10 %. Daljnjim testiranjem dobiveno je da je sustav s 3 blagajne u mogućnosti podnijeti i do 40 % više studenata od trenutnog sustava bez da se naruše operativne karakteristike istog.

6. ZAKLJUČAK

Svi želimo biti u mogućnosti brzo rješavati svoje obveze i imati više slobodnog vremena na raspolaganju, a čekanje u redovima u bilo kojoj prilici zna biti poprilično frustrirajuće. Kako bi analizirao rad studentske menze FSB-a, i otkrio koliko vremena studenti provedu čekajući u redu u menzi, izradio sam simulacijski model menze. Simulacijski model izrađen je uz pomoć simulacijske platforme Enterprise Dynamics. Podaci korišteni u simulaciji dobiveni su direktnom opservacijom sustava za vrijeme ručka kada su gužve u menzi najveće. Rezultati dobiveni simulacijom rada menze neznatno se razlikuju od stvarnih rezultata što ukazuje na valjanost modela. Visoka točnost rezultata simulacije omogućila je daljnje preinake modela s ciljem da se cijeli proces optimizira te da se u konačnici smanji vrijeme koje studenti provode čekajući u redu. Iz dobivenih rezultata možemo zaključiti da obje preinake sustava daju poboljšanje u vidu prosječnog vremena čekanja u sustavu, ali da veći potencijal ima dodavanje treće blagajne u sustav. Provođenjem "what-if" analize dolazi se do zaključka kako je sustav s 3 blagajne u mogućnosti podnijeti i do 40 % više studenata od postojećeg bez da se naruše operativne karakteristike te bi se ozbiljno trebalo razmisliti o rekonstrukciji postojećeg sustava.

7. LITERATURA

[1] Ljupko Šimunović; predavanja iz kolegija Osnove prometnog inženjerstva, Sveučilište u Zagrebu, 2012.

http://e-student.fpz.hr/Predmeti/O/Osnove_prometnog_inzenjerstva/Materijali/OPI_PREDAVANJE_2012.pdf

[2] Goran Đukić; predavanja iz kolegija Modeliranje logističkih sustava, Fakultet strojarstva i brodogranje, Sveučilište u Zagrebu, 2019.

[3] <https://www.csus.edu/indiv/b/blakeh/mgmt/documents/opm101supplc.pdf>, pristupio 18.4.2020.

[4] Nedeljko Štefanić; predavanja iz kolegija Operacijska istraživanja II, Sveučilište u Zagrebu, 2020.

[5] Danko Basch, Mario Žagar; ATLAS - simulacije arhitekture mikroročunala, Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb.

<http://docbook.rasip.fer.hr/ddb/public/index.php/publication/html/rasipbook/id/3?chapter=TOC&rce=0&tts=0&css=original&edit=0>

[6] Grilec, H.; Simulacijski model proizvodnje papirne ambalaže [diplomski rad]. Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje; 2016.

[7] http://idd.com.hr/doc/Opisujemo_sustave_-_prirucnik.pdf, pristupio 21.6.2020.

[8] Jerry Banks, John S Carson II, Barry L. Nelson, David M. Nicol; Discrete-Event System Simulation, Prentice Hall, 4. izdanje

[9] Jovanović, Miomir; Simulacioni softver, Mašinski fakultet Niš, Niš, 2008.

[10] Zekić-Sušac, M.; Simulacijski programi i primjena diskretne simulacije, Ekonomski fakultet u Osijeku, Osijek, 2010.

[11] <https://www.incontrolsim.com/software/enterprise-dynamics/>, pristupio 19.4.2020.

PRILOZI

- I. CD-R disc