

# Hidrodinamičke pojave u centrifugalno vrtložnoj pumpi

---

Mihalić, Tihomir

Doctoral thesis / Disertacija

2011

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:602388>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**HIDRODINAMIČKE POJAVE U CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOJ PUMPI**

DOKTORSKI RAD

TIHOMIR MIHALIĆ

ZAGREB, 2010.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**HIDRODINAMIČKE POJAVE U CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOJ PUMPI**  
DOKTORSKI RAD

Mentor:

Prof.dr.sc. ZVONIMIR GUZOVIĆ

TIHOMIR MIHALIĆ

ZAGREB, 2010.

PODACI ZA BIBLIOGRAFSKU KARTICU:

UDK: 621.674: 621.671: 621.22.011: 532.54: 519.872:  
532.526: 532.517.2: 539.421

Ključne riječi: Centrifugalno vrtložna pumpa, hidrodinamičke pojave, energetska pretvorba, nestacionarno strujanje, karakteristika pumpe, energetska iskoristivost, kavitacija, računalna dinamika fluida.

Znanstveno područje: TEHNIČKE ZNANOSTI

Znanstveno polje: Strojarsstvo

Institucija u kojoj je rad izrađen: Fakultet strojarstva i brodogradnje u Zagrebu

Mentor rada: prof.dr.sc. Zvonimir Guzović

Broj stranica: 143

Broj slika: 112

Broj tablica: 4

Broj kor. bibliografskih jedinica: 80

Datum obrane:

Povjerenstvo: prof.dr.sc. Branimir Matijašević, FSB Zagreb;  
prof.dr.sc. Zvonimir Guzović, FSB Zagreb;  
prof.dr.sc. Andrej Predin, FS Maribor, FE Krško.

Institucija u kojoj je rad pohranjen: Fakultet strojarstva i brodogradnje u Zagrebu

## Zahvale

Ovaj rad je izrađen na Zavodu za energetska postrojenja, energetiku i ekologiju Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, te predstavlja dio aktivnosti Katedre za turbostrojeve.

Želio bih izraziti svoju neizmjernu zahvalnost laborantima Radoslavu Babiću i Milanu Šulentiću bez čije tehničke ekspertize eksperiment ne bi bio moguć.

Također, želio bih se zahvaliti svome mentoru prof.dr.sc. Zvonimiru Guzoviću na njegovom vođenju, strpljenju i podršci kroz ovaj rad.

Vrlo sam zahvalan izuzetnim komentarima člana komisije prof.dr.sc. Andrej Predina.

Neprocjenjiv doprinos, ovom radu, pružili su mi Nebojša i Aljoša Bošković kroz tvrtku Banko d.o.o., koji su mi izradili od pleksi- stakla centrifugalno vrtložni i centrifugalni stupanj. Bez tvrtke Banko d.o.o. ovaj rad, barem u svom eksperimentalnom dijelu, ne bi bio moguć.

Iznimno sam zahvalan svojem kolegi Stanislavu Svidereku, naše bitke diskusije pomagale su mi za vrijeme izrade ovog rada više nego što je on to mislio. Hvala na podršci mojem dugogodišnjem prijatelju i kolegi Srđanu Mediću, hvala partneru.

Zahvalnost mojem učitelju prof.dr.sc. Branimiru Matijaševiću gotovo je nemoguće izraziti riječima, *hvala*.

Zagreb, Rujan 2010

Tihomir Mihalić

*Majko, ovo je za tebe, za tvoju ljubav...*

Vaš uspjeh je ograničen samo vašom imaginacijom i vašim predanim radom.

*Mark Hughes*

PREDGOVOR.....	I
SAŽETAK RADA NA HRVATSKOM JEZIKU .....	III
SAŽETAK RADA NA ENGLLESKOM JEZIKU .....	V
KLJUČNE RIJEČI .....	VII
POPIS OZNAKA .....	VIII
POPIS INDEKSA .....	XIII
POPIS SKRAĆENICA .....	XIV
POPIS SLIKA.....	XV
<b>1 UVOD .....</b>	<b>1</b>
<b>2 HIPOTEZA RADA.....</b>	<b>2</b>
<b>3 RAZRADA TEME.....</b>	<b>3</b>
3.1 RAZVOJ CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOG STUPNJA .....	3
3.2 TEORIJSKE OSNOVE ENERGETSKE PRETVORBE .....	18
3.3 NUMERIČKI MODEL CENTRIFUGALNO VRTLOŽNE PUMPE .....	26
3.3.1 Osnove računalne mehanike fluida u analizi strujanja u turbostrojevima.....	26
3.3.1.1 <i>Matematički model strujanja fluida</i> .....	27
3.3.1.2 <i>Modeli turbulencije</i> .....	30
3.3.1.3 <i>DES model turbulencije</i> .....	32
3.3.1.4 <i>Metoda kontrolnih volumena</i> .....	37
3.3.1.4.1 Diskretizacija domene rješavanja .....	38
3.3.1.4.2 Diskretizacija matematičkog modela .....	40
3.3.1.4.3 Postupak rješavanja .....	43
3.3.2 Validacija i verifikacija („error estimate“). .....	44
3.4 MREŽA KONTROLNIH VOLUMENA CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOG STUPNJA 2VNN5-79.....	51
3.5 MODELI ZA NUMERIČKU SIMULACIJU CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOG STUPNJA 2VNN5-79.....	53
3.6 EKSPERIMENTALNI (FIZIKALNI) MODEL CENTRIFUGALNO VRTLOŽNE PUMPE .....	55
3.6.1 EKSPERIMENTALNA LINIJA ZA ISPITIVANJE CV I C PUMPE .....	56
3.6.2 MJERENJE TLAKA PRI ISTRAŽIVANJU HIDRODINAMIČKIH POJAVA U EKSPERIMENTALNOM MODELU CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOJ PUMPI 2VNN5-79 .....	58
3.6.2.1 <i>Induktivni mjerni pretvornik razlike tlakova (diferencijalni mjerni pretvornik) PD1</i> .....	60
3.6.3 MJERENJE PROTOKA .....	64
3.6.4 MJERNA SEKCIJA ZA MJERENJE TLAKA .....	65
3.6.5 UMJERAVANJE MJERNIH PRETVORNIKA TLAKA .....	68
3.6.6 PROCJENA MJERNE NESIGURNOSTI REZULTATA EKSPERIMENTALNIH MJERENJA ..	69
<b>4 REZULTATI.....</b>	<b>75</b>
4.1 REZULTATI NUMERIČKIH SIMULACIJA MKV .....	75
4.1.1 Verifikacija numeričkih rezultata centrifugano vrtložne pumpe 2VNN5-79 (“error estimate”) – prostorna diskretizacija .....	75

4.1.2	Verifikacija numeričkih rezultata centrifugano vrtložne pumpe 2VNN5-79 („error estimate”) – vremenska diskretizacija .....	79
4.1.3	Verifikacija numeričkih rezultata centrifugano vrtložne pumpe 2VNN5-79 – modeli turbulencije .....	83
4.1.4	Validacija numeričkih rezultata centrifugano vrtložne pumpe 2VNN5-79.....	86
4.1.5	Usporedba visine dobave centrifugalno vrtložne i centrifugalne pumpe .....	88
4.1.6	Procjena energije vrtložnog dijela pumpe – $e_4$ .....	89
4.2	KARAKTERISTIKA VRTLOŽNOG DIJELA CENTRIFUGALNO VRTLOŽNE PUMPE .....	91
4.3	TURBULENCIJA, KOHERENTNE STRUKTURE I INVERZNA ENERGETSKA KASKADA .....	93
4.4	REZULTATI MJERENJA CV I C PUMPE .....	99
4.5	ANALIZA POLJA TLAKA U CENTRIFUGALNOM ROTORU CENTRIFUGALNE I CENTRIFUGALNO VRTLOŽNE PUMPE .....	101
4.6	ANALIZA STRUJNICA U CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOJ I CENTRIFUGALNOJ PUMPI.....	111
4.7	ANALIZA SEKUNDARNOG TOKA FLUIDA .....	120
4.8	USPOREDBA ISKORISTIVOSTI CENTRIFUGALNO VRTLOŽNE I CENTRIFUGALNE PUMPE .....	123
4.9	USPOREDBA KOHERENTNIH STRUKTURA U CENTRIFUGALNOJ I CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOJ PUMPI.....	124
<b>5</b>	<b>ZAKLJUČAK.....</b>	<b>129</b>
5.1	SAŽETAK PRIMARNIH REZULTATA .....	129
5.2	PRIJEDLOG BUDUĆIH ISTRAŽIVANJA .....	131
5.3	ZAVRŠNI KOMENTARI .....	132
<b>6</b>	<b>ZAKLJUČAK DOKTORSKOG RADA.....</b>	<b>133</b>
<b>7</b>	<b>LITERATURA.....</b>	<b>134</b>
<b>8</b>	<b>KRATKI ŽIVOTOPIS.....</b>	<b>141</b>
<b>9</b>	<b>KRATKI ŽIVOTOPIS NA ENGLESKOM JEZIKU .....</b>	<b>142</b>



## ***PREDGOVOR***

Centrifugalne pumpe su turbostrojevi kod kojih se protok i prirast tlak ostvaruju promjenom količine gibanja fluida koji struji kroz kanale koje čine rotorske i statorske lopatice. Imaju neizostavnu primjenu u različitim područjima, od svakodnevnog života, do različitih industrijskih grana. Također, imaju široku primjenu i kod tehnologije crpljenja nafte.

Promjene geoloških uvjeta ležišta i strukture slojeva, tj. starenje bušotine, tokom crpljenja nafte dovodi do smanjenja ležišnog tlaka, a također do povećanja sadržaja vode, sadržaja plina i abrazivnih čestica u nafti koja se crpi. Istovremeno se smanjuje proizvodnost pa se danas se u Svijetu preko 60% dobavljene nafte crpi potopnim centrifugalnim pumpama pogonjenim s elektromotorima. Te su pumpe konstruirane 60-70 godina prošlog stoljeća, te stoga nisu proračunate na crpljenje nafte u novonastalim ekstremnim uvjetima: s povećanim sadržajem plinova i za rad na bušotinama s malom proizvodnošću, uz povećani sadržaj abrazivnih čestica.

Stoga je razumljiva tendencija za stalnim poboljšanjem njihovih eksploatacijskih karakteristika kao što su protok (dobava), tlak (visina dobave) i iskoristivost. Jasno takva poboljšanja mogu dati financijske i energetske uštede, a samim time i pozitivan utjecaj dobro djelovanje na okoliš, što je danas izuzetno značajno s aspekta održivog razvoja.

Kao jedan od načina poboljšanja radnih karakteristika centrifugalnih pumpi predložena je i eksperimentalno potvrđena metoda stvaranja tzv. koherentnih struktura, vrtloga i turbulencije na perifernom području centrifugalnog stupnja ugradnjom vrtložnog vijenca. Izvedena je nova konstrukcija stupnja pumpe tzv. centrifugalno vrtložnog, koji objedinjuje dobre strane ta dva tipa pumpi: visoku vrijednost visine dobave vrtložnog stupnja te visoku iskoristivost centrifugalnog stupnja. Također centrifugalne pumpe daju veće protoke uz niže tlakove, dok vrtložne pumpe daju više tlakove, ali uz manje protoke. Kod centrifugalno vrtložnih pumpi lopatice vrtložnog vijenaca su smještene na stražnjoj strani centrifugalnog rotora. Vanjski promjer vrtložnog vijenca manji je od vanjskog promjera centrifugalnog rotora. Vrtložni vijenac daje vrtložnost dijelu toka koji je prošao kroz centrifugalni rotor. Taj dodatni tok se, zatim, pridodaje ostatku toka. Energija vrtloga tog dodatnog toka predaje dio svoje kinetičke energije glavnom toku. Ta

dodana kinetička energija pretvara se u tlak koji se pribraja tlaku koji ostvaruje centrifugalni rotor, pa na taj način vrtložni vijenac poboljšava cjelokupnu karakteristiku pumpe. Pri tome u području vrtložnog vijenca dolazi do intenzivnog procesa disperzije plinova, što povisuje stabilnost rada pumpe kod crpljenja smjese nafte, vode i plinova.

Proces energetske pretvorbe u centrifugalno vrtložnoj pumpi tj. slike strujanja kod miješanja toka iz centrifugalnog rotora i vrtloga iz vrtložnog vijenca i kvantitativnost te superpozicije nisu, do sada, potpuno objašnjeni, niti postoje opće prihvaćene metode njihovog predviđanja.

Cilj istraživanja je dobiti bolji uvid u energetske pretvorbu te utvrditi njihov utjecaj na karakteristike centrifugalno vrtložne pumpe.

## **SAŽETAK RADA NA HRVATSKOM JEZIKU**

Konstrukcija i određivanje radnih karakteristika pumpi je i dalje složen zadatak, prvenstveno zbog velikog broja slobodnih geometrijskih parametara čiji se utjecaj ne može direktno procijeniti. Značajna cijena koštanja konstruiranja pumpi na temelju eksperimentalnih istraživanja, tj. mjerenjima na prototipovima čini računalne simulacije temeljene na računalnoj mehanici fluida (engl. Computational fluid dynamics – CFD) najprihvatljivijim alatom pri konstruiranju i analizi radnih karakteristika pumpi. Međutim, nestacionarne pojave pri međudjelovanju rotora i statora, te nestabilnosti strujanja i dalje nužno zahtijevaju validaciju i verifikaciju dobivenih rezultata eksperimentalnim putem.

Istraživanje energetske pretvorbe u centrifugalno vrtložnoj pumpi u ovom radu je provedeno numeričkim simulacijama strujanja u centrifugalnoj pumpi, centrifugalno vrtložnoj pumpi i vrtložnom dijelu centrifugalno vrtložne pumpe, te mjerenjima relevantnih parametara koji opisuju radne karakteristike pumpi na njihovim fizikalnim modelima. Rezultati mjerenja poslužili su kao eksperimentalna validacija numeričkih simulacija, ali i obrnuto, vizualizacija strujanja proizašla iz numeričke simulacije korištena je za interpretaciju mjerenja. Validacija numeričkog modela provedena je usporedbom dobivenih integralnih veličina, (protoka, visine dobave i snage) s izmjerenima na istovjetnim fizikalnim modelima. Također je provedena usporedba dobivenih veličina kod centrifugalne, centrifugalno vrtložne pumpe i vrtložnog dijela u cilju njihove usporedbe.

Za potrebe provođenja eksperimentalnih istraživanja, u Laboratoriju za hidrodinamiku i hidrauličke strojeve Fakulteta strojarstva i brodogradnje u Zagrebu, izrađeni su fizikalni modeli centrifugalne i centrifugalno vrtložne pumpe koji odgovaraju numeričkim te eksperimentalna linija s pripadajućom opremom koja je omogućila promjenu broja okretaja, odabir radne točke te mjerenje trenutnog protoka, prirasta tlaka i snage pogonskog elektromotora. Numerička simulacija nestacionarnog strujanja u centrifugalnoj pumpi i centrifugalno vrtložnoj pumpi provedena je korištenjem aplikacijskog komercijalnog programskog paketa ANSYS Fluent za računalnu dinamiku fluida koji se temelji na metodi konačnih volumena.

Provedena istraživanja su pridonijela pojašnjenju mehanizama energetske pretvorbe u centrifugalno vrtložnoj pumpi te potvrdila povoljni utjecaj vrtložnog vijenca na karakteristike iste (protok, tlak, iskoristivost, kavitacijska karakteristika).

## **SAŽETAK RADA NA ENGLESKOM JEZIKU**

### **Title of this doctoral thesis: Hydrodynamic phenomena in centrifugal vortex pump**

The design and performance prediction of pumps is still a complex task, mainly due to a large number of free geometrical parameters whose influence cannot be directly evaluated. The significant financial cost of pump design by trial and error methods and the cost of experimental prototype testing, renders the computational fluid dynamics (CFD computer simulation) as the most acceptable tool in the design and performance analysis of pumps. However, unsteady phenomena in the form of interaction of rotor and stator and other flow instabilities continue to make accurate prediction of the pump characteristics a difficult and time-consuming task, which still requires validation and verification of the experimentally obtained results.

In this paper the research of the energy transformations in centrifugal vortex pump has been performed by numerical simulation of flow in centrifugal pumps, centrifugal vortex pumps and vortex part of centrifugal vortex pump, as well as by the measurements of relevant parameters that describe the performance of pumps on their physical models. The results of experimental measurements served primarily as experimental validation of numerical simulation, and vice versa, the visualization of the flow arising from numerical simulations was used for the interpretation of measurements. The validation of the numerical model was conducted by comparing the integrated quantities, flow rate, the head and the power consumption with those obtained by measurements on identical physical models. Also, a comparison of the obtained physical values was conducted with the aim of making a conclusion about the diversity of integral parameters of centrifugal pumps, centrifugal vortex pump and the vortex part of the centrifugal vortex part.

During the preparation of this research, at the Laboratory for Hydrodynamics and hydraulic machinery, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb, physical models of centrifugal pump and centrifugal vortex pump were made, that correspond to numerical models and the experimental line with the respective equipment that allowed the change of angular velocity, setting of the working point and measuring of current flow, increment of pressure and propulsion power. The numerical simulation of unsteady flow in centrifugal pumps and centrifugal vortex pumps

were conducted using commercial software package ANSYS Fluent for Computational fluid dynamics which is based on the finite volume method.

The research results have contributed to clarify the mechanisms of energy conversion in a centrifugal vortex pump and confirmed the favorable impact of a vortex ring on the pump characteristics (flow, pressure, efficiency, cavitation characteristics).

## ***KLJUČNE RIJEČI***

Centrifugalno vrtložna pumpa, hidrodinamičke pojave, energetska pretvorba, nestacionarno strujanje, karakteristika pumpe, energetska iskoristivost, kavitacija, računalna dinamika fluida.

Centrifugal vortex pump, hydrodynamic phenomena, energy transformation, unsteady flow, pump performance curves, energy efficiency, cavitation, computational fluid dynamics.

## POPIS OZNAKA

<u>Oznaka</u>	<u>Objašnjenje</u>	<u>Jedinica</u>
$H$	visina dobave	m
$H_S$	statička visina usisa	m
$H_D$	statička visina izlaza	m
$H_F$	visina trenja	m
$H_P$	visina tlaka	m
$H_V$	visina brzine	m
$Q$	protok	m <sup>3</sup> /s
$\eta$	iskoristivost	1
$\rho$	gustoća	kg/m <sup>3</sup>
$p$	tlak	Pa
$v$	apsolutna brzina	m/s
$w$	relativna brzina	m/s
$u$	obodna brzina	m/s
$v_\theta$	tangencijalna komponenta apsolutne brzine	m/s
$v_n$	normalna komponenta apsolutne brzine	m/s
$g$	akceleracija sile teže	m/s <sup>2</sup>
$A$	površina poprečnog presjeka	m <sup>2</sup>
$\vec{r}$	radij vektor	m
$\mathbb{M}$	tenzor momenta	Nm
$M$	moment	Nm
$\mathbf{B}$	vektor prostornih sila	N
$\mathbf{T}$	vektor viskoznih sila	N
$Q$	toplina	J
$W$	rad	J
$h_1, h_2$	entalpija	J
$y_1, y_2$	koordinata	m
$m$	masa	kg
$t$	vrijeme	s



$\omega$	kutna brzina vrtnje	$s^{-1}$
$e$	specifična energija	J/kg
$\delta_{ij}$	Kroneckerov tenzor (simbol)	1
$\tau_{ij}$	tenzor naprezanja	$N/m^2$
$q_i$	vektor toplinske vodljivosti	$W/m^2$
$f_i$	vektor masenih sila	$m/s^2$
$W_f$	rad vanjskim masenih sila	J
$S_E$	energetski izvor, ponor	J
$c_p$	specifični toplina uz konstantni tlak	J/kgK
$c_v$	specifični toplina uz konstantni volumen	J/kgK
$\mu_T$	koeficijent turbulentne dinamičke viskoznosti	Pas
$\lambda$	koeficijent toplinske vodljivosti	W/mK
$k$	turbulentna kinetička energija	$m^2/s^2$
$\varepsilon$	disipacija turbulentne kinetičke energije	$m^2/s^3$
$\omega$	specifična disipacija turbulentne kinetičke energije	$s^{-1}$
$R$	individualna plinska konstanta	J/kgK
$\kappa$	eksponent adijabate omjer specifičnih toplina ( $c_p/c_v$ )	1
$T$	temperatura	K
$\bar{F}$	matrica vektor neviskoznih tokova	$N/m^2$
$\bar{G}$	matrica vektora viskoznih tokova	$W/m^2$
$Q$	matrica izvornih članova	

$U$	matrica konzervativnih varijabli	
$G_k$	generacija turbulentne kinetičke energije zbog gradijenta brzine	
$\tau_{ij}^R$	tenzor Reynolds -ovog naprezanja	$N/m^2$
$q_i^R$	vektor turbulentnog toplinskog toka	$W/m^2$
$G_\omega$	generacija $\omega$	
$\Gamma_k$ i $\Gamma_\omega$	efektivna difuznost $k$ i $\omega$	
$\Gamma$	matrica prekondiciranja	
$\Theta$	parametar u matrici prekondiciranja	
$Y_k$ i $Y_\omega$	disipacija $k$ i $\omega$	
$c$	brzina zvuka ( $\sqrt{\kappa RT}$ )	$m/s$
$\beta$	recipročni kvadrat brzine zvuka ( $1/c^2$ )	$s^2/m^2$
$\alpha$	argument u matrici prekondiciranja	
$\varphi$	argument u matrici prekondiciranja ( $\varphi=1$ za idealni plin; $\varphi=0$ za nestlačivo strujanje)	
$Pr_T$	turbulentni Prandtl -ov broj omjer difuznosti momenta i difuznosti topline	
$\sigma_k$	turbulentni Prandtl -ov broj za $k$	
$\sigma_\omega$	turbulentni Prandtl -ov broj za $\omega$	
$\Phi_{točno}$	egzaktno rješenje	
$\Phi_\Delta$	numeričko rješenje	
$\Delta$	veličina intervala kontrolnog volumena	$m$
$N$	broj kontrolnih volumena	
$p$	prividni red točnosti metode	
$r$	faktor profinjenja mreže	

$\varepsilon$	razlika između rješenja simulacije na dvije različite mreže	
$er$	relativna greška	
$er_{ext}$	ekstrapolirana relativna greška	
GCI	indeks konvergencije mreže	
$\Delta t$	vremenski korak CFD	
$F_1, F_2$	funkcije spajanja modela turbulencije (blending funkcije)	
$k_L$	koeficijent prigušenja „outlet“ rubnog uvjeta	
$\delta$	odstupanje od linearnosti	
$E_{signal}(t)$	električni signal na izlazu iz pretvornika	mV/V
$\mathbb{Q}$	druga invarijanta tenzora	
<b>S</b>	vektor vrijednosti tenzora deformacije	$s^{-1}$
<b>W</b>	antisimetrični dio tenzora $\nabla \mathbf{U}$	$s^{-1}$
<b>U</b>	vektor brzine	m/s
$u_A$	mjerna nesigurnost tipa A	
$u_B$	mjerna nesigurnost tipa B	
$C_C$	koeficijent kontrakcije mlaza	1
$D_1, D_2$	promjeri	m
$a$	maksimalna greška instrumenta	
$s$	standardno odstupanje	
$\bar{x}$	procjena očekivane vrijednosti	
$k_d$	disipativni valni broj	$m^{-1}$
$k_i$	integralni valni broj	$m^{-1}$
$k$	valni broj	$m^{-1}$
$C_k$	univerzalna konstanta Kolmogorov-og zakona	1

$\nu$	kinematička viskoznost	$\text{m}^2/\text{s}$
$\psi$	prostorni energetski tok	$\text{m}^3/\text{s}^3$
$u'$	fluktuirajuća brzina	$\text{m}/\text{s}$
$\mathbb{E}$	gustoća energije	$\text{m}^2/\text{s}^2$
$\vec{\omega}$	vektor vrtložnosti	$\text{s}^{-1}$
$S_{ij}$	simetrični dio tenzora gradijenta brzine	$\text{s}^{-1}$
$\alpha_1, \sigma_{k,1}, \sigma_{\omega,1}, \sigma_{k,2}$	konstante SST $k - \omega$ modela turbulencije	1
$\sigma_{\omega,2}, \beta_{i,1}, \beta_{i,2}, \alpha_0$	konstante SST $k - \omega$ modela turbulencije	1
$\alpha_0^*, \beta^*, Re_k$	konstante SST $k - \omega$ modela turbulencije	1

## **POPIS INDEKSA**

$\theta$	tangencijalna komponenta
$n$	normalna komponenta
1, 2	veliĉine na ulazu, izlazu
$k$	veliĉine koje se odnose na turbulentnu kinetiĉku energiju
$\omega$	veliĉine koje se odnose na disipaciju turbulentne kinetiĉke energije
$T$	turbulentna veliĉina
$ext$	ekstrapolirana vrijednost varijable
$\Delta$	veliĉina na „toj“ mreži kontrolnih volumena
'	fluktuirajuća vrijednost

## ***POPIS SKRAĆENICA***

### Skraćenica

CFD

NS

C

CV

VV

Re

DNS

2D,3D

RANS

KS

FSB

### Objašnjenje

Računalna dinamika fluida

Navier Stokes-ove jednačbe

Centrifugalna

Centrifugalno vrtložna

Vrtložni vijenac

Reynolds-ov broj

Direktna numerička simulacija

dvo, tro dimenzijalno

Raynoldsove osrednjene NS jednačbe

Koherentna struktura

Fakultet strojarstva i brodogradnje

## POPIS SLIKA

<i>Slika 1 Osnovne sastavnice centrifugalne pumpe .....</i>	<i>3</i>
<i>Slika 2 Promjena energetske linije (E.L.) i hidraulične gradijentne linije (H.G.L.) .....</i>	<i>5</i>
<i>Slika 3 Presjek tipične vrtložne pumpe, [2].....</i>	<i>5</i>
<i>Slika 4 Presjek centrifugalno vrtložne pumpe kod koje je vrtložni vijenac zatvoren u svojem kućištu, [3].....</i>	<i>6</i>
<i>Slika 5 Shematska usporedba karakteristike centrifugalne i vrtložne pumpe, [3].....</i>	<i>7</i>
<i>Slika 6 Presjek centrifugalno vrtložne pumpe s otvorenim vrtložnim rotorom, [4].....</i>	<i>8</i>
<i>Slika 7 Usporedba karakteristike centrifugalne i centrifugalno vrtložne pumpe, [4].....</i>	<i>9</i>
<i>Slika 8 Presjek centrifugalno vrtložne pumpe gdje je vrtložni vijenac izveden s aksijalnim lopaticama, [5].</i>	<i>10</i>
<i>Slika 9 Razvijeni cilindrični presjek aksijalnog vrtložnog vijenca, [5] .....</i>	<i>11</i>
<i>Slika 10 Vrtložni vijenac s povijenim lopaticama, [7].....</i>	<i>11</i>
<i>Slika 11 Presjek centrifugalno vrtložne pumpe, centrifugalni i vrtložni dio se nalaze na istom rotoru, [29]... </i>	<i>12</i>
<i>Slika 12 Shematski prikaz turbinskog plinskog dizala za naftu .....</i>	<i>14</i>
<i>Slika 13 Dijelovi plinske turbine: vanjsko kućište, rotor i segment sa statorskim lopaticama .....</i>	<i>15</i>
<i>Slika 14 Ispitivanje plinsko turbinskog dizala sa zrakom kao radnim fluidom u Laboratoriju za hidromehaniku i hidrauličke strojeve .....</i>	<i>16</i>
<i>Slika 15 Ispitivanje na površini zemlje s metanom kao radnim fluidom na naftnom polju Šandrovac .....</i>	<i>16</i>
<i>Slika 16 Ispitivanja turbinskog plinskog dizala u uvjetima bušotine na naftnom polju Beničanci.....</i>	<i>17</i>
<i>Slika 17 Trokuti brzina centrifugalnog rotora, [10].....</i>	<i>19</i>
<i>Slika 18 Presjek turbostroja s označenim kontrolnim volumenom i kontrolnim površinama, [9].....</i>	<i>21</i>
<i>Slika 19 Prisilni vrtlog, [10] .....</i>	<i>24</i>
<i>Slika 20 Poliedarski kontrolni volumen <math>V_P</math>.....</i>	<i>39</i>
<i>Slika 21 Mreža kontrolnih volumena stupnja 2VNN5-79.....</i>	<i>51</i>
<i>Slika 22 Strukturirana mreža rotora.....</i>	<i>52</i>
<i>Slika 23 Strukturirana mreža statora .....</i>	<i>52</i>
<i>Slika 24 Centrifugalni i centrifugalno vrtložni stupanj 2VNN5-79 izrađeni od pleksi stakla za potrebe eksperimentalna istraživanja .....</i>	<i>55</i>
<i>Slika 25 Eksperimentalna linija za ispitivanja CV i V pumpe.....</i>	<i>56</i>
<i>Slika 26 Prikaz mjerne sekcije.....</i>	<i>57</i>

<i>Slika 27 Kućište s ugrađenim stupnjem koji se ispituje</i> .....	57
<i>Slika 28 Shematski prikaz mjernog lanca</i> .....	58
<i>Slika 29 Odstupanje od linearnosti, [31]</i> .....	59
<i>Slika 30 HBM induktivni mjerni pretvornik razlike tlakova PD1, [37]</i> .....	61
<i>Slika 31 Mehanička konstrukcija HBM-ovog diferencijalnog mjernog pretvornika tlaka PD1: A-vijak za odzračivanje (lijevi i desni); B-provrti; F-kućište; K-tlačna komora; M-mjerna membrana; L1,L2-mjerne zavojnice, [33]</i> .....	62
<i>Slika 32 Shema spajanja HBM-ovog diferencijalnog mjernog pretvornika na pojačalo, [33]</i> .....	63
<i>Slika 33 Shematski prikaz standardiziranog klasičnog venturimetra, [38]</i> .....	64
<i>Slika 34 Distribucija tlaka duž venturijeve cijevi, [35]</i> .....	64
<i>Slika 35 Fotografija izrađenog protokomjera s venturijevom cijevi</i> .....	65
<i>Slika 36 Fotografija mjerne sekcije za mjerenje tlaka na ulazu (gore), na izlazu (dolje)</i> .....	66
<i>Slika 37 Dimenzije rupica za mjerenje tlaka kod debelostijenih elemenata, [38]</i> .....	66
<i>Slika 38 Dimenzije rupica za mjerenje tlaka kod tankostijenih elemenata, [38]</i> .....	67
<i>Slika 39 Linija za umjeravanje mjernih pretvornika tlaka</i> .....	68
<i>Slika 40 Ukupna nesigurnost kao geometrijski zbroj svih komponenti, [40]</i> .....	70
<i>Slika 41 Pravokutna razdioba s pripadajućom standardnom devijacijom, [41]</i> .....	72
<i>Slika 42 Usporedba CFD rješenja za H [m] na tri različite mreže, n= 2910 min<sup>-1</sup></i> .....	77
<i>Slika 43 Ekstrapolirane vrijednost H [m] s ucrtanom numeričkom nesigurnošću (error bars), n= 2910 min<sup>-1</sup></i> .....	77
<i>Slika 44 Usporedba CFD rješenja za Q na tri različite mreže, n= 2910 min<sup>-1</sup></i> .....	78
<i>Slika 45 Ekstrapolirane vrijednost Q[m<sup>3</sup>/s]x10<sup>-3</sup> s ucrtanom numeričkom nesigurnošću („error bars“)</i> .....	78
<i>Slika 46 Usporedba CFD rješenja za H [m] s tri različita vremenska koraka, n= 2910 min<sup>-1</sup></i> .....	80
<i>Slika 47 Ekstrapolirane vrijednost H [m] s ucrtanom numeričkom nesigurnošću („error bars“), n= 2910 min<sup>-1</sup></i> .....	81
<i>Slika 48 Usporedba CFD rješenja za Q pri tri različita vremenska koraka, n= 2910 min<sup>-1</sup></i> .....	82
<i>Slika 49 Ekstrapolirane vrijednost Q[m<sup>3</sup>/s]x10<sup>-3</sup> s ucrtanom numeričkom nesigurnošću („error bars“), n= 2910 min<sup>-1</sup></i> .....	82
<i>Slika 50 Usporedba Q-H karakteristika centrifugalno vrtložne pumpe dobivenih različitim modelima turbulencije, n= 2910 min<sup>-1</sup></i> .....	84



Slika 51 Usporedba proizvođačeve i CFD Q-H karakteristike, $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	86
Slika 52 Usporedba CFD Q-H karakteristika centrifugalno vrtložnog i centrifugalnog stupnja, $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	88
Slika 53 Dopinos energetske tokova u vrtložnom vijencu na povećanje $H$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	89
Slika 54 Udio vrtložnog vijenca u visini dobave centrifugalno vrtložne pumpe, $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	90
Slika 55 Visina dobave vrtložnog dijela CV pumpe, $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	91
Slika 56 Iskoristivost vrtložnog dijela CV pumpe, $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	92
Slika 57 Tri dimenzijske topologije nestlačivog strujanja, [60] .....	94
Slika 58 a) Intenzivno lokalno nastajanje energije, $-\langle u'u' \rangle : \nabla U - \varepsilon$ , .....	97
Slika 59 Karakteristika CV i C pumpe dobivena mjerenje proizvođača i mjerenjem na FSB, $n = 2910 \text{ min}^{-1}$	99
Slika 60 Polje tlaka u rotoru CV pumpe; $k_L = 0$ , $Q = 132,6 \text{ m}^3/\text{dan}$ (1,53 l/s), $H = 3,82 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .	101
Slika 61 Polje tlaka u rotoru C pumpe; $k_L = 0$ , $Q = 127,6 \text{ m}^3/\text{dan}$ (1,48 l/s), $H = 3,79 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$	101
Slika 62 Polje tlaka u rotoru CV pumpe; $k_L = 2$ , $Q = 122,5 \text{ m}^3/\text{dan}$ (1,42 l/s), $H = 4,74 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ..	102
Slika 63 Polje tlaka u rotoru C pumpe; $k_L = 2$ , $Q = 116,4 \text{ m}^3/\text{dan}$ (1,35 l/s), $H = 4,7 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$	102
Slika 64 Polje tlaka u rotoru CV pumpe; $k_L = 5$ , $Q = 107,8 \text{ m}^3/\text{dan}$ (1,25 l/s), $H = 5,59 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ..	103
Slika 65 Polje tlaka u rotoru C pumpe; $k_L = 5$ , $Q = 105,6 \text{ m}^3/\text{dan}$ (1,22 l/s), $H = 5,54 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$	103
Slika 66 Polje tlaka u rotoru CV pumpe; $k_L = 10$ , $Q = 89 \text{ m}^3/\text{dan}$ (1,03 l/s), $H = 6,15 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ....	104
Slika 67 Polje tlaka u rotoru C pumpe; $k_L = 10$ , $Q = 86,7 \text{ m}^3/\text{dan}$ (1 l/s), $H = 5,87 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ...	104
Slika 68 Polje tlaka u rotoru CV pumpe; $k_L = 20$ , $Q = 67,8 \text{ m}^3/\text{dan}$ (0,78 l/s), $H = 6,59 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ..	105
Slika 69 Polje tlaka u rotoru C pumpe; $k_L = 20$ , $Q = 65,1 \text{ m}^3/\text{dan}$ (0,75 l/s), $H = 5,87 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ....	105
Slika 70 Polje tlaka u rotoru CV pumpe; $k_L = 60$ , $Q = 42,3 \text{ m}^3/\text{dan}$ (0,49 l/s), $H = 6,86 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ..	106
Slika 71 Polje tlaka u rotoru C pumpe; $k_L = 60$ , $Q = 47 \text{ m}^3/\text{dan}$ (0,54 l/s), $H = 5,99 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$	106
Slika 72 Polje tlaka u rotoru CV pumpe; $k_L = 300$ , $Q = 18,4 \text{ m}^3/\text{dan}$ (0,21 l/s), $H = 6,84 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	107
Slika 73 Polje tlaka u rotoru C pumpe; $k_L = 300$ , $Q = 15,3 \text{ m}^3/\text{dan}$ (0,18 l/s), $H = 5,82 \text{ m}$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ..	107
Slika 74 Usporedba najnižih tlakova koji se javljaju u centrifugalnom rotoru CV i C pumpe kroz cijelo područje rada, $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	108
Slika 75 Polje udjela vodene pare u rotoru CV pumpe-pojava prvih kaverni kavitacije; $k_L = 60$ , $n = 9000 \text{ min}^{-1}$ .....	109

Slika 76 Polje udjela vodene pare u rotoru C pumpe-pojava prvih kaverni kavitacije ; $k_L = 60$ , $n = 7500 \text{ min}^{-1}$ .....	109
Slika 77 Polje udjela vodene pare u rotoru CV pumpe-potpuno razvijena kavitacija; $k_L = 60$ , $n = 10000 \text{ min}^{-1}$ .....	110
Slika 78 Polje udjela vodene pare u rotoru C pumpe-potpuno razvijena kavitacija ; $k_L = 60$ , $n = 8500 \text{ min}^{-1}$ .....	110
Slika 79 Strujnice u centrifugalno vrtložnoj pumpi $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	111
Slika 80 Strujnice u CV pumpi po VV obojane $Q$ kriterijem, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	112
Slika 81 Strujnice u C pumpi po stražnjoj stijenci rotora obojane $Q$ kriterijem, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ....	112
Slika 82 Strujnice u CV pumpi po VV obojane s vrtložnošću, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	114
Slika 83 Strujnice u C pumpi po stražnjoj stijenci rotora obojane vrtložnošću, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ...	114
Slika 84 Strujnice u CV pumpi po VV obojane turbulentnom kinetičkom energijom ( $k$ ), $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	115
Slika 85 Strujnice u C pumpi po stražnjoj stijenci rotora obojane turbulentnom kinetičkom energijom ( $k$ ), $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	115
Slika 86 Strujnice u CV pumpi po VV obojane specifičnom disipacijom ( $\omega$ ), $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ....	116
Slika 87 Strujnice u C pumpi po stražnjoj stijenci rotora obojane specifičnom disipacijom ( $\omega$ ), $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	116
Slika 88 Polje specifične disipacije ( $\omega$ ) u CV pumpi na statoru, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	117
Slika 89 Polje specifične disipacije ( $\omega$ ) u C pumpi na statoru, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	117
Slika 90 Strujnice u CV pumpi po VV obojane s vrtložnošću, $k_L = 0$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	118
Slika 91 Strujnice u C pumpi po stražnjoj stijenci C rotora obojane vrtložnošću, $k_L = 0$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ....	118
Slika 92 Strujnice u CV pumpi po VV obojane turbulentnom kinetičkom energijom ( $k$ ), $k_L = 0$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	118
Slika 93 Strujnice u C pumpi po stražnjoj stijenci rotora obojane turbulentnom kinetičkom energijom ( $k$ ), $k_L = 0$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	118
Slika 94 Strujnice u CV pumpi po VV obojane specifičnom disipacijom ( $\omega$ ), $k_L = 0$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ....	119
Slika 95 Strujnice u C pumpi po stražnjoj stijenci rotora obojane specifičnom disipacijom ( $\omega$ ), $k_L = 0$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	119
Slika 96 Prikaz glavnog i sekundarnog toka fluida, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	120

Slika 97 Prikaz strujnice sekundarnog toka, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	121
Slika 98 Gibanje sekundarnog toka, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	121
Slika 99 Oblik strujnice sekundarnog toka u poprečnoj ravnini, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	122
Slika 100 Usporedba krivulja iskoristivosti CV i C pumpe, $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ .....	123
Slika 101 $Q$ kriterij obojan s statičkim tlakom u CV pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 2,2e6 \text{ s}^{-2}$ (bočni pogled).....	125
Slika 102 $Q$ kriterij obojan s statičkim tlakom u C pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 2,2e6 \text{ s}^{-2}$ (bočni pogled).....	125
Slika 103 $Q$ kriterij obojan s statičkim tlakom u CV pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 2,2e6 \text{ s}^{-2}$ (pogled u centrifugalni rotor) .....	125
Slika 104 $Q$ kriterij obojan s statičkim tlakom u C pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 2,2e6 \text{ s}^{-2}$ (pogled u centrifugalni rotor) .....	125
Slika 105 $Q$ kriterij obojan s statičkim tlakom u CV pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 2,2e6 \text{ s}^{-2}$ (pogled u VV) .....	126
Slika 106 $Q$ kriterij obojan s statičkim tlakom u C pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 2,2e6 \text{ s}^{-2}$ (pogled u stražnju stranu centrifugalnog rotora) .....	126
Slika 107 $Q$ kriterij obojan s statičkim tlakom u CV pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 4e6 \text{ s}^{-2}$ .....	127
Slika 108 $Q$ kriterij obojan s statičkim tlakom u C pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 4e6 \text{ s}^{-2}$ .....	127
Slika 109 $Q$ kriterij obojan s statičkim tlakom u CV pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 500 \text{ s}^{-2}$ .....	127
Slika 110 $Q$ kriterij obojan s statičkim tlakom u C pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 500 \text{ s}^{-2}$ .....	127
Slika 111 $Q$ kriterij obojan s vrtložnošću u CV pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 2000 \text{ s}^{-2}$ .....	128
Slika 112 $Q$ kriterij obojan s vrtložnošću u C pumpi, $k_L = 60$ , $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , $Q = 2000 \text{ s}^{-2}$ .....	128

## POPIS TABLICA

<i>Tablica 1 Rezultati postupka verifikacije numeričkih rezultata na tri mreže za H, <math>n= 2910 \text{ min}^{-1}</math> .....</i>	<i>75</i>
<i>Tablica 2 Rezultati postupka verifikacije numeričkih rezultata na tri mreže za Q, <math>n= 2910 \text{ min}^{-1}</math> .....</i>	<i>75</i>
<i>Tablica 3 Rezultati postupka verifikacije numeričkih rezultata s tri različita vremenska koraka za H, <math>n= 2910 \text{ min}^{-1}</math> .....</i>	<i>79</i>
<i>Tablica 4 Rezultati postupka verifikacije numeričkih rezultata s tri različita vremenska koraka za Q, <math>n= 2910 \text{ min}^{-1}</math> .....</i>	<i>79</i>

---

## **1. UVOD**

---

Centrifugalne pumpe se primjenjuju u različitim područjima, od svakodnevnog života do različitih industrijskih primjena. Stoga je razumljiva tendencija za stalnim poboljšanjem njihovih karakteristika kao što su protok (dobava), tlak (visina dobave) i iskoristivost. Konstrukcija i određivanje karakteristika centrifugalnih pumpi je i dalje zahtjevan zadatak uglavnom zbog sve složenije geometrije, ali i zbog strujnih pojava koje je teško neposredno istražiti, a u nekim slučajevima gotovo i nemoguće. Sama fizikalna simulacija (eksperiment) ne pruža potrebne informacije o strukturi energetske pretvorbe, a istovremeno može biti i skupa (npr. eksperimentalne vizualizacije). Stoga jedino upotreba metoda računalne simulacije (CFD) može dati uvid u strukturu tokova i kvantifikaciju parametara, što pomaže kod razumijevanja procesa energetske pretvorbe.

Jedna od mogućnosti poboljšanja karakteristika centrifugalnih pumpi je pridodavanje vrtložnog vijenca na centrifugalni rotor čime se dodatno uključuje energija induciranih vrtloga, u kanalima vrtložnog vijenca, u proces povećanja ukupnog tlaka [1, 2, 3, 4, 5, 6].

Dosadašnje proučavanje centrifugalno-vrtložnih pumpi svodi se na mjerenja njihovih integralnih parametara, tlaka i protoka. Ta mjerenja su u praksi pokazala opravdanost povezivanja centrifugalnog i vrtložnog djelovanja kod centrifugalno-vrtložnog rotora [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Fizikalne pojave kod takovog kombiniranog toka nisu do sada još u potpunosti objašnjene niti teorijski kvantificirane. Uzrok tome je u složenosti strujanja koje se sastoji od strujanja u centrifugalnom rotoru, strujanja induciranih koherentnih struktura i vrtloga, njihovog međudjelovanja te konačne interakcije sa statorom. Da bi se mogla razumjeti fizikalna pozadina tako složenog strujanja, a u konačnici i izvesti zaključci, potrebno je provesti strukturalnu analizu toka (tlaka, turbulencije, vrtložnosti, brzina, protoka, itd.) što je jedino moguće primjerenim numeričkim simulacijama.

U radu je korišten centrifugalno vrtložni stupanj 2VNN5-79 tvrtke Novomet-Perm.

---

## 2. HIPOTEZA RADA

---

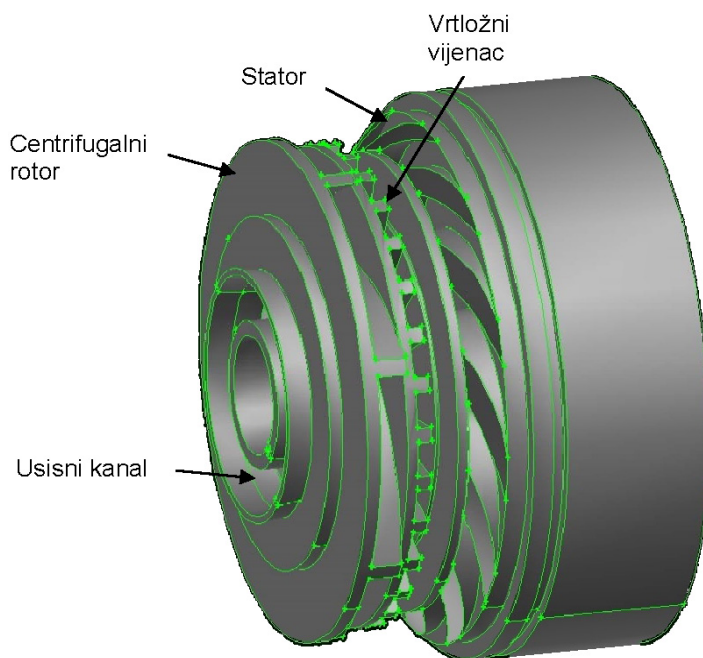
Kinetička energija koherentnih struktura i vrtloga, koje stvara vrtložni vijenac, pridodaje se toku fluida koji istrujava iz kanala centrifugalnog rotora. Na taj način vrtložni vijenac povećava ukupnu energiju fluida prije ulaska u stator. Nadalje, uzdužni vrtlozi, koji nastaju po obodu vrtložnog vijenca uslijed promjene kinetičke energije vrtloga, i radijalni vrtlozi, koji se odcjepljuju s bridova vrtložnih lopatica, predaju dodatnu energiju glavnom toku fluida. Intenzitet vrtložnog procesa i odgovarajući prirast tlaka zavisi o protoku, a uz dani protok – o veličini aksijalne komponente apsolutne brzine pri prijelazu kapljevine iz centrifugalnog rotora u kanale statora. Što je manji protok i što je manja aksijalna komponenta brzine, to veći broj kanala vrtložnog vijenca učestvuje u promjeni količine gibanja između kapljevine, koja se nalazi u danom vremenskom trenutku u tim ćelijama, i kapljevine izašle iz kanala centrifugalnog rotora.

S ciljem boljeg razumijevanja energetske pretvorbe, koja je rezultat interakcije toka iz kanala centrifugalnog rotora s vrtlozima nastalih u vrtložnom vijencu te njihove interakcije sa statorom, provedena je analiza struktura strujanja.. Konačni cilj je bio ovladavanje spoznajama koje će doprinijeti postizanju maksimalne iskoristivosti energetske pretvorbe u rotorima centrifugalno vrtložnih pumpi.

### 3. RAZRADA TEME

#### 3.1 RAZVOJ CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOG STUPNJA

Svrha centrifugalnih pumpi je da pretvore mehaničku energiju dovedenu od pogonskog stroja (npr. elektromotora ili turbine) prvo u kinetičku energiju, a zatim istu u energiju tlaka fluida koji se transportira. Energetska pretvorba se ostvaruje djelovanjem dvaju glavnih dijelova pumpe, rotora i statora (difuzor), slika 1.



Slika 1 Osnovne sastavnice centrifugalne pumpe

Prvi dio energetske pretvorbe, tj. mehaničke u kinetičku energiju fluida odvija se u rotoru, dok se drugi dio energetske pretvorbe, tj. kinetičke energije fluida u tlačnu odvija kako u rotoru tako i statoru (reaktivnost pumpe). Fluid ulazi u rotor kroz usisni kanal. Rotor svojom vrtnjom stavlja u gibanje prema periferiji (vanjskom promjeru rotora) fluid koji se nalazi u kanalima između rotorskih lopatica i pri tome mu povećava količinu gibanja, odn. energetska razinu. U rotoru se uz povećanje brzine povećava i statički tlak. Svrha difuzora je pretvoriti u tlačnu energiju preostalu kinetičku energiju fluida koji

napušta rotor. Kako fluid napušta središnji dio rotora to ovdje nastaje područje nižeg tlaka, koje se po zakonu kontinuiteta, popunjava novim fluidom iz usisnog kanala. Stoga su pumpe i strojevi na strujanje s kontinuiranim djelovanjem.

Budući da su kanali rotora zakrivljene geometrije, to će strujanje fluida imati komponente u tangencijalnom i radijalnom smjeru.

Svaka pumpa s rotorom određenog promjera i određenom brzinom vrtnje će podignuti fluid na određenu visinu koja se naziva visina dobave  $H$ .

Visina dobave može se odrediti iz modificirane Bernoulijeve jednadžbe

$$\frac{p_s}{\rho g} + H_s + \alpha_1 \frac{v_s^2}{2g} + H = \frac{p_d}{\rho g} + H_d + \alpha_2 \frac{v_d^2}{2g} + \sum H_{fs} + \sum H_{fd}$$

odnosno:

$$H = H_p + H_d + H_v + H_f - (H_p + H_s + H_v + H_f) \quad (1.1)$$

Pojedini članovi u prethodnim jednadžbama su prikazani na slici 2, te predstavljaju:

- 1) Statičku visinu usisa ( $H_S$ ) - vertikalna udaljenost točke usisa fluida u odnosu na simetralu pumpe. Ako je razina fluida iznad simetrane pumpe,  $H_S$  je pozitivna. Ako je razina fluida ispod simetrane,  $H_S$  je negativna;
- 2) Statičku visinu izlaza ( $H_D$ ) - vertikalna udaljenost točke izlaza fluida u odnosu na simetralu pumpe;
- 3) Visinu trenja ( $H_F$ ) - visina potrebna da se savladaju otpori strujanja u vodovima i ostalim elementima. Ona ovisi o veličini, stanju i vrsti cijevi, broju i vrsti elemenata

koji čine cjevovod te o protoku i prirodi fluida:  $H_F = H_{fs} + H_{fd} = \sum_s K \frac{v^2}{2g} + \sum_d K \frac{v^2}{2g}$

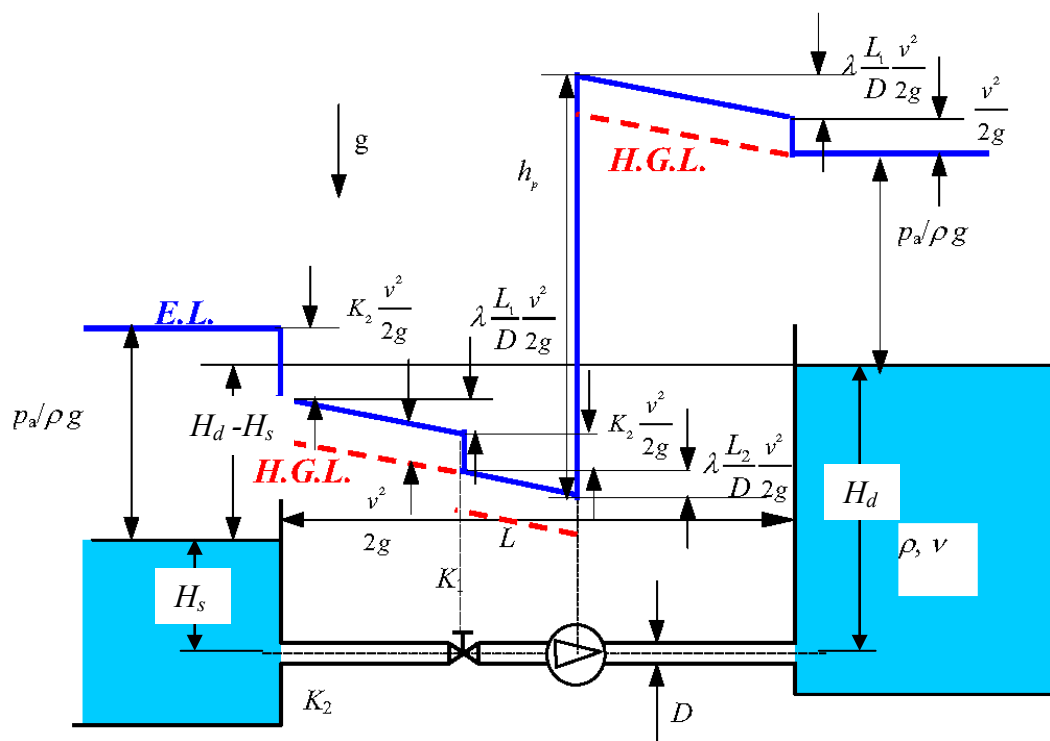
- 4) Visinu tlaka ( $H_P$ ) - apsolutni tlak u spremniku na ulazu ili u spremniku na izlazu pretvoren u visinu stupca fluida koji se pumpa. Ako je sustav otvoren jednak je

atmosferskom tlaku:  $H_p = \frac{p}{\rho g}$

- 5) Visinu brzine ( $H_V$ ) - kinetička energija fluida pretvorena u visinu stupca fluida koji

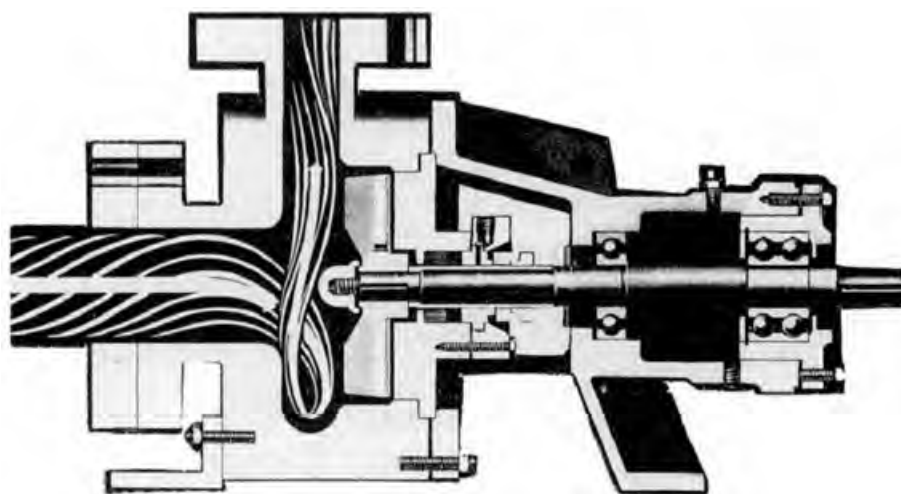
se pumpa [1]:  $H_v = \frac{v^2}{2g}$ .





Slika 2 Promjena energetske linije (E.L.) i hidraulične gradijentne linije (H.G.L.)

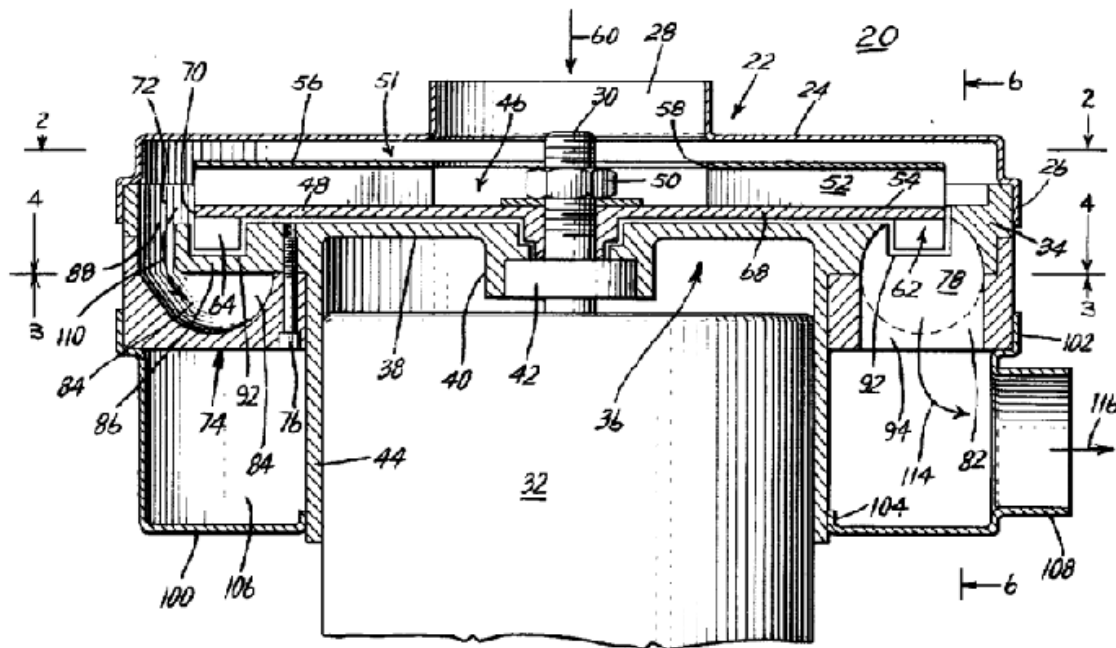
Shematski prikaz tipične vrtložne pumpe je prikazan na slici 3. Karakteristika ove vrste pumpe je dobava (transport) fluida koji sadrže relativno velike količine krutih čestica, kao i velike količine otopljenog zraka ili nekog drugog plina, što ju stavlja u prednost spram centrifugalne pumpe. No s druge strane vrtložne pumpe imaju vrlo nisku iskoristivost.



Slika 3 Presjek tipične vrtložne pumpe, [2]

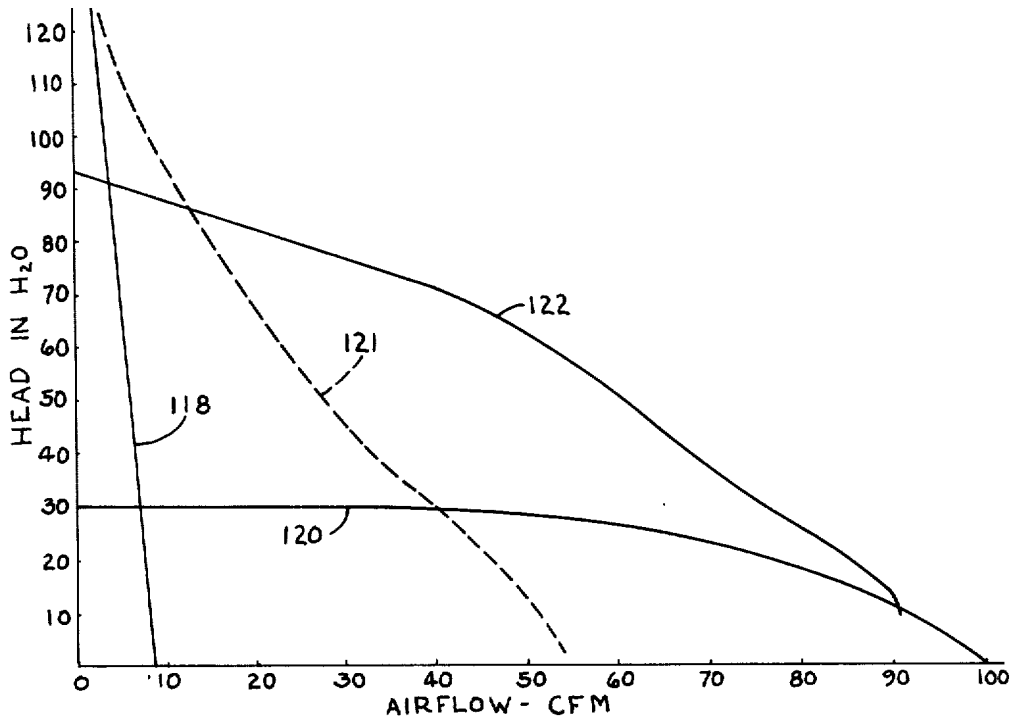
Ako se usporede centrifugalna pumpa i vrtložna pumpa istih visina dobave  $H$ , zaključuje se da visina dobave vrtložne pumpe s povećanjem protoka ne pada tako brzo kao što pada visina dobave centrifugalne pumpe [2].

1976. godine patentirana [3] je pumpa koja ima na istom vratilu uz vrtložni rotor i centrifugalni rotor. To je centrifugalno vrtložna pumpa prikazana na slici 4, kod koje fluid serijski struji prvo kroz centrifugalni, a zatim kroz vrtložni rotor.



Slika 4 Presjek centrifugalno vrtložne pumpe kod koje je vrtložni vijenac zatvoren u svojem kućištu, [3]

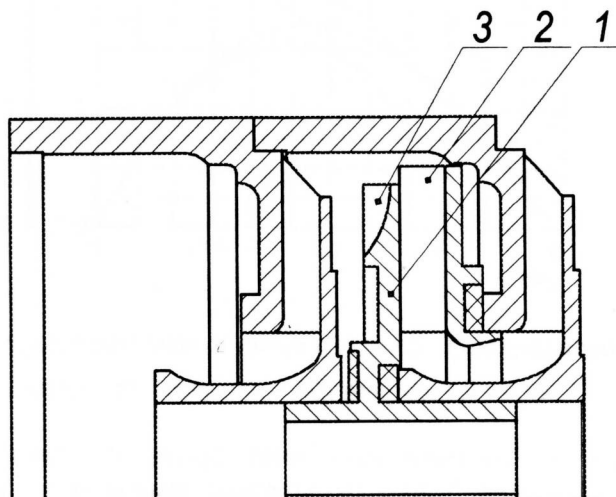
Ideja centrifugalno vrtložne pumpe je konstruirati pumpu koja će kombinirati dobra svojstva centrifugalne i vrtložne pumpe (veliki protok i relativno visoka visina dobave), a otkloniti relativno lošije karakteristike obje (relativno niska visina dobave i mali protok). Na slici 5 dana je usporedba karakteristika centrifugalne i vrtložne pumpe.



Slika 5 Shematska usporedba karakteristike centrifugalne i vrtložne pumpe, [3]

Protok vrtložnog rotora je ograničen gubitkom trenja zbog duljine vrtložne putanje [3]. Prema istraživanjima visina dobave vrtložnog stupnja, kod kojeg je vrtložni vijenac zatvoren u svojem kućištu, je 2,5 do 4 puta veća nego centrifugalnog uz jednaku iskoristivost (kao što se može vidjeti i sa slike 4, krivulja 122, [3]). No međutim, njihova konstrukcija je složena i zahtijeva strogo očuvanje zazora između statora i rotora u stotinku milimetra. Kod povećanja zazora dolazi do naglog pogoršanja karakteristike. Navedeni patent nije doživio praktičnu primjenu.

U tehnologiji crpljenja nafte u 1997. godini prvi put se primjenjuje centrifugalno vrtložna pumpa s otvorenim vrtložnim rotorom [4], za razliku od zatvorenog u [3]. Također predložena konstrukcija se odlikuje jednostavnošću ustrojstva i tehnološkošću, te se istovremeno lako smješta u gabarite običnog centrifugalnog stupnja, bez povećanja njegovih aksijalnih dimenzija, slika 6, što nije bio slučaj kod [3].



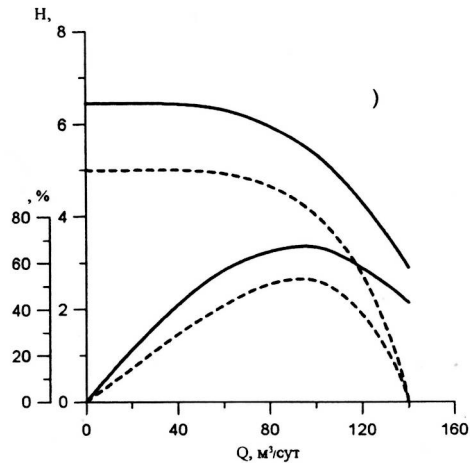
Slika 6 Presjek centrifugalno vrtložne pumpe s otvorenim vrtložnim rotorom, [4]

Na periferiji diska (1) centrifugalnog rotora (2), sa strane usmjeravajućeg statorskog ustrojstva, nalazi se vrtložni vijenac (rotor) (3) s određenim zazorom između pokrova usmjeravajućeg statorskog ustrojstva i bridova vrtložnih radijalnih lopatica. Međuprostor između izlaza iz rotora i ulaza u usmjeravajuće statorsko ustrojstvo, čini periferno-bočni prstenasti kanal.

Dobivena dodatna kinetička energija  $H_4$  koherentnih struktura induciranih u vrtložnom vijencu pretvara se u visinu dobave, koja se zatim pribraja tlaku dobivenom u centrifugalnom rotoru pumpe.

$$H = H_{cen} + H_4 \quad (1.2)$$

Mjerenja u [4] su pokazala da vrtložni efekt je omogućio povećanje visine dobave stupnja za 15-25 %. Također je pokazano da takva pumpa ima padajuću  $Q-H$  karakteristiku, što osigurava stabilnost njenog rada, slika 7. Istovremeno je pokazano da je iskoristivost pumpe porasla [4].



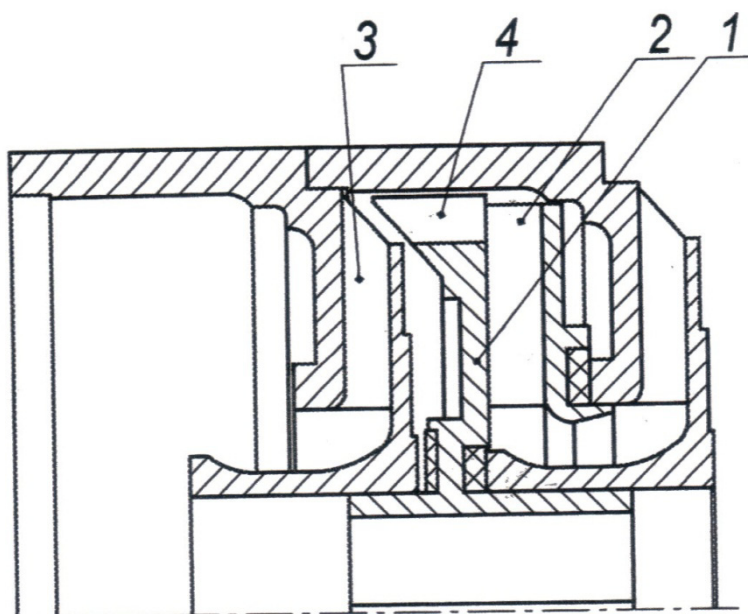
Slika 7 Usporedba karakteristike centrifugalne i centrifugalno vrtložne pumpe, [4]

Daljnja istraživanja centrifugalno vrtložnih pumpi pokazuju kako se dodatna energija predaje kako pomoću uzdužnih vrtloga, koji nastaju po obodu vrtložnog vijenca uslijed promjene kinetičke energije vrtloga tako i pomoću radijalnih vrtloga, koji se odcjepljuju s bridova vrtložnih lopatica. Daje se naslutiti kako intenzitet vrtložnog procesa i odgovarajući prirast tlaka zavise o protoku, a uz dani protok – o veličini aksijalne komponente apsolutne brzine pri prijelazu fluida iz centrifugalnog rotora u kanale statora. Nadalje, što je manji protok i što je manja aksijalna komponenta brzine, to veći broj kanala vrtložnog vijenca učestvuje u promjeni količine gibanja između fluida, koji se nalazi u danom trenutku u kanalima vrtložnog vijenca, i fluida koji istrujava iz kanala centrifugalnog rotora [5].

Istraživanja stabilnosti rada centrifugalno vrtložne pumpe sa smjesom plina i kapljevine pokazuju da do prekida dobave pumpe (protoka) dolazi, kada se pojavi prekid popunjavanja kapljevinom kanala rotora. U tom su slučaju čestice kapljevine odvojene mjehurima plina i nije moguć prijenos tlaka između njih. Kod malih protoka kanali su popunjeni kapljevinom samo parcijalno, ostatak su mjehuri plina. Ovdje vrtložni vijenac raspršuje te mjehure plina čime poboljšava karakteristike centrifugalno vrtložnih pumpi pri transportu dvofaznih i višekomponentnih fluida [5].

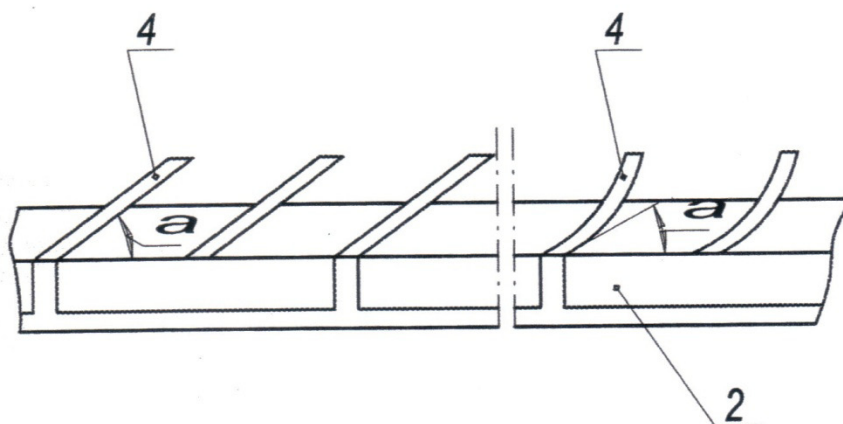
Moguće su i druge izvedbe vrtložnog vijenca. Tako je na slici 8 prikazana izvedba centrifugalno vrtložne pumpe kod koje je vrtložni vijenac izveden s aksijalnim lopaticama. Na disku (1) centrifugalnog rotora (2), u prstenastom kanalu između njegova

izlaza i ulaza u kanale (3) usmjeravajućeg ustrojstva smješten je aksijalni lopatični vijenac (4).



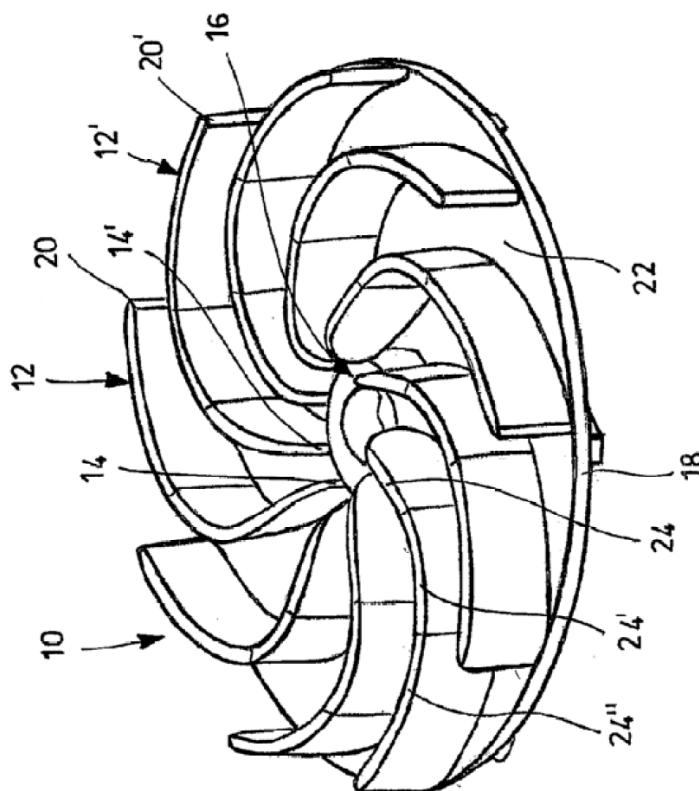
Slika 8 Presjek centrifugalno vrtložne pumpe gdje je vrtložni vijenac izveden s aksijalnim lopaticama, [5]

Na slici 9 prikazan je razvijeni cilindrični presjek po vanjskom promjeru aksijalnog vrtložnog vijenca sa slike 8. Ravne ili profilirane aksijalne lopatice (4) se ugrađuju pod određenim kutom prema ravnini vrtnje rotora. Dio aksijalnih lopatica, jednak broju lopatica centrifugalnog rotora, nastavlja se sa svoje ulazne strane na izlazne rubova lopatica centrifugalnog rotora i tako čine aksijalne kanale koji su produžetak lopatičnih kanala rotora. Kapljevina nakon izlaska iz kanala centrifugalnog rotora ulazi u kanale aksijalnog vrtložnog vijenca, gdje joj se predaje dodatna energija i samim time osigurava prirast visine dobave (tlaka) [6].



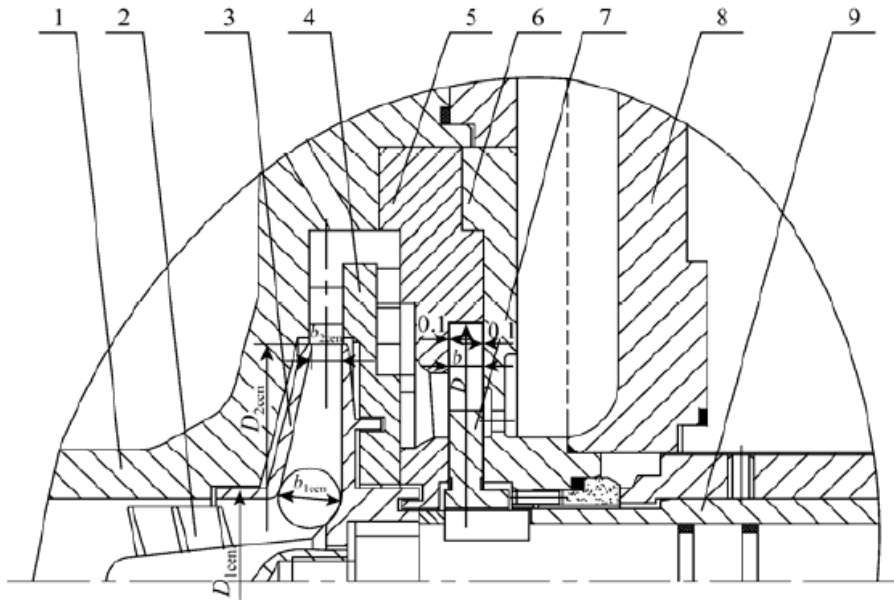
Slika 9 Razvijeni cilindrični presjek aksijalnog vrtložnog vijenca, [5]

2008. godine patentiran je vrtložni vijenac kod kojeg su lopatice povinute u smjeru vrtnje i protežu se od središta do maksimalnog promjera rotora, slika 10. Ostvaruje se porast visine dobave 20 %-40 % u odnosu na vrtložni rotor s ravnim lopaticama ugrađenima od nekog unutarnjeg promjera do vanjskog promjera [7].



Slika 10 Vrtložni vijenac s povijenim lopaticama, [7]

U radu [29] obavljaju se eksperimentalna istraživanja na centrifugalno vrtložnoj pumpi, gdje su centrifugalni i vrtložni rotor na istom vratilu, ali su razmaknuti jedan od drugog, slika 11. Daju se korisni eksperimentalni podaci u obliku  $Q-H$  i  $Q-\eta$  dijagrama, i to za slučaj kad je radni fluid voda i slučaj kad je radni fluid mješavina vode i plina. Iz danih rezultata vidi se povećanje visine dobave i prekid strujanja na za 15 % višem udjelu plina u kapljevini u odnosu na centrifugalnu pumpu.



Slika 11 Presjek centrifugalno vrtložne pumpe, centrifugalni i vrtložni dio se nalaze na istom rotoru, [29]

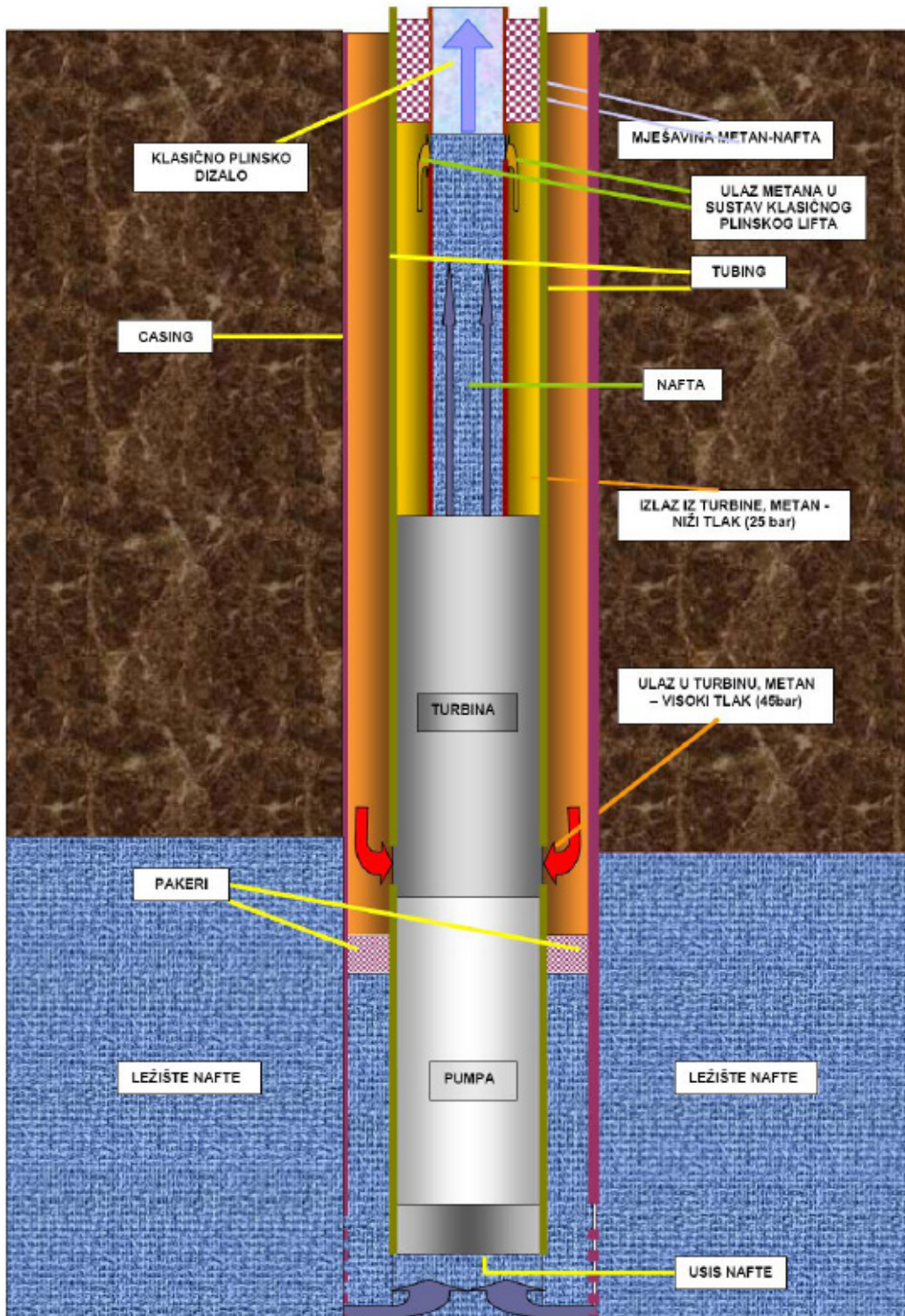
Na Katedri za turbostrojeve, Zavoda za energetska postrojenja, energetiku i ekologiju Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu 2003. godine počinju istraživanja financirana od MZOŠ RH na tehnološkom projektu Turbinsko plinsko dizalo za naftu, broj TP-03/0120-21 u sklopu programa TEST. Cilj projekta je bio konstruirati i proizvesti prototip turbinskog plinskog dizala za naftu (plinska turbina pokreće centrifugalno vrtložnu pumpu tvrtke Novomet-Perm, tip 2VNN5-79, shematski prikazana na slici 6), testirati ga u laboratorijskim uvjetima te ga ugraditi u testnu bušotinu i provesti potrebna mjerenja s ciljem verifikacije postupka.

Plinsko dizalo je jedan od postupaka koji se koriste za umjetno (prisilno, potpomognuto) dizanje nafte iz ležišta gdje vlada prenizak ležišni tlak, te nafta ne može eruptivno izlaziti na površinu. Sam proces se svodi na utiskivanje plina kroz prostor između cijevi kroz



koju prolazi nafta (tzv. tubing) te cementirane vanjske cijevi (tzv. casing). Plin kroz ventile ulazi u „tubing“, gdje se miješa s naftom te joj smanjuje gustoću, i time omogućava da ležišni tlak postaje dovoljan za podizanje nafte na površinu. Plin se može utiskivati kontinuirano ili periodički, ovisno o karakteristikama bušotine te ostaloj opremi koja se koristi.

Slika 12 prikazuje shematski prikaz turbinskog plinskog dizala za naftu. Turbinsko plinsko dizalo kombinacija je pumpe (mehaničkog dizala) i dizala pomoću plina (klasičnog plinskog dizala). Pumpa u sastavu prisilnog turbinskog plinskog dizala pogonjena je pomoću plinske turbine koja koristi isti plin kao i klasično plinsko dizalo. Naime, nakon što plin ekspandira do određenog tlaka u plinskoj turbini i obavi koristan mehanički rad, ulazi u sustav klasičnog plinskog dizala. Na ovakav način se postiže znatno bolja iskoristivost cijelog procesa nego kod klasičnog plinskog dizala, osobito kod podizanja nafte iz većih dubina (preko 1000 m). Kod klasičnog se plinskog dizala plin iza kompresorske stanice uvodi u „casing“ pod relativno visokim tlakom (cca. 45 bar), te se prije ulaska u „tubing“ prigušuje s tog tlaka na znatno niži tlak (cca. 25 bar). Ovim prigušivanjem proizvodi se značajan energetska gubitak te pada iskoristivost samog procesa crpljenja nafte. Sada, uz turbinsko plinsko dizalo, ta se razlika tlaka (entalpije) koristi za dobivanje korisnog mehanički rad za pogon pumpe. Time raste iskoristivost cijelog procesa.



Slika 12 Shematski prikaz turbinskog plinskog dizala za naftu

Pomoću vlastito razvijenog računalnog program napravljen je aerodinamički i termodinamički proračun plinske turbine (posebnosti: mikroturbina čiji je vanjski promjer ograničen; što manji broj okretaja uz prihvatljiv broj stupnjeva; uz parcijalni privod postići što bolju unutarnju iskoristivost) na temelju kojeg je izrađena projektna dokumentacija. Po projektnoj dokumentaciji firma BANKO D.O.O. izrađuje samu plinsku turbinu, slika 13, koja će pogoniti poznatu centrifugalno vrtložnu pumpu tvrtke Novomet-Perm, tip 2VNN5-79.



Slika 13 Dijelovi plinske turbine: vanjsko kućište, rotor i segment sa statorskim lopaticama

Nakon izrade plinske turbine za pokretanje centrifugalno vrtložne pumpe pristupilo se laboratorijskom ispitivanju turbinskog plinskog dizala za naftu sa zrakom kao radnim fluidom, slika 14, te i s metanom kao radnim fluidom na naftnom polju Šandrovac u uvjetima na površini zemlje, slika 15.



Slika 14 Ispitivanje plinsko turbinskog dizala sa zrakom kao radnim fluidom u Laboratoriju za hidromehaniku i hidrauličke strojeve



Slika 15 Ispitivanje na površini zemlje s metanom kao radnim fluidom na naftnom polju Šandrovac

Provedena ispitivanja prototipa turbinskog plinskog dizala za naftu kako sa zrakom tako i metanom su pokazala da funkcionalno zadovoljava očekivane rezultate uz sljedeći komentar. Dobiveni rezultati protoka i prirasta tlaka su ispod očekivanih, tj. rezultati mjerenja ne leže na karakteristici pumpe zbog velikih brzina strujanja uvjetovanih više od tri puta većim brojem okretaja pri ispitivanjima spram nominalnog. U tim uvjetima i rezultate proračuna  $Q-H$  karakteristike pumpe dobivene na temelju teorije sličnosti također treba prihvatiti s rezervom, te se znatnije odstupanje rezultata mjerenja od  $Q-H$

karakteristike objašnjava dodatno mogućom pojavom kavitacije kod pumpe u tom području rada. Nadalje treba imati u vidu i neispunjenje svih potrebnih tehnički uvjeta mjerne opreme pri provedenom ispitivanju. To su bili osnovni razlozi zbog kojih se postavilo pitanje o nepoznavanju energetske pretvorbe u centrifugalno vrtložnoj pumpi i potreba za njenim istraživanjem.

Trenutno se vrše ispitivanja turbinskog plinskog dizala u uvjetima bušotine na naftnom polju Beniĉanci, slika 16. I na dubini od 1000 m turbinsko plinsko dizalo funkcionalno zadovoljava, znatno povećavajući iscrpak nafte iz bušotine kojoj je ležišni tlak već opao.



Slika 16 Ispitivanja turbinskog plinskog dizala u uvjetima bušotine na naftnom polju Beniĉanci

### 3.2 TEORIJSKE OSNOVE ENERGETSKE PRETVORBE

U stacionarnom se fluidu intenzitet tlaka širi jednoliko u svim smjerovima (Pascalov zakon). Kod fluida u strujanju može postojati razlika tlaka duž strujnice i poprečno na presjek strujanja zbog djelovanja dinamičkih sila koje uzrokuju samo strujanje. Promjena tlaka duž strujnice je rezultat promjene kinetičke energije prema Bernoulijevoj jednadžbi:

$$Q\rho y + Qp + Q\rho \frac{v^2}{2g} = \text{konst.} \quad (3.1)$$

pri čemu ukupna energije svake strujnice ostaje konstantna:

$$y + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2g} = E = \text{konst.} \quad (3.2)$$

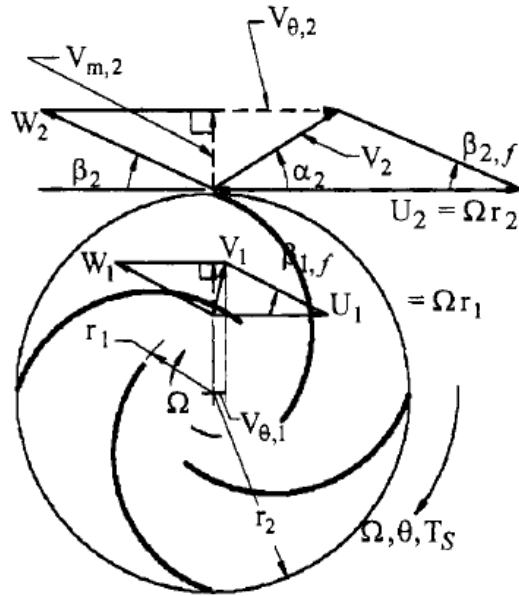
U slučaju nestlačivog fluida, gustoća  $\rho$  se može eliminirati iz jednadžbe (3.1) što rezultira jednadžbom (3.2). No nije dovoljno da je umnožak  $Q\rho$  konstantan pa da se  $Q\rho$  može pokratiti u jednadžbi (3.1), jer on predstavlja težinu fluida koja je konstantna i za plinove, a oni su stlačivi.

Do povećanja tlaka duž strujanja može doći na način da se nekim strujnicama poveća tlak bez da im se smanji brzina, tj. poveća im se ukupna energija. No kako ukupna energija strujanja po presjeku strujanja ostaje konstantna, takvo povećanje energije tlaka nekih strujnica nastaje na račun energije tlaka drugih strujnica. Kada se pretvorba energije tlaka događa na ovakav način bez miješanja strujnica, tada se ta energetska pretvorba može zvati kondukcija. Energija tlaka i energija topline nastaju zbog kinetičke energije molekula.

Kad se pretvorba energije tlaka odvija zakretanjem ili miješanjem strujnica slična je konvekciji.

Treći model energetske pretvorbe bez izmjene čestica i bez miješanja strujnica je širenje tlačnih valova, što se može nazvati radijacija tlaka.

Širenje energije tlaka od područja višeg tlaka ka području nižeg tlaka ekvivalentno je širenju topline od više ka nižoj temperaturi. Nadalje prenošenje energije tlaka u suprotnom smjeru moguće je djelovanjem dinamičkih sila koje nastaju pri zakrivljenom ili rotacijskom strujanju. Mehanička se energija preko rotora predaje radnom fluidu i pretvara u kinetičku energiju, koja se zatim pretvara u prirast tlaka tijekom procesa difuzije brzine u kanalima statorskih lopatica [8].



Slika 17 Trokuti brzina centrifugalnog rotora, [10]

U općenitom slučaju model energetske pretvorbe između fluida i rotora duž kanala rotora sadržava aksijalnu, radijalnu i tangencijalnu komponentu apsolutne brzine toka fluida:  $v_a$ ,  $v_m$  i  $v_\theta$  (trodimenzijsko strujanje). U slučaju centrifugalnih pumpi strujanje se može svesti na dvodimenzijsko, kao što je prikazano na slici 17. Pri tome je stanje fluida na ulazu u rotor označeno s 1, a stanje na izlazu s 2. Slika 17 također prikazuje odgovarajući ulazni i izlazni trokut brzina, crtan u ravnini okomitoj na os vrtnje centrifugalnog rotora. Trokuti prikazuju obodnu brzinu rotora  $u$ , brzinu fluida relativno s obzirom na rotor  $w$ , apsolutnu brzinu fluida  $v$  i tangencijalnu komponentu  $v_\theta$  koja se naziva tangencijalna (vrtložna) komponenta brzine. Kod centrifugalnog rotora koji se ovdje analizira, aksijalni tok na ulazu rotora je značajan samo kod određivanja masenog toka na ulazu u stupanj pumpe. Centrifugalno djelovanje se očekuje između dva stanja u radijalnim ravninama na dva različita polumjera. Fluid struji kroz kanale između lopatica

rotora i u idealnom slučaju slijedit će profil lopatice. Relativna brzina fluida s obzirom na rotor  $w$  u kombinaciji s lokalnom obodnom (prijenosnom) brzinom rotora  $u$  određuje apsolutnu brzinu strujanja  $v$ . Pošto se  $w$  mijenja s polumjerom  $r$ , visina trokuta brzina se mijenja između ulaznog 1 i izlaznog 2 stanja.

Zakon kontinuiteta za jednodimenzijski tok na ulazu i izlazu iz kontrolnog volumena za nestlačive fluide:

$$(v_1)_n \cdot A_1 = (v_2)_n \cdot A_2 \quad (3.3)$$

Moment količine gibanja s obzirom na os vrtnje turbostroja koji se može prikazati kao „crna kutija“ na slici 18 [9] glasi:

$$\oint_{KP} \vec{r} \cdot \mathbf{T}_\theta \cdot dA + \iiint_{KV} \vec{r} \cdot \mathbf{B}_\theta \cdot \rho dV = \oint_{KP} (\vec{r} \cdot \mathbf{v}_\theta) \cdot (\rho \cdot \vec{v} \cdot dA) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{KV} (\vec{r} \cdot \mathbf{v}_\theta) \cdot (\rho \cdot dV) \quad (3.4)$$

Za stacionarno strujanje moment količine gibanja poprima oblik:

$$\oint_{KP} \vec{r} \cdot \mathbf{T}_\theta \cdot dA + \iiint_{KV} \vec{r} \cdot \mathbf{B}_\theta \cdot \rho dV = \oint_{KP} (\vec{r} \cdot \mathbf{v}_\theta) \cdot (\rho \cdot \vec{v} \cdot dA) \quad (3.5)$$

U jednadžbi (3.5) prostorne sile  $\mathbf{B}$  ovise o težini fluida i težini rotora na os unutar kontrolnog volumena (KV). Zbog simetričnosti te sile ne utječu na moment u odnosu na os vrtnje. Na moment djeluju manje sile trenja u ležajevima vratila koje se mogu zanemariti, te se može uzeti da djeluje samo moment oko osi vrtnje turbostroja  $M_x$  kao posljedica ulaznog i izlaznog toka fluida. Tako jednadžba (3.5) prelazi u oblik:

$$M_x = -\vec{r}_1 \cdot (v_\theta)_1 \cdot [\rho_1 \cdot (v_\theta)_1 \cdot A_1] + \vec{r}_2 \cdot (v_\theta)_2 \cdot [\rho_2 \cdot (v_\theta)_2 \cdot A_2] \quad (3.6)$$

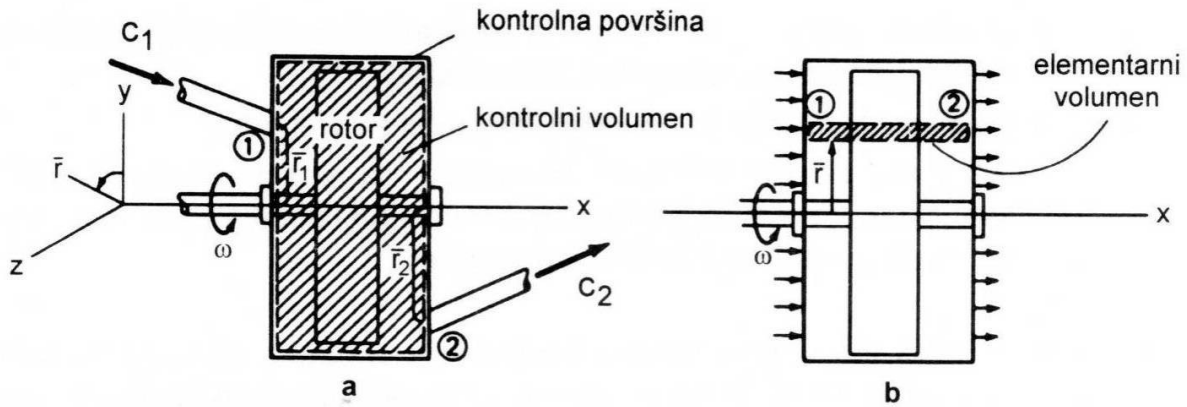
te se može napisati za stlačive i nestlačive fluide u obliku:

$$M_x = [\vec{r}_2 \cdot (v_\theta)_2 - \vec{r}_1 \cdot (v_\theta)_1] \cdot \rho \cdot Q \quad (3.7)$$

Prvi zakon termodinamike za stacionarni jednodimenzijski ulaz i izlaz može se zapisati u obliku:



$$\left[ \frac{v_1^2}{2} + g \cdot y_1 + h_1 \right] + \frac{dQ}{dm} = \left[ \frac{v_2^2}{2} + g \cdot y_2 + h_2 \right] + \frac{dW_s}{dm} \quad (3.8)$$



Slika 18 Presjek turbostroja s označenim kontrolnim volumenom i kontrolnim površinama, [9]

Uz zanemarenje izmjene topline jednadžba (3.8) prelazi u:

$$\left[ \frac{v_1^2}{2} + g \cdot y_1 + h_1 \right] - \frac{dW_s}{dm} = \left[ \frac{v_2^2}{2} + g \cdot y_2 + h_2 \right] \quad (3.9)$$

Za nestlačiv fluid može se uzeti da je unutarnja energija  $u$  konstantna te se entalpije  $h_1$  i  $h_2$  mogu zamijeniti s  $p_1/\rho$  i  $p_2/\rho$  i ako se (3.9) pomnoži s  $\rho Q$  poprima oblik:

$$\left[ \frac{v_1^2}{2} + g \cdot y_1 + \frac{p_1}{\rho} \right] \cdot \rho Q - \frac{dW_s}{dt} = \left[ \frac{v_2^2}{2} + g \cdot y_2 + \frac{p_2}{\rho} \right] \cdot \rho Q \quad (3.10)$$

Ako se jednadžba (3.10) podijeli s  $g$  slijedi:

$$\left[ \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + y_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} \right] \cdot \rho \cdot g Q - \frac{dW_s}{dt} = \left[ \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + y_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} \right] \cdot \rho \cdot g Q \quad (3.11)$$

gdje izrazi u uglastim zagradama predstavljaju visinu dobave:

$$\frac{dW_s}{dt} = \rho \cdot g Q \cdot (H_1 - H_2) = -\rho \cdot g Q \cdot \Delta H \quad (3.12)$$

Jednadžba (3.12) predstavlja prvi zakon termodinamike za stacionarno nestlačivo strujanje.

Drugi zakon termodinamike nema primjenu za nestlačive fluide. Ako se jednadžba (3.7) pomnoži s  $\omega$ , slika 17, dobije se:

$$M_x \cdot \omega = [\vec{r}_2 \cdot (\mathbf{v}_\theta)_2 - \vec{r}_1 \cdot (\mathbf{v}_\theta)_1] \cdot \rho \cdot Q \cdot \omega \quad (3.13)$$

Izraz  $M\omega$  predstavlja snagu odnosno promjenu rada u vremenu što je lijeva strana jednadžbe (3.12). Desne strane jednadžbi (3.13) i (3.12) mogu izjednačiti što daje:

$$-\rho \cdot gQ \cdot \Delta H = [\vec{r}_2 \cdot (\mathbf{v}_\theta)_2 - \vec{r}_1 \cdot (\mathbf{v}_\theta)_1] \cdot \rho \cdot Q \cdot \omega \quad (3.14)$$

Ako se jednadžba (3.14) podijeli s  $Q$  i ako se uzme da je  $r\omega$  obodna brzina  $u$  ista prelazi u jednadžbu:

$$g \cdot \Delta H = [(u \cdot \mathbf{v}_\theta)_2 - (u \cdot \mathbf{v}_\theta)_1] \quad (3.15)$$

S druge strane se iz jednadžbe (3.12) može napisati:

$$g \cdot \Delta H = \frac{P}{\rho Q} \quad (3.16)$$

a jednadžba (3.15) poprima oblik:

$$\frac{P}{\rho Q} = \frac{P}{\dot{m}} = \frac{E}{m} = \mathbf{e} = [(u \cdot \mathbf{v}_\theta)_2 - (u \cdot \mathbf{v}_\theta)_1] \quad (3.17)$$

što je Eulerova jednadžba za turbostrojeve [9].

Iz geometrije trokuta brzina prikazanih na slici 17 slijedi:

$$v_1^2 = v_{\theta 1}^2 + [w^2 - (u_1 - v_\theta)^2] = w^2 - u_1^2 + 2u_1v_\theta$$

što daje:

$$2u_1v_{\theta 1} = v_1^2 + u_1^2 - w_1^2$$

i

$$2u_2v_{\theta 2} = v_2^2 + u_2^2 - w_2^2$$

Stoga se jednadžba (3.17) može zapisati kao:

$$\mathbf{e} = u_2v_{\theta 2} - u_1v_{\theta 1} = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2) + \frac{1}{2}(w_1^2 - w_2^2) \quad (3.18)$$

te se može zaključiti:

$$\mathbf{e} = \sum(\text{tri kinetičke energije}) = \sum(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) \quad (3.19)$$

gdje kinetička energija  $\mathbf{e}_1$  nastaje zbog promjene apsolutne brzine  $v$ , kinetička energija  $\mathbf{e}_2$  nastaje zbog promjene obodne brzine  $u$  rotora i kinetička energija  $\mathbf{e}_3$  nastaje zbog promjene relativne brzine fluida  $w$  kroz rotor.

Komponenta  $\mathbf{e}_1$  javlja se zbog izmjene kinetičke energije između rotora i fluida. Njena pretvorba u tlak može se obaviti samo izvan rotora u statorskim kanalima, statorskim lopaticama. To predstavlja difuziju brzine i zahtijeva pažljivu kontrolu toka u uvjetima pozitivnog gradijenta tlaka u mirujućem difuzoru.

Preostale komponente  $\mathbf{e}_2$  i  $\mathbf{e}_3$  predstavljaju promjenu statičke entalpije  $\Delta h$ :

$$\Delta h = \Delta h_0 - \frac{\Delta v^2}{2} = \mathbf{e} - \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 \quad (3.20)$$

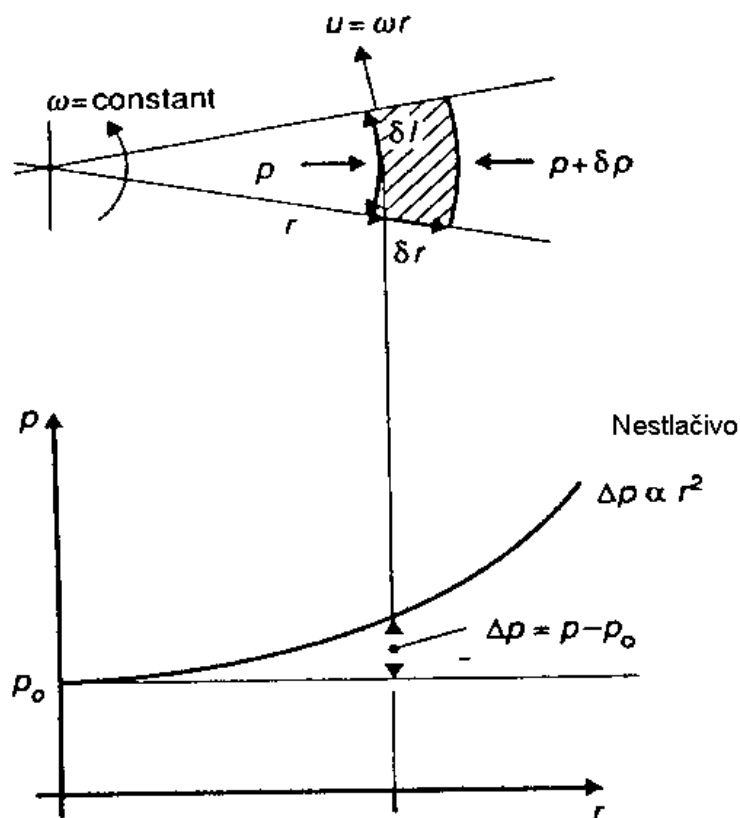
i stoga daje promjenu (prirast) statičkog tlaka kroz rotor. Kinetička energija  $\mathbf{e}_2$  nastaje uslijed gibanja fluida po zakonu prisilnog vrtloga zbog rotacije rotora, a kinetička energija  $\mathbf{e}_3$  nastaje uslijed lokalnog djelovanja lopatice na fluid kad on struji kroz kanale rotorskih lopatica.

Gibanje prisilnog vrtloga za komponentu energije  $\mathbf{e}_2$  može se vidjeti na slici 19. Strujanje u prisilnom vrtlogu identično je vrtnji krutog tijela s brzinom vrtnje  $\omega$ . Obodna brzina  $u$  nekog elementa fluida na polumjeru  $r$  od osi vrtnje je:

$$u = \omega r \quad (3.21)$$

Iz uvjeta ravnoteže radijalnih sila na element ograničen sa stranicama  $\delta r$ ,  $\delta l$ , i jediničnom širinom slijedi:

$$\begin{aligned} [\delta F_r = \delta(pA)] &= [(masa) \cdot (akceleracija) = (\rho \cdot \text{volumen}) \cdot (\text{radijalna akceleracija})] \\ \delta p \delta l \cdot 1 &= \rho (\delta r \delta l \cdot 1) \frac{u^2}{r} \end{aligned} \quad (3.22)$$



Slika 19 Prisilni vrtlog, [10]

Ako  $\delta$  iz (3.22) teže k nuli jednačba poprima sljedeći oblik:

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{u^2}{r} = \rho \omega^2 r \quad (3.23)$$

Kod strujanja po zakonu prisilnog vrtloga tlak se povećava s polumjerom. Za konstantnu kutnu brzinu  $\omega$  i nestlačivo strujanje ( $\rho$  je konstantno), integracijom jednačbe (3.23) dobije se direktna relacija između  $\Delta p$  i  $e_2$ :

$$p_1^2 = \left( \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2 \right) \Big|_1^2 = \left( \frac{1}{2} \rho u^2 \right) \Big|_1^2 \quad (3.24)$$

odnosno:

$$e_2 = \frac{1}{2} u_2^2 - \frac{1}{2} u_1^2 = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho} \quad (3.25)$$

Nadalje  $e_3$  je rezultat promjene statičkog tlaka prilikom strujanja fluida od ulaza do izlaza relativnim brzinama  $w_1$ ,  $w_2$  kroz kanale rotorskih lopatica. Za nestlačiv fluid može se primijeniti Bernoullijeva jednadžba kroz kanale rotorskih lopatica od ulaza do izlaza iz kanala:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho w_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho w_2^2 \quad (3.26)$$

iz čega slijedi:

$$e_3 = \frac{1}{2} w_1^2 - \frac{1}{2} w_2^2 = \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho} \quad (3.27)$$

Može se zaključiti da su za nestlačivo strujanje  $e_2$  i  $e_3$  direktna mjera prirasta statičkog tlaka. Za stlačivo strujanje, može doći do određene razlike zbog promjene u gustoći i jednadžbe (3.24), (3.25), (3.26) i (3.27) nisu valjane [10].

Ako se uzme u obzir jednadžba (1.2) i provede analogno razmišljanje kao kod jednadžbi (3.1) do (3.27), za centrifugalno vrtložnu pumpu može se zapisati:

$$e = \sum (\text{tri kinetičke energije} + \text{energija vrtložnog dijala pumpe}) = \sum (e_1 + e_2 + e_3 + e_4) \quad (3.28)$$

gdje su  $e_1$ ,  $e_2$  i  $e_3$  iste tri kinetičke energije kao za centrifugalnu pumpu (jednadžba (3.19)), dok je  $e_4$  energija koju vrtložni vijenac predaje glavnom toku fluida.

### 3.3 NUMERIČKI MODEL CENTRIFUGALNO VRTLOŽNE PUMPE

#### 3.3.1 Osnove računalne mehanike fluida u analizi strujanja u turbostrojevima

Kod analize strujanja u različitim tipovima turbostrojeva danas su na raspolaganju uz eksperimentalna istraživanja i metode računalne mehanika fluida (engl. computational fluid dynamics, skraćeno CFD).

Razlozi za takvu široku primjenu CFD-a su sljedeći:

- Parametarsko konstruiranje i optimiranje konstrukcije se provodi na računalu umjesto na stvarnom prototipu,
- Postižu se bolje konačne karakteristike zbog boljeg razumijevanja utjecaja promjene konstrukcije na strujne karakteristike,
- Zbog smanjenog broja iteracija u razvojnom procesu, skraćuje se vrijeme potrebno da se od zamišljenog koncepta dođe do konačnog proizvoda.

No valja napomenuti da korištenje CFD-a ne isključuje u potpunosti i eksperimentalna istraživanja. Pomoću rezultata eksperimentalnih mjerenja potrebno je izvršiti verifikaciju i validaciju rezultata proračuna CFD-a, kako bi se pokazala njihova točnost.

Računalna mehanika fluida kao rezultat daje numeričko rješenje matematičkog modela strujanja fluida u diskretnim točkama prostora (domene) i vremena. Glavna komponenta u procesu dobivanja numeričkog rješenja matematičkog modela je postupak diskretizacije. Metoda diskretizacije uključuje diskretizaciju domene i diskretizaciju jednadžbi matematičkog modela.

Diskretizacija domene predstavlja izradu geometrijske mreže pomoću koje se domena u kojoj se rješava zadatak zamjenjuje s konačnim brojem diskretnih točaka u kojima je potrebno odrediti numeričke vrijednosti nepoznatih varijabli. Diskretizacija jednadžbi matematičkog modela predstavlja transformaciju diferencijalnih ili integralno-diferencijalnih jednadžbi matematičkog modela u sustave linearnih ili nelinearnih

algebarskih jednadžbi. Za svaku jednadžbu matematičkog modela dobiva se po jedan sustav algebarskih jednadžbi. Nepoznanice ovih sustava jednadžbi su vrijednosti varijabli strujanja u diskretnim točkama geometrijske mreže.

Razlikuju se sljedeće metode diskretizacije:

1. Metoda konačnih razlika;
2. Metoda konačnih elemenata;
3. Metoda kontrolnih volumena.

U ovom radu bit će korištena metoda diskretizacije kontrolnim volumenima.

Metoda kontrolnih volumena se temelji na integralnom obliku jednadžbi očuvanja. Domena se dijeli na konačni broj kontrolnih volumena i na svakom kontrolnom volumenu se primjenjuju jednadžbe očuvanja. Obično se težištu svakog kontrolnog volumena pridružuje čvor za koji treba odrediti numeričke vrijednosti nepoznatih varijabli strujanja.

Vrijednosti varijabli na granicama kontrolnih volumena se dobivaju interpolacijom iz vrijednosti varijabli u čvorovima kontrolnih volumena. Interpolacijska shema određuje red točnosti diskretizacije. Nakon površinske i volumenske integracije integralnih jednadžbi matematičkog modela dobivaju se sustavi algebarskih jednadžbi, u kojima su nepoznanice vrijednosti varijabli strujanja u čvorovima kontrolnih volumena.

U slučaju nelinearnog sustava algebarskih jednadžbi sve su metode rješavanja nužno iterativne.

### **3.3.1.1 Matematički model strujanja fluida**

Strujanje u turbostrojevima, pa tako i u centrifugalnim pumpama, izrazito je nestacionarno i turbulentno. Kod turbulentnog strujanja polje brzine je kaotično i nepravilno u vremenu i u prostoru. Sastoji se od vrtložnih struktura različitih veličina. Strujanje (jednofaznog i jednokomponentnog) fluida, laminarno i turbulentno, se opisuje sustavom Navier-Stokes-ovih (NS) jednadžbi. Ove jednadžbe predstavljaju zakone očuvanja mase -  $\rho$ , količine gibanja -  $\rho u_i$  i energije -  $\rho E$ . Ovaj sustav jednadžbi može se zapisati u matričnom konzervativnom obliku koji naglašava međusobnu povezanost

pripadajućih jednađbi sustava [11, 12]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_i \\ \rho E \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x_j} \begin{bmatrix} \rho u_j \\ \rho u_j u_i + p \delta_{ij} \\ \rho u_j H \end{bmatrix} - \frac{\partial}{\partial x_j} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{ij} \\ \tau_{ij} u_j - q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho f_i \\ W_f + S_E \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Sustav NS jednađbi (3.29) opisuje stlačivo (općenito) strujanje. Za nestlačivo strujanje vrijedi  $\rho = \text{konstantno}$  i  $\partial u_j / \partial x_j = 0$ .

Da bi sustav NS jednađbi (3.29) bio rješiv treba mu pridružiti još sljedeće fizikalne zakone:

- Generalizirani Newton-ov zakon viskoznost

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (3.30)$$

- Fourier-ov zakon toplinske vodljivost

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (3.31)$$

- Termodinamičke jednađbe stanja

$$\begin{aligned} p &= p(\rho, T) \\ e &= e(\rho, T) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Koeficijent dinamičke viskoznosti  $\mu$  i koeficijent toplinske vodljivosti  $\lambda$  ovise o lokalnom termodinamičkom stanju fluida:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu(p, T) \\ \lambda &= \lambda(p, T) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Sustav jednađbi (3.29) se može zapisati u još jednostavnijem konzervativnom obliku:



$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{\mathbf{F}} - \nabla \cdot \bar{\mathbf{G}} = \bar{\mathbf{Q}} \quad (3.34)$$

gdje su:

$\mathbf{U}$  - matrica (5x1) koja sadrži konzervativne varijable,

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_i \\ \rho E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \rho E \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$\bar{\mathbf{F}}$  - matrica (5x1) koja sadrži vektore neviskoznih tokova,

$$\bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} \\ \rho u_i h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho u_1 \\ \rho u_1 u_1 + p \\ \rho u_1 u_2 \\ \rho u_1 u_3 \\ \rho u_1 h \end{bmatrix} \cdot \vec{i} + \begin{bmatrix} \rho u_2 \\ \rho u_2 u_1 \\ \rho u_2 u_2 + p \\ \rho u_2 u_3 \\ \rho u_2 h \end{bmatrix} \cdot \vec{j} + \begin{bmatrix} \rho u_3 \\ \rho u_3 u_1 \\ \rho u_3 u_2 \\ \rho u_3 u_3 + p \\ \rho u_3 h \end{bmatrix} \cdot \vec{k} \quad (3.36)$$

$\bar{\mathbf{G}}$  - matrica (5x1) koja sadrži vektore viskozih tokova,

$$\bar{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{i1} \\ \tau_{i2} \\ \tau_{i3} \\ \tau_{ji} u_j - q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{11} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{j1} u_j - q_1 \end{bmatrix} \cdot \vec{i} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{21} \\ \tau_{22} \\ \tau_{23} \\ \tau_{j2} u_j - q_2 \end{bmatrix} \cdot \vec{j} + \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{31} \\ \tau_{32} \\ \tau_{33} \\ \tau_{j3} u_j - q_3 \end{bmatrix} \cdot \vec{k} \quad (3.37)$$

$\mathbf{Q}$  - matrica (5x1) koja sadrži izvorne članove,

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho f_i \\ W_f + S_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho f_1 \\ \rho f_2 \\ \rho f_3 \\ W_f + S_E \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

gdje je  $f_i$  vanjska masena sila,  $W_f$  je rad vanjskih masenih sila, a  $S_E$  je energetski izvor odnosno ponor.

Analitičko rješenje NS jednadžbi moguće je naći samo u nekim slučajevima jednostavnih strujanja. Shodno tome, u numeričkim metodama, pristupa se zamjeni nepoznatih kontinuiranih vektorskih polja u NS jednadžbama njihovim diskretnim vrijednostima u konačnom broju točaka prostora i vremena. Time nastaje konačan skup algebarskih jednadžbi čije je numeričko rješenje moguće izračunati u diskretnim vremenskim koracima [13].

### 3.3.1.2 Modeli turbulencije

Turbulentno strujanje značajno pridonosi transportu količine gibanja, topline i mase. Karakteristika turbulentnog strujanja je intenzivno miješanje čestica fluida uzrokovano turbulentnim fluktuacijama različitih frekvencija. Turbulentno strujanje je sastavljeno od niza vrtloga različitih veličina (skala) koji su u međusobnoj interakciji. Veličina vrtloga se proteže od vrtloga veličine domene strujanja, kojima odgovaraju fluktuacije niske frekvencije, pa do najmanjih vrtloga kod kojih se javlja viskozna disipacija, i kojima odgovaraju fluktuacije visoke frekvencije.

Postoji nekoliko pristupa u numeričkom modeliranju turbulentnog strujanje: direktna numerička simulacija (eng. Direct Numerical Simulation - DNS), simulacija velikih vrtloga (eng. Large Eddy Simulation - LES) i statistički pristup gdje se rješavaju osrednjene NS jednadžbe.

Kod direktne numeričke simulacije (DNS), NS jednadžbe se integriraju numerički tako da se obuhvate i najmanji vrtlozi, odnosno najveće frekvencije turbulentnih fluktuacija.

Kod simulacije velikih vrtloga (LES) uvodi se prostorni filter kojim se odvajaju „veliki“ od „malih“ vrtloga. Veliki vrtlozi su oni koje je moguće riješiti uz rezoluciju zadane mreže. Mali vrtlozi su manji od veličine intervala zadane mreže, pa se njihov utjecaj mora modelirati. Ovaj pristup se opravdava time što su mali vrtlozi homogeniji i izotropniji pa ih je lakše modelirati. Kako rezolucija geometrijske mreže postaje veća, modeliraju se sve manji i manji vrtlozi te se simulacija približava direktnoj numeričkoj simulaciji.

Alternativni pristup u modeliranju turbulencije je statistički, a sastoji se u razdvajanju trenutne vrijednosti lokalne varijable strujanja na srednju vrijednost i fluktuaciju oko te srednje vrijednosti:  $A(t) = \bar{A}(t) + A'(t)$ . Mogu se dobiti jednadžbe u kojima su nepoznanice srednje vrijednosti varijabli strujanja. U slučaju nestlačivog strujanja, osrednjavanje NS jednadžbi se izvodi primjenom Reynoldsovog osrednjavanja dok se u slučaju stlačivog strujanja to osrednjavanje izvodi primjenom Favreovog osrednjavanja [14]. Osrednjene NS jednadžbe (Reynoldsove ili Favreove) se uz određena pojednostavljenja [15] mogu zapisati u sljedećem obliku

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_i \\ \rho E \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x_j} \begin{bmatrix} \rho u_j \\ \rho u_j u_i + p \delta_{ij} \\ \rho u_j H \end{bmatrix} - \frac{\partial}{\partial x_j} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{ij} + \tau_{ij}^R \\ (\tau_{ij} + \tau_{ij}^R) u_j - q_i - q_i^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho f_i \\ W_f + S_E \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

gdje su:  $\tau_{ij}^R = -\overline{\rho u'_i u'_j}$  - tenzor Reynoldsovog naprezanja;  $q_i^R = -\overline{\rho h' u'_i}$  - vektor turbulentnog toplinskog toka; sve ostale varijable su osrednjene varijable strujanja.

Osrednjavanjem NS jednadžbi pojavile su se dvije korelacije drugog reda ( $\tau_{ij}^R$ ,  $q_i^R$ ), koje predstavljaju dodatne nepoznanice jer je njihova ovisnost o osrednjenim varijablama strujanja nepoznata. Zbog toga primjena Reynoldsovih jednadžbi zahtijeva uvođenje dodatnih modela turbulencije kojima se modelira veza između novonastalih članova u osrednjenim jednadžbama i osrednjenih varijabli strujanja.

Postoje dva pristupa u statističkom modeliranju turbulencije. Kod prvog pristupa se izvodi i rješava transportna jednadžba za tenzor Reynoldsovog naprezanja. U ovoj transportnoj jednadžbi se javlja korelacija trećeg reda koja se također mora modelirati. Drugi pristup je da se definira ovisnost između korelacija drugog reda ( $\tau_{ij}^R$ ,  $q_i^R$ ) i gradijenta srednje brzine odnosno temperature. Iako se predlažu i nelinearne ovisnosti, još uvijek prevladava Boussinesqov pristup kod kojeg je ta ovisnost linearna

$$\tau_{ij}^R = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.40)$$

$$q_i^R = -\overline{\rho h' u'_j} = k_T \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\mu_T c_p}{Pr_T} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (3.41)$$

gdje su:  $\mu_T$  - koeficijent turbulentne dinamičke viskoznosti,  $\lambda_T$  - koeficijent turbulentne toplinske vodljivosti,  $k$  - turbulentna kinetička energija i  $Pr_T$  - turbulentni Prandtlov broj.

Koeficijent turbulentne dinamičke viskoznosti  $\mu_T$  nije svojstvo fluida već ovisi isključivo o strukturi turbulencije. Modeli turbulencije koji se temelje na određivanju  $\mu_T$  mogu biti jednostavni algebarski modeli, koji pretpostavljaju lokalnu ravnotežu turbulencije (Prandtlov model duljine puta miješanja), ili složeniji modeli kod kojih se rješava jedna ili dvije transportne jednadžbe za određene turbulentne veličine.

### 3.3.1.3 DES model turbulencije

Veličina napreznja i značajni utrošak vremena računala kod primjene LES modela za velike skale i složene trodimenzionalne (3D) primjene, uvjetovali su razvoj ove praktičnije metode. Osnovna filozofija ovog hibridnog RANS-LES modela je da se istovremeno koriste fina LES mreža u određenim dijelovima toka gdje su učinci nestabilnosti na karakteristike strujanja značajni te grublja RANS mreža u drugim manje značajnim područjima. U sloju miješanja koristit će se kvalitetna LES mreža u blizini smicanja slojeva, čime se obuhvaćaju vrtlozi, dok će se u ostalim dijelovima koristiti grublja RANS struktura. Razvijeni su mnogi različiti postupci za glatko uključivanje „blندانje“ LES i RANS modela [2].

Jedna od varijanti DES (eng. Detached Eddy Simulation) modela turbulencije je model turbulencije temeljen na SST  $k - \omega$  modelu. Standardni  $k - \omega$  i SST  $k - \omega$  su empirički modeli turbulencije temeljeni na transportnim jednadžbama turbulentne kinetičke energije ( $k$ ) i specifične disipacije turbulentne kinetičke energije  $\omega$ . SST  $k - \omega$  model turbulencije uključuje  $k - \omega$  model blizu zida te  $k - \varepsilon$  model dalje od zida. Stoga SST  $k - \omega$  ima sljedeće razlike u odnosu na standardni  $k - \omega$  model turbulencije:

- standardni  $k - \omega$  i  $k - \varepsilon$  modeli su pomnoženi s funkcijom uključenjom (engl. blending) i zajedno zbrojeni. Uključenja funkcija postiže vrijednost 1 u blizini zida,

čime aktivira standardni  $k - \omega$  model. Dalje od zida, funkcija uključenja ima vrijednost 0, čime se aktivira  $k - \varepsilon$  model;

- SST model uključuje prigušeni član među modelske difuzije (difuzija između dvaju modela turbulencije) u transportnoj jednažbi za  $\omega$ . Među modelske difuzija je nastala zato što je  $k - \varepsilon$  transformiran u jednažbe temeljene na  $k$  i  $\omega$ ;
- definicija turbulentne viskoznosti je modificirana kako bi uzela u obzir transport turbulentnog smičnog naprezanja;
- konstante modela su drugačije;

Transportne jednažbe za SST  $k - \omega$  model imaju sljedeći oblik:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (3.43)$$

gdje su:

$G_k$  – generirana turbulentna kinetička energija zbog gradijenta brzine,

$$G_k = \mu_t S^2$$

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad (3.44)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

- $G_\omega$  – generirana  $\omega$

$$G_\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} \tilde{G}_k \quad (3.45)$$

- $\Gamma_k$  i  $\Gamma_\omega$  - efektivna difuzornost  $k$  i  $\omega$

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (3.46)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}$$

- $\sigma_k$  i  $\sigma_\omega$  turbulentni Prandtlovi brojevi za  $k$  i  $\omega$ :

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1/\sigma_{k,1} + (1-F_1)/\sigma_{k,2}} \quad (3.47)$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{F_1/\sigma_{\omega,1} + (1-F_1)/\sigma_{\omega,2}} \quad (3.48)$$

- $\mu_t$  turbulentna viskoznost

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{\alpha_1 \omega}\right]} \quad (3.49)$$

- $\alpha^*$  se definira kao

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left[ \frac{\alpha_0^* (\rho k / \mu \omega) \text{Re}_k^{-1}}{1 + (\rho k / \mu \omega) \text{Re}_k^{-1}} \right] \quad (3.50)$$

- $\alpha$  se definira kao

$$\alpha = \frac{\alpha^*}{\alpha_\infty} \left( \frac{\alpha_0 + (\rho k / \mu \omega) \text{Re}_k^{-1}}{1 + (\rho k / \mu \omega) \text{Re}_k^{-1}} \right) \quad (3.51)$$

- $\alpha_\infty$  se definira kao

$$\begin{aligned}\alpha_\infty &= F_1\alpha_{\infty,1} + (1-F_1)\alpha_{\infty,2} \\ \alpha_{\infty,1} &= \frac{\beta_{i,1}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,1}\sqrt{\beta_\infty^*}} \\ \alpha_{\infty,2} &= \frac{\beta_{i,2}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2}\sqrt{\beta_\infty^*}}\end{aligned}\quad (3.52)$$

- funkcije uključenja  $F_1$  i  $F_2$

$$\begin{aligned}F_1 &= \tanh(\Phi_1^4) \\ \Phi_1 &= \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2\omega}\right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2}D_\omega^+ y^2}\right] \\ D_\omega^+ &= \max\left[2\rho\frac{1}{\sigma_{\omega,2}}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10}\right] \\ F_2 &= \tanh(\Phi_2^2) \\ \Phi_2 &= \max\left[2\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2\omega}\right]\end{aligned}\quad (3.53)$$

- $\widetilde{G}_k$  generirana turbulentna kinetička energija

$$\widetilde{G}_k = \min(G_k, 10\rho\beta^*k\omega)\quad (3.54)$$

u kojima je  $y$  udaljenost do sljedeće površine, a  $D_\omega^+$  pozitivni dio među modelske difuzije  $D_\omega$

- $Y_k$  i  $Y_\omega$  disipacija  $k$  i  $\omega$

$$\begin{aligned}Y_k &= \rho\beta^*k\omega \\ Y_\omega &= \rho\beta_i\omega^2 \\ \beta_i &= F_1\beta_{i,1} + (1-F_1)\beta_{i,2}\end{aligned}\quad (3.55)$$

- $D_\omega$  među modelska difuzija

$$D_\omega = 2(1 - F_1)\rho\sigma_{\omega,2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.56)$$

- $S_k$  i  $S_\omega$  su izvorni članovi koje može definirati korisnik ANSYS FLUENT-a
- za konstante modela  $\alpha_1, \sigma_{k,1}, \sigma_{\omega,1}, \sigma_{k,2}, \sigma_{\omega,2}, \beta_{i,1}, \beta_{i,2}, \alpha_0, \alpha_0^*, \beta^*, Re_k$  pogledati [13]

Za SST  $k - \omega$  DES model turbulencije disipacija turbulentne kinetičke energije se modificirana na slijedeći način:

$$Y_k = \rho\beta^*k\omega F_{DES} \quad (3.57)$$

gdje je :

$$F_{DES} = \max\left(\frac{L_t}{C_{des}\Delta}, 1\right) \quad (3.58)$$

$C_{des}$  - kalibracijska konstanta za DES koja ima vrijednost 0,61 dok je  $\Delta$  najveća veličina lokalnog kontrolnog volumena ( $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ )

Turbulentna duljinska skala je parametar ovog modela:

$$L_t = \frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega} \quad (3.59)$$

DES-SST također nudi mogućnost „čuvanja“ graničnog sloja što znači da se granični sloj modelira s originalnim SST  $k - \omega$  modelom turbulencije, a tek izvan graničnog sloja se počinje koristiti SST  $k - \omega$  DES model turbulencije. To se postiže korištenjem lokalne SST formulacije:

$$F_{DES} = \max\left(\frac{L_t}{C_{des}\Delta}(1 - F_{SST}), 1\right) \quad (3.60)$$

uz  $F_{SST} = 0$  [13].



### 3.3.1.4 Metoda kontrolnih volumena

Metoda kontrolnih volumena se temelji na integralnom obliku zakona očuvanja danog jednačbom (3.29). Diskretizacija metodom kontrolni volumena se sastoji od dva osnovna koraka: diskretizacije domene rješavanja i diskretizacije jednačbi matematičkog modela.

Diskretizacija domene rješavanja se sastoji od vremenske diskretizacije i diskretizacije prostora. Diskretizacija vremena ili vremenske domene se svodi na određivanje vremenskog koraka, pri čemu se za stacionarne probleme može uzeti da je vremenski korak beskonačan. Kod diskretizacije prostora, dijeli se prostorna domena u skup kontrolnih volumena koji se međusobno ne preklapaju i koji potpuno ispunjavaju prostornu domenu. Kontrolni volumeni teoretski mogu imati opći poliedarski oblik (npr. u 2D to mogu biti trokuti, četverokuti, peterokuti ili općenito  $n$ -terokuti), što je značajna prednost metode kontrolnih volumena.

Diskretizacija jednačbi matematičkog modela se svodi na primjenu integralnog oblika zakona očuvanja (3.29) na svaki kontrolni volumen u skupu kontrolnih volumena koji prekrivaju prostornu domenu rješavanja.

Da bi se osigurala konzervativnost metode potrebno je da je tok na granici između dva kontrolna volumena jednoznačan, odnosno da ne ovisi o kontrolnom volumenu za koji se računa. Drugim riječima, mora biti zadovoljen uvjet da tok koji kroz određenu granicu izlazi iz jednog kontrolnog volumena mora ući u susjedni kontrolni volumen koji dijeli istu granicu. Zadatak je sheme diskretizacije da iz dvije različite vrijednosti toka na granici između dva kontrolna volumena izračuna jednu jedinstvenu vrijednost. Tako npr., centralna shema daje tok na granici koji je jednak srednjoj vrijednosti gore spomenuta dva različita toka. Osim centralne sheme najčešće se koriste razne varijante tzv. „upwind“ shema.

Lokacija varijable  $U_P$  u kontrolnom volumenu  $V_P$  ne pojavljuje eksplicitno, što znači da vrijednost  $U_P$  nije vezana uz određenu točku unutar kontrolnog volumena, već je to prosječna vrijednost varijable  $U$  u promatranom kontrolnom volumenu. Obično se

vrijednost  $U_P$  veže uz težište kontrolnog volumena, što je donekle opravdano budući da se može dokazati da je [16]:

$$\overline{U_P} = U_P + O(\Delta^2) \quad (3.61)$$

gdje je  $U_P$  vrijednost varijable  $U$  u težištu kontrolnog volumena, a  $O(\Delta^2)$  je ostatak koji je drugog reda veličine.

Metoda kontrolnih volumena se u ovom radu koristi za diskretizaciju matematičkog modela strujanja fluid. S obzirom da je strujanje vode u CV pumpi nestlačivo opisati će se metoda na primjeru matematičkog modela laminarnog strujanja nestlačivog Newtonovskog fluida u proizvoljnom kontrolnom volumenu. Diskretizacija metodom kontrolnih volumena polazi od integralnog oblika zakona očuvanja. Tu su to zakoni očuvanja mase i količine gibanja:

$$\oint_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} dS = 0 \quad (3.62)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \mathbf{v} dV + \oint_S \mathbf{n} \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s) \mathbf{v} dS = \oint_S \mathbf{n} \cdot (v \nabla \mathbf{v}) dS - \int_V \nabla p dV \quad (3.63)$$

pri čemu je  $V$  proizvoljni kontrolni volumen omeđen zatvorenom površinom  $S$ , a  $\mathbf{n}$  je jedinični vektor vanjske normale na  $S$ . Kretanje granice proizvoljnog kontrolnog volumena definirano je brzinom  $\mathbf{v}_s$  koja mora zadovoljavati tzv. zakon održanja prostora:

$$\frac{d}{dt} \int_V dv - \oint_S \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_s dS = 0 \quad (3.64)$$

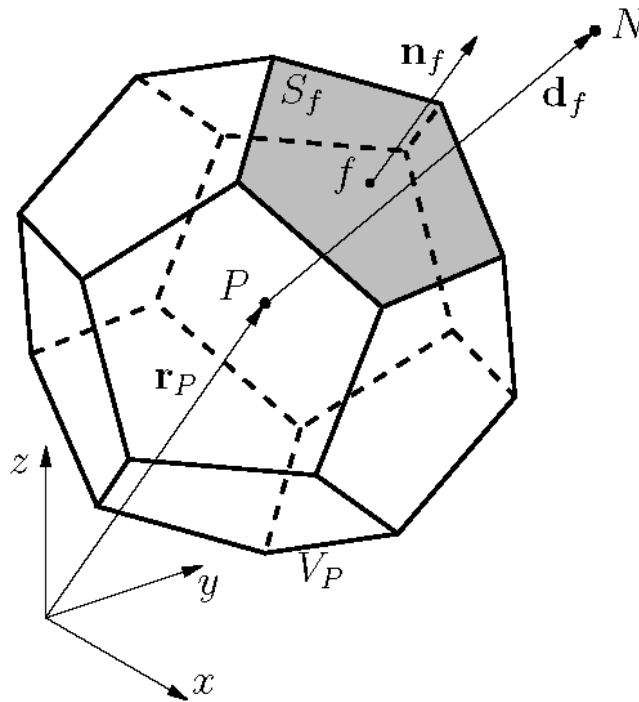
Postupak diskretizacije sastoji se od diskretizacije domene rješavanja i diskretizacije jednadžbi matematičkog modela strujanja.

#### 3.3.1.4.1 Diskretizacija domene rješavanja

Domena koja se rješava se sastoji od prostorne i vremenske domene. Diskretizacija vremenske domene daje podjelu vremenskog perioda rješavanja nestacionarnog problema na konačan broj jednakih ili promjenjivih vremenskih koraka  $\Delta t$ . Na taj su

način definirane vremenske računске točke u kojima će se računati vrijednosti zavisnih varijabli. Nestacionarni problemi se rješavaju marševski po vremenu, tako da se krene od poznatog rješenja u početnom trenutku  $t = t^0$ , a kao rezultat se dobiva rješenje u novom vremenskom trenutku  $t = t^n = t^0 + \Delta t$ .

Diskretizacija prostorne domene rezultira mrežom konačnog broja kontrolnih volumena, koji potpuno ispunjavaju domenu, a da se pri tom međusobno ne preklapaju. Kontrolni volumen je proizvoljnog poliedarskog oblika, a omeđen je proizvoljnim brojem poligonalnih stranica. Mreža koja se sastoji od ovako definiranih kontrolnih volumena naziva se proizvoljnom nestrukturiranom mrežom.



Slika 20 Poliedarski kontrolni volumen  $V_P$

Primjer poliedarskog kontrolnog volumena prikazan je na slici 20, gdje su s  $P$  i  $N$  označena težišta dvaju susjednih kontrolnih volumena koji dijele osjenčanu stranicu  $f$  na kojoj je istom oznakom istaknuto težište.

### 3.3.1.4.2 Diskretizacija matematičkog modela

Tijekom diskretizacije integralnog zakona očuvanja metodom kontrolnih volumen drugog reda točnosti, volumenski integrali po kontrolnom volumenu te površinski integrali po stranicama kontrolnog volumena aproksimiraju se primjenom pravila srednje točke. Vremenska diskretizacija se provodi numeričkom integracijom zakona očuvanja u vremenu od prethodnog vremenskog trenutka  $t^0$  do trenutnog vremenskog trenutka  $t^n = t^0 + \Delta t$  koristeći aproksimacije drugog reda točnosti. Na taj način, potpuno diskretizirani zakon očuvanja količine gibanja za kontrolni volumen  $V_P$  glasi:

$$\frac{3\mathbf{v}_P^n V_P - 4\mathbf{v}_P^0 V_P + \mathbf{v}_P^{00} V_P^{00}}{2\Delta t} + \sum_f \left[ \dot{V}_f^n - (\dot{V}_s)_f^n \right] \mathbf{v}_f^n = \sum_f \mathbf{v}_f \mathbf{n}_f^n \cdot (\nabla \mathbf{v})_f^n \mathbf{S}_f^n + (\nabla p)_P^n V_P^n \quad (3.65)$$

pri čemu indeks  $P$  predstavlja veličine koje se odnose na težište kontrolnog volumena, dok indeks  $f$  predstavlja veličine koje se odnose na težište stranica kontrolnog volumena. Indeksi  $n$ ,  $0$  i  $00$  predstavljaju veličine izračunate u trenutnom vremenskom trenutku  $t^n$  i dva prethodna vremenska trenutka  $t^0$  i  $t^{00} = t^0 - \Delta t$ . Volumenski protok fluida  $\dot{V}_f = \mathbf{n}_f \cdot \mathbf{v}_f \mathbf{S}_f$  mora zadovoljavati diskretizirani zakon očuvanja mase dok volumenski protok kroz stranice kontrolnih volumena  $(\dot{V}_s)_f = \mathbf{n}_f \cdot \mathbf{v}_{sf} \mathbf{S}_f$  mora zadovoljavati diskretizirani zakon očuvanja prostora.

Brzina  $\mathbf{v}_f$  u konvektivnom članu jednadžbe (3.65) predstavlja brzinu fluida u težištu stranice kontrolnog volumena te se računa primjenom stabilizirane linearne interpolacije drugog reda točnosti. Vrijednosti drugih zavisnih varijabli računaju se na stranicama kontrolnih volumena primjenom obične linearne interpolacije.

Derivacija brzine u smjeru normale na stranicu kontrolnog volumena  $\mathbf{n}_f \cdot (\nabla \mathbf{v})_f$  u difuzijskom članu aproksimira se primjenom centralne sheme diskretizacije na sljedeći način:

$$\mathbf{n}_f \cdot (\nabla \mathbf{v})_f = |\Delta_f| \frac{\mathbf{v}_N - \mathbf{v}_P}{|\mathbf{d}_f|} + (\mathbf{n}_f - \Delta_f) \cdot (\nabla \mathbf{v})_f = \text{Ortogonalni doprinos} + \text{Neortogonalna korekcija} \quad (3.66)$$

pri čemu je  $\Delta_f = \frac{\mathbf{d}_f}{\mathbf{d}_f \cdot \mathbf{n}_f}$ .

Volumenski protok  $\dot{V}_f$  i gradijent tlaka  $(\nabla p)_P$  u jednadžbi (3.63), te gradijent brzine  $(\nabla \mathbf{v})_f$  u jednadžbi (3.64) tretiraju se eksplicitno nakon diskretizacije što znači da se računaju koristeći vrijednosti nezavisnih varijabli iz prethodne iteracije. Gradijenti polja tlaka i brzine u težištima kontrolnih volumena računaju se primjenom Gauss-ovog integralnog teorema.

Kada se jednadžba (3.64) uvrsti u jednadžbu (3.63) i nakon što se primjeni shema diskretizacije konvektivnog člana, diskretizirana momentna jednadžba se može zapisati u obliku linearne algebarske jednadžbe koja za kontrolni volumen  $V_P$  glasi:

$$a_P \mathbf{v}_P^n + \sum_N a_N \mathbf{v}_N^n = \mathbf{r}_P + (\nabla p)_P^n \quad (3.67)$$

gdje dijagonalni koeficijent  $a_P$ , susjedni koeficijenti  $a_N$  i desna strana jednadžbe  $\mathbf{r}_P$  ovise o nepoznatom polju brzine zbog gore spomenutih eksplicitnih članova.

Matematički model strujanja fluida rješava se primjenom tzv. odvojenog postupka gdje se momentna jednadžba rješava odvojeno od jednadžbe tlaka. Diskretizirana se jednadžba tlaka dobiva kombinacijom diskretizirane jednadžbe količine gibanja i diskretizirane jednadžbe kontinuiteta primjenom tzv. metode momentne interpolacije [17]. Diskretizirana jednadžba kontinuiteta za kontrolni volumen  $V_P$  glasi:

$$\sum_f \mathbf{n}_f^n \cdot \mathbf{v}_f^n S_f^n = \sum_f \dot{V}_f^n = 0 \quad (3.68)$$

gdje je  $\dot{V}_f^n$  volumenski protok fluida kroz stranice kontrolnog volumena. Iz diskretizirane momentne jednadžbe može se izraziti brzina fluida u težištu kontrolnog volumena na sljedeći način:

$$\mathbf{v}_P^n = \frac{\mathbf{H}_P(\mathbf{v}^n)}{a_P} - \frac{1}{a_P} (\nabla p)_P^n \quad (3.69)$$

pri čemu je

$$\mathbf{H}_p(\mathbf{v}^n) = -\sum_f \mathbf{a}_N \mathbf{v}_f^n + \mathbf{r}_p^n \quad (3.70)$$

Prema metodi momentne interpolacije, brzina fluida u težištu stranice kontrolnog volumena u jednadžbi (3.66), može se izraziti imitacijom jednadžbe (3.67) na slijedeći način:

$$\mathbf{v}_f^n = \left(\frac{\mathbf{H}}{\mathbf{a}}\right)_f - \left(\frac{1}{\mathbf{a}}\right)_f (\nabla p)_f^n \quad (3.71)$$

pri čemu se članovi  $(\mathbf{H}/\mathbf{a})_f$  i  $(1/\mathbf{a})_f$  računaju interpolacijom odgovarajućih članova u jednadžbi (3.67) za dva kontrolna volumena koji dijele promatranu stranicu  $f$ . U ovom se radu ti članovi interpoliraju primjenom Rhie-Chow interpolacije [18]. Kada se jednadžba (3.69) uvrsti u jednadžbu (3.67), dobiva se diskretizirana jednadžba tlaka za kontrolni volumen  $V_p$ :

$$\sum_f \left(\frac{1}{\mathbf{a}}\right)_f \mathbf{n}_f^n \cdot (\nabla p)_f^n \mathbf{S}_f^n = \sum_f \mathbf{n}_f^n \cdot \left(\frac{\mathbf{H}}{\mathbf{a}}\right)_f \mathbf{S}_f^n \quad (3.72)$$

pri čemu se derivacija tlaka u smjeru normale  $\mathbf{n}_f^n \cdot (\nabla p)_f^n$  diskretizira primjenom postupka definiranog izrazom (3.64). Nakon rješavanja jednadžbe tlaka (3.70), može se izračunati volumenski protok fluida kroz stranice kontrolnog volumena na slijedeći način:

$$\dot{V}_f^n = \left[ \mathbf{n}_f^n \cdot \left(\frac{\mathbf{H}}{\mathbf{a}}\right)_f - \left(\frac{1}{\mathbf{a}}\right)_f \mathbf{n}_f^n \cdot (\nabla p)_f^n \right] \mathbf{S}_f^n \quad (3.73)$$

pri čemu ovaj protok sada zadovoljava jednadžbu kontinuiteta.

U slučaju kada se kontrolni volumen kreće, volumenski protok stranica kontrolnog volumena računa se tako da zadovolji diskretizirani zakon održanja prostora:

$$\frac{3V_p^n - 4V_p^0 + V_p^{00}}{2\Delta t} - \sum_f \dot{V}_f^n = 0 \quad (3.74)$$

pri čemu se za diskretizaciju u vremenu koristi ista metoda kao za jednadžbu količine gibanja. Povećanje kontrolnog volumena između dva vremenska koraka može se izraziti na sljedeći način:

$$V_p^n - V_p^0 = \sum_f \delta V_f^n \quad (3.75)$$

pri čemu je  $\delta V_f^n$  volumen koji stranica kontrolnog volumena obuhvati na putu od starog do novog položaja. Uvrštavanjem jednadžbe (3.73) u jednadžbu (3.72) dobije se:

$$\frac{1}{2\Delta t} \sum_f (3\delta V_f^n - \delta V_f^0) = \sum_f \dot{V}_f^n \quad (3.76)$$

Prema tome ako se volumenski protok stranica kontrolnog volumena računa primjenom izraza:

$$\dot{V}_f^n = \frac{3}{2} \frac{\delta V_f^n}{\Delta t} - \frac{1}{2} \frac{\delta V_f^0}{\Delta t} \quad (3.77)$$

diskretizirani zakon očuvanja prostora biti će egzaktno zadovoljen, a prema [19] vremenska shema diskretizacije zadržat će drugi red točnosti i na pokretnoj mreži.

#### 3.3.1.4.3 Postupak rješavanja

Diskertizirani matematički model koji se sastoji od jednadžbe količine gibanja i jednadžbe tlaka rješava se primjenom iterativnog PISO postupka [20] koji se sastoji od sljedećih koraka:

1. Prijelaz u novi vremenski korak i inimizijalizacija vrijednosti brzine, tlaka i volumnog protoka kroz stranice kontrolnih volumena odgovarajućim vrijednostima iz prethodnog vremenskog koraka.
2. Pomicanje mreže i računanje volumenskog protoka stranica kontrolnih volumena primjenom jednadžbe (3.75);
3. Početak vanjske iteracijske petlje:

(a) Rješavanje diskretizirane jednačbe količine gibanja (3.63) uz primjenu polja tlaka i volumenskog protoka fluida kroz stranice kontrolnih volumena iz prethodne vanjske iteracije;

(b) Početak iteracijske petlje PISO postupka:

i. Rješavanje jednačbe tlaka (3.70) uz primjenu polja brzine iz prethodne iteracije;

ii. Računanje novog volumnog protoka fluida kroz stranice kontrolnih volumena primjenom jednačbe (3.71) i novog polja tlaka;

iii. Računanje brzine u težištu kontrolnih volumena primjenom jednačbe (3.67) i novog polje tlaka;

iv. Ako nije izvršen zadani broj PISO iteracija (obično 2), povrataka na korak (i);

(c) Ako nije izvršen zadani broj vanjskih iteracija povrataka na korak (a).

4. Ako nije dosegnut konačni vremenski trenutak povratak na korak 1.

### 3.3.2 Validacija i verifikacija („error estimate“)

Kako bi se bilo koji podatak dobiven eksperimentom ili numeričkom simulacijom (računalnim eksperimentom), mogao smatrati rezultatom, potrebno je poznavati koliko je on siguran odnosno koliko smo nesigurni u njega. Svrha procjene nesigurnosti je ograničiti greške simulacije, odnosno držati ih pod kontrolom. Sposobnost da se točno simuliraju složena strujanja fluida je ograničeno matematičkim i numeričkim aproksimacijama diferencijalnih jednačbi koje ih opisuju. Naravno, ograničenost da se točno simuliraju složena strujanja leži i u samom ograničenom razumijevanjem fizikalnih zakona. Zbog toga je potrebno moći razlučiti utjecaje na nesigurnost koji dolaze zbog numeričkih grešaka simulacije i koji dolaze zbog grešaka modela.



Pri svakom korištenju CFD-a potrebno je provesti procese verifikacije i validacije. Verifikacijom se utvrđuje da li je matematički model riješen korektno, dok se validacijom utvrđuje koliko točno matematički model koji se rješava aproksimira stvarnost.

Nesigurnost je procijenjena vrijednost za koju se izračunati rezultat može razlikovati od stvarnog rješenja.

$$\text{Rješenje} = \text{Izračunati rezultat} \pm \text{procijenjena nesigurnost} \quad (3.78)$$

Sastavnice nesigurnosti su: 1. Nesigurnost ulaznih podataka, 2. Nesigurnost modela i 3. Numerička nesigurnost. Numerička nesigurnost je jedina koja se ne može eliminirati, a izvori su joj u greškama prostorne diskretizacije zbog nedovoljne rezolucija geometrijske mreže, u greškama vremenske diskretizacije zbog prevelikog vremenskog koraka, u nepotpunoj konvergenciji iterativnog rješavača i u greškama u računalnom programu. Korisnici komercijalnih računalnih programa zatvorenog tipa (FLUENT) mogu utjecati na prva tri izvora greške dok su za greške u računalnom programu odgovorni sami proizvođači programa [21].

Opće prihvaćeni način da se odrede greške prostorne i vremenske diskretizacije je da se sistematski provede nekoliko zgušnjavanja geometrijske mreže i vremenskog koraka.

Ako veličina intervala mreže i veličina vremenskog koraka teže nuli, greška diskretizacije također mora asimptotski težiti nuli. Ako se numeričko rješenje nalazi u spomenutom asimptotskom području može se korištenjem Richardsonove ekstrapolacije procijeniti egzaktno rješenje, odnosno greška diskretizacije.

Za procjenu greške prostorne diskretizacije koristi se sljedeći izraz za Richardsonovu ekstrapolaciju:

$$\Phi_{\Delta} = \Phi_{\text{točno}} + g_1\Delta + g_2\Delta^2 + g_3\Delta^3 + \dots \quad (3.79)$$

gdje su:  $\Phi_{\text{točno}}$  - egzaktno rješenje i  $\Phi_{\Delta}$  - numeričko rješenje koje je dobiveno na mreži koja ima veličinu intervala  $\Delta$ . Funkcije  $g_1$ ,  $g_2$ , ...itd., su definirane u kontinuumu i ne ovise o diskretizaciji.

Za točnost drugog reda:  $g_1 = 0$ . Tada se kombiniranjem dvaju numeričkih rješenja  $\Phi_{\Delta_1}$  i  $\Phi_{\Delta_2}$  eliminira greška dominantnog reda veličine, drugog reda, dok se greške viših redova veličina zanemaruju, što daje:

$$\Phi_{\text{točno}} \cong \Phi_{\Delta_1} + \frac{(\Phi_{\Delta_1} - \Phi_{\Delta_2})}{\left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\right)^2 - 1} \quad (3.80)$$

Richardsonova ekstrapolacija dana jednadžbom (3.80) može se koristiti ako su zadovoljene dvije pretpostavke: 1. red točnosti numeričke metode je poznat (i drugog reda je); 2. rezolucija mreže je dovoljno velika da se numeričko rješenje nalazi u asimptotskom području.

Treba imati na umu da se može desiti da red točnosti numeričkog rješenja bude manji od formalnog reda točnosti primijenjene numeričke metode. Na primjer, ako je red točnosti diskretizacije rubnog uvjeta manji od reda točnosti diskretizacije unutar domene, onda će red točnosti numeričkog rješenja biti između spomenuta dva reda točnosti.

Red točnosti nije jedini poznati način da se provjeri da li je numeričko rješenje u asimptotskom području. Drugi je način da se izračunaju tri rješenja na različitim veličinama intervala mreže. Pretpostavi se da je rješenje na mreži s najmanjim  $\Delta$  i srednjim  $\Delta$  u asimptotskom području, te se korištenjem jednadžbe (3.80) izračuna pripadajuće egzaktno rješenje. Nakon toga se računa greška diskretizacije na mreži s najvećim intervalom  $\Delta$  korištenjem dobivenog rješenja na mreži s najvećim intervalom i egzaktnog rješenja. Ako se greška na mreži s najvećim intervalom ne poklapa s očekivanom asimptotskom greškom, tada rješenje na mreži s najvećim intervalom nije u asimptotskom području [22].

Upravo ovaj drugi način procjene greške prostorne diskretizacije, prema [23], je korišten u ovom radu i sastoji se od sljedećih koraka.

### Korak 1

Potrebno je definirati reprezentativnu veličinu kontrolnog volumena  $\Delta$ . Za trodimenzionalnu mrežu reprezentativna veličina može se odrediti iz:

$$\Delta = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta V_i) \right]^{1/3} \quad (3.81)$$

, a za dvodimenzionalnu mrežu reprezentativna veličina može se odrediti iz:

$$\Delta = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta A_i) \right]^{1/2} \quad (3.82)$$

gdje su:  $\Delta V_i$  – volumen,  $\Delta A_i$  - površina i-te ćelije i N - ukupan broj ćelija kojima je domena diskretizirana. Jednadžbe (3.81) i (3.82) mogu se koristiti za integralne veličine, kao npr. koeficijent otpora. Za polja varijabli, mogu se koristiti lokalne veličine ćelija.

### Korak 2

Odabрати tri značajno različita seta mreža kontrolnih volumena, te provesti na njima simulacije za određivanje vrijednosti ključnih varijabli važnih za rezultat simulacije odn. istraživanja. Poželjno je da je faktor usitnjavanja mreže  $r = \Delta_{\text{grubo}} / \Delta_{\text{finije}}$  veći od 1,3. Ova vrijednost se temelji na iskustvu, a ne na formalnom izvodu. Usitnjavanje mreže treba biti učinjeno sustavno, čak i ako je mreža nestrukturirana.

### Korak 3

Neka su  $\Delta_1 < \Delta_2 < \Delta_3$  i  $r_{21} = \Delta_2 / \Delta_1$ ,  $r_{32} = \Delta_3 / \Delta_2$ , te izračunati „prividni“ red točnosti metode  $p$  pomoću jednadžbe:

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} \left| \ln \left| \frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}} \right| + q(p) \right| \quad (3.83)$$

$$q(p) = \ln \left( \frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s} \right) \quad (3.84)$$

$$s = 1 \cdot \text{sgn}(\varepsilon_{32} / \varepsilon_{21}) \quad (3.85)$$

gdje su  $\varepsilon_{32} = \Phi_3 - \Phi_2$  i  $\varepsilon_{21} = \Phi_2 - \Phi_1$ . Ako je  $r = \text{konst.}$ ,  $q(p) = 0$ . Apsolutna vrijednost u jednadžbi (3.83) je potrebna da se osigura asimptota ekstrapolacije prema  $\Delta = 0$ . Negativne vrijednosti  $\varepsilon_{32} / \varepsilon_{21} < 0$  su pokazatelj oscilatorne konvergencije. Ako je moguće,

postotak pojave oscilatorne konvergencije također bi se trebao poklapati s „prividnim“ redom točnosti korištene sheme. To se poklapanje može uzeti kao dobar pokazatelj da je mreža kontrolnih volumena u asimptotskom području, no ako to nije slučaj onda to ne treba nužno uzeti kao znak nezadovoljavajuće konvergencije. Treba napomenuti da, ako su  $\varepsilon_{32}$  ili  $\varepsilon_{21}$  "vrlo blizu" nule, opisani postupak ne funkcionira. To može biti pokazatelj oscilatorne konvergencije, ili u rijetkim situacijama to može značiti da je dosegnuto "točno" rješenje. U takvim slučajevima, ako je moguće, treba provesti proračune s dodatnim usitnjavanjem mreže, a ako nije, rezultati se mogu uzeti kao takovi.

#### Korak 4

Izračunati ekstrapoliranu vrijednosti iz:

$$\Phi_{ext}^{21} = (r_{21}^p \Phi_1 - \Phi_2) / (r_{21}^p - 1) \quad (3.86)$$

#### Korak 5

Izračunati procijenjenu grešku iz:

$$er_a^{21} = \left| \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Phi_1} \right| \quad (3.87)$$

Izračunati ekstrapoliranu relativnu grešku iz:

$$er_{ext}^{21} = \left| \frac{\Phi_{ext}^{12} - \Phi_1}{\Phi_{ext}^{12}} \right| \quad (3.88)$$

Izračunati „fini“ (na finoj mreži)  $GCI_{fini}^{21}$  (engl. grid convergence indeks – indeks konvergencije mreže) iz:

$$GCI_{fini}^{21} = \frac{1.25er_a^{21}}{r_{21}^p - 1} \quad (3.89)$$

Faktor 1,25 u jednadžbi (3.89) zapravo predstavlja faktor sigurnosti koji će u ovom radu zbog veće konzervativnosti rješenja biti zamijenjen s 3.

Ako je vrijednost tog faktora 1 to je analogno sigurnosti od 50 % da će rezultat numeričke simulacije upasti u to područje. Stoga faktor 3 odgovara sigurnosti od 99,73 % (normalna razdioba) da će se stvarni rezultat CFD-a nalaziti u području  $\Phi_{ext} \pm GCI$ .

Dalje će biti govora o greški vremenske diskretizacije (tj. neovisnost CFD rješenja o vremenskom koraku).

Da bi se smanjila greška vremenske integracije kod nestacionarnih simulacija, preporučana je uporaba shema diskretizacije najmanje drugog reda točnosti. Kod oscilirajućih tokova, njihove frekvencije obično se mogu procijeniti unaprijed te se vremenski korak može podesiti tako da se osigura da se koristi najmanje 10 do 20 koraka unutar svake oscilacije. U slučaju nestacionarnosti zbog pokretne fronte rješenja, vremenski korak treba izabrati kao određeni postotak:

$$\Delta t \approx \frac{\Delta}{u} \quad (3.90)$$

gdje su:  $\Delta$  - reprezentativna veličina kontrolnog volumena (KV) i  $u$  - brzina gibanja fronte.

Ponekad se pri jakom usitnjavanju mreže i vremenskog koraka, mogu uhvatiti (razriješiti) karakteristike toka koja nisu relevantne za simulaciju, odnosno „nepoželjne“ su. Primjer su nepotrebno uhvaćeni otkinuti vrtlozi s izlaznog brida aeroprofila ili lopatica turbina pri simulaciji s vrlo finim mrežama i vremenskim korakom. Istovremeno, to obično znači da se ne može postići konvergencija rješenja.

U principu, vremensku ovisnost rješenja može se tretirati kao još jednu dimenzija u postupku procjene greške. Međutim, četiri-dimenzionalnu studiju je vrlo zahtjevno provesti. Stoga je praktičnije procjenu greške u vremenskoj domeni provesti odvojeno od procjene greške zbog prostorne diskretizacije.

Počevši s dovoljno finom mrežom, procjena greške u vremenskom području može se tretirati kao jednodimenzionalna studija. Procjene treba provoditi s najmanje dva i po mogućnosti tri različita vremenska koraka za jednu prostornu rezoluciju.

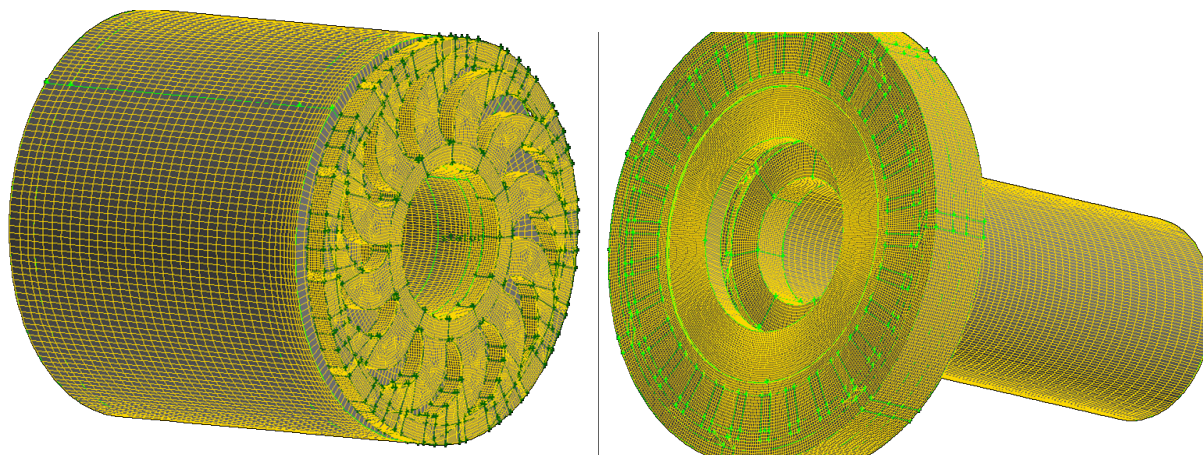
Prethodno opisani procjenitelji greške i dani jednadžbama (3.83) do (3.89), mogu se koristiti ako se prostorna karakteristična dimenzija mreže  $\Delta$  zamijeni vremenskim koracima. Analiza greške trebala bi osigurati sljedeće informacije:

- ciljne varijable nestacionarnog stanja kao funkcije vremenskog koraka (grafički prikaz);
- procjenu greške na temelju vremenski osrednjenih ciljnih varijabli;
- usporedbu s eksperimentalnim rezultatima za različite vrijednosti vremenskog koraka [24].

Validacijom se treba odrediti do koje je mjere korišteni matematički model točna prezentacija realnih fizikalnih pojava. Validacijom se identificiraju i kvantificiraju greške i nesigurnosti matematičkog modela. Određivanje točnosti matematičke prezentacije realnog fizikalnog procesa postiže se usporedbom numeričkog rješenja i rezultata eksperimentalnog (fizikalnog) rješenja. Budući da svako eksperimentalno fizikalno rješenje, također, sadrži određenu mjeru nesigurnosti, ta se nesigurnost mora uzeti u obzir prilikom usporedbe s numeričkim rješenjem.

### 3.4 MREŽA KONTROLNIH VOLUMENA CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOG STUPNJA 2VNN5-79

Numerička simulacija nestacionarnog strujanja u centrifugalnoj pumpi, centrifugalno vrtložnoj pumpi i vrtložnoj pumpi provedena je korištenjem komercijalnog programskog paketa ANSYS Fluent. Simulacija obuhvaća čitav stupanj kako centrifugalne pumpe tako i centrifugalno vrtložne pumpe s usisnom i tlačnom cijevi, slika 21. Između fizikalnog i numeričkog modela zadovoljeni su geometrijski, kinematički i dinamički uvjeti sličnog rada. Pojednostavljena geometrija provedena su samo u područjima koja ne utječu na strujanje u statoru i rotoru.

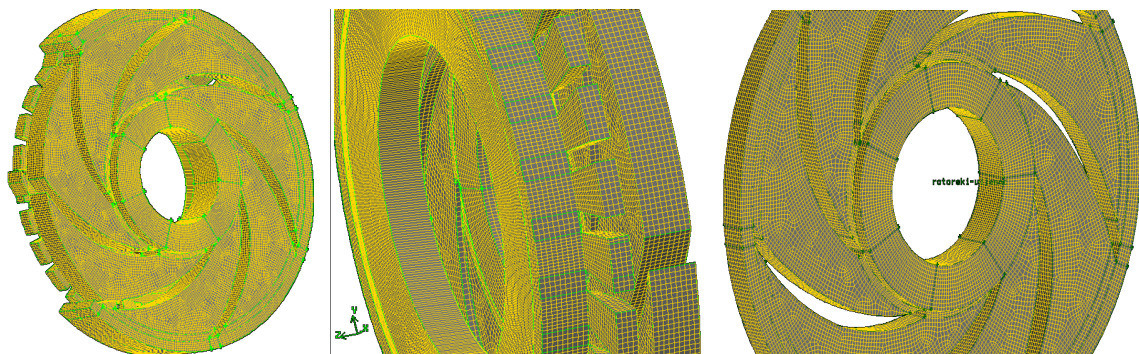


Slika 21 Mreža kontrolnih volumena stupnja 2VNN5-79

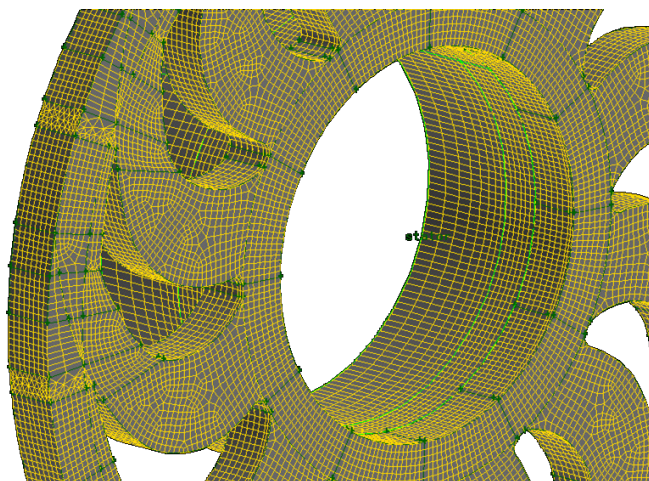
Lijevo na slici 21 prikazan je diskretizirani stator s izlaznom cijevi dok je desno prikazan diskretizirani rotor s ulaznom cijevi.

Mreža kontrolnih volumena s kojom je diskretiziran navedeni kontinuum mora osigurati stabilnost i konvergenciju rješenja, a ispitana je i neovisnost rješenja o mreži. U CFD modelu, rotor slobodno rotira te je s ostatkom domene povezan „sliding“ rubnim uvjetom. Proračun rotora, slika 22, se odvija u neinercijalnom, rotirajućem koordinatnom sustavu. Izlazna cijev je povezana s izlazom iz statora s „interface“ rubnim uvjetom kako

bi se mogla diskretizirati s većim kontrolnim volumenima od onih kojima je diskretiziran stator, slika 23, jer je strujanje manje zahtjevno za simulaciju od strujanja u statoru i rotoru. Upotrebom „interface“ rubnog uvjeta omogućeno je znatno smanjenje broja kontrolnih volumena. Utvrđeno je koji rubni uvjeti najbolje opisuju fizikalni model te zadovoljavaju proces numeričke simulacije. Simulacija je provedena za nestacionarno strujanje s ciljem istraživanja nestacionarnih pojava.



Slika 22 Strukturirana mreža rotora



Slika 23 Strukturirana mreža statora

Cijeli kontinuum je diskretiziran s tri mreže kontrolnih volumena. Prva mreža se sastoji od 962159 kontrolna volumena i 1086400 čvora, te s najvećim kontrolnim volumenom od 0,5 mm; druga od 1864399 kontrolna volumena i 2007183 čvora te s najvećim kontrolnim volumenom od 0,4 mm i treća od 3340658 kontrolna volumena i 3573140 čvora te s najvećim kontrolnim volumenom od 0,3 mm. Od navedenog broja kontrolnih volumena 85 % su heksaedarski kontrolni volumeni, a 15 % su mješoviti kontrolni



volumeni. Numeričke simulacije provedene su na i7 platformi korištenjem 3 procesora s po 2 virtualne jezgre i 6 GB memorije [25, 26, 27].

### **3.5 MODELI ZA NUMERIČKU SIMULACIJU CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOG STUPNJA 2VNN5-79**

S obzirom da je istraživanje vršeno pri brzini vrtnje rotora  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ , simulacija je vršena s vremenskim korakom od  $8 \times 10^{-5} \text{ s}$ . Taj je vremenski korak odabran nakon provedenog istraživanja o pogodnom vremenskom koraku s obzirom na konvergenciju. Pri tom vremenskom koraku rotor se okrene za  $1,5^\circ$ . Odabrani vremenski korak je pokazao brzu konvergenciju rješenja. Za radni fluid je korištena voda standardnih svojstava pri  $25^\circ\text{C}$ .

Simulacije su provedene s diskretizacijskim shemama drugog reda točnosti [13].

U radu [28] daje se numerička simulacija rotora centrifugalne pumpe rješavanjem RANS modela uz korištenje standardnog  $k-\varepsilon$  modela turbulencije. Radi se o 3D modelu u kojem je iz rotora izrezan segment između dvije lopatice te diskretiziran kontrolnim volumenima. Primjenom periodičkih rubnih uvjeta simulirano je strujanje u cijelom rotoru. Dobivena karakteristiku se dobro slže s eksperimentalnim rezultatima, ali nije u potpunosti obuhvaćena cijela slika strujanja, već samo vrtlog koji se nalazi između dvije lopatice.

U radu [29] su numeričkim simulacijama računane karakteristike aksijalne pumpe, te su rezultati uspoređivani s eksperimentalnima. Korišteno je rješavanje RANS modela i  $k-\varepsilon$  model turbulencije. Istaknuto je da nestacionarno strujanje u pumpi nije periodičko u radijalnom smjeru te je potrebno diskretizirati cijeli stupanj, a ne koristiti samo periodičke rubne uvjete. Dobiveno je izvrsno slaganje izračunatih rezultata s eksperimentalnim mjerenjima u području protoka od 25% do 100%. Na protocima nižim od 25% maksimalnog protoka dolazi do jakog rasipanja rezultata numeričke simulacije zbog pojačavanja predvrtloga ispred rotora. Pri tim nižim protocima, krilce ugrađeno u ulaznoj cijevi ispred rotora ne može poništiti predvrtlog, za razliku od područja protoka od 25% do 100% gdje uspijeva.

U radu [30] istražuje se numeričkom simulacijom pojava predvrtloga ispred kavitacijskog predkola. Zaključak je da modeli turbulencije temeljeni na LES modelu daju puno bolje rezultate od RANS modela kada se računaju nestacionarne pojave koje uključuju jako odvajanje (separaciju) strujanja. Proračun je validiran eksperimentalnim rezultatima i dobiveno je izvrsno slaganje duljine područja obuhvaćenog predvrtlogom i prirasta statičkog tlaka.

U ovom je radu nakon provedene analize utjecaja modela turbulencije na rezultate za jedan režim rada pumpe (poglavlje 4.1.3), te koristeći iskustva iz radova [28], [29], [30] i [31], za modeliranje turbulencije korišten hibridni DES SST model s uključenom  $F_1$  funkcijom uključivanja (poglavlje 3.3.1.3).

Rubni uvjeti su postavljeni dovoljno daleko od samog stupnja kako bi se njihov utjecaj mogao zanemariti. Za ulaz u domenu je korišten „pressure-inlet“ rubni uvjet, dok je za izlaz korišten „outlet-vent“ rubni uvjet jer omogućava zadavanje koeficijenta gubitka na izlazu. Za oba rubna uvjeta je zadan isti tlak od 100000 Pa kako bi se direktno vidjelo koliki protoka i prirast tlaka ostvaruje stupanj [32].

Rubni uvjet „outlet vent“ definira pad tlaka (prigušenje) koje je proporcionalno dinamičkom tlaku:

$$\Delta p = k_L \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (3.91)$$

„Outlet vent“ je također odabran jer najbolje odgovara fizici ispitivanja karakteristike stupnja, gdje se protok regulira ventilom na izlazu od potpuno otvorenog do potpuno zatvorenog stanja. Faktor gubitka u rubnom uvjetu „outlet vent“ (3.91) odabran je konstantnim, te je cijela simulacija provedena s  $k_L = 0$  (potpuno otvoren ventil), 2, 5, 10, 20, 60, 300 (potpuno zatvoren ventil) [13].

### 3.6 EKSPERIMENTALNI (FIZIKALNI) MODEL CENTRIFUGALNO VRTLOŽNE PUMPE



Slika 24 Centrifugalni i centrifugalno vrtložni stupanj 2VNN5-79 izrađeni od pleksi stakla za potrebe eksperimentalna istraživanja

Tijekom istraživanja provedenog u radu u Laboratoriju za hidrodinamiku i hidrauličke strojeve Fakulteta strojarstva i brodogradnje u Zagrebu izrađeni su fizikalni modeli stupnja centrifugalne i centrifugalno vrtložne pumpe koji odgovaraju numeričkim modelima, slika 24, a također i stvarno izvedenima od strane proizvođača Novomet – Perm. Stupnjevi su ugrađivani u mjernu eksperimentalnu liniju s pripadajućom opremom koja omogućava promjenu broja okretaja, namještanje radne točke te mjerenje trenutnog protoka, prirasta tlaka i snage pogonskog elektromotora. Rotor i stator od prozirnog pleksi-stakla su ugrađeni također u prozirno kućište od pleksi-stakla čime je omogućena vizualizacija strujanja, kako u međulopatičnim kanalima rotora i statora tako i u području od posebnog interesa za istraživanje: između rotora i statora, gdje se u slučaju centrifugalno vrtložne pumpe nalazi vrtložni vijenac.

Stupnjeve od pleksi stakla je pogonio trofazni motor snage 0,55 kW.

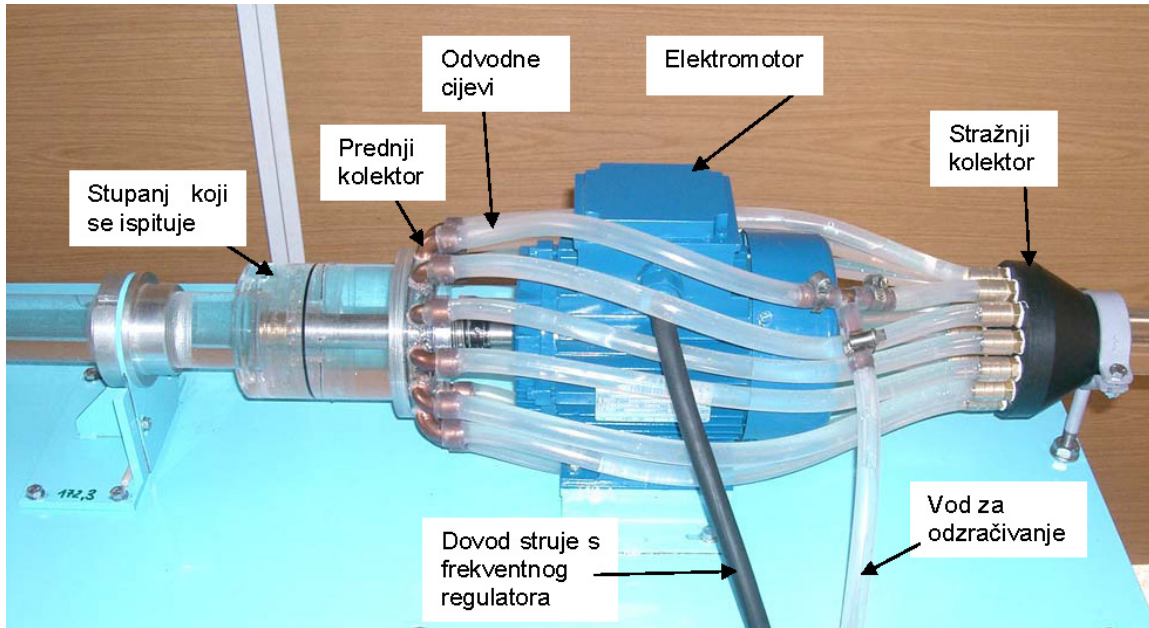
### 3.6.1 EKSPERIMENTALNA LINIJA ZA ISPITIVANJE CV I C PUMPE

Za potrebe ispitivanja centrifugalno vrtložne (CV) i centrifugalne pumpe (C) u Laboratoriju za hidromehaniku i hidrauličke strojeve pri FSB-u izrađena je eksperimentalna mjerna linija, slika 25. Eksperimentalna linija počinje s ventilom na ulazu, zatim slijedi 1 m duga cijev od pleksi-stakla, venturi cijev, 1 m duga cijev od pleksi-stakla s mjernim mjestom za mjerenje tlaka na ulazu stupanj pumpe, zatim je ugrađena mjerna sekcija koja sadržava CV ili C stupanj pumpe, 1 m duga cijevi od pleksi stakla s mjernim mjestom za mjerenje tlaka na izlazu iz stupnja pumpe te izlazni ventil. Ventili služe za upravljanje mjerenjem. Eksperimentalna mjerna linija je izrađena u skladu sa standardima: ISO 5167-1,2,3 i 4:2003 i ISO/TR 15377:2007.



Slika 25 Eksperimentalna linija za ispitivanja CV i V pumpe

Na slici 26 prikazana je mjerna sekcija za ispitivanje CV i C pumpe. Fluid se iz stupnja ispitivane pumpe odvodi pomoću prednjeg kolektora koji se sastoji od 14 priključaka raspoređenih ravnomjerno po njegovom obodu. Kolektor je izveden tako da unosi u strujanje što manje nestabilnosti kako one ne bi utjecale na rezultate mjerenja. Fluid se iz prednjeg kolektora odvodi pomoću 14 cijevi koje omogućuju da fluid ide oko elektromotora bez promjene visine, a ujedno imaju funkciju usmjerivača strujanja, tzv. „strainera“.



Slika 26 Prikaz mjerne sekcije

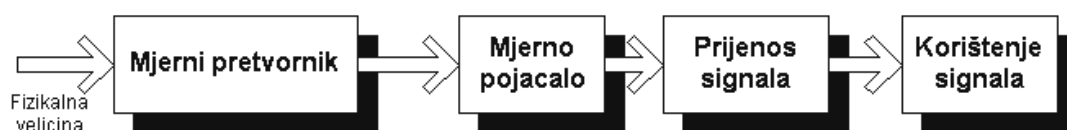
Kućište u koje se ugrađuje stupanj koji se želi ispitivati (CV ili C) konstruirano je tako da omogućava vrlo brzu izmjenu stupnja, slika 27. Također, kućište osigurava sva potrebna brtvljenja između rotora i usisa, prednjeg zida rotora i kućišta te statora i kućišta.



Slika 27 Kućište s ugrađenim stupnjem koji se ispituje

### 3.6.2 MJERENJE TLAKA PRI ISTRAŽIVANJU HIDRODINAMIČKIH POJAVA U EKSPERIMENTALNOM MODELU CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOJ PUMPI 2VNN5-79

Mjerni lanac je niz elemenata, mjerila ili mjernih sustava što tvore put mjernog signala od ulaza do izlaza, slika 28.



Slika 28 Shematski prikaz mjernog lanca

Čine ga:

*Mjerni pretvornik* - element mjernog lanca na koji izravno djeluje mjerna veličina. On daje izlaznu veličinu koja je u poznatom odnosu prema mjerenoj fizikalnoj veličini;

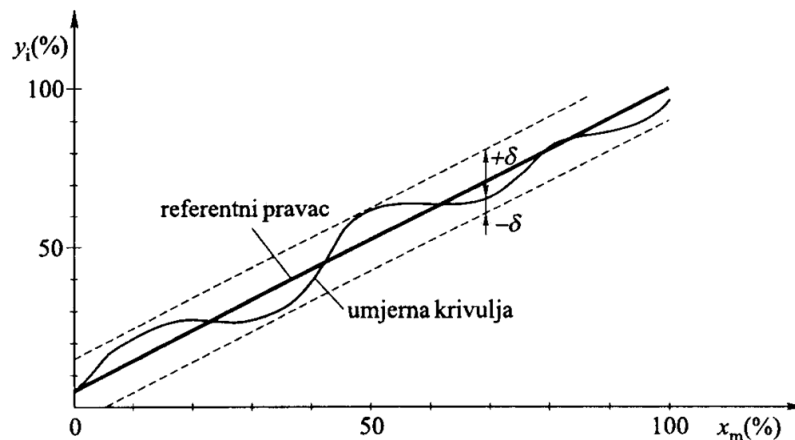
*Mjerno pojačalo* - element mjernog lanca koji pojačava i filtrira signal te vrši konverziju analognog signala u digitalni signal;

*Prijenos signala* - element mjernog lanca koji vrši prijenos signala, a sastoji se od ili električnog vodiča ili optičkog vodiča ili radio veze, te pojačala ukoliko se vrši prijenos na veću daljinu (ako je mjerni pretvornik daleko od mjernog pojačala onda je prijenosni sustav potrebno postaviti i između mjernog pretvornika i mjernog pojačala, s tim da je poželjno izvršiti A/D konverziju);

*Korištenje signala* - za regulaciju, za zapisivanje i obradu [34].

Pretvornici pretvaraju neelektrične veličine u električne signale. Ta pretvorba omogućuje da se različite fizikalne veličine mjere jednom vrstom električnog mjernog instrumenta, da se male promjene neelektrične veličine mogu relativno jednostavno dovoljno pojačati, da se mjerenje može obaviti na daljinu, da se mogu mjeriti i zabilježiti vrlo brze promjene, itd.

Osjetnici mogu biti pasivni i aktivni. Pasivnim osjetnicima treba električni izvor da bi dali izlazni signal, dok aktivnim osjetnicima nije potreban nikakav izvor za stvaranje izlaznog signala. Kod osjetnika najvažnije su statička i dinamička karakteristika. Statička karakteristika pokazuje ovisnost izlaznog signala o mjerenoj veličini. Dinamička karakteristika pokazuje vremensku ovisnost izlaznog signala osjetila pri promjeni mjerene veličine. Dinamička karakteristika može biti prigušeno titrajna ili aperiodična. U izradi osjetnika uvijek se teži da je statička karakteristika što je moguće linearnija. Linearnost osjetnika je stupanj podudarnosti stvarne statičke karakteristike s nekim referentnim pravcem, a izražava se u postocima odstupanja  $\delta$  od pripadajuće vrijednosti na pravcu, slika 29 [35].



Slika 29 Odstupanje od linearnosti, [31]

Daljnje karakteristike osjetnik su sljedeće. Tijekom mjerenja mora biti u ravnoteži sa stanjem procesa, ne smije utjecati na promjenu veličine koja se mjeri ili na druge veličine u procesu. Signal treba imati noseću energiju koju osjetnik uzima iz procesa. No međutim kroz osjetnik postoji stalan tok energije, te on nikad nije u potpunoj ravnoteži s procesom. Ta činjenica ulazi u procjenu greške mjerenja.

Bitna karakteristika osjetnika je osjetljivost. Ona predstavlja omjer između promjene odziva pri pripadajućoj promjeni ulazne [36]. Stoga je prije početka mjerenja potrebno otprilike znati koliko će biti velike veličine koje će se mjeriti kako bi se odabrao dovoljno osjetljivi osjetnik. U protivnom bi za neki poticaj mogao dati premalu izlaznu promjenu,

koja se ne bi ni registrirala na pokaznom elementu ili bi bila odbačena kao šum cijelog mjernog lanca.

Pretvornik je najkritičniji dio mjernog lanca, jer on uglavnom mora biti u kontaktu s mjernim objektom (tj. mjerenom fizikalnom veličinom).

Svaki elektromehanički mjerni pretvornik može se prikazati matematičkom relacijom :

$$E_{signal}(t) = f(x_u) \quad (3.92)$$

gdje su:  $E_{signal}(t)$  električni signal na izlazu iz pretvornika;  $x_u$  ulazna fizikalna veličina (npr. tlak).

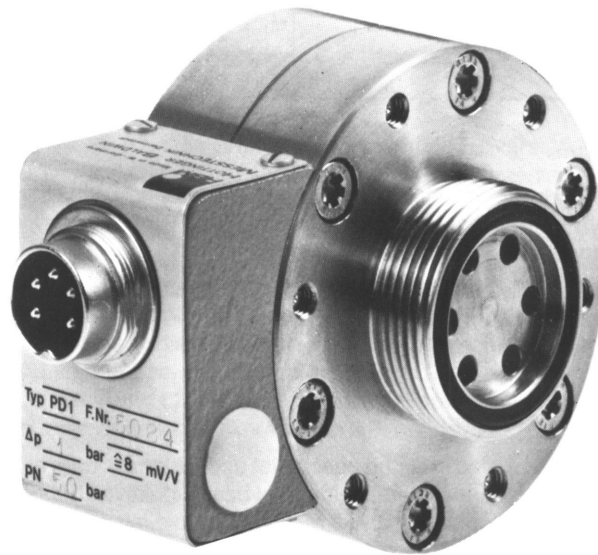
Poželjno je da je funkcija  $f$  :

- Linearna;
- Jednoznačna (za jedan ulaz postoji jedan izlaz);
- Ponovljiva.

### **3.6.2.1 Induktivni mjerni pretvornik razlike tlakova (diferencijalni mjerni pretvornik) PD1**

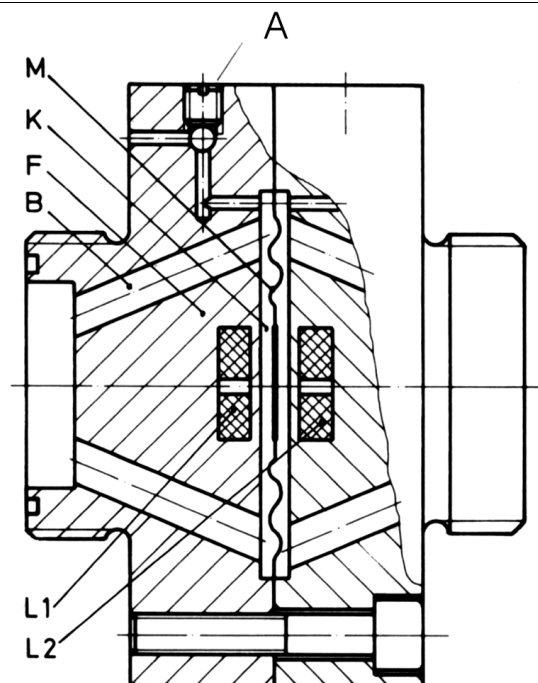
HBM-ov induktivni mjerni pretvornik razlike tlakova PD1 (slika 30) spaja se na pojačalo izvora uzbudnog napona temeljne frekvencije 5 kHz. U mjerenjima su korišteni HBM-ovi mjerni pretvornici mjernog područja od 0 do  $\pm 0,1$  bar. Treba naglasiti da pretvornici mogu podnijeti tlakove i do 50 bara bez oštećenja.





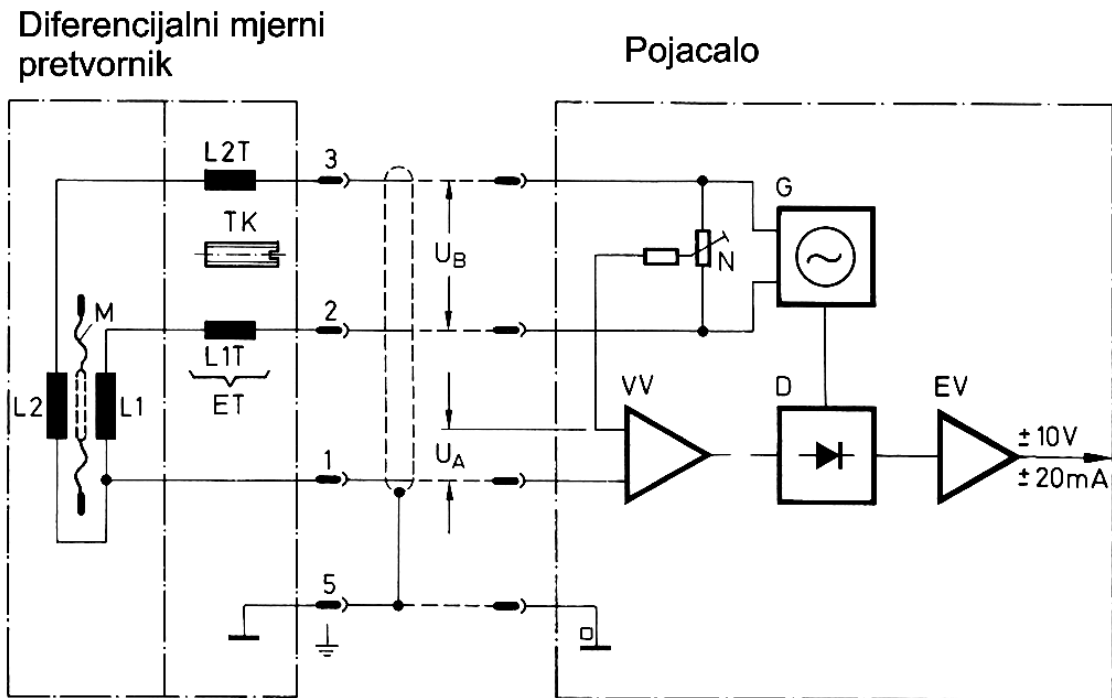
Slika 30 HBM induktivni mjerni pretvornik razlike tlakova PD1, [37]

Mjerni sklop (elastični element i pretvornik) zaštićen je od vanjskih utjecaja s kućištem od nehrđajućeg čelika. Unutrašnjost mjernog sklopa izvedena je tako da se osigura nepropusnost mjernog pretvornika (slika 31). Mjerna membrana za mjerne pretvornike 0 do  $\pm 1$  bar izrađuje se od slitine bakar-berilij. Kao mjerni medij prikladni su sve tekućine i plinovi (pare) koje ne djeluju agresivno na materijal mjerne membrane. Izlazni signal diferencijalnog mjernog pretvornika je toliko visok da se primjenom pojačala, koje daje uzbudni napon frekvencije 5 kHz, dobivaju dobri rezultati mjerenja čak i kad je razlika tlakova takva da se nalazi na krajevima mjernog područja. Visina frekvencije uzbudnog napona (5 kHz) i mali „mrtvi“ volumen mjernog pretvornika osiguravaju mu povoljne dinamičke karakteristike.



Slika 31 Mehanička konstrukcija HBM-ovog diferencijalnog mjernog pretvornika tlaka PD1: A-vijak za odzračivanje (lijevi i desni); B-provrta; F-kućište; K-tlačna komora; M-mjerna membrana; L1,L2- mjerne zavojnice, [33]

Diferencijalni mjerni pretvornik PD1 se sastoji od dvaju međusobno povezanih kućišta (F), od kojih svako na svojoj strani ima otvor s navojem za učvršćenje cjevovoda. Preko šest provrta (B) dovodi se medij s obje strane membrane u pripadajuću tlačnu komoru. Tlačne se komore mogu pomoću svojih odzračnih kanala (A) odzračiti. Na sredini membrane, s obje strane pričvršćene su podloške od feromagnetskog materijala. Nasuprot njima nalaze se mjerne zavojnice L1 i L2, koje su utisnute u pripadajuće kućište. Ugrađen je i trimmer za podešavanje osjetljivosti.



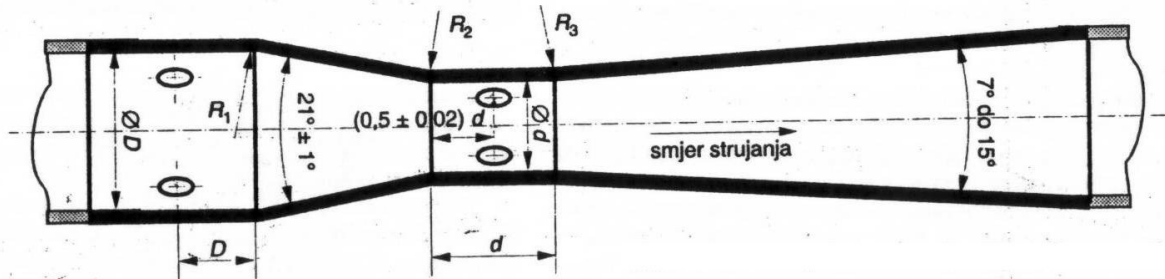
Slika 32 Shema spajanja HBM-ovog diferencijalnog mjernog pretvornika na pojačalo, [33]

Mjerne zavojnice L1 i L2 (slika 32) su spojene serijski i čine s feromagnetskom podloškom koja se nalazi na sredini membrane «diferencijalni ventil», odnosno induktivni polumost koji se preko voda 2 i 3 spaja na pojačalo. Mjerni mediji koji se privode pod različitim tlakovima deformiraju membranu, što uzrokuje povećanje induktiviteta u jednoj i smanjenje u drugoj zavojnici. Ove dvije mjerne zavojnice u mjernom pretvorniku, kada je on priključen na pojačalo, zajedno s dva otpornika male tolerancije u pojačalu, tvore Wheatstonov most. Prije mjerenja je most inicijaliziran početnim naponom  $U_B$  (temeljne frekvencije 5 kHz). Izlazni signal je omjer napona  $U_A$  koji nastaje promjenom induktiviteta L1 i L2 te napona  $U_B$  ( $U_A/U_B$ ). Pri punom otklonu membrane tvornički izlazni signal mjernog pretvornika PD1 iznosi 8 mV/V.

Na odvodima zavojnica L1 i L2 spojene su dodatne zavojnice L1T i L2T (one se također nalaze unutar mjernog pretvornika), koje čine tzv. trimer osjetljivosti mjernog pretvornika. Postoji dakle mogućnost korekcije osjetljivosti na samom mjernom pretvorniku pomoću vijka s feromagnetskom jezgrom TK, [37].

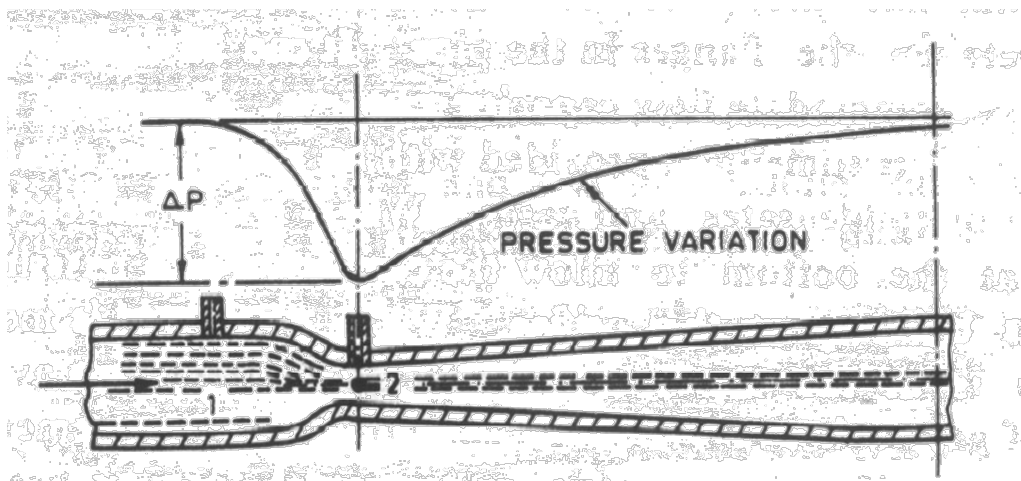
### 3.6.3 MJERENJE PROTOKA

Za potrebe mjerenja protoka pri istraživanju hidrodinamičkih pojava u eksperimentalnom modelu centrifugalno vrtložne pumpe 2VNN5-79 izrađena je venturijeva cijev od pleksi stakla dimenzija definiranih prema standardu na slici 33.



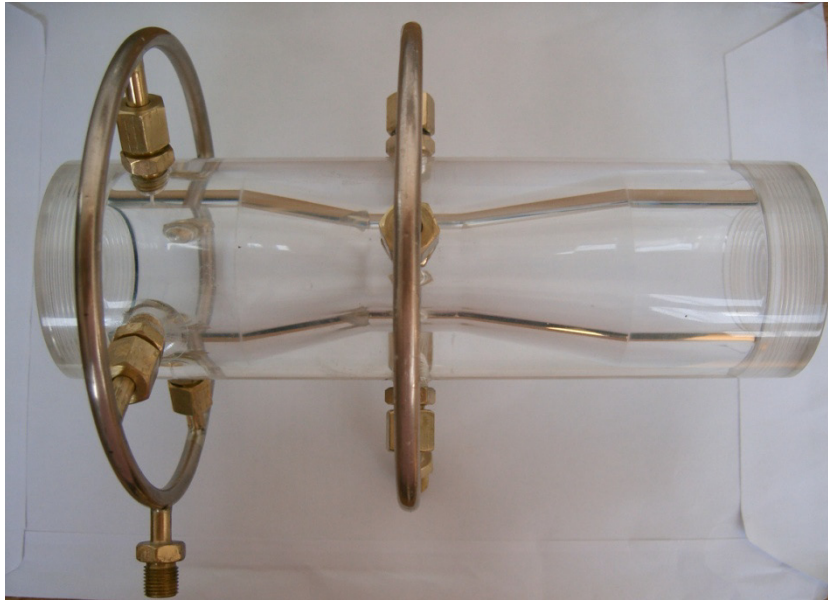
Slika 33 Shematski prikaz standardiziranog klasičnog venturimetra, [38]

Protokomjeri s venturijevom cijevi, slika 33, imaju oblik koji približno aproksimira strujnice pri strujanju kroz smanjeni poprečni presjek. Zbog toga stvaraju manji gubitak tlaka nego protokomjeri s prigušnicom. Koeficijent protoka bliži je jedinici nego kod prigušnice i manje razlike u performansama, slika 34. Zbog rubnih mjernih hidrodinamičkih uvjeta, venturimetri zahtijevaju vrlo dugu ravnu dionicu cjevovoda (izobraženo strujanje) prije i poslije mjerača. Zbog toga venturimetri postižu vrlo visoku točnost  $<\pm 0,5\%$  [38], [39].



Slika 34 Distribucija tlaka duž venturijeve cijevi, [35]

Zbog dobrih karakteristika protokomjera s venturijevom cijevi, prvenstveno zbog činjenice da njegova mjerna nesigurnost ovisi o mjernoj nesigurnosti duljinskih izmjera njegovih dimenzija (promjeri sekcija na mjestima mjerenja tlaka) i mjernoj nesigurnosti mjerenja tlakova, izrađen je protokomjer s venturijevom cijevi u Laboratoriju za hidromehaniku i hidrauličke strojeve na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu od pleksi stakla, slika 35, prema standardu slika 33.



Slika 35 Fotografija izrađenog protokomjera s venturijevom cijevi

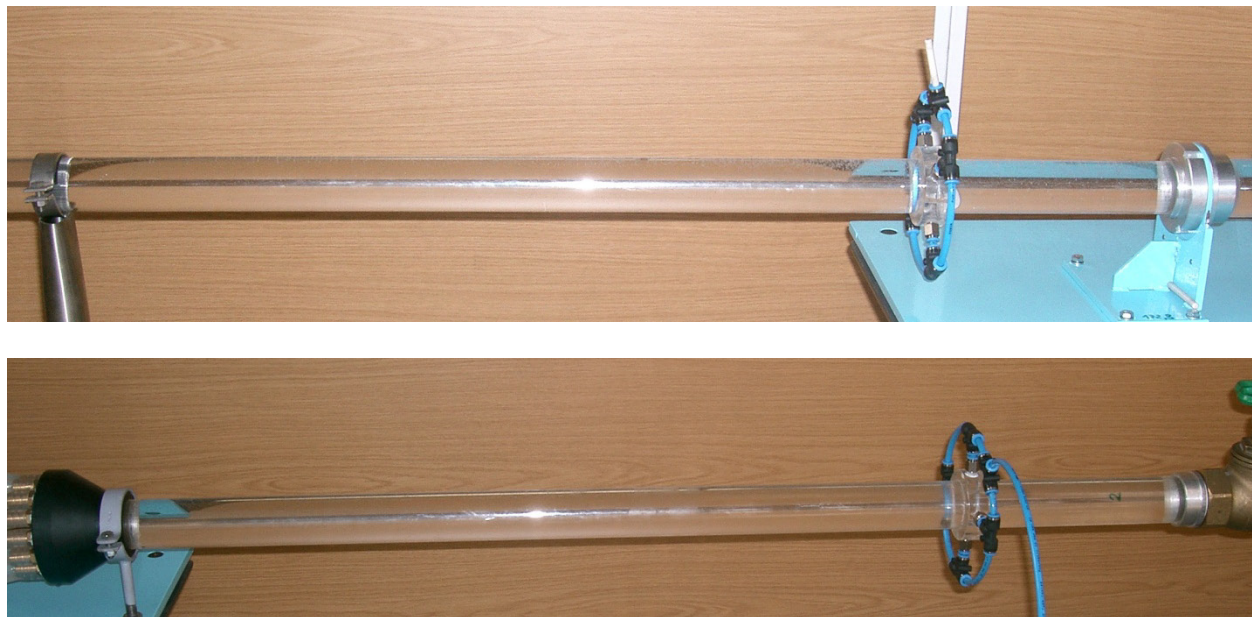
Pri izradi venturijeve cijevi posebna je pažnja posvećena kolektorima za mjerenje tlaka. Da bi se dobio što točniji tlak koji vlada u mjernom presjeku (nuliranje utjecaja odvajanja, vrtloženja i ostalih nestabilnosti), tlak se mjeri na četiri mjesta po obodu sekcije, te se kao takav integrira s kolektorom i mjeri se u jednoj točki [40], [41].

Rupice za mjerenje tlaka izrađene su prema standardima, slika 37 i slika 38.

#### **3.6.4 MJERNA SEKCIJA ZA MJERENJE TLAKA**

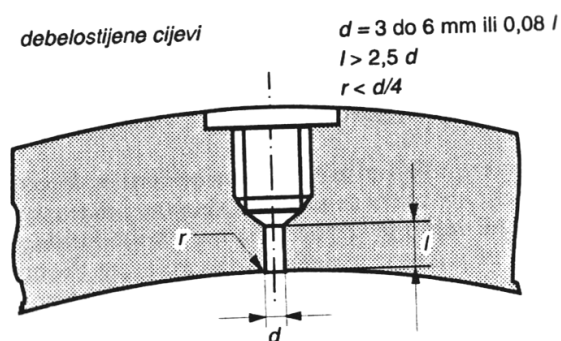
Tlakovi koje je potrebno mjeriti su tlak prije (na usisu) i tlak iza pumpe. Kako bi se zadovoljili uvjeti standarda za instalaciju pretvornika tlaka [42], izrađene su ravne mjerne sekcije za tlak od pleksi stakla, slika 36. Mjerne sekcije su izrađene kako bi se strujanje, što je više moguće, umirilo. Kako pleksi staklo ima visoku kvalitetu površine, mjerna sekcija sa svojom hrapavošću ne unosi nestabilnosti. Nadalje, potrebna je dovoljna

duljina sekcije kako bi se strujanje u potpunosti smirilo i izobrazilo nakon svih zakretanja, promjena presjeka, itd. Dujina ravne mjerne sekcije treba biti veća od 10D [43].

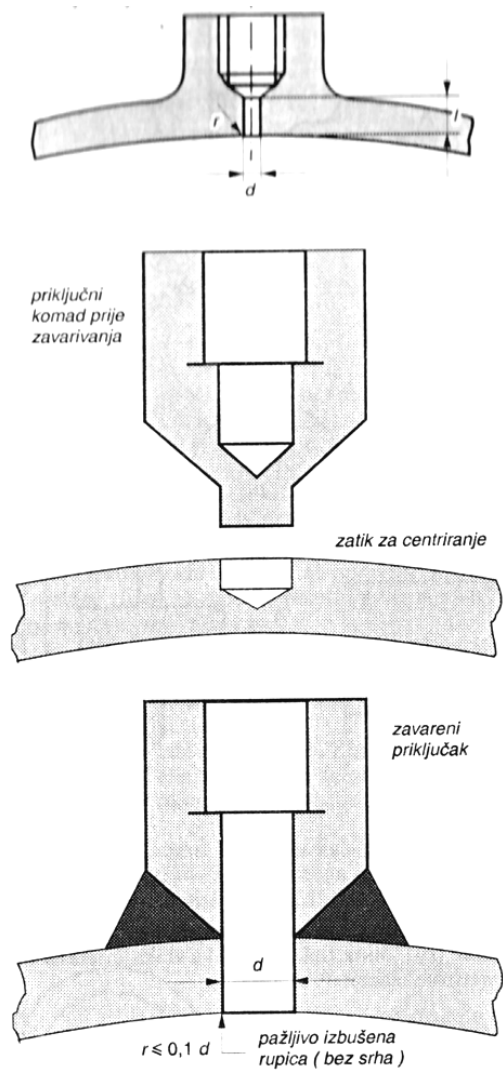


Slika 36 Fotografija mjerne sekcije za mjerenje tlaka na ulazu (gore), na izlazu (dolje)

Tlak se mjeri na četiri mjesta po obodu cijevi, a povezana su s integratorom tlaka radijalnim cjevčicama. Rupice za mjerenje tlaka izrađene su prema standardima, slika 37 i slika 38, kako svojim prisutnošću ne bi utjecale na strujanje [38].



Slika 37 Dimenzije rupica za mjerenje tlaka kod debelostijenih elemenata, [38]

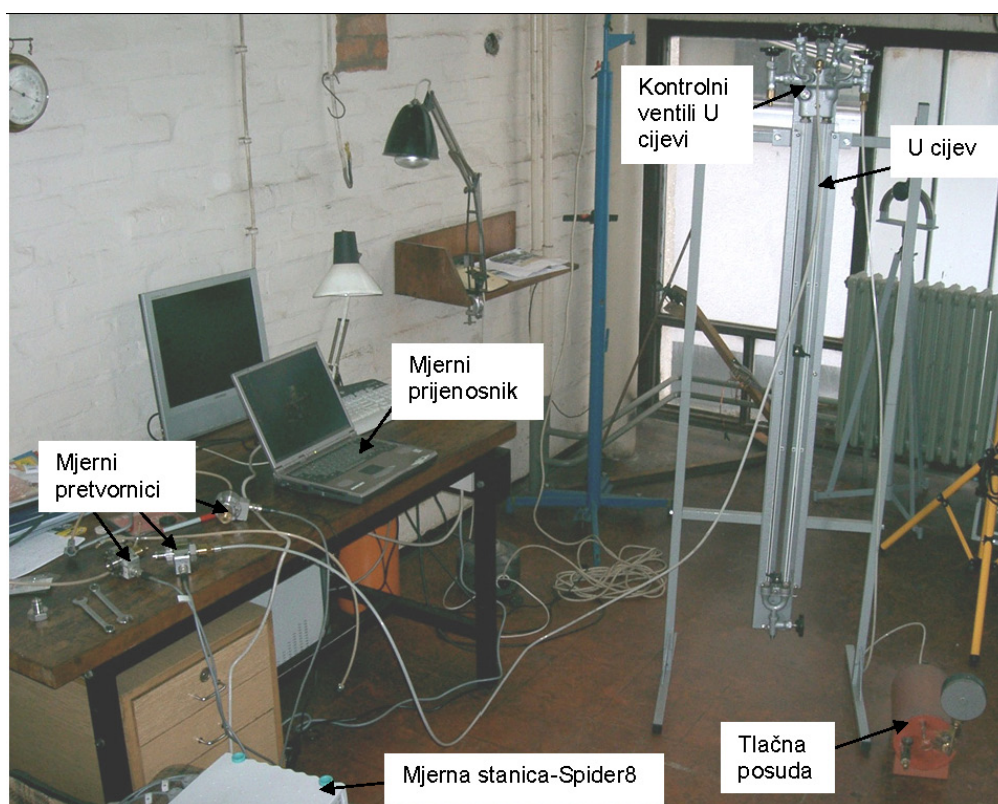


Slika 38 Dimenzije rupica za mjerenje tlaka kod tankostijenih elemenata, [38]

### 3.6.5 UMJERAVANJE MJERNIH PRETVORNIKA TLAKA

Za potrebe ovog rada u Laboratoriju za hidromehaniku i hidrauličke strojeve na FSB-u razvijen je postupak za umjeravanje mjernih pretvornika tlaka.

Tlačna posuda, slika 39, napuni se zrakom do određenog tlaka te se spoji na U-cijev. Mjerni pretvornik koji se umjerava spoji se na U-cijev i na mjernu stanicu Spider8 proizvođača. Zatim se pomoću kontrolnih ventila U-cijevi, mjerni lanac od U cijevi do mjernog pretvornika, odzračiti tako da se lijevi i desni meniskus mjernog fluida u U cijevi (alkohol ili živa) dovedu do nule. Razine mjernog fluida u U cijevi (lijevi i desni meniskus) se očitavaju na umjerenoj mjernoj traci. Sada se u software-u na prijenosniku tarira mjerni pretvornik tako da pokazuje 0 mV/V. Pusti se željeni tlak iz tlačne posude s kontrolnim ventilima na mjerni pretvornik, očitaju se otkloni lijevog i desnog meniskusa U-cijevi te se na prijenosniku očitava koliko mV/V daje pretvornik. Na opisan način prođe se cijelo mjerno područje pretvornika.



Slika 39 Linija za umjeravanje mjernih pretvornika tlaka



Mjerenja se ponovljaju te se provedi procjena mjerne nesigurnosti.

Opisani postupak rezultira baždarnom krivuljom koja kvantificira vezu: mjereni tlak (Pa) – električni signal (mV/V) – prikazani tlak (Pa).

Dobivena baždarna krivulja upiše se u software za mjerenje. Time je mjerni lanac, pretvornik-mjerna stanica (Spider8)-prijenosnik-software spreman za mjerenja kod eksperimenta.

Pri nekom tlaku pretvornik inducira neki signal u mV/V, mjerna stanica-Spider8 to registrira, potom digitalizira signal i pošalje ga prijenosniku, a software pomoću unešene umjerne krivulje pretvori signal u Pa i prikaže ga.

### 3.6.6 PROCJENA MJERNE NESIGURNOSTI REZULTATA EKSPERIMENTALNIH MJERENJA

Svako mjerenje nosi sa sobom određenu mjernu nesigurnost, koju čini niz komponenti. Prema načinu procjene mjerne nesigurnosti, komponente mjerne nesigurnosti dijele se u dvije kategorije:

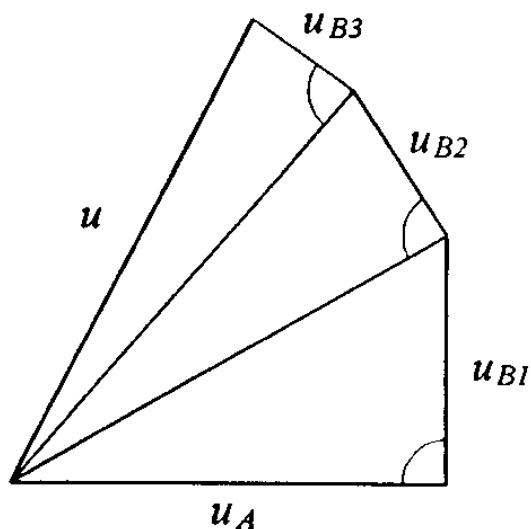
- *nesigurnost tipa A* - komponente se određuju statističkim metodama, i
- *nesigurnost tipa B* - komponente se procjenjuju drugim metodama.

Mjerna nesigurnost se iskazuje standardnim odstupanjem. Mjerna nesigurnost tipa A ( $u_A$ ) se određuje na temelju razdiobe učestalosti (frekvencije) pojedinih očitavanja dobivenih ponavljanjem mjerenja. Mjerna nesigurnost tipa B ( $u_B$ ) obično se procjenjuje na temelju pretpostavljene razdiobe učestalosti.

Ukupna nesigurnost ( $u$ ) je geometrijski zbroj pojedinih komponenti:

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (3.93)$$

U slučajevima kada postoji više komponenti mjerne nesigurnosti, tada se one geometrijski zbrajaju (slika 40). Time se sve komponente mjerne nesigurnosti jednako tretiraju, što pojednostavljuje procjenu ukupne mjerne nesigurnosti [44].



Slika 40 Ukupna nesigurnost kao geometrijski zbroj svih komponenti, [40]

### Mjerna nesigurnost tipa A

Mjerna nesigurnost tipa A se procjenjuje statističkom analizom provedenom na nizu ponovljenih mjerenja, te računanjem standardnog odstupanja ( $s$ ). Najčešći primjeri računanja mjerne nesigurnosti tipa A su:

- računanje standardne devijacije aritmetičke sredine od nekoliko neovisnih mjerenja,
- uporaba metode najmanjih kvadrata za konstrukciju kalibracijske krivulje u cilju određivanja koeficijenta krivulje i njene standardne devijacije,
- analiziranje varijance radi utvrđivanja slučajnih efekata pri nekim vrstama mjerenja.

Najbolja procjena očekivane vrijednosti  $x_i$  dobiva se kao rezultat  $n$  neovisnih očitavanja u istim uvjetima i predstavlja aritmetičku sredinu niza očitavanja od  $x_1$  do  $x_n$ . Računa se prema jednadžbi:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.94)$$

Standardno odstupanje niza očitavanja definirano je jednadžbom:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.95)$$

Stoga, standardno odstupanje pojedinačnih očitavanja je mjera rasipanja očitavanja, odnosno mjera nepreciznosti.

Rasipanje aritmetičkih sredina  $n$  mjerenja je standardno odstupanje aritmetičke sredine (srednja kvadratna greška aritmetičke sredine):

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (3.96)$$

Mjerna nesigurnost tipa A se iskazuje standardnim odstupanjem aritmetičke sredine:

$$u_A = s_{\bar{x}} \quad (3.97)$$

### Mjerna nesigurnost tipa B

Pri provođenju mjerenja nikada se ne koristi isključivo statistički pristup procjeni greške mjerenja, već se koriste i drugi izvori podataka kojima je opisana mjerna nesigurnost. Međutim, zbog ograničenja vremena i ograničenih sredstava, mjerni je rezultat vrlo često proizvod samo jednog mjerenja. Zbog toga se nesigurnost procjenjuje na temelju informacije kojom se raspolaže.

Procjena mjerne nesigurnosti tipa B može se temeljiti na različitim izvorima raspoloživih podataka:

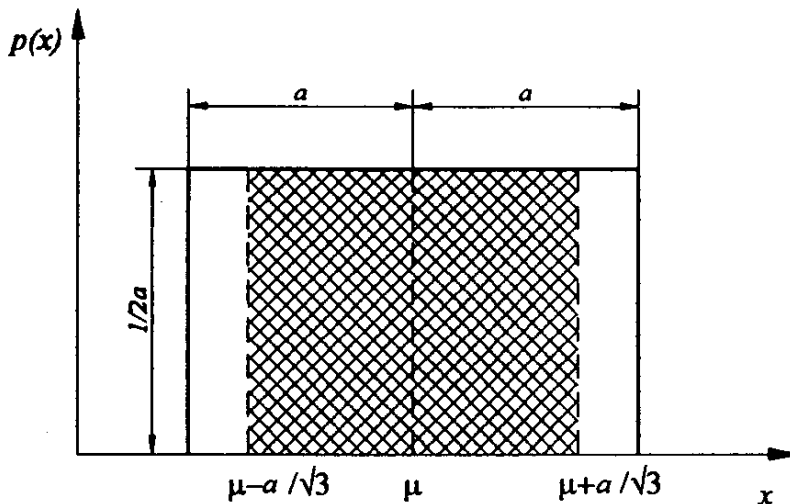
- na karakteristikama mjerne opreme,
- na podacima o umjeravanju mjerila,
- na podacima iz priručnika,
- na podacima o ranije provedenim sličnim mjerenjima,
- na podacima temeljenima na procjeni ili iskustvu poznavanja instrumenata.

Procjena mjerne nesigurnosti tipa B može biti podjednako pouzdana kao i ona tipa A (naročito u slučajevima kada je broj očitavanja mali). Najčešći primjeri nesigurnosti tipa B izvedeni su iz pravokutne, trokutne, trapezne i normalne razdiobe.

### Granična greška mjernih uređaja

Zbog nemogućnosti eliminacije sustavnih grešaka, u konačni se rezultat uvodi pojam mjerna nesigurnost. Utjecaj te nesigurnosti na mjerne uređaje i mjerenje izražava se pojmom granična mjerna greška. Granična greška je dogovoreno ili garantirano najveće dopušteno odstupanje od stvarne vrijednosti ili od propisane vrijednosti mjerene veličine.

Ako su za neki instrument (mjerilo) poznate maksimalne greške ( $-a$  i  $+a$ ), te ukoliko nema nikakvih podataka o distribuciji mjerene vrijednosti unutar sigurnih granica, pretpostavlja se jednaka vrijednost pojavljivanja izmjerene veličine unutar intervala  $\pm a$ . Takva se razdioba naziva pravokutnom (slika 41) i predstavlja najnepovoljniju razdiobu mjerenog rezultata unutar sigurnih granica [45].



Slika 41 Pravokutna razdioba s pripadajućom standardnom devijacijom, [41]

Očekivana vrijednost mjerene veličine se nalazi u središtu intervala. Mjerna nesigurnost izmjerene veličine se iskazuje standardnim odstupanjem, pa se mjerna nesigurnost tipa B kod procjene na temelju granične greške određuje na sljedeći način:

$$u_B = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (3.98)$$

### Sastavljena (složena) normalna nesigurnost

Mjerena veličina  $Y$  ovisi o više ulaznih veličina  $X_1, X_2, \dots, X_n$  prema funkciji  $f$ , a koje mogu međusobno biti nekorelirane ili korelirane:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.99)$$

Mjerni je rezultat zapravo procjena veličine  $Y(y)$  s procjenama ulaznih veličina  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  i matematičkim modelom funkcijske povezanosti izlazne s ulaznim veličinama:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.100)$$

a) Nekorelirane ulazne veličine

Promjena jedne od veličina ne uzrokuje promjenu niti jedne od preostalih ulaznih veličina, pa je sastavljena normalna nesigurnost veličine  $y$  jednaka pozitivnoj vrijednosti drugog korijena sastavljene varijance:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i) \quad (3.101)$$

Normalne nesigurnosti  $u(x_i)$  ulaznih veličina mogu biti tipa A ili tipa B. Jednadžba (3.101)

se temelji na prvom približenju Taylorovog reda. Parcijalne derivacije  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  se nazivaju

koeficijenti osjetljivosti i određuju se za vrijednost  $X_i = x_i$ . Koeficijenti osjetljivosti pokazuju utjecaj promjene procijenjenih veličina  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  na promjenu procijenjene veličine  $y$  pri promjeni za iznos  $\Delta x_i$ .

b) Korelirane ulazne veličine

Ako ulazne veličine nisu međusobno neovisne, sastavljena varijanca se računa prema jednadžbi (3.102) iz [41] gdje ulazne veličine koreliraju s korelacijskim koeficijentom 1:

$$u_c^2(y) = \left( \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right)^2 \quad (3.102)$$

Sastavljena standardna nesigurnost  $u_c(y)$  u tom je slučaju jednaka pozitivnom drugom korijenu linearnog zbroja članova koji predstavljaju promjenu procjene izlazne veličine  $y$  prouzročenu standardnom nesigurnošću svake od procjena ulaznih veličina  $x_i$  [46].

Pri mjerenju tlaka jedina komponenta mjerne nesigurnosti je mjerna nesigurnost pretvornika tlaka PD1, što je mjerna nesigurnost tipa B. Granična greška PD1 iznosi

$a = \pm 0,5$  mbar, te se prema jednadžbi (3.98) može izračunati njegova mjerna nesigurnost od 0,288 mbar.

Pri mjerenju protoka javlja se složena mjerna nesigurnost čije su dvije komponente: a) mjerna nesigurnost mjerenja promjera venturi cijevi i b) mjerna nesigurnost pretvornika tlaka PD1.

Jednadžba za protok venturi cijevi je:

$$Q = C_C \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4}} \frac{\pi D_2^2}{4} \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad (3.103)$$

gdje su:  $D_2$  – promjer venturimetra na ulazu,  $D_1$  – promjer venturimetra u „grlu“,  $C_C$  – koeficijent kontrakcije mlaza.

S obzirom na mogućnosti Laboratorija za hidrodinamiku i hidrauličke strojeve na FSB-u, može se procijeniti da maksimalna greška duljinskih izmjera može biti 0,2 mm. Ako se ta maksimalna greška uvrsti u jednadžbe osjetljivosti izvedene iz jednadžbe (3.103), prema jednadžbi (3.101) dobije se kolika je maksimalna nesigurnost protoka zbog nesigurnosti u duljinskim izmjerama.

Nesigurnost protoka zbog nesigurnosti duljinskih izmjera je tipa B i iznosi  $u_B(D) = 1,29\%$ .

Ako se uzme nesigurnost pretvornika tlaka PD1 za neku srednju razliku tlaka, jednadžba (3.103), nesigurnost PD1 u postocima protoka iznosi  $u_B(p) = 0,501\%$ .

Složena nesigurnost protoka venturimetra dobije se iz:

$$u_B(D, p) = \sqrt{u(D)^2 + u(p)^2} \quad (3.104)$$

Složena nesigurnost venturimetra iznosi  $u_B(D, p) = 1,38\%$ .

## 4. REZULTATI

### 4.1 REZULTATI NUMERIČKIH SIMULACIJA MKV

#### 4.1.1 Verifikacija numeričkih rezultata centrifugano vrtložne pumpe 2VNN5-79 (“error estimate”) – prostorna diskretizacija

U tablici 1 i tablici 2 prikazani su rezultati postupka verifikacije numeričkih rezultata centrifugalno vrtložne pumpe 2VNN-79, dobiveni numeričkom simulacijom na tri različite mreže kontrolnih volumena, prema postupku „error estimate“ opisanom u poglavlju 3.3.2.

$k_L$	$\Phi_1$ $H$ [m]	$\Phi_2$ $H$ [m]	$\Phi_3$ $H$ [m]	$r_{21}$ $r_{32}$	$\epsilon_{21}$	$\epsilon_{32}$	$\rho$	$\Phi_{ext}^{21}$	$er_a^{21}$	$er_{\frac{ext}{1}}^{22}$	$GCI_{fina}^{21}$
0	3,852519	3,879493	3,832738	1,333	0,0269734	-0,0467551	1,91	3,862314	0,7%	1%	2,88%
2	4,775226	4,799500	4,757534	1,333	0,0242749	-0,0419669	1,90	4,741815	0,5%	0,7%	2,06%
5	5,546657	5,515872	5,465185	1,333	0,0307853	-0,0506868	1,73	5,594441	0,6%	0,9%	2,78%
10	6,127406	6,106962	6,068966	1,333	0,0204438	-0,0379963	2,15	6,151312	0,4%	0,4%	1,42%
20	6,605054	6,619985	6,593341	1,333	0,0149305	-0,0265854	2,04	6,586332	0,3%	0,3%	0,91%
60	6,884256	6,902592	6,867086	1,333	0,0183357	-0,0355061	2,20	6,863468	0,3%	0,3%	1,03%
300	6,826658	6,817193	6,813440	1,333	-0,009464	-0,0037536	1,53	6,843793	0,2%	0,2%	1,66%

Tablica 1 Rezultati postupka verifikacije numeričkih rezultata na tri mreže za  $H$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

$k_L$	$\Phi_1$ $Q$ [m <sup>3</sup> /s] $\times 10^{-3}$	$\Phi_2$ $Q$ [m <sup>3</sup> /s] $\times 10^{-3}$	$\Phi_3$ $Q$ [m <sup>3</sup> /s] $\times 10^{-3}$	$r_{21}$ $r_{32}$	$\epsilon_{21}$	$\epsilon_{32}$	$\rho$	$\Phi_{ext}^{21}$	$er_a^{21}$	$er_{\frac{ext}{1}}^{22}$	$GCI_{fina}^{21}$
0	1,545902	1,527592	1,566271	1,333	-0,018311	0,020369	1,89	1,535131	1,2%	0,7%	2,91%
2	1,401969	1,386694	1,416324	1,333	-0,015275	0,029631	2,30	1,418271	1,1%	1,1%	3,52%
5	1,230939	1,217047	1,242399	1,333	-0,013891	0,025351	2,09	1,247809	1,1%	1,3%	4,00%
10	1,026676	1,033082	1,006397	1,333	0,006406	-0,020279	1,35	1,029891	0,6%	1%	5,06%
20	0,775336	0,780019	0,757724	1,333	-0,004683	-0,022295	1,53	0,784961	0,6%	1,2%	5,90%
60	0,499157	0,504434	0,486105	1,333	0,005277	-0,018329	1,57	0,489391	1,1%	1,9%	6,27%
300	0,214587	0,212909	0,212767	1,333	-0,001678	-0,000142	1,51	0,213112	0,7%	1,1%	6,07%

Tablica 2 Rezultati postupka verifikacije numeričkih rezultata na tri mreže za  $Q$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

$k_L$  je koeficijent gubitka na izlazu domene (određen prema jednadžbi (3.91)), s kojim se simulira zatvaranje ventila na izlazu pumpe, kako bi se dobile karakteristične vrijednosti pumpe pri određenom protoku različitom od maksimalnog  $Q$  (potpuno otvoren ventil -  $k_L = 0$  do potpuno zatvorenog ventila -  $k_L = 300$ ).

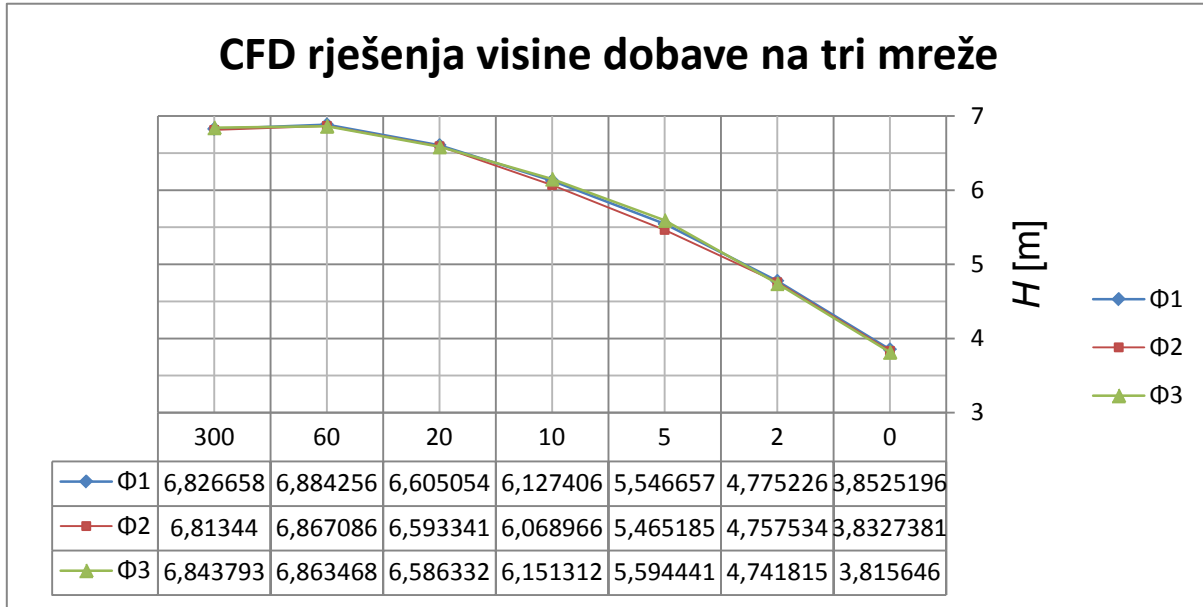
$\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  i  $\Phi_3$  su rezultati numeričke simulacije za visinu dobave pumpe  $H$ , pri čemu je  $\Phi_1$  rezultat na najgušćoj, a  $\Phi_3$  rezultat na najgrubljoj mreži. Karakteristike svake od mreža su opisane u poglavlju 3.4.

$r_{21}$ ,  $r_{32}$ ,  $\epsilon_{21}$ ,  $\epsilon_{32}$ ,  $p$  i  $er_a^{21}$  su sastavnice procedure „error estimate“ opisane u poglavlju 3.3.2.  $\Phi_{ext}^{21}$  je ekstrapolirano (predviđeno) rješenje danih numeričkih simulacija, dok je  $er_{ext}^{21}$  ekstrapolirana greška tog novog rješenja.

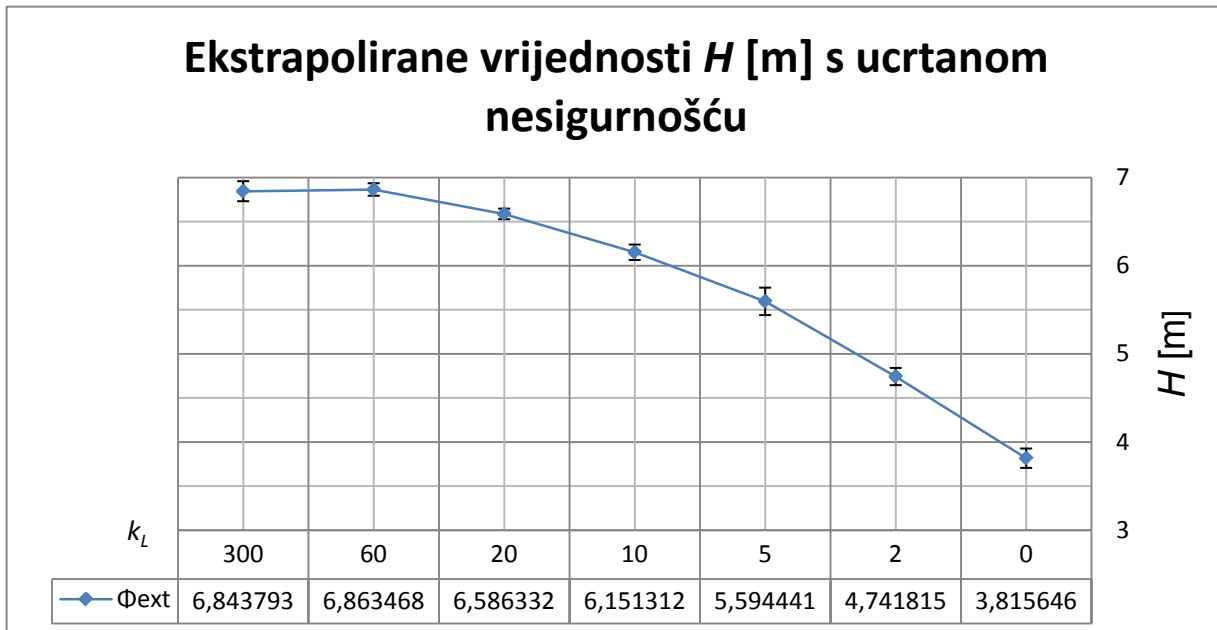
$GCI_{fina}^{21}$  je indeks konvergencije mreže, a u biti predstavlja numeričku nesigurnost analogno mjernoj nesigurnosti eksperimentalnog mjerenja.

Slika 42 prikazuje usporedbu CFD rješenja za visinu dobave pumpe dobivenih na tri mreže različite gustoće. Lokalni red točnosti  $p$  izračunat pomoću jednadžbe (3.83) varira od 1,53 do 2,20, s globalnim prosjekom  $p_{sred}$  od 1,92, što je dobar pokazatelj provedene računalne simulacije. Oscilacija konvergencije javlja u 40%. Taj globalni red točnosti se koristi za procjenu numeričke nesigurnosti, odnosno GCI indeksa pomoću jednadžbe (3.89), te se ucrtava u obliku raspona greške, kao što je prikazano na slici 43. Maksimalna nesigurnost diskretizacije je 2,88%, što odgovara visini dobave od  $\pm 0,20$  m.



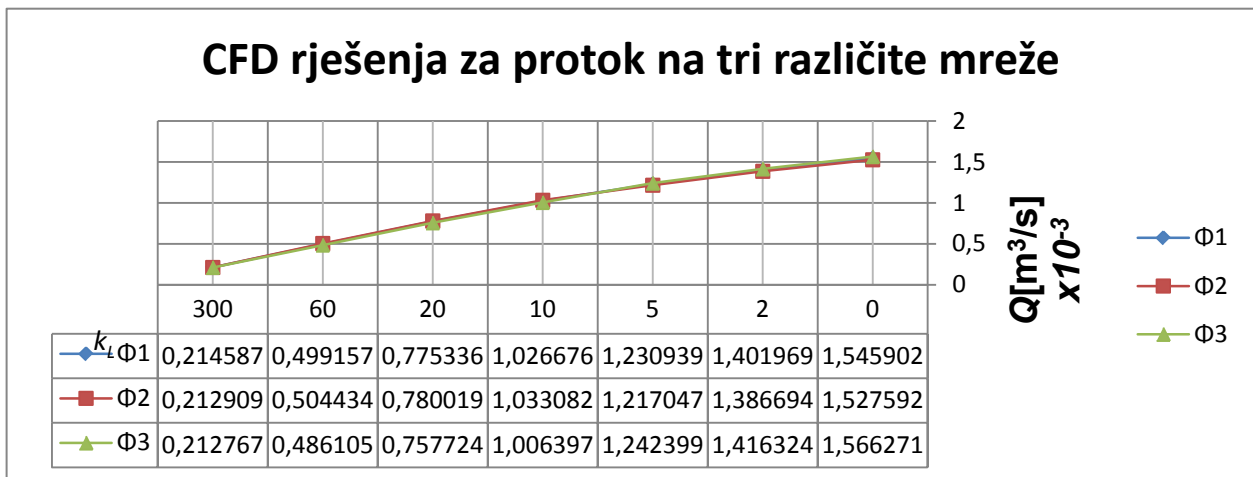


Slika 42 Usporedba CFD rješenja za  $H$  [m] na tri različite mreže,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

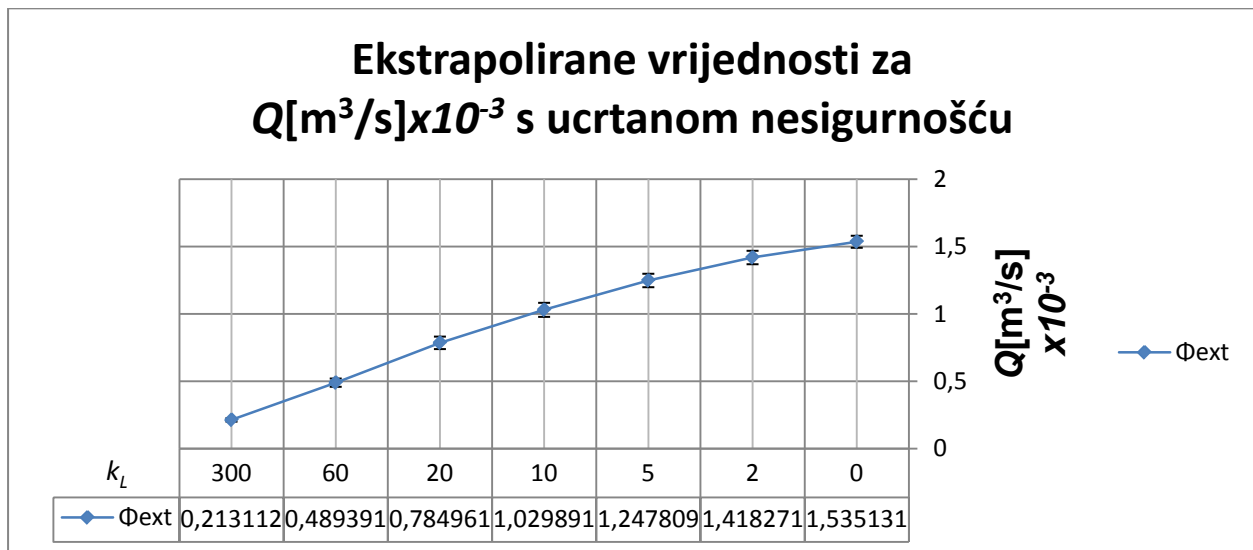


Slika 43 Ekstrapolirane vrijednost  $H$  [m] s ucrtanom numeričkom nesigurnošću (error bars),  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

Slika 44 prikazuje usporedbu CFD rješenja za protok kroz pumpu dobivenih na tri mreže različite gustoće. Lokalni red točnosti  $p$  izračunat pomoću jednadžbe (3.83) varira od 1,35 do 2,30, s globalnim prosjekom  $p_{sred}$  od 1,75, što je dobar pokazatelj provedene računalne simulacije. Oscilacija konvergencije javlja u 40%. Taj globalni red točnosti se koristi za procjenu numeričke nesigurnosti, odnosno GCI indeksa pomoću jednadžbe (3.89), te se ucrtava u obliku raspona greške, kao što je prikazano na slici 45. Maksimalna nesigurnost diskretizacije je 6,27%, što odgovara protoku od  $\pm 0,1 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .



Slika 44 Usporedba CFD rješenja za  $Q$  na tri različite mreže,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$



Slika 45 Ekstrapolirane vrijednost  $Q[\text{m}^3/\text{s}] \times 10^{-3}$  s ucrtanom numeričkom nesigurnošću („error bars“)

### 4.1.2 Verifikacija numeričkih rezultata centrifugano vrtložne pumpe 2VNN5-79 („error estimate”) – vremenska diskretizacija

U tablici 3 i 4 su prikazani rezultati postupka verifikacije numeričkih rezultata centrifugalno vrtložne pumpe 2VNN-79, dobivenih numeričkom simulacijom na istoj mreži kontrolnih volumena, ali pri tri različita vremenska koraka, prema postupku „error estimate“ – greška vremenske diskretizacije, opisanom u poglavlju 3.3.2.

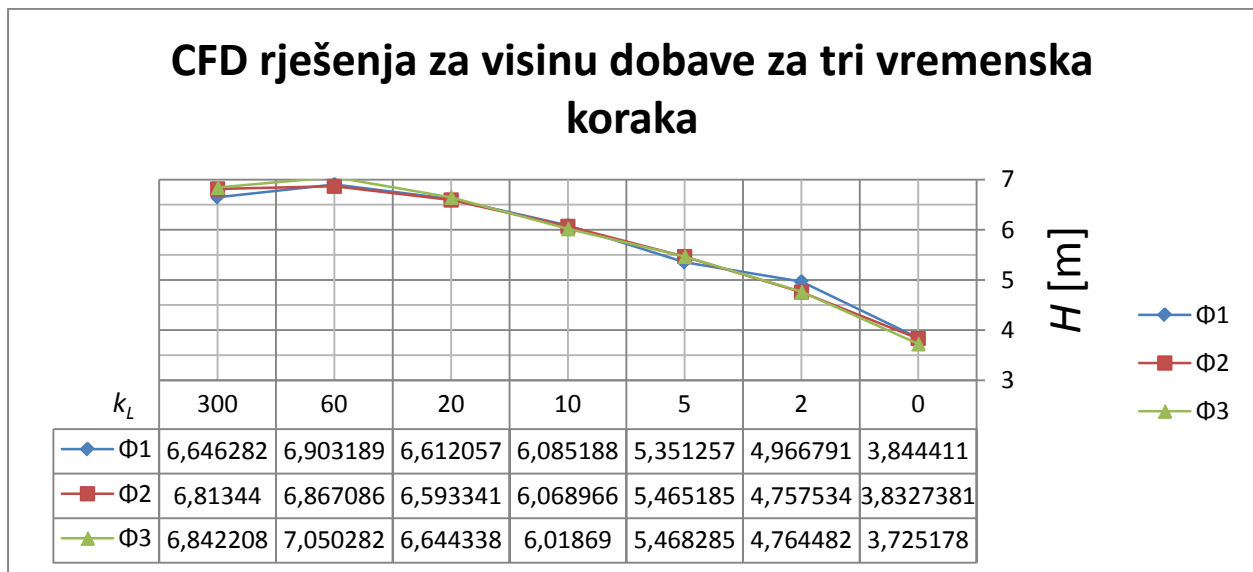
$k_L$	$\Phi_1$ H [m]	$\Phi_2$ H [m]	$\Phi_3$ H [m]	$r_{21}$ $r_{32}$	$\epsilon_{21}$	$\epsilon_{32}$	$\rho$	$\Phi_{ext}^{21}$	$er_a^{21}$	$er_{ext}^{21}$	$GCI_{fina}^{21}$
0	3,844411	3,832738	3,725178	2	-0,011673	-0,107560	3,20	3,845836	0,3%	0,1%	0,11%
2	4,966791	4,757534	4,764482	2	-0,209257	0,006948	4,91	4,973991	4,2%	0,1%	0,43%
5	5,351257	5,465185	5,468285	2	0,113928	0,003100	5,20	5,348071	2,1%	0,1%	0,18%
10	6,085188	6,068966	6,018690	2	-0,016222	-0,050276	1,63	6,016425	0,2%	0,1%	1,13%
20	6,612057	6,593341	6,644338	2	-0,018716	0,050997	1,45	6,694046	1,7%	1,3%	1,24%
60	6,903189	6,867086	7,050282	2	-0,036103	0,183196	2,34	6,910749	1,9%	0,1%	0,17%
300	6,646282	6,813440	6,842208	2	0,167158	0,028768	2,53	6,611941	2,5%	0,5%	1,57%

Tablica 3 Rezultati postupka verifikacije numeričkih rezultata s tri različita vremenska koraka za  $H$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

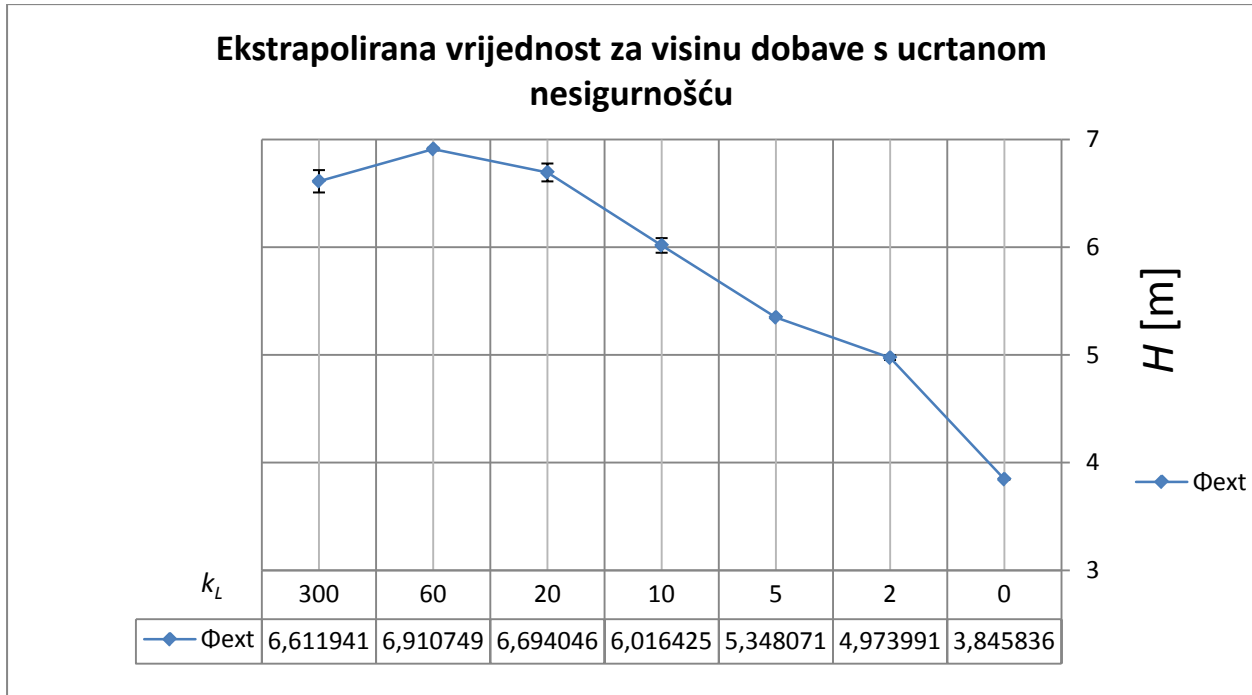
$k_L$	$\Phi_1$ Q[m <sup>3</sup> /s] $\times 10^{-3}$	$\Phi_2$ Q[m <sup>3</sup> /s] $\times 10^{-3}$	$\Phi_3$ Q[m <sup>3</sup> /s] $\times 10^{-3}$	$r_{21}$ $r_{32}$	$\epsilon_{21}$	$\epsilon_{32}$	$\rho$	$\Phi_{ext}^{21}$	$er_a^{21}$	$er_{ext}^{21}$	$GCI_{fina}^{21}$
0	1,544603	1,566271	1,514176	2	0,021668	-0,052095	1,27	1,529253	1,4%	1%	2,97%
2	1,407132	1,416324	1,381440	2	0,009192	-0,034883	1,94	1,418658	0,6%	0,8%	0,63%
5	1,226247	1,242399	1,227608	2	0,016151	-0,014791	1,34	1,238707	1,3%	1%	2,54%
10	1,008517	1,006397	1,035539	2	-0,002120	0,029142	3,78	1,008741	0,2%	0,2%	0,47%
20	0,754668	0,757724	0,755511	2	0,003056	-0,002213	0,47	0,746733	0,4%	1,1%	3,12%
60	0,478783	0,486105	0,468825	2	0,028489	-0,017280	0,72	0,463959	1,6%	3,1%	6,41%
300	0,210707	0,212767	0,212347	2	0,002060	-0,000420	2,29	0,210282	1%	0,2%	0,77%

Tablica 4 Rezultati postupka verifikacije numeričkih rezultata s tri različita vremenska koraka za  $Q$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

Slika 46 prikazuje usporedbu CFD rješenja za visinu dobave pumpe dobivenih na istoj mreži pri tri različita vremenska koraka. Lokalni red točnosti  $p$  izračunat po jednadžbi (3.83) varira od 1,45 do 5,20, s globalnim prosjekom  $p_{sred}$  od 3,03. Taj globalni red točnosti se koristi za procjenu numeričke nesigurnosti, odnosno GCI indeksa prema jednadžbi (3.89), te se ucrtava u obliku raspona greške, kao što je prikazano na slici 47. Maksimalna nesigurnost diskretizacije je 1,57%, što odgovara visini dobave od  $\pm 0,11$  m. Ovdje se koristi postupak za procjenu greške iz poglavlja 4.1.1 kao statistički alat za obradu podataka. Dok se u poglavlju 4.1.1 taj postupak koristio da se dokaže kako je mreža kontrolnih volumena dovoljno fina (kvalitetna, da ima dovoljni broj kontrolnih volumena), pri ocjeni greške vremenske diskretizacije postupak treba pokazati neovisnost numeričkog rješenja o veličini vremenskog koraka.

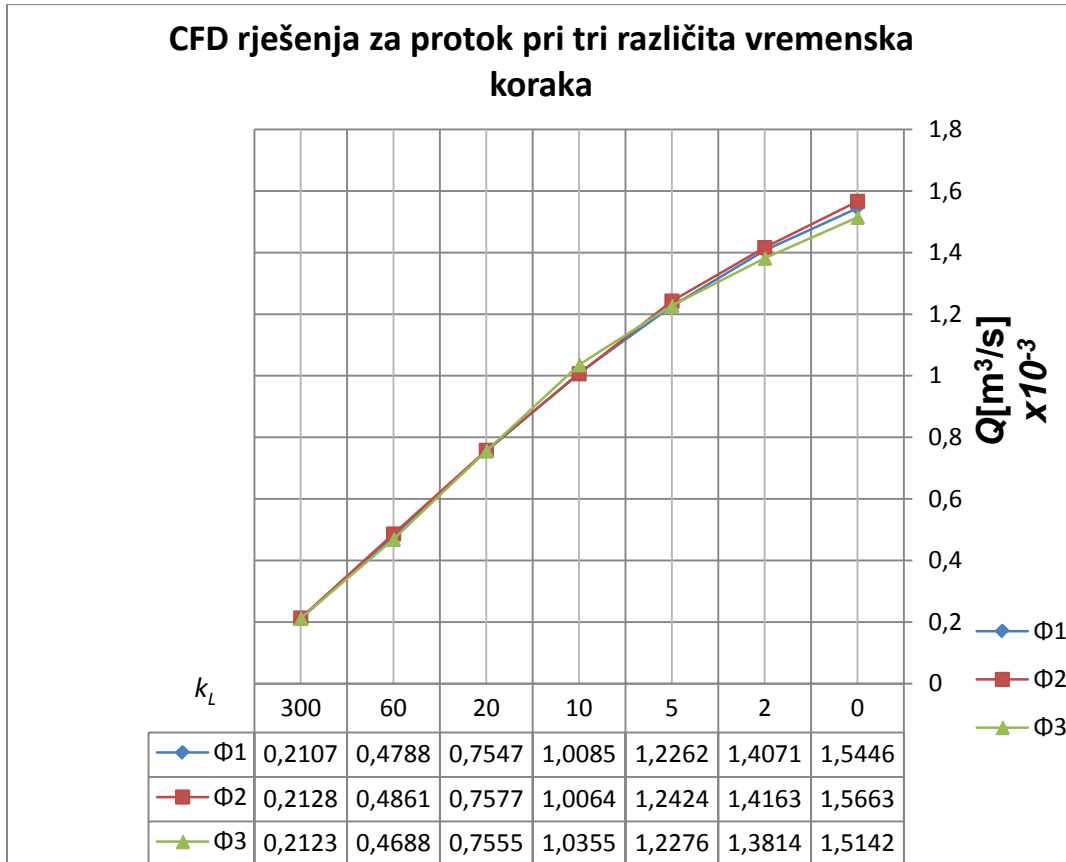
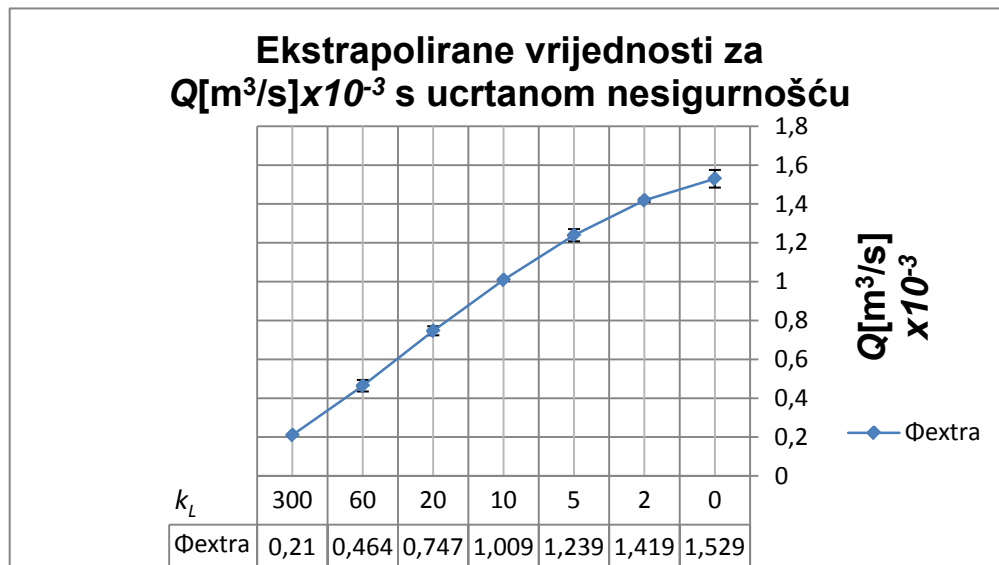


Slika 46 Usporedba CFD rješenja za  $H$  [m] s tri različita vremenska koraka,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$



Slika 47 Ekstrapolirane vrijednost  $H$  [m] s ucrtanom  $n_1$  numeričkom nesigurnošću („error bars“),  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

Slika 48 prikazuje usporedbu CFD rješenja za protok kroz pumpu dobivenih pri tri različita vremenska koraka. Lokalni red točnosti  $p$  izračunat po jednadžbi (3.83) varira od 1,47 do 2,29, s globalnim prosjekom  $p_{sred}$  od 1,69. Taj globalni red točnosti se koristi za procjenu numeričke nesigurnosti, odnosno GCI indeksa prema jednadžbi (3.89), te se ucrtava u obliku raspona greške, kao što je prikazano na slici 49. Maksimalna nesigurnost diskretizacije je 6,41%, što odgovara protoku od  $\pm 0,11 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .

Slika 48 Usporedba CFD rješenja za  $Q$  pri tri različita vremenska koraka,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ Slika 49 Ekstrapolirane vrijednost  $Q[\text{m}^3/\text{s}] \times 10^{-3}$  s ucrtanom numeričkom nesigurnošću („error bars“),  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

Prema provedenoj analizi može se zaključiti da numeričko rješenje ne ovisi o odabranom vremenskom koraku. Može se također zaključiti da je vremenski korak dobro odabran. Nadalje sa slika 46, 47, 48 i 49 vidljivo je da su postignute vrijednosti za  $H$  i  $Q$  pri različitim vremenskim koracima drugačije, ali ne sistematično nego one fluktuiraju. Dakle, može se reći da CFD rješenja za  $H$  i  $Q$  pri tri vremenska koraka fluktuiraju oko „pravog“ rješenja odnosno ona su identična, a na slikama 46, 47, 48 i 49 numerika je obuhvatila fluktuacije.

### **4.1.3 Verifikacija numeričkih rezultata centrifugano vrtložne pumpe 2VNN5-79 – modeli turbulencije**

Na slici 50, prikazane su  $Q$ - $H$  karakteristike centrifugalno vrtložne pumpe dobivene CFD simulacijama na istoj mreži kontrolnih volumena s istim vremenskim korakom i shemama diskretizacije, ali s različitim modelima turbulencije. Krivulja označena s „CFD centrifugalno vrtložna pumpa“ je rješenje dobiveno DES modelom turbulencije, poglavlje 3.3.1.3, za koje je proveden „error estimate“ (poglavlja 4.1.1, 4.1.2 i 4.1.4), te se smatra ispravnim numeričkim rješenjem. Iz slike 50 je vidljivo da rješenja dobivena s druga četiri modela turbulencije ( $k$ - $\varepsilon$ ,  $k$ - $\varepsilon$  RNG,  $k$ - $\omega$  SST i RSM) jako podbacuju, odnosno jako sličje rješenju za centrifugalnu pumpu, slika 53. To znači da drugi modeli turbulencije nisu u mogućnosti obuhvatiti djelovanje vrtložnog vijenca. Iz toga se može zaključiti da mehanizam energetske pretvorbe vrtložnog vijenca ovisi najviše o energiji koherentnih struktura koje vrtložni vijenac generira svojim rebrima. Te koherentne strukture se otkidaju s vrtložnog vijenca i svoju energiju predaju glavnom toku koji dolazi iz centrifugalnog rotora mehanizmom povišenja kinetičke energije.

Slika 50 Usporedba  $Q-H$  karakteristika centrifugalno vrtložne pumpe dobivenih različitim modelima turbulencije,  $n=2910 \text{ min}^{-1}$

Standardni  $k-\varepsilon$  model turbulencije spada u grupu najjednostavnijih „potpunih“ modela turbulencije s dvije jednačbe. U ovom modelu turbulencije rješavaju se dvije zasebne transportne jednačbe, što omogućava da se odrede turbulentne brzine i duljine „skala“ turbulencije. To je poluempirički model turbulencije temeljen na transportnim jednačbama za turbulentnu kinetičku energiju  $k$  i disipaciju turbulentne kinetičke energije  $\varepsilon$ . Pri izvođenju  $k-\varepsilon$  modela pretpostavljeno je da je strujanje potpuno turbulentno i da je utjecaj molekularne viskoznosti zanemariv [47].

U cilju poboljšanja karakteristika standardnog  $k-\varepsilon$  modela izveden je RNG model [48]. RNG  $k-\varepsilon$  model turbulencije je izveden iz NS jednačbi korištenjem RNG



(engl. renormalization group) matematičke metode. Ova metoda daje  $k$ - $\varepsilon$  model turbulencije s konstantama koje su različite od onih u standardnom  $k$ - $\varepsilon$  modelu i s dodatnim članovima u transportnim jednadžbama za  $k$  i  $\varepsilon$  [49].

Standardni  $k$ - $\omega$  model uključuje modifikacije za modeliranje utjecaja niskih Reynoldsovih brojeva, kompresibilnosti i širenje napreznja strujanja. Model predviđa slobodno širenje napreznja što se dobro slaže s mjerenjima za daleke vrtloge, miješajuće slojeve i za ravninske, okrugle i radijalne mlazove. Stoga je  $k$ - $\omega$  model prikladan za strujanja ograničena s zidovima i strujanja sa slobodnim napreznjima [50].

Standardni  $k$ - $\omega$  model je empirički model temeljen na transportnim jednadžbama za kinetičku energiju turbulencije  $k$  i specifičnu disipaciju  $\omega$  koja je u biti omjer  $k$  i  $\varepsilon$ . Varijacija standardnog  $k$ - $\omega$  modela zove se SST kod kojeg su proizvodni članovi dodani u obje jednadžbe, kako bi se poboljšala točnost simuliranja strujanja slobodnog napreznja. SST model [51] je razvijen kako bi spojio robusnu i točnu formulaciju  $k$ - $\omega$  modela u području blizu zida s neosjetljivošću na slobodnu struju  $k$ - $\varepsilon$  modela daleko od zida. To je postignuto tako da su standardni i SST model pomnoženi s funkcijom spajanja („blending function“), te međusobno zbrojeni. Funkcija spajanja je tako formulirana da iznosi 1 u području blizu zida, a nula od slobodnoj struji fluida

SST model uključuje prigušujuće članove za poprečnu difuziju. Definicija turbulentne viskoznosti je promijenjena da uzme u obzir transport turbulentnih napreznja. Konstante modela su drukčije nego kod standardnog  $k$ - $\omega$  modela [52].

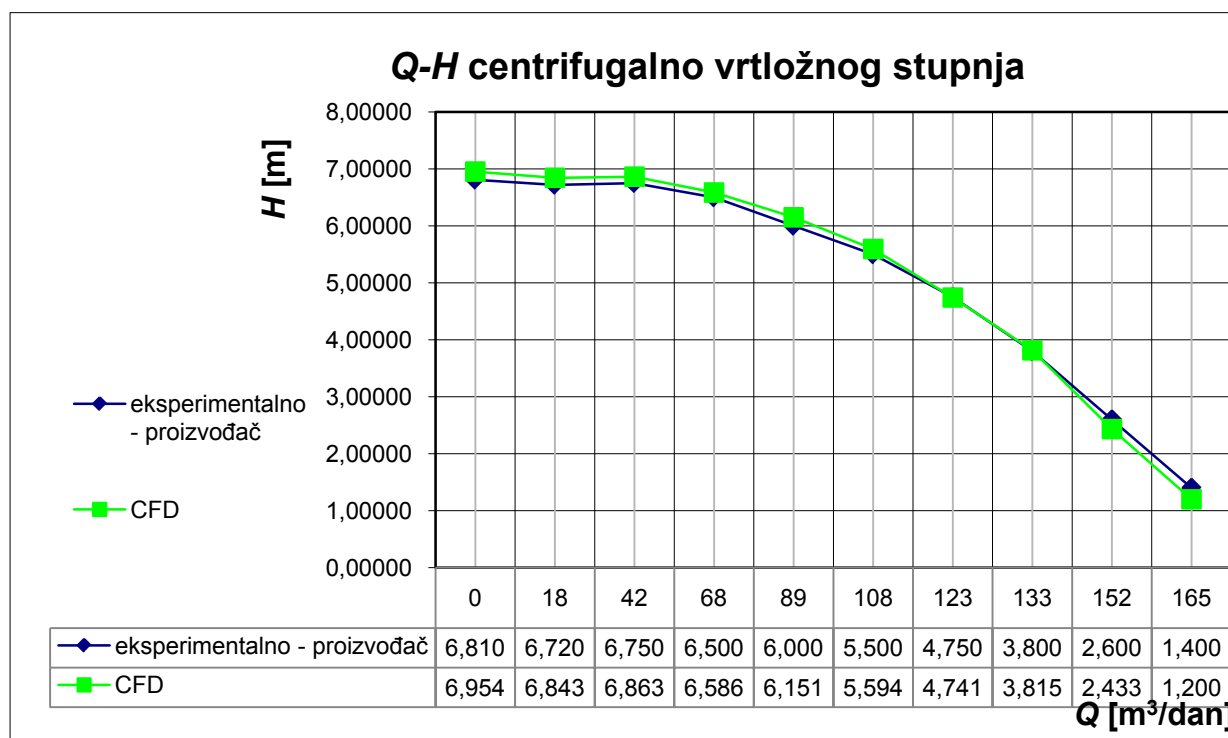
Budući da RSM model uzima u obzir utjecaje kao što su zakrivljenost strujnica, vrtloženje, vrtnja i brze promjene deformacija na puno stroži način od modela s jednom jednadžbom i dvije jednadžbe, ima veći potencijal za davanje preciznije prognoze za složenije tokove. No vjerodostojnost RSM predviđanja i dalje je ograničena raznim pretpostavkama korištenima pri modeliranju različitih izraza u transportnim jednadžbama Reynoldsovih napreznja. Modeliranje odnosa tlak-deformacija i disipacije posebno je izazovno i često se smatra odgovornim za kompromitiranje točnost predviđanja RSM. Stoga RSM još uvijek nije u mogućnosti dati rezultate koji su superiorniji u odnosu na one dobivene jednostavnijim modelima u svim slučajevima strujanja, a korištenje RSM modela povećava računalni utrošak vremena [53].

RSM model je napustio postavku strujanja s izotropskom viskoznošću. To znači rješavanje dodatni 5 transportnih jednažbi za 2D strujanja, i 7 dodatnih transportnih jednažbi u 3D strujanjima.

Točan oblik transportne jednažbe Reynoldsovog naprezanja može se izvesti uzimanjem komponenta momenta iz egzaktne momentne jednažbe. To je proces u kojem se egzaktne momentne jednažbe množe fluktuirajućim svojstvima, što daje Reynoldsovo osrednjenje [54] i [55].

#### 4.1.4 Validacija numeričkih rezultata centrifugano vrtložne pumpe 2VNN5-79

Na slici 51 je prikazan postupak validacije numeričkog rješenja  $Q-H$  karakteristike centrifugalno vrtložne pumpe. Validacija je provedena usporedbom numeričkog rješenja s eksperimentalnim rješenjem proizvođača Novomet-Perm. Time je provedena validacija integralnih parametara  $H$  i  $Q$  usporedbom slika strujanja (polja) dobivenih eksperimentom (poglavlje 3.6) proizvođača Novomet-Perm.



Slika 51 Usporedba proizvođačeve i CFD  $Q-H$  karakteristike,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

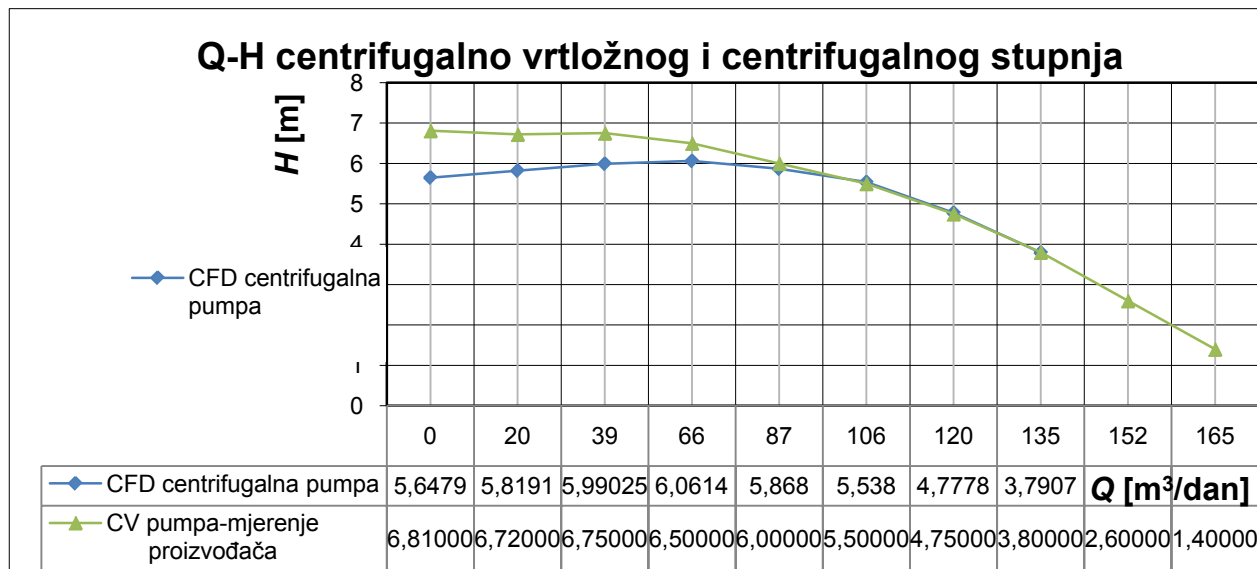
Slika 51 prikazuje vrlo dobro slaganje CFD rezultata s eksperimentalnim rezultatima. Vidljivo je da CFD u početnom području od  $165 \text{ m}^3/\text{dan}$  ( $1,91 \text{ l/s}$ ) do  $123 \text{ m}^3/\text{dan}$  ( $1,42 \text{ l/s}$ ) podbacuje u odnosu na eksperiment, što se pripisuje nedostatku korištene računalne domene. Pri  $k_L = 0$  dobiva se  $\Delta h = 3,81565 \text{ m}$  (tablica 1) što pokazuje da izlaz iz domene nije dovoljno velik (pre mali poprečni presjek) za protok koji ostvaruje pumpa.

Da bi se numerički izračunale  $Q$ - $H$  točke ispod  $H = 3,81565 \text{ m}$ , na izlazu domene je promijenjen rubni uvjet smanjenjem zadanog tlaka za vrijednost gubitka strujanja koji se javlja zbog premalog izlaznog presjeka. Od protoka  $108 \text{ m}^3/\text{dan}$  ( $1,25 \text{ l/s}$ ) do  $0 \text{ m}^3/\text{dan}$  CFD rješenje nadvisuje eksperimentalno rješenje, što predstavlja grešku računalne simulacije koja je zabilježena i u literaturi [47]. Prema literaturi [56] CFD podbacuje u predviđanju intenziteta turbulencije, ali generira veću brzinu u radijalnom prostoru između rotora i statora (difuzora). Budući je taj prostor najvažniji za centrifugalno vrtložnu pumpu, stoga se to uzima za objašnjenje većih  $H$  u tom rasponu protoka. Najme, tok s tako višom generiranom brzinom nailazi na vrtložni vijenac koji onda generira veću  $e_4$  prema jednadžbi (3.28), te fluid s tako povećanom energijom ulazi u difuzor pa se ostvaruje veći  $H$ .

No budući je najveće odstupanje visine dobave  $0,15 \text{ m}$  pri protoku od  $89 \text{ m}^3/\text{dan}$  ( $1,03 \text{ l/s}$ ), što je  $2,5\%$  visine dobave pri tom protoku, te budući prosječno odstupanje visine dobave kroz cijelo radno područje stupnja iznosi  $0,09 \text{ m}$ , za CFD rješenje se smatra da je dobro obuhvatilo fiziku strujnih tokova.

### 4.1.5 Usporedba visine dobave centrifugalno vrtložne i centrifugalne pumpe

Na slici 52 je prikazana  $Q-H$  karakteristika centrifugalnog stupnja i  $Q-H$  karakteristika hibridnog centrifugalno vrtložnog stupnja (obje karakteristike dobivene su CFD-om). Vidljivo je da karakteristika centrifugalno vrtložne pumpe glatko prati karakteristiku centrifugalne pumpe od maksimalnog protoka do protoka od  $105 \text{ m}^3/\text{dan}$  ( $1,22 \text{ l/s}$ ). Nakon  $105 \text{ m}^3/\text{dan}$  ( $1,22 \text{ l/s}$ ) karakteristika centrifugalno vrtložne pumpe nastavlja strmo rasti (kao karakteristika vrtložne pumpe u radu [3]), za razliku od karakteristike centrifugalne pumpe koja raste sporije od karakteristike centrifugalno vrtložne pumpe do svog maksimuma pri protoku od  $65 \text{ m}^3/\text{dan}$  ( $0,75 \text{ l/s}$ ), a nakon čega počinje strmo padati. Ovaj oblik karakteristike u kojem ona nakon maksimuma prelazi u strmo padajući dio predstavlja nestabilnost rada pumpe, jer pumpa pri određenoj visini dobave može ostvariti dva različita protoka, lijevo i desno od maksimuma krivulje  $Q-H$  karakteristike [57].



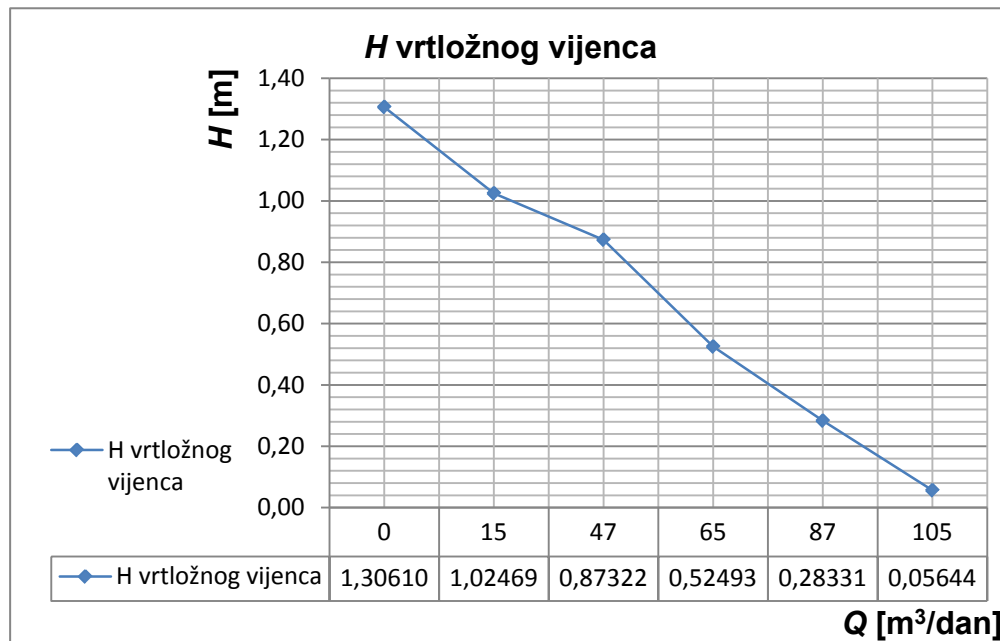
Slika 52 Usporedba CFD  $Q-H$  karakteristika centrifugalno vrtložnog i centrifugalnog stupnja,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

Dodavanjem vrtložnog vijenca na centrifugalni stupanj dobivena je strmo padajuća  $Q-H$  karakteristika pumpe, koja osigurava stabilnost njenog rada. Time je potvrđena jedna od pozitivnih uloga vrtložnog vijenca u centrifugalno vrtložnoj pumpi.

#### 4.1.6 Procjena energije vrtložnog dijela pumpe – $e_4$

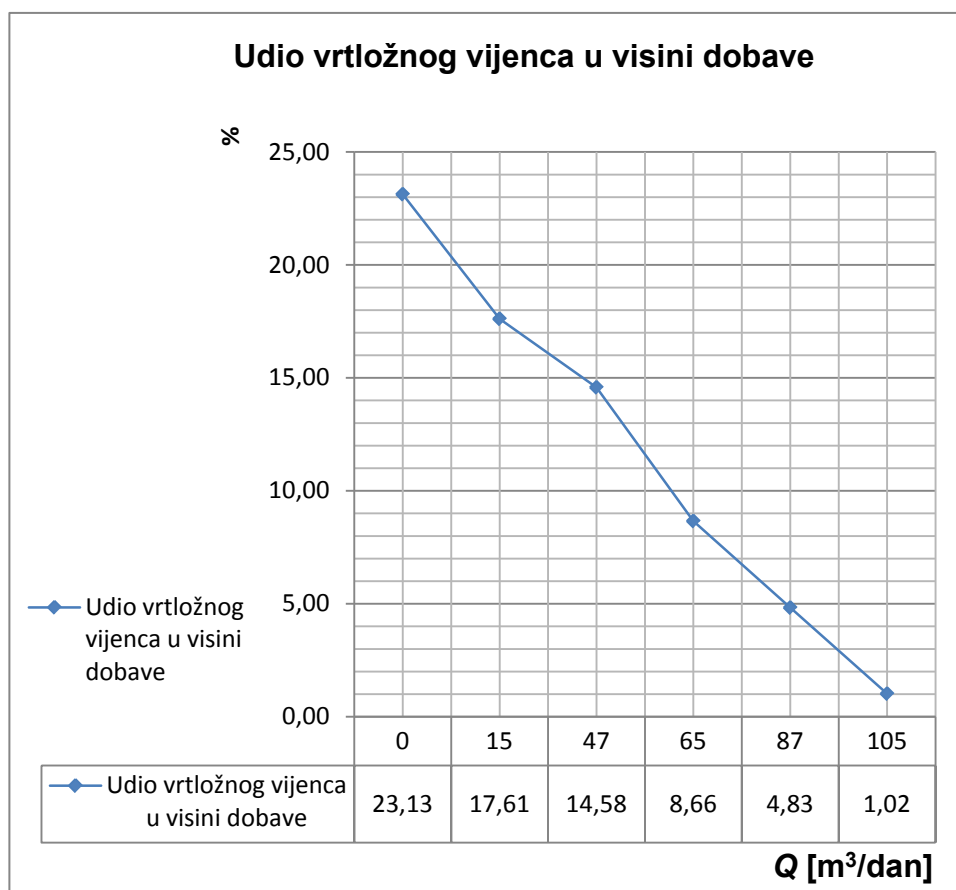
Doprinos vrtložnog procesa na visinu dobave i odgovarajući prirast tlaka zavisi o protoku, a uz dani protok o veličini aksijalne komponente apsolutne brzine pri prijelazu kapljevine iz centrifugalnog rotora u kanale difuzora. Što je manji protok i što je manja aksijalna komponenta brzine, to veći broj ćelija (kanala) vrtložnog vijenca učestvuje u promjeni količine gibanja između kapljevine koja se nalazi u danom vremenskom trenutku u tim ćelijama i toka kapljevine iz centrifugalnog rotora u kanale difuzora.

Slika 53 jasno pokazuje da vrtložni vijenac u centrifugalnoj vrtložnoj pumpi 2VNN5-79 počinje povećavati visinu dobave pri protoku  $105 \text{ m}^3/\text{dan}$  ( $1,22 \text{ l/s}$ ) do nultog protoka, što je jako povoljno jer što je pumpa više „prigušena“, što treba savladati veći otpor to joj više pomaže vrtložni vijenac.



Slika 53 Doprinos energetskega tokova u vrtložnom vijencu na povećanje  $H$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

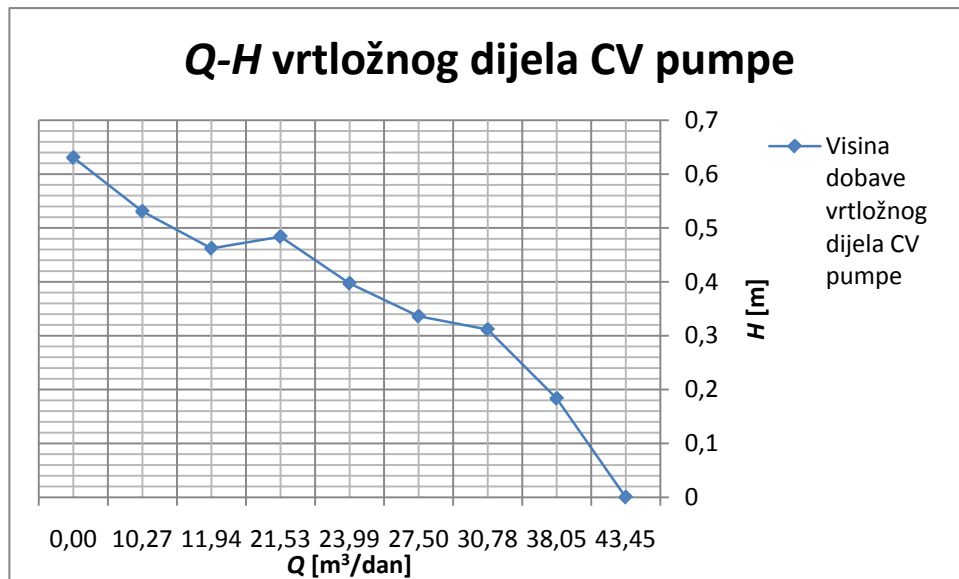
Vrtložni efekt ostvaren vrtložnim vijencem je omogućio povećanje visine dobave stupnja za maksimalno 23,13% (prosječno povećanje 11,64%) kao što prikazuje slika 54.



Slika 54 Udio vrtložnog vijenca u visini dobave centrifugalno vrtložne pumpe,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

## 4.2 KARAKTERISTIKA VRTLOŽNOG DIJELA CENTRIFUGALNO VRTLOŽNE PUMPE

Na slici 55 je prikazana visina dobave vrtložno dijela CV pumpe, bez centrifugalnog rotora. Kao što je vidljivo iz slike, sam VV stvara maksimalnu  $H$  od 0,63 m. Prema slici 54, u kojem VV djeluje u sinergiji s centrifugalnim rotorom, VV stvara maksimalnu  $H$  od 1,306 m. Dakle VV u sinergiji s centrifugalnim rotorom daje dvostruku visinu dobave nego kad djeluje sam. To je stoga jer kad djeluje u sinergiji s centrifugalnim rotorom, on zahvaća sekundarni tok kojem je centrifugalni rotor prenio već određenu energiju (Poglavlja 4.6 i 4.7).

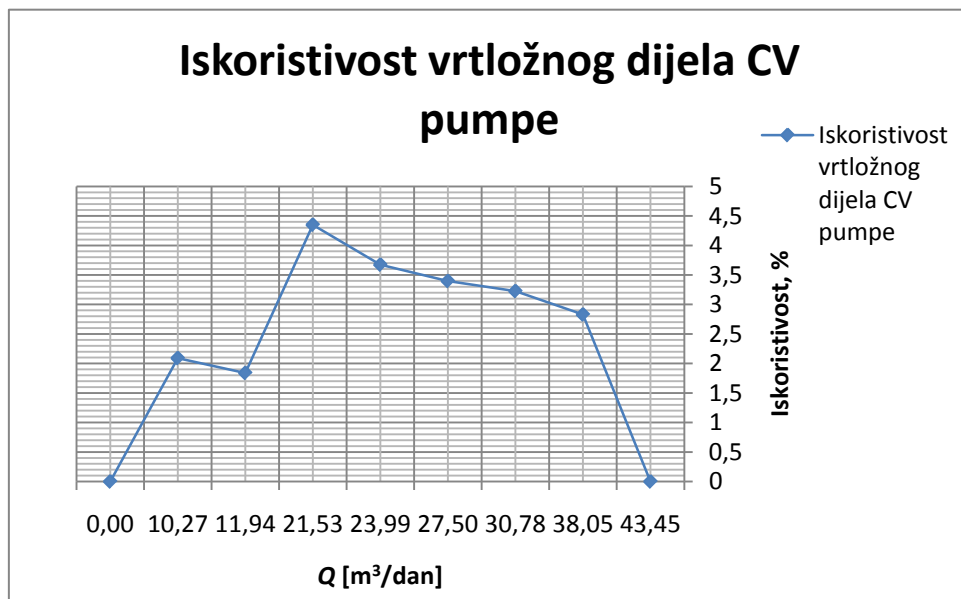


Slika 55 Visina dobave vrtložnog dijela CV pumpe,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

Iz slike 55 je vidljivo da kad VV djeluje sam, stvara strmo padajuću karakteristiku s malim protokom. No međutim maksimalno dovedena snaga za vrtložni vijenac iznosi 33,66 W dok maksimalno dovedena snaga CV pumpe iznosi 108,25 W.

Nadalje, VV je dio CV pumpe i nije potpuna vrtložna pumpa kao prikazana na slici 3. VV u usporedbi s vrtložnom pumpom ima prekratke i preplitke lopatice, i zbog toga kad radi sam ima nisku iskoristivost. Kako VV ima preplitke lopatice ne uspije „uhvatiti“ dovoljno fluida, tako da gubici strujanja zbog trenja „uzmu“ veliki dio visine dobave koju generira VV. I naravno kod VV je veliki zazor između njega i statora, puno veći nego kod vrtložne pumpe.

Slika 56 prikazuje iskoristivost VV kad djeluje sam. Očigledno VV kad djeluje sam ima jako nisku iskoristivost koja postiže maksimalnu vrijednost 4,35%.



Slika 56 Iskoristivost vrtložnog dijela CV pumpe,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$



### 4.3 TURBULENCIJA, KOHERENTNE STRUKTURE I INVERZNA ENERGETSKA KASKADA

Definirati turbulenciju fluida nije jednostavno. Turbulencija se može opisati kao "nepravilano gibanje u rotacijskom strujanju koje se pokorava ograničenjima vjerojatnosti [58].

Navest će se nekoliko tvrdnji o turbulenciji prema literaturi [59]:

- Turbulentno strujanje je kaotično u smislu da će mali početni poremećaji biti pojačani, što će rezultirati potpuno nekoreliranim poljima. To znači da je determinističko predviđanje turbulentnog strujanje gotovo nemoguće.
- Turbulencija "miješa" bilo koju prenesenu veličinu (uključujući moment) znatno brže nego molekularna difuzija.
- Skale pri kojima se miješanje odvija uključuju širok raspon prostornih valnih duljina

Druga i treća tvrdnja imaju izravne implikacije na CFD tretiranje turbulentnih strujanja.

Postavlja se pitanje: Odakle dolazi turbulencija?

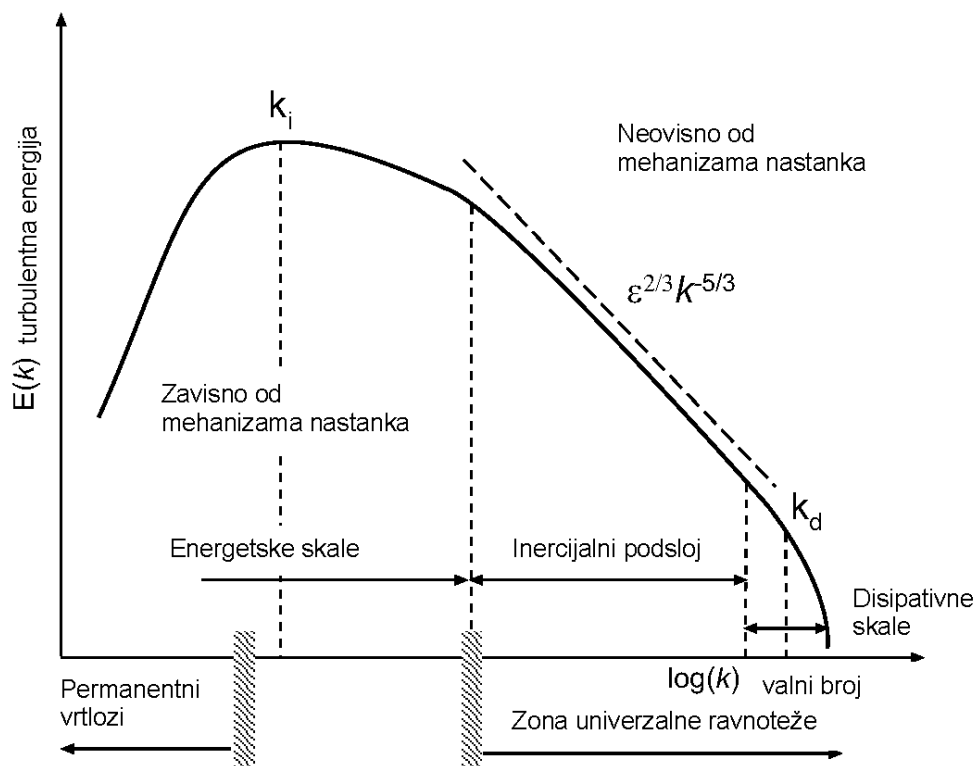
Više puta je dokazano da se turbulencija može razvijati i opstati samo u rotacijskom strujanju tj. u prisutnosti smičnog naprezanja. Pripadajući gradijenti brzine daju potrebnu razliku energije koja pretvara male početne perturbacije u gibanje većih skala (engl. Large scales) putem raznih mehanizama rasta nestabilnosti. Proces postaje moguć kada inercijalne sile nadvladaju viskozne, tako da male početne perturbacije više nisu prigušene molekularnom viskoznošću (dakle pri velikim  $Re$  brojevima). Tada se veći vrtlozi raspadnu u sitnije, stohastičke strukture koje se definiraju kao turbulencija.

Do danas su određeni mehanizmi rasta perturbacija objašnjeni u okviru teorije linearne stabilnosti, uglavnom u početnim fazama rasta perturbacija. Drugi mehanizam koji se još uvijek istražuje je raspad velikih koherentnih struktura u male vrtloge. Pojava se klasira kao „raspad putem serije sukcesivnih nestabilnosti“ [59]. Za razliku od početnih strukturiranih vrtloga, koji ponekad pokazuju predvidljivo i/ili ciklično ponašanje, ove

strukture su u potpunosti trodimenzionalne, pseudo-slučajne te imaju tendenciju da su neovisne od mehanizama nastanka inicijalnih struktura. No skala raspodjele tih vrtloga se vrlo dobro slaže s fenomenološkim predviđanjima Kolmogorova [60]. Kolmogorova teorija pretpostavlja da turbulentna energija sadržava izotropnu (invariantnu na rotaciju) turbulenciju. Taj sadržaj izotropne turbulencije ovisi samo o veličini disipacije energije,  $\varepsilon$ , pri kojoj najmanje skale turbulencije pretvaraju gibanje u toplinu i valni broj  $k$  (engl. wave number), koji je obrnuto proporcionalan duljini skala vrtloga. To podrazumijeva da dužine skala pri kojima je turbulentna energija unešena u sustav su dovoljno različite od onih skala pri kojima se energija disipira u toplinu. Time će karakter turbulencije biti nezavisan od velikih prisilnih skala i molekularne viskoznosti.

Ova konstatacija je eksperimentalno potvrđena za široko područje strujanja, od strujanja u atmosferi do strujanja u mlaznicama. To također znači da turbulencija ima tendenciju da se ponaša izotropno, što pogoduje LES modelu turbulencije.

Kolmogorov zakon je prikazan na slici 57 [60].



Slika 57 Tri dimenzijske topologije nestlačivog strujanja, [60]

Linija konstantnog nagiba predstavlja turbulentni energetski spektar, što se može izvesti pomoću dimenzijske analize:

$$\mathbb{E}(k) = C_k \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (3.105)$$

gdje je  $C_k$  – univerzalna konstanta za koju je eksperimentalno utvrđeno da je 1,5.

Prema slici 57 idealizirani energetski spektar može se podijeliti u nekoliko cijelina:

- Prvi dio sadrži energiju  $k_i$  ili integralne skale, što uključuje nestabilno gibanje stalnog karaktera, odnosno uključuje skale s kojima je turbulentna energija unešena u sustav. Ti veliki vrtlozi sadržavaju većinu turbulentne kinetičke energije.
- Drugi dio sadrži prijelazne skale i poznat je kao inercijalni podsloj. To su skale koje se pokoravaju Kolmogorovom zakonu, odnosno one su neovisne o prisilnim skalama i ovisne su o inercijalnim silama, a ne o viskoznim silama. Ove skale sadrže malo turbulentne kinetičke energije, a ujedno ju i malo disipiraju. Njihova je glavna zadaća prijenos energije s velikih skala na jako male.
- Završni dio energetskog spektra je disipativni dio. To su skale manje od Kolmogorovih:  $k_d \propto (\varepsilon/\nu^2)^{1/4}$ . Te su skale dužine pri kojima viskozni efekti značajno počinju prigušivati turbulentno gibanje. Kraj krivulje predstavlja gotovo eksponencijalni pad sadržaja energije, te uključuje raspršenu energiju unutar turbulentne kaskade. Zajedno s inercijskim podslojem, disipativne skale čine ono što je poznato kao područje univerzalne ravnoteže, jer se smatra da je turbulencija u potpunosti razvijena i oslobođena utjecaja granica i drugih prisiljavajući efekata u smislu smanjenja turbulencije.

### Inverzna energetska kaskada

Postoji bliska analogija između prostorne strukture turbulentnih graničnih slojeva i spektralnog ustroja turbulencije. Ako je  $Re$  broj dovoljno velik dinamika turbulentnih graničnih slojeva i spektar velikih skala (engl. large scales) turbulentnih procesa su neovisni o gibanju najmanjih skala (engl. small scales), vezanog uz molekularnu viskoznost. U graničnom sloju blizu zida viskoznost djeluje kao ponor momenta za

jezgru strujanja, na sličan način na koji disipacija malih skala djeluje na nestanak spektra turbulentne kinetičke energije. Moment i kinetička energija glavnog toka prenose se u površinski sloj preko Reynoldsovih napreznja i tamo se pretvaraju u turbulentnu kinetičku energiju i toplinu (kroz viskoznu disipaciju). Većina turbulentne energije generirane u blizini zida se izgubi rasipanjem zbog velikog gradijenata brzine u ovom području. Međutim značajan dio se transportira do vanjskog toka mehanizmom turbulentne difuzije prije nego što izdisipira.

Budući je nastajanje turbulencije u jezgri strujanja općenito malo, to čini površinski sloj glavnim izvorom turbulentne energije za cijeli tok. Da bi se dobila jasnija slika o bilanci turbulentne energije (time i o njenim tokovima pretvorbe), potrebno je analizirati jednadžbu za turbulentnu energiju:

$$K = \langle \text{tr}(u'^2) \rangle / 2 \quad (3.106)$$

zapisanu u obliku:

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla K - \nabla \cdot (\nu \nabla K) + \nabla \cdot \psi = -\langle u'u' \rangle : \nabla \mathbf{U} - \varepsilon \quad (3.107)$$

gdje je  $\varepsilon = \nu \langle (\nabla u' + \nabla u'^T) \nabla u' \rangle$  viskozna disipacija, a prvi član na desnoj strani nastajanje lokalne turbulentne energije djelovanjem turbulentnih Reynoldsovih napreznja glavnog toka prema literaturi [61] i [62].

Član  $\psi$  na lijevoj strani je prostorni energetski tok uzrokovan turbulentnim gradijentom tlaka i turbulentnom konvekcijom te se definira kao:

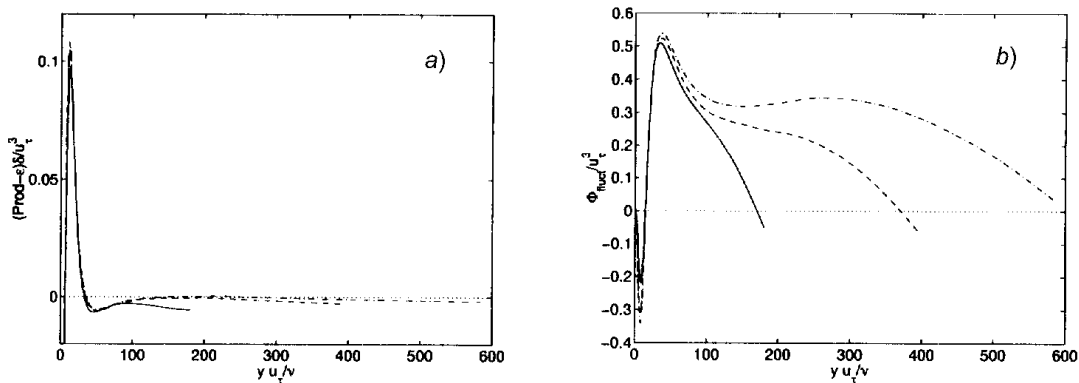
$$\psi = \langle u' (p' + \text{tr}(u'^2) / 2) \rangle \quad (3.108)$$

Ako je strujanje paralelno i u ravnoteži (npr. strujanje u kanalu), vremenski osrednjeni derivativi u smjeru strujnica i brzine poprečno na strujnice teže k nuli. Uz pretpostavku da je doprinos viskozne difuzije mali u odnosu na turbulentne doprinose, jednadžba (3.107) se reducira na:

$$\frac{\partial \psi_2}{\partial y} = -\langle u'u' \rangle : \nabla \mathbf{U} - \nu \langle (\nabla u' + \nabla u'^T) : \nabla u' \rangle \quad (3.109)$$

tako da je jedini značajni energetski tok glavnog strujanja normalna komponenta na zid  $\psi_2$ .

Slika 58 prikazuje prethodno navedeni tok i bilancu nastajanja turbulentne energije dobivene kod tri DNS simulacije strujanja u kanalu za različite  $Re$  brojeve prema literaturi [63]. Za prikazane slučajeve je jasno da se neto proizvodnja turbulencije javlja samo u vanjskim viskozim i međupodručjima, dok je rasipanje veće od nastajanja svugdje drugdje. Ova pojava je pojačana energetskim tokom koji je pozitivan kroz veći dio domene (osim vrlo blizu zidu), uz naglašavanje kretanja energije dalje od površine. Može se posebno uočiti da tendencija toka na višim  $Re$  brojevima postaje konstantna uz zid, na okomitoj udaljenosti od zida koja odgovara položaju logaritamskog sloja. Ova ravnoteža zahtijeva lokalnu ravnotežu nastajanja turbulencije i disipacije, koja mora postojati unatoč dominaciji proizvodnih i disipativnih članova u ovom području [61].



Slika 58 a) Intenzivno lokalno nastajanje energije,  $-\langle u'u' \rangle : \nabla U - \varepsilon$ ,

b) Turbulentni energetski tok,  $\psi_2$ . Za ---  $Re = 180$ ; - - -  $Re = 395$ ; - · -  $Re = 640$ , [59]

Osim toga, trenutne statističke spoznaje iz literature [64] pokazuju da je tok zaostala komponenta gibanja energije velikih razmjera okomito na zid, te je za red veličine veći od prosjeka. Točna ravnoteža u ovom području, unatoč značajnim trenutačnim tokovima, teži samosličnosti energetskih tokova u ovom području.

To ne čudi s obzirom na to da se zakon sličnosti može koristiti samo za određivanje logaritamskog profila brzine, što je dokazano eksperimentalno. Ovdje zakon sličnosti i dimenzionalna analiza zahtijevaju da  $\psi_2/\tau_{12}^{3/2}$  mora biti konstantno, a kako je srednje

Reynolds-ovo naprezanje  $\tau_{12} = \langle u_1' u_2' \rangle$  konstantno u blizini zida za uravnotežena strujanja, energetski tok također mora biti konstantan.

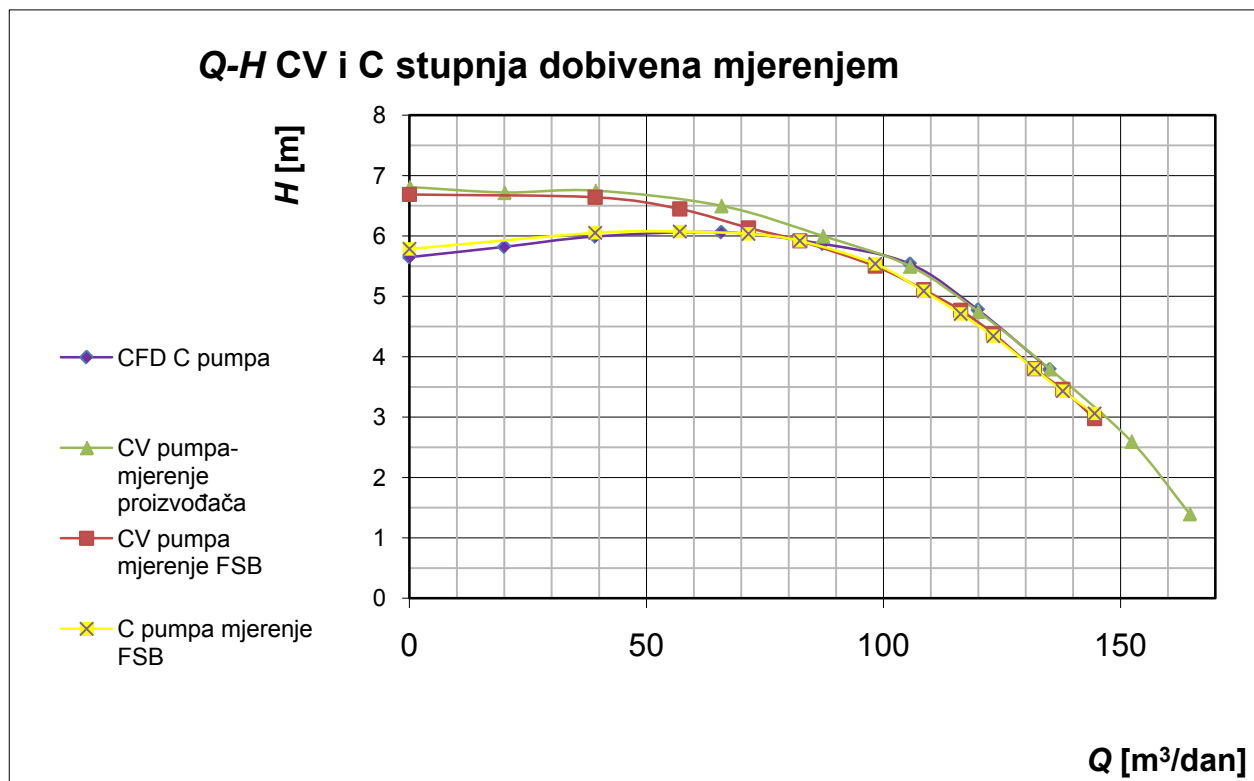
U središnjem dijelu kanala disipacija značajno premašuje nastajanje i ovdje gotovo da turbulencija i ne nastaje. Dakle, većina turbulentne energije dolazi od toka sa zidova.

Budući da je najveći dio turbulentne energije sadržan u vrtlozima velikih skala, veličina vrtloga je ograničena udaljenošću od zida. Vrtlozi koji sadrže energiju blizu zida biti će mali dok oni smješteni u jezgri strujanja biti će veliki.

Prijenos energije s malih na velike skale je primjer inverzne energetske kaskade za razliku od klasičnih Kolmogorovih kaskada [65].

#### 4.4 REZULTATI MJERENJA CV I C PUMPE

Rezultati statističke obrade rezultata mjerenja u Laboratoriju za hidromehaniku i hidrauličke strojeve na FSB su prikazani na slici 59 zajedno s rezultatima mjerenja proizvođača CV pumpe i s rezultatima CFD simulacije C pumpe (budući da isti nisu dostupni od proizvođača CV pumpe).



Slika 59 Karakteristika CV i C pumpe dobivena mjerenje proizvođača i mjerenjem na FSB,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

Može se primijetiti da mjerenja proizvođača idu od protoka 0-165 m<sup>3</sup>/dan (0-1,91 l/s) dok rezultati mjerenja na FSB idu od protoka 0-145 m<sup>3</sup>/dan (0-1,68 l/s). To znači da pri otvorenim kontrolnim ventilima mjerna linija na FSB-u (slika 26) pruža nešto veći otpor strujanju iza pumpe u odnosu na mjernu liniju proizvođača.

Analizirajući sliku 59 može se uočiti izvrsno kvalitativno slaganje rezultata mjerenja, dok je kvantitativno poklapanje rezultata vrlo dobro. Rezultati mjerenja CV pumpe na FSB-u

malo su niži od rezultata mjerenja proizvođača (prosječno 1%), što se može protumačiti lošijim brtvljenjem na modelu CV pumpe od pleksi stakla na usisu u rotor i zazora između rotora i statora. Kod pleksi modela zbog tehnologije izrade moraju biti zazori na navedenim mjestima u iznosu od 0,3 mm dok kod stvarnog CV stupnja ti zazori ne postoje. Kod stvarne CV pumpe te dodirne površine izvedeno su brtveno kako bi se izbjegli gubici zbog prestrujavanja fluida iz područja većeg tlaka ka nižim. Stoga CV stupanj od pleksi stakla ima veći gubitak zbog prestrujavanja (tzv. leakage).

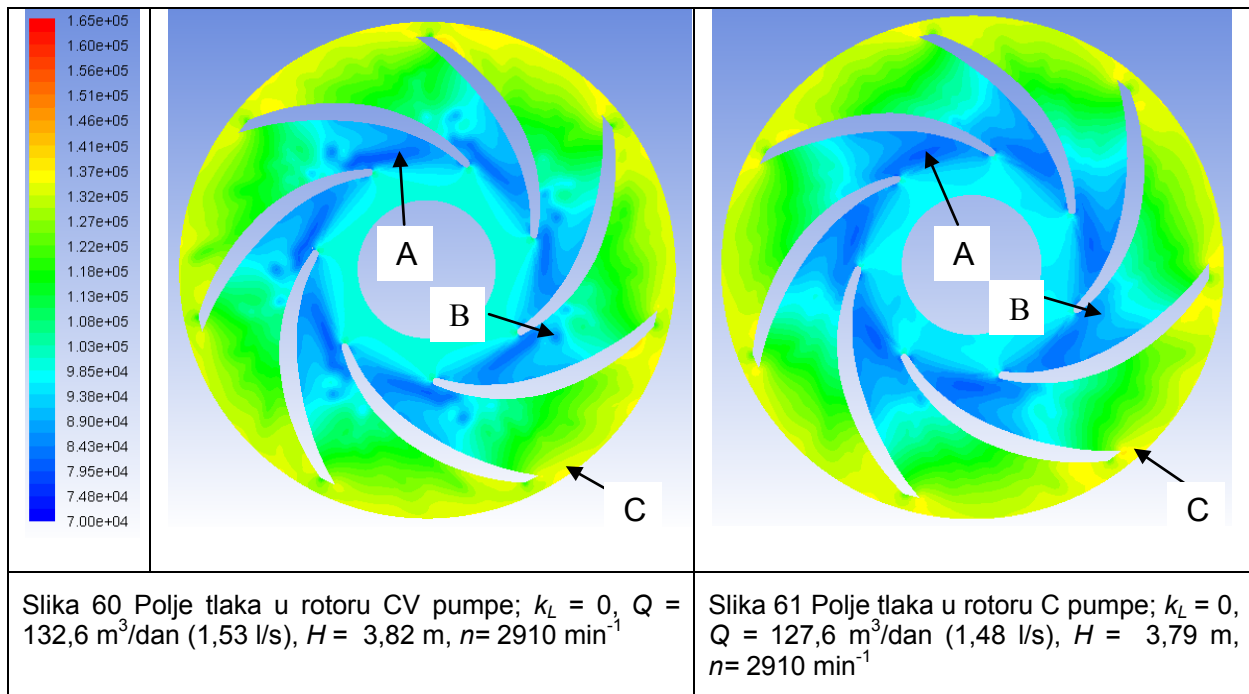
Što se tiče C pumpe može se uočiti vrlo dobro kvalitativno i kvantitativno poklapanje rezultata CFD simulacija i rezultata dobivenih mjerenjem na pleksi modelu C pumpe na FSB-u. Budući kod CFD modela nema mogućnosti „leakage“-a u području od 50 do 144 m<sup>3</sup>/dan (0,58-1,67 l/s), rezultati CFD premašuju rezultate mjerenja (prosječno 1,5%). U području rada C pumpe od 0 do 50 m<sup>3</sup>/dan (0,58 l/s), CFD rezultati su niži od rezultata mjerenja za < 1% što je u području mjernih nesigurnosti.

Pomoću rezultata prikazanih na slici 59, u potpunosti je obavljen postupak validacije CFD simulacija.



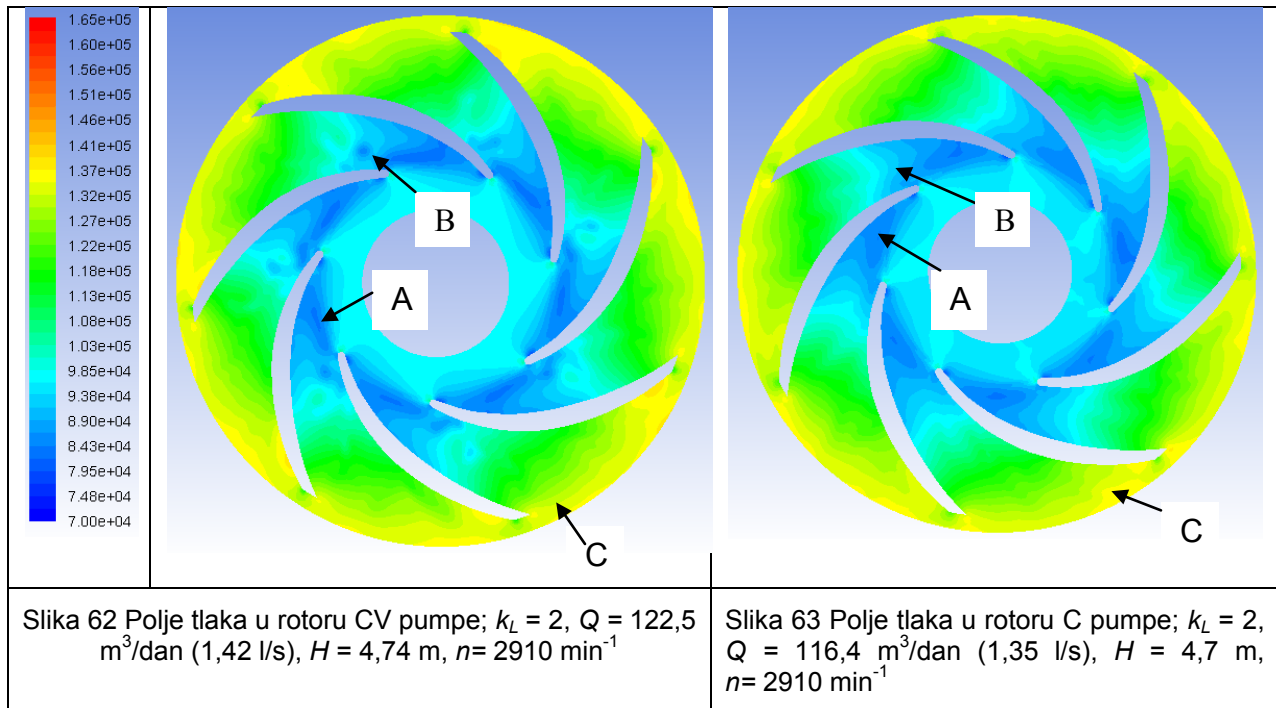
## 4.5 ANALIZA POLJA TLAKA U CENTRIFUGALNOM ROTORU CENTRIFUGALNE I CENTRIFUGALNO VRTLOŽNE PUMPE

Uspoređujući usisna područja A na slikama 60 i 61 može se zaključiti da kod C pumpe nastaje puno šire usisno područje, dok u isto vrijeme C pumpa ostvaruje nižu visinu dobave. Razlog tome naslućuje se iz usporedbe područja B na slikama obje pumpe. Naime kod CV pumpe, područje nižeg tlaka prije se raspada mehanizmom otkidanja vrtloga, u području B na slikama, dok je kod C pumpe taj prijelaz s nižeg tlaka na veći kontinuiran i odvija se dulje. Može se zaključiti da nešto kod CV pumpe „ubrzava“ prijelaz s nižih tlakova na više. Jedino logično je za zaključiti da VV utječe na tu usisno područje.



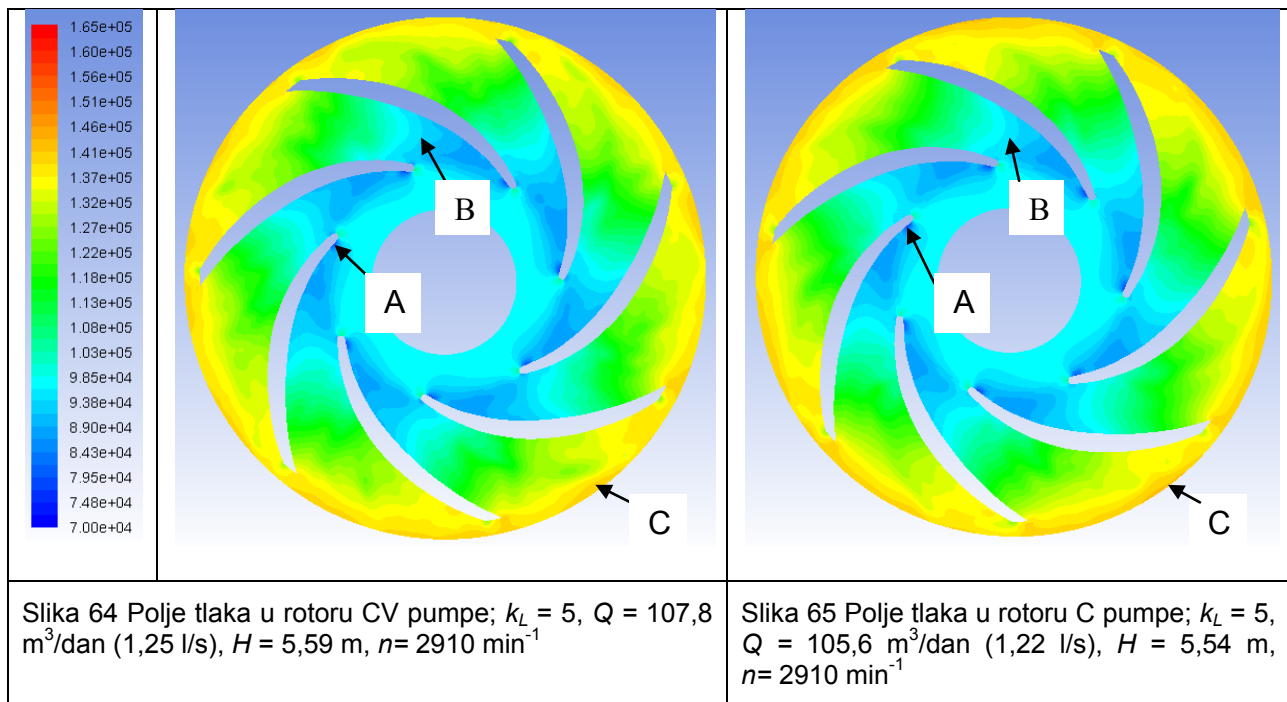
Integracijom tlaka po obodu rotora u ovom režimu rada pumpe,  $k_L = 0$  (potpuno otvoren ventil na izlazu), dobije se da obje pumpe ostvaruju gotovo isti tlak (područje C).

Na slikama 62 i 63 su prikazana polja tlakova u C i CV pumpi pri  $k_L = 2$  (prva točka prigušenja ventila na izlazu). Pri ovom režimu uočava se da je usisno područje A i dalje veće kod C pumpe. Pri ovom režimu usisno područje kod CV pumpe se puno prije raspada mehanizmom vrtloga, u području B.



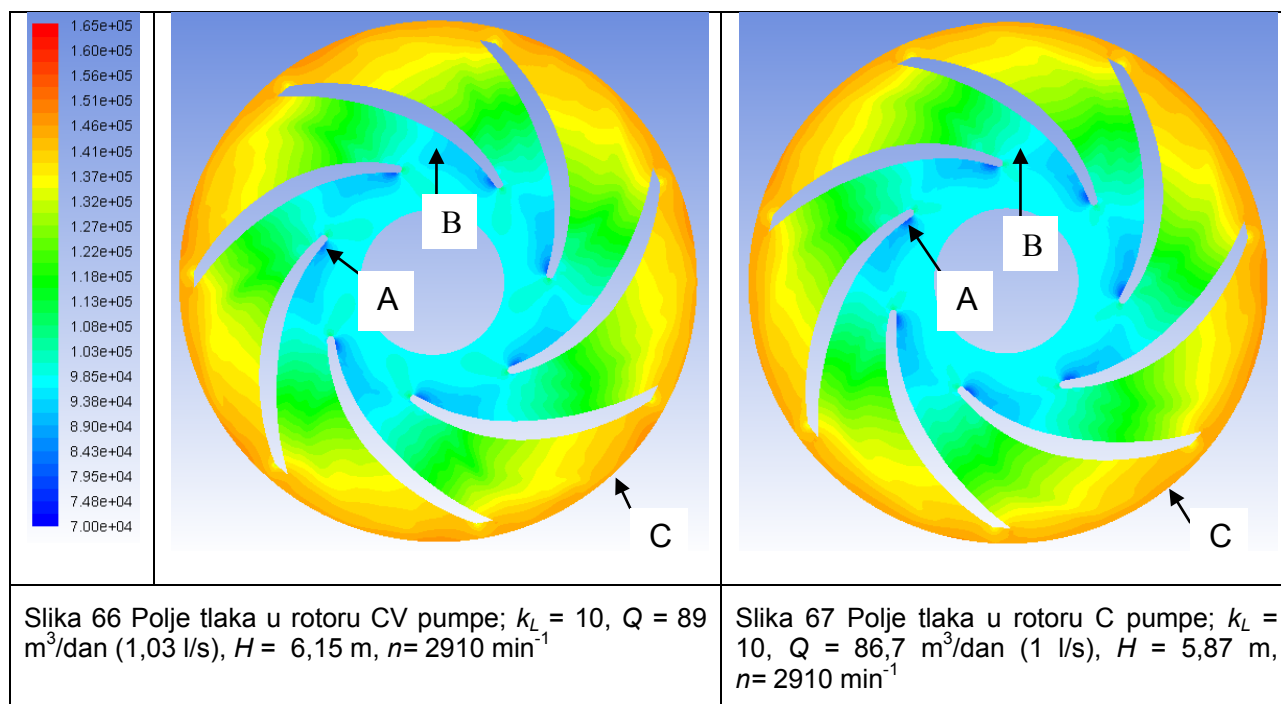
Integracijom statičkog i dinamičkog tlaka po obodu rotora u ovom režimu rada pumpe,  $k_L = 2$  (točka prvog zatvaranja ventila na izlazu), dobije se da rotori oboje pumpe ostvaruju gotovo iste tlakove (područje C).

Daljnijm prigušivanjem protoka,  $k_L = 5$ , polja tlakova CV i C pumpe postaju slična. Na slikama 64 i 65 se uočava da oblik usisnog područja za obje pumpe postaje sličan. Primjećuje se da se točka najnižeg tlaka kod obje pumpe smjestila tik ispod napadnog brida konveksne strane lopatice rotora (točka A). Točka najnižeg usisnog tlaka (točka A) je niža kod C pumpe u odnosu na točku najnižeg tlaka kod CV pumpe. Za razliku od prijašnja dva režima rada CV pumpe, kod kojih se usisno područje raspadalo mehanizmom vrtloga, ovdje tlak raste postepeno preko izobara koje su okomite na konveksnu stranu lopatice (točka B).



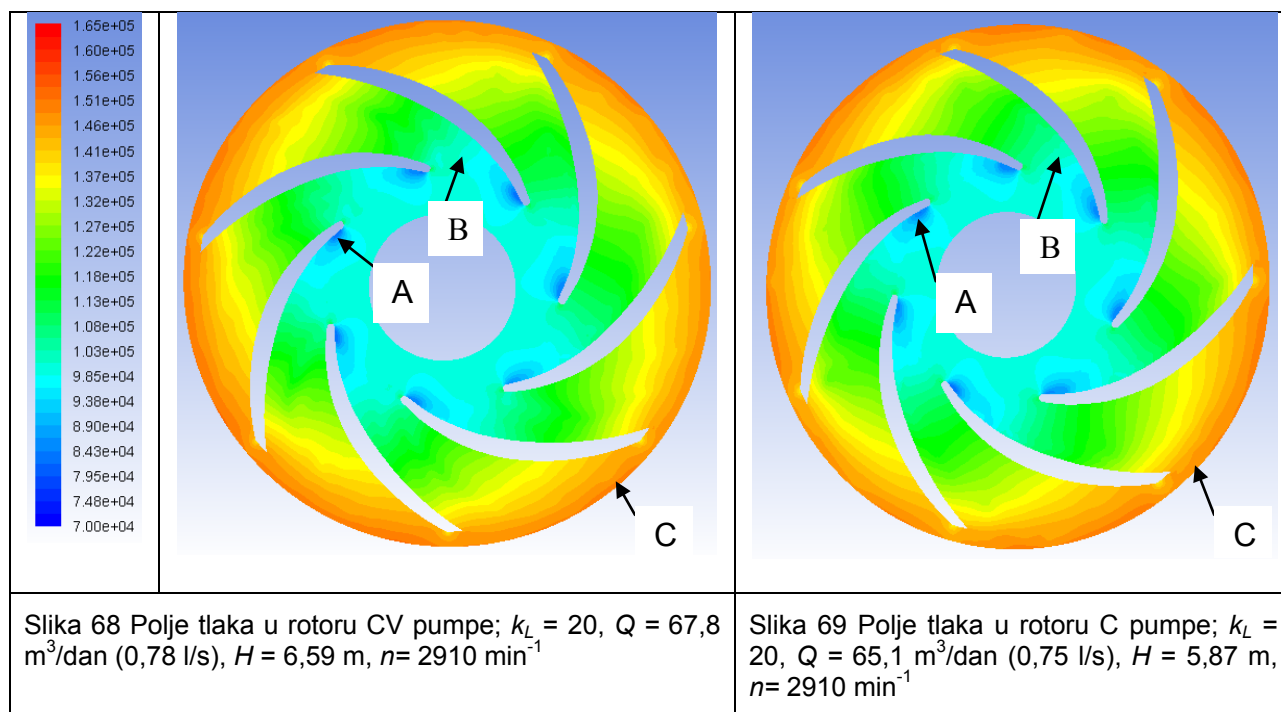
Integracijom statičkog i dinamičkog tlaka po obodu rotora u ovom režimu rada pumpi,  $k_L = 5$ , dobiva se da rotori oboje pumpe ostvaruju gotovo iste tlakove (područje C).

Na slikama 66 i 67 su prikazana polja tlakova pri prigušenju protoka uz  $k_L = 10$ . Uočava se da se usisno područje kod obje pumpe značajno skratilo (točka B). I dalje je točka najnižeg usisnog tlaka smještena tik ispod napadnog brida lopatice po konveksnoj strani. Tlak u točki najnižeg usisnog tlaka (točka A) kod C pumpe je niži nego kod CV pumpe.



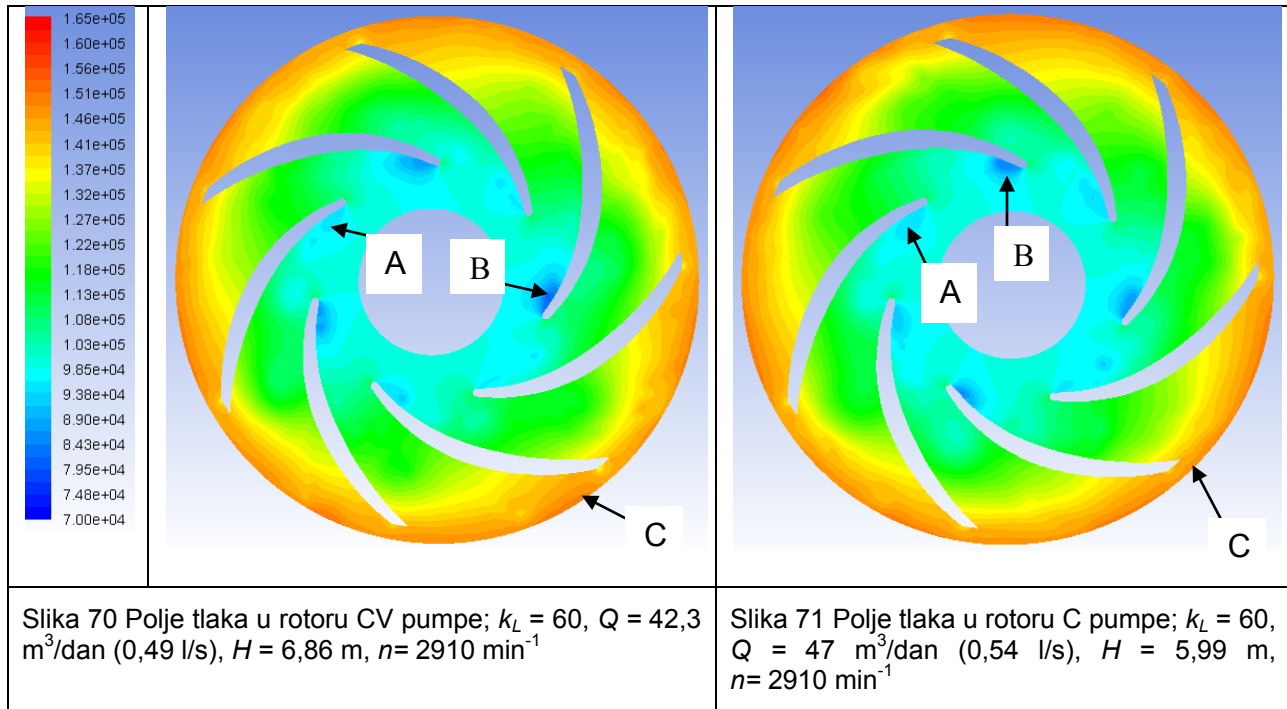
Integracijom statičkog i dinamičkog tlaka po obodu rotora u ovom režimu rada pumpe,  $k_L = 10$ , dobiva se da rotori oboje pumpe ostvaruju gotovo iste tlakove (područje C).

Na slikama 68 i 69 su prikazana polja tlakova pri prigušenju protoka uz  $k_L = 20$ . Uočava se da se usisno područje kod obje pumpe još više skratilo (točka B). I dalje je točka najnižeg usisnog tlaka pozicionirana tik ispod napadnog brida lopatice po konveksnoj strani. Tlak u točki najnižeg usisnog tlaka (točka A) kod C pumpe je niži nego kod CV pumpe.



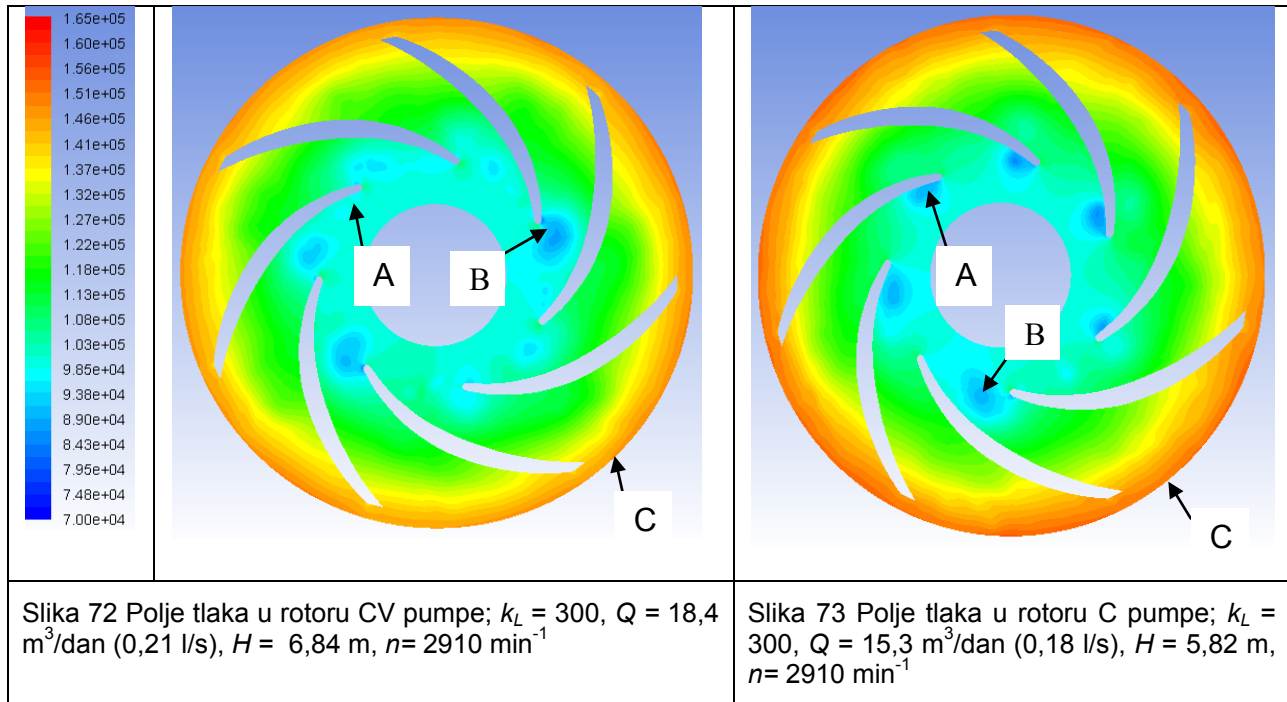
Integracijom statičkog i dinamičkog tlaka po obodu rotora u ovom režimu rada pumpe,  $k_L = 20$ , dobiva se da rotori oboje pumpe ostvaruju gotovo iste tlakove (područje C).

Na slikama 70 i 71 su prikazana polja tlakova pri prigušenju protoka uz  $k_L = 60$ . Uočava se da se usisno područje kod obje pumpe vrlo brzo raspada. Nadalje, uočava se da se točka najnižeg usisnog tlaka (točka A i točka B) ne nalazi više na konveksnoj strani svih lopatica nego samo nekih.



Integracijom statičkog i dinamičkog tlaka po obodu rotora u ovom režimu rada pumpe,  $k_L = 60$ , dobiva se da rotor C pumpe ostvaruje viši statički tlak, ali niži dinamički tlak u odnosu na rotor CV pumpe (područje C).

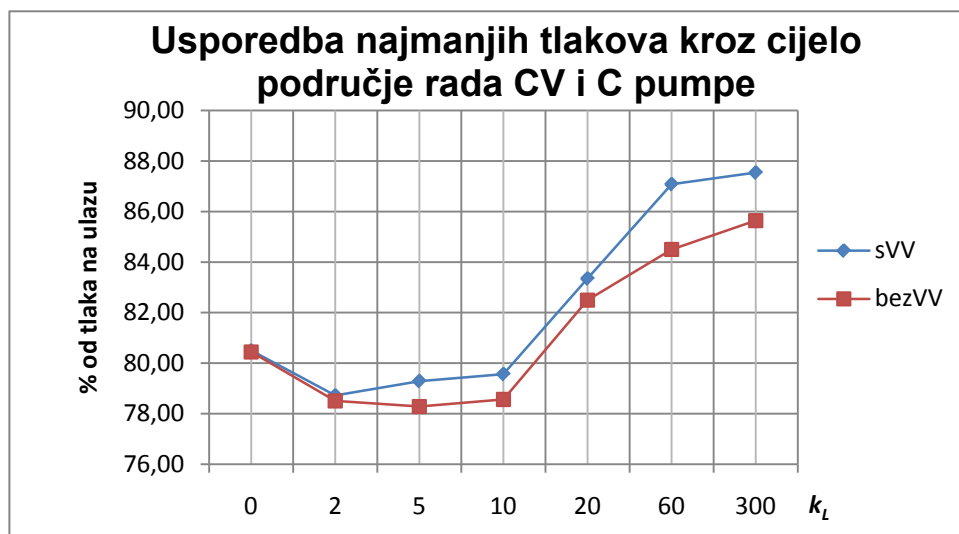
Na slikama 72 i 73 su prikazana polja tlakova pri zadnjem prigušenju protoka uz  $k_L = 300$  (gotovo potpuno zatvoren ventil na izlazu pumpe). Uočava se da se usisno područje kod obje pumpe vrlo brzo raspadne. Nadalje, uočava se da se točka najnižeg usisnog tlaka (točka A i točka B) ne nalazi na konveksnoj strani svih lopatica, nego se kod nekih lopatica nalazi na konkavnoj a kod nekih na konveksnoj strani.



Integracijom statičkog i dinamičkog tlaka po obodu rotora u ovom režimu rada pumpe,  $k_L = 300$ , dobiva se da rotor C pumpe ostvaruje viši statički tlak ali niži dinamički tlak u odnosu na rotor CV pumpe (zona C).

Na kraju treba napomenuti da na slikama 61 do 74 polja tlakova u centrifugalnom rotoru CV i C pumpe su prikazana u ravnini poprečnoj na os vrtanje, točno po pola širine lopatica.

Iz slika polja strujanja napravljen je dijagram najnižih tlakova, slika 74, iz kojeg je vidljivo da se u rotoru CV pumpe ostvaruju nešto viši usisni tlakovi, prosječno 1,3%, ujedno uz veću ostvarenu visinu dobave. Najveća razlika usisnog tlaka CV i C pumpe pojavljuje se na kraju radnog područja pri krajnjem prigušenju protoka. Od vrijednosti za  $k_L = 20$  može se zaključiti da centrifugalni rotor CV pumpe posustaje sa svojim djelovanjem i da ga jako nadopunjuje vrtložni vijenac, pa se kod CV pumpa može dozvoliti da radi s višim usisnim tlakom.



Slika 74 Usporedba najnižih tlakova koji se javljaju u centrifugalnom rotoru CV i C pumpe kroz cijelo područje rada,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

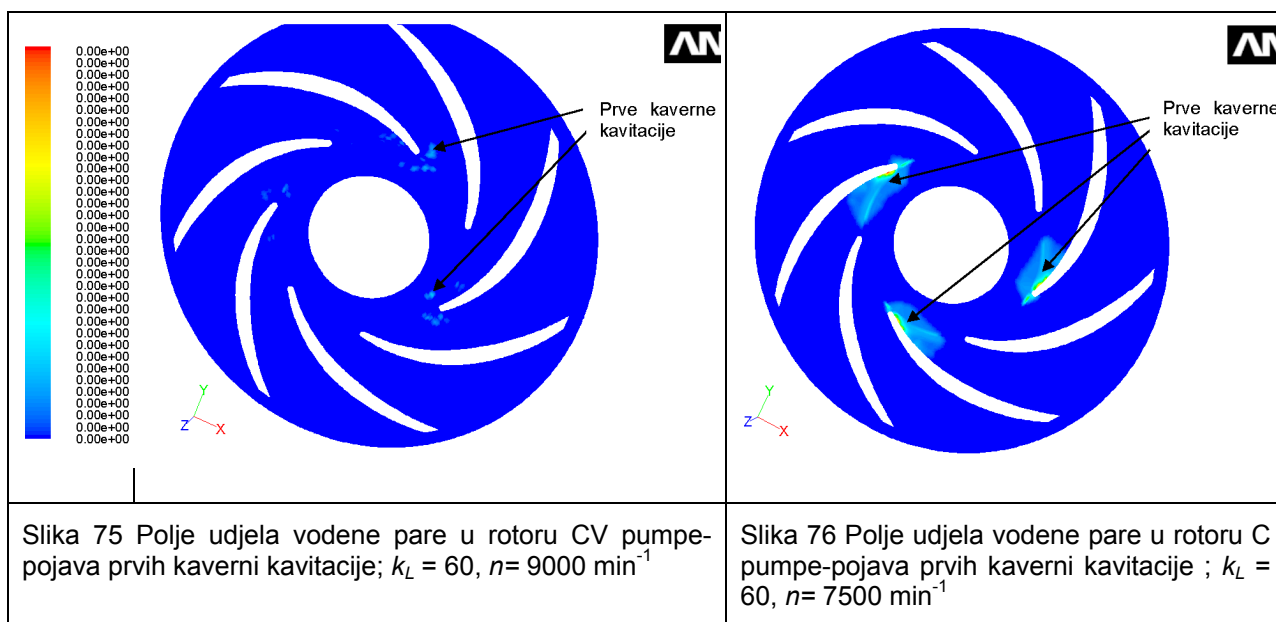
Koliko nisku vrijednost može postići usisni tlak kod CV pumpe, određeno je s vrtložnim vijencem. Koliki maksimalni statički tlak generira vrtložni vijenac na vanjskom promjeru toliki statički tlak mora generirati i centrifugalni rotor na vanjskom promjeru jer se vrtložni vijenac nalazi nizstrujno od centrifugalnog rotora. Na većim brzinama vrtnje vrtložni vijenac generira sve više i više koherentnih struktura tako da se generira i sve viši i viši dinamički tlak (time i kinetička energija), a sve niži i niži statički tlak. Zbog očuvanja ravnoteže, centrifugalni rotor mora pratiti vrtložni vijenac, te i on generira niži statički tlak, a za to mu je potreban niži tlak na usisu.

Vrtložni vijenac djeluje na centrifugalni rotor kao „regulator“ i regulira njegov rad. Ta karakteristika može se pokazati značajnom pri postojanosti pumpe na pojavu kavitacije.



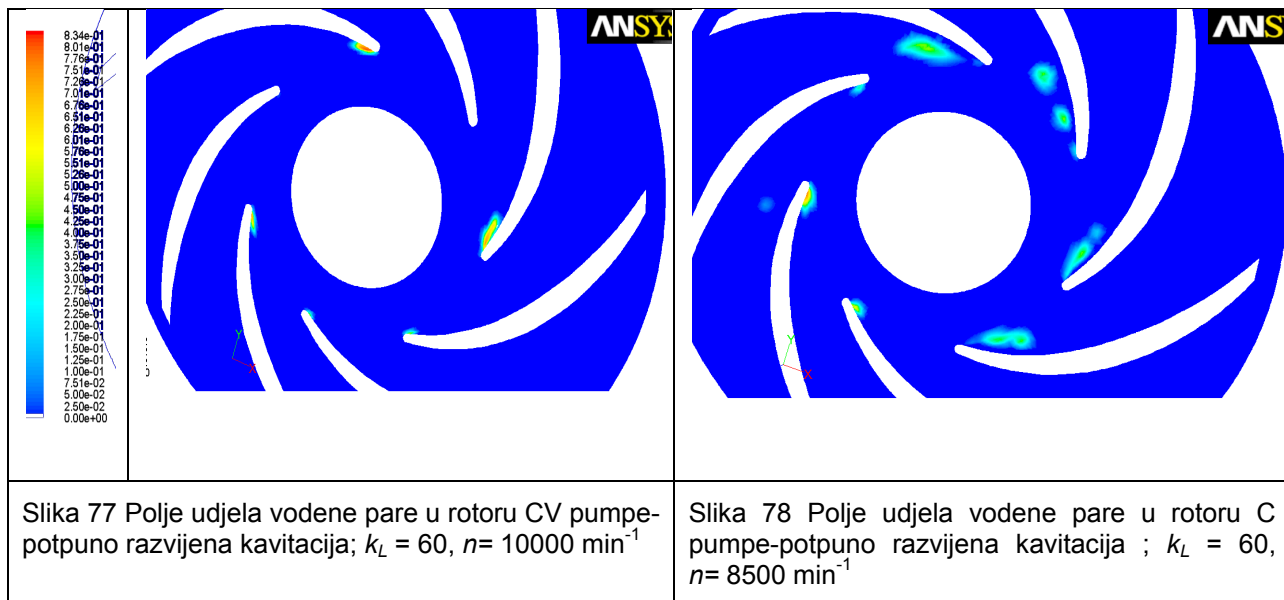
Da bi se dokazala tvrdnja da VV odgađa pojavu kavitacije provedena je detaljna CFD studija kavitacije. Uzeta su dva FLUENT slučaja CV i C pumpe s prigušenjem na izlazu od  $k_L = 60$ . Na odabranim slučajevima vršena je promjena brzine vrtnje od  $5500 \text{ min}^{-1}$  do  $10000 \text{ min}^{-1}$  s inkrementom od  $500 \text{ min}^{-1}$ . Korišten je višefazni model tzv. „mixture“ kojim je modeliran udio vode – vodene pare, a sam nastanak vodene pare (kavitacije) modeliran je modelom Schnerr-Sauer prema [13], [66] i [67].

Na slikama 75 i 76 prikazan je nastanak prvih kaverni kavitacije s udjelom vodene pare reda veličine  $10^{-30}$ . Može se zaključiti da te prve kaverne nastaju kod CV pumpe pri  $9000 \text{ min}^{-1}$  dok kod C pumpe nastaju pri  $7500 \text{ min}^{-1}$ . Time se zaključuje da VV vijenac odgađa pojavu kavitacije za  $1500 \text{ min}^{-1}$  odnosno za 20% brzine vrtnje C pumpe (za danu geometriju CV i C pumpe).



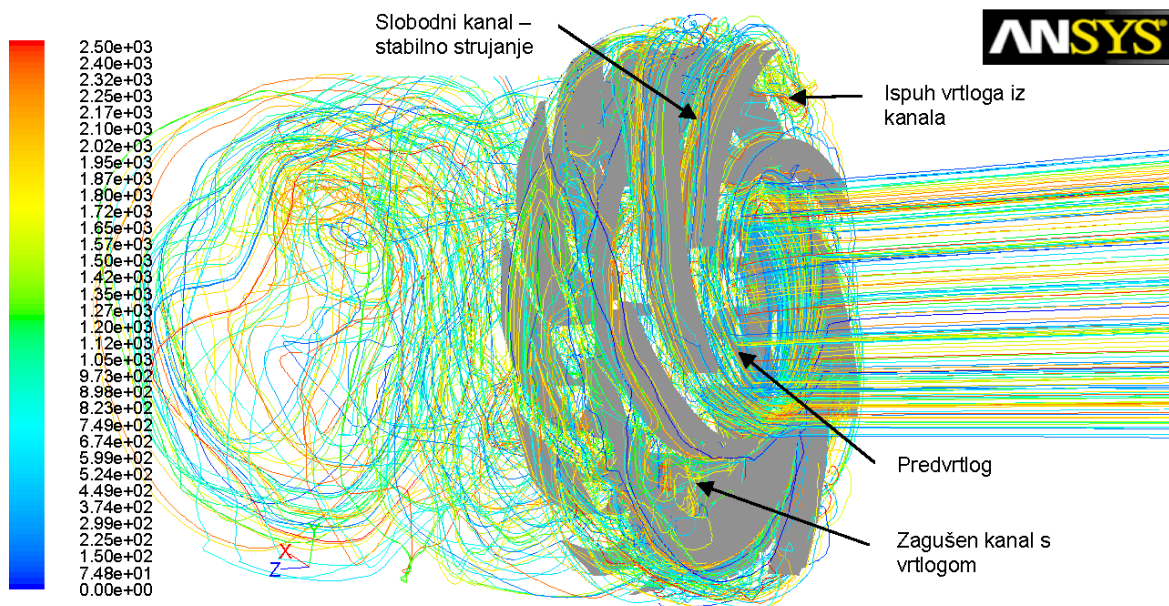
Pojava potpune kavitacije za CV pumpu zabilježena je pri brzini vrtnje  $10000 \text{ min}^{-1}$ , a za C pumpu pri brzini vrtnje  $8500 \text{ min}^{-1}$ , slika 77 odn. slika 78. Te brzine vrtnje su proglašene komparativnima jer nastaju kaverne s prosječnim istim udjelima vodene pare, približno su iste veličine te istog rasporeda po lopaticama centrifugalnog rotora.

Analizom brzine vrtnje pri kojem CV i C pumpa kavitiraju dolazi u prvi plan još jedna značajna prednost VV koja direktno utječe na stabilnost rada pumpe.



## 4.6 ANALIZA STRUJNICA U CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOJ I CENTRIFUGALNOJ PUMPI

Na slici 79 prikazano je strujanje kroz centrifugalno vrtložnu pumpu. Na slici se može uočiti struktura strujanja. Može se vidjeti da je u ulaznoj cijevi strujanje ujednačeno, gotovo laminarno s predvrtlogom ispred samog ulaza u rotor. Vidljivo je da se nakon VV strujanje značajno zavrtloži u vidu puno koherentnih struktura. U statoru se strujanje donekle smiruje, ali i dalje postoje vrtlozi kojih je sada manje i većeg su promjera. Na slici se također mogu uočiti da su pojedini kanali rotora zagušeni vrtlogom, drugi su pak bez vrtloga dok iz trećih rotorskih kanala vrtlog upravo izlazi. Ova pojava zagušenja izgleda kao da je to jedan te isti vrtlog koji putuje centrifugalno iz jednog rotorskog kanala u drugi. Ta pojava putujućeg vrtloga predstavlja nestabilnost i gubitak energije, i zove se prekid strujanja, odnosno na engl. „rotating stall“ [68].



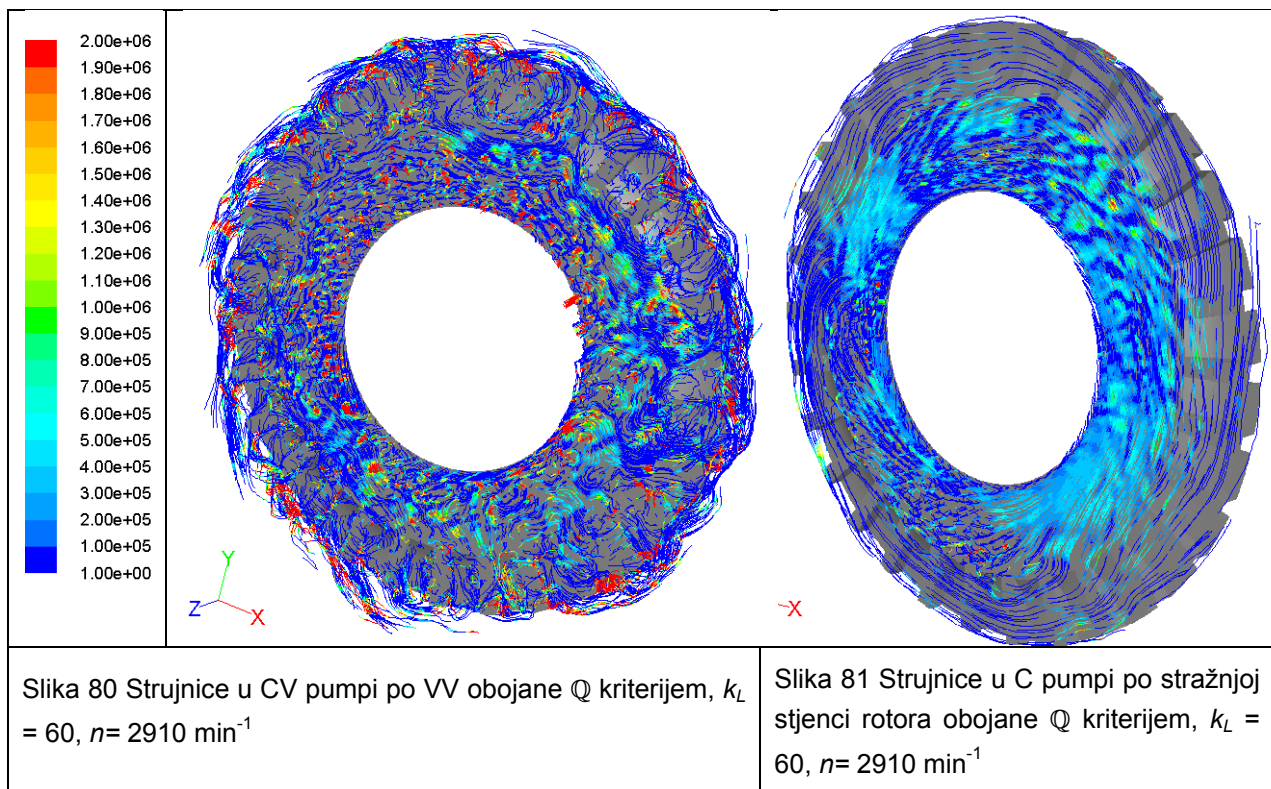
Slika 79 Strujnice u centrifugalno vrtložnoj pumpi  $k_L = 60$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

Slike 80 i 81 prikazuju strujnice po VV (stražnjoj stijenci rotora kod C pumpe) obojane s  $Q$  kriterijem koji predstavlja definiciju „cjevastih tvorevina nižeg tlaka“. Budući je razlika

tlaka najizraženija u jezgri vrtloga te „cjevaste tvorevine nižeg tlaka“ zapravo prikazuju jezgre vrtloga.  $Q$  kriterij se definira kao:

$$Q = \frac{1}{2} (\|\mathbf{W}\|^2 - \|\mathbf{S}\|^2) \quad (3.110)$$

gdje su:  $Q$  - druga invarijanta tenzora gradijenta brzine;  $\mathbf{W}$  - asimetrični dio tenzora gradijenta brzine;  $\mathbf{S}$  - lokalna vrijednost tenzora deformacije [69].



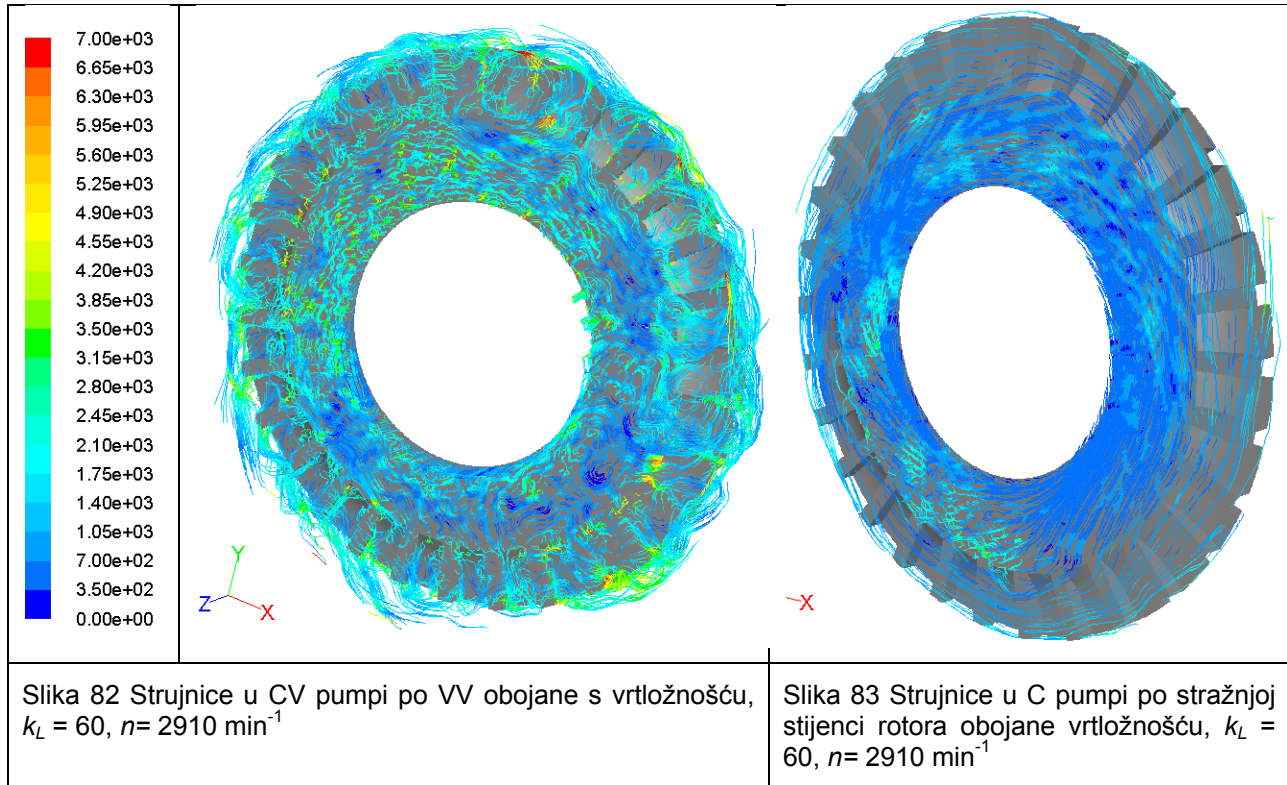
Iz slike 80 je vidljivo da je VV generator velikog broja koherentnih struktura što dokazuje veliki broj žutih i crvenih područja obojenja strujnica, dok na slici 81 nedostaje tih područja. Također na VV postoji puno strujnica koje čine zatvorenu krivulju ili imaju spiralni uzorak, [70]. Na slici 81 strujnice po obodu vanjske stijenke rotora su gotovo koncentrične kružnice, s jako niskim vrijednostima  $Q$  kriterija. Tek se približavanjem osi

vrtnje centrifugalnog rotora C pumpe vrijednosti  $Q$  kriterija povećavaju i strujnice gube koncentričnost te nastaje nešto vrtloga. Ovim približavanjem osi vrtnje smanjuje se zazor između nepomičnog zida statora, slika 1 i slika 24, te zapravo predstavlja strujanje između dva diska, međusobno malo razmaknutih jedan spram drugog. Takovo strujanje opisuje Teslinu pumpu/turbinu, literatura [71] i [72].

Iz slike 81 je vidljiv uzorak nastajanja vrtloga, gdje se naizmjenice pojavljuju područje nastajanje jezgre vrtloga (svjetlo plavo) i područje bez nastajanja jezgri vrtloga (tamno plavo). Ova periodičnost predstavlja svojstvo Taylorovih vrtloga [73], čime se zaključuje o glavnoj razlici između slike 80 i slike 81. Na slici 80 prikazano je da na VV CV pumpe nastaju koherentne strukture dok na slici 81 stražnje stjenke C pumpe nastaju Taylorovi vrtlozi.

Slike 82 i 83 prikazuju strujnice po VV (odnosno stražnjoj stijenci rotora C pumpe) obojane s veličinom vrtložnosti. Veličina vrtložnosti (engl. vorticity magnitude) je jedna od široko primjenjivanih metoda za iscrtavanje koherentnih struktura i predstavljanje jezgri vrtloga, [74]. Vrtložnost se definira kao:

$$\omega = |\nabla \times \mathbf{U}| \quad (3.111)$$

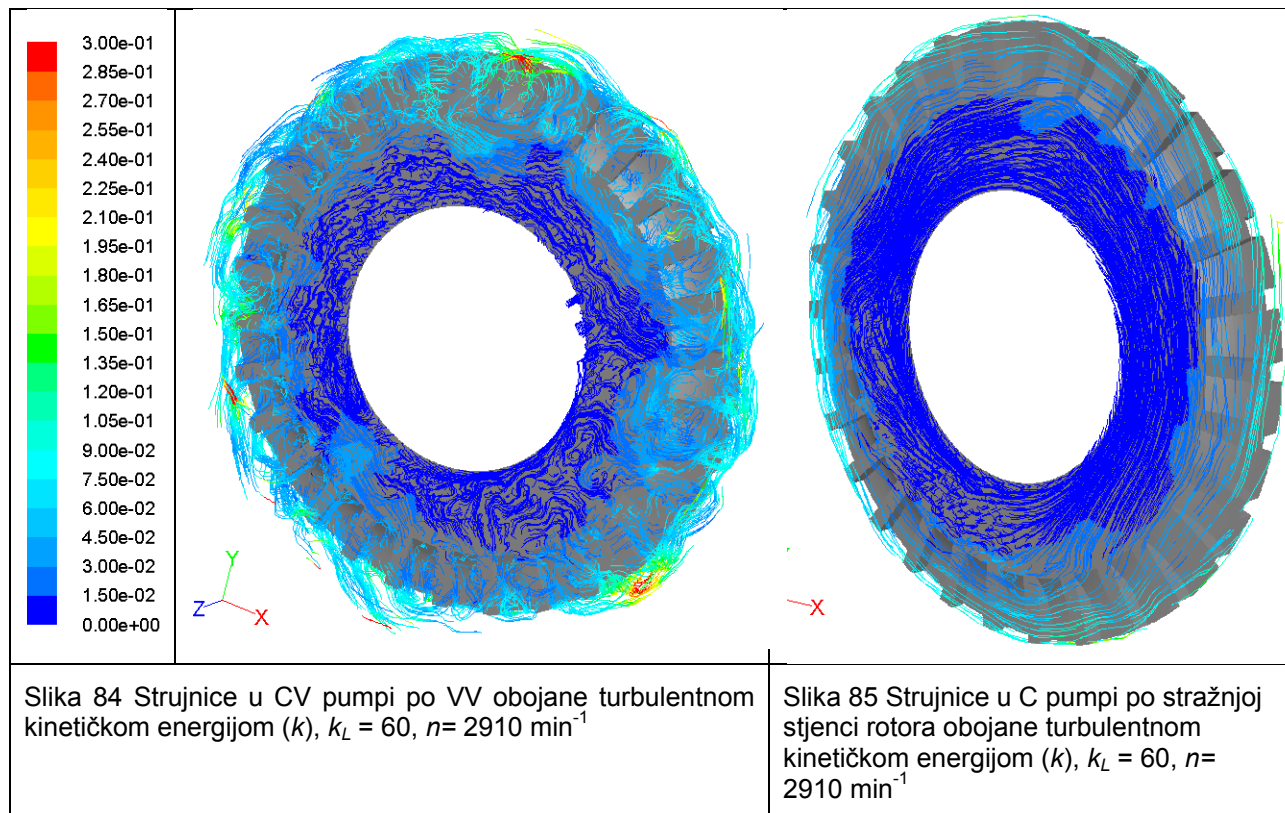


No vrtložnost nije pogodna za opisivanje strujanja nastalih naprezanjima uza zid jer  $\omega$  ne identificira jezgre vrtloga kada je naprezanje uza zid usporednog reda veličine s redom veličine vrtložnosti unutar vrtloga.

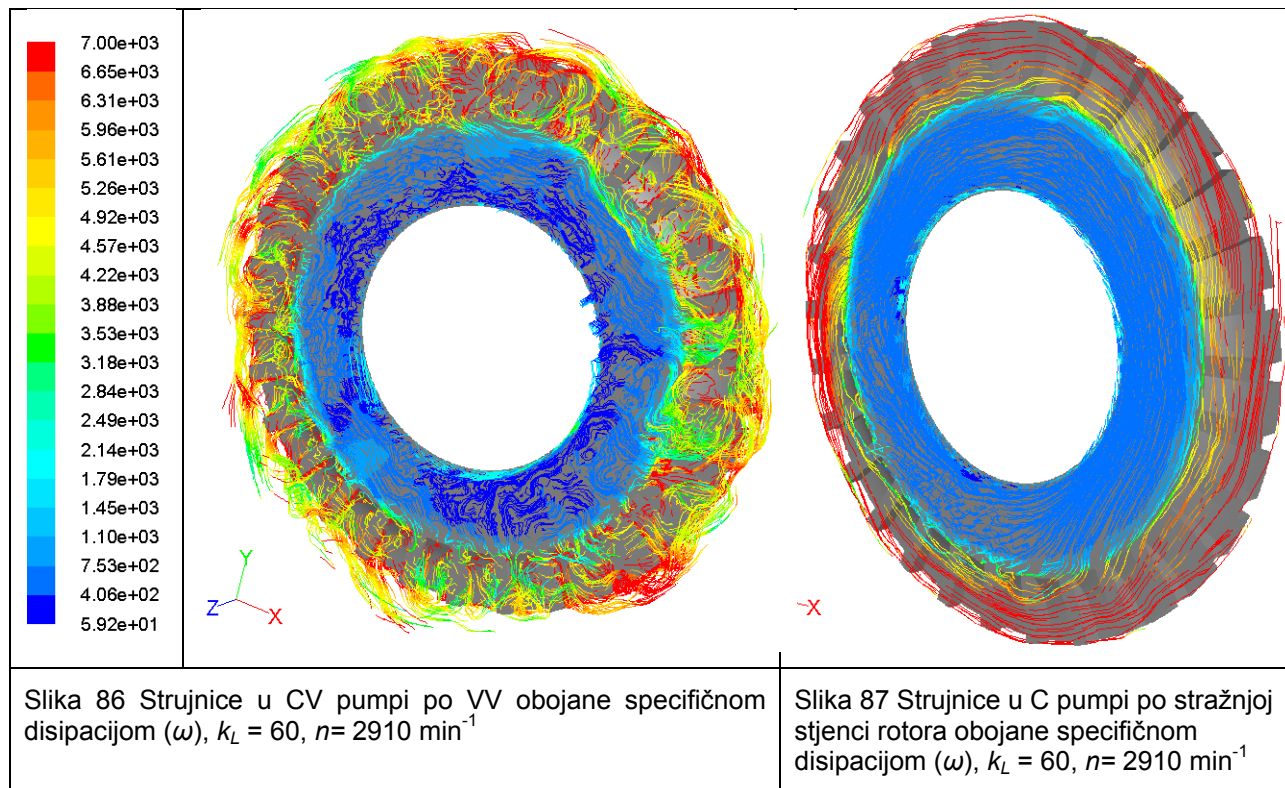
Stoga vrtložnost na slikama 82 i 83 predstavljaju generaciju vrtloga od koje je oduzeta generacija vrtloga zbog viskoznih sila između rotora i fluida.

Vidljivo je da VV svojim rebrima znatno povećava ovu generaciju vrtloga u odnosu na disk, što je u biti vanjska stijenka rotora C pumpe.

Slike 84 i 85 pokazuju strujnice po VV (odnosno stražnjoj stijenci rotora C pumpe). Vidljivo je da VV predaje svoju energiju fluidu generirajući u neposrednoj blizini svojih lopatica koherentne strukture koje u sebi sadrže najveću količinu kinetičke energije [75].

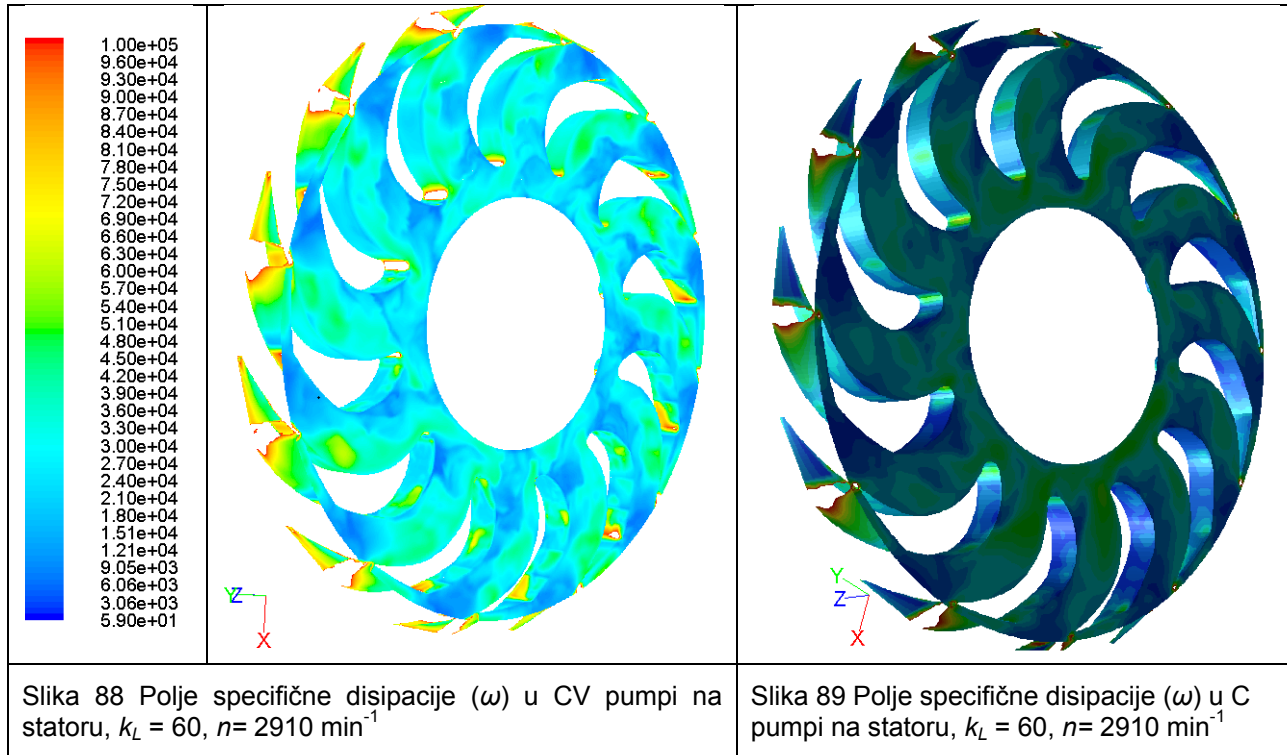


Iz slika 86 i 87 je vidljivo da se na stražnjoj stijenci rotora C pumpe odvija puno intenzivnija disipacija turbulentne kinetičke energije, što je i očekivano prema zakonu Kolmogorova. Disipacija koja započinje na VV ima funkciju transfera energije s vrtloga malih skala na vrtloge velikih skala. Proces disipacije energije koji je započeo na VV CV pumpe najznačajnije se odvija na ulazu u stator i kroz stator [75].



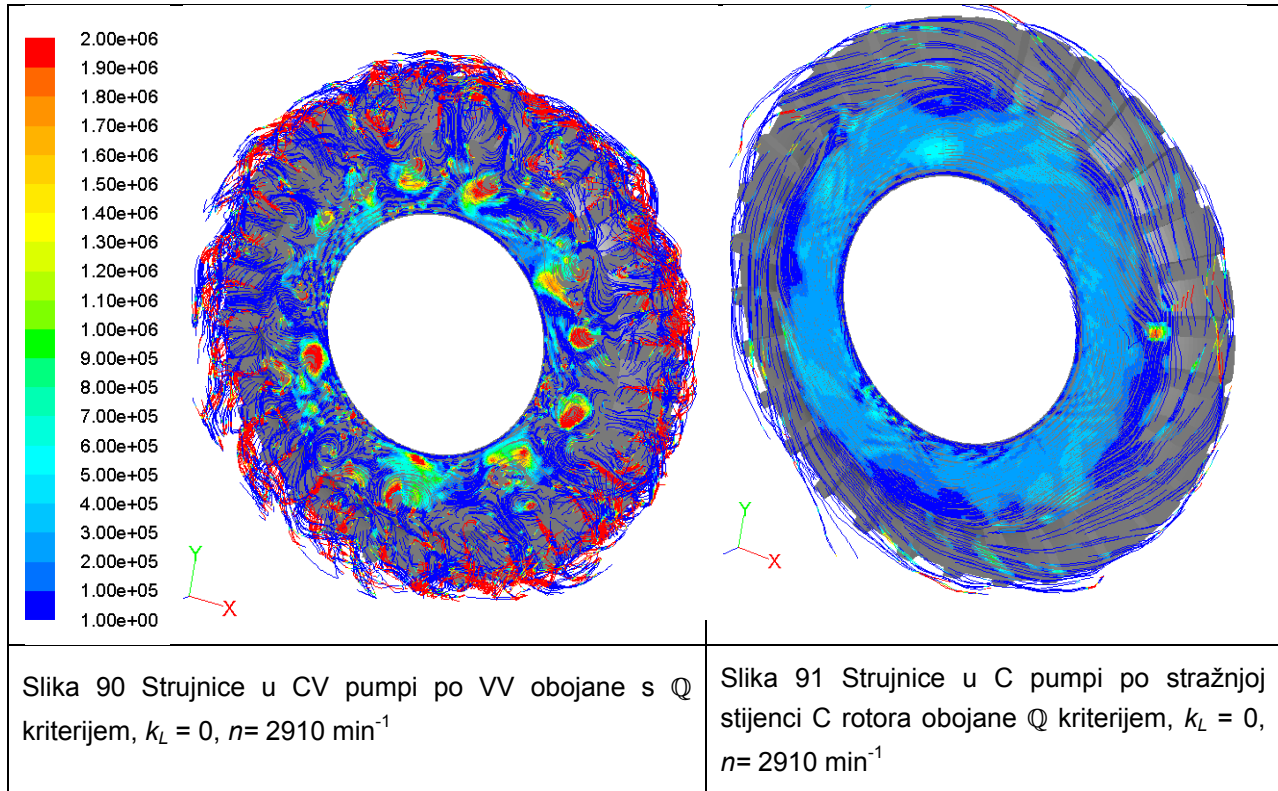
Slike 88 i 89 prikazuju polje specifične disipacije na statoru. Vidljivo je (imajući na umu i sliku 86) da se najveći dio disipacije turbulentne kinetičke energije CV pumpe odvija u statoru. Za razliku od CV pumpe kod C pumpe najveći dio energije disipira između stražnje stijenke rotora i statora.



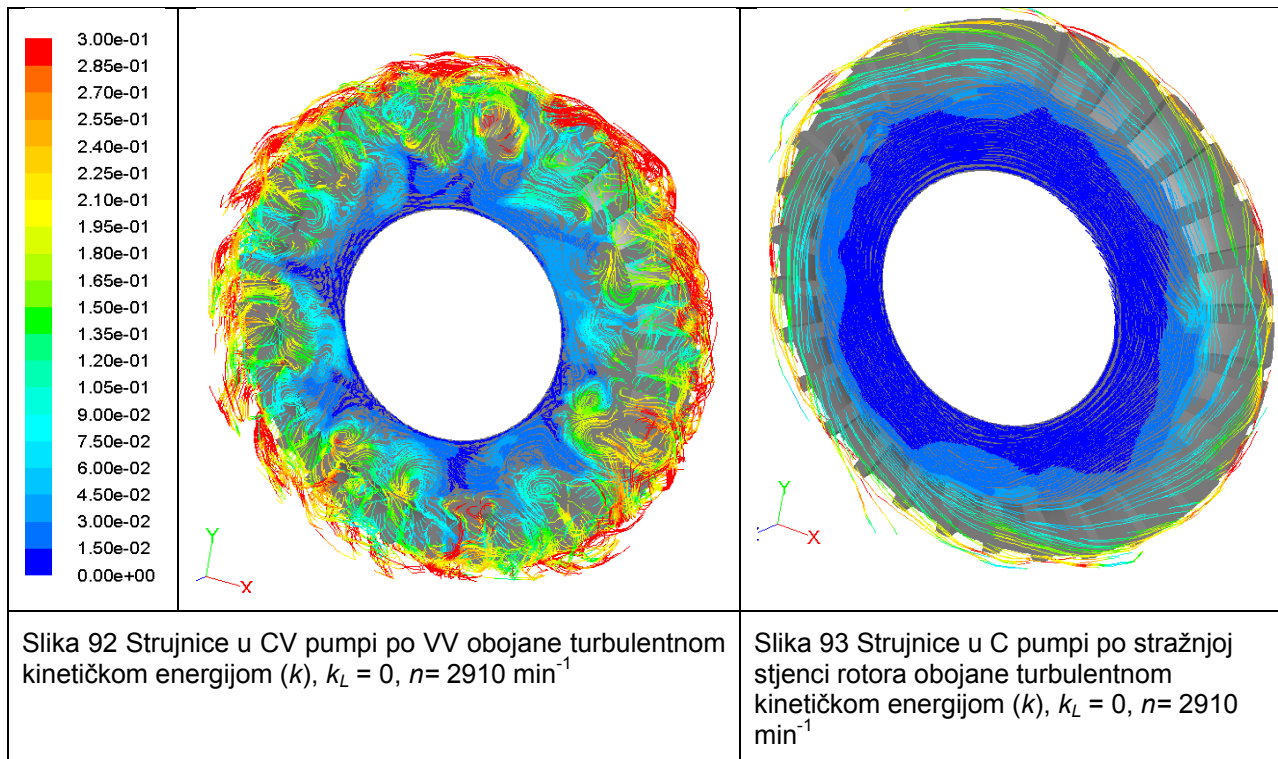


Slike 90 i 91 prikazuju strujnice obojane  $Q$  kriterijem po VV CV pumpe (odnosno stražnjoj stijenci rotora C pumpe) pri maksimalnom protoku. Promatrajući razliku između slike 90 i slike 91 može se zaključiti da VV pri velikim protocima od glavnog toka fluida koji dolazi iz centrifugalnog rotora, uzima puno manji dio fluida. Pri manjim protocima VV uzima od glavnog toka veći dio fluida. Zbog toga pri manjim protocima  $Q$  kriterij pokazuje da VV od osi vrtnje do svojih lopatica generira Taylorove antisimetrične parove vrtloga dok pri manjim protocima stvara koherentne strukture.

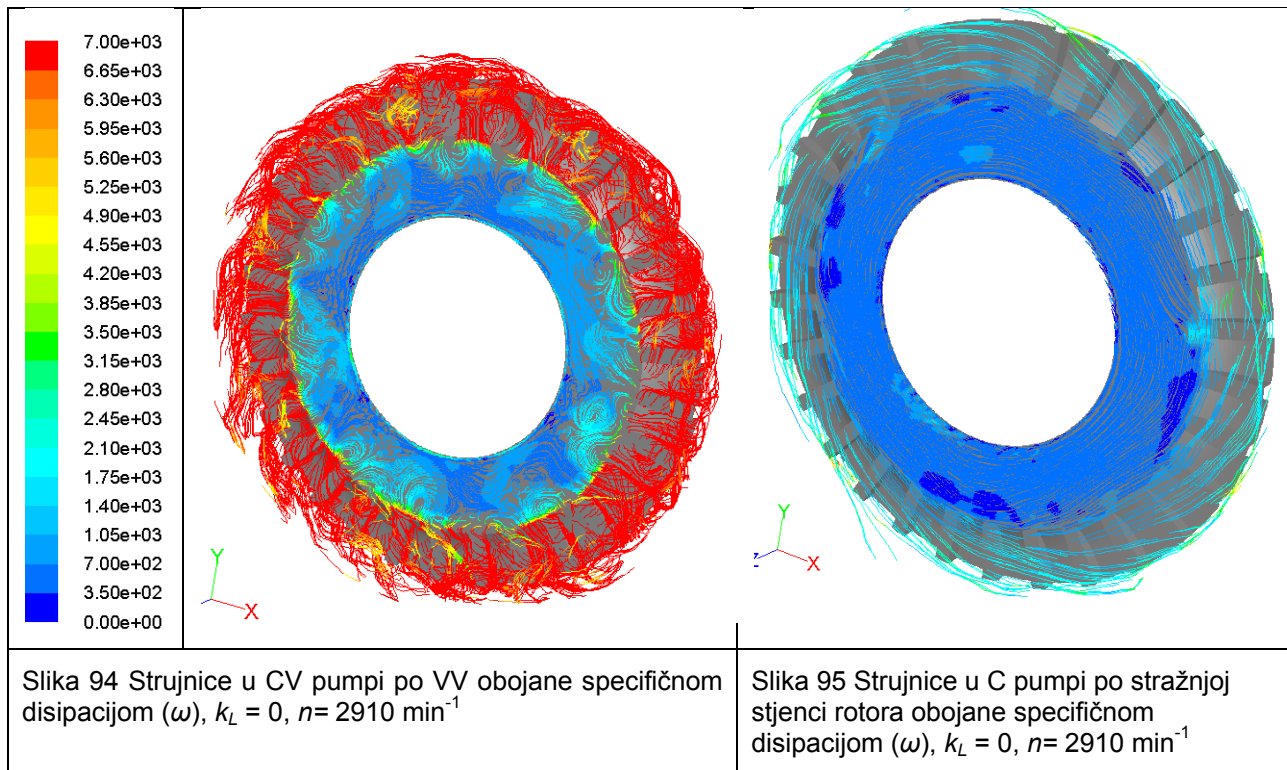
Stražnja stijenka C pumpe stvara od osi vrtnje do određenog polumjera Taylorove vrtloge, a od tog polumjera do vanjskog polumjera prevladava stabilno strujanje, strujnice su koncentrične kružnice.



Gledajući slike 92 i 93 vidljivo je da VV CV pumpe pri velikim protocima generira puno više turbulentne kinetičke energije, dok pri manjim protocima generira koherentne strukture strujanja.



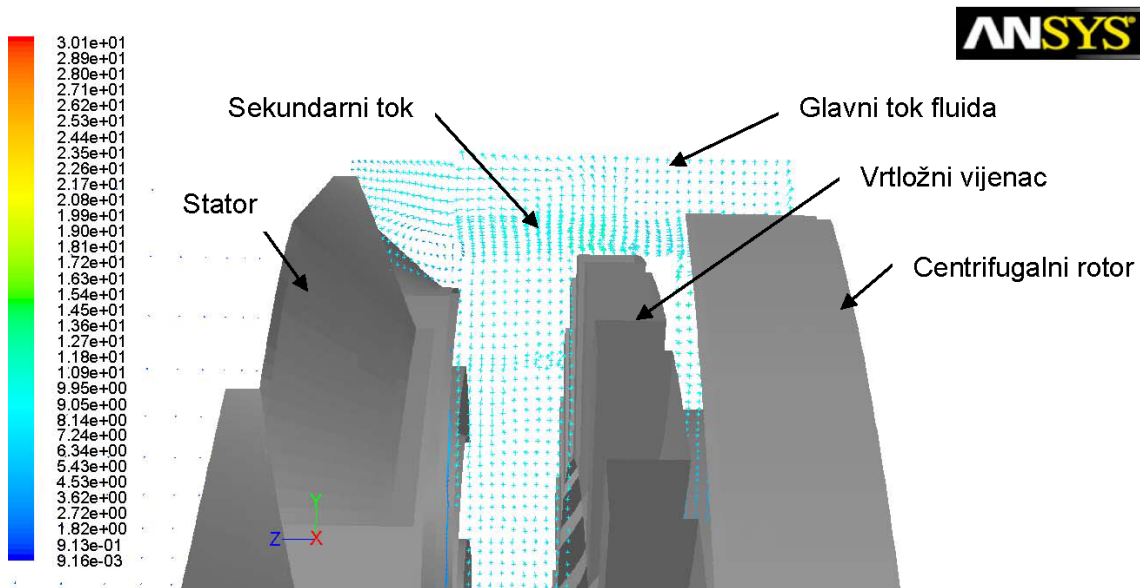
Uspoređujući slike 94 i 95 jasno se može zaključiti da se u neposrednoj blizini VV CV pumpe pri velikim protocima odvija intenzivna disipacija turbulentne kinetičke energije.



Analizirajući strujanja pri velikim i malim protocima CV i C pumpe može se zaključiti da VV CV pumpe proizvodi dva strukturalna oblika strujanja. VV stvara turbulentno strujanje, ali i koherentne strukture. Pri malim protocima dominantnije je stvaranje koherentnih struktura, dok pri većim protocima dominantnije je stvaranje turbulentnog strujanja. Budući turbulencija povećava pad tlaka povećanjem nepovrativosti procesa (povećanje entropije), pri velikim protocima VV povećava gubitke CV pumpe. Nasuprot tome, njegov doprinos pri malim protocima na povećanje visine dobave  $H$  i doprinos stvaranju koherentnih struktura, nadmašuje njegov utjecaj na povećanje nepovrativost, [76] i [77].

## 4.7 ANALIZA SEKUNDARNOG TOKA FLUIDA

Na slici 96 su prikazani vektori brzine u aksijalnoj ravnini CV pumpe. Iz slike je vidljivo formiranje glavnog toka fluida koji dolazi iz centrifugalnog rotora i sekundarnog toka koji dolazi s VV. Dio glavnog toka uzima VV i tako nastaje sekundarni tok.

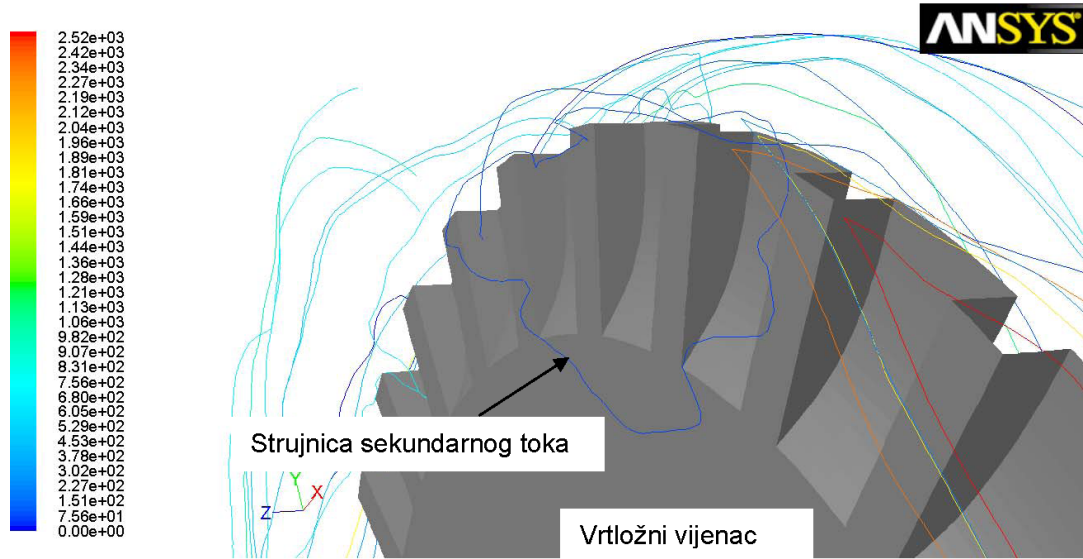


Slika 96 Prikaz glavnog i sekundarnog toka fluida,  $k_L = 60$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

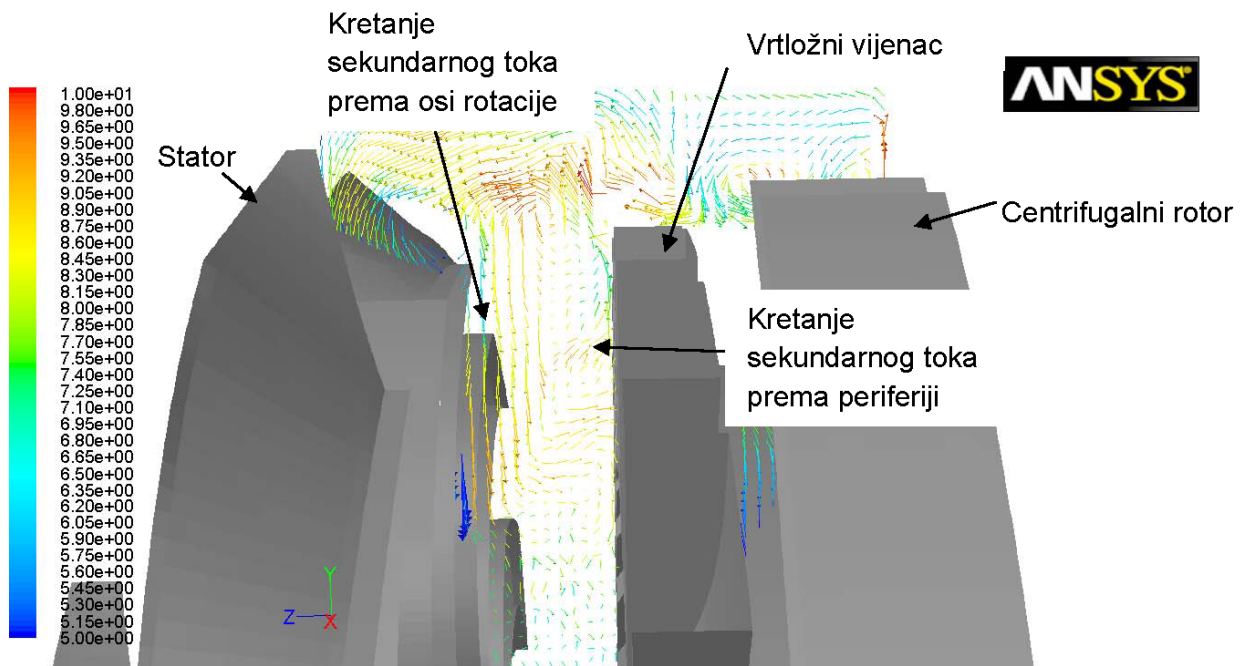
Slika 97 prikazuje strujnicu sekundarnog toka iz koje se zaključuje o prirodi kretanja sekundarnog toka.

Gledajući gibanje sekundarnog toka u aksijalnoj ravnini CV pumpe može se zaključiti da sekundarni tok približavanjem statoru gubi svoju kinetičku energiju, te ne uspijeva ući u stator već biva potisnut prema dolje (prema nižem tlaku), od statora prema osi vrtnje. Kad dođe do korijena lopatica VV (slika 98), lopatice VV ga zahvaćaju i potiskuju centrifugalnom silom prema periferiji (prema većem polumjeru). S obzirom da gibanjem prema većem polumjeru raste obodna brzina to sekundarnom toku raste kinetička energija. S tom povećanom kinetičkom energijom sekundarni tok se sudara s glavnim tokom predajući mu dodatnu kinetičku energiju. Glavni tok s uvećanom kinetičkom

energijom ulazi u stator što u konačnici rezultira povećanjem visine dobave CV pumpe u odnosu na C pumpu.

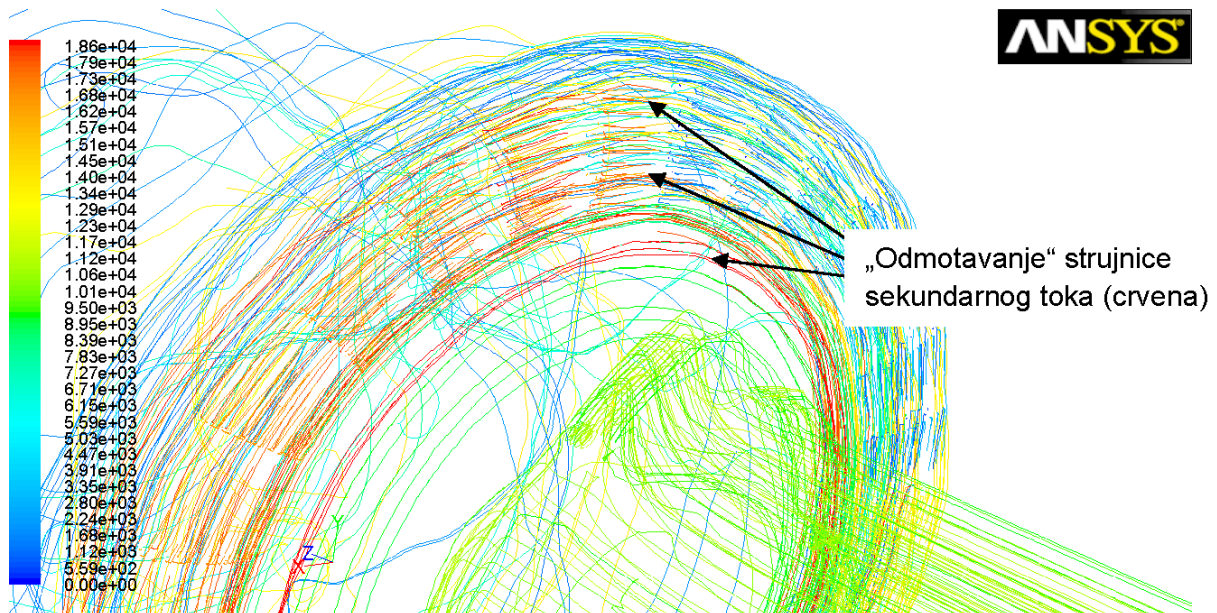


Slika 97 Prikaz strujnice sekundarnog toka,  $k_L = 60$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$



Slika 98 Gibanje sekundarnog toka,  $k_L = 60$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

S obzirom da se tu odvija složeno 3D strujanje kako bi se dobila potpunija predodžba kretanja sekundarnog toka potrebno je promotriti jednu strujnicu u poprečnoj ravnini CV pumpe, slika 99. Ako se promatra jedna strujnica sekundarnog toka, obojana u crveno, vidi se da se sekundarni tok od korijena lopatica VV do periferije kreće po spirali.

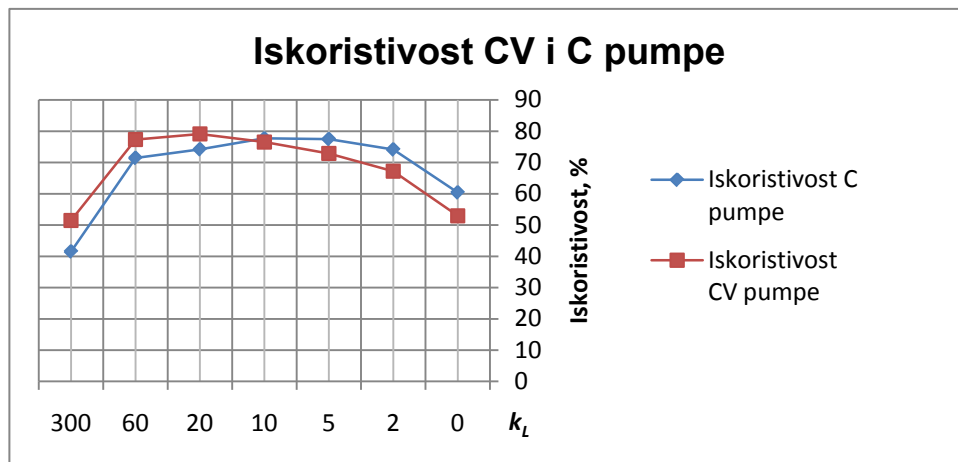


Slika 99 Oblik strujnice sekundarnog toka u poprečnoj ravnini,  $k_L = 60$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

Analizom sekundarnog toka fluida objašnjen je glavni mehanizam pretvorbe energetske tokova VV pomoću centrifugalnih sila i pomoćni mehanizam inverznom kaskadom.

## 4.8 USPOREDBA ISKORISTIVOSTI CENTRIFUGALNO VRTLOŽNE I CENTRIFUGALNE PUMPE

Na slici 100 je prikazana usporedba krivulja iskoristivosti CV i C pumpe dobivenih CFD simulacijom. Pretpostavlja se da obje krivulje pokazuju veću iskoristivost nego što bi bila iskoristivost stvarnih pumpi. Razlog tome je što su u numeričkim modelima izbjegnuti gubici trenja zbog hrapavosti stjenki, te gubici zbog prostrujavanja fluida u zazorima [78]. No s obzirom da su numerički modeli pumpi geometrijski isti krivulje iskoristivosti pokazuju točno trendove i njihov međusobni odnos.



Slika 100 Usporedba krivulja iskoristivosti CV i C pumpe,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$

Usporedba krivulja iskoristivosti (slika 100) pokazuje da je pri velikim protocima (malim prigušenjima  $k_L = 0$  do 10) iskoristivost C pumpe veća od iskoristivosti CV pumpe. To je bilo i za očekivati prema analizi strujanja provedenoj u Poglavlju 4.6. Pri velikim protocima VV ne zahvaća dovoljno fluida iz glavnog toka (iz centrifugalnog rotora) i ne doprinosi povećanju visine dobave (slika 52), a u isto vrijeme značajno pridonosi povećanju entropije (gubitaka). U tom području rada VV stvara samo turbulenciju (slike 92 i 94), odnosno svoju kinetičku energiju u potpunosti pretvara u gubitak. Dakle u tom području VV je „parazitni dio“ u CV pumpi.

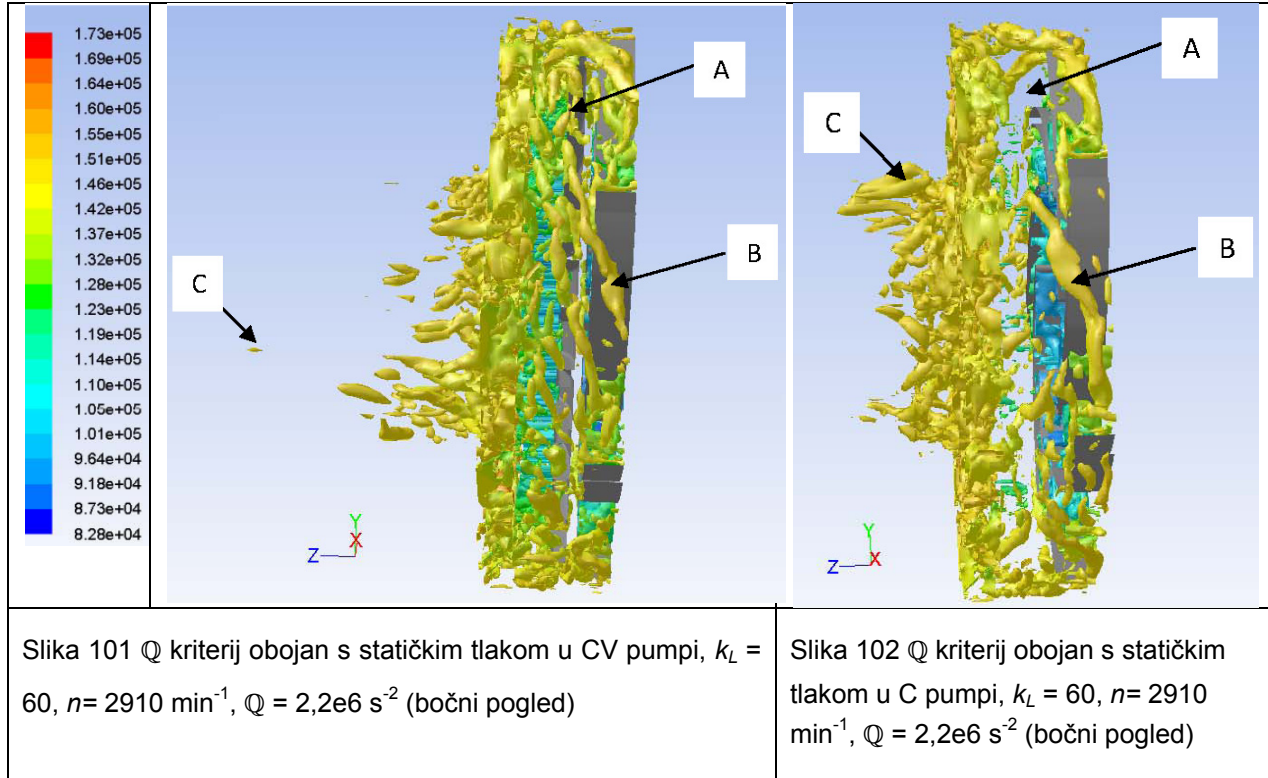
Nasuprot, pri malim protocima (velikim prigušenjima uz  $k_L = 10$  do 300) iskoristivost CV pumpe je veća od iskoristivosti C pumpe. U ovom području VV zahvaća dovoljnu količinu fluida iz glavnog toka te doprinosi povećanju visine dobave (slika 52). Njegova kinetička energija ne prenosi se u cijelosti na fluid stvaranjem turbulencije (slike 84 i 86), jer se dio te njegove kinetičke energije koristi za stvaranje koherentnih struktura i za ubrzavanje sekundarnog toka fluida (Poglavlje 4.7).

Također je vidljivo iz slike 100 da je optimalna točka rada (BEP) kod CV pumpe pomaknuta u desno (prema manjim protocima, a većim visinama dobave) u odnosu na C pumpu.

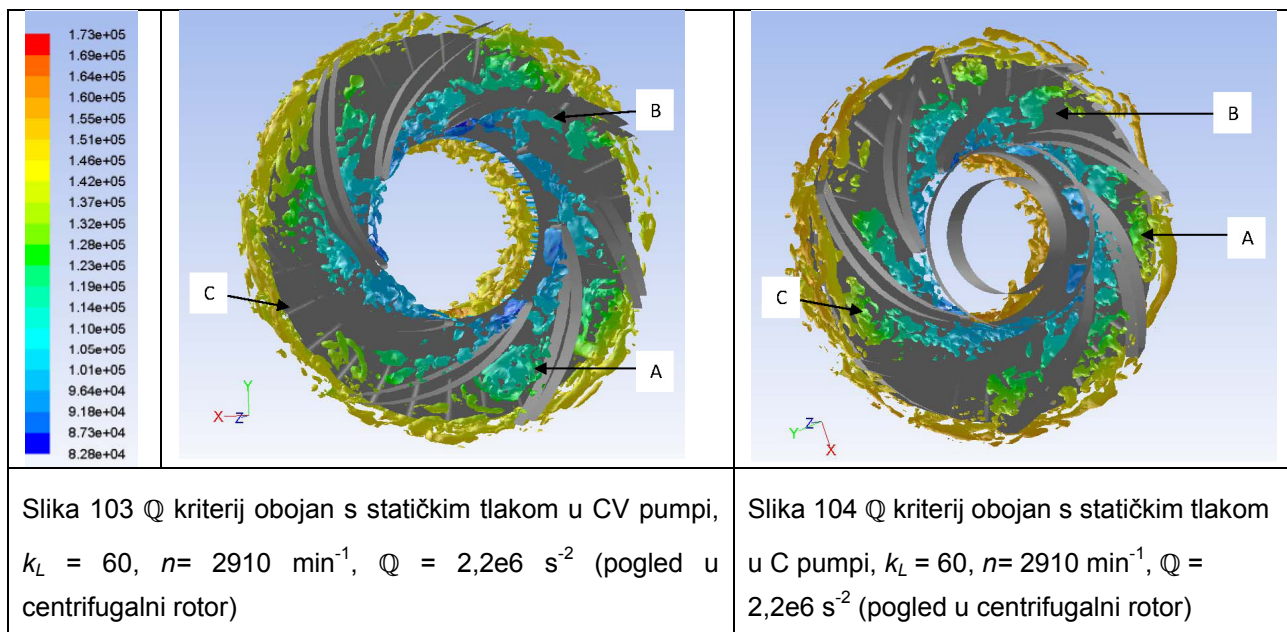
#### **4.9 USPOREDBA KOHERENTNIH STRUKTURA U CENTRIFUGALNOJ I CENTRIFUGALNO VRTLOŽNOJ PUMPI**

Analizirajući slike 101 i 102 mogu se uočiti razlike u koherentnim strukturama (KS) CV i C pumpe. Ako se pogleda područje označeno s A na slikama uočava se kako postoji puno više KS u CV pumpi, odnosno kako na C pumpi između centrifugalnog rotora i statora uopće ne nastaju KS. Nadalje, ako se pogleda područje označeno s B na slikama, zaključuje se da s centrifugalnog rotora C pumpe izlaze puno dulje KS koje se protežu do statora. Kod CV pumpe KS s centrifugalnog rotora se protežu do VV. KS s centrifugalnog rotora kod CV pumpe kad dođu do VV se rasprše u puno manjih. Očigledno da te manje KS moraju primiti energiju od velikih KS s centrifugalnog rotora i dodatnu energiju im preda VV, [79]. Stoga je za očekivati da će kod CV pumpe KS pri izo-vrijednostima  $Q = 2,2e6 \text{ s}^{-2}$  dublje prodirati u domenu iza statora (mjesto označeno s C na slikama).

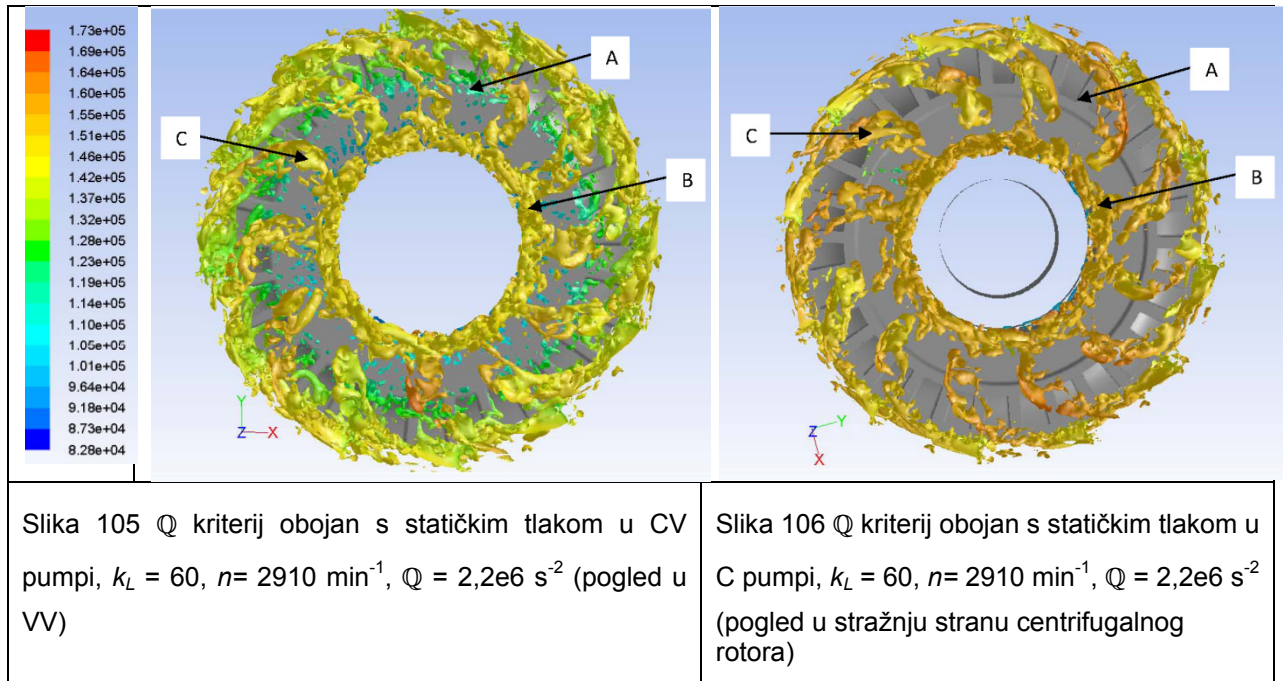




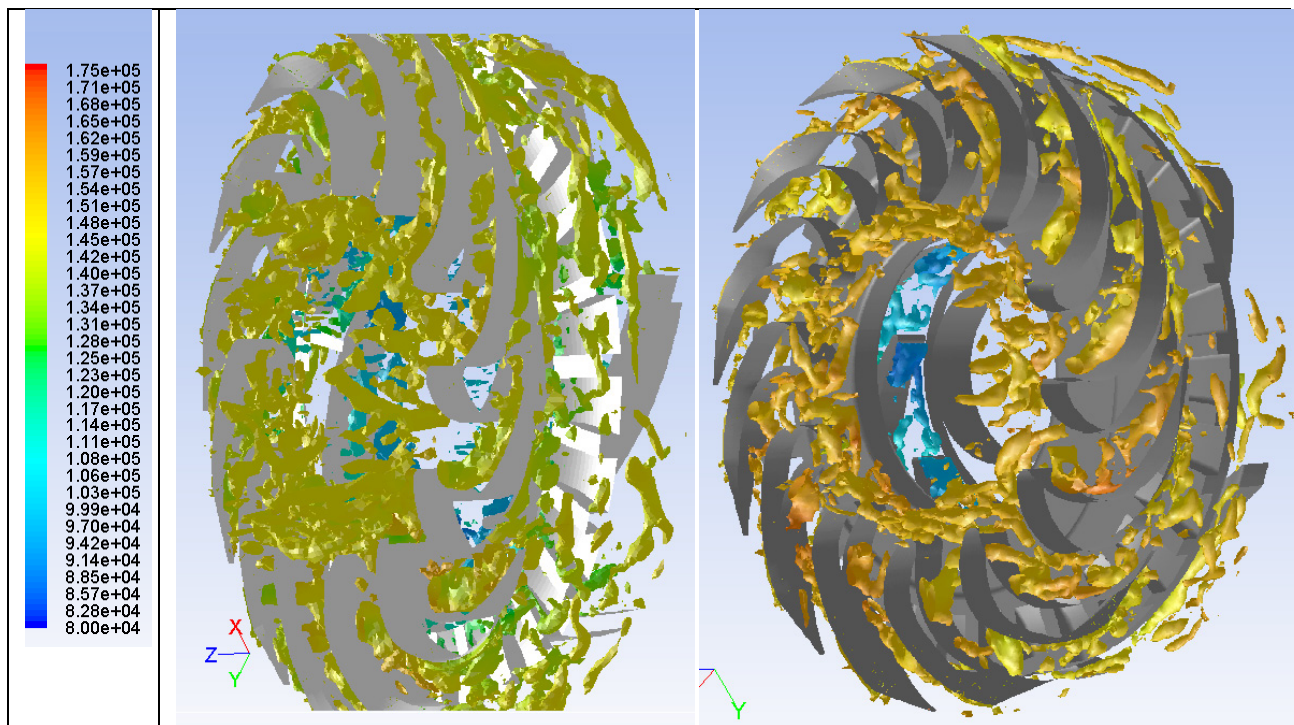
Na slikama 103 i 104 ne uočavaju se razlike u KS. Ono što se na slikama može uočiti su zagušen kanal rotora rotirajućim prekidom strujanja („rotating stall“), označen s A na slikama, nastajanje „stall“ vrtloga točka B i raspad „stall“ vrtloga (slobodni kanal) točka C [80].



Iz slika 105 i 106 se uočava kako na VV nastaju KS, za razliku od stražnje strane centrifugalnog rotora, gdje ne nastaju KS, točka A. Mjesto B na slikama označava vijenac od KS na izlazu fluida iz statora u ostatak domene. Mjesto C na slikama prikazuje KS u kanalima statora. Jasno se može zaključiti da je u CV pumpi veća gustoća KS.



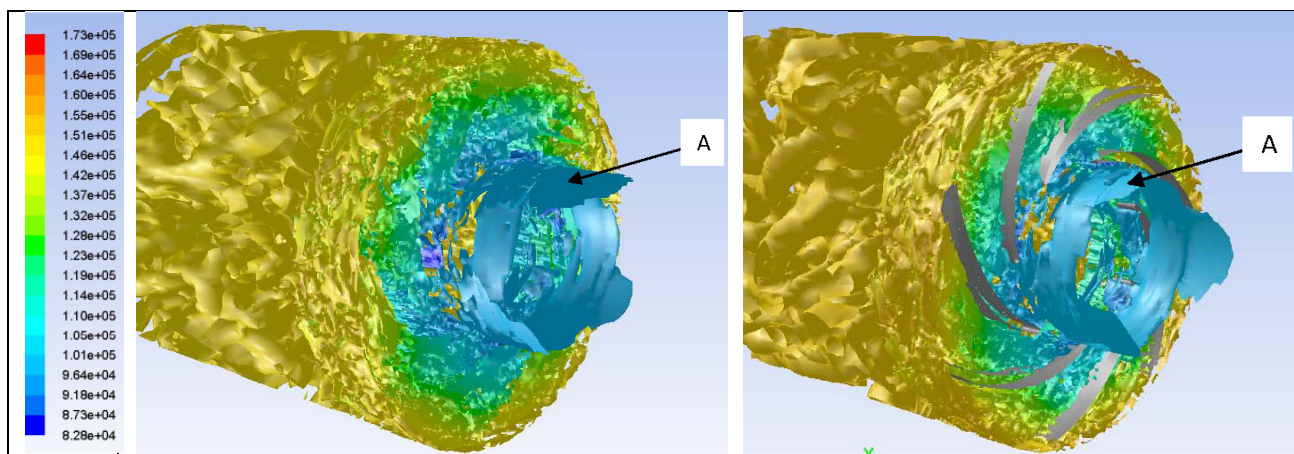
Iz slika 107 i 108 se također može konstatirati veća gustoća KS u CV pumpi, te se može vidjeti „praznina“ između centrifugalnog rotora i statora C pumpe u smislu KS.



Slika 107  $Q$  kriterij obojan s statičkim tlakom u CV pumpi,  $k_L = 60$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ,  $Q = 4e6 \text{ s}^{-2}$

Slika 108  $Q$  kriterij obojan s statičkim tlakom u C pumpi,  $k_L = 60$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ,  $Q = 4e6 \text{ s}^{-2}$

Na slikama 109 i 110 ne uočavaju se razlike u poljima KS. Ono što se može uočiti je postojanje predvrtloga na usisu u centrifugalni rotor obje pumpe, mjesto A.



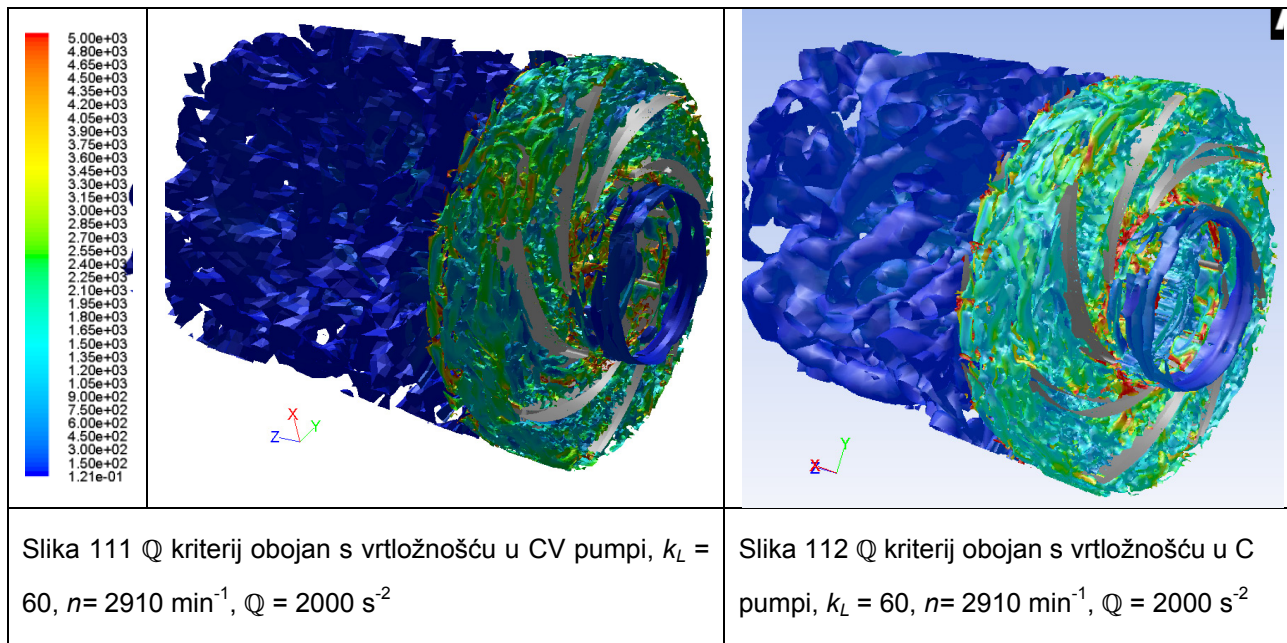
Slika 109  $Q$  kriterij obojan s statičkim tlakom u CV pumpi,  $k_L = 60$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ,  $Q = 500 \text{ s}^{-2}$

Slika 110  $Q$  kriterij obojan s statičkim tlakom u C pumpi,  $k_L = 60$ ,  $n = 2910 \text{ min}^{-1}$ ,  $Q = 500 \text{ s}^{-2}$

S obzirom da se  $Q$  kriterij može izraziti i kao:

$$Q = \frac{1}{4}(\omega^2 - 2S_{ij}S_{ij}) \quad (3.112)$$

jasno je da se na slici 111 uočava veća vrtložnost u prostoru između rotora i statora kod CV pumpe u odnosu na C pumpu što je prikazano na slici 112.



---

## 5. ZAKLJUČAK

---

Glavni cilj ovog rada je bio potvrditi da li postoje stvarne prednosti CV pumpi u odnosu na C pume, te ustanoviti koje su to prednosti, zašto nastaju i što ih uzrokuje. Nadalje bilo je potrebno istražiti i objasniti mehanizme energetske pretvorbe u CV pumpama. Disertacija je dala pozitivne odgovore na ta pitanja, za što je bilo potrebno provesti brojne numeričke eksperimente (simulacije) i eksperimentalna mjerenja na fizikalnim modelima u cilju njihove validacije.

### 5.1 SAŽETAK PRIMARNIH REZULTATA

U početnoj fazi ovog rada, istraživanje karakteristika CV pumpe provedeno je korištenjem metode kontrolnih volumena. U tu svrhu provedeno je nekoliko numeričkih simulacija s različitim faktorom prigušenja na izlazu iz domene. Također proučavana su istraživanja s različitim modelima turbulencije kako bi se ustanovilo koji model najbolje opisuje strujanje u CV pumpi, kako integralno tako i fenomenološki. Prihvaćeno je korištenje DES modela turbulencije koji se pokazao najpovoljnijim s obzirom na vrlo složeno strujanje koje se javlja zbog prisutnosti VV. Nakon toga provedene su numeričke simulacije C pumpe, također s različitim faktorima prigušenja na izlazu, ali se kod njih odmah pristupilo korištenju DES modela turbulencije. Na kraju su provedene numeričke simulacije pri kojima je jedini rotirajući element bio VV dakle V pumpa, ali dobivena iz CV pumpe uklanjanjem centrifugalnog rotora.

Tako usvojeni numerički eksperimenti postali su nakon provedene opsežne verifikacije („error estimate“), moćan i pouzdan alat za istraživanje CV i C pumpe te njihovu međusobnu usporedbu.

U sljedećoj fazi konstruirani su i izrađeni modeli CV i C pumpe od pleksi stakla, kao i cijela potrebna mjerna linija u Laboratoriju za hidromehaniku i hidrauličke strojeve na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Ta mjerna linija omogućuje brojna ispitivanja promjenom ulaznih, izlaznih parametara, ali i zamjenom tipa stupnja.

Prva validacija je učinjena usporedbom  $Q-H$  karakteristike CV pumpe dobivene CFD-om s onom koju je deklarirao proizvođač Novomet-Perm. Druga validacija je bila usporedba  $Q-H$  karakteristika CV i C pumpe dobivenih CFD-om s onima dobivenima mjerenjima u Laboratoriju za hidromehaniku i hidrauličke strojeve.

Glavna postignuća ove disertacije su:

- CV pumpe ostvaruju povećanu visinu dobave za maksimalno 23,13% (prosječno povećanje 11,64%) u odnosu na C pumpe iste geometrije pri istom broju okretaja.
- VV povećava visinu dobave CV pumpe pri režimu rada od nultog do 57% od maksimalnog protoka. Pri većim protocima VV ne utječe na visinu dobave.
- VV poboljšava karakter  $Q-H$  karakteristike. Dodavanjem VV  $Q-H$  karakteristika postaje strmo padajuća za razliku od karakteristike C pume. Time VV povećava stabilnost rada pumpe.
- Doprimos na visinu dobave VV je 210% veći kad djeluje u sprezi s centrifugalnim rotorom (u CV pumpi) nego kad djeluje sam (V pumpa).
- Iskoristivost CV pumpe je povećana pri režimima rada kada djeluje VV (od 0 do  $0,57Q_{max}$ ), dok je pri višim protocima manja u odnosu na C pumpu. Može se zaključiti da na nižim protocima CV pumpa bez potrebe troši rad pogonskog stroja na vrtnju VV. Na većim protocima značajno je povećan doprimos VV na  $H$ , a istodobno nije povećan rad kojeg pri tome troši. To navodi na zaključak da mora postojati neki mehanizam povrata dijela energije koji inače biva izgubljen kod C pumpe.
- CV pumpa postiže viši usisni tlak od C pumpe pri istim, ali i višim  $H$ .
- Pojava kavitacije kod CV pumpa nastaje pri do 20% većoj brzini vrtnje nego kod C pumpe.
- CV pumpa stvara veću gustoću KS koje dublje prodiru u domenu, pa samim time su u mogućnosti predati više kinetičke energije toku koji izlazi iz centrifugalnog rotora.

- Eksperimentiranjem na FSB, subjektivno je uočeno da CV pumpe pokazuju značajno povećanu stabilnost rada s dvokomponentnim i dvofaznim fluidima. Dvokomponentni i dvofazni fluidi kod C pumpe izazivaju velike udare popraćene s značajnim akustičnim manifestacijama, za razliku od CV pumpe kod koje isto nije zamijećeno. Nadalje primijećeno je da CV pumpa značajno brže otplinjuje zarobljene mjehure zraka u vodi od C pumpe. Ovdje subjektivno ukazuje na nedostatak opreme u Laboratoriju da se kvantificira udio zraka u vodi.

U radu su objašnjena dva mehanizma energetske pretvorbe:

- VV uzima dio fluida koji izlazi iz centrifugalnog rotora, zahvaća ga sa svojim lopaticama i centrifugalnom silom povećava mu količinu gibanja. S tom dodatnom kinetičkom energijom fluid dolazi u kontakt s preostalim fluidom iz rotora. Na taj način, prije ulaska u stator fluid ima veću energiju kod CV nego kod C pumpe.
- Dio energije KS se uspije povratiti mehanizmom inverzne kaskade.

## 5.2 PRIJEDLOG BUDUĆIH ISTRAŽIVANJA

Drugi vrijedan doprinos ovog rada je uvid u mogućnosti poboljšanja CV pumpi kako bi se njihove prednosti mogle ukomponirati u razne praktične primjene. Stoga prijedlozi za budući rad su:

- Dokazana je prednost CV pumpi, te bi nadalje trebalo istražiti utjecaj oblika i dimenzija lopatica VV na njihove karakteristike.
- Ovaj rad je vršen na CV pumpi radijalno aksijalnog tipa. Bilo bi zanimljivo, istražiti utjecaj VV CV pumpe čisto radijalnog tipa (u spiralnom kućištu CV rotor)
- Uočene su značajne prednosti CV pumpe pri radu s dvokomponentnim, dvofaznim fluidom što je potrebno kvantificirati.
- Istražiti utjecaj VV u CV pumpi s više stupnjeva.

### **5.3 ZAVRŠNI KOMENTARI**

Budući je u radu dokazana pouzdana upotreba CFD simulacija za analizu CV pumpi, moguće je jako efikasno (brzo i jeftino) istraživati utjecaj različitih parametara konstrukcije CV pumpe, ali i različite režime strujanja fluida.

Predložena eksperimentalna linija uz poboljšanje mogućnosti mjerenja različitih veličina može predstavljati osnovu ispitnog stola za ispitivanja rotora različitih tipova.



---

## 6. ZAKLJUČAK DOKTORSKOG RADA

---

U ovom su radu dokazane i kvantificirane prednosti CV pumpi u odnosu na C pumpe. Metoda je temeljena na nestacionarnim CFD eksperimentima i na eksperimentima na fizikalnim modelima:

- Detaljno mjerenje na fizikalnim modelima snage utrošene za pogon CV pumpe rezultira točnijom kvantifikacijom bilance energije.
- Dokazana je hipoteza rada da kinetička energija koherentnih struktura koju stvara vrtložni vijenac se pridodaje toku fluida koji istrujava iz kanala centrifugalnog kola, te na taj način povećava ukupnu energiju fluida prije ulaska u stator. Nadalje, ta se dodatna energija predaje glavnom toku pomoću uzdužnih vrtloga koji nastaju po obodu vrtložnog vijenca uslijed promjene kinetičke energije vrtloga i pomoću radijalnih vrtloga koji se odcjepljuju s bridova vrtložnih lopatica.
- Postoje mogućnosti za poboljšanje tokova energetske pretvorbe u CV pumpi.

---

## 7. LITERATURA

---

- [1.] Centrifugal Pumps: Basics Concepts of Operation, Maintenance, and Troubleshooting, Part I By: Mukesh Sahdev, Associate Content Writer Presented at The Chemical Engineers' Resource Page, [www.cheresources.com](http://www.cheresources.com)
- [2.] I. J. Karassik, J. P. Messina, P. Cooper, C. C. Heald: Pump Handbook, 4th edition, McGrawHill, USA, 2008
- [3.] R. W. Dochterman, General Electric Company: Centrifugal-vortex pump, United States Patent 3,936,240, USA, 1974.
- [4.] P. O. Mihajlovič, M. I. Jurevič, K. P. Borisovič. R. A. Isaakovič, T. I. Pavlovič: New rotary-vortex pumps for crude oil production in the complicated conditions, 1. Međunarodna naučno-tehnička konferencija, Rusija, Voronež, 17-22 rujna 2001.
- [5.] R. A. Isaakovič, G. N. Vasiljevič: High-head, economical modification of multistage centrifugal pump for oil production, 2. Međunarodna naučno-tehnička konferencija, Rusija, Voronež, 15-20 rujna 2003.
- [6.] S. T. Karakulov, D. Ju. Meljnikov, M. O. Pereljman, A. V. Dengaev: Ob odnoj vozmožnosti povišenija effektivnosti ekspluataciji gazonasiščennih skvažin, 3. Međunarodna naučno-tehnička konferencija, Rusija, Voronež, 14-17 rujna 2005.
- [7.] Melzi Eriberto: Vortex impeller for centrifugal fluid-dynamic pumps, European Patent Application EP1 961 965 A2, Italija, 2008.
- [8.] A. J. Stepanoff: Centrifugal and axial flow pumps, John Wiley & Sons, USA, 1948.
- [9.] A. Predin: Črpalke in ventilatorji, Univerzitetna knjižnica Maribor, Slovenija, Maribor, 2000.
- [10.] R. D. Archer: Introduction in aerospace propulsion, Prentice Hall, USA, New Jersey, 1996

- [11.] C. Hirsch, Numerical computation of internal and external flows. Vol. 2, John Wiley & Sons, 1992.
- [12.] J. M. Weiss and W. A. Smith, Preconditioning Applied to Variable and Constant Density Flows, AIAA Journal, 33(11), 2050-2057, November 1995.
- [13.] Fluent Inc, Fluent 12 user guide, Fluent Inc.,
- [14.] D. C. Wilcox, Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries Inc., La Canada, California, 1993.
- [15.] C. Hirsch, Numerical computation of internal and external flows. Vol. 2, John Wiley & Sons, 1992.
- [16.] M. Delanaye, Polynomial Reconstruction Finite Volume Schemes for the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations on Unstructured Adaptive Grids
- [17.] Ferziger, J. H., Perić, M., Computational methods for fluid dynamics, Springer Verlag, Berlin-New York, 1995.
- [18.] Rhie, C. M., Chow, W. L., A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation, AIAA Journal 21 (1983), pp. 1525–1532.
- [19.] Geuzaine, P., Grandmont, C., Farhat, C., Design and analysis of ALE schemes with provable second-order time-accuracy for inviscid and viscous flow simulations, Journal of computational physics 191 (2003), pp. 206–227.
- [20.] Issa, R. I., Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting, Journal of computational physics 62 (1) (1986), pp. 40–65.
- [21.] C. J. Freitas, The issue of numerical uncertainty, CSIRO, Melbourne, Australija, p. 29-34, 1999
- [22.] P. J. Roache, Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics, Annual Rev. Fluid Mech, p. 123-160, 1997
- [23.] I.B.Celik: Procedure for Estimation and Reporting of Discretization Error in CFD Applications, J. Fluids Eng., -- Volume 130, Issue 7, July 2008

- [24.] NUCLEAR ENERGY AGENCY-COMMITTEE ON THE SAFETY OF NUCLEAR INSTALLATIONS: Best Practice Guidelines for the use of CFD in Nuclear Reactor Safety Applications, NEA/CSNI/R(2007), France
- [25.] E. Cezmi Nursen, Erkan Ayder: Numerical Calculation of the Three-Dimensional Swirling Flow Inside the Centrifugal Pump Volute, *International Journal of Rotating Machinery*, 9: 247-253 2003.,
- [26.] M. G. Rose: Low flowrate effects in a centrifugal pump impeller, *Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, Vol. 218, No. 6: 56-67 (2004)
- [27.] U. Ullum et. al.: Prediction of rotating stall within an impeller of a centrifugal pump based on spectral analysis of pressure and velocity data, *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 52, 36 (2006)
- [28.] J. S. Anagnostopoulos: Numerical calculation of the flow in a Centrifugal pump impeller using cartesian grid, *2WSEAS, Int. Conference on Applied Mechanics*, Italy, 124-129, 20-22 studenog 2006
- [29.] F. A. Muggli, P. Holbein: CFD calculation of a mixed flow pump characteristic from shutoff to maximum flow, *ASME, Journal of fluids Engineering*, Vol. 124, 798-802, rujan 2002
- [30.] N. Yamanishi et. al.: LES Simulation of Backflow Vortex Structure at the Inlet of an Inducer, *J. Fluids Eng.* 129, 587 (2007)
- [31.] Matijašević, Branimir; Sviderek, Stanislav; Mihalić, Tihomir: Effect of turbulence model on unsteady fluid flow simulation in radial fan. // *WSEAS Transactions on Fluid Mechanics*. Vol 1 (2006) , No 5; p. 346-354
- [32.] K. A. Kaupert and Thomas Staubli: The Unsteady Pressure Flow in a High Specific Speed Centrifugal Pump Impeller – Part II: Large Eddy Simulations, *J. Fluids Eng.* 125, 73 (2003)
- [33.] Z. Zuchao, X. Peng, O. Guofu, C. Baoling, L. Yi: Design and experimental analyses of small-flow high head centrifugal-vortex pump for gas-liquid two phase mixture, *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 16: 528-534, 2008

- [34.] R.S.Figliola, D.E.Beasley: Theory and design for mechanical measurements, John Wiley & Sons, USA, 2006.
- [35.] Webster G. John, Measurement, Instrumentation and Sensors Handbook, CRC Press, Boca Raton. 1999
- [36.] C. Tropea, Alexander L. Yarin, John F. Foss (Eds.): Springer Handbook of Experimental Fluid Mechanics, Germany, 2007.
- [37.] HBM, PD1 pressure transducer, 1981
- [38.] K. Franjić: Mjerenje u mehanici fluida - INŽENJERSKI PRIRUČNIK IP1, Školska knjiga, p. 1015 – 1034, 1996.
- [39.] R.J.Goldstein: Fluid mechanics measurements, 2<sup>nd</sup> edition, Taylor&Francis, 1996., USA
- [40.] ISO 5167-1:2003 Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices, Part 1: Orifice plates, nozzles, and Venturi tubes inserted in circular cross-section conduits running full.
- [41.] ASME FED 01-Jan-1971. Fluid Meters Their Theory And Application- Sixth Edition
- [42.] EN 837-2:1998, Pressure gauges Part 2: Selection and installation recommendations for pressure gauges, 15/03/98
- [43.] E.L. Upp, Paul J. LaNasa, Fluid Flow Measurement A Practical Guide to Accurate Flow Measurement, Second Edition, Gulf professional publishing, USA, 2002.
- [44.] Vujević D., Ferković B., Osnove elektrotehničkih mjerenja, I. dio, Školska knjiga, Zagreb, 1996.
- [45.] Godec Z., Iskazivanje mjernog rezultata, Graphis, Zagreb, 1995.
- [46.] Boršić M., Iskazivanje mjernih rezultata, Inženjerski priručnik IP1, 963-976, Školska knjiga, Zagreb, 1996

- [47.] BE Launder, DB Spalding, Lectures in Mathematical Models of Turbulence, Academic Press, London, 1972. [65] BE oprati, DB Spalding, Predavanja u Matematičko modeliranje turbulencije, Academic Press, London, 1972.
- [48.] V. Yakhot and S. A. Orszag., Renormalization Group Analysis of Turbulence: I. Basic Theory, Journal of Scientific Computing, 1(1):1-51, 1986.
- [49.] S.A. Orszag, V. Yakhot, W.S. Flannery, F. Boysan, D. Choudhury, J. Maruzewski, and B. Patel., Renormalization Group Modeling and Turbulence Simulations., In International Conference on Near-Wall Turbulent Flows, Tempe, Arizona, 1993.
- [50.] DC Wilcox., Turbulence Modeling for CFD., DCW Industries, Inc., La Canada, California, 1998.
- [51.] FR Menter, Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications, AIAA Journal, 32(8):1598-1605, August 1994.
- [52.] FR Menter, M. Kuntz, and R. Langtry, Ten Years of Experience with the SST Turbulence Model, In K. Hanjalic, Y. Nagano, and M. Tummers, editors, Turbulence, Heat and Mass Transfer 4, pages 625-632., Begell House Inc., 2003.
- [53.] MM Gibson and BE Launder, Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer, J. Fluid Mech., 86:491-511, 1978.
- [54.] B. E. Launder, Second-Moment Closure: Present... and Future?  
Inter. J. Heat Fluid Flow, 10(4):282-300, 1989.
- [55.] B. E. Launder, G. J. Reece, and W. Rodi, Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure, J. Fluid Mech., 68(3):537-566, April 1975.
- [56.] J. Feng, F.K.Benra and H.J. Dohmen, Comparison of Periodic Flow Fileds in a Radial Pump among CFD, PIV and LDV Results, International Journal of Rotating Machinery, Volume 2009
- [57.] V.S.Lobanoff, R.R.Ross, Centrifugal pumps – Design & Application, 2<sup>nd</sup> edition, Butterworth-Heinemann, USA, 1992
- [58.] Hinze J.O., Turbulence, McGraw-Hill series in mechanical engineering. McGraw-Hill Book Company, USA, 1959.
- [59.] Lesieur M., Turbulence in fluids, third ed., Vol. 40 of Fluid Mechanics and its Applications. Kluwer Acedemic Publishers, 1997.

- [60.] Kolmogorov A. N., The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers, Dokl. Akad. Nauk., Vol. 30, pp. 301 – 305, 1941. Reprinted Proc. Royal Soc. London; 434; 9; 1991.
- [61.] Tennekes H. and Lumley J.L. A first course in turbulence. The MIT Press, 1972
- [62.] Townsend A.A. The structure of turbulent shear flow, 2nd ed. Cambridge University Press, 1976.
- [63.] Mansour N.N., Moser R.D. and Kim J. Data set PCH10. In A Selection of Test Cases for Validation of Large-Eddy Simulation of Turbulent Flow, J. Jimenez, editor, AR-345. AGARD, 1998
- [64.] Jimenez J. and Pinelli A. The autonomous cycle of near-wall turbulence. J. Fluid Mechanics, Vol. 389, pp. 335–359, 1999
- [65.] U. Frisch, The turbulence legacy of A.N. Kolmogorov, Cambridge University Press, UK, 1995
- [66.] M. Manninen, V. Taivassalo, and S. Kallio, On the mixture model for multiphase flow, VTT Publications 288, Technical Research Centre of Finland, 1996.
- [67.] G.H. Schnerr and J. Sauer, Physical and Numerical Modeling of Unsteady Cavitation Dynamics, In Fourth International Conference on Multiphase Flow, New Orleans, USA,, 2001.
- [68.] Matijašević, Branimir; Sviderek, Stanislav; Mihalić, Tihomir: Numerical Investigation of the Flow instabilities in Centrifugal Fan, // WSEAS Conference on Fluid Mechanics and Aerodynamics, Agios Nicolaos, Greece 2006
- [69.] Jeong J. and Hussain F, On the identification of a vortex, J. Fluid Mechanics, Vol. 285, pp. 69–94, 1995
- [70.] E. Villiers, The Potential of Large Eddy Simulation for the Modeling of Wall Bounded Flows, Doctoral disertation, Imperial College of Science, Technology and Medicine, UK, 2006
- [71.] N.Tesla, Dr. Tesla Talks Of Gas Turbines", Motor World. September 18, 1911.

- [72.] W. Rice, Tesla Turbomachinery, Proc. IV International Nikola Tesla Symposium Sept. 23-25, 1991
- [73.] G.I. Taylor, Stability of a Viscous Liquid contained between Two Rotating Cylinders, Phil. Trans. Royal Society A223: 289–343. doi:10.1098/rsta.1923.0008.
- [74.] R.W Metcalfe., F. Hussain, S. Menon and M. Hayakawa, Coherent structures in a turbulent mixing layer: a comparison between numerical simulations and experiments. In Turbulent Shear Flows, F. Durst, B. Launder, J. Lumley, F. Schmidt, and J. Whitelaw, editors, Vol. 5. Springer, 1985, p. 110.
- [75.] A. N. Kolmogorov, The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers, Dokl. Akad. Nauk., Vol. 30, pp. 301 – 305, 1941. Reprinted Proc. Royal Soc. London; 434; 9; 1991.
- [76.] V. T Chuong and J. C. Bowman, Robustness of the inverse cascade in two-dimensional turbulence, Department of Mathematical and Statistical Sciences, University of Alberta, Edmonton, Physical Review E, Canada, 2003
- [77.] G. Falkovich, Cascade and scaling, Physics of Complex Systems, Weizmann Institute of Science, [http://www.scholarpedia.org/article/Cascade\\_and\\_scaling](http://www.scholarpedia.org/article/Cascade_and_scaling), Scholarpedia, 3(8):6088.
- [78.] J. F. Gülich, Centrifugal Pumps, Springer Berlin Heidelberg New York, 2008.
- [79.] M. Lesieur, O. Metais, P. Comte, Large-Eddy Simulations of Turbulence, Cambridge University Press 2005
- [80.] S.Sviderek, Nestacionarne pojave u centrifugalnom ventilatoru, doktorska dizertacija, interna komunikacija, 2010.



---

## 8. KRATKI ŽIVOTOPIS

---

Tihomir Mihalić rođen je 26.09.1977. godine u Zagrebu. Osnovnu školu Alojzije Stepinac završio je 1992. s odličnim uspjehom. Tijekom osnovnoškolskog obrazovanja posebni interes je pokazao prema matematici, fizici i tehnici. Zbog zanimanja za tehniku, 1992. upisao je Zrakoplovnu tehničku školu Rudolf Perišin, Velika Gorica. Za vrijeme srednjoškolskog obrazovanja bio je drugi na županijskom natjecanju iz matematike i fizike.

Fakultet strojarstva i brodogradnje u Zagrebu upisao je 1996. i to Studij zrakoplovstva. Za vrijeme studija bio je demonstrator na Katedri za mehaniku fluida kod prof.dr.sc Zdravka Dolinera. Tijekom studija imao je priliku slušati kolegij Konstrukcija zrakoplova kod prof.dr.sc. J. Broža na Tehničkom sveučilištu u Pragu. Na Tehničkom sveučilištu u Pragu je također imao vježbe iz Eksperimentalne aerodinamike te je na tom sveučilištu obranio završni rad. Diplomirao je na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu s prosječnom ocjenom 4,85 (maksimalno moguća 5,00).

Na doktorski studij se upisao 2002. na Procesno-energetskom smjeru, pri Zavodu za energetska postrojenja, energetiku i ekologiju na Fakultetu strojarstva i brodogradnje, Sveučilišta u Zagrebu. Za vrijeme dokorskog studija radio je na sljedećim projektima: Eksperimentalna mehanika fluida, voditelji projekta prof.dr.sc. Zdravko Doliner i prof.dr.sc. Andreja Werner, Optimizacija vodnih turbina za male hidro elektrane, voditelj prof.dr.sc. Zvonimir Guzović te je održavao vježbe i aktivno sudjelovao na ispitima na dodiplomskoj i diplomskoj nastavi iz kolegija Mehanika fluida I, Mehanika fluida II, Hidromehanika, Energetski strojevi i Teorija turbostrojeva. Aktivno je sudjelovao u eksperimentalnom testiranju prototipa izrađenog u sklopu tehnologijskog projekta Turbinsko plinsko dizalo za naftu broj TP-03/0120-21, prof.dr.sc. Zvonimir Guzović.

Autor i koautor je na desetak radova prezentiranih na konferencijama u Hrvatskoj i inozemstvu ili objavljenih u časopisima. Dobitnik je 5 nagrada „Davorin Bazjanac, plakete i medalje Fakulteta strojarstva i brodogradnje te Rektorove nagrade.

Govori i piše engleski jezik.

---

## **9. KRATKI ŽIVOTOPIS NA ENGLISKOM JEZIKU**

---

Tihomir Mihalić is born on 26<sup>th</sup> September 1977 in Zagreb. He completed the Elementary school “Alojzije Stepinac” in 1992 with distinction. During elementary education he demonstrated special interests in mathematics, physics and technical subjects. Because of his interest in technics, in 1992 he enrolled in the Aviation Technical School “Rudolf Perešin”, Velika Gorica. During high school education he won the second place in the county competition in mathematics and in physics.

He enrolled in the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture in Zagreb in 1996, the study program of Aerospace Engineering. During his studies he was a demonstrator in the Department of Fluid Mechanics, led by Prof. Zdravko Doliner, Ph.D. During the study he had the opportunity to attend the course of the Aircraft design by Professor V. Brož, Ph.D. at the Technical University of Prague. He also attended practical work at the Technical University of Prague in Experimental Aerodynamics and at the same university he defended the final thesis. He graduated from the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture in Zagreb with the average grade 4.85 (max. possible being 5).

He enrolled at the Doctoral study in 2002 in the study of Process-energy, Department of Energy, Power Engineering and Environment, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb. During his studies he worked on the following projects: Experimental Fluid Mechanics, Ph.D. Zdravko Doliner; Experimental Fluid Mechanics, Ph.D. Andreja Werner, Optimization of of water turbines for small hydro plants, Ph.D. Zvonimir Guzović and held tutorials and actively participated in the examinations in undergraduate courses of Fluid Mechanics, Fluid Mechanics II, Energy Machines and Theory of Turbomachinery. He actively participated in the experimental testing in the project Turbine Gas Lift, Code: TP-03/0120-21, Ph.D. Zvonimir Guzović.

He is author and co-author of ten papers presented at the conferences in Croatia and abroad or published in journals. He has won 5 awards „Davorin Bazjanac“, Plaque and Medal of the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture of and Rectoral award. He is fluent in English.