Razvoj matematičkog modela za ocjenu toplinske ugodnosti u spojenom mlazu

Smoljan, Darko

Doctoral thesis / Disertacija

2011

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:992373

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-05-13**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

RAZVOJ MATEMATIČKOG MODELA ZA OCJENU TOPLINSKE UGODNOSTI U SPOJENOM MLAZU

DOKTORSKI RAD

Darko Smoljan dipl. ing.

Zagreb, 2011.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

RAZVOJ MATEMATIČKOG MODELA ZA OCJENU TOPLINSKE UGODNOSTI U SPOJENOM MLAZU

DOKTORSKI RAD

Mentor:
Prof. dr. sc. Igor Balen

Darko Smoljan dipl. ing.

Zagreb, 2011.

PODACI ZA BIBLIOGRAFSKU KARTICU:

UDK: 532.517.4:532.525

Ključne riječi: turbulentni radijalni mlaz, spojeni mlaz, stropni vrtložni difuzor, turbulentna viskoznost, brzina zraka, intenzitet turbulencije zraka, PD, CTA

Znanstveno područje: TEHNIČKE ZNANOSTI

Znanstveno polje: STROJARSTVO

Institucija u kojoj je rad izrađen: Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

Mentor: Prof. dr. sc. Igor Balen

Broj stranica: 185

Broj slika: 110

Broj tablica: 3

Broj korištenih bibliografskih jedinica: 127

Datum obrane: 28.09.2011

Povjerenstvo:

Dr. sc. Zdravko Virag, red.prof. - predsjednik povjerenstva

Dr. sc. Igor Balen, izv. prof. - mentor

Dr. sc. Davor Zvizdić, red.prof. - član povjerenstva

Dr. sc. Bernard Franković, red.prof. Tehničkog fakulteta u Rijeci - član povjerenstva

Dr. sc. Miroslav Ruševljan, doc. - član povjerenstva

Institucija u kojoj je rad pohranjen: Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

Zahvala

Želio bih najprije zahvaliti mentoru, Prof. dr. sc. Igoru Balenu na stručnoj i moralnoj podršci te što je svih ovih godina moga rada na fakultetu omogućio da moje radno vrijeme bude većim dijelom posvećeno znanstvenom radu i izradi ove disertacije.

Posebno sam zahvalan Prof. dr. sc. Zdravku Viragu koji mi je puno pomogao pri obradi materije te bez čijih teorijskih znanja, strpljenja i savjeta ovaj rad ne bi bio moguć.

Tvrtka Klimaoprema d.d. izgradila je laboratorij te vizionarski i nesebično podupirala ovo istraživanje i time pridonijela njegovoj kvaliteti. Hvala puno mojim dragim prijateljima iz Klimaopreme d.d.: Ratku Tokiću, Goranu Dolenecu i Ivanu Jagnjiću na velikoj pomoći oko izvođenja mjerenja, izgradnje laboratorija i postavljanja mjerne linije na način da se zadovolje kako potrebe tvrtke u razvoju novih proizvoda tako i potrebe znanstvenih istraživanja.

Zahvaljujem kolegi Nenadu Ferdeljiju na vremenu koje je odvojio da analizira moj rad te da mi korisnim savjetima pomogne oko matematičkih transformacija.

Kolegama Tomislavu Velikom i Danijelu Šestanu zahvaljujem na pomoći oko odabira mjerne opreme te programiranja softvera za akviziciju mjernih podataka.

Prijateljima s katedre za eksperimentalnu mehaniku Dr. sc. Anti Bakiću, Prof. dr. sc. Janošu Kodvanju, Prof. dr. sc. Mirku Husnjaku i akademiku Stjepanu Jeciću puno zahvaljujem na iskrenoj podršci te što su mi omogućili dolazak na Fakultet.

Voditelju katedre za toplinsku i procesnu tehniku Doc. dr. sc. Vladimiru Soldi zahvaljujem što mi je u najtežim trenucima iskreno dao do znanja da će staviti svoje vrijeme na raspolaganje kako bi mi pomogao da se ovaj rad završi u potrebnom roku.

Zahvalio bih se i dragoj kolegici Tei Žakuli koja mi je svojim pristupom bazama podataka s radovima omogućila prikupljanje velike količine literature koja mi je bila potrebna za izradu ovog rada.

Neizmjerno hvala mojim roditeljima i sestri koji su dugogodišnjom bezrezervnom podrškom odigrali ključnu ulogu u ostvarenju mnogih mojih nastojanja.

Zagreb, rujna 2011. Darko Smoljan

Sadržaj

Sažetak ... iii
Summary ... iv
Ključne riječi ... v
Keywords ... v
Popis važnijih oznaka ... vi
Popis slika ... vii
Popis tablica ... xii
1 UVOD ... 1
1.1 Motivacija ... 1
1.2 Pregled dosadašnjih istraživanja ... 4
1.3 Hipoteza ... 8
1.4 Očekivani znanstveni doprinos ... 8
2 TURBULENTNI MLAZ U MIJEŠAJUĆOJ VENTILACIJI ... 10
2.1 Temeljna svojstva ... 10
2.2 Klasifikacija i karakteristične zone strujanja ... 13
2.3 Jednadžbe mlaza ... 16
2.3.2 Profil brzine ... 16
2.3.3 Temperaturni profil ... 19
2.3.4 Opadanje brzine izotermnog mlaza ... 20
2.3.5 Jednadžbe opadanja neizotermnog mlaza ... 22
2.3.6 Interakcija s prostorijom ... 24
2.4 Osvrt na primjenu jednadžbe opadanja brzine na radijalni mlaz ... 26
3 BRZINA I INTENZITET TURBULENCIJE ZRAKA KAO PARAMETRI TOPLINSKE UGODNOSTI ... 29
3.1 Indeksi toplinske ugodnosti ... 29
3.2 Način mjerenja i zahtjevi na mjerne instrumente ... 32
3.3 Fenomenologija strujanja usljed interakcije nasuprotnih radijalnih priljubljenih mlazova ... 38
3.4 Reynoldsove vremenski osrednjene jednadžbe za turbulentno strujanje ... 41
4 NOVA RJEŠENJA OSREDNJENOG STRUJANJA TURBULENTNOG AKSIJALNO –SIMETRIČNOG MLAZA ... 45
4.1 Osvrt na Huntovo rješenje za radijalni mlaz ... 45

4.2 Razdioba brzine zraka u radijalnom mlazu ... 50
4.3 Analitičko rješenje radijalnog mlaza uz pretpostavke graničnog sloja i $\nu_t \neq$ konst... 57
4.4 Numeričko rješenje radijalnog mlaza bez pretpostavki graničnog sloja ... 60
4.4.1 Rješenje turbulentne viskoznosti metodom Runge Kutta ... 64
4.4.2 Utjecaj koeficijenta širenja na primjenjivost pretpostavki graničnog sloja.. 67
4.4.3 Turbulentno naprezanje ... 68
4.5 Analitičko i numeričko rješenje okruglog mlaza uz $\nu_t \neq$ konst ... 73
4.6 Indukcija ... 82
4.7 Strujna funkcija ... 84
5 EKSPERIMENTALNO ISPITIVANJE ... 88
5.1 Ispitni laboratorij, mjerna oprema i postupci ... 88
5.2 Priljubljeni mlaz bez interakcije ... 94
5.3 Priljubljeni mlaz u interakciji ... 105
5.4 Spojeni mlaz ... 109
6 INTENZITET TURBULENCIJE ... 124
6.1 Transportna jednadžba kinetičke energije turbulencije ... 125
6.1.1 Generacija kinetičke energije turbulencije ... 129
6.1.2 Kinetička energija turbulencije ... 133
6.2 Intenzitet turbulencije i PD indeks, eksperiment i numeričko rješenje ... 138
7 UTJECAJ KONSTRUKCIJE PRIKLJUČNE KUTIJE NA STRUJANJE VRTLOŽNOG RADIJALNOG MLAZA ... 148
7.1 Priljubljeni mlaz ... 149
7.2 Spojeni mlaz ... 160
8 ZAKLJUČAK ... 172
9 POPIS LITERATURE ... 176

Sažetak

Spojeni mlaz je fenomen turbulentnog strujanja koji u sustavima ventilacije nastaje međusobnom interakcijom dvaju nasuprotnih zračnih mlazova iz susjednih istrujnih otvora te mu je, iako predstavlja važan čimbenik toplinske ugodnosti u zoni boravka, u dosadašnjim istraživanjima u ventilaciji posvećeno vrlo malo pozornosti. Cilj istraživanja je temeljem teorije samosličnosti strujanja u razvijenoj zoni turbulentnog mlaza razviti bezdimenzijski matematički model koji bi omogućio procjenu brzine i intenziteta turbulencije zraka kao veličina o kojima ovisi osjećaj propuha u zoni spojenog mlaza, a koji bi u primjeni bio znatno jeftiniji i jednostavniji od složenih CFD proračuna koji još uvijek ne daju pouzdane rezultate kod ovakvih strujanja.

Razvoj modela temelji se na eksperimentalnim mjerenjima brzine i intenziteta turbulencije CTA anemometrom te na teorijskoj analizi strujanja uz primjenu analitičkih i jednostavnih numeričkih metoda. Obzirom na oskudna istraživanja vrtložnog ventilacijskog difuzora za proizvodnju mlaza, odabran je vrtložni radijalni stropni difuzor. Mjerenja su vršena u zoni izotermnog priljubljenog stropnog radijalnog mlaza i u zoni izotermnog spojenog mlaza koji nastaje interakcijom te koji se također, na temelju dokaza drugih autora, smatra radijalnim mlazom te se opisuje modelom strujanja slobodnog radijalnog mlaza usmjerenog prema zoni boravka.

Nalaženje rješenja osrednjenog strujanja radijalnog mlaza, kao unaprjeđenje dosadašnjih rješenja, temelji se na pretpostavci o razdiobi brzine u glavnom smjeru strujanja u obliku Gaussove funkcije, te uzimajući u obzir da turbulentna viskoznost u zoni mlaza nije konstantna. S obzirom da eksperimentalni rezultati govore da spojeni mlaz ima više nego dvostruko veći koeficijent širenja od klasičnog radijalnog mlaza, provedena je analiza primjenjivosti Prandtlovih pretpostavki graničnog sloja te su rješenja osrednjenog strujanja donesena uz primjenu i bez primjene pojednostavljenja graničnog sloja. Uz primjenu ovih pretpostavki došlo se do analitičkog rješenja za razdiobu turbulentne viskoznosti, srednje brzine i turbulentnog naprezanja dok je bez primjene ovih pretpostavki bilo potrebno primijeniti jednostavne numeričke metode. Kinetička energija turbulencije odnosno intenzitet turbulencije dobiven je numeričkim rješenjem transportne jednadžbe kinetičke energije turbulencije pri čemu su, kao modeli turbulencije, korištena rješenja Navier-Stokesove jednadžbe odnosno turbulentne viskoznosti dobivene uz i bez primjene pretpostavki graničnog sloja.

Usporedba razvijenog modela s eksperimentalnim rezultatima govori o dobrom slaganju rezultata srednje brzine, turbulentnog naprezanja i kinetičke energije turbulencije u usporedbi s rezultatima klasičnog mlaza drugih autora. Slaganje teorijskog modela s eksperimentalnim rezultatima intenziteta turbulencije u spojenom mlazu je bolje u slučaju bez primjene pretpostavki graničnog sloja nego u slučaju primjene ovih pretpostavki.

Summary

Merged jet is a turbulent flow phenomenon which is formed by interaction of two opposed air jets from adjacent ventilation diffusers. Regarding its significant influence on thermal comfort conditions in occupied spaces it received very little attention in former studies. The research in this work aims at developing non-dimensional mathematical model for the assessment of air velocity and turbulence intensity as the parameters of sensation of draught in merged jet. This model is intended to be cheaper and simpler than more complex CFD calculations that still do not provide good results for this kind of flow.

Development of the model is based on CTA (constant temperature anemometry) measurements of velocity (speed) and turbulence intensity and on theoretical analysis of the flow using analytical and simple numerical methods. Regarding limited research on vortex diffusers found in literature ceiling vortex ventilation diffuser is used for the production of the jet. Measurements are performed in the zone of isothermal attached ceiling radial jet and in the zone of isothermal merged jet that is formed by the interaction of ceiling jets. Merged jet is considered to be a free radial jet flowing towards the occupied zone.

Integral solution for the mean flow profiles of the turbulent radial jet, as the improvement of former solutions, is found with the assumption of Gaussian functional form for the streamwise velocity distribution and the assumption of non-constant turbulent viscosity distribution in the zone of the jet. As the experimental data shows that coefficient of spread for the merged jet is more than twice higher than the coefficient for the classical free radial jet the analysis of applicability of Prandtl shear flow approximations is performed and solutions of the mean flow were derived with and without these approximations. Using these approximations enables derivation of algebraic equations for turbulent viscosity, mean velocity and turbulent shear stress. Solutions without these approximations are numerical and demand use of simple numerical methods. Turbulence kinetic energy and turbulence intensity are obtained by numerical solution of transport equation for turbulent kinetic energy by using solutions of Navier-Stokes equation, that are turbulence viscosity solutions with and without shear flow approximations, as the turbulence models.

Agreement of mean velocity, turbulent shear stress and turbulent kinetic energy data of the developed theoretical model with the experimental data of classical jet found in literature is good.

Agreement of the developed theoretical model with experimental data for mean velocity of the merged jet is good and agreement with experimental data for turbulence intensity is better in the case of not using approximations of shear flow than in the case of using them.

Ključne riječi

turbulentni radijalni mlaz, spojeni mlaz, stropni vrtložni difuzor, turbulentna viskoznost, brzina zraka, intenzitet turbulencije zraka, PD, CTA

Keywords

turbulent radial jet, merged jet, ceiling vortex diffuser, turbulent viscosity, air velocity, turbulence intensity, PD, CTA

a	-	koeficijent širenja mlaza
b_{dif}	cm	udaljenost difuzora
c	-	konstanta, $c = \ln(2) \approx 0,693$
c_{rm1}	-	konstanta u jednadžbi opadanja centralne (maksimalne) brzine mlaza
c_{m2}	-	potencija (konstanta) u jednadžbi opadanja maksimalne brzine mlaza
d	cm	promjer difuzora
f	-	bezdimenzijska fukcija razdiobe komponente brzine u glavnom smjeru strujanja
g	-	bezdimenzijska fukcija razdiobe komponente brzine poprečne na smjer glavnog strujanja
h	-	bezdimenzijska fukcija razdiobe turbulentnog naprezanja
$j = \dfrac{J}{\rho}$	m^4/s^2	kinematički protok količine gibanja
$\overline{k}$	m^2/s^2	vremenski osrednjena kinetička energija turbulencije
l	-	bezdimenzijska fukcija razdiobe kinetičke energije turbulencije
l_m	m	duljina puta miješanja
r	cm	koordinata cilindarskog koordinatnog sustava spojenog mlaza
r_{c}	cm	udaljenost centra sličnosti spojenog mlaza od osi radijalne simetrije
r_{str}	cm	udaljenost osi radijalne simetrije spojenog mlaza od stropa
r_1	cm	koordinata cilindarskog koordinatnog sustava priljubljenog mlaza
$r_{1\mathrm{c}}$	cm	udaljenost centra sličnosti priljubljenog mlaza od centra difuzora
$-\overline{v_r' v_z'}$	m^2/s^2	turbulentno smično naprezanje (dvojna korelacija brzina)
$\overline{v}_r$, $\overline{v}_z$, $\overline{v}_\varphi$	m/s	komponente vremenski osrednjene brzine u smjeru koordinatnih osi cilindarskog sustava
v_r', v_z', v_φ'	m/s	pulsirajuće komponente brzine
$\overline{v}_{\mathrm{ef}}$	m/s	efektivna istrujna brzina zraka, brzina na istrujnom otvoru
$\overline{v}_{r,m}$	m/s	maksimalna brzina na poprečnom presjeku mlaza odnosno brzina na simetralnoj ravnini mlaza
$\overline{v}_{r,\max}$	m/s	maksimalna brzina spojenog mlaza na ravnini spajanja

z	cm	koordinata cilindarskog koordinatnog sustava spojenog mlaza
$z_{1/2}$	cm,	širina spojenog mlaza i slobodnog mlaza
z_1	cm	koordinata cilindarskog koordinatnog sustava priljubljenog mlaza (također udaljenost od stropa)
$z_{1,\,1/2}$	cm,	širina priljubljenog mlaza
A_{ef}	m^2	efektivna istrujna površina difuzora
D_{ij}	s^{-1}	tenzor brzine deformacije
G	Pa/s	generacija kinetičke energije turbulencije
I_t	%	intenzitet turbulencije zraka
J	kgm/s^2	protok količine gibanja
K_1	-	koeficijent opadanja centralne brzine
K_2	-	koeficijent opadanja centralne temperaturne razlike
O_c	-	centar sličnosti spojenog mlaza
O_{1c}	-	centar sličnosti priljubljenog (stropnog) mlaza
Re	-	Reynoldsov broj
Re_t	-	turbulentni Reynoldsov broj
α	-	koeficijent indukcije
μ	Pa·s	dinamička viskoznost zraka
μ_t	Pa·s	dinamička turbulentna viskoznost
ν	m^2/s	kinematička viskoznost zraka
ν_t	m^2/s	kinematička turbulentna viskoznost
ν_{t1}	m^2/s	rješenje turbulentne viskoznosti uz pretpostavke graničnog sloja
ν_{t2}	m^2/s	rješenje turbulentne viskoznosti bez pretpostavki graničnog sloja
η	-	bezdimenzijska kompozitna varijabla, udaljenost od simetralne ravnine
ε	$\frac{Pa \cdot m^3}{kg \cdot s}$	disipacija kinetičke energije turbulencije

Popis slika

Slika 1.1 Istrujavanje mlaza iz stropnih difuzora u slučajevima a) većih visina stropa, obično > 4m, b)manjih visina stropa, obično 2,6 do 4m..... ...2

Slika 2.1 Dimenzijski (lijevo) i bezdimenzijski (desno) profili srednje brzine u jednom od najranijih eksperimentalnih istraživanja samosličnosti turbulentnog mlaza [37]..... .10

Slika 2.2 Turbulentni mlaz, — linije konstantne brzine $\overline{v}_x = \text{konst.}$, — linije konstantne brzine $\overline{v}_x / \overline{v}_m = \text{konst.}$ ..... .11

Slika 2.3 Oblici mlaza obzirom na tip istrujnog otvora..... .13

Slika 2.4 Zone mlaza pri priljubljenju uz strop Coanda efektom..... .14

Slika 2.5 Zone mlaza i karakteristični pad brzine prema [41] (log-log mjerilo)..... .15

Slika 2.6 Profili brzine slobodnog i zidnog mlaza u glavnom smjeru strujanja..... .16

Slika 2.7 Profili brzine kod priljubljenog trodimenzionalnog mlaza Rajaratnam [63]..... .18

Slika 2.8 Odbijanje ravninskog stropnog mlaza u kutu prostorije, Sandberg [44]..... .25

Slika 2.9 Odbijanje radijalnog stropnog mlaza u kutu prostorije, Waschke [91]..... .25

Slika 2.10 Radijalni mlaz, istrujavanje između dva koaksijalna diska..... .26

Slika 3.1 Primjer promjene intenziteta brzine u vremenu u jednoj točki prostora zone boravka..... .31

Slika 3.2 Postotak nezadovoljnih uslijed propuha prema indeksu PD (jed. 3.3) u ovisnosti o srednjoj brzini i temperaturi zraka, pri intenzitetu turbulencije a) I_t = 0 % i b) I_t = 15 %..... .31

Slika 3.3 Utjecaj intenziteta turbulencije na osjećaj propuha prema PD indeksu pri temp. zraka 20 °C..... .32

Slika 3.4 Glavna svojstva strujanja zraka i zahtjevi na mjerne isntrumente u pojedinim zonama prostorije prema EN 13182 [3]..... .33

Slika 3.5 Utjecaj vremenskog perioda na točnost mjerenja srednje brzine i intenziteta turbulencije u zoni boravka, (LDA) [101]..... .35

Slika 3.6 Devijacija srednje brzine i standardne devijacije brzine relativno prema referentnoj vrijednosti [103]..... .36

Slika 3.7 Utjecaj frekvencije uzorkovanja na točnost mjerenja srednje brzine i intenziteta turbulencije u zonama 1-4, [102]..... .37

Slika 3.8 Interakcija radijalnih mlazova iz susjednih stropnih difuzora..... .38

Slika 3.9 Shema interakcije nasuprotnih priljubljenih radijalnih mlazova..... .40

Slika 4.1 Radijalni mlaz..... .45

Slika 4.2 Radijalni slobodni mlaz u cilindarskom koordinatnom sustavu (r, z, φ) ..... .50

Slika 4.3 Razdioba bezdimenzijske brzine na poprečnom presjeku radijalnog mlaza pri a = 0,24..... .53

Slika 4.4 Procjena omjera $\overline{v}/\overline{v}_r$ u $\eta = 1$ i u ovisnosti o koeficijentu širenja prema (4.35)..... .54

Slika 4.5 Derivacije komponenata brzine radijalnog mlaza po koordinatama *r* i *z*, u bezdimenzijskom obliku (4.37), a) klasični mlaz *a* = 0,1 i b) spojeni mlaz *a* = ,24... .57
Slika 4.6 Princip određivanja srednje derivacije Runge – Kutta metodom četvrtog reda..... .65
Slika 4.7 Rješenje turbulentne viskoznosti $\nu_{t,1}$ - uz pretpostavke graničnog sloja i $\nu_{t,2}$ - bez pretpostavki graničnog sloja pri koeficijentu širenja a) *a* = 0,24 i b) *a* = 0,107..... .66
Slika 4.8 Utjecaj koeficijenta širenja na primjenjivost pretpostavki graničnog sloja za radijalni mlaz vrednovanih preko omjera $\nu_{t,1}/\nu_{t,2}$ ..... .67
Slika 4.9 Usporedba Reynoldsovog naprezanja prema novom modelu s eksperimentalnim rezultatima radijalnog mlaza [9] – klasični mlaz a = 0,11..... .70
Slika 4.10 Usporedba Reynoldsovog naprezanja prema novom modelu s eksperimentalnim rezultatima radijalnog mlaza [24] – spojeni mlaz a = 0,24..... 72
Slika 4.11 Okrugli slobodni mlaz..... .74
Slika 4.12 Distribucija poprečne komponente brzine u okruglom mlazu..... 76
Slika 4.13 Koeficijent turbulentne viskoznosti prema novim rješenjima i Schlihtingovo [14] rješenje ν_t = konst. 80
Slika 4.14 Utjecaj koeficijenta širenja na primjenjivost pretpostavki graničnog sloja za okrugli mlaz vrednovanu preko omjera $\nu_{t,1}/\nu_{t,2}$ 80
Slika 4.15 Turbulentno naprezanje u okruglom mlazu prema novim rješenjima (4.92) i (4.107) i eksperimentalni rezultati drugih autora..... 81
Slika 4.16 Strujnice u cilindarskom koordinatnom sustavu..... 85
Slika 4.17 Strujnice klasičnog radijalnog mlaza *a* = 0,09 prema jed. (4.116)..... 86
Slika 4.18 Strujnice spojenog i priljubljenog mlaza pri međusobnoj udaljenosti difuzora b_{dif} = 3m... 87
Slika 5.1 Laboratorij za aerodinamičko ispitivanje 1 – Odsisni ventilator, 2 – ručna regulacijska zaklopka, 3 - plenum promjera 1 m, 4 – automatski regulatori konstantnog protoka (CAV), 5 – fleksibilno crijevo, 6 – pleksiglas staklo, 7 – upravljački ormar klima jedinice, 8 – stol i računalo, 9 – odsisne rešetke..... 89
Slika 5.2 Anemometar s toplom sferom – osjetnik (lijevo) i strujni krug (desno)..... 90
Slika 5.3 Ploča i priključna kutija difuzora s vertikalnim priključkom, ugradnja u strop..... 92
Slika 5.4 Plenum s regulatorima konstantnog protoka i kolica s anemometrima s toplom sferom..... 93
Slika 5.5 Uređaj za vizualizaciju strujanja na usisu klima jedinice (dim mašina i potisni plin CO_2) 93
Slika 5.6 Difuzor u centralnom dijelu stropa prostorije. 94
Slika 5.7 Vertikalni položaj osjetnika okomito na smjer strujanja, mjerenje s dva istovremeno..... 95
Slika 5.8 Primjeri profila brine mjerenih na istoj radijalnoj udaljenosti i četiri strane svijeta od difuzora.....95
Slika 5.9 Unutarnja konstrukcija ploče difuzora sa prstenom uz rub krilaca..... 96

Slika 5.10 Priljubljenje mlaza uz strop kod ploče difuzora s prstenom.....97
Slika 5.11 Izostanak priljubljenja mlaza kod ploče bez prstena..... 97
Slika 5.12 a) dimenzijski i b) bezdimenzijski profili brzine priljubljenog mlaza uz $\overline{v}_{ef} = 3,5$ m/s..... 98
Slika 5.13 a) dimenzijski i b) bezdimenzijski profili brzine priljubljenog mlaza uz $\overline{v}_{ef} = 4,5$ m/s.....99
Slika 5.14 a) dimenzijski i b) bezdimenzijski profili brzine priljubljenog mlaza uz $\overline{v}_{ef} = 5,9$ m/s.....100
Slika 5.15 a) dimenzijski i b) bezdimenzijski profili brzine priljubljenog mlaza uz $\overline{v}_{ef} = 7,9$ m/s.....101
Slika 5.16 Linearno širenje priljubljenog mlaza..... 102
Slika 5.17 Opadanje centralne (maksimalne) brzine u priljubljenom mlazu, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski oblik..... 103
Slika 5.18 Razdioba efektivne brzine na svih 36 krilaca istočnog i zapadnog difuzora kod četiri prosječne vrijednosti efektivne brzine 106
Slika 5.19 Dimenzijski i bezdimenzijski profili brzine priljubljenih mlazova u interakciji $\overline{v}_{ef} = 3,5$ m/s (a i b) i $\overline{v}_{ef} = 4,5$ m/s (c i d) 107
Slika 5.20 Dimenzijski i bezdimenzijski profili brzine priljubljenih mlazova u interakciji $\overline{v}_{ef} = 5,9$ m/s (a i b) i $\overline{v}_{ef} = 7,9$ m/s (c i d) 108
Slika 5.21 Instalacija difuzora za proizvodnju spojenog mlaza na udaljenosti b_{dif} = 180 cm..... 109
Slika 5.22 Razdioba maksimalne brzine u spojenom mlazu, a) b_{dif} = 180 cm i b) b_{dif} = 240 cm..... 110
Slika 5.23 Razdioba maksimalne brzine u spojenom mlazu, a) b_{dif} = 300 cm i b) b_{dif} = 360 cm..... 111
Slika 5.24 Razdioba bezdimenzijske maksimalne brzine u spojenom mlazu.....113
Slika 5.25 Položaj maksimalne brzine u ovisnosti o $\overline{v}_{\mathrm{ef}}$ i b_{dif} 114
Slika 5.26 Maksimalna brzina $\overline{v}_{r,\max}$ u ovisnosti o $\overline{v}_{\mathrm{ef}}$ i b_{dif} 114
Slika 5.27 a) dimenzijski i b) bezdimenzijski profili brzine spojenog mlaza $b_{\mathrm{dif}} = 180$ cm i $\overline{v}_{\mathrm{ef}} = 3,5$ m/s..... 115
Slika 5.28 a) dimenzijski i b) bezdimenzijski profili brzine spojenog mlaza $b_{\mathrm{dif}} = 240$ cm i $\overline{v}_{\mathrm{ef}} = 5,9$ m/s..... 116
Slika 5.29 a) dimenzijski i b) bezdimenzijski profili brzine spojenog mlaza $b_{\mathrm{dif}} = 240$ cm i $\overline{v}_{\mathrm{ef}} = 7,9$ m/s..... 117
Slika 5.30 a) dimenzijski i b) bezdimenzijski profili brzine spojenog mlaza $b_{\mathrm{dif}} = 300$ cm i $\overline{v}_{\mathrm{ef}} = 5,9$ m/s..... 118
Slika 5.31 a) dimenzijski i b) bezdimenzijski profili brzine spojenog mlaza $b_{\mathrm{dif}} = 360$ cm i $\overline{v}_{\mathrm{ef}} = 4,5$ m/s.....119
Slika 5.32 a) dimenzijski i b) bezdimenzijski profili brzine spojenog mlaza $b_{\mathrm{dif}} = 360$ cm i $\overline{v}_{\mathrm{ef}} = 7,9$ m/s.....120
Slika 5.33 Širenje spojenog mlaza pri b_{dif} = 180 cm i b_{dif} = 240 cm te različitim istrujnim brzinama 121

Slika 5.34 Širenje spojenog mlaza pri b_{dif} = 300 cm i b_{dif} = 360 cm te različitim istrujnim brzinama 121

Slika 5.35 Širenje spojenog mlaza prikazano preko prosječne vrijednosti $z_{1/2,\,pros}$ 123

Slika 6.1 Brzina generacije kinetičke energije turbulencije u okruglom mlazu, usporedba novog modela s rezultatima drugih autora 132

Slika 6.2 Brzina generacije kinetičke energije turbulencije u radijalnom mlazu, usporedba novog modela s rezultatima drugih autora..... 133

Slika 6.3 Kinetička energija turbulencije na simetralnoj ravnini spojenog mlaza pri međusobnoj udaljenosti difuzora 1,8 i 2,4 m..... 135

Slika 6.4 Kinetička energija turbulencije na simetralnoj ravnini spojenog mlaza pri međusobnoj udaljenosti difuzora 3,0 i 3,6 m. 135

Slika 6.5 Kinetička energija turbulencije na presjeku radijalnog klasičnog mlaza $a = 0{,}11$ 136

Slika 6.6 Kinetička energija turbulencije na presjeku okruglog klasičnog mlaza $a = 0{,}085$ 136

Slika 6.7 Kinetička energija turbulencije u spojenom mlazu a = 0,24; eksperimentalni rezultati anemometrom s toplom sferom; — rješenje (6.22 a) bez pretp. gr. sl.; — rješenje (6.22 a) uz pretp. gr. sl. ; — rješenje (6.22 a) uz h = const. 137

Slika 6.8 Profili intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, osjetnik topli film, pri b_{dif} = 180 cm i $\overline{v}_{ef} = 5{,}9$ m/s prikazani u ovisnosti o: a) dimenzijskoj koordinati z, i b) bezdimenzijskoj koordinati η..... 139

Slika 6.9 Profili intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, osjetnik topli film, pri b_{dif} = 180 cm i $\overline{v}_{ef} = 7{,}9$ m/s prikazani u ovisnosti o: a) dimenzijskoj koordinati z, i b) bezdimenzijskoj koordinati η..... 140

Slika 6.10 Razdioba intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, eksperimentalni rezultati osjetnik topla sfera pri b_{dif} = 180 cm i rješenja jed. (6.22): — bez pretpostavki graničnog sloja; — uz pretpostavke graničnog sloja; — uz pretpostavku konstantne turb. viskoznosti 141

Slika 6.11 Razdioba intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, eksperimentalni rezultati osjetnik topla sfera pri b_{dif} = 180 cm i rješenja jed. (6.22): — bez pretpostavki graničnog sloja; — uz pretpostavke graničnog sloja; — uz pretpostavku konstantne turb. viskoznosti 142

Slika 6.12 Razdioba intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, eksperimentalni rezultati osjetnik topla sfera pri b_{dif} = 180 cm i rješenja jed. (6.22): — bez pretpostavki graničnog sloja; — uz pretpostavke graničnog sloja; — uz pretpostavku konstantne turb. viskoznosti 143

Slika 6.13 Razdioba intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, eksperimentalni rezultati osjetnik topla sfera pri b_{dif} = 180 cm i rješenja jed. (6.22): — bez pretpostavki graničnog sloja; — uz pretpostavke graničnog sloja; — uz pretpostavku konstantne turb. viskoznosti 144

Slika 6.14 Primjeri razdiobe PD indeksa prema jednadžbi (3.3) po poprečnom presjeku mlaza prema teorijskom rješenju i eksperimentalnim mjerenjima..... 146

Slika 7.1 a) kutija s vertikalnim priključkom u spuštenom stropu, b) kutija s vertikalnim priključkom pogled odozdo, c) kutija s horizontalnim priključkom, limom za izjednačenje i traverzom, d) kutija s horizontalnim priključkom u spuštenom stropu149

Slika 7.2 Konstrukcije priključne kutije koje su korištene u istraživanju asimetričnosti mlaza: a) kutija s horizontalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje b) kutija s horizontalnim priključkom bez perforiranog lima za izjednačenje i c) kutija s vertikalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje..... 150

Slika 7.3 Koncentrični raspored mjernih točaka u svrhu istraživanja asimetričnosti radijalnog mlaza i položaj difuzora u centru stropa prostorije

Slika 7.4a Razdioba a) efektivne i b) – f) maksimalne brzine u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 50 \div 140$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s horizontalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje; $\overline{v}/\overline{v}_{sred}$; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj 152

Slika 7.4b Maksimalna brzina u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 160 \div 240$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s horizontalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje; $\overline{v}/\overline{v}_{sred}$; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj 153

Slika 7.5a Razdioba a) efektivne i b) – f) maksimalne brzine u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 50 \div 140$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s horizontalnim priključkom bez perforiranog lima za izjednačenje; $\overline{v}/\overline{v}_{sred}$; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj.....154

Slika 7.5b Maksimalna brzina u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 160 \div 240$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s horizontalnim priključkom i bez perforiranog lima za izjednačenje; $\overline{v}/\overline{v}_{sred}$; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj 155

Slika 7.6a Razdioba a) efektivne i b) – f) maksimalne brzine u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 50 \div 140$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s vertikalnim priključkom za dovod zraka; $\bar{v}/\bar{v}_{sred}$; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj 156

Slika 7.6b Maksimalna brzina u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 160 \div 240$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s vertikalnim priključkom za dovod zraka; $\bar{v}/\bar{v}_{sred}$; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj 157

Slika 7.7 Kut rotacije mlaza koji istrujava iz difuzora s kutijom s horizontalnim priključkom s perforiranim limom za izjednačenje i bez njega.....158

Slika 7.8 Standardna devijacija srednjih brzina u slučajevima: kutija s horizontalnim priključkom i limom za izjednačenje; kutija s horiz. priključkom bez lima za izjednačenje; kutija s vertikalnim priključkom.....158

Slika 7.9 Omjer maksimalnog i minimalnog zbroja 6 susjednih brzina u slučajevima: kutija s horizontalnim priključkom i limom za izjednačenje; kutija s horiz. priključkom bez lima za izjednačenje; kutija s vertikalnim priključkom.....160

Slika 7.10 Varijante međusobnih orijentacija priključaka za zrak, a) – d) horizontalni priključci i e) vertikalni priključci..... 161

Slika 7.11 Raspored mjernih točaka na horizontalnoj ravnini na udaljenosti z_2 od stropa u svrhu istraživanja spojenog mlaza kod različitih međusobnih orijentacija priključaka za zrak na priključnim kutijama dvaju susjednih difuzora (ishodište koordinatnog sustava x,y u centru prostorije)..... 161

Slika 7.12 Efektivne brzine na krilcima istočnog i zapadnog difuzora, a) mimoilazna postava horizontalnih priključaka i b) razilazna postava horizontalnih priključaka..... 162

Slika 7.13 Efektivne brzine na krilcima istočnog i zapadnog difuzora: a) frontalna orijentacija horizontalnih priklj. b) paralelna orijentacija horizontalnih priklj. c) vertikalni priključci..... 163

Slika 7.14 Eksperimentalni rezultati brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza na horizontalnim ravninama udaljenim z_2 od stropa kod mimoilazne orijentacije horizontalnih priključaka.....164

Slika 7.15 Eksperimentalni rezultati brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza na horizontalnim ravninama udaljenim z_2 od stropa kod razilazne orijentacije horizontalnih priključaka..... 165

Slika 7.16 Eksperimentalni rezultati brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza na horizontalnim ravninama udaljenim z_2 od stropa kod frontalne orijentacije horizontalnih priključaka..... 166
Slika 7.17 Eksperimentalni rezultati brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza na horizontalnim ravninama udaljenim z_2 od stropa kod paralelne orijentacije horizontalnih priključaka..... 167
Slika 7.18 Eksperimentalni rezultati brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza na horizontalnim ravninama udaljenim z_2 od stropa kod vertikalnih priključaka.....168
Slika 7.19 Eksperimentalni rezultati PD indeksa u spojenom mlazu na ravnini z_2 = 150 cm od stropa pri različitim orijentacijama priključaka za zrak na kutijama difuzora..... 169
Slika 7.20 Usporedba maksimalnih izmjerenih vrijednosti a) brzine i b) PD indeksa u spojenom mlazu na udaljenosti z_2 od stropa pri različitim međusobnim orijentacijama priključaka za zrak.....170

Popis tablica

Tablica 4.1 Rezultati eksperimentalnih mjerenja koeficijenta širenja radijalnog turbulentnog mlaza 55
Tablica 5.1 Aproksimacije opadanja maksimalne brzine jednadžbom (2.16)..... 105
Tablica 5.2 Koeficijent širenja spojenog mlaza na istočnoj i zapadnoj strani od simetrale mlaza..... 122

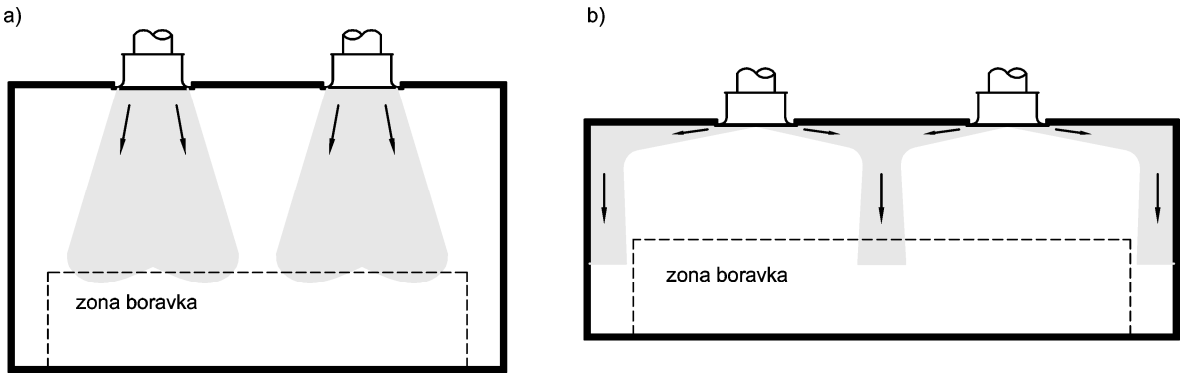
1 Uvod

Sustavom miješajuće prisilne ventilacije zrak se u prostoriju ubacuje na lokaciji izvan zone boravka u obliku turbulentnog mlaza koji istrujava pri relativno velikim brzinama u odnosu na one koje su uobičajene u zoni boravka. Na taj način, miješajućom ventilacijom se nastoji postići što intenzivnije miješanje dobavnog zraka sa zrakom u prostoriji da bi se smanjila brzina zraka koji stiže u zonu boravka te da bi se poboljšao proces izmjene topline i proces uklanjanja zagađivača. Dosadašnja istraživanja su pokazala kako dominantan utjecaj na strujanje zraka u prostorijama sa miješajućom ventilacijom ima turbulentni zračni mlaz, odnosno količina gibanja zračnog mlaza koji kroz ventilacijski otvor istrujava u prostoriju. Iz tog razloga je mlaz zraka koji istrujava iz ventilacijskog otvora najvažniji i najproučavaniji oblik strujanja u ventilaciji. Proučavanjem aerodinamičkih svojstava mlaza nastoje se predvidjeti: model strujanja zraka u prostoriji, uvjeti toplinske ugodnosti u zoni boravka te učinkovitost sustava ventilacije. Šireći se prostorijom turbulentni mlaz stupa u interakciju s preprekama te drugim mlazovima od susjednih istrujnih otvora zbog čega je neophodno istraživati fenomenologiju ove interakcije da bi se moglo ocjeniti utjecaj mlaza na toplinsku ugodnost u zoni boravka.

1.1 Motivacija

Najčešći tip ventilacijskog otvora kroz koji se u praksi zrak ubacuje u prostoriju principom miješajuće ventilacije je stropni difuzor. Da bi procijenili vjerojatnost pojave osjećaja propuha, projektanti sustava GViK (grijanja, ventilacije i klimatizacije) koriste jednadžbu dometa zračnog mlaza kako bi izračunali brzinu mlaza na mjestu gdje on prodire u zonu boravka. Pored jednadžbe dometa mlaza, kao alat za projektiranje sustava miješajuće ventilacije stoje na raspolaganju jednadžbe koje opisuju profil temperature i brzine mlaza te razdiobu temperature na centralnoj liniji mlaza. Na ovaj način mogu se procijeniti brzina i temperatura zraka kao parametri toplinske ugodnosti na kritičnom mjestu gdje mlaz prodire u zonu boravka. Međutim, prema normama ISO 7730 [1] i ASHRAE St. 55 [2] koje između ostalog definiraju toplinsku ugodnost preko razine propuha, toplinska ugodnost znatno ovisi i o intenzitetu turbulencije zraka. Za procjenu intenziteta turbulencije u zoni mlaza ne postoje matematički izrazi koji bi bili na raspolaganju projektantima. Prema podacima iz norme EN 13182 [3], intenzitet turbulencije u zoni boravka prostorije s miješajućom ventilacijom kreće

se u rasponu od 20 do 80 %. Ovo je dosta širok raspon što upućuje na potrebu izračuna intenziteta turbulencije, a ne njegove grube procjene u svrhu ocjene razine propuha. Također, primjena spomenutih jednadžbi je ograničena iz razloga što mlaz iz stropnog difuzora rijetko stiže u zonu boravka kao slobodni mlaz bez interakcije s raznim preprekama u prostoriji (zid, namještaj itd.) te interakcije s mlazovima iz susjednih difuzora. Pojedina istraživanja posvećena interakciji mlaza sa zidom i drugim preprekama u prostoriji, rezultirala su korekcijskim faktorima i modifikacijama jednadžbe dometa mlaza kako bi se mogla procijeniti brzina zraka koji pristiže u zonu boravka nakon interakcije. Međutim, interakciji nausprotnih mlazova koji se nakon istrujavanja iz difuzora međusobno sudaraju posvećeno je jako malo pozornosti. Iako pojedini proizvođači opreme za ventilaciju daju dijagrame za procjenu brzine zraka u zoni interakcije nasuprotnih mlazova susjednih difuzora, matematički model za ocjenu parametara toplinske ugodnosti u slučaju ovakvog strujanja ne postoji.



Slika 1.1 Istrujavanje mlaza iz stropnih difuzora u slučajevima a) većih visina stropa, obično > 4m, b) manjih visina stropa, obično 2,6 do 4m

Način ubacivanja zraka stropnim difuzorima ovisi uveliko o visini stropa odnosno udaljenosti difuzora od zone boravka te se obzirom na visinu prostorije najčešće koriste dva načina: horizontalno istrujavanje zraka uz priljubljivanje mlaza uz strop (tzv. Coanda efekt) u slučaju manjih visina stropa (obično 2,6 do 4m, slika 1.1 b), te istrujavanje vertikalno prema zoni boravka bez priljubljenja uz strop u slučaju većih visina stropa (obično > 4m, slika 1.1 a). U slučajevima većih visina stropa gdje je zona boravka na većoj udaljenosti od difuzora, mlaz se usmjerava vertikalno da bi se zrak doveo do zone boravka, odnosno da usljed uzgona ne bi ostao kratak u dosezanju zone boravka. Kod nižih visina stropa nije poželjno uspostaviti strujanje kao na slici 1.1 a) zato što bi mlaz usmjeren direktno prema zoni boravka doveo do pojave propuha. U tom slučaju se mlaz usmjerava horizontalno kao na slici 1.1 b), tako da se postigne priljubljenje mlaza uz strop. Mlaz oplahuje strop i zidove prostorije te se uslijed intenzivnog vrtloženja na svojim granicama miješa sa zrakom u prostoriji i postupno

procesom turbulentne difuzije stiže u zonu boravka.

Istraživanja dvaju nasuprotnih mlazova (kao na slici 1.1 b) bila su do sada većim dijelom posvećena međusobnoj interakciji nasuprotnih okruglih mlazova zbog širokog interesa za ovakav oblik strujanja u procesima izgaranja i procesima miješanja u kemijskoj industriji. Interakciji radijalnih nasuprotnih mlazova u ventilaciji posvećeno je jako malo pozornosti u dosadašnjim istraživanjima. Budući da međusobna interakcija nasuprotnih radijalnih mlazova susjednih stropnih difuzora rezultira strujanjem koje je usmjereno prema zoni boravka, nemoguće je ocijeniti utjecaj mlaza na toplinsku ugodnost u prostoriji bez proučavanja strujanja koje nastaje uslijed ove interakcije. Ovo rezultantno strujanje, koje pokazuje svojstva turbulentnog mlaza te ga se može nazvati spojenim mlazom (eng. *merged jet*), je vrlo čest način na koji u praksi mlaz zraka ulazi u zonu boravka. Temeljem iznesenog može se zaključiti kako postoji potreba za istraživanjem strujanja koje nastaje usljed sudara nasuprotnih radijalnih priljubljenih mlazova u miješajućoj ventilaciji, a koje bi omogućilo proračun brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza.

Realno je konstatirati da iz različitih razloga primjena CFD (eng. *Computational Fluid Dynamics*) metode u fazi projektiranja sustava distribucije zraka u ventilaciji predstavlja rijetkost u dosadašnjoj praksi. Neki od razloga vjerojatno su: znanje i vrijeme potrebno za izvođenje ovakvih simulacija, kompleksnost postavljanja rubnih uvjeta strujanja zbog različitih geometrijskih oblika difuzora, visoka cijena komercijalnih CFD softvera koji su prilagođeni primjeni u ventilaciji. Također su istraživanja u kojima su uspoređivani rezultati CFD simulacije s eksperimentom pokazali kako je potrebna stručna i temeljita intervencija u numeričke modele turbulencije da bi se dobilo strujanje usporedivo sa rezultatima eksperimentalnih istraživanja strujanja u prostoriji u svakom pojedinom slučaju oblika strujanja. Ne postoji dovoljan broj istraživanja koja potvrđuju zadovoljavajuće poklapanje rezultata CFD simulacije s eksperimentom koji bi potvrdio da postoji pouzdan numerički model za simuliranje strujanja u prostoriji. Također niti CFD simulacije međusobnih interakcija nasuprotnih mlazova, koje su do sada provođene na ravninskom i okruglom mlazu nisu pokazale da se može pouzdano simulirati fenomen interakcije da bi se dobio spojeni mlaz s karakteristikama izmjerenim eksperimentom. Iz navedenih razloga, bez obzira na neminovnost primjene CFD metode kao integralnog pristupa koji uključuje više utjecajnih parametara strujanja, u ovom istraživanju se pristupa razvoju analitičkog modela koji bi uz primjenu jednostavnijih numeričkih metoda omogućio brzu i jednostavnu ocjenu razine propuha u zoni spojenog mlaza što je česta potreba u praksi.

1.2 Pregled dosadašnjih istraživanja

S obzirom da se ovo istraživanje bavi spojenim mlazom koji nastaje usljed interakcije dvaju nasuprotnih radijalnih mlazova koji istrujavaju iz vrtložnih difuzora, u ovom poglavlju dati će se pregled istraživanja interakcije nasuprotnih turbulentnih mlazova te istraživanja radijalnog slobodnog mlaza i radijalnog vrtložnog mlaza.

Relativno veliki broj znanstvenika posvetio se istraživanjima turbulentnog mlaza u prošlosti. Dosadašnja istraživanja bila su većim dijelom orijentirana na ravninski i okrugli mlaz dok je znatno manje pozornosti bilo je posvećeno radijalnom mlazu. Pored većeg interesa za okrugli i ravninski mlaz u praksi, jedan od razloga vjerovatno leži i u činjenici da je eksperimentalno jednostavnije proizvesti okrugli i ravninski mlaz od radijalnog [4]. U najranijem teorijskom istraživanju radijalnog turbulentnog mlaza [5] izvršena je analiza duljine puta miješanja analogno rješenju koje je za ravninski mlaz izvedeno u [6]. U eksperimentalnim istraživanjima radijalnog turbulentnog mlaza [7] [8], [9] mjereni su profili brzine u radijalnom smjeru, koeficijent širenja, pad centralne brzine, položaj virtualnog ishodišta te turbulentna naprezanja. Uspoređivani su različiti oblici jednadžbi za aproksimaciju profila brzina te je u [9] i [10] zaključeno da oblik Gaussove funkcije koja je za aproksimaciju profila srednje brzine u glavnom smjeru strujanja mlaza predložena u [11] dobro aproksimira profil brzine dok je u [8] predložena druga funkcija. U radu [12] postavljena su tri uvjeta samosličnosti jednadžbi radijalnog mlaza. Istaknut je treći uvjet sličnosti koji je jedinstven za radijalni oblik mlaza. Ovaj uvjet kaže da udaljenost virtualnog ishodišta mlaza mora biti jednaka nuli, odnosno da se položaj virtualnog ishodišta mora nalaziti na osi radijalne simetrije mlaza kako bi se zadovoljili uvjeti samosličnosti strujanja. U [13] su izvedena rješenja jednadžbi samosličnosti radijalnog turbulentnog i laminarnog mlaza uz pretpostavku konstantne turbulentne viskoznosti na sličan način kako je to za ravninski i okrugli mlaz napravljeno u [14]. Izvedeni su izrazi za turbulentnu viskoznost i osrednjene profile brzine koji prema ovom rješenju ovise o količini gibanja i koeficijentu širenja mlaza. Usporedbom triju verzija k–ε modela turbulencije u [15] je numerički istraživan slobodni turbulentni radijalni mlaz te su uspoređivani rezultati koeficijenta širenja, profili osrednjene brzine i turbulentne kinetičke energije dobiveni numeričkim putem s eksperimentalnim podacima dobivenim u [9]. Prijavljeno je kako najbolje rezultate daje modificirani k–ε model koji je predložen u [16]. Koristeći teorijske izraze za profil brzine, u [17] su analitički izvedeni izrazi za indukciju radijalnog zidnog mlaza koji nastaje frontalnom interakcijom okruglog mlaza sa zidom. Korišteni su eksperimentalni podaci za koeficijent širenja mlaza te za pad centralne

brzine. Rezultati porasta indukcije dobiveni iz ovih izraza nisu se dobro poklapali sa eksperimentom te je zaključeno da je razlog nedovoljno opisan nastanak radijalnog mlaza u zoni interakcije sa zidom.

Korištenjem simulacije velikog vrtloga LES (eng. *large eddy simulation*) za okrugli mlaz u [18] su uspoređivani članovi bilance kinetičke energije turbulencije s eksperimentalnim rezultatima [19], [20]. Simulacija je provedena pri istom Reynoldsovom broju na otvoru sapnice kao u slučaju eksperimentalnih rezultata te su se, uz brojne intervencije u numerički model, rezultati simulacije dobro poklapali s eksperimentom.
Istraživana je ovisnost koeficijenta pada centralne brzine zidnog i slobodnog okruglog mlaza, koji je istrujavao iz ventilacijske sapnice, o efektivnoj brzini i promjeru sapnice [21]. Koeficijent pada centralne brzine kod zidnog mlaza ovisio je o efektivnoj brzini i o promjeru sapnice, dok je kod slobodnog mlaza bio ovisan o efektivnoj brzini ali neovisan o promjeru sapnice. Prijavljeno je također kako je za točnost mjerenja srednje brzine u zoni mlaza potrebno povećavati vrijeme uzorkovanja brzine s udaljavanjem od izvora mlaza.

Istraživanje interakcije nasuprotnih mlazova u ventilaciji je ograničeno na jedan rad [22] gdje je istraživana interakcija dvaju zidnih ravninskih mlazova. Zaključeno je da se nakon sudara mlazovi odbijaju prema zoni boravka na sličan način kao da se mlaz odbija od zida te da se brzina zraka u prostoriji sa više stropnih difuzora može odrediti na isti način kao da su zidovi postavljeni u prostor u sredini između difuzora. Na ovom, relativno starom istraživanju još uvijek se baziraju upute koje daje priručnik CIBSE [23] za projektiranje sustava distribucije zraka putem stropnih difuzora čiji mlazovi struje nasuprotno jedni drugima.
Budući da se ovo istraživanje bavi interakcijom nasuprotnih radijalnih zidnih (priljubljenih) mlazova (eng. *opposed radial wall jets*) koji istrujavaju iz vrtložnog difuzora, važno je istaknuti kako je pretraga literature rezultirala samo jednim istraživanjem interakcije takvih mlazova [24]. U vertikalnom strujanju koje nastaje interakcijom dvaju horizontalnih zidnih radijalnih mlazova, mjerene su komponente brzine, komponente smičnog turbulentnog naprezanja te tri komponente kinetičke energije turbulencije. Izvršena su mjerenja pri samo jednoj efektivnoj istrujnoj brzini na difuzorima i samo jednoj međusobnoj udaljenosti između difuzora. Mjerene komponente brzine pokazale su da interakcijom nastaje slobodni radijalni mlaz sa virtualnim ishodištem u središnjoj ravnini između dvaju izvora radijalnog zidnog mlaza. Reynoldsova naprezanja nisu pokazala simetrične profile u odnosu na ravninu spajanja te su autori pretpostavili kako je razlog tome njihova naročita osjetljivost na simetričnost

spojenog mlaza koji zbog geometrijskih nesavršenosti mjerne konstrukcije nije bio u potpunosti vertikalan.

Interakciji nasuprotnih okruglih mlazova posvećeno je više pozornosti zbog česte primjene ovakvog oblika strujanja u procesima izgaranja, miješanja, sušenja, itd. Interakcijom dvaju nasuprotnih okruglih mlazova bavili su se [10], [25 - 29]. Utvrđeno je kako interakcijom dvaju nasuprotnih okruglih mlazova nastaje radijalni mlaz, koji je u pojedinim istraživanjima nazvan spojenim radijalnim mlazom (eng. *merged radial jet*). U istraživanju radijalnog mlaza koji nastaje sudarom okruglih mlazova iz nasuprotnih sapnica [10], podijeljen je radijalni mlaz na spojeni (eng. *impigned*) i zarobljeni (eng. *constrained*) ovisno o međusobnoj udaljenosti okruglih sapnica. Važan zaključak ovog istraživanja je da se udaljenost virtualnog ishodišta spojenog mlaza mijenja ovisno o međusobnoj udaljenosti sapnica. Kod zarobljenog mlaza virtualno ishodište se nalazilo za jedan radijus sapnice udaljeno od centralne simetrale mlaznica. S porastom međusobne udaljenosti sapnica kod spojenog mlaza, udaljenost virtualnog ishodišta težila je ka nuli odnosno težila je simetrali sapnica. Ovisnost brzine spojenog radijalnog mlaza o brzini istrujavanja zraka iz nasuprotnih sapnica, međusobnoj udaljenosti sapnica i promjeru sapnica eksperimentalno je mjerena u [25]. Utvrđena su područja u kojima su profili brzina spojenog mlaza samoslični, koeficijent širenja spojenog mlaza bio je nešto veći od koeficijenta širenja okruglog mlaza, profili brzine mogli su se aproksimirati Gaussovom funkcijom, brzina na centralnoj liniji spojenog mlaza bila je proporcionalna istrujnoj brzini na sapnicama i obrnuto proporcionalna 0,551 potenciji međusobne udaljenosti sapnica. Eksperimentalno i numerički istraživana je nestabilnost ravnine spajanja te pomak zaustavne točke dvaju nasuprotnih okruglih zračnih mlazova [26]. Prijavljeno je da je položaj ravnine spajanja nestabilan te oscilira između dvije stabilne točke kada su efektivne brzine istrujavanja na mlaznicama približno jednake. Međutim, već pri malim razlikama između efektivnih brzina na mlaznicama, ravnina spajanja i zaustavna točka postaju relativno stabilni i prostorno pomaknuti od središnje točke između dviju mlaznica. Dva nasuprotna okrugla turbulentna vodena mlaza u vodenom spremniku također formiraju ravninu spajanja koja nije stabilna nego je utvrđeno da postoje neredovite oscilacije položaja ravnine spajanja frekvencijom od 1 do 20 Hz uzduž osi simetrije [27]. Uspoređivani su eksperimentalni i numerički rezultati kinetičke energije turbulencije u radijalnom spojenom mlazu koji nastaje interakcijom izotermnih okruglih nasuprotnih mlazova u [28]. Pokazano je da se standardnim k-ε modelom dobiva tri do pet puta veća kinetička energija turbulencije u spojenom mlazu od eksperimentalnih rezultata, dok prošireni k-ε model s modificiranom

jednadžbom za disipaciju daje dobre rezultate za profile osrednjene brzine, ali je kinetička energija turbulencije veća za oko 50% u odnosu na eksperiment. Prijavljeno je kako na pomak zaustavne točke pri interakciji nasuprotnih okruglih mlazova znatno utječu svojstva strujanja na otvoru sapnice: profil brzina, Reynoldsov broj i intenzitet turbulencije [29]. Veća jednolikost profila brzine okruglih mlazova te povećanje intenziteta turbulencije smanjuju pomak zaustavne točke i stabiliziraju strujanje nasuprotnih okruglih turbulentnih mlazova.

Interakcija dvaju nasuprotnih zidnih ravninskih mlazova primjenom DNS (eng. *direct numerical simulation*) simulacije istraživana je u [30]. Simulacija je pokazala da je koeficijent širenja spojenog mlaza koji je nastao ovom interakcijom bio 0,15 iako su neka eksperimentalna istraživanja [31] prijavila tri puta veći koeficijent širenja spojenog ravninskog mlaza. Reynoldsova naprezanja u ovoj simulaciji imala su samoslične profile kao kod slobodnog ravninskog mlaza. Generacija kinetičke energije turbulencije bila je tri puta veća od disipacije u zoni spojenog mlaza te je turbulentno strujanje, prema ovim simulacijama, daleko od ravnotežnog.

Istraživanja vrtložnog radijalnog difuzora u ventilaciji svode se na četiri rada [32 - 35]. U teorijskom istraživanju vrtložnog radijalnog mlaza [32] izvedene su bezdimenzijske jednadžbe za profil radijalne i tangencijalne komponente brzine. Ove jednadžbe pokazuju da radijalna komponenta brzine opada obrnuto proporcionalno udaljenosti od difuzora, dok tangencijalna komponenta brzine opada obrnuto proporcionalno kvadratu udaljenosti od difuzora. Brži pad tangencijalne komponente od radijalne je također i eksperimentalno utvrđen u radovima [33] i [34] gdje je prijavljeno da tangencijalna komponenta nestaje na udaljenosti od dva promjera difuzora. U [33] je na tri različita ventilacijska vrtložna difuzora eksperimentalno utvrđeno da se koeficijent pada centralne brzine kreće u vrijednostima 1,9 do 2,2 te je prijavljeno kako je bilo potrebno pažljivo podešavanje krilaca difuzora da bi se dobio radijalno simetričan vrtložni mlaz.

U [35] su eksperimentalno ispitivani parametri toplinske ugodnosti: temperatura, brzina i intenzitet turbulencije zraka u prostoriji u kojoj su uspoređivani sustavi dovoda zraka s različitim tipovima miješajućih difuzora i potisnom ventilacijom. Prijavljeno je kako je utjecaj toplinskog opterećenja prostorije na model strujanja zraka u prostoriji bio najmanji u slučaju vrtložnog difuzora. Interesantan zaključak ovog istraživanja također je bio da je temperaturna razlika ubacivanog zraka i zraka u prostoriji imala najmanji utjecaj na promjenu uvjeta toplinske ugodnosti u slučaju vrtložnog stropnog difuzora što se u praksi često pripisuje velikoj indukciji vrtložnog malaza mada ova činjenica nije znanstveno dokazana.

1.3 Hipoteza

Pretpostavka je da se spojeni radijalni mlaz koji nastaje interakcijom dvaju nasuprotnih turbulentnih priljubljenih izotermnih radijalnih zračnih mlazova koji istrujavaju iz dvaju susjednih stropnih radijalnih ventilacijskih difuzora može sa dovoljnom točnošću opisati kao slobodni radijalni mlaz velikog koeficijenta širenja, usmjeren prema zoni boravka prostorije. Dalje se pretpostavlja da se osrednjeno strujanje slobodnog radijalnog mlaza (spojenog mlaza) koji nastaje ovakvom interakcijom može se opisati izrazima koji bi omogućili ocjenu brzine i intenziteta turbulencije zraka kao faktora toplinske ugodnosti u zoni boravka.

Cilj ovog rada je temeljem teorije samosličnosti strujanja u razvojenoj zoni turbulentnog mlaza razviti bezdimenzijski matematički model koji bi omogućio procjenu brzine i intenziteta turbulencije kao veličina o kojima ovisi osjećaj propuha u zoni spojenog izotermnog mlaza, a koji bi u primjeni bio znatno jeftiniji i jednostavniji od složenih CFD proračuna koji još uvijek ne daju pouzdane rezultate kod ovakvih strujanja.

1.4 Očekivani znanstveni doprinos

Pretragom literature uspjelo se pronaći samo jedno istraživanje fenomena interakcije dvaju nasuprotnih radijalnih priljubljenih mlazova [24]. Također, nije pronađeno niti jedno istraživanje koje bi se bavilo interakcijom slobodnih nasuprotnih radijalnih mlazova. Nedostatak spomenutog istraživanja je u činjenici da je mjerenje brzine u zoni priljubljenih mlazova te u zoni spojenog mlaza vršeno pri samo jednoj udaljenosti između radijalnih difuzora te pri samo jednoj vrijednosti istrujne brzine na difuzorima. Vrijedni zaključci spomenutog istraživanja [24] su da interakcijom nastaje radijalni spojeni mlaz sa centrom sličnosti u ravnini spajanja te da na određenoj udaljenosti od centra sličnosti bezdimenzijski profili brzine i Reynoldsovih naprezanja postaju međusobno slični odnosno samoslični. U ovom istraživanju pokušalo se znatno proširiti saznanja o ovom fenomenu, jer su se eksperimentalnim istraživanjem mjerila svojstva spojenog mlaza pri različitim međusobnim udaljenostima difuzora i različitim brzinama istrujavanja zraka. Na ovaj način odredila se ovisnost svojstava spojenog mlaza kao što su: područje samosličnosti strujanja, položaj virtualnog ishodišta, koeficijent širenja, profili brzine, profili kinetičke energije turbulencije i intenziteta turbulencije, o veličinama koje su u praksi u fazi projektiranja sustava ventilacije poznate: međusobnoj udaljenosti difuzora, efektivnoj istrujnoj brzini na licu difuzora i svojstvima priljubljenog stropnog mlaza.

Bezdimenzijski matematički model, razvijen na temelju analitičkog i numeričkog rješenja bezdimenzijskog oblika jednadžbe gibanja (Navier-Stokesove jednadžbe), jednadžbe kontinuiteta i transportne jednadžbe kinetičke energije turbulencije, omogućava izračun komponenata srednje brzine, Reynoldsovih turbulentnih naprezanja, koeficijenta turbulentne viskoznosti, kinetičke energije turbulencije i intenziteta turbulencije u zoni slobodnog radijalnog mlaza i spojenog mlaza primjenom relativno jednostavnog proračuna. Na ovaj način je omogućen izračun brzine i intenziteta turbulencije zraka kao važnih parametra toplinske ugodnosti u spojenom mlazu koji utječu na osjećaj propuha.

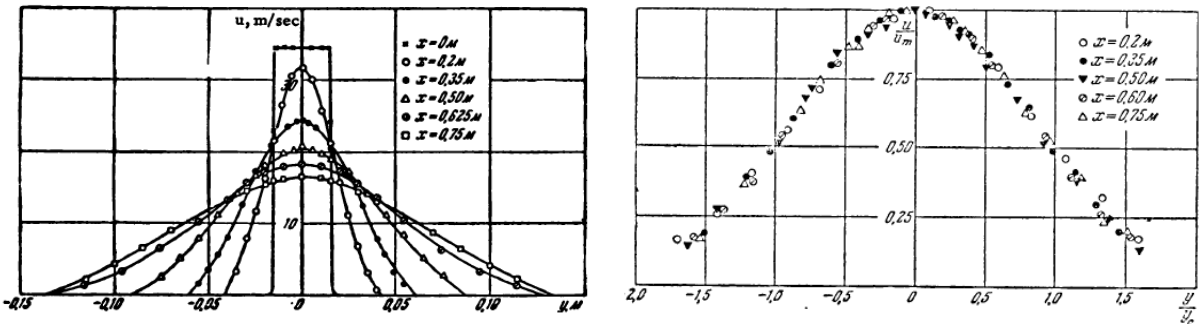
Budući da se pokazalo da spojeni radijalni mlaz ima relativno veliki koeficijent širenja u odnosu na klasični radijalni mlaz, razvijen je matematički model koji omogućava izračun gore spomenutih veličina strujanja u slučaju kada je primjena pretpostavki graničnog sloja za turbulentni mlaz opravdana i kada nije opravdana. Iz analize primjenjivosti pretpostavki graničnog sloja u ovisnosti o koeficijentu širenja može se procijeniti pogreška koja se čini primjenom zanemarenja graničnog sloja na turbulentni mlaz.

Radijalna simetričnost mlaza koji direktno istrujava iz difuzora dominantno ovisi o konstrukciji priključne kutije difuzora te načinu spajanja priključne kutije s kanalom za dovod zraka. Kako se matematički model i glavnina eksperimentalnih mjerenja bazirala na simetričnom sudaru dvaju mlazova, dodatno su izvršena mjerenja spojenog mlaza kada je priljubljeni mlaz asimetričan odnosno kada su horizontalni priključci na kutijama dvaju difuzora različito orijentirani. Ova mjerenja pokazuju kolika odstupanja od razvijenog simetričnog modela se mogu očekivati u slučajevima kada sudar nasuprotnih mlazova nije savršeno simetričan, a što je čest slučaj u praksi. Bezdimenzijski matematički model razvijen u ovom istraživanju može biti temelj daljnjeg razvoja proračuna parametara toplinske ugodnosti u zoni spojenog mlaza za slučaj interakcije ravninskih mlazova te drugih oblika turbulentnog mlaza koji se pojavljuju u sustavima miješajuće ventilacije.

2 Turbulentni mlaz u miješajućoj ventilaciji

2.1 Temeljna svojstva

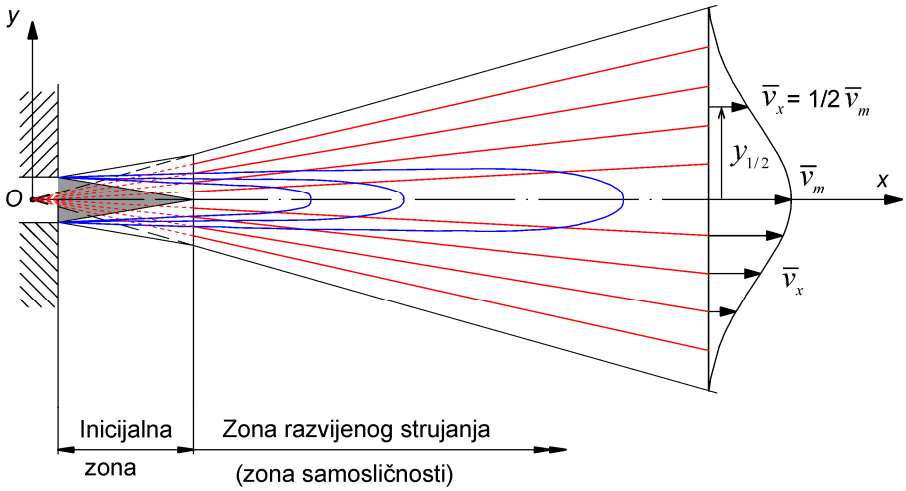
Slobodni turbulentni mlaz spada u skupinu strujanja koja se nazivaju slobodnim turbulentnim smičnim strujanjima (eng. *free turbulent shear flows*). Obično nastaje istrujavanjem fluida kroz relativno mali otvor u relativno veliki prostor ispunjen istim takvim ili sličnim fluidom u mirovanju te njegovo strujanje nije ometano nikakvim krutim tijelom. Gradijenti brzine strujanja i smičnog naprezanja uzrokovanih istim generiraju turbulenciju [36]. Ova lokalna generacija turbulencije omogućuje formiranje kvazistacionarnih uvjeta strujanja gdje se generacijom samo nadomještaju lokalni gubici viskozne disipacije [36]. U glavnom smjeru strujanja mlaza komponenta brzine je znatno veća nego u bilo kojem drugom smjeru. Promjena veličina strujanja u smjeru poprečnom na glavni smjer strujanja je znatno veća nego u glavnom smjeru strujanja. Spomenuta činjenica te relativno uski i dugački oblik turbulentne zone mlaza omogućuju primjenu tzv. Prandtlovih pretpostavki graničnog sloja odnosno aproksimacija graničnog sloja (eng. *boundary layer approximations*). Ove aproksimacije omogućavaju smanjenje broja članova u jednadžbama zanemarenjem onih koji se temeljem dimenzijske analize odnosno pretpostavki graničnog sloja pokažu za red veličine manjima od ostalih. U primjeni fenomenoloških teorija na turbulentni mlaz naročito veliku korist donijela je pretpostavka *samosličnosti* strujanja koja je dokazana brojnim eksperimentalnim istraživanjima. Za različite oblike turbulentnog mlaza pokazalo se kako postoji međusobna sličnost između profila vremenski osrednjene brzine na poprečnim presjecima različito udaljenim od izvora mlaza te okomitim na glavni smjer strujanja (slika 2.1).



Slika 2.1 Dimenzijski (lijevo) i bezdimenzijski (desno) profili srednje brzine u jednom od najranijih eksperimentalnih istraživanja samosličnosti turbulentnog mlaza [37].

Međusobna sličnost profila pokazuje se pretvaranjem brzine u bezdimenzijski oblik

primjenom centralne brzine mlaza $\overline{v}_m$ kao mjerila brzine te širine turbulentne zone mlaza kao mjerila poprečne udaljenosti. U slučaju simetričnih profila osrednjene brzine za mjerilo poprečne duljine odnosno širine turbulentne zone primjenjuje se udaljenost od simetrale mlaza $y_{1/2}$ na kojoj brzina $\overline{v}_x$ doseže polovinu vrijednosti na simetralnoj osi ili simetralnoj ravnini (slika 2.2).



Slika 2.2 Turbulentni mlaz, — linije konstantne brzine $\overline{v}_x = \text{konst.}$, — linije konstantne brzine $\overline{v}_x / \overline{v}_m = \text{konst.}$

Kada se profili srednje brzine prikažu u ovim bezdimenzijskim veličinama postaju međusobno identični što se naziva samosličnošću ili samoodržanjem strujanja. Eksperiment je pokazao da je potrebna određena udaljenost od centra sličnosti prije nego se dosegnu uvjeti samoodržanja te se ova zona mlaza naziva zonom razvijenog strujanja ili zonom samosličnosti. Mjerila brzine $\overline{v}_m$ i duljine $y_{1/2}$ su funkcije samo udaljenosti od točke koja se naziva virtualnim ishodištem mlaza ili centrom sličnosti, a koja predstavlja geometrijski centar sličnosti osrednjenih profila. Uvjet međusobne sličnosti profila srednje brzine na dva različita presjeka na udaljenostima x_1 i x_2 od centra sličnosti može se matematički izraziti jednadžbom [14]

$$\frac{\overline{v}_x\left(x_1,\left[y/y_{1/2}(x_1)\right]\right)}{\overline{v}_m(x_1)} = \frac{\overline{v}_x\left(x_2,\left[y/y_{1/2}(x_2)\right]\right)}{\overline{v}_m(x_2)}. \tag{2.1}$$

S obzirom da međusobna sličnost profila uvjetuje linearno širenje mlaza tako se ono definira jednadžbom $y_{1/2} = a \cdot x$ gdje je $a = \text{konst.}$ koeficijent širenja koji se utvrđuje eksperimentalno. Za bezdimenzijsku udaljenost u smjeru y poprečnom na glavni smjer

strujanja x može se pisati $\eta = y / y_{1/2} = y / ax$. Ovim je definirana bezdimenzijska kompozitna varijabla η koja kod dvodimenzijskog strujanja u ravnini x, y ovisi o obje koordinate. Svođenjem dvodimenzijskog polja na jednu kompozitnu varijablu omogućeno je formiranje jednadžbi sličnosti sa samo jednom neovisnom varijablom η te se parcijalne diferencijalne jednadžbe mogu svesti na obične diferencijalne jednadžbe samosličnosti. Budući da je generacija turbulencije određena gradijentom polja srednje brzine, ova uska povezanost između polja srednje brzine i turbulencije na poprečnim presjecima vodi k logičnoj pretpostavci da se može očekivati međusobna sličnost odnosno samoodržanje ukupnih profila odnosno profila svih osrednjenih veličina strujanja. Na temelju ove pretpostavke mogu se pretpostaviti rješenja Reynoldsovih (vremenski osrednjenih) jednadžbi gibanja za turbulentno strujanje te transportnih jednadžbi za kinetičku energiju turbulencije i disipaciju kinetičke energije turbulencije u bezdimenzijskom obliku [36]

$$\begin{aligned} &\text{a)}\quad \frac{\overline{v}_x}{\overline{v}_m} = f(\eta) \qquad \text{b)}\quad \frac{\overline{v}_y}{\overline{v}_m} = g(\eta) \qquad \text{c)}\quad \frac{\nu_t}{\overline{v}_m y_{1/2}} = h(\eta) \\ &\text{d)}\quad \frac{\overline{k}}{\overline{v}_m^{\,2}} = l(\eta) \qquad \text{e)}\quad \frac{-\overline{v_x' v_y'}}{\overline{v}_m^{\,2}} = m(\eta) \end{aligned} \tag{2.2}$$

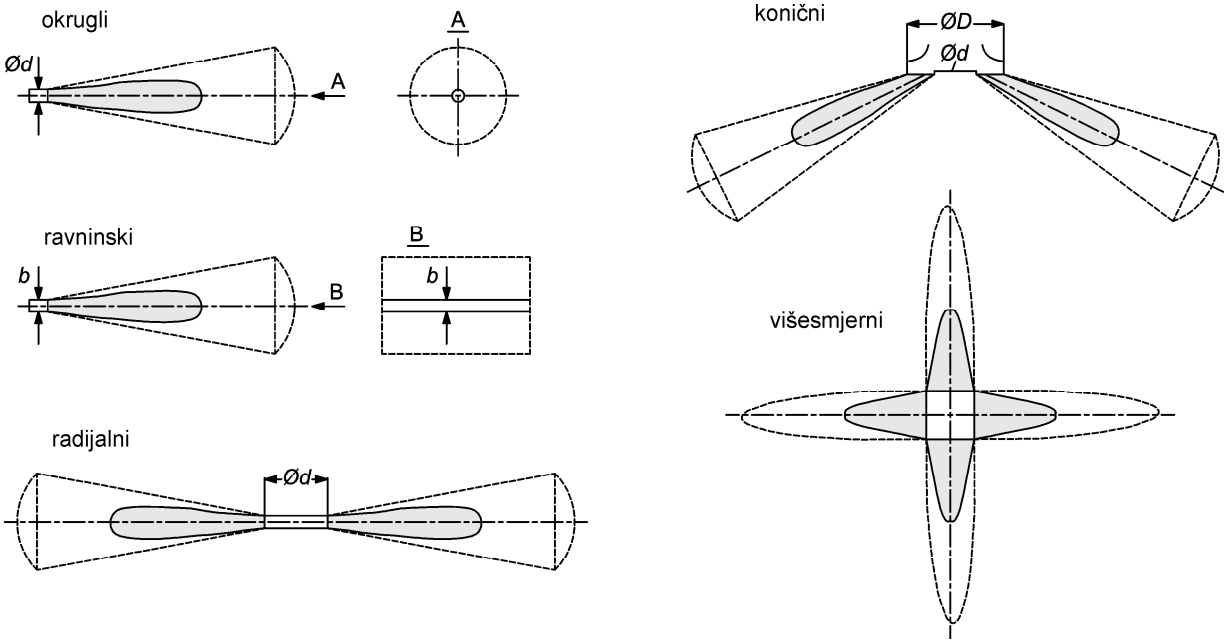
gdje je ν_t turbulentna viskoznost, $\overline{k}$ kinetička energija turbulencije i $-\overline{v_x' v_y'}$ turbulentno naprezanje a funkcije f, g, h, l, m ovisne su samo o η. Gornjem skupu jednadžbi mogu se pridružiti disipacija kinetičke energije turbulencije te glavna turbulentna naprezanja itd. ali oni se u ovom istraživanje ne rješavaju.

Brojna eksperimentalna istraživanja su pokazala da promjene tlaka u glavnom smjeru strujanja dominantno ovise o distribuciji tlaka u okolnom prostoru izvan zone turbulentnog mlaza te kako je ova raspodjela obično jednolika p = const. tako je i tlak u turbulentnoj zoni mlaza u glavnom smjeru strujanja konstantan [14], [36], [38]. Iz ove činjenice te zakona održanja količine gibanja slijedi da je količina gibanja slobodnog mlaza, odnosno protok količine gibanja u glavnom smjeru strujanja konstantan i neovisan o udaljenosti od centra sličnosti

$$J_x = \rho \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{v}_x^{\,2} dy \cdot 1 = \text{konst.} \tag{2.3}$$

2.2 Klasifikacija i karakteristične zone strujanja

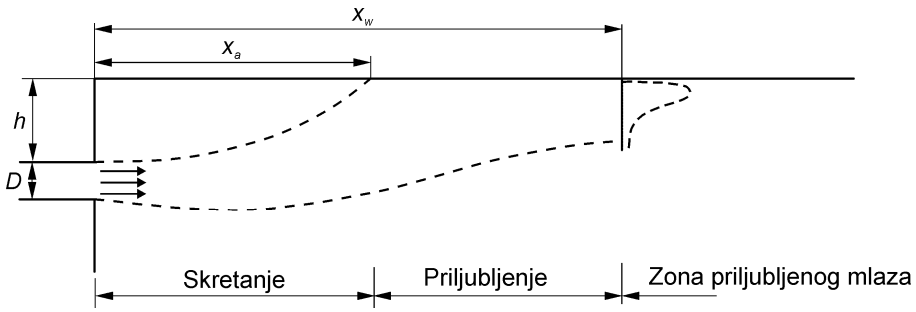
Turbulentni zračni mlaz u prostoriji se pojavljuje u različitim geometrijskim oblicima i različitim interakcijama s preprekama u prostoriji. S obzirom na oblik istrujnog ventilacijskog otvora mlaz može biti okrugli (sapnice), radijalni (stropni difuzor horizontalno istrujavanje), ravninski (rešetke i linijski difuzori), konični (stropni vrtložni difuzor koji usmjerava zrak vertikalno), višesmjerni (višesmjerni stropni difuzor), vrtložni (vrtložni difuzori) te raznih drugih oblika koji nastaju spajanjem mlaza nakon istrujavanja iz otvora. Obzirom na temperaturnu razliku između zraka koji se dovodi i onog u prostoriji, mlaz može biti izotermni ako su temperature približno jednake te neizotermni ako se radi o grijanju ili hlađenju.



Slika 2.3 Oblici mlaza obzirom na tip istrujnog otvora

Kako je već rečeno, slobodni mlaz se neometano širi prostorom i nije ometan blizinom čvrste sjenke, međutim često se u prostoriji namjerno postiže priljubljivanje mlaza uz čvrstu stjenku (zid, strop...) da bi zrak oplahivao granice prostorije kako je to objašnjeno u poglavlju 1.1. Time nastaje priljubljeni mlaz (eng. *attached jet*) koji se u literaturi još naziva zidnim mlazom (eng. *wall jet*) te se bilo koji od gore opisanih oblika može tzv. Coanda efektom priljubiti uz površinu. Istrujavanjem iz otvora koji se nalazi u blizini stjenke (zida stropa poda...), u prostoru između mlaza i stjenke pojavljuje se ubrzano vrtložno strujanje. Prema Bernoullijevom zakonu veće brzine su povezane sa nižim tlakom te ova zona postaje zona nižeg tlaka u odnosu na slobodnu stranu mlaza. Razlika tlaka uzrokuje priljubljivanje mlaza

uz stjenku. Ovu tendenciju mlaza, koji struji u blizini čvrste stjenke, da se priljubi uz nju nazivamo Coanda efektom.



Slika 2.4 Zone mlaza pri priljubljenju uz strop Coanda efektom.

Priljubljivanje mlaza u ventilaciji istraživano je u [39 - 42]. U [39] i [40] dat je pregled eksperimentalnih rezultata djelomično priljubljenog mlaza koji nakon priljubljenja postepeno prelazi u potpuno priljubljeni zidni mlaz. Slika 2.4 prikazuje istrujavanje ravninskog mlaza iz zidne rešetke ugrađene u blizini stropa. Dva karakteristična parametra su x_a, udaljenost od difuzora do točke u kojoj se mlaz priljubljuje uz strop, i x_w, udaljenost do točke u kojoj mlaz postaje tipični zidni mlaz. Između x_a i x_w mlaz je samo djelomično priljubljen. Za izračun x_a i x_w za izotermni ravninski mlaz date su sljedeće empirijske jednadžbe [41] i [42] :

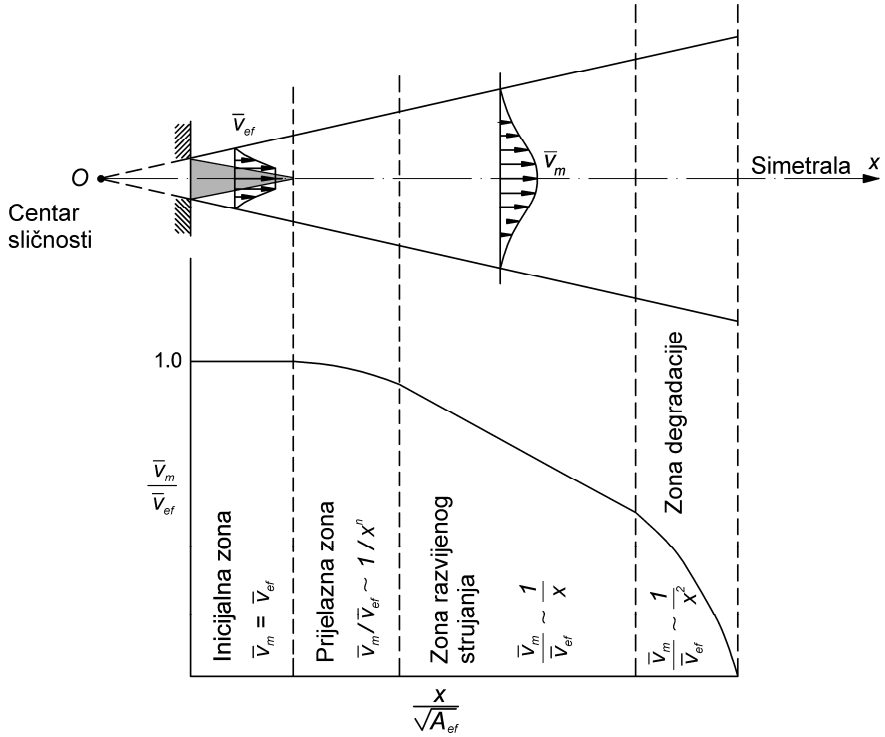
$$\frac{x_a}{h} = 0,73\frac{D}{h} - 2,3 \qquad \text{za} \qquad \frac{D}{h} \le 3,37 \tag{2.4}$$

$$\frac{x_w}{h} = 2,1\frac{D}{h} + 10 \qquad \text{za} \qquad \frac{D}{h} \le 5,25 \tag{2.5}$$

U [43] turbulentni zračni mlaz se dijeli na četiri karakteristične zone (slika 2.5):

- Inicijalna
- Prijelazna
- Zona razvijenog strujanja
- Terminalna (zona degradacije)

Inicijalna zona je kratko početno područje mlaza koje je karakteristično po postojanju jezgre u kojoj je brzina konstantna i jednaka efektivnoj istrujnoj brzini na otvoru difuzora $\overline{v}_{ef}$. Proteže se do približno 4 promjera difuzora (ili ekvivalentna promjera kod pravokutnog otvora).



Slika 2.5 Zone mlaza i karakteristični pad brzine prema [41] (log-log mjerilo).

Prijelazna zona je zanemarive dužine kod okruglog i kod ravninskog mlaza kod kojeg je omjer pravokutnog otvora širina/dužina manji od 13,5 [41]. Kod ravninskog mlaza s velikim omjerom širina/dužina ova zona proteže se do 4 ekvivalentna promjera pravokutnog otvora [44]. Za većinu ventilacijskih otvora koji se primjenjuju u praksi prve dvije zone zanemarive su dužine u odnosu na treću zonu razvijenog strujanja odnosno zonu samosličnosti. Treća zona je relativno dugačka i proteže se 25 do 100 promjera odnosno ekvivalentnih promjera istrujnog otvora ovisno o obliku difuzora, efektivnoj brzini $\bar{v}_{ef}$ te dimenzijama prostorije u koju mlaz istrujava. Zračni mlaz u u miješajućoj ventilaciji u većini slučajeva stiže u zonu boravka u ovoj zoni te je ona od velikog inženjerskog značaja i najveći broj istraživanja posvećen je upravo njoj [21]. Također, svojstvo samosličnosti u zoni razvijenog strujanja ne pokazuju samo profili brzine nego i temperaturni profili i profili koncentracije plinova i čestica [34].

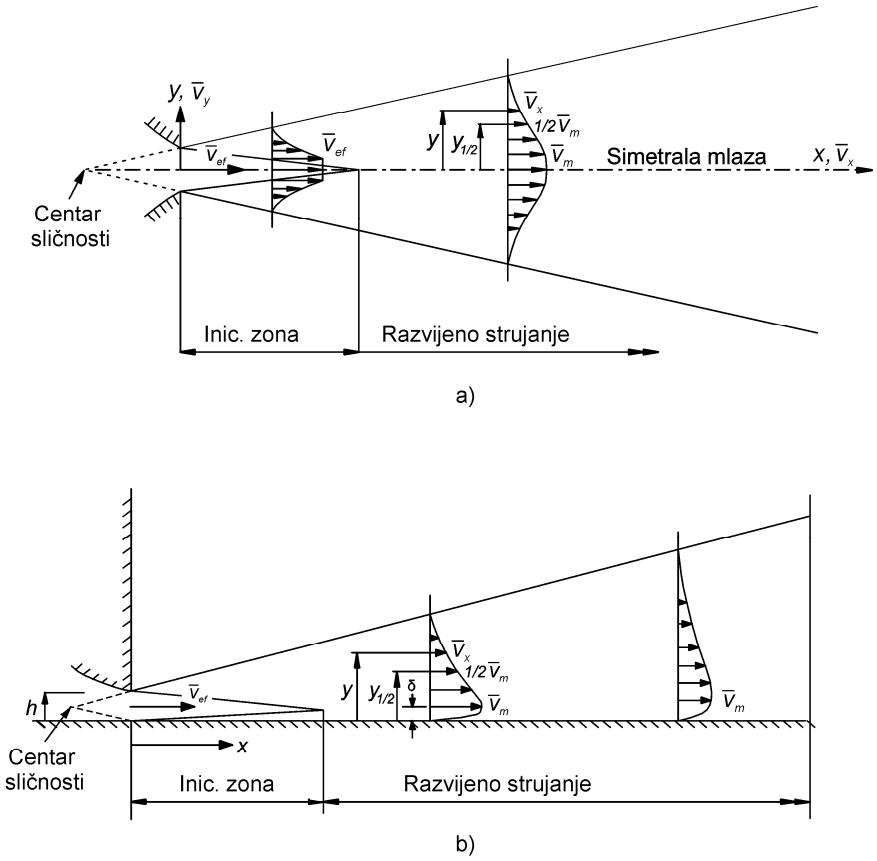
Konačno, u zoni degradacije prisutan je nagli pad brzine zraka te ona postaje istog reda veličine kao brzina zraka u prostoriji. Zona degradacije nije dovoljno istražena, teorija strujanja u ovoj zoni još je u razvoju te još uvijek ne postoje jednadžbe za opis veličina u ovoj zoni.

2.3 Jednadžbe mlaza

Budući da turbulentni mlaz zraka u miješajućoj ventilaciji ima dominantan utjecaj na strujanje u prostoriji, autori su još od 1930-ih pa do danas proučavali istrujavanje iz različitih tipova ventilacijskih otvora (difuzora) što je rezultiralo velikim brojem teorijsko - empirijskih izraza kojima se nastoji opisati strujanje zraka. Tako su npr. u istraživanjima [45 - 55] i mnogim drugim razvijene jednadžbe mlaza, koje su i danas najraširenji alat za projektiranje sustava distribucije zraka u prostoriji te se mogu podijeliti na jednadžbe profila i jednadžbe opadanja.

2.3.2 Profil brzine

Jednadžbe profila opisuju distribuciju brzine i temperature na poprečnom presjeku mlaza u zoni razvijenog strujanja. Slika 2.6 prikazuje profile slobodnog i priljubljenog mlaza koji se opisuju bezdimenzijskim jednadžbama uz korištenje mjerila za brzinu i dužinu kako je to objašnjeno u poglavlju 2.1.



Slika 2.6 Profili brzine slobodnog i zidnog mlaza u glavnom smjeru strujanja

U slučaju slobodnog mlaza mjerilo brzine je brzina $\overline{v}_m$ na simetralnoj osi a mjerilo udaljenosti $y_{1/2}$ je udaljenost od simetralne osi do lokacije ne kojoj vrijedi $\overline{v}_x = 1/2\overline{v}_m$ (slika 2.6 a). Za

zidni mlaz mjerilo brzine predstavlja maksimalna brzina $\overline{v}_m$ na poprečnom presjeku a mjerilo udaljenosti $y_{1/2}$ je udaljenost od čvrste stjenke do lokacije na kojoj je brzina jednaka polovici maksimalne brzine $\overline{v}_x = 1/2\overline{v}_m$ (slika 2.6 b). Među prvima je u eksperimentalnom istraživanju okruglog mlaza [11] predloženo da se za profil brzine u razvijenoj zoni strujanja izotermnog mlaza može koristiti oblik Gaussove funkcije

$$\frac{\overline{v}_x}{\overline{v}_m} = \exp\left(-\ln 2\left(\frac{y}{y_{1/2}}\right)^2\right) = \exp\left(-0,693\eta^2\right) \tag{2.6}$$

gdje je $\eta = y / y_{1/2}$. Ovaj oblik Gaussove funkcije korišten je u brojnim istraživanjima te je u [48], [57 - 62] pokazano da se njime mogu dobro aproksimirati ne samo profili iz jednostavnih okruglih i pravokutnih otvora nego i profili mlaza iz različitih tipova ventilacijskih difuzora kompleksnije geometrije. Usporedbom različitih izraza za aproksimaciju profila ravninskog mlaza utvrđeno je da Gaussijanski oblik (2.6) predstavlja najbolju aproksimaciju [63]. Za izotermni aksijalno-simetrični mlaz u [56] je korišten izraz

$$\frac{\overline{v}_x}{\overline{v}_m} = \exp\left[-\frac{y^2 + z^2}{2\left(0,082x\right)^2}\right] \tag{2.7}$$

Transformacijama se izraz (2.7) može svesti na oblik sličan (2.6) te se može vidjeti da se ovi izrazi neznatno razlikuju i da postoji samo mala razlika u koeficijentima. Integracijom vremenski osrednjene jednadžbe količine gibanja uz pretpostavku konstantne turbulentne viskoznosti te aproksimacije graničnog sloja dobivena je jednadžba za profil brzine okruglog mlaza [14]

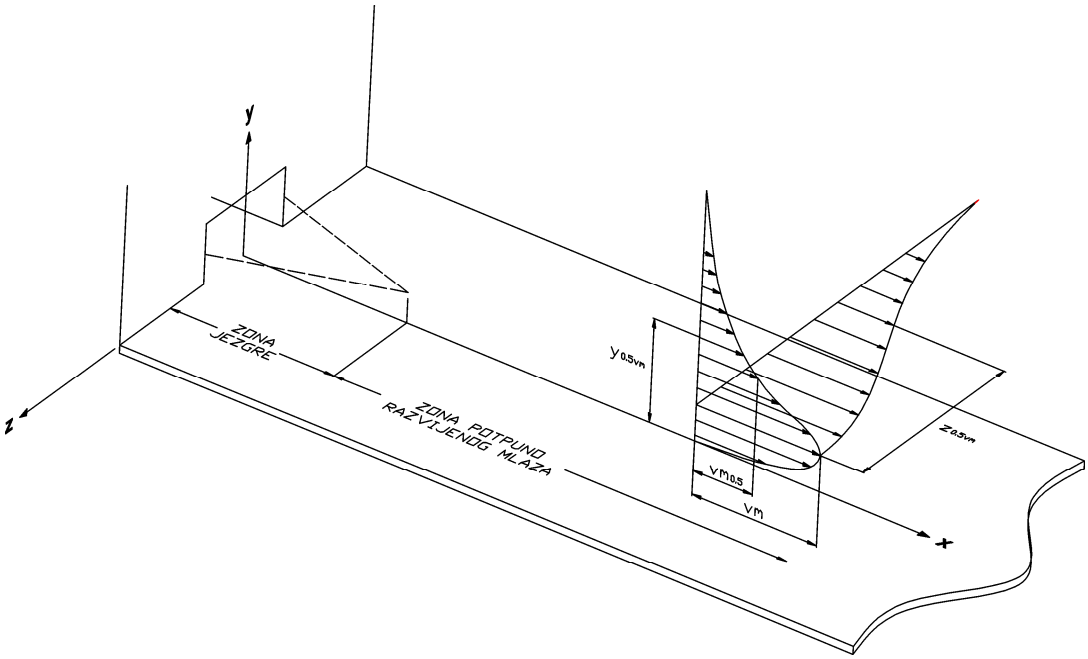
$$\overline{v}_x = \frac{3}{8\pi}\frac{j}{\nu_t \pi}\frac{1}{\left(1 + 0,25\eta^2\right)^2}\,. \tag{2.8}$$

i ravninskog mlaza

$$\overline{v}_x = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{j'}{ax}}\left(1 - \tanh^2\eta\right). \tag{2.9}$$

gdje je a koeficijent širenja, j' kinematički protok količine gibanja po jedinici širine, te ν_t koeficijent turbulentne viskoznosti. U mnogim istraživanjima [64-70] pokazano je da najbolju aproksimaciju profila okruglog mlaza, od svih ponuđenih izraza u literaturi, predstavlja

Gaussijanski oblik (2.6) te ga istraživači preferiraju. Slika 2.7 prikazuje eksperimentalnu opservaciju širenja priljubljenog trodimenzijskog mlaza koji istrujava iz pravokutnog otvora [63]. U horizontalnoj ravnini profil brzine može se aproksimirati Gaussovom jednadžbom (2.6) dok se profil u vertikalnoj ravnini može aproksimirati Gaussovom funkcijom pogreške odnosno *erf* – funkcijom [63]. Ovaj eksperiment je također pokazao da je širenje mlaza u horizontalnoj ravnini dva do pet puta brže od širenja u vertikalnom smjeru zbog neometanog transporta vrtložnosti i količine gibanja u horizontalnoj ravnini dok je difuzija u vertikalnom smjeru ograničena zidom.



Slika 2.7 Profili brzine kod priljubljenog trodimenzionalnog mlaza Rajaratnam [63].

U [63] je potvrđeno da dobru aproksimaciju profila u vertikalnoj ravnini predstavlja empirijski izraz za profil brzine za priljubljeni zidni mlaz prema [71]

$$\frac{\overline{v}_x}{\overline{v}_m} = 1,48\eta^{\frac{1}{7}}\left[1 - erf\left(0,68\eta\right)\right]. \tag{2.10}$$

U jednom od najranijih eksperimentalnih istraživanja radijalnog mlaza [80] gdje su mjereni profili brzine u glavnom smjeru strujanja pri čemu su korištena dva različita tipa radijalnog difuzora predloženo je da se za profil brzine može koristiti jednadžba

$$\left(\frac{y}{y_{1/2}}\right)^2 = 3,3\ln\frac{\overline{v}_m}{\overline{v}_x}. \tag{2.11}$$

Preuređenjem gornje jednadžbe može se dobiti oblik sličan obliku (2.6) uz nešto manje

koeficijente. Heskestad [9] je prezentirao temeljito eksperimentalno istraživanje radijalnog mlaza gdje su mjereni profili brzine i turbulentna naprezanja na poprečnom presjecima te je ovdje utvrđeno da se profil brzine može dobro aproksimirati jednadžbom predloženom u [72]

$$\frac{\overline{v}_x}{\overline{v}_m} = \operatorname{sech}^2\left(\frac{0{,}881y}{y_{1/2}}\right). \tag{2.12}$$

U eksperimentalnim istraživanjima radijalnog mlaza [10] i [73] također je prijavljeno dobro poklapanje rezultata s (2.12) dok je u [74] prijavljeno da najbolju aproksimaciju predstavlja (2.6). Uz pretpostavku konstantne turbulentne viskoznosti i primjenu aproksimacija graničnog sloja u [13] je integracijom vremenski osrednjene jednadžbe gibanja po uzoru na [14] izveden izraz za radijalni mlaz

$$\overline{v}_{\mathrm{r}} = \sqrt{\frac{3J}{8\pi a}}\frac{1}{r}\operatorname{sech}^2(\eta) \tag{2.13}$$

Gornji izraz sličan je kao (2.11) ako se uzme da je $\overline{v}_m = r^{-1}\sqrt{3J/8\pi a}$. Iz usporedbe mjerenih profila brzine s izrazima (2.12), (2.13) i (2.6) u novijem eksperimentalnom istraživanju radijalnog mlaza [25] može se zaključiti da Gaussijanski oblik (2.6) predstavlja najbolju aproksimaciju i za radijalni mlaz.

2.3.3 Temperaturni profil

Kod neizotermnog mlaza temperaturna razdioba je važna karakteristika u strujanju zraka u miješajućoj ventilaciji. Proces turbulentnog miješanja uzrokuje prijenos svojstava fluida u smjeru poprečnom na glavni smjer strujanja. Prijenos topline i količine gibanja obično se uz odgovarajući koeficijent opisuje jednadžbama

$$j = A_j\frac{dv}{dy}, \qquad q = \dot{m}c_p A_q\frac{dT}{dy} \tag{2.14}$$

gdje su A_j i A_q koeficijent prijenosa količine gibanja i koeficijent prijenosa topline koji se razlikuju. Iako se u Prandtlovoj teoriji duljine puta miješanja pretpostavlja da su mehanizmi prijenosa topline i količine gibanja identični što bi značilo da su A_j i A_q jednaki, mjerenja [14] su pokazala da su temperaturni profili širi od profila brzine. Odgovor na ovo pitanje može ponuditi Taylorova teorija vrtložnog prijenosa prema kojoj turbulentno miješanje uzrokuje prijenos vrtložnosti (a ne količine gibanja) a toplina se prenosi turbulentnom

difuzijom te su inenzitet prijenosa količine gibanja i topline različitog itenziteta. Inicijalna zona mlaza je kraća a razvijena zona brže se razvija za profile temperature i koncentracije nego za profile brzine [32]. Reichardt [75] je teorijski i eksperimentalno istraživao ravninski mlaz te je izveo empirijske jednadžbe za temperaturni profil za kojeg je utvrdio da je širi od profila brzine te da postoji međusobna sličnost bezdimenzijskih profila u smjeru strujanja. Također je, na temelju pretpostavki koje ovdje neće biti iznesene, izvedena jednostavna relacija između temperaturnog profila i profila brzine

$$\frac{T_x - T_p}{T_m - T_p} = \left(\frac{\overline{v}_x}{\overline{v}_m} \right)^{\frac{A_j}{A_q}} . \tag{2.15}$$

Uz ovaj izraz, problem nalaženja temperaturnog profila svodi se na eksperimentalno određivanje omjera A_j / A_q. Za ravninski mlaz je dobiveno $A_j / A_q = 1/2$ te se kod graničnog sloja ovaj omjer kreće u granicama 1-3 [14], [75]. U bezdimenzijskom temperaturnom profilu se kao mjerilo temperature primjenjuje razlika temperature na centralnoj osi mlaza i srednje temperature prostorije $T_m - T_p$ gdje se u strujanjima u prostoriji za T_p obično uzima temperatura zraka u odsisnom kanalu. Eksperimentalna istraživanja [76] i [77] pokazala su da temperaturni profil ne može biti dobra aproksimacija temperature u mlazu kada u prostoriji postoje drugi koncentrirani izvori topline.

2.3.4 Opadanje brzine izotermnog mlaza

Opadanje mjerila brzine $\overline{v}_m$ te mjerila temperature $T_m - T_p$ na centralnoj osi mlaza s udaljavanjem od centra sličnosti opisuje se jednadžbama opadanja. Obzirom da ove veličine predstavljaju maksimalne vrijednosti na poprečnom presjeku i da se pri projektiranju nastoji predvidjeti lokacija u zoni boravka na kojoj su uvjeti toplinske ugodnosti kritični, ove jednadžbe predstavljaju osnovni alat u projektiranju sustava klimatizacije. Jednadžbe pada su razvijene na temelju pretpostavke o očuvanju početnog protoka količine gibanja J_0 na istrujnom otvoru i međusobnoj sličnosti bezdimenzijskih profila. Tako je za ravninski mlaz pokazano da je pad brzine na centralnoj osi $\overline{v}_m \sim 1/\sqrt{x}$ a za aksijalno simetrični $\overline{v}_m \sim 1/x$. Za pad centralne brzine izotermnog aksijalno-simetričnog mlaza (okrugli i radijalni) se u praksi i prema [43] koristi jednadžba

$$\frac{\overline{v}_m}{\overline{v}_{ef}} = K_1 \frac{\sqrt{A_{ef}}}{x} \tag{2.16}$$

te za ravninski mlaz

$$\frac{\overline{v}_m}{\overline{v}_{ef}} = K_1 \sqrt{\frac{H_0}{x}} \tag{2.17}$$

gdje je A_{ef} efektivna istrujna površina difuzora koje se određuje eksperimentalno, H_0 karakteristična širina pravokutnog istrujnog otvora te K_1 koeficijent pada centralne brzine mlaza. Važno je primijetiti da x u gornjim jednadžbama predstavlja udaljenost od lica difuzora. Međutim teorijski bi bilo ispravno koristiti udaljenost od centra sličnosti koji se obične nalazi na određenoj udaljenosti ispred ili iza od samog lica difuzora te se ovim zanemarenjem čini određena pogreška za koju se u praksi pretpostavlja da je zanemariva. Koeficijent pada centralne brzine K_1 dominantno ovisi o geometriji istrujnog otvora te u sebi sadržava sve parametre koji utječu na pad centralne brzine. U praksi [43] se K_1 uzima kao konstanta za određeni tip istrujnog otvora te se određuje eksperimentalno. Međutim, mjerenja su pokazala da K_1 može ovisiti i o veličini prostorije, odbijanju mlaza u kutovima prostorije te Reynoldsovom broju [53]. Mjerenja K_1 pri različitim efektivnim istrujnim brzinama i različitim promjerima okrugle sapnice vršena su u [21] te je zaključeno kako se K_1 mijenja samo pri promjeni veličine istrujnog otvora a ne i pri promjeni istrujne brzine. Ova činjenica upućuje kako je ispravnije zaključiti da K_1 ovisi o veličini difuzora a ne o Reynoldsovom broju [53]. Brojni znanstvenici eksperimentalno su određivali koeficijent K_1 za različite tipove istrujnih otvora koji se pojavljuju u ventilaciji te se mogu naći u priručnicima za projektiranje [23], [43], [78]. Za priljubljeni (zidni) mlaz koeficijent K_1 može se dobiti množenjem koeficijenta slobodnog mlaza s $\sqrt{2}$ [79]. Pad centralne brzine za radijalnu i tangencijalnu komponentu brzine kod radijalnog vrložnog mlaza izveden je u [32]

$$\begin{aligned} \overline{v}_{r,\max} &= 0{,}67\sqrt{\frac{J}{\rho}}\frac{1}{r \cdot a} \\ \overline{v}_{t,\max} &= 0{,}52\frac{J_0}{\sqrt{J\rho}}\frac{1}{r^2 \cdot a^2} \end{aligned} \tag{2.18}$$

gdje je J protok količine gibanja u razvijenoj zoni mlaza a J_0 protok količine gibanja na istrujnom otvoru. Izraz pokazuje da radijalna komponenta brzine opada obrnuto proporcionalno udaljenosti od centra sličnosti što je jednako kao kod običnog radijalnog mlaza dok tangencijalna komponenta brzine opada obrnuto proporcionalno kvadratu udaljenosti od centra sličnosti. Ovome u prilog govore eksperimentalna istraživanja vrtložnog radijalnog mlaza koji istrujava iz vrtložnog difuzora [33], [34], [124] gdje je utvrđeno da tangencijalna komponenta brzine relativno brzo nestaje na udaljenosti od dva promjera difuzora od centra difuzora. Ovaj zaključak je važan, jer govori da se vrtložni mlaz može promatrati kao obični radijalni mlaz osim u zoni malih udaljenosti od istrujnog otvora koje u praksi nisu od velike važnosti, jer se u ventilaciji istražuje zona razvijenog strujanja koja prodire u zonu boravka prostorije.

2.3.5 Jednadžbe opadanja neizotermnog mlaza

Zbog uzgonskih sila koje kod neizotermnog mlaza imaju utjecaj na trajektoriju strujanja i pad brzine uzduž centralne osi potrebno je primijeniti nešto kompleksnije jednadžbe dobivene na temelju eksperimentalno-teorijskih analiza u [60], [81-85]. Kod vertikalnog slobodnog ravninskog mlaza pad centralne brzine može se opisati izrazima [60], [81]

$$\frac{\overline{v}_m}{\overline{v}_{ef}} = K_1 \sqrt{\frac{H_0}{x}} K_n \tag{2.19}$$

$$K_n = \left[1 \pm \frac{1{,}8 K_2}{K_1^{\,2}} Ar_0 \left(\frac{x}{H_0} \right)^{3/2} \right]^{1/3} \tag{2.20}$$

gdje je K_2 koeficijent pada temperature koji se određuje eksperimentalno, a Ar_0 Arhimedov broj na samom istrujnom otvoru. Znak "$\pm$" treba biti "+" kada uzgonske sile djeluju u smjeru glavnog strujanja mlaza, a "–" kada su suprotne smjeru glavnog strujanja mlaza. Arhimedov broj predstavlja bezdimenzijski omjer inercijskih i uzgonskih sila koje se pojavljuju kod neizotermnog mlaza te predstavlja prikladno mjerilo ponašanja neizotermnog mlaza. Na istrujnom otvoru može se odrediti prema izrazu

$$Ar_0 = \frac{g\left(T_0 - T_p\right) H_0}{\overline{v}_{ef}^{\,2} T_p} \tag{2.21}$$

gdje je T_0 temperatura zraka koji se dovodi u prostoriju (na istrujnom otvoru). Lokalni

Arhimedov broj na određenoj udaljenosti x od istrujnog otvora (točnije od centra sličnosti) može se za aksijalno simetrični mlaz odrediti prema [62]

$$Ar_x = \frac{K_2}{K_1^2} Ar_0 \left(\frac{x}{\sqrt{A_{ef}}} \right)^2 \tag{2.22}$$

te za ravninski iz

$$Ar_x = \frac{K_2}{K_1^2} Ar_0 \left(\frac{x}{H_0} \right)^{3/2} \tag{2.23}$$

Za pad brzine vertikalnog kompaktnog i aksijalno-simetričnog mlaza može se koristiti [60], [81]

$$\frac{\overline{v}_m}{\overline{v}_{ef}} = K_1 \frac{\sqrt{A_{ef}}}{x} K_n \tag{2.24}$$

$$K_n = \left[1 \pm \frac{2,5K_2}{K_1^2} Ar_0 \left(\frac{x}{\sqrt{A_{ef}}} \right)^2 \right]^{1/3} . \tag{2.25}$$

Primjena jednadžbi izotermnog mlaza na neizotermno strujanje moguća je ako su uzgonske sile zanemarive u odnosu na sile inercije [34]. U blizini istrujnog otvora uzgonske sile su zanemarive u odnosu na sile inercije ali s porastom udaljenosti od istrujnog otvora uzgonske sile jačaju i mogu postati jače od sila inercije. Lokalni Arhimedov broj predstavlja dobro mjerilo te se neizotermni mlaz može smatrati izotermnim ako za ravninski mlaz vrijedi $Ar_x \leq 0,15$ te za aksijalno-simetrični $Ar_x \leq 0,1$ [32]. Temperaturni pad na centralnoj osi kod horizontalnog i vertikalnog ravninskog mlaza može se izračunati prema [60], [81]

$$\frac{T_m - T_p}{T_0 - T_p} = K_2 \sqrt{\frac{H_0}{x}} \frac{1}{K_n} \tag{2.26}$$

te za konični, nepotpuni radijalni, te aksijalno-simetrični (okrugli i radijalni)

$$\frac{T_m - T_p}{T_0 - T_p} = K_2 \frac{\sqrt{A_0}}{x} \frac{1}{K_n} \tag{2.27}$$

pri čemu za horizontalno istrujavanje u (2.25) i (2.27) vrijedi $K_n = 1$ a u slučaju vertikalnog

istrujavanja K_n se određuje se prema jednadžbi (2.20). Trajektorija odnosno pomak simetralne osi neizotermnog kompaktnog (aksijalno-simetričnog) mlaza koji istrujava pod kutom α_0 u odnosu na horizontalnu ravninu može se odrediti izrazom dobivenim u teorijskim istraživanjima [38], [82-85]

$$\frac{y}{A_{ef}} = \frac{x}{A_{ef}} tg\alpha_0 \pm \psi \frac{K_2}{K_1^{\,2}} Ar_0 \frac{x}{\sqrt{A_{ef}}} \tag{2.28}$$

gdje je ψ koeficijent ovisan o tipu istrujnog otvora. U eksperimentalnim istraživanjima [86-89] potvrđeno je da jednadžba (2.28) predstavlja dobru aproksimaciju trajektorije pri kutovima istrujavanja $\alpha_0 = \pm 45°$ te da koeficijent iznosi $\psi = 0,47 \pm 0,06$.

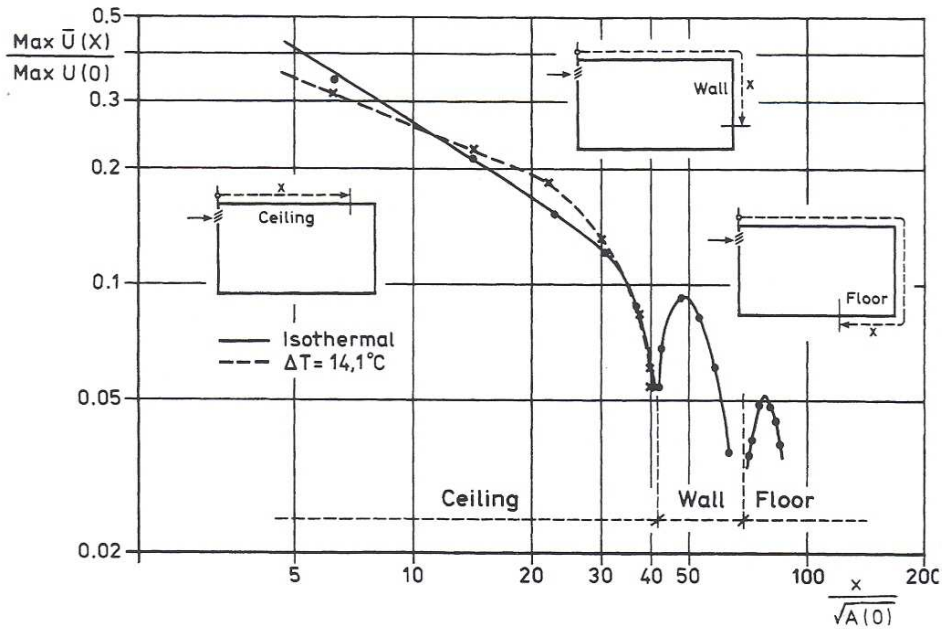
2.3.6 Interakcija s prostorijom

Utjecaj veličine prostorije na strujanje mlaza očituje se pojavom povratnog strujanja u prostoru između mlaza i granica prostorije [55], [90]. Ovaj utjecaj veličine odnosno skučenosti prostorije (eng. *effect of confinement*) na centralnu brzinu mlaza je uzet u obzir uvođenjem koeficijenta skučenosti

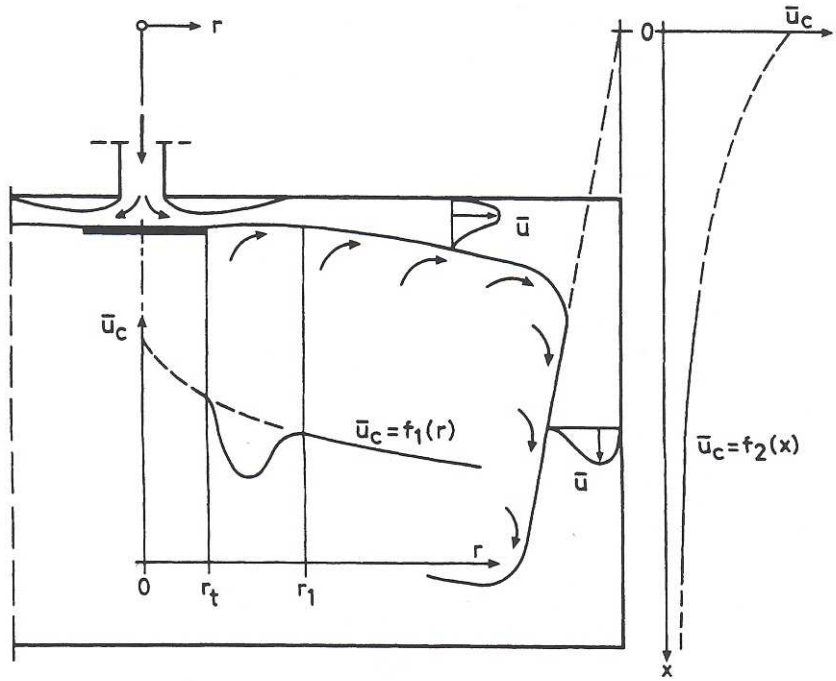
$$K_c = \frac{\overline{v}_{mc}}{\overline{v}_m} \tag{2.29}$$

gdje je $\overline{v}_m$ centralna brzina slobodnog mlaza u beskonačno velikom prostoru a $\overline{v}_{mc}$ brzina mlaza u prostoriji koja svojom veličinom utječe na širenje mlaza. Istraživanje [32] je pokazalo da se koeficijent K_c može izraziti kao funkcija površine poprečnog presjeka mlaza i površine poprečnog presjeka prostora prostorije kroz koju mlaz struji te su dati dijagrami za određivanje K_c za aksijalno-simetrični i ravninski mlaz.

Odbijanje stropnog mlaza u kutu zid-strop istraživano je u [44] i [91]. Slika 2.8 prikazuje eksperimentalne rezultate mjerenja centralne brzine uzduž stropa, zida i poda, mlaza koji istrujava iz zidne rešetke te se priljubljuje uz strop. Primijećeno je da se u blizini nasuprotnog zida stropni mlaz naglo širi, brzina pada a tlak poraste te se mlaz odbija u kutu i nastavlja strujati uz zid prema podu prostorije. Istraživanje [91] rezultiralo je zaključkom da nakon odbijanja radijalni mlaz nastavlja strujati radijalno kao priljubljeni zidni mlaz.



Slika 2.8 Odbijanje ravninskog stropnog mlaza u kutu prostorije, Sandberg [44].



Slika 2.9 Odbijanje radijalnog stropnog mlaza u kutu prostorije, Waschke [91].

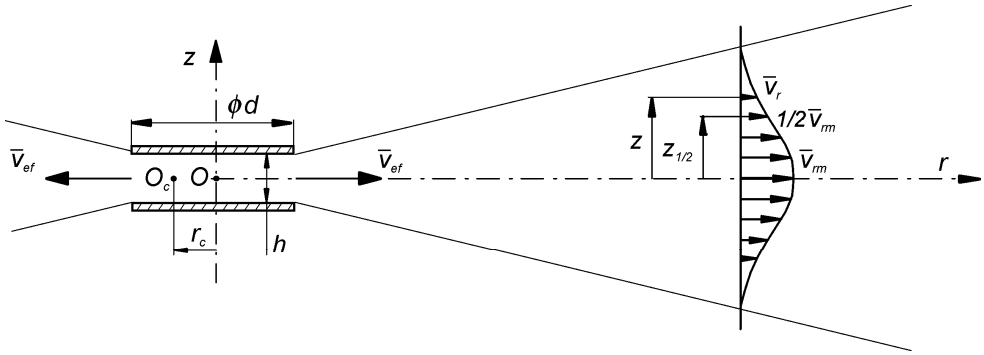
Novonastali zidni radijalni mlaz ima centar sličnosti u vertikalnoj ravnini zida te je neovisan o centru sličnosti stropnog mlaza (slika 2.9). Konstanta pada centralne brzine, koeficijent širenja te eksponent opadanja brzine s udaljavanjem od centra sličnosti zidnog mlaza razlikovale su se od vrijednosti dobivenih kod stropnog mlaza. Pregled istraživanja utjecaja izvora topline u prostoriji može se naći u [92] , [93] te utjecaja raznih prepreka u prostoriji (namještaj i slično) u [35], [41].

2.4 Osvrt na primjenu jednadžbe opadanja brzine na radijalni mlaz

Kako je već rečeno, u praksi se za izračun centralne brzine radijalnog mlaza, kao i bilo kakvog aksijalno simetričnog ili kompaktnog mlaza preporučuje primjena jednadžbe (2.16)

$$\frac{\overline{v}_m}{\overline{v}_{ef}} = K_1 \frac{\sqrt{A_{ef}}}{r} .$$

Proporcionalnost $\overline{v}_{rm} \sim 1/r$ koja se u ovoj jednadžbi primjenjuje slijedi iz teorijske analize u kojoj se koristi pretpostavka održanja količine gibanja, odnosno protoka količine gibanja, u glavnom smjeru strujanja, što je jedno od temeljnih svojstava strujanja slobodnog turbulentnog mlaza.



Slika 2.10 Radijalni mlaz, istrujavanje između dva koaksijalna diska

U ovom poglavlju će se, na sličan način kako je to napravljeno u [53] za mlaz okruglog presjeka, izvesti jednadžba pada centralne brzine radijalnog mlaza. Radijalni oblik mlaza može nastati istrujavanjem iz različitih oblika radijalnog stropnog difuzora. U eksperimentalnim istraživanjima najčešće se proizvodi istrujavanjem između dva koaksijalna diska (slika 2.10), između kojih se zrak dovodi cijevnim razvodom koji završava u centru dvaju diskova. Promatrat će se radijalni mlaz u cilindarskom koordinatnom sustavu (r, z, φ) pri čemu je *z* os radijalne simetrije a *r* glavni smjer strujanja. Centar sličnosti O_c nalazi se na određenoj udaljenosti r_c od osi radijalne simetrije. Ako je J_0 protok količine gibanja na istrujnom otvoru, a J_r protok količine gibanja na presjeku koji se nalazi na udaljenosti *r* od centra difuzora tada se u skladu sa održanjem količine gibanja može pisati

$$J_0 = J_r . \tag{2.30}$$

Ako se pretpostavi istrujavanje radijalnog mlaza između dvaju koaksijalnih diskova promjera d koji se nalaze na međusobnoj udaljenosti h tada se za protok količine gibanja na istrujnom otvoru može pisati

$$J_0 = \rho \cdot \overline{v}_{ef}{}^2 \cdot A_{ef} \tag{2.31}$$

pri čemu je $\overline{v}_{ef}$ efektivna istrujna brzina na samom otvoru a A_{ef} efektivna istrujna površina koja se određuje prema

$$A_{ef} = d\pi h C_d \,. \tag{2.32}$$

C_d je faktor kontrakcije mlaza na istrujnom otvoru jednak omjeru svijetle površine istrujnog otvora $A_0 = d\pi h$ i efektivne površine koja se određuje eksperimentalno $C_d = A_{ef} / A_0$. Kod ventilacijskih difuzora kreće se u granicama $C_d = 0,65 \div 0,9$ [94]. Za protok količine gibanja na presjeku na udaljenosti r vrijedi

$$J_r = \rho \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{v}_r{}^2 dA = 4r\pi\rho \int_0^{+\infty} \overline{v}_r{}^2 dz \,. \tag{2.33}$$

Ako se profil brzine u glavnom smjeru strujanja aproksimira Gaussovom funkcijom (2.6) tada se izjednačavanjem (2.31) i (2.33) dobiva

$$\rho \overline{v}_{ef}{}^2 d\pi h = 4\rho\pi \overline{v}_{rm}^2 r \int_0^{\infty} e^{-2c\eta^2} dz \tag{2.34}$$

gdje je $c = \ln(2) \approx 0,693$. Uzimajući u obzir da je $\eta = z / z_{1/2} = z / \left[a\left(r + r_c\right) \right]$, gdje je a koeficijent širenja, integracijom člana na desnoj strani gornje jednadžbe dobiva se

$$\overline{v}_{ef}{}^2 dhC_d = 4\overline{v}_{rm}^2 r z_{1/2} \sqrt{\frac{\pi}{8c}} \tag{2.35}$$

odnosno za pad centralne brzine se može pisati

$$\overline{v}_{rm} = \overline{v}_{ef} \sqrt{\frac{dhC_d}{ra\left(r + r_c\right)}} \sqrt[4]{\frac{c}{2\pi}} \,. \tag{2.36}$$

Iz gornje jednadžbe se vidi da se proporcionalnost $\overline{v}_{rm} \sim 1/r$ koja se koristi u jednadžbi (2.16)

može dobiti samo ako se centar sličnosti nalazi na osi radijalne simetrije odnosno ako vrijedi $r_c = 0$. U tom slučaju iz (2.36) slijedi bezdimenzijska jednadžba

$$\frac{\overline{v}_{rm}}{\overline{v}_{ef}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{A_{ef}}{\pi a}}\sqrt[4]{\frac{c}{2\pi}} \ . \tag{2.37}$$

Udaljenost do centra sličnosti r_c manja je od polovice promjera difuzora (što je eksperimentalno utvrđeno u poglavlju 5) te se obzirom na znatno veće udaljenosti do zone boravka r od nekoliko metara koje su u praksi od interesa, može zaključiti da je član $\sqrt{r\left(r+r_c\right)}$ u jednadžbi (2.36) znatno bliži vrijednosti r nego $\left(r+r_c\right)$. Ova činjenica direktno vodi ka zaključku da je u slučaju radijalnog mlaza točnije računati centralnu brzinu koristeći proporcionalnost $\overline{v}_{rm} \sim 1/r$ umjesto $\overline{v}_{rm} \sim 1/\left(r+r_c\right)$. Drugim riječima, za razliku od okruglog i ravninskog mlaza, u slučaju radijalnog mlaza točnije je računati centralnu brzinu koristeći udaljenost od centra simetričnosti nego udaljenost do centra sličnosti. Usporedbom gornjeg izraza (2.37) s (2.15) dobiva se jednadžba za koeficijent pada centralne brzine za radijalni mlaz u obliku

$$K_1 = \sqrt[4]{\frac{c}{2\pi^3 a^2}} \ . \tag{2.38}$$

Vidi se da koeficijent K_1 ovisi o konstantama c i π te o koeficijentu širenja mlaza a. Za prosječni koeficijent širenja slobodnog radijalnog mlaza dobiven u dosadašnjim eksperimentalnim istraživanjima može se uzeti $a \approx 0{,}1$ (tablica 4.1) te se iz (2.38) dobiva $K_1 = 1{,}03$. Ova vrijednost je približno jednaka rezultatima eksperimentalnih istraživanja prikazanih u [95] gdje je za slobodni radijalni mlaz utvrđena vrijednost $K_1 = 1{,}1$. Može se zaključiti da se gornjom jednadžbom može odrediti K_1 na temelju poznavanja koeficijenta širenja. Za radijalni vrtložni priljubljeni mlaz ventilacijskih difuzora u istraživanju [33] dobivene su vrijednosti u rasponu 1,9 do 2,2. Obzirom da je vrijednost K_1 za $\sqrt{2}$ puta veća kod priljubljenog mlaza u odnosu na slobodni [79] preračunom ovih vrijednosti dijeleći s $\sqrt{2}$ dobivamo raspon 1,3 do 1,57 što ukazuje na nešto veće vrijednosti K kod radijalnog vrtložnog mlaza. Bez obzira što se pretpostavka $r_c = 0$ eksperimentalno nije pokazala potpuno točnom može se zaključiti da se jednadžba (2.16) odnosno (2.37) može primijeniti na radijalni mlaz te također i na vrtložni radijalni mlaz uz eksperimentalno određivanje koeficijenta K_1.

3 Brzina i intenzitet turbulencije zraka kao parametri toplinske ugodnosti

U istraživanja toplinske ugodnosti (eng. *thermal comfort*) spadaju ona istraživanja koja se bave proučavanjem izmjene topline između osobe i okoliša u kojem se ona nalazi te u kojem vladaju određeni mikroklimatski uvjeti. Iako istraživanja turbulentnog mlaza i različitih fenomena strujanja koji se u prostoriji pojavljuju, između ostalih imaju za cilj i procijeniti uvjete toplinske ugodnosti u prostoriji, ona se ne mogu nazvati istraživanjima toplinske ugodnosti ukoliko se vrše u prostoriji u kojoj nisu prisutne osobe niti toplinski modeli osoba (eksperimentalne lutke). Obzirom da ovo istraživanje spada u područje koje se u literaturi naziva strujanjem zraka u prostoriji (eng. *room airflow*) ili preciznije radi se o istraživanju strujanja turbulentnog mlaza, neće se davati temeljit pregled svih parametara toplinske ugodnosti i čimbenika koji na nju utječu nego će se fokus usmjeriti na veličine strujanja kao parametre toplinske ugodnosti.

3.1 Indeksi toplinske ugodnosti

Ukupno su u dosadašnjim istraživanjima definirana tri općeprihvaćena parametra (indeksa) za vrednovanje toplinske ugodnosti u zoni boravka prostorije: PPD (eng. *Predicted Percentage of Dissatisfied*), PMV (eng. *Predicted Mean Vote*) i PD (eng. *Percent Dissatisfied*). Na temelju teorijsko-empirijskih jednadžbi toplinske ravnoteže ljudskog tijela te eksperimentalnih istraživanja temeljenih na anketiranju određenog broja ispitanika koji su se nalazili u određenim kontroliranim mikroklimatskim uvjetima Fanger [96] je izveo jednadžbe

$$\begin{aligned} PMV = {} & \left(0{,}303e^{-0{,}036M} + 0{,}028\right)\Big\{\left(M - W\right) - 3{,}05\cdot 10^{-3}\left[5773 - 6{,}99\left(M - W\right) - p_a\right] \\ & - 0{,}42\left[\left(M - W\right) - 58{,}15\right] - 1{,}7\cdot 10^{-5} M\left(5867 - p_a\right) - 0{,}0014M\left(34 - \vartheta_a\right) \\ & - 39{,}6\cdot 10^{-8} f_{cl}\left[\left(\vartheta_{cl} + 273\right)^4 - \left(\bar{\vartheta}_r + 273\right)^4\right] - f_{cl}h_c\left(\vartheta_{cl} - \vartheta_a\right)\Big\} \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$PPD = 100 - 95\cdot e^{-\left(0{,}03353PMV^4 + 0{,}2179PMV^2\right)} \quad [\%] \tag{3.2}$$

$$PD = \left(34 - \vartheta_a\right)\left(\bar{v} - 0{,}05\right)^{0{,}6223}\left(0{,}3696\bar{v}\, I_t + 3{,}143\right) \quad [\%]. \tag{3.3}$$

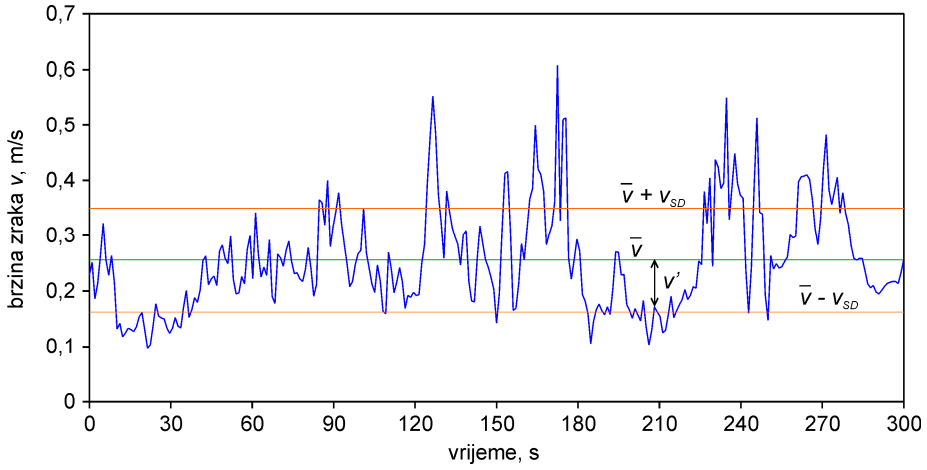
Ovdje su: M – metabolički učinak površine tijela W/m^2, W – izvršeni rad u jedinici vremena

W/m^2, p_a – parcijalni tlak vodene pare Pa, f_{cl} - omjer površine osobe kada je odjevena prema površini kada je gola, $\bar{\vartheta}_r$ - srednja temperatura zračenja okolnih ploha °C, ϑ_{cl} - površinska temperatura odjeće °C, h_c - koeficijent prijelaza topline konvekcijom W/m^{2}K, ϑ_a - temperatura zraka °C, $\bar{v}$ - srednja brzina zraka m/s, I_t - intenzitet turbulencije zraka [%]. Ovi indeksi preporučeni su također u normama ISO 7730 [1] i ANSI 55 [2] pri čemu indeks PD u normi ISO 7730 nosi oznaku DR (eng. *Draught Rating*). PMV indeks daje informaciju o prosječnom vrednovanju osjećaja toplo/hladno određenog broja osoba gdje vrijednost -3 predstavlja osjećaj izrazite hladnoće dok 3 znači osjećaj jako vrućeg okoliša, ali sam po sebi ne daje odgovor na pitanje da li je razina ugodnosti prihvatljiva ili nije prihvatljiva. U svrhu vrednovanja prihvatljivosti toplinskog okružja uveden je indeks PPD koji procjenjuje postotak osoba koje se ne osjećaju ugodno. Indeksi PPD i PMV ovise, između ostalih veličina, i o temperaturi zračenja okolnih ploha dok je PD indeks uveden u svrhu vrednovanja osjećaja propuha te ovisi samo o veličinama strujanja: brzini i intenzitetu turbulencije zraka te o temperaturi zraka. PD predviđa postotak nezadovoljnih osoba uslijed pojave propuha te će se, obzirom na rečeno, u ovom istraživanju u svrhu procjene toplinske ugodnosti u zoni spojenog mlaza procjenjivati indeks PD. Osjećaj propuha najčešći je uzrok prigovora na mikroklimatske uvjete u zatvorenim prostorima te nastaje uslijed lokalnog konvekcijskog hlađenja tijela uzrokovanog strujanjem zraka. Istraživanja su pokazala da su ispitanici bili najosjetljiviji na propuh u području glave nakon čega slijede područja gležnjeva i ruku [97]. U izrazu (3.3) pretpostavljena je prosječna temperatura kože 34 °C za osobu koja se osjeća toplinski neutralno. Također, PD indeks vrijedi za temperaturni raspon zraka od 20 do 26 °C, područje brzine 0,05 do 0,5 m/s te intenzitet turbulencije zraka od 0 do 70 %. Intenzitet turbulencije je bezdimenzijska veličina te se definira kao omjer standardne devijacije određenog broja uzoraka intenziteta brzine zraka koji su uzeti u nekom vremenskom intervalu i aritmetičke sredine istih

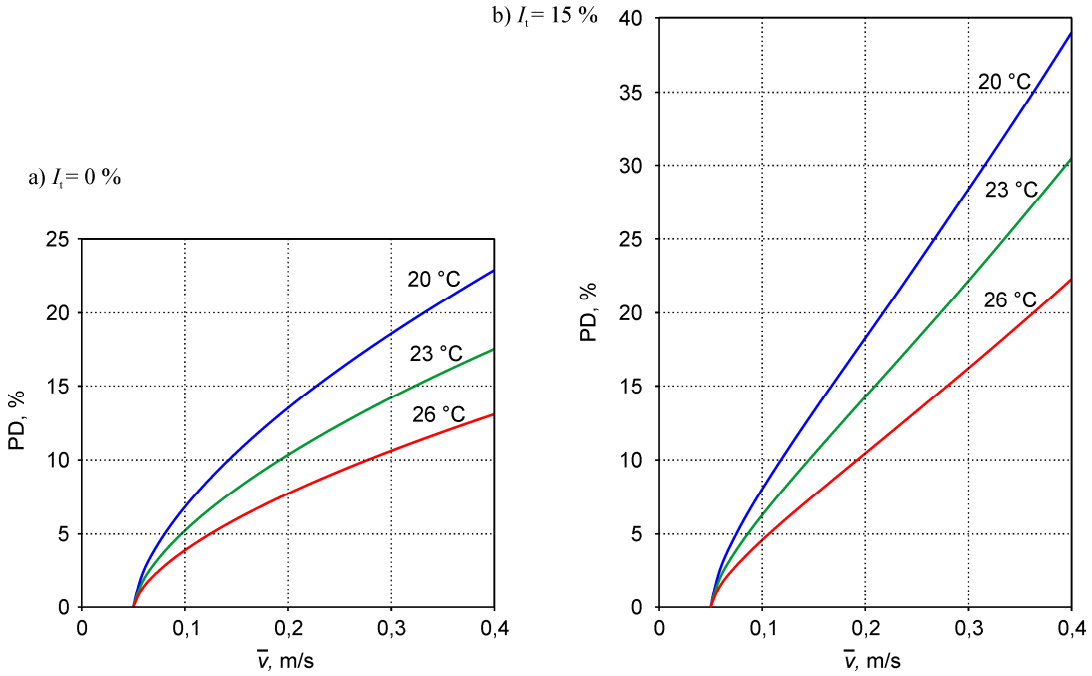
$$I_t = \frac{\sqrt{\overline{v'^2}}}{\bar{v}} 100 = \frac{v_{SD}}{\bar{v}} 100 \ [\%]. \tag{3.4}$$

U gornjem izrazu v' je pulsirajući dio brzine u nekom vremenskom trenutku, a $\bar{v}$ vremenski osrednjena vrijednost brzine (slika 3.1). Slika 3.2 prikazuje ovisnost PD indeksa prema jednadžbi (4.3) o temperaturi i srednjoj brzini zraka te pri dva različita intenziteta turbulencije. Vidi se da postotak nezadovoljnih značajno raste sa porastom brzine te da je pri istoj brzini osjetljivost na propuh veća pri nižim temperaturama zraka. Usporedbom slika 3.2a

i 3.2 b može se primijetiti relativno veliki porast postotka nezadovoljnih pri istoj brzini i temperaturi te porastu I_t od samo 15 %. Značajan utjecaj intenziteta turbulencije (prema jed. 3.3) na očekivani postotak nezadovoljnih uslijed osjećaja propuha zornije prikazuje slika 3.3.

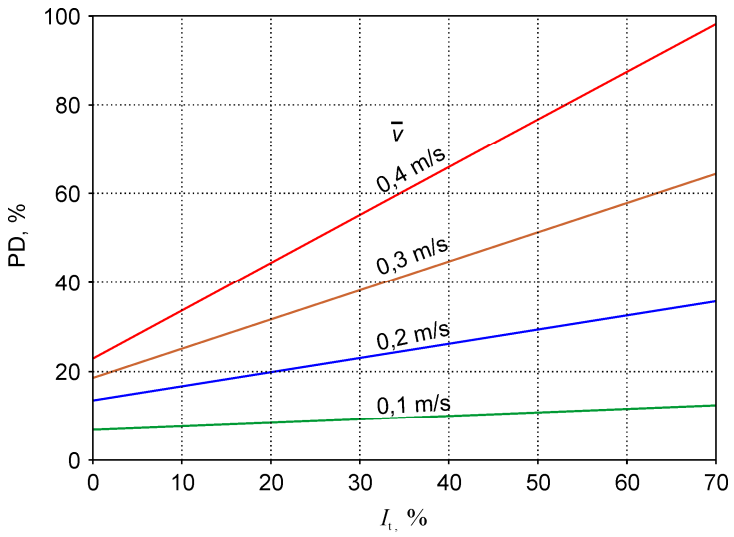


Slika 3.1 Primjer promjene intenziteta brzine u vremenu u jednoj točki prostora zone boravka.



Slika 3.2 Postotak nezadovoljnih uslijed propuha prema indeksu PD (jed. 3.3) u ovisnosti o srednjoj brzini i temperaturi zraka, pri intenzitetu turbulencije a) I_t = 0 % i b) I_t = 15 %.

Vidi se da porast intenziteta turbulencije od 50 % pri srednjoj brzini zraka 0,2 m/s uzrokuje porast predviđenog postotka nezadovoljnih za približno 20%, dok isti porast intenziteta turbulencije pri brzini 0,3 m/s uzrokuje porast postotka nezadovoljnih za više od 30 %.



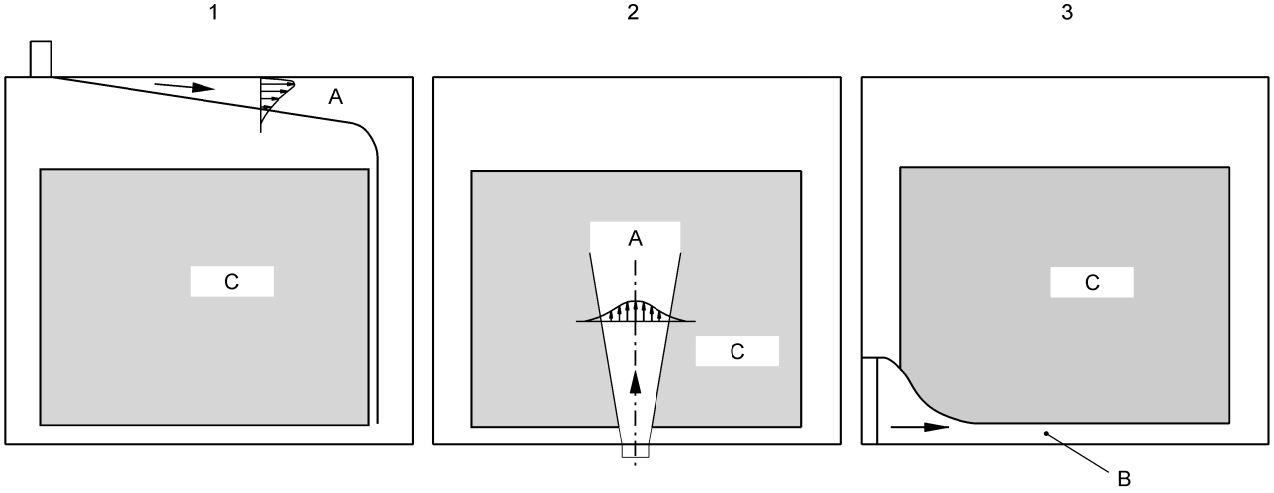
Slika 3.3 Utjecaj intenziteta turbulencije na osjećaj propuha prema PD indeksu pri temp. zraka 20 °C

Očito je kako intenzitet turbulencije ima značajan utjecaj na osjećaj propuha. U novija istraživanja parametara toplinske ugodnosti primjenom CFD simulacija spadaju [125 – 127] te također istraživanje utjecaja intenziteta turbulencije zraka na otvoru okruglog perforiranog difuzora u lokalnom sustavu ventilacije na osjećaj propuha u razini glave [104]. Prijavljeno je kako je u slučaju niže vrijednosti intenziteta turbulencije na istrujnom otvoru zabilježen veći raspon brzine zraka i izraženije odvođenje topline u području lica.

3.2 Način mjerenja i zahtjevi na mjerne instrumente

Norma EN 13182 [3] po svojstvima strujanja zraka i zahtjevima na instrumente za mjerenje brzine i intenziteta turbulencije razlikuje tri zone u prostoriji (slika 3.4):

- Zona A – područje turbulentnog mlaza koji istrujava iz difuzora za miješajuću ventilaciju
- Zona B – područje strujanja koje dolazi iz difuzora s niskom brzinom istrujavanja (potisno strujanje)
- Zona C – Zona boravka prema EN 13779 [98].



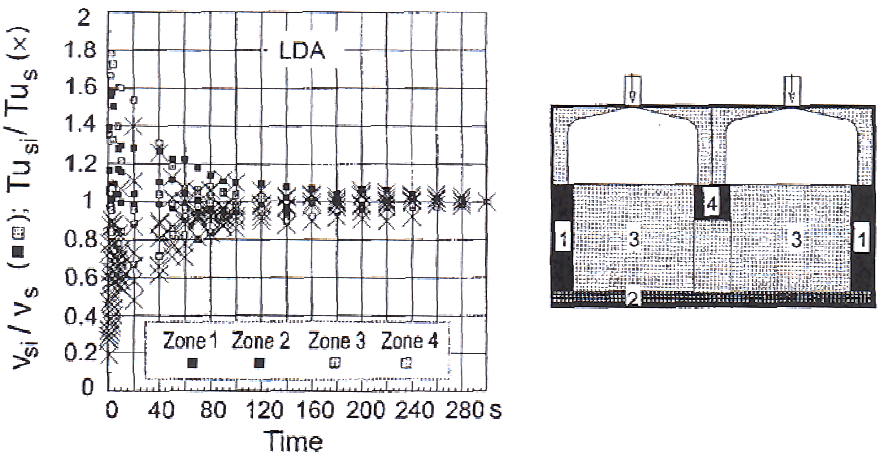
1 Miješajuće strujanje zraka (turbulentni mlaz) - Stropni difuzor
2 Miješajuće strujanje zraka (turbulentni mlaz) - Podni difuzor
3 Potisno strujanje zraka

	Glavna svojstva strujanja				Parametar od interesa		Zahtjevi na osjetnik za brzinu				Zahtjevi na obradu signala	
Zona	Raspon brzine	Intenzitet turbulencije	Frekvencija	Temperaturni raspon	Srednja brzina	Intenzitet turbulencije	Raspon trenutne brzine	Raspon temperature	Gornja frekvencija odziva	Zahtjevi na osjetljivost na smjer strujanja	Period mjerenja	Frekvencija uzorkovanja
		I_t	f	ϑ	$\bar{v}$	I_t	v	ϑ	f_{up}			n
	m/s	%	Hz	°C	m/s	%	m/s	°C	Hz		s	Hz
A (mlaz)	0,3 do 10	10 do 50	≤ 3,0	10 do 50	DA	NE	0,25 do 12	10 do 50	nije bitno	jednosmjerno	≥ 60	≥ 1
B (mlaz)	0,1 do 0,5	5 do 50	≤ 1,0	15 do 25	DA	DA	0,05 do 1,0	15 do 25	≤ 1,0	jednosmjerno	≥180	≥ 5
C (zona boravka)	0,1 do 0,5	20 do 80	≤ 1,0	18 do 35	DA	DA	0,05 do 1,0	18 do 35	≤ 1,0	u svim smjerovima	≥180	≥ 5

Slika 3.4 Glavna svojstva strujanja zraka i zahtjevi na mjerne isntrumente u pojedinim zonama prostorije prema EN 13182 [3].

Prema tablici na slici 3.4 vidi se da intenzitet turbulencije zraka u zoni boravka može poprimiti najveće vrijednosti intenziteta turbulencije od svih navedenih zona te su fluktuacije brzine tijekom vremena u ovoj zoni najizraženije. Tako prema ovim podacima u zoni boravka I_t može varirati od 20 do 80 % što je relativno veliki raspon koji upućuje na činjenicu da je intenzitet turbulencije važno i potrebno određivati u svrhu procjene PD indeksa. Također intenzitet turbulencije u zoni mlaza u miješajućem strujanju kreće se u rasponu 10 do 50 % pri čemu se ovdje opisuje zona mlaza koji istrujava direktno iz difuzora ili se odbija od zida. Međutim, spojeni mlaz koji nastaje sudarom dvaju nasuprotnih mlazova može imati i znatno veći intenzitet turbulencije kako su pokazala mjerenja prikazana u poglavlju 7. Također, podaci iz norme EN 13182 prikazani na slici 3.4 zanemaruju postojanje spojenog mlaza koji struji direktno u zonu boravka te na ovaj način predstavlja važnu zonu u kojoj uvjeti strujanja mogu biti kritični. U ovoj normi se također navode zahtjevi koje moraju ispunjavati mjerni instrumenti da bi mogli izmjeriti brzinu i intenzitet turbulencije u pojedinoj zoni. Tako se u zoni boravka zahtjeva da mjerni osjetnik bude neosjetljiv na smjer strujanja zraka zato što su u zoni boravka promjene smjera strujanja zraka vrlo izražene. U ovoj normi se također upućuje na osjetnik s toplom sferom kao optimalno rješenje za mjerenje strujanja u zoni boravka te se također navodi laserski anemometar LDA (eng. *laser doppler anemometry*) i Prandtl – Pitotova cijev kao poželjan referentni instrument za umjeravanje osjetnika s toplom sferom. Prednost LDA anemometra je u tome što može mjeriti brzine do minimalno 0,05 m/s a Prandtl – Pitotova cijev je pouzdana do minimalno 2,5 m/s [98]. Da bi se strujanje zraka s relativno niskom srednjom brzinom i relativno visokim intenzitetom turbulencije moglo kvalitetno izmjeriti potrebno je da instrument posjeduje odgovarajuće dinamičke karakteristike. Vrijeme odziva i vremenska konstanta kao mjerila dinamičke karakteristike anemometra pokazali su se nepraktičnima zato što odziv raznih tipova anemometara pri naglom povišenju brzine nije isti kao odziv pri naglom smanjenju brzine. Iz ovog razloga u [99] je uveden koncept gornje frekvencije odziva kao boljeg mjerila kvalitete dinamičke karakteristike anemometra. Gornja frekvencija odziva se definira kao najviša frekvencija sinusoidalne promjene brzine zraka pri kojoj instrument (anemometar) može izmjeriti standardnu devijaciju brzine zraka uz točnost ± 10 %. Mjerenja brzine u zoni boravka LDA metodom [100] pokazala su da frekvencija fluktuacija koje čine doprinos standardnoj devijaciji brzine do 90 %, iznosi 1 Hz ili manje. Iz ovog razloga je opravdano za mjerenja u zoni boravka zahtijevati gornju frekvenciju odziva od 1 Hz, odnosno priželjkivanu gornju frekvenciju odziva od 2 Hz [99]. Ovaj zahtjev je uključen u normi [98] (slika 3.4). Vremenski

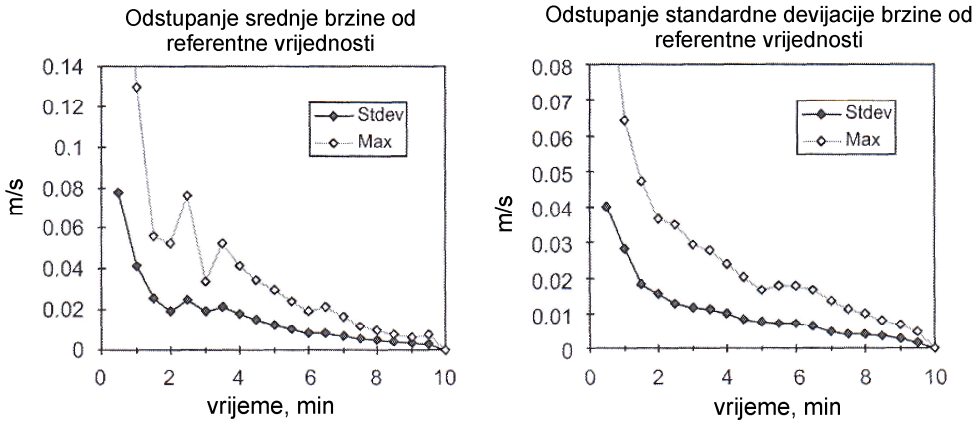
period mjerenja trenutne brzine u jednoj točki prostora, u svrhu dobivanja srednje vrijednosti brzine te standardne devijacije brzine i intenziteta turbulencije, je jako važan parametar te se za zonu boravka navodi minimalni potrebni vremenski period od 180 sekundi dok je u zoni mlaza dovoljno 60 s (slika 3.4). Ovi podaci temelje se na detaljnim mjerenjima brzine u različitim zonama prostorije [101] koja su provedena LDA metodom te s tri različita tipa anemometra s grijanim osjetnikom s toplom sferom odnosno metodom CTA (eng. *constant temperature anemometry*). LDA rezultati ovog istraživanja na slici 3.5 prikazuju ovisnost relativne srednje brzine i relativnog intenziteta turbulencije kao funkcije vremenskog perioda mjerenja. Relativna srednja brzina je omjer srednje brzine mjerene u određenom vremenskom periodu i srednje brzine mjerene u vremenskom periodu od 300 sekundi te je relativni intenzitet turbulencije omjer intenziteta turbulencije dobivenog iz mjerenja brzine u određenom periodu i onog mjerenog u periodu 300 s. Mjerenja su provedena u zoni uz zid (zona 1), uz pod (zona 2), u zoni strujanja između dvaju difuzora koja je nalazi u zoni boravka (zona 4) te u zoni ispod difuzora u zoni boravka (zona 3).



Slika 3.5 Utjecaj vremenskog perioda na točnost mjerenja srednje brzine i intenziteta turbulencije u zoni boravka, (LDA) [101].

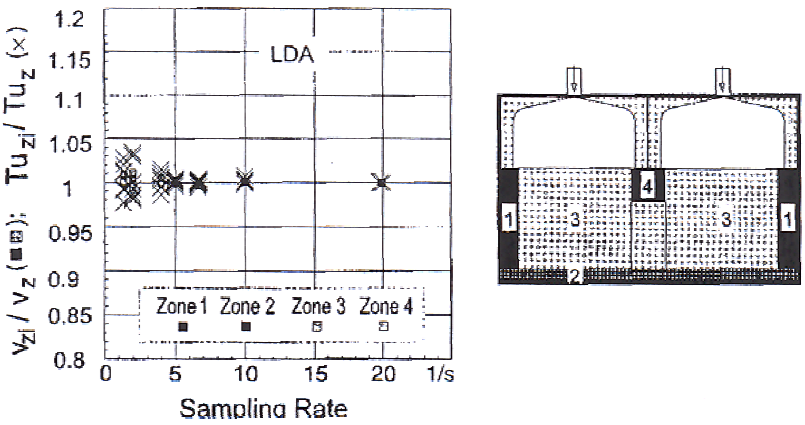
Korištena je frekvencija uzorkovanja od 5 Hz. U ovom istraživanju se ne spominje spojeni mlaz te nije jasno da li zona 4 predstavlja razvijenu zonu mlaza ili je mlaz već u zoni degradacije. Rezultati pokazuju da se pri vremenskom periodu od 180 sekundi srednja brzina i intenzitet turbulencije mogu mjeriti uz točnost bolju od ± 10 % [101]. Međutim spore fluktuacije brzine s periodom trajanja dužim od tri minute također se mogu pojaviti u zoni boravka te je preporučljivo napraviti tri ili više mjerenja po tri minute da bi se izračunalo srednju vrijednost brzine i intenzitet turbulencije [102]. U novijem istraživanju utjecaja duljine mjernog vremenskog perioda na točnost mjerenja srednje brzine i standardne devijacije brzine [103] vršena su mjerenja ultrasoničnim anemometrom pri frekvenciji

uzorkovanja od 1 Hz. Mjerene su srednje brzine u 10 točaka prostorije ispod stropnog difuzora u periodu od 10 minuta u jednoj točki. Ove osrednjene desetominutne vrijednosti brzine bile su u rasponu od 0,2 do 2,2 m/s te je njihova srednja vrijednost iznosila 0,9 m/s. Desetominutne vrijednosti srednjih brzina i standardnih devijacija brzine su uzete kao referentne vrijednosti, a devijacije od tih referentnih vrijednosti kao funkcije vremena osrednjavanja su izračunate za svaku od deset točaka. Standardna i maksimalna devijacija srednje brzine i standardne devijacije brzine kao funkcije vremena osrednjavanja prikazane su na slici 3.6.



Slika 3.6 Devijacija srednje brzine i standardne devijacije brzine relativno prema referentnoj vrijednosti [103].

Vidi se da obje veličine ubrzano konvergiraju u prvih 2 minute, ali ne dosegnu potpuno stacionarno stanje čak niti nakon 10 minuta [103]. Nakon 3 minute devijacija obiju veličina je na razini 0,01-0,02 m/s što se može smatrati prihvatljivim [103]. Utjecaj broja uzoraka trenutne brzine koji se zabilježi u jednoj sekundi (frekvencija uzorkovanja) na točnost mjerenja brzine i intenziteta turbulencije istraživan je u [102]. Mjerenja u zoni boravka prostorije ventilirane principom miješajućeg strujanja (turbulentni mlaz) vršena su s tri različita tipa CTA anemometra s toplom sferom te također s LDA. Slika 3.7 prikazuje rezultate srednje brzine i intenziteta turbulencije (standardne devijacije) koji su dobiveni iz istog seta rezultata trominutnog mjerenja koje je vršeno pri vrlo visokoj frekvenciji uzorkovanja te su iz tog seta rezultata izdvojeni rezultati različitih nižih frekvencija. Rezultati su pokazali da je točnost mjerenja unutar raspona od 1 % od referentne vrijednosti kada je broj uzoraka u trominutnom intervalu jednak 900 (5 Hz) te da se ova točnost ne povećava kada je broj uzoraka veći od 900 odnosno veći od frekvencije 5 Hz [102].



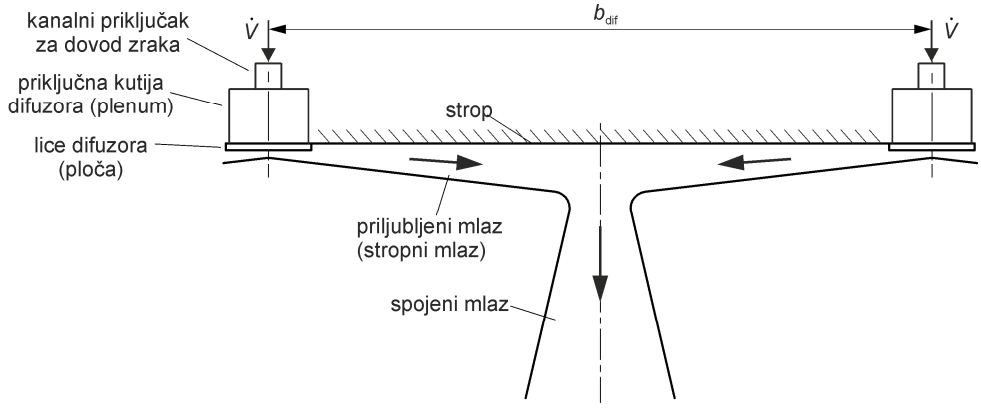
Slika 3.7 Utjecaj frekvencije uzorkovanja na točnost mjerenja srednje brzine i intenziteta turbulencije u zonama 1-4, [102].

Iz ovog se može zaključiti da je frekvencija uzorkovanja od 5 Hz dovoljna da bi se izvršila mjerenja brzine i intenziteta turbulencije sa zadovoljavajućom točnošću [102].

Prema onom što je izneseno u ovom poglavlju može se zaključiti da je osim brzine zraka i intenzitet turbulencije zraka u zoni boravka prostorije ključni parametar koji utječe na pojavu osjećaja propuha. Intenzitet turbulencije može imati širok raspon vrijednosti u zoni boravka pa su tako zabilježene vrijednosti od 20 do 80 %. Iako katalozi nekih proizvođača nude dijagrame za procjenu brzine zraka u zoni strujanja između dvaju difuzora, nikakav model za procjenu intenziteta turbulencije nije prisutan u literaturi. Također nije pronađeno niti jedno istraživanje interakcije nasuprotnih mlazova iz ventilacijskih difuzora koje bi pokazalo da interakcijom nastaje turbulentni mlaz te koje bi ponudilo model za izračunavanje brzine i intenziteta turbulencije u takvom mlazu. Obzirom da u dosadašnjoj praksi projektanti nisu imali na raspolaganju nikakav matematički model za izračunavanje intenziteta turbulencije u zoni boravka te da on ima veliki utjecaj na propuh i pojavljuje se u širokom rasponu vrijednosti, logično je zaključiti da postoji potreba za razvojem matematičkog modela za njegovo određivanje.

3.3 Fenomenologija strujanja uslijed interakcije nasuprotnih radijalnih priljubljenih mlazova

U većem dijelu ovog istraživanja proučavano je strujanje koje nastaje simetričnim sudarom dvaju nasuprotnih priljubljenih radijalnih mlazova. Ovakvom interakcijom nastaje strujanje koje je simetrično u odnosu na ravninu sudara ako su protoci zraka kroz oba difuzora podjednaki te ako su priljubljeni mlazovi radijalno simetrični. Da bi se postigla što bolja radijalna simetričnost priljubljenih mlazova korištene su priključne kutije s vertikalnim priključkom kanala za zrak (kao na slici 3.8).

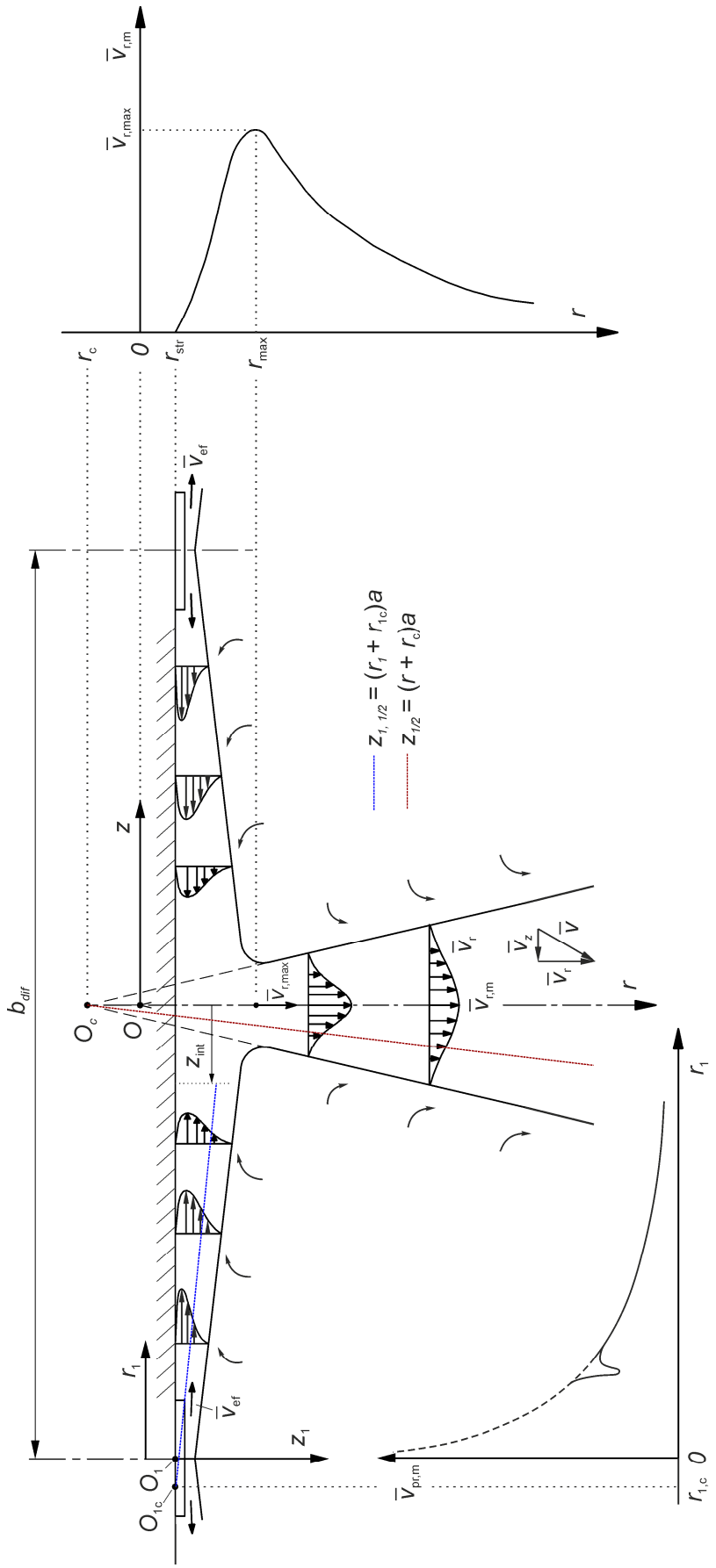


Slika 3.8 Interakcija radijalnih mlazova iz susjednih stropnih difuzora

Horizontalni priključci kanala za zrak na priključnim kutijama češći su u praksi no oni daju radijalni mlaz koji nije u potpunosti radijalno simetričan. U ovom poglavlju govoriti će se o modelu koji će se smatrati savršeno simetričnim dok su u poglavlju 7 prikazani eksperimentalni rezultati nesimetričnog sudara odnosno brzine zraka u spojenom mlazu pri različitim međusobnim orijentacijama horizontalnih priključaka na kutijama susjednih difuzora kako bi se moglo procijeniti odstupanje od simetričnog modela strujanja.

Horizontalnim istrujavanjem zraka iz radijalnog stropnog difuzora nastaje turbulentni mlaz koji se nakon istrujavanja priljubljuje uz strop. Budući da se ploča difuzora odnosno istrujna površina nalazi na relativno maloj udaljenosti od stropa (približno 1 cm) tako je Coanda efekt jedva primjetan i očituje se u porastu brzine na uskom području nedaleko od ruba istrujne ploče (slika 3.9). Nakon priljubljivanja uz strop te s udaljavanjem od difuzora centralna brzina mlaza nastavlja s opadanjem koje je teorijski, kako je pokazano u poglavlju 2.4, obrnuto proporcionalno udaljenosti od osi radijalne simetrije $\overline{v}_{r,m} \sim r^{-1}$. Priljubljeni mlaz promatrati će se u cilindarskom koordinatnom sustavu (r_1, φ_1, z_1) s centrom u O_1 koji se nalazi na osi simetrije mlaza (u centru difuzora) u ravnini stropa te tako z_1 predstavlja udaljenost od stropa.

Centar sličnosti priljubljenog mlaza O_{1c} definiran je linearnim širenjem priljubljenog mlaza $z_{1,\,1/2} = a\left(r_1 + r_{1c}\right)$ gdje je a koeficijent širenja priljubljenog mlaza. Centar sličnosti priljubljenog mlaza ne pojavljuje se točno na osi radijalne simetrije odnosno ne pojavljuje se točno na centru difuzora nego je udaljen od centra difuzora za r_{1c} (slika 3.9). Strujanje priljubljenog mlaza nastavlja se prema zoni interakcije sa susjednim mlazom. Zona interakcije nalazi se u okolini ravnine spajanja $z = 0$ na udaljenosti z_{int} te se očituje prestankom samosličnosti profila brzine priljubljenih mlazova te prestankom njihovog linearnog širenja. U zoni interakcije brzina opada, a tlak poraste te se formira strujanje spojenog mlaza usmjereno vertikalno prema zoni boravka. Spojeni mlaz promatrati će se u cilindarskim koordinatama (r, φ, z) s ishodištem na osi radijalne simetrije spojenog mlaza O koji se nalazi u vertikalnoj ravnini koja prolazi kroz centre dvaju difuzora te na udaljenosti r_{str} iznad stropa. Centar sličnosti spojenog mlaza nalazi se na udaljenosti r_c od osi simetrije odnosno $r_{str} + r_c$ od stropa. Na sjecištu ravnine stropa i ravnine spajanja $z = 0$ nalazi se zaustavna točka u kojoj je teorijska vrijednost brzine jednaka nuli. Porast maksimalne (centralne) brzine s vertikalnim udaljavanjem od zaustavne točke je približno linearan te dostiže maksimum $\overline{v}_{r,\max}$ na udaljenosti $r_{\max}$ od centra sličnosti spojenog mlaza. Svojstva turbulentnog mlaza u spojenom strujanju očituju se međusobnom sličnošću profila brzine na poprečnim presjecima te linearnim širenjem $z_{1/2} = a \cdot \left(r + r_c\right)$ uz koeficijent širenja spojenog mlaza a kojim je definiran položaj centra sličnosti. Nakon interakcije radijalnih priljubljenih mlazova spojeni mlaz nastavlja strujati radijalno međutim ne predstavlja direktni nastavak na priljubljeni mlaz, odnosno njegov centar sličnosti ne može se odrediti rotacijom centra sličnosti priljubljenog mlaza u vertikalnu ravninu spajanja. Radijalni karakter spojenog mlaza dokazan je u jedinom istraživanju [24] koje se do sada bavilo interakcijom nasuprotnih radijalnih priljubljenih mlazova. Samosličnost profila brzine te linearno širenje spojenog mlaza započinju na određenoj udaljenosti od položaja maksimuma $r_{\max}$ prema zoni boravka, dok je ta udaljenost za početak samosličnosti profila intenziteta turbulencije znatno veća. Također opadanje centralne brzine spojenog mlaza $\overline{v}_{r,m}$ započinje s oblikom koji je približno jednak teorijskom $\overline{v}_{r,m} \sim r^{-1}$ na udaljenosti nešto većoj od $r_{\max}$. Ravnina spajanja $z = 0$ nije savršeno stabilna te se ne nalazi cijelo vrijeme na središnjoj udaljenosti između dvaju difuzora $b_{dif}/2$ nego oscilira oko tog položaja.



Slika 3.9 Shema interakcije nasuprotnih radijalnlh priljubljenih mlazova

U ovom istraživanju nije se posvetila pozornost prirodi i frekvenciji ovih oscilacija ali je u istraživanju lokalnog ventilacijskog sustava [105] u kojem bi se mikroklimatski uvjeti u razini glave održavali korištenjem nasuprotnih okruglih mlazova iz dviju ventilacijskih sapnica ustanovljeno da interakcijom dvaju okruglih mlazova nastaje radijalni mlaz sa nestabilnom ravninom spajanja koja mijenja prostorni položaj uzduž simetrale sapnica, frekvencijom od oko 0,5 do 2,5 Hz, koja ovisi o Reynoldsovom broju na otvoru sapnice.
Pri razvoju matematičkog modela će se spojeni mlaz promatrati kao slobodni radijalni mlaz te će se rješavati primjenom Reynoldsovih vremenski osrednjenih Navier Stokesovih jednadžbi za turbulentno strujanje koje se za cilindarske koordinate izvode u slijedećem poglavlju.

3.4 Reynoldsove vremenski osrednjene jednadžbe za turbulentno strujanje

U razvijenom turbulentnom strujanju sve veličine pokazuju slučajne pulsacije u širokom spektru frekvencija (gledano vremenski) i u širokom spektru valnih duljina (gledano prostorno). Budući da kod turbulentnog strujanja od inženjerskog interesa nisu trenutne nego prosječne vrijednosti veličina danas se najčešće koristi Reynoldsovo vremensko osrednjavanje jednadžbi. Osnovne jednadžbe dinamike fluida temelje se na zakonima održanja: mase, količine gibanja i energije. Zakon očuvanja mase za vremenski osrednjeno, nestlačivo, osno simetrično strujanje $\left(\partial/\partial\varphi = 0\right)$ u cilindarskom koordinatnom sustavu r, z, φ glasi

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\overline{v}_r\right) + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} = 0\,. \tag{3.5}$$

Gornji izraz se još naziva jednadžbom kontinuiteta te je dobiven vremenskim osrednjavanjem jednadžbe kontinuiteta za ukupno strujanje pri čemu je ukupno strujanje jednako zbroju vremenski osrednjenog i pulsirajućeg strujanja. Zakon održanja količine gibanja koristi se u obliku Navier-Stokesovih jednadžbi koje se uz pretpostavku nestlačivog strujanja i konstantne dinamičke viskoznosti te zanemarenje obujamnih sila glase

$$\rho\dot{\mathbf{v}} = -\nabla p + \mu\nabla^2\mathbf{v} \tag{3.6}$$

Iz gornje jednadžbe slijedi jednadžba gibanja u smjeru *r* koja u cilindarskom sustavu glasi

$$\frac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{v_\varphi}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \varphi}-\frac{{v_\varphi}^2}{r}+v_z\frac{\partial v_r}{\partial z}= \\ -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}+\nu_{lam}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_r}{\partial {v_\varphi}^2}+\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}-\frac{v_r}{r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi}\right] \tag{3.7}$$

gdje je $\nu_{lam}=\mu_{lam}/\rho$ koeficijent dinamičke viskoznosti fluida. Da bi se dobio vremenski osrednjen oblik gornje jednadžbe koja predstavlja ukupno strujanje, potrebno je sve vremenski promjenjive veličine prikazati zbrojem vremenski osrednjene vrijednosti i pulsirajućeg dijela te izvršiti vremensko osrednjavanje ukupnog strujanja. Obzirom da se u literaturi uglavnom pojavljuju oblici osrednjene jednadžbe gibanja u kojima je pretpostavljena konstantna turbulentna viskoznost $\nu_t=\text{konst.}$ te da se u ovom istraživanju koriste različiti oblici vremenski osrednjene jednadžbe gibanja u smjeru r kod kojih se pretpostavlja $\nu_t\neq\text{konst.}$, u nastavku će se ukratko prikazati izvod punog oblika ove jednadžbe te pojednostavljeni oblici u slučaju kada se usvajaju aproksimacije graničnog sloja. Prikazom trenutnih vrijednosti veličina zbrojem vremenski osrednjene vrijednosti i pulsirajućeg dijela gornja jednadžba prelazi u

$$\frac{\partial\left(\overline{v}_r+v_r'\right)}{\partial t}+\left(\overline{v}_r+v_r'\right)\frac{\partial\left(\overline{v}_r+v_r'\right)}{\partial r}+\frac{\left(\overline{v}_\varphi+v_\varphi'\right)}{r}\frac{\partial\left(\overline{v}_r+v_r'\right)}{\partial \varphi} \\ -\frac{\left(\overline{v}_\varphi+v_\varphi'\right)^2}{r}+\left(\overline{v}_z+v_z'\right)\frac{\partial\left(\overline{v}_r+v_r'\right)}{\partial z}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\overline{p}+p'\right)}{\partial r} \\ +\nu_{lam}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\left(\overline{v}_r+v_r'\right)}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\left(\overline{v}_r+v_r'\right)}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2\left(\overline{v}_r+v_r'\right)}{\partial z^2}-\frac{\left(\overline{v}_r+v_r'\right)}{r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial\left(\overline{v}_\varphi+v_\varphi'\right)}{\partial \varphi}\right] \tag{3.8}$$

Vremenskim osrednjavanjem gornje jednadžbe uz pridržavanje pravila osrednjavanja te dodavanjem jednadžbe kontinuiteta za pulsirajuće strujanje

$$v_r'\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}rv_r'+\frac{1}{r}\frac{\partial v_\varphi'}{\partial \varphi}+\frac{\partial v_z'}{\partial z}\right)=0 \tag{3.9}$$

lijevoj strani jednadžbe dobiva se jednadžba količine gibanja za osrednjeno strujanje u smjeru r koja glasi

$$\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial t}+\overline{v}_r\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}+\frac{\overline{v}_\varphi}{r}\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial \varphi}-\frac{{\overline{v}_\varphi}^2}{r}+\overline{v}_z\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}+\frac{\partial\overline{v_r'^2}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\overline{v_r'v_\varphi'}}{\partial \varphi}+\frac{\partial\overline{v_r'v_z'}}{\partial z}+\frac{\overline{v_r'^2}-\overline{v_\varphi'^2}}{r}= \\ -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial r}+\nu_{lam}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\overline{v}_r}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2\overline{v}_r}{\partial z^2}-\frac{\overline{v}_r}{r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial\overline{v}_\varphi}{\partial \varphi}\right]. \tag{3.10}$$

Članovi koji sadrže pulsirajuće komponente brzine u jednadžbi (3.10) nazivaju se Reynoldsovim turbulentnim naprezanjima koja se mogu modelirati modificiranom hipotezom Boussinesqa

$$-\overline{v_i' v_j'} = 2D_{ij}\nu_t - \frac{2}{3}\bar{k}\,\delta_{ij} \tag{3.11}$$

gdje je $\bar{k}$ vremenski osrednjena kinetička energija turbulencije, ν_t koeficijent turbulentne viskoznosti i D_{ij} tenzor brzine deformacije. Gornji izraz se temelji na pretpostavci o analogiji turbulentnih naprezanja s viskoznim naprezanjima te su analogno Newtonovom zakonu viskoznosti stavljena turbulentna naprezanja u linearnu vezu sa tenzorom brzine deformacije i koeficijentom turbulentne viskoznosti. Član s kinetičkom energijom turbulencije dodan je s ciljem zadovoljavanja jednadžbe u slučaju kontrakcije indeksa. Razvijeni oblik sustava jednadžbi (3.11) daje devet članova tenzora turbulentnih (Reynoldsovih) naprezanja koji u cilindarskom sustavu imaju oblik

$$\begin{aligned}
&-\overline{v_r'^2} = 2\nu_t\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r} - \frac{2}{3}\bar{k}\,\delta_{ij}\ , && -\overline{v_r' v_\varphi'} = -\overline{v_\varphi' v_r'} = \nu_t\left(r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\bar{v}_\varphi}{r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial\varphi}\right),\\
&-\overline{v_\varphi'^2} = 2\nu_t\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\bar{v}_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\bar{v}_r}{r}\right) - \frac{2}{3}\bar{k}\,\delta_{ij}, && -\overline{v_z' v_\varphi'} = -\overline{v_\varphi' v_z'} = \nu_t\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial\varphi} + \frac{\partial\bar{v}_\varphi}{\partial z}\right),\\
&-\overline{v_r' v_z'} = -\overline{v_z' v_r'} = \nu_t\left(\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial\bar{v}_z}{\partial r}\right), && -\overline{v_z'^2} = 2\nu_t\frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\bar{k}\,\delta_{ij}\,.
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Supstitucijom Reynoldsovih naprezanja modeliranih prema hipotezi Boussinesqa (3.12) u jednadžbu gibanja za osrednjeno strujanje (3.10) te dodavanjem jednadžbe kontinuiteta u obliku

$$\nu\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\bar{v}_r\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial\bar{v}_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial\bar{v}_z}{\partial z}\right) = 0 \tag{3.13}$$

desnoj strani jednadžbe (3.10) može se dobiti oblik

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial t} + \bar{v}_r\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r} + \frac{\bar{v}_\varphi}{r}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial\varphi} - \frac{\bar{v}_\varphi^{\,2}}{r} + \bar{v}_z\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\bar{p}}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z}\left[\nu_{ef}\left(\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial\bar{v}_z}{\partial r}\right)\right] +\\
&\quad\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\nu_{ef}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial r}\right) - 2\nu_{ef}\frac{\bar{v}_r}{r_2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\nu_{ef}\frac{\partial\bar{v}_r}{\partial\varphi}\right) - \frac{2\nu_{ef}}{r^2}\frac{\partial\bar{v}_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\nu_{ef}\frac{\partial\bar{v}_\varphi}{\partial\varphi}\right)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

gdje je $\nu_{ef} = \nu_{lam} + \nu_t$ efektivna viskoznost. Kod turbulentnih strujanja pri visokom *Re* broju molekularna viskoznost je zanemariva u odnosu na turbulentnu pa se može pisati $\nu_{ef} = \nu_t$. Primjena dobivenog izraza na strujanje radijalnog turbulentnog mlaza u ovom istraživanju uključuje slijedeće pretpostavke: strujanje će se promatrati kao kvazistacionarno te se zanemaruje član lokalne derivacije brzine po vremenu, mlaz je aksijalno simetričan te vrijedi $\overline{v}_\varphi = 0$ i $\partial / \partial \varphi = 0$, promjena tlaka u smjeru glavnog strujanja turbulentnog mlaza je zanemariva kao što je rečeno u poglavlju 2. Kada se ove pretpostavke primijene na jednadžbu (3.14) dobiva se

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left[\nu_t \left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r}\right)\right] + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\nu_t \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r}\right) - 2\nu_t \frac{\overline{v}_r}{r^2}. \tag{3.15}$$

Primjena Prandtlovih pretpostavki graničnog sloja, koje se redovito uzimaju u obzir pri istraživanjima turbulentnog mlaza, temelji se na dugačkom i uskom obliku strujanja kod kojeg se promjene brzine u glavnom smjeru strujanja mogu zanemariti u odnosu na promjene u poprečnom smjeru. Uzimajući u obzir ove pretpostavke, analizom reda veličine pojedinih članova u jednadžbi (3.15) ona prelazi u Prandtlov oblik

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_{t,1} \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z}\right). \tag{3.16}$$

Ovim pojednostavljenjima graničnog sloja pri kojoj je jednadžba (3.15) prešla u (3.16), zapravo je pokazano da su sve parcijalne derivacije turbulentnih naprezanja zanemarive u odnosu na $\partial \overline{v_r' v_z'} / \partial z$ te se (3.16) također može pisati u obliku

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} = -\frac{\partial \overline{v_r' v_z'}}{\partial z} \tag{3.17}$$

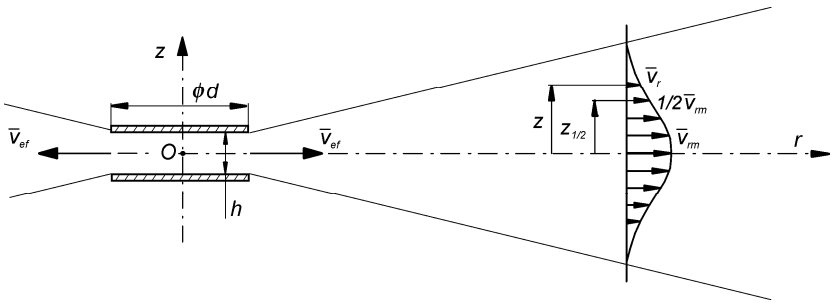
S obzirom da se u ovom istraživanju pokazalo da je primjena pretpostavki graničnog sloja na spojeni mlaz koji je pokazao puno veći koeficijent širenja u odnosu na klasični mlaz upitna, koristiti će se vremenski osrednjene jednadžbe gibanja dobivene primjenom pretpostavki graničnog sloja (3.16),(3.17) i bez njih (3.15), te jednadžba kontinuiteta (3.8). Neki autori poput [13], [14] i [36] pretpostavljaju konstantnu vrijednost koeficijenta turbulentne viskoznosti mlaza te u tom slučaju (3.16) prelazi u jednostavniji oblik

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} = \nu_{t,1} \frac{\partial^2 \overline{v}_r}{\partial z^2}. \tag{3.18}$$

4 Nova rješenja osrednjenog strujanja turbulentnog aksijalno - simetričnog mlaza

4.1 Osvrt na Huntovo rješenje za radijalni mlaz

Hunt [13] je istraživao strujanje turbulentnog i laminarnog radijalnog mlaza te je analogno Schlichtingovom [14] rješenju za ravninski i okrugli oblik turbulentnog mlaza, izveo rješenje za radijalni mlaz. Ovo je jedino analitičko rješenje strujanja radijalnog mlaza pronađeno u literaturi. U ovom poglavlju će se ukratko prikazati Huntov izvod za osrednjeno strujanje radijalnog mlaza te će se dodatno izvesti izrazi za koeficijent turbulentne viskoznosti i Reynoldsovo naprezanje koji slijede iz ovog rješenja, a koje sam autor nije prikazao.



Slika 4.1 Radijalni mlaz

Prema Prandtlovom modelu turbulentne viskoznosti, koji se temelji na analogiji s molekularnom viskoznošću, turbulentna viskoznost razmjerna je gustoći fluida, duljini puta miješanja čestica fluida u turbulentnom strujanju l_m i karakterističnoj brzini turbulentnih pulsacija v_t te se može pisati:

$$\mu_t = \rho l_m v_t \qquad \text{odnosno} \qquad \nu_t = l_m v_t \,. \tag{4.1}$$

S obzirom da je karakteristična brzina turbulentnih pulsacija proporcionalna centralnoj brzini mlaza $\bar{v}_{r,m}$ a duljina puta miješanja čestica širini mlaza b [14] i [36], može se pisati

$$\nu_t = \kappa b v_{r,m} \tag{4.2}$$

gdje je κ empirijska konstanta. Očuvanje kinematičkog protoka količine gibanja u glavnom smjeru strujanja mlaza može se izraziti jednadžbom

$$j = 4\pi r \int_0^\infty \bar{v}_r^2 dz = const. \tag{4.3}$$

iz koje slijedi proporcionalnost

$$j \sim br\overline{v}_{r,m}^2 . \tag{4.4}$$

S obzirom da uslijed linearnog širenja mlaza vrijedi $b \sim r$, iz (4.4) slijedi

$$\overline{v}_{r,m} \sim \frac{\sqrt{j}}{r} . \tag{4.5}$$

Konačno se iz (4.2) i (4.5) može zaključiti da je turbulentna viskoznost radijalnog mlaza konstantna

$$\nu_t = \kappa b\overline{v}_{r,m} \sim r^0 = \text{konst.}$$

Hunt [13] je za pad centralne brzine mlaza pretpostavio

$$\overline{v}_{r,m} = \overline{v}_{ef}\left(\frac{r}{r_0}\right)^{-1}, \tag{4.6}$$

gdje je r_0 neka karakteristična duljina koja predstavlja mjerilo za varijablu r. Iz gornje jednadžbe se vidi da autor pretpostavlja da se centar sličnosti O nalazi na osi radijalne simetrije mlaza kako je prikazano na slici (4.1). Uz konstantnu vrijednost turbulentne viskoznosti i Prandtlove pretpostavke graničnog sloja, jednadžba kontinuiteta i jednadžba gibanja za vremenski osrednjeno strujanje u cilindarskim koordinatama imaju oblik (3.5) i (3.18). Schlichting [14] ovim dvama jednadžbama dodaje još strujnu funkciju $\psi(r,z)$ kod koje vrijedi

$$\overline{v}_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z} \qquad \text{i} \qquad \overline{v}_z = -\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}, \tag{4.7}$$

te koja zadovoljava jednadžbu kontinuiteta. Strujna funkcija koristi se za integraciju jednadžbe količine gibanja te se supstitucijom (4.7) u (3.18) dobiva

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) - \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) = \nu_t\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right). \tag{4.8}$$

Da bi se primijenilo rješenje prema modelu samosličnosti u zoni razvijenog strujanja definira se bezdimenzijska kompozitna varijabla $\eta = z/z_{1/2} = z/ar$ čijom primjenom u obliku $z = ar\eta$ strujna funkcija prelazi u oblik $\psi(r, ar\eta)$, a primjenom pravila o deriviranju složenih funkcija iz (4.7) slijedi

$$\overline{v}_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial z} = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{1}{ar} \tag{4.9}$$

Prema pretpostavci o sličnom rješenju turbulentnog mlaza, brzina $\overline{v}_r$ u bezdimenzijskom obliku je funkcija samo kompozitne varijable η te se može pretpostaviti ovisnost

$$\overline{v}_r = \overline{v}_{rm}\frac{\partial f}{\partial\eta} = \overline{v}_{rm} f', \tag{4.10}$$

gdje je f dio strujne funkcije koji ovisi samo o varijabli η, a f' derivacija tog dijela strujne funkcije koja označava bezdimenzijski profil brzine. Usporedbom prethodna dva izraza slijedi

$$\frac{\partial\psi}{\partial\eta}\frac{1}{ar^2} = \overline{v}_{rm}\frac{\partial f}{\partial\eta},$$

čijom integracijom po η slijedi veza između ψ i f

$$\psi(\eta) = ar^2\overline{v}_{rm} f(\eta) \tag{4.11}$$

Razdioba brzine $\overline{v}_z$ može se iz (4.7) i (4.11) izraziti u obliku

$$\overline{v}_z = a\overline{v}_{rm}\left(\eta f' - 2f\right). \tag{4.12}$$

Uvrštavanjem (4.11) u jednadžbu gibanja (4.8) može se dobiti obična diferencijalna jednadžba

$$\left(\frac{\nu_t}{a^2\overline{v}_{rm}r}\right) f''' + ff'' + \left(f'\right)^2 = 0. \tag{4.13}$$

Rubni uvjeti strujanja radijalnog mlaza

$$z = 0: \qquad \overline{v}_z = 0, \qquad \partial\overline{v}_r/\partial z = 0; \qquad z = \infty: \qquad \overline{v}_r = 0$$

uvođenjem bezdimenzijske varijable η i funkcije f uz (4.10) i (4.12) prelaze u

$$\eta = 0: \qquad f'' = 0, \qquad f = 0; \qquad \eta = \infty: \qquad f' = 0. \tag{4.14}$$

Budući da ν_t prema (4.1) sadrži slobodnu konstantu κ, može se pojednostaviti jednadžba (4.13) odabirom

$$\frac{\nu_t}{a^2\overline{v}_{rm}r} = \frac{1}{2}, \tag{4.15}$$

te je uz ovu pretpostavku rješenje (4.13) uz rubne uvjete (4.14) dato u obliku $f(\eta) = \tanh(\eta)$. Uz ovo rješenje brzina u radijalnom smjeru (4.10) prelazi u oblik

$$\overline{v}_{\mathrm{r}} = \overline{v}_{rm} \operatorname{sech}^2(\eta). \tag{4.16}$$

Iz (4.2) i (4.17) može se dobiti relacija između $\overline{v}_{rm}$ i j:

$$\overline{v}_{rm} = \sqrt{\frac{3j}{8\pi a}} \frac{1}{r} \tag{4.17}$$

te se supstitucijom ovog izraza u (4.16) dobiva

$$\overline{v}_{\mathrm{r}} = \sqrt{\frac{3j}{8\pi a}} \frac{1}{r} \operatorname{sech}^2(\eta) \tag{4.18}$$

Dalje se iz jednadžbi (4.15) i (4.17) može dobiti turbulentna viskoznost u obliku

$$\nu_t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3ja^3}{8\pi}} = const. \tag{4.19}$$

Izraz (4.19) predstavlja jedini model turbulentne viskoznosti radijalnog mlaza koji je pronađen u literaturi. Da bi se Huntovo rješenje (4.19) usporedilo sa novim rješenjima turbulentne viskoznosti radijalnog mlaza datim u poglavljima 4.3 i 4.41 turbulentna viskoznost će se izraziti u bezdimenzijskom obliku te se dijeljenjem (4.19) i (4.17) dobiva

$$\frac{\nu_t}{\overline{v}_{\mathrm{rm}} z_{1/2}} = 0{,}5a \ . \tag{4.20}$$

Huntovo rješenje omogućuje određivanje smičnog turbulentnog naprezanja koje je prema hipotezi Bousinessqa uz pretpostavke graničnog sloja određeno izrazom

$$-\overline{v_z' v_r'} = \nu_t \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} \tag{4.21}$$

te se supstitucijom brzine prema (4.16) u gornji izraz dobiva

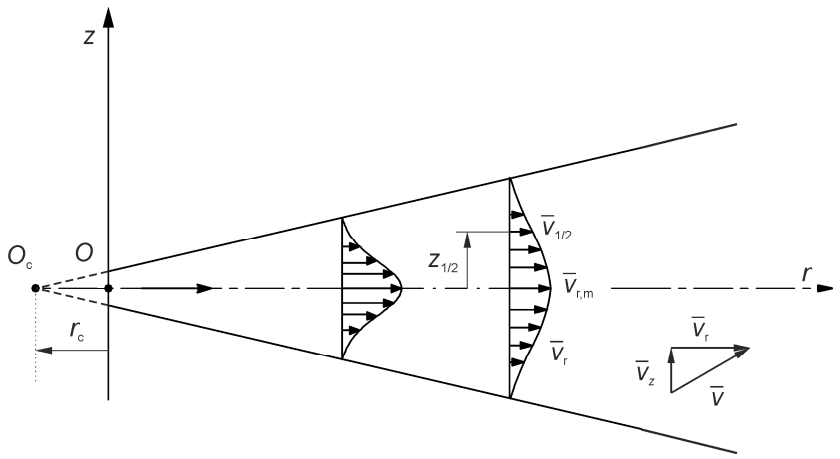
$$\frac{\overline{v_r' v_z'}}{v_{rm}^2} = a \cdot \operatorname{sech}^2(\eta) \tanh(\eta). \tag{4.22}$$

Može se primijetiti da Huntovo približno rješenje za radijalni mlaz uključuje relativno veliki broj pretpostavki, što je bilo neophodno obzirom da se tražilo analitičko rješenje za problem turbulentnog strujanja. Pretpostavke o konstantnoj turbulentnoj viskoznosti i primjenjivosti Prandtlovih zanemarenja graničnog sloja znatno pojednostavljuju jednadžbu gibanja. Prandtlova zanemarenja graničnog sloja obično se primjenjuju u istraživanju klasičnog turbulentnog mlaza koji ima mali koeficijent širenja te su promjene komponenti brzine u

smjeru glavnog strujanja zanemarive u odnosu na one u poprečnom smjeru. Međutim u slučaju spojenog mlaza koeficijent širenja nešto je veći te je primjenjivost ovakvih pretpostavki upitna kao što je pokazano u poglavljima 4.2 i 4.4. Pretpostavke da je κ slobodna konstanta te da vrijedi izraz (4.15) očito su donesene da bi diferencijalna jednadžba (4.13) imala egzaktno rješenje u algebarskom obliku. Također se u eksperimentalnim mjerenjima pokazalo da jednadžba (4.6) ne predstavlja dobru aproksimaciju pada centralne brzine nego je ovoj jednadžbi potrebno dodati faktor kao što je koeficijent pada centralne brzine K_1 o kojem je bilo govora u poglavlju 2. Ovako velik broj pretpostavki i zanemarenja u Huntovom modelu umanjuje vjerojatnost točnog rješenja. Za razliku od Huntovog modela koji u svrhu rješavanja jednadžbe gibanja uzima dodatnu pretpostavljenu jednadžbu strujnice i $\nu_t = \text{konst.}$, novo rješenje strujanja radijalnog mlaza temelji se na pretpostavci poznavanja razdiobe brzine u glavnom smjeru strujanja. Već je u relativno velikom broju eksperimentalnih istraživanja, kao što su [25, 48, 57-62, 64-70, 74] pokazano da Gaussova funkcija, odnosno jednadžba (2.6) predstavlja najbolju aproksimaciju brzine u glavnom smjeru strujanja od svih predloženih izraza, kako za okrugli i ravninski tako i za radijalni mlaz. Iz ovog razloga u analitičkom rješenju za radijalni mlaz korištenjem poznate razdiobe radijalne komponente brzine koju dobivamo iz eksperimentalnih rezultata (mjerenjem koeficijenta širenja), umjesto pretpostavljene strujne funkcije, umanjujemo broj pretpostavki u odnosu na Huntovo rješenje. Također, novo rješenje turbulentnog radijalnog mlaza ne pretpostavlja konstantnu turbulentnu viskoznost po poprečnom presjeku mlaza nego nalazi funkciju $\nu_t(\eta)$. Na sličan način je, pretpostavkom Gaussove funkcije za razdiobu brzine u glavnom smjeru strujanja, integrirana jednadžba kontinuiteta i jednadžba gibanja za strujanje okruglog i ravninskog mlaza uz pretpostavke graničnog sloja u [4] o čemu će biti više riječi u poglavlju 4.4. Budući da se pokazalo da spojeni radijalni mlaz ima relativno veliki koeficijent širenja te Prandtlova zanemarenja derivacija brzine u glavnom smjeru strujanja postaju upitna, izvesti će se rješenje u slučaju kada su Prandtlova zanemarenja moguća (za mlaz u klasičnom smislu riječi) i u slučaju kada nisu moguća (za spojeni mlaz) da bi se moglo usporediti ova dva slučaja. Sličan pristup rješavanju mlaza pretpostavkom funkcije srednje brzine bio je primjenjen u nekim ranijim istraživanjima kao [105], [107] u svrhu verificiranja eksperimentalnih rezultata Reynoldsovih naprezanja. Međutim ovi autori nisu istražili sve mogućnosti analitičkog rješenja niti su prikazali i diskutirali izvedene izraze, vjerovatno iz razloga što je glavni cilj ovih istraživanja bio da se verificiraju mjerenja.

4.2 Razdioba brzine zraka u radijalnom mlazu

Iako se u većini istraživanja turbulentnog mlaza istražuje samo komponenta brzine u glavnom smjeru strujanja zato što je ona dominantna u zoni uz centralnu ravninu, komponenta okomita na glavni smjer strujanja (poprečna komponenta) raste prema rubu mlaza te na određenoj udaljenosti od centralne ravnine postaje veća od komponente u glavnom smjeru strujanja. Projektanti sustava klimatizacije za procjenu propuha u zoni boravka prostorije najčešće određuju brzinu zraka na centralnoj ravnini (osi) mlaza zato što ona predstavlja maksimalnu vrijednost brzine na poprečnom presjeku mlaza. Međutim intenzitet turbulencije kao drugi važan utjecajni parametar na osjećaj propuha ne pokazuje maksimalne vrijednosti na centralnoj ravnini mlaza nego na određenoj udaljenosti od centralne ravnine. Također osjećaj propuha ovisi o ukupnoj vrijednosti brzine a ne samo o vrijednosti jedne komponente. Iz ovog razloga potrebno je istražiti razdiobu obiju komponenti brzine dvodimenzijskog mlaza da bi se poznavao iznos ukupne brzine na cijelom poprečnom presjeku kako bi se ukupna brzina i intenzitet turbulencije mogli koristiti za ocjenu propuha odnosno izračun PD indeksa. Također, izračun intenziteta turbulencije temeljiti će se na izračunu kinetičke energije turbulencije koja će se određivati iz transportne jednadžbe kinetilke energije turbulencije što će također zahtijevati poznavanje funkcijske razdiobe obiju komponenti brzine u radijalnom mlazu. Pad brzine na centralnoj ravnini $z = 0$ može se aproksimirati jednadžbom pada (2.16).



Slika 4.2 Radijalni slobodni mlaz u cilindarskom koordinatnom sustavu (r, z, φ)

Ako se pretpostavi da je pad centralne brzine proporcionalan udaljenosti od centra sličnosti $r + r_c$ tad (2.16) prelazi u

$$\frac{\overline{v}_{r,m}}{\overline{v}_{ef}} = K_1 \frac{\sqrt{A_{ef}}}{\left(r + r_c\right)}. \tag{4.23}$$

S obzirom da koeficijent pada centralne brzine K_1, mjerilo dužine $\sqrt{A_{ef}}$ i mjerilo brzine $\overline{v}_{ef}$ predstavljaju veličine neovisne o koordinatama r i z, u ovoj analizi ih se može predstaviti konstantom $c_{rm1} = v_{ef} K_1 \sqrt{A_{ef}} = \text{konst.}$ te se gornja jednadžba može pisati u obliku

$$\overline{v}_{r,m} = c_{rm1} \left(r + r_c \right)^{c_{rm2}} \tag{4.24}$$

gdje je eksponent pada centralne brzine c_{rm2} teorijski jednak -1. Dalje se bezdimenzijski profil brzine u glavnom smjeru strujanja može aproksimirati Gaussovom funkcijom prema obliku (2.6)

$$\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{r,m}} = \mathrm{e}^{-c\eta^2} = f\left(\eta\right) \tag{4.25}$$

gdje je konstanta $c = \ln\left(2\right)$, η bezdimenzijska kompozitna varijabla $\eta = z / z_{1/2}$ a linearno širenje mlaza je definirano preko udaljenosti $z_{1/2}$ i koeficijenta širenja a pravcem $z_{1/2} = a\left(r + r_c\right)$. Iz definicije η slijede parcijalne derivacije

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = -\frac{\eta}{\left(r + r_c\right)} \qquad \text{i} \qquad \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{1}{a\left(r + r_c\right)}. \tag{4.26}$$

Iz (4.24) i (4.25) slijedi

$$\overline{v}_r = \overline{v}_{r,m} f\left(\eta\right) = c_{rm1} \left(r + r_c\right)^{c_{rm2}} e^{-c\eta^2}. \tag{4.27}$$

Poprečna komponenta brzine $\overline{v}_z$ može se naći integracijom jednadžbe kontinuiteta (3.5)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\overline{v}_r\right) + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} = 0$$

uz poznavanje razdiobe komponente $\overline{v}_r$ prema (4.27) odnosno (4.24) i (4.25). Derivacijom prvog člana gornje jednadžbe kontinuiteta i supstitucijom (4.27) dobiva se

$$\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} = -\frac{\overline{v}_{r,m} f\left(\eta\right)}{r} - f\left(\eta\right)\frac{d\overline{v}_{r,m}}{dr} - \overline{v}_{r,m}\frac{\partial f\left(\eta\right)}{\partial r} \tag{4.28}$$

Član na lijevoj strani gornje jednadžbe može se transformirati na slijedeći način

$$\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} = \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial \eta} \cdot \frac{1}{a\left(r + r_c\right)} = \frac{\partial \overline{v}_z}{z_{1/2}\partial \eta}$$

te uz ovu transformaciju jednadžba (4.28) prelazi u

$$\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial \eta} = -z_{1/2} \frac{\overline{v}_{r,m} f(\eta)}{r} - z_{1/2} f(\eta) \frac{d\overline{v}_{r,m}}{dr} - z_{1/2} \overline{v}_{r,m} \frac{\partial f(\eta)}{\partial r}. \tag{4.29}$$

odnosno

$$\overline{v}_z = -\frac{z_{1/2} \overline{v}_{r,m}}{r} \int_0^t f(\eta) d\eta - z_{1/2} \frac{d\overline{v}_{r,m}}{\partial r} \int_0^t f(\eta) d\eta - z_{1/2} \overline{v}_{r,m} \int_0^t \frac{\partial f(\eta)}{\partial r} d\eta .$$

Integracijom gornjeg izraza uz $f(\eta) = \mathrm{e}^{-c\eta^2}$ dobiva se

$$\overline{v}_z = -a c_{rm1} (r + r_c)^{crm2} \left[\left(\frac{r + r_c}{r} + c_{rm2} + 1 \right) \sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \eta \cdot e^{-c\eta^2} \right]. \tag{4.30}$$

Bezdimenzijski oblik poprečne komponente brzine dobiva se dijeljenjem mjerilom brzine $\overline{v}_{r,m}$

$$\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{r,m}} = -a \left[\left(\frac{r + r_c}{r} + c_{rm2} + 1 \right) \sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \eta \cdot e^{-c\eta^2} \right]. \tag{4.31}$$

Vidi se da je ovaj bezdimenzijski oblik funkcijski ovisan o neovisnoj varijabli *r* što znači da ne zadovoljava uvjet samosličnosti strujanja. Da bi profili $\overline{v}_z / \overline{v}_{r,m}$ bili međusobno slični potrebno je da brzina u izrazu (4.31) bude ovisna samo o kompozitnoj varijabli η. Ovaj uvjet bi bio zadovoljen kada bi eksponent pada centralne brzine bio jednak teorijskoj vrijednosti $c_{rm2} = -1$ te kada bi vrijedilo $r_c \approx 0$, odnosno kada bi se položaj centra sličnosti poklapao sa osi radijalne simetrije $O_c \equiv O$. Ovaj uvjet samosličnosti strujanja $r_c \approx 0$ je jedinstven za radijalni oblik mlaza te je na nešto drugačiji način također izveden u [108]. Također se ovaj uvjet poklapa sa zakjučkom iz poglavlja 2.4 da je centralnu brzinu mlaza točnije računati na udaljenosti od centra simetrije nago od udaljenosti od centra sličnosti. Ako se pretpostavi da su uvjeti $c_{rm2} = -1$ i $r_c \approx 0$ zadovoljeni izraz (4.31) prelazi u

$$\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{r,m}} = a \left(\eta \cdot e^{-c\eta^2} - \sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) \right). \tag{4.32}$$

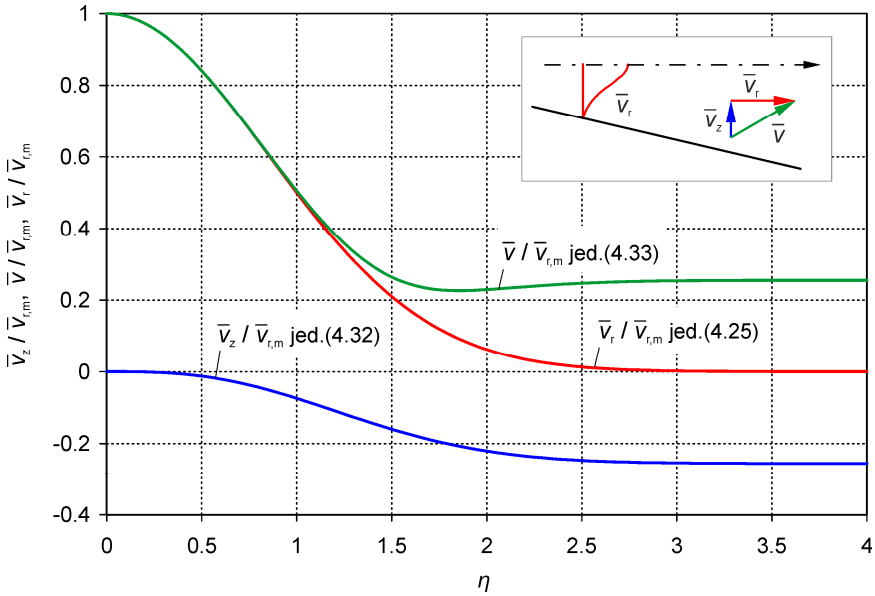
Oblik (4.32) je ovisan samo o kompozitnoj bezdimenzijskoj varijabli η te zadovoljava uvjet samosličnosti. Ukupna brzina u bezdimenzijskom obliku se može dobiti iz

$$\frac{\overline{v}}{\overline{v}_{r,m}} = \sqrt{\left(\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{r,m}}\right)^2 + \left(\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{r,m}}\right)^2}$$

te se iz gornje jednadžbe uz (4.25) i (4.32) dobiva

$$\frac{\overline{v}}{\overline{v}_{r,m}} = \sqrt{a^2\left[\sqrt{\frac{\pi}{4c}}erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \eta \cdot e^{-c\eta^2}\right]^2 + e^{-2c\eta^2}} \ . \tag{4.33}$$

Budući da $\overline{v}_r / \overline{v}_{r,m}$ i $\overline{v}_z / \overline{v}_{r,m}$ prema (4.25) i (4.32) ovise samo o η tako je i ukupna vrijednost brzine u bezdimenzijskom obliku (4.33) ovisna samo o η te također zadovoljava uvjet samosličnosti. Slika 4.3 prikazuje razdiobu komponenata brzine i ukupne vrijednosti brzine na poprečnom presjeku mlaza. Komponenta u glavnom smjeru strujanja $\overline{v}_r$ dominira u središnjem dijelu uz simetralnu ravninu te opada prema rubu mlaza i teži u $\overline{v}_r \to 0$ kada $\eta \to 0$.



Slika 4.3 Razdioba bezdimenzijske brzine na poprečnom presjeku radijalnog mlaza pri a = 0,24

Na simetralnoj ravnini $\eta = 0$ poprečna komponenta jednaka je $\overline{v}_z = 0$ te njezin intenzitet kontinuirano raste prema rubu mlaza odnosno uz $\eta \to \infty$. Iz (4.32) se može dobiti vrijednost kojoj asimptotski teži $\overline{v}_z / \overline{v}_{r,m}$

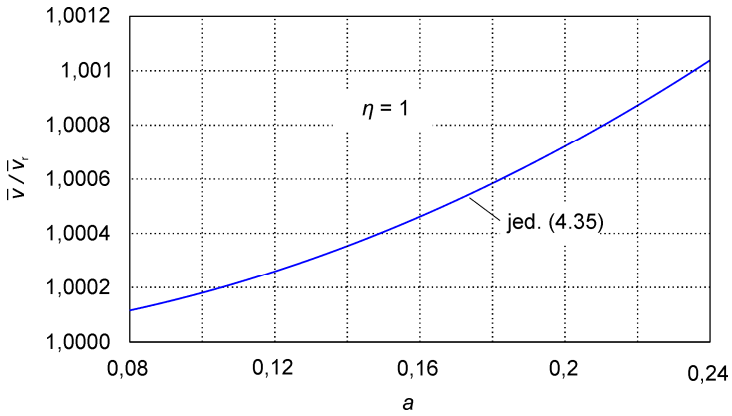
$$\eta \to \infty: \qquad \frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{r,m}} \to a\sqrt{\frac{\pi}{4c}}\ , \ \text{odnosno uz } c = \ln(2) \text{ slijedi}$$

$$\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{r,m}} \to 1{,}0645a\,. \tag{4.34}$$

Vidi se da ova vrijednost isključivo ovisi o koeficijentu širenja te mu je približno jednaka. Smjer komponente $\overline{v}_z$ je u cijelom području η negativan odnosno suprotno usmjeren porastu koordinate η što znači da mlaz po cijelom presjeku usisava zrak iz okoline što nije slučaj kod okruglog mlaza (slika 4.12). Ukupna brzina $\overline{v}$ na simetralnoj ravnini $\eta = 0$ jednaka je komponenti u glavnom smjeru strujanja $\overline{v} = \overline{v}_{r,m}$ dok pri $\eta \to \infty$: $\overline{v} \to \overline{v}_z$. Jednadžbama (4.25), (4.32) i (4.33) definirane su razdiobe komponenata brzine te ukupne brzine u radijalnom mlazu. Iz ovih jednadžbi se vidi da je za poznavanje polja brzine potrebno eksperimentalno odrediti koeficijent širenja mlaza *a*. U ovom istraživanju se za mjerenje brzine zraka koristi anemometar s toplom sferom koji mjeri samo ukupnu vrijednost brzine $\overline{v}$ te se komponente $\overline{v}_z$ i $\overline{v}_r$ određuju indirektno na temelju jednadžbi (4.25) i (4.32). Drugim riječima eksperimentalno se određuje koeficijent širenja temeljem mjerenja ukupne brzine $\overline{v}$ odnosno određivanja lokacije $z_{1/2}$ na temelju izmjerene brzine $\overline{v}_{1/2} = 1/2\overline{v}_{r,m}$. Kolika pogreška se čini određivanjem koeficijenta širenja na ovaj način može se procijeniti preko omjera $\overline{v}/\overline{v}_r$ u točki $z = z_{1/2}$ odnosno $\eta = 1$. Dijeljenjem (4.33) s (4.25) se može dobiti

$$\frac{\overline{v}}{\overline{v}_r} = \sqrt{a^2\left[e^{c\eta^2}\sqrt{\frac{\pi}{4c}}erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \eta\right]^2 + 1}\,. \tag{4.35}$$

Iz jednadžbe se vidi kako omjer $\overline{v}/\overline{v}_r$ dominantno ovisi o koeficijentu širenja *a* te je ova ovisnost u $\eta = 1$ prikazana na slici 4.4.



Slika 4.4 Procjena omjera $\overline{v}/\overline{v}_r$ u $\eta = 1$ i u ovisnosti o koeficijentu širenja prema (4.35)

Očito je da pri rasponu koeficijenata širenja koji su eksperimentalno utvrđeni za radijalni mlaz

(tablica 4.1) ovaj omjer zanemarivo prelazi vrijednost 1 što znači da je ukupna brzina $\overline{v}$ u $\eta = 1$ približno jednaka iznosu komponente $\overline{v}_r$ u $\eta = 1$, odnosno da se mjerenjem ukupne brzine može precizno odrediti koeficijent širenja *a*. Kako je već rečeno, pretpostavke graničnog sloja primjenjuju se na turbulentni mlaz zato što on u većini slučajeva ima dugačak i uzak oblik te su promjene veličina (brzine) poprečno na glavni smjer strujanja znatno veće u odnosu na one u glavnom smjeru strujanja. Analizom reda veličine koja se temelji na ovim pretpostavkama zanemaruje se određeni broj članova u jednadžbi gibanja te se znatno pojednostavljuje rješenje ovakvog strujanja. Ovo je primjenjivo za turbulentni mlaz u klasičnom smislu riječi odnosno na onaj koji istrujava iz otvora određenog geometrijskog oblika te ima relativno mali koeficijent širenja $a \approx 0{,}1$. Tablica 4.1 prikazuje koeficijente širenja eksperimentalno izmjerene za različite tipove radijalnog mlaza. Vidi se da se najveće vrijednosti koeficijenta širenja pojavljuju kod spojenog mlaza nastalog interakcijom dvaju nasuprotnih priljubljenih radijalnih mlazova, a najmanje vrijednosti su kod priljubljenog mlaza.

Tablica 4.1 Rezultati eksperimentalnih mjerenja koeficijenta širenja radijalnog turbulentnog mlaza

	Slobodni radijalni mlaz	Priljubljeni mlaz	Spojeni mlaz interakcijom dva nasuprotna radijalna priljubljena	Spojeni mlaz interakcijom dva nasuprotna okrugla
Witze i Dwyer [7]	0,106			
Patel [74]	0,115			
Tanaka i Tanaka [8]	0,098			
Heskestad [9]	0,11			
Launder i Rodi [79]		0,09		
Waschke [91]		0,081		
Gilbert [24]		0,097	0,25	
Ovo istraživanje		0,095	0,24	
Sun i suradnici [25]				0,121
Prosječna vrijednost	0,107	0,091	0,245	0,121

Slobodni radijalni mlaz (klasični mlaz) pokazuje više nego dvostruko manji koeficijent širenja u odnosu na spojeni mlaz te je primjena pretpostavki graničnog sloja u slučaju spojenog mlaza upitna. Primjenjivost pretpostavki o zanemarenju promjene brzine u glavnom smjeru *r* u odnosu na poprečni smjer *z* može se valorizirati usporedbom derivacija komponenata brzine

te se iz (4.25) i (4.32) može dobiti

$$\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} = c_{rm1} r^{-2} e^{-c\eta^2} \left(2c\eta^2 - 1\right) \tag{4.36 a}$$

$$\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} = \frac{-2c\eta}{a} c_{rm1} r^{-2} e^{-c\eta^2} \tag{4.36 b}$$

$$\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r} = a c_{rm1} r^{-2} \left(\sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \eta \cdot e^{-c\eta^2} + 2c\eta^3 e^{-c\eta^2} \right) \tag{4.36 c}$$

$$\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} = -2c\eta^2 c_{rm1} r^{-2} e^{-c\eta^2} \tag{4.36 d}$$

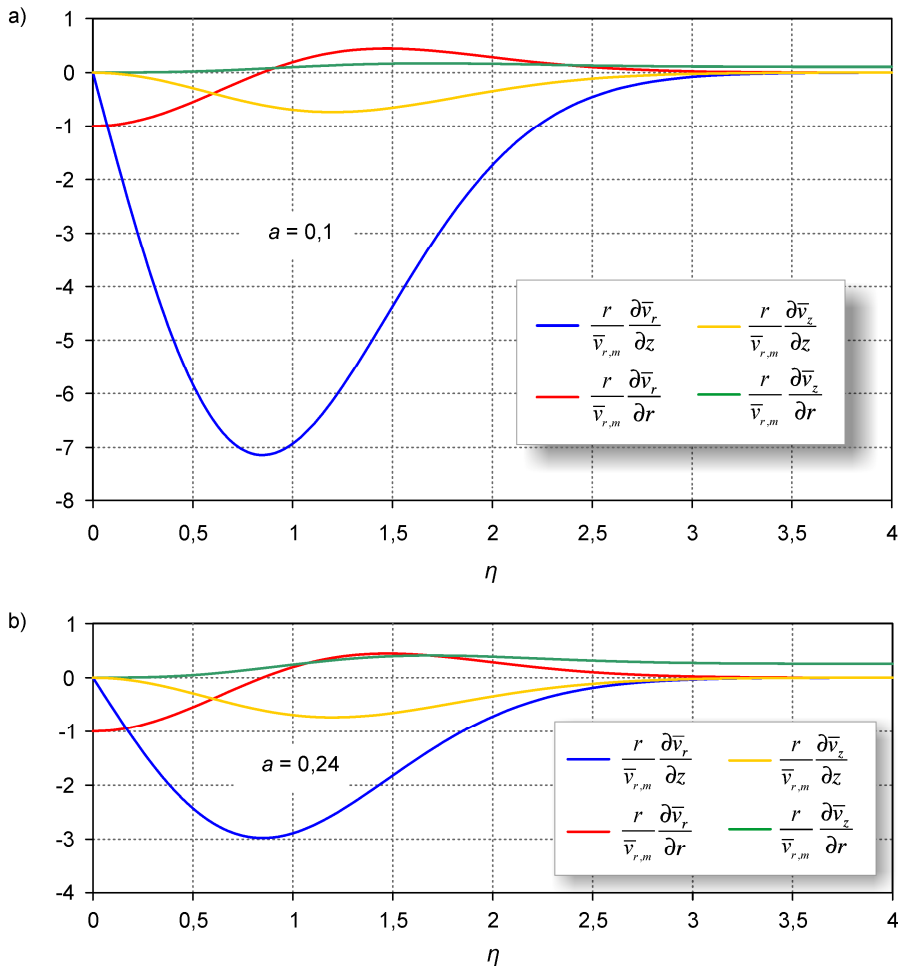
Vidi se da svi članovi množe $c_{rm1} r^{-2} = \overline{v}_{r,m} r^{-1}$ koji ima dimenziju derivacije brzine po koordinati (m/sm) te se izrazi (4.36) mogu pretvoriti u bezdimenzijski oblik

$$\frac{r}{\overline{v}_{r,m}} \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} = e^{-c\eta^2} \left(2c\eta^2 - 1\right) \tag{4.37 a}$$

$$\frac{r}{\overline{v}_{r,m}} \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} = \frac{-2c\eta}{a} e^{-c\eta^2} \tag{4.37 b}$$

$$\frac{r}{\overline{v}_{r,m}} \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r} = a \left(\sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \eta e^{-c\eta^2} + 2c\eta^3 e^{-c\eta^2} \right) \tag{4.37 c}$$

$$\frac{r}{\overline{v}_{r,m}} \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} = -2c\eta^2 e^{-c\eta^2} \tag{4.37 d}$$



Slika 4.5 Derivacije komponenata brzine radijalnog mlaza po koordinatama *r* i *z*, u bezdimenzijskom obliku (4.37), a) klasični mlaz *a* = 0,1 i b) spojeni mlaz *a* = 0,24.

Vidi se da derivacije dominantno ovise o koeficijentu širenja što je i očekivano te se usporedbom gornjih funkcija (4.37) u slučajevima klasičnog mlaza $a = 0{,}1$ i spojenog mlaza $a = 0{,}24$ može procijeniti primjenjivost pretpostavki graničnog sloja na radijalni mlaz velikog koeficijenta širenja. Slika 4.5 pokazuje da su derivacije u glavnom smjeru strujanja zanemarive u odnosu na one u poprečnom smjeru ($\partial \overline{v}_r / \partial r$ u odnosu na $\partial \overline{v}_r / \partial z$, te $\partial \overline{v}_z / \partial r$ u odnosu na $\partial \overline{v}_z / \partial z$) u slučaju malog koeficijenta širenja klasičnog mlaza $a = 0{,}1$. Međutim u slučaju spojenog mlaza ove pretpostavke očito nisu primjenjive u cijelom području η.

4.3 Analitičko rješenje radijalnog mlaza uz pretpostavke graničnog sloja i $\nu_t \neq$ konst.

U slučaju kada su primjenjive Prandtlove pretpostavke graničnog sloja, vremenski osrednjena jednadžba gibanja za nestlačivo strujanje bez utjecaja masenih sila ima oblik (3.16) odnosno

(3.17). Najjednostavniji način da se dođe do analitičkog rješenja za klasični radijalni mlaz je integracijom vremenski osrednjene jednadžbe gibanja oblika (3.17)

$$\overline{v}_{\mathrm{r}}\frac{\partial\overline{v}_{\mathrm{r}}}{\partial r}+\overline{v}_{\mathbf{z}}\frac{\partial\overline{v}_{\mathrm{r}}}{\partial z}=-\frac{\partial\overline{v_r'v_z'}}{\partial z}.$$

Uz poznate funkcije $\overline{v}_{\mathbf{r}}(r,z)$ i $\overline{v}_{\mathbf{z}}(r,z)$, može se dobiti rješenje turbulentnog naprezanja $-\overline{v_r'v_z'}$ u obliku algebarskog izraza te se supstitucijom (4.25) i (4.31) i njihovih derivacija (4.36 a) i (4.36 b) u gornju jednadžbu dobiva

$$c_{rm1}{}^2r^{-3}e^{-2c\eta^2}\left(2c\eta^2-1\right)+2c\eta e^{-c\eta^2}c_{rm1}{}^2r^{-3}\left(\sqrt{\frac{\pi}{4c}}erf\left(\sqrt{c}\eta\right)-\eta\cdot e^{-c\eta^2}\right)=-\frac{\partial\overline{v_r'v_z'}}{\partial z} \tag{4.38}$$

Član s desne strane izraza (4.38) može se transformirati u parcijalnu derivaciju po bezdimenzijskoj kompozitnoj varijabli η

$$-\frac{\partial\overline{v_r'v_z'}}{\partial z}=-\frac{\partial\overline{v_r'v_z'}}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial z}=-\frac{\partial\overline{v_r'v_z'}}{\partial\eta}\frac{1}{ar}. \tag{4.39}$$

Uz gornju transformaciju, iz jednadžbe (4.38) se može dobiti bezdimenzijski izraz za turbulentno naprezanje gdje je kao mjerilo upotrebljena brzina na centralnoj ravnini mlaza

$$\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v_r'v_z'}}{\overline{v}_{rm}^2}\right)=a\left(e^{-2c\eta^2}-2c\eta e^{-c\eta^2}\sqrt{\frac{\pi}{4c}}erf\left(\sqrt{c}\eta\right)\right). \tag{4.40}$$

Ovom transformacijom parcijalna diferencijalna jednadžba (4.38) prešla je u običnu diferencijalnu jednadžbu (4.40). Drugim riječima, iz (4.40) se vidi da u bezdimenzijskom obliku turbulentno naprezanje ovisi samo o kompozitnoj varijabli η što zadovoljava pretpostavku samosličnog rješenja. Integracijom gornje jednadžbe dobiva se algebarski izraz za turbulentno naprezanje u obliku

$$\frac{\overline{v_r'v_z'}}{\overline{v}_{rm}^2}=\frac{a}{2}\sqrt{\frac{\pi}{c}}e^{-c\eta^2}erf\left(\sqrt{c}\eta\right) \tag{4.41}$$

gdje je konstanta integracije jednaka nuli zato što usljed simetričnosti radijalnog mlaza u odnosu na ravninu $\eta=0$ vrijedi uvjet $\overline{v_r'v_z'}(\eta=0)=0$. Maksimum turbulentnog naprezanja može se naći u nultočki derivacije gornje funkcije

$$\frac{d}{d\eta}\frac{\overline{v_r'v_z'}}{\overline{v}_{rm}^2} = ae^{-2c\eta^2}\left(\sqrt{c\pi}\eta e^{c\eta^2} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - 1\right) = 0 \tag{4.42}$$

te se nalazi u $\eta = 0,745$ i uz koeficijent širenja klasičnog radijalnog mlaza a = 0,107 iznosi $\left(\overline{v_r'v_z'}/\overline{v}_{rm}^2\right)_{\max} = 0,048$. Turbulentnu viskoznost se sada može naći korištenjem hipoteze Boussinesqa (3.11) koja za naprezanje $\overline{v_z'v_r'}$ ima oblik

$$-\overline{v_z'v_r'} = \nu_t\left(\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}\right) \tag{4.43}$$

te koja u slučaju pretpostavki graničnog sloja, prema kojima su promjene brzine u smjeru glavnog strujanja puno manje u odnosu na one poprečno na smjer strujanja, prelazi u

$$-\overline{v_z'v_r'} = \nu_t\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}. \tag{4.44}$$

Supstitucijom (4.41) u (4.44) dobiva se

$$\nu_{t1} = \frac{-\overline{v}_{rm}^2\frac{a}{2}\sqrt{\frac{\pi}{c}}e^{-c\eta^2}erf\left(\sqrt{c}\eta\right)}{\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}} \tag{4.45}$$

odnosno korištenjem poznate funkcije derivacije brzine $\overline{v}_r$ prema (4.36 b)

$$\nu_{t1} = \overline{v}_{rm}\frac{a^2 r}{4c\eta}\sqrt{\frac{\pi}{c}}erf\left(\sqrt{c}\eta\right). \tag{4.46}$$

Ovdje je $\nu_{t,1}$ oznaka kinematičke turbulentne viskoznosti riješene uz pretpostavke graničnog sloja. Bezdimenzijski oblik turbulentne viskoznosti može se dobiti primjenom centralne brzine $\overline{v}_{r,m}$ kao mjerila brzine i širine mlaza $z_{1/2}$ kao mjerila duljine te se dobiva oblik

$$\frac{\nu_{t1}}{\overline{v}_{rm}z_{1/2}} = \frac{a}{4c\eta}\sqrt{\frac{\pi}{c}}erf\left(\sqrt{c}\eta\right). \tag{4.47}$$

Vidi se da je bezdimenzijski oblik turbulentne viskoznosti također ovisan samo o η što znači da je uvjet samosličnosti zadovoljen. Obzirom da za Gaussovu funkciju pogreške vrijedi $erf\left(0\right) = 0$, slijedi da je gornji izraz neodređen na centralnoj ravnini mlaza $\eta = 0$ što fizikalno nema smisla. Ovaj problem se može riješiti razvojem funkcije $erf\left(\eta\right)$ u Taylorov red oko nule te se iz gornje jednadžbe dobiva

$$\frac{\nu_{t1}}{\overline{v}_{rm} z_{1/2}} = \frac{a}{4c\eta}\sqrt{\frac{\pi}{c}}\left[\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{c}\eta - \frac{2}{3\sqrt{\pi}}\left(\sqrt{c}\eta\right)^3 + \frac{1}{5\sqrt{\pi}}\left(\sqrt{c}\eta\right)^5 - \frac{1}{21\sqrt{\pi}}\left(\sqrt{c}\eta\right)^7 ....\right]. \qquad (4.48)$$

Nakon sređivanja gornjeg izraza dobiva se

$$\frac{\nu_{t1}}{\overline{v}_{rm} z_{1/2}} = \frac{a}{2c}\left[1 - \frac{2}{6}\left(\sqrt{c}\eta\right)^2 + \frac{1}{10}\left(\sqrt{c}\eta\right)^4 - \frac{1}{42}\left(\sqrt{c}\eta\right)^6 ....\right] \qquad (4.49)$$

što omogućava određivanje turbulentne viskoznosti na simetralnoj ravnini te se uz $\eta = 0$ dobiva

$$\frac{\nu_{t1}}{\overline{v}_{rm} z_{1/2}} = \frac{a}{2c} = \text{konst.} \qquad \text{odnosno} \qquad \nu_{\mathrm{t},1} = \frac{a^2 c_{rm1}}{2c} = \text{konst.} \qquad (4.50)$$

Gornji izraz predstavlja rješenje za turbulentnu viskoznost na centralnoj ravnini radijalnog mlaza u neočekivano jednostavnom obliku. Vidi se da je $\nu_{\mathrm{t},1}(\eta = 0)$ konstantna i neovisna o udaljenosti od virtualnog ishodišta, odnosno da ovisi samo o konstantama koje slijede iz jednadžbi za razdiobu brzine zraka u glavnom smjeru strujanja. Uz $c = \ln 2 \approx 0,693$ jednadžba (4.50) prelazi u

$$\frac{\nu_{t1}}{\overline{v}_{rm} z_{1/2}} = 0,722 \cdot a \qquad \text{odnosno} \qquad \nu_{\mathrm{t},1} = 0,722 \cdot a^2 c_{rm1}\,. \qquad (4.51)$$

Dakle, na ovaj način je riješena jednadžba gibanja, odnosno omogućeno je određivanje turbulentne viskoznosti i turbulentnog naprezanja na temelju samog poznavanja razdiobe srednje brzine $\overline{v}_{\mathrm{r}}$ u radijalnom smjeru. Krivulje određene funkcijama turbulentne viskoznosti i turbulentnog naprezanja (4.41) i (4.47) prikazane su u poglavljima 4.4.1 i 4.4.3 radi usporedbe s numeričkim rješenjem dobivenim bez pretpostavki graničnog sloja te eksperimentalnim i teorijskim rezultatima drugih autora.

4.4 Numeričko rješenje radijalnog mlaza bez pretpostavki graničnog sloja

U slučaju kada se ne mogu primijeniti Prandtlove pretpostavke graničnog sloja na radijalni mlaz, odnosno kada usljed relativno velikog koeficijenta širenja *a* derivacije komponenata brzine u glavnom smjeru strujanja *r* nisu zanemarive u odnosu na one u poprečnom smjeru *z*, vremenski osrednjena jednadžba gibanja za nestlačivo dvodimenzijsko strujanje bez utjecaja

masenih sila ima oblik (3.15)

$$\overline{v}_{\mathrm{r}}\frac{\partial\overline{v}_{\mathrm{r}}}{\partial r}+\overline{v}_{\mathrm{z}}\frac{\partial\overline{v}_{\mathrm{r}}}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\left[\nu_{\mathrm{t,2}}\left(\frac{\partial\overline{v}_{\mathrm{r}}}{\partial z}+\frac{\partial\overline{v}_{\mathrm{z}}}{\partial r}\right)\right]+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\nu_{\mathrm{t,2}}\frac{\partial\overline{v}_{\mathrm{r}}}{\partial r}\right)-2\nu_{\mathrm{t,2}}\frac{\overline{v}_{\mathrm{r}}}{r^2}.$$

U gornjoj jednadžbi već je uključena hipoteza Bousinessqa te se usljed poznate razdiobe brzine u obliku funkcija $\overline{v}_{\mathbf{r}}(r,z)$ i $\overline{v}_{\mathbf{z}}(r,z)$ kao jedina nepoznanica pojavljuje turbulentna viskoznost. Ovdje je $\nu_{\mathrm{t,2}}$ oznaka koeficijenta turbulentne viskoznosti koji će biti riješen bez pretpostavki graničnog sloja. Deriviranjem članova s desne strane dobiva se

$$\begin{aligned}\overline{v}_r\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}+\overline{v}_z\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}&=\frac{\partial\nu_{\mathrm{t,2}}}{\partial z}\left(\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}+\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}\right)+\nu_{\mathrm{t,2}}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}+\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}\right)\right]+\\&\frac{2}{r}\frac{\partial\nu_{\mathrm{t,2}}}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}\right)+\frac{2\nu_{\mathrm{t,2}}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}\right)-2\nu_{\mathrm{t,2}}\frac{\overline{v}_r}{r^2}\end{aligned}. \tag{4.52}$$

Dva zadnja člana s desne strane gornje jednadžbe se mogu transformirati u

$$\frac{2\nu_{\mathrm{t,2}}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}\right)-2\nu_{\mathrm{t,2}}\frac{\overline{v}_r}{r^2}=2\nu_{\mathrm{t,2}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}+\frac{\partial^2\overline{v}_r}{\partial r^2}-\frac{\overline{v}_r}{r^2}\right)=2\nu_{\mathrm{t,2}}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\overline{v}_r\right)\right).$$

U rezultatu gornje transformacije može se prepoznati član jednadžbe kontinuiteta te se jednadžba pojednostavljuje u oblik

$$\overline{v}_r\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}+\overline{v}_z\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}=\frac{\partial\nu_{\mathrm{t,2}}}{\partial z}\left(\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}+\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}\right)+\nu_{\mathrm{t,2}}\frac{\partial^2\overline{v}_r}{\partial z^2}+2\frac{\partial\nu_{\mathrm{t,2}}}{\partial r}\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}+\frac{\nu_{\mathrm{t,2}}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}\right)-\nu_{\mathrm{t,2}}\frac{\overline{v}_r}{r^2}. \tag{4.53}$$

Parcijalne derivacije turbulentne viskoznosti po koordinatama r i z mogu se pravilom lančanog deriviranja transformirati u derivacije po kompozitnoj varijabli η te se iz gornje jednažbe dobiva

$$\begin{aligned}\overline{v}_r\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}+v_z\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}&=\frac{\partial\nu_{\mathrm{t,2}}}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial z}\left(\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}+\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}\right)+\nu_{\mathrm{t,2}}\frac{\partial^2\overline{v}_r}{\partial z^2}\\&+2\frac{\partial\nu_{\mathrm{t,2}}}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial r}\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}+\frac{\nu_{\mathrm{t,2}}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\overline{v}_r\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}\right)-\nu_{\mathrm{t,2}}\frac{\overline{v}_r}{r^2}\end{aligned}. \tag{4.54}$$

Supstitucijom jednadžbi za razdiobu brzine i derivacije brzine u smjeru koordinatnih osi r i z može se odrediti članove u gornjoj jednadžbi te lijeva strana jednadžbe uz (4.25), (4.31) i (4.36) prelazi u

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} = c_{rm1}{}^2 r^{-3} e^{-2c\eta^2} \left(2c\eta^2 - 1\right) + 2c\eta e^{-c\eta^2} c_{rm1}{}^2 r^{-3} \left(\sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \eta \cdot e^{-c\eta^2} \right). \quad (4.55)$$

Prvi član s desne strane (4.54) supstitucijom (4.36 b), (4.36 c) prelazi u

$$\frac{\partial \nu_{t,2}}{\partial \eta} \frac{1}{ar} \left[\frac{-2c\eta}{a} c_{rm1} r^{-2} e^{-c\eta^2} + a c_{rm1} r^{-2} \left(\sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \eta \cdot e^{-c\eta^2} \right) + 2c\eta^3 a e^{-c\eta^2} c_{rm1} r^{-2} \right] \quad (4.56)$$

te se može transformirati u nešto jednostavniji oblik

$$\frac{\partial \nu_{t,2}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial z} \left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r} \right) = \frac{\partial \nu_{t,2}}{\partial \eta} c_{rm1} r^{-3} e^{-c\eta^2} \left[\frac{-2c\eta}{a^2} + \left(\frac{\sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right)}{e^{-c\eta^2}} - \eta \right) + 2c\eta^3 \right]. \quad (4.57)$$

Drugi član s desne strane (4.54) supstitucijom (4.36 b) prelazi u

$$\nu_{t,2} \frac{\partial^2 \overline{v}_r}{\partial z^2} = \nu_{t,2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{-2c\eta}{a} c_{rm1} r_c^{-2} e^{-c\eta^2} \right), \quad (4.58)$$

te se deriviranjem i uređivanjem gornjeg izraza dalje dobiva

$$\nu_{t,2} \frac{\partial^2 \overline{v}_r}{\partial z^2} = \nu_{t,2} \frac{2c}{a^2} c_{rm1} r_c^{-3} e^{-c\eta^2} \left(2c\eta^2 - 1\right) \quad (4.59)$$

Treći član s desne strane (4.54) supstitucijom (4.26) i (4.36 a) prelazi u

$$2 \frac{\partial \nu_{t,2}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} = -2 \frac{\partial \nu_{t,2}}{\partial \eta} \eta c_{rm1} r^{-3} e^{-c\eta^2} \left(2c\eta^2 - 1\right). \quad (4.60)$$

Četvrti član supstitucijom (4.25) i (4.36 a) daje

$$\frac{\nu_{t,2}}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} \right) = \nu_{t,2} \frac{\partial}{\partial r} \left[c_{rm1} r^{-2} e^{-c\eta^2} \left(2c\eta^2 - 1\right) \right] \quad (4.61)$$

te se deriviranjem dobiva

$$\nu_{t,2} c_{rm1} r^{-3} e^{-c\eta^2} \left[4c^2\eta^4 - 8c\eta^2 + 1 \right]. \quad (4.62)$$

Peti član s desna supstitucijom (4.27) prelazi u

$$\nu_{t,2} \frac{\overline{v}_r}{r^2} = \nu_{t,2} c_{rm1} r^{-3} e^{-c\eta^2}. \quad (4.63)$$

Vidi se da svi članovi jednadžbe (4.54) sadrže član $c_{rm1}e^{-c\eta^2}r^{-3}$ te njegovim kraćenjem jednadžba (4.54) prelazi iz parcijalne u običnu nehomogenu linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda u kojoj turbulentna viskoznost ovisi samo o kompozitnoj varijabli η

$$c_{rm1}e^{-c\eta^2}\left(2c\eta^2-1\right)+2cc_{rm1}\eta\left(\sqrt{\frac{\pi}{4c}}erf\left(\sqrt{c}\eta\right)-\eta\cdot e^{-c\eta^2}\right)=\nu'_{t,2}\left[\frac{-2c\eta}{a^2}+\left(\frac{\sqrt{\frac{\pi}{4c}}erf\left(\sqrt{c}\eta\right)}{e^{-c\eta^2}}-\eta\right)+2c\eta^3\right]+$$
$$\nu_{t,2}\frac{2c}{a^2}\left(2c\eta^2-1\right)-2\nu'_{t,2}\eta\left(2c\eta^2-1\right)+\nu_{t,2}\left(4c^2\eta^4-8c\eta^2+1\right)-\nu_{t,2}$$

koja se dalje može preurediti u jednostavniji bezdimenzijski oblik

$$\frac{\nu'_{t,2}}{\overline{v}_{rm}z_{1/2}}\left[-4c\eta^3+\eta C_{33}+\frac{\sqrt{\frac{\pi}{4c}}erf\left(\sqrt{c}\eta\right)}{e^{-c\eta^2}}\right]+\frac{\nu_{t,2}}{\overline{v}_{rm}z_{1/2}}\left[4c^2\eta^4+\eta^2C_{11}+C_{22}\right]+\frac{e^{-c\eta^2}}{a}-\frac{2c\eta}{a}\sqrt{\frac{\pi}{4c}}erf\left(\sqrt{c}\eta\right)=0 \quad . \qquad (4.64)$$

Konstante C_{11}, C_{22}, C_{33} u gornjoj jednadžbi su konstrukti konstanti iz izraza za razdiobu radijalne komponente brzine $\overline{v}_r$

$$C_{11}=\frac{4c^2}{a^2}-8c\,, \qquad C_{22}=-\frac{2c}{a^2}\,, \qquad C_{33}=1-\frac{2c}{a^2}\,. \qquad (4.65)$$

Budući da (4.64) nema analitičko rješenje rješavati će se numerički metodom Runge Kutta četvrtog reda. Početni uvjet $\nu_{t,2}\left(\eta=0\right)$ se može odrediti iz činjenice da zbog simetričnosti strujanja u odnosu na ravninu $\eta=0$ mora vrijediti

$$\eta=0: \qquad \nu'_{t,2}=0\,. \qquad (4.66)$$

Međutim, jednadžba (4.64) je uz uvjet (4.66) neodređena. S obzirom da je razdioba srednje brzine zraka u radijalnom mlazu kontinuirana glatka funkcija očekuje se da i turbulentna viskoznost na poprečnom presjeku mlaza bude kontinuirana glatka funkcija te se može preformulirati uvjet (4.66) u

$$\eta\to 0: \qquad \nu'_{t,2}\to 0\,. \qquad (4.67)$$

Procjenom članova u (4.64) uz uvjet (4.67) dobiva se $\frac{\nu_{\mathrm{t},2}}{\bar{v}_{\mathrm{rm}} z_{1/2}} \to -\frac{1}{aC_{22}} = \frac{a}{2c}$ odnosno može se pretpostaviti da u $\eta = 0$ vrijedi

$$\frac{\nu_{t2}}{\bar{v}_{rm} z_{1/2}} = \frac{a}{2c} = \text{konst.} \qquad \text{odnosno} \qquad \nu_{\mathrm{t},2} = \frac{a^2 c_{rm1}}{2c} = \text{konst.} \tag{4.68}$$

Gornji izraz predstavlja novo rješenje za turbulentnu viskoznost na centralnoj ravnini radijalnog mlaza dobivenu bez pretpostavki graničnog sloja te predstavlja početni uvjet pri numeričkom rješavanju jendadžbe (4.64). Pokazuje se da je izraz isti kao i rješenje uz pretpostavke graničnog sloja (4.50) što znači da je turbulentna viskoznost na centralnoj ravnini jednaka u oba slučaja. Ovaj zaključak je neočekivan obzirom da članovi jednadžbe gibanja koji nisu zanemareni u ovom izvodu u odnosu na izvod uz pretpostavke graničnog sloja, na centralnoj ravnini nisu jednaki nuli. Uz $c = \ln 2 \approx 0,693$ gornja jednadžba prelazi u isti oblik kao (4.51) u prethodnom poglavlju

$$\nu_{\mathrm{t},1} = 0,722 \cdot a^2 c_{rm1} \,. \tag{4.69}$$

Numeričko rješenje (4.64) uz početni uvjet (4.68) metodom Runge – Kutta četvrtog reda prikazano je slijedećem poglavlju.

4.4.1 Rješenje turbulentne viskoznosti metodom Runge – Kutta

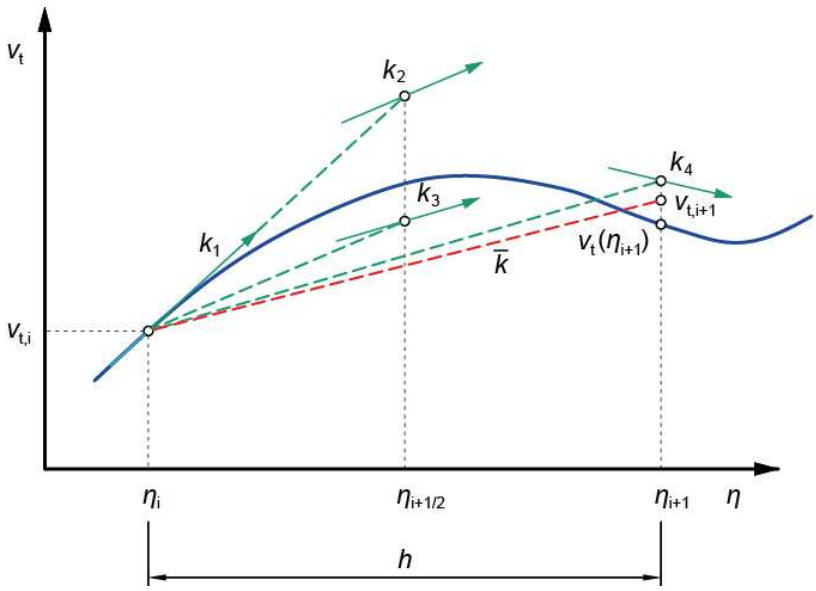
Runge – Kutta metoda četvrtog reda je numerička metoda visoke točnosti te od velikog praktičnog značaja. Algoritam ove metode izračunava vrijednosti rješenja obične diferencijalne jednadžbe $\nu_t' = g(\eta, \nu_t)$ uz početni uvjet $\nu_t(\eta_0) = \nu_{t,0}$ u točkama jednake međusobne udaljenosti:

$\eta_1 = \eta_0 + h$, $\eta_2 = \eta_0 + 2h$, ... , $\eta_N = \eta_0 + Nh$;

gdje je funkcija g takva da ima jedinstveno rješenje na intervalu $[\eta_0, \eta_N]$. Runge-Kutta metodu može se interpretirati kao metodu koja računa prosječnu derivaciju unutar koraka h na temelju pretpostavki. Prosječna derivacija između dvije susjedne točke se izračunava na temelju četiri derivacije $\bar{k} = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$, slika 4.6. U svakom koraku se prvo izračunavaju pomoćne vrijednosti k_1, k_2, k_3, k_4 i onda nova vrijednost $\nu_{t,n+1} = \nu_t + \bar{k} \cdot h$. Algoritam za izračunavanje je prilično jednostavan za programiranje, sadrži jednu

ponavljajuću petlju te kodiranje u programskom jeziku Visual Basic ima slijedeći zapis:

```
eta(0) = 0                          'kreće od simetrale mlaza
ni(0) = a/(2*ln(2))                 'početni uvjet iz jednadžbe (4.68)
h = 0.01                            'korak h
For i = 0 To N - 1
k1 = g(eta(i), ni(i))               'g(eta, ni) funkcija defirnirana jed.(4.64)
k2 = g(eta(i) + 1/2 * h, ni(i) + 1/2 * k1 * h)
k3 = g(eta(i) + 1/2 * h, ni(i) + 1/2 * k2 * h)
k4 = g(eta(i) + h, ni(i) + k3 * h)
eta(i + 1) = eta(i) + h
ni(i + 1) = ni(i) + 1/6 * (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) * h
Next i
```



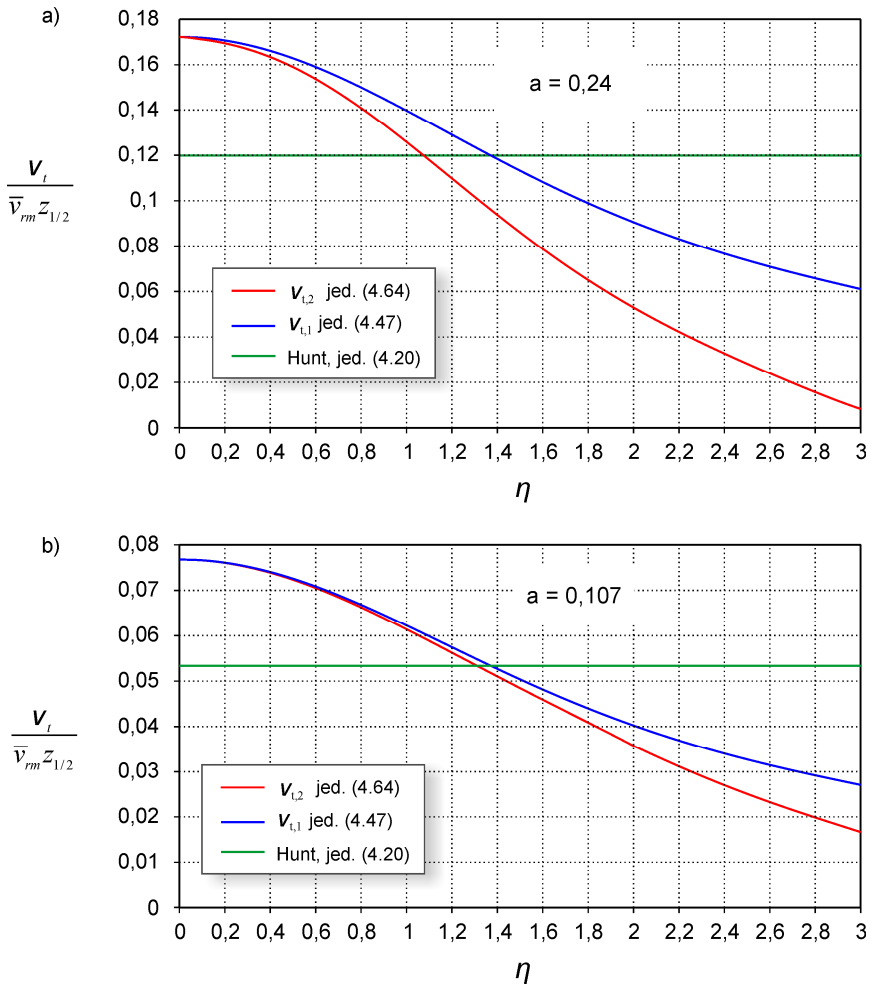
Slika 4.6 Princip određivanja srednje derivacije Runge – Kutta metodom četvrtog reda

Pogreška aproksimacije dobivene uz korak h približno je jednaka petnaestini razlike $\delta = \bar{\nu}_t - \bar{\bar{\nu}}_t$ odgovarajućih aproksimacija dobivenih uz korak h i $2h$

$$\varepsilon = \frac{1}{15}\left(\bar{\nu}_t - \bar{\bar{\nu}}_t\right). \tag{4.70}$$

Slika 4.7 prikazuje krivulju turbulentne viskoznosti prema analitičkom rješenju uz pretpostavke graničnog sloja (4.47) te numeričko rješenje bez pretpostavki graničnog sloja (4.64) u bezdimenzijskom obliku. Vidi se da su ν_{t1} i ν_{t2} međusobno jednaki i maksimalni na simetralnoj ravnini mlaza te opadaju s udaljavanjem od iste. U usporedbi s Huntovim modelom $\nu_t = const.$ (4.20) prikazanim na istoj slici vidi se da nova rješenja ne potvrđuju pretpostavku da se koeficijent turbulentne viskoznosti može uzeti kao konstantan po presjeku mlaza. Koeficijent ν_{t1} skoro je dvostruko veći na simetralnoj ravnini nego na lokaciji $\eta = 2$ dok je ν_{t2} više nego dvostruko veći na simetralnoj ravnini u odnosu na $\eta = 2$. Međutim može

se procijeniti da Huntov model predstavlja dobru aproksimaciju srednje vrijednosti rješenja uz prepostavke graničnog sloja ν_{t1} u području $0 \le \eta \le 3$ te nešto lošiju aproksimaciju srednje vrijednosti bez pretpostavki graničnog sloja ν_{t2}. Razlika između riješenja sa i bez pretpostavki graničnog sloja $\nu_{t,1}$ i $\nu_{t,2}$ povećava se s udaljavanjem od centralne ravnine mlaza gdje očito utjecaj promjene komponenti brzine u glavnom smjeru strujanja, koje su u slučaju rješenja uz pretpostavke graničnog sloja zanemarene, dolaze do izražaja. Slika 4.7 b) prikazuje rješenja pri relativno malom koeficijentu širenja tipičnom za klasični mlaz $a = 0{,}107$ te se pokazuje kako je ovdje razlika među rješenjima $\nu_{t,1}$ i $\nu_{t,2}$ zanemariva pa su pretpostavke graničnog sloja primjenjive.



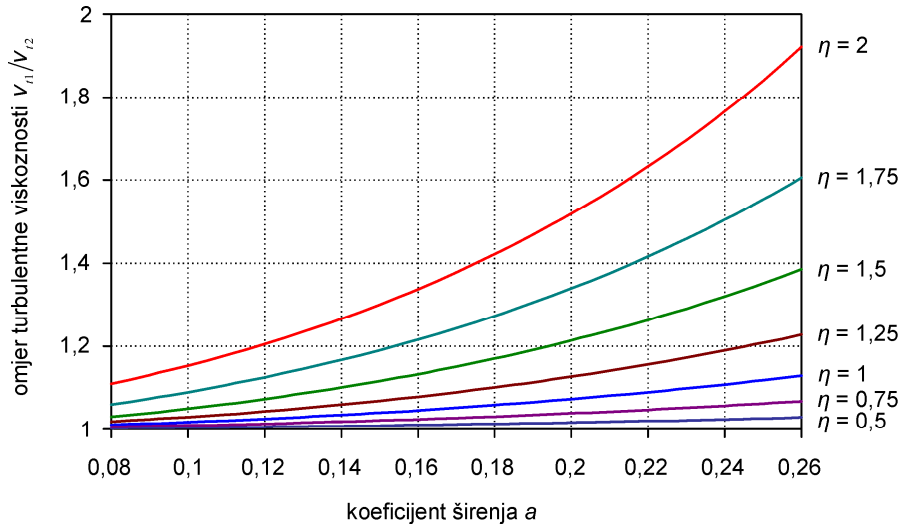
Slika 4.7 Rješenje turbulentne viskoznosti $\nu_{t,1}$ - uz pretpostavke graničnog sloja i $\nu_{t,2}$ - bez pretpostavki graničnog sloja pri koeficijentu širenja a) a = 0,24 i b) a = 0,107

Na slici 4.7 a) su rješenja pri znatno većem koeficijentu širenja $a = 0{,}24$ koji je izmjeren u spojenom mlazu te se ovdje pokazuje da zanemarenja graničnog sloja koja daju rješenje $\nu_{t,1}$, u određenom području η uzrokuju znatno veće vrijednosti turbulentne viskoznosti u odnosu na

$\nu_{t,2}$. Može se zaključiti kako model bez pretpostavki graničnog sloja $\nu_{t,2}$ ima smisla u točnijoj procjeni turbulentne viskoznosti kada je koeficijent širenja relativno veliki u odnosu na vrijednosti kod klasičnog mlaza.

4.4.2 Utjecaj koeficijenta širenja na primjenjivost pretpostavki graničnog sloja

Kao što pokazuju slike 4.7 a) i 4.7 b) odnosno jednadžbe (4.47) i (4.64) dominantan utjecaj na turbulentnu viskoznost mlaza ima koeficijent širenja. Povećavanjem koeficijenta širenja brže se povećava poprečni presjek mlaza u smjeru strujanja, povećavaju se turbulencija i usisavanje okolnog zraka u struju mlaza, a brzina u glavnom smjeru strujanja usljed održanja količine gibanja brže opada. Obzirom na ovakav utjecaj, koeficijent širenja bi se mogao uzeti kao mjerilo primjenjivosti pretpostavki graničnog sloja. Pogreška koja se čini u izračunu turbulentne viskoznosti zanemarenjem derivacija komponenti brzine u glavnom smjeru strujanja može se kvantificirati omjerom $\nu_{t,1}/\nu_{t,2}$. Slika 4.8 prikazuje ovisnost omjera $\nu_{t,1}/\nu_{t,2}$ o koeficijentu širenja pri raznim udaljenostima od centralne ravnine.



Slika 4.8 Utjecaj koeficijenta širenja na primjenjivost pretpostavki graničnog sloja za radijalni mlaz vrednovanih preko omjera $\nu_{t,1}/\nu_{t,2}$

Pokazuje se da je za klasični mlaz pri $a = 0{,}107$ i na udaljenosti od centralne ravnine $\eta = 1$ omjer $\nu_{t,1}/\nu_{t,2}$ približno jednak 1 dok je pri vrijednosti spojenog mlaza $a = 0{,}24$ jednak $\nu_{t,1}/\nu_{t,2} \approx$ 1,12. Porastom udaljenosti η od centralne ravnine ove vrijednosti se znatno povećavaju te pri $\eta = 1{,}5$ i $a = 0{,}24$ dostiže vrijednost $\nu_{t,1}/\nu_{t,2} \approx$ 1,33 što znači da bi uz

primjenu pretpostavki graničnog sloja u ovom slučaju vrijednost koeficijenta turbulentne viskoznosti bila precjenjena 33 %.

4.4.3 Turbulentno naprezanje

Nova rješenja turbulentnog mlaza mogu se verificirati usporedbom s eksperimentalnim rezultatima Reynoldsovih turbulentnih naprezanja drugih autora. Za slučaj dvodimenzijskog strujanja kakvo je radijalni mlaz, najveće očekivano turbulentno naprezanje očekuje se tamo gdje su derivacije komponenti brzine najveće što je u slučaju radijalnog mlaza $\overline{v_r' v_z'}$ koje je na temelju (3.12) definirano izrazom

$$\overline{v_r' v_z'} = -\nu_t \left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r} \right). \tag{4.71}$$

Novo rješenje radijalnog mlaza bez pretpostavki graničnog sloja omogućuje izračun ovog naprezanja te se supstitucijom (4.36 b), (4.36 c) i $\nu_{t,2}$ u gornji izraz dobiva

$$\overline{v_r' v_z'} = -\nu_{t,2} \left(\frac{-2c\eta}{a} c_{rm1} r^{-2} e^{-c\eta^2} + a c_{rm1} r^{-2} \left(\sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \eta \cdot e^{-c\eta^2} \right) + 2c\eta^3 a e^{-c\eta^2} c_{rm1} r^{-2} \right). \tag{4.72}$$

Reynoldsova naprezanja u turbulentnom mlazu često se prikazuju u bezdimenzijskom obliku pri čemu se kao mjerilo koristi centralna brzina $\overline{v}_{rm}^2$ te iz gornje jednadžbe dobivamo

$$\frac{\overline{v_r' v_z'}}{\overline{v}_{rm}^2} = \frac{\nu_{t,2}}{c_{rm1}} \left(\frac{2c\eta}{a} e^{-c\eta^2} - a \left(\sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \eta \cdot e^{-c\eta^2} \right) - 2c\eta^3 a e^{-c\eta^2} \right). \tag{4.73}$$

Iz gornjeg izraza se vidi da bezdimenzijski oblik turbulentnog naprezanja ne ovisi o udaljenosti od centra sličnosti mlaza *r* nego samo o kompozitnoj varijabli η, što znači da su profili $\overline{v_r' v_z'} / v_{rm}^2$ na poprečnim presjecima mlaza u zoni razvijenog strujanja međusobno identični neovisno o udaljenosti *r*. Ovo je u skladu sa pretpostavkom o samosličnom rješenju u razvijenoj zoni strujanja. U većini eksperimentalnih istraživanja radijalnog mlaza određivane su srednje vrijednosti brzine strujanja. Glavno turbulentno naprezanje $\overline{v_r'^2}$ u radijalnom mlazu mjereno je u [7 - 9], [24-25]. Čini se kako je u samo jednom istraživanju klasičnog radijalnog mlaza [9] i u jednom istraživanju spojenog radijalnog mlaza [24] mjereno smično naprezanje $\overline{v_r' v_z'}$ te kinetička energija turbulencije $\overline{k}$. Smično naprezanje $\overline{v_r' v_z'}$

određeno novim modelom uz i bez pretpostavki graničnog sloja (4.41) i (4.73) te Huntovim rješenjem (4.22) može se usporediti sa eksperimentalnim rezultatima iz [9] i [24]. Mjerenje smičnog naprezanja $\overline{v_r' v_z'}$ anemometrom s toplom žicom potrebno je vršiti sa dvije žice istovremeno pri čemu svaka mjeri jednu komponentu pulsirajuće brzine. Međutim, u spomenutim istraživanjima [9] i [24] mjerenja su vršena osjetnikom sa toplom žicom koji se sastojao od samo jedne žice te je za mjerenja smičnog naprezanja upotrebljen dodatni model koji je predstavljen u [9]. Ovaj model dobiven je korištenjem uobičajene pretpostavke da je količina odvedene topline sa tople žice proporcionalna komponenti brzine strujanja zraka normalnoj na žicu. Temeljem ove pretpostavke vrijedi da ako se žica nalazi u ravnini *rz* i ako je kut između vektora brzine (koji se nalazi u ravnini *rz*) i tople žice jednak α, tada se mjerena srednja brzina i ukupna mjerena pulsirajuća komponenta brzine mogu odrediti prema [9]

$$\overline{v}_M = \overline{v} \sin\alpha \tag{4.74}$$

$$v_M' = v_r' \sin\alpha + v_z' \cos\alpha \,. \tag{4.75}$$

Kvadriranjem i vremenskim osrednjavanjem jednadžbe (4.75) dobiva se [9]

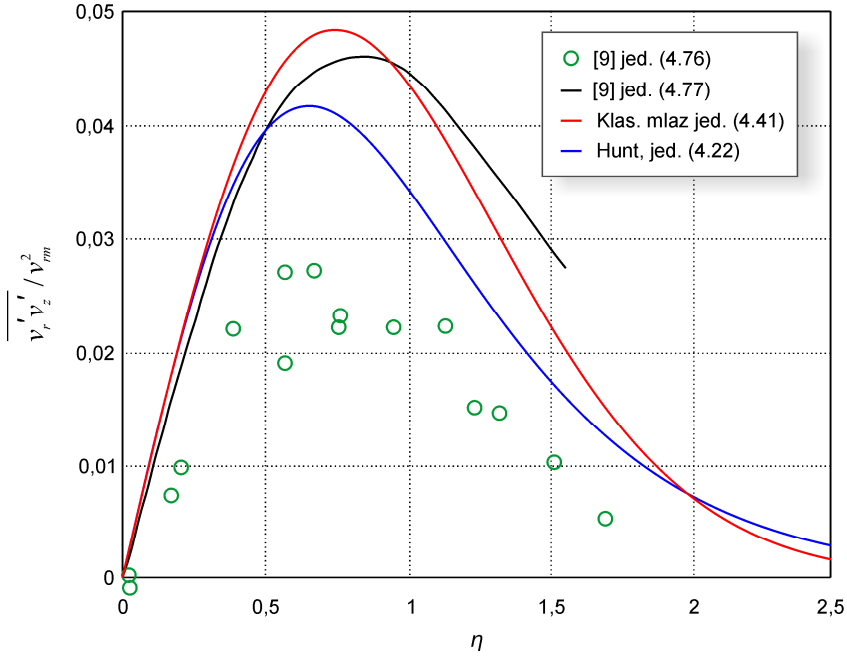
$$\overline{v_M'^{\,2}} = \left(\overline{v_r'^2} \sin^2\alpha + 2\overline{v_r' v_z'} \sin\alpha \cos\alpha + \overline{v_z'^2} \cos^2\alpha \right). \tag{4.76}$$

Mjerenja ukupne osrednjene pulsirajuće komponente brzine su vršena pri tri različita kuta 45°, 90° i 135° u ravnini *rz* te su naprezanja iz (4.76) rješavana algebarski [9]. Konzistentnost rezultata smičnog naprezanja dobivenog na ovaj način može se provjeriti uvrštavanjem dobivenih eksperimentalnih rezultata za srednju brzinu i glavna turbulentna naprezanja $\overline{v_r'^2}$ i $\overline{v_\varphi'^2}$ u jednadžbu gibanja te računanjem smičnog naprezanja $\overline{v_r' v_z'}$ iz nje [9]. Za ovu potrebu korišten je oblik vremenski osrednjene jednadžbe gibanja koji se može dobiti iz (3.10) uz pretpostavku dvodimenzijskog kvazistacionarnog strujanja te pretpostavke graničnog sloja

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v_r'^2}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{v_r' v_z'}}{\partial z} + \frac{\overline{v_r'^2} - \overline{v_\varphi'^2}}{r} = \nu_{lam} \frac{\partial^2 \overline{v}_r}{\partial z^2} \,. \tag{4.77}$$

Provjera konzistentnosti rezultata provedena je uvrštavanjem polinoma kojima su aproksimirani eksperimentalni rezultati $\overline{v_r'^2}$ i $\overline{v_\varphi'^2}$ u jednadžbu (4.77) [9]. Kako pokazuje slika 4.9, smično naprezanje $\overline{v_r' v_z'}$ dobiveno na ovaj način ne pokazuje konzistentnost sa rezultatima

dobivenim postupkom iz jednadžbe (4.76) te je ovakav model određivanja smičnog turbulentnog naprezanja temeljen na mjerenjima toplom žicom pod različitim kutevima upitan [9].



Slika 4.9 Usporedba Reynoldsovog naprezanja prema novom modelu s eksperimentalnim rezultatima radijalnog mlaza [9] – klasični mlaz a = 0,11

Bez obzira na loše poklapanje ovih dvaju rezultata, krivulja dobivena iz (4.77) predstavlja vjerodostojniji rezultat smičnog naprezanja $\overline{v_r' v_z'}$, jer je dobivena primjenom jednadžbe gibanja i normalnih naprezanja $\overline{v_r'^2}$ i $\overline{v_\varphi'^2}$ koja su mjerena toplom žicom postavljenom normalno na smjer *r*, odnosno φ, što je opravdana i uobičajena procedura. Na slici 4.9 je također prikazano rješenje dobiveno temeljem jednadžbe novog modela za klasični mlaz uz pretpostavke graničnog sloja (4.41) te rješenje temeljeno na Huntovom [13] rješenju odnosno jednadžbi (4.22). Rješenje dobiveno novim modelom (4.41) najbolje se poklapa sa rješenjem (4.77) te bi se moglo zaključiti da ono predstavlja najbolji model u ovom slučaju. Maksimalne vrijednosti po iznosu su približno jednake dok razlika između ova dva rješenja raste pri vrijednostima $\eta > 1$.

U istraživanju spojenog mlaza [24] mjerena je srednja brzina strujanja $\overline{v}_r$, glavna naprezanja $\overline{v_r'^2}$, $\overline{v_\varphi'^2}$ i $\overline{v_z'^2}$ te smično naprezanje $\overline{v_r' v_z'}$ i kinetička energija turbulencije $\overline{k}$. Smično naprezanje određivano je na isti način kao u [9] te provjera konzistentnosti rezultata uvrštavanjem glavnih naprezanja u jednadžbu kontinuiteta nije učinjena. S ciljem usporedbe

rezultata $\overline{v_r' v_z'}$ ovog eksperimentalnog istraživanja s rezultatima novog modela izvršiti će se provjera konzistentnosti na isti način kako je to učinjeno u [9] za klasični radijalni mlaz. U ovu svrhu može se koristiti jednadžbu gibanja dobivenu iz (3.10) uz pretpostavku dvodimenzijskog kvazistacionarnog strujanja

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v_r'^2}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{v_r' v_z'}}{\partial z} + \frac{\overline{v_r'^2} - \overline{v_\varphi'^2}}{r} = \nu_{lam} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \overline{v}_r}{\partial z^2} - \frac{\overline{v}_r}{r^2} \right]. \tag{4.78}$$

Kako je već pokazano u poglavlju 3.4, kada se u gornjoj jednadžbi turbulentna naprezanja s lijeve strane jednadžbe modeliraju hipotezom Boussinesqa dobije se oblik množen turbulentnom viskoznošću koji je identičan obliku s desne strane jednadžbe koji množi molekularnu viskoznost. Obzirom da se kod turbulentnog strujanja molekularna viskoznost može zanemariti u odnosu na turbulentnu možemo za gornju jednadžbu pisati

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v_r'^2}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{v_r' v_z'}}{\partial z} + \frac{\overline{v_r'^2} - \overline{v_\varphi'^2}}{r} = 0 . \tag{4.79}$$

Uvrštavanjem jednadžbi za razdiobu brzine i derivacije komponenti brzine u gornji izraz te korištenjem bezdimenzijske kompozitne varijable η može se dobiti

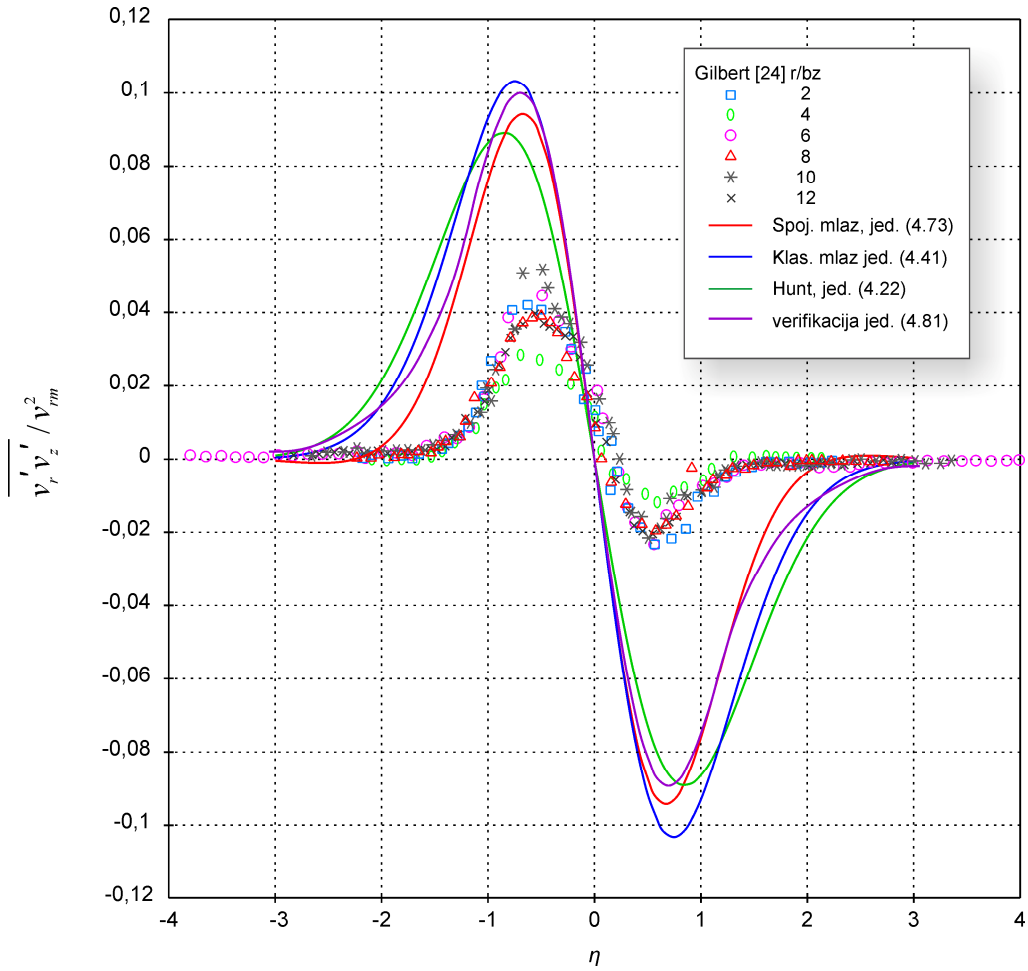
$$-c_{rm1}{}^2 r^{-3} e^{-2c\eta^2} + 2c\eta e^{-c\eta^2} c_{rm1}{}^2 r^{-3} \sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \frac{\partial \overline{v_r'^2}}{\partial \eta} \frac{\eta}{r} + \frac{1}{ar} \frac{\partial \overline{v_r' v_z'}}{\partial \eta} + \frac{\overline{v_r'^2} - \overline{v_\varphi'^2}}{r} = 0 . \tag{4.80}$$

Preuređenjem te dijeljenjem gornje jednadžbe s $r\overline{v}_{rm}^2$ može se dobiti bezdimenzijski oblik jednadžbe gibanja

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\overline{v_r' v_z'}}{\overline{v}_{rm}^2} \right) = a \left[-\frac{\overline{v_r'^2}}{\overline{v}_{rm}^2} + \frac{\overline{v_\varphi'^2}}{\overline{v}_{rm}^2} + e^{-2c\eta^2} - 2c\eta e^{-c\eta^2} \sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\sqrt{c}\eta\right) + \eta \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\overline{v_r'^2}}{\overline{v}_{rm}^2} \right) \right]. \tag{4.81}$$

Sada se bezdimenzijski oblik smičnog naprezanja $\overline{v_r' v_z'} / \overline{v}_{rm}$ može tražiti integracijom gornje jednadžbe koja predstavlja običnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda rješivu numeričkom metodom Runge Kutta četvrtog reda. Turbulentna naprezanja $\overline{v_r'^2}$ i $\overline{v_\varphi'^2}$ dobivena eksperimentom u [24] aproksimirana su polinomima te korištena pri rješavanju (4.81). Slika 4.10 prikazuje eksperimentalne rezultate smičnog naprezanja $\overline{v_r' v_z'} / \overline{v}_{rm}$ dobivene na opisani način iz mjerenja jednostrukom toplom žicom pri različitim kutovima u [24], rezultate dobivene novim modelom uz i bez pretpostavki graničnog sloja (4.41) i (4.73), rješenje

provjere konzistentnosti rezultata jednadžbom (4.81) te rezultate dobivene modelom (4.22) deriviranim iz Huntovog rješenja [13].



Slika 4.10 Usporedba Reynoldsovog naprezanja prema novom modelu s eksperimentalnim rezultatima radijalnog mlaza [24] – spojeni mlaz a = 0,24

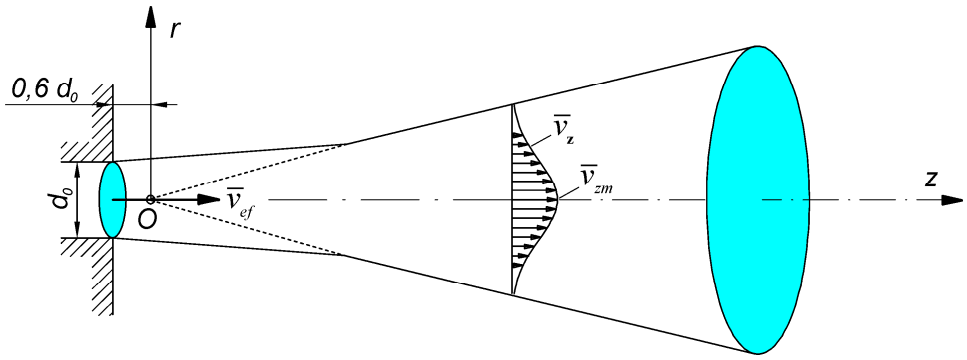
Usporedbu otežava činjenica što su eksperimentalni rezultati spojenog mlaza asimetrični u odnosu na centralnu ravninu mlaza $\eta = 0$. Ova asimetričnost je u [24] objašnjena činjenicom da je sudar dvaju nasuprotnih radijalnih zidnih mlazova koji daju spojeni radijalni mlaz bio neznatno asimetričan u odnosu na ravninu spajanja, a što je posljedica nesavršenosti konstrukcije koja je korištena za proizvodnju tog strujanja. Usprkos ovoj asimetriji eksperimentalnih rezultata, može se zaključiti da provjera konzistentnosti jednadžbom (4.81) daje loše poklapanje sa eksperimentom odnosno metodom određivanja smičnih naprezanja mjerenjem jednostrukom toplom žicom što je isti zaključak kao i u slučaju klasičnog mlaza. Također, na sličan način kao što se pokazalo kod klasičnog mlaza na slici 4.9, poklapanje rezultata provjere konzistentnosti jednadžbom gibanja i rezultata novog modela je zadovoljavajuće. Može se pretpostaviti da je rješenje (4.81) najvjerodostojniji rezultat dobiven iz eksperimenta obzirom da je dobiven iz jednadžbe gibanja primjenom

eksperimentalnih rezultata glavnih turbulentnih naprezanja mjerenih toplom žicom postavljenom okomito na smjer naprezanja. U tom slučaju može se zaključiti da novi modeli (4.41) i (4.73) daju nešto bolje rezultate od Huntovog rješenja (4.22) ali je teško ocijeniti koji od novih modela daje bolje poklapanje zato što su rezultati (4.81) također asimetrični u odnosu na $\eta = 0$ uslijed asimetričnosti eksperimentalnih rezultata $\overline{v_r'^2}$. Općenito se može zaključiti da usporedbu turbulentnih naprezanja dobivenih novim modelom s eksperimentalnim rezultatima drugih autora otežava činjenica što su eksperimentalna istraživanja radijalnog mlaza relativno oskudna. Znatno brojnija istraživanja posvećena su ravninskom i okruglom turbulentnom mlazu. Okrugli oblik turbulentnog mlaza je najčešće istraživani oblik turbulentnog mlaza te su na raspolaganju brojni eksperimentalni rezultati dobiveni različitim metodama mjerenja uključujući i mjerenja LDA anemometrom. LDA osjetnik mjeri smjer i intenzitet vektora brzine, općeprihvaćen je kao referentni osjetnik za mjerenje strujanja zraka u prostoriji te njegova dinamička svojstva premašuju sve ostale metode. Obzirom na raspoloživost eksperimentalnih rezultata okruglog mlaza u slijedećem poglavlju će se analizirati analitičko i numeričko rješenje za okrugli mlaz, uz i bez pretpostavki graničnog sloja, doneseno istim principom uz pretpostavku o poznatoj razdiobi brzine u glavnom smjeru strujanja te ocijeniti njegova primjenjivost usporedbom sa većim brojem eksperimentalnih rezultata.

4.5 Analitičko i numeričko rješenje okruglog mlaza uz $\nu_t \neq$ konst.

Okrugli turbulentni mlaz u ventilaciji nastaje istrujavanjem zraka u prostoriju kroz ventilacijski otvor okruglog presjeka, kao što je sapnica. Strujanje okruglog turbulentnog mlaza promatra se u cilindarskim koordinatama pri čemu se os *z* postavlja kao os simetrije dok je os *r* okomita na glavni smjer strujanja. Bez obzira što su oba oblika osno simetrična, jednadžbe graničnog sloja za okrugli mlaz imaju nešto drugačiji oblik u odnosu na jednadžbe radijalnog mlaza zato što je os simetrije *z* kod radijalnog mlaza okomita na smjer glavnog strujanja dok je kod okruglog mlaza paralelna s glavnim smjerom strujanja. Analitičko rješenje za strujanje okruglog turbulentnog mlaza dobiveno pretpostavkom Gaussove funkcije za razdiobu brzine u glavnom smjeru strujanja te pretpostavkom o promjenjivoj turbulentnoj viskoznosti u području mlaza doneseno je u [70]. U [70] je integracijom jednadžbe kontinuiteta izveden izraz za srednju brzinu u smjeru okomitom na glavni smjer strujanja te je integracijom jednadžbe gibanja, pojednostavljenom uz pretpostavke graničnog sloja i

hipotezu Boussinesqa, izveden izraz za turbulentnu viskoznost ν_t i turbulentno naprezanje $\overline{v_r' v_z'} / \overline{v}_{zm}$.



Slika 4.11 Okrugli slobodni mlaz

U nastavku će se ukratko prikazati spomenuti izrazi izvedeni uz pretpostavke graničnog sloja u [70] te će se izvesti analitičko rješenje bez pretpostavki graničnog sloja i usporediti s eksperimentalnim rezultatima drugih autora. Primjenom pojednostavljenja graničnog sloja za okrugli mlaz iz jednadžbe (3.14) dobiva se vremenski osrednjena jednadžba gibanja

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \overline{v_r' v_z'} . \tag{4.82}$$

Obzirom na aksijalnu simetričnost mlaza oko osi *z*, jednadžba kontinuiteta koristi se u obliku (3.5)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\overline{v}_r\right) + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} = 0 .$$

Jednako kao kod radijalnog mlaza, pretpostavlja se da se bezdimenzijska razdioba brzine u zoni razvijenog strujanja te u smjeru glavnog strujanja *z* može opisati Gaussovom funkcijom u obliku

$$\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{z,m}} = e^{-c\eta^2} \tag{4.83}$$

gdje je $\overline{v}_{z,m}$ brzina na centralnoj osi mlaza koja predstavlja mjerilo brzine te se njen pad s udaljavanjem od virtualnog ishodišta opisuje jednadžbom

$$\overline{v}_{zm} = c_{rm1} z^{crm2} . \tag{4.84}$$

Obzirom da je teorijska vrijednost eksponenta ista kao i za radijalni mlaz $c_{rm2} = -1$, iz (4.83) i (4.84) može se pisati

$$\overline{v}_z = c_{rm1} z^{-1} e^{-c\eta^2} \tag{4.85}$$

pri čemu je bezdimenzijska kompozitna varijabla η u ovom slučaju definirana $\eta = r / r_{1/2}$ gdje je $r_{1/2} = a \cdot z$ te za parcijalne derivacije vrijedi

$$\frac{\partial \eta}{\partial z} = -\frac{\eta}{z} \qquad \text{i} \qquad \frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{1}{az}. \tag{4.86}$$

Komponentu brzine $\overline{v}_r$ okomitu na glavni smjer strujanja nalazimo iz jednadžbe kontinuiteta te se deriviranjem prvog člana u (3.5) i supstitucijom (4.85) dobiva

$$\frac{\partial \left(c_{rm1} z^{-1} e^{-c\eta^2} \right)}{\partial z} = -\frac{\overline{v}_r}{r} - \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r}. \tag{4.87}$$

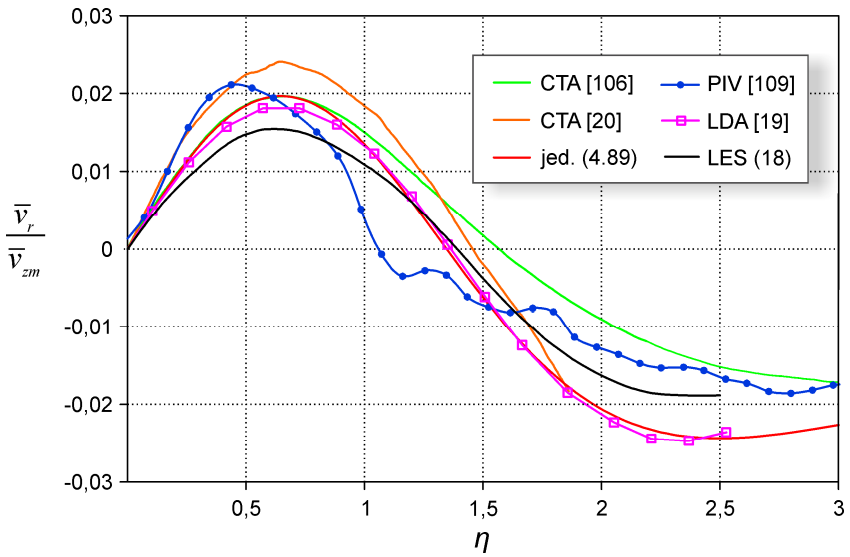
Dalje se deriviranjem člana s lijeve strane, dijeljenjem jednadžbe s $\overline{v}_{zm}$ te dodatnim transformacijama na desnoj strani u gornjoj parcijalnoj diferencijalnoj jednadžbi može se dobiti obična diferencijalna jednadžba

$$ac_{rm2} e^{-c\eta^2} + 2ac\eta^2 e^{-c\eta^2} = -\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{zm}\eta} - \frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{zm}} \right) \tag{4.88}$$

u kojoj omjer $\overline{v}_r / \overline{v}_{zm}$ predstavlja bezdimenzijsku razdiobu komponente brzine poprečne na glavni smjer strujanja koja ovisi samo o kompozitnoj varijabli η što potvrđuje pretpostavku o samosličnom rješenju. Rješenje gornje jednadžbe može se naći u obliku

$$\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{zm}} = \frac{a}{2c\eta}\left(\frac{2c\eta^2 + 1}{e^{c\eta^2}} - 1 \right). \tag{4.89}$$

U istraživanju [70] izvedena je jednadžba (4.89) u nešto drugačijoj formi obzirom da je širenje mlaza definirano udaljenošću od centralne linije mlaza na kojoj vrijedi $\overline{v}_{zm} / \overline{v}_z = e$. Razdioba $\overline{v}_r / \overline{v}_{zm}$ prema jednadžbi (4.89) uz $a = 0{,}095$ prikazana je na na slici 4.12 uz eksperimentalne rezultate mjerenja brzine poprečne na smjer glavnog strujanja u okruglom turbulentnom mlazu [19], [20], [106], [109] te rezultate dobivene simulacijom velikog vrtloga (LES) u [18].



Slika 4.12 Razdioba poprečne komponente brzine u okruglom mlazu

Slika 4.12 pokazuje dobro poklapanje eksperimentalnih rezultata bezdimenzijske razdiobe $\overline{v}_r / \overline{v}_{zm}$ s rezultatima mjerenja laserskim anemometrom LDA [19] i rezultatima LES simulacije [18] te nešto lošije poklapanje s mjerenjima CTA [20], [106] i PIV (eng. *Particle Image Velocimetry*) [109]. Pokazuje se da nasuprot fenomenu indukcije, odnosno usisavanja fluida u turbulentni mlaz iz okolnog prostora, poprečna komponenta brzine ima smjer suprotan smjeru usisavanja odnosno pozitivan predznak $\overline{v}_r / \overline{v}_{zm} \geq 0$ u području $0 \leq \eta \leq 1{,}35$. Na simetrali mlaza vrijedi $\overline{v}_r / \overline{v}_{zm} = 0$, dok se maksimalna vrijednost $\overline{v}_r / \overline{v}_{zm} = 0{,}192$ postiže u $\eta = 0{,}65$ te se nultočka nalazi u $\eta = 1{,}346$. Minimalna vrijednost $\overline{v}_r / \overline{v}_{zm} = 0{,}024$ dostiže se u $\eta = 2{,}5$ te daljnim udaljavanjem od simetrale $\eta \to \infty$, $\overline{v}_r / \overline{v}_{zm} \to 0$. Dalje se uz definiranu razdiobu brzine prema (4.85) i (4.89) može integracijom jednadžbe gibanja dobiti turbulentno naprezanje te jednadžba gibanja (4.82) prelazi u

$$c_{m1}{}^2 z^{-3}\left(-\left(2c\eta^2+1\right)e^{-2c\eta^2}+e^{-c\eta^2}\right)+c_{rm1}{}^2 z^{-3} e^{-c\eta^2}\left(-e^{-c\eta^2}+2c\eta^2 e^{-c\eta^2}\right)=-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r\overline{v_r' v_z'}. \quad (4.90)$$

Daljnjim transformacijama može se gornji oblik parcijalne diferencijalne jednadžbe pretvoriti u samosličan oblik obične diferencijalne jednadžbe u kojem turbulentno naprezanje ovisi samo o kompozitnoj varijabli η

$$a\left(\eta e^{-c\eta^2}-2\eta e^{-2c\eta^2}\right)=-\frac{d}{d\eta}\eta\frac{\overline{v_r' v_z'}}{\overline{v}_{zm}^2}. \quad (4.91)$$

Integracijom gornjeg izraza može se dobiti

$$\frac{\overline{v_r' v_z'}}{\overline{v}_{zm}^2} = \frac{a}{2c\eta}\left(e^{-c\eta^2} - e^{-2c\eta^2}\right). \tag{4.92}$$

Iako je gornji izraz u nuli neodređen, zbog simetrije strujanja u odnosu na os *z* za turbulentno naprezanje na osi simetrije $\eta = 0$ vrijedi $\overline{v_r' v_z'} = 0$ te se razvojem eksponencijalnih funkcija u gornjem izrazu u Taylorov red oko nule može zaključiti da je konstanta integracije jednaka nuli. Maksimum turbulentnog naprezanja može se naći iz uvjeta

$$\frac{d}{d\eta}\frac{\overline{v_r' v_z'}}{\overline{v}_{zm}^2} = -\frac{ae^{-2c\eta^2}}{2c\eta^2}\left(\left(2c\eta^2 + 1\right)e^{c\eta^2} - 4c\eta^2 - 1\right) = 0 \tag{4.93}$$

te se iz ovog izraza može dobiti $\eta_{\max} = 0,7$ i $\left(\overline{v_r' v_z'} / \overline{v}_{zm}^2\right)_{\max} = 0,018$ pri koeficijentu širenja *a* = 0,085. Turbulentna viskoznost se može dobiti iz hipoteze Bousinessqa koja u slučaju okruglog mlaza uz pretpostavke graničnog sloja glasi

$$\overline{v_r' v_z'} = -\nu_t \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r} \tag{4.94}$$

te se iz (4.94) uz (4.92) i (4.85) dobiva bezdimenzijski oblik turbulentne viskoznosti u samosličnom obliku

$$\frac{\nu_t}{\overline{v}_{zm} r_{1/2}} = \frac{a}{\left(2c\eta\right)^2}\left(1 - e^{-c\eta^2}\right). \tag{4.95}$$

Izrazi (4.95) i (4.92) dobiveni su u [70] u nešto drugačijem obliku obzirom na drugačiju definiciju linearnog širenja mlaza od one koje se koristi u ovom istraživanju. Vidi se da je gornji izraz neodređen u $\eta = 0$ te se razvojem eksponencijalne funkcije u Taylorov red dobiva oblik

$$\frac{\nu_t}{\overline{v}_{zm} r_{1/2}} = \frac{a}{\left(2c\eta\right)^2}\left(1 - 1 + c\eta^2 - \frac{\left(c\eta^2\right)^2}{2!} + \frac{\left(c\eta^2\right)^3}{3!} - \frac{\left(c\eta^2\right)^4}{4!} .....\right) \tag{4.96}$$

iz kojeg se vidi da na simetrali mlaza $\eta = 0$ vrijedi

$$\frac{\nu_t}{\overline{v}_{zm} r_{1/2}} = \frac{a}{4c} \tag{4.97}$$

što znači da je turbulentna viskoznost na simetrali mlaza konstantna i neovisna o udaljenosti od centra sličnosti. Na ovaj način je riješeno osrednjeno strujanje okruglog mlaza uz

pretpostavke graničnog sloja. Rješenje okruglog turbulentnog mlaza bez pretpostavki graničnog sloja može se dobiti na sličan način kako je napravljeno u slučaju radijalnog mlaza, odnosno integracijom jednadžbe gibanja u punom obliku u kojem su turbulentna naprezanja transformirana hipotezom Bousinessqa. Ovaj oblik za strujanje okruglog mlaza u kojem turbulentna viskoznost nije uzeta kao konstantna, u smjeru osi *z* glasi

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} = \frac{\nu_{\mathrm{t},2}}{r}\left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z}\right) + 2\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_{\mathrm{t},2}\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial r}\left[\nu_{\mathrm{t},2}\left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r}\right)\right]. \tag{4.98}$$

Ovdje je $\nu_{\mathrm{t},2}$ oznaka koeficijenta turbulentne viskoznosti koji će biti riješen bez pretpostavki graničnog sloja. Deriviranjem članova s desne strane te prelaskom na bezdimenzijsku varijablu η primjenom pravila lančanog deriviranja može se dobiti

$$\begin{aligned}\overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} + \overline{v}_r \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r} &= \frac{\nu_{\mathrm{t},2}}{r}\left(\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r} + \frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z}\right) + 2\frac{\partial \nu_{\mathrm{t},2}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial z}\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} + 2\nu_{\mathrm{t},2}\frac{\partial^2 \overline{v}_z}{\partial z^2} + \\ &\frac{\partial \nu_{\mathrm{t},2}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial r}\left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r}\right) + \nu_{\mathrm{t},2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r}\right)\end{aligned} \tag{4.99}$$

S obzirom da je razdioba brzine poznata u obliku funkcija $\overline{v}_{\mathbf{r}}(r,z)$ i $\overline{v}_{\mathbf{z}}(r,z)$ kao jedina nepoznanica u gornjem izrazu pojavljuje se koeficijent turbulentne viskoznosti $\nu_{\mathrm{t},2}$. Korištenjem izraza za brzinu (4.85) i (4.89) može se dalje dobiti

$$\begin{aligned}&-2c_{rm1}^2 z^{-3}e^{-2c\eta^2} + c_{rm1}^2 e^{-c\eta^2} z^{-3} = \frac{\nu_{\mathrm{t},2}}{r}c_{m1}e^{-c\eta^2}\left(\frac{a^2\eta^2}{rz}\left(2c\eta^2-1\right) - \frac{2c\eta}{a}z^{-2}\right) - 2\frac{\partial \nu_{\mathrm{t},2}}{\partial \eta}\frac{\eta}{z}c_{rm1}z^{-2}e^{-c\eta^2}\left(2c\eta^2-1\right) \\ &+2\nu_{\mathrm{t},2}c_{rm1}e^{-c\eta^2}z^{-3}\left(2-10c\eta^2+4c^2\eta^4\right) + \frac{\partial \nu_{\mathrm{t},2}}{\partial \eta}\frac{c_{m1}e^{-c\eta^2}}{az^2}\left(\frac{a^2\eta^2}{r}\left(2c\eta^2-1\right) - \frac{2c\eta}{az}\right) \\ &+\nu_{\mathrm{t},2}c_{m1}e^{-c\eta^2}\left(\frac{a^2}{zr}\left[\frac{\eta^2\left(1-2c\eta^2\right)}{r} + \frac{1}{az}\left(10c\eta^3 - 4c^2\eta^5 e^{-c\eta^2} - 2\eta\right)\right] - \frac{2c}{a^2}z^{-3}\left(1-2c\eta^2\right)\right)\end{aligned} \tag{4.100}$$

Da bi se dobio samosličan oblik jednadžbe može se dodatnim transformacijama parcijalna diferencijalna jednadžba eliminacijom varijable r uz $r = \eta a z$ pretvoriti u običnu diferencijalnu jednadžbu gdje je bezdimenzijska turbulentna viskoznost $\nu_{\mathbf{t,2}}/\overline{v}_{zm}r_{1/2}$ funkcija samo bezdimenzijske koordinate η

$$\frac{\nu'_{t2}}{\overline{v}_{zm}r_{1/2}}\left(C_{33}\eta - 2c\eta^3\right) + \frac{\nu_{t2}}{\overline{v}_{zm}r_{1/2}}\left(4c^2\eta^4 + C_{44}\eta^2 + C_{55}\right) = \frac{1}{a}\left(1 - \frac{\left(2c\eta^2+1\right)}{e^{c\eta^2}}\right) + \frac{1}{a}e^{-c\eta^2}\left(2c\eta^2-1\right) \tag{4.101}$$

Konstante C_{11}, C_{22}, C_{33} su konstrukti konstanti iz izraza za razdiobu aksijalne komponente brzine $\overline{v}_z$

$$C_{33} = 1 - \frac{2c}{a^2}, \qquad C_{44} = \frac{4c^2}{a^2} - 10c, \qquad C_{55} = -\frac{4c}{a^2} + 2 \ . \tag{4.102}$$

S obzirom da (4.101) nema analitičko rješenje rješavati će se numerički metodom Runge Kutta četvrtog reda. Početni uvjet $\nu_{t,2}(\eta = 0)$ može se tražiti iz činjenice da zbog simetričnosti strujanja u odnosu na ravninu $\eta = 0$ mora vrijediti

$$\eta = 0: \qquad \nu'_{t,2} = 0 \, . \tag{4.103}$$

Budući da je (4.101) uz uvjet (4.103) neodređena, na isti način kako je napravljeno u slučaju radijalnog mlaza, uvjet će se preformulirati u

$$\eta \to 0: \qquad \nu'_{t,2} \to 0 \, . \tag{4.104}$$

te se procjenom članova u (4.101) uz uvjet (4.104) dobiva $\frac{\nu_{t,2}}{\overline{v}_{zm} r_{1/2}} \to \frac{1}{aC_{55}} = \frac{a}{4c - 2a^2}$ odnosno može se zaključiti da u $\eta = 0$ vrijedi

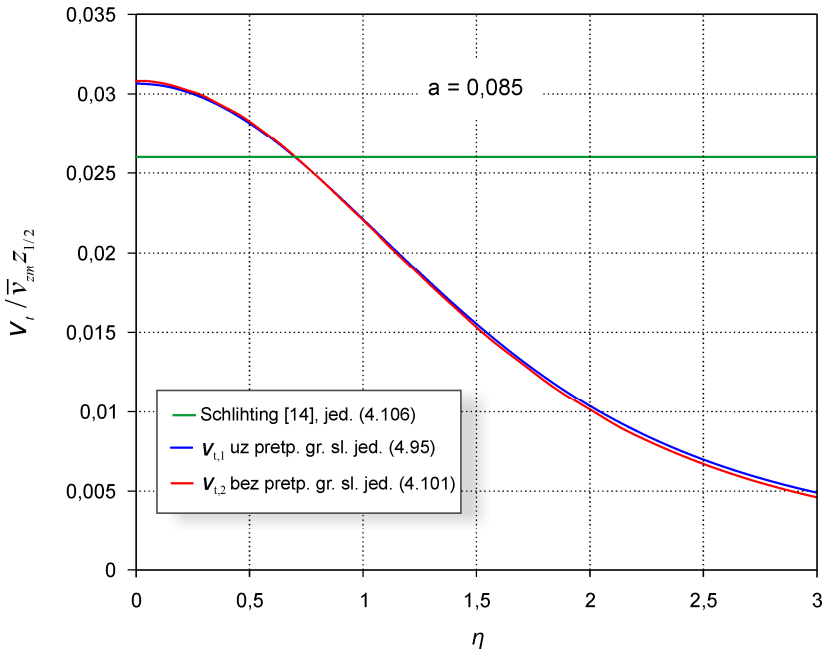
$$\frac{\nu_{t,2}}{\overline{v}_{zm} r_{1/2}} = \frac{a}{4c - 2a^2} \, . \tag{4.105}$$

Gornji izraz je novo rješenje za koeficijent turbulentne viskoznosti na simetrali okruglog mlaza dobiven bez pretpostavki graničnog sloja te se pokazuje da je on konstantan i ne ovisi o udaljenosti od virtualnog ishodišta. U usporedbi s izrazom (4.97) vidi se da ovaj keoficijent na simetrali mlaza nije jednak onom koji je dobiven uz pretpostavke graničnog sloja. Ovim se okrugli mlaz razlikuje od radijalnog kod kojeg su rješenja za turbulentnu viskoznost na centralnoj ravnini uz i bez pretpostavki graničnog sloja jednaka. Koeficijent turbulentne viskoznosti prema rješenjima (4.95) i (4.101) prikazan je na slici 4.13 uz Schlichtingovo [14] rješenje za okrugli mlaz:

$$\frac{\nu_t}{\overline{v}_{zm} r_{1/2}} = 0{,}302 \cdot a \ . \tag{4.106}$$

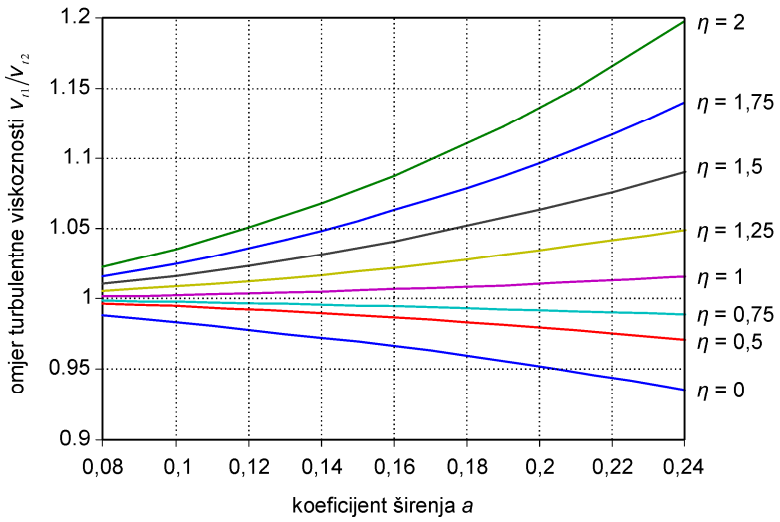
Schlichting [14] je pretpostavkom $\nu_t = \text{konst.}$, na isti način kako je to pokazano za radijalni mlaz u poglavlju 7, izveo izraz za turbulentnu viskoznost te je (4.106) jedino analitičko rješenje turbulentne viskoznosti okruglog mlaza pronađeno u literaturi. Nova rješenja turbulentne viskoznosti (4.95) i (4.101) pokazuju da pretpostavka konstantne vrijednosti po presjeku mlaza nije zadovoljavajuća. Pokazuje se da na presjeku mlaza rješenje $\nu_t = \text{konst.}$

(4.106) predstavlja precjenjenu srednju vrijednost koeficijenta turbulentne viskoznosti prema novim jednadžbama. Rješenja uz i bez pretpostavki graničnog sloja zanemarivo se razlikuju pri malom koeficijentu širenja $a = 0,09 \mp 0,05$ koji je zabilježen kod okruglog mlaza. Povećavanjem koeficijenta širenja ova razlika se povećava, kao što je to prikazano na slici 4.14.



Slika 4.13 Koeficijent turbulentne viskoznosti prema novim rješenjima i Schlihtingovo [14] rješenje $\nu_t = \text{konst.}$

Obzirom da okrugli mlaz s velikim koeficijentom širenja pri kojem bi primjena pretpostavki graničnog sloja postala upitna u praksi nije zabilježen, ovdje se neće ulaziti u dublju analizu posljedica primjenjivosti ovih pretpostavki.



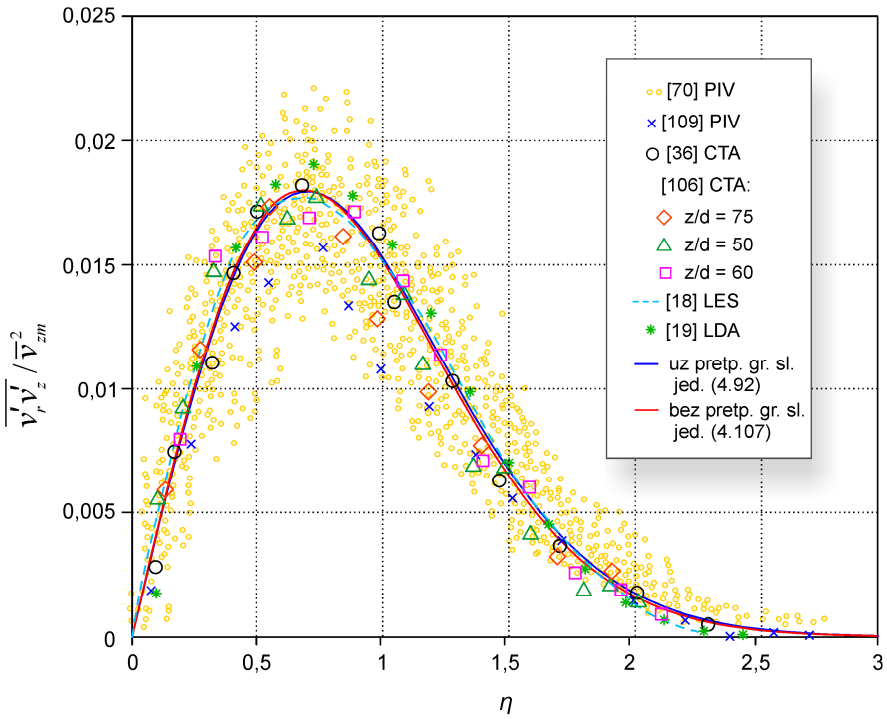
Slika 4.14 Utjecaj koeficijenta širenja na primjenjivost pretpostavki graničnog sloja za okrugli mlaz vrednovanu preko omjera $\nu_{t,1} / \nu_{t,2}$

Rješenja $\nu_{t,1}$ i $\nu_{t,2}$ jednaka su u $\eta \approx 0{,}85$ dok se njihova razlika povećava prema rubu mlaza te prema simetrali mlaza, i znatno ovisi o koeficijentu širenja što je prikazano na slici 4.14, za razliku od radijalnog mlaza gdje je pokazano da na simetralnoj ravnini $\eta = 0$ vrijedi $\nu_{t,1} = \nu_{t,2}$ dok se razlika povećava prema rubu mlaza odnosno s udaljavanjem od centralne ravnine. Maksimalna vrijednost $\nu_{t,1}$ i $\nu_{t,2}$ kod okruglog mlaza pojavljuje se na simetrali mlaza te je približno trostruko veća od vrijednosti na lokaciji $\eta = 2$. Uz numerički riješenu turbulentnu viskoznost bez pretpostavki graničnog sloja moguće je odrediti turbulentno naprezanje primjenom hipoteze Bousinessqa koja u punom obliku bez zanemarenja graničnog sloja ima oblik (3.12)

$$\overline{v_r' v_z'} = -\nu_{t,2}\left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r}\right).$$

Korištenjem funkcija $\overline{v}_{\mathbf{r}}(r,z)$ i $\overline{v}_{\mathbf{z}}(r,z)$ prema (4.85) i (4.89) u gornjem izrazu se dobiva bezdimenzijski izraz za turbulentno naprezanje u okruglom mlazu

$$\frac{\overline{v_r' v_z'}}{\overline{v}_{zm}^2} = -\frac{\nu_{t2}}{\overline{v}_{zm} r_{1/2}} \eta e^{-c\eta^2}\left(2a^2 c\eta^2 - a^2 - 2c\right). \tag{4.107}$$



Slika 4.15 Turbulentno naprezanje u okruglom mlazu prema novim rješenjima (4.92) i (4.107) i eksperimentalni rezultati drugih autora

Turbulentno naprezanje $\overline{v_r' v_z'} / \overline{v}_{zm}^2$ prema (4.107) pokazuje dobro poklapanje s eksperimentalnim rezultatima drugih autora (slika 4.15). Rješenja uz i bez pretpostavki graničnog sloja se očekivano zanemarivo razlikuju pri malim koeficijentima širenja zabilježenim kod klasičnog mlaza. Potrebno je također napomenuti da je u [106] prikazana krivulja Reynoldsovog naprezanja $\overline{v_r' v_z'} / \overline{v}_{zm}^2$ koja je dobivena integracijom uz pomoć poznatog profila brzine ali izraz iz nepoznatog razloga eksplicitno nije prikazan. Na temelju usporedbe rješenja za okrugli mlaz sa znatno većom količinom eksperimentalnih rezultata u odnosu na radijalni, može se zaključiti da se analitički model uz pretpostavke graničnog sloja te numeričko rješenje bez pretpostavki graničnog sloja dobro poklapaju s eksperimentalnim rezultatima te da se na ovakav način mogu odrediti profili osrednjenog strujanja turbulentnog mlaza. Dodatno su u poglavlju 6 izvedeni izrazi za generaciju kinetičke energije turbulencije za radijalni i okrugli mlaz te su uspoređeni s eksperimentalnim rezultatima mjerenja drugih autora. Ovim je riješen matematički model polja osrednjene brzine i turbulentne viskoznosti u slobodnom mlazu. Da bi se omogućio izračun brzine u spojenom mlazu kojeg će se ovdje smatrati slobodnim mlazom velikog koeficijenta širenja (u odnosu na klasični mlaz) potrebno je istražiti zonu područja razvijenog strujanja spojenog mlaza te eksperimentalne rezultate brzine usporediti s izvedenim matematičkim modelom. S obzirom da je temeljna zamisao omogućiti određivanje svojstava spojenog mlaza na temelju poznavanja efektivne istrujne brzine i međusobne udaljenosti difuzora, u poglavlju 5 se analiziraju rezultati mjerenja srednje brzine priljubljenog radijalnog mlaza bez utjecaja nasuprotnog mlaza, priljubljenog radijalnog mlaza u interakciji s nasuprotnim mlazom, te spojenog mlaza koji nastaje nakon interakcije.

4.6 Indukcija

Usisavanje okolnog zraka u struju mlaza uzrokuje porast ukupnog volumenskog protoka zraka kroz poprečni presjek mlaza u glavnom smjeru strujanja. Ova pojava se naziva indukcijom. Taylor je definirao indukciju kao proces kod kojeg fluid u izrazito turbulentnom strujanju usisava manje turbulentan fluid u njegovom okolišu. Izrazito turbulentno strujanje može biti mlaz ili vrtložni trag. Uzduž granice između mlaza i okolnog fluida formiraju se vrtlozi koji potiču okolni fluid da se inducira u strujanje mlaza. Taylor je pretpostavio da je volumenski protok okolnog zraka koji se usisava u mlaz ili vrtložni trag proporcionalan maksimalnoj srednjoj brzini u glavnom smjeru strujanja te se ova hipoteza indukcije zapisuje u obliku

$$\frac{d\dot{V}}{dx} = P\alpha\overline{v}_{x,m} \tag{4.108}$$

gdje je P obujmnica mlaza, α koeficijent indukcije i x glavni smjer strujanja. Ovo znači da je brzina usisavanja zraka jednaka

$$\overline{v} = \alpha\overline{v}_{x,m}\,. \tag{4.109}$$

Iz jednadžbe (4.108) se može za okrugli mlaz pisati

$$\frac{d\dot{V}}{dz} = 2r_{1/2}\pi\alpha\overline{v}_{z,m} \tag{4.110 a}$$

te za radijalni mlaz

$$\frac{d\dot{V}}{dr} = 4r\pi\alpha\overline{v}_{r,m} \tag{4.110 b}$$

Obzirom da je $d\dot{V}/dz$ diferencijalni protok koji ulazi u mlaz iz okoliša kroz diferencijalnu površinu može se za dovoljno velike udaljenosti η na kojima je brzina u glavnom smjeru strujanja približno jednaka nuli brzina usisavanja izjednačiti s brzinom u poprečnom smjeru. U slučaju ove pretpostavke za okrugli mlaz se dobiva

$$\frac{d\dot{V}}{dz} = \lim_{r\to\infty} 2r\pi\overline{v}_r \tag{4.111 a}$$

te za radijalni mlaz

$$\frac{d\dot{V}}{dr} = \lim_{z\to\infty} 4r\pi\overline{v}_z \tag{4.111 b}$$

Iznos poprečne komponente brzine pri velikim udaljenostima η za radijalni mlaz je određen izrazom (4.34) te jednaka $\overline{v}_z/\overline{v}_{r,m} = 1{,}06a$ dok se za okrugli mlaz iz (4.89) može približno procijeniti na $\overline{v}_r/\overline{v}_{z,m} = a/2\eta$. Uz ove vrijednosti jednadžba za okrugli mlaz postaje

$$\frac{d\dot{V}}{dz} = 2r\pi\frac{a}{2\eta}\overline{v}_{z,m} = r_{1/2}\pi a\overline{v}_{z,m} \tag{4.112 a}$$

te za radijalni mlaz

$$\frac{d\dot{V}}{dr} = 4r\pi \cdot 1,06a\overline{v}_{r,m} \tag{4.112 b}$$

Izjednačavanjem (4.110 a) i (4.112 a) dobiva se da je koeficijent indukcije okruglog mlaza jednak

$$\alpha = a/2 \tag{4.113 a}$$

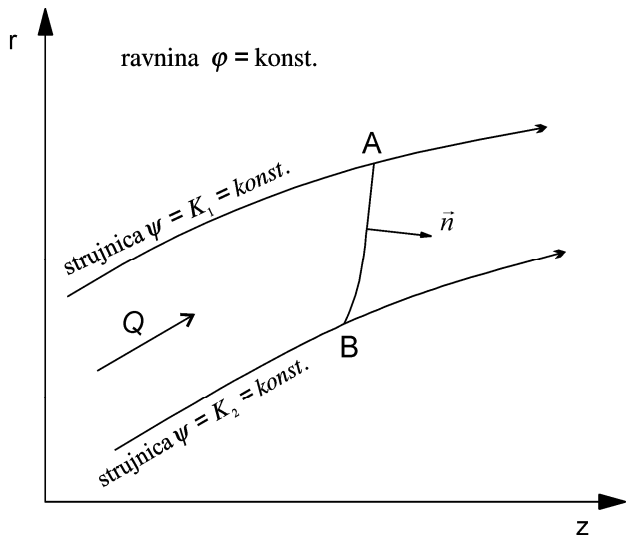
te izjednačavanjem (4.110 b) i (4.112 b) koeficijent indukcije radijalnog mlaza

$$\alpha = 1,06a\,. \tag{4.113 b}$$

Turner [110] je eksperimentalno istraživao Taylorovu hipotezu indukcije te utvrdio da je koeficijent indukcije za okrugli mlaz približno jednak 0,0535 pri čemu je koeficijent širenja bio dvostruko veći i jednak 0,107 što potvrđuje valjanost dobivene relacije za koeficijent indukcije okruglog mlaza. Eksperimentalni podaci za koeficijent indukcije radijalnog mlaza nisu pronađeni u literaturi. Ako je koeficijent širenja spojenog radijalnog mlaza više nego dvostruko veći od onog kod klasičnog mlaza, tada prema izrazu (4.113 b) spojeni mlaz ima i više nego dvostruko veći koeficijent indukcije što je sa stajališta miješajuće ventilacije poželjno. U primjeni miješajuće ventilacije nastoji se postići što intenzivnije miješanje zraka u prostoriji s ubacivanim zrakom te je poželjno ostvariti što veći koeficijent indukcije. U praksi se smatra da vrtložni difuzori imaju veću indukciju od onih koji ne postižu vrtloženje zračnog mlaza pri istrujavanju mada ova činjenica nije dokazana u znanstvenim istraživanjima. Indukcijski omjer (eng. *entrainment ratio*) predstavlja omjer volumenskog protoka zraka u mlazu na nekoj udaljenosti od istrujnog otvora i volumenskog protoka zraka na istrujnom otvoru. Prema ovoj definiciji indukcijski omjer je ovisan o udaljenosti od istrujnog otvora te se može naći iz izvedenih jednadžbi za brzinu dok je koeficijent indukcije konstantna veličina.

4.7 Strujna funkcija

Strujnica je po definiciji krivulja koja je u bilo kojoj točki prostora kolinearna s vektorom brzine strujanja fluida te se također kod stacionarnog strujanja, odnosno kvazistacionarnog turbulentnog strujanja, poklapa s putanjom čestice. Jednadžba strujne funkcije proizlazi iz definicije koja slijedi iz potencijalnog strujanja te koja kaže da je protok fluida između dviju strujnica jednak razlici vrijednosti funkcije toka na strujnicama (odnosno prostorno gledajući na strujnim površinama).



Slika 4.16 Strujnice u cilindarskom koordinatnom sustavu

Protok između dvije strujnice na slici 4.16 određen je integralom

$$Q = \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS$$

gdje je infitezimalni element površine $dS = dsrd\varphi$ a ds element luka spojnice točaka A i B. Ako se uzme $d\varphi = 1$ tada će protok biti izražen po jediničnom kutu. Ako je α kut nagiba elementa luka ds u odnosu na os z, tada vrijedi $dz = ds\cos\alpha$ i $dr = ds\sin\alpha$ a komponente normale su $(n_z, n_r) = (\sin\alpha, -\cos\alpha)$ tako da gornji izraz za protok prelazi u

$$Q = \int_A^B r\overline{v}_z \sin\alpha ds - r\overline{v}_r \cos\alpha ds = \int_A^B r\overline{v}_z dr - r\overline{v}_r dz$$

Da bi protok bio prikazan razlikom vrijednosti strujne funkcije na dvama strujnicama, onda podintegralna funkcija mora označavati potpuni diferencijal $d\psi$, a to će biti ako vrijedi

$$\text{a)}\ \ \overline{v}_r = \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z} \qquad \text{i} \qquad \text{b)}\ \ \overline{v}_z = -\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}. \tag{4.114}$$

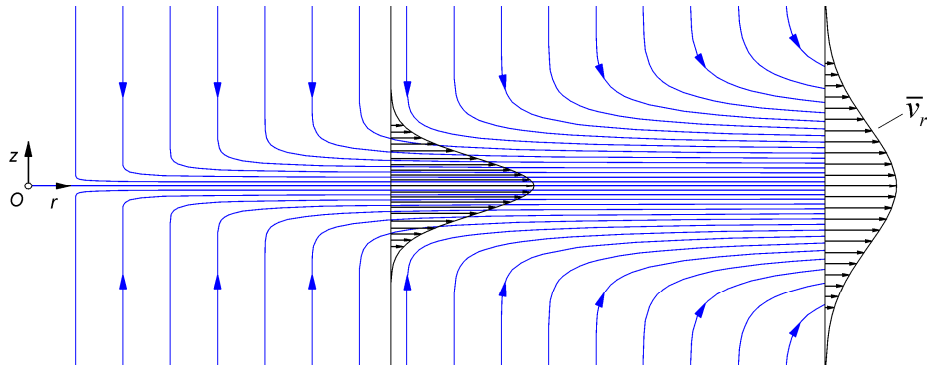
Strujna funkcija slobodnog radijalnog mlaza može se dobiti integracijom bilo koje od jednadžbi (4.114) uz poznatu razdiobu brzine. Obzirom na oblik jednadžbi za razdiobu brzine najjednostavnije je integrirati (4.114 a) koja supstitucijom $\overline{v}_r(r,z)$ definirane prema (4.25) daje

$$\psi = \int r\overline{v}_r dz = \int rc_{rm1} r^{-1} e^{-c\eta^2} dz = c_{rm1} \int e^{-\frac{c}{(ar)^2} z^2} dz \tag{4.115}$$

odnosno

$$\psi = c_{rm1} ra \sqrt{\frac{\pi}{4c}} erf\left(\frac{z\sqrt{c}}{ar}\right). \tag{4.116}$$

Obzirom da je $\psi(r,z) = \text{konst.}$ funkcija jedne strujnice (strujne površine), odabirom različitih vrijednosti konstanti za ψ iz gornje jednadžbe dobivamo familiju strujnica za slobodni radijalni mlaz prikazanu na slici 4.17.



Slika 4.17 Strujnice klasičnog radijalnog mlaza a = 0,09 prema jed. (4.116)

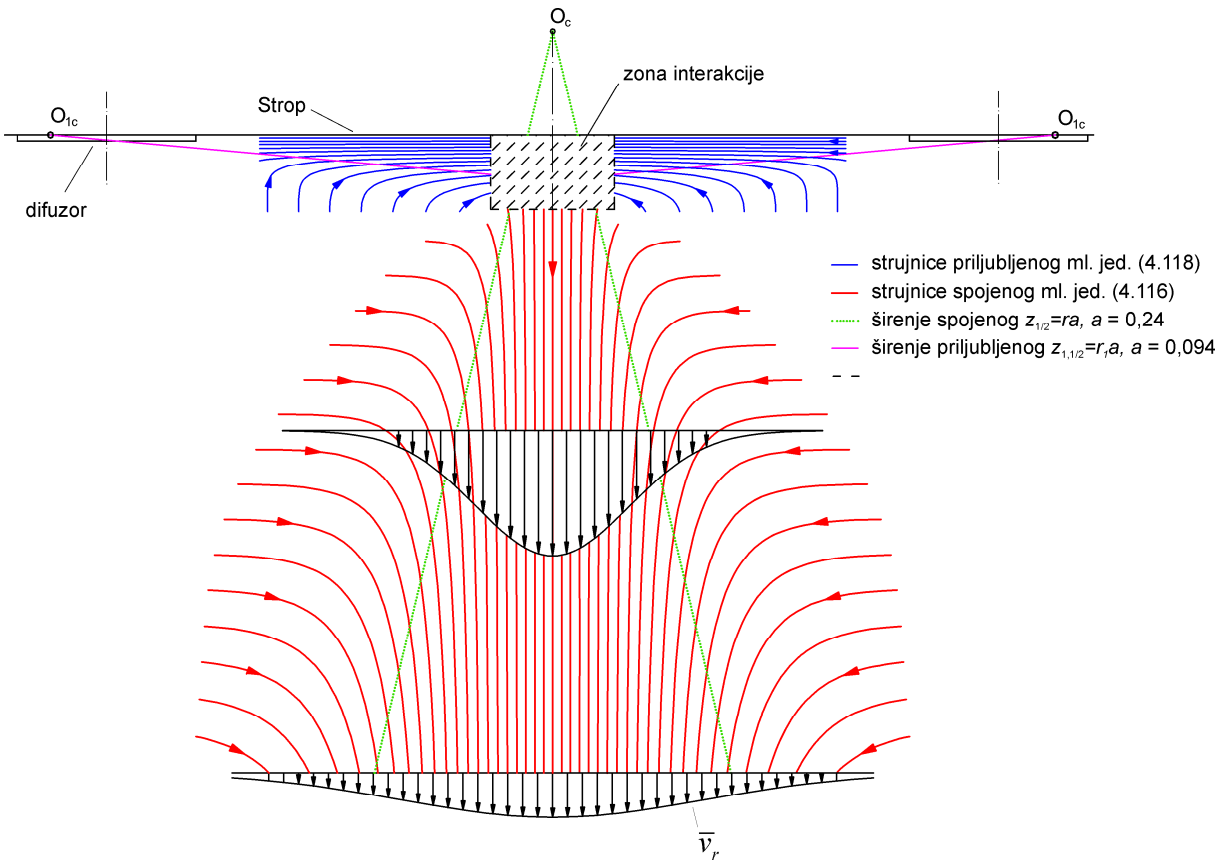
Jednadžbu srujnica priljubljenog radijalnog mlaza se može dobiti na isti način integracijom (4.114 a) koristeći jednadžbu (2.10) za razdiobu brzine u glavnom smjeru strujanja te se dobiva

$$\psi = c_{rm1} 1,48 \int \sqrt[7]{\eta}\left[1 - erf\left(0,68\eta\right)\right] dz \tag{4.117}$$

odnosno nakon integracije

$$\psi = \frac{c_{rm1} 1,48}{\sqrt[7]{ar}}\left[\frac{7}{8} z\sqrt[7]{z} - \int \sqrt[7]{z} \cdot erf\left(0,68\frac{z}{ar}\right) dz\right]. \tag{4.118}$$

Integral u gornjem izrazu nema analitičko rješenje te se može riješiti numerički. Kako je već rečeno, širinom turbulentnog mlaza smatra se udaljenost od centralne ravnine $z_{1/2}$ odnosno $\eta = 1$ na kojoj brzina u glavnom smjeru strujanja doseže $\overline{v}_r = 0,5\overline{v}_{rm}$. S druge strane, zonom turbulentnog mlaza u literaturi se često podrazumijeva područje od centralne ravnine do udaljenosti na kojoj brzina doseže $\overline{v}_r = 0,1\overline{v}_{rm}$, odnosno $\overline{v}_r \approx 0$. Međutim, strujnice slobodnog mlaza koji nastaje istrujavanjem fluida u beskonačno veliki prostor ispunjen istim takvim fluidom teorijski se protežu izvan zone mlaza odnosno u beskonačnost te na velikoj udaljenosti od centralne ravnine postaju okomite na glavni smjer strujanja.



Slika 4.18 Strujnice spojenog i priljubljenog mlaza pri međusobnoj udaljenosti difuzora b_{dif} = 3m

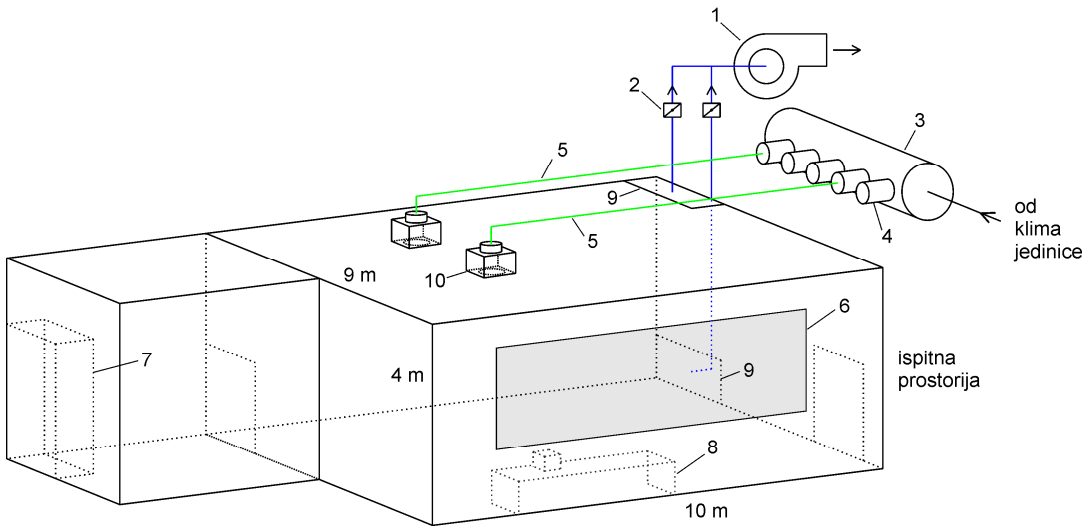
Na isti način se strujnice priljubljenog mlaza koji istrujava u beskonačno veliki prostor protežu u beskonačnost okomito na stjenku i glavni smjer strujanja. Strujnicama na slici 4.18 vizualizirano je strujanje spojenog i zidnog mlaza u zoni mlaza korištenjem jednadžbi za slobodni i priljubljeni mlaz (4.116) i (4.118) zato što, prema eksperimentalnim podacima prikazanima u slijedećem poglavlju, pokazuju svojstva slobodnog odnosno priljubljenog mlaza u području mjerenja koje se proteže do ruba zone mlaza te do zone interakcije. Model strujanja u cijelom području prostorije je teško pretpostaviti zato što je on rezultat međusobne interakcije spojenog i zidnog mlaza, interakcije s prostorijom i povratnim strujanjem koje nastaje odbijanjem priljubljenog i spojenog mlaza od zid odnosno pod te položaja odsisnog ventilacijskog otvora.

5 Eksperimentalno ispitivanje

5.1 Ispitni laboratorij, mjerna oprema i procedure

U ovom poglavlju prikazuju se rezultati mjerenja srednje brzine u zoni priljubljenog i spojenog mlaza dok su u poglavlju 6 prikazani rezultati mjerenja kinetičke energije turbulencije i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza.

Mjerenje brzine i intenziteta turbulencije zraka vršeno je u ispitnoj prostoriji laboratorija dimenzija 10 x 9 x 4 m koja je izgrađena na prvom katu proizvodne hale proizvođača opreme za ventilaciju Klimaoprema d.d. (slika 5.1). Svi zidovi ispitne prostorije su unutrašnji te su napravljeni od panela s poliuretanskom izolacijom debljine 50 mm dok konstrukciju spuštenog stropa čine čelični profili koji čine polja 600 x 1200 mm zatvorena panelima izrađenim od laganih aluminijskih ploča radi lakše manipulacije tijekom ugradnje difuzora u strop. Proizvodna hala ima vlastiti sustav klimatizacije kojim se održava konstantna temperatura zraka u okolišu ispitne prostorije što omogućuje jednostavno uspostavljanje izotermnih uvjeta strujanja u prostoriji obzirom da se dobavni zrak usisava iz proizvodne hale te se iz ispitne prostorije opet odsisava u proizvodnu halu. Obzirom da ispitna prostorija nema vanjskih zidova te da se na etaži ispod nje također nalazi proizvodna hala u kojoj se održava ista temperatura zraka, može se pretpostaviti kako je toplinsko opterećenje ispitne prostorije zanemarivo. Dovod zraka vrši se pomoću tlačne klimatizacijske jedinice koja usisava zrak iz proizvodne hale te je opremljena s dva ventilatora s individualnim frekvencijskim pretvaračima za kontinuiranu regulaciju brzine vrtnje odnosno protoka zraka. Manji i veći ventilator zajedno pokrivaju područje protoka zraka od 100 do 4000 m^3/h što omogućuje istovremeno ispitivanje većeg broja difuzora pri relativno velikom rasponu efektivnih brzina odnosno volumenskog protoka zraka. Nakon klima jedinice u kanalskom razvodu se nalazi cilindrični plenum promjera 1 m. Iz plenuma izlazi pet okruglih kanala promjera 300 mm na koje su spojeni regulatori konstantnog protoka zraka (CAV) sa elektromotornim pogonima zaklopke i automatskom regulacijom. Na regulatore su spojene fleksibilne cijevi promjera 300 mm, koje se zatim spajaju na priključne kutije difuzora (slika 5.1). Regulatorima protoka upravlja se preko računalnog programa te se na taj način može putem računala individualno regulirati protok zraka na svakom regulatoru. U ovom istraživanju ključni parametar je efektivna brzina zraka na istrujnom otvoru a ne protok zraka te se željena efektivna brzina postizala mjerenjem brzine uz ploču difuzora i variranjem protoka na regulatorima protoka.



Slika 5.1 Laboratorij za aerodinamičko ispitivanje 1 – Odsisni ventilator, 2 – ručna regulacijska zaklopka, 3 - plenum promjera 1 m, 4 – automatski regulatori konstantnog protoka (CAV), 5 – fleksibilno crijevo, 6 – pleksiglas staklo, 7 – upravljački ormar klima jedinice, 8 – stol i računalo, 9 – odsisne rešetke

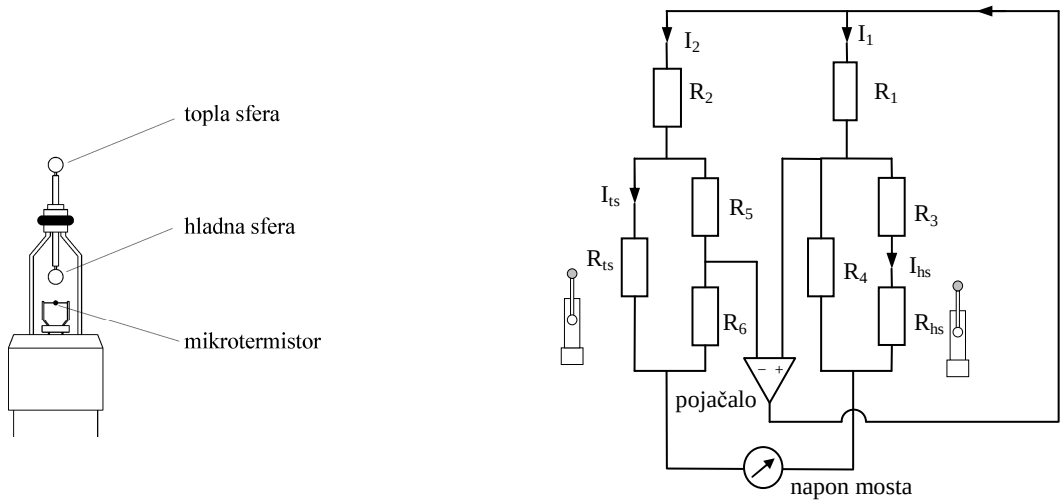
Instalirane su dvije odsisne rešetke, jedna na zidu uz pod prostorije, a druga na stropu uz zid prostorije. Odsisni ventilator je spojen kanalima s obje rešetke te je ručnim regulatorima protoka zraka instaliranima u odsisni kanal omogućena regulacija odsisa zraka putem zidne ili stropne rešetke ili putem obje. Odsisni ventilator se regulira frekvencijskim pretvaračem preko diferencijalnog presostata koji mjeri razliku tlaka u prostoriji i u proizvodnoj hali te održava približno isti protok zraka na odsisu kao i na dovodu.

Za provjeru izotermnih uvjeta strujanja mjerena je temperatura zraka u blizini difuzora i u blizini odsisne rešetke te se prema uputama iz norme HRN EN 12238 [111] izotermnim strujanjem u miješajućoj ventilaciji smatralo ono kod kojeg se temperature zraka u tlačnom kanalu i u blizini odsisnog otvora ne razlikuju više od 2 °C tijekom perioda od 5 minuta, prije i za vrijeme mjerenja.

U skladu sa zahtjevima na mjerne instrumente za mjerenje brzine i intenziteta turbulencije zraka u ventiliranim prostorijama koji su opisani u poglavlju 3, za mjerenje brzine zraka korištena su dva tipa anemometra: anemometar s toplom sferom s mjernim područjem 0,05 do 1 m/s i anemometar s toplim filmom s mjernim područjem 0,2 do 30 m/s. Raspolagalo se s tri anemometra s toplom sferom tipa 54T21 te jednim anemometrom s toplim filmom tipa 54T29 svi od proizvođača Dantec Dynamics. Osjetnik anemometra s toplim filmom je premaz od nikla na žici promjera 0,3 mm. Obzirom na cilindrični oblik ovaj anemometar mjeri dvije komponente brzine dok sferični osjetnik mjeri ukupni intenzitet brzine. Proizvođač daje

procjenu mjerne nesigurnosti anemometra s toplim filmom u iznosu od 0,02 m/s pri temperaturi kalibracije od 19 °C.

Osjetnik anemometra s toplom sferom je napravljen od dva gotovo identična sferična osjetnika, tople i hladne sfere, promjera 3 mm smještena na udaljenosti 2,4 cm jedan od drugog. Osjetnici su napravljeni od stakla s tankim filmom nikla na površini te su dio električnog kruga koji sadrži Wheatstone-ov most, slika 5.2. Topli osjetnik služi mjerenju brzine a hladni ima funkciju održavanja temperature toplog osjetnika na 30 °C iznad temperature zraka. Ravnoteža mosta održava se preko naponskog pojačala s povratnom vezom te je ravnoteža uspostavljena kada se uspostavi odnos električnih otpora toplog i hladnog osjetnika uvjetovan njihovom temperaturnom razlikom od 30 °C. Obzirom na ovaj način održavanja temperature tople sfere ovaj anemometar se može nazvati anemometrom konstantne nadtemperature iako se u literaturi tradicionalno naziva CTA (eng. *constant temperature anemometry*).



Slika 5.2 Anemometar s toplom sferom – osjetnik (lijevo) i strujni krug (desno)

Održavanjem konstantne nadtemperature eliminiran je utjecaj promjene temperature zraka na mjerenu brzinu. Sferični oblik osjetnika omogućava mjerenje brzine neovisno o smjeru strujanja obzirom da je smjer strujanja u zoni boravka često nepoznat. Topli osjetnik anemometra je grijan električnom strujom, odnosno oslobađanjem Joule-ove topline, a dominantni mehanizam prijenosa topline je konvekcija. Promjenom karakteristika strujanja zraka mijenja se i prijenos topline na toplom osjetniku, temperatura osjetnika, a s njom i električni otpor. Uslijed ove promjene dolazi do neravnoteže na Wheatstone-ovom mostu te sustav elektroničke povratne veze (naponsko pojačalo) podešava električnu struju, odnosno mijenja količinu oslobođene Jouleove topline na toplom osjetniku, čime se gotovo trenutačno

vraća temperatura odnosno otpor senzora u prvotno stanje i na taj način ponovno dovodi most u stanje ravnoteže. Anemometar se opisuje modeliranjem električnog kruga i izmjene topline obaju osjetnika. Spajanjem dvaju modela može se dobiti relacija između napona na mostu i brzine zraka. Temperatura zraka mjeri se također sfernim anemometrom koji sadrži osjetnik temperature u obliku mikrotermistora zatvorenog u staklenoj kapsuli. Mjerni pretvornik anemometra daje dva nelinearna naponska signala jedan za temperaturu i jedan za brzinu. Anemometar s toplom sferom je preporučeni instrument za mjerenje brzine zraka u svrhu procjene toplinske ugodnosti u prostorijama u međunarodnim normama [2-3], [112-113]. Čitav niz istraživanja svojstava sfernog anemometra proveden je s ciljem utvrđivanja izvora pogrešaka mjerenja brzine anemometrom s toplom sferom [114 – 120] te je navedeno ukupno 14 mogućih izvora pogrešaka. Navedena istraživanja rezultirala su udruženim naporom autora te su u opsežnom istraživanju [120] analizirani i kvantificirani najvažniji izvori pogrešaka mjerenja brzine sfernim anemometrom te su izvedene jednadžbe za ukupnu proširenu mjernu nesigurnost za srednju brzinu i standardnu devijaciju brzine

$$\hat{U}\left(\overline{v}\right) = 0,022 + 0,024 \cdot \overline{v} \tag{5.1}$$

$$\hat{U}\left(v_{STD}\right) = 0,006 + 0,124 \cdot v_{STD} \tag{5.2}$$

Gornje jednadžbe vrijede za srednju brzinu od 0,07 do 0,6 m/s i standardnu devijaciju brzine od 0,01 do 0,15 m/s. Neki od izvora pogreške su prirodna konvekcija, osjetljivost na smjer strujanja, temperaturni gradijent i gradijent brzine na osjetnicima, vlažnost zraka, efekti starenja, uvjeti kalibracije itd. Prema informacijama iz [120], korišten je isti tip sfernog anemometra 54T21 od istog proizvođača kao u ovom istraživanju te se navedene jednadžbe za mjerne nesigurnosti uzimaju kao relevantne. Mjerna nesigurnost u mjerenju temperature sfernim anemometrom procjenjena je od strane proizvođača na ± 0,5 °C.

Za akviziciju mjernih rezultata razvijen je vlastiti računalni program korištenjem softverske platforme Labview. Ovaj softver je razvijen tako da omogući istovremeno mjerenje s trima osjetnicima s toplom sferom i jednim osjetnikom s toplim filmom koji su bili na raspolaganju. Prema uputama i dinamičkim karakteristikama datim od proizvođača, frekvencija uzorkovanja svih anemometara bila je 10 Hz te su za pretvorbu napona u brzinu i temperaturu korišteni kalibracijski polinomi proizvođača.

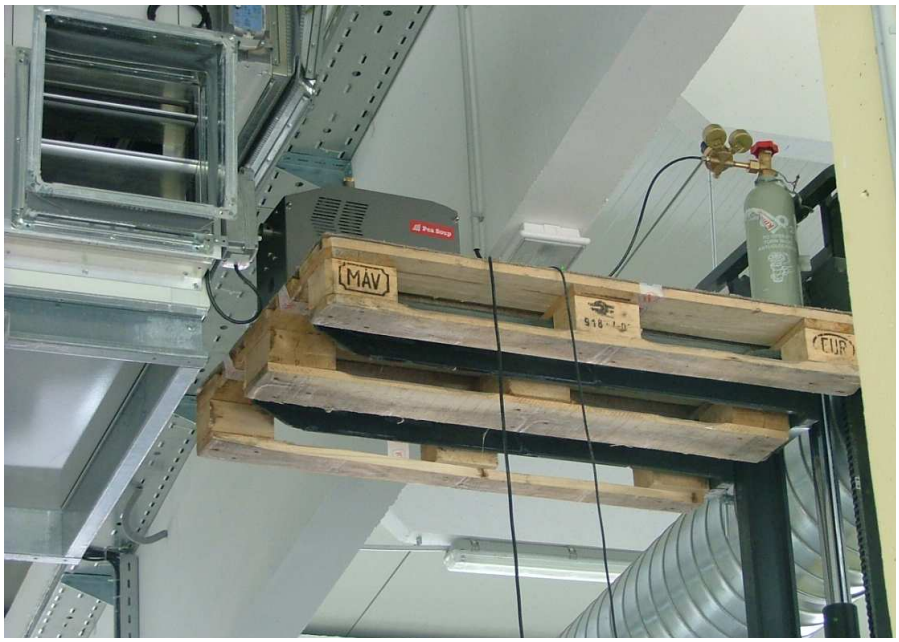
Za utvrđivanje modela strujanja zraka, odnosno nastanak spojenog mlaza i priljubljenje

mlaza iz difuzora uz strop korišten je sustav za vizualizaciju strujanja vidljivim plinom. Sustav se sastoji od uređaja za zagrijavanje ulja te potisnog plina CO_2. Uređaj je posebno konstruiran za vizualizaciju strujanja u ventilaciji te je primjenjen postavljanjem na usisu u tlačnu klima jedinicu.

Korišten je vrtložni radijalni difuzor tip DVS 600 proizvođača Klimaoprema d.d vanjskog promjera krilaca 600 mm. Istrujna ploča difuzora pričvršćena je vijcima za priključnu kutiju (plenum) dimenzija 590 x 590 x 380 mm s vertikalnim priključkom za dovod zraka promjera 250 mm koji je spojen fleksibilnim crijevom. Priključna kutija sadrži horizontalno postavljeni perforirani lim kako bi se prolaskom kroz perforaciju brzina zraka ujednačila po poprečnom presjeku. Vertikalni priključak priključne kutije promjera 250 mm također sadrži perforiranu zaklopku koja je bila u zatvorenom položaju kako bi se prolaskom kroz perforaciju brzina dodatno izjednačila po poprečnom presjeku i tako doprinijelo radijalnoj simetričnosti mlaza.

Slika 5.3 Ploča i priključna kutija difuzora s vertikalnim priključkom, ugradnja u spušteni strop

Slika 5.4 Plenum s regulatorima konstantnog protoka i kolica s anemometrima s toplom sferom



Slika 5.5 Uređaj za vizualizaciju strujanja s potisnim plinom CO_2 na usisu klima jedinice

Istraživanje spojenog mlaza provedeno je za četiri različite međusobne udaljenosti difuzora b_{dif} : 180, 240, 300 i 360 cm te za četiri različite efektivne brzine na difuzorima: 3,5, 4,5, 5,9 i 7,9 m/s na svakoj udaljenosti. Proizvođač procjenjuje efektivnu istrujnu površinu difuzora na 0,03 m^2 te su procijenjeni volumenski protoci 380, 490, 640 i 850 m^3/h. Tada je broj izmjena

zraka u jednom satu u ispitnoj prostoriji pri korištenju samo jednog difuzora: 1,1, 1,4, 1,8 i 2,4 te je broj izmjena po satu pri korištenju dva difuzora 2,2, 2,8, 3,6 i 4,8. Izotermni uvjeti prema navedenim kriterijima postizani su u roku od 1 do 2 h od uključenja klima jedinice ovisno o efektivnoj brzini na difuzorima odnosno broju izmjena zraka u prostoriji.

Mjerenje efektivne brzine u jednoj točki je vršeno u vremenskom periodu od 2 min na samim krilcima difuzora, 4 minute u zoni priljubljenog mlaza i 10 minuta u spojenom mlazu. Ponovljivost mjerenja ispitana je ponavljanjem mjerenja u istim točkama u vremenskom razmaku od jednog dana. Podaci o ponovljivosti dati su u nastavku.

5.2 Priljubljeni mlaz bez interakcije

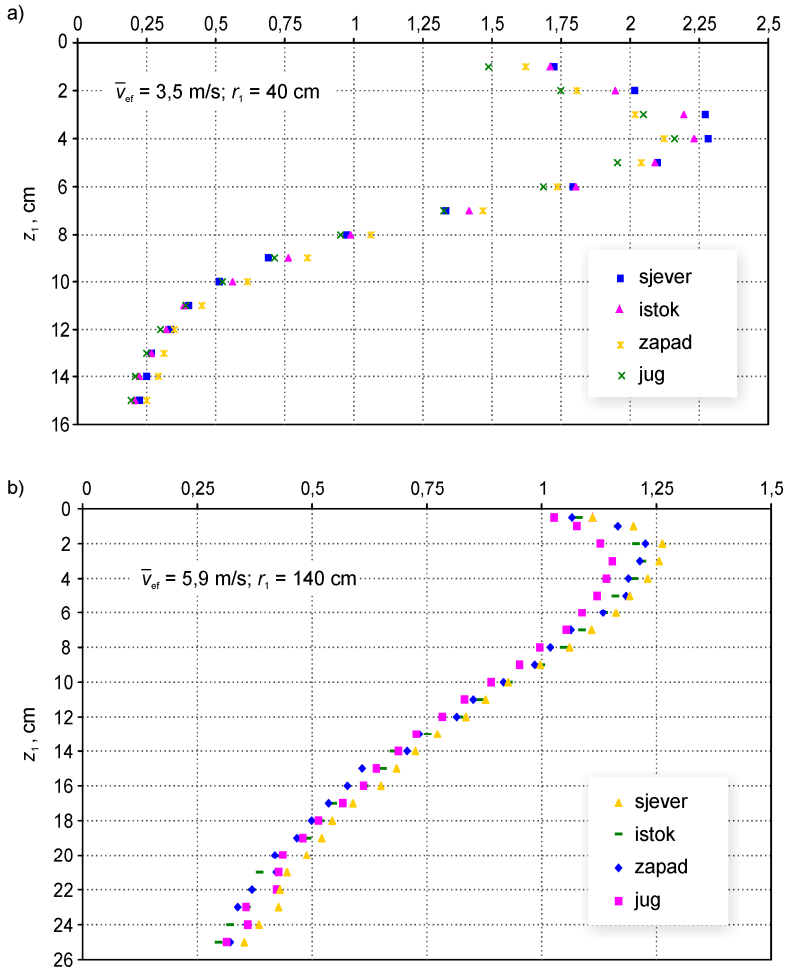
Priljubljeni mlaz bez interakcije sa susjednim mlazom ispitan je postavljanjem jednog difuzora u strop u centralnom dijelu ispitne prostorije te mjerenjem profila brzine na vertikalnim mjernim stazama uz strop. Mjerenja efektivne brzine vršena su na svim krilcima (36 krilaca) te su prikazana na slici 5.18 (zapadni difuzor). Osjetnik je bio orijentiran uspravno i okomito na smjer strujanja kao na slici 5.7 kako bi se izbjegao utjecaj fizičke prisutnosti anemometra u zoni priljubljenog mlaza.

Slika 5.6 Difuzor u centralnom dijelu stropa prostorije

Obzirom na uspravni položaj osjetnika, na ovaj način se mjeri zbroj radijalne i tangencijalne komponente brzine. Početna točka je mjerena na udaljenosti $z_1 = 0,5$ cm od stropa te zatim

$z_1 = 1$ cm i dalje s korakom od 1 cm sve do udaljenosti na kojoj je brzina pala na vrijednost $\approx 0,2\overline{v}_{r,\mathrm{m}}$.

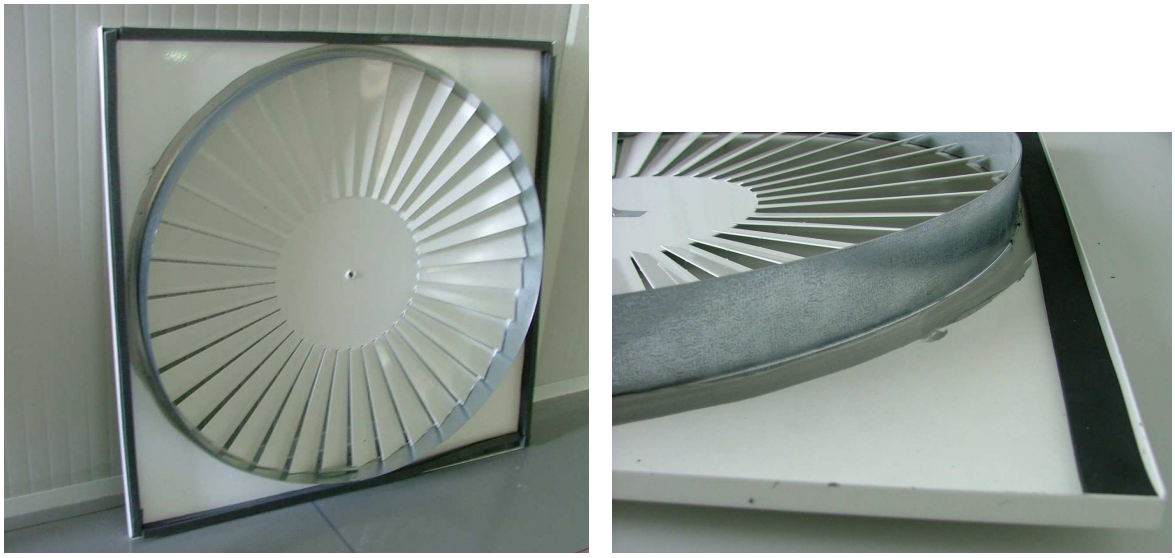
Slika 5.7 Uspravni položaj osjetnika okomito na smjer strujanja, mjerenje s dva istovremeno



Slika 5.8 Primjeri profila brzine mjerenih na istoj radijalnoj udaljenosti i četiri strane svijeta od difuzora

Da bi se utvrdila radijalna simetričnost mlaza po cijelom profilu brzine, mjerenja su vršena na istočnoj, zapadnoj, sjevernoj i južnoj strani na istoj udaljenosti r_1 od centra difuzora. Istovremeno je vršeno mjerenje na dvije nasuprotne strane od difuzora kao na slici 5.7 (npr. sjever i jug) te su zatim osjetnici zarotirani na preostale dvije strane (npr. istok i zapad). Ukoliko bi se ustanovila radijalna asimetričnost takva da su se izmjerene maksimalne brzine na profilima na sve četiri strane na istoj udaljenosti od centra difuzora razlikovale za više od 10 % tada bi se pristupilo podešavanju krilaca difuzora na kojima bi se ustanovilo odstupanje od prosječne vrijednosti efektivne brzine dok mlaz ne bi pokazao zadovoljavajući stupanj radijalne simetričnosti. Primjer profila brzine na istoj udaljenosti od centra difuzora za četiri strane svijeta prikazan je na slici 5.8.

Vizualizacijom strujanja je ustanovljeno da priljubljenje ili ne priljubljenje mlaza uz strop ovisi o unutarnjoj konstrukciji istrujne ploče te tako ploča bez prstena postavljenog uz rub krilaca proizvodi mlaz koji se ne priljubljuje uz strop (slika 5.11) dok ploča sa prstenom (slika 5.9) proizvodi priljubljeni mlaz (slika 5.10).



Slika 5.9 Unutarnja konstrukcija ploče difuzora s prstenom uz rub krilaca

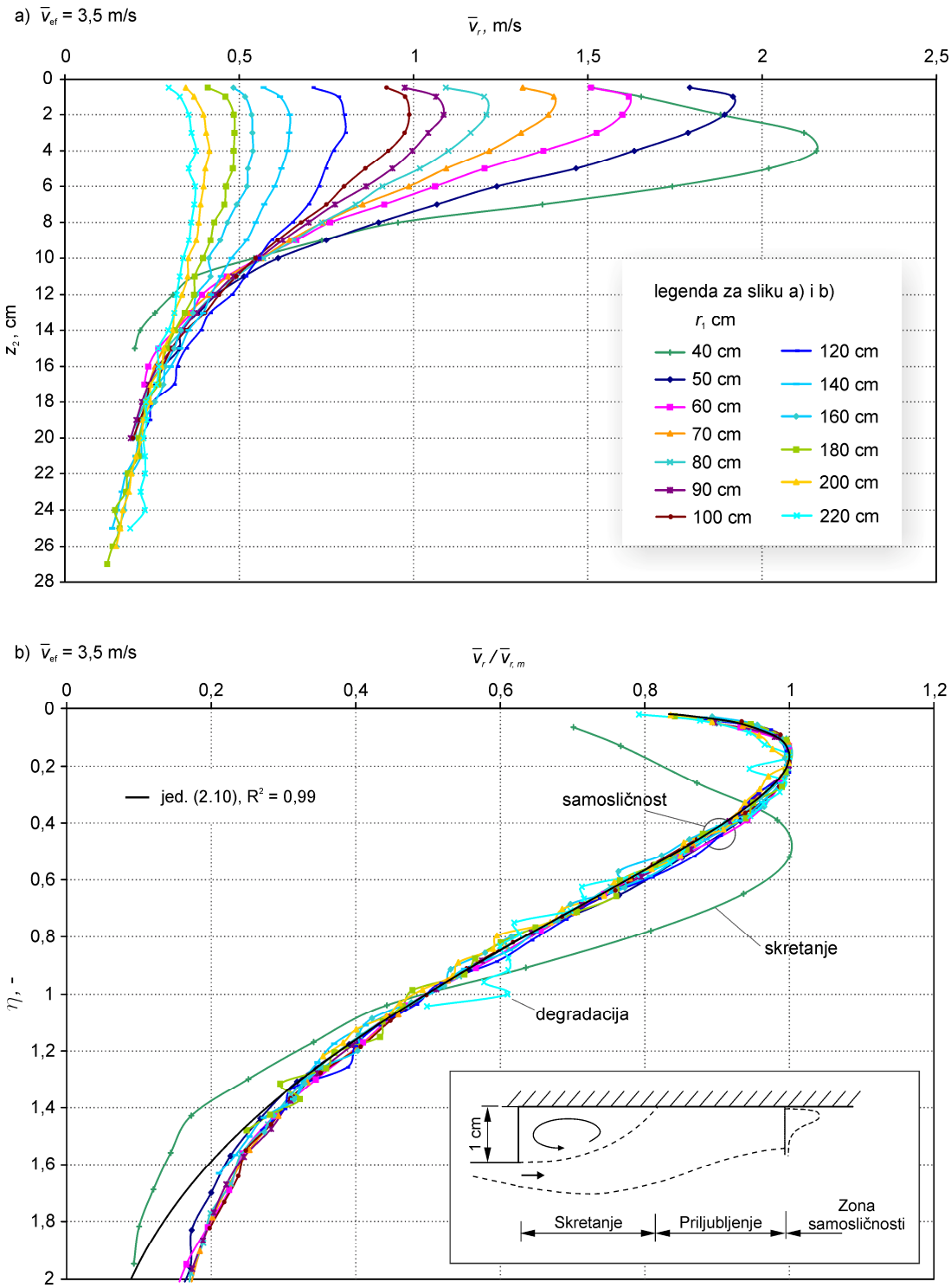
Ponovljivost mjerenja provjeravana je u vremenskom razmaku od jednog dana te je za priljubljeni mlaz na temelju 45 ponovljenih točaka ustanovljeno da iznosi prosječno 0,02 m/s dok je najveća zabilježena vrijednost 0,05 m/s.

Širenje mlaza od istrujnog otvora do zone degradacije pri četiri različite efektivne brzine prikazano je dimenzijskim i bezdimenzijskim profilima brzine na slikama 5.12 do 5.15. Vidi se kako u svim slučajevima profil na udaljenosti $r_1 = 40$ cm (r_1 / d = 1,33) pokazuje položaj maksimalne brzine na znatno većoj udaljenosti od ostalih profila te se u bezdimenzijskom obliku ne preklapa s profilima u zoni samosličnosti.

Slika 5.10 Priljubljenje mlaza uz strop kod ploče difuzora s prstenom

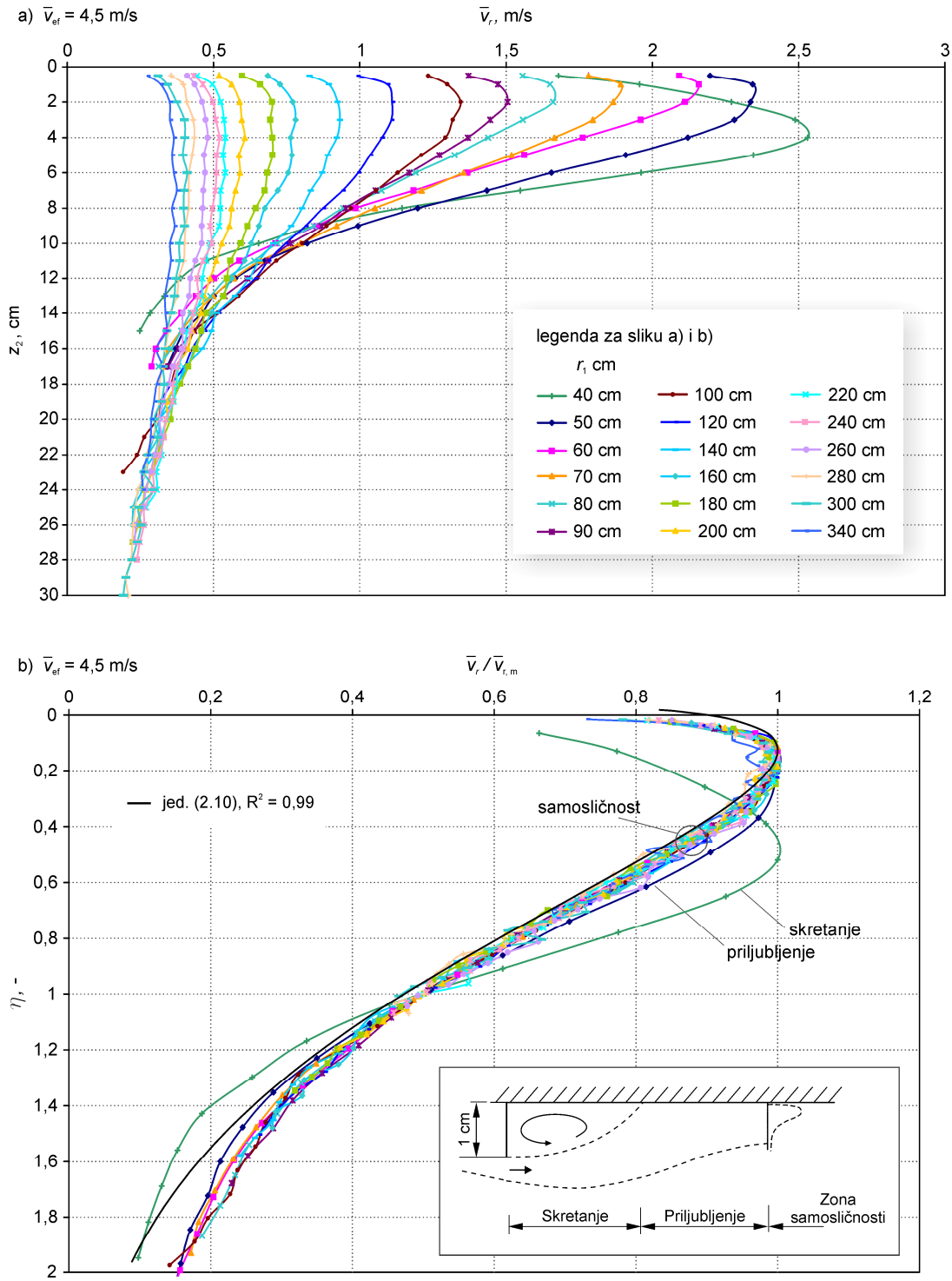
Slika 5.11 Izostanak priljubljenja mlaza kod ploče bez prstena

Može se zaključiti da mlaz na ovoj udaljenosti još uvijek nije priljubljen uz strop. Očito je postojanje Coanda efekta bez obzira što je istrujna površina ploče difuzora udaljena svega 1 cm od stropa.



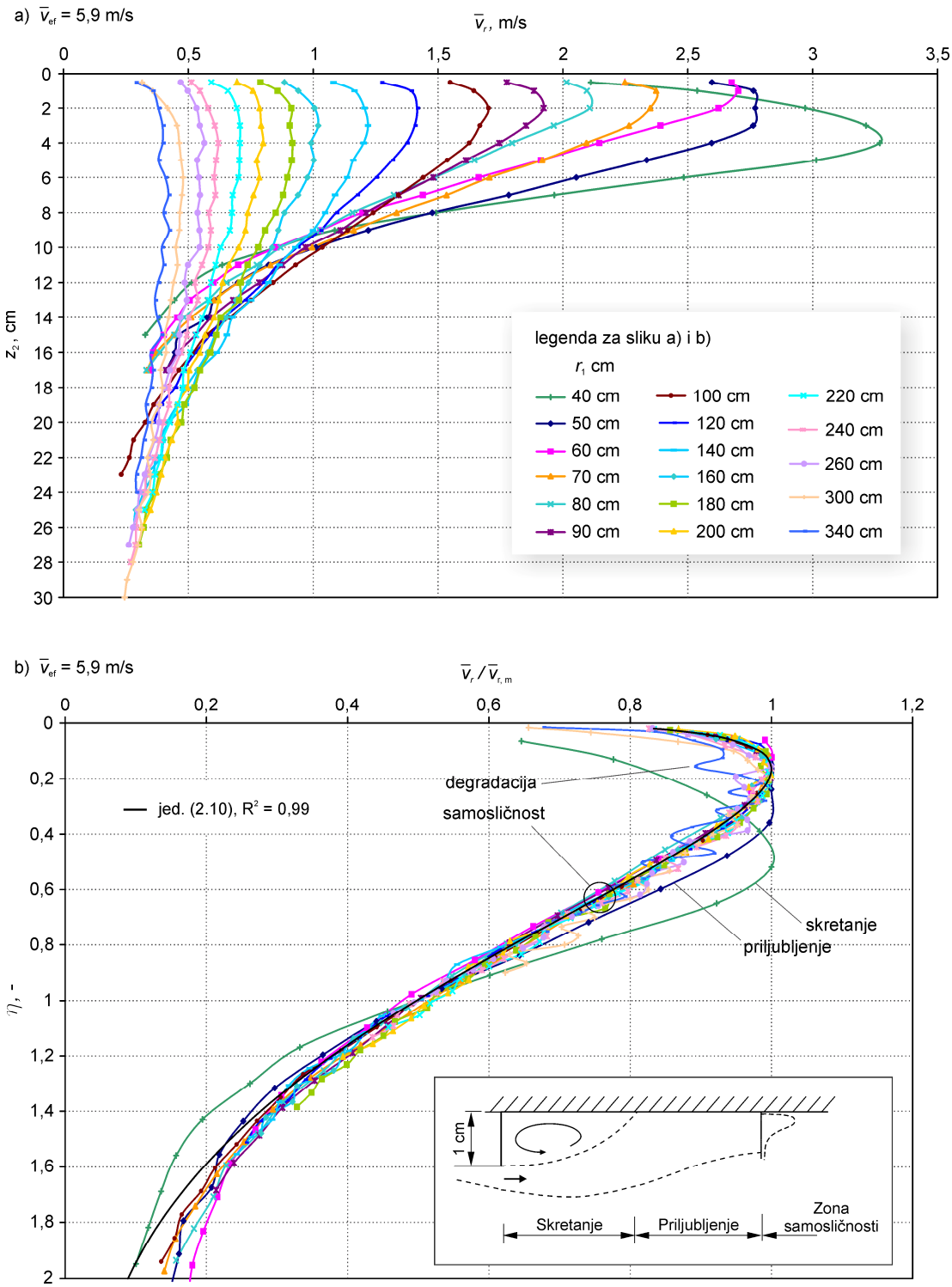
Slika 5.12 Profili brzine priljubljenog mlaza za $\bar{v}_{ef} = 3{,}5$ m/s, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski

Profil $r_2 = 50$ cm (r_1 / d = 1,66) pokazuje znatan pomak položaja maksimalne brzine prema stropu u odnosu na $r_1 = 40$ cm te u tri od četiri slučaja (slike 5.13 – 5.15) pokazuje da se u potpunosti ne preklapa s bezdimenzijskim profilima u zoni samosličnosti što znači da je ovdje još uvijek prisutna zona priljubljenja.



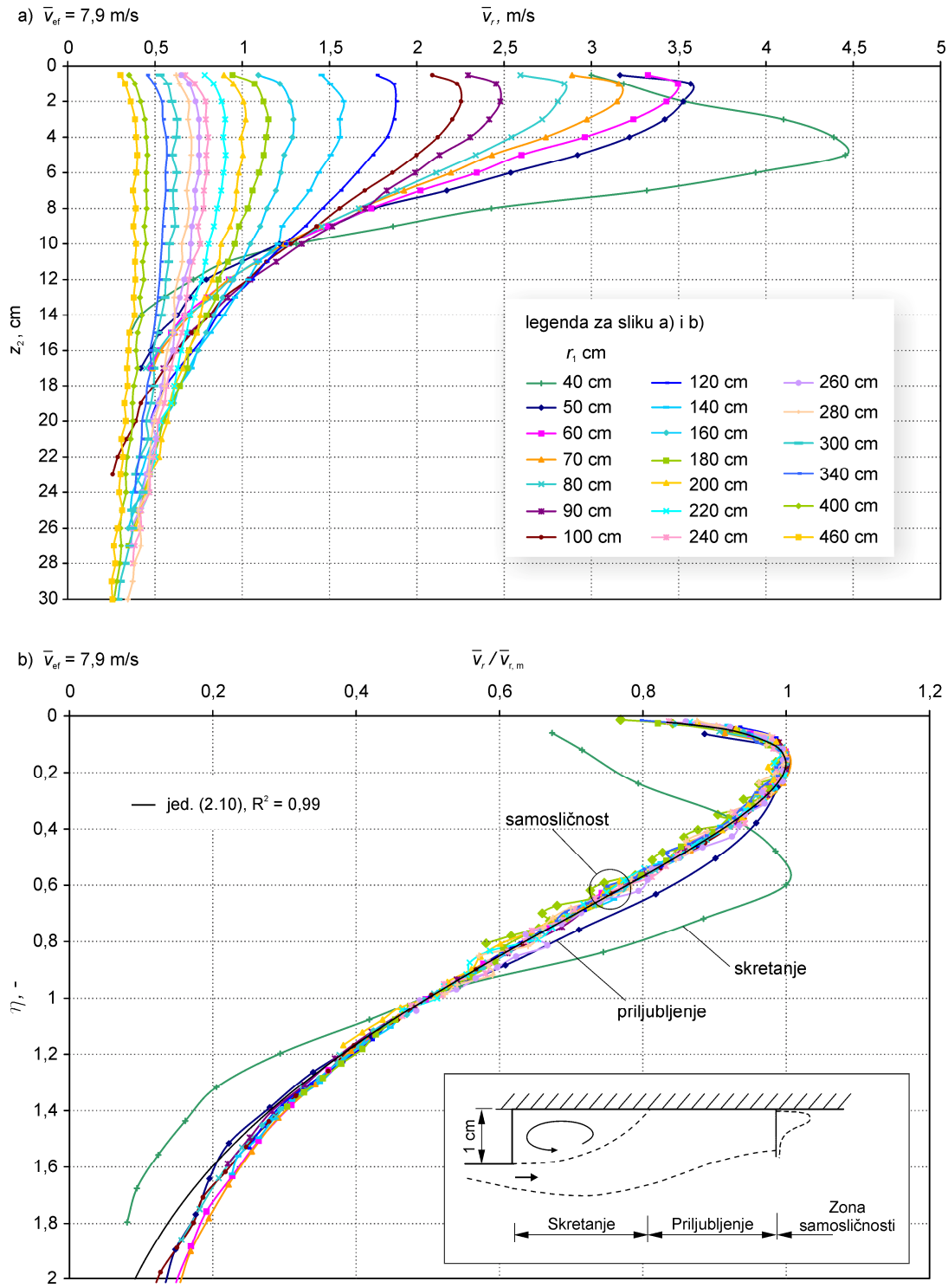
Slika 5.13 Profili brzine priljubljenog mlaza za $\bar{v}_{ef} = 4{,}5$ m/s, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski

Zona samosličnosti počinje od udaljenosti 60 cm ($r_1 / d = 1$) što je relativno mala udaljenost od difuzora u odnosu na ravninski i okrugli mlaz (4 do 6 promjera istrujnog otvora kod okruglog mlaza odnosno ekvivalentnih promjera kod pravokutnog otvora). Početak zone samosličnosti na relativno maloj udaljenosti od difuzora očito je rezultat nepostojanja inicijalne zone kod radijalnog mlaza u kojoj je brzina po poprečnom presjeku konstantna.



Slika 5.14 Profili brzine priljubljenog mlaza za $\bar{v}_{ef} = 5{,}9$ m/s, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski

Nepostojanje inicijalne zone kao karakteristike radijalnog mlaza je također zaključak ranijih istraživanja [91], [94]. Duljina zone samosličnosti ovisi o efektivnoj brzini te u slučaju minimalne korištene vrijednosti $\bar{v}_{ef} = 3{,}5$ m/s iznosi $2{,}66\, r_1/d$ odnosno doseže udaljenost $3{,}66\, r_1/d$ od centra difuzora.

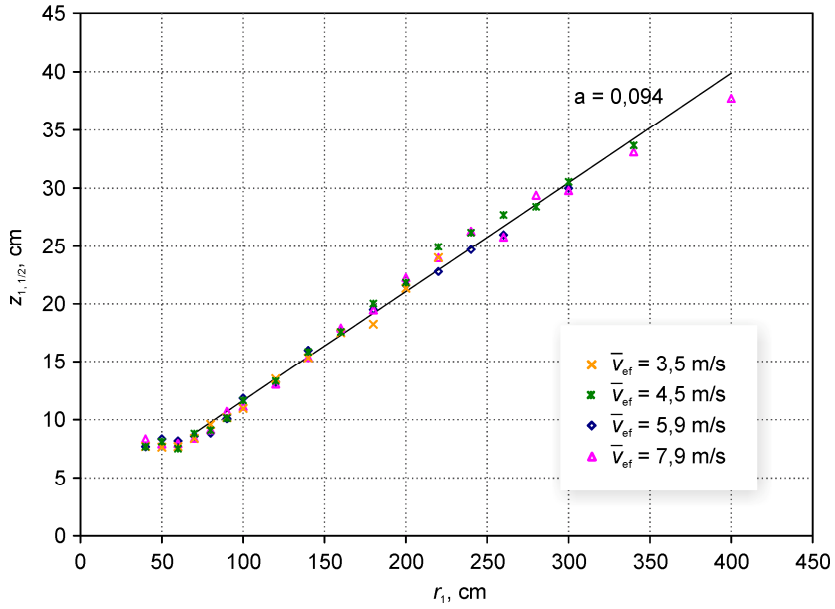


Slika 5.15 Profili brzine priljubljenog mlaza za $\bar{v}_{ef} = 7{,}9$ m/s, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski

U slučaju maksimalne vrijednosti $\bar{v}_{ef} = 7{,}9$ m/s dugačka je $6{,}66\, r_1/d$ odnosno doseže udaljenost $7{,}66\, r_1/d$ od centra difuzora nakon čega je primjetan početak zone degradacije koji se očituje u znatnim odstupanjima od preklapanja s bezdimenzijskim profilima u zoni samosličnosti. Udaljenost do početka zone degradacije odnosno završetka zone samosličnosti

ovisi o karakteristikama turbulentnog strujanja okolnog zraka u prostoriji te o efektivnoj brzini [43]. Može se pretpostaviti da u slučaju priljubljenog mlaza početak zone degradacije također ovisi o eventualnim neravninama koje se pojavljuju na plohi uz koju se mlaz priljubljuje.

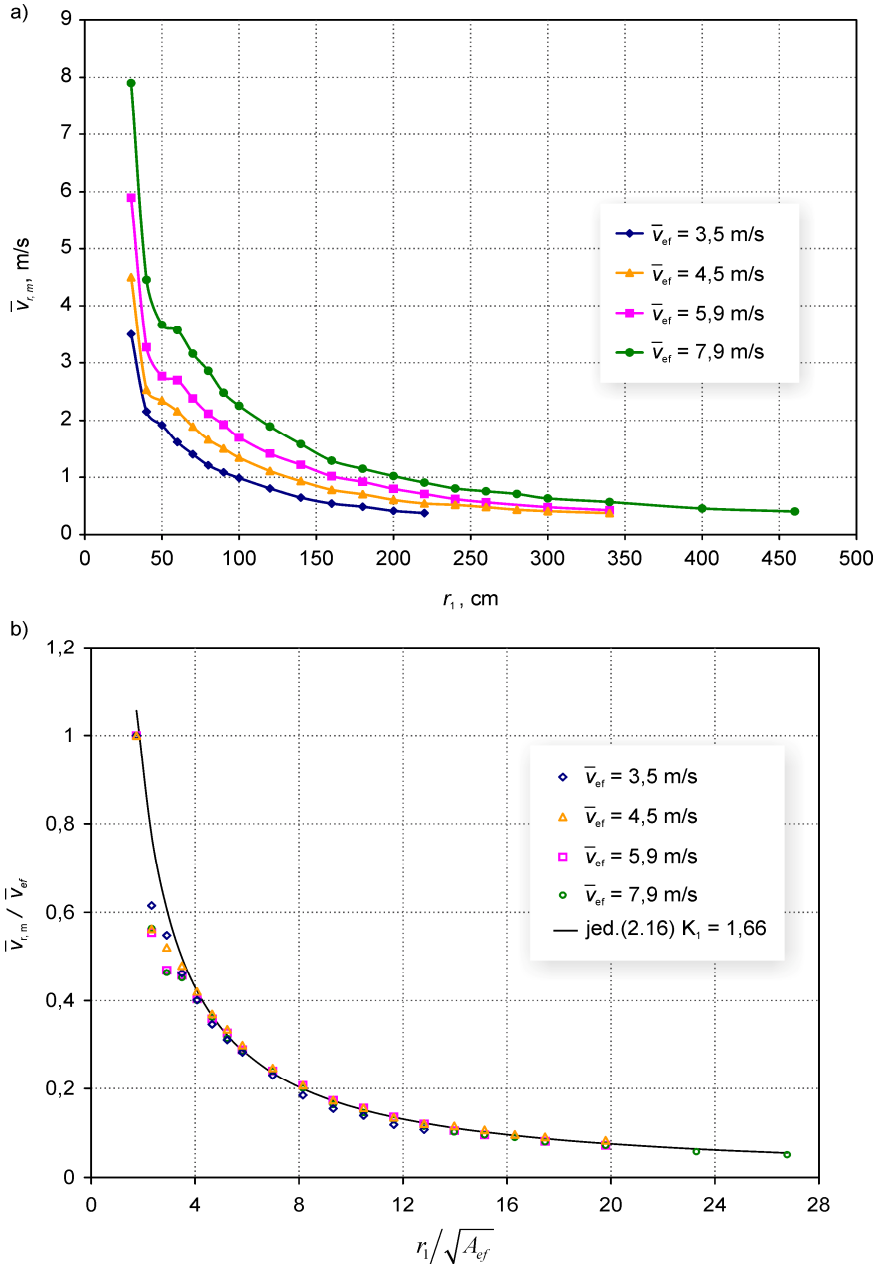
U slučaju ovog istraživanja, u ravnini stropa nalazile su se neravnine na spoju nosača spuštenog stropa s aluminijskim pločama koje su zatvarale strop. Prosječna visina ovih neravnina je procijenjena na 1 mm ali su na pojedinim lokacijama izmjerene i visine od 2 mm. Jednadžba (2.10) predstavlja dobru aproksimaciju bezdimenzijskih profila u zoni samosličnosti uz koeficijent determinacije 0,99. Obzirom da je ova jednadžba namijenjena aproksimaciji profila brzine u glavnom smjeru strujanja te se pokazuje dobrom aproksimacijom profila mlaza iz vrtložnog difuzora, može se zaključiti da je tangencijalna komponenta brzine mala u odnosu na radijalnu te da se može zanemariti. Kako je već rečeno, u prilog tvrdnje o zanemarivosti tangencijalne komponente brzine u odnosu na radijalnu kod vrtložnog mlaza govore jednadžbe (2.18) iz kojih se vidi da radijalna komponenta brzine vrtložnog mlaza opada obrnuto proporcionalno udaljenosti od centra sličnosti dok tangencijalna komponenta brzine opada obrnuto proporcionalno kvadratu udaljenosti od centra sličnosti.



Slika 5.16 Linearno širenje priljubljenog mlaza

Linearno širenje mlaza prikazano je na slici 5.16 udaljenostima od stropa na kojima se pojavljuje polovica vrijednosti maksimalne brzine. Ove udaljenosti su dobivene linearnom interpolacijom udaljenosti između susjednih točaka od kojih bliža stropu pokazuje veću a udaljenija od stropa manju vrijednost od $\bar{v}_{r,m}/2$. Koeficijent širenja iznosi $a = 0,094$, što je

približno jednako prosječnom koeficijentu širenja 0,091 koji je dobiven kao srednja vrijednost koeficijenata širenja koje su dali drugi autori za ovaj oblik mlaza (tablica 4.1). Linearno širenje je također pokazatelj međusobne sličnosti profila brzine te se na slici 5.16 također vidi da samosličnost počinje na udaljenosti $r_1 = 60$ cm odnosno $r_1/d = 1$.



Slika 5.17 Opadanje centralne (maksimalne) brzine u priljubljenom mlazu, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski oblik

Položaj centra sličnosti je u nultočki pravca širenja te se ovdje njegova lokacija nalazi u točki iza osi radijalne simetrije z_1 na udaljenosti $r_1 = r_{1c} = 24$ cm odnosno $r_{1c} = 0,4d$. Opadanje maksimalne brzine prikazano je na slici 5.17 u bezdimenzijskom i dimenzijskom obliku. Prisutnost Coanda efekta se na ovoj slici vidi u naglom usporenju pada maksimalne brzine na

udaljenosti 40 cm odnosno na udaljenosti $2{,}3\, r_1 / A_{ef}$. Opadanje maksimalne brzine može se dobro aproksimirati jednadžbom (2.16) pri čemu se korištenjem pretpostavke $\overline{v}_{r,m} \sim r_1^{-1}$ dobiva koeficijent opadanja $K_1 = 1{,}66$ i koeficijent determinacije $R^2 = 0{,}99$ dok se korištenjem pretpostavke $\overline{v}_{r,m} \sim \left(r_1 + r_{1c}\right)^{-1}$ dobiva koeficijent opadanja $K_1 = 2{,}06$ i koeficijent determinacije $R^2 = 0{,}96$. Očito je da se koeficijenti K_1 znatno razlikuju ovisno o tome da li se pad centralne brzine gleda u ovisnosti o udaljenosti od osi radijalne simetrije ili o udaljenosti od centra sličnosti te se nešto bolja aproksimacija dobiva korištenjem pretpostavke o opadanju maksimalne brzine obrnuto proporcionalno udaljenosti od osi radijalne simetrije $\overline{v}_{r,m} \sim r_1^{-1}$. Ova činjenica se u literaturi nigdje ne spominje. Obzirom da je kod priljubljenog mlaza koeficijent pada centralne brzine $\sqrt{2}$ puta veći od slobodnog mlaza, može se procijeniti koeficijent pada slobodnog mlaza $K_1 = 1{,}17$ uz pretpostavku $\overline{v}_{r,m} \sim r_1^{-1}$ i $K_1 = 1{,}46$ uz pretpostavku $\overline{v}_{r,m} \sim \left(r_1 + r_{1c}\right)^{-1}$.

U istraživanju [33] dobivene su vrijednosti koeficijenta K_1 za priljubljeni mlaz u rasponu 1,9 do 2,2 za četiri različita tipa vrtložnog radijalnog ventilacijskog difuzora te su određivani uz pretpostavku $\overline{v}_{r,m} \sim r_1^{-1}$ pri čemu širenje mlaza pa tako ni položaj centra sličnosti nisu određivani.

Ako se traži potencija c_{rm2} uz koju će proporcionalnost $\overline{v}_{r,m} \sim r_1^{c_{rm2}}$ dati najbolju aproksimaciju eksperimentalnih podataka maksimalne brzine na slici 5.15 b), tada se dobiva $c_{rm2} = -1{,}02$ dok se uz $\overline{v}_{r,m} \sim \left(r_1 + r_{1c}\right)^{c_{rm2}}$ dobiva znatno manja vrijednost $c_{rm2} = -1{,}28$. Ova činjenica se može uzeti kao eksperimentalni dokaz zaključka donesenog u poglavlju 2.4 a taj je da, ukoliko se želi koristiti potencija -1 u jednadžbi oblika (2.16), za radijalni mlaz je točnije koristiti udaljenost od osi radijalne simetrije r_1 nego udaljenost od centra sličnosti $r_1 + r_{1c}$. Motivacija za korištenje potencije -1 proizlazi iz činjenice koja je ustanovljena u poglavlju 4.2, a koja kaže da je samosličnost strujanja radijalnog mlaza uvjetovana padom centralne brzine obrnuto proporcionalno udaljenosti od osi radijalne simetrije. Sumiranje iznesenih podataka o aproksimacijama opadanja maksimalne brzine prikazano je u tablici 5.1. Mjerni podaci priljubljenog mlaza prikazani u ovom poglavlju dobiveni su uz primjenu odsisnog ventilatora uz zatvorena vrata prostorije laboratorija te korištenje odsisne rešetke instalirane na zidu uz pod prostorije (rešetka na stropu je bila zatvorena). Mjerenja su ponavljena u 40 točaka uz isključen odsisni ventilator i otvorena vrata laboratorija pri čemu je ponovljivost

rezultata u odnosu na mjerenja sa odsisnim ventilatorom bila 0,02 m/s.

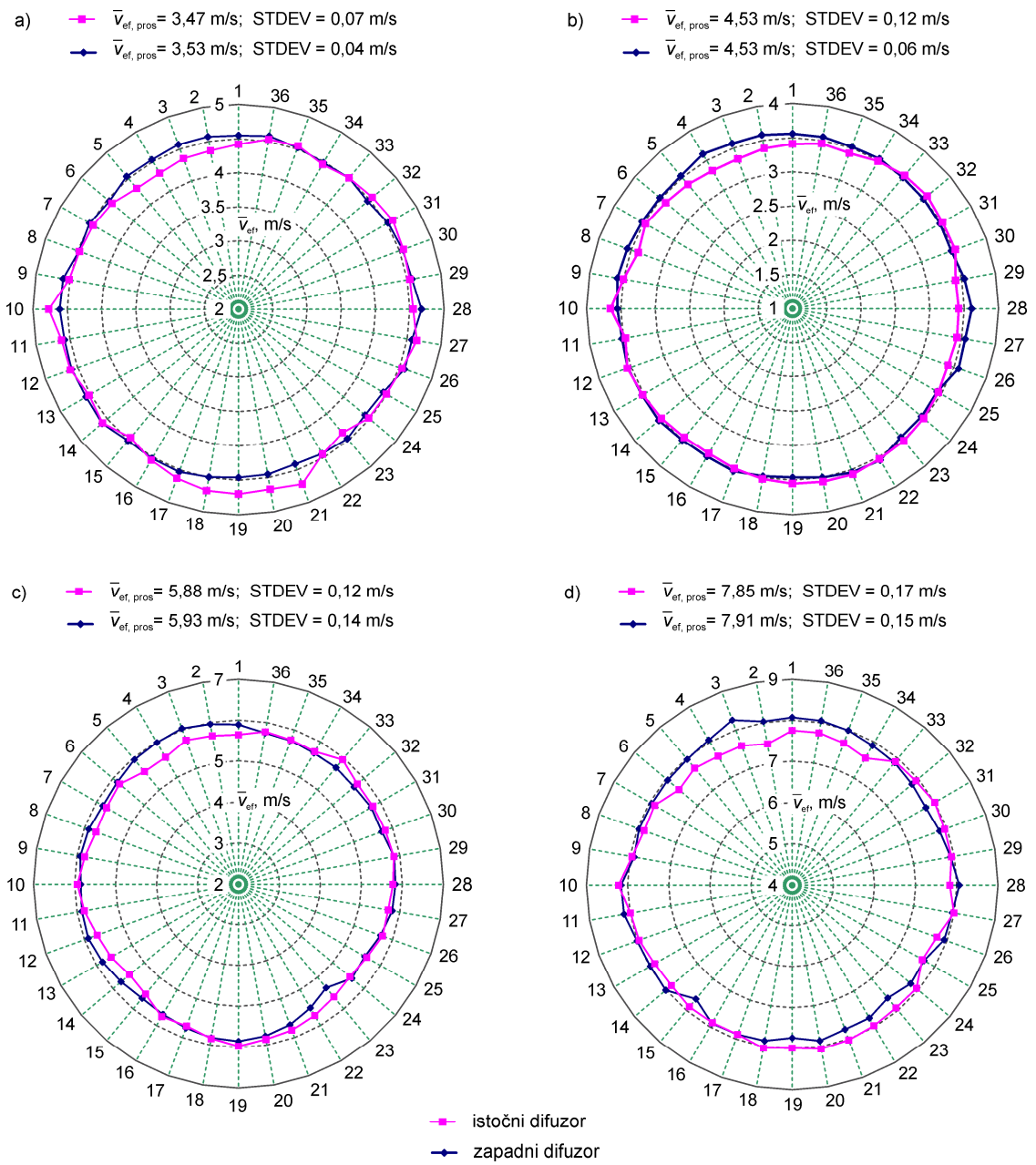
Tablica 5.1 Aproksimacije opadanja maksimalne brzine jednadžbom (2.16)

oblik jed. (2.16)	K_1	R^2	potencija c_{rm2}
$\frac{\overline{v}_{r,m}}{\overline{v}_{ef}} = K_1 \frac{\sqrt{A_{ef}}}{r_1}$	1,66	0,99	1
$\frac{\overline{v}_{r,m}}{\overline{v}_{ef}} = K_1 \frac{\sqrt{A_{ef}}}{\left(r_1 + r_{1c}\right)}$	2,06	0,96	1
$\frac{\overline{v}_{r,m}}{\overline{v}_{ef}} = K_1 \frac{\sqrt{A_{ef}}}{r_1^{c_{rm2}}}$	1,68	0,99	1,02
$\frac{\overline{v}_{r,m}}{\overline{v}_{ef}} = K_1 \frac{\sqrt{A_{ef}}}{\left(r_1 + r_{1c}\right)^{c_{rm2}}}$	3,29	0,99	1,28

Ovako dobra ponovljivost pokazuje da se svojstva mlaza nisu mijenjala bez obzira na tip odsisa što je za priljubljeni mlaz i očekivano.

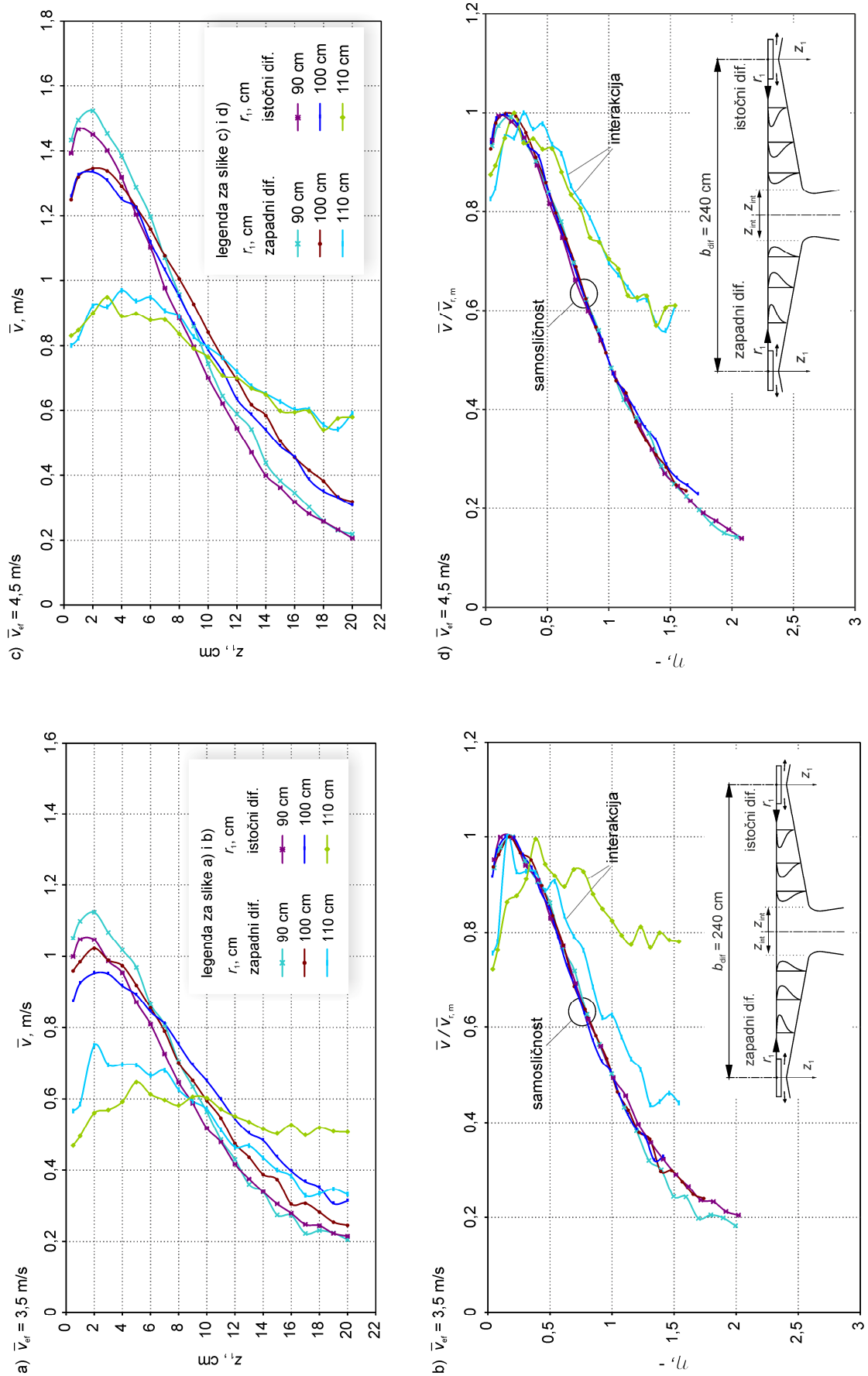
5.3 Priljubljeni mlaz u interakciji

Nastanak spojenog mlaza koji bi bio simetričan u odnosnu na ravninu spajanja koja se nalazi u centru udaljenosti između dvaju difuzora znatno ovisi o jednolikosti nasuprotnih priljubljenih mlazova koji stupaju u interakciju. Da bi se istražili uvjeti za nastanak simetričnog spojenog mlaza mjerene su brzine u zoni istočnog i zapadnog priljubljenog mlaza te efektivne brzine na oba difuzora da se ustanovi stupanj jednolikosti strujanja na obje strane te širina zone interakcije. Razdioba efektivne brzine na svih 36 krilaca istočnog i zapadnog difuzora kod četiri prosječne vrijednosti efektivne brzine prikazana je na slici 5.18. Vidi se da je postupkom balansiranja protoka uspostavljena ravnomjerna razdioba efektivne brzine kako po krilcima jednog difuzora tako i između dvaju difuzora. Prosječna efektivna brzina na 36 krilaca razlikovala se na istočnom i zapadnom difuzoru za manje od 1 % što ukazuje na visok stupanj jednolikosti efektivne brzine između dvaju difuzora. Standardna devijacija efektivne brzine na krilcima jednog difuzora također je relativno mala u odnosu na prosječnu efektivnu brzinu te u prosjeku iznosi 0,1 m/s odnosno približno 2 % od prosječne efektivne brzine. Slike 5.19 i 5.20 prikazuju profile brzine mjerene na jednakim udaljenostima od istočnog i zapadnog difuzora koji su međusobno udaljeni 240 cm. Razlika u maksimalnoj brzini na profilima na istočnoj i zapadnoj strani na jednakim udaljenostima r_1 je manja od 10 %.

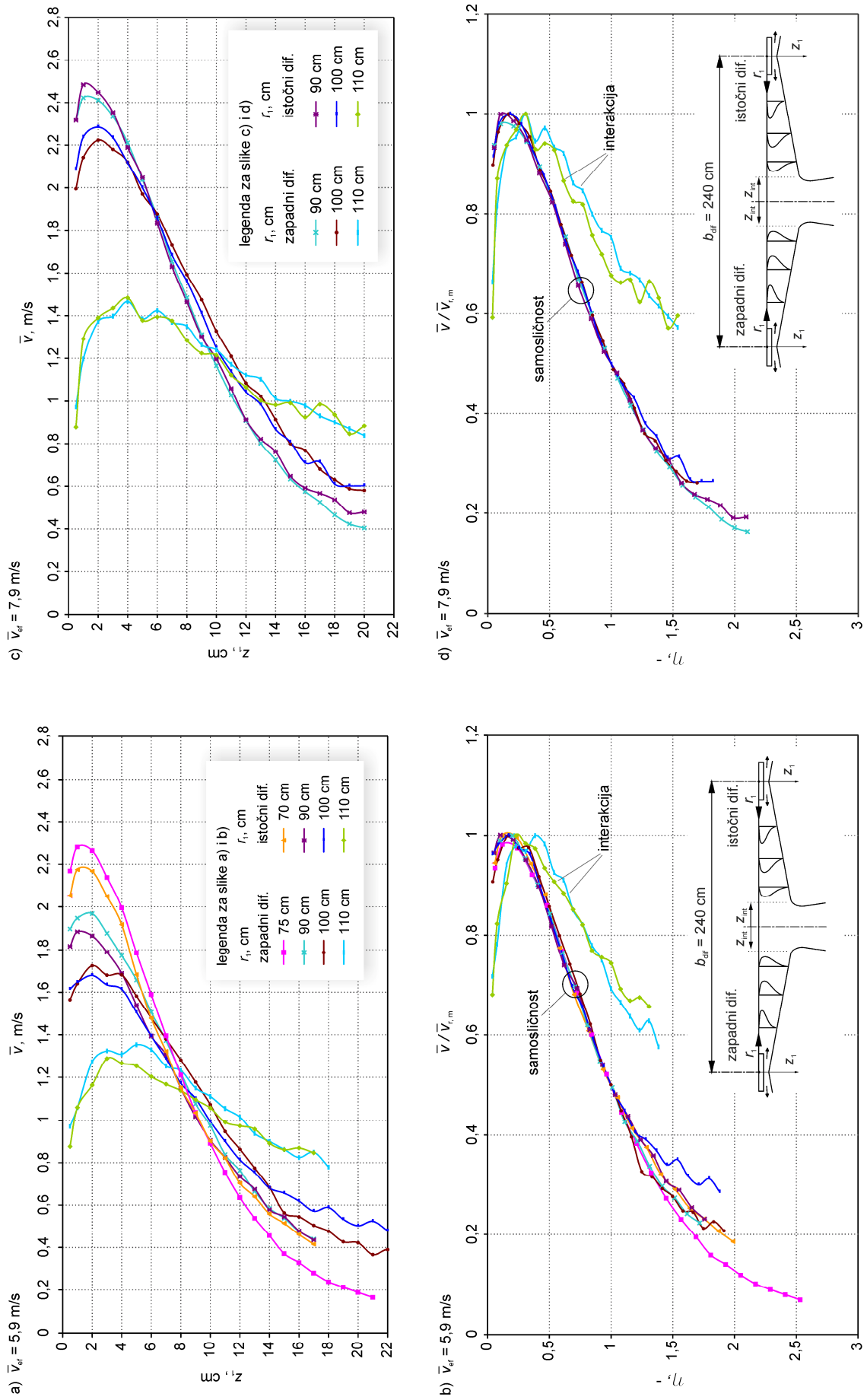


Slika 5.18 Razdioba efektivne brzine na svih 36 krilaca istočnog i zapadnog difuzora za četiri prosječne vrijednosti efektivne brzine

Međusobna sličnost profila zadržava se sve do udaljenosti 100 cm od centra difuzora te u toj zoni priljubljeni mlaz zadržava ista svojstva kao i kada nije u interakciji. Zona interakcije već je definirana kao zona u okolini ravnine spajanja u kojoj međusobna sličnost priljubljenih mlazova izostaje. Na slikama se vidi da se u svim slučajevima profil na udaljenosti 110 cm ne preklapa s ostalima što znači da ova udaljenost ne ovisi o efektivnoj brzini te se širinom zone interakcije može smatrati $z_{int} = 10$ cm (0,042 b_{dif} ili d/6).



Slika 5.19 Dimenzijski i bezdimenzijski profili brzine priljubljenih mlazova u interakciji, $\bar{v}_{ef}$ = 3,5 m/s (a i b) i $\bar{v}_{ef}$ = 4,5 m/s (c i d)



Slika 5.20 Dimenzijski i bezdimenzijski profili brzine priljubljenih mlazova u interakciji, $\bar{v}_{ef}$ = 5,9 m/s (a i b) i $\bar{v}_{ef}$ = 7,9 m/s (c i d)

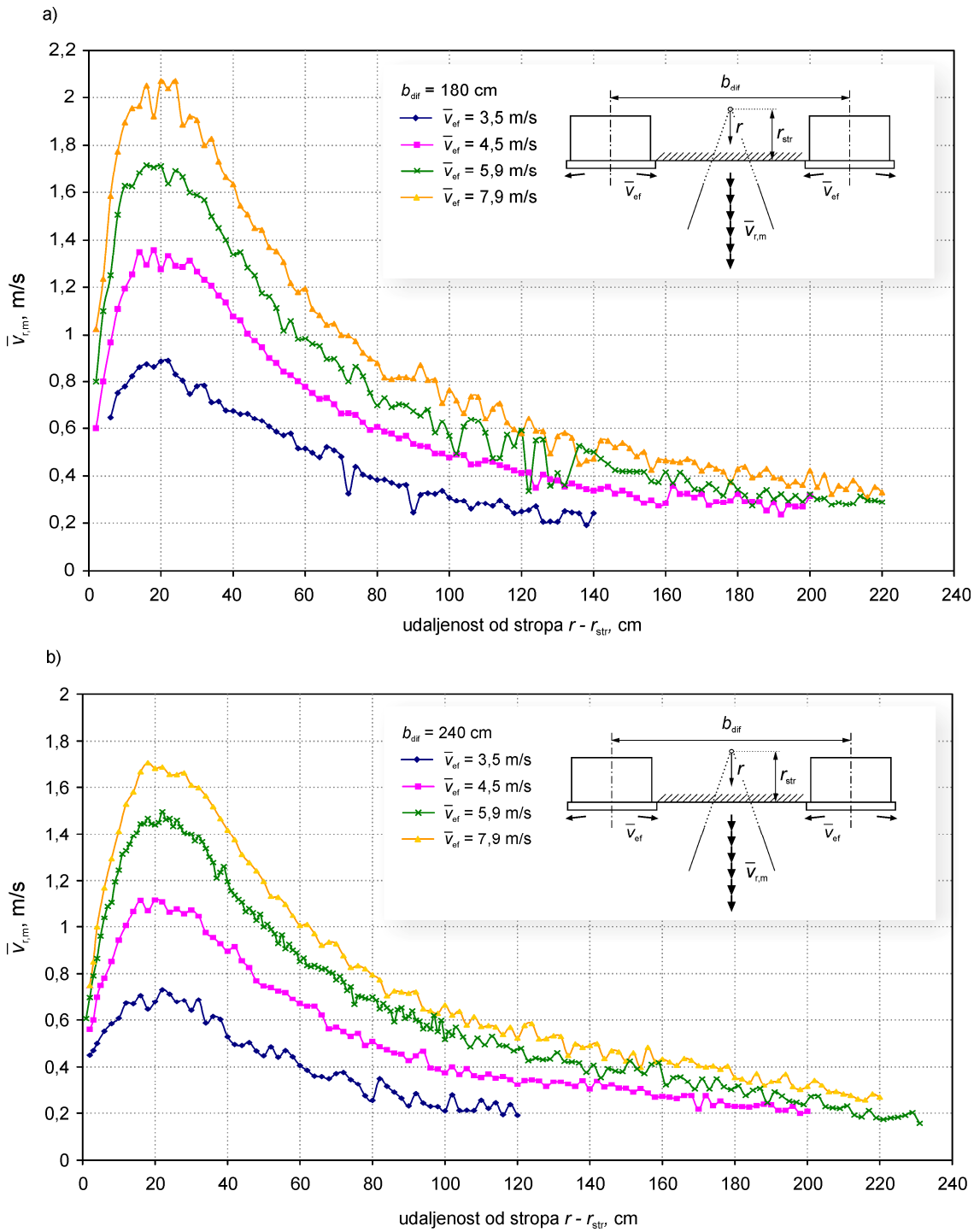
5.4 Spojeni mlaz

Spojeni mlaz je istraživan postavljanjem dvaju difuzora na strop u centralnom dijelu ispitne prostorije na međusobne udaljenosti b_{dif} : 180, 240, 300 i 360 cm te mjerenjem profila brzine na horizontalnim mjernim stazama u vertikalnoj ravnini koja prolazi kroz centre difuzora. Mjerenja profila brzine su vršena s korakom od 5 cm istočno i zapadno od ravnine spajanja.

Slika 5.21 Instalacija difuzora za proizvodnju spojenog mlaza na udaljenosti b_{dif} = 180 cm

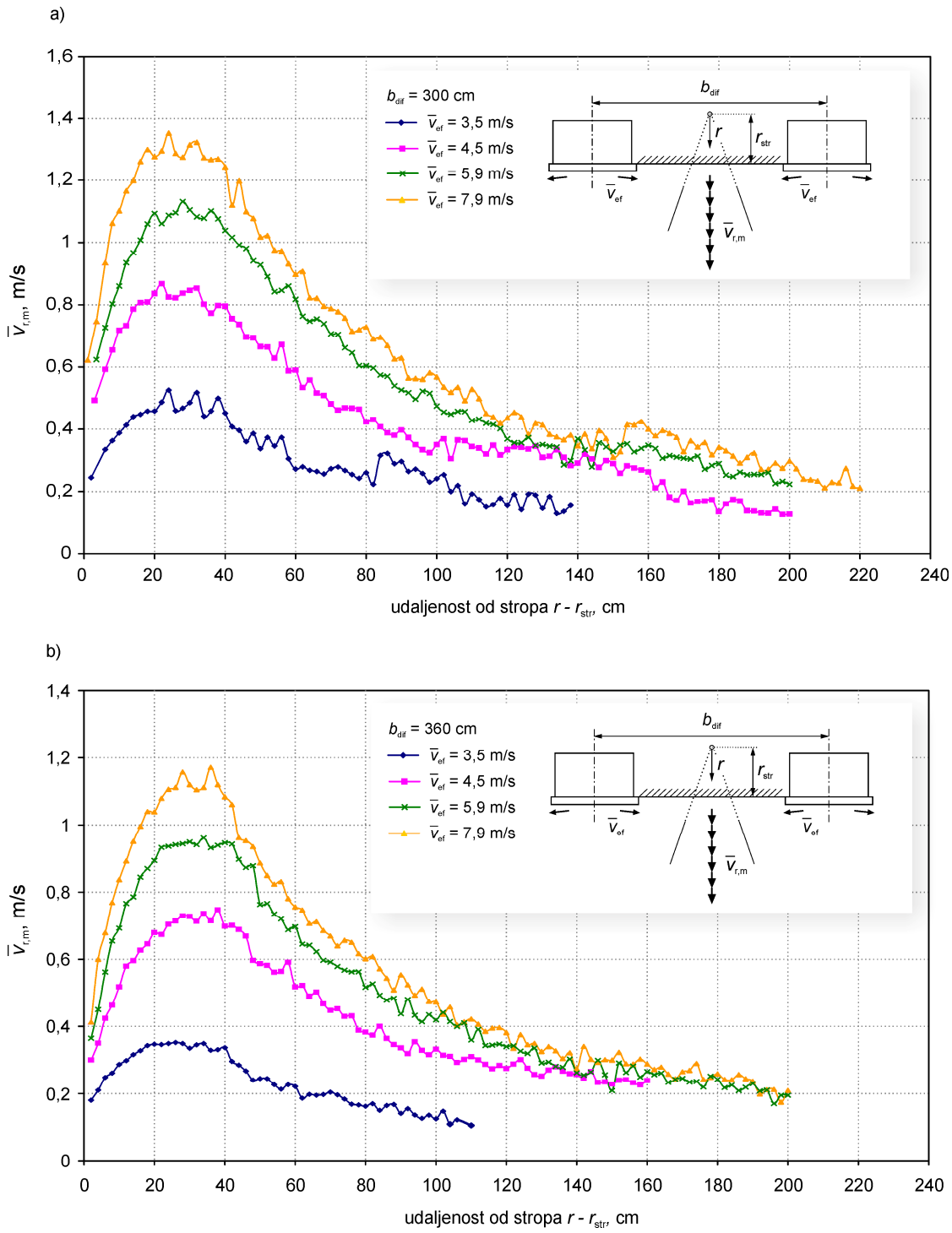
Vremenski period mjerenja u jednoj točki je iznosio 10 min osim pri mjerenju vertikalne razdiobe brzine u centru spojenog mlaza (slike 5.22 i 5.23) gdje je primijenjen korak od 2 cm te se radi veće gustoće prostorne razdiobe mjernih točaka koristio kraći vremenski period od 3 min. Istovremeno je korišten samo jedan osjetnik da se izbjegne utjecaj fizičke prisutnosti većeg broja osjetnika na strujanje spojenog mlaza zbog relativno malih brzina strujanja u zoni boravka. Osjetnik je bio orijentiran horizontalno te okomito na vertikalnu ravninu koja prolazi kroz centre difuzora. Na ovaj način se mjeri rezultanta radijalne $\overline{v}_r$ i poprečne komponente brzine $\overline{v}_z$. Točan horizontalni položaj osjetnika utvrđivan je viskom i točkama označenim na samom stropu te vertikalna udaljenost od stropa ručnim metrom. Procjenjuje se kako se ovakvim načinom pozicioniranja osjetnika može napraviti greška od 0,5 do 1 cm.

Mjerenje maksimalne (centralne) brzine spojenog mlaza $\overline{v}_{r,m}$ vršeno je na vertikalnoj stazi u sredini između dvaju difuzora s početkom u $z_1 = 2$ cm (udaljenost od stropa) te do udaljenosti na kojoj se zbog velikog osipanja brzine primijeti nastanak zone degradacije. Mjerenja razdiobe maksimalne brzine pri četiri različite međusobne udaljenosti difuzora i četiri različite efektivne brzine prikazana su na slikama 5.22 i 5.23.



Slika 5.22 Razdioba maksimalne brzine u spojenom mlazu, a) b_{dif} = 180 cm i b) b_{dif} = 240 cm

Porast brzine od stropa prema zoni boravka u početku je približno linearan, doseže maksimum $\overline{v}_{r,max}$ na udaljenosti r_{max} od osi radijalne simetrije (ishodišta cilindarskog koordinatnog sustava spojenog mlaza) te na određenoj udaljenosti od ove točke započinje opadanje obrnuto proporcionalno udaljenosti od centra sličnosti karakteristično turbulentnom mlazu, što upućuje na činjenicu da se zona samosličnosti nalazi na većoj udaljenosti od r_{max}.



Slika 5.23 Razdioba maksimalne brzine u spojenom mlazu, a) b_{dif} = 300 cm i b) b_{dif} = 360 cm

Bezdimenzijski oblik razdiobe centralne brzine može se dobiti primjenom r_{max} kao mjerila dužine i $\bar{v}_{r,max}$ kao mjerila brzine. Međutim, položaj osi radijalne simetrije spojenog mlaza ne može se direktno odrediti na temelju mjerenih profila brzine (slike 5.27 do 5.32). Na temelju mjernih rezultata profila brzine može se odrediti linearno širenje mlaza (slike 5.33 do 5.35) te se na temelju linearnog širenja utvrđuje položaj centra sličnosti. Poznavanje položaja centra

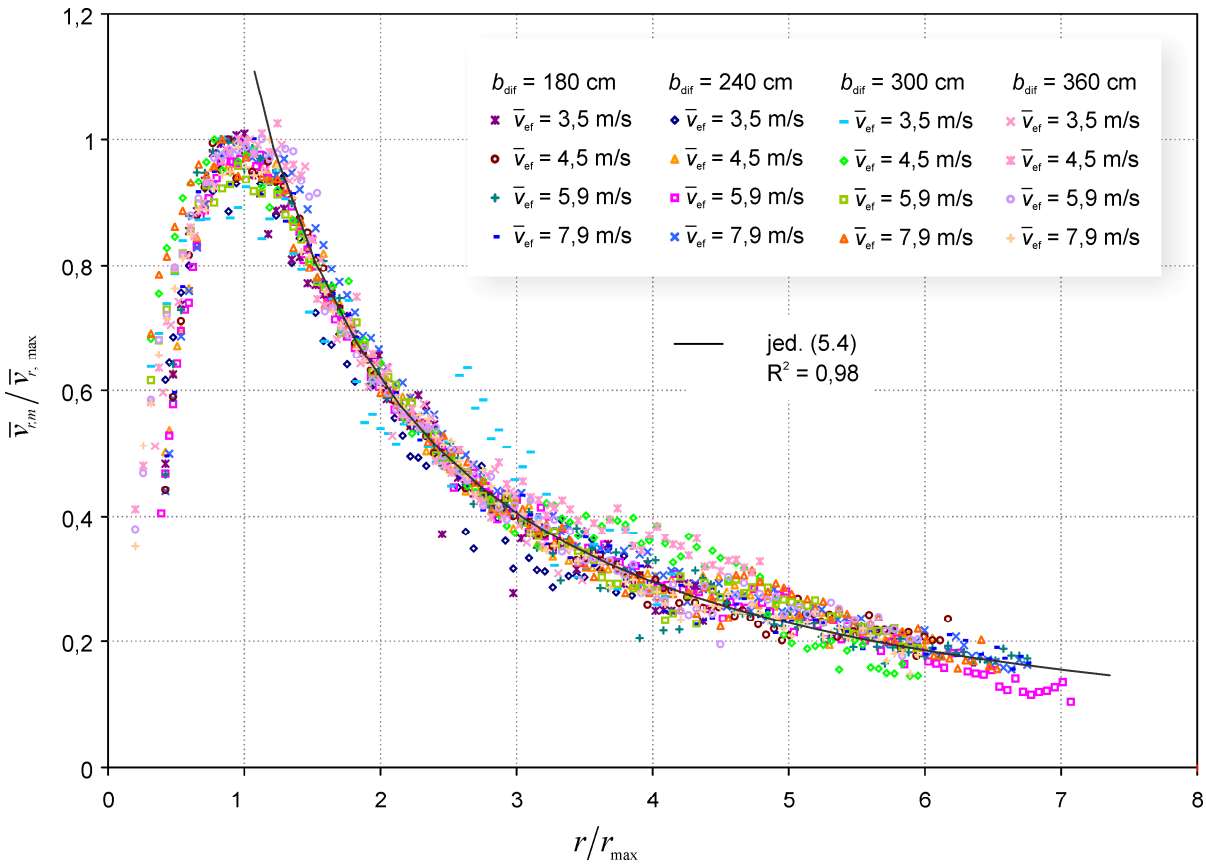
sličnosti također ne omogućava direktno određivanje položaja osi radijalne simetrije. Direktno određivanje položaja osi radijalne simetrije bi u eksperimentalnom smislu značilo mjerenje smjera brzine u ravnini z = 0 što u ovom istraživanju nije bilo moguće zato što toplinski anemometri kojima se ovdje raspolagalo mjere intenzitet brzine ali ne i smjer. Indirektno određivanje položaja osi simetrije moguće je temeljem pretpostavke da se najbolja aproksimacija razdiobe maksimalne brzine $\overline{v}_{r,m}$ uz potenciju opadanja $c_{rm2} = -1$ postiže postavljanjem ishodišta koordinatnog sustava na os radijalne simetrije a ne u centar sličnosti. Ovo drugim riječima znači da se traženjem najbolje aproksimacije mjernih rezultata maksimalne brzine u obliku

$$\frac{\overline{v}_{r,m}}{\overline{v}_{r,\max}} = K_1 \frac{\left(r_{\max} - r_c\right)}{\left(r - r_c\right)} \tag{5.3}$$

mogu naći veličine r_c i K_1 kao nepoznanice gdje je K_1 koeficijent opadanja centralne brzine spojenog mlaza. U ovom postupku se na mjesto varijable r u gornjoj jednadžbi upisuju udaljenosti od centra sličnosti čiji položaj je poznat iz eksperimentalnih rezultata te se umjesto $r_{\max}$ upisuju udaljenosti maksimalnih brzina od centra sličnosti koje su također poznate iz eksperimentalnih rezultata. Na ovaj način se dolazi do rješenja $r_c = 20$ cm ($d/3$) i $K_1 = 1{,}18$. Ovime je određen položaj ishodišta koordinatnog sustava spojenog mlaza te se jednadžba (5.3) može napisati u obliku

$$\frac{\overline{v}_{r,m}}{\overline{v}_{r,\max}} = 1{,}18 \frac{r_{\max}}{r} \tag{5.4}$$

gdje je r udaljenost od osi radijalne simetrije čiji položaj je određen udaljenošću $r_c = 20$ cm ($d/3$) od centra sličnosti prema stropu te je $r_{\max}$ udaljenost od osi radijalne simetrije do položaja na kojem je izmjerena $\overline{v}_{r,\max}$. Koeficijenti koji su korišteni u razvoju matematičkog modela srednje brzine iznose $c_{rm1} = \overline{v}_{r,\max} K_1 r_{\max}$ i $c_{rm2} = -1$ gdje ovaj zadnji zadovoljava uvjet samosličnosti strujanja radijalnog mlaza. Preostali uvjet samosličnosti strujanja $r_c = 0$ nije u potpunosti zadovoljen. Slika 5.24 prikazuje bezdimenzijske razdiobe centralne brzine u svim slučajevima mjerenja te se vidi da se one dobro preklapaju odnosno da spojeni mlazovi pri različitim udaljenostima difuzora i različitim efektivnim brzinama predstavljaju kinematički slična strujanja.



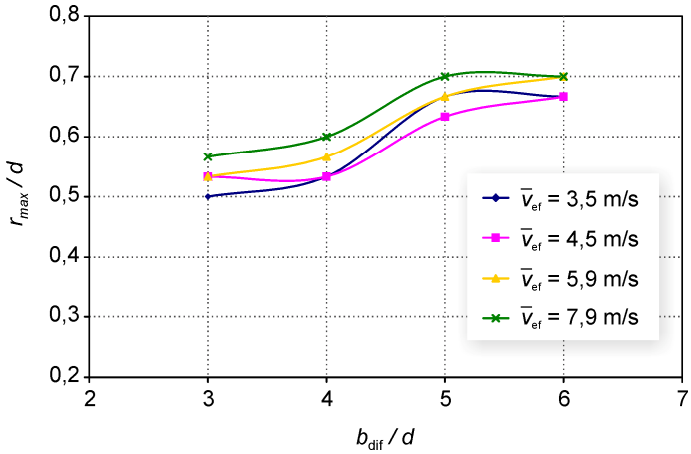
Slika 5.24 Razdioba bezdimenzijske maksimalne brzine u spojenom mlazu

Može se primijetiti da je preklapanje u zoni $r/r_{max} > 3$ nešto lošije što se može pripisati nesavršenoj simetričnosti spojenog mlaza kao posljedice nesavršene simetričnosti sudara priljubljenih mlazova koja se u eksperimentalnim uvjetima neminovno pojavljuje u većoj ili manjoj mjeri. Usprkos tome, mjerni rezultati maksimalne brzine na slici 5.24 dobro su interpretirani jednadžbom (5.4) u području $r \geq 1{,}3 r_{max}$ te koeficijent determinacije ove aproksimacije iznosi $R^2 = 0{,}98$ što govori da je interpretacija mjernih rezultata ovom jednadžbom kvalitetna.

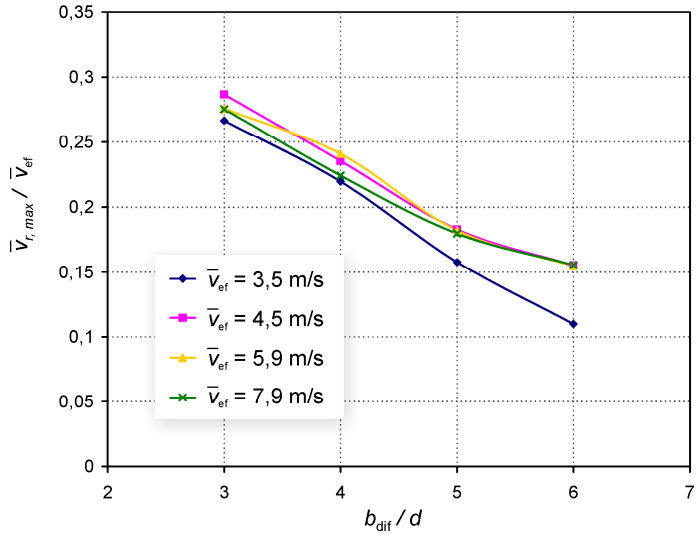
Cilj opisanog postupka nalaženja veličine r_c nije nužno dokazivanje prostornog položaja osi radijalne simetrije spojenog mlaza nego udaljenosti koja se može koristiti za kvalitetnu aproksimaciju razdiobe maksimalne brzine uz potenciju $c_{rm2} = -1$, što je zahtjev matematičkog modela razvijenog u poglavlju 4 odnosno uvjet samosličnosti strujanja radijalnog mlaza. Obzirom na ovaj način indirektnog dobivanja položaja osi radijalne simetrije za spojeni mlaz, ona se također može nazvati i fiktivnom osi radijalne simetrije.

Na slici 5.25 je prikazana ovisnost položaja maksimalne brzine o međusobnoj udaljenosti difuzora i efektivnoj brzini. Vidi se da se r_{max} povećava s povećanjem b_{dif} i $\bar{v}_{ef}$ ali je za točniji

opis ove ovisnosti potreban veći broj mjernih podataka.



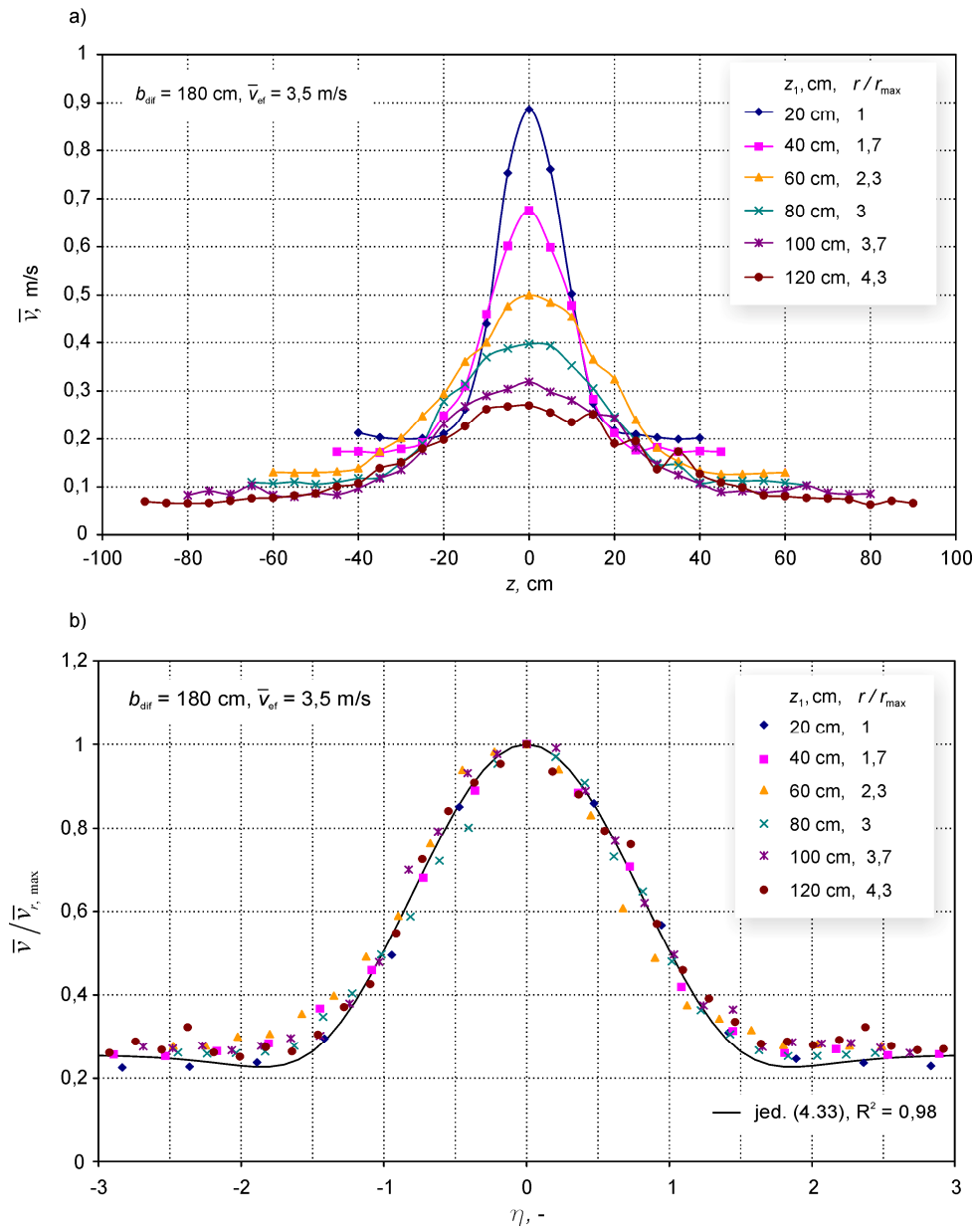
Slika 5.25 Položaj maksimalne brzine u ovisnosti o $\bar{v}_{ef}$ i b_{dif}



Slika 5.26 Maksimalna brzina $\bar{v}_{r,\max}$ u ovisnosti o $\bar{v}_{ef}$ i b_{dif}

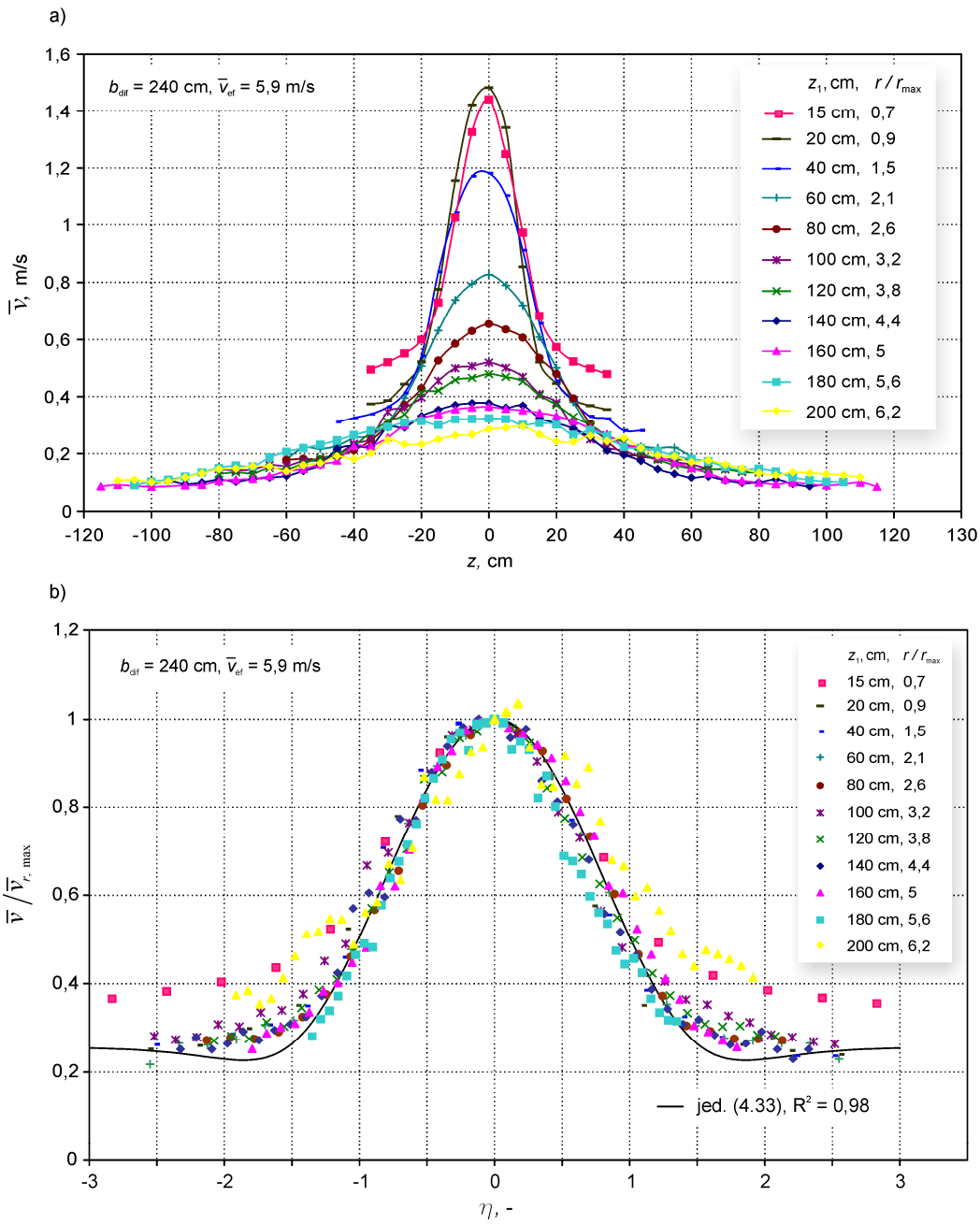
Maksimalna brzina $\bar{v}_{r,\max}$ opada s povećanjem udaljenosti difuzora te se u tri od četiri slučaja efektivne brzine na slici 5.26 pokazuje tendencija opadanja obrnuto proporcionalnog udaljenosti b_{dif} što je u analogiji s karakteristikom opadanja centralne brzine mlaza ali se na temelju relativno malog broja mjernih točaka ne može dovoljno pouzdano odrediti ova karakteristika.

Profili brzine spojenog mlaza u bezdimenzijskom i dimenzijskom obliku prikazani su na slikama 5.27 do 5.32. Temeljno svojstvo koje pokazuju ovi profili u bezdimenzijskom obliku je samosličnost strujanja, što je dokaz da se u spojenom strujanju formira turbulentni mlaz. Profili su mjereni s korakom od 20 cm od stropa da se utvrdi područje samosličnosti te udaljenost do zone degradacije. Profile također treba promatrati u kontekstu njihovog položaja na vertikalnoj razdiobi $\bar{v}_{r,m}$ koja je prikazana na slikama 5.22 i 5.23.



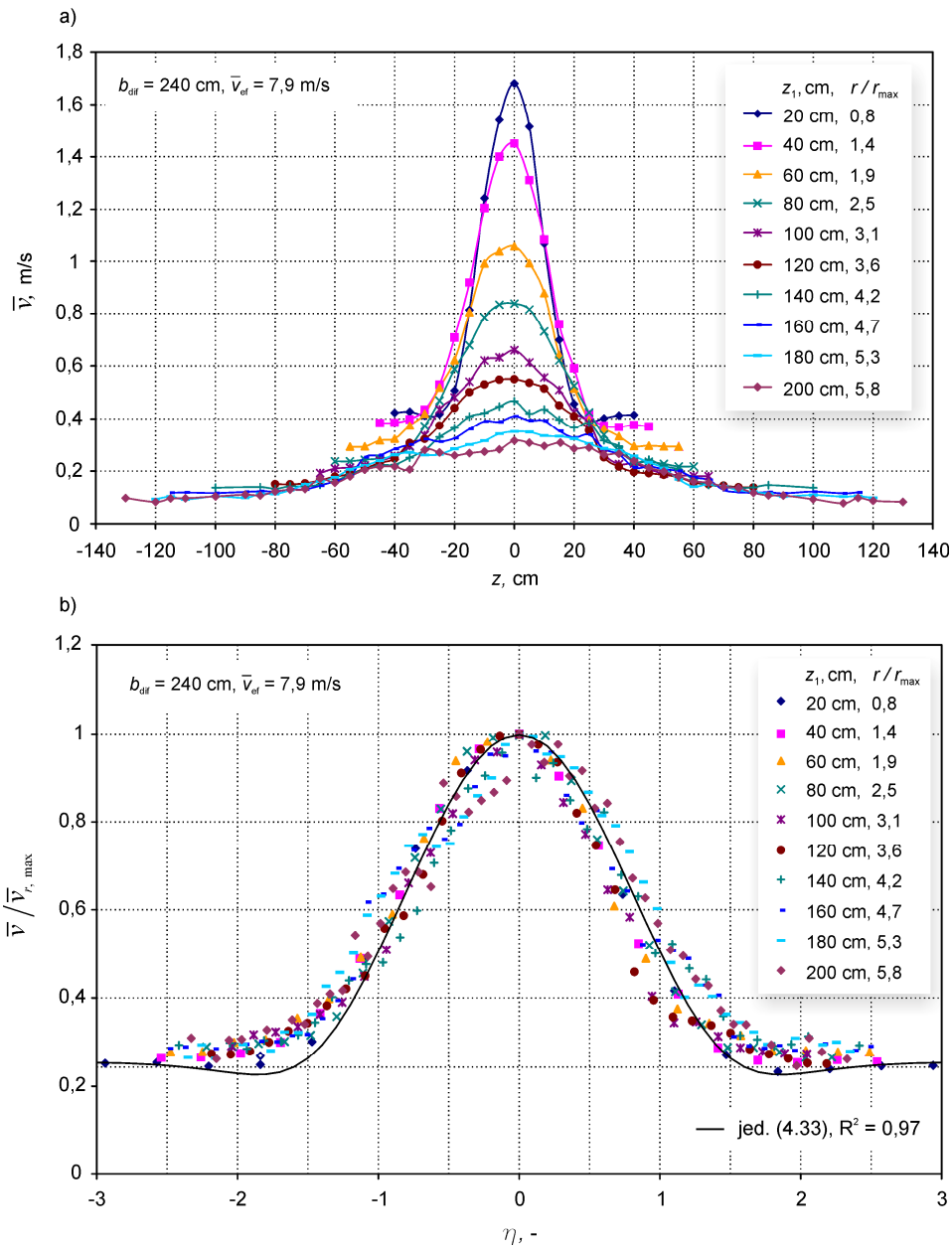
Slika 5.27 Profili brzine spojenog mlaza za $b_{dif} = 180$ cm i $\bar{v}_{ef} = 3{,}5$ m/s, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski

Očito je da samosličnost na slikama 5.27, 5.28 i 5.29 počinje već na udaljenosti 20 cm od stropa zato što se ovaj profil nalazi u blizini lokacije r_{max} dok se u slučajevima na slikama 5.30, 5.31 i 5.32 ovaj profil ne nalazi u zoni samosličnosti iz očitog razloga što se njegov položaj nalazi na manjoj udaljenosti od r_{max}. Očito se udaljenost r_{max} već može smatrati početkom zone samosličnosti bez obzira što se obrnuto proporcionalni pad centralne brzine dešava tek od $r \geq 1{,}3 r_{max}$. Također se i na slikama 5.30 – 5.32 vidi da profil 20 cm od stropa samo na svojim rubovima ne spada u zonu samosličnosti dok se centralni dio dobro poklapa s ostalim profilima.



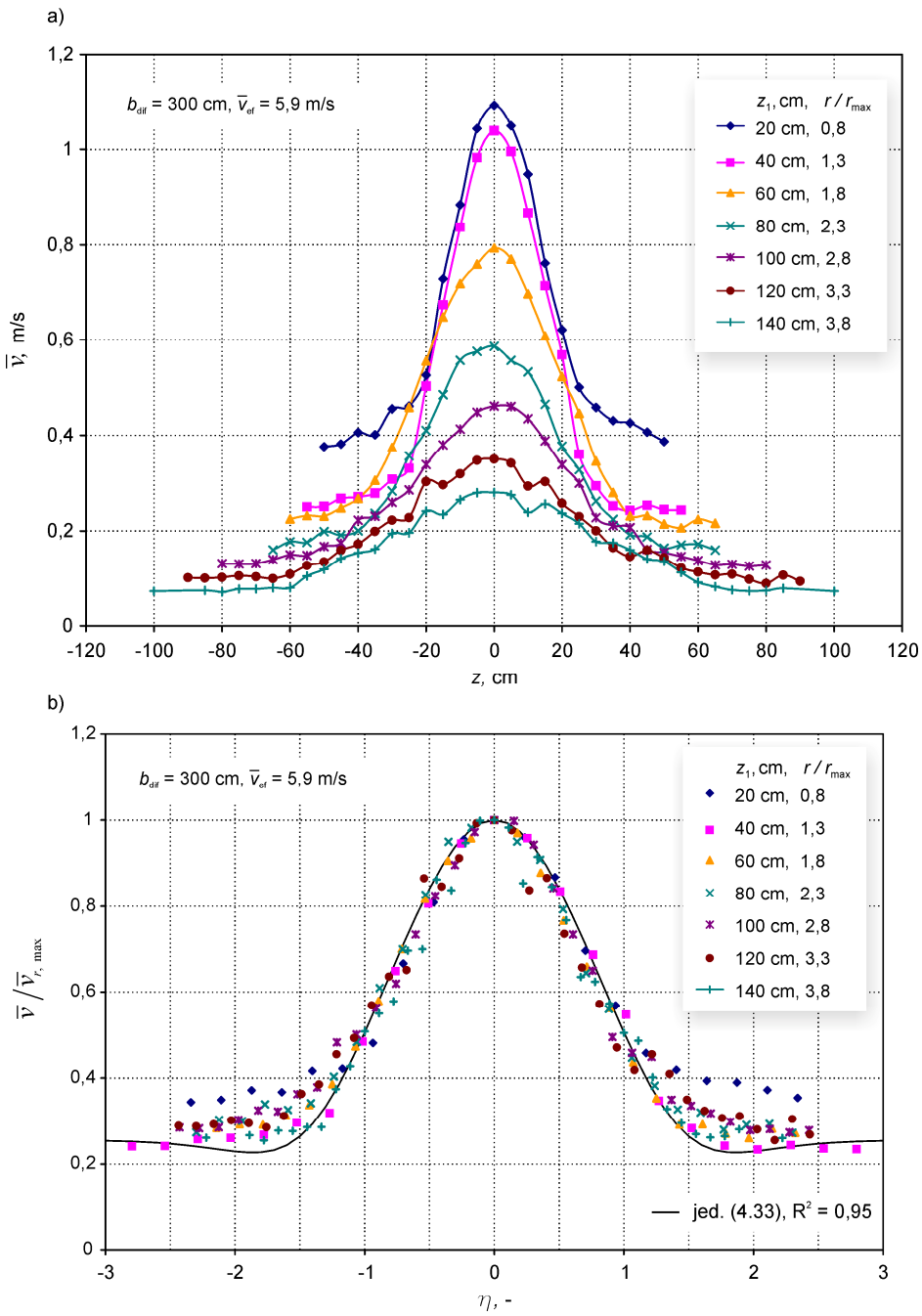
Slika 5.28 Profili brzine spojenog mlaza za $b_{dif} = 240$ cm i $\overline{v}_{ef} = 5{,}9$ m/s, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski

Loše poklapanje na rubovima ukazuje na prodiranje u zonu priljubljenog mlaza odnosno u zonu interakcije dok dobro poklapanje u centralnom dijelu očito pokazuje da se zona samosličnosti počine formirati već na relativno maloj udaljenosti od stropa u samoj zoni interakcije. Ovo je ohrabrujuća informacija za primjenu matematičkih modela ove zone u inženjerske proračune zato što se očito i pri maloj udaljenosti stropa od zone boravka može smatrati da se mlaz nalazi u samosličnom strujanju.



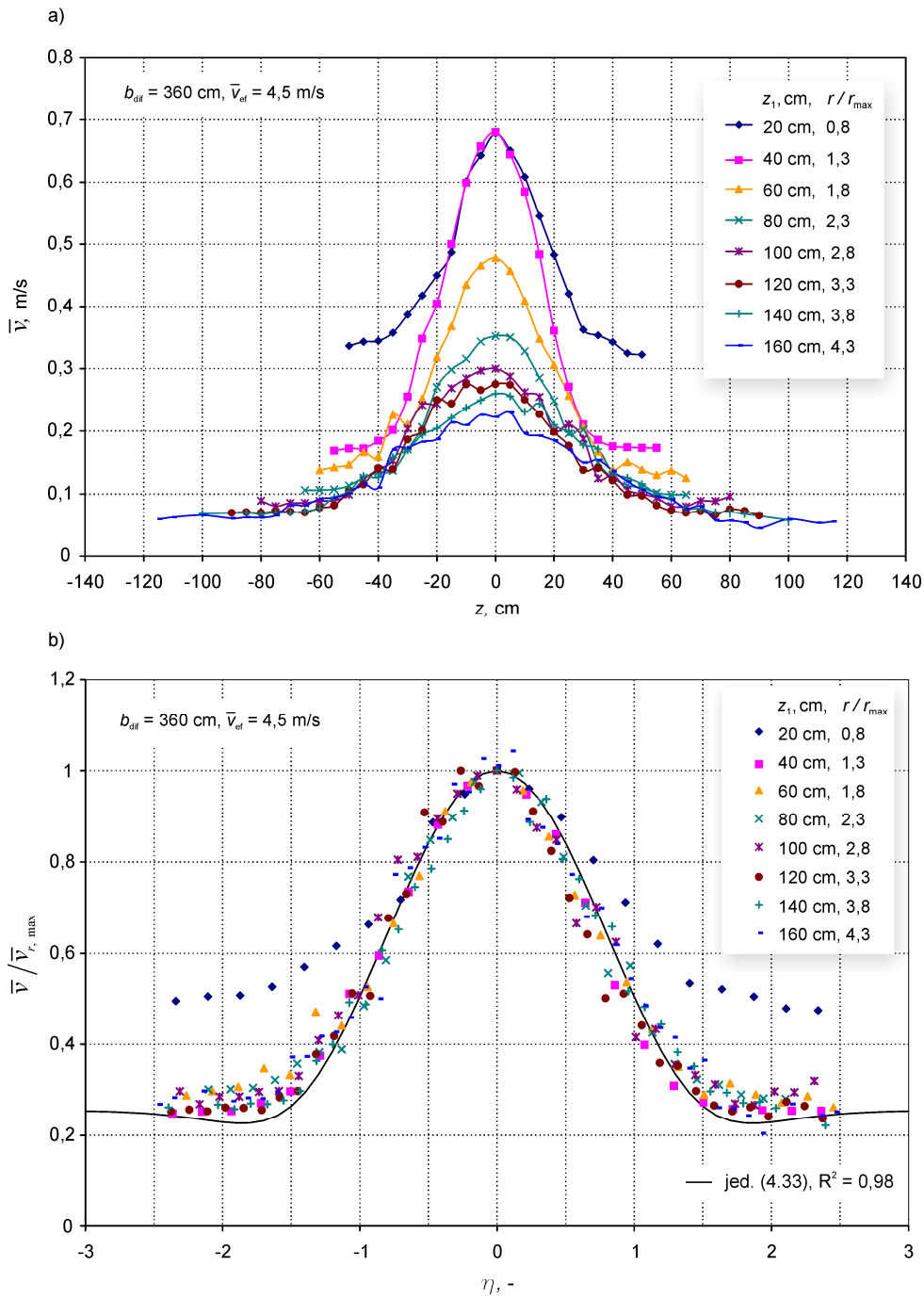
Slika 5.29 Profili brzine spojenog mlaza za $b_{dif} = 240$ cm i $\bar{v}_{ef} = 7{,}9$ m/s, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski

Na slici 5.28 je također prikazan i profil na udaljenosti 15 cm od stropa koji na svom centralnom dijelu pokazuje dobro preklapanje s ostalima u zoni samosličnosti dok njegovi rubovi strše izvan zone samosličnosti zato što se nalaze u zoni priljubljenog mlaza odnosno zoni interakcije. Na slikama je prikazana bezdimenzijska razdioba ukupne brzine prema izvedenom izrazu (4.33) te se aproksimacija mjerenih profila ovim izrazom pokazuje dobrom uz koeficijent determinacije $R^2 = 0{,}95 \div 0{,}98$. Ovako dobro slaganje se može uzeti kao indirektan dokaz radijalnog karaktera mlaza. Profili pokazuju određeni stupanj asimetričnosti u odnosu na ravninu spajanja što se dešava iz već spomenutih razloga odnosno nesavršenosti u simetričnosti sudara priljubljenih mlazova.



Slika 5.30 Profili brzine spojenog mlaza za $b_{dif} = 300$ cm i $\overline{v}_{ef} = 5{,}9$ m/s, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski

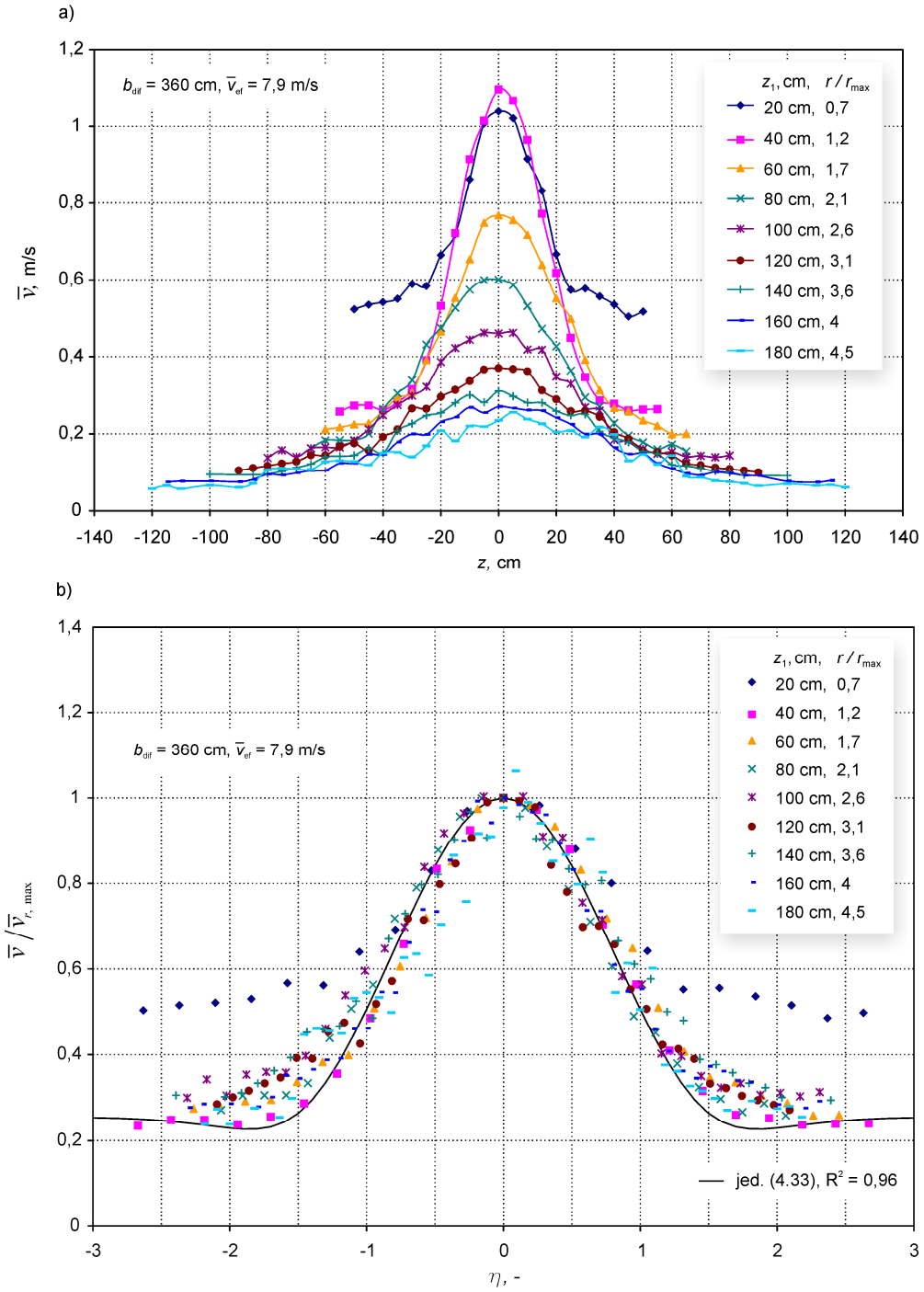
Uslijed ove asimetričnosti se maksimumi pojedinih profila ne nalaze na ravnini spajanja nego su pomaknuti na istočnu ili zapadnu stranu od nje. Usprkos tome aproksimacija jednadžbom (4.33) se pokazuje dobrom kada se primjeni na relativno veliki broj mjernih točaka. Očito je također da u spojenom mlazu ne postoji inicijalna zona kao niti kod radijalnog mlaza koji istrujava direktno iz ventilacijskog otvora. Početak zone degradacije znatno ovisi o stupnju asimetričnosti spojenog mlaza tako da je teško odrediti njenu stvarnu dužinu kada bi se pretpostavilo da je spojeni mlaz simetričan.



Slika 5.31 Profili brzine spojenog mlaza za $b_{dif} = 360$ cm i $\bar{v}_{ef} = 4,5$ m/s, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski

Iako je očekivano da je zona samosličnosti duža ako je udaljenost difuzora manja te ako je efektivna brzina veća, ovo se nije uvijek dešavalo u eksperimentalnim uvjetima zato što manja udaljenosti difuzora i veća efektivna brzina stvaraju teže uvjete za ostvarivanje simetričnog strujanja. Tako na primjer, zona degradacije u slučaju na slici 5.31 ($b_{dif} = 360$ cm i $\bar{v}_{ef} = 4,5$) započinje tek nakon 160 cm (4,3 r/r_{max}) dok u slučaju na slici 5.30 gdje je udaljenost difuzora manja a brzina veća ($b_{dif} = 300$ cm i $\bar{v}_{ef} = 5,9$) degradacija nastupa na

manjoj udaljenosti to jest nakon 140 cm (3,8 r/r_{max}).

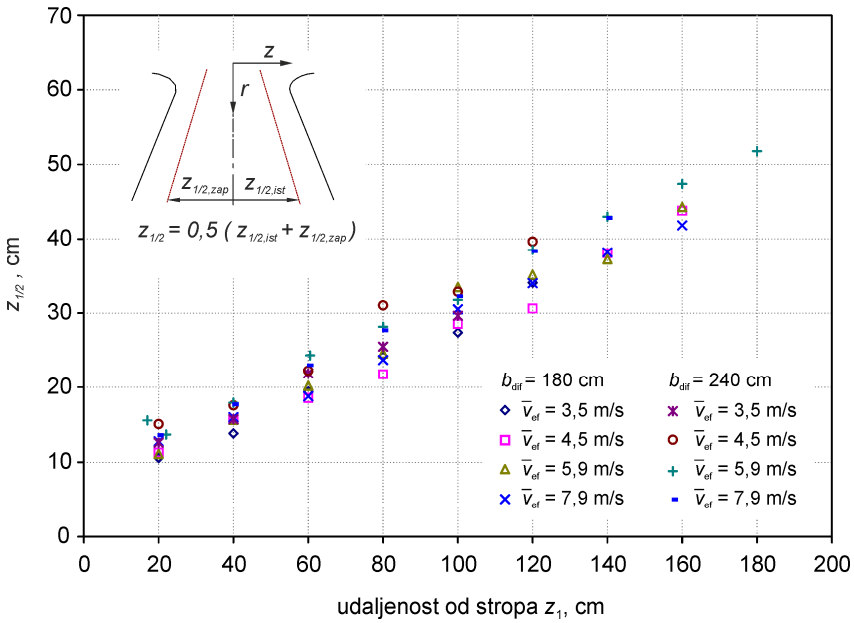


Slika 5.32 Profili brzine spojenog mlaza za $b_{dif} = 360$ cm i $\overline{v}_{ef} = 7,9$ m/s, a) dimenzijski i b) bezdimenzijski

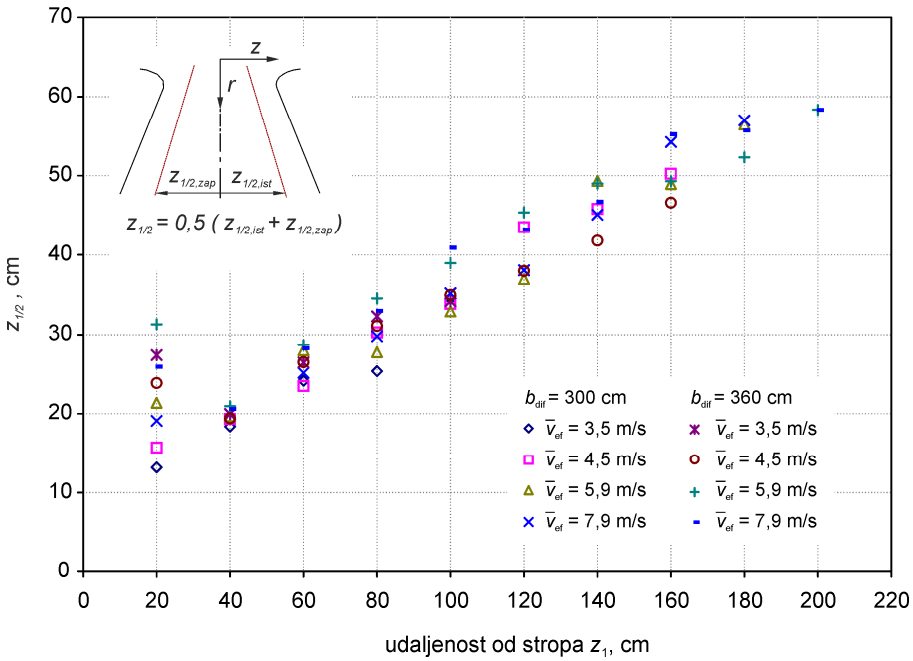
Ponovljivost mjerenja brzine u spojenom mlazu uz vremenski period uzorkovanja od 10 min je bila 0,05 m/s. Ponovljivost je također utvrđivana promjenom odsisa zraka te su mjerenja vršena uz ukjlučen odsisni ventilator i zatvorena vrata prostorije te uz isključen ventilator i otvorena vrata prostorije. Ponovljivost rezultata se nije mijenjala bez obzira na tip odsisa što govori u prilog tezi koja se pojavljuje u praksi, a ta je da položaj odsisa nema veliki utjecaj na

iznos brzine u zoni boravka. Ova činjenica se ne smije miješati s ventilacijskom učinkovitošću, jer uklanjanje zagađivača odnosno smanjenje starosti zraka u prostoriji može znatno ovisiti o položaju odsisnog otvora [44].

Slike 5.33 i 5.34 prikazuju eksperimentalne rezultate širenja spojenog mlaza dobivene iz profila brzine, pri čemu je udaljenost $z_{1/2}$ dobivena linearnom interpolacijom između susjednih izmjerenih vrijednosti da bi se dobila lokacija na kojoj brzina ima vrijednost $\overline{v}_{r,m}/2$.



Slika 5.33 Širenje spojenog mlaza pri b_{dif} = 180 cm i b_{dif} = 240 cm te pri različitim istrujnim brzinama



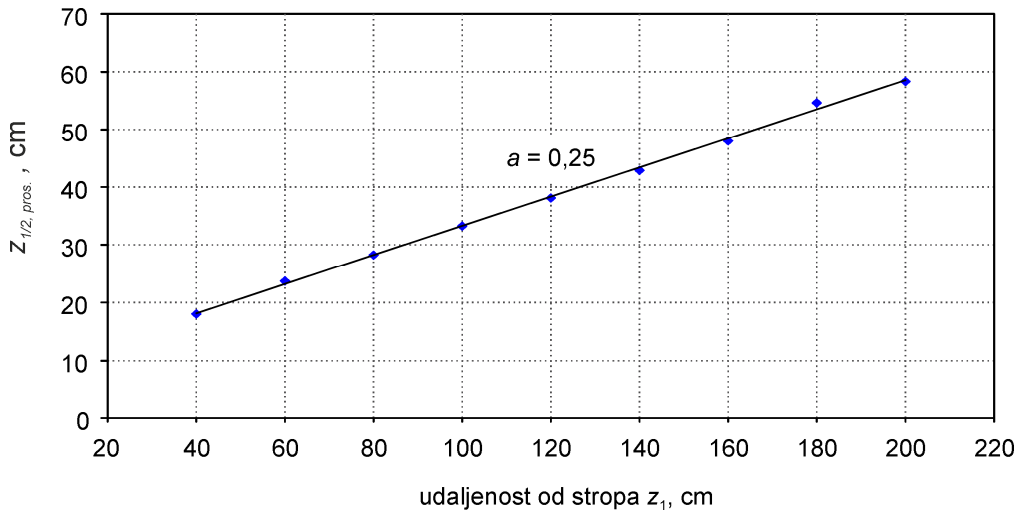
Slika 5.34 Širenje spojenog mlaza pri b_{dif} = 300 cm i b_{dif} = 360 cm te pri različitim istrujnim brzinama

Uslijed asimetričnosti mlaza, podaci $z_{1/2}$ dobiveni na ovaj način na zapadnoj i istočnoj strani od ravnine spajanja pokazivali su određena odstupanja te se konačno $z_{1/2}$ dobiva osrednjavanjem ovih dvaju vrijednosti. Pokazuje se da je širenje spojenog mlaza linearno, što je također indikator samosličnosti strujanja, odnosno međusobne sličnosti profila brzine koja započinje na udaljenosti ≥ 20 cm od stropa. Tablica 5.2 prikazuje vrijednosti koeficijenta širenja dobivene na istočnoj i zapadnoj strani spojenog mlaza, njihova međusobna odstupanja te prosječne vrijednosti a_{pros}. Pokazuje se da je koeficijent širenja u mjernom području bio neovisan o efektivnoj brzini i međusobnoj udaljenosti difuzora te ga se može smatrati konstantnim. Prosječna vrijednost koeficijenta širenja iznosi 0,24 te prosječno odstupanje koeficijenta na istočnoj strani od onih na zapadnoj strani iznosi 12 % što se može uzeti kao mjerilo asimetričnosti eksperimentalno dobivenog mlaza u odnosu na ravninu spajanja.

Tablica 5.2 Koeficijent širenja spojenog mlaza na istočnoj i zapadnoj strani od simetrale mlaza

udaljenost difuzora b_{dif}, cm	efektivna brzina $\bar{v}_{ef}$, m/s	a_{zap}	a_{ist}	$\lvert(1-a_{zap}/a_{ist})\rvert$ ·100, %	a_{pros}
180	3,5	0,238	0,227	5	0,247
	4,5	0,244	0,233	5	0,238
	5,9	0,273	0,234	17	0,235
	7,9	0,244	0,212	15	0,225
240	3,5	0,202	0,237	15	0,23
	4,5	0,219	0,288	24	0,254
	5,9	0,228	0,257	11	0,242
	7,9	0,291	0,244	19	0,247
300	3,5	0,247	0,25	1	0,249
	4,5	0,239	0,274	13	0,234
	5,9	0,241	0,226	7	0,234
	7,9	0,29	0,21	38	0,258
360	3,5	0,253	0,234	8	0,257
	4,5	0,224	0,201	11	0,246
	5,9	0,239	0,217	10	0,215
	7,9	0,251	0,244	3	0,236
			prosječna vrijednost	12%	0,24

Kada se uzmu sve vrijednosti $z_{1/2}$ izmjerene na određenoj udaljenosti od stropa u svih 16 mjerenih varijanti spojenog maza te odredi njihova prosječna vrijednost, dobije se širenje spojenog mlaza temeljeno na $z_{1/2,\,pros}$ prikazano na slici 5.35. Na ovaj način se dobivaju vrijednosti koje kvalitetno aproksimiraju pravac koeficijenta širenja 0,25 uz koeficijent determinacije 0,99 .



Slika 5.35 Širenje spojenog mlaza prikazano preko prosječne vrijednosti $z_{1/2,pros}$

U jedinom pronađenom istraživanju koje se bavilo spojenim radijalnim mlazom [24] koji nastaje interakcijom dvaju priljubljenih radijalnih mlazova dobivena je ista vrijednost koeficijenta širenja a = 0,25 iako su korištene znatno veće vrijednosti istrujne brzine na radijalnom otvoru (95,5 m/s) te su promjeri dvaju radijalnih otvora bili znatno manji (15,25 cm) i bili su instalirani na ravnoj ploči dimenzija 100 x 50 cm. Činjenica da je koeficijent širenja dobiven s istom vrijednošću upućuje na održanje koeficijenta širenja bez obzira na istrujnu brzinu i udaljenost difuzora u znatno većem rasponu veličina od onog koji je korišten u ovom istraživanju. Položaj centra sličnosti određen je pravcem širenja te se nalazi približno 30 cm (d/2) iznad stropa.

6 Intenzitet turbulencije

Iz definicija intenziteta turbulencije $I_t = \sqrt{\overline{v'^2}} / \overline{v}$ i kinetičke energije turbulencije $\overline{k} = \overline{v'^2} / 2$ može se izvesti jednostavna relacija koja povezuje ove dvije veličine

$$I_t = \frac{\sqrt{2\overline{k}}}{\overline{v}} \tag{6.1}$$

Očito je da se računsko određivanje intenziteta turbulencije u svrhu ocjene PD indeksa treba temeljiti na rješavanju transportne jednadžbe kinetičke energije turbulencije u zoni mlaza. Da bi se riješila kinetička energija turbulencije u zoni mlaza potrebno je sustavu Reynoldsovih (vremenski osrednjenih) jednadžbi pridružiti dodatne jednadžbe koje čine model turbulencije. Najčešće primjenjivani model turbulencije u slučaju turbulentnog mlaza je k-ε model. Zbog mogućnosti da se primjenom ovog modela predvidi distribucija srednje brzine, koeficijent širenja i kinetička energija turbulencije ovaj model imao je široku primjenu na strujanja koja nalikuju graničnom sloju, kao što je turbulentni mlaz. Skup jednadžbi k-ε modela uz Reynoldsove osrednjene jednadžbe čine Kolmogorov – Prandtl izraz, transportna jednadžba kinetičke energije turbulencije i transportna jednadžba disipacije kinetičke energije turbulencije. Modelski koeficijenti koji se pojavljuju u ovom sustavu jednadžbi C_μ, C_1, C_2, σ^k ovise o Reynoldsovom broju Re_t definiranom na bazi karakterističnih veličina turbulencije u obliku

$$\mathrm{Re}_t = \frac{\rho v_t l_t}{\mu} = \frac{\mu_t}{\mu}$$

gdje je v_t karakteristična brzina i l_t karakteristična duljina turbulentnih pulsacija. Visoke vrijednosti Re_t označuju dominaciju turbulentne nad molekularnom viskoznošću te tada govorimo o razvijenom turbulentnom strujanju u kakvo spada i turbulentni mlaz. U razvijenom turbulentnom strujanju pri visokim vrijednostima Re_t koeficijenti u modelu turbulencije postaju konstante te se najčešće koriste standardne vrijednosti: $C_\mu = 0{,}09$, $C_1 = 1{,}44$, $C_2 = 1{,}92$, $\sigma^k = 1$ i $\sigma^\varepsilon = 1{,}3$. Međutim, ovaj set standardnih vrijednosti konstanti je odabran da daje dobre rezultate za ravninsko strujanje graničnog sloja uz ravnu stjenku te se primjenom istih vrijednosti na turbulentni mlaz ne dobivaju dobri rezultati. Pri rješavanju ovog problema uglavnom se pristupalo modeliranju konstanti koje se pojavljuju u jednadžbi

disipacije kinetičke energije turbulencije: C_1 i C_2 pri čemu su one poprimale različite konstantne vrijednosti ili su modelirane različitim funkcijama. Međutim, dobro je poznato da kada se konstante primijenjene u modelu koji je davao dobre rezultate kod jednog oblika mlaza primjene na drugi oblik, rezultati nisu zadovoljavajući [15]. Tako, na primjer, kada se konstante koje su pokazale dobro predviđanje srednje brzine u ravninskom mlazu primjene na okrugli mlaz dobije se koeficijent širenja 40% veći od onog koji je izmjeren eksperimentalno [15]. Iz tog razloga potrebno je posebno za svaki oblik mlaza modelirati konstante odnosno odrediti njihove empirijske vrijednosti da bi se postiglo slaganje s eksperimentalnim rezultatima što umanjuje vrijednost opće primjene k-ε modela. Dobri rezultati za strujanje radijalnog mlaza primjenom k-ε modela te modeliranjem konstanti dobiveni su u [15] pri čemu se težilo dobivanju koeficijenta širenja izmjerenog za klasični radijalni mlaz $a \approx 0{,}1$. Može se zaključiti da se primjenom istog modela ne mogu dobiti dobri rezultati za spojeni radijalni mlaz koji ima znatno veći koeficijent širenja. Ideja koja je primijenjena u ovom istraživanju temelji se na poznavanju distribucije srednje brzine u glavnom smjeru strujanja koja se modelira prema Gaussovoj funkciji odnosno poznavanju koeficijenta širenja mlaza. Ako je poznata funkcija $\overline{v}_r / \overline{v}_{r,m}$ kod radijalnog odnosno $\overline{v}_z / \overline{v}_{z,m}$ kod okruglog mlaza tada se sustav jednadžbi k-ε modela i njihovo rješavanje može znatno pojednostaviti izbacivanjem jednadžbe za disipaciju kinetičke energije turbulencije. Na ovaj način izbjegava se potreba modeliranja konstanti C_1 i C_2 te se očekuje povećanje vjerojatnosti dobivanja točnog rješenja. Obzirom da su turbulentna viskoznost i distribucija srednje brzine riješeni u poglavlju 4 sustav jednadžbi k-ε modela svodi se na rješavanje bezdimenzijske transportne jednadžbe kinetičke energije turbulencije na način kako slijedi.

6.1 Transportna jednadžba kinetičke energije turbulencije

Vremenski osrednjena vrijednost ukupne kinetičke energije strujanja $\overline{v^2}/2$ sastoji se od kinetičke energije osrednjenog strujanja $\overline{v}^2/2$ i kinetičke energije turbulencije $\overline{k} = \overline{v'^2}/2$. S obzirom da se jednadžba kinetičke energije dobiva skalarnim množenjem jednadžbe količine gibanja s brzinom strujanja fluida, tako se osrednjena vrijednost ukupne kinetičke energije dobije vremenskim osrednjavanjem skalarnog umnoška jednadžbe količine gibanja za ukupno strujanje (3.6) s ukupnom brzinom strujanja. Jednadžbu kinetičke energije vremenski osrednjenog strujanja dobije se skalarnim množenjem jednadžbe količine gibanja za

osrednjeno strujanje s vremenski osrednjenom brzinom. Jednadžba kinetičke energije turbulencije dobije se oduzimanjem jednadžbe kinetičke energije osrednjenog strujanja od jednadžbe osrednjene ukupne kinetičke energije. Jednadžba za kinetičku energiju turbulencije naziva se još transportnom jednadžbom kinetičke energije turbulencije te ima oblik

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\bar{k}\right)}_{\substack{\text{LOKALNA}\\ \text{PROMJENA}}}+\underbrace{\nabla\cdot\left(\rho\bar{\mathbf{v}}\bar{k}\right)}_{\text{KONVEKCIJA}}=\underbrace{\nabla\cdot\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\nabla\bar{k}\right]}_{\substack{\text{MOLEKULARNA + TURBULENTNA}\\ \text{DIFUZIJA}}}+\underbrace{G}_{\text{GENERACIJA}}-\underbrace{\rho\varepsilon}_{\text{DISIPACIJA}} \tag{6.2}$$

U jednadžbi se prepoznaju tipični članovi općeg zakona očuvanja fizikalnog svojstva: lokalna promjena, konvekcijska promjena, molekularna i turbulentna difuzija te izvor i ponor. Brzina disipacije kinetičke energije turbulencije (pretvorba u unutarnju energiju) definirana je izrazom

$$\bar{\varepsilon}=\nu\overline{\frac{\partial v_i'}{\partial x_j}\frac{\partial v_i'}{\partial x_j}} \tag{6.3}$$

i uvijek je pozitivna veličina (jer je kinematička viskoznost pozitivna) a obzirom da se u jednadžbi kinetičke energije turbulencije nalazi s negativnim predznakom označuje njen ponor. Generacija kinetičke energije turbulencije nastaje oduzimanjem kinetičke energije od osrednjenog strujanja i definirana je izrazom

$$G=-\rho\overline{v_i'v_j'}\frac{\partial\bar{v}_i}{\partial x_j} \tag{6.4}$$

i također je pozitivna veličina. U izrazu (6.2) turbulentna difuzija modelirana je temeljem analogije s molekularnom difuzijom pri čemu je koeficijent turbulentne difuzije kinetičke energije turbulencije modeliran odnosom koeficijenta turbulentne viskoznosti i Prandtl - Schmitova broja σ^k koji je za strujanja s visokim Reynoldsovim brojem Re_t jednak $\sigma^k=1$. Razvijeni oblik jednadžbe (6.2) u cilindarskim koordinatama uz pretpostavku dvodimenzijskog kvazistacionarnog i nestlačivog strujanja glasi

$$\bar{v}_r\frac{\partial\bar{k}}{\partial r}+\bar{v}_z\frac{\partial\bar{k}}{\partial z}=\left(\frac{\partial\bar{k}}{\partial r}\frac{\partial\nu_t}{\partial r}+\nu_t\frac{\partial^2\bar{k}}{\partial r^2}+\frac{\nu_t}{r}\frac{\partial\bar{k}}{\partial r}+\frac{\partial\bar{k}}{\partial z}\frac{\partial\nu_t}{\partial z}+\nu_t\frac{\partial^2\bar{k}}{\partial z^2}\right)+\frac{G}{\rho}-\varepsilon\,. \tag{6.5}$$

Kolmogorov – Prandtlov model turbulentne viskoznosti koji se koristi u k-ε modelu turbulencije

$$\nu_t = C_\mu \frac{\overline{k}^2}{\varepsilon} \tag{6.6}$$

može se iskoristiti za eliminaciju disipacije kao nepoznanice pa uz (6.6) jednadžba (6.5) prelazi u

$$\overline{v}_r \frac{\partial \overline{k}}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{k}}{\partial z} = \left(\frac{\partial \overline{k}}{\partial r}\frac{\partial \nu_t}{\partial r} + \nu_t \frac{\partial^2 \overline{k}}{\partial r^2} + \frac{\nu_t}{r}\frac{\partial \overline{k}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{k}}{\partial z}\frac{\partial \nu_t}{\partial z} + \nu_t \frac{\partial^2 \overline{k}}{\partial z^2} \right) + \frac{G}{\rho} - C_\mu \frac{\overline{k}^2}{\nu_t} \tag{6.7}$$

Prelazak na bezdimenzijsku kompozitnu varijablu η primjenom pravila lančanog deriviranja iz gornje jednadžbe daje

$$\begin{aligned} \overline{v}_r \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial z} &= \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial r}\frac{\partial \nu_t}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial r} + \nu_t \left(\frac{\partial^2 \overline{k}}{\partial \eta^2}\left(\frac{\partial \eta}{\partial r}\right)^2 + \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\partial^2 \eta}{\partial r^2} \right) + \frac{\nu_t}{r}\frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial r} + \\ &+ \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial z}\frac{\partial \nu_t}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial z} + \nu_t \left(\frac{\partial^2 \overline{k}}{\partial \eta^2}\left(\frac{\partial \eta}{\partial z}\right)^2 + \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) + \frac{G}{\rho} - C_\mu \frac{\overline{k}^2}{\nu_t} \end{aligned} \tag{6.8}$$

Budući da za radijalni mlaz vrijede parcijalne derivacije

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = -\frac{\eta}{r}, \qquad \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{1}{ar}, \qquad \frac{\partial^2 \eta}{\partial r^2} = \frac{2\eta}{r^2}, \qquad \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} = 0 \tag{6.9 a}$$

te za okrugli mlaz

$$\frac{\partial \eta}{\partial z} = -\frac{\eta}{z}, \qquad \frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{1}{az}, \qquad \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} = \frac{2\eta}{z^2}, \qquad \frac{\partial^2 \eta}{\partial r^2} = 0 \tag{6.9 b}$$

supstitucijom (6.9 a) u (6.8) dobivamo jednadžbu za radijalni mlaz u obliku

$$\begin{aligned} -\overline{v}_r \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\eta}{r} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{1}{ar} &= \frac{\eta^2}{r^2}\frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\partial \nu_t}{\partial \eta} + \nu_t \frac{\eta^2}{r^2}\frac{\partial^2 \overline{k}}{\partial \eta^2} + \nu_t \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{2\eta}{r^2} - \frac{\nu_t \eta}{r^2}\frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta} + \\ &+ \frac{1}{(ar)^2}\frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\partial \nu_t}{\partial \eta} + \frac{\nu_t}{(ar)^2}\frac{\partial^2 \overline{k}}{\partial \eta^2} + \frac{G}{\rho} - C_\mu \frac{\overline{k}^2}{\nu_t} \end{aligned} \tag{6.10 a}$$

i supstitucijom (6.9 b) u (6.8) jednadžbu za okrugli mlaz u obliku

$$\begin{aligned} \overline{v}_r \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{1}{az} - \overline{v}_z \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\eta}{z} &= \frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{1}{a^2 z^2}\frac{\partial \nu_t}{\partial \eta} + \nu_t \frac{\partial^2 \overline{k}}{\partial \eta^2}\frac{1}{(az)^2} + \frac{\nu_t}{r}\frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{1}{az} + \frac{\eta^2}{z^2}\frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta}\frac{\partial \nu_t}{\partial \eta} \\ &+ \nu_t \frac{\eta^2}{z^2}\frac{\partial^2 \overline{k}}{\partial \eta^2} + \nu_t \frac{2\eta}{z^2}\frac{\partial \overline{k}}{\partial \eta} + \frac{G}{\rho} - C_\mu \frac{\overline{k}^2}{\nu_t} \end{aligned} . \tag{6.10 b}$$

Množenjem (6.10 a) s $z_{1/2}/\overline{v}_{r,m}{}^3$ dobiva se jednadžba kinetičke energije turbulencije za radijalni mlaz u bezdimenzijskom obliku pri čemu ona prelazi u običnu diferencijalnu jednadžbu

$$\begin{aligned}
-\eta a\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{r,m}}\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{r,m}{}^2}\right)+\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{r,m}}\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{r,m}{}^2}\right)&=\eta^2a^2\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{r,m}{}^2}\right)\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\nu_t}{z_{1/2}\overline{v}_{r,m}}\right)\\
&+a^2\eta^2\left(\frac{\nu_t}{z_{1/2}\overline{v}_{r,m}}\right)\frac{d^2}{d\eta^2}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{r,m}{}^2}\right)+2a^2\eta\left(\frac{\nu_t}{z_{1/2}\overline{v}_{r,m}}\right)\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{r,m}{}^2}\right)-\eta a^2\left(\frac{\nu_t}{z_{1/2}\overline{v}_{r,m}}\right)\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{r,m}{}^2}\right)\\
&+\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{r,m}{}^2}\right)\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\nu_t}{z_{1/2}\overline{v}_{r,m}}\right)+\left(\frac{\nu_t}{z_{1/2}\overline{v}_{r,m}}\right)\frac{d^2}{d\eta^2}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{r,m}{}^2}\right)+\frac{z_{1/2}G}{\rho\overline{v}_{r,m}{}^3}-C_\mu\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{r,m}{}^2}\right)^2\Bigg/\left(\frac{\nu_t}{z_{1/2}\overline{v}_{r,m}}\right)
\end{aligned}\tag{6.11 a}$$

Na isti način se množenjem (6.10 b) s $r_{1/2}/\overline{v}_{z,m}{}^3$ dobiva se obična diferencijalna jednadžba kinetičke energije turbulencije u bezdimenzijskom obliku za okrugli mlaz

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{z,m}}\right)\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{z,m}{}^2}\right)-\eta a\left(\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{z,m}}\right)\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{z,m}{}^2}\right)&=\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{z,m}{}^2}\right)\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\nu_t}{r_{1/2}\overline{v}_{z,m}}\right)+\left(\frac{\nu_t}{r_{1/2}\overline{v}_{z,m}}\right)\frac{d^2}{d\eta^2}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{z,m}{}^2}\right)\\
&+\frac{1}{\eta}\left(\frac{\nu_t}{r_{1/2}\overline{v}_{z,m}}\right)\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{z,m}{}^2}\right)+\eta^2a^2\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{z,m}{}^2}\right)\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\nu_t}{r_{1/2}\overline{v}_{z,m}}\right)+a^2\eta^2\left(\frac{\nu_t}{r_{1/2}\overline{v}_{z,m}}\right)\frac{d^2}{d\eta^2}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{z,m}{}^2}\right)\\
&+2\eta a^2\left(\frac{\nu_t}{r_{1/2}\overline{v}_{z,m}}\right)\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{z,m}{}^2}\right)+\frac{r_{1/2}G}{\overline{v}_{z,m}{}^3\rho}-C_\mu\left(\frac{\overline{k}}{\overline{v}_{z,m}{}^2}\right)^2\Bigg/\left(\frac{\nu_t}{r_{1/2}\overline{v}_{z,m}}\right)
\end{aligned}\tag{6.11 b}$$

Bezdimenzijske funkcije koje se pojavljuju u jednadžbama (6.11 a) i (6.11 b) mogu se definirati za radijalni mlaz

$$\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{r,m}}=f(\eta),\qquad \frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{r,m}}=g(\eta),\qquad \frac{\nu_t}{z_{1/2}\overline{v}_{r,m}}=h(\eta),\qquad \frac{\overline{k}}{\overline{v}_{r,m}{}^2}=l(\eta)\tag{6.12 a}$$

te za okrugli mlaz

$$\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{z,m}}=f(\eta),\qquad \frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{z,m}}=g(\eta),\qquad \frac{\nu_t}{r_{1/2}\overline{v}_{z,m}}=h(\eta),\qquad \frac{\overline{k}}{\overline{v}_{z,m}{}^2}=l(\eta).\tag{6.12b}$$

Rješenja funkcija f i g data su u algebarskom obliku za radijalni i okrugli mlaz u poglavlju 4. Funkcija h je također riješena uz pretpostavke graničnog sloja u algebarskom obliku za radijalni i okrugli mlaz te u numeričkom obliku bez pretpostavki graničnog sloja u poglavlju 4. Uz (6.12 a) se jednadžba za radijalni mlaz (6.11 a) može zapisati u jednostavnijem obliku

$$-l''\left(a^2\eta^2h+h\right)+l'\left(g-\eta af-\eta^2a^2h'-a^2\eta h-h'\right)=\frac{z_{1/2}G}{\rho\overline{v}_{r,m}{}^3}-C_\mu\frac{l^2}{h} \tag{6.13 a}$$

a jednadžba za okrugli mlaz (6.11 b) uz (6.12 b) prelazi u

$$-l''\left(h+\eta^2a^2h\right)+l'\left(f-\eta ag-h'-\frac{1}{\eta}h-\eta^2a^2h'-2\eta a^2h\right)=\frac{r_{1/2}G}{\overline{v}_{z,m}{}^3\rho}-C_\mu\frac{l^2}{h} \tag{6.13 b}$$

Ovim transformacijama dobivene su bezdimenzijske jednadžbe kinetičke energije turbulencije za okrugli i radijalni mlaz u obliku običnih nelinearnih diferencijalnih jednadžbi drugog reda. Kinetička energija turbulencije će se tražiti iz rješenja ovih jednadžbi pri čemu je potrebno dodatno riješiti razdiobu brzine generacije kinetičke energije turbulencije.

6.1.1 Generacija kinetičke energije turbulencije

Iz izraza (6.4) se vidi da je brzina generacije kinetičke energije turbulencije jednaka dvostrukom skalarnom produktu tenzora turbulentnog naprezanja $-\rho\overline{v_i'v_j'}$ i tenzora gradijenta brzine $\partial\overline{v}_i/\partial x_j$. Tenzor turbulentnog naprezanja može se prema Boussinesqu modelirati kao umnožak turbulentne viskoznosti i tenzora brzine deformacije, a gradijent brzine se može prikazati zbrojem simetričnog tenzora (tenzora brzine deformacije) i antisimetričnog tenzora (tenzora vrtložnosti). S obzirom da antisimetrični tenzor vrtložnosti u dvostrukom skalarnom produktu sa simetričnim tenzorom brzine deformacije daje nulu, iz (6.4) i (3.11) slijedi

$$G=\left(\mu_t 2D_{ij}-\frac{2}{3}\delta_{ij}\overline{k}\right)D_{ij} \tag{6.14}$$

Ovaj produkt za dvodimenzijsko strujanje $\overline{v}_\varphi=0$ i $\partial/\partial\varphi=0$ poprima oblik

$$G=\begin{pmatrix}\mu_t 2\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r}-\frac{2}{3}\overline{k} & 0 & \mu_t\left(\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}+\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}\right)\\ 0 & \mu_t 2\frac{\overline{v}_r}{r}-\frac{2}{3}\overline{k} & 0\\ \mu_t\left(\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}+\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}\right) & 0 & \mu_t 2\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial z}-\frac{2}{3}\overline{k}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial r} & 0 & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}+\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}\right)\\ 0 & \frac{\overline{v}_r}{r} & 0\\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\overline{v}_r}{\partial z}+\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial r}\right) & 0 & \frac{\partial\overline{v}_z}{\partial z}\end{pmatrix} \tag{6.15}$$

te primjenom pravila dvostrukog skalarnog množenja članova daje

$$G = \mu_t \left[\left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial r} \right)^2 + 2\left(\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} \right)^2 + 2\left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial r} \right)^2 + 2\left(\frac{\overline{v}_r}{r} \right)^2 \right]. \tag{6.16}$$

Bezdimenzijski član generacije koji se pojavljuje u transportnim jednadžbama (6.13 a) i (6.13 b) može se derivirati iz gornje jednadžbe te se uz prelazak na bezdimenzijsku varijablu η pravilom lančanog deriviranja iz gornje jednadžbe dobiva izraz za radijalni mlaz

$$\frac{z_{1/2} G}{\rho \overline{v}_{r,m}^{\,3}} = \nu_t \left[\left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + 2\left(\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial z} \right)^2 + 2\left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + 2\left(\frac{\overline{v}_r}{r} \right)^2 \right] \frac{z_{1/2}}{\overline{v}_{r,m}^{\,3}} \tag{6.17 a}$$

te izraz za okrugli mlaz

$$\frac{r_{1/2} G}{\rho \overline{v}_{z,m}^{\,3}} = \nu_t \left[\left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + 2\left(\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial z} \right)^2 + 2\left(\frac{\partial \overline{v}_r}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + 2\left(\frac{\overline{v}_r}{r} \right)^2 \right] \frac{r_{1/2}}{\overline{v}_{z,m}^{\,3}} \tag{6.17 b}$$

Uz parcijalne derivacije (6.12 a) i (6.12 b) te uz dodatne transformacije mogu se gornje parcijalne diferencijalne jednadžbe svesti na obične diferencijalne jednadžbe: za radijalni mlaz

$$\frac{z_{1/2} G}{\rho \overline{v}_{r,m}^{\,3}} = \frac{\nu_t}{z_{1/2}\overline{v}_{r,m}} \left[\begin{array}{l} \left(\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{r,m}} \right) \right)^2 - 2a\eta \frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{r,m}} \right) \frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{r,m}} \right) + a^2 \left(\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{r,m}} \right)\eta \right)^2 + \\ +2\left(\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{r,m}} \right) \right)^2 + 2a^2 \left(\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{r,m}} \right)\eta \right)^2 + 2a^2 \left(\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{r,m}} \right)^2 \end{array} \right] \tag{6.18 a}$$

i za okrugli mlaz

$$\frac{r_{1/2} G}{\rho \overline{v}_{z,m}^{\,3}} = \frac{\nu_t}{r_{1/2}\overline{v}_{z,m}} \left[\begin{array}{l} a^2 \left(\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{z,m}} \right)\eta \right)^2 - 2\eta a \frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{z,m}} \right) \frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{z,m}} \right) + \left(\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{z,m}} \right) \right)^2 + \\ +2a^2 \left(\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_z}{\overline{v}_{z,m}} \right)\eta \right)^2 + 2\left(\frac{d}{d\eta}\left(\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{z,m}} \right) \right)^2 + \frac{2}{\eta^2}\left(\frac{\overline{v}_r}{\overline{v}_{z,m}} \right)^2 \end{array} \right] \tag{6.18 b}$$

Dalje se uz korištenje zapisa bezdimenzijskih funkcija u oblicima (6.12 a) i (6.12 b) mogu jednadžbe zapisati u jednostavnijem obliku te za radijalni mlaz (6.18 a) prelazi u

$$\frac{z_{1/2} G}{\rho \overline{v}_{r,m}^{\,3}} = h\left(f'^2 - 2a\eta f'g' + a^2\eta^2 g'^2 + 2g'^2 + 2a^2\eta^2 f'^2 + 2a^2 f^2 \right) \tag{6.19 a}$$

i za okrugli mlaz (6.18 b) prelazi u

$$\frac{r_{1/2}G}{\rho\bar{v}_{z,m}^{\ 3}} = h\left(f'^2\eta^2a^2 - 2\eta af'g' + g'^2 + 2a^2g'^2\eta^2 + 2f'^2 + \frac{2}{\eta^2}f^2 \right). \tag{6.19 b}$$

Korištenjem oblika koji su za funkcije f i g izvedeni u poglavlju 4 te oblika koji su za funkciju h izvedeni uz pretpostavke graničnog sloja za radijalni i okrugli mlaz, može se iz jednadžbe (6.19 a) dobiti jednostavan oblik za generaciju kinetičke energije turbulencije u zoni radijalnog mlaza u obliku

$$\frac{z_{1/2}G}{\rho\bar{v}_{r,m}^{\ 3}} = \sqrt{\frac{\pi}{c}}e^{-3c\eta^2}erf\left(\sqrt{c}\eta\right)\left(a^5c\eta^5 + 2a^3c\eta^3 + ac\eta + \frac{a^3}{2c\eta} \right) \tag{6.20 a}$$

te iz (6.19 b) za generaciju kinetičke energije u zoni okruglog mlaza

$$\frac{r_{1/2}G}{\rho\bar{v}_{z,m}^{\ 3}} = a\left(1 - e^{-c\eta^2}\right)e^{-2c\eta^2}. \tag{6.20 b}$$

Na ovaj način došlo se do jednostavnih bezdimenzijskih izraza za generaciju kinetičke energije turbulencije koji se mogu usporediti s eksperimentalnim rezultatima drugih autora. Iz jednadžbe (6.20 a) se uz razvoj $erf\left(\sqrt{c}\eta\right)$ u Taylorov red oko nule može vidjeti da je generacija kinetičke energije turbulencije na simetralnoj ravnini radijalnog mlaza $\eta = 0$ jednaka a^3/c te se uz $c = \ln(2) \approx 0{,}693$ može pisati

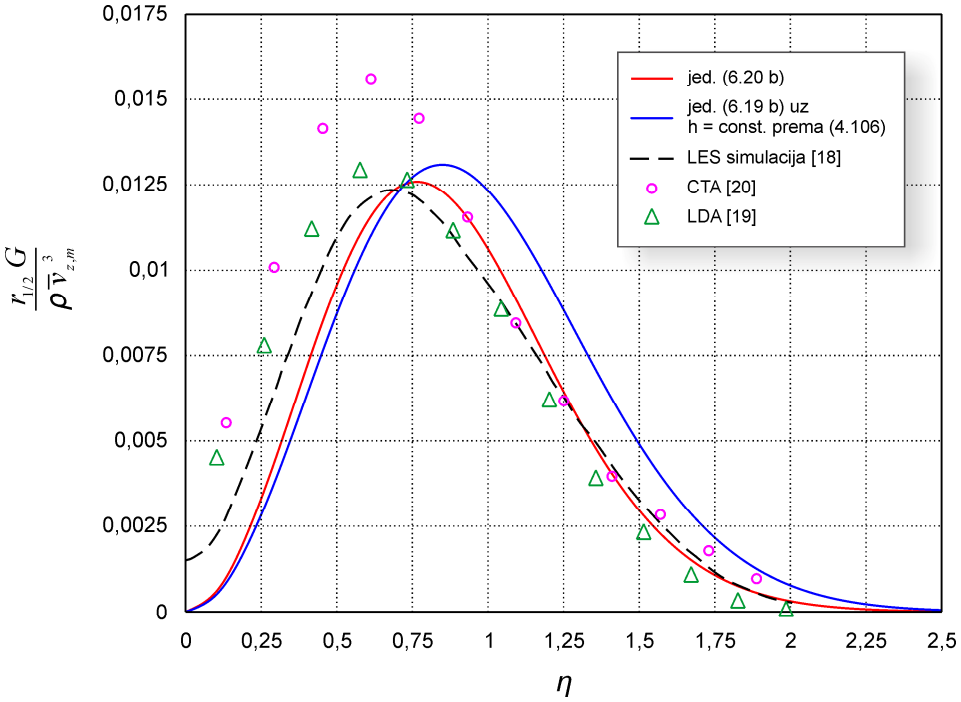
$$\frac{z_{1/2}G}{\rho\bar{v}_{r,m}^{\ 3}}(\eta = 0) = \frac{a^3}{c} = 1{,}443a^3. \tag{6.21 a}$$

Iz (6.20 b) slijedi da je generacija na simetralnoj osi okruglog mlaza jednaka nuli

$$\frac{r_{1/2}G}{\rho\bar{v}_{z,m}^{\ 3}}(\eta = 0) = 0. \tag{6.21 b}$$

Generacija kinetičke energije turbulencije je član transportne jednadžbe kojeg je moguće odrediti direktno iz eksperimentalnih rezultata ako su mjerene prostorne razdiobe osrednjenih vrijednosti komponenti pulsirajuće brzine i srednje brzine. U ovom istraživanju korišten je anemometar s toplom sferom koji mjeri samo ukupnu vrijednost brzine te nije moguće odrediti brzinu generacije kinetičke energije turbulencije nego samo iznos kinetičke energije turbulencije. Generacija u razvijenoj zoni okruglog mlaza određivana je iz eksperimentalnih rezultata u [19] i [20]. U [19] je korišten laserski anemometar (LDA) te su mjerenja vršena pri

vrijednosti Reynoldsovog broja na istrujnom otvoru $1{,}1\cdot 10^4$ dok je u [20] korištena trostruka topla žica (CTA) te mješavina zraka i helija pri Reynoldsovom broju 10^5. Rezultati generacije dobivene u [19] i [20] prikazani su na slici 6.1 uz razdiobu temeljenu na jednadžbi (6.21 b) te LES simulaciju okruglog mlaza provedenu u [18] gdje je Reynoldsov broj imao vrijednost $1{,}1\cdot 10^4$. Slika 6.1 također prikazuje rezultate dobivene primjenom konstantne vrijednosti turbulentne viskoznosti prema [14] koja je definirana jednadžbom (4.106) te koja je iskorištena za izračun generacije primjenom jednadžbe (6.19 b).

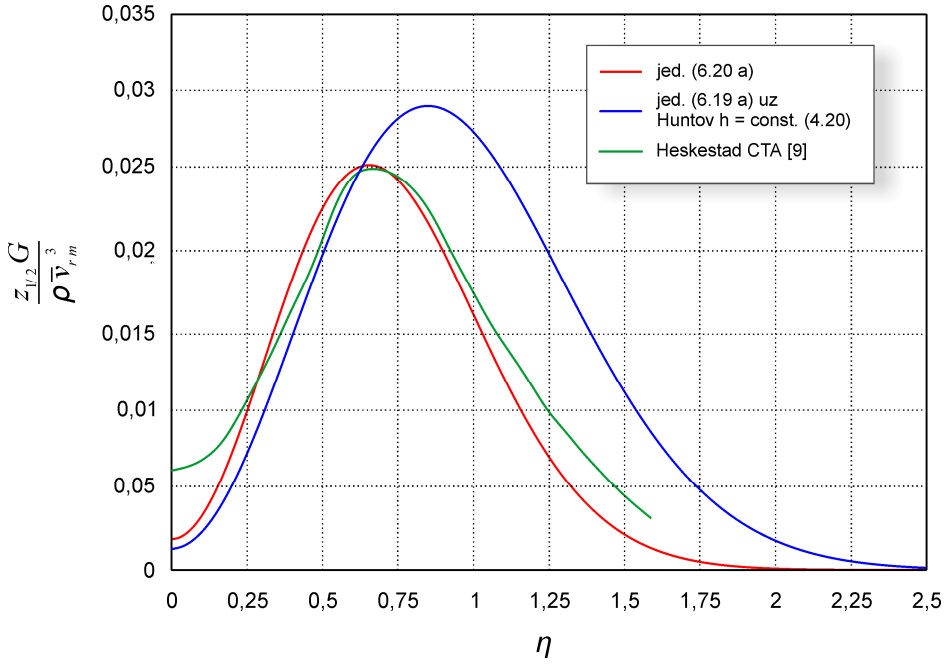


Slika 6.1 Brzina generacije kinetičke energije turbulencije u okruglom mlazu, usporedba novog modela s rezultatima drugih autora

Slika pokazuje dobro slaganje rezultata novog izraza (6.20 b) s mjerenjima [19] i LES simulacijom [18] gdje je Re broj bio $1{,}1\cdot 10^4$ te nešto lošije slaganje s rezultatima [20]. Eksperimentalni rezultati i LES simulacija pokazuju da generacija na simetralnoj osi nije jednaka nuli kao u slučaju novog izraza te pokazuju nešto veće vrijednosti u području $\eta < 0{,}75$. Poklapanje maksimalne vrijednosti generacije dobivene novim izrazom (6.20 b) s [19] i [18] je jako dobro te ona iznosi približno 0,0125. Model s konstantnom turbulentnom viskoznošću prema [14] daje nešto lošije slaganje s eksperimentom te se također i iz ovih rezultata može vidjeti da izvedeni izrazi za turbulentnu viskoznost koja nije konstantna po poprečnom presjeku mlaza daju zamjetno bolje rezultate.

Generacija u zoni razvijenog strujanja radijalnog mlaza dobivena je na temelju eksperimentalnih rezultata u [9]. U [9] je korištena jednostruka topla žica te je razdioba

smičnih naprezanja potrebnih za izračun generacije temeljem jednadžbe (6.4) određivana na način opisan u poglavlju 4.4.3.



Slika 6.2 Brzina generacije kinetičke energije turbulencije u radijalnom mlazu, usporedba novog modela s rezultatima drugih autora

Slika 6.2 prikazuje razdiobu brzine generacije kinetičke energije turbulencije na presjeku radijalnog mlaza prema novom izrazu (6.20 a) te rezultate dobivene iz mjerenja [9]. Slaganje rezultata se može smatrati jako dobrim osim u području uz simetralnu ravninu gdje je eksperiment pokazao veće vrijednosti slično kao kod okruglog mlaza. Znatno lošije slaganje s eksperimentom pokazuje model konstantne turbulentne viskoznosti (4.20) te se može zaključiti da i ovdje, isto kao i kod okruglog mlaza, novi model turbulentne viskoznosti daje bolje rezultate. Eksperimentalni rezultati [9] predstavljaju jedine rezultate generacije kinetičke energije turbulencije radijalnog mlaza pronađene u literaturi i relativno su starijeg datuma. Također, obzirom na činjenicu da su smična naprezanja određivana korištenjem jednadžbe gibanja (4.77) a ne iz mjerenja, mogu se smatrati manje pouzdanim od rezultata okruglog mlaza [20] i [19] te se dobro poklapanje s novim izrazom treba uzeti s rezervom.

6.1.2 Kinetička energija turbulencije

Uz bezdimenzijske izraze dobivene za brzinu generacije kinetičke energije turbulencije za radijalni i okrugli mlaz (6.19 a) i (6.19 b) mogu se upotpuniti transportne jednadžbe kinetičke energije turbulencije (6.13 a) i (6.13 b) te one dobivaju oblik za radijalni mlaz

$$-l''\left(a^2\eta^2 h+h\right)+l'\left(g-\eta af-\eta^2a^2h'-\eta a^2h-h'\right)= \\ h\left(f'^2-2a\eta f'g'+a^2\eta^2g'^2+2g'^2+2a^2\eta^2f'^2+2a^2f^2\right)-C_\mu\frac{l^2}{h} \tag{6.22 a}$$

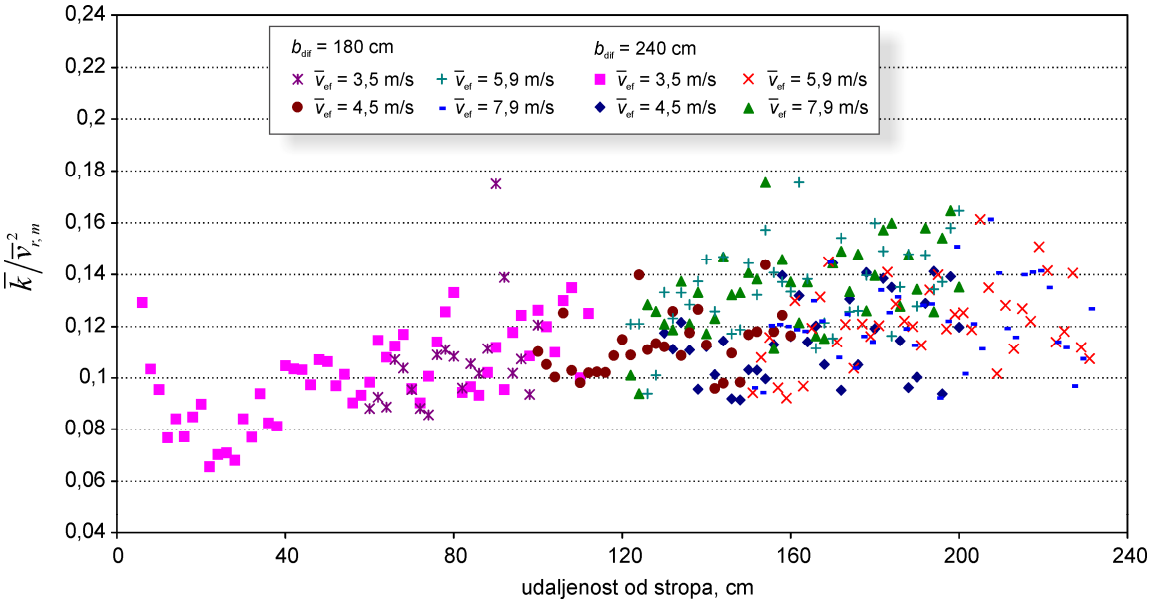
te za okrugli mlaz

$$-l''\left(h+\eta^2a^2h\right)+l'\left(f-\eta ag-h'-\frac{1}{\eta}h-\eta^2a^2h'-2\eta a^2h\right)= \\ h\left(f'^2\eta^2a^2-2\eta af'g'+g'^2+2a^2g'^2\eta^2+2f'^2+\frac{2}{\eta^2}f^2\right)-C_\mu\frac{l^2}{h}. \tag{6.22 b}$$

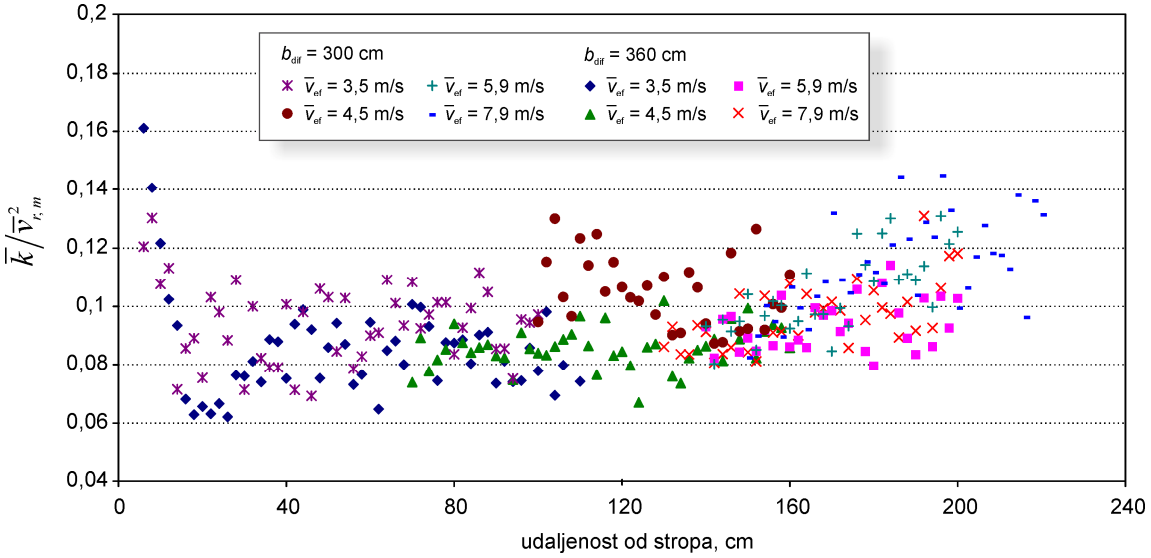
Gornje jednadžbe mogu se rješavati kao inicijalni problem uz početni uvjet koji je poznat na temelju simetričnosti mlaza: $l'(\eta=0)=0$, te drugi početni uvjet $l(\eta=0)$ koji se može pretpostaviti na temelju eksperimentalnih rezultata. Diferencijalna jednadžba drugog reda se kao inicijalni problem rješava svođenjem jednadžbe na sistem diferencijalnih jednadžbi prvog reda te se sistem može rješavati Runge - Kutta metodom četvrtog reda.

Mjerenja kinetičke energije turbulencije na simetralnoj osi radijalnog mlaza vršena su u zoni klasičnog mlaza [9] i spojenog mlaza [24]. U [9] su izvršena mjerenja na samo jednom presjeku u zoni razvijenog strujanja te je utvrđeno da na simetralnoj ravnini vrijedi $\overline{k}/\overline{v}_{r,m}^2(\eta=0)=0{,}1$ dok je za spojeni mlaz u [24] dobiveno $\overline{k}/\overline{v}_{r,m}^2(\eta=0)=0{,}12$. U [7], [8] i [25] vršena su samo mjerenja komponente kinetičke energije u smjeru *r* uzduž simetralne ravnine ali ukupna vrijednost $\overline{k}/\overline{v}_{r,m}^2$ nije određena. U [15] je strujanje radijalnog mlaza u zoni samosličnosti riješeno k-ε modelom i metodom konačnih razlika pri čemu je dobiveno $\overline{k}/\overline{v}_{r,m}^2(\eta=0)=0{,}11$. Mjerenja na simetralnoj ravnini spojenog mlaza u ovom istraživanju vršena su sfernim anemometrom koji ima mjerno područje 0,05 do 1 m/s te su, obzirom na visok intenzitet turbulencije u zoni mlaza, mjerenja kinetičke energije turbulencije vršena samo u zoni gdje su srednje brzine imale vrijednosti manje ili jednake 0,5 m/s. Ovi rezultati prikazani su na slikama 6.3 i 6.4. Teorijski je bezimenzijski oblik kinetičke energije turbulencije $\overline{k}/\overline{v}_{r,m}^2$ (u jednadžbama označen kao funkcija *l*) na simetralnoj ravnini konstantan u zoni samosličnog strujanja. Mjerenja [7] u radijalnom te [21] u okruglom mlazu pokazuju da $\overline{k}/\overline{v}_{r,m}^2$ raste od izvora mlaza prema zoni samosličnosti te u zoni samosličnosti zadržava približno konstantnu vrijednost. Na slikama 6.3 i 6.4 se može vidjeti da u zoni samosličnosti $\overline{k}/\overline{v}_{r,m}^2$ doseže srednje vrijednosti od 0,09 do 0,14. Veće efektivne brzine na difuzorima i

manja međusobna udaljenost difuzora daju nešto veće vrijednosti $\overline{k}/\overline{v}_{r,m}^2$.



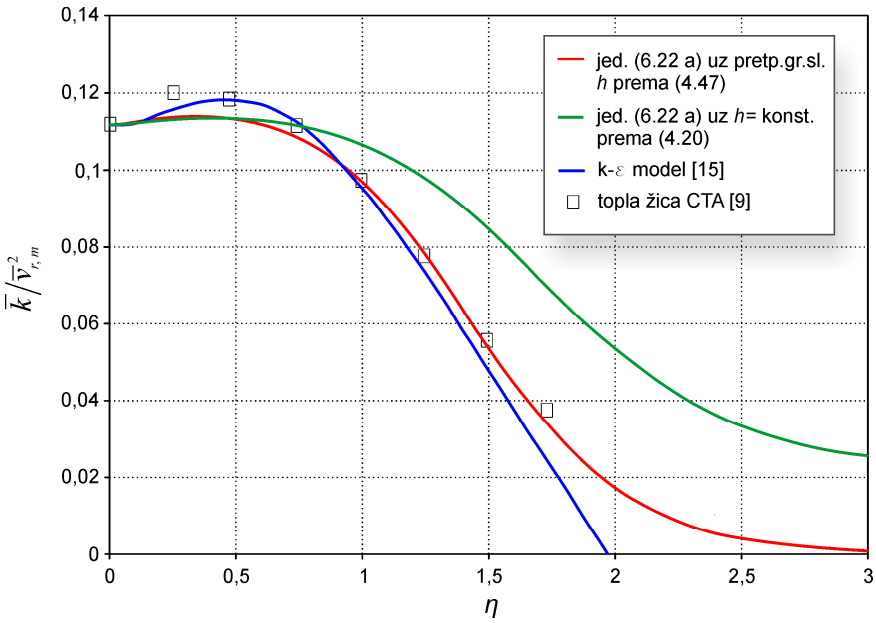
Slika 6.3 Kinetička energija turbulencije na simetralnoj ravnini spojenog mlaza pri međusobnoj udaljenosti difuzora 1,8 i 2,4 m.



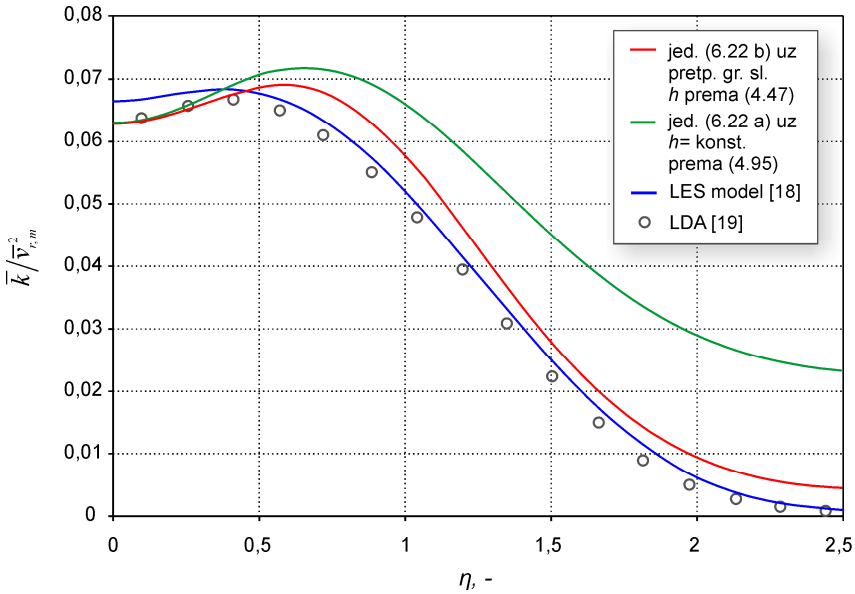
Slika 6.4 Kinetička energija turbulencije na simetralnoj ravnini spojenog mlaza pri međusobnoj udaljenosti difuzora 3,0 i 3,6 m.

Transportne jednadžbe kinetičke energije turbulencije izvedene za radijalni i okrugli mlaz (6.22 a) i (6.22 b) mogu se rješavati primjenom izvedenih modela turbulentne viskoznosti uz pretpostavke graničnog sloja, bez pretpostavki graničnog sloja i uz pretpostavku konstantne turbulentne viskoznosti koji su dati u poglavlju 4. Slika 6.5 prikazuje rješenje jednadžbe za radijalni mlaz uz pretpostavke graničnog sloja i rješenje uz konstantnu turbulentnu viskoznost te eksperimentalne rezultate [9] i k-ε model [15]. Može se vidjeti da je slaganje rješenja uz pretpostavke graničnog sloja s eksperimentalnim rezultatima dobro te da rješenje uz

konstantnu turbulentnu viskoznost daje znatno lošije slaganje s eksperimentom. Rješenje k-ε modela metodom konačnih razlika [15] daje dobro slaganje s eksperimentom u području $\eta = 0$ do $\eta = 2$, međutim iako autori nisu prikazali rješenje u području $\eta > 2$, očito je da pri vrijednostima $\eta > 2$ kinetička energije turbulencije poprima vrijednosti manje od nule što nije prirodno.



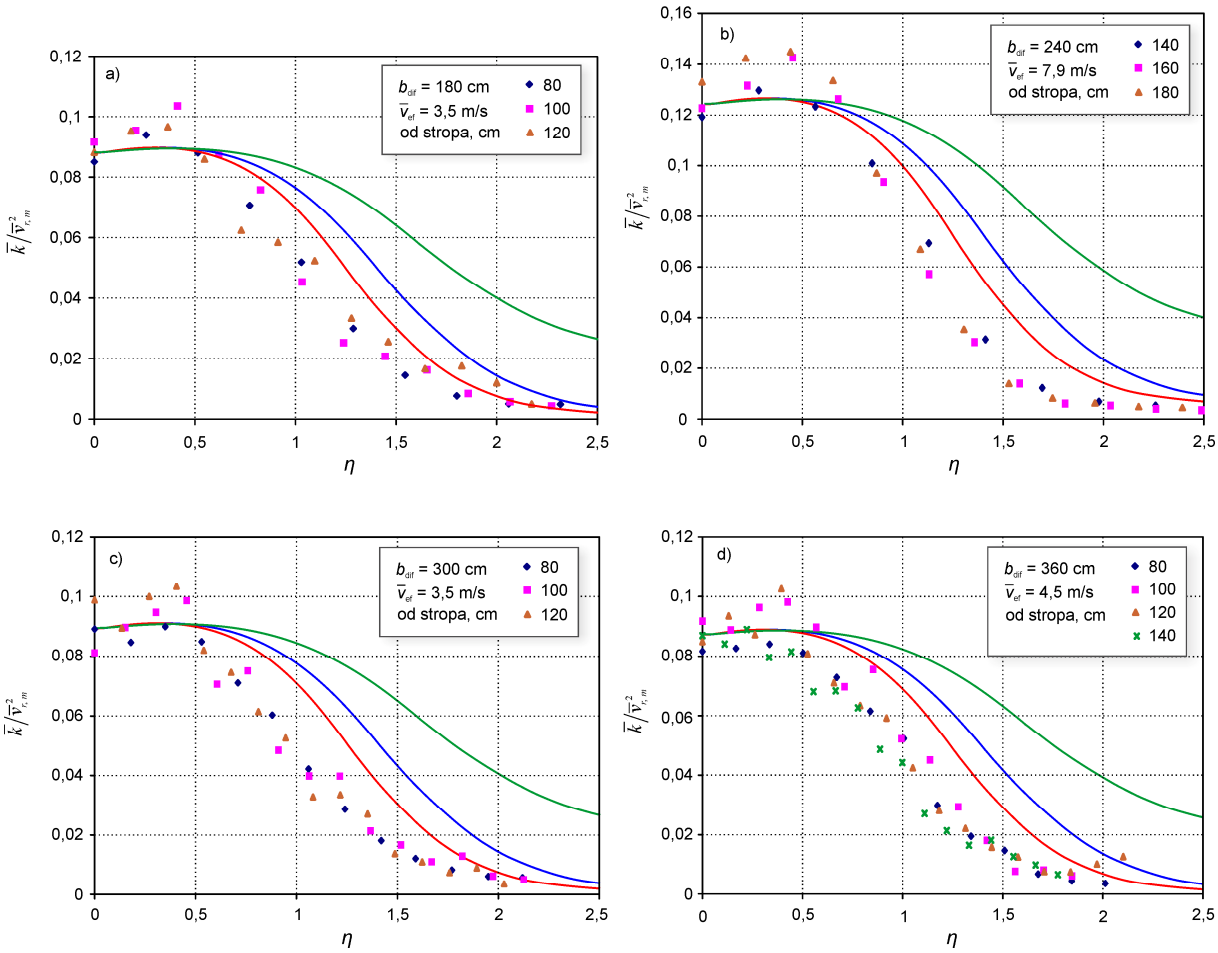
Slika 6.5 Kinetička energija turbulencije na presjeku radijalnog klasičnog mlaza $a = 0{,}11$.



Slika 6.6 Kinetička energija turbulencije na presjeku okruglog klasičnog mlaza $a = 0{,}085$

Rješenje jednadžbe za okrugli mlaz uz pretpostavke graničnog sloja te uz pretpostavku konstantne turbulentne viskoznosti prikazano je na slici 6.6 uz eksperimentalne rezultate klasičnog mlaza [19] i rješenje LES modela [18]. Kao i u svim prethodnim slučajevima, LES

simulacija [18] daje dobro slaganje s eksperimentom provedenim laserskim anemometrom u [19]. Rješenje jednadžbe (6.22 b) uz pretpostavke graničnog sloja također daje dobro slaganje s eksperimentom dok rješenje uz pretpostavku konstantne turbulentne viskoznosti nije zadovoljavajuće te se uz udaljavanje od simetralne osi sve više razilazi s mjernim rezultatima.



Slika 6.7 Kinetička energija turbulencije u spojenom mlazu a = 0,24; eksperimentalni rezultati anemometrom s toplom sferom; — rješenje (6.22 a) bez pretp. gr. sl.; — rješenje (6.22 a) uz pretp. gr. sl. ; — rješenje (6.22 a) uz h = const.

Mjerni rezultati anemometrom s toplom sferom koji prikazuju razdiobu kinetičke energije turbulencije u spojenom mlazu prikazani su na slici 6.7 uz rješenja jednadžbe (6.22 a). Rješenja (6.22 a) daju nešto veće vrijednosti u usporedbi s mjerenjima te se najbolje slaganje dobiva modelom bez pretpostavki graničnog sloja, nešto lošije slaganje modelom uz pretpostavke graničnog sloja te loše slaganje s modelom bez pretpostavki graničnog sloja gdje je turbulentna viskoznost pretpostavljena kao konstantna.

6.2 Intenzitet turbulencije i PD indeks, eksperiment i numeričko rješenje

Intenzitet turbulencije kao parametar propuha se može dobiti iz bezdimenzijskog oblika kinetičke energije turbulencije primjenom jednadžbe (6.1). Ako se (6.1) transformira na slijedeći način

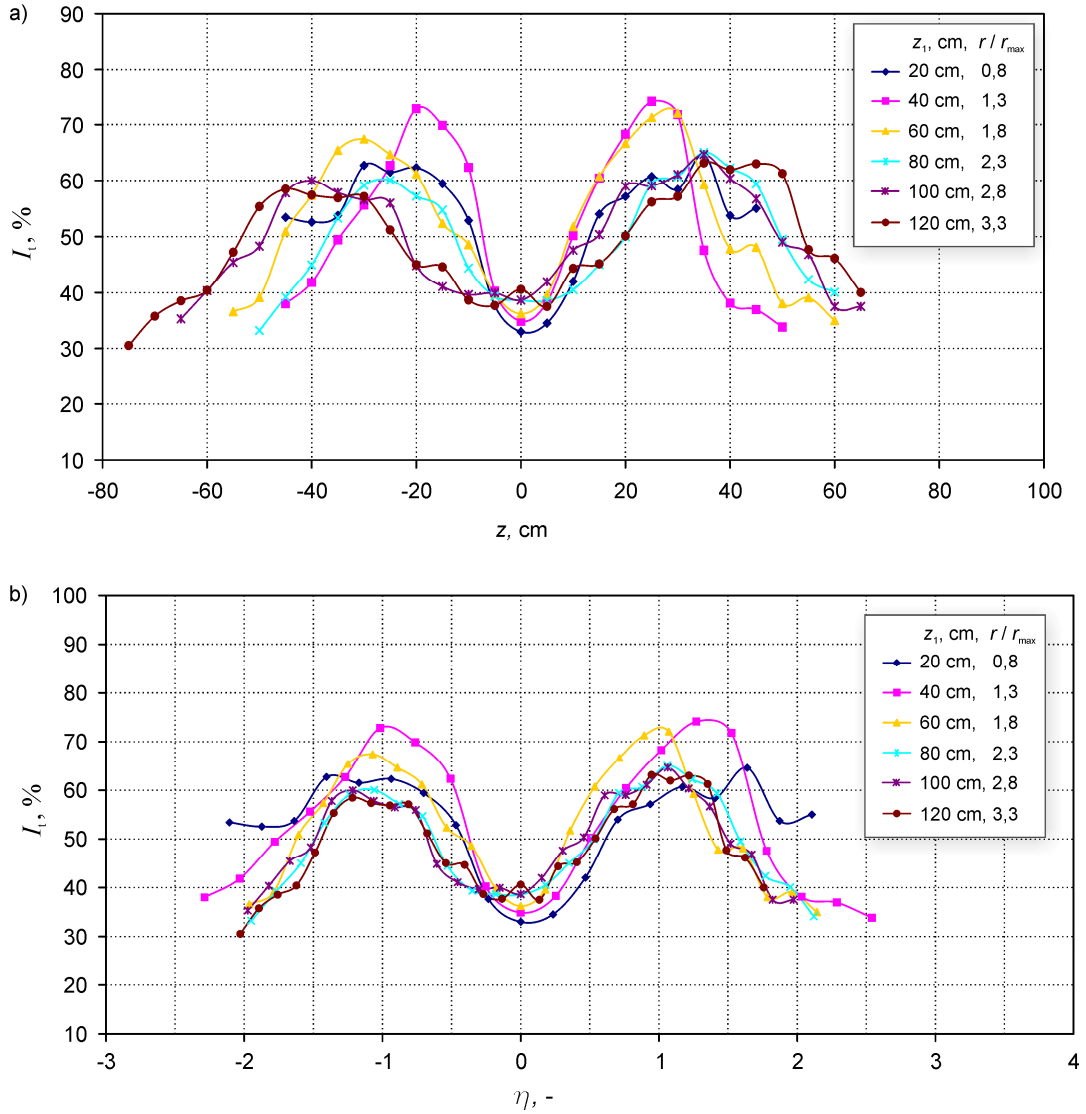
$$I_t = \frac{\sqrt{2\dfrac{\overline{k}}{\overline{v}_{r,m}^2}}}{\dfrac{\overline{v}}{\overline{v}_{r,m}}} \tag{6.23}$$

može se I_t odrediti na temelju poznavanja kinetičke energije turbulencije i korištenjem izraza za bezdimenzijsku brzinu $\overline{v}/\overline{v}_{r,m}$ koji je za radijalni mlaz definiran izrazom (4.33). Iz gornje jednadžbe se vidi da ako su profili bezdimenzijske kinetičke energije turbulencije međusobno slični i ako su profili bezdimenzijske brzine međusobno slični, tada su i profili intenziteta turbulencije na poprečnim presjecima mlaza u razvijenoj zoni strujanja međusobno slični bez obzira što intenzitet turbulencije kao bezdimenzijska veličina nije definiran korištenjem centralne brzine $\overline{v}_{r,m}$ kao mjerila nego lokalne brzine $\overline{v}$. Supstitucijom (4.33) u (6.23) se dobiva

$$I_t = \frac{\sqrt{2l}}{\sqrt{a^2\left[\sqrt{\dfrac{\pi}{4c}}erf\left(\sqrt{c}\eta\right) - \eta e^{-c\eta^2}\right]^2 + e^{-2c\eta^2}}} \tag{6.24}$$

gdje je prema (6.12 a) korištena oznaka $l = \overline{k}/\overline{v}_{r,m}^2$. Mjerni rezultati intenziteta turbulencije u spojenom mlazu dobiveni osjetnikom s toplim filmom prikazani su na slikama 6.8 i 6.9. Obzirom da je osjetnik bio orijentiran okomito na osi r i z te paralelno s osi φ, tako ova mjerenja predstavljaju geometrijski zbroj komponenata intenziteta turbulencije $I_{t,r}$ i $I_{t,z}$. Mjerenja pokazuju da profili nisu u potpunosti simetrični u odnosu na ravninu spajanja $z = 0$ što je posljedica nemogućnosti da se u eksperimentalnim uvjetima proizvede strujanje koje je nakon sudara priljubljenih mlazova potpuno simetrično. Može se primijetiti da je asimetričnost izraženija kod profila intenziteta turbulencije u usporedbi s profilima srednje brzine na slikama 5.27 do 5.32 što ukazuje na njihovu veću osjetljivost na odstupanja od idealnog sudara dvaju priljubljenih mlazova. S obzirom da je osjetnik s toplom sferom

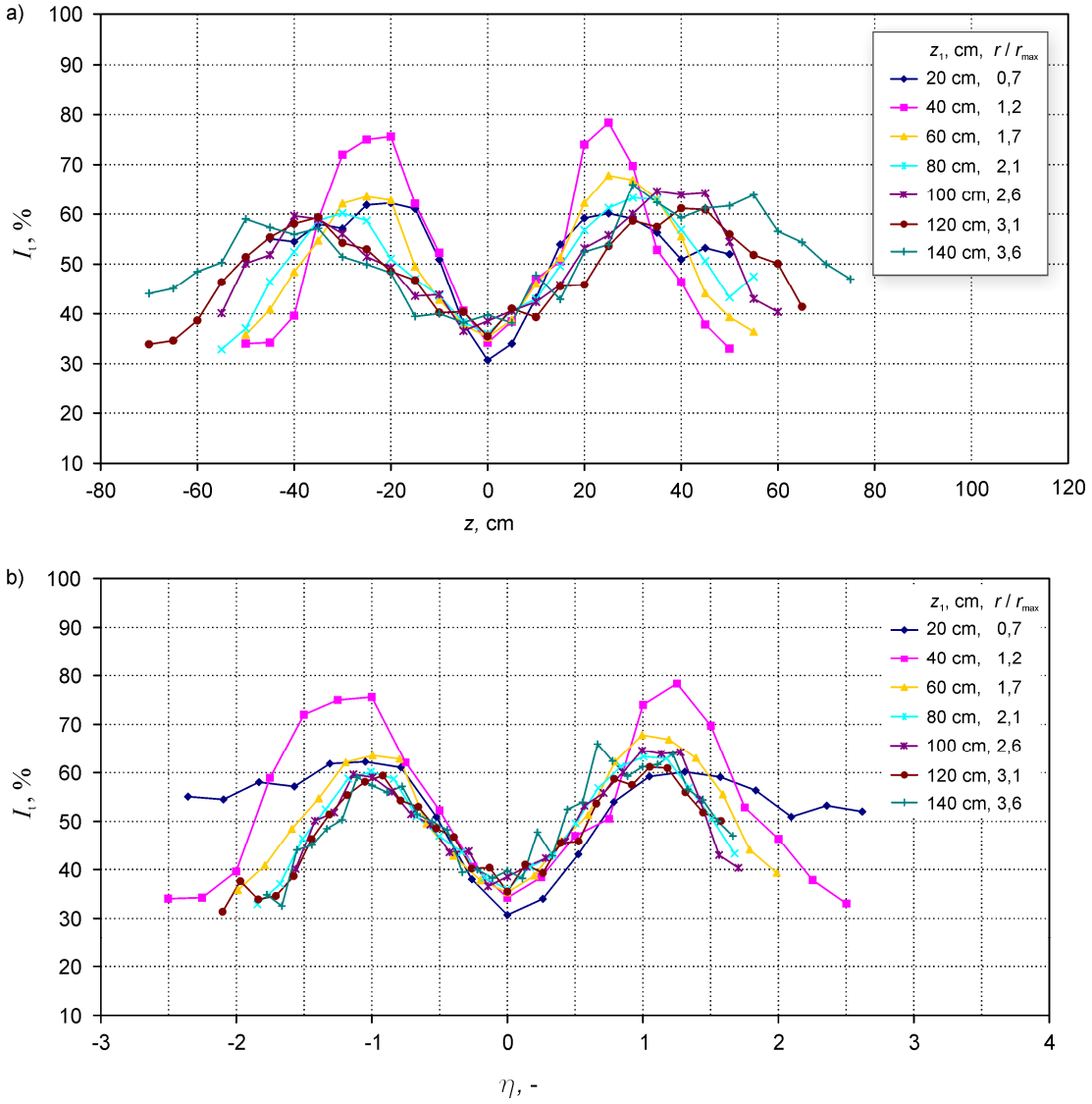
korišten za mjerenja u području srednje brzine strujanja do 0,5 m/s tako se na temelju mjerenja ovim osjetnikom ne može zaključiti o udaljenosti početka zone međusobne sličnosti profila intenziteta turbulencije zato što je zona samosličnosti profila intenziteta turbulencije u svim slučajevima mjerenja uvijek u potpunosti bila smještena u zoni do 0,5 m/s.



Slika 6.8 Profili intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, osjetnik topli film, pri b_{dif} = 180 cm i $\overline{v}_{ef} = 5{,}9$ m/s prikazani u ovisnosti o: a) dimenzijskoj koordinati *z*, i b) bezdimenzijskoj koordinati η

Može se vidjeti da zona samosličnosti intenziteta turbulencije započinje na većoj udaljenosti $r = (2{,}1 \div 2{,}3) r_{max}$ nego što je to slučaj s profilima srednje brzine koji su pokazali početak samosličnosti strujanja na udaljenostima od stropa jednakim $r = r_{max}$. Na sličan način je u istraživanju spojenog radijalnog mlaza [25] zaključeno da samosličnost profila turbulentnih naprezanja koji su mjereni toplom žicom započinje na četiri puta većoj udaljenosti od centra sličnosti od one na kojoj započinje samisličnost profila srednje brzine. Profili bliže stropu

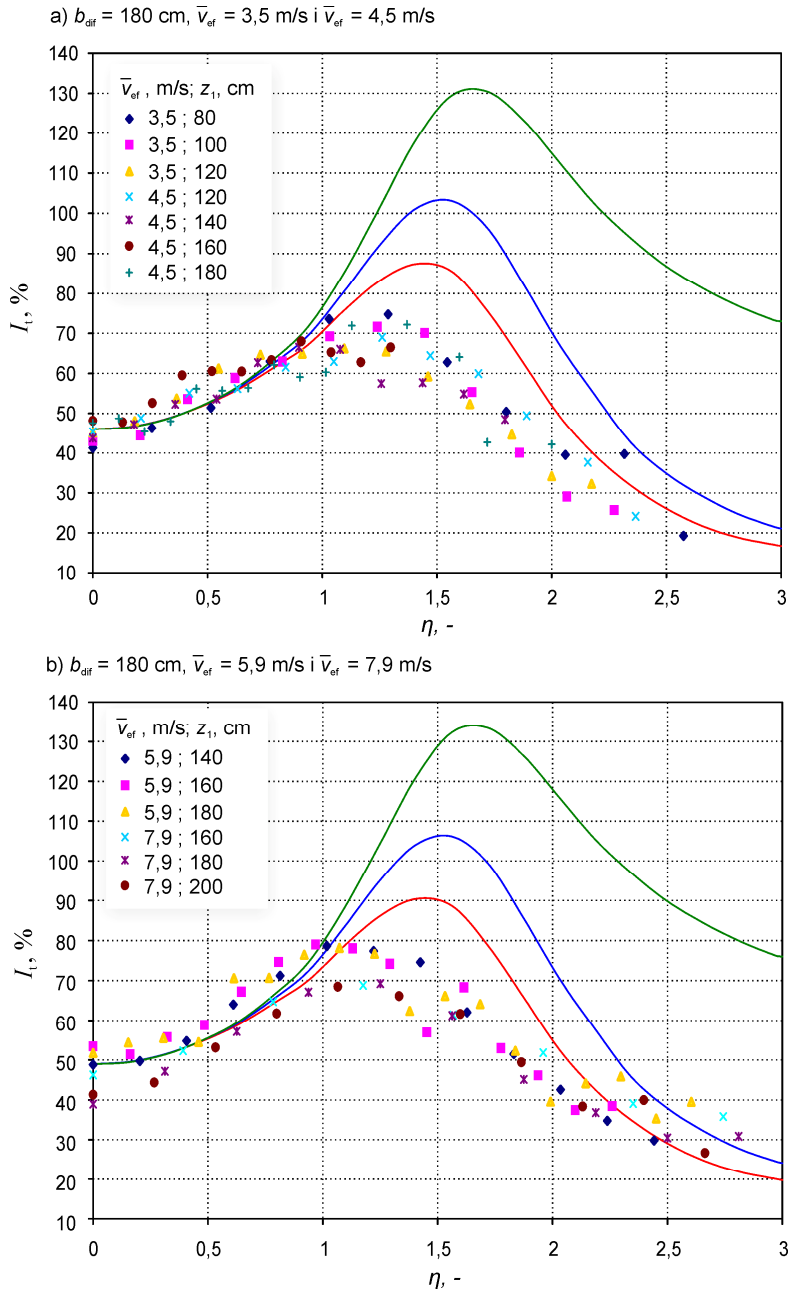
pokazuju niže vrijednosti I_t na simetrali mlaza te više vrijednosti u zoni $\eta = 1 \div 1{,}5$ gdje se pojavljuje maksimalna vrijednost. Približavanjem zoni samosličnosti vrijednosti na simetralnoj ravnini rastu te dosežu vrijednosti od 40 %. Maksimalne vrijednosti s udaljavanjem od stropa padaju i u zoni samosličnosti zadržavaju približno iste vrijednosti u rasponu 60 do 70 %. Profili na udaljenosti 20 cm od stropa na slikama 6.8 b i 6.9 b na rubovima mlaza pokazuju više vrijednosti od ostalih profila zato što je na ovoj udaljenosti od stropa još prisutna zona interakcije te se na rubovima spojenog mlaza ulazi u zonu priljubljenih mlazova.



Slika 6.9 Profili intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, osjetnik topli film, pri b_{dif} = 180 cm i $\overline{v}_{ef} = 7{,}9$ m/s prikazani u ovisnosti o: a) dimenzijskoj koordinati *z*, i b) bezdimenzijskoj koordinati η

Mjerni rezultati intenziteta turbulencije u spojenom mlazu mjereni osjetnikom s toplom sferom prikazani su na slikama 6.10 – 6.13. Budući da su rezultati pokazivali određeni stupanj asimetričnosti u odnosu na ravninu spajanja kao i kod mjerenja toplim filmom, radi usporedbe

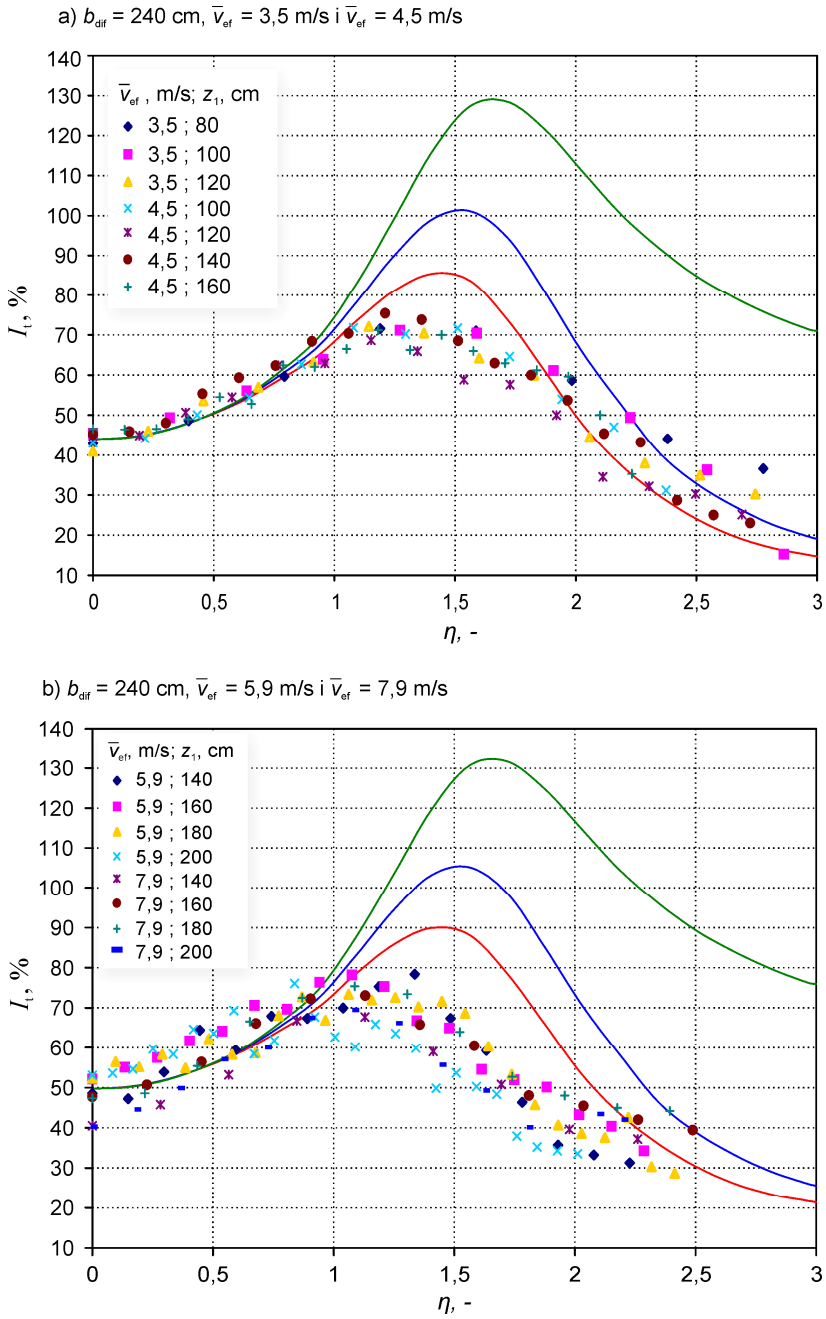
s rješenjima jednadžbe 6.22 rezultati su osrednjavani tako da su profili dobiveni uprosječavanjem vrijednosti I_t na istim udaljenostima zapadno i istočno od ravnine spajanja. Mjerni rezultati prikazani na ovaj način se bolje slažu s rješenjima jednadžbe 6.22.



Slika 6.10 Razdioba intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, eksperimentalni rezultati osjetnik topla sfera pri b_{dif} = 180 cm i rješenja jed. (6.22): — bez pretpostavki graničnog sloja; — uz pretpostavke graničnog sloja; — uz pretpostavku konstantne turb. viskoznosti

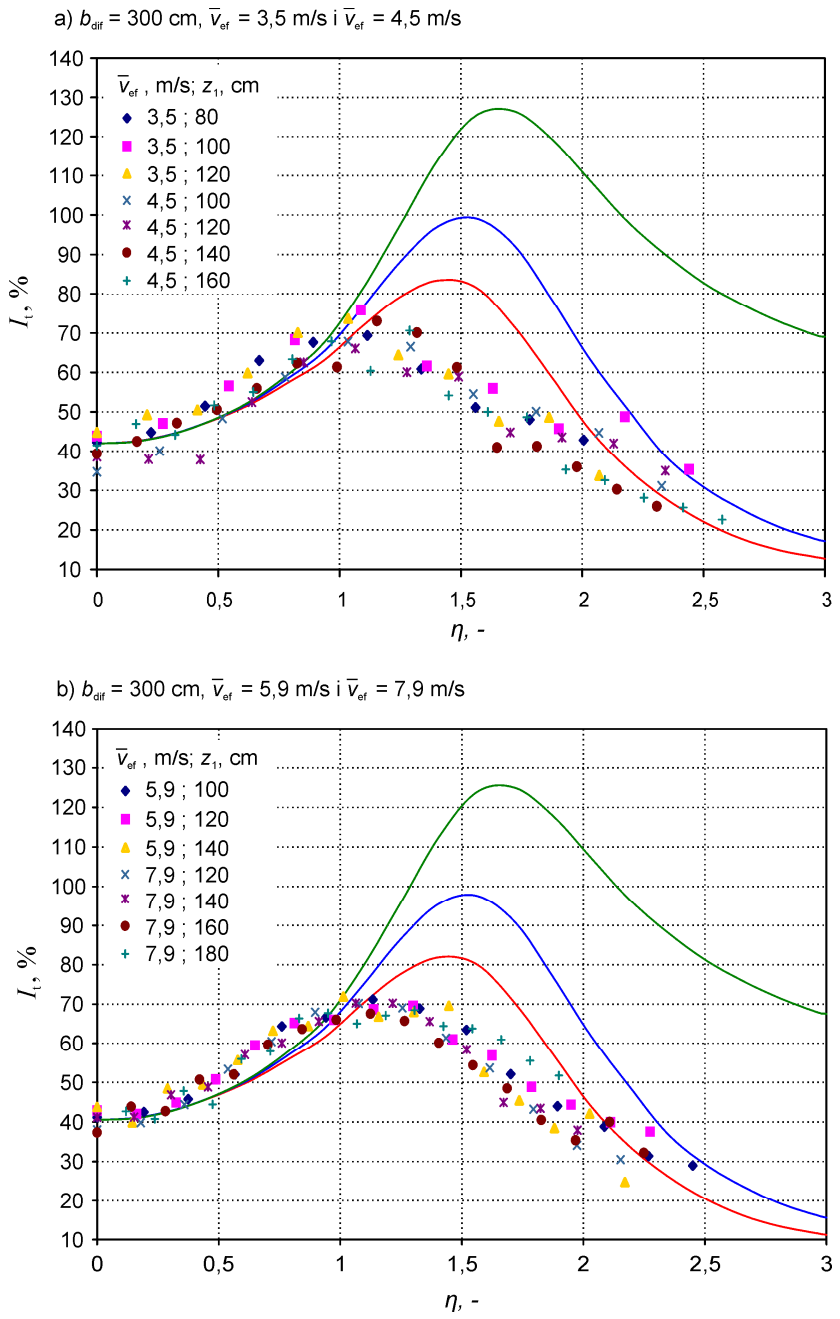
Razdiobe intenziteta turbulencije dobivene uz i bez pretpostavki graničnog sloja te uz pretpostavku konstantne turbulentne viskoznosti, koje su prikazane na slikama 6.10 – 6.13 dobivene su rješavanjem jednadžbe 6.22 metodom Runge – Kutta četvrtog reda te preračunom kinetičke energije turbulencije u intenzitet turbulencije korištenjem (6.24). Kao početni uvjet

pri rješavanju 6.22 korišteni su eksperimentalni podaci kinetičke energije turbulencije u $\eta = 0$ te je korišten eksperimentalno utvrđeni koeficijent širenja $a = 0,24$.



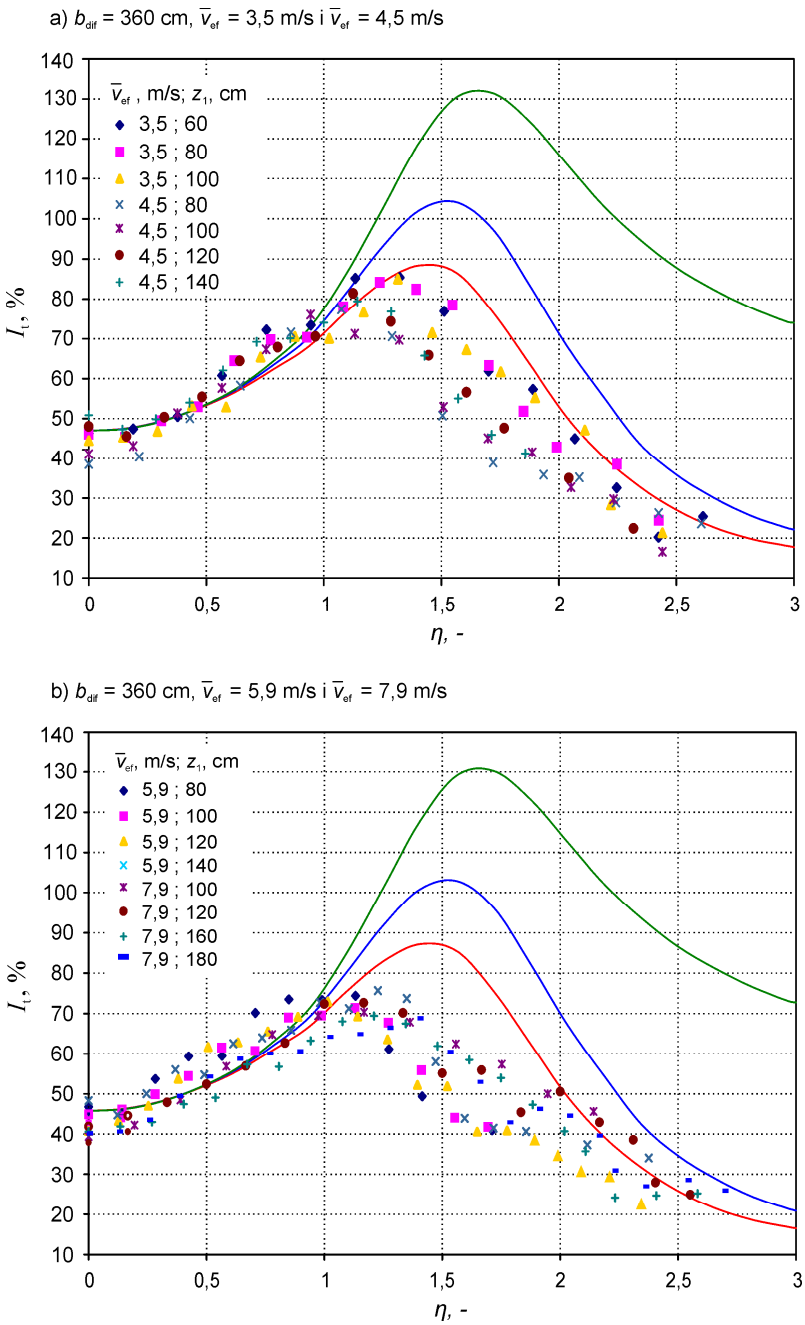
Slika 6.11 Razdioba intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, eksperimentalni rezultati osjetnik topla sfera pri b_{dif} = 240 cm i rješenja jed. (6.22): — bez pretpostavki graničnog sloja; — uz pretpostavke graničnog sloja; — uz pretpostavku konstantne turb. viskoznosti

Kao i u svom prethodnim slučajevima rješenje bez pretpostavki graničnog sloja se pokazuje kao najbolja aproksimacija mjernih rezultata. Mjerenja pokazuju da se na simetralnoj ravnini pojavljuju vrijednosti u rasponu 40 do 50 % dok se maksimalna vrijednost intenziteta turbulencije u većini slučajeva kretala području 60 do 80 % te je bila locirana u $\eta = 1 \div 1,2$.



Slika 6.12 Razdioba intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, eksperimentalni rezultati osjetnik topla sfera pri b_{dif} = 300 cm i rješenja jed. (6.22): — bez pretpostavki graničnog sloja; — uz pretpostavke graničnog sloja; — uz pretpostavku konstantne turb. viskoznosti

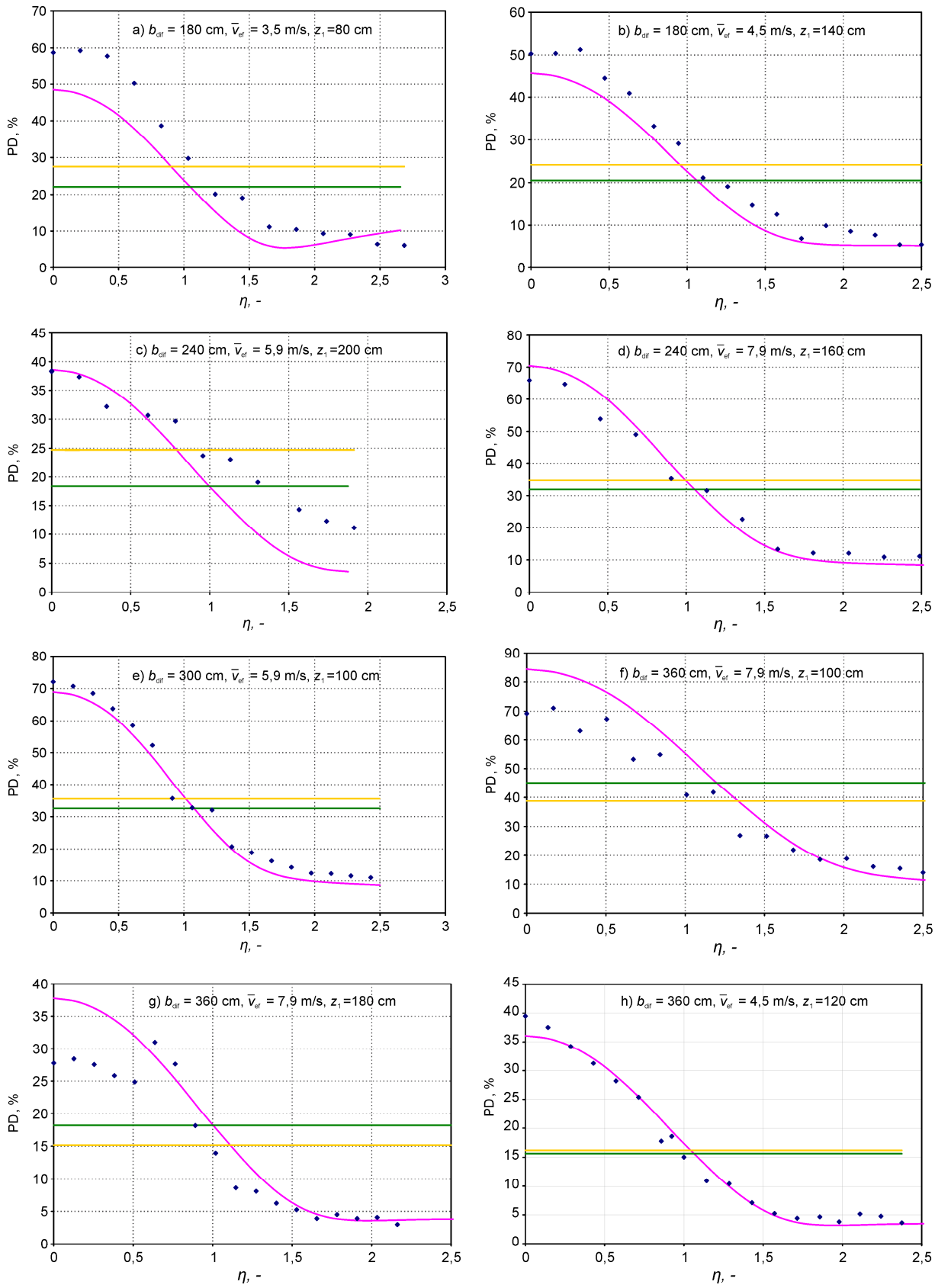
Rješenja 6.22 bez pretpostavki graničnog sloja pokazuju veće maksimalne vrijednosti I_t koje su prisutne u području 80 do 90 % te se nalaze na udaljenosti od simetrale mlaza $\eta = 1{,}5$. Rješenje uz pretpostavke graničnog sloja znatno je lošija aproksimacija mjernih rezultata te daje maksimalne vrijednosti veće od 100 %, dok je rješenje uz pretpostavku konstantne turbulentne viskoznosti najlošija aproksimacija kao i u svim prethodnim slučajevima. Može se zaključiti da je razvoj modela bez pretpostavki graničnog sloja imao smisla u dobivanju točnijih rezultata u svrhu izračuna intenziteta turbulencije u spojenom mlazu.



Slika 6.13 Razdioba intenziteta turbulencije u spojenom mlazu, eksperimentalni rezultati osjetnik topla sfera pri b_{dif} = 360 cm i rješenja jed. (6.22): — bez pretpostavki graničnog sloja; — uz pretpostavke graničnog sloja; — uz pretpostavku konstantne turb. viskoznosti

Koeficijent R^2 kao pokazatelj reprezentativnosti regresijskog modela predstavlja mjerilo kvalitete aproksimacije mjernih rezultata rješenjima 6.22 te se na slikama 6.10 – 6.13 vidi da se on za rješenje bez pretpostavki graničnog sloja kretao u granicama 0,4 – 0,9 te je imao prosječnu vrijednost od 0,6 što znači da je 60 % mjernih rezultata protumačeno ovim modelom. Prosječna vrijednost koeficijenta R^2 za rješenje bez pretpostavki graničnog sloja iznosila je 0,34 te za rješenje h = const. iznosi 0,07. Izmjerene vrijednosti intenziteta turbulencije sa stanovišta utjecaja na osjećaj propuha relativno su visoke te je također raspon

vrijednosti u zoni od simetralne ravnine do maksimuma I_t skoro dvostruk što ukazuje na potrebu poznavanja razdiobe ove veličine da bi se mogao ocijeniti PD indeks ili neki drugi parametar koji vrednuje propuh. Temeljem poznavanja intenziteta turbulencije i brzine zraka može se jednadžbom (3.3) odrediti razdioba PD indeksa u zoni spojenog mlaza. Međutim, vrijednost PD indeksa u jednoj točki prostora svakako ne znači da će u realnim uvjetima postotak nezadovoljnih odgovarati tom iznosu zato što osoba zauzima veće prostorno područje od jedne točke. Jednadžba (3.3) za određivanje PD indeksa određena je iskustveno na temelju istraživanja u kojima su brzina i intenzitet turbulencije održavani na konstantnoj vremenski osrednjenoj vrijednosti u cijelom prostoru u kojem su boravili ispitanici (osobe). Također, kako bi se odredila vrijednost PD indeksa u nekom prostoru norma ISO 7730 zahtjeva da se mjerenja izvrše na visinama koje odgovaraju položaju gležnjeva, ruku i glave odnosno na udaljenostima 0,1; 0,6 i 1,1 m od poda za osobu u sjedećem položaju. U spojenom mlazu se osrednjene veličine intenziteta turbulencije i brzine mijenjaju s položajem te računanje vrijednosti PD indeksa temeljem jednadžbe (3.3) može poslužiti samo ako se u svrhu njegove ocjene uzme prosječna vrijednost u zoni mlaza te također uzimajući u obzir da će ova vrijednost biti valjana samo u razini glave ako je osoba u stojećem ili sjedećem položaju. Usporedba PD indeksa na temelju eksperimentalnih rezultata srednje brzine i intenziteta turbulencije s rezultatima dobivenim proračunski otežana je uslijed činjenice da se PD indeks ne može prikazati kao veličina koja bi bila samoslična u zoni mlaza. Profili PD nisu međusobno slični na poprečnim presjecima mlaza zato što se empirijska jednadžba (3.3) zbog svog oblika ne može pretvoriti u oblik ovisan samo o η odnosno samo o bezdimenzijskim jednadžbama za brzinu i intenzitet turbulencije. Ovo znači da se usporedba eksperimenta s proračunom mora vršiti za svaki profil posebno. Na slici 6.14 prikazana je usporedba profila PD indeksa u spojenom mlazu dobivenih teorijski i eksperimentalno, gdje su maksimalne brzine u centru mlaza manje od 0,5 m/s. Oblik PD profila nalikuje na razdiobu brzine te se može zaključiti da dominantan utjecaj na PD indeks ima brzina dok utjecaj intenziteta turbulencije prema jednadžbi (3.3) ovisi o srednjoj brzini. Tamo gdje su brzine veće, a to je uz simetralnu ravninu, veći je i utjecaj intenziteta turbulencije na PD indeks. Dobro slaganje rezultata uz simetralnu ravninu dolazi iz činjenice da se eksperimentalni rezultati obiju veličina $\overline{v}$ i I_t u ovom dijelu dobro slažu s proračunom. Međutim, treba imati u vidu da dobro slaganje intenziteta turbulencije uz simetralnu ravninu dolazi iz razloga što je početni uvjet pri rješavanju transportne jednadžbe uzet iz eksperimentalnih rezultata tako da se oni na simetralnoj ravnini i uz nju dobro slažu.



Slika 6.14 Razdioba PD indeksa u zoni spojenog mlaza: teorijsko rješenje prema jednadžbi (3.3) —— ; mjerenja • ; prosječna teorijska vrijednost —— ; prosječna eksperimentalna vrijednost —— .

Iz navedenog se može zaključiti da će slaganje PD indeksa znatno ovisiti o početnom uvjetu kinetičke energije turbulencije koji se postavlja u $\eta = 0$. U svrhu izračuna PD indeksa prikazanog na slici 6.14 korištena je jednadžba (5.4) za izračun centralne brzine $\overline{v}_{r,m}$ i jednadžba (4.33) za izračun bezdimenzijskog profila brzine $\overline{v}/\overline{v}_{r,m}$. Za izračun intenziteta turbulencije korišteno je rješenje bez pretpostavki graničnog sloja. Prosječno odstupanje vrijednosti PD indeksa dobivenog proračunski u odnosu na vrijednost dobivenu eksperimentalno iznosi 14 % odnosno 4 % nezadovoljnih.

7 Utjecaj konstrukcije priključne kutije na strujanje vrtložnog radijalnog mlaza

U realnim pogonskim uvjetima teško je očekivati da će radijalni mlaz koji istrujava iz ventilacijskog difuzora biti savršeno aksijalno simetričan. Jedan od glavnih razloga za odstupanje od simetričnog oblika može se tražiti u konstrukciji priključne kutije difuzora. Logično je za očekivati da će oblik priključne kutije koji je aksijalno simetričan također proizvesti mlaz koji je aksijalno simetričan za razliku od oblika koji to nije. U praksi se najčešće koriste kutije s horizontalnim i vertikalnim priključkom za dovod zraka ovisno o raspoloživom prostoru u spuštenom stropu tj. prostoru iznad difuzora. Ako raspoloživi prostor iznad difuzora svojim dimenzijama to dozvoljava, tada se u praksi najčešće koristi kutija s vertikalnim priključkom jer se smatra da ona daje mlaz koji je bliže aksijalno simetričnom obliku od onog koji daje kutija s horizontalnim priključkom. Međutim, s obzirom da je prostor iznad difuzora često nedovoljan za ugradnju vertikalnog priključka, tako je kutija s horizontalnim priključkom najčešći oblik u praksi te je prema podacima Klimaoprema d.d. zastupljenost horizontalnog priključka u zgradama u Hrvatskoj veća od 90 % i vertikalnog manja od 10 %. Istraživanje aksijalne simetričnosti vrtložnog radijalnog mlaza koji istrujava iz difuzora s različitim konstrukcijama priključne kutije provodi se s tri cilja.

Jedan je da se utvrdi kut rotacije vrtložnog priljubljenog mlaza tj. udaljenost od difuzora na kojoj nestaje tangencijalna (vrtložna) komponenta brzine i mlaz postaje u potpunosti radijalan kako je to pretpostavljeno u dosadašnjem dijelu istraživanja.

Drugi cilj je utvrditi kolika je razlika u odstupanju od aksijalno simetričnog oblika priljubljenog mlaza kod priključnih kutija različitih konstrukcija koje su u praksi najčešće te utvrditi da li su opravdani dodaci konstrukciji priključne kutije poput perforiranog lima za izjednačenje koje proizvođači često koriste kod kutije s horizontalnim priključkom kako bi se dobio aksijalno simetričan mlaz.

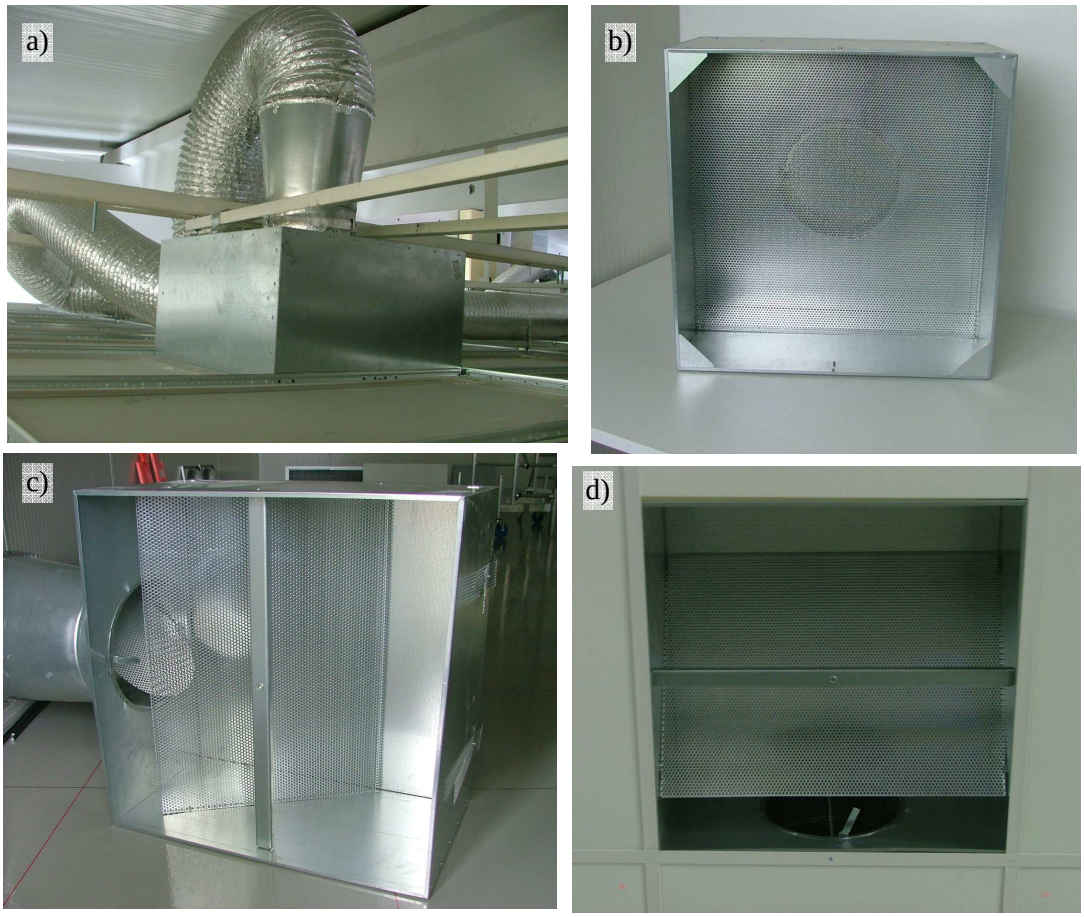
Treći cilj je utvrditi kolika odstupanja u brzini, intenzitetu turbulencije i PD indeksu se mogu očekivati u spojenom mlazu kada on nastaje interakcijom mlazova iz difuzora s kutijama s horizontalnim priključcima koji su različito orijentirani te koji daju mlazove koji značajnije odstupaju od aksijalno simetričnog oblika nego što je to kod kutija s vertikalnim priključcima koje su korištene u dosadašnjem dijelu istraživanja.

Pored autorovog rada [123], pretraga literature je rezultirala još samo jednim istraživanjem [122] koje se bavilo asimetričnošću mlaza u realnim uvjetima instalacije difuzora. U ovom

istraživanju su mjerene brzine zraka u zoni boravka te brzine zračnog mlaza koji istrujava iz četvero-smjernog difuzora s priključnom kutijom s horizontalnim priključkom za dovod zraka. Analizom mjerene brzine zraka u četiri smjera (ist., zap., sjev., jug) zaključeno je da je mlaz izrazito asimetričan što ima značajan utjecaj na distribuciju zraka u zoni boravka.

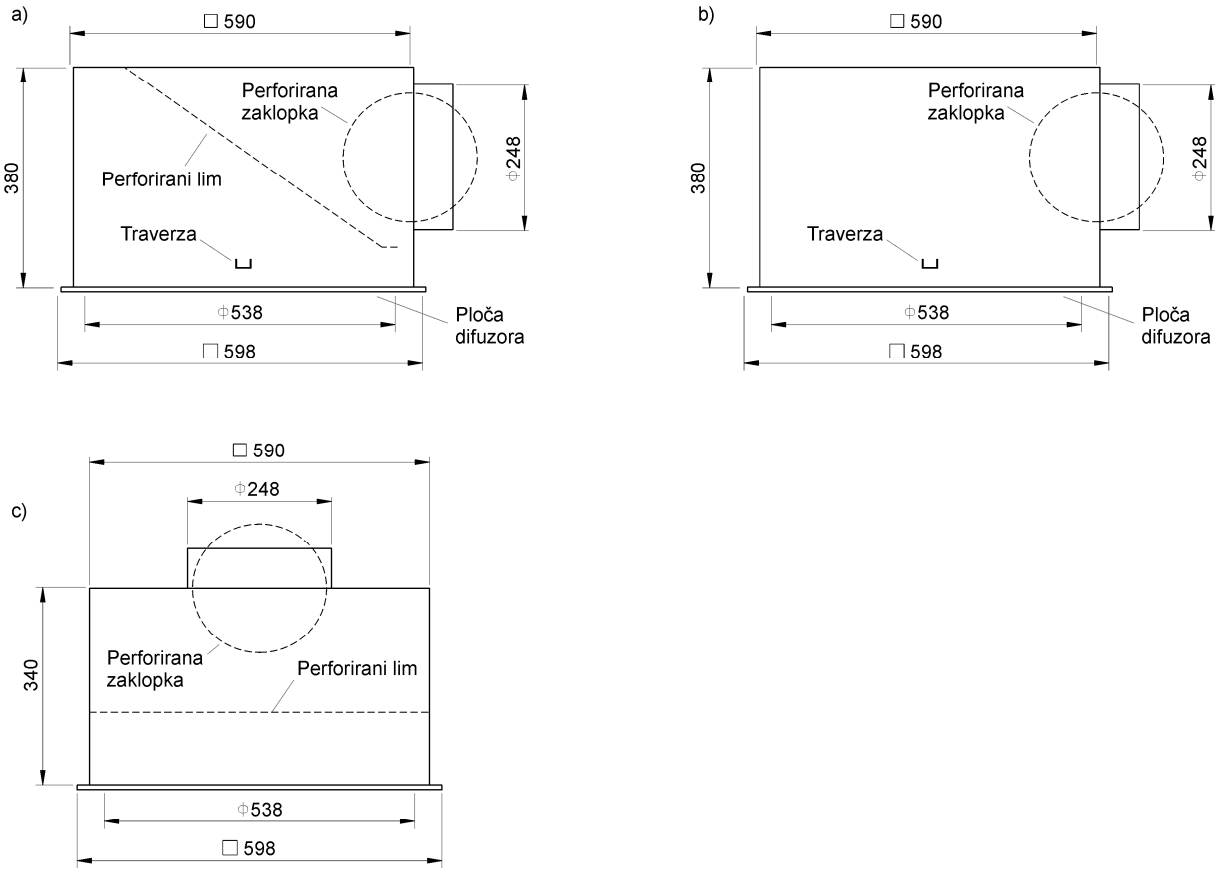
7.1 Priljubljeni mlaz

U istraživanju priljubljenog mlaza korištene su tri različite konstrukcije priključne kutije prikazane na slici 7.2: a) kutija s horizontalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje, b) kutija s horizontalnim priključkom bez perforiranog lima za izjednačenje i c) kutija s vertikalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje. Proizvođači opreme za ventilaciju priključnim kutijama za difuzore namijenjenim dovodu zraka u prostoriju dodaju perforirani lim za izjednačenje za koji se smatra da unaprjeđuje aksijalnu simetričnost mlaza te također perforiranu zaklopku na priključku za dovod zraka u svrhu balansiranja protoka zraka.



Slika 7.1 a) kutija s vertikalnim priključkom u spuštenom stropu, b) kutija s vertikalnim priključkom pogled odozdo, c) kutija s horizontalnim priključkom, limom za izjednačenje i traverzom, d) kutija s horizontalnim priključkom u spuštenom stropu

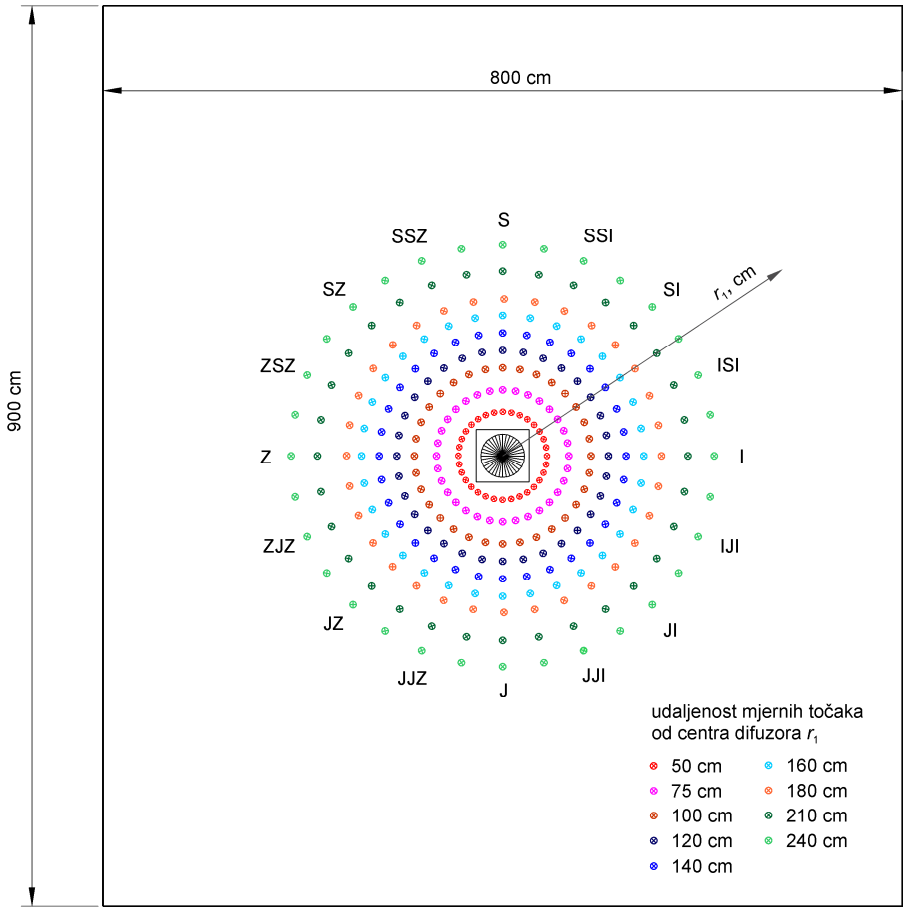
Pričvršćenje istrujne ploče za kutiju u praksi se najčešće vrši s centralnim vijkom kroz rupu u centru istrujne ploče i navojem izrađenim u traverzi koja se nalazi u centralnom dijelu kutije difuzora (slika 7.1 c) i d)). Ovaj način je preferiran od strane izvođača kao najjednostavniji i najbrži način instalacije difuzora premda se može pretpostaviti da traverza u središnjem dijelu kutije utječe na aksijalnu simetričnost mlaza. Cilj korištenja kutije s horizontalnim priključkom i traverzom je istražiti oblik radijalnog mlaza koji se pojavljuje u praksi budući da je ovaj oblik konstrukcije dominantno zastupljen kao što je ranije rečeno. Primarni cilj korištenja kutije s vertikalnim priključkom u ovom istraživanju je da se dobije radijalni mlaz sa što manjim odstupanjima od aksijalno simetričnog oblika kako bi se eksperimentalni rezultati mogli bolje usporediti s razvijenim matematičkim modelom koji pretpostavlja da je spojeni mlaz simetričan u odnosu na ravninu spajanja. Iz ovog razloga kod kutije s vertikalnim priključkom za pričvršćenje istrujne ploče nije korištena traverza nego vijci po obodu kutije za koje su pripremljena četiri kutnika (slika 7.1 b).



Slika 7.2 Konstrukcije priključne kutije koje su korištene u istraživanju asimetričnosti mlaza: a) kutija s horizontalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje b) kutija s horizontalnim priključkom bez perforiranog lima za izjednačenje i c) kutija s vertikalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje

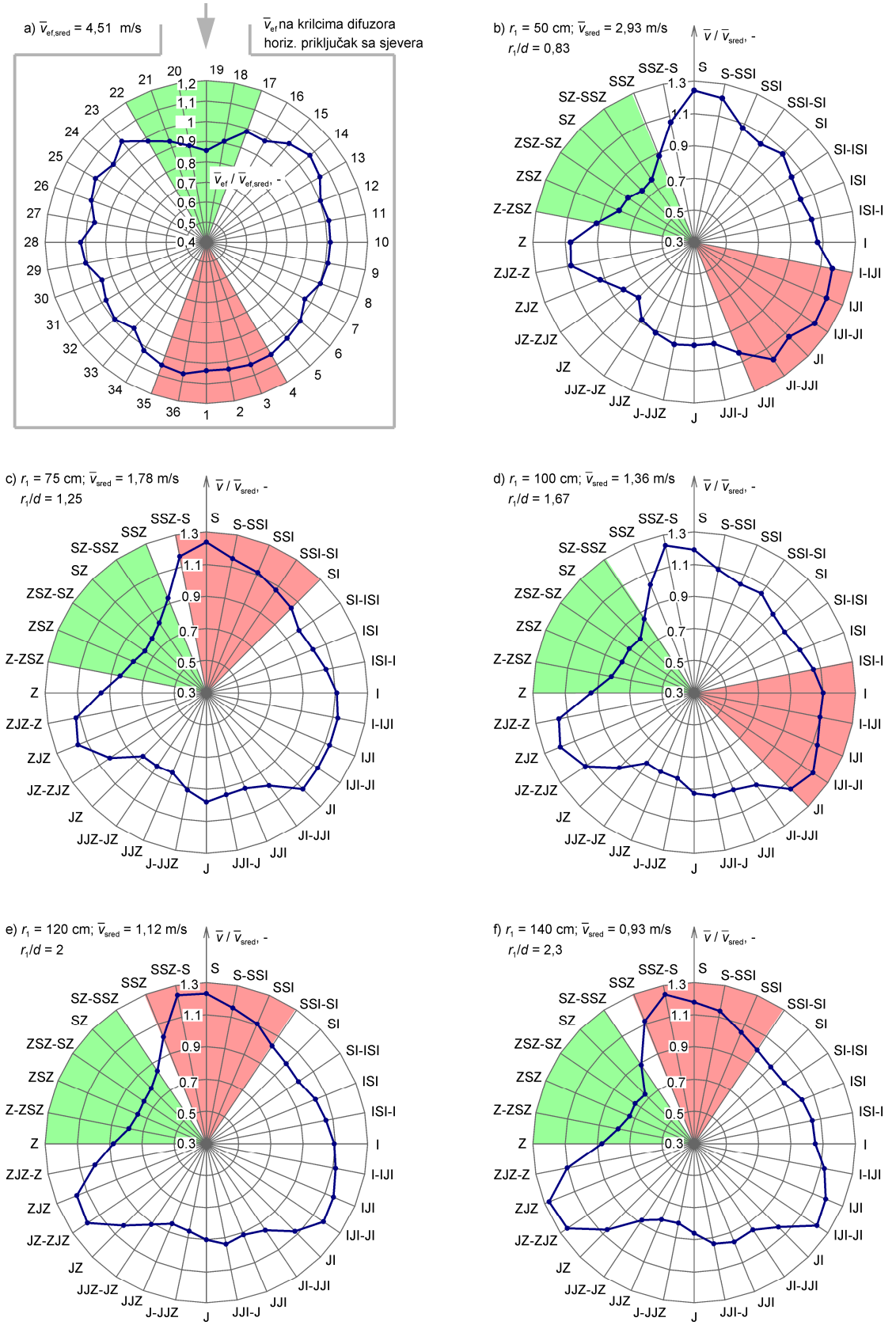
Budući da se u ovom istraživanju raspolagalo anemometrom koji mjeri intenzitet brzine tako

se o kutu rotacije mlaza odnosno postojanju tangencijalne komponente brzine zaključivalo na temelju činjenice da mlaz nije u potpunosti aksijalno simetričan nego svaka konstrukcija priključne kutije proizvodi neki karakteristični oblik čija se rotacija s udaljavanjem od centra difuzora može pratiti promatranjem rotacije nekih karakterističnih točaka tog oblika. U svrhu praćenja rotacije mlaza na ovaj način određena je mreža mjernih točaka u koncentričnom rasporedu na različitim udaljenostima r_1 od centra difuzora (slika 7.3). Na svakoj udaljenosti r_1 jednako su raspoređene 32 mjerne točke te su mjerenja brzine vršena na udaljenosti od stropa na kojoj profil brzine priljubljenog mlaza pokazuje maksimalnu vrijednost. Korišten je vremenski period osrednjavanja brzine od 3 min te efektivna brzina od 4,5 m/s.

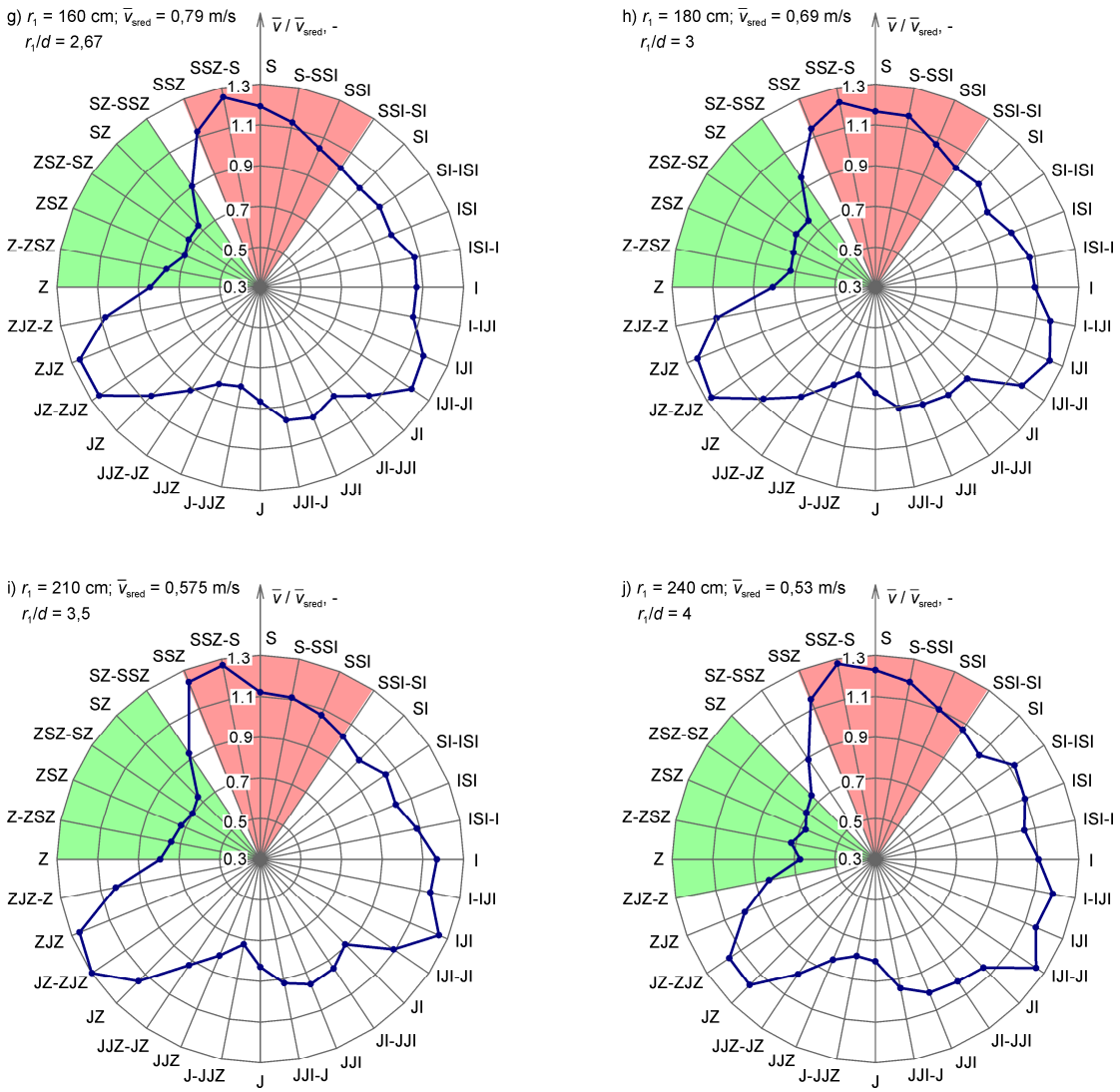


Slika 7.3 Koncentrični raspored mjernih točaka u svrhu istraživanja asimetričnosti radijalnog mlaza i položaj difuzora u centru stropa prostorije

Logično je za očekivati da će praćenje rotacije asimetričnog oblika razdiobe brzine biti najjednostavnije kod priključne kutije koja daje mlaz koji najviše odstupa od aksijalno simetričnog oblika što se očekuje od kutije s horizontalnim priključkom bez lima za izjednačenje. Eksperimentalni rezultati razdiobe brzine za tri korištene konstrukcije priključne kutije prikazani su na slikama 7.4a do 7.6b pri čemu slike 7.4a a), 7.5a a) i 7.6a a) prikazuju razdiobu efektivne brzine na krilcima difuzora.

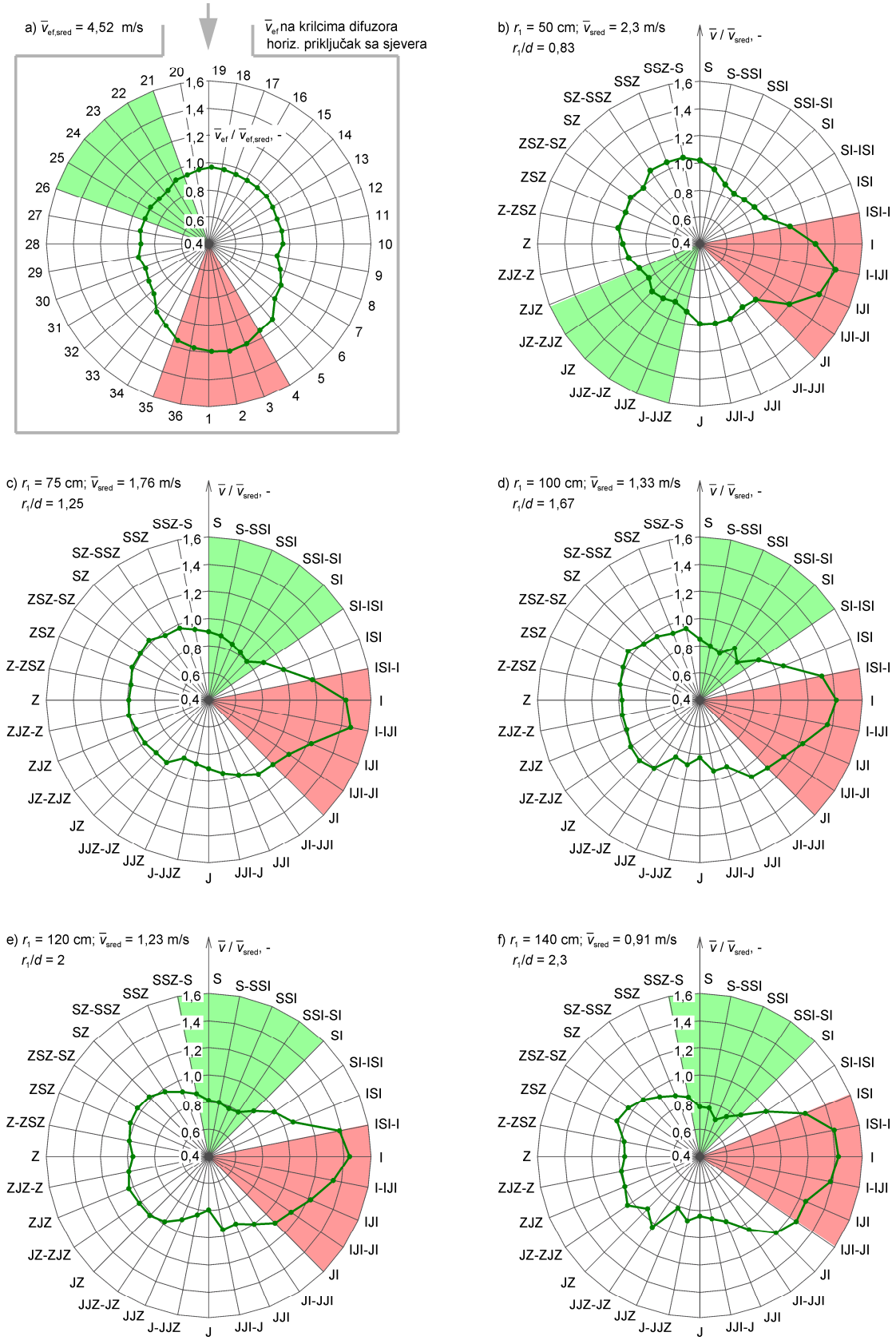


Slika 7.4a Razdioba a) efektivne i b) – f) maksimalne brzine u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 50 \div 140$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s horizontalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje; $\bar{v}/\bar{v}_{sred}$; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj

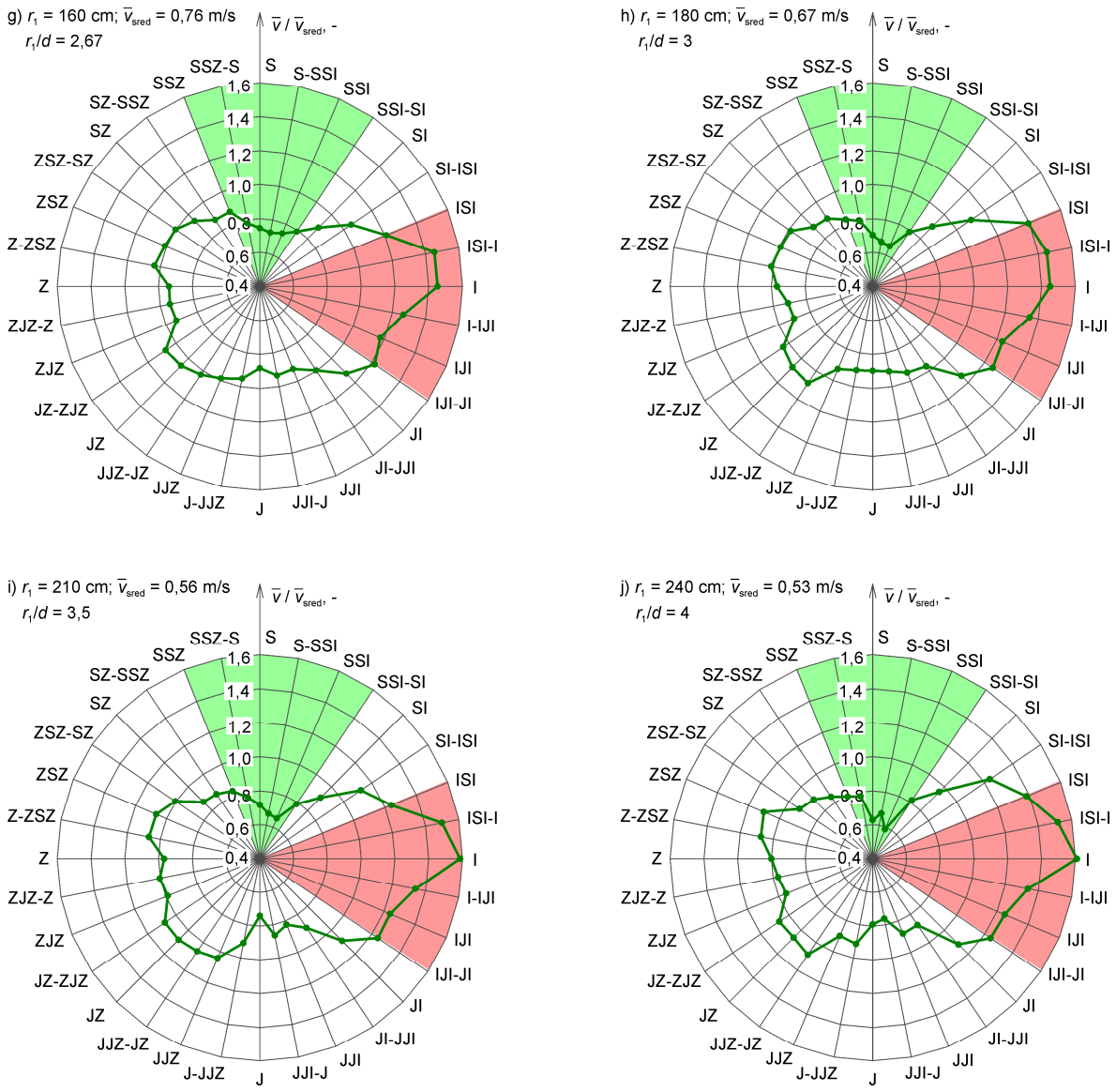


Slika 7.4b Maksimalna brzina u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 160 \div 240$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s horizontalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje; $\bar{v} / \bar{v}_{sred}$; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj

Orijentacija horizontalnog priključka za zrak bila je na sjevernoj strani kako je to označeno na slikama 7.4a a) i 7.5a a).Razdioba brzine prikazana je u bezdimenzijskom obliku gdje je za normalizaciju iskorištena srednja vrijednost brzine dobivena iz 32 izmjerene vrijednosti na udaljenosti r_1. Na slikama 7.4a i 7.4b te također 7.5a i 7.5b se može uočiti kako razdioba brzine ima karakteristični oblik koji se na različitim udaljenostima od centra difuzora ponavlja i rotira. Može se primijetiti kako se oblik također i mijenja što je posljedica izmjene količine gibanja uslijed turbulencije. Bez obzira što je plenum difuzora zajedno s kanalnim priključkom za zrak kod kutije s horizontalnim priključkom simetričan u odnosu na pravac S – J vidi se da razdioba bezdimenzijske brzine (kako na istrujnoj ploči tako niti na prikazanim radijalnim udaljenostima od difuzora) nije simetrična u odnosu na pravac S – J.

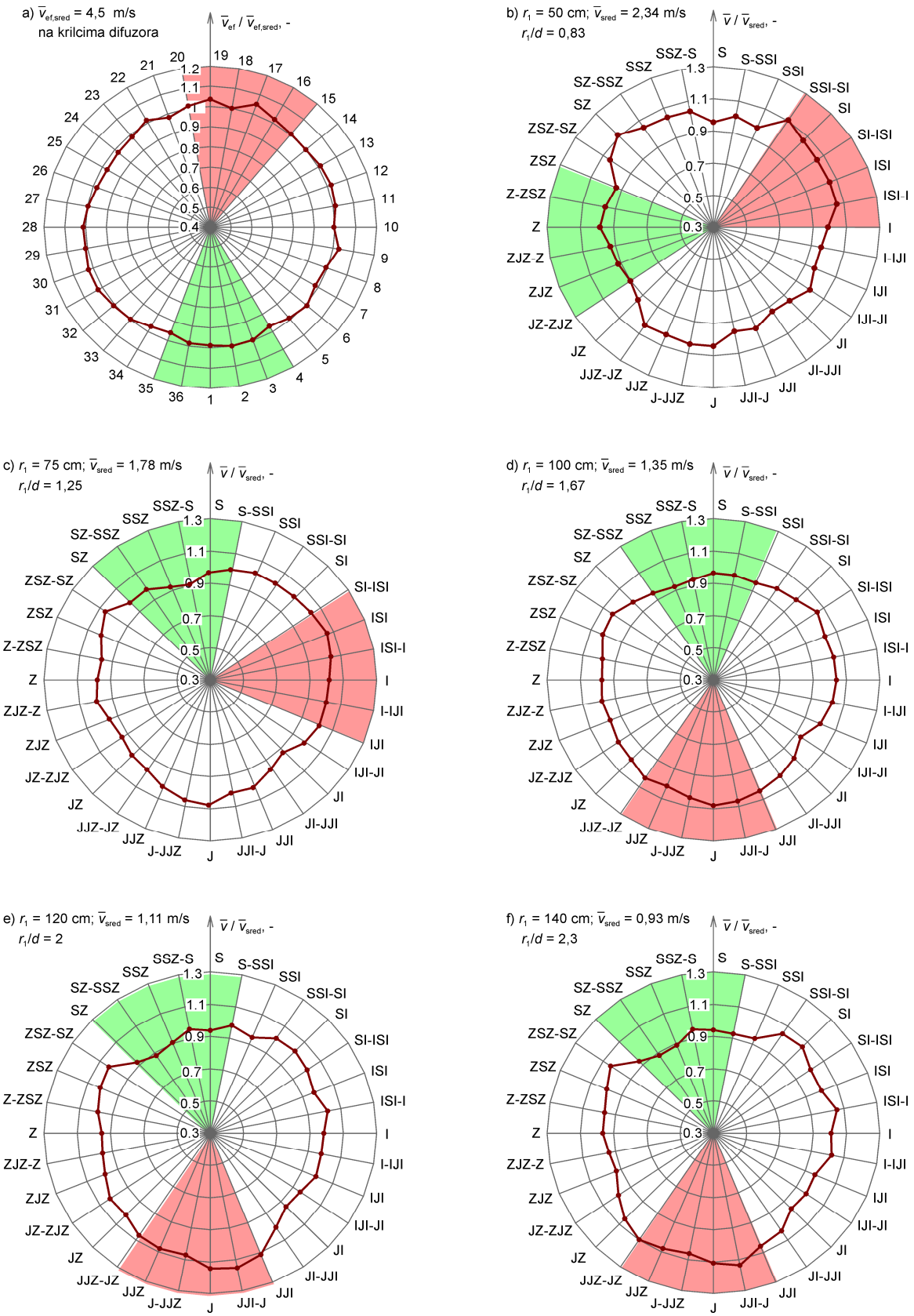


Slika 7.5a Razdioba a) efektivne i b) – f) maksimalne brzine u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 50 \div 140$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s horizontalnim priključkom bez perforiranog lima za izjednačenje; $\bar{v} / \bar{v}_{sred}$; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj

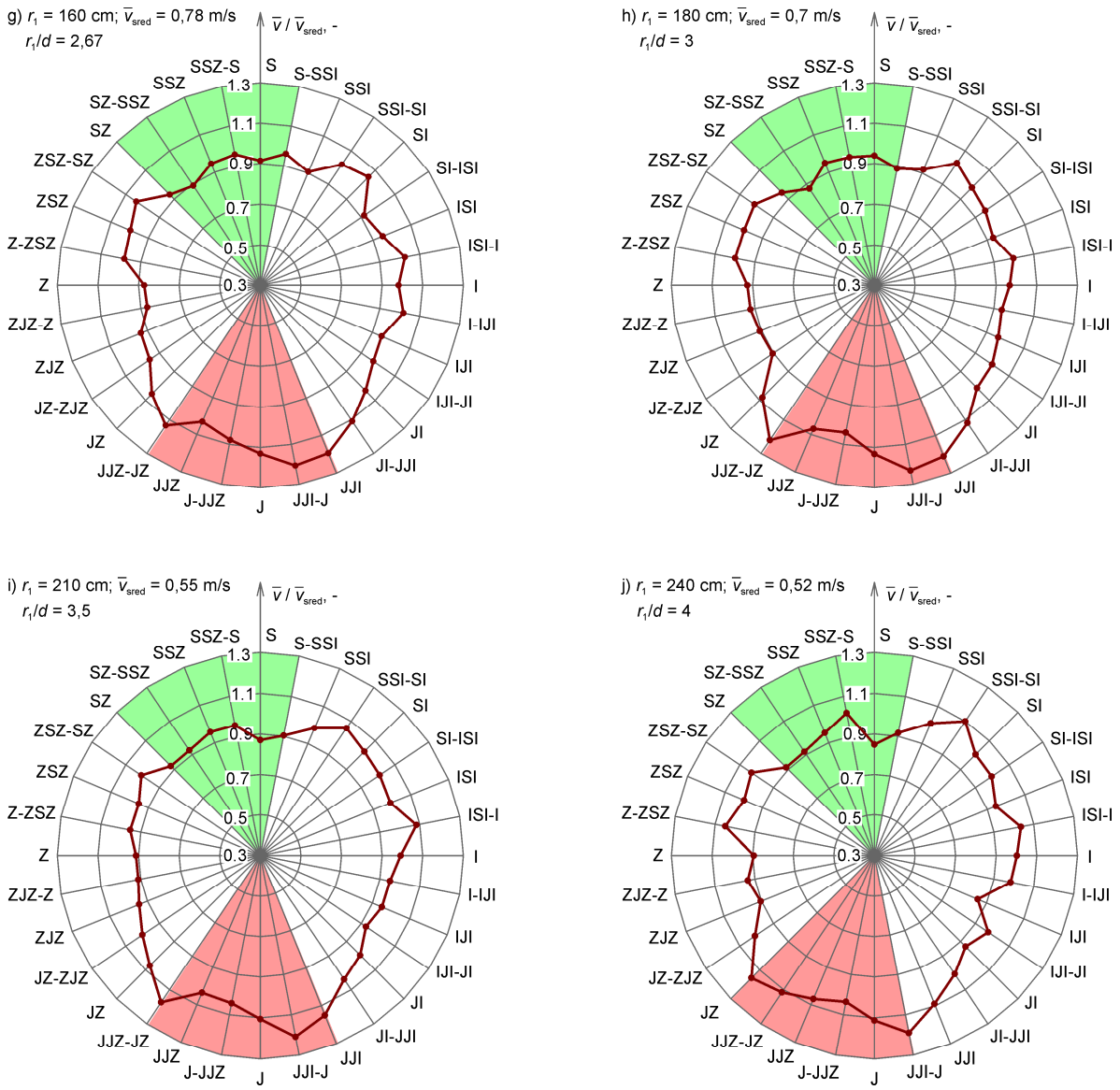


Slika 7.5b Maksimalna brzina u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 160 \div 240$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s horizontalnim priključkom i bez perforiranog lima za izjednačenje; $\overline{v}/\overline{v}_{sred}$; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj

Ovo se može objasniti činjenicom da niti istrujna ploča difuzora nije simetrična u odnosu na ovaj pravac nego su krilca difuzora zakrenuta da daju rotaciju vrtložnom mlazu. Rotacija mlaza se može ocijeniti pomakom točaka koje predstavljaju lokalne minimume i maksimume brzine koji se s udaljavanjem od centra difuzora premještaju odnosno rotiraju oko centra difuzora. Položaj ovih točaka daje informaciju o kutu zakreta mlaza u odnosu na položaj na samim krilcima što je za kutiju s horizontalnim priključkom sa i bez perforiranog lima za izjednačenje prikazano na slici 7.7.

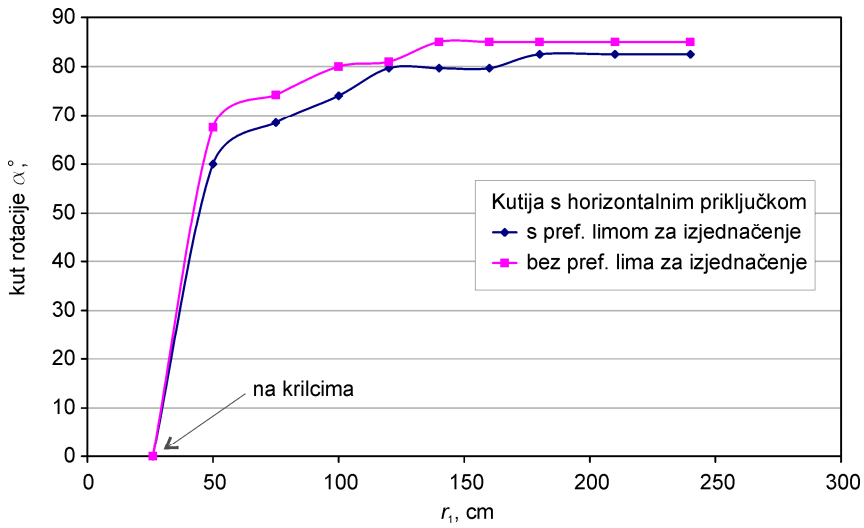


Slika 7.6a Razdioba a) efektivne i b) – f) maksimalne brzine u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 50 \div 140$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s vertikalnim priključkom za dovod zraka; —•— $\overline{v}/\overline{v}_{sred}$; ■ područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; ■ područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj



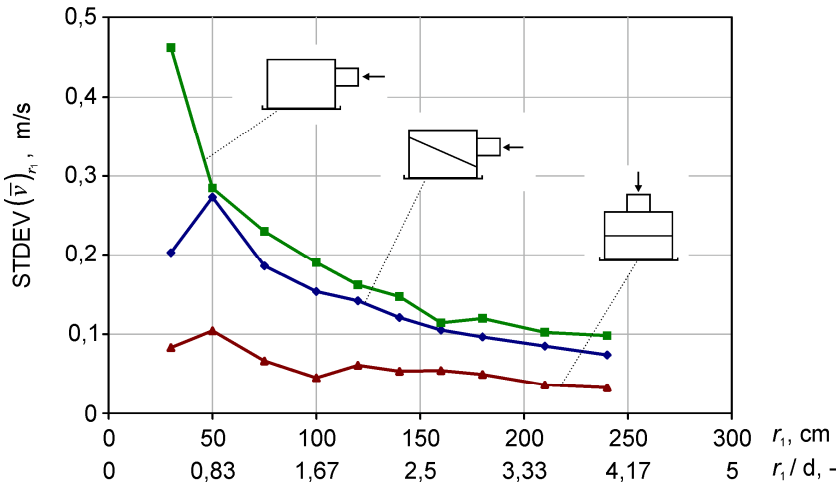
Slika 7.6b Maksimalna brzina u priljubljenom mlazu na udaljenostima $r_1 = 160 \div 240$ cm pri istrujavanju iz difuzora s kutijom s vertikalnim priključkom za dovod zraka; $\bar{v}/\bar{v}_{sred}$; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju maksimalan zbroj; područje koje obuhvaća šest susjednih brzina koje daju minimalan zbroj

Na slici 7.7 se vidi da je ukupni kut zakreta približno jednak 80 do 85° te da se većina rotacije obavi na udaljenosti do r_1 = 120 cm ($2r_1/d$) što znači da se tangencijalna komponenta brzine može smatrati zanemarivom u odnosu na radijalnu na većim udaljenostima. Ovo potvrđuje zaključke iz istraživanja [33] i [34] gdje je također utvrđeno kako vrtložni mlaz iz ventilacijskog difuzora prelazi u radijalni na udaljenosti od $2r_1/d$ iako se do ovog zaključka u ovim istraživanjima došlo na temelju opservacije strujanja uslijed vizualizacije vidljivim plinom.



Slika 7.7 Kut rotacije mlaza koji istrujava iz difuzora s kutijom s horizontalnim priključkom s perforiranim limom za izjednačenje i bez njega

Kao mjerilo odstupanja od aksijalno simetričnog oblika može poslužiti standardna devijacija od 32 izmjerene vrijednosti brzine na udaljenosti r_1 od centra difuzora. Slika 7.8 prikazuje standardnu devijaciju brzine izračunatu na ovaj način te se prema ovom kriteriju može zaključiti da kutija s vertikalnim priključkom daje najmanju standardnu devijaciju odnosno daje mlaz koji najmanje odstupa od aksijalno simetričnog oblika. Kutija s perforiranim limom daje nešto bolje rezultate od kutije bez lima.



Slika 7.8 Standardna devijacija srednjih brzina u slučajevima: kutija s horizontalnim priključkom i limom za izjednačenje; kutija s horiz. priključkom bez lima za izjednačenje; kutija s vertikalnim priključkom

Mana standardne devijacije kao mjerila odstupanja razdiobe brzine od aksijalno simetričnog tj. okruglog oblika je ta što ova veličina ne govori ništa o tome kako su prostorno raspoređene brzine veće tj. manje od prosječne vrijednosti. Ako se pretpostavi da se želi dobiti jednolika distribucija zraka po prostoru tada se grupiranje većih tj. manjih izmjerenih vrijednosti brzine

od prosječne jednih uz druge može smatrati lošijim. U svrhu procjene odstupanja od simetričnog oblika tada se može definirati omjer

$$\left(\sum_n \overline{v}\right)_{\max/\min,r_1} = \frac{\left(\sum_n \overline{v}\right)_{\max,r_1}}{\left(\sum_n \overline{v}\right)_{\min,r_1}} \tag{7.1}$$

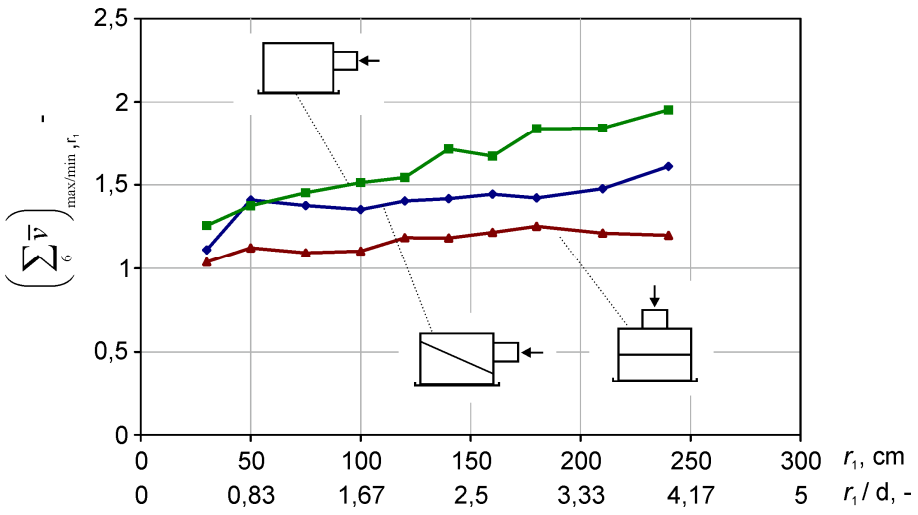
gdje su:

n - broj susjednih izmjerenih brzina (izmjerenih u n susjednih mjernih točaka) na udaljenosti r_1,

$\left(\sum_n \overline{v}\right)_{\max,r_1}$ - maksimalna suma n susjednih brzina izmjerenih u n susjednih mjernih točaka na udaljenosti r_1,

$\left(\sum_n \overline{v}\right)_{\min,r1}$ - minimalna suma n susjednih brzina izmjerenih u n susjednih mjernih točaka na udaljenosti r_1.

Budući da je u ovom istraživanju brzina mjerena u 32 točke na svakoj udaljenosti r_1, postoje 32 kombinacije od n susjednih izmjerenih brzina za svaki cijeli broj n na svakom radijusu r_1 u području $1 \leq n < 32$. Na primjer, postoje 32 kombinacije od $n = 6$ susjednih vrijednosti brzine na $r_1 = 140$ cm. Sumiranjem vrijednosti unutar ovih 32 kombinacije dobivaju se 32 sume. Suma koja je najveća je $\left(\sum_6 \overline{v}\right)_{\max,140}$, a ona koja je najmanja je $\left(\sum_6 \overline{v}\right)_{\min,140}$. Omjer $\left(\sum_6 \overline{v}\right)_{\max/\min,140}$ kvantificira odstupanje mlaza od aksijalno simetričnog oblika. Više vrijednosti omjera predstavljaju veću asimetričnost mlaza. Najmanja vrijednost omjera je 1 i znači da je mlaz u potpunosti aksijalno simetričan. Ovakav način kvantificiranja aksijalne asimetričnosti mlaza ima smisla ako se pretpostavi da je svrha ventilacijskog sustava tj. difuzora, između ostalog, da distribuira zrak jednoliko u svim smjerovima. Na slikama 7.4a do 7.6b su označena područja ne kojima se pojavljuju maksimalna i minimalna suma 6 susjednih izmjerenih brzina te slika 7.9 prikazuje omjer maksimalnog i minimalnog zbroja 6 susjednih brzina u svim mjerenim slučajevima. Prema ovom kriteriju kao i prema kriteriju standardne devijacije pokazuje se da kutija s vertikalnim priključkom daje mlaz najbliži aksijalno simetričnom obliku. Simetričnost mlaza koji daje kutija s horizontalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje znatno je bolja u odnosu na kutiju bez lima što je uočljivije primjenom ovog kriterija nego kriterija standardne devijacije.

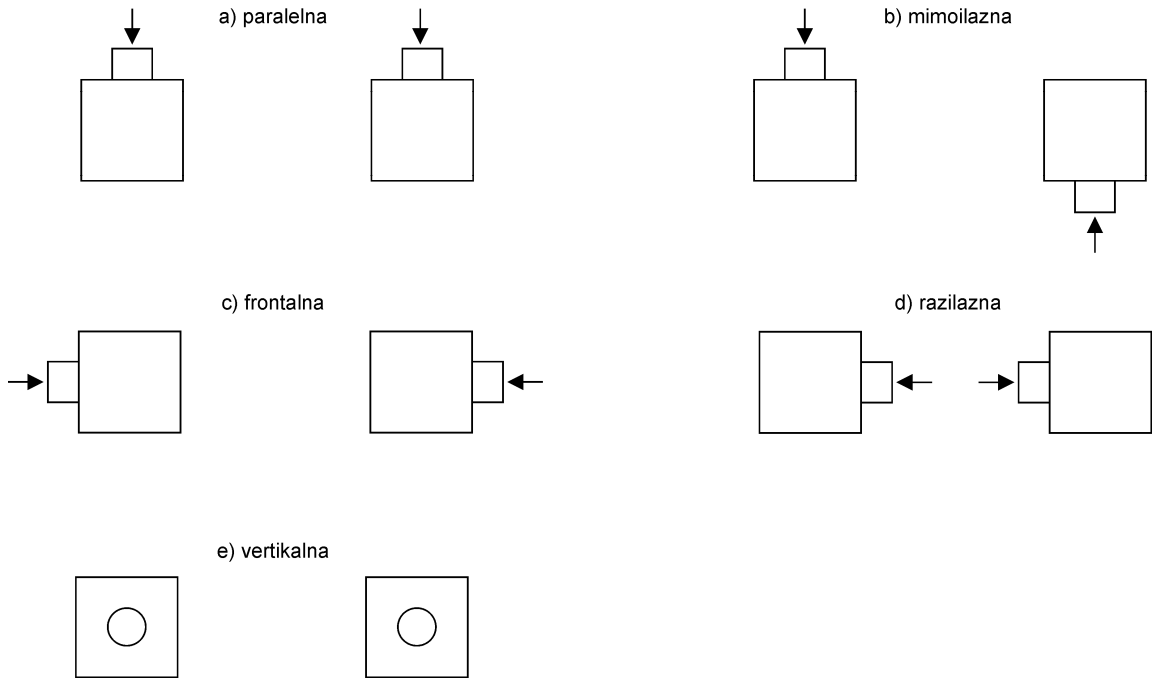


Slika 7.9 Omjer maksimalnog i minimalnog zbroja 6 susjednih brzina u slučajevima: —◆— kutija s horizontalnim priključkom i limom za izjednačenje; —■— kutija s horiz. priključkom bez lima za izjednačenje; —▲— kutija s vertikalnim priključkom

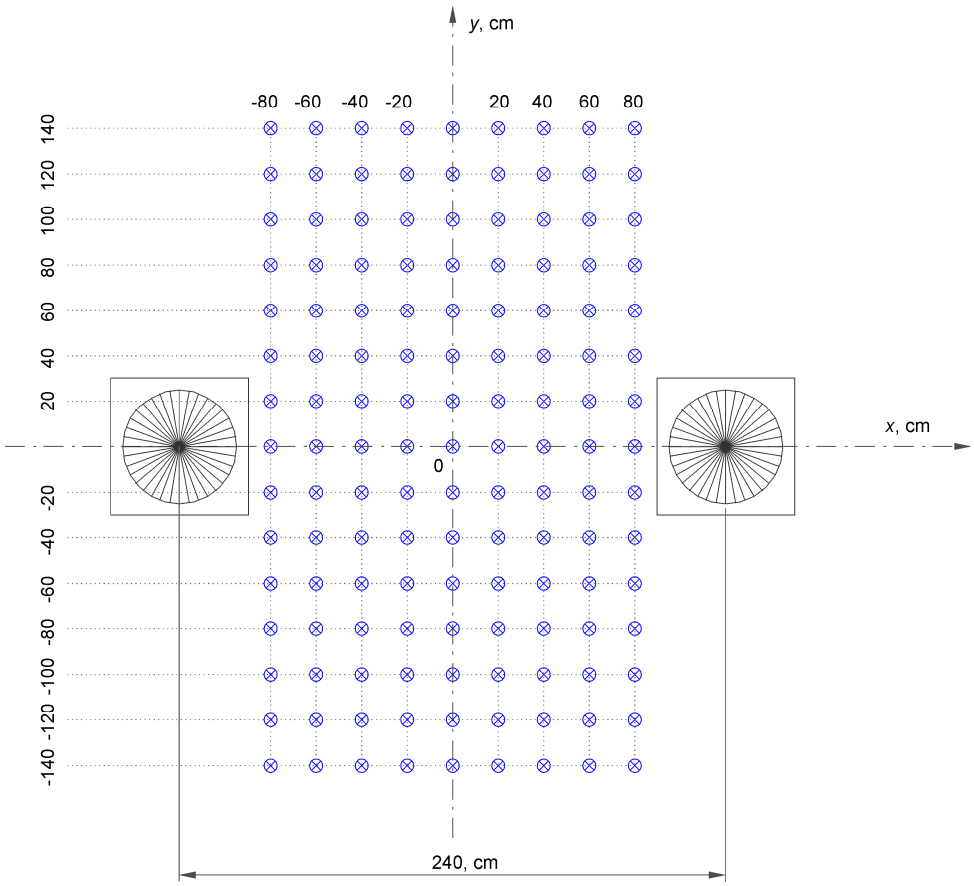
Budući da 6 susjednih brzina od ukupno 32 brzine izmjerene na nekom radijusu r_1 zatvaraju kut od približno 56°, može se na slici 7.9 vidjeti da na udaljenosti r_1 = 240 cm omjer kod kutije bez lima za izjednačenje iznosi 1,95 što znači da je omjer maksimalnog i minimalnog protoka na dijelovima mlaza koji zatvaraju kut od 56° skoro dvostruk. S druge strane ovaj omjer na istoj udaljenosti kod kutije s limom za izjednačenje iznosi 1,6 a kod kutije s vertikalnim priključkom 1,2 što znači da je maksimalni protok pod kutem 56° na jednom dijelu mlaza 60 % veći to jest 20 % veći od minimalnog.

7.2 Spojeni mlaz

Budući da je utvrđeno da difuzor s priključnom kutijom s vertikalnim priključkom daje mlaz koji najmanje odstupa od aksijalno simetričnog oblika, utjecaj asimetričnosti priljubljenog mlaza na spojeni je istraživan promatranjem promjena u spojenom mlazu koji nastaje primjenom priključnih kutija s horizontalnim priključcima za dovod zraka u odnosu na onaj koji je mjeren primjenom kutija s vertikalnim priključcima. U ovu svrhu je primijenjena kutija s vertikalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje te kutija s horizontalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje kakva se u praksi najčešće koristi. Spojeni mlaz mjeren je pri međusobnoj udaljenosti difuzora od 240 cm, efektivnoj brzini od 5,9 m/s te varijantama međusobnih orijentacija horizontalnih priključaka koje su prikazane na slici 7.10. Mjerne točke su raspoređene na horizontalnim mjernim ravninama udaljenim z_1 od stropa (slika 7.11) te na međusobnoj udaljenosti od 20 cm tako da obuhvaćaju područje od ruba jednog do ruba drugog difuzora kako bi se utvrdilo područje maksimalnih vrijednosti $\overline{v}$ i I_t.

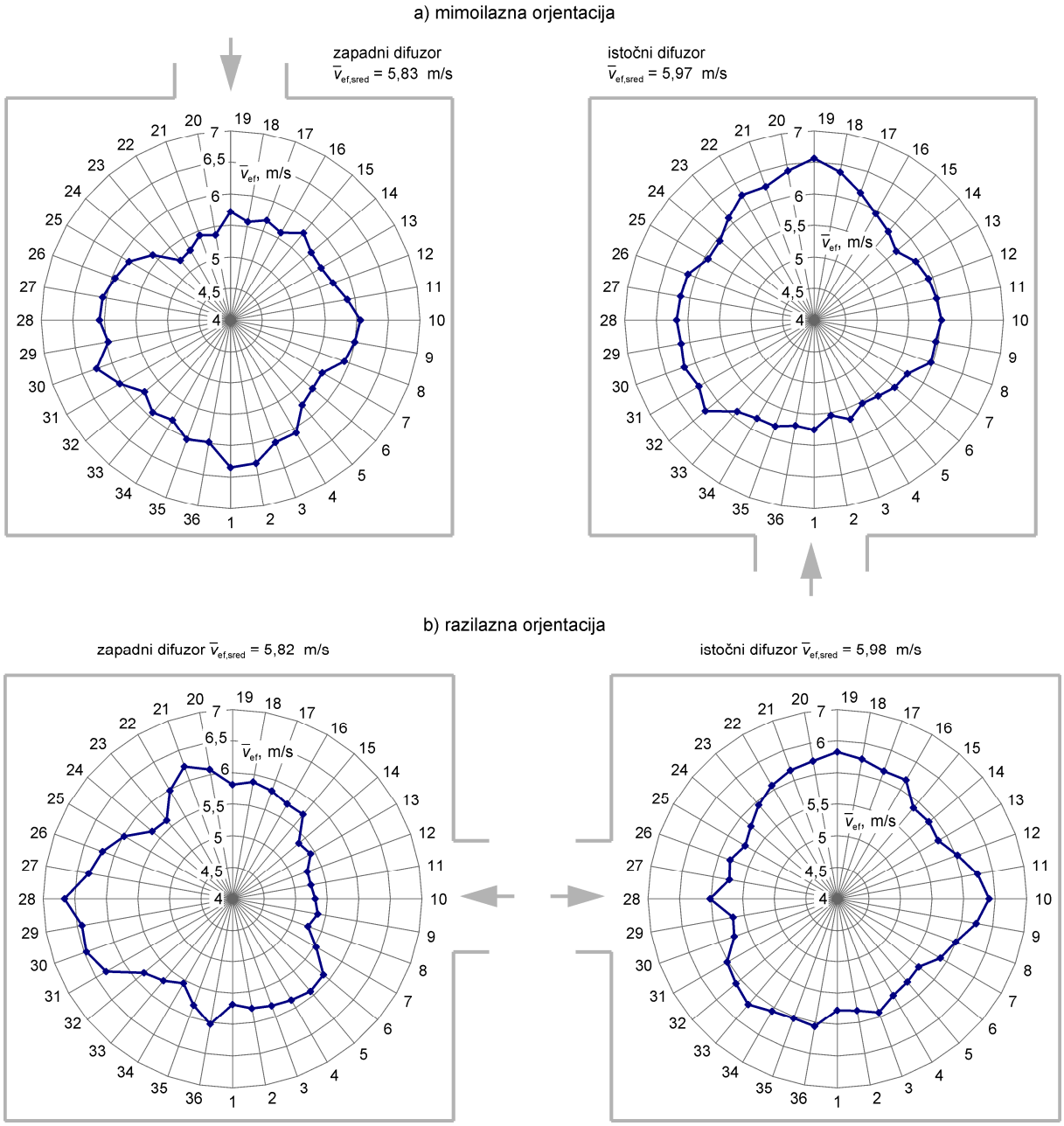


Slika 7.10 Varijante međusobnih orijentacija priključaka za zrak, a) – d) horizontalni priključci i e) vertikalni priključci

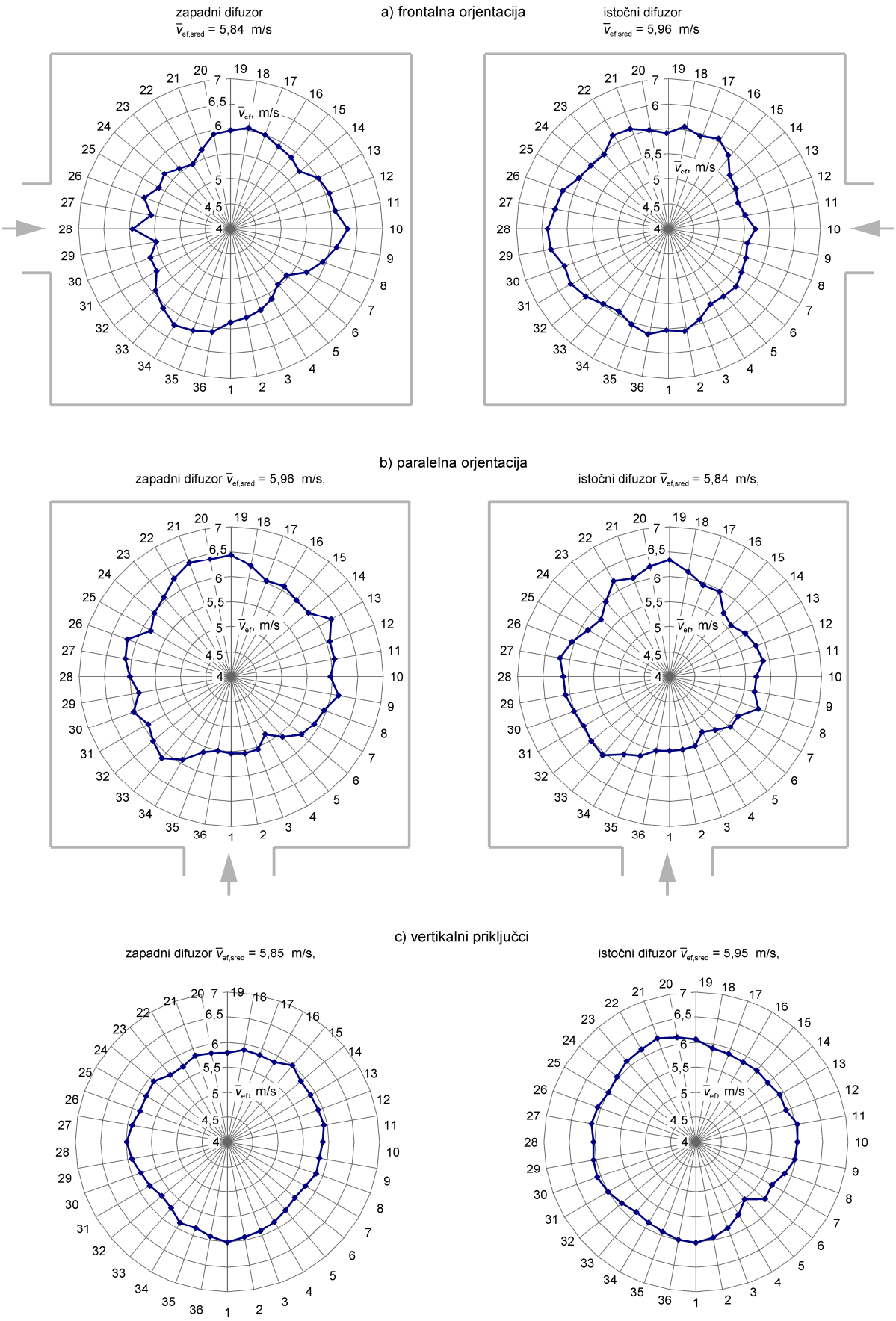


Slika 7.11 Raspored mjernih točaka na horizontalnoj ravnini na udaljenosti z_1 od stropa u svrhu istraživanja spojenog mlaza kod različitih međusobnih orijentacija priključaka za zrak na priključnim kutijama dvaju susjednih difuzora (ishodište koordinatnog sustava x,y u centru prostorije)

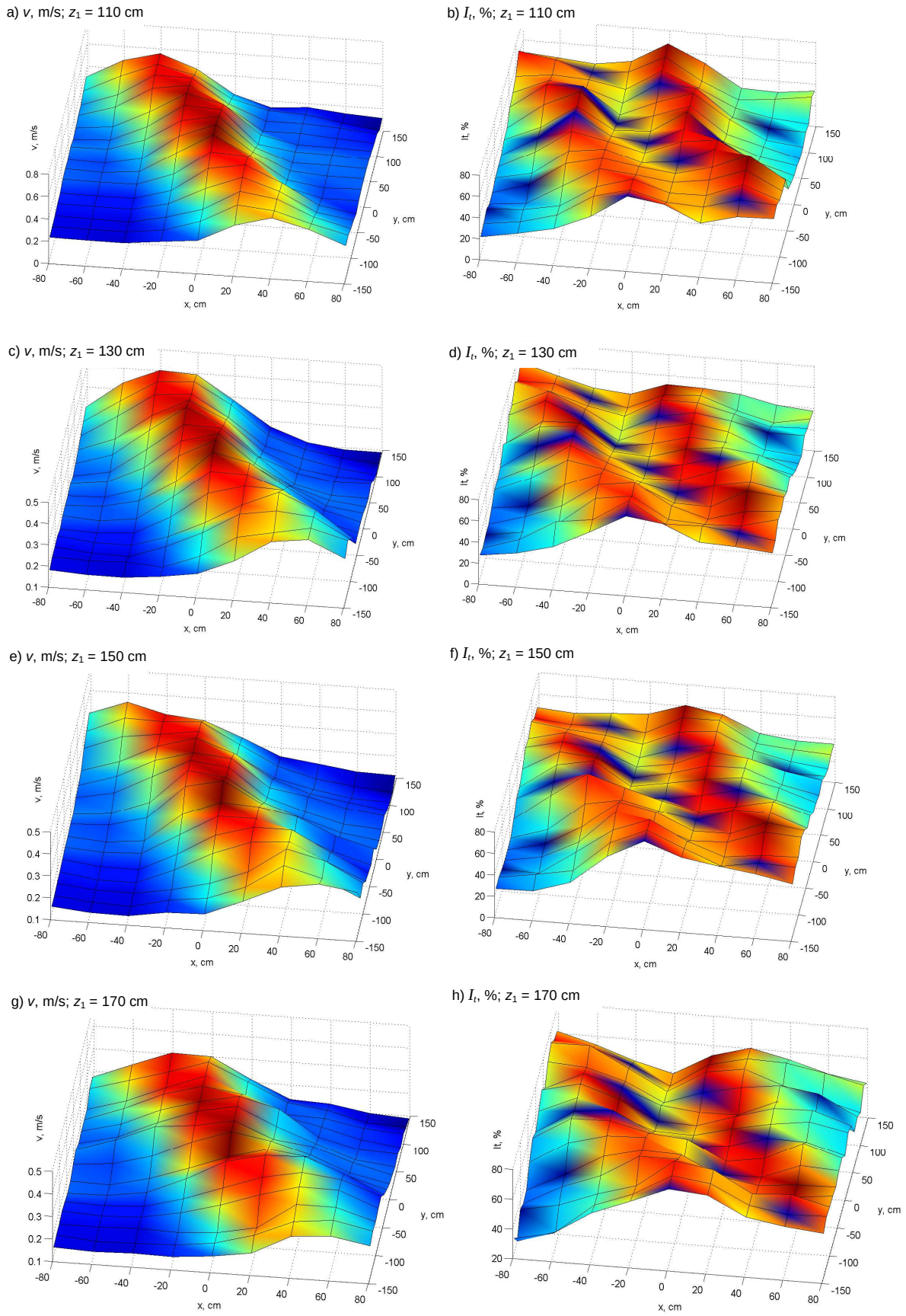
Efektivna brzina je mjerena na svim krilcima obaju difuzora anemometrom s toplim filmom da se utvrdi jednolikost protoka kroz difuzore su je brzina i intenzitet turbulencije mjereni u spojenom mlazu na ravninama z_1 = 110, 130, 150 i 170 cm od stropa anemometrom s toplom sferom. Korištena su tri anemometra s toplom sferom istovremeno postavljena u vertikalnom položaju na međusobnoj udaljenosti 20 cm te uz vrijeme mjerenja (osrednjavanja) brzine od 4 min u jednom položaju. Slike 7.12 i 7.13 prikazuju razdiobu efektivne brzine te slike 7.14 do 7.15 razdiobu brzine i intenziteta turbulencije u spojenom mlazu pri svim međusobnim orijentacijama priključaka prikazanim na slici 7.10.



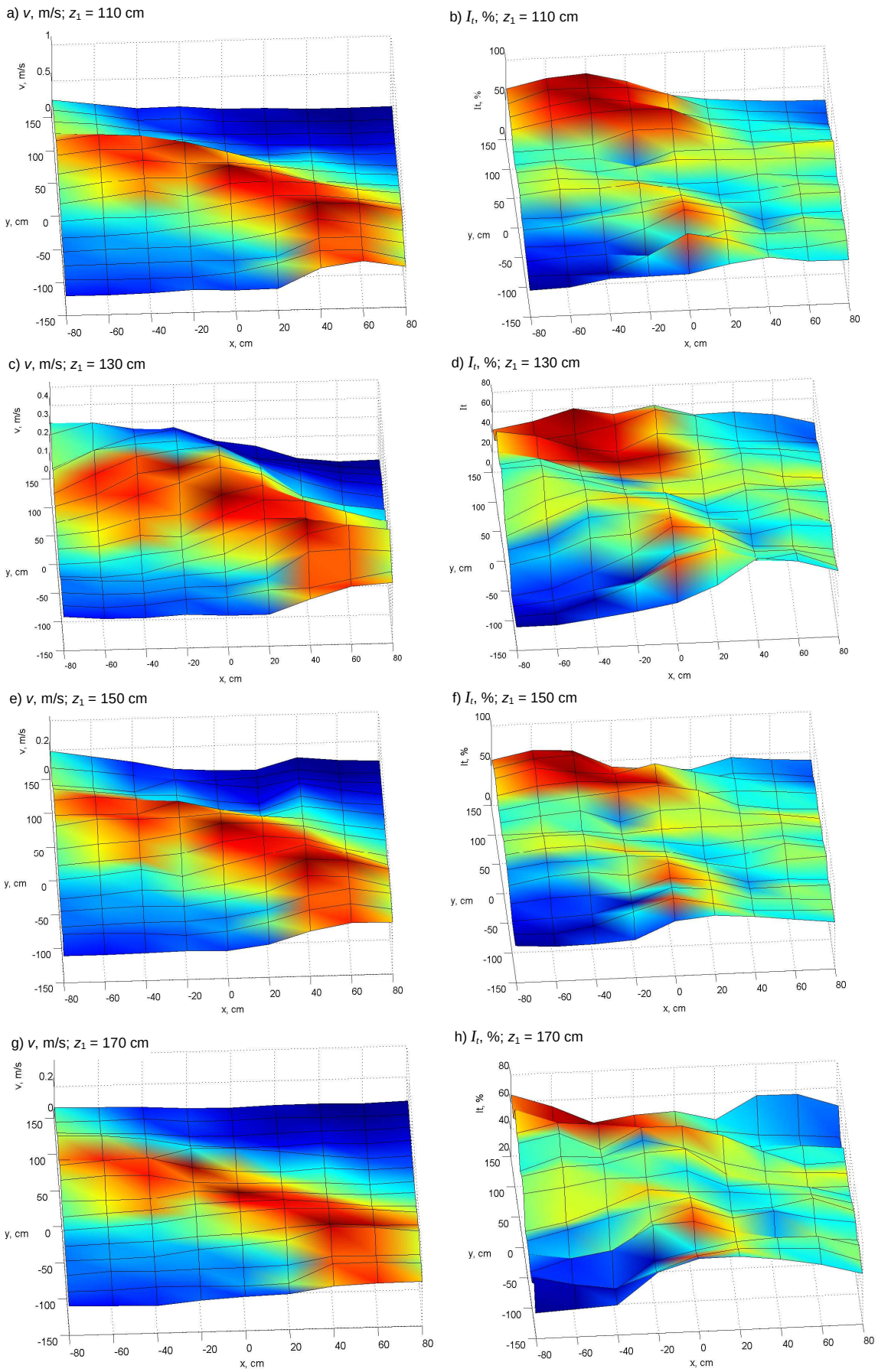
Slika 7.12 Efektivne brzine na krilcima istočnog i zapadnog difuzora, a) mimoilazna postava horizontalnih priključaka i b) razilazna postava horizontalnih priključaka



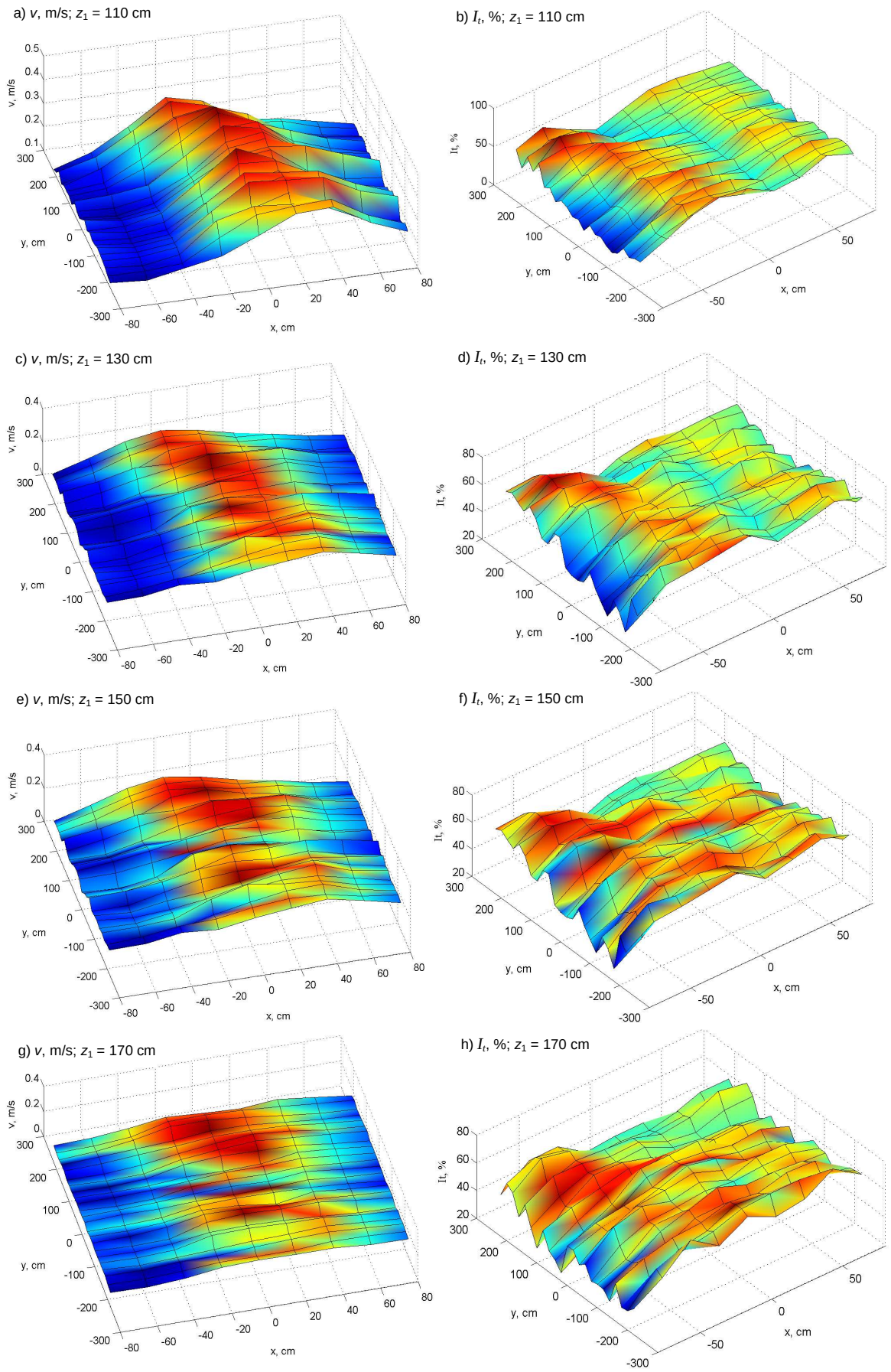
Slika 7.13 Efektivne brzine na krilcima istočnog i zapadnog difuzora: a) frontalna orijentacija horizontalnih priklj. b) paralelna orijentacija horizontalnih priklj. c) vertikalni priključci



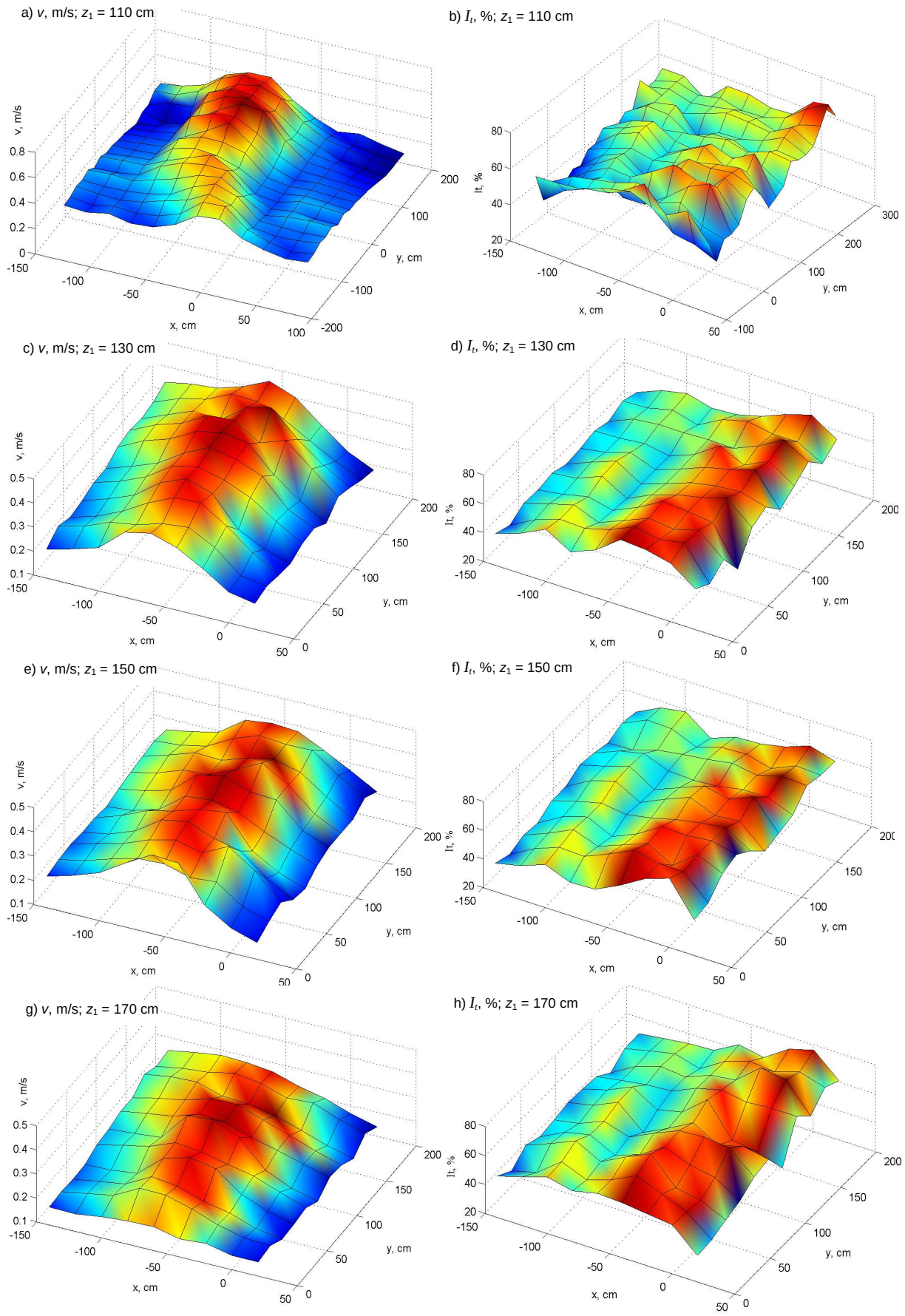
Slika 7.14 Eksperimentalni rezultati brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza na horizontalnim ravninama udaljenim z_1 od stropa kod mimoilazne orijentacije horizontalnih priključaka



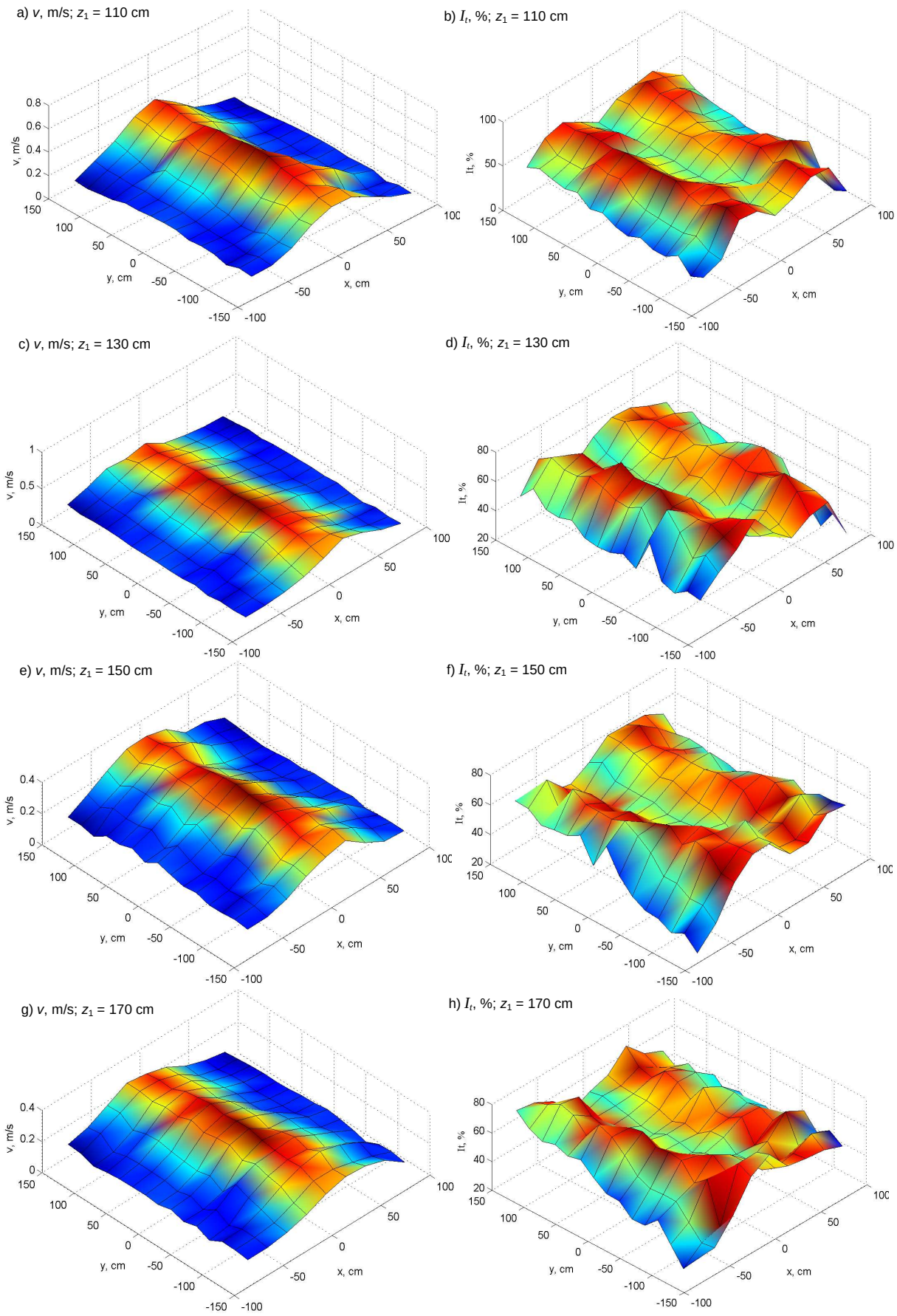
Slika 7.15 Eksperimentalni rezultati brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza na horizontalnim ravninama udaljenim z_1 od stropa kod razilazne orijentacije horizontalnih priključaka



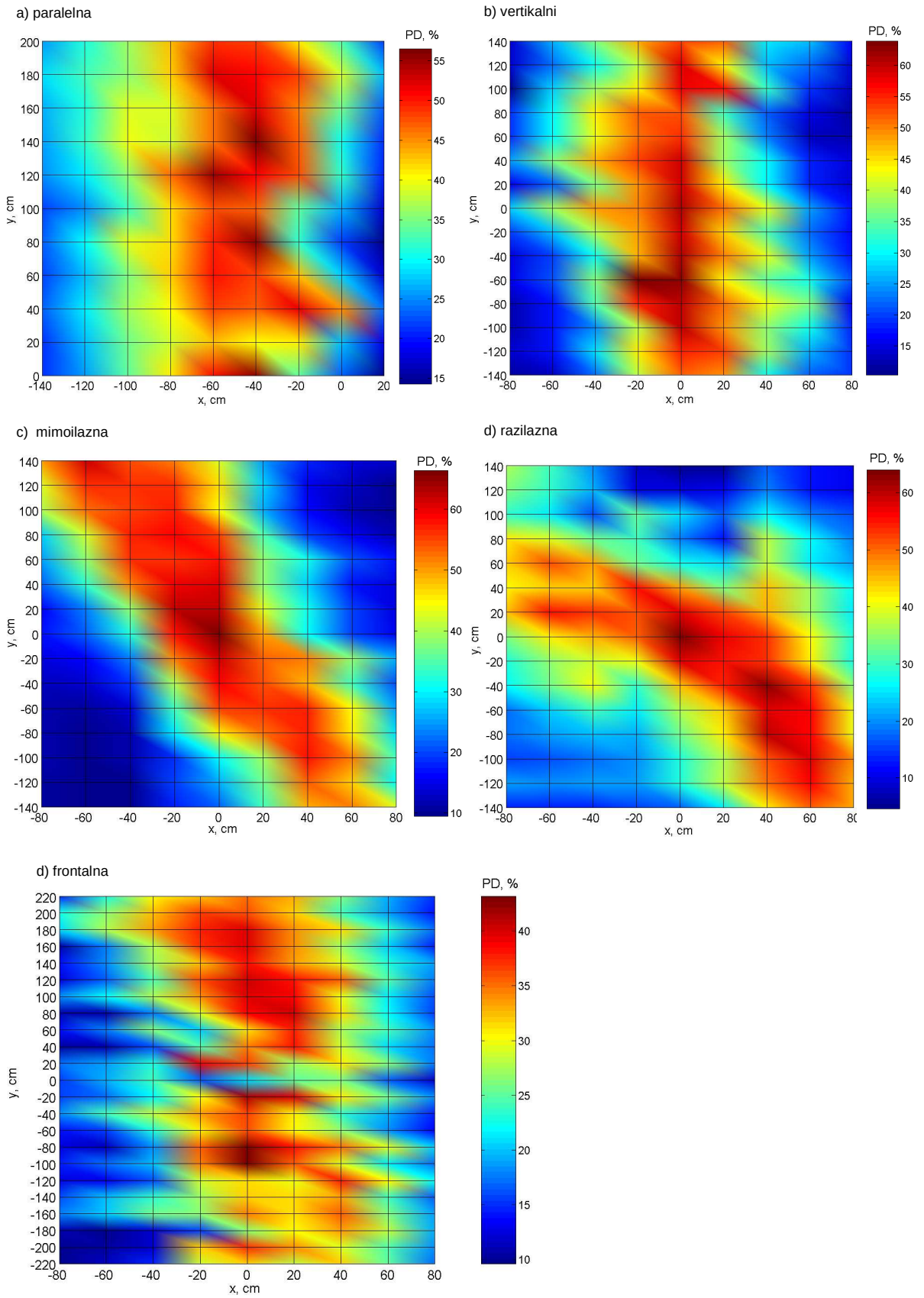
Slika 7.16 Eksperimentalni rezultati brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza na horizontalnim ravninama udaljenim z_1 od stropa kod frontalne orijentacije horizontalnih priključaka



Slika 7.17 Eksperimentalni rezultati brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza na horizontalnim ravninama udaljenim z_1 od stropa kod paralelne orijentacije horizontalnih priključaka

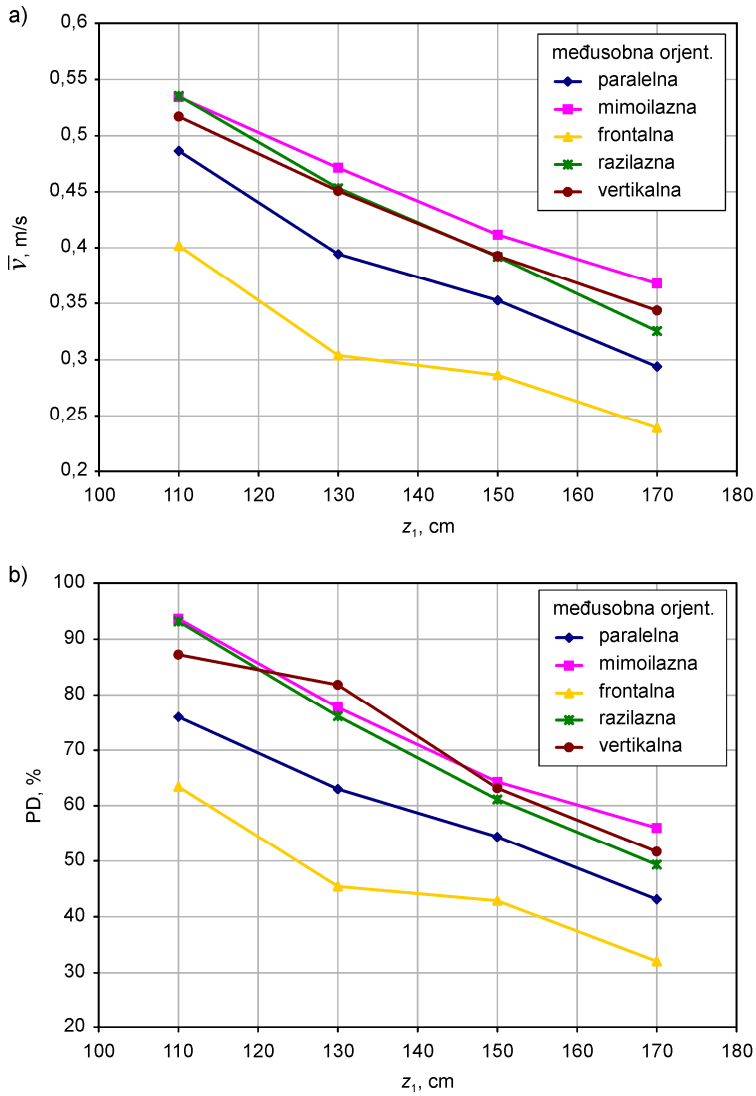


Slika 7.18 Eksperimentalni rezultati brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza na horizontalnim ravninama udaljenim z_1 od stropa kod vertikalnih priključaka



Slika 7.19 Eksperimentalni rezultati PD indeksa u spojenom mlazu na ravnini z_1 = 150 cm od stropa pri različitim orijentacijama priključaka za zrak na kutijama difuzora

Na slikama 7.15 – 7.18 se vidi da kako oblik razdiobe brzine i intenziteta turbulencije mijenja ovisno o orijentaciji priključaka te se također mijenja položaj maksimalnih vrijednosti brzine i intenziteta turbulencije tj. PD indeksa. Također se može primijetiti da se lokacije maksimalnih vrijednosti brzine i intenziteta turbulencije nikada ne poklapaju što je već utvrđeno kod spojenog mlaza. Međutim, lokacija maksimalne vrijednosti PD indeksa gotovo uvijek se nalazi na istoj lokaciji gdje i maksimum brzine što govori o dominantnom utjecaju brzine na osjećaj propuha ali ne umanjuje značaj poznavanja razdiobe intenziteta turbulencije za određivanje PD indeksa. Očekivano se kod spojenog mlaza dobivenog vertikalnim priključcima na kutijama difuzora (slika 7.18) pojavljuje približno simetrična razdioba brzine i intenziteta turbulencije na horizontalnim ravninama u odnosu na pravac S-J to jest u odnosu na ravninu spajanja dok se kod mimoilazne orijentacije pojavljuju razdiobe sličnog oblika ali zarotirane u koso pod određenim kutem.



Slika 7.20 Usporedba maksimalnih izmjerenih vrijednosti a) brzine i b) PD indeksa u spojenom mlazu na udaljenosti z_1 od stropa pri različitim međusobnim orijentacijama priključaka za zrak

Na slici 7.17 se vidi kako najveći pomak maksimalnih vrijednosti brzine i intenziteta turbulencije u odnosu na centar koordinatnog sustava x,y (na slici 7.11) daje paralelna orijentacija priključaka te je ovdje mjerno područje znatno pomaknuto u odnosu na mrežu točaka prikazanu na slici 7.11. Slika 7.19 prikazuje razdiobu intenziteta turbulencije na udaljenosti z_1 = 150 cm od stropa te se vidi kako se položaj i iznos maksimalne vrijednosti PD mijenja ovisno o orijentaciji priključaka. Slika 7.20 prikazuje maksimalne vrijednosti brzine i PD indeksa zabilježene na različitim udaljenostima od stropa za sve korištene međusobne orijentacije priključaka za zrak. Budući da PD indeks nije dobro određivati na temelju mjerenja u jednoj točki, ovdje su maksimalne vrijednosti dobivene uzimajući prosječnu vrijednost dvaju susjednih brzina tj. PD indeksa koje daju maksimalan zbroj na mjernoj ravnini z_1. Na slici se vidi kako maksimalne vrijednosti mogu znatno varirati te tako na z_1 = 170 cm mimoilazna orijentacija priključaka daje maksimalnu brzinu od 0,37 m/s dok frontalna daje 0,24 m/s. Iznos PD indeksa je u istom slučaju kod mimoilazne orijentacije 56 % dok je kod frontalne 32 % što predstavlja značajno odstupanje. Također se vidi kako razlike u maksimalnim vrijednostima između razilazne, vertikalne i mimoilazne orijentacije nisu jako izražene dok paralelna orijentacija podjednako odstupa od frontalne i triju prethodno spomenutih.

Može se zaključiti da asimetričnost radijalnog mlaza koja nastaje zbog konstrukcije priključne kutije s horizontalnim priključkom za zrak može pri različitim orijentacijama priključaka susjednih difuzora uzrokovati bitno različite uvjete propuha u spojenom mlazu.

8 Zaključak

U nedostatku matematičkog modela za spojeni mlaz kao oblik turbulentnog strujanja koji se u sustavima ventilacije često pojavljuje kao direktno prodiranje zraka u zonu boravka te računalno zahtjevnih CFD proračuna kao jedine alternative koja za ovakav oblik strujanja još uvijek ne daje zadovoljavajuće rezultate, provedeno je istraživanje spojenog mlaza s ciljem razvoja jednostavnijeg i jeftinijeg modela za ocjenu brzine i intenziteta turbulencije zraka kao parametara osjećaja propuha. Istraživana je interakcija nasuprotnih radijalnih priljubljenih mlazova te izotermnog spojenog mlaza koji nastaje nakon njihovog sudara, a za koji je pretpostavljeno da je također radijalan te da se može opisati modelom strujanja slobodnog radijalnog mlaza.

U radu je provedena eksperimentalna i analitička analiza strujanja uz primjenu jednostavnih numeričkih metoda. S obzirom na oskudna istraživanja vrtložnog ventilacijskog difuzora za proizvodnju mlaza odabran je vrtložni radijalni stropni difuzor. Teorijski dio bavio se nalaženjem rješenja osrednjenog strujanja da bi se omogućio izračun brzine i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza, dok se eksperimentalni dio bavio mjerenjem brzine u zoni priljubljenog stropnog mlaza te brzine, kinetičke energije turbulencije i intenziteta turbulencije u zoni spojenog mlaza.

Dosadašnja analitička rješenja temeljila su se na hipotezi Bousinessqa i Prandtlovoj hipotezi puta miješanja te su, uz zaključak da je turbulentna viskoznost u zoni mlaza konstantna, primjenjivane pretpostavke graničnog sloja. Nalaženje analitičkog i numeričkog rješenja osrednjenog strujanja, kao unaprjeđenje dosadašnjih rješenja, u ovom istraživanju se temeljilo na pretpostavci o razdiobi brzine u glavnom smjeru strujanja u obliku Gaussove funkcije, na pretpostavci da turbulentna viskoznost u zoni mlaza nije konstantna te također uz i bez primjene Prandtlovih pojednostavljenja graničnog sloja. Uz primjenu pretpostavki graničnog sloja uspjelo se doći do analitičkog rješenja dok je bez primjene ovih pretpostavki bilo potrebno primijeniti jednostavne numeričke metode.

Integracijom jednadžbe kontinuiteta dolazi se do uvjeta samosličnog strujanja te do bezdimenzijskih izraza za razdiobu obiju komponenti brzine u zoni samosličnosti. Uvjeti samosličnog strujanja kažu da se položaj centra sličnosti mora poklapati sa osi simetrije mlaza te da pad centralne brzine mora biti obrnuto proporcionalan udaljenosti od osi simetrije. Bezdimenzijski izrazi za brzinu mogu poslužiti za određivanje ukupnog iznosa brzine u zoni mlaza u svrhu ocjene toplinske ugodnosti, a ne samo komponente u glavnom smjeru

strujanja. Budući da se u eksperimentalnom dijelu pokazalo da spojeni mlaz ima više nego dvostruko veći koeficijent širenja u odnosu na onaj kod klasičnog turbulentnog mlaza, analizirana je primjenjivost pretpostavki graničnog sloja koje se redovito uzimaju u obzir u analitičkim, a često i u numeričkim rješenjima turbulentnog mlaza. Važan zaključak ove analize je da primjenjivost ovih pretpostavki postaje upitna pri relativno velikom faktoru širenja spojenog mlaza te da se pri nalaženju rješenja osrednjenog strujanja treba krenuti od punog oblika jednadžbe gibanja, tj. Reynoldsove vremenski osrednjene Navier-Stokesove jednadžbe. Numeričko rješenje punog oblika Reynoldsove jednadžbe, koja je temeljem teorije samosličnosti pretvorena u bezdimenzijski oblik, daje bezdimenzijske razdiobe turbulentne viskoznosti i turbulentnog smičnog naprezanja po poprečnom presjeku mlaza. Analitičko rješenje oblika ove jednadžbe, koji je pojednostavljen pretpostavkama graničnog sloja, daje algebarske izraze za turbulentnu viskoznost i turbulentno naprezanje. S obzirom da u ovom istraživanju turbulentno naprezanje nije mjereno, vršena je usporedba s eksperimentalnim rezultatima drugih autora. Budući da su eksperimentalni rezultati smičnog naprezanja radijalnog mlaza u literaturi oskudni, istraživanje je prošireno i na okrugli mlaz, te su usporedbe s eksperimentalnim rezultatima okruglog mlaza koji su u literaturi dostupni u većem broju te s rezultatima radijalnog mlaza drugih autora pokazale dobro slaganje.

Rješenje turbulentne viskoznosti poslužilo je kao model turbulencije u rješavanju transportne jednadžbe kinetičke energije turbulencije, te je Prandtl – Kolmogorovljev izraz poslužio za eliminaciju disipacije kao nepoznanice u jednadžbi. Na ovaj način eliminirana je transportna jednadžba disipacije kinetičke energije turbulencije iz k – ε modela pa se rješavanje kinetičke energije turbulencije svelo na rješavanje transportne jednadžbe kinetičke energije turbulencije, koja je za okrugli i radijalni mlaz svedena na bezdimenzijski oblik. Rješenje je dobiveno primjenom jednostavne numeričke metode Runge-Kutta uz korištenje rješenja za turbulentnu viskoznost koje je dobiveno bez pretpostavki graničnog sloja te uz pretpostavke graničnog sloja i također korištenjem rješenja drugih autora koji su izveli izraze za konstantnu turbulentnu viskoznost u zoni mlaza. Rješenja kinetičke energije turbulencije te generacije kinetičke energije turbulencije dobivena na ovaj način, uz pretpostavke graničnog sloja, dobro su se slagala s eksperimentalnim rezultatima klasičnog radijalnog i okruglog mlaza drugih autora dok je rješenje uz konstantnu turbulentnu viskoznost pokazalo lošije slaganje.

Rezultati mjerenja brzine u priljubljenom mlazu bez interakcije sa susjednim mlazom upućuju na slijedeće zaključke:

- Radijalni mlaz iz vrtložnog difuzora pokazuje nepostojanje inicijalne zone strujanja te se zona samosličnosti, za razliku od okruglog i ravninskog mlaza, razvija u neposrednoj blizini istrujnog otvora $r/d = 1$.
- Profili brzine se dobro slažu s jednadžbama koje su autori dali za obični priljubljeni mlaz što ukazuje na činjenicu da radijalna komponenta brzine dominira nad tangencijalnom tj. da se tangencijalna komponenta može zanemariti.
- Opadanje maksimalne (centralne) brzine mlaza opisano jednadžbom opadanja uz potenciju -1, koja predstavlja uvjet samosličnosti strujanja, bolje aproksimira mjerne rezultate ako se ishodište koordinatnog sustava postavi na os radijalne simetrije nego u centar sličnosti.
- Bez obzira na način instalacije istrujne ploče na samom stropu, priljubljenje mlaza uz strop ovisi o unutarnjoj konstrukciji istrujne ploče te se priljubljenje postiže ugradnjom prstena koji obuhvaća krilca ploče difuzora s unutarnje strane.

Rezultati mjerenja u nasuprotnim priljubljenim mlazovima koji su u međusobnoj interakciji upućuju na zaključak da je međusobna izjednačenost profila brzine u nasuprotnim mlazovima zadovoljavajuća te da se zona interakcije proteže ne relativno maloj udaljenosti od $z_{\text{int}} = 10$ cm od ravnine spajanja i ne ovisi o efektivnoj brzini na istrujnoj ploči.

Mjerenja brzine i intenziteta turbulencije u spojenom mlazu upućuju na slijedeće zaključke:

- Koeficijent širenja spojenog mlaza više je nego dvostruko veći od koeficijenta širenja priljubljenog i slobodnog mlaza. Ova vrijednost se slaže s vrijednosti koja je dobivena u drugom istraživanju gdje je efektivna brzina bila višestruko veća i udaljenost difuzora znatno manja što upućuje na održanje vrijednosti koeficijenta širenja pri širokom rasponu parametara.
- Opadanje centralne brzine spojenog mlaza može se kvalitetno aproksimirati bezdimenzijskom jednadžbom opadanja s potencijom -1 što pokazuje da su spojeni mlazovi dobiveni pri različitim efektivnim brzinama i različitim udaljenostima difuzora kinematički slična strujanja.
- Izvedena bezdimenzijska jednadžba profila ukupne brzine (4.35) dobro aproksimira profil spojenog mlaza što je indirektan dokaz radijalnog karaktera mlaza.
- Inicijalna zona u strujanju spojenog mlaza nije uočena te zona samosličnog strujanja za profile brzine počinje na maloj udaljenosti od stropa $r \approx r_{\max}$ dok

samosličnost intenziteta turbulencije počinje na nešto većoj udaljenosti $r = (2{,}1 \div 2{,}3) r_{\max}$

- Numeričko rješenje kinetičke energije turbulencije i intenziteta turbulencije bez pretpostavki graničnog sloja pokazuje slaganje s eksperimentalnim rezultatima uz koeficijent determinacije koji ima prosječnu vrijednost od 0,6 što znači da je 60 % mjernih rezultata protumačeno ovim modelom. Rješenja uz pretpostavke graničnog sloja te uz pretpostavku konstantne turbulentne viskoznosti pokazuju lošije slaganje što pokazuje da pretpostavke graničnog sloja za spojeni mlaz nisu odgovarajuće.
- Odstupanje prosječne vrijednosti PD indeksa dobivenog proračunski u spojenom mlazu u odnosu na vrijednost dobivenu eksperimentalno iznosi 14,7 %.

Mjerenja razdiobe brzine u radijalnom priljubljenom i spojenom mlazu uz različite konstrukcije priključne kutije upućuju na slijedeće zaključke:

- Kut zakreta priljubljenog vrtložnog mlaza je približno jednak 80 do 85° te se većina rotacije obavi na udaljenosti do $2r_1/d$ što znači da se tangencijalna komponenta brzine može smatrati zanemarivom u odnosu na radijalnu na većim udaljenostima.
- Prema kriteriju standardne devijacije i maksimalnog omjera, kutija s vertikalnim priključkom daje mlaz najbliži aksijalno simetričnom obliku. Simetričnost mlaza koji daje kutija s horizontalnim priključkom i perforiranim limom za izjednačenje znatno je bolja u odnosu na kutiju bez lima
- Asimetričnost radijalnog mlaza koja nastaje zbog konstrukcije priključne kutije s horizontalnim priključkom za zrak može pri različitim orijentacijama priključaka susjednih difuzora uzrokovati bitno različite uvjete propuha u spojenom mlazu.

Kao nedostatak ovog istraživanja može se uzeti činjenica da se, zbog nemogućnosti mjerenja smjera brzine toplinskim anemometrom, nigdje direktno ne dokazuje da je spojeni mlaz radijalan nego se uzima indirektan dokaz te istraživanje drugog autora.

9 Popis literature

[1] EN ISO 7730, Ergonomics of the thermal environment - Analytical determination and interpretation of thermal comfort using calculation of the PMV and PPD indices and local thermal comfort criteria, Geneva, 2005.

[2] ANSI/ASHRAE Standard 55-2004, Thermal environmental conditions for human occupancy, ASHRAE, Atlanta, GA, 2004.

[3] EN 13182, Ventilation for Instrumentation requirements for air measurements in ventilated spaces, Committee for Standardization, Brussels, 2002.

[4] A. Agrawal, A. K. Prasad, Integral Solution for the Mean Flow Profiles of Turbulent Jets, Plumes, and Wakes, Journal of Fluids Engineering 125, 813 – 822, 2003.

[5] Y.B. Rumer, Turbulent source of free annular jet, Dokl. Akad. Nauk SSSR 64, 463–466, 1949.

[6] W. Tollmien, Calculation of turbulent expansion process, ZAMM 6, 468-478, 1926.

[7] P. O. Witze, A study of impinging axisymmetric turbulent flows: the wall jet, the radial jet, and opposing free jets, Ph.D. dissertation, University of California, Davis, 1974.

[8] T. Tanaka, E. Tanaka, Experimental study of a radial turbulent jet. Bull. J.S.M.E. 19, 792-799, 1976.

[9] G. Heskestad, Hot-wire measurements in a radial turbulent jet, J. Appl. Mech Trans ASME 33, 417–424, 1966.

[10] P.O. Witze, H.A. Dwyer, The turbulent radial jet. J. Fluid Mech. 75 (3), 401–417, 1976.

[11] H. Reichardt, Gesetzmässsigkeiten der freien turbulenz, VDIForschungsheft 414 (2. Auflage 1051), 1942.

[12] W. Rodi, The prediction of free turbulent boundary layers by use of a two-equation model of turbulence, Ph.D. dissertation, University of London, 1972.

[13] G.R. Hunt, D.B. Ingham, Laminar and turbulent radial jets. Acta Mechanica, Vol. 127, 25–38, 1998.

[14] H. Schlichting, Boundary Layer Theory, McGraw-Hill Book Company inc., New York, 1960.

[15] P.E. Wood, C.P. Chen, Turbulence model predictions of the radial jet - a comparison of k–e models, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 63 (2), 177–182, 1985.

[16] K. Hanjalic, B.E. Launder, Sensitizing the Dissipation Equation to lrrotational Strains, J. Fluid Eng. 102, 39. 1980.

[17] L. Song, J. Abraham, Entrainment Characteristics of Transient Turbulent Round, Radial and Wall-Impinging Jets: Theoretical Deductions, Journal of Fluids Engineering, Vol. 125, 605-612, 2003.

[18] C. Bogey, C. Bailly, Turbulence and energy budget in a self-preserving round jet: direct evaluation using large eddy simulation, J. Fluid Mech., Vol. 627, 129–160, 2009.

[19] H.J. Hussein, S.P. Capp, W.K. George, Velocity measurements in a high-Reynolds number, momentum-conserving, axisymmetric, turbulent jet. J. Fluid Mech. 258, 31–75, 1994.

[20] N.R. Panchapakesan, J.L. Lumley, Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. Part I. Air jet. J. Fluid Mech. 246, 197–223, 1993.

[21] Z. Yue, Air jets in ventilation applications, Ph.D. dissertation, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden, 2001.

[22] O. Conrad, Untersuchung uber das Verhalten zweier gegeneinander stromender Wandstrahlen, Gesundheits-ingenieur, 10, 303-309, 1972.

[23] CIBSE Guide B, Heating, ventilating, air conditioning and refrigeration, The Chartered Institution of Building Services Engineers, London, 2005.

[24] B. Gilbert, Turbulence measurements in a flow generated by the collision of radially flowing wall jets, Experiments in Fluids 7, 103-110, 1989.

[25] Z.G. Sun, W.F. Li, H.F. Liu, Study on the radial jet velocity distribution of two closely spaced opposed jets, International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 30, 1106 –1113, 2009.

[26] W.F. Li, Z.G. Sun, H.F. Liu, F.C. Wang, Z.H. Yu, Experimental and numerical study on stagnation point offset of turbulent opposed jets, Chemical Engineering Journal, Vol. 138, 283-294, 2008.

[27] G. Stan, D.A. Johnson, Experime ntal and numerical analysis of turbulent opposed impinging jets, AIAA Journal, Vol. 39, 1901-1908, 2001.

[28] R.P. Lindstedt, D.S. Luff, J.H. Whitelaw, Velocity and strain-rate characteristics of opposed isothermal flows, Flow, Turbulence and Combustion, Vol. 74, No. 2, 169–194, 2005.

[29] W.F. Li, T.L. Yao, F.C. Wang, Study on factors influencing stagnation point offset of turbulent opposed jets, AIChE Journal, Vol. 56, 10, 2513 - 2522, 2010.

[30] P.S. Johansson, H.I. Andersson, Direct numerical simulation of two opposing wall jets Physics of Fluids, Vol. 17. Issue 5, 1-11, 2005.

[31] S. Bebes, H. Mhiri, L.P. Georges, P. Bournot, Numerical and experimental study of two turbulent opposed plane jets, Heat and Mass Trensfer, Vol. 39, 675-686, 2003.

[32] M.I. Grimitlyn, G.M. Pozin, Fundamentals of optimizing air distribution in ventilated spaces, ASHRAE Trans., Vol 99, pt. 1, 1128-1138, 1993.

[33] S. Shakerin, P.L. Miller, Experimental study of vortex diffusers, ASHRAE Transactions., Vol. 102, Pt. 2, 340-346, 1996.

[34] J. Srebrić, Q. Chen, Simplified Diffuser Boundary Conditions for Numerical Room Airflow Models, ASHRAE RP-1009, 2001.

[35] P.V. Nielsen, T. Heby, B. Moller-Jensen, Air Distribution in a Room with Ceiling-Mounted Diffusers – Comparison with Wall-Mounted Diffuser, Vertical Ventilation, and Displacement Vetilation, ASHRAE Transactions., Vol. 112, Pt. 2, 498-504, 2006.

[36] J.O. Hinze, Turbulence, McGraw-Hill Book Company inc., New York, 1987.

[37] E. Förthmann, Über turbulent strahlaubretung, Ing. Arch., Vol. 117, 42-54, Turbulent Jet Expansion, NACA, TM 789, 1934.

[38] G.N. Abramovich, The theory of turbulent jets, The M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1963

[39] T. Karimipanah, Turbulent jets in confined spaces, Ph.D. Dissertation, Center for Built Environment, Royal Institute of Technology, Galve, Sweden, 1996.

[40] A. Nasr, J.C.S. Lai, A turbulent plane offset jet with small offset ratio, Experiments in Fluids, Vol. 24 47-57, 1998.

[41] H.B. Awbi, Ventilation of Buildings, Chapman & Hall, London, 1991.

[42] P.V. Nielsen, The box method - a practical procedure for introduction of an air terminal device in CFD calculation, Institute for Bygningsteknik, Aalborg, 1997.

[43] ASHRAE, 2005 ASHRAE Handbook - Fundamentals, American Society of Heating Refrigeration and Air Conditioning Engineers, USA, Atlanta, Ch.31, 2005.

[44] D. Etheridge, M. Sandberg, Building Ventilation Theory and Measurement, John Wiley & Sons, 1996.

[45] P.V. Nielsen, Berechung der luftbwegung in einem zvangsbelufteten raum, Gesundheitsingenieur 94, Heft 10, 299, 1973.

[46] J. Rudberg, P. Norbäck, Inblasning av ventilationsluft, VVS, nr. 1, 1946.

[47] P. Becher, Luftveirteilung in gelüfeten Räumen, Heizung, Lüftung – Haustechnik, nr. 7, 1966.

[48] H.B. Nottage, Ventilation jets in room air distribution, Ph.D. Dissertation, Case Institute of Technology, Cleveland, Ohio, 1951.

[49] A. Kostel, G.L. Tuve, Performance and evaluation of room air distribution systems, ASHRAE Trans., Vol 61, 533, 1955.

[50] P.L. Miller, R.G. Nevins, An analysis of the performance of room air distribution systems, ASHRAE Trans., Vol. 78, pt. 1, 191, 1972.

[51] V.V. Baturin, Fundamentals of industrial ventilation, Pergamon Press, Oxford, 1972.

[52] P.L. Miller, Diffuser selection for cold air distribution system design practices guide, Research report to Electric Power Research Institute, Mechanical engineering department, Kansas state Univ., USA, 1990.

[53] T.G. Malmström, A.T. Kirkpatrick, B. Christensen, K.D. Knappmiller, Centerline velocity decay measurements in low-velocity axisymmetric jets, Journal of Fluid mechanics, Vol. 246, 363-377, 1997.

[54] T.G. Malmström, Y. Zou, Influence of outlet characteristics on free axial air jets, Department for Building Services Engineering, KTH, Stockholm, Sweden, 2000.

[55] M.I. Grimitlyn, Fundamental and the ways of development of design calculations for air distribution in Russia, Indoor Air ’96, Vol. 1, 835-840, 1996.

[56] Y. Huo, J. Zhang, C. Shaw, F. Haghighat, A new method to describe the diffuser boundary conditions in CFD simulation, Proc. of ROOMVENT ’96,Vol. 2, pp. 233-240, 1996.

[57] M.L. Albertson, Y.B. Dai, R.A. Jensen, H. Rouse, Diffusion of submerged jets, ASCE proceedings, Vol. 74, No. 10, 1948.

[58] J.F. Taylor, H.L. Grimmett, E.W. Commings, Chemical engineering progress, No. 4, 175 – 180, 1951.

[59] P. Becher, Om beregning of Indblaesninsabninger, Gjellerup, Köbenhavn, Denmark, 1949.

[60] I. Shepelev, Air supply ventilation jets and air fountains, In preceedings of the academy of construction and Architecture of USSR 4, 1961.

[61] S.C. Capp, H.J. Hussein, W.K. George, Velocity measurements in a high Reynolds number, momentum conserving, axisymmetric turbulent jet, Techically Report No. 123, Turbulence Research Laboratory, University at Buffalo/SUNY, Buffalo, NY 14260, USA, 1990.

[62] M.I. Grimlitin, Air distribution in rooms, St. Petersburg, 1994.

[63] N. Rajaratnam, Turbulent jets, Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam, 1976.

[64] Z. Dai, L.K. Tseng, G.M. Faeth, Velocity Statistics of Round, Fully Developed, Buoyant Turbulent Plumes, ASME J. Heat Transfer, 117, 138–145, 1995.

[65] W.K. George, R.L. Alpert, F. Tamanini, Turbulence Measurements in an Axisymmetric Buoyant Plume, Int. J. Heat Mass Transfer, 20, 1145–1153, 1977.

[66] G.S. Bhat, R. Narasimha, A Volumetrically Heated Jet: Large Eddy Structure and Entrainment Characteristics, J. Fluid Mech., 325, 303–330, 1996.

[67] J.S. Turner, Turbulent Entrainment: The Development of the Entrainment Assumption, and Its Application to Geophysical Flows, J. Fluid Mech., 173, 431–471 1986.

[68] E.J. List, Turbulent Jets and Plumes, Annu. Rev. Fluid Mech., 14, 189–212, 1982.

[69] C.J. Chen, W. Rodi, Vertical Turbulent Buoyant Jets—A Review of Experimental Data, Pergamon Press, Oxford, UK, 11–12, 1980.

[70] A. Agrawal, A.K. Prasad, Properties of Vortices in the Self- Similar Turbulent Jet, Exp. Fluids, 33, 565–577, 2002.

[71] A. Verhoff, The two-dimensional turbulent wall jet with and without an external stream, Report 626, Princeton University, 1963.

[72] H.B. Squire, Radial jets, In: 50 years of boundary-layer research (Grrtler, H., Tollmien, W., eds.), 47-54. Braunschweig, F. Vieweg 1955.

[73] M. Poreh, J.E. Cermak, Flow characteristics of a circular submerged jet impinging normally on a smooth boundary. In: Proceedings of the Sixth Midwest Conference on Fluid Mechanics, 198 -212. University of Texas, Austin, 1959.

[74] P.R. Patel, Some measurements in radial free jets, AIAA. J. 17, 657-659, 1979.

[75] H. Reichardt, Impuls und warmeaustausch in freier turbulenz, ZAMM, 24: 268-272, 1944.

[76] S. Amiri, M. Sandberg, B. Moshfegh, Effects of cooling loads on warm plane air jet, Proc. of ROOMVENT ’96, Vol. 1, 407-414, 1996.

[77] P.V. Nielsen, Description of supply openings in numerical models for room air distribution, ASHRAE Trans., 98(1): 963-971, 1992.

[78] E. Recknagel, H.W. Sprenger, Taschenbuch für Heizung – und Klimatechnik, Munchen: R. Oldenbourg Verlag, 2005.

[79] B. Launder, W. Rodi, The Turbulent Wall-Jet, Prog. Aerospace Sci., Vol. 19, 81-128, 1981.

[80] G.L. Tuve, Air velocities in ventilating jets, Heat Pip. Air Cond., 25, 181-191, 1953.

[81] M.I. Grimlitin, Zurluftverteilung in Raumen, Luftung und Kaltetechnik 5, 1970.

[82] I. Shepelev, Air dynamics of air flows in rooms, Moscow, Stroyizdat, 1978.

[83] A. Nosovitsky, V. Posokhin, Inclined fountains of heated and chilled air, created by non-isothermal jets supply, Heat, Gas Supply and Ventilation, Kiev, Budivelnik, 1966.

[84] V. Omelchuk, Laws of non-isothermal jet development, banded by gravity forces, Journal of Water supply and Sanitary Technique 2, 1966.

[85] M. Filney, A. Nosovitsky, Air supply by free compact jets, Proceedings of High Schools Construction and Architecture 2, 1967.

[86] M. Stein, Studies on air jets, Journal of the Institute of Heating and Ventilating Engineers 21, 1953.

[87] A. Koestel, P. Herman, G. Tuve, Research report 1404 – Comparative study of venilating jets from various types of outlets, ASHVE Transactions 56, 459, 1950.

[88] M. Grymlitin, Modeling and designing of air distribution devices, Filtration and Industrial exhausts and Problems of Air Distribution, Leningrad Occupational Safety Institute under the AUCCTU, 1969.

[89] P.J. Jackman, Air movement in rooms with side-wall ounted grilles, Heating and ventilating Research Association, Laboratory Report No. 65, 1970.

[90] T. Karimipanah, Turbulent jets in confined spaces, Ph.D. Dissertation, Center for Built Environment, Royal Institute of Technology, Galve, Sweden, 1996.

[91] G. Waschke, Über die Luftung mittels isothermer turbulenter radialer Deckenstrahlen, Dissertation, RWTH Aachen, 1974.

[92] S. Murakami, S. Kato, H. Nakagawa, Numerical prediction of horizontal nonisothermal 3-D jet in room based on k-ε model, ASHRAE Trans., 97(1), 1991.

[93] P. Heiselberg, Interaction between flow elements in large enclosure, Proc. of ROOMVENT ’94, Vol. 1, 363-376, 1994.

[94] Y. Huo, F. Haghighat, J.S. Zhang, C.Y. Shaw, A systematic approach to describe the air terminal device in CFD simulation for room air distribution analysis, Building and Environment 35, 563-576, 2000.

[95] Z.H. Li, J.S. Zhang, A.M. Zhivov, L.L. Christianson, Characteristics of diffuser air jets and airflow in the occupied regions of mechanically ventilated rooms - a literature review, ASHRAE Trans., 99(1), 1119-1127, 1993.

[96] P.O. Fanger, A.K. Melikov, H. Hanzawa, J. Ring, Air Turbulence and Sensation of Draught, Energy and Buildings 12, 12-39, 1998.

[97] K.E. Charles, Fanger's Thermal Comfort and Draught Models, IRC-RR-162, Institute for Research and Construction, National Research Council Canada, 2003.

[98] EN ISO 13779, Ventilation for non-residential buildings. Performance requirements for ventilation and room-conditioning systems, International Organization for Standardization, Geneva, 2004.

[99] A.K. Melikov, Z. Popiolek, F.E. Jørgensen, New method for testing dynemic characteristics of low velocity thermal anemometers, ASHRAE Transactions 104 (1), 1997.

[100] W. Finkelstein, A. Melikov, T. Sefker, G. Langkilde, Laser doppler measurements of airflow characteristics in rooms with mechanical ventilation, Proc. of Indoor Air '96, Nagoya, Japan, Vol 1, 785-790, 1996.

[101] A.K. Melikov, Calibration and requirements for accuracy of thermal anemometers for indoor velocity measurement, Final Report, EC research project, Contract No. MAT1 CT93 00 39, Technical University of Denmark, Department of Energy Engineering, 175, 1997.

[102] A.K. Melikov, Z. Popiolek, W. Finkelstein, T. Sefker, I. Care, Requirements and Guidelines for Low-Velocity Measurements, ASHRAE Transactions, Vol 104, Pt. 1B, 1529-1539, 1998.

[103] J.R. Fontaine, R. Rapp, H. Koskela, R. Niemela, Evaluation of diffuser flow modeling methods experiments and computational fluid dynamics simulations, Building and Environment 40, 377-389, 2005.

[104] W. Sun, K.W. Tham, W. Zhou, N. Gong, Thermal performance of a personalized ventilation air terminal device at two different turbulence intensities, Building and Environment, Vol. 42, Issue 12, 3974-3983, 2007.

[105] C. Liu, H. Higuchi, E. Arens, H. Zhang, Control of the Microclimate around the Head with Opposing Jet Local Ventilation, Proceedings of Healthy Buildings 2009, Syracuse, NY 2009.

[106] I. Wygnanski, H. Fiedler, Some Measurements in a Self-Preserving Jet, J. Fluid Mech., 38, 577–612, 1969.

[107] E. Gutmark, I. Wygnanski, The Planar Turbulent Jet, J. FluidMech., 73, 465–495, 1976.

[108] W. Rodi, The prediction of free turbulent boundary layers by use of a two-equationmodel of turbulence, Ph.D. dissertation, University of London, 1972.

[109] S. Grizzi, M. Falchi, G.P. Romano, Stereo PIV investigation of a round jet XIV AIVELA Annual Meeting, 2006.

[110] J. S. Turner, Turbulent Entrainment: The Development of the Entrainment Assumption, and Its Application to Geophysical Flows, J. Fluid Mech., 173, 431–471, 1986.

[111] HRN EN 12238, Ventilacija u zgradama - Uređaji zračnog sustava – Aerodinamičko ispitivanje i ocjena pri miješajućem strujanju, Državni zavod za normizaciju i mjeriteljstvo, 2004.

[112] ASHRAE Standard 55, Thermal environmental conditions for human occupancy, ASHRAE, Atlanta, GA, 2004.

[113] EN ISO Standard 7726, Ergonomics of the thermal environment - Instruments for measuring physical quantities, International Organization for Standardization, 1998.

[114] F. E. Jørgensen, An omnidirectional thin-film probe for indoor climate research, DISA Information No. 24, 1979.

[115] M.G.L.C. Loomans, A.W.M. Schijndel, Simulation and measurement of the stationary and transient characteristics of the hot sphere anemometer, Building and Environment, Vol. 37, 153-163, 2002.

[116] A.K. Melikov, Calibration and requirements for accuracy of thermal anemometers for indoor velocity measurement, Final report - EC research project Contract No. MAT1 CT93 00 39, Technical University of Denmark Department of Energy Engineering, Denmark, p175, 1997.

[117] A.K. Melikov, Z. Popiolek, F.E. Jørgensen, New method for testing dynamic characteristics of low velocity thermal anemometers, ASHRAE Transactions, Vol. 104, Part 1b, 1491-1506, 1998.

[118] A.K. Melikov, G. Langkilde, T.L.Madsen, Impact of velocity and temperature fluctuations on the accuracy of low velocity measurements indoors by thermal anemometers, ASHRAE Transactions, Vol. 104, Pt.1b, 1519-1528, 1998.

[119] T. Stannov, A.K. Melikov, Z. Popiolek, F.E. Jørgensen, Test method for describing directional sensitivity of anemometers for low velocity measurements indoors, ASHRAE Transactions, Vol. 104, Part1b, 1481-1489, 1998.

[120] Z. Popiolek, A.K. Melikov, F.E. Jørgensen, W. Finkelstein, T. Sefker, Impact of natural convection on accuracy of low velocity measurements by thermal anemometers with omnidirectional sensor, ASHRAE Transactions, Vol. 104, Part1b, 1507-1518, 1998.

[121] Z. Popiolek, F.E. Jørgensen, A.K. Melikov, M.C.G. Silva, W. Kierat, Assessment of Uncertainty in Measurements with Low Velocity Thermal Anemometers International Journal of Ventilation, Vol. 6, 113-128, 2007.

[122] H. Ren, B. Zhao, X. Li, H. Fan, X. Yang, Influence of Diffuser Jet Characteristics on Indoor Air Distribution under Actual Connecting Conditions, Journal of Architectural Engineering (ASCE), Vol. 9, 141-144, 2003.

[123] D. Smoljan, I. Balen: Influence of a plenum box design on uniformity of the radial air jet issuing from a vortex diffuser, Strojarstvo 52 (2010), 3; 379-386.

[124] D. Smoljan, I. Balen: Experimental study of a vortex diffuser with a side entry plenum box, Transactions of FAMENA 33 (2009), 4; 1-8.

[125] A. Ćurko, D. Smoljan, I. Balen: Simulacija strujanja zraka u sobi ventiliranoj vrtložnim stropnim difuzorima, Proceedings of the international Congress Energy and the Environment 2010, Franković, Bernard (ur.).Opatija: Hrvatski savez za sunčevu energiju Rijeka, Vol. 1, 223-230, 2010.

[126] I. Wolf, I. Viličić, B. Franković, P.-J. Vialle, M. Altazin,: Numerical Analysis of Thermal Comfort Parameters in an Office – Zonal and CFD Model Compraison, Proceedings of the international Congress Energy and the Environment 2008, Franković, Bernard (ur.).Opatija : Hrvatski savez za sunčevu energiju, Rijeka, Vol. 1, 223-230, 2010.

[127] I. Wolf, Numerička i eksperientalna analiza parametara toplinske ugodnosti klimatiziranog prostora, doktorska disertacija, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, 2010.

Životopis

Darko Smoljan je rođen 03. ožujka 1976. godine u Mostaru, Bosna i Hercegovina gdje je završio osnovnu školu. Gimnaziju završava u Zagrebu te 1994. godine upisuje Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Diplomirao je 2001. godine na usmjerenju Termotehnika te stječe zvanje diplomiranog inženjera strojarstva.

Iste godine zapošljava se u Klimaoprema d.d. iz Samobora te radi kao konstruktor i tehnolog u proizvodnji opreme za ventilaciju i klimatizaciju. Godine 2004. zapošljava se na Fakultetu strojarstva i brodogradnje kao znanstveni novak - asistent. Održavao je vježbe iz kolegija 'Grijanje', 'Klimatizacija', 'Termotehnika (KGH)' i 'Modeliranje KGH sustava'. Tijekom rada na Fakultetu bavio se matematičkim modeliranjem i eksperimentalnim mjerenjima turbulentnog zračnog mlaza u miješajućoj ventilaciji. Kao autor ili koautor, objavio je 3 znanstvena rada. Do 2010 godine znanstvenim radom bavio se u okviru projekta 120-0692972-1903 "Racionalno gospodarenje energijom optimiranjem GViK sustava" te danas radi u okviru projekta 0120028 "Razvoj nacionalnog etalona temperature".

Također, bavio se razvojem softvera za izračun aerodinamičkih svojstava ventilacijskih istrujnih otvora (difuzora) te softvera za izračun prigušenja zvučne snage i odabira prigušivača buke za ventilacijske sustave za proizvođača Klimaoprema d.d. Govori i piše engleski jezik.

Biography

Darko Smoljan was born on February 3, 1976. in Mostar, Bosnia and Hercegovina where he finished elementary school. He finished high school in Zagreb in 1994 and enrolled at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb in 1994. He graduated in 2001 majoring in Thermal Engineering.

After graduation he joined Klimaoprema d.d. as Junior Engineer where he worked on design and technology for production of vetilation and air conditioning equipment. In September 2004 he moved to the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, starting to work as research assistant at the Department of Thermal Engineering. During his work under supervision of prof. Igor Balen, Ph.D., he participated in several scientific projects. His research was focused on mathematical modeling and experimental measurements of turbulent air jet in mixing ventilation systems. He is involved in teaching student exercises in courses 'Heating', 'Air Conditioning' and 'HVAC systems Modeling' at the faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture. As author or co-author he has published 3 papers.

Also, he worked on development of software for aerodynamic calculations of ventilation diffusers and software for acoustic calculation for HVAC ducting systems for producer Klimaoprema d.d. He has good command of spoken and written English.