

# Numeričko modeliranje pukotina u metalnim i polimernim materijalima

---

**Skozrit, Ivica**

**Doctoral thesis / Disertacija**

**2011**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:006579>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-11**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Ivica Skozrit

**NUMERIČKO MODELIRANJE PUKOTINA  
U METALNIM I POLIMERNIM  
MATERIJALIMA**

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2011





UNIVERSITY OF ZAGREB  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING AND NAVAL  
ARCHITECTURE

Ivica Skozrit

# **NUMERICAL MODELLING OF CRACKS IN METAL AND POLYMER MATERIALS**

DOCTORAL THESIS

Zagreb, 2011





SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

IVICA SKOZRIT

**NUMERIČKO MODELIRANJE PUKOTINA  
U METALNIM I POLIMERNIM  
MATERIJALIMA**

DOKTORSKI RAD

Mentor:  
dr. sc. Zdenko Tonković, redoviti profesor

Zagreb, 2011





UNIVERSITY OF ZAGREB  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING AND NAVAL  
ARCHITECTURE

Ivica Skozrit

# **NUMERICAL MODELLING OF CRACKS IN METAL AND POLYMER MATERIALS**

DOCTORAL THESIS

Supervisor:  
Dr. sc. Zdenko Tonković, professor

Zagreb, 2011





## PODACI ZA BIBLIOGRAFSKU KARTICU

UDK: 519.6 : 539.42

*Ključne riječi:*

metoda konačnih elemenata, mehanika loma, koeficijent intenzivnosti naprezanja,  $J$ -integral, granično opterećenje, opterećenje plastičnog kolapsa, metoda referentnog naprezanja, polietilen, puzanje,  $C$ -integral

*Znanstveno područje:* TEHNIČKE ZNANOSTI

*Znanstveno polje:* STROJARSTVO

*Institucija u kojoj je rad izrađen:*

Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu

*Mentor rada:* dr. sc. Zdenko Tonković, redoviti profesor

*Broj stranica:* 235

*Broj slika:* 164

*Broj tablica:* 52

*Broj korištenih bibliografskih jedinica:* 106

*Datum obrane:* 23. ožujak 2011

*Povjerenstvo:*

dr. sc. Jurica Sorić, redoviti profesor, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb

dr. sc. Zdenko Tonković, redoviti profesor, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb

dr. sc. Mladen Šercer, redoviti profesor, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb

dr. sc. Mirko Husnjak, redoviti profesor, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb

dr. sc. Zoran Ren, redoviti profesor, Fakulteta za strojništvo, Maribor

*Institucija u kojoj je rad pohranjen:*

Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu



## ZAHVALA

Prvo, bih želio izraziti najveću zahvalnost mentoru, prof. dr. sc. Zdenku Tonkoviću, za njegovo nesebično vodstvo i stalnu potporu tijekom dosadašnjih istraživanja koja su rezultirala ovim doktorskim radom.

Zahvaljujem članovima povjerenstva, prof. dr. sc. Jurici Soriću, prof. dr. sc. Mladenu Šerceru, prof. dr. sc. Mirku Husnjaku i prof. dr. sc. Zoranu Renu, za pronalaženje vremena za pregled ovog rada, te za sve komentare i primjedbe koje su poboljšale njegovu kvalitetu.

Posebna zahvalnost ide svim divnim ljudima, djelatnicima Laboratorija za numeričku mehaniku, prof. dr. sc. Ivi Alfireviću, doc. dr. sc. Igoru Karšaju, dr. sc. Tomislavu Jarku, Martini Lovrenić-Jugović, dipl. ing. stroj., Josipu Hosteru, dipl. ing. stroj., Eduardu Mareniću, dipl. ing. stroj., Tomislavu Lesičaru, mag. ing. stroj. i Borisu Jalušiću, mag. ing. stroj. za njihove rasprave, diskusije i nesebičnu potporu tijekom svih ovih godina.

Zahvaljujem kolegama prof. dr. sc. Janošu Kodvanju, dr. sc. Anti Bakiću, dr. sc. Nenadu Drvaru, Martinu Surjaku, mag. ing. stroj., Zvonimiru Tomičeviću, mag. ing. stroj. i laborantu Gordanu Plačku iz Laboratorija za eksperimentalnu mehaniku, za nesebičnu potporu tijekom provođenja svih eksperimenata.

Htio bih se također zahvaliti svim kolegama sa Zavoda za tehničku mehaniku za sve pruženo znanje i pomoć, te sve korisne savjete.

Od srca zahvaljujem supruzi Kseniji i sinu Ivanu, te roditeljima Janku i Biserki na ukazanom povjerenju i golemom strpljenju, koje se pokazalo neophodno za završetak ovog rada.

Na kraju, veliko hvala svima nespomenutima, a koji su mi na bilo koji način pomogli tijekom izrade ovog rada.

Hvala Vam svima!



## SADRŽAJ

|   |        |
|---|--------|
| PODACI ZA BIBLIOGRAFSKU KARTICU .....                   | VII    |
| ZAHVALA.....  | IX     |
| SADRŽAJ .....   | XI     |
| PREDGOVOR .....   | XV     |
| SAŽETAK.....  | XIX    |
| SUMMARY .....   | XXI    |
| KLJUČNE RIJEČI .....                                    | XXIII  |
| POPIS KRATICA .....                                     | XXV    |
| POPIS OZNAKA .....                                      | XXVII  |
| POPIS SLIKA .....                                       | XXXIII |
| POPIS TABLICA.....                                      | XLI    |
| 1. UVOD .....   | 1      |
| 1.1. Pregled dosadašnjih istraživanja.....              | 1      |
| 1.2. Motivacija .....                                   | 6      |
| 1.3. Hipoteza .....                                     | 8      |
| 2. O MEHANICI LOMA .....                                | 11     |
| 2.1. Koeficijent intenzivnosti naprezanja.....          | 13     |
| 2.2. $J$ -integral .....                                | 17     |
| 2.3. $C$ -integral .....                                | 21     |
| 2.3.1. Puzanje .....                                    | 21     |
| 2.3.2. Definicija $C$ -integrala.....                   | 23     |
| 3. O GRANIČNOJ ANALIZI .....                            | 27     |
| 3.1. Granično opterećenje .....                         | 27     |
| 3.2. Opterećenje plastičnog kolapsa.....                | 28     |
| 4. O NUMERIČKOM MODELU .....                            | 31     |
| 4.1. Korišteni klasični konačni elementi.....           | 31     |
| 4.1.1. Ljuskasti konačni element.....                   | 31     |
| 4.1.2. Prizmatični konačni element.....                 | 31     |
| 4.1.3. Osnosimetrični konačni element.....              | 32     |
| 4.2. Konačni elementi za primjenu u mehanici loma.....  | 32     |
| 4.2.1. Singularni elementi za 3D analizu .....          | 34     |
| 4.2.2. Prikaz kontura na mreži konačnih elemenata ..... | 35     |

---

|  |     |
|--|-----|
| 4.3. Podmodeliranje .....  | 36  |
| 4.3.1. Podjele tehnika podmodeliranja.....                                       | 37  |
| 4.3.2. Povezivanje globalnog modela i podmodela .....                            | 38  |
| 4.3.3. Prednosti i nedostaci metode podmodeliranja .....                         | 39  |
| 5. MODELIRANJE PUKOTINA U METALNIM CIJEVIMA .....                                | 41  |
| 5.1. Opis.....   | 41  |
| 5.1.1. Dimenzije i opterećenje cijevi.....                                       | 42  |
| 5.1.2. Dimenzije cijevi i pukotina .....   | 42  |
| 5.1.3. Mreža konačnih elemenata.....   | 43  |
| 5.2. Određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja.....                      | 44  |
| 5.3. Određivanje graničnog tlaka .....   | 49  |
| 5.4. Određivanje $J$ -integrala GE/EPRI metodom .....                            | 56  |
| 5.4.1. Elastični dio $J$ -integrala .....  | 58  |
| 5.4.2. Plastični dio $J$ -integrala.....   | 60  |
| 5.5. Određivanje $J$ -integrala metodom referentnog naprezanja.....              | 67  |
| 5.5.1. Izvod metode referentnog naprezanja .....                                 | 67  |
| 5.5.2. Određivanje funkcije omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka.... | 72  |
| 5.5.3. Definiranje optimiranog referentnog tlaka.....                            | 74  |
| 5.6. Metode procjene cjelovitosti konstrukcije .....                             | 76  |
| 5.6.1. Dijagram procjene loma .....  | 76  |
| 5.6.2. Dijagram sile razvoja pukotine .....                                      | 78  |
| 5.7. Određivanje naprezanja tečenja .....  | 79  |
| 5.8. Primjena metode podmodeliranja u određivanju parametara mehanike loma.....  | 80  |
| 5.8.1. Određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja .....                   | 82  |
| 5.8.2. Određivanje $J$ -integrala.....   | 87  |
| 6. MODELIRANJE PUKOTINA U CIJEVIMA GENERATORA PARE VVER-1000 ....                | 91  |
| 6.1. Opis.....   | 91  |
| 6.1.1. Materijal cijevi .....  | 93  |
| 6.1.2. Dimenzije i opterećenje cijevi.....                                       | 93  |
| 6.1.3. Dimenzije pukotine .....  | 94  |
| 6.1.4. Mreža konačnih elemenata.....   | 95  |
| 6.2. Određivanje graničnog tlaka .....   | 96  |
| 6.3. Određivanje tlaka plastičnog kolapsa .....                                  | 99  |
| 6.4. Određivanje faktora naprezanja tečenja.....                                 | 103 |
| 6.5. Određivanje $J$ -integrala GE/EPRI metodom .....                            | 106 |
| 6.5.1. Elastični dio $J$ -integrala .....  | 106 |
| 6.5.2. Plastični dio $J$ -integrala.....   | 108 |

---

---

|  |     |
|--|-----|
| 6.6. Određivanje $J$ -integrala metodom referentnog naprezanja.....                        | 113 |
| 6.7. Procjena cjelovitosti.....  | 114 |
| 7. ANALIZA ZAREZNOG DJELOVANJA U POLIMERNIM MATERIJALIMA.....                              | 117 |
| 7.1. Opis.....   | 117 |
| 7.1.1. Opisivanje ponašanja materijala.....  | 119 |
| 7.1.1.1. Konstitutivni materijalni model iz literature.....                                | 119 |
| 7.1.1.2. Numeričko modeliranje mehanizma puzanja.....                                      | 124 |
| 7.1.2. Proračunski model.....  | 130 |
| 7.2. Određivanje granične sile.....  | 132 |
| 7.3. Određivanje elastičnog dijela $J$ -integrala.....                                     | 133 |
| 7.4. Eksperimentalno određivanje $C^*$ -integrala.....                                     | 134 |
| 7.5. Određivanje $C^*$ -integrala metodom konačnih elemenata.....                          | 134 |
| 7.6. Određivanje $C^*$ -integrala metodom referentnog naprezanja.....                      | 137 |
| 7.7. Dijagram procjene loma za polietilen srednje gustoće.....                             | 139 |
| 7.7.1. Vrijeme do loma za eksperimentalno dobiven $C$ -integral.....                       | 141 |
| 7.7.2. Vrijeme do loma za numerički dobiven $C$ -integral.....                             | 142 |
| 8. ANALIZA ZAREZNOG DJELOVANJA U CIJEVIMA OD POLIETILENA PE100.....                        | 145 |
| 8.1. Eksperimentalno određivanje vremena do loma cijevi sa zarezom.....                    | 146 |
| 8.2. Određivanje $C^*$ -integrala.....   | 149 |
| 8.3. Procjena vremena do loma cijevi sa zarezom.....                                       | 151 |
| 8.4. Usporedba vremena do loma dobivenog eksperimentom i numerikom.....                    | 152 |
| 9. EKSPERIMENTALNO I NUMERIČKO MODELIRANJE ZAREZNOG<br>DJELOVANJA U POLIETILENU PE100..... | 155 |
| 9.1. Eksperimentalno istraživanje polietilena PE100.....                                   | 155 |
| 9.1.1. Elastoplastično ponašanje polietilena.....  | 156 |
| 9.1.2. Ponašanje polietilena kod puzanja.....  | 162 |
| 9.2. Numeričko modeliranje mehanizma puzanja.....  | 172 |
| 9.3. Analiza zarezna na cijevima.....  | 174 |
| 10. ZAKLJUČAK.....   | 177 |
| LITERATURA.....  | 185 |
| ŽIVOTOPIS.....   | 191 |
| CURRICULUM VITAE.....  | 193 |





## PREDGOVOR

Modeliranje oštećenja u metalnim i nemetalnim materijalima, kao i u biološkim tkivima, posljednjih godina sve više je predmet istraživanja znanstvenika. Osim toga, primjena novih materijala i tehnologija proizvodnje uz stroge zahtjeve na pouzdanost i sigurnost nameće razvoj naprednih metoda analize konstrukcija i opisivanja ponašanja materijala. Postojanjem oštećenja, ugrožena je sigurna eksploatacija i funkcionalnost konstrukcije te je kraći njen radni vijek. Ovisno o vrsti konstrukcije, gubitak cjelovitosti (integriteta) može dovesti do havarije s katastrofalnim posljedicama. Posebno se to odnosi na zahtjevnije konstrukcije kao što su posude pod tlakom i cjevovodi. Do rasta mikro-oštećenja i formiranja makro-pukotine dolazi uslijed niza degradacijskih mehanizama, koji mogu biti posljedica procesa izrade, radnih uvjeta, korozivnih procesa, odnosno sprega više njih istovremeno. Iz navedenih razloga važno je za otkrivene pukotine u materijalu primijeniti ispravne kriterije prihvatljivosti pukotine. Ukoliko su ovi kriteriji definirani prestrogo, odnosno prekonzervativno, veći broj pukotina je potrebno sanirati što je obično financijski neisplativo. S druge strane, preblago definiranim kriterijima povećava se vjerojatnost loma konstrukcijske komponente. Osim toga, važan zadatak u procesu projektiranja konstrukcije je primijeniti principe mehanike loma, za što su projektantu, za uvid u ponašanje materijala s pukotinom, potrebne relativno jednostavne inženjerske metode. U literaturi su dana rješenja i pripadni aproksimacijski izrazi za procjenu cjelovitosti metalnih konstrukcijskih komponenata. Međutim, ovi su izrazi ograničeni na jednostavnije opterećenje i geometriju komponente i pukotine, uz idealizirano ponašanje materijala. Primjenom ovih rješenja na složenije probleme mogu se dobiti konzervativna, ali u nekim slučajevima i netočna rješenja. Osim toga, primjena novih polimernih i kompozitnih materijala nameće razvoj novih metoda za procjenu cjelovitosti.

Iz navedenih razloga, preporuka novijih normi je da se za realnu procjenu cjelovitosti izrazi iz normi kombiniraju s rezultatima numeričke analize. Pritom se za navedene probleme najčešće primjenjuje metoda konačnih elemenata. Kao što je poznato, značajan utjecaj na točnost numeričkog postupka ima odabir konačnih elemenata te modeliranje geometrije, opterećenja, pukotine, načina oslanjanja konstrukcije, kao i ponašanja materijala. Cilj ovog rada bio je predložiti poboljšanja postojećih numeričkih metoda za procjenu cjelovitosti metalnih komponenata, da bi se na temelju toga mogli izvesti kompleksniji numerički

algoritmi za analizu pukotina u polimerima. Osim toga, namjera je bila eksperimentalno i numerički modelirati nelinearno i vremenski ovisno lomno ponašanje polietilena koji u novije vrijeme ima sve veću primjenu. Nova originalna rješenja omogućit će točnije definiranje kriterija za ocjenu prihvatljivosti pukotine u metalnim i polimernim materijalima te njenog utjecaja na vijek trajanja konstrukcijske komponente. Osim na cijevi, razvijeni postupci primjenljivi su i na druge konstrukcijske komponente.

Doktorski rad je podijeljen u 10 poglavlja:

- U 1. poglavlju dan je uvod rada, te je prikazan pregled dosadašnjih istraživanja iz literature. Opisana je motivacija izrade ovog doktorskog rada i postavljena je hipoteza rada.
- Osnove mehanike loma, te definiranje osnovnih parametra mehanike loma: koeficijenta intenzivnosti naprezanja,  $J$ -integrala i  $C$ -integrala, prikazani su u 2. poglavlju.
- 3. poglavlje prikazuje numeričku graničnu analizu konstrukcije. Opisana je razlika između graničnog opterećenja i opterećenja plastičnog kolapsa (sloma).
- Konačni elementi korišteni za provedbu numeričkih analiza opisani su u 4. poglavlju. Posebno su prikazani i opisani konačni elementi za modeliranje pukotine tj. singularni konačni elementi, zajedno s tipovima singularnosti ovisno o korištenom materijalnom modelu. Prikazan je princip i podjele tehnike podmodeliranja, te objašnjen princip povezivanja globalnog modela i podmodela.
- U 5. poglavlju detaljno je prikazana numerička analiza pukotina u metalnim cijevima. Prikazano je određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja i izračunavanje bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja. Prikazani su predloženi izrazi za računanje graničnog tlaka i optimiranog referentnog tlaka za cijevi s pukotinama. Izračunate su vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala pomoću GE/EPRI metode. Također je prikazano određivanje  $J$ -integrala metodom referentnog naprezanja, koja umanjuje nedostatke GE/EPRI metode. Osim toga, prikazane su osnove standardnih metoda za procjenu cjelovitosti konstrukcijske komponente s pukotinom. Metodom podmodeliranja provedena je analiza parametara mehanike loma, te je prikazan utjecaj veličine podmodela na vrijednosti parametara mehanike loma.

- Verifikacija predloženih izraza za granični tlak provedena je u 6. poglavlju na cijevima generatora pare tipa VVER 1000. Provedeno je određivanje  $J$ -integrala GE/EPRI metodom i metodom referentnog naprezanja te su dobivene vrijednosti uspoređene s rezultatima dobivenim primjenom inkrementalne teorije plastičnosti. Na kraju je provedena procjena cjelovitosti cijevi s pukotinom primjenom dijagrama sile razvoja pukotine.
- 7. poglavlje prikazuje analizu zarezova u polimernim materijalima. Eksperimentalni podaci za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom preuzeti su iz literature. Izveden je materijalni model koji je na razini materijalne točke integracije implementiran u programski paket ABAQUS. Prikazano je određivanje  $C$ -integrala metodom konačnih elemenata i metodom referentnog naprezanja, te su rezultati uspoređeni s eksperimentalnim podacima iz literature. Provedena je procjena cjelovitosti osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom primjenom u literaturi predloženog dijagrama procjene cjelovitosti konstrukcijske komponente od polietilena srednje gustoće.
- U 8. poglavlju provedeno je određivanje vijeka trajanja polimernih cijevi s vanjskim osnim zarezom. Dobivene vrijednosti su uspoređene s eksperimentalno dobivenim podacima iz literature.
- Provedba vlastitog eksperimenta za određivanje parametara materijala polietilena PE100 prikazana je u 9. poglavlju. Prvo je proveden statički vlačni test na standardnoj epruveti tipa 1BA za određivanje elastoplastičnog ponašanja, a zatim je prikazana priprema i tijek eksperimenta puzanja polietilena PE100.
- U 10. poglavlju dan je zaključak doktorskog rada i smjernice za buduće istraživanje. Osim toga, dan je sažetak znanstvenih doprinosa rada.



## SAŽETAK

U radu je provedeno numeričko modeliranje pukotina u metalima te eksperimentalno i numeričko modeliranje zareznog djelovanja u polimernim materijalima. Na temelju opsežnih numeričkih analiza debelostjenih metalnih cijevi opterećenih unutarnjim tlakom s polueliptičkim pukotinama različitih dimenzija, predloženi su izrazi za točniju procjenu  $J$ -integrala i graničnog tlaka u odnosu na do sada predložena rješenja. Pritom je u izrazima za referentno naprezanje i  $J$ -integral umjesto graničnog tlaka predložena nova funkcija opterećenja. To omogućava da rezultati za  $J$ -integral dobiveni novom metodom referentnog naprezanja neznatno odstupaju od rješenja dobivenih inkrementalnom teorijom plastičnosti, što je istraženo na primjerima debelostjenih cijevi generatora pare tipa VVER 1000. Usporedbom rješenja dobivenih primjenom predloženog izraza za granični tlak za debelu cijev s pukotinom s dostupnim rezultatima iz literature, dan je kritički osvrt na postojeća rješenja. Na temelju analiza plastičnog kolapsa (sloma) cijevi generatora pare pokazano je da rezultati dobiveni primjenom izraza iz literature za tlak plastičnog kolapsa mogu biti vrlo nepouzdana. Pritom je detaljno istražen utjecaj izbora naprezanja tečenja na procjenu plastičnog kolapsa cijevi. Umjesto faktora naprezanja tečenja koji ovisi samo o vrsti materijala, u izrazu za tlak plastičnog kolapsa cijevi predložen je novi faktor, koji osim o materijalu ovisi i o dimenzijama pukotine. To omogućuje točnije modeliranje kako plitkih, tako i dubokih pukotina u cijevima u odnosu na postojeća rješenja. Osim toga, vrlo detaljno je istražena primjena tehnike podmodeliranja za izračunavanje parametara mehanike loma u debelostjenim cijevima. Predložene su optimalne veličine podmodela u ovisnosti o duljini pukotine za izračunavanje parametara linearno elastične i elastoplastične mehanike loma.

U području istraživanja polimera, na temelju eksperimentalnih rezultata iz literature i s pomoću formulacija sličnih onima izvedenim za metalne materijale, izveden je numerički algoritam za modeliranje ponašanja polietilena srednje gustoće za slučaj puzanja, sprežanjem efekata viskoelastičnosti i viskoplastičnosti. Nova predložena formulacija namijenjena je analizi mehanizama primarnog i sekundarnog puzanja te loma pri sporom rastu pukotine u polietilenu. Modeliranje realnog ponašanja materijala omogućava točnije izračunavanje parametra mehanike loma  $C^*$ -integrala u vrhu pukotine u odnosu na do sada predložena rješenja. Rezultati numeričkih testova uspoređeni su s dostupnim eksperimentalnim i numeričkim rješenjima. Osim toga, u radu su provedena eksperimentalna istraživanja lomnog i vremenski ovisnog ponašanja polietilena PE100 pri različitim temperaturama i brzinama deformacije, što u literaturi nije istraženo. Određeni su parametri materijala za primarno-sekundarni zakon puzanja čime se je numeričko modeliranje približilo realnom ponašanju materijala. Rezultati numeričkih analiza zareznog djelovanja u cijevima od polietilena PE100 uspoređeni su s eksperimentalnim rješenjima iz literature.



## SUMMARY

Numerical modelling of cracks in metals and experimental and numerical modelling of notches in polymer materials are presented in this thesis. Thick-walled metal pipes with semi-elliptical cracks of various dimensions were subjected to internal pressure. On the basis of extensive numerical analysis of the case, expressions for a more accurate assessment of the  $J$ -integral and limit pressure in comparison to the previously recommended solutions are proposed. A new loading function is recommended instead of limit pressure in the expressions for reference stress and the  $J$ -integral. As a result, the results for the  $J$ -integral obtained by using the new reference stress method deviate insignificantly from the results obtained from the incremental theory of plasticity. This is illustrated by the examples of the thick-walled metal pipes of the VVER 1000 steam generators. The results obtained by using the proposed expressions for limit pressure in thick-walled metal pipes with cracks were compared with the results available in literature. An analysis of the plastic collapse of the pipes in steam generators has shown that the results obtained by using expressions for plastic collapse pressure from literature may indeed be very unreliable. The impact of the selection of the flow stress factor on the estimation of the plastic collapse pressure in pipes was investigated. Instead of the flow stress factor which depends only on the type of material, a new factor, which depends both on the material and on the crack dimensions, is proposed for the plastic collapse pressure expression. This provides more exact modelling not only for shallow cracks but also for deep cracks in pipes when compared to the existing solutions. Furthermore, a very detailed investigation was conducted into the use of the sub-modelling technique when calculating fracture mechanics parameters in thick-walled metal pipes. Optimal sizes of the sub-model related to the length of the crack are proposed for calculating the parameters of the linear elastic and the elastic-plastic fracture mechanics.

Regarding the research into polymers, a numerical algorithm for modelling the behaviour of medium-density polyethylene for the case of creeping, including viscoelastic and viscoplastic effects, was derived on the basis of experimental results available in literature and of formulations similar to those proposed for metal materials. The new numerical algorithm proposed is intended for analysing the mechanisms in primary and secondary creep and fracture during the slow crack growth in polyethylene. Modelling the real behaviour of materials allows a more accurate calculation of parameters of fracture mechanics. The results of numerical tests were compared to the available experimental and numerical solutions. In addition, the paper includes the conducted experimental research into the fracture and the time-dependent behaviour of PE100 polyethylene at various temperatures and deformation rates, which has not been reported in literature. Particular material parameters for a primary-secondary creep law were determined. This brought the numerical modelling close to the real behaviour of materials. The results of the numerical analysis for notched action in pipes made of PE100 polyethylene were compared to experimental results in literature.





## KLJUČNE RIJEČI

Ključne riječi:

metoda konačnih elemenata,  
mehanika loma,  
koeficijent intenzivnosti naprezanja,  
*J*-integral,  
granično opterećenje,  
opterećenje plastičnog kolapsa (sloma),  
metoda referentnog naprezanja,  
polietilen,  
puzanje i  
*C*-integral.

Keywords:

finite element method,  
fracture mechanics,  
stress intensity factor,  
*J*-integral,  
limit load,  
plastic collapse load,  
reference stress method,  
polyethylene,  
creep and  
*C*-integral.



## POPIS KRATICA

|         |  |
|---------|--|
| API     | - <i>American Petroleum Institute,</i>   |
| BS      | - <i>British Standards Institution,</i>  |
| CDF     | - dijagram sile razvoja pukotine ( <i>Crack Driving Force</i> ),                                     |
| DN      | - nazivni promjer cijevi,  |
| FAD     | - dijagram procjene loma ( <i>Failure Assessment Diagram</i> ),                                      |
| FNCT    | - osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom ( <i>Full Notched Crack Tensile specimen</i> ), |
| GE/EPRI | - <i>General Electric/Electric Power Research Institute,</i>   |
| MFR     | - maseni protok taljevine ( <i>Mass Flow Rate</i> ),   |
| MOP     | - nazivni tlak ( <i>Maximum Operating Pressure</i> ),  |
| MRN     | - metoda referentnog naprezanja,   |
| MRS     | - minimalna potrebna čvrstoća ( <i>Minimum Required Strength</i> ),                                  |
| NP      | - nazivni tlak,  |
| PE      | - polietilen,  |
| PE-HD   | - polietilen visoke gustoće ( <i>High Density Polyethylene</i> ),                                    |
| PE-LD   | - polietilen niske gustoće ( <i>Low Density Polyethylene</i> ),                                      |
| PE-MD   | - polietilen srednje gustoće ( <i>Medium Density Polyethylene</i> ),                                 |
| PN      | - nazivni tlak,  |
| PWR     | - <i>Pressurized Water Reactor,</i>  |
| R6      | - <i>British Energy,</i>   |
| RSM     | - metoda referentnog naprezanja ( <i>Reference Stress Method</i> ),                                  |
| SDR     | - standardni omjer dimenzija ( <i>Standard Dimension Ratio</i> ),                                    |
| SINTAP  | - <i>Structural INTEgrity Assessment Procedure,</i>  |
| VVER    | - <i>Vodo Vodnoy Energeticharskiy Reactor</i> i  |
| WWER    | - <i>Water-Water Energetic Reactor.</i>  |



## POPIS OZNAKA

- $a$  - dubina potpuno obodnog zareza,  
 $a$  - dubina pukotine,  
 $a$  - dubina zareza,  
 $a$  - pola duljine pukotine,  
 $A$  - parametar materijala,  
 $A$  - relativno suženje,  
 $A_m$  - amplituda u članovima višeg reda,  
 $b$  - polumjer preostalog ligamenta, tj. polumjer minimalnog presjeka epruvete,  
 $B_1$  - parametar materijala,  
 $B_2$  - parametar materijala,  
 $C$  - faktor sigurnosti,  
 $2c$  - duljina pukotine,  
 $2c$  - duljina zareza,  
 $c$  - pola duljine pukotine,  
 $C(t)$  -  $C$ -integral ovisan o vremenu puzanja,  
 $C^*$  -  $C$ -integral za slučaj velike zone puzanja tj. dugog vremena puzanja,  
 $C_{\text{eks}}^*$  - eksperimentalno dobiven  $C$ -integral,  
 $C_h^*$  -  $C$ -integral za globalno konstantno vremenski neovisno opterećenje,  
 $C_{\text{MKE}}^*$  -  $C^*$ -integral dobiven numerički metodom konačnih elemenata,  
 $C_{\text{MRN}}^*$  -  $C^*$ -integral dobiven metodom referentnog naprezanja,  
 $C_t$  -  $C$ -integral za slučaj male zone puzanja tj. kratkog vremena puzanja,  
 $ds$  - diferencijalna duljina konture  $\Gamma$ ,  
 $d_v$  - nazivni (vanjski) promjer cijevi,  
 $D$  - faktor ovisan o kriteriju tečenja,  
 $DN$  - nazivni (vanjski) promjer cijevi,  
 $E$  - modul elastičnosti,  
 $E'$  - modul elastičnosti za ravninsko stanje naprezanja,  
 $E'$  - modul elastičnosti za ravninsko stanje deformacije,

---

|                  |   |
|------------------|---|
| $f_{ij}$         | - bezdimenzijska funkcija u vodećem članu,  |
| $F$              | - bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu koeficijent intenzivnosti naprezanja, |
| $F$              | - osna sila,  |
| $F$              | - opterećenje,  |
| $F$              | - vlačna sila na epruveti,  |
| $F_C$            | - opterećenje plastičnog kolapsa,   |
| $F_L$            | - granična sila,  |
| $F_y$            | - opterećenje plastičnog tečenja,   |
| $g_{ij}^{(m)}$   | - bezdimenzijska funkcija u članovima višeg reda,                                     |
| $h_1$            | - bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu elastičnog dijela $J$ -integrala,     |
| $h_1$            | - bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala,     |
| $H_1$            | - funkcija omjera plastičnog i elastičnog dijela $J$ -integrala,                      |
| $J$              | - ukupni $J$ -integral,   |
| $J_{3D}$         | - $J$ -integral dobiven 3D konačnim elementima,                                       |
| $J_e$            | - elastični dio $J$ -integrala,   |
| $J_e$            | - elastični dio $J$ -integrala dobiven numeričkom analizom,                           |
| $J_{\text{mat}}$ | - lomna žilavost materijala,  |
| $J_{\text{MKE}}$ | - ukupni $J$ -integral dobiven numeričkim analizom metodom konačnih elemenata,        |
| $J_p$            | - plastični dio $J$ -integrala,   |
| $J_{\text{PM}}$  | - $J$ -integral dobiven podmodeliranjem,  |
| $J_r$            | - ordinata u dijagramu sile razvoja pukotine,   |
| $J(t)$           | - vremenski ovisan $J$ -integral definiran oko vrha zarez,                            |
| $k$              | - faktor naprezanja tečenja,  |
| $k$              | - konstanta,  |
| $K$              | - koeficijent intenzivnosti naprezanja,   |
| $K_{3D}$         | - koeficijent intenzivnosti naprezanja dobiven 3D konačnim elementima,                |
| $K_I$            | - koeficijent intenzivnosti naprezanja za I način otvaranja pukotine,                 |

---

|             |   |
|-------------|---|
| $K_{IC}$    | - lomna žilavost materijala,  |
| $K_{I,Lit}$ | - koeficijent intenzivnosti naprezanja preuzet iz literature,   |
| $K_{I,MKE}$ | - koeficijent intenzivnosti naprezanja dobiven numeričkim analizama,                                    |
| $K_{II}$    | - koeficijent intenzivnosti naprezanja za II način otvaranja pukotine,                                  |
| $K_{III}$   | - koeficijent intenzivnosti naprezanja za III način otvaranja pukotine,                                 |
| $K_{PM}$    | - koeficijent intenzivnosti naprezanja dobiven podmodeliranjem,   |
| $K_r$       | - ordinata u dijagramu procjene loma,   |
| $2L$        | - duljina cijevi,   |
| $L$         | - pola duljine epruvete,  |
| $L_r$       | - apscisa u dijagramu procjene loma,  |
| $L_r^{max}$ | - granica plastičnog kolapsa,   |
| $m$         | - broj točaka integracije po elementu,  |
| $m$         | - parametar materijala,   |
| $M_2$       | - Foliasov faktor,  |
| $MFR$       | - maseni protok taljevine,  |
| $MRS$       | - minimalna potrebna čvrstoća,  |
| $n$         | - broj čvorova po elementu,   |
| $n$         | - eksponent materijala dobiven interpolacijom eksperimentalno dobivene krivulje naprezanje-deformacija, |
| $n$         | - parametar materijala,   |
| $n$         | - parametar očvršćenja materijala,  |
| $n_1$       | - parametar materijala,   |
| $n_2$       | - parametar materijala,   |
| $n_j$       | - komponenta jediničnog vektora normale na $\Gamma$ ,   |
| $N_i$       | - funkcija oblika konačnog elementa,  |
| $NP$        | - nazivni tlak,   |
| $p$         | - unutarnji tlak,   |
| $p_1$       | - parametar materijala,   |
| $p_C$       | - tlak plastičnog kolapsa,  |
| $p_L$       | - granični tlak,  |

---



---

|               |   |
|---------------|---|
| $p_{L, INT}$  | - granični tlak dobiven interpolacijom,                                       |
| $p_{L, Lit.}$ | - granični tlak iz literature,  |
| $p_{L, MKE}$  | - granični tlak dobiven numerički metodom konačnih elemenata,                 |
| $PN$          | - nazivni tlak,   |
| $p_{oR}$      | - optimirani referentni tlak,   |
| $p_{oR, INT}$ | - optimirani referentni tlak dobiven interpolacijom,                          |
| $p_{oR, MKE}$ | - optimirani referentni tlak dobiven numerički metodom konačnih elemenata,    |
| $p_{ref}$     | - referentni tlak,  |
| $q$           | - proizvoljna glatka težinska funkcija definirana na području integracije,    |
| $q_i$         | - vrijednost proizvoljne glatke težinske funkcije u $i$ -tom čvoru,           |
| $r$           | - koordinata u polarnom koordinatnom sustavu,                                 |
| $r$           | - udaljenost od vrha pukotine,  |
| $R$           | - polumjer epruvete,  |
| $R_i$         | - unutarnji polumjer cijevi,  |
| $R_o$         | - vanjski polumjer cijevi,  |
| $2s$          | - veličina podmodela,   |
| $s$           | - nazivna (minimalna) debljina stijenke,                                      |
| $S$           | - serija cijevi,  |
| $SDR$         | - standardni omjer dimenzija cijevi,  |
| $t$           | - debljina stijenke cijevi,   |
| $t$           | - vrijeme puzanja,  |
| $t_{fp}$      | - vrijeme prijelaza između primarnog i sekundarnog puzanja,                   |
| $t_{r,eks}$   | - vrijeme do loma cijevi dobiveno eksperimentalno,                            |
| $t_r$         | - vrijeme do loma cijevi dobiveno numerički,                                  |
| $t_r$         | - vrijeme do loma epruvete,   |
| $t_T$         | - vrijeme prijelaza iz male u veliku zonu tj. kratkog u dugo vrijeme puzanja, |
| $T$           | - temperatura,  |
| $T_i$         | - $i$ -ta komponenta vektora naprezanja na $ds$ ,                             |
| $T_m$         | - temperatura omekšanja po Vicatu,  |

---

|                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| $u_i$                               | - $i$ -ta komponenta vektora pomaka,  |
| $w_l$                               | - težinski faktor,  |
| $W$                                 | - gustoća deformacijske energije,   |
| $\dot{W}$                           | - brzina gustoće deformacijske energije,  |
| $x_1$                               | - koordinata u pravokutnom koordinatnom sustavu,  |
| $x_2$                               | - koordinata u pravokutnom koordinatnom sustavu,  |
| $Y$                                 | - faktor oblika,  |
| $Z$                                 | - relativno produljenje,  |
| $\alpha$                            | - parametar materijala dobiven interpolacijom eksperimentalno dobivene krivulje naprezanje-deformacija,                     |
| $\gamma$                            | - funkcija omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka,  |
| $\gamma_{\text{INT}}$               | - funkcija omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka dobivena interpoliranim izrazom,                                |
| $\Gamma$                            | - kontura oko vrha pukotine,  |
| $\delta$                            | - pomak točke $A$ na epruveti uslijed puzanja,  |
| $\delta_{lj}$                       | - Kroneckerov delta,  |
| $\dot{\delta}_{\text{eks}}$         | - eksperimentalna brzina puzanja,   |
| $\Delta t$                          | - inkrement vremena puzanja,  |
| $\Delta \varepsilon_c$              | - inkrement deformacije puzanja,  |
| $\varepsilon$                       | - deformacija,  |
| $\varepsilon_c$                     | - deformacija puzanja,  |
| $\dot{\varepsilon}_c$               | - brzina deformacije puzanja,   |
| $\dot{\varepsilon}_{c, \text{ref}}$ | - brzina deformacije kod referentnog naprezanja, dobivena iz dijagrama brzina deformacije-vrijeme za referentno naprezanje, |
| $\dot{\varepsilon}_{\text{cr}}$     | - brzina deformacije puzanja,   |
| $\varepsilon_e$                     | - konvencionalna deformacija,   |
| $\varepsilon_e$                     | - elastična deformacija,  |
| $\varepsilon_{ij}$                  | - komponenta tenzora deformacije,   |
| $\dot{\varepsilon}_{ij}^c$          | - komponenta tenzora brzine deformacije puzanja,  |

---

---

|                            |  |
|----------------------------|--|
| $\varepsilon_0$            | - deformacija za granicu tečenja,  |
| $\varepsilon_{\text{ref}}$ | - referentna deformacija za referentno naprežanje, dobivena iz dijagrama stvarno naprežanje-deformacija, |
| $\varepsilon_p$            | - plastična deformacija,   |
| $\varepsilon_t$            | - stvarna deformacija,   |
| $\varepsilon_{t,pl}$       | - stvarna plastična deformacija,   |
| $\theta$                   | - koordinata u polarnom koordinatnom sustavu,  |
| $\nu$                      | - Poissonov faktor,  |
| $\xi_k$                    | - koordinata $i$ -te integracijske točke,  |
| $\rho$                     | - gustoća pri 23°C,  |
| $\rho$                     | - normalizirana duljina pukotine,  |
| $\sigma$                   | - ekvivalentno von Misesovo naprežanje,  |
| $\sigma$                   | - naprežanje,  |
| $\sigma$                   | - opterećenje beskonačne membrane,   |
| $\sigma_{22}$              | - glavno naprežanje,   |
| $\sigma_{c,\text{ref}}$    | - referentno naprežanje puzanja,   |
| $\sigma_e$                 | - konvencionalno naprežanje,   |
| $\sigma_f$                 | - naprežanje tečenja,  |
| $\sigma_{ij}$              | - komponenta tenzora naprežanja,   |
| $\sigma_{\text{net}}$      | - naprežanje u najmanjem presjeku epruvete,  |
| $\sigma_{\text{ref}}$      | - referentno naprežanje,   |
| $\sigma_t$                 | - stvarno naprežanje,  |
| $\sigma_u$                 | - vlačna čvrstoća,   |
| $\sigma_{xx}$              | - normalno naprežanje u smjeru osi $x$ ,   |
| $\sigma_y$                 | - granica tečenja,   |
| $\sigma_{yy}$              | - normalno naprežanje u smjeru osi $y$ ,   |
| $\varphi$                  | - kut pukotine $i$   |
| $\Omega$                   | - korektor plastičnosti.   |

## POPIS SLIKA

|  |    |
|--|----|
| Slika 1. Usporedba projektiranja primjenom: a) metoda klasične nauke o čvrstoći i b) metoda mehanike loma [49] .....                                     | 11 |
| Slika 2. Podjela mehanike loma u ovisnosti o ponašanju materijala [49] .....   | 12 |
| Slika 3. Utjecaj lomne žilavosti na mehanizam sloma konstrukcije [49].....   | 12 |
| Slika 4. Definiranje koordinatnih osi oko vrha pukotine [49, 51].....  | 14 |
| Slika 5. Osnovni oblici razvoja pukotina i formiranja ploha loma: a) I način, b) II način i c) III način [52].....                                       | 14 |
| Slika 6. Raspodjela normalnog napreznja na ravninu pukotine, $\sigma_{yy}$ [49, 51] .....  | 16 |
| Slika 7. Vlačno opterećena beskonačna membrana s pukotinom po cijeloj debljini [49].....   | 16 |
| Slika 8. Kontura $\Gamma$ za izračunavanje $J$ -integrala [49, 52].....  | 18 |
| Slika 9. Područje integracije za $J$ -integral u 2D: a) obuhvaća vrh i b) ne obuhvaća vrh [49, 51].....  | 19 |
| Slika 10. Područje integracije za $J$ -integral u 3D [49] .....  | 20 |
| Slika 11. Proizvoljna glatka težinska funkcija $q$ [49, 54].....   | 20 |
| Slika 12. Puzanje olovni cijevi pri sobnoj temperaturi [55] .....  | 22 |
| Slika 13. Dijagram puzanja konstrukcije opterećene konstantnim napreznjem [52, 56].....  | 22 |
| Slika 14. Zone deformacije i napreznja oko vrha pukotine kod puzanja [49] .....  | 23 |
| Slika 15. Elastično-idealno plastično ponašanje materijala.....  | 27 |
| Slika 16. Krivulja stvarno i konvencionalno napreznje-deformacija .....  | 28 |
| Slika 17. S8 – 8-čvorni ljuskasti konačni element: a) definicija čvorova i b) broj i položaj točaka integracije u S8R (reducirana integracija) [47]..... | 31 |
| Slika 18. C3D20 – 20-čvorni prizmatični konačni element [47].....  | 31 |
| Slika 19. Broj i položaj integracijskih točaka za: a) C3D20 i b) C3D20R [47] .....   | 32 |
| Slika 20. CAX8 – 8-čvorni osnosimetrični konačni element [47] .....  | 32 |
| Slika 21. Broj i položaj integracijskih točaka za: a) CAX8 i b) CAX8R [47] .....   | 32 |
| Slika 22. Prsten konačnih elemenata oko vrha pukotine [47] .....   | 33 |
| Slika 23. Kolabiranje konačnog elementa za 3D probleme [47].....   | 34 |
| Slika 24. Prikaz kontura u vrhu pukotine za 2D probleme [47] .....   | 35 |
| Slika 25. Prikaz kontura u vrhu pukotine za 3D probleme [47] .....   | 36 |
| Slika 26. Globalni model [47] .....  | 38 |
| Slika 27. Podmodel [47].....   | 38 |
| Slika 28. Globalni model [47] .....  | 39 |
| Slika 29. Povećani podmodel [47] .....   | 39 |
| Slika 30. Lomovi na cijevima i posudama pod tlakom [16, 63].....   | 41 |
| Slika 31. Dimenzije i opterećenje cijevi s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom opterećene unutarnjim tlakom.....                                     | 43 |

|  |    |
|--|----|
| Slika 32. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom $R_1/t=4, c/a=5$ i $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine .....   | 45 |
| Slika 33. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom $R_1/t=4, c/a=20$ i $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine .....  | 45 |
| Slika 34. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom $R_1/t=10, c/a=5$ i $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine .....  | 45 |
| Slika 35. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom $R_1/t=10, c/a=20$ i $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine .....   | 45 |
| Slika 36. Usporedba vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja dobivenih provedbom numeričkih analiza i rezultata iz [9].....   | 47 |
| Slika 37. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za $a/c=0,4$ i $a/t=0,5$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine .....  | 48 |
| Slika 38. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za $R_1/t=4, c/a=10$ i $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine .....  | 48 |
| Slika 39. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za $R_1/t=10, c/a=15$ i $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine .....   | 49 |
| Slika 40. Plastični kolaps cijevi bez pukotine: a) eksperiment [16] i b) analiza metodom konačnih elemenata .....  | 50 |
| Slika 41. Usporedba graničnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom s izrazima iz literature [21] i [20, 29] za: a) $R_1/t=4$ i $c/a=5$ ; b) $R_1/t=4$ i $c/a=10$ ; c) $R_1/t=4$ i $c/a=15$ ; d) $R_1/t=4$ i $c/a=20$ ; e) $R_1/t=10$ i $c/a=5$ ; f) $R_1/t=10$ i $c/a=10$ ; g) $R_1/t=10$ i $c/a=15$ i h) $R_1/t=10$ i $c/a=20$ .....            | 53 |
| Slika 42. Usporedba graničnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom s izrazom predloženim od Kima i ostalih autora [18] za: a) $R_1/t=4$ i $c/a=5$ ; b) $R_1/t=4$ i $c/a=10$ ; c) $R_1/t=4$ i $c/a=15$ ; d) $R_1/t=4$ i $c/a=20$ ; e) $R_1/t=10$ i $c/a=5$ ; f) $R_1/t=10$ i $c/a=10$ ; g) $R_1/t=10$ i $c/a=15$ i h) $R_1/t=10$ i $c/a=20$ ..... | 55 |
| Slika 43. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za $R_1/t=4, c/a=15$ i $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine .....  | 56 |
| Slika 44. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za $R_1/t=10, c/a=10$ i $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine .....   | 56 |
| Slika 45. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za $R_1/t=4, c/a=10$ i $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine .....  | 59 |
| Slika 46. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za $R_1/t=10, c/a=15$ i $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine .....   | 59 |
| Slika 47. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala s veličinom opterećenja za $R_1/t=4, c/a=5$ : a) $a/t=0,2$ i b) $a/t=0,6$ .....  | 64 |
| Slika 48. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala s veličinom opterećenja za $R_1/t=10, c/a=5$ : a) $a/t=0,2$ i b) $a/t=0,6$ .....   | 65 |

|   |    |
|---|----|
| Slika 49. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za $R_i/t=4$ , $c/a=5$ i $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine .....   | 66 |
| Slika 50. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za $R_i/t=10$ , $c/a=20$ i $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine .....   | 66 |
| Slika 51. Funkcija odnosa optimiranog referentnog tlaka i graničnog tlaka u ovisnosti o duljini i dubini pukotine .....   | 73 |
| Slika 52. Dijagram procjene loma (FAD, <i>Failure Assessment Diagram</i> ) .....  | 77 |
| Slika 53. Dijagram sile razvoja pukotine (CDF, <i>Crack Driving Force</i> ) .....   | 79 |
| Slika 54. Elastično-idealno plastično ponašanje materijala uz naprezanje tečenja .....  | 80 |
| Slika 55. Cijev s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom opterećena unutarnjim tlakom: a) dimenzije i opterećenje cijevi, b) geometrija i dimenzije podmodela i c) geometrija i dimenzije pukotine.....  | 81 |
| Slika 56. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom $R_i/t=10$ , $c/a=10$ , $a/t=0,4$ i $s/c=2$ : a) globalni model i b) podmodel .....  | 81 |
| Slika 57. Stvarni položaj podmodela na globalnom modelu cijevi s pukotinom za $R_i/t=10$ , $c/a=10$ , $a/t=0,4$ i $s/c=2$ .....   | 82 |
| Slika 58. Ovisnost koeficijenta intenzivnosti naprezanja o veličini podmodela $R_i/t=10$ , $c/a=10$ i $a/t=0,4$ [74] .....  | 83 |
| Slika 59. Ovisnost koeficijenta intenzivnosti naprezanja o veličini podmodela $R_i/t=4$ , $c/a=5$ i $a/t=0,4$ [75] .....  | 83 |
| Slika 60. Radijalni pomak unutarnje stijenke cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine u osnom smjeru $R_i/t=10$ , $c/a=10$ i $a/t=0,4$ .....   | 84 |
| Slika 61. Radijalni pomak unutarnje stijenke cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine u cirkularnom smjeru $R_i/t=10$ , $c/a=10$ i $a/t=0,4$ .....   | 84 |
| Slika 62. Cirkularno naprezanje na unutarnjoj stjeci cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine u osnom smjeru $R_i/t=10$ , $c/a=10$ i $a/t=0,4$ .....   | 85 |
| Slika 63. Cirkularno naprezanje na unutarnjoj stjeci cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine u cirkularnom smjeru $R_i/t=10$ , $c/a=10$ i $a/t=0,4$ .....   | 85 |
| Slika 64. Opterećenje 3D modela i podmodela jednakim tlakom: a) shematski prikaz deformiranog oblika podmodela i 3D modela i b) deformirani oblik podmodela.....  | 86 |
| Slika 65. Cirkularno naprezanje na unutarnjoj stjeci cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine u osnom smjeru $R_i/t=4$ , $c/a=5$ i $a/t=0,4$ : a) cijelo područje, b) detaljniji prikaz u području A i c) detaljniji prikaz u području B ..... | 87 |
| Slika 66. Ovisnost $J$ -integrala o veličini podmodela $R_i/t=10$ , $c/a=10$ i $a/t=0,4$ .....  | 88 |
| Slika 67. Ovisnost $J$ -integrala o veličini podmodela $R_i/t=4$ , $c/a=5$ i $a/t=0,4$ .....  | 89 |
| Slika 68. Shema nuklearne elektrane s PWR reaktorom [76] .....  | 91 |
| Slika 69. Generator pare VVER-1000 [77] .....   | 92 |
| Slika 70. Cijevi parogenerators VVER-1000 [78] .....  | 93 |
| Slika 71. Konvencionalna krivulja naprezanje, $\sigma$ , -deformacija, $\varepsilon$ , za austenitni čelik 08X18H10T [79].....  | 94 |
| Slika 72. Dimenzije i opterećenje cijevi generatora pare s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom opterećene unutarnjim tlakom .....   | 94 |

|   |     |
|---|-----|
| Slika 73. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za $2c = 5\text{ mm}$ , $a/t = 0,4$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine .....   | 95  |
| Slika 74. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za $2c = 5\text{ mm}$ , $a/t = 0,6$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine .....   | 95  |
| Slika 75. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za $2c = 20\text{ mm}$ , $a/t = 0,4$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine .....  | 96  |
| Slika 76. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za $2c = 20\text{ mm}$ , $a/t = 0,6$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine .....  | 96  |
| Slika 77. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za $2c = 40\text{ mm}$ , $a/t = 0,4$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine .....  | 96  |
| Slika 78. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za $2c = 40\text{ mm}$ , $a/t = 0,6$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine .....  | 97  |
| Slika 79. Usporedba vrijednosti graničnog tlaka za cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom dobivenih numeričkom analizom, predloženim izrazom (38) i izrazom predloženim od Kima i ostalih autora [18] za: a) $2c = 5\text{ mm}$ ; b) $2c = 10\text{ mm}$ ; c) $2c = 20\text{ mm}$ ; d) $2c = 30\text{ mm}$ ; e) $2c = 40\text{ mm}$ i f) $2c = 50\text{ mm}$ ..... | 98  |
| Slika 80. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za $2c = 10\text{ mm}$ i $a/t = 0,4$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine .....   | 99  |
| Slika 81. Usporedba tlaka plastičnog kolapsa za cijevi generatora pare dobivenih numeričkom analizom, predloženim izrazom (38) i izrazima predloženim od Cartera [21] i Staata [20, 29] za: a) $2c = 5\text{ mm}$ ; b) $2c = 10\text{ mm}$ ; c) $2c = 20\text{ mm}$ ; d) $2c = 30\text{ mm}$ ; e) $2c = 40\text{ mm}$ i f) $2c = 50\text{ mm}$ .....  | 100 |
| Slika 82. Promjena graničnog tlaka i tlaka plastičnog kolapsa u ovisnosti o radijalnom pomaku točke $A$ za $a/t = 0,6$ i $2c = 20; 30; 40$ i $50\text{ mm}$ .....   | 102 |
| Slika 83. Funkcija $k_1$ u ovisnosti o duljini pukotine, $2c$ i dubini pukotine, $a$ .....  | 104 |
| Slika 84. Usporedba tlaka plastičnog kolapsa u ovisnosti o funkciju $k_1$ za cijevi generatora pare dobivenih numeričkom analizom, predloženim izrazom (95) i izrazima predloženim od Carter-a [21] i Staat-a [20, 29] za: a) $2c = 10\text{ mm}$ ; b) $2c = 20\text{ mm}$ ; c) $2c = 30\text{ mm}$ ; d) $2c = 40\text{ mm}$ i e) $2c = 50\text{ mm}$ .....   | 106 |
| Slika 85. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za $2c = 30\text{ mm}$ i $a/t = 0,8$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine .....   | 107 |
| Slika 86. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala s veličinom opterećenja za $2c = 5\text{ mm}$ : a) $a/t = 0,2$ i $a/t = 0,4$ i b) $a/t = 0,6$ i $a/t = 0,8$ 111   |     |
| Slika 87. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala s veličinom opterećenja za $2c = 10\text{ mm}$ : a) $a/t = 0,2$ i $a/t = 0,4$ i b) $a/t = 0,6$ i $a/t = 0,8$ .....  | 111 |

|   |     |
|---|-----|
| Slika 88. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala s veličinom opterećenja za $2c = 20\text{ mm}$ : a) $a/t = 0,2$ i $a/t = 0,4$ i b) $a/t = 0,6$ i $a/t = 0,8$ .....  | 111 |
| Slika 89. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala s veličinom opterećenja za $2c = 30\text{ mm}$ : a) $a/t = 0,2$ i $a/t = 0,4$ i b) $a/t = 0,6$ i $a/t = 0,8$ .....  | 112 |
| Slika 90. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala s veličinom opterećenja za: a) $2c = 40\text{ mm}$ : $a/t = 0,4$ ; $a/t = 0,6$ i $a/t = 0,8$ i b) $2c = 50\text{ mm}$ : $a/t = 0,4$ ; $a/t = 0,6$ i $a/t = 0,8$ .....   | 112 |
| Slika 91. Usporedba vrijednosti $J$ -integrala dobivenih GE/EPRI metodom, metodom referentnog naprezanja i numerički primjenom inkrementalne teorije plastičnosti za $2c = 5\text{ mm}$ : a) $a = 0,3\text{ mm}$ ; b) $a = 0,6\text{ mm}$ ; c) $a = 0,9\text{ mm}$ i d) $a = 1,2\text{ mm}$ .....                                   | 113 |
| Slika 92. Dijagram sile razvoja pukotine za $2c = 5\text{ mm}$ : a) $a = 0,3\text{ mm}$ ; b) $a = 0,6\text{ mm}$ ; c) $a = 0,9\text{ mm}$ i d) $a = 1,2\text{ mm}$ .....  | 114 |
| Slika 93. Primjena polietilena: spremnici, folije i obloge kabela i strojarski dijelovi, kao npr. zupčanici, lančanici [80, 81].....  | 117 |
| Slika 94. Polietilenske cijevi: a) netlačne cijevi za odvođe i b) tlačne cijevi za distribuciju vode i plina [83].....  | 118 |
| Slika 95. Vrste lomova polietilenskih cijevi [84, 85].....  | 119 |
| Slika 96. Krivulje stvarno naprezanje-deformacija za polietilen srednje gustoće pri $60^\circ\text{C}$ [37, 45]..   | 120 |
| Slika 97. Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom ( <i>full notched crack tensile</i> (FNCT) <i>specimen</i> ): a) shematski prikaz i b) detaljni prikaz epruvete i presjeka na mjestu zareza [33, 36, 37, 45, 46].....  | 121 |
| Slika 98. Dijagram ovisnosti pomaka, $\delta$ , točke A o vremenu puzanja, $t$ , za polietilen srednje gustoće pri $60^\circ\text{C}$ i $\sigma_{\text{net}} = 8\text{ MPa}$ [36, 37, 45, 46].....  | 122 |
| Slika 99. Površine loma epruvete [33, 36, 37] .....   | 122 |
| Slika 100. Usporedba krivulja deformacija, $\varepsilon$ , u ovisnosti o vrijeme puzanja, $t$ , dobivenih eksperimentalno [33, 36, 37] i parametrima aproksimacije.....   | 124 |
| Slika 101. Integracijski algoritam za jedan vremenski korak.....  | 126 |
| Slika 102. Mreža 1 konačnih elemenata za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom: a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza, c) dodatno usitnjena mreža u vrhu zareza i d) detalj mreže oko vrha zareza .....  | 127 |
| Slika 103. Mreža 2 konačnih elemenata za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom: a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza, c) dodatno usitnjena mreža u vrhu zareza i d) detalj mreže oko vrha zareza .....  | 127 |
| Slika 104. Mreža 3 konačnih elemenata za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom: a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza, c) dodatno usitnjena mreža u vrhu zareza i d) detalj mreže oko vrha zareza .....  | 127 |
| Slika 105. Usporedba dijagrama međusobne ovisnosti pomaka, $\delta$ , točke A o vremenu puzanja, $t$ , materijala pri $60^\circ\text{C}$ i za $\sigma_{\text{net}} = 8\text{ MPa}$ dobivenog eksperimentalno, Hamouda i ostali autori [33, 36, 37], i numerički primjenom korisničke rutine CREEP u programskom paketu ABAQUS ..... | 128 |
| Slika 106. Deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom diskretizirane Mrežom 3: a) dio epruvete i b) područje oko vrha zareza .....  | 128 |



|  |     |
|--|-----|
| Slika 107. Prikaz raspodjele ekvivalentne deformacije od puzanja u vrhu zareza nakon $10^5$ s: a) Hamouda i ostali autori [33, 36, 37] i b) numerički primjenom rutine CREEP .....   | 129 |
| Slika 108. Prikaz raspodjele naprezanje $\sigma_{22}$ /MPa u vrhu zareza nakon $10^5$ s: a) Hamouda i ostali autori [33, 36, 37] i b) numerički primjenom rutine CREEP .....   | 130 |
| Slika 109. Relaksacija maksimalnog glavnog naprezanja, $\sigma_{22}$ , u ovisnosti o udaljenosti od vrha zareza i vremenu puzanja .....  | 130 |
| Slika 110. Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom .....  | 131 |
| Slika 111. Diskretizirani proračunski model za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dubine $a/R = 0,375$ : a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza, c) dodatno usitnjena mreža u vrhu zareza i d) detalj mreže oko vrha zareza ..... | 131 |
| Slika 112. Diskretizirani proračunski model za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dubine $a/R = 0,625$ : a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza, c) dodatno usitnjena mreža u vrhu zareza i d) detalj mreže oko vrha zareza ..... | 132 |
| Slika 113. Dijagram opterećenje, $F$ , u ovisnosti o pomaku točke $A$ , $u$ , za odnos $a/R = 0,25$ .....  | 132 |
| Slika 114. Deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom dubine $a/R = 0,125$ : a) dio epruvete i b) područje oko vrha pukotine .....   | 133 |
| Slika 115. Deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom dubine $a/R = 0,25$ : a) dio epruvete i b) područje oko vrha pukotine .....  | 133 |
| Slika 116. Deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom dubine $a/R = 0,625$ : a) dio epruvete i b) područje oko vrha pukotine .....   | 137 |
| Slika 117. Deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom dubine $a/R = 0,75$ : a) dio epruvete i b) područje oko vrha pukotine .....  | 139 |
| Slika 118. Dijagram procjene loma: a) naprezanje na najmanjem presjeku i b) koeficijent intenzivnosti naprezanja [36] .....  | 140 |
| Slika 119. Dijagram procjene loma za polietilen srednje gustoće [36] .....   | 141 |
| Slika 120. Prošireni dijagram procjene loma za polietilen srednje gustoće [36] .....   | 142 |
| Slika 121. Procjena vremena do loma za zarez dubine $a/R = 0,25$ eksperimentalno dobivenim $C^*$ -integralom [36] .....  | 142 |
| Slika 122. Procjena vremena do loma za zarez dubine $a/R = 0,25$ $C^*$ -integralom dobivenim metodom konačnih elemenata [36] .....   | 143 |
| Slika 123. Geometrijske značajke polietilenskih cijevi .....   | 146 |
| Slika 124. Skica naprave za urezivanje osnih zareza [99] .....   | 147 |
| Slika 125. Naprava za urezivanje osnih zareza [99] .....   | 148 |
| Slika 126. Uranjanje cijevi od PE100 u bazen ispitne stanice [99] .....  | 148 |
| Slika 127. Dimenzije i opterećenje cijevi s vanjskim osnim zarezom opterećene unutarnjim tlakom .....  | 149 |
| Slika 128. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom $2c = 16$ mm i $a = 3$ mm: a) cijela cijev i b) mreža oko vrha zareza .....   | 150 |
| Slika 129. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom $2c = 50$ mm i $a = 2$ mm: a) cijela cijev i b) mreža oko vrha zareza .....   | 150 |
| Slika 130. Deformirani oblik cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom $2c = 16$ mm i $a = 3$ mm: a) cijela cijev i b) oko vrha pukotine .....  | 150 |
| Slika 131. Deformirani oblik cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom $2c = 50$ mm i $a = 2$ mm: a) cijela cijev i b) oko vrha pukotine .....  | 151 |

|   |     |
|---|-----|
| Slika 132. Procjena vremena do loma cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom $2c = 50 \text{ mm}$ i $a = 2 \text{ mm}$ [36].....  | 152 |
| Slika 133. Cijevi od polietilena PE100 tvrtke PipeLife d.o.o, Karlovac [98] .....   | 155 |
| Slika 134. Skica standardne epruvete tipa 1BA prema normi za vlačno ispitivanje polimera [100, 101] .....   | 156 |
| Slika 135. Epruveta 1BA od polietilena PE100 za vlačno ispitivanje polimera .....   | 157 |
| Slika 136. Cijevi od polietilena PE100 za izradu epruveta .....   | 157 |
| Slika 137. Kidalica tipa Messphysik, Beta 50.....   | 158 |
| Slika 138. Epruveta postavljena u čeljusti kidalice.....  | 158 |
| Slika 139. Ispitivanje epruvete 1BA.....  | 159 |
| Slika 140. Epruvete nakon ispitivanja: a) pri $60^\circ\text{C}$ , b) pri $80^\circ\text{C}$ i c) polomljena epruveta .....   | 160 |
| Slika 141. Krivulja konvencionalno naprezanje-konvencionalna deformacija pri $23^\circ\text{C}$ .....   | 160 |
| Slika 142. Krivulja konvencionalno naprezanje-konvencionalna deformacija pri $60^\circ\text{C}$ .....   | 161 |
| Slika 143. Krivulja konvencionalno naprezanje-konvencionalna deformacija pri $80^\circ\text{C}$ .....   | 161 |
| Slika 144. Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom .....   | 162 |
| Slika 145. Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom korištena u eksperimentu puzanja:<br>a) cijela epruveta i b) detalj zareza .....  | 163 |
| Slika 146. Cijevi od polietilena PE100, ustupio PipeLife d.o.o., Karlovac, za izradu osnosimetričnih epruveta s potpunim obodnim zarezom .....  | 163 |
| Slika 147. Naprava za izradu zareza na osnosimetričnoj epruveti s potpunim obodnim zarezom.....   | 164 |
| Slika 148. Nož s prihvatom .....  | 164 |
| Slika 149. Produženi konjić.....  | 164 |
| Slika 150. Izmjerene dimenzije polumjera vrha noža .....  | 165 |
| Slika 151. Puzalica tipa CEAST 6110.....  | 166 |
| Slika 152. Epruvete s markerima postavljene u čeljusti puzalice.....  | 167 |
| Slika 153. Eksperiment puzanja .....  | 167 |
| Slika 154. Dijagram međusobne ovisnosti ukupnog pomaka točke $A$ , $\delta$ , i vremena uslijed puzanja, $t$ , polietilena PE100 pri $80^\circ\text{C}$ .....   | 168 |
| Slika 155. Usporedba dijagrama međusobne ovisnosti ukupnog pomaka točke $A$ , $\delta$ , i vremena uslijed puzanja, $t$ , polietilena PE100 za dvije jednako opterećene epruvete.....                         | 168 |
| Slika 156. Osnosimetrična epruveta s markerima u čeljustima kidalice .....  | 169 |
| Slika 157. Ispitivanje osnosimetrične epruvete .....  | 169 |
| Slika 158. Epruvete nakon ispitivanja u ovisnosti o brzini deformacije: a) $0,348 \text{ mm/min}$ , b) $3,48 \text{ mm/min}$ i c) $34,8 \text{ mm/min}$ .....   | 170 |
| Slika 159. Dijagram međusobne ovisnosti sile, $F$ , i pomaka točke $A$ , $\delta$ , za polietilen PE100 pri $80^\circ\text{C}$ .....  | 170 |
| Slika 160. Dijagram međusobne ovisnosti pomaka točke $A$ uslijed puzanja, $\delta_{\text{pu}}$ , i vremena, $t$ , za polietilen PE100 pri $80^\circ\text{C}$ .....  | 171 |
| Slika 161. Dijagram međusobne ovisnosti deformacije puzanja točke $A$ , $\varepsilon_{\text{pu}}$ , i vremena uslijed puzanja, $t$ , polietilena PE100 pri $80^\circ\text{C}$ .....                           | 171 |
| Slika 162. Usporedba krivulja međusobne ovisnosti deformacije puzanja točke $A$ , $\varepsilon_{\text{pu}}$ , i vremena puzanja, $t$ , dobivenih eksperimentalno i primarno-sekundarnim zakonom puzanja ..... | 172 |

- Slika 163. Diskretizirani proračunski model za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dubine  $a/R = 0,25$ : a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza i c) detalj mreže oko vrha zareza ..... 173
- Slika 164. Usporedba dijagrama međusobne ovisnosti deformacije puzanja točke  $A$ ,  $\varepsilon_{pu}$ , i vremena uslijed puzanja,  $t$ , materijala pri  $80^{\circ}\text{C}$  i za  $F = 200\text{ N}$  dobivenog provedbom eksperimenta i numerički primjenom korisničke rutine CREEP u programskom paketu ABAQUS [47] ..... 173

## POPIS TABLICA

|  |     |
|--|-----|
| Tablica 1. Dimenzije cijevi i pukotina .....   | 43  |
| Tablica 2. Usporedba koeficijenta intenzivnosti naprezanja, $K_I / \text{MPa mm}^{1/2}$ .....  | 46  |
| Tablica 3. Koeficijent intenzivnosti naprezanja, $K_I / \text{MPa mm}^{1/2}$ .....   | 47  |
| Tablica 4. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja, $F$ ..   | 48  |
| Tablica 5. Granični tlak za cijev bez pukotine, $p_L / \text{MPa}$ .....   | 50  |
| Tablica 6. Granični tlak, $p_L / \text{MPa}$ .....   | 51  |
| Tablica 7. Razlika graničnih tlakova dobivenih interpolacijom i numerički primjenom metode konačnih elemenata.....   | 52  |
| Tablica 8. Elastični dio $J$ -integrala, $J_e / \text{MPa mm}$ , za unutarnji tlak iznosa $p = 100 \text{ MPa}$ .....  | 58  |
| Tablica 9. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu elastičnog dijela $J$ -integrala, $h_1(n=1)$ .....  | 59  |
| Tablica 10. Ukupni $J$ -integral, $J / \text{MPa mm}$ , za eksponent materijala $n = 3$ .....  | 60  |
| Tablica 11. Plastični dio $J$ -integrala, $J_p / \text{MPa mm}$ , za eksponent materijala $n = 5$ .....  | 61  |
| Tablica 12. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala, $h_1$ , za eksponent materijala $n = 7$ .....  | 63  |
| Tablica 13. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala, $h_1$ .....  | 65  |
| Tablica 14. Funkcija omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka, $\gamma$ , za $n = 10$ .....  | 72  |
| Tablica 15. Osrednjena funkcija omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka, $\gamma$ .....   | 73  |
| Tablica 16. Razlika funkcija odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka dobivenih interpolacijom i numerički.....  | 74  |
| Tablica 17. Optimirani referentni tlak, $p_{\text{or}} / \text{MPa}$ .....   | 74  |
| Tablica 18. Razlika optimiranog referentnog tlaka, $p_{\text{or}}$ , dobivenog interpolacijom i numerički.....   | 75  |
| Tablica 19. Značajke tj. karakteristike austenitnog čelika 08X18H10T [79].....   | 93  |
| Tablica 20. Dimenzije pukotina na cijevima generatora pare .....   | 94  |
| Tablica 21. Granični tlak za cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za značajke materijala pri $20^\circ\text{C}$ , $p_L / \text{MPa}$ .....            | 97  |
| Tablica 22. Tlak plastičnog kolapsa za cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za značajke materijala pri $300^\circ\text{C}$ , $p_C / \text{MPa}$ ..... | 99  |
| Tablica 23. Stvarno naprezanje i stvarna deformacija za materijal cijevi generatora pare pri $300^\circ\text{C}$ .....   | 101 |
| Tablica 24. Tlak plastičnog kolapsa za cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za značajke materijala pri $300^\circ\text{C}$ , $p_C / \text{MPa}$ ..... | 102 |
| Tablica 25. Funkcija $k_1$ .....   | 104 |
| Tablica 26. Elastični dio $J$ -integrala za unutarnji tlak $p = 100 \text{ MPa}$ i značajke materijala pri $20^\circ\text{C}$ ..   | 107 |

POPIS TABLICA

|  |     |
|--|-----|
| Tablica 27. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu elastičnog dijela $J$ -integrala, $h_1$ , pri 20°C .....   | 107 |
| Tablica 28. Ukupni $J$ -integral, $J$ / MPa mm .....   | 108 |
| Tablica 29. Plastični dio $J$ -integrala, $J_p$ / MPa mm .....   | 109 |
| Tablica 30. Bezdimenzijska plastična utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala, $h_1$ , u ovisnosti o opterećenju .....  | 110 |
| Tablica 31. Bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela $J$ -integrala, $h_1$ .....  | 112 |
| Tablica 32. Značajke polietilena srednje gustoće [33, 36, 37, 45, 46] .....  | 119 |
| Tablica 33. Stvarno naprezanje i stvarna plastična deformacija pri 60°C i $\dot{\epsilon} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .....  | 120 |
| Tablica 34. Granična sila za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom, $F_L$ / N .....   | 133 |
| Tablica 35. Elastični dio $J$ -integrala za osnosimetričnu epruvete s potpunim obodnim zarezom, $J_e$ / MPa mm .....   | 134 |
| Tablica 36. Eksperimentalna procjena $C^*$ -integrala za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dubine $a/R = 0,25$ , $C_{\text{eks}}^*$ / MPa mm s <sup>-1</sup> [36, 37, 45] ..... | 134 |
| Tablica 37. $C^*$ -integral za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dobiven metodom konačnih elemenata, $C^*$ / MPa mm s <sup>-1</sup> .....                                       | 136 |
| Tablica 38. $C^*$ -integral za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dobiven metodom referentnog naprezanja, $C^*$ / MPa mm s <sup>-1</sup> .....                                   | 138 |
| Tablica 39. Razlike $C^*$ -integrala za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dobivene metodom konačnih elemenata i metodom referentnog naprezanja .....                            | 138 |
| Tablica 40. Vrijeme do loma za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom, $t_r$ / s .....   | 142 |
| Tablica 41. Vrijeme do loma dobiveno eksperimentalno [99], $t_{r,\text{eks}}$ / h .....  | 148 |
| Tablica 42. $C^*$ -integral dobiven numerički, $C^*$ / MPa mm s <sup>-1</sup> .....  | 151 |
| Tablica 43. Vrijeme do loma za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom, $t_r$ / h .....   | 151 |
| Tablica 44. Razlika vrijednosti vremena do loma dobivenog eksperimentalno i numerički .....  | 152 |
| Tablica 45. Značajke polietilena PE100 [98] pri sobnoj temperaturi .....   | 156 |
| Tablica 46. Tehničke značajke kidalice Messphysik, Beta 50 [103] .....   | 157 |
| Tablica 47. Stvarno naprezanje i pripadna stvarna plastična deformacija za 80°C i $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .....   | 161 |
| Tablica 48. Tehničke značajke puzalice CEAST 6110 [104] .....  | 165 |
| Tablica 49. Opterećenje epruveta .....   | 166 |
| Tablica 50. $C^*$ -integral dobiven numerički, $C^*$ / MPa mm s <sup>-1</sup> .....  | 174 |
| Tablica 51. Vrijeme do loma za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom, $t_r$ / h .....   | 174 |
| Tablica 52. Razlika vrijednosti vremena do loma dobivenog eksperimentalno i numerički .....  | 175 |

# 1. UVOD

## 1.1. Pregled dosadašnjih istraživanja

Procjena nosivosti konstrukcijskih komponenata s pukotinom zasniva se na određivanju parametara mehanike loma te opterećenja plastičnog kolapsa (sloma). U posljednjih nekoliko godina, numeričko modeliranje realnog ponašanja konstrukcijskih elemenata s pukotinom sve više zamjenjuje mnogo skuplji eksperiment. Pritom je za poznatu geometriju konstrukcijske komponente, opterećenje i način oslanjanja potrebno što točnije opisati realno ponašanje materijala.

Za linearno elastično ponašanje materijala pripadni parametar mehanike loma je koeficijent intenzivnosti naprezanja, dok se za elastoplastično ponašanje materijala najčešće primjenjuje  $J$ -integral. Da ne bi došlo do sloma konstrukcije kriterijem mehanike loma, pripadni parametar mehanike loma mora biti manji od lomne žilavosti materijala. Osim toga, kod duktilnih materijala, od kojih je izrađen najveći broj mehaničkih konstrukcija, postoji mogućnost plastičnog kolapsa komponente s pukotinom. Da bi se spriječio slom konstrukcije kriterijem plastičnog kolapsa, opterećenje mora biti manje od opterećenja plastičnog kolapsa. Na taj način, problem procjene cjelovitosti (integriteta) konstrukcijske komponente s pukotinom svodi se na dvoparametarsku analizu u kojoj je potrebno zadovoljiti kriterij mehanike loma i kriterij plastičnog kolapsa [1-4]. Najčešće se primjenjuju dvije metode: dijagram procjene loma (FAD, *Failure Assessment Diagram*) i dijagram sile razvoja pukotine (CDF, *Crack Driving Force*) [1-4].

Vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja za metalne konstrukcijske komponente jednostavnijih geometrija i opterećenja, s osnovnim oblicima pukotina, u opsežnoj literaturi su prikazane s pomoću bezdimenzijskih utjecajnih funkcija. Pri tome su bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja zapisane u ovisnosti o dimenzijama konstrukcijske komponente i pukotine [5-9].

Za numeričko određivanje i inženjersku procjenu  $J$ -integrala ne primjenjuje se kompleksnija inkrementalna već deformacijska teorija plastičnosti, kojom se elastoplastično ponašanje materijala modelira kao i za slučaj nelinearne elastičnosti. Primjena deformacijske teorije plastičnosti omogućava aditivnu dekompoziciju  $J$ -integrala na elastični i plastični dio.

Pri tome se elastični dio  $J$ -integrala uobičajeno određuje iz vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja, dok se za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala najčešće primjenjuje GE/EPRI metoda (GE/EPRI, *General Electric/Electric Power Research Institute*). Za aproksimaciju krivulje naprezanje-deformacija kod GE/EPRI metode primjenjuje se Ramberg-Osgoodov materijalni model deformacijske teorije plastičnosti [3, 6-8, 10-12]. Iz literature [3, 7, 8, 11] je poznato da značajan utjecaj na točnost rezultata za  $J$ -integral dobiven GE/EPRI metodom ima odabir vrijednosti parametara očvršćenja materijala za aproksimaciju krivulje naprezanje-deformacija. U literaturi [3, 10, 11, 13] pokazuje se da se nedostaci GE/EPRI metode mogu umanjiti, ali ne u potpunosti i otkloniti, primjenom metode referentnog naprezanja, MRN (RSM, *Reference Stress Method*). Osnovna ideja procjene  $J$ -integrala pomoću metode referentnog naprezanja je uvođenje i pravilan izbor referentnog naprezanja na način da se umanjuje ovisnost rezultata o parametrima očvršćenja materijala, odnosno da se što bolje opiše elastoplastično ponašanje materijala. Za procjenu  $J$ -integrala metodom referentnog naprezanja potrebno je poznavanje stvarne krivulje naprezanje-deformacija. Pri tome se dijagram stvarno naprezanje-deformacija može dobiti iz dijagrama konvencionalno naprezanje-deformacija pomoću poznatih relacija [7]. Tek u novije vrijeme predlažu se poboljšanja metode referentnog naprezanja [8, 14], gdje se umjesto opterećenja kod kojeg dolazi do plastičnog tečenja materijala (*plastic yield load*) u izrazu za  $J$ -integral uvodi novo opterećenje, da bi se rezultati što više približili vrijednostima dobivenim inkrementalnom teorijom plastičnosti. Efikasnija formulacija ove funkcije predstavlja problem za daljnje istraživanje.

Iskustvo primjene generatora pare pokazuje da osne pukotine predstavljaju jedan od najčešćih uzroka gubitka cjelovitosti (integriteta) cijevnog sustava [15]. U većini radova najviše su zastupljene numeričke analize površinskih polueliptičkih pukotina i pukotina kroz cijelu debljinu stijenke cijevi opterećenih unutarnjim tlakom [7-11]. Većina rezultata za parametre mehanike loma dana je za unutarnju osnu polueliptičku pukotinu. Koeficijent intenzivnosti naprezanja za vanjsku osnu polueliptičku pukotinu u literaturi je dan za širok spektar dimenzija cijevi i pukotina [2, 9]. Međutim, kao što je pokazano u radu [14], točnost rezultata za  $J$ -integral dobiven GE/EPRI metodom za vanjsku osnu polueliptičku pukotinu, u dosta slučajeva može biti upitna. Iz tog razloga, postoji potreba definiranja točnijih analitičkih aproksimacijskih izraza za  $J$ -integral primjenom metode referentnog naprezanja koji će biti primjenljivi na širok raspon dimenzija cijevi i pukotina. Ovdje je potrebno istražiti, koji od opterećenja plastičnog tečenja treba primijeniti za definiranje referentnog naprezanja da bi se

rezultati što više približili vrijednostima dobivenim inkrementalnom teorijom plastičnosti odnosno realnom ponašanju oštećene komponente [7].

Eksperimentalno je pokazano u mnoštvu radova da je plastični kolaps uzrok gubitka cjelovitosti (integriteta) komponenata izrađenih od izrazito duktilnih materijala, kao što su cijevi generatora pare. Na taj način je procjenu cjelovitosti takvih komponenata moguće provesti samo primjenom kriterija plastičnog kolapsa bez razmatranja kriterija mehanike loma [16]. Razlikuju se dva načina plastičnog kolapsa konstrukcijske komponente, lokalni i globalni. Lokalni plastični kolaps predstavlja kolaps preostalog ligamenta, dok globalni plastični kolaps predstavlja kolaps cijele komponente [17-21]. Ovdje se pod ligamentom podrazumjeva preostali dio presjeka komponente na mjestu pukotine. U [18] je prikazano da je općenito globalni plastični kolaps mnogo važniji od lokalnog za procjenu cjelovitosti cijevi s površinskom pukotinom.

U literaturi su dana rješenja i aproksimacijski izrazi za opterećenje plastičnog tečenja (*plastic yield load*), odnosno graničnog opterećenja (*plastic limit load*) konstrukcijskih komponenata jednostavnih geometrija i opterećenja, s osnovnim oblicima pukotina [2, 19, 22]. Međutim, ova rješenja, potrebna za procjenu  $J$ -integrala primjenom metode referentnog naprezanja [3], odnose se na idealizirani slučaj analize plastičnog kolapsa. Opterećenje plastičnog tečenja određuje se na osnovi granične analize (*limit analysis*) primjenom teorije malih deformacija i uz pretpostavku elastično-idealno plastičnog ponašanja materijala [4, 19]. Problem se javlja kod analize površinskih pukotina, za koje su postojeća rješenja općenito previše konzervativna. U [18] predložen je izraz za određivanje opterećenja plastičnog tečenja za cijev s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom dobiven na temelju numeričkih analiza. Međutim, u članku [23] pokazano je da je izraz primjenljiv na relativno usko područje dimenzija cijevi i pukotina. Osim toga, izraz je izveden uz pretpostavku tankih ljsaka, tako da je za cijevi generatora pare, koje spadaju u debele cijevi, izraz potpuno neupotrebljiv.

Za razliku od opterećenja plastičnog tečenja, određivanje opterećenja plastičnog kolapsa (*plastic collapse*) ili plastične nestabilnosti (*plastic instability*) zahtjeva kompleksniju numeričku analizu koja se zasniva na teoriji velikih deformacija i modeliranju realnog očvršćenja materijala u plastičnom području [4, 24, 25]. Pri tome se opterećenje plastičnog kolapsa definira kao maksimalno opterećenje koje konstrukcijski element može nositi [23]. Ovdje se nelinearno ponašanje materijala modelira primjenom inkrementalne teorije plastičnosti s pripadnim kriterijem plastičnog tečenja, zakonom tečenja i zakonima očvršćenja materijala. U literaturi [20, 21] predloženi su izrazi za procjenu tlaka plastičnog kolapsa za



cijevi s osnom površinskom pukotinom, ali također za ograničene vrijednosti dimenzija cijevi i pukotina [23].

U literaturi koja obrađuje područje cjelovitosti konstrukcije, kompleksna numerička analiza za određivanje opterećenja plastičnog kolapsa se izbjegava. Pri tome se opterećenje plastičnog kolapsa dobiva na temelju poznatog opterećenja plastičnog tečenja, a utjecaj očvršćenja materijala u plastičnom području uzima se u obzir preko naprezanja tečenja (*flow stress*) [1, 26]. Ovdje se realno ponašanje materijala aproksimira elastično-idealno plastičnim modelom s neograničenim plastičnim tečenjem kod naprezanja tečenja. Naprezanje tečenja se uobičajeno definira kao srednja vrijednost vlačne čvrstoće i granice tečenja materijala [1, 26], iako postoje i druge definicije, ovisno o tome o kojoj vrsti metala se radi [2]. Mali je broj radova u kojima se istražuje ova problematika. U [27] ukazuje se na činjenicu da iznos naprezanja tečenja ima značajan utjecaj na procjenu plastičnog kolapsa, pogotovo za cijevi s većim duljinama pukotina. Javlja se pitanje, ako se opterećenje plastičnog tečenja i naprezanje tečenja uzima iz literature te na taj način odredi opterećenje plastičnog kolapsa za komponentu s pukotinom, da li će rješenja biti na strani sigurnosti i za manje i za veće pukotine? Utjecaj primjene lokalnog odnosno globalnog opterećenja plastičnog tečenja na točnost procjene referentnog naprezanja i  $J$ -integrala još uvijek je predmet istraživanja [8, 14, 23, 28, 29].

Primjena metode podmodeliranja prikazana je u radu [30] na problemu određivanja koeficijenta intenzivnosti naprezanja za polueliptičku pukotinu na konstrukcijskim komponentama složenijih geometrija. Pri tome je definirana potrebna veličina podmodela za dobivanje točnih rezultata. Primjenu metode podmodeliranja za analizu elastoplastičnog lomnog ponašanja materijala i plastičnog kolapsa konstrukcije potrebno je detaljnije istražiti.

Za razliku od metala, procjena parametara mehanike loma i opterećenja plastičnog kolapsa polimernih komponenata u literaturi nije dovoljno istražena. Za to je potrebno što točnije numerički modelirati realno ponašanje materijala. U novije vrijeme velik broj istraživanja usmjeren je na probleme ponašanja polimernih materijala pri lomu [31]. Razlog tome je njihova sve veća primjena. Jedan od uobičajenih primjera je primjena polietilena za izradu cijevi za distribuciju vode i plina. Kako su ove cijevi najčešće opterećene na puzanje, sve je veći broj radova s rezultatima eksperimentalnih istraživanja mehanizma puzanja i loma pri sporom širenju pukotine u polietilenu [32-34]. Polietilen pokazuje izrazito nelinearno viskoelastično i viskoplastično ponašanje [35]. Za razliku od metala kod kojih do puzanja dolazi tek na relativno visokim temperaturama, do puzanja polimera dolazi već pri sobnoj temperaturi. U procesu puzanja polimernih materijala razlikuju se tri faze primarno,

sekundarno i tercijarno puzanje. Kod primarnog puzanja promjena deformacije s vremenom kontinuirano opada te je prisutno izrazito nelinearno ponašanje. Za vrijeme sekundarnog puzanja promjena deformacije s vremenom je konstantna što odgovara stacionarnom puzanju, dok u trećoj zadnjoj fazi (tercijarno puzanje) dolazi do loma materijala [33, 34, 36, 37].

Za definiranje konstitutivnog modela polimernih materijala uobičajeno se u literaturi koriste dva pristupa: molekularni i fenomenološki. Molekularni pristup se koristi za analizu amorfnih polimera koji su općenito izotropni te se mogu analizirati primjenom jednog reprezentativnog elementa. Za kristalaste polimere kakav je polietilen, makroskopski odnosno fenomenološki pristup je mnogo češće u primjeni [34, 36, 37]. Pokazano je da primjena linearnog viskoelastičnog modela za polietilen u analizi metodom konačnih elemenata [38, 39] ne daje dobre rezultate. Iz tog razloga, u literaturi je izvedeno niz nelinearno-viskoelastičnih algoritama [40] od kojih se većina temelje na nelinearnoj viskoelastičnoj teoriji predloženoj u radu Schaperya [41]. Nedostatak ovih algoritama je što viskoplastično ponašanje polietilena nije uključeno u formulaciju [37]. U literaturi je predloženo i izvedeno niz konstitutivnih modela, no samo rijetki objedinjuju fenomenološke efekte koji se uz prisutnost pukotine javljaju tijekom procesa deformiranja polimernih materijala, a to su nelinearna viskoelastičnost i viskoplastičnost spregnute s velikim deformacijama. Stoga je za točnije izračunavanje naprezanja i deformacija u vrhu pukotine potrebno izvesti efikasne numeričke algoritme za integriranje spomenutog konstitutivnog modela [42].

Metode za analizu pukotina u metalnim materijalima u novijoj literaturi primjenjuju se za modeliranje pukotina u polimerima. Analogno dijagramu procjene loma i dijagramu sile razvoja pukotine za procjenu cjelovitosti metalnih komponenti s pukotinom, u [34, 36, 37] predložen je dijagram za procjenu cjelovitosti konstrukcijske komponente od polietilena. Ovdje se procjena vijeka trajanja komponente opterećene na puzanje zasniva na određivanju parametra mehanike loma  $C$ -integrala, koji je za razliku od  $J$ -integrala ovisan o vremenu. Na taj je način, kao i kod metala potrebno što točnije odrediti parametar mehanike loma i opterećenje plastičnog kolapsa da bi procjena cjelovitosti bila što preciznija. Na osnovi analogije između plastičnosti i puzanja [13, 28, 43], jednačba za izračunavanje  $J$ -integrala može se koristiti za određivanje  $C$ -integrala, ako se deformacija zamijeni s brzinom deformacije [18, 36, 37, 44]. Nelinearno, vremenski ovisno i lomno ponašanje polietilena srednje gustoće eksperimentalno je istražio Ben Hadj Hamouda i ostali autori u radovima [33, 36, 37, 45, 46]. Na osnovi eksperimentalnih rezultata predložen je primarno-sekundarni zakon puzanja. Za eksponencijalni zakon puzanja, što je slučaj kod metala, komercijalni programski paket za računanje konačnim elementima ABAQUS [47] sadrži ugrađenu rutinu za računanje

C-integrala [48]. No, za primarno-sekundarni zakon puzanja, izračunavanje C-integrala zahtijeva primjenu korisničke rutine CREEP odnosno UMAT.

U skladu s opisanim dosadašnjim istraživanjima, kao i otvorenim pitanjima na koje je potrebno odgovoriti kod procjene cjelovitosti metalnih komponenata, može se zaključiti da je područje analize lomnog ponašanja polimernih materijala u velikoj mjeri otvoreno za istraživanje.

## 1.2. Motivacija

Uslijed niza degradacijskih mehanizama, koji mogu biti posljedica procesa izrade, radnih uvjeta, korozivnih procesa ili sprega više njih istovremeno, dolazi do pojave oštećenja u materijalu. Postojanje oštećenja u nekoj konstrukcijskoj komponenti može narušiti njenu cjelovitost (*structural integrity*) odnosno dovesti do njenog loma. Na taj je način ugrožena sigurna eksploatacija i funkcionalnost konstrukcije te je smanjen njen radni vijek. Ovisno o vrsti konstrukcije, gubitak cjelovitosti može dovesti do havarije i izazvati brojne ljudske žrtve. Posebno se to odnosi na zahtjevnije konstrukcije kao što su nuklearne elektrane, brodovi, zrakoplovi, vlakovi, spremnici agresivnog medija i slično. Jedni od najnepouzdanijih komponenata nuklearnih elektrana s reaktorima hlađenim vodom pod tlakom su generatori pare. Kao i mnoge druge strojarske komponente tako su i generatori pare sačinjeni od cjevovoda. Rast mikro-oštećenja i formiranje makro-pukotine kritične veličine, može dovesti do istjecanja radioaktivnog medija u okolinu ili čak do eksplozije nuklearnog reaktora. Uslijed gubitka cjelovitosti cjevovoda može doći do onečišćenja i uništenja okoliša tijekom transporta sirove nafte, plina itd. Za razliku od pukotina nastalih tijekom eksploatacije, pukotine nastale tijekom montaže također mogu ugroziti cjelovitost konstrukcije. To je slučaj polimernih i metalnih cijevi namijenjenih za plinovode, naftovode, toplovode, vodovode itd. koje se polažu na područjima s kamenitim tлом. Moguće je nabrojiti još veliki broj konstrukcija gdje gubitak njene cjelovitosti može dovesti do havarija s katastrofalnim posljedicama.

Iz navedenih razloga važno je u postupku izrade kao i tijekom eksploatacije konstrukcije, primjenom nerazornih metoda otkriti pukotine u materijalu te odrediti njihove dimenzije, orijentaciju i učestalost. Izmjereni parametri predstavljaju ulazne podatke za procjenu kritičnosti otkrivene pukotine odnosno cjelovitosti komponente. Pritom se javlja problem ispravnog definiranja kriterija prihvatljivosti pukotine. Prestrogo odnosno

prekonzervativno definiran kriterij uzrokuje velik broj pukotina koje je potrebno sanirati što je povezano s financijskim gubicima. S druge strane, preblago definiranim kriterijem povećava se vjerojatnost loma komponente unatoč provedbe redovitih kontrolnih pregleda. Osim toga, važan zadatak u procesu projektiranja konstrukcije je pravilno procijeniti potrebnu lomnu žilavost primijenjenih materijala. Pri tome su projektantu, za uvid u ponašanje materijala s pukotinom, potrebne relativno jednostavne inženjerske metode. U dostupnoj literaturi, mogu se naći analitički izrazi za procjenu cjelovitosti metalnih konstrukcijskih komponenta jednostavnih geometrija i opterećenja, s osnovnim oblicima pukotina i idealiziranim ponašanjem materijala. Za slučaj složenijih problema, primjenom ovih izraza mogu se dobiti konzervativna, ali i netočna rješenja. Isto tako, povećana primjena polimernih materijala, posebno polietilena kao konstrukcijskog materijala, zahtijeva razvoj novih metoda za procjenu nosivosti komponenta izrađenih od tih materijala. Osnovni je problem pri tome što se metode razvijene za metale ne mogu direktno primijeniti na polimere.

Kao i kod većine drugih problema, numeričke simulacije sve više zamjenjuju mnogo skuplji eksperiment. Osim toga, eksperimentalna analiza pukotina u konstrukciji za vrijeme njene eksploatacije u većini slučajeva nije moguća ili je vrlo teško izvediva, uz visoki rizik i cijenu koštanja. S druge strane, numeričke simulacije su toliko moćne koliko i fizikalni i matematički modeli koji stoje iza njih. Značajan utjecaj na točnost numeričkog postupka ima opisivanje materijalnog modela koji se definira konstitutivnim relacijama, ali i ispravnost algoritma za rješavanje konstitutivnih jednadžbi na razini točke integracije konačnog elementa. Pri tome postoji još veliki broj otvorenih pitanja na koje je potrebno odgovoriti da bi analiza pukotina u metalnim, a posebno u polimernim materijalima bila točnija. Za modeliranje složenih geometrija konstrukcije i pukotina, metoda podmodeliranja, koja se temelji na prijelazu s globalnog modela na podmodel diskretiziran gustom mrežom trodimenzionalnih elemenata, zajedno sa singularnim elementima u vršku pukotine, za ovu je primjenu vrlo učinkovita. Međutim, procedura je definirana za linearno-elastičnu mehaniku loma, dok slučajevi elastoplastičnog lomnog ponašanja materijala i plastični kolaps konstrukcije predstavljaju probleme koje je potrebno detaljnije istražiti. Za slučaj metalnih materijala težnja je, na temelju rezultata numeričkih analiza, povećati točnost postojećih inženjerskih metoda za procjenu parametara mehanike loma i opterećenja plastičnog kolapsa konstrukcije s pukotinom. Kod polimera dodatno je potrebno izvesti numeričke algoritme za realno modeliranje lomnog, viskoelastičnog i viskoplastičnog ponašanja materijala. Na taj način, ne postoji sveobuhvatna metoda za modeliranje pukotina u metalnim i polimernim materijalima. Zbog toga je cilj ovog rada razvijanje numeričkih algoritama i metoda za točnije

izračunavanje i procjenu parametara mehanike loma i opterećenja plastičnog kolapsa komponenata s pukotinom izrađenih od metala odnosno polimera. To će doprinijeti definiranju novih, manje konzervativnih kriterija prihvatljivosti pukotine, uz istovremeno povećanje pouzdanosti konstrukcije. Mada će istraživanja biti usmjerena na metalne cijevi generatora pare s osnom pukotinom i polietilenske cijevi za distribuciju plina i vode s osnim zarezom, ona će biti primjenljiva i na ostale konstrukcijske komponente.

### 1.3. Hipoteza

Novi zahtjevi na pouzdanost i sigurnost, zajedno s upotrebom novih materijala i novih tehnologija proizvodnje mogu se realizirati jedino primjenom naprednih metoda analize konstrukcije i opisivanja ponašanja materijala. U ovom će se radu pokušati riješiti otvorena pitanja spomenuta u prethodnom poglavlju.

Pretpostavka je da će se definiranjem novog modificiranog postupka referentnog naprezanja u potpunosti otkloniti nedostaci postojećih metoda za približnu procjenu  $J$ -integrala u metalnim konstrukcijskim komponentama. Na osnovi opsežnih numeričkih rezultata za metalne cijevi s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom, bit će moguće definirati aproksimacijske izraze za parametre mehanike loma i opterećenje plastičnog tečenja koji će u odnosu na postojeća rješenja točnije opisivati lomno ponašanje konstrukcijske komponente. Nove relacije za određivanje parametara mehanike loma i graničnog opterećenja bit će primjenljive na širok raspon dimenzija cijevi i pukotina kao i parametara očvršćenja materijala, što će biti od velike važnosti za inženjersku praksu.

Osnovna hipoteza predloženih istraživanja je da će se pomoću formulacija sličnih onima izvedenim za metalne materijale izvesti numerički algoritmi za analizu zarezova u polimernima materijalima. Pretpostavka je da će novi algoritmi koji će sprežati efekte nelinearne viskoelastičnosti i puzanja biti točniji i numerički učinkovitiji u odnosu na algoritme koji se mogu naći u literaturi. Navedena pretpostavka će se provjeriti usporedbom dobivenih numeričkih rezultata s eksperimentalnim vrijednostima iz literature na primjeru epruvete s obodnim zarezom (*notch*) s pomoću koje su određeni parametri materijala u konstitutivnom modelu polimernog materijala. Planirano eksperimentalno istraživanje omogućit će bolje razumijevanje nelinearnog, vremenski ovisnog i lomnog ponašanja polietilena PE100. Točno modeliranje ponašanja materijala bit će osnova za procjenu cjelovitosti konstrukcijskih komponenata izrađenih od tih materijala, kao što su cijevi za distribuciju vode i plina.

Metode razvijene za metalne i polimerne cijevi bit će primjenljive i na druge konstrukcijske komponente. Nove metode bit će dovoljno točne, a istovremeno će se moći jednostavno koristiti u inženjerskoj praksi.



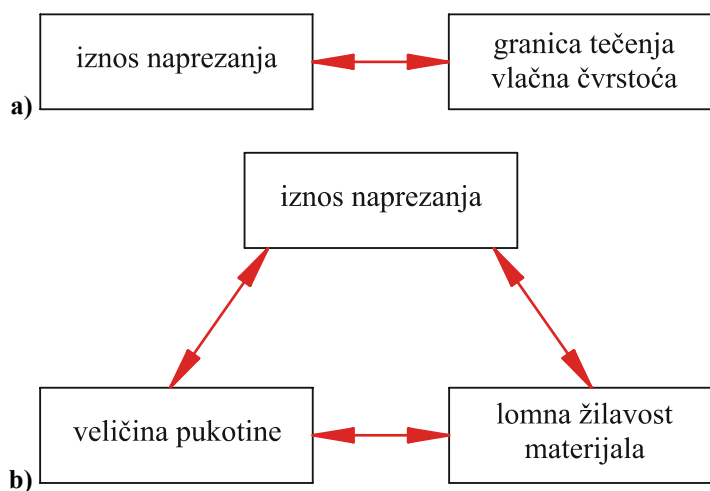
## 2. O MEHANICI LOMA

Lomovi konstrukcija su problem zajednice od kada je čovjek stvorio prvu konstrukciju. S vremenom je problem bio sve veći i veći, jer je čovjek stvarao sve više i više konstrukcija, pa je bilo moguće sve više lomova. Problem je naravno aktualan i danas u društvu vrlo kompleksnih tehnologijskih dostignuća na raznim poljima, gdje lomovi mogu prouzročiti havarije s dalekosežnim posljedicama, pa čak i za čovječanstvo [49].

Uzrok većine lomova konstrukcija spada u sljedeće kategorije:

- nemarnost prilikom konstruiranja, proizvodnje ili rada s konstrukcijom i
- primjena novih načina konstruiranja ili novih materijala, koji dovode do neočekivanih rezultata.

Na slici 1. prikazana je usporedba projektiranja klasičnim metodama primjenom nauke o čvrstoći i primjenom metoda mehanike loma.

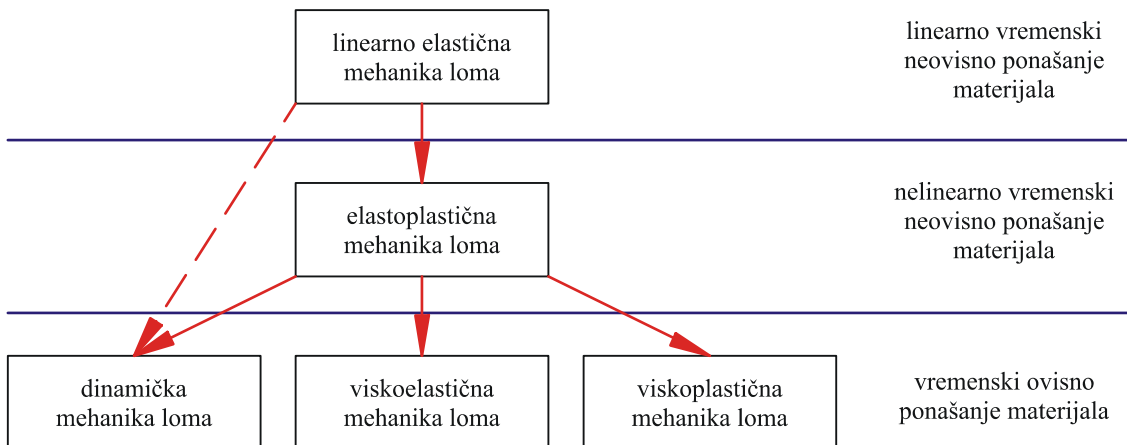


Slika 1. Usporedba projektiranja primjenom: a) metoda klasične nauke o čvrstoći i b) metoda mehanike loma [49]

Kod projektiranja primjenom klasičnih metoda nauke o čvrstoći za zadane dimenzije i definirano opterećenje izračunava se naprezanje u konstrukciji i prema tome odabire materijal dovoljno velike granice tečenja ili vlačne čvrstoće, ili obratno, za definirani materijal tj. čvrstoću materijala izračunava se maksimalno dopušteno opterećenje konstrukcije. Kod konstruiranja primjenom metoda mehanike loma za razliku od nauke o čvrstoći postoje tri karakteristične varijable. Uz naprezanje je tu veličina oštećenja (pukotine, zarez) i lomna žilavost materijala, koja sada zamjenjuje granicu tečenja materijala [49].

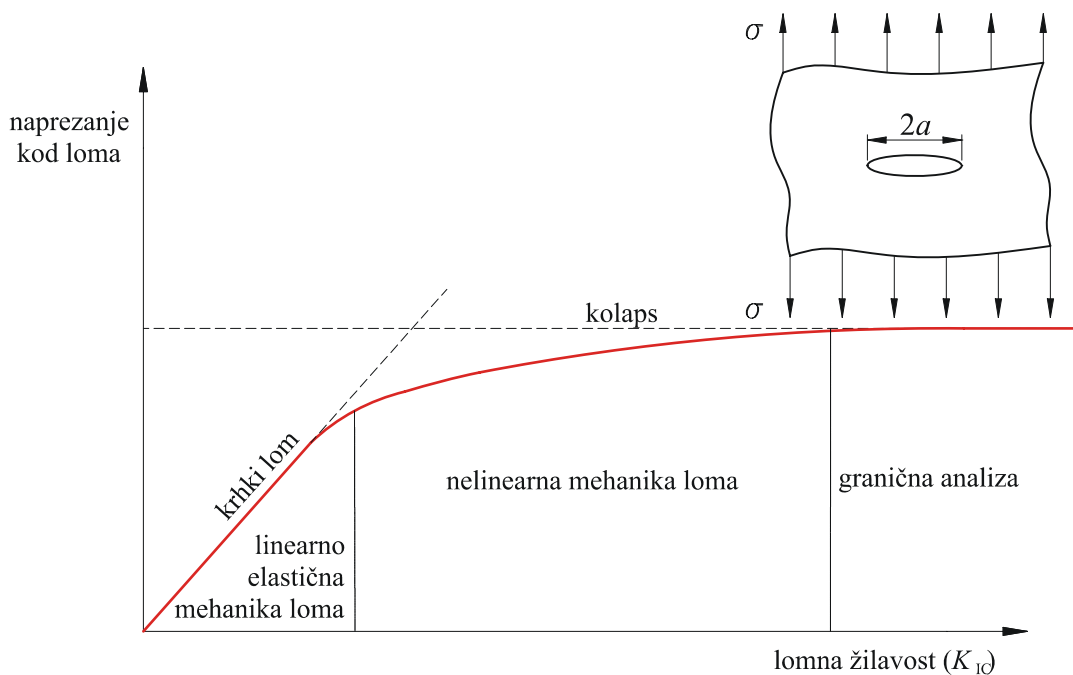


Na slici 2. prikazana je podjela mehanike loma u ovisnosti o mehaničkom ponašanju materijala. Linearno elastična mehanika loma podrazumijeva linearno vremenski neovisno ponašanje materijala pri kvazistatičkom opterećenju. Za nelinearno vremenski neovisno ponašanje materijala i kvazistatičko opterećenje primijenjuje se elastoplastična mehanika loma. Dinamička, viskoelastična i viskoplastična mehanika loma uključuje vrijeme kao varijablu tj. ponašanje materijala je vremenski ovisno [49].



Slika 2. Podjela mehanike loma u ovisnosti o ponašanju materijala [49]

Kao primjer razmotrimo membranu s pukotinom opterećenu do loma i shematski prikažimo vezu napreznja kod loma i lomne žilavost materijala, kao na slici 3.



Slika 3. Utjecaj lomne žilavosti na mehanizam sloma konstrukcije [49]

Za materijale s niskom lomnom žilavosti, krhki lom je vodeći mehanizam sloma i kritično napreznje varira linearno s lomnom žilavosti. Za materijale s visokom lomnom

žilavosti ne vrijedi više linearna mehanika loma i slom konstrukcije je obično povezan s granicom tečenja ili vlačnom čvrstoćom tj. plastičnim kolapsom.

Za srednje vrijednosti lomne žilavosti postoji prijelazno područje između krhkog loma i plastičnog kolapsa. Kao što je vidljivo nelinearna mehanika loma povezuje linearnu mehaniku loma i plastični kolaps. Iz navedenog slijedi da se rješavanje problema kod kojih je lomna žilavost mala primjenjuje linearno elastična mehanika loma. Međutim, ako je lomna žilavost izrazito velika, mehanika loma prestaje biti relevantna, jer naprezanje kod loma je neovisno o žilavosti i tada se koristi granična analiza [49].

## 2.1. Koeficijent intenzivnosti naprezanja

Za jednostavnije konstrukcijske elemente s pukotinom opterećene jednostavnim opterećenjem, uz pretpostavku linearno elastičnog ponašanja materijala, Westergaard, Irwin, Sneddon i Williams [49, 50] su predložili analitički izraz za raspodjelu naprezanja u blizini vrha pukotine. Ako definiramo polarni koordinatni sustav s ishodištem u vrhu pukotine, prema slici 4., polje naprezanja u linearno elastičnoj konstrukciji se može zapisati kao zbroj osnovnog člana i članova višeg reda:

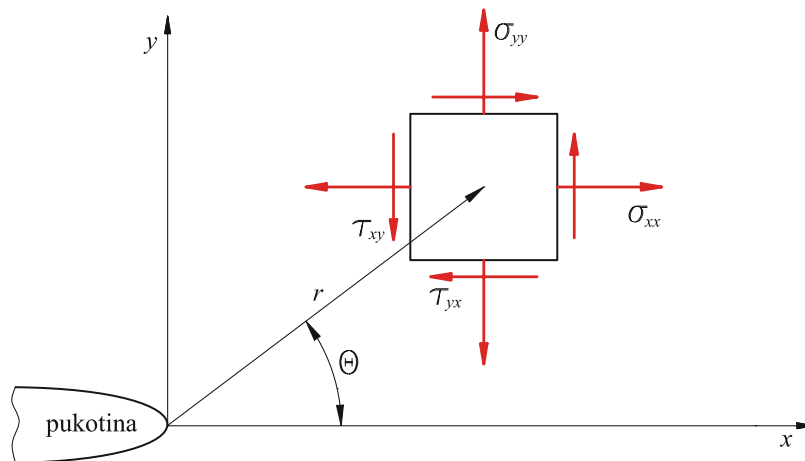
$$\sigma_{ij} = \left( \frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cdot r^{\frac{m}{2}} \cdot g_{ij}^{(m)}(\theta), \quad (1)$$

gdje su:  $\sigma_{ij}$  - komponente tenzora naprezanja,  
 $r, \theta$  - koordinate u polarnom koordinatnom sustavu,  
 $k$  - konstanta,  
 $f_{ij}$  - bezdimenzijska funkcija u osnovnom članu,  
 $A_m$  - amplituda u članovima višeg reda i  
 $g_{ij}^{(m)}$  - bezdimenzijska funkcija u članovima višeg reda.

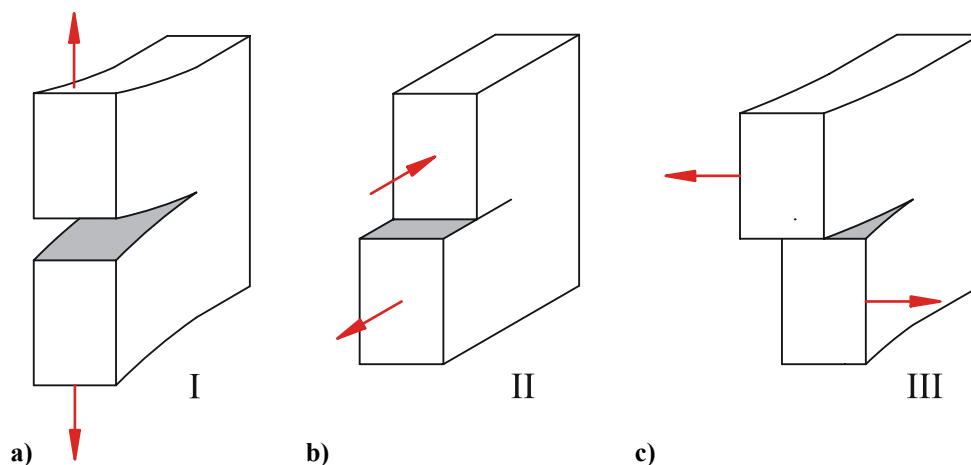
Članovi višeg reda ovise o geometriji, no rješenje za bilo koju geometriju sadrži član proporcionalan  $1/\sqrt{r}$ . Ako  $r \rightarrow 0$  osnovni član teži u beskonačnost, dok članovi višeg reda imaju konačne vrijednosti ili se približavaju nuli. Možemo zaključiti da se naprezanje u blizini vrha pukotine mijenja s  $1/\sqrt{r}$  bez obzira na geometriju. Iz izraza (1) vidimo da za  $r = 0$  imamo singularnost naprezanja tj. naprezanje je beskonačno.

U literaturi je pokazano da postoje tri osnovna oblika pomicanja ploha pukotine kojima se opisuje ponašanje pukotine pri različitim naprežanjima, prikazana na slici 5. Kod I ili

odcjepnog načina imamo simetrično otvaranje ploha pukotine koje uzrokuje normalno naprežanje. II način ili smični način uzrokuje posmično naprežanje i dolazi do klizanja ploha pukotine u istoj ravnini. Kod III ili vijčanog načina dolazi do klizanja ploha pukotine u različitim ravninama koje također uzrokuje posmično naprežanje. Treba naglasiti da su lomovi koji nastaju I načinom ili odcjepnim načinom, tj. otvaranjem pukotine vlačnim naprežanjem najopasniji. U svakom slučaju za analizu loma potrebno je poznavati stanje naprežanja oko vrha pukotine.



Slika 4. Definiranje koordinatnih osi oko vrha pukotine [49, 51]



Slika 5. Osnovni oblici razvoja pukotina i formiranja ploha loma: a) I način, b) II način i c) III način [52]

Za slučaj linearno elastičnog ponašanja materijala kod navedenih oblika razvoja pukotine prisutna je  $1/\sqrt{r}$  singularnost naprežanja na vrhu pukotine, dok konstanta  $k$  i bezdimenzijska funkcija u vodećem članu ovise o načinu otvaranja pukotine. Konstanta  $k$  se zamjenjuje s  $K$ :

$$K = k\sqrt{2\pi}, \quad (2)$$

gdje je:  $K$  - koeficijent intenzivnosti naprežanja.

Koeficijent intenzivnosti naprezanja uobičajeno ima indeks I, II ili III koji pokazuje o kojem se načinu otvaranja pukotine radi. Polje naprezanja oko vrha pukotine za pojedine načine otvaranja pukotine, iz [49], se može prikazati sljedećim izrazima:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \left( \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \right) f_{ij}^{(I)}(\theta), \quad (3)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} = \left( \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \right) f_{ij}^{(II)}(\theta) \quad \text{i} \quad (4)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} = \left( \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \right) f_{ij}^{(III)}(\theta), \quad (5)$$

gdje su:  $K_I$  - koeficijent intenzivnosti naprezanja za I način otvaranja pukotine,  
 $K_{II}$  - koeficijent intenzivnosti naprezanja za II način otvaranja pukotine i  
 $K_{III}$  - koeficijent intenzivnosti naprezanja za III način otvaranja pukotine.

Za slučaj kombiniranog načina opterećenja tj. mješovitog načina otvaranja pukotine, primjenom superpozicije imamo:

$$\sigma_{ij}^{(UKUPNO)} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)}. \quad (6)$$

Bezdimenzijske funkcije u osnovnom članu relacije (1) su relativno kompleksne i različite za svaku komponentu naprezanja i način otvaranja pukotine, kako je prikazano u [49]. Za I način otvaranja pukotine i  $\theta = 0^\circ$  vrijednost bezdimenzijske funkcije u vodećem članu je  $f_{ij} = 1$ , pa su naprezanja u smjeru koordinatnih osi jednaka:

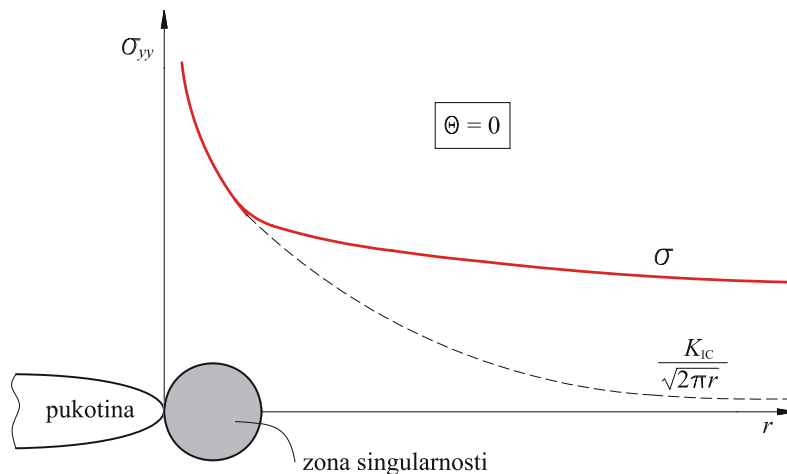
$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}, \quad (7)$$

gdje su:  $\sigma_{xx}$  - normalno naprezanje u smjeru osi  $x$  i  
 $\sigma_{yy}$  - normalno naprezanje u smjeru osi  $y$ .

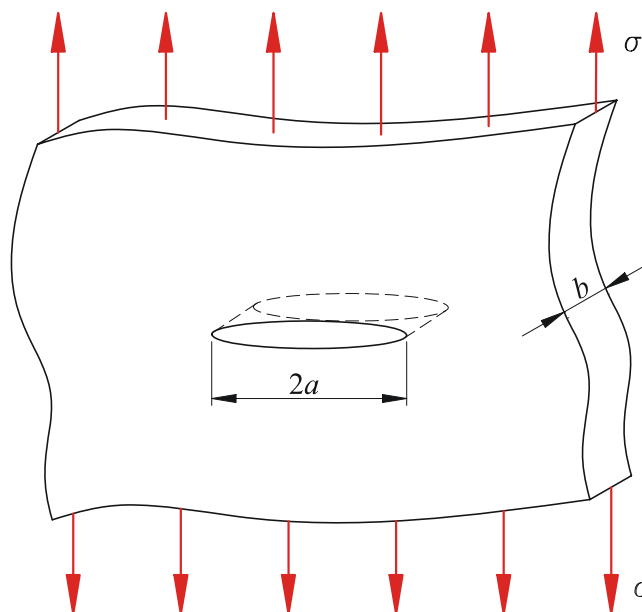
Na slici 6. prikazana je raspodjela normalnog naprezanja na ravninu pukotine,  $\sigma_{yy}$ , u ovisnosti o udaljenosti od vrha pukotine. Izraz (7) vrijedi samo u blizini vrha pukotine gdje dominira  $1/\sqrt{r}$  singularnost naprezanja, a dovoljno daleko od vrha jednako je zadanom naprežanju na rubu geometrije. Prema slici 6. možemo definirati zonu singularnosti gdje vrijedi izraz (3) koji opisuje stanje naprezanja blizu vrha pukotine.

Koeficijent intenzivnosti naprezanja je proporcionalan naprežanju blizu vrha pukotine, pa time definira amplitudu singularnosti naprezanja. On potpuno definira uvjete oko vrha pukotine, tako da je poznavanjem koeficijenta intenzivnosti naprezanja moguće odrediti sve

komponente naprežanja, deformacija i pomaka. Naravno, da bi se koeficijent intenzivnosti naprežanja mogao koristiti, potrebno ga je moći odrediti iz opterećenja i geometrije konstrukcijske komponente. Najjednostavnija geometrija za koju je dan analitički izraz za koeficijent intenzivnosti naprežanja je beskonačna membrana s pukotinom po cijeloj debljini membrane, vlačno opterećena okomito na ravninu pukotine, slika 7.



Slika 6. Raspodjela normalnog naprežanja na ravninu pukotine,  $\sigma_{yy}$  [49, 51]



Slika 7. Vlačno opterećena beskonačna membrana s pukotinom po cijeloj debljini [49]

Opterećenje membrane izaziva naprežanje okomito na ravninu pukotine što predstavlja I način otvaranja pukotine. Kod linearno elastičnih materijala naprežanje oko vrha je proporcionalno opterećenju tj. koeficijent intenzivnosti naprežanja je proporcionalan opterećenju. Prema izrazima (3), (4) i (5) koeficijent intenzivnosti naprežanja ima jedinicu *naprežanje*· $\sqrt{\text{duljina}}$ . Naprežanje u membrani bez pukotine je jednako opterećenju,  $\sigma$ , a

jedina relevantna duljina za membranu s pukotinom je duljina pukotine,  $2a$ , pa izraz za koeficijent intenzivnosti naprezanja za vlačno opterećenu beskonačnu membranu s pukotinom po cijeloj debljini membrane dobivamo u obliku:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}, \quad (8)$$

gdje su:  $\sigma$  - opterećenje beskonačne membrane i  
 $a$  - pola duljine pukotine.

Za općenite geometrije koeficijent intenzivnosti naprezanja glasi:

$$K_I = Y \cdot \sigma \sqrt{\pi a}, \quad (9)$$

gdje je:  $Y$  - faktor oblika.

Faktor oblika je bezdimenzijska funkcija ovisna o geometriji konstrukcijske komponente i pukotine, te načinu otvaranja pukotine. Faktore oblika možemo preuzeti iz priručnika za jednostavnije geometrije i oblike pukotina, odnosno odrediti ih aproksimacijskim i numeričkim metodama.

Kriterij loma je zadovoljen kada koeficijent intenzivnosti naprezanja postane jednak lomnoj žilavosti materijala, kako slijedi:

$$K = K_{IC}, \quad (10)$$

gdje je:  $K_{IC}$  - lomna žilavost materijala.

## 2.2. *J*-integral

*J*-integral je parametar elastoplastične mehanike loma i teorijski je utemeljen na osnovnim zakonima mehanike kontinuuma. Uvođenje *J*-integrala se pripisuje Rice-u [49, 51] jer ga je on formulirao i prepoznao njegov značaj, te osmislio analitičko i eksperimentalno određivanje. Tri bitne značajke tj. karakteristike *J*-integrala na kojima se temelji njegova primjena u mehanici loma su:

1. Nezavisnost od konture integracije, što omogućava jednostavno eksperimentalno, analitičko i numeričko određivanje.
2. Mogućnost opisivanja elastoplastičnog polja naprezanja i deformacija oko vrha pukotine, analogno ulozi koeficijenta intenzivnosti naprezanja u opisu linearno-elastičnih polja.
3. Mogućnost izjednačavanja (identifikacije) s brzinom oslobađanja energije, što osigurava njegovo tumačenje kao energijskog parametra.

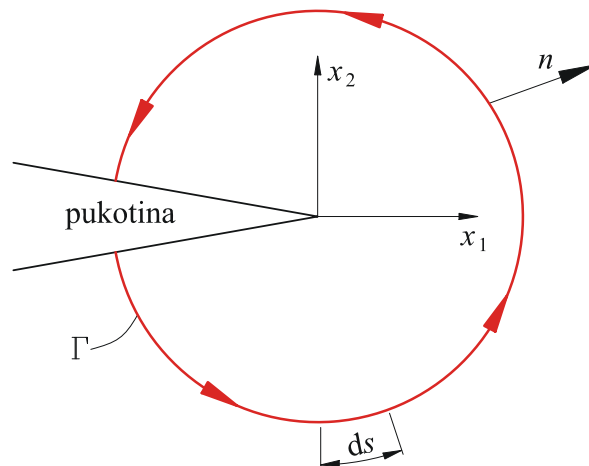
U svakoj od karakteristika je ugrađeno i ograničenje u korištenju  $J$ -integrala, koje slijedi iz zahtijeva da se elastoplastično ponašanje materijala definira u okviru deformacijske teorije plastičnosti, tj. kao nelinearno elastično. Strogo gledano to znači da  $J$ -integral vrijedi samo u slučaju da nema rasterećenja u području plastične deformacije, što je u pravilu ispunjeno kod relativno malih plastičnih deformacija i malog rasta duljine pukotine. Iskustvo, međutim, pokazuje da se  $J$ -integral može uspješno koristiti i izvan navedenih granica, a zato postoje i teorijske potvrde.

$J$ -integral je definiran kao linijski tj. konturni integral [49] prema izrazu:

$$J = \int_{\Gamma} \left[ W dx_2 - T_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) ds \right], \quad (11)$$

- gdje su:
- $\Gamma$  - kontura oko vrha pukotine,
  - $W$  - gustoća deformacijske energije,
  - $T_i$  -  $i$ -ta komponenta vektora naprezanja na  $ds$ ,
  - $u_i$  -  $i$ -ta komponenta vektora pomaka,
  - $x_1$  - koordinata u pravokutnom koordinatnom sustavu,
  - $x_2$  - koordinata u pravokutnom koordinatnom sustavu i
  - $ds$  - diferencijalna duljina konture  $\Gamma$ .

Na slici 8. je prikazana proizvoljna kontura  $\Gamma$  za izračunavanje  $J$ -integrala.



Slika 8. Kontura  $\Gamma$  za izračunavanje  $J$ -integrala [49, 52]

Gustoća deformacijske energije,  $W$  je definirana:

$$W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \quad (12)$$

- gdje je:  $\varepsilon_{ij}$  - komponenta tenzora deformacije.

$i$ -ta komponenta vektora naprezanja,  $T_i$  glasi:

$$T_i = \sigma_{ij} n_j, \quad (13)$$

gdje je:  $n_j$  - komponenta jediničnog vektora normale na  $\Gamma$ .

Primjenom teorema divergencije, Rice [49, 51] je izraz za linijski  $J$ -integral pretvorio u izraz za površinski  $J$ -integral, slika 9.a), tj za 2D slučaj:

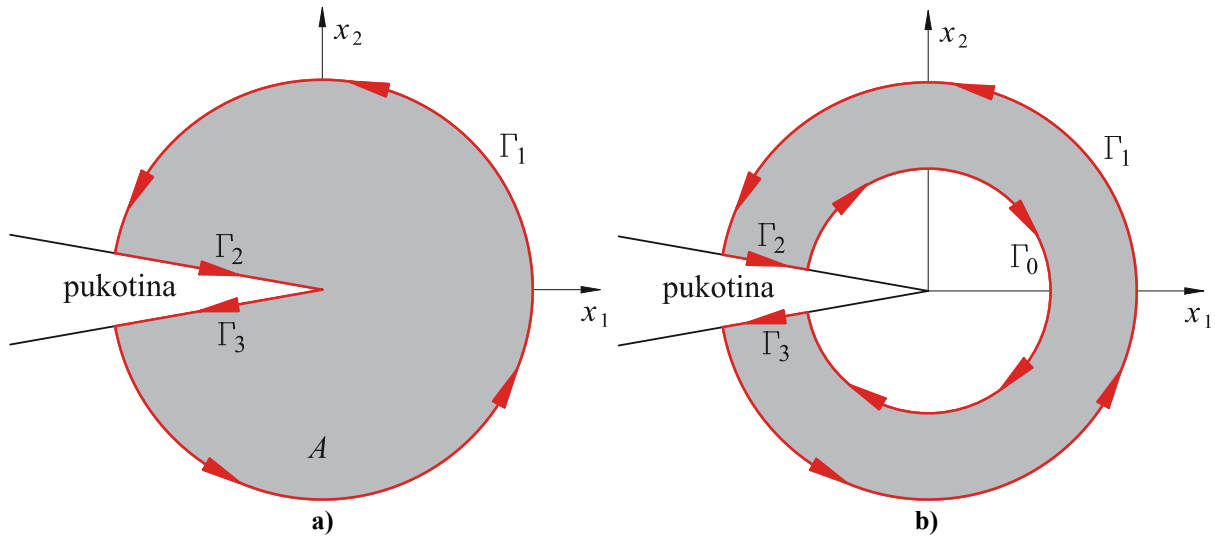
$$J = \int_A \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} - W \delta_{1j} \right) \frac{\partial q}{\partial x_j} dA, \quad j = 1, 2, \quad (14)$$

gdje su:  $\delta_{ij}$  - Kroneckerov delta i

$q$  - proizvoljna glatka težinska funkcija definirana na području integracije (normalizirani virtualni pomak  $q = \Delta x / \Delta a$ ).

Za zatvorenu konturu koja ne obuhvaća vrh pukotine, slika 9.b),  $J$ -integral je jednak nuli, što može poslužiti kao kriterij točnosti metode proračuna, kako slijedi:

$$J = J_0 + J_1 + J_2 + J_3 = 0. \quad (15)$$



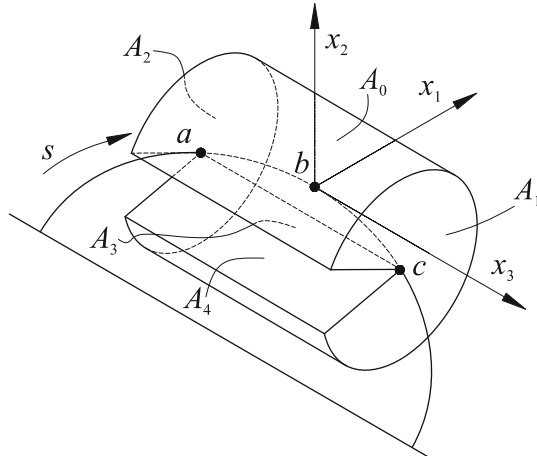
Slika 9. Područje integracije za  $J$ -integral u 2D: a) obuhvaća vrh i b) ne obuhvaća vrh [49, 51]

Na fronti pukotine  $T_i = 0$  i  $dx_2 = 0$ , pa slijedi da su  $J_2 = J_3 = 0$ , a iz izraza (15) slijedi  $J_0 = -J_1$ , čime dobivamo da bilo koja proizvoljna kontura oko vrha pukotine daje istu vrijednost  $J$ -integrala, tj.  $J$ -integral je konturno neovisan.

Na sličan način je dobiven izraz za volumni  $J$ -integral, slika 10., tj. za trodimenzijski slučaj koji glasi:

$$J = \int_V \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} - W \delta_{1j} \right) \frac{\partial q}{\partial x_j} dV, \quad j = 1, 2, 3. \quad (16)$$





Slika 10. Područje integracije za  $J$ -integral u 3D [49]

Izraz za izračun  $J$ -integrala numeričkom integracijom u metodi konačnih elemenata, implementiran u programski paket ABAQUS [47, 53] glasi:

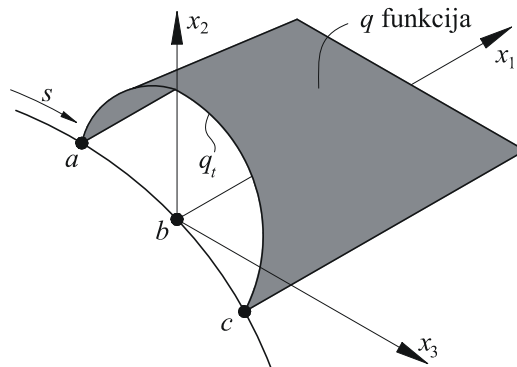
$$J \cong \sum_V \sum_{l=1}^m \left\{ \left[ \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} - W \delta_{1j} \right) \frac{\partial q}{\partial x_j} \right] \det \left( \frac{\partial x_i}{\partial \xi_k} \right) \right\} w_l, \quad (17)$$

gdje su:  $m$  - broj točaka integracije po elementu,  
 $\xi_k$  - koordinata  $i$ -te integracijske točke  $i$   
 $w_l$  - težinski faktor.

Proizvoljna glatka težinska funkcija  $q$  se definira zadavanjem čvornih vrijednosti koje se interpoliraju po elementima primjenom standardnih funkcija oblika, slika 11., kako slijedi:

$$q = \sum_1^n N_i q_i \quad \text{i} \quad \frac{\partial q}{\partial x_j} = \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial x_j} q_i, \quad (18)$$

gdje su:  $n$  - broj čvorova po elementu,  
 $q_i$  - vrijednost proizvoljne glatke težinske funkcije u  $i$ -tom čvoru  $i$   
 $N_i$  - funkcije oblika konačnog elementa.



Slika 11. Proizvoljna glatka težinska funkcija  $q$  [49, 54]

## 2.3. C-integral

### 2.3.1. Puzanje

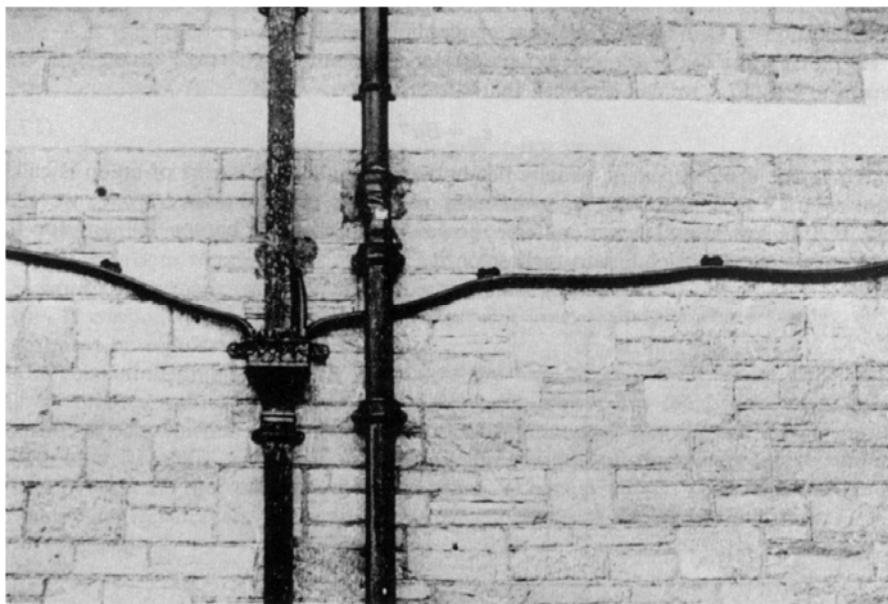
Uslijed djelovanja dugotrajnog konstantnog opterećenja na konstrukciju, može doći do sporog deformiranja konstrukcije tj. puzanja materijala konstrukcije. Poznato je da svi materijali pokazuju svojstvo puzanja, ali ovisno o vrsti materijala do puzanja dolazi na različitim temperaturama. Na višim temperaturama uslijed opterećenja, koje je manje od granice tečenja i koje kod niskih temperatura ne izaziva značajnu deformaciju, dolazi do deformiranja materijala tj. do pojave koja se naziva puzanje materijala. Puzanje polimernih materijala i olova pojavljuje se već kod nižih temperatura, dok se u čeliku pojavljuje na vrlo visokim temperaturama (kod npr. turbina, žarulja, motora s unutarnjim izgaranjem, avionskih motora, obloga svemirskih brodova itd.).

Pojam visoke i niske temperature je različit za svaki pojedini materijal i vezan je uz temperaturu taljenja pojedinog materijala. Za primjer možemo pokazati tri po svojstvima potpuno različita materijala, a to su volfram, olovo i polietilen. Volfram ima temperaturu taljenja iznad 3000 °C i sobna temperatura je za njega vrlo niska temperatura, ali u niti žarulje je radna temperatura oko 2000 °C što je za njega visoka temperatura. Olovo ima temperaturu taljenja na 330 °C i za njega je sobna temperatura visoka temperatura. Polietilen ima temperaturu taljenja na 125 °C i za njega je sobna temperatura vrlo visoka temperatura. Na slici 12. vidimo izražen progib kod tankih olovnih odvodnih cijevi uslijed puzanja olova na sobnoj temperaturi.

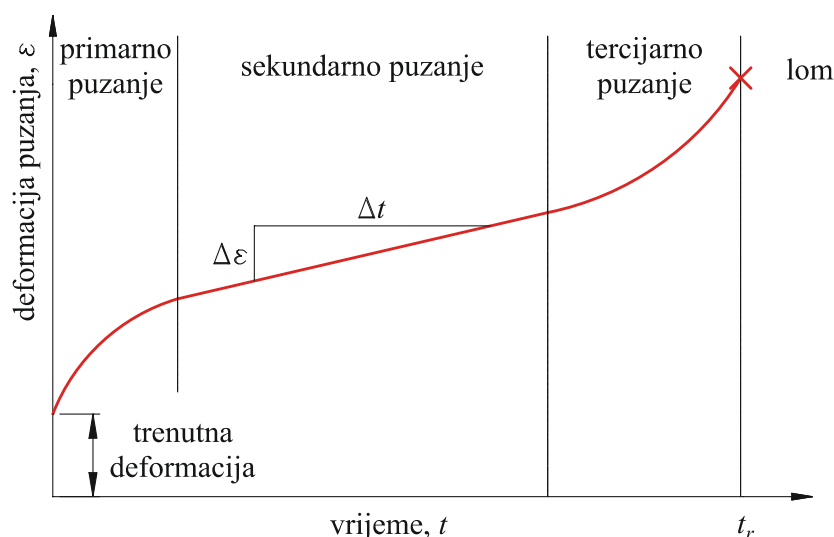
Ovisno o temperaturi korištenja materijala potrebno je razmatrati dva slučaja. Prvi slučaj je ako se materijal koristi na niskoj temperaturi, svojstva materijala važna za proračun, odnosno za dimenzioniranje konstrukcije, su svojstva materijala dobivena statičkim vlačnim pokusom. Drugi slučaj je ako se materijal koristi na visokoj temperaturi, svojstva materijala važna za proračun su ona dobivena ispitivanjem otpornosti materijala na puzanje. Na slici 13. prikazan je shematski dijagram puzanja materijala konstrukcije opterećene konstantnim opterećenjem.

Proces deformiranja se kod puzanja može podijeliti u četiri faze: trenutna (elastična i/ili plastična) deformacija, primarno puzanje, sekundarno (stabilno stanje) puzanje i tercijarno puzanje. Trenutna deformacija nastaje odmah nakon opterećenja konstrukcije. Zatim primarno

puzanje dominira relativno kratko vrijeme nakon opterećenja konstrukcije. Ovdje brzina deformacije opada s vremenom kako materijal očvršćava. U sekundarnom puzanju deformacija dostiže stabilno stanje, tj. očvršćavanje i omekšavanje je izjednačeno, a brzina deformacije je konstantna. Za slučaj tercijarnog puzanja brzina deformacije se povećava sve do konačnog loma konstrukcije.

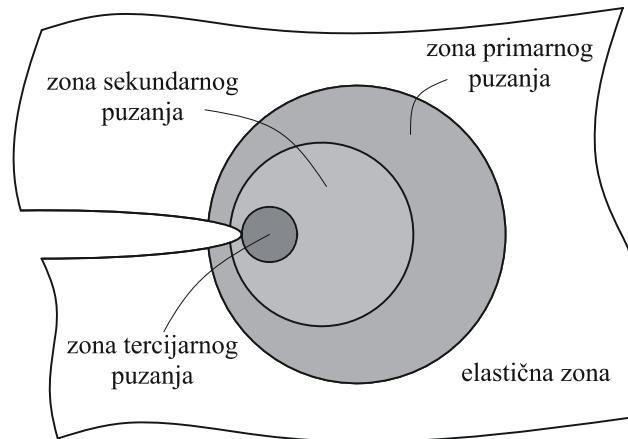


Slika 12. Puzanje olovnih cijevi pri sobnoj temperaturi [55]



Slika 13. Dijagram puzanja konstrukcije opterećene konstantnim napreženjem [52, 56]

Na slici 14. prikazane su zone deformacije i napreženja oko vrha pukotine kod puzanja. Materijal oko vrha pukotine je u tercijarnom puzanju, tj. lokalno može doći i do pucanja. Sljedeća zona materijala je u sekundarnom (stabilno stanje) puzanju, a sljedeća u primarnom puzanju, dok se materijal dalje od vrha pukotine ponaša elastično.



Slika 14. Zone deformacije i naprezanja oko vrha pukotine kod puzanja [49]

Naravno, sva se područja ne moraju pojaviti uvijek zajedno. Na taj način, ako je konstrukcija dominantno elastična i zona puzanja je ograničena na malo područje oko vrha pukotine, kao parametar mehanike loma može se primijeniti koeficijent intenzivnosti naprezanja. U drugom ekstremnom slučaju kada se konstrukcija deformira globalno u stabilnom stanju puzanja, elastične deformacije i terciarno puzanje se mogu zanemariti, a kao parametar mehanike loma primjenjuje se  $C$ -integral.

### 2.3.2. Definicija $C$ -integrala

$C$ -integral je parametar mehanike loma koji opisuje vremenski ovisno polje naprezanja i deformacije oko vrha pukotine, odnosno zareza. Izveden je na temelju proširenja nelinearne elastične mehanike loma na probleme puzanjem prema Riedelu i Riceu [57, 58].

Kao što  $J$ -integral opisuje polje naprezanja i deformacije pri elastičnom ili elastoplastičnom ponašanju materijala, tako  $C$ -integral opisuje polje naprezanja i deformacije za viskozno ponašanje materijala. Međutim, kod vremenski ovisne deformacije puzanja ne postoji univerzalni parametar mehanike loma koji karakterizira stanje naprezanja oko vrha pukotine za sve okolnosti. Odgovarajući parametar mehanike loma mora ovisiti o načinu opisivanja konstitutivnog modela (npr. materijal opisan primarnim, sekundarnim ili terciarnim puzanjem) i o stanju deformacije u materijalu oko vrha pukotine. Kao što je opisano, deformacija puzanja može nastupiti nakon početnog elastičnog ili plastičnog deformiranja. Definicija  $C$ -integrala kao parametra mehanike loma kod puzanja materijala je razvijena ubrzo nakon što je  $J$ -integral definiran za elastoplastično ponašanje materijala. Točnije opisivanje stanja naprezanja i deformacije u vrhu pukotine ili zareza osnova je za efikasno određivanje  $C$ -integrala.  $C$ -integral je definiran kao linijski integral, pa ako u izrazu

za  $J$ -integral deformaciju zamijenimo brzinom deformacije i pomak zamijenimo brzinom pomaka [13, 48, 49, 59] dobivamo:

$$C(t) = \int_{\Gamma \rightarrow 0} \left[ \dot{W} dy - T_i \left( \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x} \right) ds \right], \quad (19)$$

gdje su:  $C(t)$  -  $C$ -integral ovisan o vremenu puzanja,

$t$  - vrijeme puzanja i

$\dot{W}$  - brzina gustoće deformacijske energije.

Kontura  $\Gamma \rightarrow 0$  označava da se integral mora izračunati na konturi blizu vrha pukotine, tako da se brzina elastične deformacije može zanemariti u odnosu na brzinu deformacije puzanja.

Brzina gustoće deformacijske energije,  $\dot{W}$ , je:

$$\dot{W} = \int_0^{\dot{\epsilon}_{ij}^c} \sigma_{ij} d\dot{\epsilon}_{ij}^c, \quad (20)$$

gdje je:  $\dot{\epsilon}_{ij}^c$  - komponenta tenzora brzine deformacije puzanja.

Iz izraza (19) je vidljivo da je  $C$ -integral ovisan o vremenu puzanja. Ako je vrijeme puzanja dovoljno veliko materijal je u sekundarnom puzanju tj. u stabilnom stanju i tada  $C$ -integral označavamo s  $C^*$ -integral i nazivamo  $C$ -integral stabilnog stanja. Ako u izraz (19) uvrstimo da je vrijeme puzanja dovoljno veliko dobivamo:

$$C(t \rightarrow \infty) = C^* = \int_{\Gamma} \left[ \dot{W} dy - T_i \left( \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x} \right) ds \right]. \quad (21)$$

U literaturi [57, 58] je opisano koji parametar mehanike loma dobro opisuje određeno ponašanje materijala. Kada je početno ponašanje materijala linearno elastično i dominira sekundarno puzanje primjenjuju se koeficijent intenzivnosti naprezanja i vremenski neovisan  $C^*$ -integral. Za malu zonu puzanja (*small-scale creep*), kada elastične deformacije dominiraju gotovo svugdje u konstrukciji osim u maloj zoni, oko vrha pukotine, koja je unutar singularno dominantne zone, koristimo koeficijent intenzivnosti naprezanja. Ako zona puzanja postaje velika u usporedbi s veličinom konstrukcijske komponente s pukotinom, a elastična deformacija je mala u usporedbi s deformacijom puzanja, primjenjuje se  $C^*$ -integral.

Riedel i Rice [57, 58] su analizirali vrijeme prijelaza iz male u veliku zonu puzanja tj. iz kratkog u dugo vrijeme puzanja. Primijenili su najjednostavniji zakon puzanja koji opisuju sekundarno i zanemaruje primarno puzanje u sljedećem obliku:

$$\dot{\epsilon}_{cr} = A \cdot \sigma^n, \quad (22)$$

gdje su:  $\dot{\epsilon}_{cr}$  - brzina deformacije puzanja,  
 $A$  - parametar materijala,  
 $\sigma$  - naprezanje i  
 $n$  - parametar materijala.

Predložili su izraz za određivanje  $C$ -integrala pomoću koeficijenta intenzivnosti naprezanja za slučaj male zone puzanja tj. kratkog vremena puzanja kako slijedi:

$$C_t = \frac{1}{(n+1)t} (1-\nu^2) \frac{K_I^2}{E}, \quad (23)$$

gdje su:  $C_t$  -  $C$ -integral za slučaj male zone puzanja tj. kratkog vremena puzanja,  
 $\nu$  - Poissonov faktor i  
 $E$  - modul elastičnosti.

$C_t$ -integral je konturno ovisan, a konturno neovisan postaje u ograničenom slučaju kada se dostignu uvjeti stabilnog stanja, a to su velika zona puzanja ispred vrha pukotine i dugo vrijeme puzanja. Isti autori predložili su vezu između  $C$ -integrala za slučaj male zone i kratkog vremena puzanja,  $C_t$ , i za slučaj velike zone i dugog vremena puzanja,  $C^*$ , kako prikazuje izraz:

$$C_t = C^* \left( \frac{t_T}{t} + 1 \right), \quad (24)$$

gdje je:  $t_T$  - vrijeme prijelaza iz male u veliku zonu tj. kratkog u dugo vrijeme puzanja.

Ovdje je vrijeme prijelaza iz male u veliku zonu tj. kratkog u dugo vrijeme puzanja definirano pomoću izraza [60]:

$$t_T = \frac{1}{(n+1)} \frac{1}{C^*} (1-\nu^2) \frac{K_I^2}{E}, \quad (25)$$

ili

$$t_T = \frac{1}{(n+1)} \frac{J}{C^*}. \quad (26)$$



### 3. O GRANIČNOJ ANALIZI

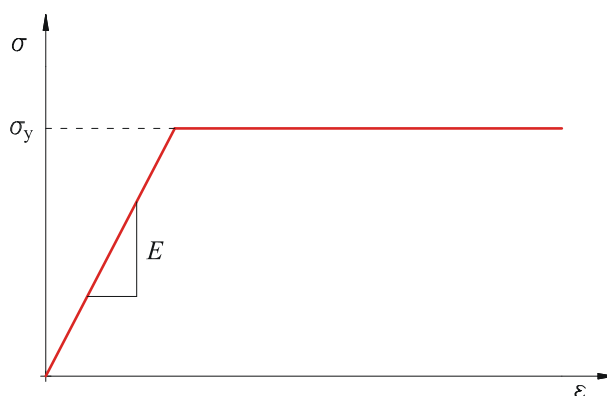
Granična analiza (*limit analysis*) kako i samo ime kaže služi za određivanje graničnog opterećenja konstrukcijske komponente koje dovodi do sloma tj. kolapsa konstrukcije. Pritom razlikujemo dva načina plastičnog kolapsa, lokalni i globalni. Lokalni plastični kolaps predstavlja kolaps preostalog ligamenta konstrukcijske komponente s pukotinom, dok je globalni plastični kolaps slom cijele konstrukcijske komponente uključujući i kolaps preostalog ligamenta [17-21]. Ovisno o primijenjenom materijalnom modelu razlikujemo:

1. opterećenje plastičnog tečenja (*plastic yield load*) ili granično opterećenje (*plastic limit load*) i
2. opterećenje plastičnog kolapsa (*plastic collapse load*) ili plastična nestabilnost (*plastic instability load*).

Granična numerička analiza uobičajeno se provodi primjenom metode konačnih elemenata što zahtijeva primjenu iteracijskog postupka po duljini luka (*arc-length*) [47, 61]. Kod graničnih numeričkih analiza moguće je primijeniti teoriju malih ili velikih deformacija.

#### 3.1. Granično opterećenje

Opterećenje plastičnog tečenja određuje se na osnovi granične analize primjenom teorije malih deformacija i uz pretpostavku elastično-idealno plastičnog ponašanja materijala, slika 15. [4, 19]. Definirano je kao opterećenje koje konstrukcijska komponenta izrađena od elastično-idealno plastičnog materijala može podnijeti prije sloma.



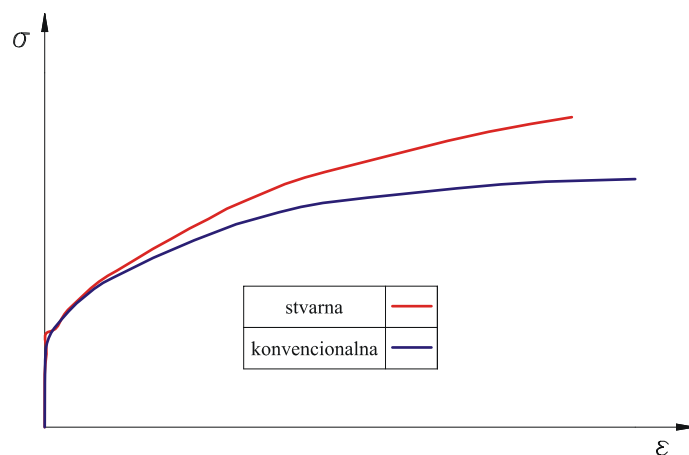
Slika 15. Elastično-idealno plastično ponašanje materijala



Elastičan-idealnooplastičan materijal se do granice tečenja,  $\sigma_y$ , ponaša elastično, a nakon granice tečenja se ponaša idealnooplastično tj. naprezanje u konstrukciji iznosi granice tečenja materijala izaziva beskonačnu veliku deformaciju, kao što je prikazano na slici 15. Za definiranje elastično-idealnooplastičnog ponašanja materijala potrebno je poznavati modul elastičnosti, Poissonov faktor i granicu tečenja materijala.

## 3.2. Opterećenje plastičnog kolapsa

Za razliku od opterećenja plastičnog tečenja, određivanje opterećenja plastičnog kolapsa ili plastične nestabilnosti zahtjeva kompleksniju numeričku analizu koja se zasniva na teoriji velikih deformacija i modeliranju realnog očvršćenja materijala u plastičnom području [4, 24, 25]. Pri tome se opterećenje plastičnog kolapsa definira kao maksimalno opterećenje koje konstrukcijski element može nositi [23]. Ovdje se nelinearno ponašanje materijala modelira primjenom inkrementalne teorije plastičnosti s pripadnim kriterijem plastičnog tečenja, zakonom tečenja i zakonima očvršćenja materijala. Stvarno ponašanje materijala opisano je krivuljom stvarno naprezanje-stvarna deformacija. Materijal se do granice tečenja ponaša linearno elastično, a nakon granice tečenja se ponaša izrazito nelinearno, kao što je prikazano na slici 16.



Slika 16. Krivulja stvarno i konvencionalno naprezanje-deformacija

Osnovna razlika konvencionalne i stvarne krivulje naprezanje-deformacija je u definiciji tj. računanju naprezanja i deformacija kod statičkog vlačnog pokusa. Kod konvencionalne krivulje naprezanje-deformacija konvencionalno naprezanje dobijemo ako primijenjenu silu dijelimo s početnom minimalnom površinom poprečnog presjeka epruvete. Za razliku od toga, kod stvarne krivulje naprezanje-deformacija stvarno naprezanje dobijemo ako

primijenjenu silu dijelimo s trenutnom minimalnom površinom poprečnog presjeka epruvete. Konvencionalnu deformaciju kod konvencionalne krivulje naprezanje-deformacija dobijemo ako produljenje dijelimo s početnom duljinom epruvete, dok za dobivanje stvarne deformacije kod stvarne krivulje naprezanje-deformacija produljenje dijelimo s trenutnom duljinom epruvete. Pomoću izraza koji povezuju konvencionalnu i stvarnu deformaciju, tj. konvencionalno i stvarno naprezanje možemo poznavanjem jedne krivulje odrediti vrijednosti druge krivulje.

Stvarna deformacija iz konvencionalne deformacije definirana je kao [62]:

$$\varepsilon_t = \ln(1 + \varepsilon_e), \quad (27)$$

gdje su:  $\varepsilon_t$  - stvarna deformacija i  
 $\varepsilon_e$  - konvencionalna deformacija.

Stvarno naprezanje iz konvencionalnog naprezanja može se odrediti prema izrazu [62]:

$$\sigma_t = \sigma_e (1 + \varepsilon_e), \quad (28)$$

gdje su:  $\sigma_t$  - stvarno naprezanje i  
 $\sigma_e$  - konvencionalno naprezanje.

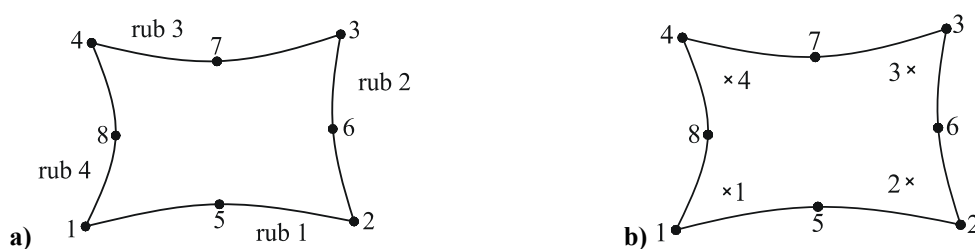


## 4. O NUMERIČKOM MODELU

### 4.1. Korišteni klasični konačni elementi

#### 4.1.1. Ljuskasti konačni element

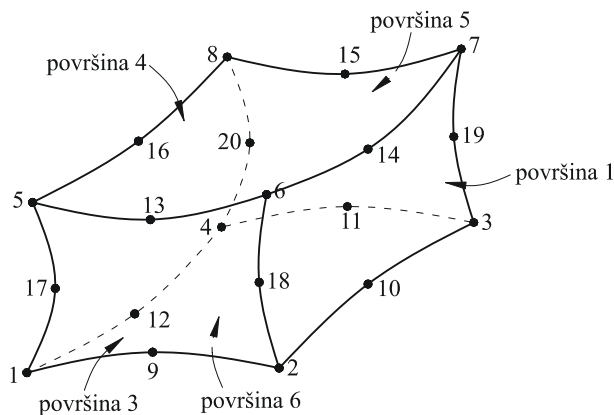
U radu je za analize ljusaka metodom konačnih elemenata primjenom programskog paketa ABAQUS [53] korišten 8-čvorni konačni element oznake S8, prikazan na slici 17.a). Na slici 17.b) je prikazan broj i položaj točaka integracije konačnog elementa s reduciranom integracijom, S8R.



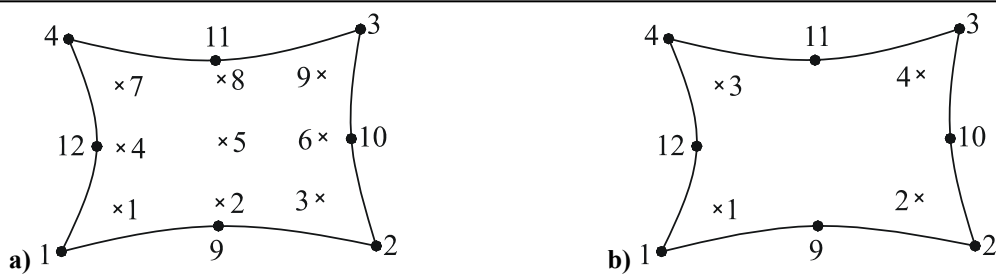
Slika 17. S8 – 8-čvorni ljuskasti konačni element: a) definicija čvorova i b) broj i položaj točaka integracije u S8R (reducirana integracija) [47]

#### 4.1.2. Prizmatični konačni element

Trodimenzijski problemi diskretizirani su s 20-čvornim konačnim elementom oznake C3D20, prikazanim na slici 18. Na slici 19. je prikazan položaj i broj točaka integracije standardnog konačnog elementa, C3D20 i elementa s reduciranom integracijom, C3D20R.



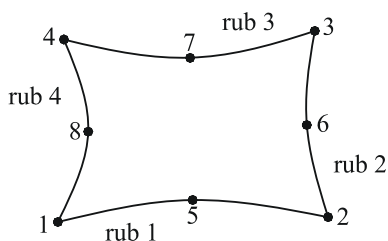
Slika 18. C3D20 – 20-čvorni prizmatični konačni element [47]



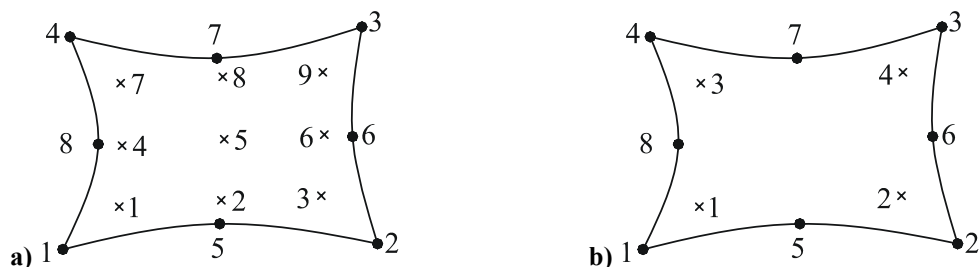
Slika 19. Broj i položaj integracijskih točaka za: a) C3D20 i b) C3D20R [47]

### 4.1.3. Osnosimetrični konačni element

Za rješavanje osnosimetričnih problema korišten je 8-čvorni osnosimetrični konačni element oznake CAX8, prikazan na slici 20. Broj i položaj točaka integracije standardnog konačnog elementa oznake CAX8 i za element s reduciranom integracijom oznake CAX8R su prikazani na slici 21.



Slika 20. CAX8 – 8-čvorni osnosimetrični konačni element [47]



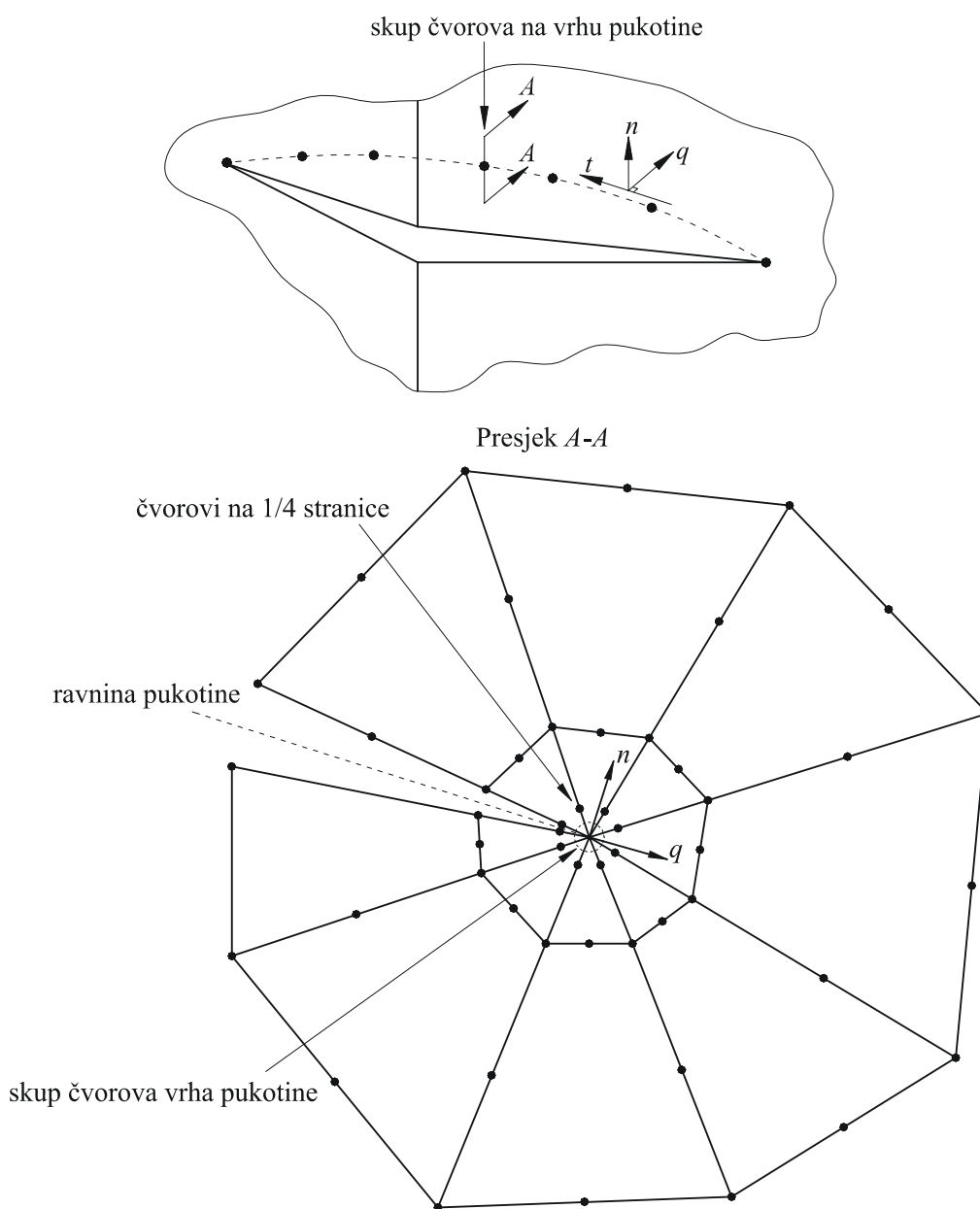
Slika 21. Broj i položaj integracijskih točaka za: a) CAX8 i b) CAX8R [47]

## 4.2. Konačni elementi za primjenu u mehanici loma

Počeci primjene metode konačnih elemenata za rješavanje problema mehanike loma vezani su za uporabu običnih izoparametrijskih elemenata (Tuba sa suradnicima 1970. godine). Vrlo gusta mreža u blizini vrška pukotine omogućavala je postizanje dovoljno točnih rezultata u području velikih gradijenata naprezanja. Pokazalo se da je primjenjivost izoparametrijskih elemenata ograničena samo na jednostavnije probleme. Kasnije studije o konvergenciji rješenja pokazale su da za kompleksne probleme, rješenje u području vrška

pukotine ne postiže dovoljnu točnost čak i s vrlo velikim brojem elemenata. To je bio glavni poticaj za razvoj specijaliziranih elemenata za primjenu u mehanici loma.

Dolazi do razvoja singularnih konačnih elemenata za 2D i 3D analizu koji su sadržani u programskom paketu ABAQUS [47, 53] korištenom u ovom radu za numeričke analize metodom konačnih elemenata. Kod singularnih konačnih elemenata za 2D analizu dolazi do sažimanja (kolabiranja) četverokutnog u trokutasti element. Osim toga, kod ovakvog trokutastog elementa međučvor, na stranicama koje se sastaju u vrhu pukotine, ostaje na sredini stranice ili se pomiče iz sredine na 1/4 stranice elementa ovisno o željenom tipu singularnosti. Definiranje pukotine tj. vrha ili linije vrha pukotine vrši se definiranjem singularnih kolabirajućih elemenata kao što je prikazano na slici 22.



Slika 22. Prsten konačnih elemenata oko vrha pukotine [47]

Teorijska rješenja za naprezanja u vrhu pukotine sadrže u izrazu član  $1/\sqrt{r}$  kod linearno elastične mehanike loma, dok kod elastoplastične mehanike loma za slučaj elastično-idealno plastičnog ponašanja materijala taj član iznosi  $1/r$ . U vrhu pukotine za  $r=0$  dolazi do pojave singularnosti. Jednako tako se singularnost javlja i kod numeričkog određivanja parametara mehanike loma gdje ovisno o materijalnom modelu postoje tri vrste singulariteta.

Singularnost za linearno elastično ponašanje materijala glasi:

$$\varepsilon \propto r^{-1/2}, \quad (29)$$

gdje su:  $\varepsilon$  - deformacija i  
 $r$  - udaljenost od vrha pukotine.

Za elastično-idealno plastično ponašanja materijala singularnost je:

$$\varepsilon \propto r^{-1}, \quad (30)$$

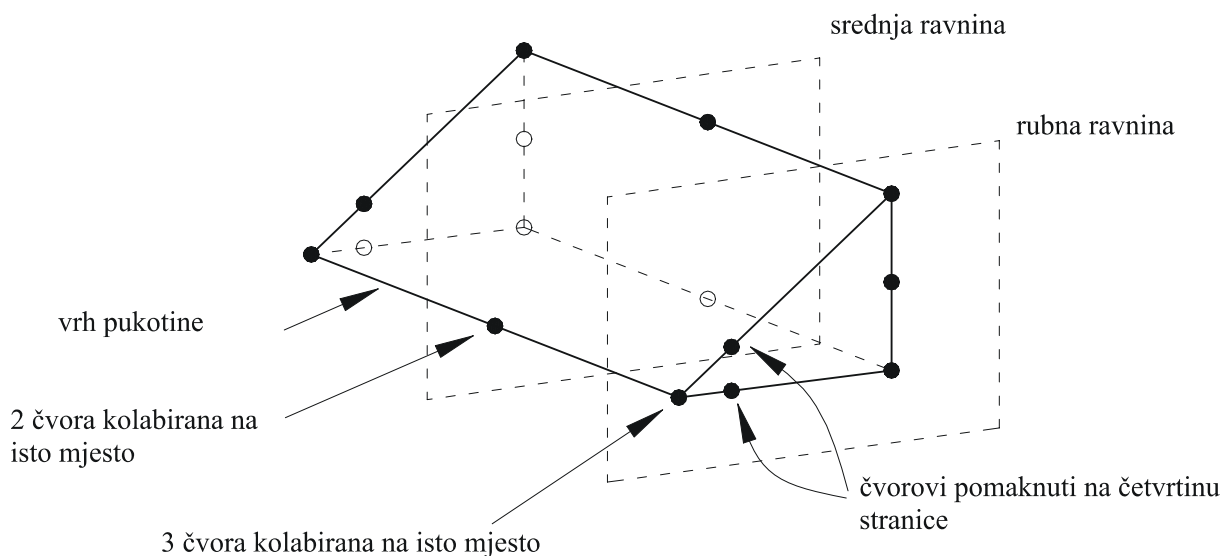
dok za elastično-nelinearno očvršćujuće ponašanje materijala imamo:

$$\varepsilon \propto r^{-\frac{n}{n+1}}, \quad (31)$$

gdje je:  $n$  - parametar očvršćenja materijala.

### 4.2.1. Singularni elementi za 3D analizu

Za postizanje singularnosti u vrhu pukotine za trodimenzijske probleme u programskom paketu ABAQUS [53] koriste se 20-čvorni konačni elementi oznake C3D20 koji se, da zadovolje uvjete singularnosti, sažimaju (kolabiraju) na način prikazan na slici 23.



Slika 23. Kolabiranje konačnog elementa za 3D probleme [47]

**Singularnost**  $\varepsilon \propto r^{-1/2}$ . Ovaj tip singularnosti dobije se ako su 2 kolabirana čvora na srednjoj ravnini kao i 3 kolabirana čvora na rubnim ravninama povezani zajedno tj. prilikom deformiranja konačnog elementa mogu se pomicati samo kao jedan čvor. Pomicanje čvorova na stranicama konačnog elementa na rubnim ravninama elementa koje se sastaju u liniji vrha pukotine mora biti na četvrtinu duljine stranice od vrha pukotine [47].

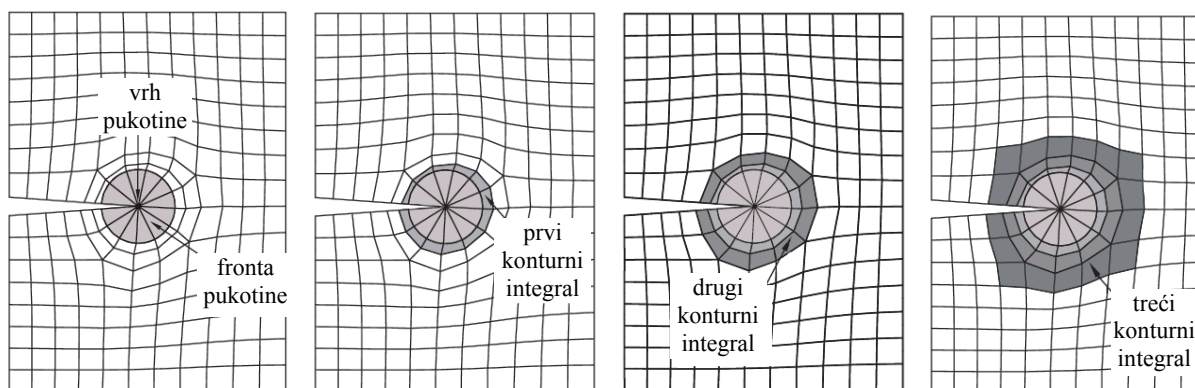
**Singularnost**  $\varepsilon \propto r^{-1}$ . Ovaj tip singularnosti se dobije ako su 2 kolabirana čvora na srednjoj ravnini i 3 kolabirana čvora na rubnim ravninama slobodni tj. prilikom deformiranja konačnog elementa mogu se pomicati neovisno jedni od drugih. Pomicanje čvorova na stranicama konačnog elementa na rubnim ravninama elementa koje se sastaju u vrhu pukotine nema tj. čvorovi ostaju na sredini stranice [47].

**Singularnost**  $\varepsilon \propto r^{-n/(n+1)}$ . Ovaj tip singularnosti se dobije ako su 2 kolabirana čvora na srednjoj ravnini i 3 kolabirana čvora na rubnim ravninama slobodni tj. prilikom deformiranja konačnog elementa mogu se pomicati neovisno jedni od drugih. Pomicanje čvorova na stranicama konačnog elementa na rubnim ravninama elementa koje se sastaju u vrhu pukotine mora biti na četvrtinu duljine stranice od linije vrha pukotine [47].

Više o formulaciji 2D i 3D klasičnih i singularnih konačnih elemenata može se naći u literaturi [47].

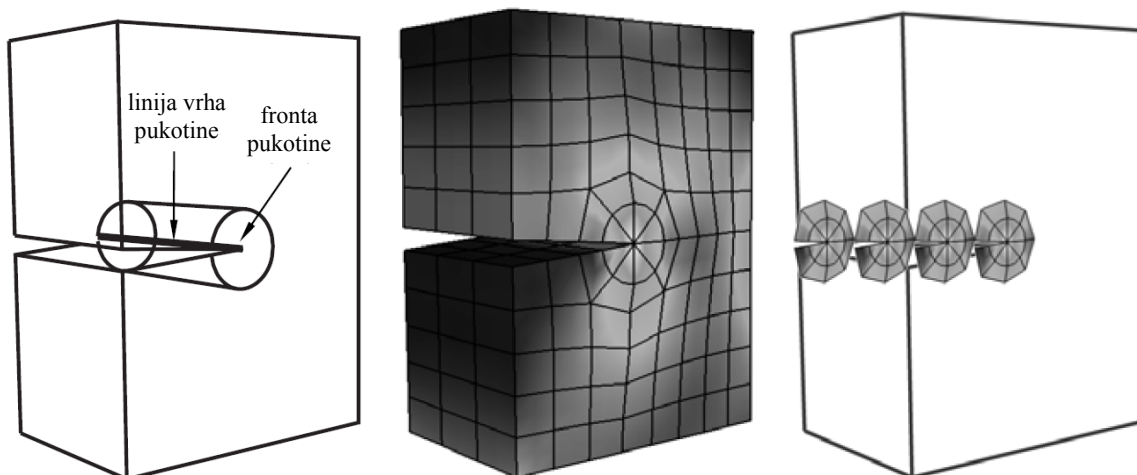
#### 4.2.2. Prikaz kontura na mreži konačnih elemenata

U 2. poglavlju kod opisivanja parametara mehanike loma opisane su konture u vrhu pukotine po kojima se računaju parametri mehanike loma. Na slici 24. prikazana je definicija kontura kod 2D problema, a na slici 25. kod 3D problema.



Slika 24. Prikaz kontura u vrhu pukotine za 2D probleme [47]





Slika 25. Prikaz kontura u vrhu pukotine za 3D probleme [47]

### 4.3. Podmodeliranje

Podmodeliranje je tehnika razvijena u svrhu detaljnije analize područja interesa (područje pojave visokih naprezanja i deformacija) u konstrukcijskom modelu primjenom većeg broja konačnih elemenata. Prilikom generiranja mreže na proračunskom modelu područje interesa, kao što je vrh pukotine ili zarez, obično diskretiziramo gušćom mrežom konačnih elemenata. Postupak podmodeliranja omogućuje nam da proračunski model odnosno globalni model diskretiziramo relativno rijetkom mrežom, a podmodel tj. područje interesa diskretiziramo gušćom i finijom mrežom i na taj način dobijemo točnije i detaljnije rješenje. Osim što je podmodel diskretiziran finijom mrežom, često je njegova geometrija puno složenija i detaljnija, odnosno bolje prati geometriju realnog problema koji se modelira. Primjena metode podmodeliranja omogućuje računalno jeftinije modele i to s jednakom ili čak boljom točnošću u područjima interesa konstrukcije od klasične analize. Također je moguće promijeniti prostor u kojem modeliramo iz 2D u 3D primjenom tehnike *shell-to-solid* podmodeliranja [47].

Analiza tehnikom podmodeliranja izvodi se u tri koraka:

- provođenje globalne analize i pohranjivanje podataka u blizini ruba podmodela,
- definiranje skupa "pogonjenih" čvorova na podmodelu tj. čvorova na koje se dodjeljuju interpolirane varijable iz globalne analize i
- pokretanje analize podmodela koristeći "pogonjene" čvorove kao ulaz [47].

### 4.3.1. Podjele tehnika podmodeliranja

Podmodeliranje se dijeli, prema tehnici koju koristimo, na čvornu i površinsku tehniku podmodeliranja. Najčešća je čvorna tehnika podmodeliranja koja koristi rezultate u čvorovima (pomake, temperaturu, stupnjeve slobode gibanja, itd) za interpolaciju rezultata globalnog modela na čvorove podmodela. Alternativna površinska tehnika koristi polje naprezanja globalnog modela koje interpolira u integracijske točke podmodela [47].

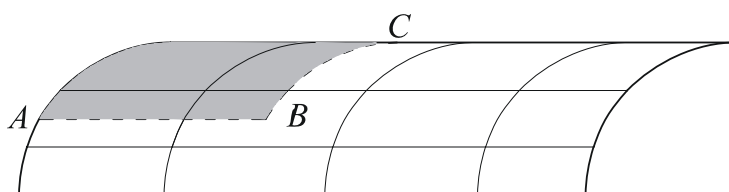
Prilikom odabira tehnike podmodeliranja u obzir treba uzeti važne činjenice:

- površinska tehnika je moguća samo za 3D modele i statičke analize,
- kada je krutost modela usporediva, čvorna tehnika daje usporedive rezultate u odnosu na površinsku tehniku s manjom vjerojatnosti numeričkih problema vezanih uz kruta tijela,
- kada se krutost modela razlikuje i ponašanje globalnog modela je uvjetovano opterećenjem, površinska tehnika daje preciznije rezultate naprezanja,
- čvorna tehnika bolje prenosi velike deformacije i rotacije na podmodel,
- ako pomaci u globalnom modelu približno odgovaraju očekivanim rješenjima u podmodelu, preporuča se primjena čvorne tehnike,
- površinska tehnika bi se trebala koristiti kada se očekuje razlika u rezultatnim pomacima između globalnog modela i podmodela. Uzrok ovome može biti modeliranje toplinskih naprezanja i razlika prethodne temperaturne raspodjele globalnog modela i podmodela, npr. podmodeliranje prijenosa topline kao jednog dijela sekvence,
- površinska tehnika daje bolje rezultate kod vrlo krutih konstrukcija. Kada samo mali dio polja pomaka doprinosi rezultatnim naprezanjima numeričko zaokruživanje polja pomaka može postati značajno,
- čvorna tehnika bolje prenosi polje pomaka i
- površinska tehnika bolje prenosi polje naprezanja i daje preciznije sile reakcije u podmodelu [47].

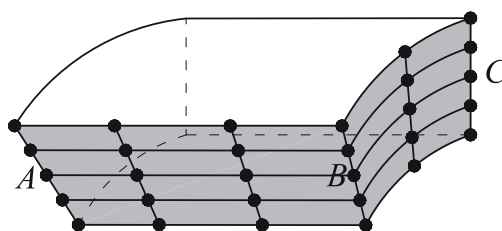
U istom podmodelu moguća je primjena obje tehnike podmodeliranja.

S obzirom na tip globalnog modela prema podmodelu postoji nekoliko tipova podmodeliranja. Opisani su samo najčešće korišteni tipovi podmodeliranja i tipovi korišteni u ovom radu.

Kod *shell-to-solid* podmodeliranja globalni model je diskretiziran s ljuskastim konačnim elementima, a podmodel s trodimenzijskim (*solid*) konačnim elementima. Na slici 26. crtkanom linijom *A-B-C* prikazan je rub na globalnom modelu, gdje dolazi podmodel, koji je skup linija. Taj isti rub na podmodelu je skup površina prikazan na slici 27., gdje je podmodel ujedno i pogonjen. Dakle, crtkana linija *A-B-C* na ljuskastom modelu, zamijenjena je osjenčanim površinama na prizmatičnom podmodelu [47].



Slika 26. Globalni model [47]

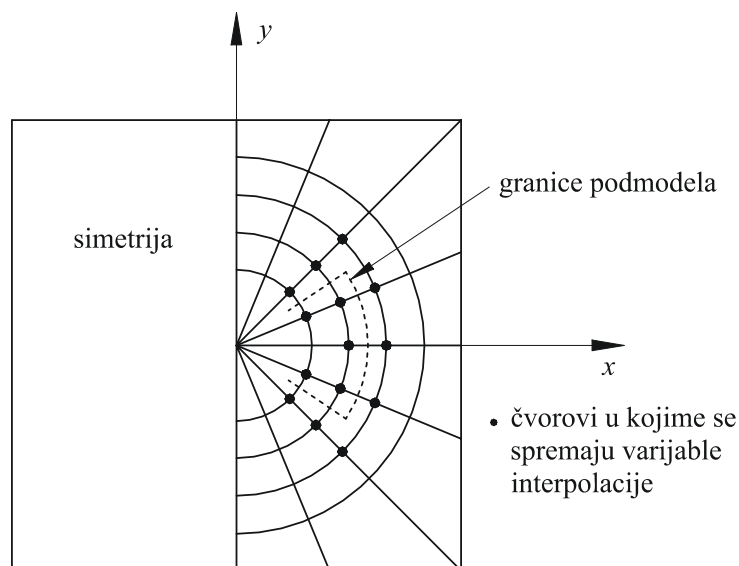


Slika 27. Podmodel [47]

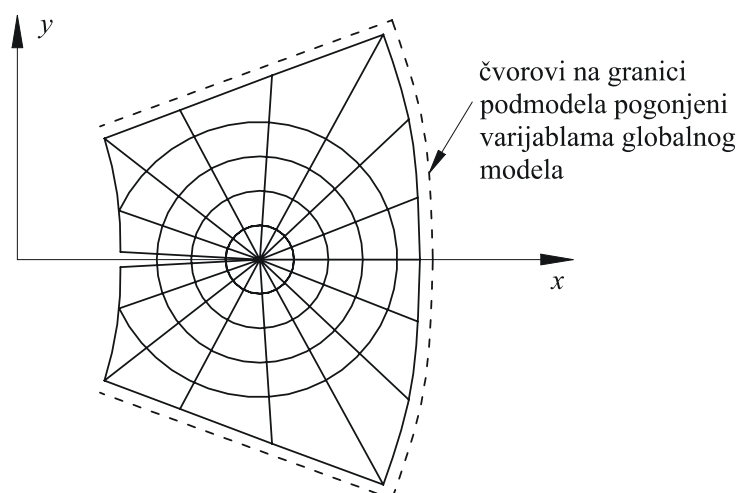
Princip djelovanja *solid-to-solid* podmodeliranja je analogan principu *shell-to-solid* podmodeliranja. U ovom slučaju globalni model je također diskretiziran trodimenzijskim konačnim elementima. Na globalnom modelu i na podmodelu se nalazi skup površina, tj. pogonsko područje podmodela je ostao skup površina, a te iste površine nalaze se i na globalnom modelu [47].

### 4.3.2. Povezivanje globalnog modela i podmodela

Analizom globalnog modela varijable u čvorovima ili polje naprezanja, na rubu globalnog modela gdje dolazi podmodel, ovisno o primijenjenoj tehnici, se spremaju u izlaznu ABAQUS datoteku (\*.odb). Pokretanjem analize podmodela, koja se vrši odvojeno, spremljeni podaci se automatski čitaju iz izlazne datoteke, interpoliraju i pridružuju čvorovima na rubu podmodela, kao rubni uvjeti podmodela, kako je prikazano slikama 28. i 29. Odvojena analiza globalnog modela i podmodela omogućava da podmodel postane globalni model za sljedeću analizu novog podmodela tj. podpodmodela. Broj razina globalni model-podmodel, nije ograničen tj. može se nastaviti u željenom broju razina [47].



Slika 28. Globalni model [47]



Slika 29. Povećani podmodel [47]

### 4.3.3. Prednosti i nedostaci metode podmodeliranja

Modeliranjem podmodela može se bolje opisati stvarna geometrija problema (npr. zavari, ojačanja, zarezi, pukotine, itd), što osigurava dobivanje točnijeg i detaljnijeg rješenja u području interesa konstrukcije. Primjenom podmodeliranja ukupni potreban broj konačnih elemenata, globalni model plus podmodel, je manji od klasične analize što daje računalno jeftinije proračune.

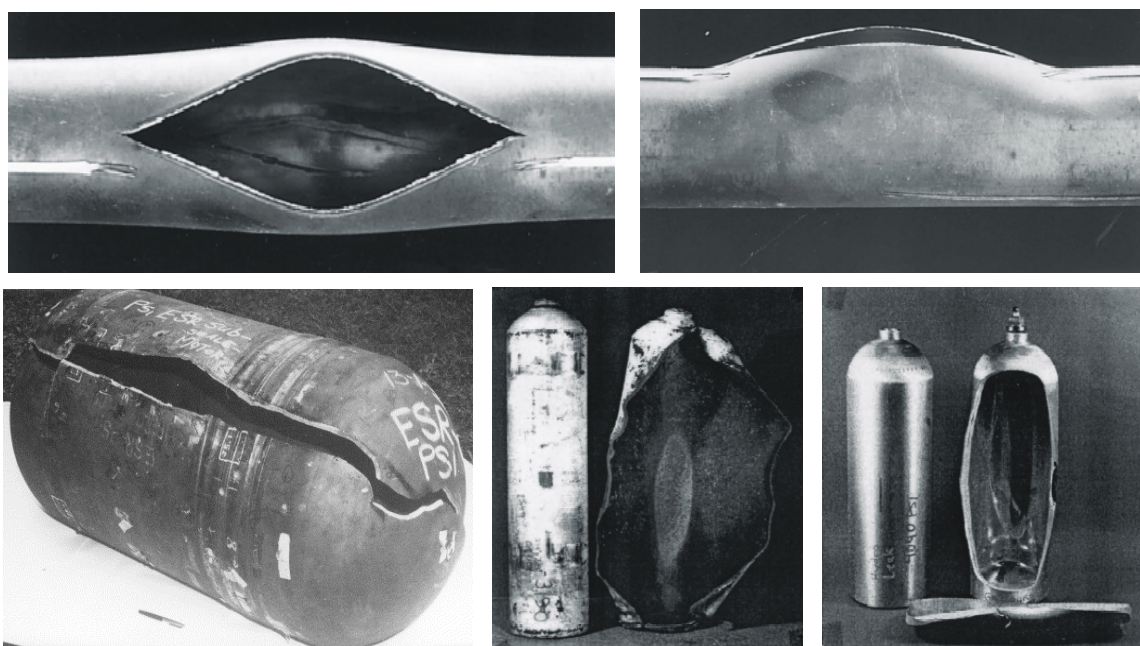
Nedostatak metode podmodeliranja je definiranje veličine tj. dimenzija podmodela. Podmodel mora biti dovoljno velik da naprezanja u području interesa nemaju utjecaja na rub podmodela. Rub podmodela bi se trebao nalaziti u području približno konstantnih naprezanja

da nema velikih skokova tj. diskontinuiteta na mjestu ruba podmodela. Dimenzije podmodela pogotovo za slučaj modeliranja pukotine i zareza tako predstavljaju otvoreno pitanje, koje je potrebno istražiti.

## 5. MODELIRANJE PUKOTINA U METALNIM CIJEVIMA

### 5.1. Opis

Procjena nosivosti konstrukcijskih komponenata s oštećenjem još uvijek zaokuplja pozornost velikog broja istraživača. Razlog tome je što postojanje oštećenja u nekoj konstrukcijskoj komponenti može narušiti njenu cjelovitost odnosno dovesti do loma. Na taj je način ugrožena sigurna eksploatacija i funkcionalnost konstrukcije te je smanjen njen radni vijek. Gubitak cjelovitosti konstrukcije može dovesti do havarije s katastrofalnim posljedicama na okoliš, a time i na čovječanstvo. Metalne cijevi, kao jedne od najraširenijih konstrukcija, gubitkom cjelovitosti mogu dovesti do raznih havarija, kao što je istjecanje sirove nafte, istjecanje i eksplozija plina, istjecanje otrovnih kemikalija, eksplozije nuklearnih reaktora itd. Uslijed niza degradacijskih mehanizama, koji mogu biti posljedica procesa izrade, montaže, radnih uvjeta, korozivnih procesa ili sprega više njih istovremeno, dolazi do pojave oštećenja u materijalu konstrukcije. Rast mikro-oštećenja i formiranje makro-pukotine kritične veličine može ugroziti cjelovitost konstrukcije. Na slici 30. su prikazani primjeri lomova metalnih cijevi i posuda pod tlakom prilikom ispitivanja i eksploatacije.



Slika 30. Lomovi na cijevima i posudama pod tlakom [16, 63]

Nakon što se u postupku izrade, kao i tijekom eksploatacije cijevi, primjenom nerazornih metoda otkriju pukotine u materijalu te odrede njihove dimenzije, orijentacija i učestalost, za analizu cjelovitosti potrebno je realnu pukotinu idealizirati. Najčešći slučaj su površinske pukotine koje se uobičajeno idealiziraju kao polueliptičke. Izmjereni parametri pukotine predstavljaju ulazne podatke za procjenu kritičnosti otkrivene pukotine, odnosno procjenu cjelovitosti cijevi.

### 5.1.1. Dimenzije i opterećenje cijevi

U ovom radu analizirane su metalne cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom prema slici 31.  $R_i$  i  $R_o$  su unutarnji i vanjski polumjer cijevi, dok je  $t$ , debljina stijenke cijevi. Dimenzije vanjske osne polueliptičke pukotine su opisane s duljinom pukotine,  $2c$ , i dubinom pukotine,  $a$ . U literaturi se uobičajeno dimenzije cijevi i pukotine definiraju s bezdimenzijskim parametrima: odnos unutarnjeg polumjera i debljine stijenke cijevi,  $R_i/t$ , odnos pola duljine i dubine pukotine,  $c/a$ , odnos dubine pukotine i debljine stijenke cijevi,  $a/t$ , i normalizirana duljina pukotine,  $\rho$ . Normalizirana duljina pukotine je definirana izrazom:

$$\rho = c / \sqrt{R_i t}, \quad (32)$$

gdje su:  $c$  - pola duljine pukotine,  
 $R_i$  - unutarnji polumjer cijevi i  
 $t$  - debljina stijenke cijevi.

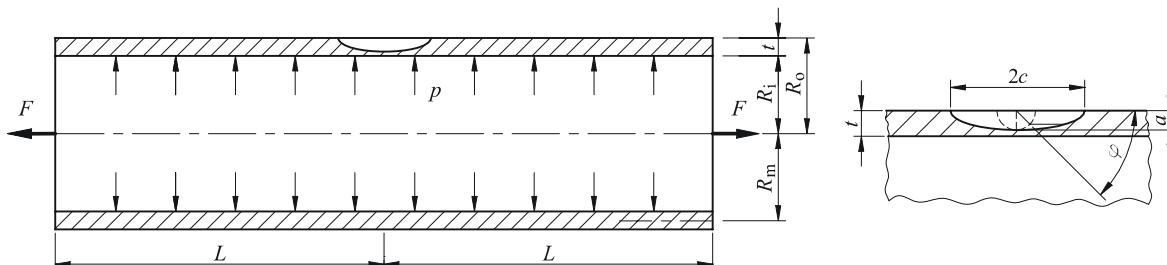
Kao što je vidljivo sa slike 31., unutarnji tlak u cijevi,  $p$ , jednoliko je raspodijeljen po unutarnjoj plohi cijevi, dok je osnom silom,  $F$ , simulirano opterećenje za slučaj zatvorene cijevi prema izrazu:

$$F = p \cdot R_i^2 \pi. \quad (33)$$

### 5.1.2. Dimenzije cijevi i pukotina

Provedene su parametarske analize za dvije različite dimenzije debelostjenih cijevi, za odnos unutarnjeg polumjera i debljine stijenke cijevi  $R_i/t = 4$  i  $10$ . Pri tome je debljina stijenke uzeta kao konstantna u iznosu od  $t = 1,625$  mm. Razmatrane su četiri različite vrijednosti odnosa pola duljine i dubine pukotine:  $c/a = 5; 10; 15$  i  $20$ , te četiri različite

vrijednosti odnosa dubine pukotine i debljine stijenke cijevi:  $a/t = 0,2; 0,4; 0,6$  i  $0,8$ , što ukupno čini 32 različite dimenzije cijevi i pukotina, kao što je prikazano u tablici 1. Duljina cijevi,  $2L$ , je odabrana tako da je barem deset puta veća od duljine pukotine ( $L/c \geq 10$ ), da se izbjegne utjecaj rubnih uvjeta na stanje naprezanja oko pukotine.



Slika 31. Dimenzije i opterećenje cijevi s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom opterećene unutarnjim tlakom

Tablica 1. Dimenzije cijevi i pukotina

| r.b. | $R_i/t$ | $c/a$ | $a/t$ | r.b. | $R_i/t$ | $c/a$ | $a/t$ |
|------|---------|-------|-------|------|---------|-------|-------|
| 1    | 4       | 5     | 0,2   | 17   | 10      | 5     | 0,2   |
| 2    |         |       | 0,4   | 18   |         |       | 0,4   |
| 3    |         |       | 0,6   | 19   |         |       | 0,6   |
| 4    |         |       | 0,8   | 20   |         |       | 0,8   |
| 5    |         | 10    | 0,2   | 21   |         | 10    | 0,2   |
| 6    |         |       | 0,4   | 22   |         |       | 0,4   |
| 7    |         |       | 0,6   | 23   |         |       | 0,6   |
| 8    |         |       | 0,8   | 24   |         |       | 0,8   |
| 9    |         | 15    | 0,2   | 25   |         | 15    | 0,2   |
| 10   |         |       | 0,4   | 26   |         |       | 0,4   |
| 11   |         |       | 0,6   | 27   |         |       | 0,6   |
| 12   |         |       | 0,8   | 28   |         |       | 0,8   |
| 13   |         | 20    | 0,2   | 29   |         | 20    | 0,2   |
| 14   |         |       | 0,4   | 30   |         |       | 0,4   |
| 15   |         |       | 0,6   | 31   |         |       | 0,6   |
| 16   |         |       | 0,8   | 32   |         |       | 0,8   |

### 5.1.3. Mreža konačnih elemenata

Parametarske analize provedene su primjenom programskog paketa ABAQUS [53] koji se temelji na metodi konačnih elemenata [64, 65]. Analizirani model cijevi s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom opterećene unutarnjim tlakom ima dvije ravnine simetrije, pa je zbog toga analizirana samo jedna četvrtina cijevi. Pritom je za diskretizaciju geometrije korišten izoparametrijski konačni element s dvadeset čvorova i reduciranom integracijom



(C3D20R). Za ispravno modeliranje singularnosti deformacija i naprezanja u vrhu pukotine primijenjeni su singularni konačni elementi. Na slikama 32., 33., 34. i 35. prikazani su karakteristični diskretizirani proračunski modeli cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom analizirani u ovom radu.

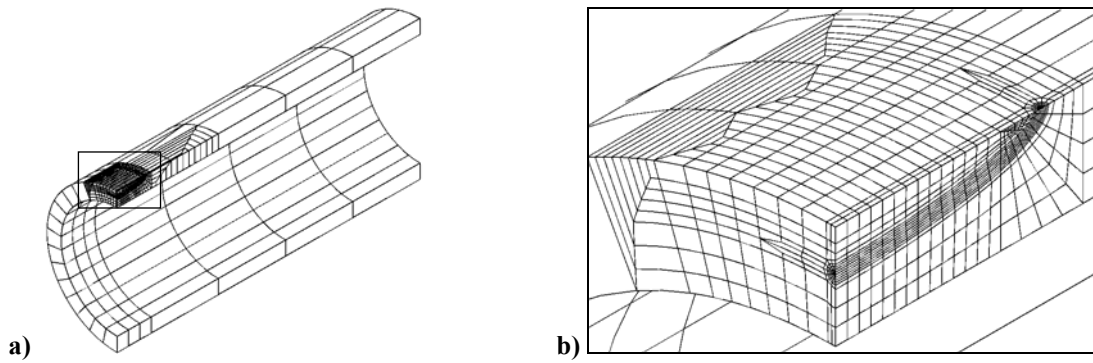
## 5.2. Određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja

Koeficijent intenzivnosti naprezanja za cijev opterećenu unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom može se definirati u obliku, [9]:

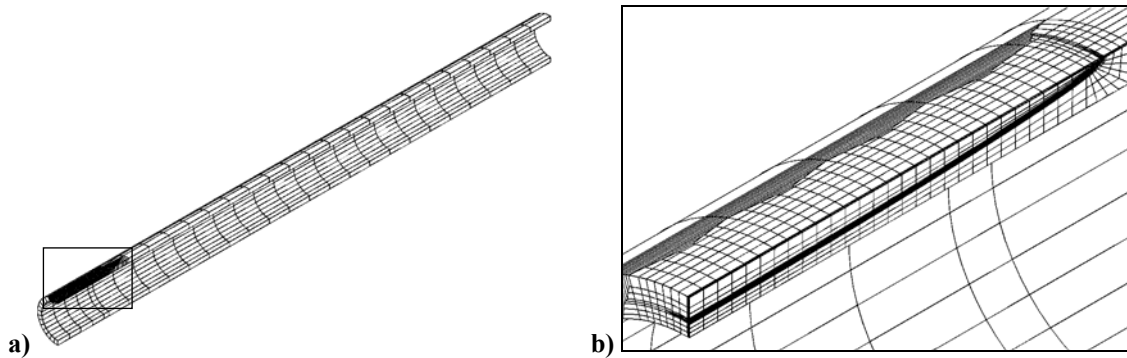
$$K_1(\varphi) = \frac{p \cdot R_i}{t} \sqrt{\pi \cdot a} \cdot F\left(\frac{R_i}{t}, \frac{a}{t}, \frac{c}{a}, \varphi\right), \quad (34)$$

gdje je:  $K_1$  - koeficijent intenzivnosti naprezanja,  
 $a$  - dubina pukotine,  
 $F$  - bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja,  
 $2c$  - duljina pukotine i  
 $\varphi$  - kut pukotine (vidu sliku 31.).

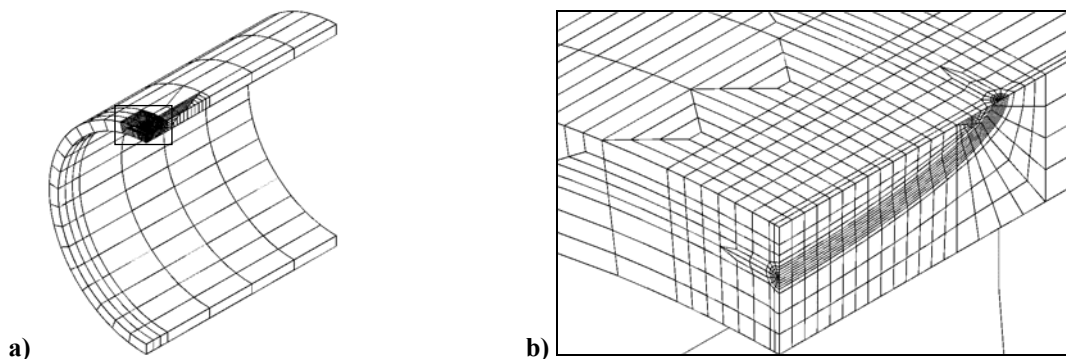
Kao što je vidljivo iz izraza (34), bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja ovisi o dimenzijama cijevi, dimenzijama pukotine i položaju na pukotini tj. kutu pukotine. Vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja izračunavaju se primjenom izraza (34), na način da se numeričkom analizom odrede vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja. U općem slučaju najveće vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja javljaju se na najdubljem dijelu pukotine tj. kada kut pukotine iznosi  $\varphi = 90^\circ$ . Kako se koeficijent intenzivnosti naprezanja kao parametar mehanike loma koristi za linearno-elastičnu mehaniku loma, za opis materijala primjenom linearno-elastičnog materijalnog modela potrebno je definirati modul elastičnosti i Poissonov faktor materijala. Za provedbu numeričkih analiza odabrane su vrijednosti  $E = 200 \text{ GPa}$  i  $\nu = 0,3$ . U prvom koraku provedena je usporedba rezultata numeričke analize s rezultatima iz [9]. Za usporedbu rezultata, bilo je potrebno izraditi dodatnih 9 diskretiziranih proračunskih modela za cijev opterećenu unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom.



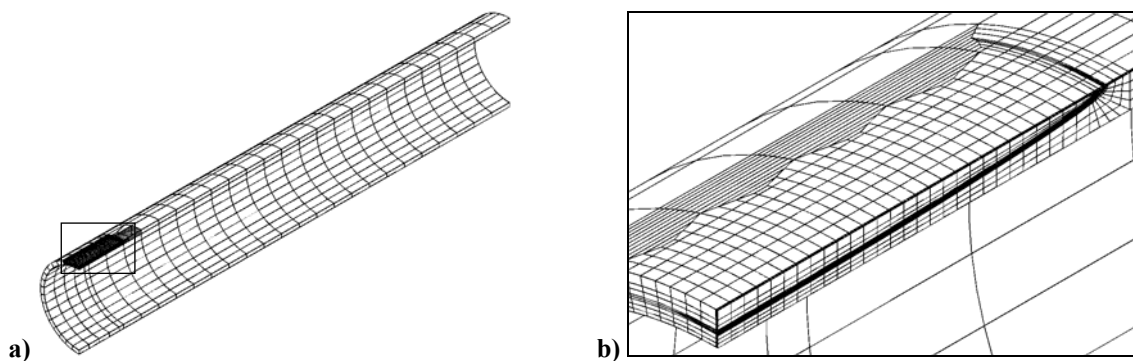
Slika 32. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom  $R_1/t=4$ ,  $c/a=5$  i  $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine



Slika 33. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom  $R_1/t=4$ ,  $c/a=20$  i  $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine



Slika 34. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom  $R_1/t=10$ ,  $c/a=5$  i  $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine



Slika 35. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom  $R_1/t=10$ ,  $c/a=20$  i  $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine

Dimenzije pukotine su definirane odnosima dubine pukotine i pola duljine pukotine  $a/c = 0,2; 0,4$  i  $1,0$ , te odnosima dubine pukotine i debljine stijenke cijevi  $a/t = 0,2; 0,5$  i  $0,8$ , što ukupno čini 9 različitih dimenzija pukotina. Provedbom numeričkih analiza za svih 9 različitih dimenzija pukotina dobivene su vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja prikazane u tablici 2. i uspoređene s vrijednostima iz [9].

Razlika koeficijenta intenzivnosti naprezanja je definirana prema izrazu:

$$\text{RAZLIKA} = \frac{K_{I, \text{Lit.}} - K_{I, \text{MKE}}}{K_{I, \text{Lit.}}} \cdot 100, \quad (35)$$

gdje su:  $K_{I, \text{Lit.}}$  - koeficijent intenzivnosti naprezanja preuzet iz [9] i

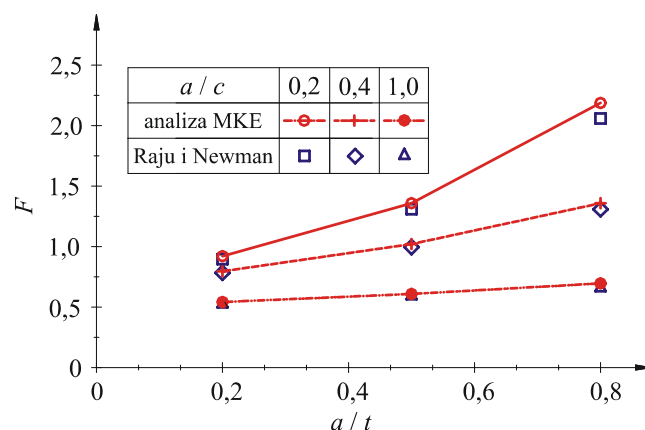
$K_{I, \text{MKE}}$  - koeficijent intenzivnosti naprezanja dobiven numeričkim analizama.

**Tablica 2. Usporedba koeficijenta intenzivnosti naprezanja,  $K_I / \text{MPa mm}^{1/2}$**

| r.b. | $a/c$ | $a/t$ | $K_{I, \text{Lit.}} / \text{MPa mm}^{1/2}$ | $K_{I, \text{MKE}} / \text{MPa mm}^{1/2}$ | <b>RAZLIKA / %</b> |
|------|-------|-------|--|---|--------------------|
| 1    | 0,2   | 0,2   | <b>407,4</b>                               | <b>418,7</b>                              | <b>-2,8</b>        |
| 2    |       | 0,5   | <b>939,2</b>                               | <b>977,4</b>                              | <b>-4,1</b>        |
| 3    |       | 0,8   | <b>1870,2</b>                              | <b>1989,0</b>                             | <b>-6,4</b>        |
| 4    | 0,4   | 0,2   | <b>355,4</b>                               | <b>362,8</b>                              | <b>-2,1</b>        |
| 5    |       | 0,5   | <b>714,6</b>                               | <b>733,6</b>                              | <b>-2,7</b>        |
| 6    |       | 0,8   | <b>1188,7</b>                              | <b>1235,0</b>                             | <b>-3,9</b>        |
| 7    | 1,0   | 0,2   | <b>242,7</b>                               | <b>246,2</b>                              | <b>-1,5</b>        |
| 8    |       | 0,5   | <b>426,4</b>                               | <b>436,3</b>                              | <b>-2,3</b>        |
| 9    |       | 0,8   | <b>599,1</b>                               | <b>631,5</b>                              | <b>-5,4</b>        |

Primjenom izraza (34) dobivene su bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja za svih 9 različitih dimenzija pukotina. Usporedba vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja dobivenih provedbom numeričkih analiza i rezultata iz [9] prikazana je na slici 36.

Kao što je vidljivo sa slike 36. poklapanje vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja je jako dobro. Razlika u vrijednostima se javlja za jako duboke pukotine ( $a/t = 0,8$ ) i relativno dugačke pukotine ( $a/c = 0,2$ ) i iznosi do 6%. Na slici 37. je prikazan deformirani oblik cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom kod određivanja koeficijenta intenzivnosti naprezanja za odnos dubine i pola duljine pukotine  $a/c = 0,4$ , te odnos dubine pukotine i debljine stijenke cijevi  $a/t = 0,5$ . Provedenom analizom je verificiran numerički model (generiranje mreža konačnih elemenata, definiranje pukotine, opterećenja, rubnih uvjeta itd.) u primijenjenom programskom paketu ABAQUS [53].



Slika 36. Usporedba vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja dobivenih provedbom numeričkih analiza i rezultata iz [9]

Nakon toga, provedene su numeričke analize za sve 32 različite dimenzije cijevi i pukotina te su dobivene vrijednosti za koeficijent intenzivnosti naprezanja koje su prikazane u tablici 3.

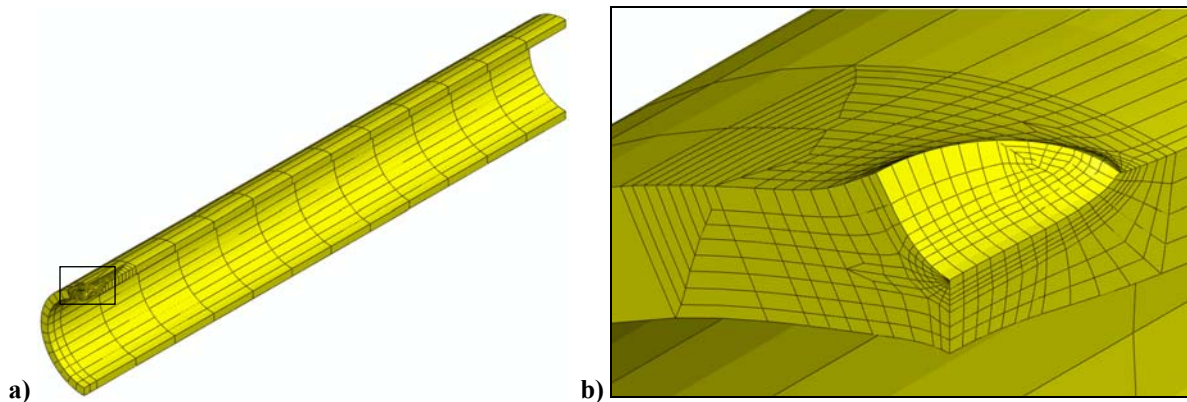
Tablica 3. Koeficijent intenzivnosti naprezanja,  $K_I / \text{MPa mm}^{1/2}$

|                             |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $R_i/t$                     | 4      |        |        |        |        |        |        |        |
| $c/a$                       | 5      |        |        |        | 10     |        |        |        |
| $a/t$                       | 0,2    | 0,4    | 0,6    | 0,8    | 0,2    | 0,4    | 0,6    | 0,8    |
| $K_I / \text{MPa mm}^{1/2}$ | 418,7  | 752,8  | 1254,6 | 1988,8 | 451,6  | 867,8  | 1548,5 | 2632,6 |
| $R_i/t$                     | 4      |        |        |        |        |        |        |        |
| $c/a$                       | 15     |        |        |        | 20     |        |        |        |
| $a/t$                       | 0,2    | 0,4    | 0,6    | 0,8    | 0,2    | 0,4    | 0,6    | 0,8    |
| $K_I / \text{MPa mm}^{1/2}$ | 463,2  | 908,5  | 1652,2 | 2853,7 | 468,4  | 928,0  | 1705,4 | 2961,3 |
| $R_i/t$                     | 10     |        |        |        |        |        |        |        |
| $c/a$                       | 5      |        |        |        | 10     |        |        |        |
| $a/t$                       | 0,2    | 0,4    | 0,6    | 0,8    | 0,2    | 0,4    | 0,6    | 0,8    |
| $K_I / \text{MPa mm}^{1/2}$ | 1093,5 | 1920,8 | 3110,4 | 4668,4 | 1184,7 | 2274,0 | 4108,1 | 7100,1 |
| $R_i/t$                     | 10     |        |        |        |        |        |        |        |
| $c/a$                       | 15     |        |        |        | 20     |        |        |        |
| $a/t$                       | 0,2    | 0,4    | 0,6    | 0,8    | 0,2    | 0,4    | 0,6    | 0,8    |
| $K_I / \text{MPa mm}^{1/2}$ | 1221,0 | 2423,6 | 4562,2 | 8299,7 | 1239,7 | 2501,5 | 4803,3 | 8975,5 |

Iz vrijednosti za koeficijent intenzivnosti naprezanja mogu se sada primjenom izraza (34) dobiti vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija koje su prikazane u tablici 4.

Na slici 38. je prikazan deformirani oblik cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom kod određivanja koeficijenta intenzivnosti naprezanja za odnos unutarnjeg polumjera i debljine stijenke cijevi  $R_i/t = 4$ , pola duljine pukotine i dubine pukotine  $c/a = 10$ , te dubine pukotine i debljine stijenke cijevi  $a/t = 0,4$ .

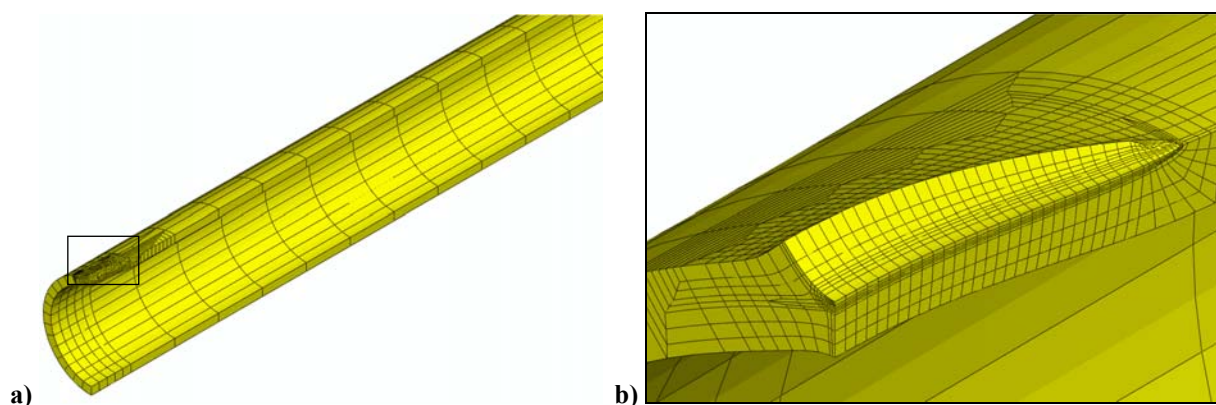
Deformirani oblik cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za odnos  $R_1/t=10$ ,  $c/a=15$  i  $a/t=0,6$  dan je na slici 39.



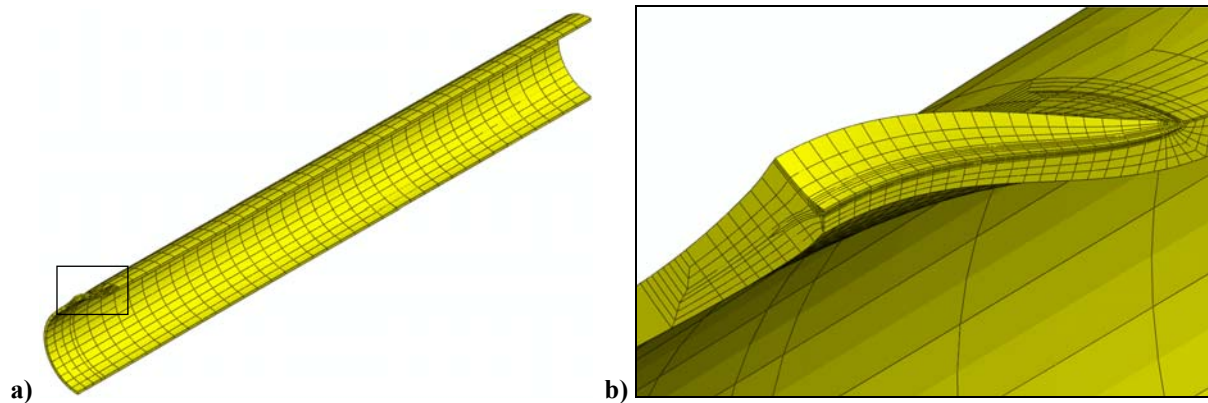
Slika 37. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za  $a/c=0,4$  i  $a/t=0,5$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine

Tablica 4. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja,  $F$

|         |              |              |              |              |              |              |              |              |
|---------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $R_1/t$ | 4            |              |              |              |              |              |              |              |
| $c/a$   | 5            |              |              |              | 10           |              |              |              |
| $a/t$   | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $F$     | <b>0,921</b> | <b>1,171</b> | <b>1,593</b> | <b>2,187</b> | <b>0,993</b> | <b>1,350</b> | <b>1,966</b> | <b>2,895</b> |
| $R_1/t$ | 4            |              |              |              |              |              |              |              |
| $c/a$   | 15           |              |              |              | 20           |              |              |              |
| $a/t$   | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $F$     | <b>1,019</b> | <b>1,413</b> | <b>2,098</b> | <b>3,138</b> | <b>1,030</b> | <b>1,443</b> | <b>2,165</b> | <b>3,256</b> |
| $R_1/t$ | 10           |              |              |              |              |              |              |              |
| $c/a$   | 5            |              |              |              | 10           |              |              |              |
| $a/t$   | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $F$     | <b>1,031</b> | <b>1,280</b> | <b>1,693</b> | <b>2,200</b> | <b>1,117</b> | <b>1,516</b> | <b>2,235</b> | <b>3,346</b> |
| $R_1/t$ | 10           |              |              |              |              |              |              |              |
| $c/a$   | 15           |              |              |              | 20           |              |              |              |
| $a/t$   | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $F$     | <b>1,151</b> | <b>1,615</b> | <b>2,483</b> | <b>3,911</b> | <b>1,168</b> | <b>1,667</b> | <b>2,614</b> | <b>4,230</b> |



Slika 38. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za  $R_1/t=4$ ,  $c/a=10$  i  $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine



Slika 39. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za  $R_i/t=10$ ,  $c/a=15$  i  $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine

### 5.3. Određivanje graničnog tlaka

Granični tlak cijevi je definiran kao tlak koji cijev izrađena od elastično-idealno plastičnog materijala može podnijeti. U novijoj literaturi je pokazano da je općenito globalni plastični kolaps mnogo važniji od lokalnog za procjenu cjelovitosti konstrukcijske komponente s površinskom pukotinom. U [19] mogu se pronaći izrazi za određivanje graničnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom dobiveni na temelju provedenih eksperimenata. Osim toga, u literaturi [18, 20, 29, 66] mogu se pronaći izrazi za određivanje graničnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom površinskom polueliptičkom pukotinom dobiveni na temelju provedenih numeričkih analiza metodom konačnih elemenata, ali ne i za u ovom radu analizirane vrijednosti dimenzija cijevi i pukotina.

Računanje graničnog tlaka cijevi provedeno je primjenom Riksovog iteracijskog postupka [47, 61]. Za provedbu graničnih numeričkih analiza odabrane su vrijednosti modula elastičnosti  $E = 200 \text{ GPa}$ , Poissonovog faktora  $\nu = 0,3$  i granice tečenja  $\sigma_y = 250 \text{ MPa}$ . Za određivanje graničnog tlaka cijevi primijenjena je teorija malih deformacija.

Najprije su provedene granične numeričke analize za cijevi bez pukotine, te su dobivene vrijednosti graničnih tlakova prikazane u tablici 5. Vrijednosti su uspoređene s dobro poznatim izrazom za određivanje graničnog tlaka za debelu cijev bez pukotine opterećenu unutarnjim tlakom, prema von Misesovom kriteriju tečenja, koji glasi, [15]:

$$p_L = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_y \ln \frac{R_o}{R_i}, \quad (36)$$

gdje su:  $p_L$  - granični tlak,  
 $\sigma_y$  - granica tečenja i  
 $R_o$  - vanjski polumjer cijevi.

Razlika graničnih tlakova je definirana prema izrazu:

$$\text{RAZLIKA} = \frac{p_{L, \text{Lit.}} - p_{L, \text{MKE}}}{p_{L, \text{Lit.}}} \cdot 100, \quad (37)$$

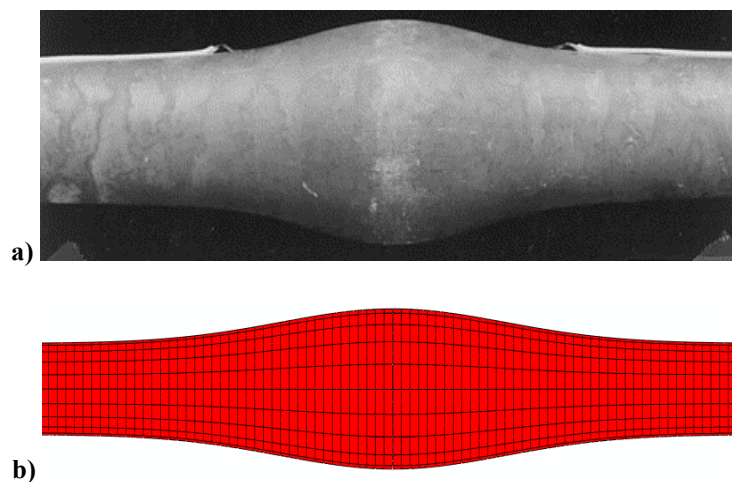
gdje su:  $p_{L, \text{Lit.}}$  - granični tlak iz [15] i

$p_{L, \text{MKE}}$  - granični tlak dobiven numerički metodom konačnih elemenata.

Tablica 5. Granični tlak za cijev bez pukotine,  $p_L$  / MPa

| $R_i/t$ | $p_{L, \text{Lit.}} / \text{MPa}$ | $p_{L, \text{MKE}} / \text{MPa}$ | RAZLIKA / % |
|---------|-----------------------------------|----------------------------------|-------------|
| 4       | 64,4                              | 64,4                             | 0           |
| 10      | 27,5                              | 27,5                             | 0           |

Tablica 5. pokazuje izvrsno poklapanje rezultata dobivenih izrazom (36) i graničnom numeričkom analizom primjenom metode konačnih elemenata. Na slici 38. je prikazana usporedba deformiranih oblika za cijev bez pukotine odnosa unutarnjeg polumjera cijevi i debljine stijenke cijevi  $R_i/t = 4$  dobivenih eksperimentalno [16] i graničnom numeričkom analizom metodom konačnih elemenata. Vidljivo je dobro poklapanje eksperimentalnih i numeričkih rezultata.



Slika 40. Plastični kolaps cijevi bez pukotine: a) eksperiment [16] i b) analiza metodom konačnih elemenata

Nakon toga provedene su granične numeričke analize za sve 32 različite dimenzije cijevi i pukotina. Dobivene vrijednosti graničnog tlaka prikazane su u tablici 6.

Tablica 6. Granični tlak,  $p_L$  / MPa

|             |             |             |             |             |             |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $R_i/t$     | 4           |             |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$       | 5           |             |             |             | 10          |             |             |             |
| $a/t$       | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $p_L$ / MPa | <b>64,0</b> | <b>60,1</b> | <b>51,5</b> | <b>41,4</b> | <b>63,4</b> | <b>54,9</b> | <b>43,6</b> | <b>32,0</b> |
| $R_i/t$     | 4           |             |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$       | 15          |             |             |             | 20          |             |             |             |
| $a/t$       | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $p_L$ / MPa | <b>62,5</b> | <b>51,7</b> | <b>40,1</b> | <b>28,2</b> | <b>60,2</b> | <b>49,8</b> | <b>38,0</b> | <b>25,7</b> |
| $R_i/t$     | 10          |             |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$       | 5           |             |             |             | 10          |             |             |             |
| $a/t$       | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $p_L$ / MPa | <b>27,5</b> | <b>26,3</b> | <b>23,9</b> | <b>20,3</b> | <b>27,0</b> | <b>24,8</b> | <b>20,4</b> | <b>15,4</b> |
| $R_i/t$     | 10          |             |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$       | 15          |             |             |             | 20          |             |             |             |
| $a/t$       | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $p_L$ / MPa | <b>26,4</b> | <b>23,4</b> | <b>18,4</b> | <b>13,1</b> | <b>24,4</b> | <b>22,3</b> | <b>16,9</b> | <b>11,7</b> |

Primjenom programskog paketa Mathematica [67] provedena je interpolacija dobivenih vrijednosti graničnog tlaka. Primjenom metode najmanjih kvadrata dobiven je izraz za određivanje graničnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom:

$$p_L = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_y \cdot \ln \frac{R_o}{R_i} \left[ A_1 + A_2 \left( \frac{a}{t} \right) + A_3 \left( \frac{a}{t} \right)^2 \right], \quad (38)$$

gdje su:  $A_1 = 1$ ,

$$A_2 = 0,135312 - 0,351517 \cdot \rho + 0,067173 \cdot \rho^2 - 0,004954 \cdot \rho^3,$$

$$A_3 = -0,123488 - 0,011068 \cdot \rho - 0,009342 \cdot \rho^2 + 0,001921 \cdot \rho^3 \text{ i}$$

$\rho$  - normalizirana duljina pukotine.

Vrijednosti graničnih tlakova dobivenih predloženim izrazom (38) razlikuju se za najviše 7,5% od vrijednosti graničnih tlakova dobivenih graničnim numeričkim analizama kao što je prikazano u tablici 7. Pritom je razlika graničnih tlakova definirana prema izrazu:

$$\text{RAZLIKA} = \frac{p_{L, \text{MKE}} - p_{L, \text{INT}}}{p_{L, \text{MKE}}} \cdot 100, \quad (39)$$

gdje je:  $p_{L, \text{INT}}$  - granični tlak dobiven interpolacijom.



Tablica 7. Razlika graničnih tlakova dobivenih interpolacijom i numerički primjenom metode konačnih elemenata

|                   |             |            |             |             |             |             |             |             |
|-------------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $R_i/t$           | 4           |            |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$             | 5           |            |             |             | 10          |             |             |             |
| $a/t$             | 0,2         | 0,4        | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| <b>RAZLIKA, %</b> | <b>0,2</b>  | <b>1,3</b> | <b>-0,1</b> | <b>0,9</b>  | <b>1,8</b>  | <b>0,9</b>  | <b>0,6</b>  | <b>4,5</b>  |
| $R_i/t$           | 4           |            |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$             | 15          |            |             |             | 20          |             |             |             |
| $a/t$             | 0,2         | 0,4        | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| <b>RAZLIKA, %</b> | <b>2,5</b>  | <b>0,7</b> | <b>1,1</b>  | <b>1,3</b>  | <b>0,6</b>  | <b>0,6</b>  | <b>-0,1</b> | <b>0,0</b>  |
| $R_i/t$           | 10          |            |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$             | 5           |            |             |             | 10          |             |             |             |
| $a/t$             | 0,2         | 0,4        | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| <b>RAZLIKA, %</b> | <b>-0,2</b> | <b>0,0</b> | <b>0,1</b>  | <b>-0,4</b> | <b>-0,2</b> | <b>0,8</b>  | <b>-1,3</b> | <b>-1,4</b> |
| $R_i/t$           | 10          |            |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$             | 15          |            |             |             | 20          |             |             |             |
| $a/t$             | 0,2         | 0,4        | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| <b>RAZLIKA, %</b> | <b>-0,8</b> | <b>0,4</b> | <b>-1,1</b> | <b>-0,3</b> | <b>-7,5</b> | <b>-0,2</b> | <b>-2,8</b> | <b>-3,7</b> |

Carterov izraz za određivanje graničnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom površinskom pukotinom [20] ima oblik:

$$p_L = \sigma_y D \left[ \frac{a}{(R_o - a)M_2} + \ln \left( \frac{R_o - a}{R_i} \right) \right], \quad (40)$$

s Foliasovim faktorom:

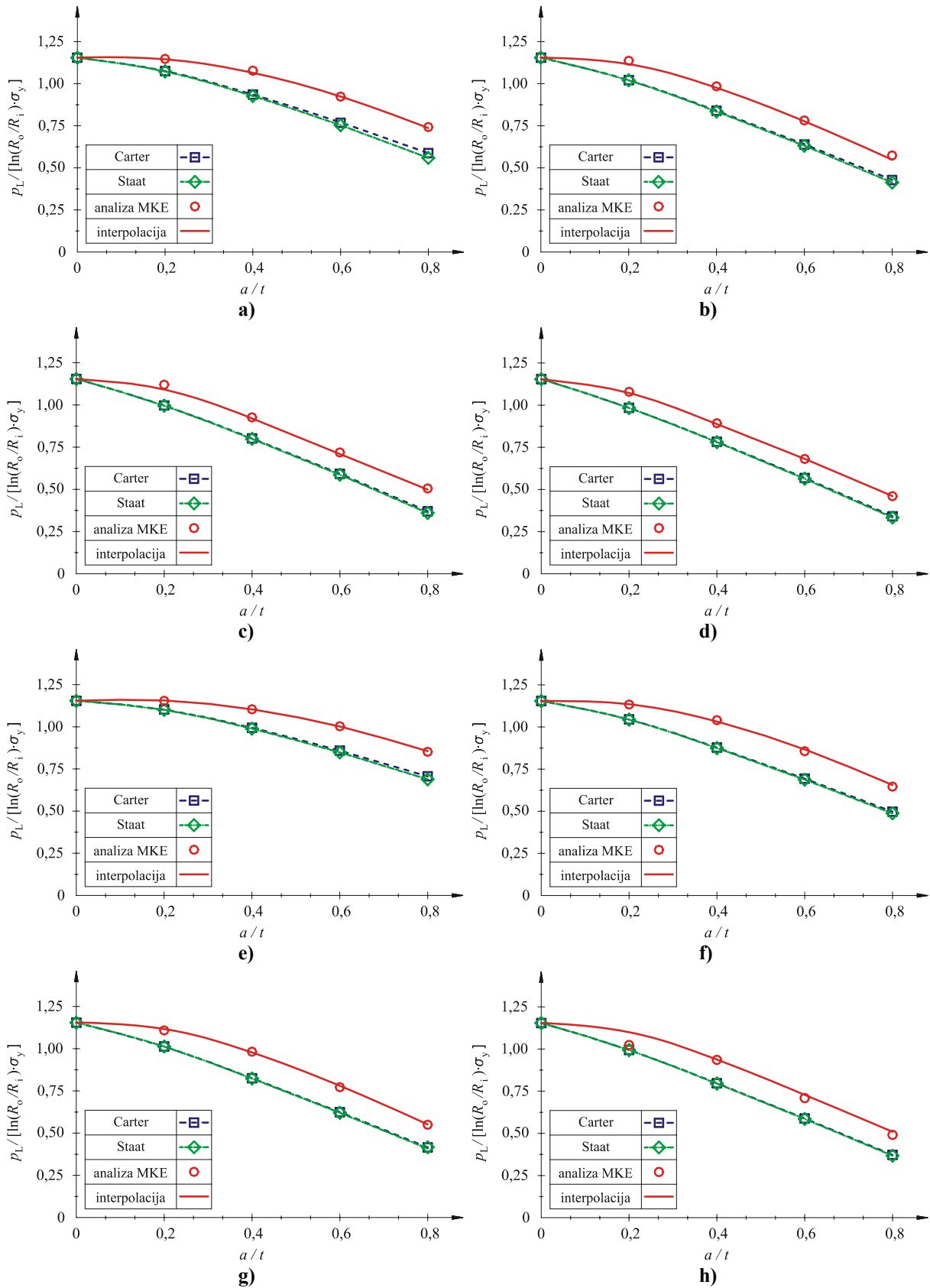
$$M_2 = \sqrt{1 + \frac{1,61c^2}{(R_o - a)a}}, \quad (41)$$

gdje je  $D$  faktor koji ovisi o kriteriju tečenja, tj.  $D=1$  za Trescain kriterij tečenja i  $D = 2/\sqrt{3}$  za von Misesov kriterij tečenja.

Staatov izraz za određivanje graničnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom površinskom pukotinom [20] predstavlja određenu korekcije u odnosu na Carterov izraz i ima sljedeći oblik:

$$p_L = \sigma_y D \left[ \frac{1}{M_2} \ln \left( \frac{R_o}{R_o - a} \right) + \ln \left( \frac{R_o - a}{R_i} \right) \right]. \quad (42)$$

Na slici 41. je prikazana usporedba vrijednosti graničnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičnom pukotinom dobivenih graničnom analizom metodom konačnih elemenata u ovom radu, interpolacijskim izrazom (38) predloženim također u ovom radu, Carterovim izrazom (40) i Staatovim izrazom (42).



**Slika 41. Usporedba graničnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom s izrazima iz literature [21] i [20, 29] za: a)  $R_i/t = 4$  i  $c/a = 5$ ; b)  $R_i/t = 4$  i  $c/a = 10$ ; c)  $R_i/t = 4$  i  $c/a = 15$ ; d)  $R_i/t = 4$  i  $c/a = 20$ ; e)  $R_i/t = 10$  i  $c/a = 5$ ; f)  $R_i/t = 10$  i  $c/a = 10$ ; g)  $R_i/t = 10$  i  $c/a = 15$  i h)  $R_i/t = 10$  i  $c/a = 20$**

Sa slike 41. je vidljivo da je poklapanje rezultata numeričke granične analize i interpoliranog izraza jako dobro. Osim toga sa slike 41. je vidljivo da su predloženi izrazi Cartera i Staata dosta konzervativni za sve dimenzije cijevi i pukotina u odnosu na rezultate provedene granične analize metodom konačnih elemenata.

Izraz za određivanje graničnog tlaka predložen od Kima i ostalih autora [18], dobiven na temelju numeričkih analiza tankih cijevi, za odnos srednjeg polumjera i debljine stijenke cijevi  $R_m/t=20$ , dubine pukotine i debljine stijenke cijevi  $a/t=0,25; 0,45$  i  $0,75$  i normalizirane duljine pukotine  $\rho=0,5; 1,0$  i  $2,0$  glasi:

$$p_L = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_y \frac{t}{R_0} \left[ 1 + C_1 \left( \frac{a}{t} \right) + C_2 \left( \frac{a}{t} \right)^2 \right], \quad (43)$$

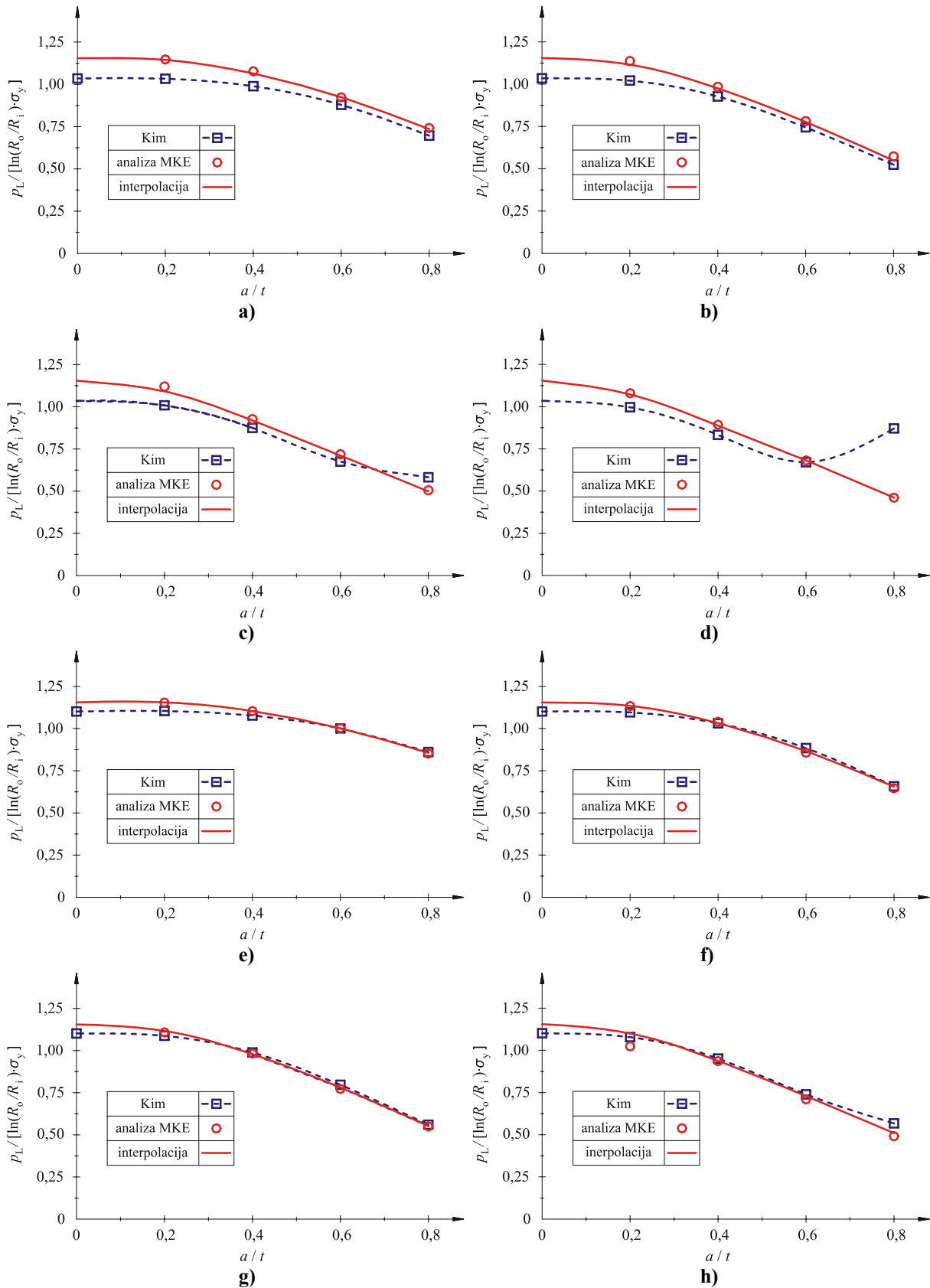
gdje su:  $C_1 = 0,0462 - 0,0589\rho - 0,013\rho^2$  i

$$C_2 = 0,0395 - 0,3413\rho + 0,0652\rho^2.$$

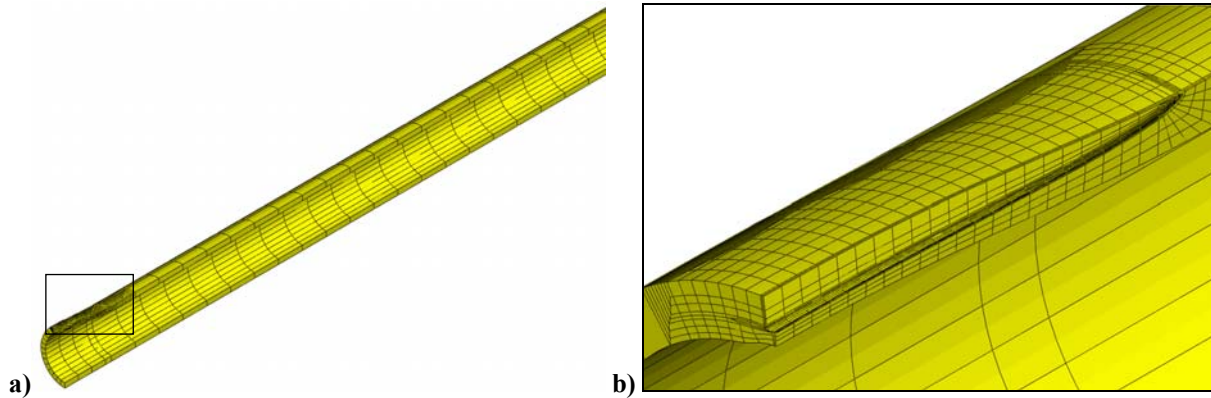
Usporedba vrijednosti graničnih tlakova za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom površinskom polueliptičkom pukotinom dobivenih graničnom analizom u ovom radu, interpoliranim izrazom (38) predloženim također u ovom radu i predloženim izrazom Kima i ostalih autora [18] je prikazana na slici 42.

Sa slike 42. vidimo da je poklapanje graničnih tlakova dobivenih interpoliranim izrazom (38) na temelju numeričkih analiza i izrazom (43) predloženim od Kima i ostalih autora [18] jako dobro za cijevi odnosa  $R_i/t=10$  za sve duljine i dubine pukotine. Za cijevi odnosa  $R_i/t=4$  poklapanje graničnih tlakova je relativno dobro za kratke i srednje duljine pukotina, dok za dugačke pukotine dolazi do značajnih razlika. Osnovni razlog dobivenih razlika je u tome što izraz predložen od Kima i ostalih autora [18] vrijedi isključivo samo za tanke cijevi. U [18] provedeno je relativno malo numeričkih analiza određivanja graničnog tlaka, samo 9 što također utječe na razliku u rezultatima.

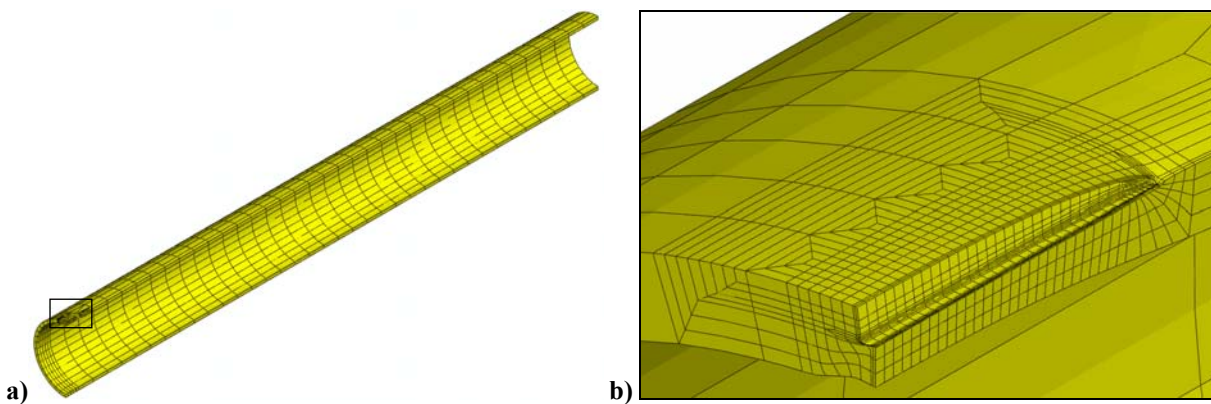
Na slici 43. je prikazan deformirani oblik cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom kod određivanja graničnog tlaka za odnos unutarnjeg polumjera i debljine stijenke cijevi,  $R_i/t=4$ , pola duljine pukotine i dubine pukotine,  $c/a=15$  i dubine pukotine i debljine stijenke cijevi,  $a/t=0,6$ , a na slici 44. je prikazan deformirani oblik za odnos  $R_i/t=10$ ,  $c/a=10$  i  $a/t=0,4$ .



**Slika 42. Usporedba graničnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom s izrazom predloženim od Kima i ostalih autora [18] za: a)  $R_i/t = 4$  i  $c/a = 5$ ; b)  $R_i/t = 4$  i  $c/a = 10$ ; c)  $R_i/t = 4$  i  $c/a = 15$ ; d)  $R_i/t = 4$  i  $c/a = 20$ ; e)  $R_i/t = 10$  i  $c/a = 5$ ; f)  $R_i/t = 10$  i  $c/a = 10$ ; g)  $R_i/t = 10$  i  $c/a = 15$  i h)  $R_i/t = 10$  i  $c/a = 20$**



Slika 43. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za  $R_i/t=4$ ,  $c/a=15$  i  $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine



Slika 44. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za  $R_i/t=10$ ,  $c/a=10$  i  $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine

U provedenom istraživanju određivanja graničnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom, prikazano je da su izrazi iz literature predloženi od Cartera [21] i Staata [20, 29] previše konzervativni, dok predloženi izrazi od Kima i ostalih autora [18] nisu primjenjivi na definirane dimenzije cijevi i pukotina, jer su izvedeni za tanke cijevi i mali broj pukotina. Nasuprot tome, novi predloženi izraz (38) za određivanje graničnog tlaka jako dobro aproksimira rezultate dobivene numeričkim analizama i omogućava jednostavnu primjenu u inženjerskoj praksi.

## 5.4. Određivanje $J$ -integrala GE/EPRI metodom

Za numeričko određivanje i inženjersku procjenu  $J$ -integrala ne primjenjuje se kompleksnija inkrementalna već deformacijska teorija plastičnosti, kojom se elastoplastično ponašanje materijala modelira kao i za slučaj nelinearne elastičnosti. Primjena deformacijske teorije plastičnosti omogućava aditivnu dekompoziciju  $J$ -integrala na elastični i plastični dio.

Pri tome se elastični dio  $J$ -integrala uobičajeno određuje iz vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja, dok se za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala najčešće primjenjuje GE/EPRI metoda. Za aproksimaciju krivulje naprezanje-deformacija kod GE/EPRI metode primjenjuje se Ramberg-Osgoodov materijalni model deformacijske teorije plastičnosti [3, 6-8, 10-12]. Iz literature [3, 7, 8, 11] je poznato da značajan utjecaj na točnost rezultata za  $J$ -integral dobiven GE/EPRI metodom ima odabir vrijednosti parametara očvršćenja materijala za aproksimaciju krivulje naprezanje-deformacija.

GE/EPRI metoda omogućava određivanje  $J$ -integrala kod elastoplastičnog i potpuno plastičnog ponašanja materijala. Primjenom deformacijske teorije plastičnosti ukupni  $J$ -integral se može podijeliti na elastični i plastični dio prema izrazu:

$$J = J_e + J_p, \quad (44)$$

gdje su:  $J_e$  - elastični dio  $J$ -integrala i

$J_p$  - plastični dio  $J$ -integrala.

Elastični dio  $J$ -integrala se može odrediti preko koeficijenta intenzivnosti naprezanja pomoću poznatog izraza [3, 7, 8, 11]:

$$J_e = \frac{K_1^2}{E'}, \quad (45)$$

gdje su:  $E' = E$  - modul elastičnosti za ravninsko stanje naprezanja i

$E' = E / (1 - \nu^2)$  - modul elastičnosti za ravninsko stanje deformacije.

Plastični dio  $J$ -integrala se uobičajeno određuje primjenom metode konačnih elemenata i najčešće se prikazuje tablično u obliku bezdimenzijske utjecajne funkcije.

Za određivanje  $J$ -integrala elastoplastičnom numeričkom analizom metodom konačnih elemenata primjenjuje se spomenuti Ramberg-Osgoodov materijalni model [12, 28, 32]:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_y} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n, \quad (46)$$

gdje su:  $\varepsilon_0$  - deformacija za granicu tečenja,

$\alpha$  - parametar materijala dobiven interpolacijom eksperimentalno dobivene krivulje naprezanje-deformacija i

$n$  - eksponent materijala dobiven interpolacijom eksperimentalno dobivene krivulje naprezanje-deformacija.

Primijenjeni materijalni model uključuje  $J_2$  deformacijsku teoriju plastičnosti i male deformacije.

### 5.4.1. Elastični dio $J$ -integrala

Za provedbu linearnih numeričkih analiza odabrane su vrijednosti  $E = 200$  GPa i  $\nu = 0,3$ , a kao opterećenje cijevi unutarnji tlak iznosa  $p = 100$  MPa koji je inkrementiran u deset jednakih koraka. Provedbom numeričkih analiza za sve 32 različite dimenzije cijevi i pukotina dobivene su vrijednosti elastičnog dijela  $J$ -integrala, koje su prikazane u tablici 8.

Tablica 8. Elastični dio  $J$ -integrala,  $J_e / \text{MPa mm}$ , za unutarnji tlak iznosa  $p = 100$  MPa

|                       |             |              |              |              |             |              |               |              |
|-----------------------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|--------------|---------------|--------------|
| $R_1/t$               | 4           |              |              |              |             |              |               |              |
| $c/a$                 | 5           |              |              |              | 10          |              |               |              |
| $a/t$                 | 0,2         | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2         | 0,4          | 0,6           | 0,8          |
| $J_e / \text{MPa mm}$ | <b>0,80</b> | <b>2,58</b>  | <b>7,16</b>  | <b>18,0</b>  | <b>0,93</b> | <b>3,43</b>  | <b>10,91</b>  | <b>31,54</b> |
| $R_1/t$               | 4           |              |              |              |             |              |               |              |
| $c/a$                 | 15          |              |              |              | 20          |              |               |              |
| $a/t$                 | 0,2         | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2         | 0,4          | 0,6           | 0,8          |
| $J_e / \text{MPa mm}$ | <b>0,98</b> | <b>3,76</b>  | <b>12,42</b> | <b>37,05</b> | <b>1,0</b>  | <b>3,92</b>  | <b>13,23</b>  | <b>39,9</b>  |
| $R_1/t$               | 10          |              |              |              |             |              |               |              |
| $c/a$                 | 5           |              |              |              | 10          |              |               |              |
| $a/t$                 | 0,2         | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2         | 0,4          | 0,6           | 0,8          |
| $J_e / \text{MPa mm}$ | <b>5,44</b> | <b>16,79</b> | <b>44,02</b> | <b>99,16</b> | <b>6,39</b> | <b>23,53</b> | <b>76,79</b>  | <b>229,4</b> |
| $R_1/t$               | 10          |              |              |              |             |              |               |              |
| $c/a$                 | 15          |              |              |              | 20          |              |               |              |
| $a/t$                 | 0,2         | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2         | 0,4          | 0,6           | 0,8          |
| $J_e / \text{MPa mm}$ | <b>6,78</b> | <b>26,73</b> | <b>94,7</b>  | <b>313,4</b> | <b>6,99</b> | <b>28,47</b> | <b>104,98</b> | <b>366,6</b> |

U [8] je dan izraz za elastični dio  $J$ -integrala za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom u obliku:

$$J_e(\varphi) = \alpha \frac{\sigma_y^2}{E} (t-a) \cdot h_1\left(\frac{R_1}{t}, \frac{a}{t}, \frac{c}{a}, \varphi, n=1\right) \cdot \left(\frac{p}{p_L}\right)^2, \quad (47)$$

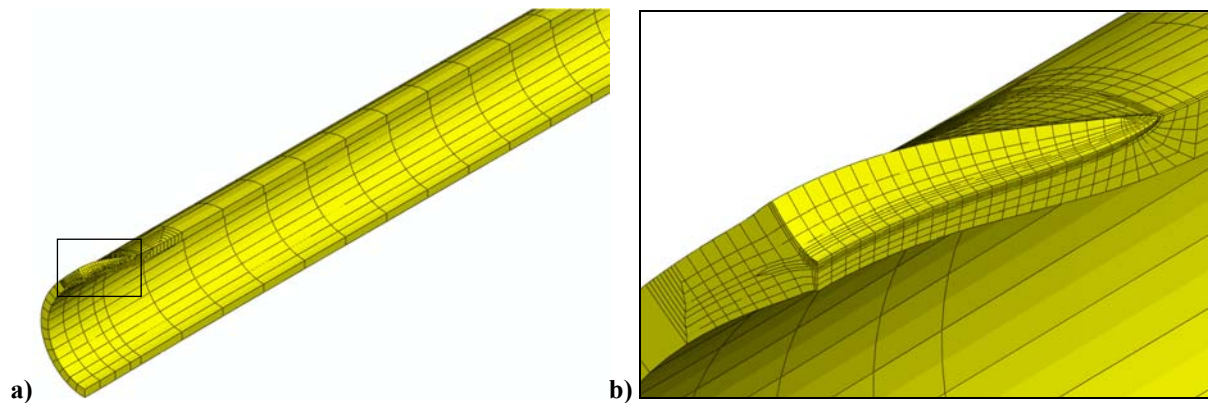
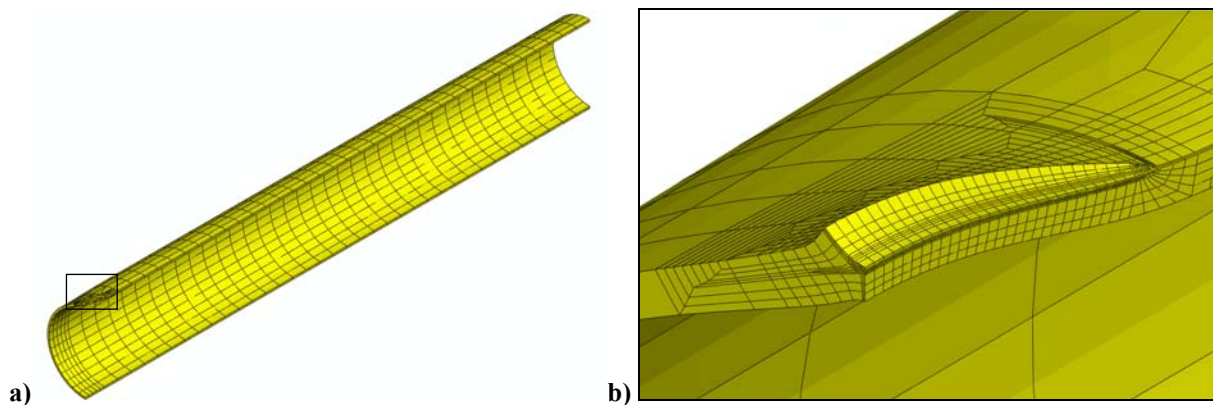
gdje je:  $h_1$  - bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu elastičnog dijela  $J$ -integrala.

Iz izraza (47) vidimo da bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu elastičnog dijela  $J$ -integrala ovisi o dimenzijama cijevi i pukotine. Primjenom relacije (47) možemo odrediti vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu elastičnog dijela  $J$ -integrala, koje su prikazane u tablici 9.

Slika 45. prikazuje deformirani oblik cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom kod određivanja elastičnog dijela  $J$ -integrala za odnos  $R_1/t = 4$ ,  $c/a = 10$  i  $a/t = 0,6$ , dok je na slici 46. prikazan deformirani oblik za odnos  $R_1/t = 10$ ,  $c/a = 15$  i  $a/t = 0,4$ .

Tablica 9. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu elastičnog dijela  $J$ -integrala,  $h_1(n=1)$ 

|            |              |              |               |               |              |              |               |               |
|------------|--------------|--------------|---------------|---------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
| $R_i/t$    | 4            |              |               |               |              |              |               |               |
| $c/a$      | 5            |              |               |               | 10           |              |               |               |
| $a/t$      | 0,2          | 0,4          | 0,6           | 0,8           | 0,2          | 0,4          | 0,6           | 0,8           |
| $h_1(n=1)$ | <b>0,801</b> | <b>2,981</b> | <b>9,369</b>  | <b>29,844</b> | <b>0,885</b> | <b>3,331</b> | <b>10,090</b> | <b>29,020</b> |
| $R_i/t$    | 4            |              |               |               |              |              |               |               |
| $c/a$      | 15           |              |               |               | 20           |              |               |               |
| $a/t$      | 0,2          | 0,4          | 0,6           | 0,8           | 0,2          | 0,4          | 0,6           | 0,8           |
| $h_1(n=1)$ | <b>0,891</b> | <b>3,247</b> | <b>9,623</b>  | <b>28,236</b> | <b>0,880</b> | <b>3,151</b> | <b>9,421</b>  | <b>25,949</b> |
| $R_i/t$    | 10           |              |               |               |              |              |               |               |
| $c/a$      | 5            |              |               |               | 10           |              |               |               |
| $a/t$      | 0,2          | 0,4          | 0,6           | 0,8           | 0,2          | 0,4          | 0,6           | 0,8           |
| $h_1(n=1)$ | <b>1,017</b> | <b>3,811</b> | <b>12,348</b> | <b>40,593</b> | <b>1,150</b> | <b>4,673</b> | <b>16,136</b> | <b>55,028</b> |
| $R_i/t$    | 10           |              |               |               |              |              |               |               |
| $c/a$      | 15           |              |               |               | 20           |              |               |               |
| $a/t$      | 0,2          | 0,4          | 0,6           | 0,8           | 0,2          | 0,4          | 0,6           | 0,8           |
| $h_1(n=1)$ | <b>1,182</b> | <b>4,766</b> | <b>16,130</b> | <b>53,284</b> | <b>1,183</b> | <b>4,668</b> | <b>15,609</b> | <b>53,193</b> |

Slika 45. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za  $R_i/t=4$ ,  $c/a=10$  i  $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotineSlika 46. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za  $R_i/t=10$ ,  $c/a=15$  i  $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine



### 5.4.2. Plastični dio $J$ -integrala

Provedene su numeričke analize za sve 32 različite dimenzije cijevi i pukotina i za vrijednosti parametra materijala  $\alpha=1$  i za četiri vrijednosti eksponenta materijala  $n=3; 5; 7$  i  $10$ , te su dobivene vrijednosti ukupnog  $J$ -integrala. U tablici 10. su prikazane vrijednosti ukupnog  $J$ -integrala za eksponent materijala  $n=3$ . Na isti način je moguće prikazati vrijednosti ukupnog  $J$ -integrala i za preostale eksponente materijala, ali zbog jako velikih tablica ovi rezultati nisu prikazani u radu.

Tablica 10. Ukupni  $J$ -integral,  $J$ /MPa mm, za eksponent materijala  $n=3$

| $R_i/t$   |             | 4             |               |               |              |               |               |              |              |
|-----------|-------------|---------------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|--------------|--------------|
| $c/a$     |             | 5             |               |               |              | 10            |               |              |              |
| $a/t$     |             | 0,2           | 0,4           | 0,6           | 0,8          | 0,2           | 0,4           | 0,6          | 0,8          |
| $p$ / MPa | 10          | <b>0,008</b>  | <b>0,0277</b> | <b>0,0794</b> | <b>0,206</b> | <b>0,0098</b> | <b>0,0375</b> | <b>0,126</b> | <b>0,385</b> |
|           | 20          | <b>0,038</b>  | <b>0,130</b>  | <b>0,387</b>  | <b>1,033</b> | <b>0,0449</b> | <b>0,182</b>  | <b>0,65</b>  | <b>2,09</b>  |
|           | 30          | <b>0,101</b>  | <b>0,358</b>  | <b>1,097</b>  | <b>2,975</b> | <b>0,121</b>  | <b>0,519</b>  | <b>1,94</b>  | <b>6,39</b>  |
|           | 40          | <b>0,218</b>  | <b>0,794</b>  | <b>2,47</b>   | <b>6,78</b>  | <b>0,264</b>  | <b>1,19</b>   | <b>4,55</b>  | <b>15,3</b>  |
|           | 50          | <b>0,415</b>  | <b>1,55</b>   | <b>4,87</b>   | <b>13,47</b> | <b>0,508</b>  | <b>2,36</b>   | <b>9,21</b>  | <b>31,4</b>  |
|           | 60          | <b>0,726</b>  | <b>2,75</b>   | <b>8,75</b>   | <b>24,37</b> | <b>0,897</b>  | <b>4,28</b>   | <b>16,7</b>  | <b>58,2</b>  |
|           | 70          | <b>1,19</b>   | <b>4,58</b>   | <b>14,7</b>   | <b>41,1</b>  | <b>1,48</b>   | <b>7,21</b>   | <b>28,6</b>  | <b>99,9</b>  |
|           | 80          | <b>1,87</b>   | <b>7,23</b>   | <b>23,3</b>   | <b>65,6</b>  | <b>2,33</b>   | <b>11,5</b>   | <b>45,9</b>  | <b>161,6</b> |
|           | 90          | <b>2,80</b>   | <b>10,9</b>   | <b>35,3</b>   | <b>100,1</b> | <b>3,52</b>   | <b>17,5</b>   | <b>70,2</b>  | <b>248,9</b> |
| 100       | <b>4,06</b> | <b>15,9</b>   | <b>51,7</b>   | <b>147,0</b>  | <b>5,10</b>  | <b>25,7</b>   | <b>103,3</b>  | <b>368,4</b> |              |
| $R_i/t$   |             | 4             |               |               |              |               |               |              |              |
| $c/a$     |             | 15            |               |               |              | 20            |               |              |              |
| $a/t$     |             | 0,2           | 0,4           | 0,6           | 0,8          | 0,2           | 0,4           | 0,6          | 0,8          |
| $p$ / MPa | 10          | <b>0,0104</b> | <b>0,0414</b> | <b>0,145</b>  | <b>0,46</b>  | <b>0,0106</b> | <b>0,0433</b> | <b>0,155</b> | <b>0,497</b> |
|           | 20          | <b>0,0476</b> | <b>0,204</b>  | <b>0,766</b>  | <b>2,55</b>  | <b>0,0488</b> | <b>0,214</b>  | <b>0,826</b> | <b>2,77</b>  |
|           | 30          | <b>0,129</b>  | <b>0,591</b>  | <b>2,33</b>   | <b>7,98</b>  | <b>0,133</b>  | <b>0,625</b>  | <b>2,54</b>  | <b>8,76</b>  |
|           | 40          | <b>0,283</b>  | <b>1,37</b>   | <b>5,56</b>   | <b>19,4</b>  | <b>0,292</b>  | <b>1,46</b>   | <b>6,09</b>  | <b>21,5</b>  |
|           | 50          | <b>0,547</b>  | <b>2,76</b>   | <b>11,4</b>   | <b>40,6</b>  | <b>0,566</b>  | <b>2,95</b>   | <b>12,5</b>  | <b>45,2</b>  |
|           | 60          | <b>0,970</b>  | <b>5,04</b>   | <b>21,0</b>   | <b>76,0</b>  | <b>1,00</b>   | <b>5,42</b>   | <b>23,3</b>  | <b>85,2</b>  |
|           | 70          | <b>1,61</b>   | <b>8,56</b>   | <b>35,9</b>   | <b>131,5</b> | <b>1,67</b>   | <b>9,24</b>   | <b>39,9</b>  | <b>148,0</b> |
|           | 80          | <b>2,53</b>   | <b>13,72</b>  | <b>57,8</b>   | <b>213,9</b> | <b>2,63</b>   | <b>14,9</b>   | <b>64,4</b>  | <b>241,4</b> |
|           | 90          | <b>3,82</b>   | <b>20,98</b>  | <b>88,8</b>   | <b>330,7</b> | <b>3,97</b>   | <b>22,8</b>   | <b>99,0</b>  | <b>374,2</b> |
| 100       | <b>5,56</b> | <b>30,88</b>  | <b>131</b>    | <b>491</b>    | <b>5,78</b>  | <b>33,6</b>   | <b>146,4</b>  | <b>556,4</b> |              |
| $R_i/t$   |             | 10            |               |               |              |               |               |              |              |
| $c/a$     |             | 5             |               |               |              | 10            |               |              |              |
| $a/t$     |             | 0,2           | 0,4           | 0,6           | 0,8          | 0,2           | 0,4           | 0,6          | 0,8          |
| $p$ / MPa | 10          | <b>0,0671</b> | <b>0,220</b>  | <b>0,610</b>  | <b>1,41</b>  | <b>0,0804</b> | <b>0,328</b>  | <b>1,21</b>  | <b>3,78</b>  |
|           | 20          | <b>0,405</b>  | <b>1,41</b>   | <b>4,05</b>   | <b>9,51</b>  | <b>0,497</b>  | <b>2,22</b>   | <b>8,67</b>  | <b>27,8</b>  |
|           | 30          | <b>1,40</b>   | <b>5,04</b>   | <b>14,8</b>   | <b>35,1</b>  | <b>1,75</b>   | <b>8,20</b>   | <b>32,8</b>  | <b>107,1</b> |
|           | 40          | <b>3,70</b>   | <b>13,5</b>   | <b>40,1</b>   | <b>96,2</b>  | <b>4,64</b>   | <b>22,4</b>   | <b>90,5</b>  | <b>299,9</b> |

## 5. MODELIRANJE PUKOTINA U METALNIM CIJEVIMA

|                  |     |               |              |              |              |               |              |              |               |
|------------------|-----|---------------|--------------|--------------|--------------|---------------|--------------|--------------|---------------|
|                  | 50  | <b>8,17</b>   | <b>30,3</b>  | <b>90,4</b>  | <b>217,9</b> | <b>10,3</b>   | <b>50,5</b>  | <b>206,0</b> | <b>687,8</b>  |
|                  | 60  | <b>16,0</b>   | <b>59,6</b>  | <b>178,8</b> | <b>432,6</b> | <b>20,2</b>   | <b>100,0</b> | <b>410,0</b> | <b>1375,8</b> |
|                  | 70  | <b>28,5</b>   | <b>106,7</b> | <b>321,5</b> | <b>779,9</b> | <b>36,1</b>   | <b>179,8</b> | <b>740,3</b> | <b>2491</b>   |
|                  | 80  | <b>47,3</b>   | <b>178,1</b> | <b>537,5</b> | <b>1307</b>  | <b>60,1</b>   | <b>300,7</b> | <b>1242</b>  | <b>4186</b>   |
|                  | 90  | <b>74,4</b>   | <b>280,9</b> | <b>849,1</b> | <b>2067</b>  | <b>94,5</b>   | <b>475,1</b> | <b>1965</b>  | <b>6635</b>   |
|                  | 100 | <b>111,9</b>  | <b>423,2</b> | <b>1281</b>  | <b>3121</b>  | <b>142,3</b>  | <b>716,8</b> | <b>2970</b>  | <b>10036</b>  |
| $R_i/t$          | 10  |               |              |              |              |               |              |              |               |
| $c/a$            | 15  |               |              |              | 20           |               |              |              |               |
| $a/t$            | 0,2 | 0,4           | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4           | 0,6          | 0,8          |               |
| $p / \text{MPa}$ | 10  | <b>0,0863</b> | <b>0,385</b> | <b>1,60</b>  | <b>5,58</b>  | <b>0,0893</b> | <b>0,418</b> | <b>1,84</b>  | <b>6,75</b>   |
|                  | 20  | <b>0,540</b>  | <b>2,71</b>  | <b>12,0</b>  | <b>42,9</b>  | <b>0,562</b>  | <b>3,00</b>  | <b>14,3</b>  | <b>53,1</b>   |
|                  | 30  | <b>1,91</b>   | <b>10,2</b>  | <b>46,6</b>  | <b>168,9</b> | <b>2,00</b>   | <b>11,45</b> | <b>56,1</b>  | <b>211,9</b>  |
|                  | 40  | <b>5,09</b>   | <b>28,1</b>  | <b>130,1</b> | <b>478,6</b> | <b>5,33</b>   | <b>31,7</b>  | <b>157,7</b> | <b>603,9</b>  |
|                  | 50  | <b>11,3</b>   | <b>63,8</b>  | <b>297,8</b> | <b>1104</b>  | <b>11,9</b>   | <b>72,2</b>  | <b>362,3</b> | <b>1399</b>   |
|                  | 60  | <b>22,2</b>   | <b>126,8</b> | <b>594,9</b> | <b>2218</b>  | <b>23,3</b>   | <b>144,0</b> | <b>725,7</b> | <b>2813</b>   |
|                  | 70  | <b>39,7</b>   | <b>228,8</b> | <b>1077</b>  | <b>4026</b>  | <b>41,7</b>   | <b>260,4</b> | <b>1316</b>  | <b>5114</b>   |
|                  | 80  | <b>66,1</b>   | <b>383,4</b> | <b>1810</b>  | <b>6777</b>  | <b>69,5</b>   | <b>437,2</b> | <b>2214</b>  | <b>8615</b>   |
|                  | 90  | <b>104,2</b>  | <b>606,6</b> | <b>2869</b>  | <b>10755</b> | <b>109,5</b>  | <b>692,5</b> | <b>3513</b>  | <b>13681</b>  |
|                  | 100 | <b>156,7</b>  | <b>916,4</b> | <b>4341</b>  | <b>16282</b> | <b>164,8</b>  | <b>1047</b>  | <b>5319</b>  | <b>20720</b>  |

Za određivanje vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala potrebno je odrediti plastični dio  $J$ -integrala iz vrijednosti ukupnog  $J$ -integrala dobivenih numeričkim analizama. Da bi odredili vrijednosti plastičnog dijela  $J$ -integrala potrebno je od vrijednosti ukupnog  $J$ -integrala dobivenih numeričkim analizama oduzeti vrijednosti elastičnog dijela  $J$ -integrala kako slijedi:

$$J_p = J_{\text{MKE}} - J_e, \quad (48)$$

gdje su:  $J_{\text{MKE}}$  - ukupni  $J$ -integral dobiven numeričkom analizom i

$J_e$  - elastični dio  $J$ -integrala dobiven numeričkom analizom.

Primjenom izraza (48) dobivene su vrijednosti plastičnog dijela  $J$ -integrala. U tablici 11. prikazane su vrijednosti plastičnog dijela  $J$ -integrala za eksponent materijala  $n = 5$ . Na isti način je moguće prikazati vrijednosti plastičnog dijela  $J$ -integrala i za preostale eksponente materijala. Kao i za slučaj rezultata za ukupni  $J$ -integral, i ovdje također zbog jako velikih tablica nisu prikazani svi rezultati.

Tablica 11. Plastični dio  $J$ -integrala,  $J_p / \text{MPa mm}$ , za eksponent materijala  $n = 5$

|                  |     |                |                |                |               |                |                 |                |               |
|------------------|-----|----------------|----------------|----------------|---------------|----------------|-----------------|----------------|---------------|
| $R_i/t$          | 4   |                |                |                |               |                |                 |                |               |
| $c/a$            | 5   |                |                |                | 10            |                |                 |                |               |
| $a/t$            | 0,2 | 0,4            | 0,6            | 0,8            | 0,2           | 0,4            | 0,6             | 0,8            |               |
| $p / \text{MPa}$ | 10  | <b>6,60E-5</b> | <b>3,76E-4</b> | <b>0,00237</b> | <b>0,0130</b> | <b>8,2E-5</b>  | <b>0,000738</b> | <b>0,00640</b> | <b>0,0437</b> |
|                  | 20  | <b>0,00127</b> | <b>0,00778</b> | <b>0,0504</b>  | <b>0,241</b>  | <b>0,00175</b> | <b>0,0168</b>   | <b>0,134</b>   | <b>0,832</b>  |
|                  | 30  | <b>0,0109</b>  | <b>0,0650</b>  | <b>0,330</b>   | <b>1,37</b>   | <b>0,0152</b>  | <b>0,129</b>    | <b>0,884</b>   | <b>5,16</b>   |

5. MODELIRANJE PUKOTINA U METALNIM CIJEVIMA

|                  |     |                |                |                |               |                |                |                |                |
|------------------|-----|----------------|----------------|----------------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                  | 40  | <b>0,0531</b>  | <b>0,291</b>   | <b>1,30</b>    | <b>5,14</b>   | <b>0,0741</b>  | <b>0,580</b>   | <b>3,52</b>    | <b>20,3</b>    |
|                  | 50  | <b>0,185</b>   | <b>0,954</b>   | <b>3,96</b>    | <b>15,6</b>   | <b>0,258</b>   | <b>1,91</b>    | <b>10,7</b>    | <b>63,6</b>    |
|                  | 60  | <b>0,518</b>   | <b>2,57</b>    | <b>10,4</b>    | <b>41,4</b>   | <b>0,723</b>   | <b>5,15</b>    | <b>27,9</b>    | <b>172,4</b>   |
|                  | 70  | <b>1,25</b>    | <b>6,07</b>    | <b>24,2</b>    | <b>98,4</b>   | <b>1,74</b>    | <b>12,2</b>    | <b>65,4</b>    | <b>414,50</b>  |
|                  | 80  | <b>2,70</b>    | <b>13,0</b>    | <b>51,6</b>    | <b>212,3</b>  | <b>3,76</b>    | <b>26,0</b>    | <b>140,2</b>   | <b>900,7</b>   |
|                  | 90  | <b>5,35</b>    | <b>25,6</b>    | <b>102,0</b>   | <b>422,8</b>  | <b>7,46</b>    | <b>51,3</b>    | <b>278,1</b>   | <b>18010</b>   |
|                  | 100 | <b>9,91</b>    | <b>47,5</b>    | <b>189,1</b>   | <b>786,9</b>  | <b>13,8</b>    | <b>95,1</b>    | <b>516,7</b>   | <b>33610</b>   |
| $R_i/t$          | 4   |                |                |                |               |                |                |                |                |
| $c/a$            | 15  |                |                |                | 20            |                |                |                |                |
| $a/t$            | 0,2 | 0,4            | 0,6            | 0,8            | 0,2           | 0,4            | 0,6            | 0,8            |                |
| $p / \text{MPa}$ | 10  | <b>8,8E-5</b>  | <b>9,24E-4</b> | <b>0,00858</b> | <b>0,0599</b> | <b>9,1E-5</b>  | <b>0,00102</b> | <b>0,00965</b> | <b>0,0679</b>  |
|                  | 20  | <b>0,00196</b> | <b>0,0213</b>  | <b>0,180</b>   | <b>1,17</b>   | <b>0,00205</b> | <b>0,0234</b>  | <b>0,204</b>   | <b>1,34</b>    |
|                  | 30  | <b>0,0172</b>  | <b>0,164</b>   | <b>1,20</b>    | <b>8,02</b>   | <b>0,0181</b>  | <b>0,182</b>   | <b>1,37</b>    | <b>9,78</b>    |
|                  | 40  | <b>0,0840</b>  | <b>0,756</b>   | <b>4,92</b>    | <b>33,6</b>   | <b>0,0890</b>  | <b>0,847</b>   | <b>5,70</b>    | <b>43,1</b>    |
|                  | 50  | <b>0,295</b>   | <b>2,54</b>    | <b>15,3</b>    | <b>108,5</b>  | <b>0,314</b>   | <b>2,900</b>   | <b>18,1</b>    | <b>142,5</b>   |
|                  | 60  | <b>0,830</b>   | <b>6,96</b>    | <b>40,8</b>    | <b>298,3</b>  | <b>0,889</b>   | <b>8,05</b>    | <b>48,6</b>    | <b>395,5</b>   |
|                  | 70  | <b>2,00</b>    | <b>16,5</b>    | <b>95,8</b>    | <b>722,4</b>  | <b>2,16</b>    | <b>19,3</b>    | <b>115,9</b>   | <b>961,5</b>   |
|                  | 80  | <b>4,34</b>    | <b>35,5</b>    | <b>206,5</b>   | <b>1576</b>   | <b>4,67</b>    | <b>41,6</b>    | <b>250,7</b>   | <b>2101</b>    |
|                  | 90  | <b>8,62</b>    | <b>70,3</b>    | <b>411,1</b>   | <b>3159</b>   | <b>9,30</b>    | <b>82,7</b>    | <b>500,5</b>   | <b>4215</b>    |
|                  | 100 | <b>16,0</b>    | <b>130,2</b>   | <b>765,7</b>   | <b>5905</b>   | <b>17,3</b>    | <b>153,6</b>   | <b>933,9</b>   | <b>7882</b>    |
| $R_i/t$          | 10  |                |                |                |               |                |                |                |                |
| $c/a$            | 5   |                |                |                | 10            |                |                |                |                |
| $a/t$            | 0,2 | 0,4            | 0,6            | 0,8            | 0,2           | 0,4            | 0,6            | 0,8            |                |
| $p / \text{MPa}$ | 10  | <b>0,00354</b> | <b>0,0202</b>  | <b>0,0918</b>  | <b>0,284</b>  | <b>0,00513</b> | <b>0,0448</b>  | <b>0,325</b>   | <b>1,40</b>    |
|                  | 20  | <b>0,141</b>   | <b>0,673</b>   | <b>2,44</b>    | <b>7,15</b>   | <b>0,198</b>   | <b>1,41</b>    | <b>7,47</b>    | <b>34,4</b>    |
|                  | 30  | <b>1,39</b>    | <b>6,19</b>    | <b>21,0</b>    | <b>64,4</b>   | <b>1,93</b>    | <b>12,5</b>    | <b>62,7</b>    | <b>319,7</b>   |
|                  | 40  | <b>7,39</b>    | <b>32,4</b>    | <b>109,3</b>   | <b>341,3</b>  | <b>10,2</b>    | <b>65,2</b>    | <b>326,3</b>   | <b>1719</b>    |
|                  | 50  | <b>27,6</b>    | <b>120,5</b>   | <b>406,8</b>   | <b>1278</b>   | <b>38,1</b>    | <b>242,1</b>   | <b>1217</b>    | <b>6476</b>    |
|                  | 60  | <b>81,6</b>    | <b>356,5</b>   | <b>1203</b>    | <b>3789</b>   | <b>112,4</b>   | <b>715,3</b>   | <b>3604</b>    | <b>19247</b>   |
|                  | 70  | <b>204,6</b>   | <b>895,3</b>   | <b>3022</b>    | <b>9522</b>   | <b>281,5</b>   | <b>1794</b>    | <b>9055</b>    | <b>48432</b>   |
|                  | 80  | <b>454,3</b>   | <b>1990</b>    | <b>6716</b>    | <b>21168</b>  | <b>624,1</b>   | <b>3985</b>    | <b>20135</b>   | <b>107776</b>  |
|                  | 90  | <b>919,0</b>   | <b>4029</b>    | <b>13595</b>   | <b>42853</b>  | <b>1261</b>    | <b>8063</b>    | <b>40777</b>   | <b>218354</b>  |
|                  | 100 | <b>1727</b>    | <b>7575</b>    | <b>25552</b>   | <b>80543</b>  | <b>2367</b>    | <b>15152</b>   | <b>76676</b>   | <b>410671</b>  |
| $R_i/t$          | 10  |                |                |                |               |                |                |                |                |
| $c/a$            | 15  |                |                |                | 20            |                |                |                |                |
| $a/t$            | 0,2 | 0,4            | 0,6            | 0,8            | 0,2           | 0,4            | 0,6            | 0,8            |                |
| $p / \text{MPa}$ | 10  | <b>0,00593</b> | <b>0,0629</b>  | <b>0,534</b>   | <b>2,63</b>   | <b>0,00635</b> | <b>0,0753</b>  | <b>0,685</b>   | <b>3,54</b>    |
|                  | 20  | <b>0,229</b>   | <b>2,01</b>    | <b>12,6</b>    | <b>71,3</b>   | <b>0,247</b>   | <b>2,44</b>    | <b>16,5</b>    | <b>104,9</b>   |
|                  | 30  | <b>2,23</b>    | <b>18,1</b>    | <b>106,8</b>   | <b>683,2</b>  | <b>2,42</b>    | <b>22,3</b>    | <b>143,6</b>   | <b>1027</b>    |
|                  | 40  | <b>11,8</b>    | <b>94,0</b>    | <b>559,9</b>   | <b>3713</b>   | <b>12,8</b>    | <b>116,9</b>   | <b>757,2</b>   | <b>5606</b>    |
|                  | 50  | <b>44,1</b>    | <b>350,0</b>   | <b>2094</b>    | <b>14036</b>  | <b>47,8</b>    | <b>436,1</b>   | <b>2838</b>    | <b>21216</b>   |
|                  | 60  | <b>130,0</b>   | <b>1033</b>    | <b>6208</b>    | <b>41777</b>  | <b>141,0</b>   | <b>1291</b>    | <b>8420</b>    | <b>63172</b>   |
|                  | 70  | <b>325,1</b>   | <b>2592</b>    | <b>15603</b>   | <b>105196</b> | <b>352,7</b>   | <b>3239</b>    | <b>21169</b>   | <b>159108</b>  |
|                  | 80  | <b>720,2</b>   | <b>5757</b>    | <b>34700</b>   | <b>234239</b> | <b>781,2</b>   | <b>7194</b>    | <b>47088</b>   | <b>354280</b>  |
|                  | 90  | <b>1454</b>    | <b>11651</b>   | <b>70284</b>   | <b>474689</b> | <b>1577</b>    | <b>14557</b>   | <b>95380</b>   | <b>718041</b>  |
|                  | 100 | <b>2728</b>    | <b>21896</b>   | <b>132168</b>  | <b>892987</b> | <b>2958</b>    | <b>27361</b>   | <b>179375</b>  | <b>1350908</b> |

U [8] je dan izraz za plastični dio  $J$ -integrala za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom u obliku:

$$J_p(\varphi) = \alpha \frac{\sigma_y^2}{E} (t-a) \cdot h_1\left(\frac{R_i}{t}, \frac{a}{t}, \frac{c}{a}, \varphi, n\right) \cdot \left(\frac{p}{p_L}\right)^{n+1}. \quad (49)$$

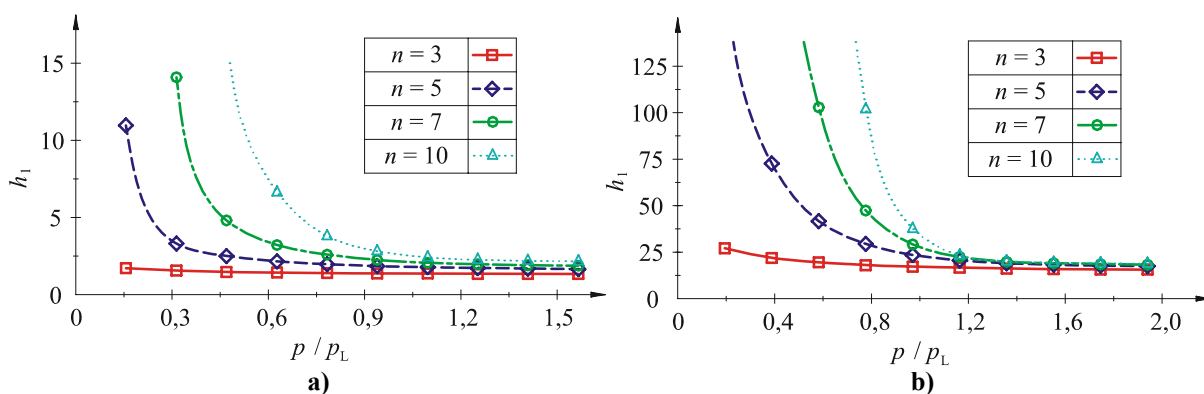
Kao što je vidljivo iz izraza (49) bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala ovisi o dimenzijama cijevi, dimenzijama pukotine i eksponentu materijala. Pomoću izraza (49) možemo odrediti vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala u ovisnosti o eksponentu materijala  $n$ . U tablici 12. su prikazane vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala za eksponent materijala  $n = 7$ .

**Tablica 12. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala,  $h_1$ , za eksponent materijala  $n = 7$**

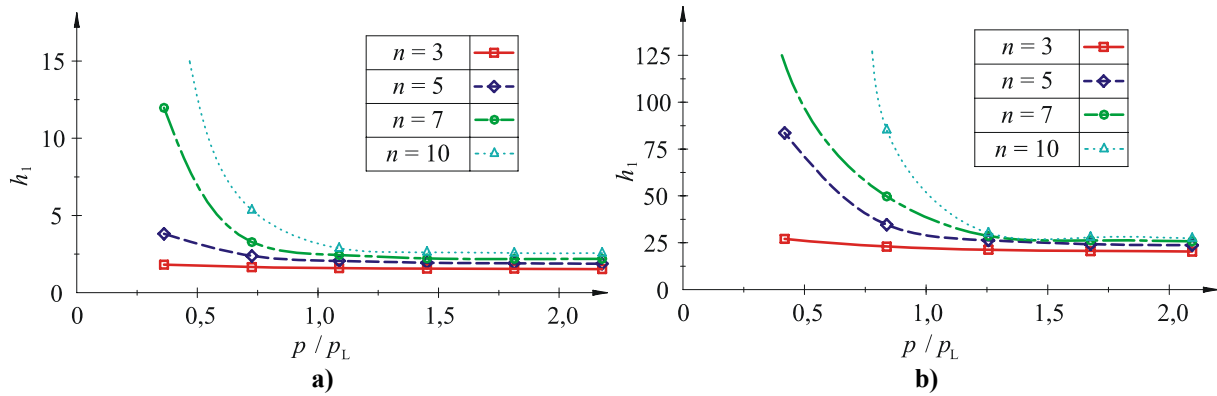
| $R_i/t$          |     | 4            |              |              |              |              |              |              |              |
|------------------|-----|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $c/a$            |     | 5            |              |              |              | 10           |              |              |              |
| $a/t$            |     | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $p / \text{MPa}$ | 10  | <b>250,9</b> | <b>1227</b>  | <b>3923</b>  | <b>8320</b>  | <b>290,6</b> | <b>1225</b>  | <b>2850</b>  | <b>2846</b>  |
|                  | 20  | <b>14,10</b> | <b>79,44</b> | <b>348,1</b> | <b>723,4</b> | <b>16,81</b> | <b>97,64</b> | <b>258,4</b> | <b>275,5</b> |
|                  | 30  | <b>4,800</b> | <b>30,03</b> | <b>102,9</b> | <b>185,7</b> | <b>6,050</b> | <b>33,18</b> | <b>80,29</b> | <b>83,46</b> |
|                  | 40  | <b>3,219</b> | <b>17,18</b> | <b>47,50</b> | <b>77,64</b> | <b>3,859</b> | <b>19,55</b> | <b>38,70</b> | <b>39,68</b> |
|                  | 50  | <b>2,589</b> | <b>12,06</b> | <b>29,16</b> | <b>49,48</b> | <b>3,133</b> | <b>14,08</b> | <b>24,35</b> | <b>29,13</b> |
|                  | 60  | <b>2,262</b> | <b>9,692</b> | <b>22,38</b> | <b>41,32</b> | <b>2,740</b> | <b>11,27</b> | <b>19,46</b> | <b>26,41</b> |
|                  | 70  | <b>2,074</b> | <b>8,553</b> | <b>19,88</b> | <b>38,56</b> | <b>2,513</b> | <b>9,930</b> | <b>17,83</b> | <b>25,54</b> |
|                  | 80  | <b>1,970</b> | <b>8,038</b> | <b>18,91</b> | <b>37,43</b> | <b>2,389</b> | <b>9,337</b> | <b>17,24</b> | <b>25,20</b> |
|                  | 90  | <b>1,913</b> | <b>7,808</b> | <b>18,48</b> | <b>36,86</b> | <b>2,321</b> | <b>9,073</b> | <b>16,99</b> | <b>25,06</b> |
|                  | 100 | <b>1,883</b> | <b>7,696</b> | <b>18,26</b> | <b>36,50</b> | <b>2,280</b> | <b>8,936</b> | <b>16,88</b> | <b>24,98</b> |
| $R_i/t$          |     | 4            |              |              |              |              |              |              |              |
| $c/a$            |     | 15           |              |              |              | 20           |              |              |              |
| $a/t$            |     | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $p / \text{MPa}$ | 10  | <b>259,6</b> | <b>976,3</b> | <b>1902</b>  | <b>1924</b>  | <b>231,5</b> | <b>811,8</b> | <b>1540</b>  | <b>1178</b>  |
|                  | 20  | <b>15,96</b> | <b>78,77</b> | <b>176,9</b> | <b>196,7</b> | <b>14,53</b> | <b>65,16</b> | <b>145,2</b> | <b>124,9</b> |
|                  | 30  | <b>5,790</b> | <b>27,69</b> | <b>55,80</b> | <b>72,13</b> | <b>5,272</b> | <b>23,28</b> | <b>46,21</b> | <b>52,80</b> |
|                  | 40  | <b>3,755</b> | <b>16,92</b> | <b>28,90</b> | <b>38,58</b> | <b>3,467</b> | <b>14,53</b> | <b>24,99</b> | <b>30,72</b> |
|                  | 50  | <b>3,116</b> | <b>12,81</b> | <b>19,37</b> | <b>30,22</b> | <b>2,947</b> | <b>11,45</b> | <b>17,64</b> | <b>24,76</b> |
|                  | 60  | <b>2,763</b> | <b>10,52</b> | <b>16,05</b> | <b>28,07</b> | <b>2,641</b> | <b>9,693</b> | <b>15,01</b> | <b>23,18</b> |
|                  | 70  | <b>2,546</b> | <b>9,352</b> | <b>14,97</b> | <b>27,38</b> | <b>2,452</b> | <b>8,738</b> | <b>14,16</b> | <b>22,67</b> |
|                  | 80  | <b>2,427</b> | <b>8,820</b> | <b>14,58</b> | <b>27,13</b> | <b>2,344</b> | <b>8,286</b> | <b>13,86</b> | <b>22,48</b> |
|                  | 90  | <b>2,359</b> | <b>8,580</b> | <b>14,42</b> | <b>27,01</b> | <b>2,281</b> | <b>8,078</b> | <b>13,73</b> | <b>22,39</b> |
|                  | 100 | <b>2,317</b> | <b>8,462</b> | <b>14,35</b> | <b>26,96</b> | <b>2,241</b> | <b>7,976</b> | <b>13,67</b> | <b>22,35</b> |
| $R_i/t$          |     | 10           |              |              |              |              |              |              |              |
| $c/a$            |     | 5            |              |              |              | 10           |              |              |              |
| $a/t$            |     | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $p / \text{MPa}$ | 10  | <b>11,98</b> | <b>89,59</b> | <b>371,2</b> | <b>763,0</b> | <b>15,22</b> | <b>131,2</b> | <b>476,1</b> | <b>533,1</b> |

|                  |     |       |       |       |       |       |       |       |       |
|------------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                  | 20  | 3,280 | 17,33 | 49,84 | 101,4 | 4,240 | 24,55 | 57,54 | 80,64 |
|                  | 30  | 2,423 | 11,02 | 28,74 | 65,81 | 3,066 | 14,76 | 34,04 | 63,11 |
|                  | 40  | 2,234 | 10,02 | 26,20 | 61,95 | 2,816 | 13,27 | 31,72 | 61,62 |
|                  | 50  | 2,189 | 9,828 | 25,73 | 61,14 | 2,743 | 12,97 | 31,31 | 61,32 |
|                  | 60  | 2,172 | 9,775 | 25,58 | 60,79 | 2,710 | 12,87 | 31,20 | 61,17 |
|                  | 70  | 2,164 | 9,751 | 25,48 | 60,50 | 2,692 | 12,83 | 31,13 | 61,06 |
|                  | 80  | 2,158 | 9,735 | 25,41 | 60,24 | 2,684 | 12,81 | 31,09 | 60,94 |
|                  | 90  | 2,156 | 9,722 | 25,34 | 59,99 | 2,679 | 12,80 | 31,04 | 60,83 |
|                  | 100 | 2,154 | 9,713 | 25,29 | 59,75 | 2,677 | 12,78 | 31,01 | 60,71 |
| $R_i/t$          | 10  |       |       |       |       |       |       |       |       |
| $c/a$            | 15  |       |       |       | 20    |       |       |       |       |
| $a/t$            | 0,2 | 0,4   | 0,6   | 0,8   | 0,2   | 0,4   | 0,6   | 0,8   |       |
| $p / \text{MPa}$ | 10  | 19,02 | 127,2 | 355,4 | 284,1 | 18,21 | 109,9 | 271,8 | 218,9 |
|                  | 20  | 4,451 | 25,02 | 46,47 | 55,11 | 4,357 | 22,70 | 38,39 | 51,79 |
|                  | 30  | 3,236 | 15,20 | 29,35 | 46,74 | 3,208 | 14,46 | 25,53 | 45,42 |
|                  | 40  | 2,968 | 13,68 | 27,76 | 46,05 | 2,945 | 13,12 | 24,36 | 44,90 |
|                  | 50  | 2,884 | 13,39 | 27,47 | 45,93 | 2,859 | 12,86 | 24,13 | 44,81 |
|                  | 60  | 2,844 | 13,30 | 27,39 | 45,86 | 2,817 | 12,78 | 24,07 | 44,77 |
|                  | 70  | 2,823 | 13,27 | 27,35 | 45,82 | 2,796 | 12,75 | 24,04 | 44,73 |
|                  | 80  | 2,814 | 13,26 | 27,32 | 45,76 | 2,786 | 12,74 | 24,02 | 44,70 |
|                  | 90  | 2,809 | 13,25 | 27,30 | 45,71 | 2,781 | 12,74 | 24,00 | 44,67 |
|                  | 100 | 2,807 | 13,24 | 27,27 | 45,66 | 2,779 | 12,74 | 23,98 | 44,64 |

Poznato je iz literature [7, 8, 28, 43] da bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala ovise o veličini opterećenja. Iz tablice 12. je vidljiva ovisnost funkcije za eksponent materijala  $n = 7$  i sve dimenzije pukotina, dok je na slikama 47. i 48. prikazana ovisnost funkcije za definiranu duljinu i dubinu pukotine i sve vrijednosti eksponenta materijala. Eksponencijalni dio jednadžbe (46), (Ramberg-Osgoodova jednadžba) koja opisuje ponašanje materijala tijekom procesa opterećenja, dominantan je za dovoljno velika opterećenja. U skladu s tim, vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala uzimaju se upravo za dovoljno velika opterećenja kada se vrijednosti ustale na približno konstantnoj vrijednosti kao što je vidljivo sa slika 47. i 48.



Slika 47. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala s veličinom opterećenja za  $R_i/t = 4$ ,  $c/a = 5$ : a)  $a/t = 0,2$  i b)  $a/t = 0,6$



Slika 48. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala s veličinom opterećenja za  $R_i/t=10, c/a=5$  : a)  $a/t=0,2$  i b)  $a/t=0,6$

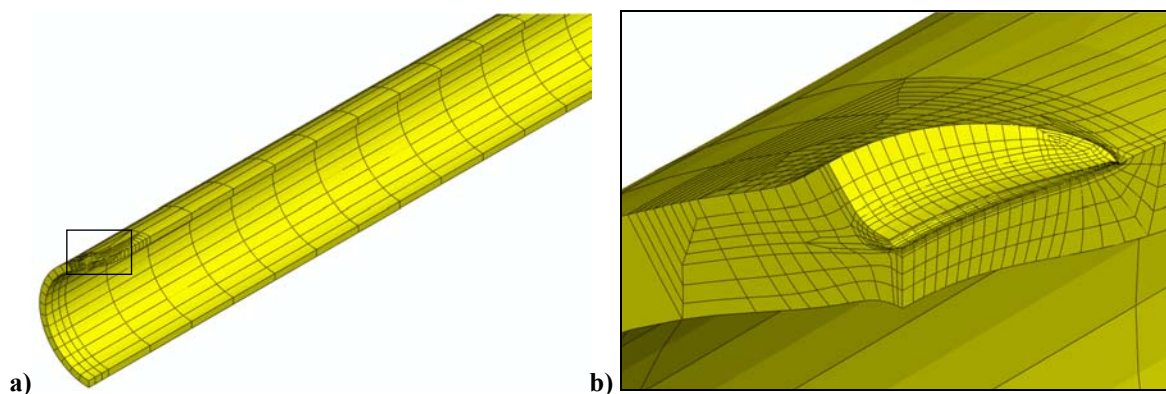
Odabrane vrijednosti za bezdimenzijsku utjecajnu funkciju za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala na najdubljoj točki pukotine ( $\varphi = 90^\circ$ ) prikazane su u tablici 13. Iznosi su dobiveni kao srednja vrijednost posljednjih pet rezultata za rastuća opterećenja. Iz opisanog slijedi da točnost procjene  $J$ -integrala primjenom GE/EPRI metode uvelike ovisi o vrijednostima parametra i eksponenta materijala u Ramberg-Osgoodovom materijalnom modelu dobivenih interpolacijom eksperimentalno dobivene krivulje naprezanje-deformacija.

Tablica 13. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala,  $h_1$

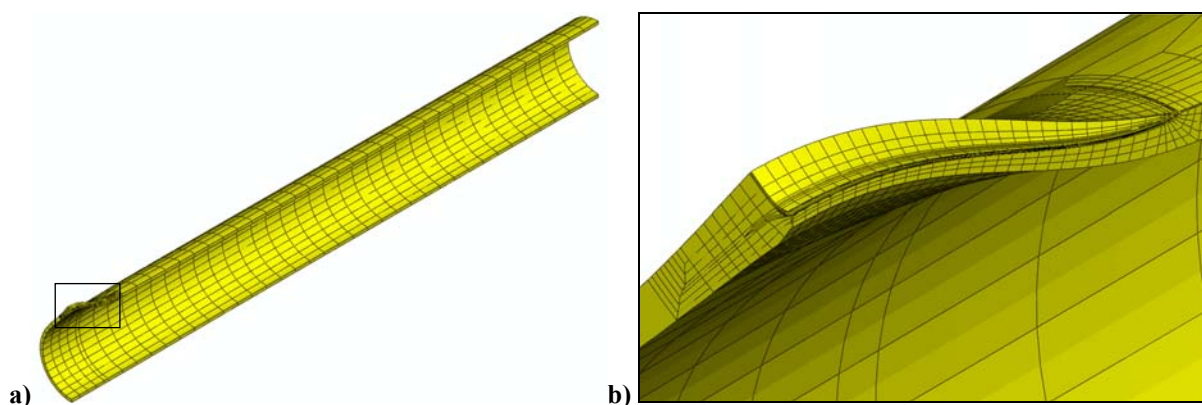
| $R_i/t$ | $c/a$ | $a/t$ | $n$   |       |       |       |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|         |       |       | 3     | 5     | 7     | 10    |
| 4       | 5     | 0,2   | 1,358 | 1,737 | 2,020 | 2,370 |
|         |       | 0,4   | 5,563 | 7,228 | 8,357 | 9,482 |
|         |       | 0,6   | 15,94 | 18,57 | 19,58 | 20,01 |
|         |       | 0,8   | 37,09 | 38,73 | 38,13 | 34,82 |
|         | 10    | 0,2   | 1,570 | 2,075 | 2,449 | 2,868 |
|         |       | 0,4   | 6,556 | 8,604 | 9,708 | 10,36 |
|         |       | 0,6   | 16,59 | 17,82 | 17,68 | 17,11 |
|         |       | 0,8   | 29,86 | 27,97 | 25,44 | 21,58 |
|         | 15    | 0,2   | 1,581 | 2,102 | 2,483 | 2,879 |
|         |       | 0,4   | 6,312 | 8,256 | 9,146 | 9,504 |
|         |       | 0,6   | 14,93 | 15,39 | 14,88 | 14,00 |
|         |       | 0,8   | 27,51 | 27,75 | 27,31 | 25,62 |
|         | 20    | 0,2   | 1,536 | 2,033 | 2,392 | 2,743 |
|         |       | 0,4   | 5,958 | 7,772 | 8,554 | 8,803 |
|         |       | 0,6   | 14,13 | 14,48 | 14,09 | 13,49 |
|         |       | 0,8   | 22,73 | 22,97 | 22,62 | 21,04 |
| 10      | 5     | 0,2   | 1,521 | 1,872 | 2,161 | 2,540 |
|         |       | 0,4   | 6,424 | 8,254 | 9,739 | 11,39 |
|         |       | 0,6   | 19,90 | 23,35 | 25,42 | 26,77 |
|         |       | 0,8   | 51,71 | 57,18 | 60,26 | 59,33 |
|         | 10    | 0,2   | 1,803 | 2,299 | 2,688 | 3,174 |
|         |       | 0,4   | 8,395 | 11,07 | 12,82 | 14,22 |

|  |    |     |               |               |               |               |
|--|----|-----|---------------|---------------|---------------|---------------|
|  |    | 0,6 | <b>26,16</b>  | <b>29,43</b>  | <b>31,09</b>  | <b>32,01</b>  |
|  |    | 0,8 | <b>57,74</b>  | <b>58,60</b>  | <b>60,94</b>  | <b>60,40</b>  |
|  | 15 | 0,2 | <b>1,865</b>  | <b>2,405</b>  | <b>2,819</b>  | <b>3,324</b>  |
|  |    | 0,4 | <b>8,678</b>  | <b>11,58</b>  | <b>13,26</b>  | <b>14,49</b>  |
|  |    | 0,6 | <b>25,21</b>  | <b>27,01</b>  | <b>27,33</b>  | <b>27,03</b>  |
|  |    | 0,8 | <b>47,20</b>  | <b>45,30</b>  | <b>45,76</b>  | <b>43,53</b>  |
|  | 20 | 0,2 | <b>1,850</b>  | <b>2,388</b>  | <b>2,792</b>  | <b>3,272</b>  |
|  |    | 0,4 | <b>8,387</b>  | <b>11,241</b> | <b>12,750</b> | <b>13,676</b> |
|  |    | 0,6 | <b>23,587</b> | <b>24,393</b> | <b>24,021</b> | <b>23,255</b> |
|  |    | 0,8 | <b>43,821</b> | <b>42,614</b> | <b>44,701</b> | <b>45,104</b> |

Cilj određivanja bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala je što jednostavnija procjena  $J$ -integrala primjenom izraza (49) i tablice 13. Na slici 49. je prikazan deformirani oblik cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom kod određivanja ukupnog  $J$ -integrala za odnos  $R_i/t=4$ ,  $c/a=5$  i  $a/t=0,4$ , a na slici 50. je prikazan deformirani oblik za  $R_i/t=10$ ,  $c/a=20$  i  $a/t=0,6$ .



Slika 49. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za  $R_i/t=4$ ,  $c/a=5$  i  $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine



Slika 50. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za  $R_i/t=10$ ,  $c/a=20$  i  $a/t=0,6$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine

Primjenom bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu elastičnog dijela  $J$ -integrala prikazanih u tablici 9. i plastičnog dijela  $J$ -integrala prikazanih u tablici 13. moguće je uz

pomoć izraza (47) i (49) odrediti elastični i plastični dio  $J$ -integrala za bilo koju dimenziju pukotine unutar definiranih vrijednosti. Potrebno je još jednom napomenuti da vrijednosti  $J$ -integrala uvelike ovisi o vrijednostima parametra i eksponenta materijala u Ramberg-Osgoodovom materijalnom modelu. Drugim riječima, točnost procjene  $J$ -integrala primjenom GE/EPRI metode ovisi o parametru i eksponentu materijala, koji su dobiveni interpolacijom stvarne krivulje naprezanje-deformacija.

## 5.5. Određivanje $J$ -integrala metodom referentnog naprezanja

U prethodnom poglavlju je opisano da značajan utjecaj na točnost rezultata za  $J$ -integral dobiven GE/EPRI metodom ima odabir vrijednosti parametara očvršćenja materijala za aproksimaciju krivulje naprezanje-deformacija. U literaturi [3, 10, 11, 13] pokazuje se da se nedostaci GE/EPRI metode mogu umanjiti, ali ne u potpunosti i otkloniti primjenom metode referentnog naprezanja. Osnovna ideja procjene  $J$ -integrala pomoću metode referentnog naprezanja je uvođenje i pravilan izbor referentnog naprezanja na način da se umanjuje ovisnost rezultata o parametrima očvršćenja materijala, odnosno da se što bolje opiše elastoplastično ponašanje materijala. Za procjenu  $J$ -integrala metodom referentnog naprezanja potrebno je poznavanje stvarne krivulje naprezanje-deformacija. Pri tome se dijagram stvarno naprezanje-deformacija može dobiti iz dijagrama konvencionalno naprezanje-deformacija pomoću relacija (27) i (28). Tek u novije vrijeme predlažu se poboljšanja metode referentnog naprezanja [8, 14], gdje se umjesto opterećenja kod kojeg dolazi do plastičnog tečenja materijala u izrazu za  $J$ -integral uvodi novo opterećenje, da bi se rezultati što više približili vrijednostima dobivenim inkrementalnom teorijom plastičnosti. Efikasnija formulacija ove funkcije predstavlja problem, koji je istražen i opisan u sljedećem poglavlju.

### 5.5.1. Izvod metode referentnog naprezanja

Ako izraz (49), za plastični dio  $J$ -integrala, podijelimo relacijom (47), za elastični dio  $J$ -integrala dobivamo omjer plastičnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala koji se može prikazati izrazom:

$$\frac{J_p}{J_e} = \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \left( \frac{p}{p_L} \right)^{n-1}. \quad (50)$$



Izraz (50) pokazuje ovisnost odnosa plastičnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala o bezdimenzijskim utjecajnim funkcijama za procjenu  $J$ -integrala. U poglavlju 5.4. je pokazana ovisnost ovih funkcija o parametrima materijala, a koju ovom metodom želimo smanjiti. Ako u izrazu (50) proširimo izraz u zagradi uvođenjem referentnog tlaka,  $p_{\text{ref}}$ , dobivamo omjer plastičnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala kako slijedi [13, 68, 69]:

$$\frac{J_p}{J_e} = \left[ \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \left( \frac{p_{\text{ref}}}{p_L} \right)^{n-1} \right] \left( \frac{p}{p_{\text{ref}}} \right)^{n-1}. \quad (51)$$

Izraz u uglatoj zagradi relacije (51) definirat ćemo kao funkciju omjera plastičnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala,  $H_1$ , koja se može prikazati izrazom:

$$H_1 = \frac{h_1(n)}{h_1(n=1)} \left( \frac{p_{\text{ref}}}{p_L} \right)^{n-1}. \quad (52)$$

Nakon uvrštavanja izraza (52) u (51) odnos plastičnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala postaje jednak:

$$\frac{J_p}{J_e} = H_1 \left( \frac{p}{p_{\text{ref}}} \right)^{n-1}. \quad (53)$$

Iz izraza (53) slijedi da vrijednost funkcije odnosa plastičnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala treba biti jednaka jedinici, da bi anulirali ovisnost odnosa  $J$ -integrala o parametrima materijala. Prema (52) slijedi da pravilna definicija referentnog tlaka minimizira ovisnost  $H_1$  o parametrima materijala ( $\alpha$  i  $n$ ). Uz pretpostavku da možemo naći takav tlak, u daljnjem tekstu ćemo ga zvati „optimirani referentni tlak“,  $p_{\text{OR}}$ . Ako izraz (52), tj. funkciju omjera plastičnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala, izjednačimo s jedinicom dobivamo:

$$H_1 = \frac{h_1(\varphi, n)}{h_1(\varphi, n=1)} \left( \frac{p_{\text{OR}}}{p_L} \right)^{n-1} = 1. \quad (54)$$

Optimirani referentni tlak podijeljen s graničnim tlakom u zagradi izraza (54) predstavlja funkciju omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka,  $\gamma$ , prema relaciji:

$$\gamma = \frac{p_{\text{OR}}}{p_L}. \quad (55)$$

Ako izraz (55) uvrstimo u (54), dobivamo vezu između bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu elastičnog i plastičnog dijela  $J$ -integrala i funkcije odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka kako slijedi:

$$\frac{h_1(\varphi, n)}{h_1(\varphi, n=1)} (\gamma)^{n-1} = 1. \quad (56)$$

Nakon sređivanja izraza (56), funkciju odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka možemo odrediti iz izraza:

$$\gamma = \left( \frac{h_1(\varphi, n=1)}{h_1(\varphi, n)} \right)^{\frac{1}{n-1}}. \quad (57)$$

Iz (55) dobivamo izraz za optimirani referentni tlak koji glasi:

$$p_{oR} = \gamma \cdot p_L. \quad (58)$$

Ako u izraz (53) uvrstimo da je funkcija odnosa plastičnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala jednaka jedinici i referentni tlak zamijenimo optimiranim referentnim tlakom odnos plastičnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala možemo prikazati izrazom:

$$\frac{J_p}{J_e} = \left( \frac{p}{p_{oR}} \right)^{n-1}. \quad (59)$$

Izraz za referentno naprezanje,  $\sigma_{ref}$ , prema [8, 13, 43, 47, 48, 68, 69] glasi:

$$\sigma_{ref} = \frac{p}{p_{oR}} \sigma_y. \quad (60)$$

Ako izraz (60) preformuliramo i uvrstimo u (59), dobivamo odnos plastičnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala kako slijedi:

$$\frac{J_p}{J_e} = \left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_y} \right)^{n-1}. \quad (61)$$

Ukupna deformacija se aditivnom dekompozicijom može rastaviti na elastičnu deformaciju,  $\varepsilon_e$ , i plastičnu deformaciju,  $\varepsilon_p$ , prema izrazu:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p. \quad (62)$$

Izraz za Ramberg-Osgoodov materijalni model (46) može se preformulirati u oblik:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\sigma_y} \varepsilon_0 + \alpha \cdot \varepsilon_0 \left( \frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n. \quad (63)$$

Osim toga, izraz za deformaciju za granicu tečenja prema Hookeovom zakonu za jednoosno stanje naprezanja glasi:

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_y}{E}. \quad (64)$$

Uvrstimo li sada izraz (64) u (63), Ramberg-Osgoodov materijalni model glasi:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\sigma_y} \frac{\sigma_y}{E} + \alpha \frac{\sigma_y}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^n. \quad (65)$$

Sredimo li prethodni izraz, jednadžba za Ramberg-Osgoodov materijalni model postaje:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \cdot \frac{\sigma}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^{n-1}. \quad (66)$$

Usporedbom izraza (66) za Ramberg-Osgoodov materijalni model, s izrazom za aditivnu dekompoziciju deformacije, (62), dobivamo relacije za elastičnu i plastičnu deformaciju kako slijedi:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E} \quad \text{i} \quad (67)$$

$$\varepsilon_p = \alpha \cdot \frac{\sigma}{E} \left( \frac{\sigma}{\sigma_Y} \right)^{n-1}. \quad (68)$$

Ako u izrazu (68) plastičnu deformaciju zamijenimo referentnom,  $\varepsilon_p \rightarrow \varepsilon_{\text{ref}}$ , i naprezanje zamijenimo referentnim,  $\sigma \rightarrow \sigma_{\text{ref}}$ , dobivamo:

$$\varepsilon_{\text{ref}} = \alpha \cdot \frac{\sigma_{\text{ref}}}{E} \left( \frac{\sigma_{\text{ref}}}{\sigma_Y} \right)^{n-1}, \quad (69)$$

gdje je:  $\varepsilon_{\text{ref}}$  - referentna deformacija za referentno naprezanje, dobivena iz dijagrama stvarno naprezanje-deformacija.

Nakon toga izraz (61) uvrstimo u (69) te dobivamo:

$$\varepsilon_{\text{ref}} = \alpha \cdot \frac{\sigma_{\text{ref}}}{E} \frac{J_p}{J_e}. \quad (70)$$

Omjer plastičnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala iz relacije (70) sada glasi:

$$\frac{J_p}{J_e} = \frac{E \cdot \varepsilon_{\text{ref}}}{\alpha \cdot \sigma_{\text{ref}}}. \quad (71)$$

Iz (71) slijedi relacija za plastični dio  $J$ -integrala:

$$J_p = J_e \frac{E \cdot \varepsilon_{\text{ref}}}{\alpha \cdot \sigma_{\text{ref}}}. \quad (72)$$

Uvrštavanjem izraza (72) za plastični dio  $J$ -integrala u (44), gdje je ukupni  $J$ -integral prikazan kao zbroj elastičnog i plastičnog dijela  $J$ -integrala, dobivamo:

$$J = J_e + J_e \frac{E \cdot \varepsilon_{\text{ref}}}{\alpha \cdot \sigma_{\text{ref}}}. \quad (73)$$

Sređivanjem (73) slijedi izraz za odnos ukupnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala:

$$\frac{J}{J_e} = 1 + \frac{E \cdot \varepsilon_{\text{ref}}}{\alpha \cdot \sigma_{\text{ref}}}. \quad (74)$$

U [69] umjesto jedinice se koristi korektor plastičnosti,  $\Omega$ , pa odnos ukupnog i elastičnog dijela  $J$ -integrala glasi:

$$\frac{J}{J_e} = \Omega + \frac{E \cdot \varepsilon_{\text{ref}}}{\alpha \cdot \sigma_{\text{ref}}}. \quad (75)$$

Korektor plastičnosti,  $\Omega$ , je dan u [69] u obliku:

$$\Omega = \frac{1}{2} \frac{L_r^2 \sigma_{\text{ref}}}{E \varepsilon_{\text{ref}}}, \quad (76)$$

gdje je:  $L_r$  - apscisa u dijagramu procjene loma.

Izraz za apscisu u dijagramu procjene loma, dan je u literaturi [3, 69, 70] kako slijedi:

$$L_r = \frac{\sigma_{\text{ref}}}{\sigma_Y}. \quad (77)$$

Uvrštavanjem relacije (77) u (76) dobivamo izraz za korektor plastičnosti:

$$\Omega = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{\sigma_{\text{ref}}}{\sigma_Y}\right)^2 \sigma_{\text{ref}}}{E \varepsilon_{\text{ref}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{\text{ref}}}{\sigma_Y}\right)^2 \frac{\sigma_{\text{ref}}}{E \varepsilon_{\text{ref}}}. \quad (78)$$

Ako sada izraz (78) uvrstimo u (75), dobivamo relaciju za određivanje ukupnog  $J$ -integrala metodom referentnog naprežanja u prikazanom obliku [13, 68, 69]:

$$\frac{J}{J_e} = \frac{E \cdot \varepsilon_{\text{ref}}}{\alpha \cdot \sigma_{\text{ref}}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{\text{ref}}}{\sigma_Y}\right)^2 \frac{\sigma_{\text{ref}}}{E \varepsilon_{\text{ref}}}. \quad (79)$$

Dobivena relacija (79) predstavlja procjenu  $J$ -integrala metodom referentnog naprežanja. Za definirane dimenzije pukotine potrebno je odrediti elastični dio  $J$ -integrala, numerički ili iz koeficijenta intenzivnosti naprežanja. Osim toga iz (60) je potrebno odrediti referentno naprežanje, te primjenom stvarne krivulje naprežanje-deformacija odrediti referentnu deformaciju. Na taj način, uz poznavanje elastičnih značajki tj. karakteristika materijala možemo jednostavnom primjenom izraza (79) procijeniti vrijednost  $J$ -integrala. U izrazu za određivanje referentnog naprežanja javlja se optimirani referentni tlak, kojeg je potrebno odrediti prema izrazu (58). Ovdje se javlja nepoznata funkcija odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka. Određivanje funkcije odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka provedeno je u sljedećem poglavlju, pomoću izračunatih bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu  $J$ -integrala prikazanih u poglavlju 5.4.

### 5.5.2. Određivanje funkcije omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka

Na temelju provedenih numeričkih analiza i određivanja ukupnog  $J$ -integrala, te plastičnog dijela  $J$ -integrala i računanja vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu  $J$ -integrala za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom moguće je odrediti funkciju odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka prema izrazu (57).

Izračunate su funkcije za sve vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu  $J$ -integrala tj. za odnos unutarnjeg polumjera i debljine stijenke cijevi  $R_i/t = 4$  i  $10$ , pola duljine i dubine pukotine  $c/a = 5; 10; 15$  i  $20$ , dubine pukotine i debljine stijenke cijevi  $a/t = 0,2; 0,4; 0,6$  i  $0,8$  i eksponenta materijala  $n = 3; 5; 7$  i  $10$ , što čini ukupno 128 analiza. U tablici 14. su prikazane vrijednosti funkcije omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka za eksponent materijala  $n = 10$ .

Tablica 14. Funkcija omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka,  $\gamma$ , za  $n = 10$

|          |              |              |              |              |              |              |              |              |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $R_i/t$  | 4            |              |              |              |              |              |              |              |
| $c/a$    | 5            |              |              |              | 10           |              |              |              |
| $a/t$    | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $\gamma$ | <b>0,886</b> | <b>0,879</b> | <b>0,919</b> | <b>0,983</b> | <b>0,877</b> | <b>0,882</b> | <b>0,943</b> | <b>1,033</b> |
| $R_i/t$  | 4            |              |              |              |              |              |              |              |
| $c/a$    | 15           |              |              |              | 20           |              |              |              |
| $a/t$    | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $\gamma$ | <b>0,878</b> | <b>0,888</b> | <b>0,959</b> | <b>1,011</b> | <b>0,881</b> | <b>0,892</b> | <b>0,961</b> | <b>1,024</b> |
| $R_i/t$  | 10           |              |              |              |              |              |              |              |
| $c/a$    | 5            |              |              |              | 10           |              |              |              |
| $a/t$    | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $\gamma$ | <b>0,903</b> | <b>0,886</b> | <b>0,918</b> | <b>0,959</b> | <b>0,893</b> | <b>0,884</b> | <b>0,927</b> | <b>0,99</b>  |
| $R_i/t$  | 10           |              |              |              |              |              |              |              |
| $c/a$    | 15           |              |              |              | 20           |              |              |              |
| $a/t$    | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $\gamma$ | <b>0,891</b> | <b>0,884</b> | <b>0,944</b> | <b>1,023</b> | <b>0,893</b> | <b>0,887</b> | <b>0,957</b> | <b>1,018</b> |

Nakon dobivanja svih vrijednosti funkcija omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka, napravljeno je osrednjavanje vrijednosti u odnosu na  $R_i/t$  i  $n$ , te su dobivene vrijednosti funkcija omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka prikazane u tablici 15.

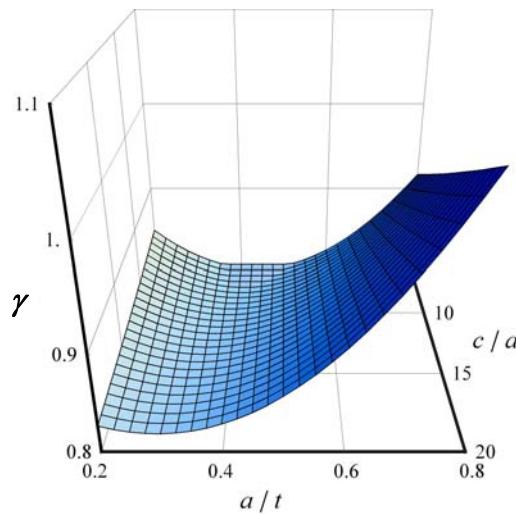
Tablica 15. Osrednjena funkcija omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka,  $\gamma$ 

|          |              |              |              |              |              |              |              |              |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $c/a$    | 5            |              |              |              | 10           |              |              |              |
| $a/t$    | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $\gamma$ | <b>0,841</b> | <b>0,808</b> | <b>0,827</b> | <b>0,900</b> | <b>0,831</b> | <b>0,806</b> | <b>0,847</b> | <b>0,974</b> |
| $c/a$    | 15           |              |              |              | 20           |              |              |              |
| $a/t$    | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $\gamma$ | <b>0,832</b> | <b>0,811</b> | <b>0,872</b> | <b>1,012</b> | <b>0,840</b> | <b>0,823</b> | <b>0,901</b> | <b>1,059</b> |

Provedena je i interpolacija vrijednosti prikazanih u tablici 15. te je dobiven izraz za određivanje funkcija odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka u sljedećem obliku:

$$\begin{aligned} \gamma = & 0,9975 - 0,005565 \frac{c}{a} + 0,000035 \left( \frac{c}{a} \right)^2 - 0,896375 \frac{a}{t} + \\ & + 0,01748 \frac{c}{a} \frac{a}{t} + 0,928125 \left( \frac{a}{t} \right)^2. \end{aligned} \quad (80)$$

Na slici 51. prikazan je predloženi izraz za određivanje funkcija odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka u definiranim granicama duljine i dubine pukotine.



Slika 51. Funkcija odnosa optimiranog referentnog tlaka i graničnog tlaka u ovisnosti o duljini i dubini pukotine

Vrijednosti funkcija odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka dobivene predloženim izrazom (80) razlikuju se za najviše 1,9 % od izračunatih vrijednosti funkcija dobivenih iz bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu  $J$ -integrala, kao što je prikazano u tablici 16.

Razlika funkcije odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka je definirana prema izrazu:

$$\text{RAZLIKA} = \frac{\gamma - \gamma_{\text{INT}}}{\gamma} \cdot 100, \quad (81)$$

gdje je:  $\gamma_{INT}$  - funkcija omjera optimiranog referentnog i graničnog tlaka dobivena interpoliranim izrazom.

Tablica 16. Razlika funkcija odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka dobivenih interpolacijom i numerički

|                   |             |             |             |             |             |             |             |            |
|-------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|
| $c/a$             | 5           |             |             |             | 10          |             |             |            |
| $a/t$             | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8        |
| <b>RAZLIKA, %</b> | <b>-0,6</b> | <b>1,6</b>  | <b>1,0</b>  | <b>-1,9</b> | <b>-0,8</b> | <b>0,1</b>  | <b>0,1</b>  | <b>1,3</b> |
| $c/a$             | 15          |             |             |             | 20          |             |             |            |
| $a/t$             | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8        |
| <b>RAZLIKA, %</b> | <b>0,0</b>  | <b>-0,7</b> | <b>-0,4</b> | <b>0,3</b>  | <b>1,4</b>  | <b>-0,6</b> | <b>-0,6</b> | <b>0,2</b> |

Na taj način, definiranjem funkcija odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka tj. izraza za određivanje tih funkcija, moguće je definirati optimirani referentni tlak što je prikazano u sljedećem poglavlju.

### 5.5.3. Definiranje optimiranog referentnog tlaka

Na temelju provedenih numeričkih analiza za određivanje graničnog tlaka, što je prikazano u poglavlju 5.3. te primjenom izraza (58), izračunate su vrijednosti optimiranog referentnog tlaka. Dobivene vrijednosti su prikazane u tablici 17.

Tablica 17. Optimirani referentni tlak,  $p_{oR}$  / MPa

|                                  |             |             |             |             |             |             |             |             |
|----------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $R_i/t$                          | 4           |             |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$                            | 5           |             |             |             | 10          |             |             |             |
| $a/t$                            | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| <b><math>p_{oR}</math> / MPa</b> | <b>53,7</b> | <b>48,0</b> | <b>42,7</b> | <b>36,9</b> | <b>51,7</b> | <b>43,9</b> | <b>36,7</b> | <b>29,8</b> |
| $R_i/t$                          | 4           |             |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$                            | 15          |             |             |             | 20          |             |             |             |
| $a/t$                            | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| <b><math>p_{oR}</math> / MPa</b> | <b>50,7</b> | <b>41,6</b> | <b>34,6</b> | <b>28,1</b> | <b>50,3</b> | <b>40,7</b> | <b>34,3</b> | <b>27,2</b> |
| $R_i/t$                          | 10          |             |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$                            | 5           |             |             |             | 10          |             |             |             |
| $a/t$                            | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| <b><math>p_{oR}</math> / MPa</b> | <b>23,2</b> | <b>21,3</b> | <b>19,8</b> | <b>18,4</b> | <b>22,5</b> | <b>19,8</b> | <b>17,5</b> | <b>15,2</b> |
| $R_i/t$                          | 10          |             |             |             |             |             |             |             |
| $c/a$                            | 15          |             |             |             | 20          |             |             |             |
| $a/t$                            | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| <b><math>p_{oR}</math> / MPa</b> | <b>22,1</b> | <b>18,9</b> | <b>16,2</b> | <b>13,3</b> | <b>22,0</b> | <b>18,4</b> | <b>15,7</b> | <b>12,8</b> |

Primjenom programskog paketa Mathematica [67] provedena je interpolacija dobivenih vrijednosti optimiranog referentnog tlaka. Metodom najmanjih kvadrata dobiven je izraz za

određivanje optimiranog referentnog tlaka za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom kako slijedi:

$$p_{OR} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_y \cdot \ln \frac{R_o}{R_i} \left[ 1 + A_1 \left( \frac{a}{t} \right) + A_2 \left( \frac{a}{t} \right)^2 \right], \quad (82)$$

gdje su:  $A_1 = -0,92351 - 0,18551 \cdot \rho + 0,058677 \cdot \rho^2 - 0,00539 \cdot \rho^3$  i

$$A_2 = 1,066525 - 0,16797 \cdot \rho - 0,00265 \cdot \rho^2 + 0,002479 \cdot \rho^3.$$

Vrijednosti optimiranog referentnog tlaka dobivene predloženim izrazom (82) razlikuju se za najviše 5,3 % od vrijednosti optimiranog referentnog tlaka dobivenih množenjem graničnih tlakova i funkcija odnosa optimiranog referentnog i graničnog tlaka, kao što je prikazano u tablici 18. Razlika optimiranih referentnih tlakova je definirana prema izrazu:

$$\text{RAZLIKA} = \frac{p_{OR, MKE} - p_{OR, INT}}{p_{OR, MKE}} \cdot 100, \quad (83)$$

gdje su:  $p_{OR, MKE}$  - optimirani referentni tlak dobiven numerički MKE i

$p_{OR, INT}$  - optimirani referentni tlak dobiven interpolacijom.

**Tablica 18. Razlika optimiranog referentnog tlaka,  $p_{OR}$ , dobivenog interpolacijom i numerički**

|                   |             |             |             |             |             |             |            |             |
|-------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|
| $R_i/t$           | 4           |             |             |             |             |             |            |             |
| $c/a$             | 5           |             |             |             | 10          |             |            |             |
| $a/t$             | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6        | 0,8         |
| <b>RAZLIKA, %</b> | <b>-0,7</b> | <b>2,7</b>  | <b>2,0</b>  | <b>-5,3</b> | <b>-2,8</b> | <b>0,1</b>  | <b>0,9</b> | <b>-3,0</b> |
| $R_i/t$           | 4           |             |             |             |             |             |            |             |
| $c/a$             | 15          |             |             |             | 20          |             |            |             |
| $a/t$             | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6        | 0,8         |
| <b>RAZLIKA, %</b> | <b>-3,7</b> | <b>-2,1</b> | <b>-0,4</b> | <b>-3,3</b> | <b>-3,8</b> | <b>-3,3</b> | <b>0,2</b> | <b>0,6</b>  |
| $R_i/t$           | 10          |             |             |             |             |             |            |             |
| $c/a$             | 5           |             |             |             | 10          |             |            |             |
| $a/t$             | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6        | 0,8         |
| <b>RAZLIKA, %</b> | <b>-0,4</b> | <b>3,3</b>  | <b>2,7</b>  | <b>-3,7</b> | <b>-2,2</b> | <b>1,8</b>  | <b>3,5</b> | <b>1,1</b>  |
| $R_i/t$           | 10          |             |             |             |             |             |            |             |
| $c/a$             | 15          |             |             |             | 20          |             |            |             |
| $a/t$             | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6        | 0,8         |
| <b>RAZLIKA, %</b> | <b>-2,7</b> | <b>0,8</b>  | <b>3,8</b>  | <b>1,0</b>  | <b>-2,4</b> | <b>0,4</b>  | <b>4,3</b> | <b>2,4</b>  |

Definiranjem predloženog izraza za optimirani referentni tlak omogućena je procjena  $J$ -integrala metodom referentnog naprezanja. U ovom radu predloženi izraz za određivanje optimiranog referentnog tlaka predstavlja značajan doprinos procjeni  $J$ -integrala metodom referentnog naprezanja, jer u literaturi nije pronađen sličan izraz za definirane dimenzije cijevi i pukotina. Primjenom ovog izraza, jednostavno, bez granične numeričke analize, se može



procijeniti vrijednost  $J$ -integrala, za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom.

## 5.6. Metode procjene cjelovitosti konstrukcije

Kao što je opisano u uvodnom dijelu rada, za procjenu nosivosti konstrukcijske komponente s pukotinom primjenjuju se kriteriji mehanike loma i teorije plastičnog kolapsa [1, 2, 22, 71, 72]. Koriste se dva osnovna pristupa tj. metode: dijagram procjene loma (FAD, *Failure Assessment Diagram*) kao što prikazuje slika 52. i dijagram sile razvoja pukotine (CDF, *Crack Driving Force*) prikazan na slici 53. Ovaj pristup primjenjuje se u normama kao što su API 579 (*American Petroleum Institute*) [2], R6 (*British Energy*) [22, 71], BS7910 (*British Standards Institution*) [72] te u novoj europskoj proceduru SINTAP (*Structural Integrity Assessment Procedure*) [1].

### 5.6.1. Dijagram procjene loma

Primjena linearno-elastične mehanike loma na krhke materijale najčešće se zasniva na koeficijentu intenzivnosti naprezanja,  $K_I$ . Iznos ovog parametra ovisi o opterećenju i geometriji konstrukcijske komponente, te obliku i veličini pukotine. Njegova kritična vrijednost naziva se lomna žilavost materijala,  $K_{IC}$ , a predstavlja svojstvo materijala. Kako ne bi došlo do loma potpuno krhkog materijala, koeficijent intenzivnosti naprezanja mora biti manji od lomne žilavosti materijala ( $K_I < K_{IC}$ ). Ako je materijal potpuno duktilan odnosno žilav, do sloma konstrukcije dolazi uslijed plastičnog kolapsa. Da bi se spriječio plastični kolaps, opterećenje,  $F$ , mora biti manje od opterećenja plastičnog kolapsa,  $F_C$  ( $F < F_C$ ). Na taj se način, problem procjene cjelovitosti konstrukcijske komponente s pukotinom, primjenom dijagrama procjene loma, svodi na dvoparametarsku analizu u kojoj je potrebno zadovoljiti kriterij mehanike loma i kriterij plastičnog kolapsa [1, 2, 22, 62, 71, 72].

Krhko ponašanje materijala definirano je ordinatom u dijagramu procjene loma prema izrazu:

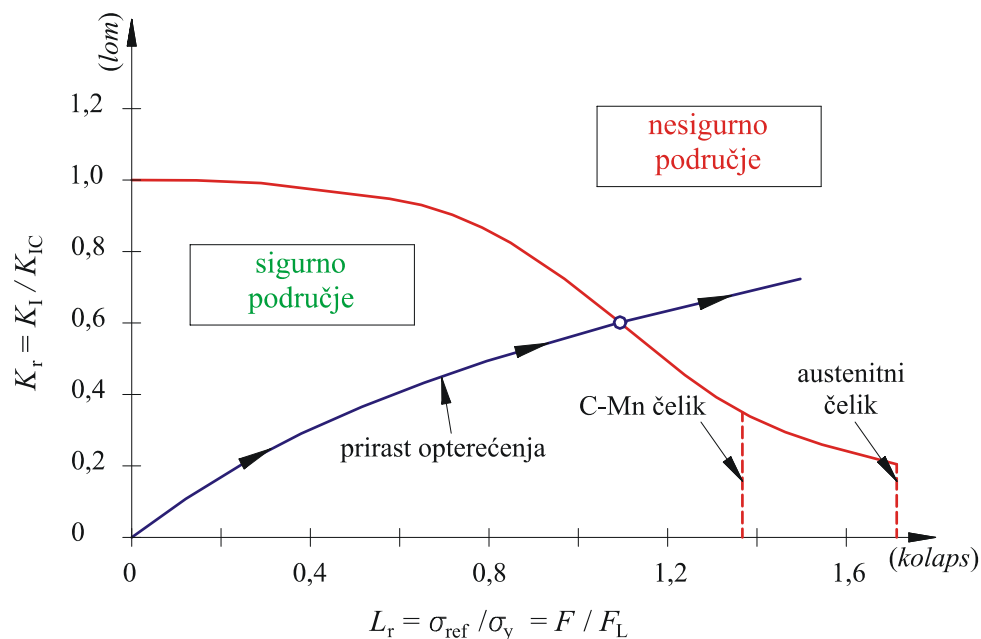
$$K_r = \frac{K_I}{K_{IC}}, \quad (84)$$

gdje je:  $K_r$  - ordinata u dijagramu procjene loma.

Duktilno ponašanje materijala definirano je apscisom u dijagramu procjene loma prema izrazu:

$$L_r = \frac{F}{F_y} = \frac{\sigma_{\text{ref}}}{\sigma_y}, \quad (85)$$

gdje su:  $F$  - opterećenje,  
 $F_y$  - opterećenje plastičnog tečenja i  
 $\sigma_{\text{ref}}$  - referentno naprezanje.



Slika 52. Dijagram procjene loma (FAD, Failure Assessment Diagram)

Pritom se opterećenje plastičnog tečenja, koje je definirano u poglavlju 3.2., određuje na temelju granične analize, primjenom teorije malih deformacija i uz pretpostavku elastično-idealno plastičnog ponašanja materijala. Za jednostavnije probleme u normama su dani empirijski izrazi za koeficijent intenzivnosti naprezanja i opterećenje plastičnog tečenja odnosno naprezanje tečenja. Za njihovo izračunavanje potrebno je poznavati raspodjelu naprezanja po debljini stijenke komponente na mjestu pukotine, za geometriju bez pukotine. Pri određivanju parametra mehanike loma i opterećenja plastičnog kolapsa za komponentu složenije geometrije, sa složenijim opterećenjem, javlja se problem što u spomenutim normama ne postoje gotovi empirijski izrazi za njihovo određivanje. Prema preporukama sadržanim u normama, za dobivanje što realnije raspodjele naprezanja po debljini stijenke na mjestu pukotine u konstrukcijskom elementu, potrebno je provesti numeričku analizu metodom konačnih elemenata [1, 2, 22, 62, 71, 72].

Krhki lom nastupa kad je  $K_r = 1$ , a uvjet za plastični kolaps je prikazan izrazom:

$$L_r = L_r^{\max} = \frac{F_C}{F_y} = \frac{\sigma_f}{\sigma_y}, \quad (86)$$

gdje su:  $L_r^{\max}$  - granica plastičnog kolapsa,  
 $F_C$  - opterećenje plastičnog kolapsa i  
 $\sigma_f$  - naprezanje tečenja.

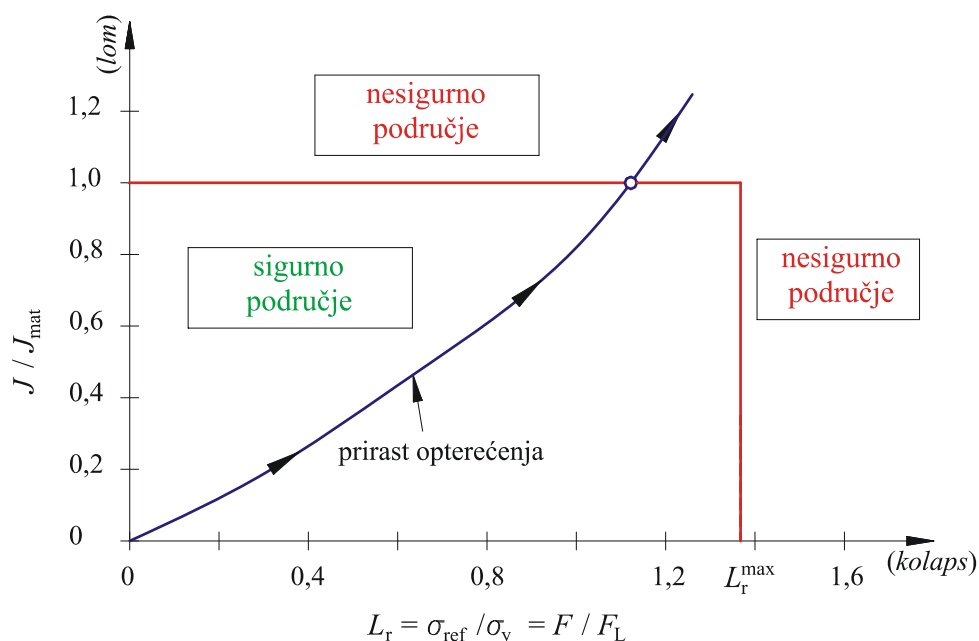
U svim ostalim slučajevima prisutno je međudjelovanje krhkog loma i plastičnog kolapsa, odnosno  $K_r < 1$  i  $L_r < L_r^{\max}$ , a parovi odgovarajućih vrijednosti čine graničnu krivulju. Za razliku od opterećenja plastičnog tečenja, određivanje opterećenja plastičnog kolapsa kod kojeg dolazi do fizikalnog sloma konstrukcije, zahtjeva provedbu eksperimenta ili kompleksnu numeričku analizu koja se zasniva na teoriji velikih deformacija i modeliranju realnog očvršćenja materijala u plastičnom području.

U normama se kompleksna analiza izbjegava na način da se opterećenje plastičnog kolapsa,  $F_C$ , dobiva na temelju poznatog opterećenja plastičnog tečenja,  $F_y$ , a utjecaj očvršćenja materijala u plastičnom području uzima se u obzir preko naprezanja tečenja [1, 2, 22, 62, 71, 72]. Ovdje se realno ponašanje materijala aproksimira elastično-idealno plastičnim modelom s neograničenim plastičnim tečenjem za naprezanje tečenja,  $\sigma_f$ . Naprezanje tečenja se uobičajeno definira kao srednja vrijednost vlačne čvrstoće i granice tečenja materijala, iako postoje i druge definicije, ovisno o tome o kojoj vrsti metala se radi [62]. Ovdje je potrebno istaknuti, da iznos naprezanja tečenja ima značajan utjecaj na procjenu plastičnog kolapsa, pogotovo za konstrukcijske komponente s većim duljinama pukotina.

### 5.6.2. Dijagram sile razvoja pukotine

Primjena elastično-plastične mehanike loma najčešće se zasniva na  $J$ -integralu. Iznos  $J$ -integrala ovisi o opterećenju i geometriji konstrukcijske komponente, te obliku i veličini pukotine. Svojstvo materijala koje predstavlja njegovu kritičnu vrijednost naziva se lomna žilavost materijala,  $J_{\text{mat}}$ . Kako ne bi došlo do loma materijala,  $J$ -integral mora biti manji od lomne žilavosti materijala ( $J < J_{\text{mat}}$ ). Ako je materijal potpuno duktilan odnosno žilav, do sloma konstrukcije dolazi uslijed plastičnog kolapsa kako je opisano u prethodnom poglavlju. Na taj se način, problem procjene cjelovitosti konstrukcijske komponente s pukotinom, primjenom dijagrama sile razvoja pukotine, također svodi na dvoparametarsku analizu u kojoj

je potrebno zadovoljiti kriterij mehanike loma i kriterij plastičnog kolapsa [1, 2, 22, 62, 71, 72].



Slika 53. Dijagram sile razvoja pukotine (CDF, *Crack Driving Force*)

Ordinata u dijagramu sile razvoja pukotine je definirana izrazom:

$$J_r = \frac{J}{J_{\text{mat}}}, \quad (87)$$

gdje su:  $J_r$  - ordinata u dijagramu sile razvoja pukotine i

$J_{\text{mat}}$  - lomna žilavost materijala.

Duktilno ponašanje materijala definirano je apscisom u dijagramu sile razvoja pukotine na jednak način kao kod dijagrama procjene loma. U normama ne postoje gotovi empirijski izrazi za određivanje  $J$ -integrala jer je potrebna definicija materijala u elastoplastičom području. Budući da vrijednosti  $J$ -integrala ovise o korištenom materijalnom modelu, teško je generalizirati izraze za njegovo određivanje [1, 2, 22, 62, 71, 72].

Kad je  $J_r = 1$  nastupa lom zbog prekoračenja lomne žilavosti materijala, a uvjet za plastični kolaps je jednak kao kod dijagrama procjene loma.

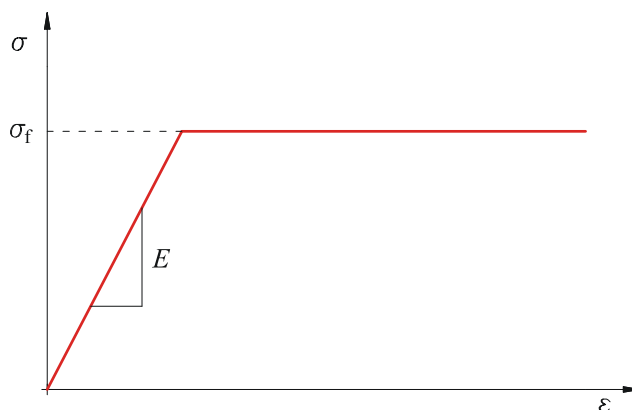
## 5.7. Određivanje naprežanja tečenja

Kao što je prethodno rečeno, realno ponašanje materijala aproksimira se elastično-idealno plastičnim modelom s neograničenim plastičnim tečenjem za naprežanje tečenja,  $\sigma_f$ ,

kako prikazuje slika 54. Pritom se naprezanje tečenja uobičajeno definira kao srednja vrijednost granice tečenja i vlačne čvrstoće materijala, iako postoje i druge definicije, ovisno o tome o kojoj vrsti materijala se radi [62]:

$$\sigma_f = k(\sigma_y + \sigma_u), \quad (88)$$

gdje su:  $k$  - faktor naprezanja tečenja i  
 $\sigma_u$  - vlačna čvrstoća.



Slika 54. Elastično-idealno plastično ponašanje materijala uz naprezanje tečenja

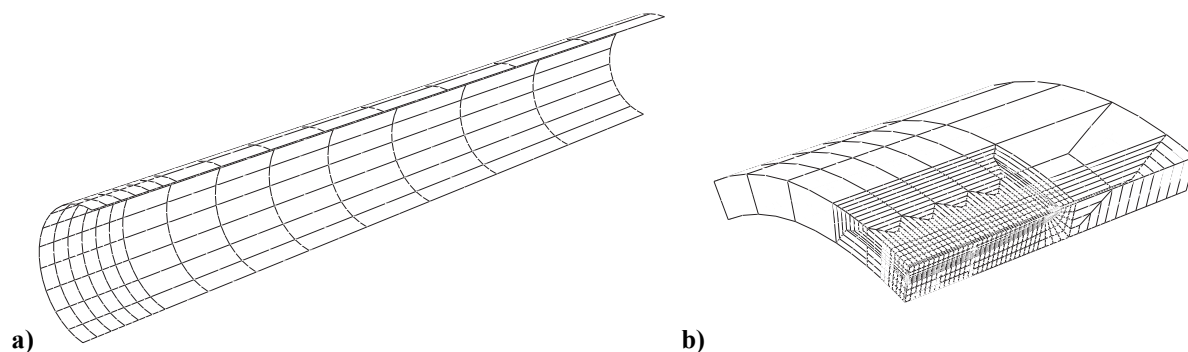
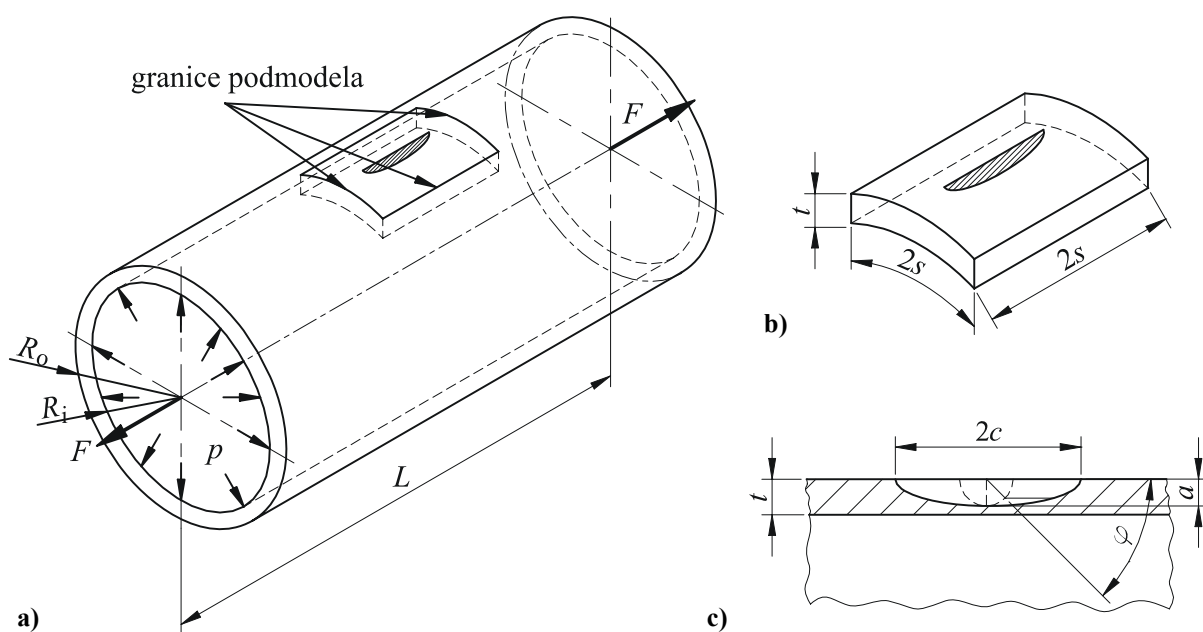
Ako naprezanje tečenja definiramo kao srednju vrijednost granice tečenja i vlačne čvrstoće materijala, prema izrazu (88) slijedi da je faktor naprezanja tečenja ovisan o materijalu i najčešće se uzima kao jedna polovina tj. 0,5 ( $k = 0,5$ ). Za neke austenitne čelike eksperimenti pokazuju da je faktor naprezanja tečenja uobičajeno veći od 0,5 ( $k \approx 0,55$ ) [73]. Kastner i ostali autori [27] su prikazali da izbor faktora naprezanja tečenja ima veliki utjecaj na izračun kritične duljine pukotine, pogotovo za velike duljine pukotina.

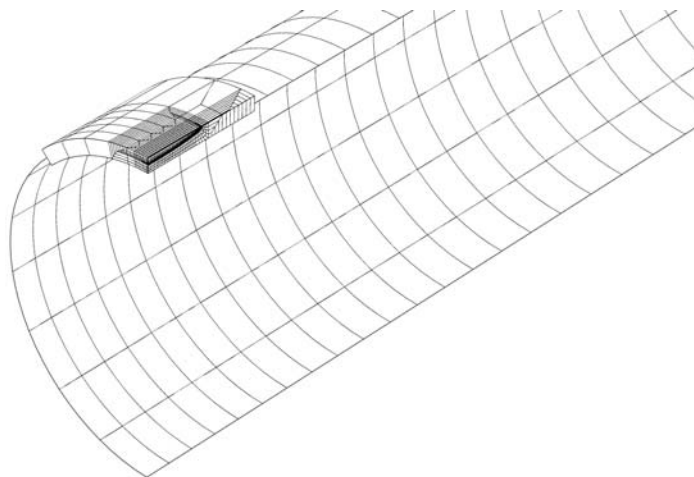
Za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s osnim pukotinama Kastner i ostali autori [27] su predložili faktor naprezanja tečenja iznosa  $k = 0,41$ . Na taj način su sve dobivene vrijednosti tlaka plastičnog kolapsa konzervativnije u odnosu na teorijske rezultate.

## 5.8. Primjena metode podmodeliranja u određivanju parametara mehanike loma

Tehnika podmodeliranja opisana u poglavlju 4.3. korištena je za određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja i  $J$ -integrala za cijevi s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom opterećene unutarnjim tlakom, prema slici 55. Podmodel je definiran u osnom i cirkularnom smjeru duljinom  $2s$ .

Korišten je *shell-to-solid* tip podmodeliranja [47]. Na slici 56. prikazana je tipična mreža konačnih elemenata korištena u analizi metodom podmodeliranja. Slika 56.a) prikazuje globalni model diskretiziran ljuskastim konačnim elementima s osam čvorova i reduciranom integracijom (S8R) bez modela pukotine. Na slici 56.b) prikazan je podmodel diskretiziran prizmatičnim izoparametrijskim konačnim elementima s dvadeset čvorova i reduciranom integracijom (C3D20R) na kojem je modelirana pukotina. Slika 57. prikazuje stvarni položaj podmodela s pukotinom na globalnom modelu cijevi bez pukotine. Karakteristike globalnog ljuskastog modela jednake su trodimenzijskom modelu, gdje je ljuska modelirana na srednjoj plohi cijevi. Postoji jedino razlika u modeliranju unutarnjeg tlaka u cijevi. Kod trodimenzijskog modela tlak je dodijeljen na unutarnjoj plohi cijevi, dok je kod ljuskastog modela dodijeljen na srednjoj plohi cijevi.





Slika 57. Stvarni položaj podmodela na globalnom modelu cijevi s pukotinom za  $R_i/t=10$ ,  $c/a=10$ ,  $a/t=0,4$  i  $s/c=2$

### 5.8.1. Određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja

Provedene su numeričke analize za određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja variranjem duljine podmodela,  $2s$  tj. odnosa pola duljine podmodela i pola duljine pukotine  $s/c$ . Rezultati su uspoređeni s vrijednostima dobivenim za cijeli model diskretiziran s 3D prizmatičnim konačnim elementima, što je prikazano u poglavlju 5.2. Za cijevi odnosa unutarnjeg polumjera i debljine stijenke cijevi  $R_i/t=10$ , pola duljine i dubine pukotine  $c/a=10$  i dubine pukotine i debljine stijenke cijevi  $a/t=0,4$ , razmatrani su odnosi pola duljine podmodela i pukotine  $s/c=2; 3; 4; 6; 8; 10$  i  $12$ . Osim toga, za cijevi odnosa  $R_i/t=4$ ,  $c/a=5$  i  $a/t=0,4$  razmatrani su odnosi  $s/c=2; 3; 4; 5$  i  $6$ .

Razlika koeficijenta intenzivnosti naprezanja je definirana prema izrazu:

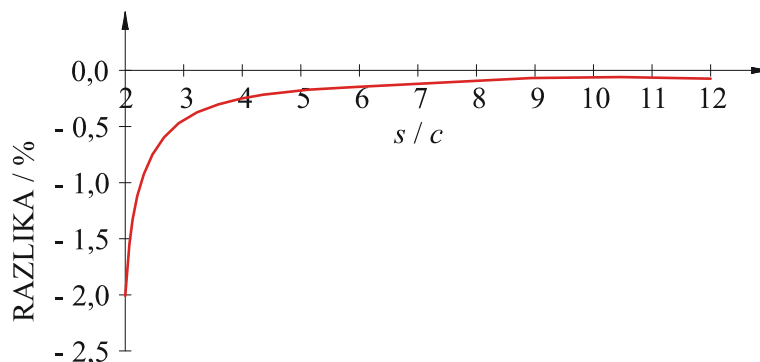
$$\text{RAZLIKA} = \frac{K_{\text{PM}} - K_{\text{3D}}}{K_{\text{3D}}} \cdot 100, \quad (89)$$

gdje su:  $K_{\text{PM}}$  - koeficijent intenzivnosti naprezanja dobiven podmodeliranjem i

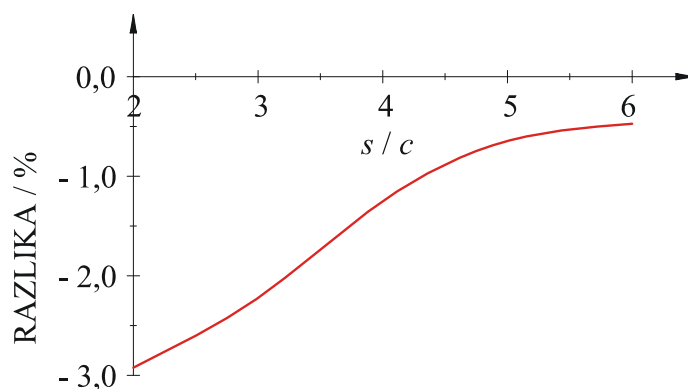
$K_{\text{3D}}$  - koeficijent intenzivnosti naprezanja dobiven 3D konačnim elementima.

Na slici 58. prikazana je ovisnost koeficijenta intenzivnosti naprezanja o veličini podmodela za  $R_i/t=10$ ,  $c/a=10$  i  $a/t=0,4$ , dok je na slici 59. prikazana ovisnost za  $R_i/t=4$ ,  $c/a=5$  i  $a/t=0,4$ . Sa slike 58. je vidljivo da za male podmodele greška nije veća od  $-2\%$ , dok za vrlo velike podmodele pada na  $-0,1\%$ . Možemo zaključiti da primjenom podmodela veličine  $s/c=2,5$  imamo dovoljno malu grešku, manju od  $-1\%$ . Pritom treba

pripaziti na činjenicu da je greška negativna, tj. vrijednosti dobivene podmodeliranjem su manje od referentnih 3D, što znači da nismo na strani sigurnosti.



Slika 58. Ovisnost koeficijenta intenzivnosti naprezanja o veličini podmodela  $R_i/t=10$ ,  $c/a=10$  i  $a/t=0,4$  [74]



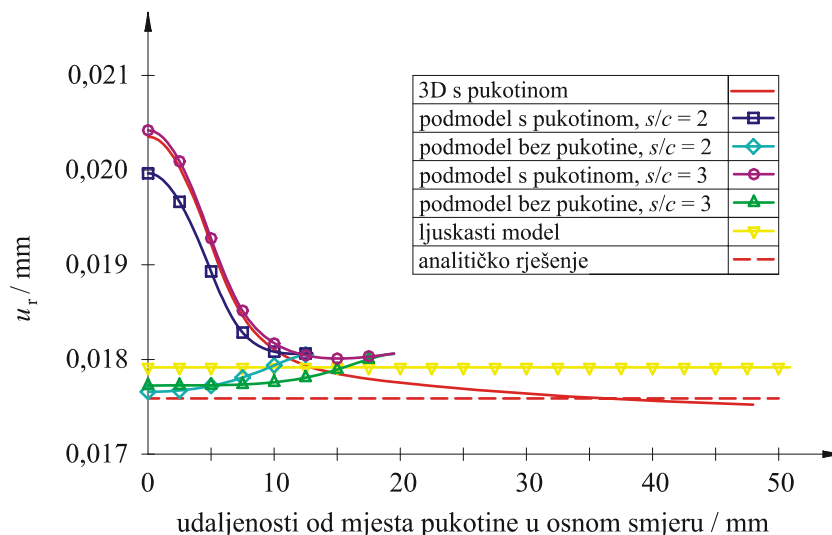
Slika 59. Ovisnost koeficijenta intenzivnosti naprezanja o veličini podmodela  $R_i/t=4$ ,  $c/a=5$  i  $a/t=0,4$  [75]

Sa slike 59. vidimo da je za male podmodele greška približno  $-3\%$ , dok za velike modele pada na  $-0,5\%$ . Možemo zaključiti da primjenom podmodela veličine  $s/c=5$  imamo grešku manju od  $-1\%$ , također negativnu, što znači da nismo na strani sigurnosti.

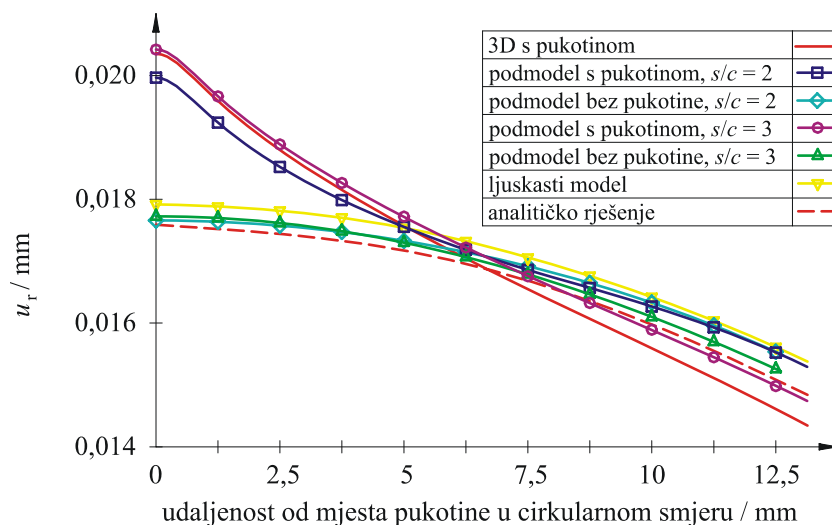
Da bi potvrdili dobivene rezultate o potrebnoj veličini podmodela provedena je dodatna analiza greške za radijalni pomak i cirkularno naprezanje. Rezultati dobiveni podmodeliranjem i klasičnom trodimenzijskom analizom ljuskastim i prizmatičnim konačnim elementima su uspoređeni za cijevi odnosa  $R_i/t=10$  bez pukotine i s pukotinom dimenzija  $c/a=10$  i  $a/t=0,4$ . Na slikama 60. i 61. prikazan je radijalni pomak unutarnje stijenke cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine. Raspodjela cirkularnog naprezanja na unutarnjoj stijenci cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine u osnom i cirkularnom smjeru dobivena numeričkom analizom primjenom metode podmodeliranja i trodimenzijske analize ljuskastim i prizmatičnim konačnim elementima dana je na slikama 62. i 63.



Sa slika 60., 61., 62. i 63. je vidljivo da podmodel veličine  $s/c = 2$  pokazuje značajne razlike, dok kod podmodela veličine  $s/c = 3$  radijalni pomak i cirkularno naprezanje pokazuju jako malo odstupanje od trodimenzijske analize.



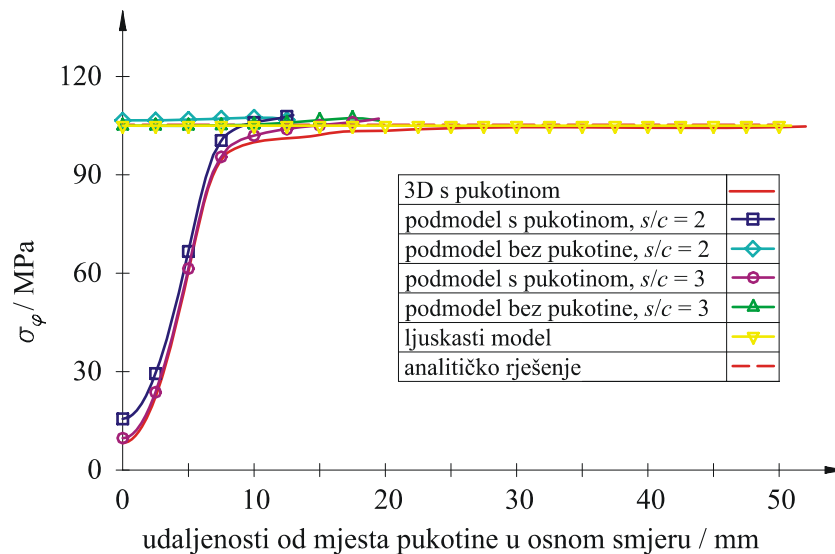
Slika 60. Radijalni pomak unutarnje stijenke cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine u osnom smjeru  $R_1/t = 10$ ,  $c/a = 10$  i  $a/t = 0,4$



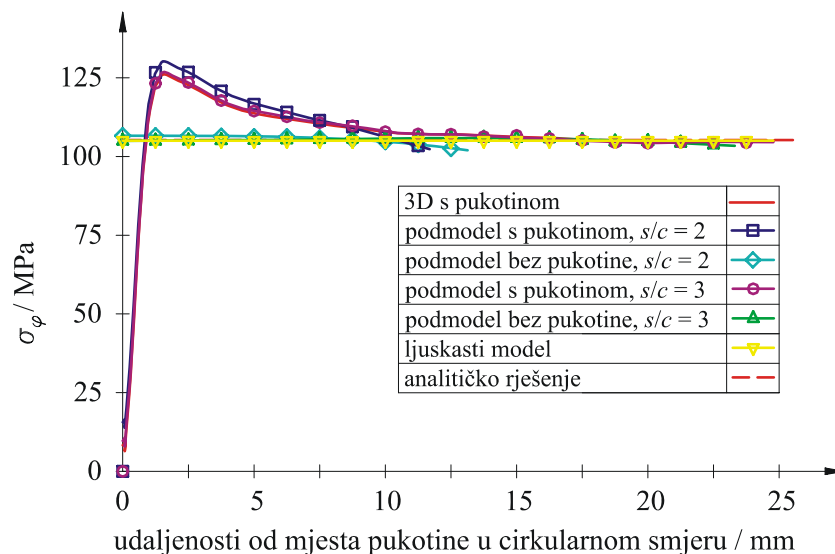
Slika 61. Radijalni pomak unutarnje stijenke cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine u cirkularnom smjeru  $R_1/t = 10$ ,  $c/a = 10$  i  $a/t = 0,4$

Unutarnji tlak jednakog iznosa dodijeljen je na unutarnju stijenku cijevi kod analize prizmatičnim konačnim elementima i na srednju plohu cijevi kod analize ljuskastim konačnim elementima, kako prikazuje slika 64.a). Za jako tanke cijevi to nema praktičnog značenja jer je unutarnji polumjer približno jednak srednjem polumjeru cijevi. No za debele cijevi, analizirane u ovom radu,  $R_1/t = 4$  i  $10$ , primjenom ljuskastog modela za  $R_1/t = 10$  uslijed membranskog stanja naprezanja radijalni pomak je prevelik za 3,4%, a cirkularno naprezanje

je preveliko za 4,8%. Isto tako za  $R_1/t = 4$  radijalni pomak je prevelik za 8,9%, a cirkularno naprezanje je preveliko za 11,4%.



Slika 62. Cirkularno naprezanje na unutarnjoj stijenci cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine u osnom smjeru  $R_1/t = 10$ ,  $c/a = 10$  i  $a/t = 0,4$

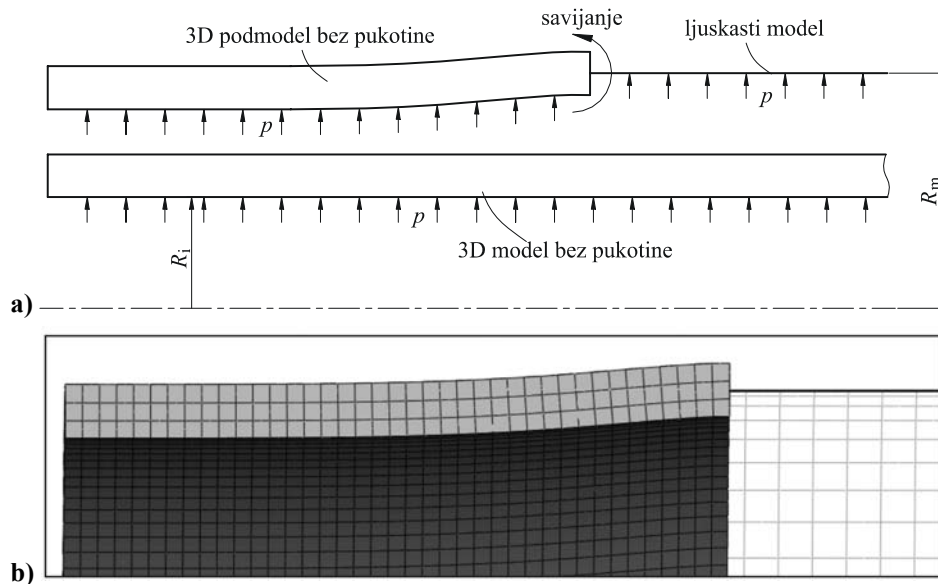


Slika 63. Cirkularno naprezanje na unutarnjoj stijenci cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine u cirkularnom smjeru  $R_1/t = 10$ ,  $c/a = 10$  i  $a/t = 0,4$

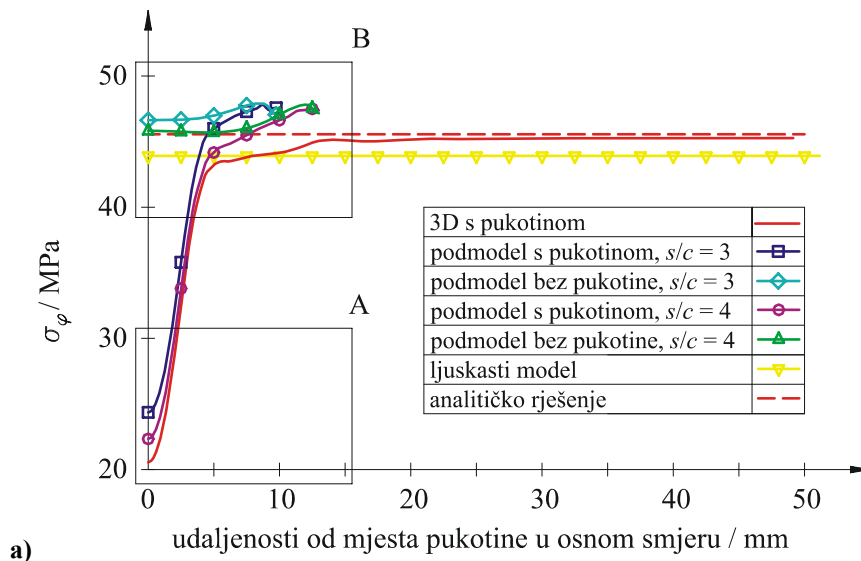
U cilju proučavanja opisanog problema, na slikama 60., 61., 62. i 63. prikazane su vrijednosti radijalnog pomaka i cirkularnog naprezanja za podmodele bez pukotina. Unutarnji tlak djeluje na unutarnju površinu 3D podmodela što rezultira manjim opterećenjem u odnosu na srednju plohu kod ljuskastog modela. S obzirom na manje opterećenje, podmodel bez pukotine ima manje radijalne pomake u odnosu na radijalne pomake globalnog ljuskastog modela koji se koriste kao rubni uvjeti podmodela, kako je prikazano na slici 60. Dobivena razlika radijalnih pomaka uzrokuje savijanje podmodela kako je prikazano na slici 64.

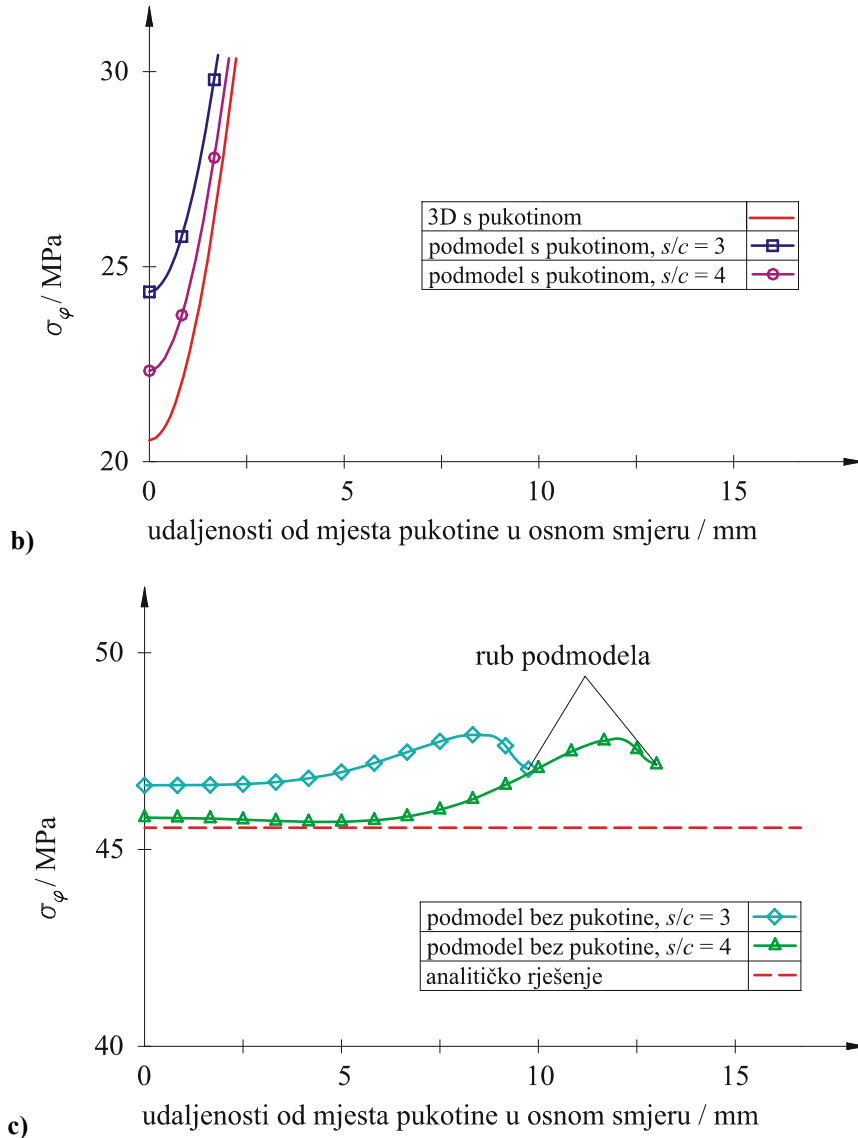
Iako je radijalni pomak globalnog modela prevelik i uzrokuje savijanje podmodela, uvođenjem pukotine u podmodel dobivamo izravnavanje, a nakon toga i otvaranje podmodela. To je razlog zašto radijalni pomak, cirkularno naprezanje i konačno koeficijent intenzivnosti naprezanja dobiveni metodom podmodeliranja (pogonjeni većim globalnim pomacima) nisu preveliki u usporedbi s 3D modelom s pukotinom.

Opisani efekti razlike radijalnog pomaka i savijanja podmodela te utjecaj na cirkularno naprezanje mnogo je veći kod debljih cijevi. Za odnos unutarnjeg polumjera i debljine stijenke cijevi  $R_i/t=4$  provedena je analogna analiza greške kod podmodeliranja. Vrijednosti cirkularnog naprezanja prikazani su na slici 65. Sa slike je vidljivo da je kod ove cijevi potrebna veća duljina podmodela  $s/c = 4$ .



Slika 64. Opterećenje 3D modela i podmodela jednakim tlakom: a) shematski prikaz deformiranog oblika podmodela i 3D modela i b) deformirani oblik podmodela





Slika 65. Cirkularno naprezanje na unutarnjoj stjenici cijevi u ovisnosti o udaljenosti od mjesta pukotine u osnom smjeru  $R_1/t=4$ ,  $c/a=5$  i  $a/t=0,4$ : a) cijelo područje, b) detaljniji prikaz u području A i c) detaljniji prikaz u području B

### 5.8.2. Određivanje $J$ -integrala

Provedene su numeričke analize za određivanje  $J$ -integrala variranjem odnosa pola duljine podmodela i pukotine  $s/c$ . Rezultati su uspoređeni s rezultatima dobivenim za cijeli model diskretiziran s 3D prizmatičnim konačnim elementima, koji je prikazan u poglavlju 5.5. Za cijevi  $R_1/t=4$ ,  $c/a=5$  i  $a/t=0,4$  razmatrani su odnosi  $s/c=2; 3; 4; 5; 6$  i  $8$ , a za cijevi  $R_1/t=10$ ,  $c/a=10$  i  $a/t=0,4$  razmatrani su odnosi  $s/c=2; 3; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16$  i  $18$ . Nelinearno ponašanje materijala modelirano je Ramberg-Osgoodovim materijalnim modelom, te su vrijednosti prikazane u ovisnosti o veličini opterećenja u odnosu na granični tlak cijevi.

Razlika  $J$ -integrala je definirana prema izrazu:

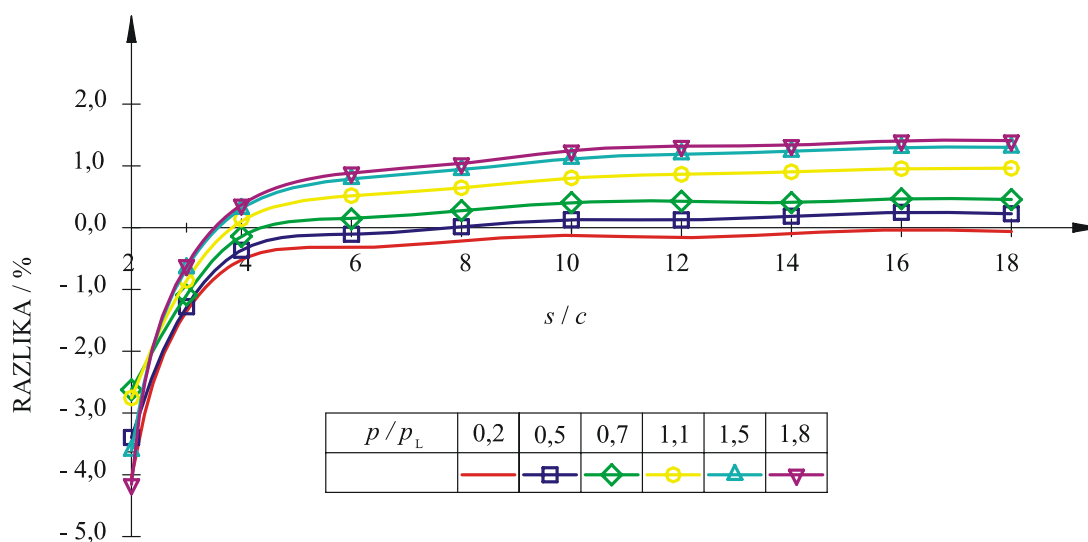
$$\text{RAZLIKA} = \frac{J_{\text{PM}} - J_{\text{3D}}}{J_{\text{3D}}} \cdot 100, \quad (90)$$

gdje su:  $J_{\text{PM}}$  -  $J$ -integral dobiven podmodeliranjem i

$J_{\text{3D}}$  -  $J$ -integral dobiven 3D konačnim elementima.

Kao što je poznato, ako je veličina plastične zone manja od približno 10% od duljine pukotine, oko vrha pukotine vladaju uvjeti male zone tečenja (*small-scale yielding*) [49]. U tom slučaju, elastično područje daleko od vrha pukotine nije zahvaćeno plastičnom zonom. U našem slučaju, to će biti istina za relativno male tlakove koji uzrokuju dovoljno male plastične zone. Kao što se može vidjeti sa slike 66., za cijev odnosa  $R_1/t=10$ , uz povećanje tlaka, u modelu se javljaju veće plastične deformacije i podmodel duljine  $s/c=2,5$  nije dovoljno velik za provedbu analiza jer je greška oko  $-2,5\%$ . Za opterećenje jednako 180% od graničnog tlaka, vrijednost  $J$ -integrala se stabiliziraju za podmodel duljine  $s/c=4$ . Međutim, za vrlo debele cijevi  $R_1/t=4$  nema značajne stabilizacije vrijednosti  $J$ -integrala, kako pokazuje slika 67.

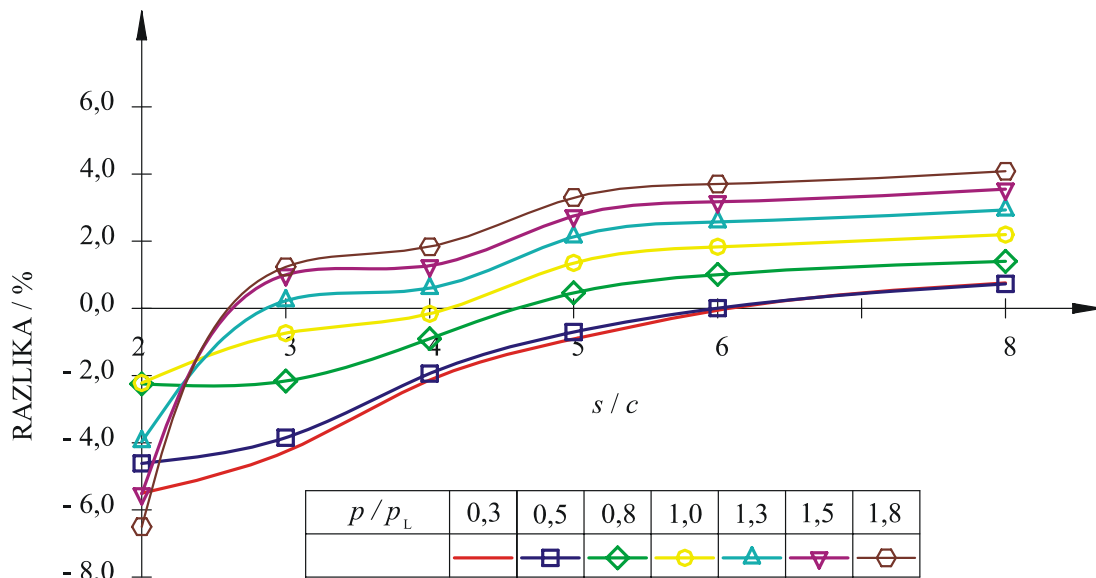
Budući da su razlike u rezultatima općenito niže za podmodel veličine  $s/c=4$  u odnosu na druge podmodele, veličina podmodela  $s/c=4$  može se uzeti kao relevantna za elastoplastičnu analizu cijevi s pukotinama metodom podmodeliranja.



Slika 66. Ovisnost  $J$ -integrala o veličini podmodela  $R_1/t=10$ ,  $c/a=10$  i  $a/t=0,4$

Slike 66. i 67. pokazuju da je razlika između rezultata dobivenih podmodeliranjem i 3D analize prizmatičnim elementima sve veća s povećanjem tlaka. Dakle, za velike podmodele maksimalne razlike su 1,3% za cijevi  $R_1/t=10$ , te 4% za  $R_1/t=4$ . Ove razlike su povezane

s modeliranjem širenja plastične zone po debljini stijenke cijevi te različitim formulacijama ljuskastog konačnog elementa korištenog za modeliranje globalnog modela i prizmatičnog konačnog elementa primijenjenog za modeliranje podmodela. U ovom radu, globalni model je diskretiziran ljuskastim elementom oznake S8R s pet točaka integracije po debljini, a podmodel je diskretiziran prizmatičnim elementom oznake C3D20R s jednom točkom integracije po debljini elementa.



Slika 67. Ovisnost  $J$ -integrala o veličini podmodela  $R_i/t=4$ ,  $c/a=5$  i  $a/t=0,4$

U ovom radu iskorištene su prednosti tehnike podmodeliranja za dobivanje točnijeg polja napreznja u vrhu pukotine za linearno elastičnu i nelinearno elastoplastičnu mehaniku loma. Metoda podmodeliranja, temeljena na prijelazu iz ljuskastog globalnog modela na trodimenzijski podmodel diskretiziran finijom mrežom konačnih elemenata, se pokazala kao jako učinkovita u svrhu određivanja parametara mehanike loma. Prikazan je utjecaj veličine podmodela na vrijednosti parametara mehanike loma, tj. dan je odgovor na pitanje koliko veliki podmodel odabrati, a da dobiveni rezultati budu jednako dobri kao primjenom 3D modela tj. prizmatičnih konačnih elemenata za cijeli proračunski model. Zajedno s definiranjem veličine podmodela, istražena je greška uvedena dodjeljivanjem tlaka jednakog iznosa na unutarnju stijenku cijevi kod analize prizmatičnim konačnim elementima i na srednju plohu cijevi kod analize ljuskastim konačnim elementima.

U skladu s rezultatima iz [30], možemo zaključiti da za linearno elastične analize za cijev odnosa  $R_i/t=10$  dovoljno je velik podmodel veličine  $s/c=2,5$ , a za cijev odnosa  $R_i/t=4$  potreban je podmodel veličine  $s/c=5$ . Zaključeno je da izbor podmodela može kompenzirati stvorenu grešku definicije tlaka (tlak definiran na unutarnjoj plohi cijevi kod

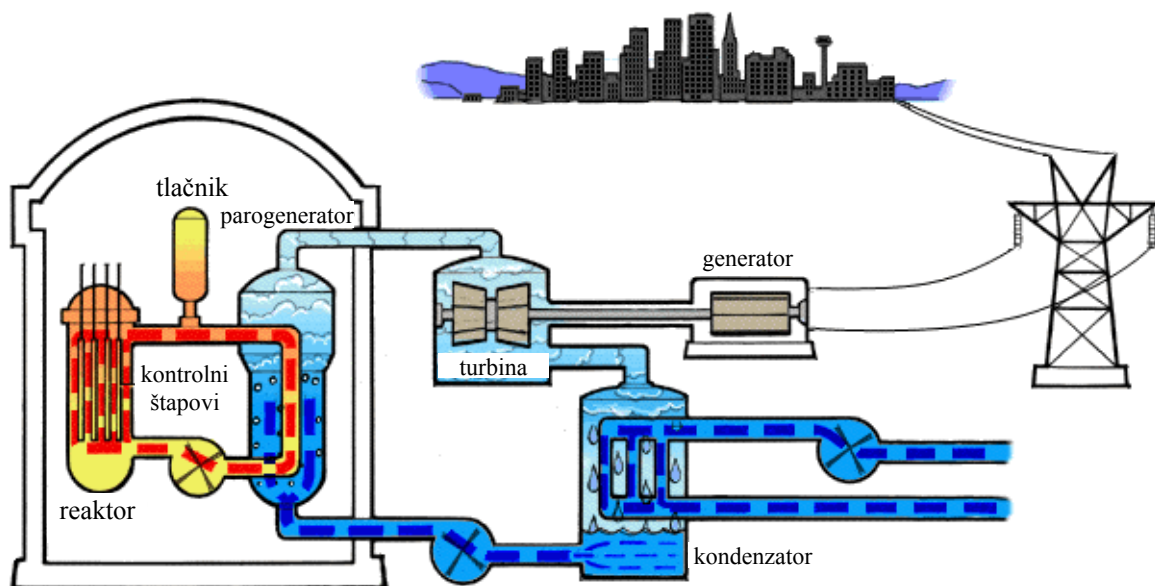
prizmatičnih i na srednjoj plohi cijevi kod ljuskastih konačnih elemenata) te da nema potrebe za korekcijom tlaka kod ljuskastog modela. Ovisnost vrijednosti  $J$ -integrala o veličini podmodela je istražena i za opterećenja veća od graničnog tlaka. Osim toga, istražena je konvergencija mreže podmodela kod točnog opisivanja polja plastičnog tečenja. Pokazano je da, za razliku od linearno elastične mehanike loma, veličina podmodela mora biti najmanje 4 puta veća od duljine pukotine kod elastoplastične mehanike loma.

## 6. MODELIRANJE PUKOTINA U CIJEVIMA GENERATORA PARE VVER-1000

### 6.1. Opis

Nuklearne elektrane se razlikuju prema tipu nuklearnog reaktora. Najčešće korišteni reaktor u nuklearnim elektranama je tlakovodni ili PWR reaktor (PWR, *Pressurized Water Reactor*). PWR reaktor pripada drugoj generaciji nuklearnih reaktora koji kao neutronske moderator i rashladnu tekućinu koristi običnu vodu. VVER reaktor (VVER, *Vodo Vodnoy Energeticharskiy Reactor*) ili WWER reaktor (WWER, *Water-Water Energetic Reactor*) je poseban tip PWR reaktora konstruiran u Ruskoj federaciji.

Nuklearne elektrane s tlakovodnim reaktorom tj. PWR reaktorom imaju dva potpuno odvojena rashladna kruga: primarni i sekundarni rashladni krug. Primarni rashladni krug ili rashladni krug reaktora čine reaktor, generator pare, primarna pumpa i tlačnik, kao što je prikazano na slici 68. U sekundarnom krugu ili rashladnom krugu parogeneratora nalaze se parogenerator, turbina, kondenzator i sekundarna pumpa.



Slika 68. Shema nuklearne elektrane s PWR reaktorom [76]

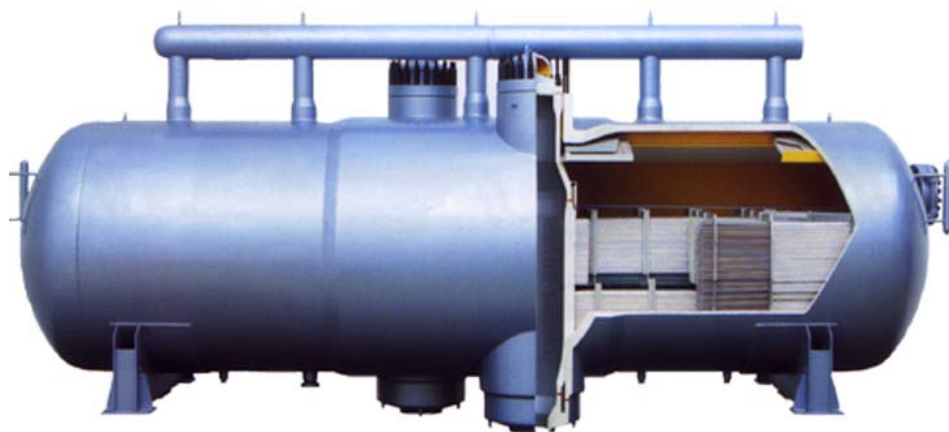
Obična voda ulazi na dnu reaktora pri temperaturi od 275 °C. Strujeći prema gore kroz reaktorsku jezgru voda prelazi preko uranskih štapova i zagrijava se do 315 °C. Voda se na



izlazu iz reaktora naziva vrela voda. Vrela voda ostaje u tekućem stanju unatoč visokoj temperaturi zbog visokog tlaka u primarnom rashladnom krugu, najčešće oko 15 MPa. Nakon što apsorbira toplinu prolazeći kroz reaktorsku jezgru, vrela voda iz primarnog kruga predaje toplinu u generatoru pare vodi iz niskotlačnog sekundarnog kruga koja isparava do suhozasićene pare. Nakon što preda toplinu, voda iz primarnog kruga se pumpa natrag u reaktor pomoću snažnih primarnih pumpi. Voda iz niskotlačnog sekundarnog kruga isparava u suhozasićenu paru tlaka 6,2 MPa i temperature 275 °C, koje se zatim koristi u parnoj turbini za pokretanje generatora. Nakon toga para dolazi u kondenzator (rashladni toranj) gdje se pretvara u vodu koja ponovno ulazi u generator pare.

Potrebno je naglasiti da je primarni krug tj. voda koja služi kao rashladna tekućina reaktora i moderator radioaktivna, dok sekundarni rashladni krug nije radioaktivan jer je apsolutno fizički razdvojen od primarnog posredstvom parogeneratora [76].

Osnovna razlika PWR reaktora tj. nuklearne elektrane s PWR reaktorom, i VVER reaktora tj. nuklearne elektrane s VVER reaktorom, je u izvedbi parogeneratora. Kod nuklearnih elektrana s PWR reaktorom generator pare je vertikalan, dok je kod VVER reaktora parogenerator horizontalan kao što prikazuje slika 69. i jedan reaktor je spojen paralelno s četiri parogeneratora. Na slici 70. je prikazan snop cijevi koji se nalazi u parogeneratoru [76] i kroz koje struji voda primarnog kruga, vrela voda na 315 °C pri 15 MPa, a oko njih se nalazi voda sekundarnog kruga koja isparava u suhozasićenu paru na 275 °C pri 6,2 MPa.



**Slika 69. Generator pare VVER-1000 [77]**

Iz navedenog vidimo da je parogenerator komponenta nuklearne elektrane koja je zajednička primarnom i sekundarnom rashladnom krugu. Možemo zaključiti da lomom jedne cijevi u snopu cijevi parogeneratora dolazi do miješanja vode iz primarnog i sekundarnog rashladnog kruga, tj. do kontaminacije sekundarnog kruga radijacijom, što može dovesti do

katastrofalnih posljedica. Odavde slijedi motivacija provedbe analize cjelovitosti cijevi generatora pare VVER-1000 primjenom izraza i metoda prikazanih u 5. poglavlju ovog rada.



Slika 70. Cijevi parogeneratora VVER-1000 [78]

### 6.1.1. Materijal cijevi

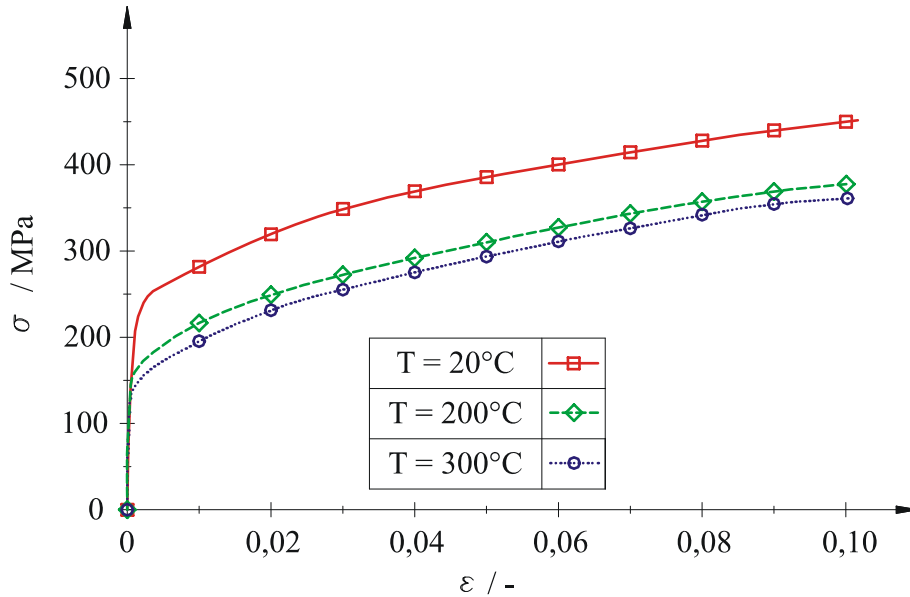
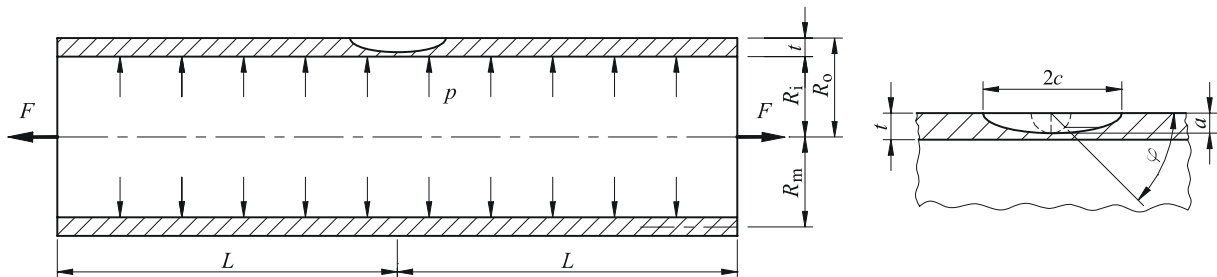
Cijevi generatora pare izrađene su od austenitnog čelika ruske oznake 08X18H10T [79], što predstavlja ekvivalent St 1.4541 ili AISI 321. Osnovne značajke, tj. mehanička svojstva austenitnog čelika 08X18H10T su prikazana u tablici 19. Na slici 71. su za tri različite karakteristične temperature 20, 200 i 300 °C prikazane eksperimentalno dobivene konvencionalne krivulje naprezanje-deformacija.

Tablica 19. Značajke tj. karakteristike austenitnog čelika 08X18H10T [79]

|   |      |       |       |
|---|------|-------|-------|
| Temperatura, $T / ^\circ\text{C}$                         | 20   | 200   | 300   |
| Modul elastičnosti, $E / \text{GPa}$                      | 209  | 194   | 184   |
| Granica tečenja, $\sigma_y / \text{MPa}$                  | 250  | 185   | 160   |
| Vlačna čvrstoća, $\sigma_u / \text{MPa}$                  | 560  | 450   | 420   |
| Relativno suženje, $A / \%$                               | 35   | 27    | 26    |
| Relativno produljenje, $Z / \%$                           | 55   | 54    | 52    |
| Parametar materijala, $\alpha$                            | 1,92 | 1,831 | 1,375 |
| EkspONENT materijala, $n$                                 | 4,59 | 4,15  | 4,01  |
| Lomna žilavost materijala, $K_{IC} / \text{MPa mm}^{1/2}$ | 6700 | -     | 6000  |

### 6.1.2. Dimenzije i opterećenje cijevi

Analizirane su cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom prema slici 72. Dimenzije i opterećenje cijevi, te dimenzije pukotine definirani su na jednak način kao i u poglavlju 5.

Slika 71. Konvencionalna krivulja naprezanje,  $\sigma$ , -deformacija,  $\varepsilon$ , za austenitni čelik 08X18H10T [79]

Slika 72. Dimenzije i opterećenje cijevi generatora pare s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom opterećene unutarnjim tlakom

### 6.1.3. Dimenzije pukotine

Unutarnji polumjer cijevi iznosi 6,5 mm, dok debljina stijenke iznosi 1,5 mm. Odnos unutarnjeg polumjera cijevi i debljine stijenke cijevi iznosi  $R_i/t = 4,33$ , što pokazuje da cijevi generatora pare pripadaju u debele cijevi,  $R_i/t \leq 10$ . Analizirano je šest duljina pukotine,  $2c = 5; 10; 20; 30; 40$  i  $50$  mm i četiri odnosa dubine pukotine i debljine stijenke cijevi  $a/t = 0,2; 0,4; 0,6$  i  $0,8$ , što ukupno čini 24 različite dimenzije cijevi i pukotina, kao što je prikazano u tablici 20. Onemogućavanje utjecaja rubnih uvjeta na stanje naprezanja oko vrha pukotine dobiveno je odabirom duljine cijevi barem deset puta većom od duljine pukotine ( $L/c \geq 10$ ).

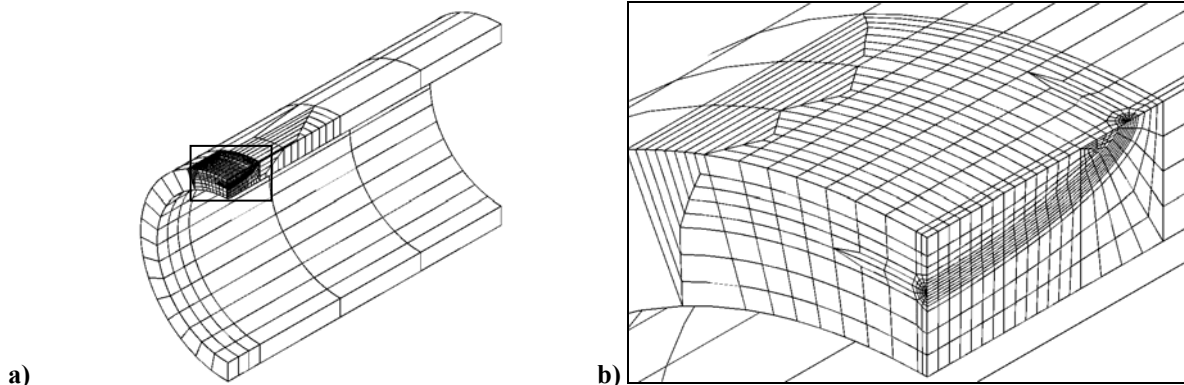
Tablica 20. Dimenzije pukotina na cijevima generatora pare

| r.b. | $2c$ / mm | $a/t$ | r.b. | $2c$ / mm | $a/t$ |
|------|-----------|-------|------|-----------|-------|
| 1    | 5         | 0,2   | 13   | 30        | 0,2   |
| 2    |           | 0,4   | 14   |           | 0,4   |

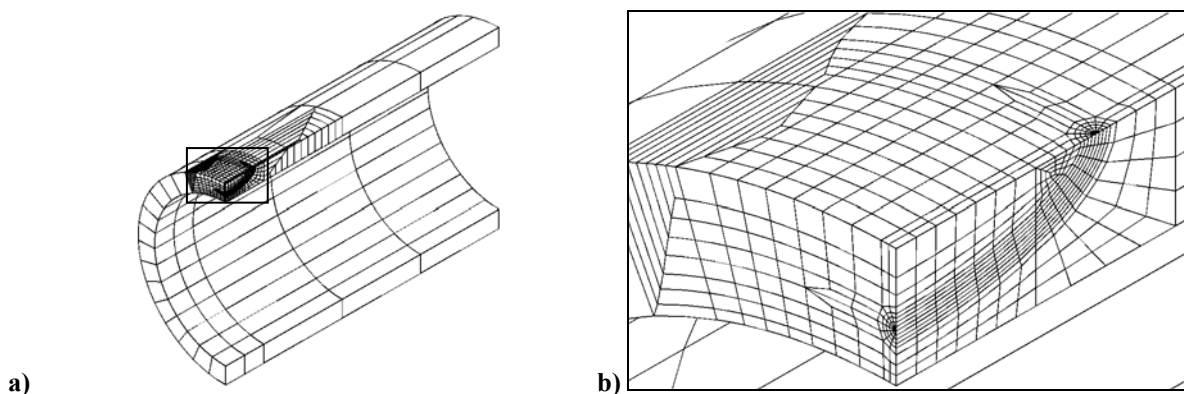
|    |    |     |    |    |     |
|----|----|-----|----|----|-----|
| 3  |    | 0,6 | 15 |    | 0,6 |
| 4  |    | 0,8 | 16 |    | 0,8 |
| 5  | 10 | 0,2 | 17 | 40 | 0,2 |
| 6  |    | 0,4 | 18 |    | 0,4 |
| 7  |    | 0,6 | 19 |    | 0,6 |
| 8  |    | 0,8 | 20 |    | 0,8 |
| 9  | 20 | 0,2 | 21 | 50 | 0,2 |
| 10 |    | 0,4 | 22 |    | 0,4 |
| 11 |    | 0,6 | 23 |    | 0,6 |
| 12 |    | 0,8 | 24 |    | 0,8 |

### 6.1.4. Mreža konačnih elemenata

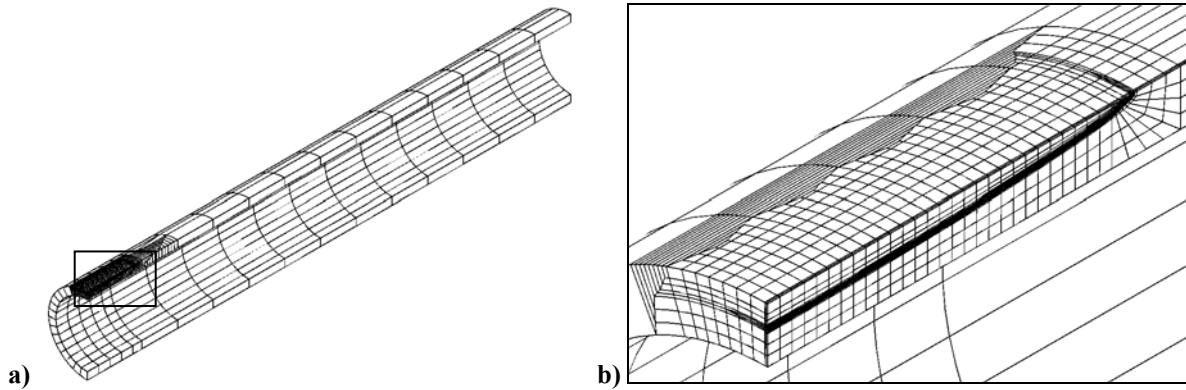
Kako analizirani model cijevi generatora pare s pukotinom ima dvije ravnine simetrije, analizirana je samo jedna četvrtina cijevi. Korišten je izoparametrijski konačni element oznake C3D20R, a za modeliranje singularnosti na vrhu pukotine primijenjeni su singularni konačni elementi. Na slikama 73., 74., 75., 76., 77. i 78. prikazani su diskretizirani proračunski modeli cijevi s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom.



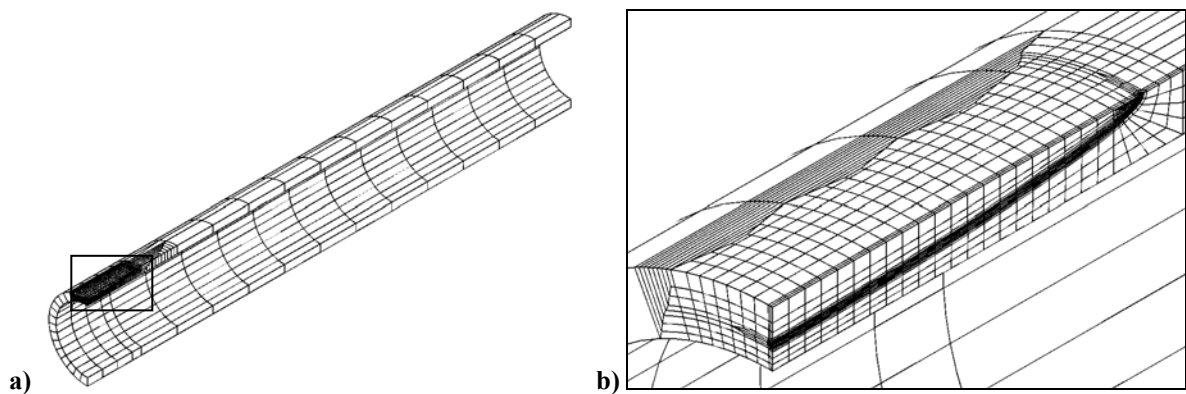
Slika 73. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za  $2c = 5 \text{ mm}$ ,  $a/t = 0,4$  : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine



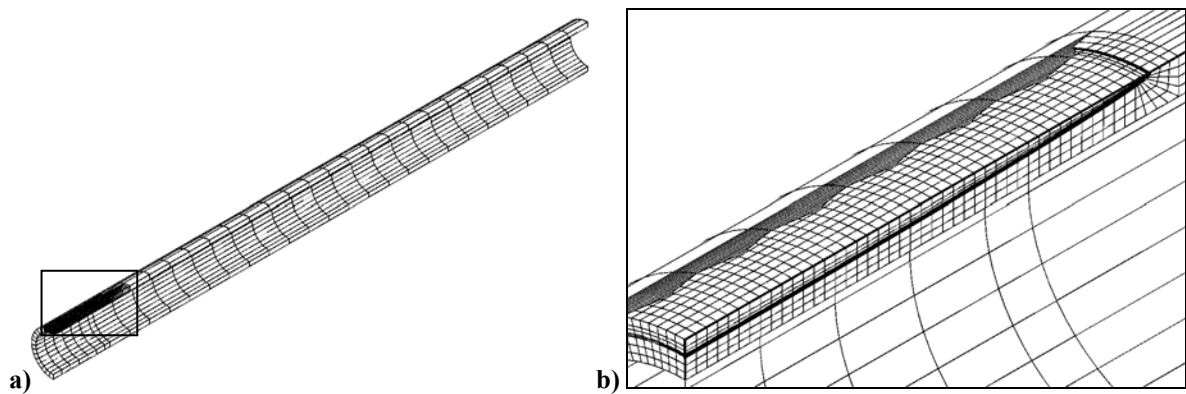
Slika 74. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za  $2c = 5 \text{ mm}$ ,  $a/t = 0,6$  : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine



Slika 75. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za  $2c = 20$  mm,  $a/t = 0,4$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine



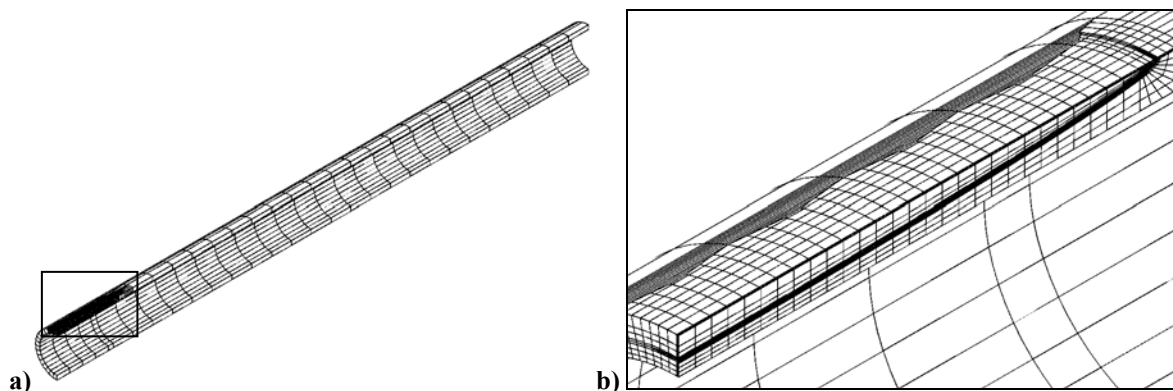
Slika 76. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za  $2c = 20$  mm,  $a/t = 0,6$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine



Slika 77. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za  $2c = 40$  mm,  $a/t = 0,4$ : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine

## 6.2. Određivanje graničnog tlaka

Provedenim numeričkim graničnim analizama za sve 24 različite dimenzije cijevi i pukotina dobivene su vrijednosti graničnog tlaka. U tablici 21. prikazane su vrijednosti graničnog tlaka određene za mehaničke značajke materijala pri 20°C.



Slika 78. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za  $2c = 40$  mm,  $a/t = 0,6$  : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha pukotine

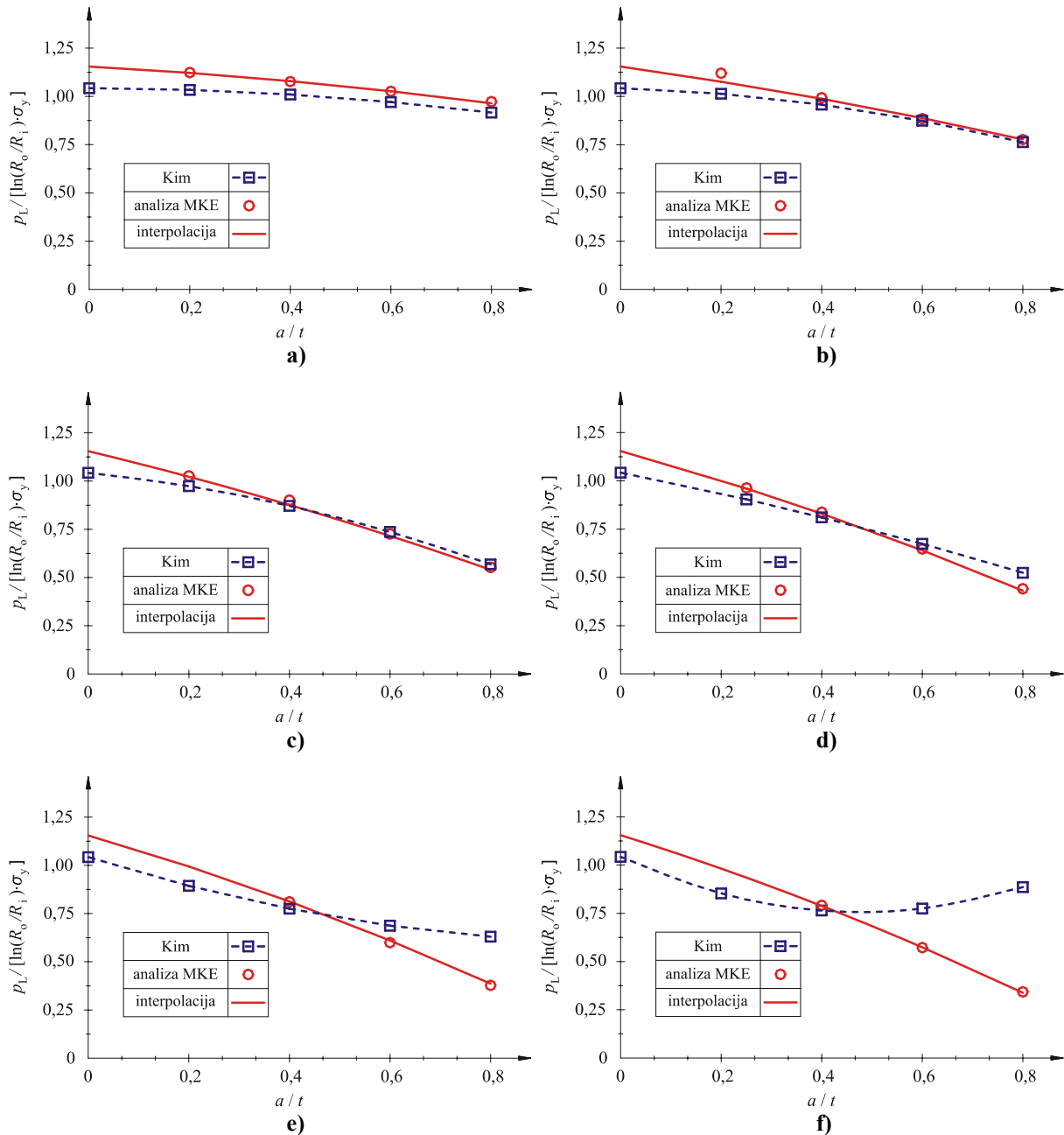
Tablica 21. Granični tlak za cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za značajke materijala pri  $20^{\circ}\text{C}$ ,  $p_L$  / MPa

|             |             |             |             |             |             |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $2c$ / mm   | 5           |             |             |             | 10          |             |             |             |
| $a/t$       | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $p_L$ / MPa | <b>58,3</b> | <b>55,9</b> | <b>53,3</b> | <b>50,5</b> | <b>58,2</b> | <b>51,5</b> | <b>45,9</b> | <b>40,3</b> |
| $2c$ / mm   | 20          |             |             |             | 30          |             |             |             |
| $a/t$       | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,25        | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $p_L$ / MPa | <b>53,3</b> | <b>46,7</b> | <b>37,7</b> | <b>28,7</b> | <b>50</b>   | <b>43,5</b> | <b>33,6</b> | <b>22,9</b> |
| $2c$ / mm   | 40          |             |             |             | 50          |             |             |             |
| $a/t$       | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $p_L$ / MPa | -           | <b>42,1</b> | <b>31,1</b> | <b>19,6</b> | -           | <b>41,1</b> | <b>29,7</b> | <b>17,8</b> |

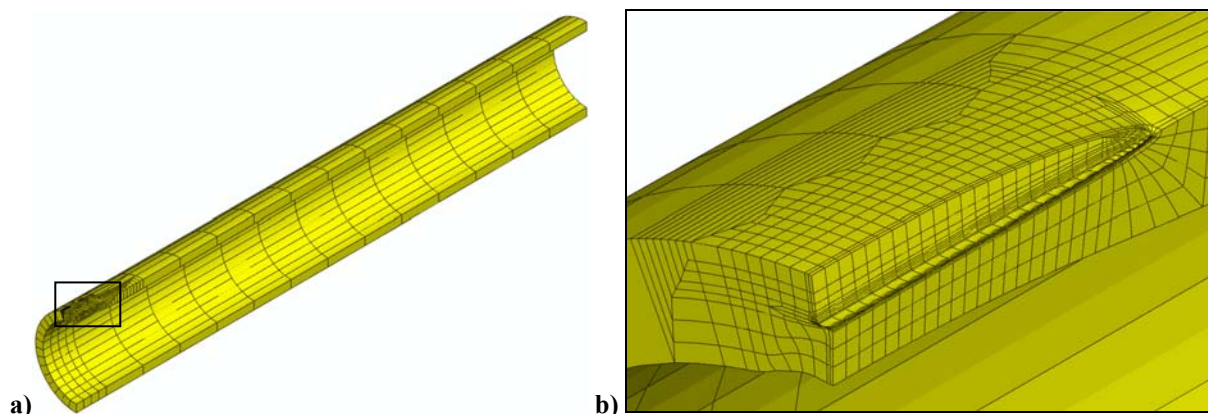
Dobivene vrijednosti su uspoređene s izrazom za granični tlak, izraz (38), koji je predložen u ovom radu i s vrijednostima dobivenim primjenom izraza (43) koji je predložio Kim i ostali autori [18], kao što je prikazano na slici 79.

Sa slike 79. je vidljivo da je poklapanje graničnih tlakova dobivenih analizom metodom konačnih elemenata i interpoliranim izrazom (38) jako dobro za sve duljine pukotina. Dobiveno poklapanje rezultata pokazuje efikasnu primjenu predloženog izraza (38) za određivanje graničnog tlaka debelostjenih cijevi s pukotinom. Za kratke pukotine, duljine  $2c = 5$  mm izraz (43) predložen od Kima i ostalih autora [18] daje manje vrijednosti graničnog tlaka, što pokazuje konzervativnije rješenje. Za srednje duljine pukotina od  $2c = 10$  i  $20$  mm poklapanje je relativno dobro, dok za relativno duge pukotine  $2c = 30$ ;  $40$  i  $50$  mm vrijednosti značajno odstupaju, i to iz konzervativnih u nekonzervativne vrijednosti s porastom dubine pukotine. Razlozi dobivenih razlika su navedeni u poglavlju 5. Na slici 80. prikazan je deformirani oblik cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom kod određivanja graničnog tlaka za duljinu pukotine  $2c = 10$  mm, te odnos dubine pukotine i debljine stijenke cijevi  $a/t = 0,4$ .

Provedenim analizama cijevi generatora pare je pokazano da primjenom izraza iz literature dobivamo prekonzervativna rješenja. Ovo je još prihvatljivo jer se nalazimo na strani sigurnosti, ali kod većih dubina pukotina dobivamo dosta nekonzervativna rješenja. To je neprihvatljivo jer se nalazimo na nesigurnoj strani tj. izračunati granični tlak cijevi je puno veći od stvarnog graničnog tlaka. Iz navedenog se može vidjeti značajan doprinos predloženog izraza (38) za određivanje graničnog tlaka za debele cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom.



**Slika 79. Usporedba vrijednosti graničnog tlaka za cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom dobivenih numeričkom analizom, predloženim izrazom (38) i izrazom predloženim od Kima i ostalih autora [18] za: a)  $2c = 5$  mm ; b)  $2c = 10$  mm ; c)  $2c = 20$  mm ; d)  $2c = 30$  mm ; e)  $2c = 40$  mm i f)  $2c = 50$  mm**



Slika 80. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za  $2c=10\text{ mm}$  i  $a/t=0,4$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine

### 6.3. Određivanje tlaka plastičnog kolapsa

Kao što je rečeno u poglavlju 3.2., određivanje tlaka plastičnog kolapsa zahtijeva kompleksniju analizu i modeliranje realnog očvršćenja materijala. Tlak plastičnog kolapsa cijevi je definiran kao tlak koji cijev modelirana s realnim materijalnim modelom može podnijeti. U literaturi se izbjegava kompleksna numerička analiza za određivanje tlaka plastičnog kolapsa, a očvršćenje materijala se uzima u obzir preko naprezanja tečenja. Upravo primjenom naprezanja tečenja u prvom koraku određene su vrijednosti tlaka plastičnog kolapsa za sve 24 dimenzije cijevi i pukotina na cijevima generatora pare. Naprezanje tečenja je uzeto kao srednja vrijednost granice tečenja i vlačne čvrstoće tj. faktor naprezanja tečenja je  $k=0,5$ . Vrijednosti tlaka plastičnog kolapsa dobivene numeričkim graničnim analizama za značajke materijala cijevi generatora pare pri  $300^\circ\text{C}$  su prikazane u tablici 22.

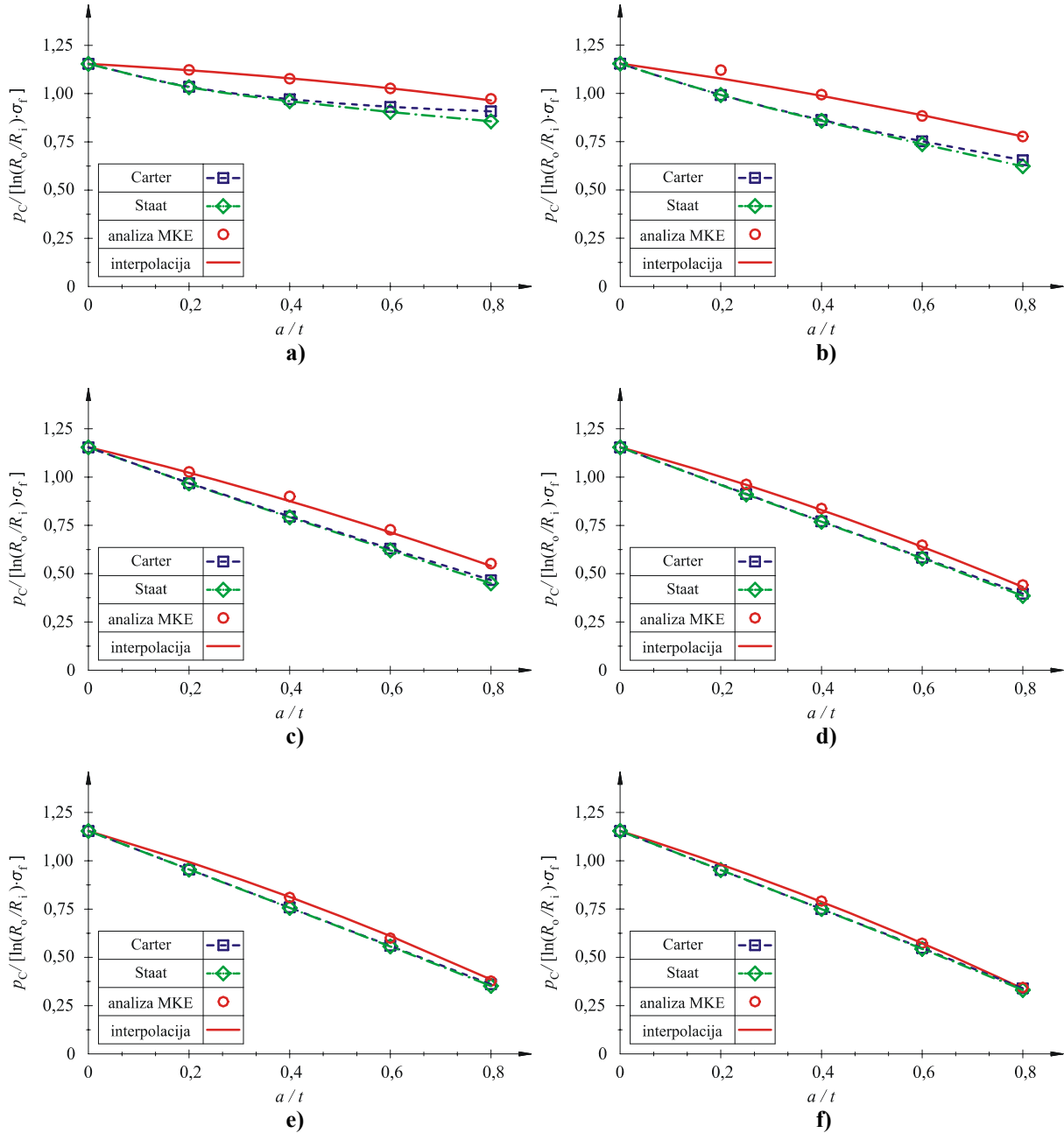
Tablica 22. Tlak plastičnog kolapsa za cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za značajke materijala pri  $300^\circ\text{C}$ ,  $p_c/\text{MPa}$

|                  |             |             |             |             |             |             |             |             |
|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $2c/\text{mm}$   | 5           |             |             |             | 10          |             |             |             |
| $a/t$            | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $p_c/\text{MPa}$ | <b>68,0</b> | <b>66,2</b> | <b>63,1</b> | <b>60,0</b> | <b>66,9</b> | <b>61,3</b> | <b>54,6</b> | <b>48,6</b> |
| $2c/\text{mm}$   | 20          |             |             |             | 30          |             |             |             |
| $a/t$            | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,25        | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $p_c/\text{MPa}$ | <b>64,9</b> | <b>55,5</b> | <b>46,2</b> | <b>37,3</b> | <b>60,7</b> | <b>52,9</b> | <b>42,6</b> | <b>32,3</b> |
| $2c/\text{mm}$   | 40          |             |             |             | 50          |             |             |             |
| $a/t$            | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $p_c/\text{MPa}$ | -           | <b>51,5</b> | <b>40,6</b> | <b>29,9</b> | -           | <b>50,4</b> | <b>39,3</b> | <b>29,4</b> |

Dobivene vrijednosti tlaka plastičnog kolapsa su uspoređene s vrijednostima dobivenim predloženim izrazom za granični tlak, (38), i eksperimentalnim izrazima predloženim od



Cartera [21] i Staata [20, 29], kao što je prikazano na slici 81. U predloženi izraz za granični tlak i izraze predložene od Cartera [21] i Staata [20, 29] umjesto granice tečenja uvršteno je naprezanje tečenja dobiveno s faktorom naprezanja tečenja od  $k = 0,5$ .



**Slika 81. Usporedba tlaka plastičnog kolapsa za cijevi generatora pare dobivenih numeričkom analizom, predloženim izrazom (38) i izrazima predloženim od Cartera [21] i Staata [20, 29] za: a)  $2c = 5$  mm ; b)  $2c = 10$  mm ; c)  $2c = 20$  mm ; d)  $2c = 30$  mm ; e)  $2c = 40$  mm i f)  $2c = 50$  mm**

Dijagrami sa slike 81. pokazuju jako dobro poklapanje tlakova plastičnog kolapsa dobivenih analizom metodom konačnih elemenata i interpoliranim izrazom (38) primjenom naprezanja tečenja kao srednje vrijednosti između vlačne čvrstoće i granice tečenja. Vrijednosti tlakova plastičnog kolapsa dobivene primjenom izraza koje su predložili Carter

[21] i Staat [20, 29] su konzervativne za sve duljine pukotina. Za kratke pukotine,  $2c = 5$  i  $10$  mm izrazi pokazuju izrazitu konzervativnost rješenja. Za srednje pukotine,  $2c = 20$  mm rješenja su manje konzervativna, dok su za  $2c = 30$  mm još manje konzervativna. Kod dugačkih pukotina,  $2c = 40$  i  $50$  mm, poklapanje rezultata je dobro, iako su i dalje rješenja konzervativna. Iz dijagrama možemo zaključiti da su tlakovi plastičnog kolapsa dobiveni izrazima predloženim od Cartera [21] i Staata [20, 29] konzervativni, ali povećanjem duljine pukotine konzervativnost rješenja se sve više smanjuje.

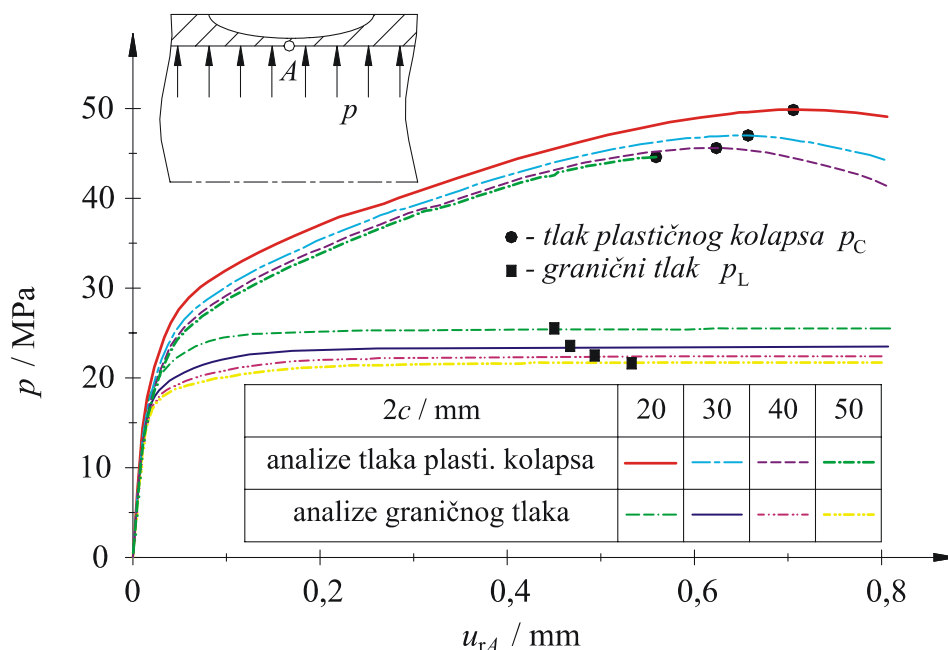
U poglavlju 5.7. je opisano da u literaturi postoje istraživanja ovisnosti vrijednosti faktora napreznja tečenja o vrsti materijala. Faktor napreznja tečenja ima vrijednosti od  $k = 0,41$  do  $k = 0,55$ . U ovom radu provedena su detaljnija istraživanja ovog problema. Pritom je za određivanje tlaka plastičnog kolapsa materijal opisan krivuljom stvarno napreznje-deformacija. Na slici 71. su prikazane konvencionalne krivulje napreznje-deformacija za  $20$ ,  $200$  i  $300^\circ\text{C}$ . Primjenom izraza (27) i (28) mogu se odrediti stvarne krivulje napreznje-deformacija. Vrijednosti stvarnih napreznja i deformacija za značajke materijala cijevi pri  $300^\circ\text{C}$  prikazane su u tablici 23.

**Tablica 23. Stvarno napreznje i stvarna deformacija za materijal cijevi generatora pare pri  $300^\circ\text{C}$**

| Konvencionalno/a            |                                  | Stvarno/a                   |                                  |
|-----------------------------|----------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| napreznje, $\sigma_c$ / MPa | deformacija, $\varepsilon_c$ / - | napreznje, $\sigma_t$ / MPa | deformacija, $\varepsilon_t$ / - |
| 160                         | 0,000                            | 160                         | 0,000                            |
| 163                         | 0,002                            | 163                         | 0,002                            |
| 184                         | 0,006                            | 186                         | 0,006                            |
| 208                         | 0,012                            | 211                         | 0,012                            |
| 223                         | 0,016                            | 226                         | 0,016                            |
| 237                         | 0,021                            | 242                         | 0,021                            |
| 251                         | 0,026                            | 258                         | 0,026                            |
| 264                         | 0,033                            | 273                         | 0,033                            |
| 283                         | 0,042                            | 295                         | 0,041                            |
| 297                         | 0,051                            | 312                         | 0,049                            |
| 312                         | 0,059                            | 330                         | 0,057                            |
| 328                         | 0,069                            | 351                         | 0,067                            |
| 344                         | 0,079                            | 371                         | 0,076                            |
| 358                         | 0,092                            | 391                         | 0,088                            |
| 365                         | 0,098                            | 401                         | 0,094                            |
| 390                         | 0,138                            | 444                         | 0,129                            |
| 413                         | 0,198                            | 495                         | 0,181                            |
| 420                         | 0,248                            | 524                         | 0,221                            |

Provedene su 24 numeričke granične analize za cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom i određene su vrijednosti tlaka plastičnog kolapsa. Na slici 82. prikazane su krivulje opterećenje-pomak tj. prikazana je

promjena unutarnjeg tlak u cijevi u ovisnosti o radijalnom pomaku točke  $A$ . Ovdje je točka  $A$  na unutarnjoj plohi cijevi, na mjestu najveće dubine pukotine. Prikazane su krivulje granične analize određivanja graničnog tlaka i tlaka plastičnog kolapsa. Krivulje koje definiraju granični tlak vrlo brzo poprimaju horizontalni položaj i time definiraju vrijednost graničnog tlaka, što je u skladu s primijenjenim elastično-idealno plastičnim materijalnim modelom. Krivulje koje određuju tlak plastičnog kolapsa cijelo vrijeme su izrazito nelinearne, ali u jednom trenutku poprimaju maksimalnu vrijednost i nakon toga počinju padati. Vrijednost tlaka plastičnog kolapsa se dobiva s krivulje opterećenje-pomak kao maksimalna vrijednost tlaka na krivulji tj. najveći dostignuti tlak, kao što je prikazano na slici 82.



Slika 82. Promjena graničnog tlaka i tlaka plastičnog kolapsa u ovisnosti o radijalnom pomaku točke  $A$  za  $a/t = 0,6$  i  $2c = 20; 30; 40$  i  $50$  mm

Vrijednosti tlaka plastičnog kolapsa dobivene numeričkim graničnim analizama za značajke materijala cijevi generatora pare pri  $300^\circ\text{C}$  su prikazane u tablici 24.

Tablica 24. Tlak plastičnog kolapsa za cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom za značajke materijala pri  $300^\circ\text{C}$ ,  $p_C / \text{MPa}$

| $2c / \text{mm}$   | 5           |             |             |             | 10           |             |              |              |
|--------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------------|
| $a/t$              | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2          | 0,4         | 0,6          | 0,8          |
| $p_C / \text{MPa}$ | <b>82,3</b> | <b>80,2</b> | <b>71,9</b> | <b>63,9</b> | <b>82,80</b> | <b>72,9</b> | <b>58,10</b> | <b>43,20</b> |
| $2c / \text{mm}$   | 20          |             |             |             | 30           |             |              |              |
| $a/t$              | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,25         | 0,4         | 0,6          | 0,8          |
| $p_C / \text{MPa}$ | <b>82,2</b> | <b>67,3</b> | <b>49,9</b> | <b>33,3</b> | <b>79</b>    | <b>65,6</b> | <b>47</b>    | <b>29,5</b>  |
| $2c / \text{mm}$   | 40          |             |             |             | 50           |             |              |              |
| $a/t$              | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2          | 0,4         | 0,6          | 0,8          |
| $p_C / \text{MPa}$ | -           | <b>64,8</b> | <b>45,6</b> | <b>27,6</b> | -            | <b>64,3</b> | <b>44,6</b>  | <b>26,40</b> |

Provedenim analizama određivanja tlaka plastičnog kolapsa za debele cijevi generatora pare primjenom naprezanja tečenja tj. faktora naprezanja tečenja iznosa  $k = 0,5$  i stvarnog ponašanja materijala, dobivena su velika odstupanja rezultata. Za sve duljine pukotine i relativno plitke pukotine dobivena su konzervativna rješenja, dok za jako duboke pukotine dobivena rješenja su nekonzervativna. Zaključak je da primjena faktora naprezanja tečenja iznosa 0,5 nije prihvatljiva, te je potrebno dodatno istražiti ovisnost vrijednosti faktora naprezanja tečenja o duljini i dubini pukotine.

## 6.4. Određivanje faktora naprezanja tečenja

Poznato je da je faktor naprezanja tečenja ovisan o vrsti materijala. Osim toga, u ovom radu je bila namjera istražiti da li faktor naprezanja tečenja ovisi i o duljini i dubini pukotine. Iz tog razloga uvedena je nova funkcija  $k_1$  koja ovisi ne samo o materijalu cijevi nego i o dimenzijama pukotine (duljina i dubina pukotine) u obliku:

$$k_1 = k(\text{materijal}) \cdot k_2(c/a, a/t), \quad (91)$$

gdje su:  $k$  - faktor naprezanja tečenja (izraz (88)) i  
 $k_2$  - faktor ovisan o dimenzijama pukotine.

Vrijednost ove funkcije može se odrediti na temelju definicije odsječka u dijagramu procjene loma [26] koja glasi:

$$L_r^{\max} = \frac{p_C}{p_L} = \frac{\sigma_f}{\sigma_y}, \quad (92)$$

gdje je:  $p_C$  - tlak plastičnog kolapsa.

Ako u izraz (92) uvrstimo (88) i sredimo, dobijemo izraz za funkciju  $k_1$ :

$$k_1 = \frac{p_C}{p_L} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_y + \sigma_u}. \quad (93)$$

Iz izraza (93) vidimo da je uz granicu tečenja i vlačnu čvrstoću materijala, za određivanja funkcije  $k_1$  potrebno poznavati granični tlak, koji je određen u poglavlju 6.2., i tlak plastičnog kolapsa, koji je određen u poglavlju 6.3. Vrijednosti funkcije  $k_1$  dobivene primjenom izraza (93) su prikazane u tablici 25. Kao što je vidljivo iz tablice 25., funkcija  $k_1$  stvarno ovisi ne samo o materijalu cijevi nego i o dimenzijama pukotine (duljina i dubina pukotine) kao što je i pretpostavljeno izrazom (91). Ako za analizirane dimenzije pukotina na cijevima generatora pare koristimo konstantnu funkciju  $k_1$ , samo iznos faktora naprezanja

tečenja,  $k$ , bez utjecaja dimenzija pukotine izražene preko faktora  $k_2$  (npr.  $k = 0,5$  i  $k_2 = 1$  slijedi da je  $k_1 = 0,5$ ), rezultati za tlak plastičnog kolapsa se mogu znatno razlikovati od realnih vrijednosti. Iz tablice 25. je vidljivo da dubina pukotine znatnije utječe na funkciju  $k_1$  od duljine pukotine. Za pukotine veće dubine i duljine, funkcija  $k_1$  ima vrijednost oko 0,45, što je u skladu s eksperimentalnim rezultatima Kastnera i ostalih autora [27].

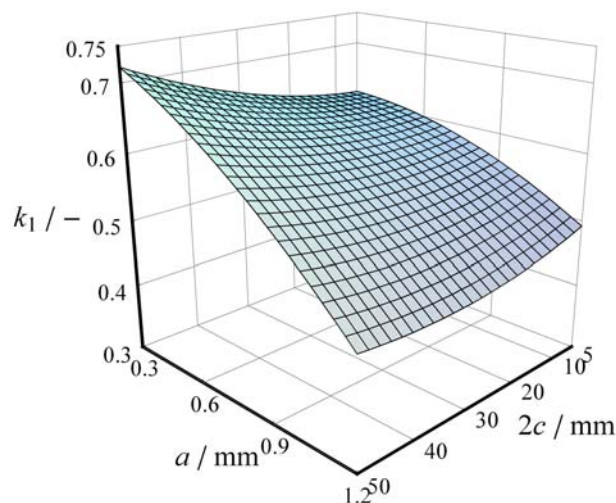
Tablica 25. Funkcija  $k_1$

|                  |             |             |             |             |             |             |             |             |
|------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $2c / \text{mm}$ | 5           |             |             |             | 10          |             |             |             |
| $a/t$            | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $k_1$            | <b>0,61</b> | <b>0,61</b> | <b>0,57</b> | <b>0,53</b> | <b>0,62</b> | <b>0,59</b> | <b>0,53</b> | <b>0,44</b> |
| $2c / \text{mm}$ | 20          |             |             |             | 30          |             |             |             |
| $a/t$            | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,25        | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $k_1$            | <b>0,63</b> | <b>0,61</b> | <b>0,54</b> | <b>0,45</b> | <b>0,65</b> | <b>0,62</b> | <b>0,55</b> | <b>0,46</b> |
| $2c / \text{mm}$ | 40          |             |             |             | 50          |             |             |             |
| $a/t$            | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         | 0,2         | 0,4         | 0,6         | 0,8         |
| $k_1$            | -           | <b>0,63</b> | <b>0,56</b> | <b>0,46</b> | -           | <b>0,64</b> | <b>0,57</b> | <b>0,46</b> |

Na temelju provedenih numeričkih analiza i dobivenih rezultata prikazanih u tablici 25., primjenom programskog paketa Mathematica [67] provedena je interpolacija dobivenih vrijednosti funkcije  $k_1$ . Primjenom metode najmanjih kvadrata predložen je aproksimacijski izraz za određivanje funkcije  $k_1$  za cijevi generatora pare opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom koji glasi:

$$k_1(2c, a) = 0,603514 + 0,00108991(2c) + 0,0000411723(2c)^2 + 0,0797542a - 0,003399089(2c)a - 0,134259a^2. \quad (94)$$

Na slici 83. prikazana je površina, koja opisuje funkciju  $k_1$ , dobivena izrazom (94) u zadanim granicama duljine i dubine pukotine.



Slika 83. Funkcija  $k_1$  u ovisnosti o duljini pukotine,  $2c$  i dubini pukotine,  $a$

Ako u izraz (38) uvrstimo (88), dobivamo izraz za tlak plastičnog kolapsa u sljedećem obliku:

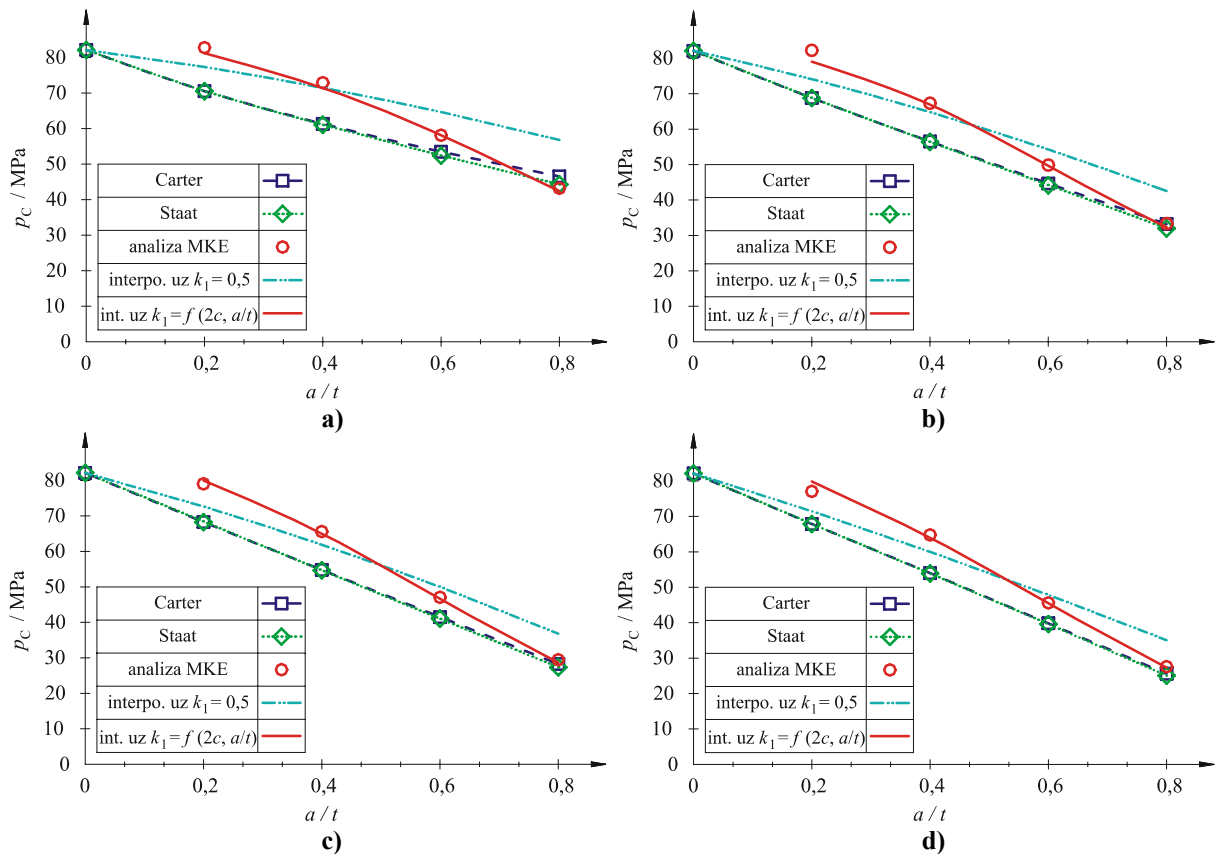
$$p_c = \frac{2}{\sqrt{3}} k_1(2c, a) (\sigma_y + \sigma_u) \ln \frac{R_o}{R_i} \left[ 1 + P_1 \left( \frac{a}{t} \right) + P_2 \left( \frac{a}{t} \right)^2 \right], \quad (95)$$

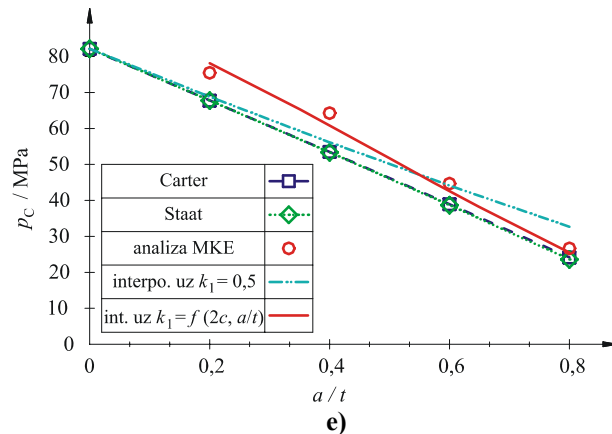
gdje su:  $P_1 = 0,135312 - 0,351517 \cdot \rho + 0,067173 \cdot \rho^2 - 0,004954 \cdot \rho^3$  i

$$P_2 = -0,123488 - 0,011068 \cdot \rho - 0,009342 \cdot \rho^2 + 0,001921 \cdot \rho^3.$$

Na slici 84. je prikazana usporedba vrijednosti tlakova plastičnog kolapsa dobivenih izrazima predloženim od Cartera [21] i Staata [20, 29], izrazom (95) predloženim u ovom radu i provedenim numeričkim analizama metodom konačnih elemenata u okviru ovog rada. U izrazima predloženim od Cartera [21] i Staata [20, 29], funkcija  $k_1$  iznosi 0,5. Vrijednosti tlakova plastičnog kolapsa dobivene predloženim izrazom (95) izračunate su na dva načina. U prvoj varijanti je primijenjena funkcija  $k_1$  iznosa 0,5, a u drugoj varijanti je primijenjen predloženi izraz (94) za funkciju  $k_1$ .

Sa slike 84. je vidljivo jako dobro poklapanje vrijednosti tlakova plastičnog kolapsa dobivenih graničnim numeričkim analizama metodom konačnih elemenata i primjenom predloženog izraza (95), za tlak plastičnog kolapsa, uz funkciju  $k_1$  dobivenu primjenom predloženog izraza (94).





Slika 84. Usporedba tlaka plastičnog kolapsa u ovisnosti o funkciju  $k_1$  za cijevi generatora pare dobivenih numeričkom analizom, predloženim izrazom (95) i izrazima predloženim od Carter-a [21] i Staat-a [20, 29] za: a)  $2c = 10$  mm ; b)  $2c = 20$  mm ; c)  $2c = 30$  mm ; d)  $2c = 40$  mm i e)  $2c = 50$  mm

Vrijednosti tlakova plastičnog kolapsa dobivene izrazima predloženim od Cartera [21] i Staata [20, 29] uz faktor napreznjanja tečenja iznosa  $k = 0,5$ , kao što je vidljivo na slici 84., prikazuju manje vrijednosti tj. konzervativno predviđanje na cijelom području promatranih dimenzija pukotine u odnosu na rezultate numeričke analize i predloženog izraza (95).

Na slici 84. možemo uočiti problem koji se može pojaviti ako primijenimo predloženi izraz za tlak plastičnog kolapsa i pri tome koristimo faktor napreznjanja tečenja iznosa 0,5. Problem je u prelasku iz konzervativnih u nekonzervativne vrijednosti tlaka plastičnog kolapsa, s povećanjem dubine pukotine.

## 6.5. Određivanje $J$ -integrala GE/EPRI metodom

### 6.5.1. Elastični dio $J$ -integrala

Linearne numeričke analize su provedene za značajke materijala pri  $20^\circ\text{C}$  i  $300^\circ\text{C}$ , a opterećenje cijevi, unutarnji tlak, ima vrijednost  $p = 100$  MPa. Ukupno opterećenje cijevi je inkrementirano u deset jednakih koraka. Provedbom numeričkih analiza za sve 24 različite dimenzije pukotina dobivene su vrijednosti elastičnog dijela  $J$ -integrala. U tablici 26. su prikazane vrijednosti elastičnog dijela  $J$ -integrala za unutarnji tlak iznosa  $p = 100$  MPa i značajke materijala pri  $20^\circ\text{C}$ . Pomoću izraza (47) možemo odrediti vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu elastičnog dijela  $J$ -integrala. Vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu elastičnog dijela  $J$ -integrala za značajke materijala pri  $20^\circ\text{C}$  su navedene u tablici 27. Na slici 85. je prikazan deformirani oblik cijevi

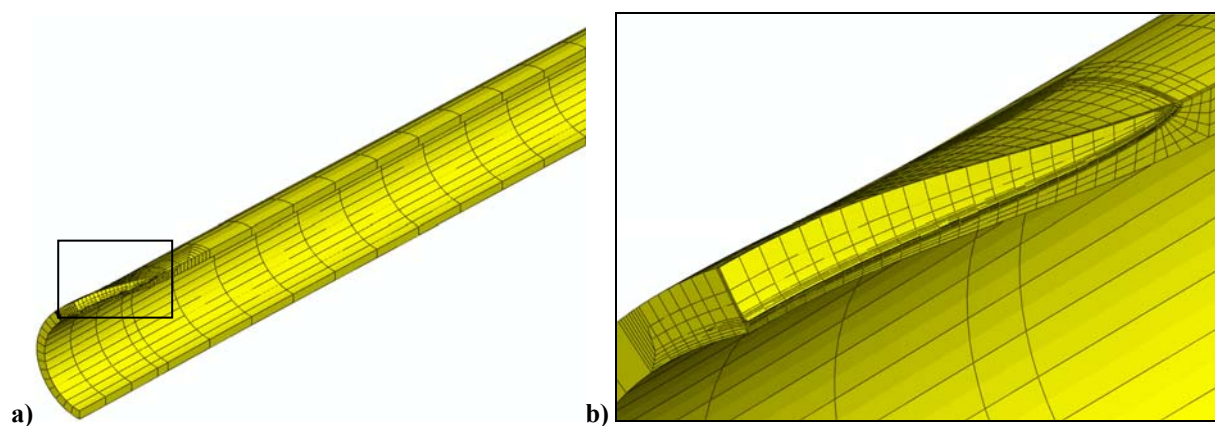
opterećene unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom kod određivanja elastičnog dijela  $J$ -integrala za duljinu pukotine  $2c = 30$  mm, te odnos dubine pukotine i debljine stijenke cijevi  $a/t = 0,8$ .

Tablica 26. Elastični dio  $J$ -integrala za unutarnji tlak  $p = 100$  MPa i značajke materijala pri 20°C

|                       |              |              |              |              |              |              |              |              |
|-----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $2c / \text{mm}$      | 5            |              |              |              | 10           |              |              |              |
| $a/t$                 | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $J_e / \text{MPa mm}$ | <b>0,944</b> | <b>2,428</b> | <b>4,170</b> | <b>5,370</b> | <b>1,036</b> | <b>3,395</b> | <b>8,118</b> | <b>14,84</b> |
| $2c / \text{mm}$      | 20           |              |              |              | 30           |              |              |              |
| $a/t$                 | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,25         | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $J_e / \text{MPa mm}$ | <b>1,077</b> | <b>4,037</b> | <b>12,03</b> | <b>30,00</b> | <b>1,587</b> | <b>4,270</b> | <b>13,58</b> | <b>37,56</b> |
| $2c / \text{mm}$      | 40           |              |              |              | 50           |              |              |              |
| $a/t$                 | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $J_e / \text{MPa mm}$ | -            | <b>4,40</b>  | <b>14,44</b> | <b>41,23</b> | -            | <b>4,485</b> | <b>14,99</b> | <b>43,7</b>  |

Tablica 27. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu elastičnog dijela  $J$ -integrala,  $h_1$ , pri 20°C

|                  |              |              |              |              |              |              |              |              |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $2c / \text{mm}$ | 5            |              |              |              | 10           |              |              |              |
| $a/t$            | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $h_1$            | <b>0,465</b> | <b>1,468</b> | <b>3,439</b> | <b>7,950</b> | <b>0,508</b> | <b>1,745</b> | <b>4,964</b> | <b>13,99</b> |
| $2c / \text{mm}$ | 20           |              |              |              | 30           |              |              |              |
| $a/t$            | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,25         | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $h_1$            | <b>0,443</b> | <b>1,707</b> | <b>4,961</b> | <b>14,34</b> | <b>0,576</b> | <b>1,563</b> | <b>4,451</b> | <b>11,41</b> |
| $2c / \text{mm}$ | 40           |              |              |              | 50           |              |              |              |
| $a/t$            | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          | 0,2          | 0,4          | 0,6          | 0,8          |
| $h_1$            | -            | <b>1,510</b> | <b>4,052</b> | <b>9,19</b>  | -            | <b>1,466</b> | <b>3,837</b> | <b>8,035</b> |



Slika 85. Deformirani oblik cijevi s pukotinom za  $2c = 30$  mm i  $a/t = 0,8$ : a) cijela cijev i b) područje oko vrha pukotine



### 6.5.2. Plastični dio $J$ -integrala

Za sve 24 različite dimenzije pukotina provedene su nelinearne numeričke analize metodom konačnih elemenata uz vrijednosti parametra materijala  $\alpha = 1,375$  i eksponenta materijala  $n = 4,01$  za Ramberg-Osgoodov materijalni model. Dobivene vrijednosti ukupnog  $J$ -integrala prikazane su u tablici 28.

Tablica 28. Ukupni  $J$ -integral,  $J$  / MPa mm

| $2c$ / mm |      | 5      |        |        |        | 10     |        |       |       |
|-----------|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|
| $a/t$     |      | 0,2    | 0,4    | 0,6    | 0,8    | 0,2    | 0,4    | 0,6   | 0,8   |
| $p$ / MPa | 10   | 0,0115 | 0,0304 | 0,0529 | 0,0684 | 0,0128 | 0,0443 | 0,112 | 0,210 |
|           | 20   | 0,0641 | 0,177  | 0,308  | 0,397  | 0,0731 | 0,286  | 0,751 | 1,40  |
|           | 30   | 0,244  | 0,693  | 1,19   | 1,53   | 0,2878 | 1,21   | 3,16  | 5,94  |
|           | 40   | 0,762  | 2,19   | 3,76   | 4,82   | 0,919  | 3,99   | 10,4  | 19,9  |
|           | 50   | 2,02   | 5,84   | 10,1   | 12,9   | 2,47   | 10,9   | 28,4  | 54,9  |
|           | 60   | 4,68   | 13,6   | 23,4   | 30,2   | 5,75   | 25,5   | 67,0  | 130,3 |
|           | 70   | 9,72   | 28,3   | 48,9   | 63,1   | 12,0   | 53,6   | 140,9 | 274,8 |
|           | 80   | 18,5   | 54,0   | 93,6   | 120,6  | 22,9   | 102,7  | 270,3 | 528,2 |
|           | 90   | 32,9   | 96,1   | 166,7  | 214,8  | 40,6   | 183,2  | 482,5 | 943,6 |
| 100       | 55,1 | 161,5  | 280,2  | 361,1  | 68,2   | 308,2  | 812,3  | 1589  |       |
| $2c$ / mm |      | 20     |        |        |        | 30     |        |       |       |
| $a/t$     |      | 0,2    | 0,4    | 0,6    | 0,8    | 0,25   | 0,4    | 0,6   | 0,8   |
| $p$ / MPa | 10   | 0,0134 | 0,0543 | 0,182  | 0,503  | 0,0199 | 0,0579 | 0,213 | 0,674 |
|           | 20   | 0,0776 | 0,384  | 1,42   | 4,15   | 0,121  | 0,419  | 1,762 | 6,295 |
|           | 30   | 0,313  | 1,76   | 6,54   | 20,1   | 0,511  | 1,980  | 8,469 | 32,55 |
|           | 40   | 1,02   | 6,07   | 22,5   | 71,6   | 1,707  | 6,985  | 29,78 | 119,3 |
|           | 50   | 2,76   | 16,9   | 62,8   | 204,0  | 4,699  | 19,76  | 84,26 | 343,9 |
|           | 60   | 6,48   | 40,4   | 150,2  | 491,5  | 11,11  | 47,50  | 202,6 | 833,5 |
|           | 70   | 13,6   | 85,3   | 318,0  | 1045   | 23,38  | 101,0  | 430,6 | 1777  |
|           | 80   | 26,0   | 164,3  | 613,2  | 2018   | 44,87  | 195,2  | 832,1 | 3440  |
|           | 90   | 46,3   | 293,9  | 1098   | 3617   | 80,07  | 350,2  | 1492  | 61734 |
| 100       | 77,9 | 495,5  | 1853   | 6105   | 134,7  | 591,5  | 2520   | 10430 |       |
| $2c$ / mm |      | 40     |        |        |        | 50     |        |       |       |
| $a/t$     |      | 0,2    | 0,4    | 0,6    | 0,8    | 0,2    | 0,4    | 0,6   | 0,8   |
| $p$ / MPa | 10   | -      | 0,0599 | 0,229  | 0,766  | -      | 0,0610 | 0,239 | 0,819 |
|           | 20   | -      | 0,436  | 1,940  | 7,649  | -      | 0,445  | 2,048 | 8,483 |
|           | 30   | -      | 2,078  | 9,536  | 41,27  | -      | 2,131  | 10,18 | 47,12 |
|           | 40   | -      | 7,398  | 33,99  | 153,5  | -      | 7,618  | 36,61 | 177,1 |
|           | 50   | -      | 21,06  | 96,88  | 445,4  | -      | 21,76  | 104,8 | 516   |
|           | 60   | -      | 50,82  | 233,9  | 1083   | -      | 52,61  | 253,8 | 1257  |
|           | 70   | -      | 108,3  | 498,2  | 2314   | -      | 112,3  | 541,5 | 2688  |
|           | 80   | -      | 209,8  | 964,1  | 4483   | -      | 217,6  | 1049  | 5212  |
|           | 90   | -      | 376,8  | 1731   | 8050   | -      | 391,2  | 1884  | 9364  |
| 100       | -    | 637,1  | 2924   | 13606  | -      | 661,8  | 3186   | 15831 |       |

Za određivanje vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala potrebno je odrediti plastični dio  $J$ -integrala iz ukupnog  $J$ -integrala dobivenog numeričkim analizama primjenom izraza (48). U tablici 29. su prikazane vrijednosti plastičnog dijela  $J$ -integrala.

Tablica 29. Plastični dio  $J$ -integrala,  $J_p$  / MPa mm

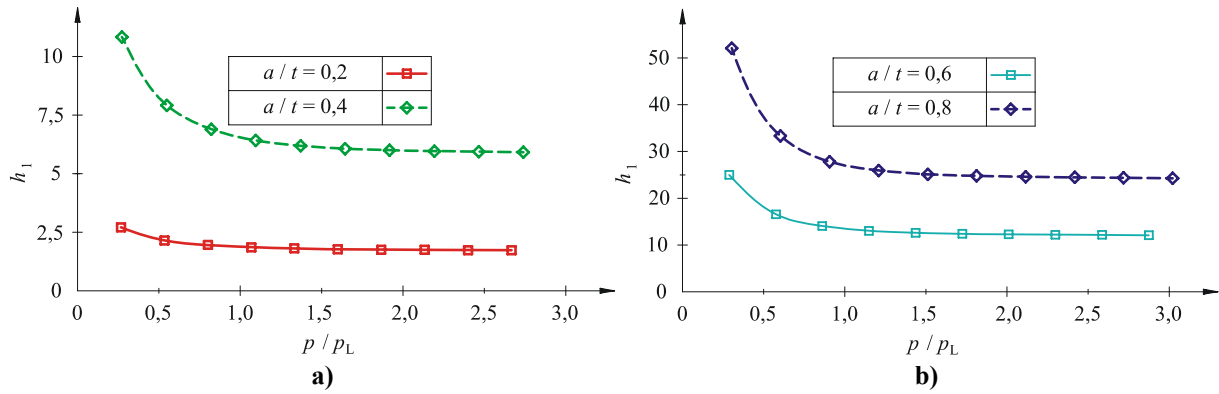
| $2c$ / mm |     | 5              |                |                |                | 10             |                |               |               |
|-----------|-----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------|---------------|
| $a/t$     |     | 0,2            | 0,4            | 0,6            | 0,8            | 0,2            | 0,4            | 0,6           | 0,8           |
| $p$ / MPa | 10  | <b>8,28E-4</b> | <b>0,00284</b> | <b>0,00555</b> | <b>0,00743</b> | <b>0,00101</b> | <b>0,00572</b> | <b>0,0199</b> | <b>0,0419</b> |
|           | 20  | <b>0,0212</b>  | <b>0,0669</b>  | <b>0,119</b>   | <b>0,153</b>   | <b>0,0261</b>  | <b>0,132</b>   | <b>0,383</b>  | <b>0,727</b>  |
|           | 30  | <b>0,148</b>   | <b>0,445</b>   | <b>0,767</b>   | <b>0,977</b>   | <b>0,182</b>   | <b>0,864</b>   | <b>2,33</b>   | <b>4,42</b>   |
|           | 40  | <b>0,591</b>   | <b>1,75</b>    | <b>3,00</b>    | <b>3,84</b>    | <b>0,731</b>   | <b>3,37</b>    | <b>8,92</b>   | <b>17,2</b>   |
|           | 50  | <b>1,75</b>    | <b>5,15</b>    | <b>8,87</b>    | <b>11,4</b>    | <b>2,17</b>    | <b>9,90</b>    | <b>26,1</b>   | <b>50,7</b>   |
|           | 60  | <b>4,29</b>    | <b>12,6</b>    | <b>21,7</b>    | <b>28,0</b>    | <b>5,32</b>    | <b>24,2</b>    | <b>63,7</b>   | <b>124,3</b>  |
|           | 70  | <b>9,19</b>    | <b>26,9</b>    | <b>46,6</b>    | <b>60,1</b>    | <b>11,4</b>    | <b>51,7</b>    | <b>136,3</b>  | <b>266,5</b>  |
|           | 80  | <b>17,8</b>    | <b>52,2</b>    | <b>90,5</b>    | <b>116,7</b>   | <b>22,1</b>    | <b>100,2</b>   | <b>264,4</b>  | <b>517,4</b>  |
|           | 90  | <b>32,0</b>    | <b>93,9</b>    | <b>162,8</b>   | <b>209,9</b>   | <b>39,7</b>    | <b>180,0</b>   | <b>475,1</b>  | <b>930,0</b>  |
|           | 100 | <b>54,0</b>    | <b>158,8</b>   | <b>275,5</b>   | <b>355,0</b>   | <b>67,0</b>    | <b>304,3</b>   | <b>803,1</b>  | <b>1572</b>   |
| $2c$ / mm |     | 20             |                |                |                | 30             |                |               |               |
| $a/t$     |     | 0,2            | 0,4            | 0,6            | 0,8            | 0,25           | 0,4            | 0,6           | 0,8           |
| $p$ / MPa | 10  | <b>0,00112</b> | <b>0,00846</b> | <b>0,0458</b>  | <b>0,162</b>   | <b>0,00192</b> | <b>0,00944</b> | <b>0,0584</b> | <b>0,249</b>  |
|           | 20  | <b>0,0287</b>  | <b>0,201</b>   | <b>0,878</b>   | <b>2,79</b>    | <b>0,0493</b>  | <b>0,225</b>   | <b>1,145</b>  | <b>4,593</b>  |
|           | 30  | <b>0,203</b>   | <b>1,35</b>    | <b>5,31</b>    | <b>17,0</b>    | <b>0,348</b>   | <b>1,543</b>   | <b>7,080</b>  | <b>28,72</b>  |
|           | 40  | <b>0,821</b>   | <b>5,34</b>    | <b>20,4</b>    | <b>66,2</b>    | <b>1,418</b>   | <b>6,208</b>   | <b>27,31</b>  | <b>112,5</b>  |
|           | 50  | <b>2,45</b>    | <b>15,8</b>    | <b>59,4</b>    | <b>195,5</b>   | <b>4,248</b>   | <b>18,54</b>   | <b>80,40</b>  | <b>333,3</b>  |
|           | 60  | <b>6,04</b>    | <b>38,7</b>    | <b>145,3</b>   | <b>479,2</b>   | <b>10,47</b>   | <b>45,75</b>   | <b>197,1</b>  | <b>818,1</b>  |
|           | 70  | <b>13,0</b>    | <b>83,1</b>    | <b>311,3</b>   | <b>1028</b>    | <b>22,50</b>   | <b>98,59</b>   | <b>423,0</b>  | <b>1757</b>   |
|           | 80  | <b>25,2</b>    | <b>161,4</b>   | <b>604,5</b>   | <b>1996</b>    | <b>43,72</b>   | <b>192,1</b>   | <b>822,3</b>  | <b>3413</b>   |
|           | 90  | <b>45,3</b>    | <b>290,2</b>   | <b>1087</b>    | <b>3589</b>    | <b>78,61</b>   | <b>346,2</b>   | <b>1480</b>   | <b>6139</b>   |
|           | 100 | <b>76,7</b>    | <b>490,9</b>   | <b>1839</b>    | <b>6071</b>    | <b>132,9</b>   | <b>586,6</b>   | <b>2505</b>   | <b>10388</b>  |
| $2c$ / mm |     | 40             |                |                |                | 50             |                |               |               |
| $a/t$     |     | 0,2            | 0,4            | 0,6            | 0,8            | 0,2            | 0,4            | 0,6           | 0,8           |
| $p$ / MPa | 10  | -              | <b>0,00983</b> | <b>0,0648</b>  | <b>0,297</b>   | -              | <b>0,0100</b>  | <b>0,0688</b> | <b>0,323</b>  |
|           | 20  | -              | <b>0,236</b>   | <b>1,284</b>   | <b>5,775</b>   | -              | <b>0,241</b>   | <b>1,367</b>  | <b>6,498</b>  |
|           | 30  | -              | <b>1,628</b>   | <b>8,060</b>   | <b>37,05</b>   | -              | <b>1,672</b>   | <b>8,65</b>   | <b>42,65</b>  |
|           | 40  | -              | <b>6,598</b>   | <b>31,37</b>   | <b>146,0</b>   | -              | <b>6,80</b>    | <b>33,89</b>  | <b>169,2</b>  |
|           | 50  | -              | <b>19,81</b>   | <b>92,78</b>   | <b>433,6</b>   | -              | <b>20,48</b>   | <b>100,6</b>  | <b>503,6</b>  |
|           | 60  | -              | <b>49,02</b>   | <b>228,0</b>   | <b>1066</b>    | -              | <b>50,78</b>   | <b>247,7</b>  | <b>1239</b>   |
|           | 70  | -              | <b>105,9</b>   | <b>490,1</b>   | <b>2290</b>    | -              | <b>109,8</b>   | <b>533,2</b>  | <b>2664</b>   |
|           | 80  | -              | <b>206,6</b>   | <b>953,6</b>   | <b>4453</b>    | -              | <b>214,4</b>   | <b>1038</b>   | <b>5180</b>   |
|           | 90  | -              | <b>372,8</b>   | <b>1717</b>    | <b>8012</b>    | -              | <b>387,1</b>   | <b>1871</b>   | <b>9324</b>   |
|           | 100 | -              | <b>632,1</b>   | <b>2908</b>    | <b>13559</b>   | -              | <b>656,7</b>   | <b>3169</b>   | <b>15782</b>  |

Pomoću izraza (49) možemo odrediti vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala. Vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala u ovisnosti o opterećenju prikazane su u tablici 30.

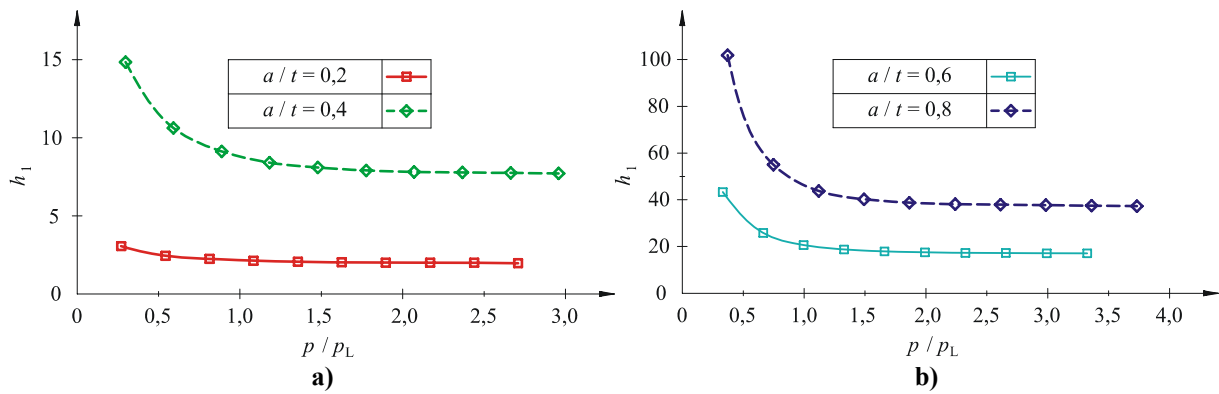
Tablica 30. Bezdimenzijska plastična utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala,  $h_1$ , u ovisnosti o opterećenju

| $c/a$ |     | 5     |       |       |       | 10    |       |       |       |
|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $a/t$ |     | 0,2   | 0,4   | 0,6   | 0,8   | 0,2   | 0,4   | 0,6   | 0,8   |
| $h_1$ | 10  | 2,710 | 10,84 | 25,00 | 52,06 | 3,055 | 14,85 | 43,41 | 101,9 |
|       | 20  | 2,156 | 7,909 | 16,59 | 33,31 | 2,443 | 10,64 | 25,84 | 54,90 |
|       | 30  | 1,966 | 6,899 | 14,06 | 27,85 | 2,235 | 9,119 | 20,61 | 43,76 |
|       | 40  | 1,863 | 6,416 | 13,02 | 25,93 | 2,125 | 8,419 | 18,69 | 40,22 |
|       | 50  | 1,807 | 6,179 | 12,58 | 25,14 | 2,065 | 8,084 | 17,89 | 38,83 |
|       | 60  | 1,775 | 6,056 | 12,36 | 24,76 | 2,030 | 7,916 | 17,52 | 38,19 |
|       | 70  | 1,756 | 5,990 | 12,25 | 24,56 | 2,009 | 7,823 | 17,32 | 37,83 |
|       | 80  | 1,743 | 5,952 | 12,19 | 24,44 | 1,995 | 7,770 | 17,20 | 37,62 |
|       | 90  | 1,735 | 5,928 | 12,15 | 24,36 | 1,985 | 7,736 | 17,13 | 37,48 |
|       | 100 | 1,729 | 5,913 | 12,12 | 24,31 | 1,978 | 7,714 | 17,08 | 37,38 |
| $c/a$ |     | 20    |       |       |       | 30    |       |       |       |
| $a/t$ |     | 0,2   | 0,4   | 0,6   | 0,8   | 0,25  | 0,4   | 0,6   | 0,8   |
| $h_1$ | 10  | 2,906 | 13,33 | 43,40 | 105,7 | 3,809 | 11,76 | 36,76 | 77,88 |
|       | 20  | 2,310 | 9,806 | 25,83 | 56,38 | 3,035 | 8,713 | 22,38 | 44,64 |
|       | 30  | 2,138 | 8,648 | 20,50 | 45,05 | 2,817 | 7,828 | 18,15 | 36,61 |
|       | 40  | 2,051 | 8,104 | 18,53 | 41,49 | 2,710 | 7,452 | 16,57 | 33,93 |
|       | 50  | 2,004 | 7,841 | 17,75 | 40,08 | 2,654 | 7,277 | 15,94 | 32,86 |
|       | 60  | 1,978 | 7,711 | 17,40 | 39,41 | 2,623 | 7,202 | 15,68 | 32,36 |
|       | 70  | 1,964 | 7,640 | 17,22 | 39,05 | 2,605 | 7,170 | 15,55 | 32,10 |
|       | 80  | 1,955 | 7,601 | 17,13 | 38,84 | 2,593 | 7,155 | 15,48 | 31,95 |
|       | 90  | 1,949 | 7,577 | 17,08 | 38,71 | 2,584 | 7,148 | 15,44 | 31,85 |
|       | 100 | 1,945 | 7,560 | 17,04 | 38,62 | 2,577 | 7,145 | 15,41 | 31,79 |
| $c/a$ |     | 40    |       |       |       | 50    |       |       |       |
| $a/t$ |     | 0,2   | 0,4   | 0,6   | 0,8   | 0,2   | 0,4   | 0,6   | 0,8   |
| $h_1$ | 10  | -     | 10,65 | 32,12 | 63,69 | -     | 9,745 | 29,08 | 63,03 |
|       | 20  | -     | 7,938 | 19,74 | 38,39 | -     | 7,301 | 17,92 | 39,39 |
|       | 30  | -     | 7,185 | 16,25 | 32,30 | -     | 6,632 | 14,88 | 33,91 |
|       | 40  | -     | 6,890 | 14,96 | 30,12 | -     | 6,383 | 13,79 | 31,83 |
|       | 50  | -     | 6,764 | 14,47 | 29,24 | -     | 6,285 | 13,38 | 30,98 |
|       | 60  | -     | 6,714 | 14,26 | 28,84 | -     | 6,249 | 13,22 | 30,58 |
|       | 70  | -     | 6,699 | 14,17 | 28,62 | -     | 6,240 | 13,14 | 30,37 |
|       | 80  | -     | 6,695 | 14,12 | 28,50 | -     | 6,243 | 13,11 | 30,25 |
|       | 90  | -     | 6,696 | 14,09 | 28,43 | -     | 6,248 | 13,09 | 30,18 |
|       | 100 | -     | 6,698 | 14,08 | 28,38 | -     | 6,253 | 13,08 | 30,13 |

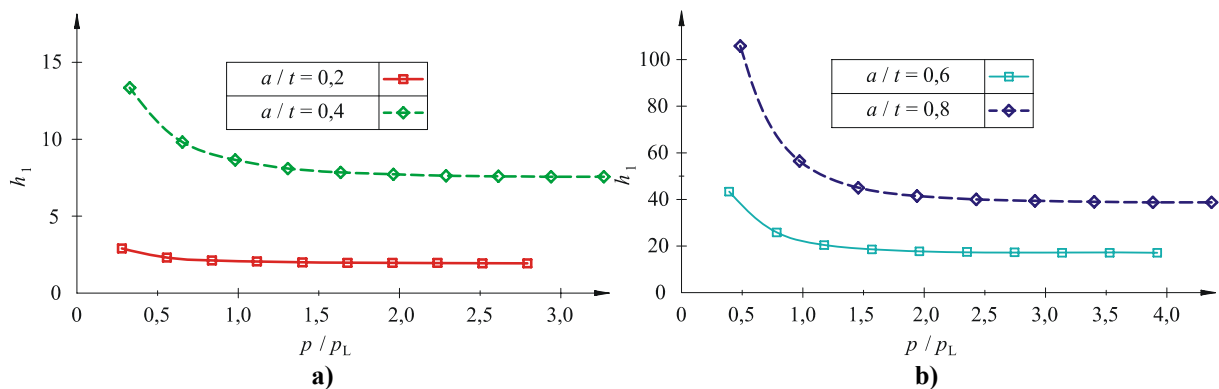
Iz tablice 30. i sa slika 86., 87., 88., 89. i 90., je vidljivo, a poznato je i iz literature [7, 8, 28, 43], da bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala ovise o veličini opterećenja. Kao što je opisano u poglavlju 5.4.2., eksponencijalni dio jednadžbe Ramberg-Osgoodovog materijalnog modela, izraz (46), je dominantan pri dovoljno velikom opterećenju, pa se prema tome kao mjerodavne vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala uzimaju one za dovoljno velika opterećenja.



Slika 86. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala s veličinom opterećenja za  $2c = 5 \text{ mm}$  : a)  $a/t = 0,2$  i  $a/t = 0,4$  i b)  $a/t = 0,6$  i  $a/t = 0,8$



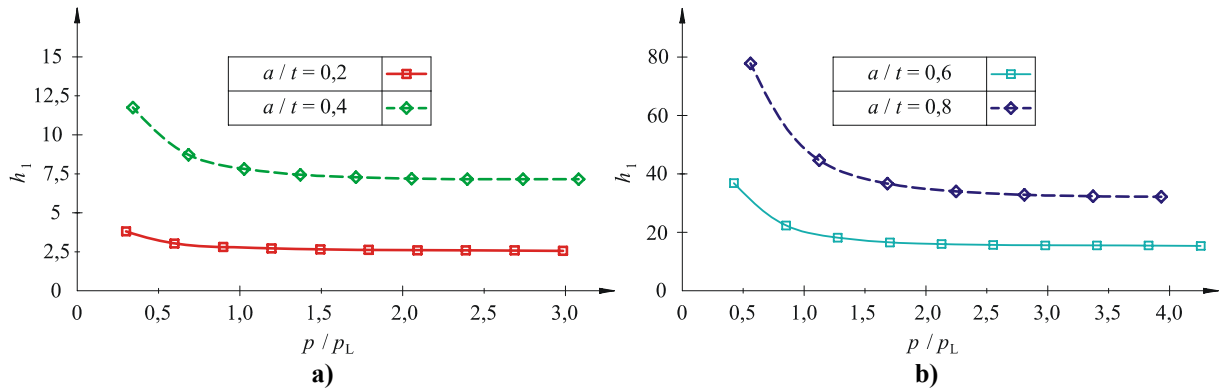
Slika 87. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala s veličinom opterećenja za  $2c = 10 \text{ mm}$  : a)  $a/t = 0,2$  i  $a/t = 0,4$  i b)  $a/t = 0,6$  i  $a/t = 0,8$



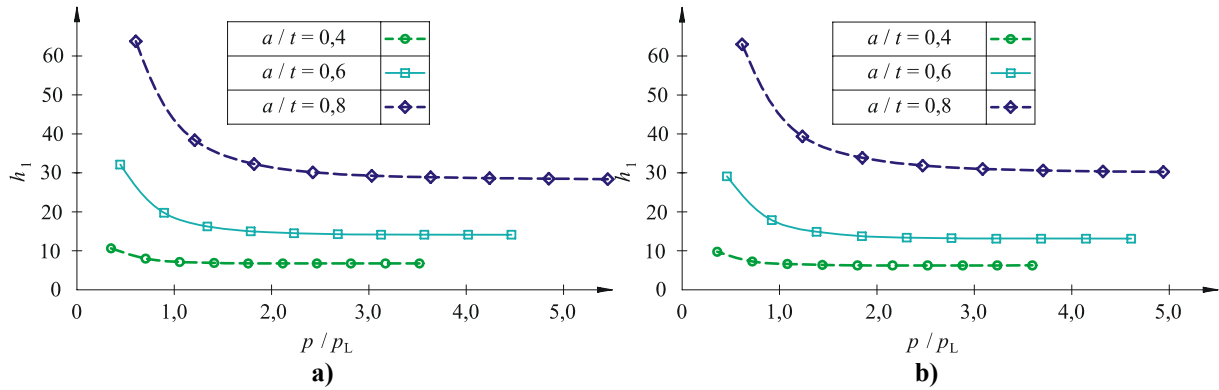
Slika 88. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala s veličinom opterećenja za  $2c = 20 \text{ mm}$  : a)  $a/t = 0,2$  i  $a/t = 0,4$  i b)  $a/t = 0,6$  i  $a/t = 0,8$

Mjerodavne vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala uzimaju su kada vrijednosti u dijagramu postaju horizontalni pravci, tj. kada se bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala jako malo mijenjaju. Na temelju provedenih analiza prikazanih u tablici 30. i na slikama 86., 87., 88., 89. i 90. za sve dimenzije pukotina dobivene su vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih

funkcija za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala kao srednja vrijednost posljednjih pet vrijednosti u ovisnosti o opterećenju.



Slika 89. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala s veličinom opterećenja za  $2c = 30\text{ mm}$ : a)  $a/t = 0,2$  i  $a/t = 0,4$  i b)  $a/t = 0,6$  i  $a/t = 0,8$



Slika 90. Promjena bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala s veličinom opterećenja za: a)  $2c = 40\text{ mm}$ :  $a/t = 0,4$ ;  $a/t = 0,6$  i  $a/t = 0,8$  i b)  $2c = 50\text{ mm}$ :  $a/t = 0,4$ ;  $a/t = 0,6$  i  $a/t = 0,8$

Tablica 31. Bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala,  $h_1$

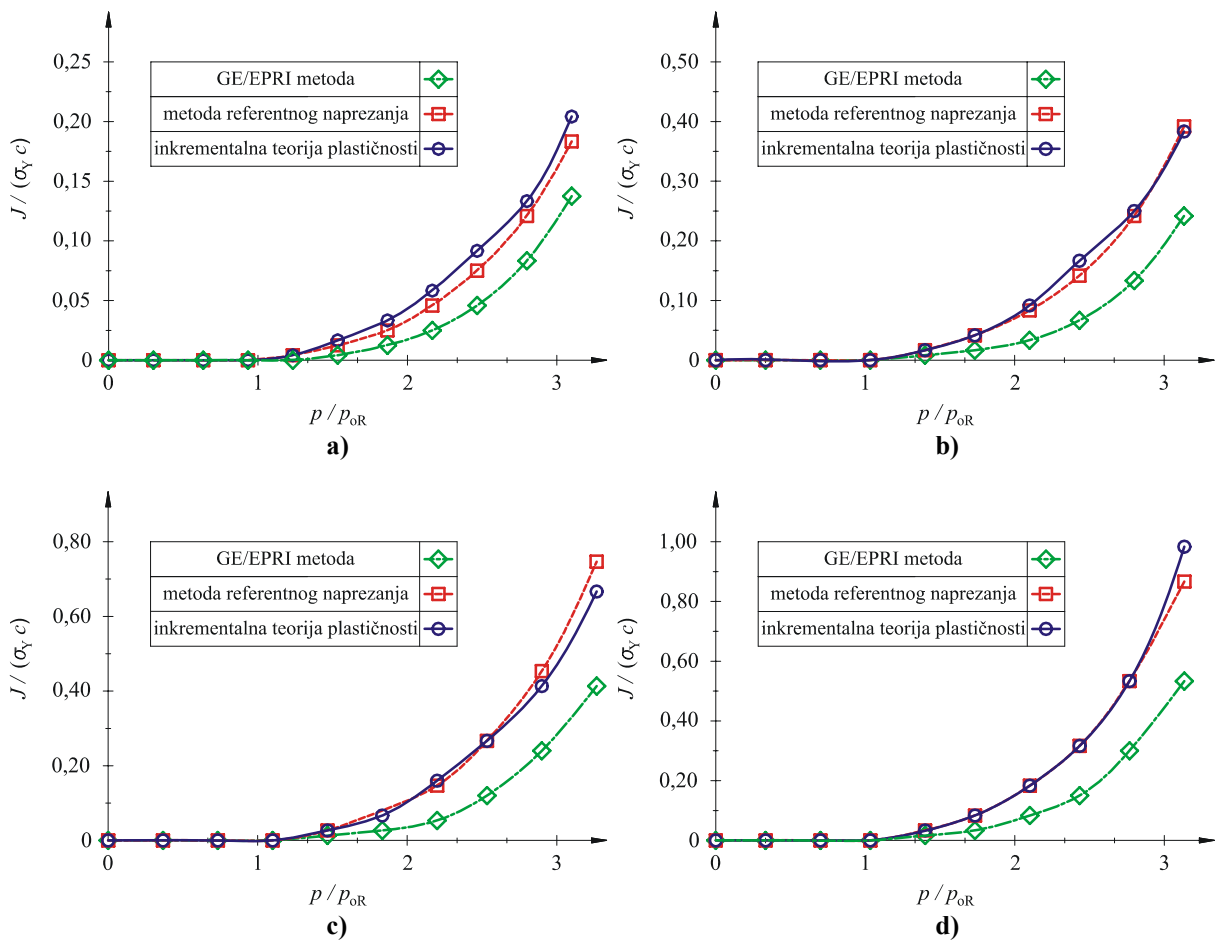
| $2c / \text{mm}$ | 5     |       |       |       | 10    |       |       |       |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $a/t$            | 0,2   | 0,4   | 0,6   | 0,8   | 0,2   | 0,4   | 0,6   | 0,8   |
| $h_1$            | 1,747 | 5,968 | 12,21 | 24,48 | 1,999 | 7,792 | 17,25 | 37,70 |
| $2c / \text{mm}$ | 20    |       |       |       | 30    |       |       |       |
| $a/t$            | 0,2   | 0,4   | 0,6   | 0,8   | 0,25  | 0,4   | 0,6   | 0,8   |
| $h_1$            | 1,958 | 7,618 | 17,17 | 38,93 | 2,596 | 7,164 | 15,51 | 32,01 |
| $2c / \text{mm}$ | 40    |       |       |       | 50    |       |       |       |
| $a/t$            | 0,2   | 0,4   | 0,6   | 0,8   | 0,2   | 0,4   | 0,6   | 0,8   |
| $h_1$            | -     | 6,701 | 14,14 | 28,55 | -     | 6,246 | 13,13 | 30,30 |

Primjenom bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala iz tablice 31. i izraza (49) moguće je izračunati vrijednosti plastičnog dijela  $J$ -integrala za

prikazane vrijednosti duljina i dubina pukotina, te primjenom izraza (44) odrediti ukupni  $J$ -integral GE/EPRI metodom.

## 6.6. Određivanje $J$ -integrala metodom referentnog naprezanja

Metodom referentnog naprezanja provedeno je određivanje  $J$ -integrala za sve 24 dimenzije pukotine. Na slici 91. prikazana je usporedba vrijednosti  $J$ -integrala dobivenih GE/EPRI metodom, metodom referentnog naprezanja primjenom stvarne eksperimentalno dobivene krivulje naprezanje-deformacija za austenitni čelik ruske oznake 08X18H10T [79] od kojeg su izrađene cijevi i numeričke analize metodom konačnih elemenata primjenom inkrementalne teorije plastičnosti također za stvarnu eksperimentalno dobivenu krivulju naprezanje-deformacija.

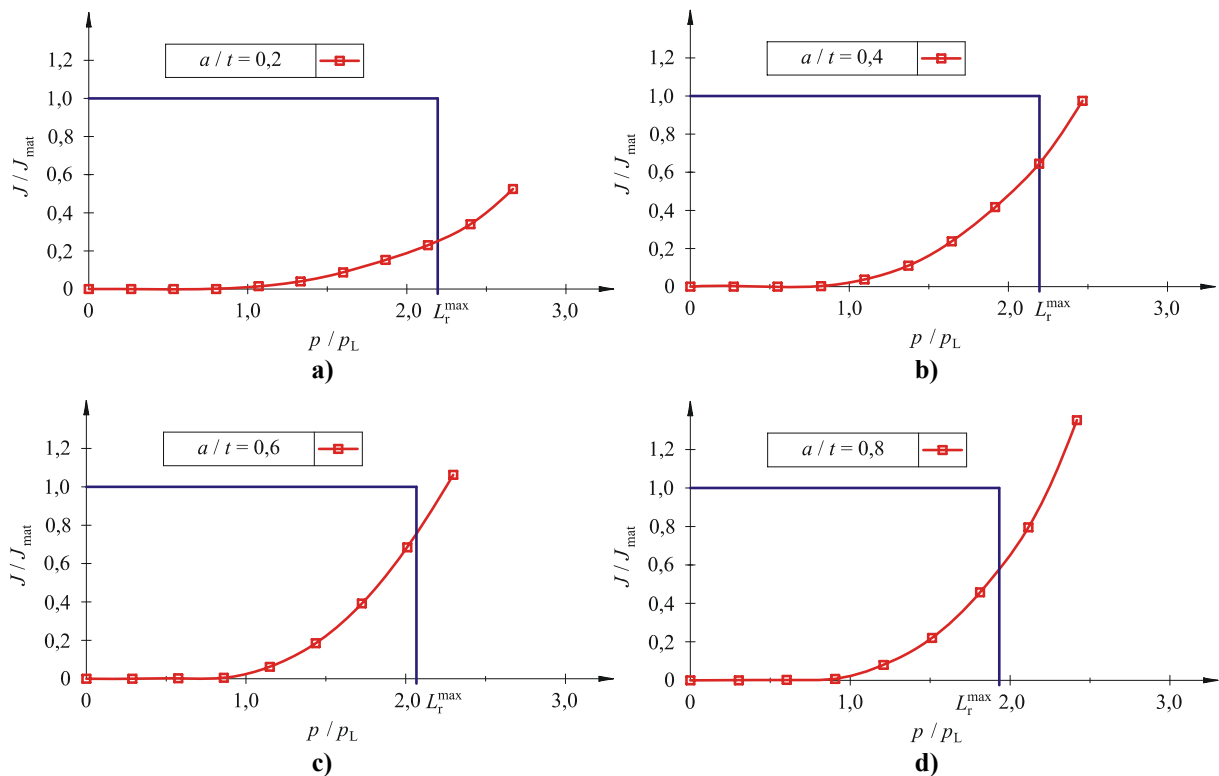


Slika 91. Usporedba vrijednosti  $J$ -integrala dobivenih GE/EPRI metodom, metodom referentnog naprezanja i numerički primjenom inkrementalne teorije plastičnosti za  $2c = 5 \text{ mm}$ : a)  $a = 0,3 \text{ mm}$ ; b)  $a = 0,6 \text{ mm}$ ; c)  $a = 0,9 \text{ mm}$  i d)  $a = 1,2 \text{ mm}$

Sa slike 91. je vidljivo dobro poklapanje rezultata dobivenih metodom referentnog naprezanja primjenom stvarne eksperimentalno dobivene krivulje naprezanje-deformacija i numeričkim analizama temeljenim na inkrementalnoj teoriji plastičnosti također uz primjenu stvarne eksperimentalno dobivene krivulje naprezanje-deformacija. Isto tako je vidljivo da vrijednosti dobivene GE/EPRI metodom značajno odstupaju od vrijednosti dobivenih numeričkim analizama temeljenim na inkrementalnoj teoriji plastičnosti, čime su pokazani nedostaci GE/EPRI metode. Na taj način je pokazano da predloženi izraz za optimirani referentni tlak u potpunosti eliminira utjecaj parametara materijala, tj. nedostatke GE/EPRI metode i omogućava točniju primjenu metode referentnog naprezanja za procjenu  $J$ -integrala za debele cijevi s pukotinom definiranih dimenzija.

## 6.7. Procjena cjelovitosti

Procjena cjelovitosti cijevi generatora pare opterećenih unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom provedena je primjenom dijagrama sile razvoja pukotine (CDF-dijagrami). Na slici 92. su prikazani dijagrami sile razvoja pukotine za pukotine duljine  $2c = 5 \text{ mm}$  i dubine  $a = 0,3; 0,6; 0,9$  i  $1,2 \text{ mm}$ .



Slika 92. Dijagram sile razvoja pukotine za  $2c = 5 \text{ mm}$  : a)  $a = 0,3 \text{ mm}$  ; b)  $a = 0,6 \text{ mm}$  ; c)  $a = 0,9 \text{ mm}$  i d)  $a = 1,2 \text{ mm}$

Dijagrami sile razvoja pukotine pokazuju da do sloma cijevi generatora pare opterećenih unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom dolazi plastičnim kolapsom cijevi, a ne krhkim lomom. Ovakvo rješenje se na neki način moglo i predvidjeti jer je austenitni čelik ruske oznake 08X18H10T [79] od kojeg su izrađene cijevi izrazito duktilan materijal s visokom pukotinskom žilavošću.





## 7. ANALIZA ZAREZNOG DJELOVANJA U POLIMERNIM MATERIJALIMA

### 7.1. Opis

Povećana primjena polimernih materijala u svim granama inženjerstva, posebno polietilena kao konstrukcijskog materijala zahtijeva razvoj novih numeričkih algoritama za što točniju i efikasniju analizu čvrstoće, stabilnosti i cjelovitosti tih konstrukcija. Poznato je da je za numerički proračun potrebno poznavati ponašanja materijala konstrukcije. Što je točnije opisano ponašanje materijala konstrukcije dobivaju se točniji rezultati proračuna.

Primjena polietilena danas je jako široka. Koristi se za izradu raznih spremnika, obloga kabela, folija, te sve više strojarskih dijelova kao npr. zupčanika, lančanika, itd. kao što prikazuje slika 93. Na slici 94. je prikazana danas ipak najčešća primjena polietilena, a to je izrada cijevi kao što su cijevi za distribuciju plina, vode itd.



Slika 93. Primjena polietilena: spremnici, folije i obloge kabela i strojarski dijelovi, kao npr. zupčanici, lančanici [80, 81]

Poznato je da pri konstantnom opterećenju dolazi do puzanja polimera i pri sobnoj temperaturi. Tako je potreba za povećanjem sigurnosti plinske mreže motivirala veliki broj istraživanja ponašanja polimernih materijala kod puzanja. U polimernim konstrukcijama kod puzanja mogu nastati makroskopske pukotine i rasti sve do konačnog loma. Analiza procesa nastanka i rasta pukotine od velike je važnosti za projektiranje konstrukcija koje rade pri konstantnom opterećenju i temperaturi [36]. Točno modeliranje lomnog, viskoelastičnog i plastičnog ponašanja polietilena osnova je za procjenu cjelovitosti spomenutih konstrukcijskih elemenata kao i za proces njihovog projektiranja i optimiranja [33, 36, 37]. Na slici 95. su prikazani primjeri lomova cijevi od polietilena nastali prilikom ispitivanja i eksploatacije. Sa slike je vidljivo da dolazi do znatnog deformiranja cijevi prije samog loma, što ovisi o vrsti polietilena. Budući da su cijevi izrađene od polietilena najčešće opterećene na puzanje, u ovom radu je prikazano numeričko modeliranje mehanizma puzanja i loma pri sporom širenju pukotine.

Numerički algoritmi za analizu pukotina u metalnim materijalima u novijoj literaturi primjenjuju se za modeliranje pukotina u polimerima [82]. Kao što je to opisano u uvodnom poglavlju, metode procjene cjelovitosti polimernih konstrukcija su analogne metodama procjene cjelovitosti metalnih konstrukcija [82]. Pri tome se jednadžba za računanje  $J$ -integrala može koristiti za računanje  $C$ -integrala, ako se deformacija zamijeni s brzinom deformacije [13].



**Slika 94. Polietilenske cijevi: a) netlačne cijevi za odvođe i b) tlačne cijevi za distribuciju vode i plina [83]**

Ovdje je dan prikaz istraživanja koja su provedena u cilju razvoja novog algoritma za izračunavanje parametara mehanike loma i modeliranje mehanizma puzanja polietilena srednje gustoće primjenom realnog materijalnog modela.



Slika 95. Vrste lomova polietilenskih cijevi [84, 85]

## 7.1.1. Opisivanje ponašanja materijala

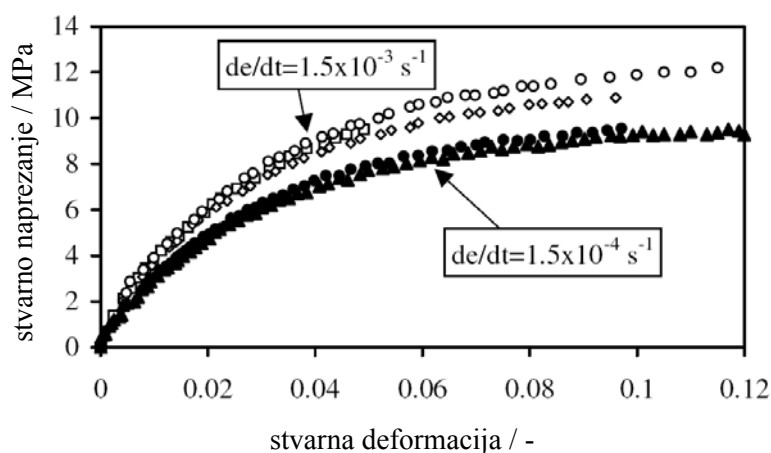
### 7.1.1.1. Konstitutivni materijalni model iz literature

Izrazito nelinearno, vremenski ovisno i lomno ponašanje polietilena srednje gustoće eksperimentalno je istražio Ben Hadj Hamouda s ostalim autorima u radovima [33, 36, 37, 45]. U prvoj fazi istraživanja ponašanja pukotine u polietilena srednje gustoće, cilj je bio usporediti dobivene numeričke rezultate s rezultatima iz literature. Isto tako namjera je bila verificirati primjenu metode referentnog naprezanja, ranije korištenu za analizu metalnih cijevi, na osnosimetričnoj epruveti s potpunim obodnim zarezom od polietilena srednje gustoće. Značajke analiziranog polietilena srednje gustoće prikazane su u tablici 32. [33, 36].

Tablica 32. Značajke polietilena srednje gustoće [33, 36, 37, 45, 46]

|  |       |
|--|-------|
| Gustoća pri 23°C, $\rho$ / g/cm <sup>3</sup>         | 0,940 |
| Maseni protok taljevine 190/5, <i>MFR</i> / g/10 min | 0,7   |
| Modul elastičnosti, <i>E</i> / MPa                   | 1516  |
| Poissonov faktor, $\nu$                              | 0,41  |

Za određivanje parametara konstitutivnog modela za elastoplastično ponašanje polietilena srednje gustoće Ben Hadj Hamouda i ostali autori u radovima [33, 36, 37, 45, 46] proveli su eksperiment statičkog-vlačnog pokusa pri 60°C. Dobivene krivulje stvarno naprezanje-deformacija u ovisnosti o brzini deformacije su prikazane na slici 96. [37, 45]. Sa slike 96. je vidljivo da povećanjem brzine deformacije dolazi do očvršćenja materijala, tj. za istu vrijednost stvarnog naprezanja kod veće brzine deformacije imamo manju stvarnu deformaciju.



Slika 96. Krivulje stvarno naprezanje-deformacija za polietilen srednje gustoće pri 60°C [37, 45]

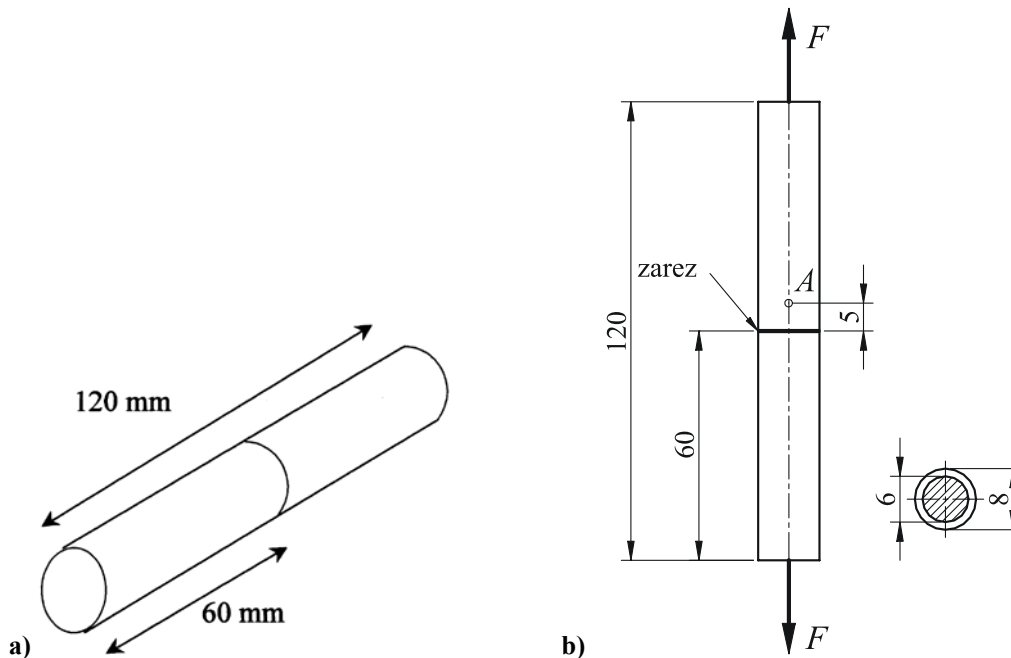
Za potrebe numeričke analize metodom konačnih elemenata potrebno je za opisivanje elastoplastičnog ponašanja materijala u programskom paketu ABAQUS [53] zadati ovisnost stvarnog naprezanja o pripadnoj stvarnoj plastičnoj deformaciji. U tablici 33. prikazane su vrijednosti stvarnog naprezanja i stvarne plastične deformacije pri temperaturi od 60°C i brzini deformacije od  $\dot{\varepsilon} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  [37, 45].

Tablica 33. Stvarno naprezanje i stvarna plastična deformacija pri 60°C i  $\dot{\varepsilon} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

| Stvarno naprezanje<br>$\sigma_t$ / MPa | Stvarna plastična<br>deformacija<br>$\varepsilon_{t,pl}$ / - | Stvarno naprezanje<br>$\sigma_t$ / MPa | Stvarna plastična<br>deformacija<br>$\varepsilon_{t,pl}$ / - |
|--|--|--|--|
| 0,6                                    | 0,000  | 5,4                                    | 0,016  |
| 1,3                                    | 0,001  | 6,7                                    | 0,027  |
| 2,0                                    | 0,002  | 7,4                                    | 0,034  |
| 2,9                                    | 0,005  | 8,1                                    | 0,045  |
| 3,5                                    | 0,007  | 8,8                                    | 0,064  |
| 4,0                                    | 0,009  | 9,2                                    | 0,079  |
| 4,6                                    | 0,012  | 9,5                                    | 0,103  |

U radovima [33, 36, 37, 45, 46] dani su rezultati eksperimentalnog ispitivanja ponašanja polietilena srednje gustoće kod puzanja. Eksperimenti puzanja provedeni su na vlačno

opterećenoj osnosimetričnoj epruveti duljine 120 mm i promjera 8 mm s potpunim obodnim zarezom (*full notched crack tensile (FNCT) specimen*) pri 60°C. Dimenzije epruvete i opterećenje vlačnom silom,  $F$ , je prikazano na slici 97.



Slika 97. Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom (*full notched crack tensile (FNCT) specimen*): a) shematski prikaz i b) detaljni prikaz epruvete i presjeka na mjestu zarez [33, 36, 37, 45, 46]

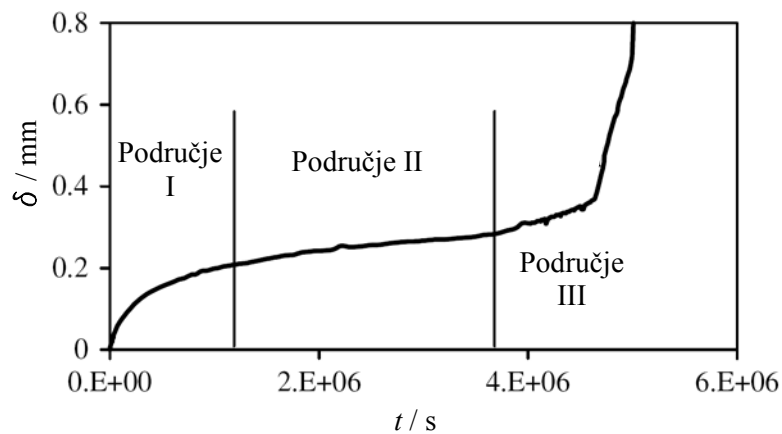
Epruvete su izrezivane iz deblostjenih cijevi za distribuciju plina, debljine stijenke 10 mm i 20 mm paralelno sa smjerom ekstrudiranja. Zarez na epruveti napravljen je primjenom nove žilete, tako da je dubina zarez 1 mm, a polumjer vrha zarez oko 10  $\mu\text{m}$ . Epruveta je najprije opterećivana vlačnom silom do iznosa koji odgovara prosječnom naprezanju u najmanjem presjeku,  $\sigma_{\text{net}}$ , (*net stress*) od 8 MPa. Pritom je prosječno naprezanje u najmanjem presjeku epruvete definirano na način da je to opterećenje podijeljeno s početnom minimalnom površinom poprečnog presjeka, slika 97.b). Nakon toga, opterećenje je držano konstantno te su mjereni pomaci točke  $A$  uslijed puzanja materijala epruvete (slika 97.b)).

Na temelju provedenih eksperimenata puzanja dobivena je krivulja puzanja tj. dijagram ovisnosti pomaka,  $\delta$ , točke  $A$  (slici 97.b)) o vremenu puzanja,  $t$ , koja je prikazana na slici 98. [36, 37, 45, 46].

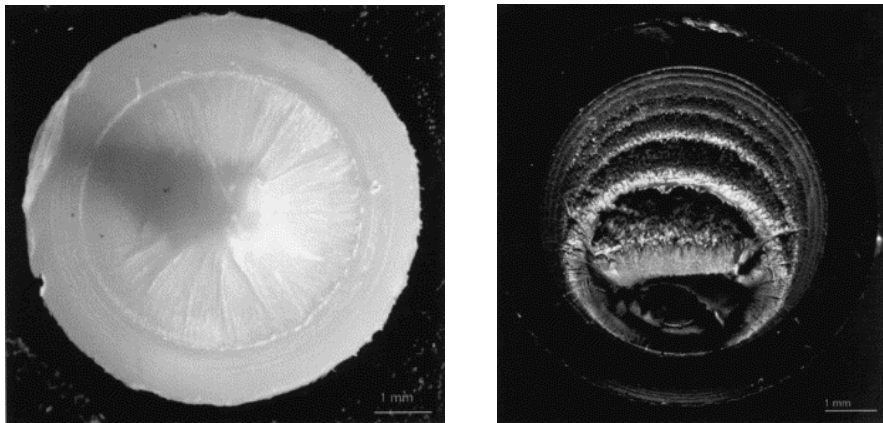
Na dijagramu se razlikuju tri osnovna područja puzanja polietilena srednje gustoće:

- područje (*stage*) I - primarno puzanje,
- područje (*stage*) II - sekundarno puzanje i
- područje (*stage*) III - tercijarno puzanje.

U primarnom području promjena pomaka točke  $A$  s vremenom kontinuirano opada. Za vrijeme sekundarnog puzanja promjena pomaka s vremenom je konstantna što odgovara stacionarnom puzanju, dok u trećem zadnjem području (tercijarno puzanje) promjena pomaka kontinuirano raste sve do loma epruvete, kao što prikazuje slika 98. Nakon dugog vremena inkubacije (sekundarno puzanje) što odgovara nastanku pukotine i njenom jako sporom rastu (što se najčešće vrlo teško može ustanoviti), pukotina ubrzava svoj rast i propagira kroz preostali ligament epruvete sve do konačnog loma (tercijarno puzanje).



Slika 98. Dijagram ovisnosti pomaka,  $\delta$ , točke  $A$  o vremenu puzanja,  $t$ , za polietilen srednje gustoće pri  $60^{\circ}\text{C}$  i  $\sigma_{\text{net}} = 8 \text{ MPa}$  [36, 37, 45, 46]



Slika 99. Površine loma epruvete [33, 36, 37]

Lom nastaje sporim rastom pukotine diskontinuiranim pojasevima koji su jasno vidljivi na slici 99., gdje su prikazane površine loma epruveta dobivene elektronskim mikroskopom [33, 36, 37]. Na slici 98. efekt pojaseva je vidljiv kao „drhtanje“ krivulje tj. malih skokova u pomaku. Prvi skokovi u pomaku su toliko mali da ih nije moguće detektirati na prikazanoj krivulji, te je na taj način gotovo nemoguće odrediti vrijeme nastanka pukotine. Pred kraj sekundarnog puzanja skokovi pomaka postaju sve veći, a naročito je povećanje izraženo

tijekom tercijarnog puzanja. Može se zaključiti da sekundarno puzanje predstavlja dugi period inkubacije tijekom kojeg pukotina raste jako sporo i u većini slučajeva rast pukotine nije moguće ustanoviti. Kao posljedica toga se uzima da je vrijeme nastanka pukotine jednako vremenu kraja sekundarnog puzanja, koje je gotovo jednako vremenu do loma jer je tercijarno puzanje vrlo kratko. Sve navedeno dovodi do konačnog zaključka da je pukotina stabilna tijekom sekundarnog puzanja što ukazuje na mogućnost primjene  $C^*$ -integrala kao parametra mehanike loma. Opravdanost primjene  $C^*$ -integrala na probleme s pukotinom u polietilenu srednje gustoće detaljno je opisana u literaturi [33, 36, 37].

Na osnovi prikazanih eksperimentalnih rezultata (dijagram ovisnosti pomaka o vremenu puzanja, prikazan na slici 98.) [36, 45], predložen je primarno-sekundarni zakon puzanja za polietilen srednje gustoće.

Primarni zakon puzanja za polietilen srednje gustoće ima sljedeći oblik:

$$\varepsilon_c = B_1 \cdot t^{p_1} \cdot \sigma^{n_1} \quad \text{za} \quad t \leq t_{fp}, \quad (96)$$

dok je sekundarni zakon puzanja:

$$\dot{\varepsilon}_c = B_2 \cdot \sigma^{n_2} \quad \text{za} \quad t > t_{fp}. \quad (97)$$

Točka iznad oznake deformacije u izrazu (97) predstavlja derivaciju po vremenu  $t$ , pa se govori o brzini deformacije puzanja.

Vrijeme prijelaza između primarnog i sekundarnog puzanja,  $t_{fp}$ , dobiva se izjednačavanjem brzine deformacija, što daje:

$$t_{fp} = \left( \frac{B_2}{p_1 B_1} \right)^{\frac{1}{p_1-1}} \sigma^{\left( \frac{n_2-n_1}{p_1-1} \right)}. \quad (98)$$

U izrazima (96), (97) i (98) korištene oznake su:

$B_1, B_2, n_1, n_2$  i  $p_1$  - parametri materijala,

$t$  - vrijeme puzanja,

$t_{fp}$  - vrijeme prijelaza između primarnog i sekundarnog puzanja,

$\sigma$  - ekvivalentno von Misesovo naprezanje,

$\varepsilon_c$  - deformacija puzanja i

$\dot{\varepsilon}_c$  - brzina deformacije puzanja.

Parametri materijala nisu preuzeti iz [36, 45], jer primjenom parametara iz literature i izraza (96) i (97) nije bilo moguće odrediti prikazanu eksperimentalno dobivenu krivulju pomak-vrijeme puzanja sa slike 98. U ovom radu provedena je aproksimacija krivulje puzanja



primjenom programskog paketa Mathematica [67], metodom najmanjih kvadrata, i dobiveni su parametri materijala:

$$B_1 = 8,358 \cdot 10^{-8},$$

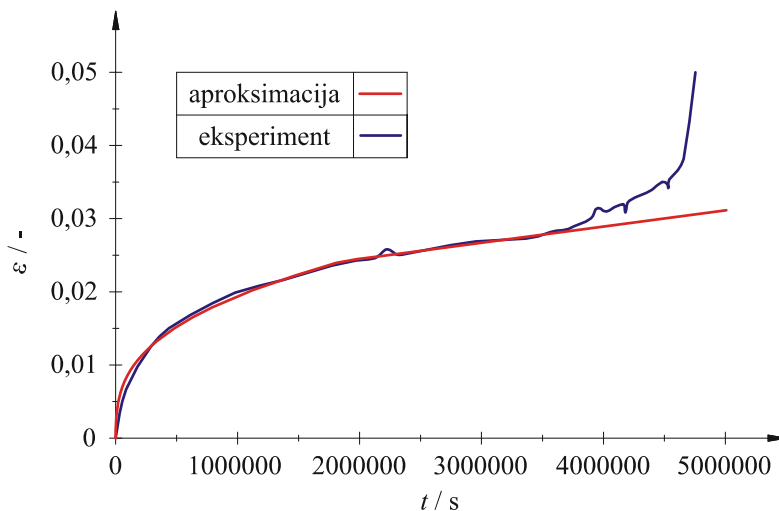
$$B_2 = 5,686 \cdot 10^{-12},$$

$$n_1 = 5,$$

$$n_2 = 4 \text{ i}$$

$$p_1 = 0,35.$$

U primarno-sekundarnom zakonu puzanja, primjenom dobivenih parametara, naprezanje se uvrštava u MPa,  $\sigma / \text{MPa}$ , a vrijeme puzanja u sekundama,  $t / \text{s}$ . Na slici 100. je prikazana usporedba eksperimentalno dobivene krivulje iz [33, 36, 37] i krivulje dobivene parametrima materijala nakon aproksimacije. Sa slike je vidljivo jako dobro poklapanje krivulja što je preduvjet za efikasno numeričko modeliranje mehanizma puzanja.



Slika 100. Usporedba krivulja deformacija,  $\varepsilon$ , u ovisnosti o vremenu puzanja,  $t$ , dobivenih eksperimentalno [33, 36, 37] i parametrima aproksimacije

### 7.1.1.2. Numeričko modeliranje mehanizma puzanja

Za eksponencijalni zakon puzanja, što je slučaj kod metala, programski paket ABAQUS [47] sadrži ugrađeni materijalni model u obliku:

$$\dot{\varepsilon}_c = A \cdot t^m \cdot \sigma^n, \quad (99)$$

gdje je:  $m$  - parametar materijala.

Za modeliranje složenih zakona puzanja, kao što je prikazani primarno-sekundarni zakon puzanja za polietilen opisan jednadžbama (96) i (97), programski paket ABAQUS [47]

zahtijeva primjenu korisničke rutine CREEP [53]. Primjena te rutine podrazumijeva programiranje dodatnog dokumenta u kojem se definira materijalni model, što je provedeno u programskom paketu FORTRAN [86].

Za numeričku formulaciju konstitutivnog modela, prikazane vremenski ovisne jednadžbe potrebno je zapisati u inkrementalnom obliku primjenom metode konačnih razlika da bi se mogle programirati u gore spomenutu korisničku rutinu. Za poznate vrijednosti unutarnjih varijabli stanja s kraja prethodnog vremenskog koraka  $t$  potrebno je odrediti njihove vrijednosti u novom trenutku  $t + \Delta t$ . Za integriranje konstitutivnih jednadžbi primijenjena je implicitna integracijska metoda. U skladu s tim, inkrementalni oblik zakona puzanja definiranog jednadžbama (96) i (97) glasi:

$$\varepsilon_{c,t+\Delta t} = \varepsilon_{c,t} + \Delta\varepsilon_c. \quad (100)$$

Inkrementalni oblik za primarni dio zakona puzanja ima sljedeći oblik:

$$\Delta\varepsilon_c = B_1 \cdot \sigma^{n_1} \cdot \left[ t^{p_1} - (t - \Delta t)^{p_1} \right] \quad \text{za } t \leq t_{ip}, \quad (101)$$

a za sekundarni dio zakona puzanja je opisan sljedećom relacijom;

$$\Delta\varepsilon_c = B_2 \cdot \sigma^{n_2} \cdot \Delta t \quad \text{za } t > t_{ip}. \quad (102)$$

Osim toga, za algoritam implicitne integracije potreban je i konzistentni operator da bi se dobila brža konvergencija rješenja.

Konzistentni operator za primarni dio zakona puzanja može se prikazati izrazom:

$$\frac{\partial \Delta\varepsilon_c}{\partial \sigma} = \Delta\varepsilon_c \cdot \frac{n_1}{\sigma} \quad \text{za } t \leq t_{ip}. \quad (103)$$

Za sekundarni dio zakona puzanja konzistentni operator glasi:

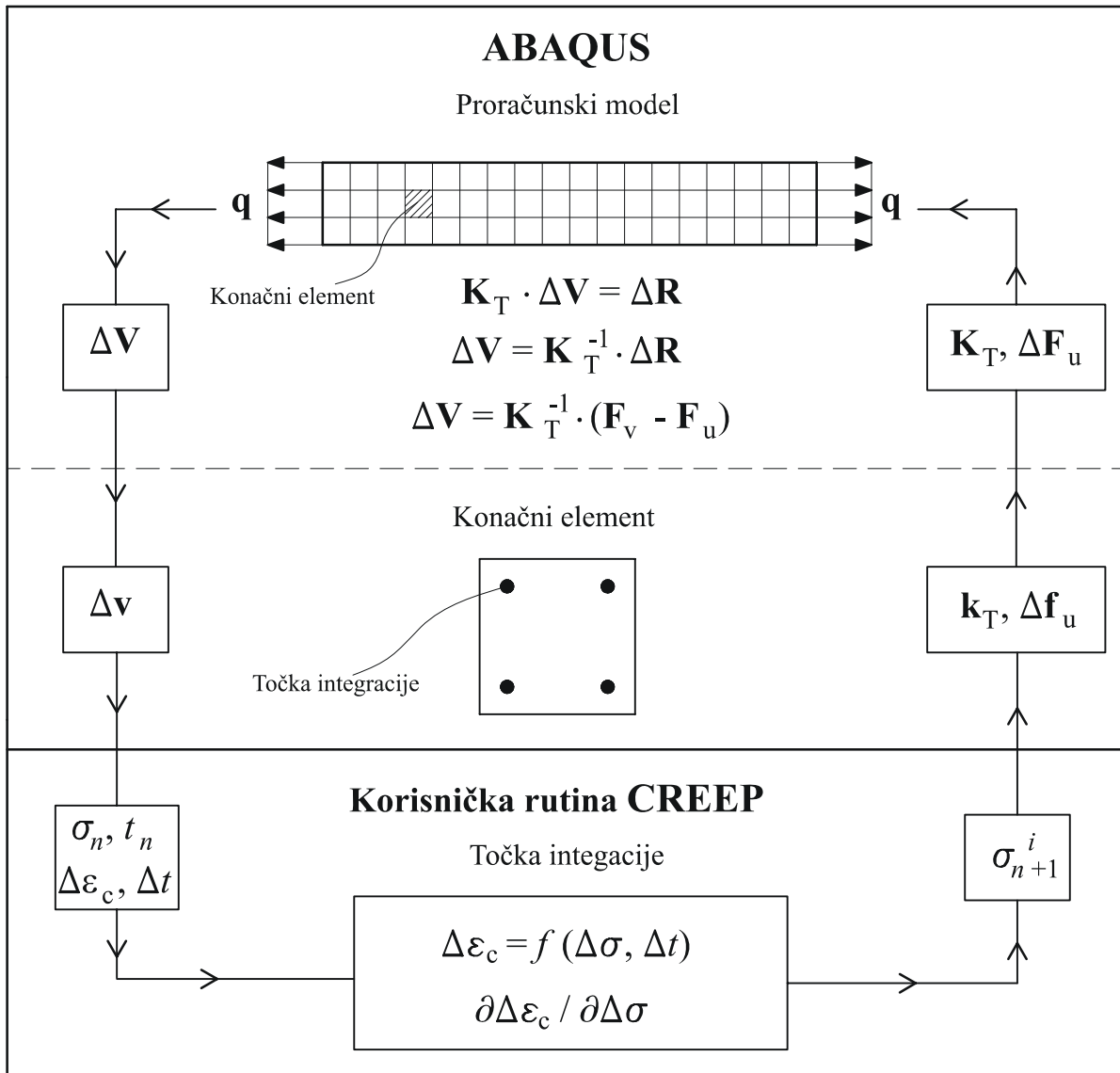
$$\frac{\partial \Delta\varepsilon_c}{\partial \sigma} = \Delta\varepsilon_c \cdot \frac{n_2}{\sigma} \quad \text{za } t > t_{ip}. \quad (104)$$

Ukupna deformacija se može aditivnom dekompozicijom rastaviti na elastičnu,  $\varepsilon_e$ , plastičnu,  $\varepsilon_p$ , i deformaciju puzanja,  $\varepsilon_c$ , kako prikazuje sljedeći izraz:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p + \varepsilon_c. \quad (105)$$

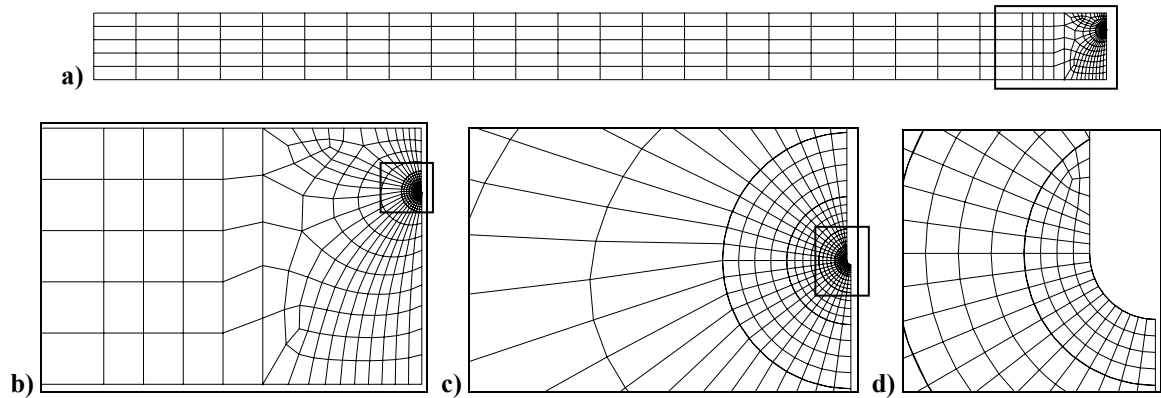
Za numeričko modeliranje elastoplastičnog ponašanja polietilena primijenjen je postojeći algoritam iz programa ABAQUS [47] koji se temelji na inkrementalnoj teoriji plastičnosti. Pritom je primijenjen von Misesov kriterij plastičnog tečenja, asocijativni zakon tečenja te je modelirano izotropno očvršćenje materijala. Ovaj algoritam kombiniran je s predloženim algoritmom za modeliranje puzanja materijala.

Prikazani algoritam za modeliranje puzanja implementiran je na razini točke integracije konačnih elemenata programskog paketa ABAQUS [47] primjenom korisničke rutine CREEP [53]. Na slici 101. je prikazan integracijski algoritam za jedan vremenski korak.

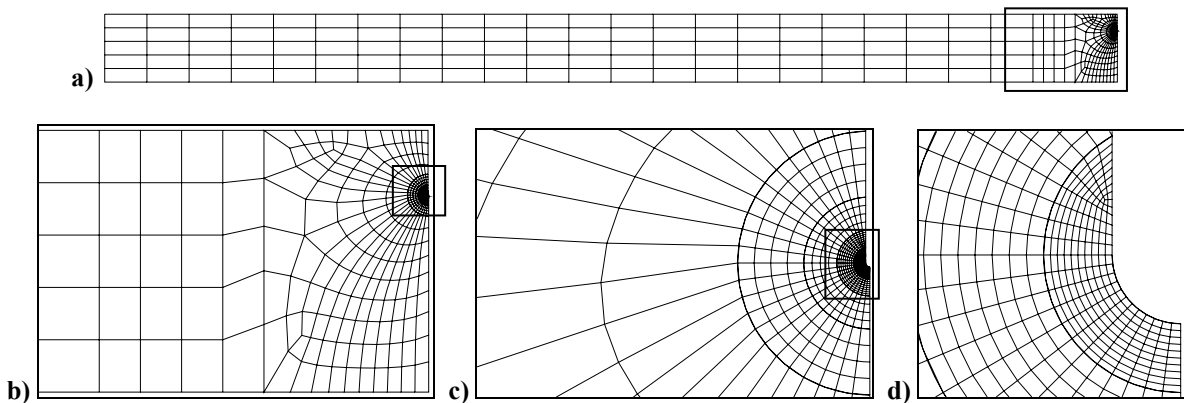


Slika 101. Integracijski algoritam za jedan vremenski korak

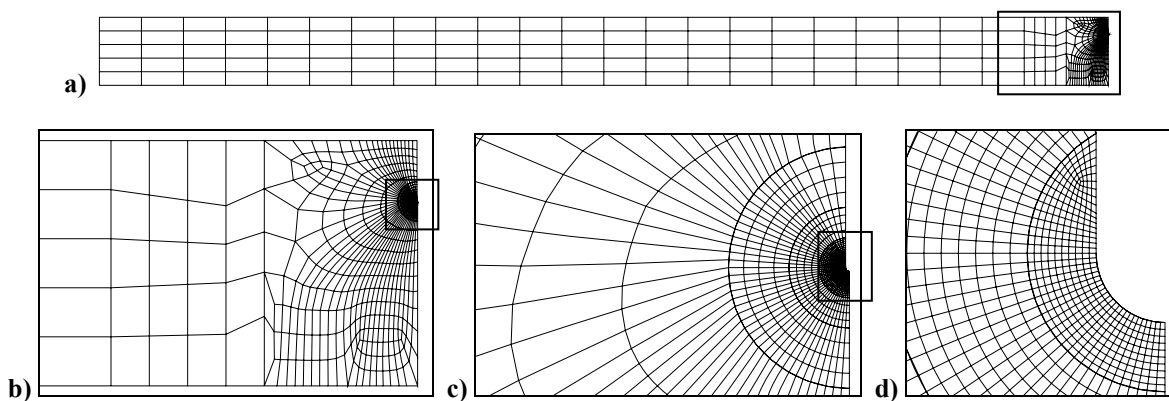
Za provjeru ispravnosti prikazanog algoritma provedena je simulacija puzanja na osnosimetričnoj epruveti s potpunim obodnim zarezom, slika 97.b). Koristeći simetriju, modelirana je samo polovica epruvete. Za diskretizaciju epruvete korišten je osam-čvorni osnosimetrični konačni element s reduciranom integracijom (CAX8R). Analiza je provedena s tri različite gustoće mreže konačnih elemenata. Na slici 102. je prikazana relativno rijetka mreža (Mreža 1), dok je na slikama 103. i 104. prikazana mreža povećane gustoće (Mreža 2) i gusta mreža konačnih elemenata (Mreža 3). Na slici a) je prikazana cijela mreža, a na slikama b), c) i d) je prikazana usitnjena mreža u vrhu zareza.



Slika 102. Mreža 1 konačnih elemenata za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom: a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza, c) dodatno usitnjena mreža u vrhu zareza i d) detalj mreže oko vrha zareza



Slika 103. Mreža 2 konačnih elemenata za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom: a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza, c) dodatno usitnjena mreža u vrhu zareza i d) detalj mreže oko vrha zareza

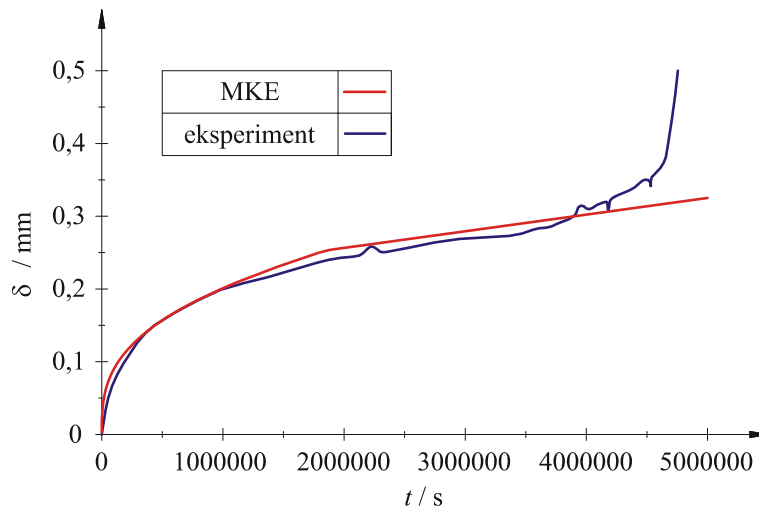


Slika 104. Mreža 3 konačnih elemenata za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom: a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza, c) dodatno usitnjena mreža u vrhu zareza i d) detalj mreže oko vrha zareza

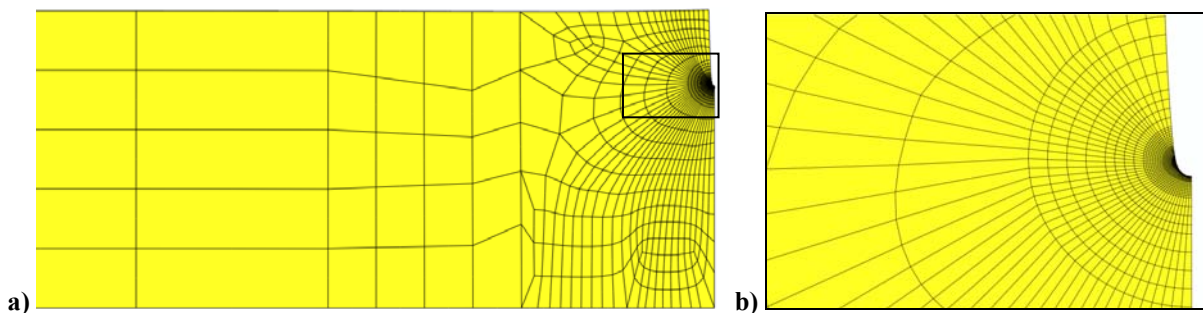
Geometrijski nelinearna analiza provedena je uključivanjem opcije NLGEOM. Na model je prvo u trenutku  $t=0$  dodijeljeno vlačno opterećenje primjenom nelinearnog

elastoplastičnog modela (slika 96. i tablica 33.). Pri tome  $\sigma_{\text{net}}$  iznosi 8 MPa. Opterećenje je nadalje držano konstantno, te je provedena vremenski ovisna analiza puzanja.

Nakon provedenih numeričkih simulacija i analize rezultata, zaključeno je da primjenom Mreže 3 dobivamo najbolje poklapanje rezultata s eksperimentalnom krivuljom pomak-vrijeme puzanja, te je ova mreža odabrana za daljnje analize. Dijagram međusobne ovisnosti pomaka točke A o vremenu puzanja polietilena PE100 u usporedbi s eksperimentalnim rezultatima [33, 36, 37] prikazan je na slici 105. Kao što je vidljivo sa slike dobiveno je jako dobro poklapanje numeričkih i eksperimentalnih rezultata. Na slici 106. je prikazan deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom opterećene vlačnom silom.



**Slika 105.** Usporedba dijagrama međusobne ovisnosti pomaka,  $\delta$ , točke A o vremenu puzanja,  $t$ , materijala pri  $60^{\circ}\text{C}$  i za  $\sigma_{\text{net}} = 8 \text{ MPa}$  dobivenog eksperimentalno, Hamouda i ostali autori [33, 36, 37], i numerički primjenom korisničke rutine CREEP u programskom paketu ABAQUS



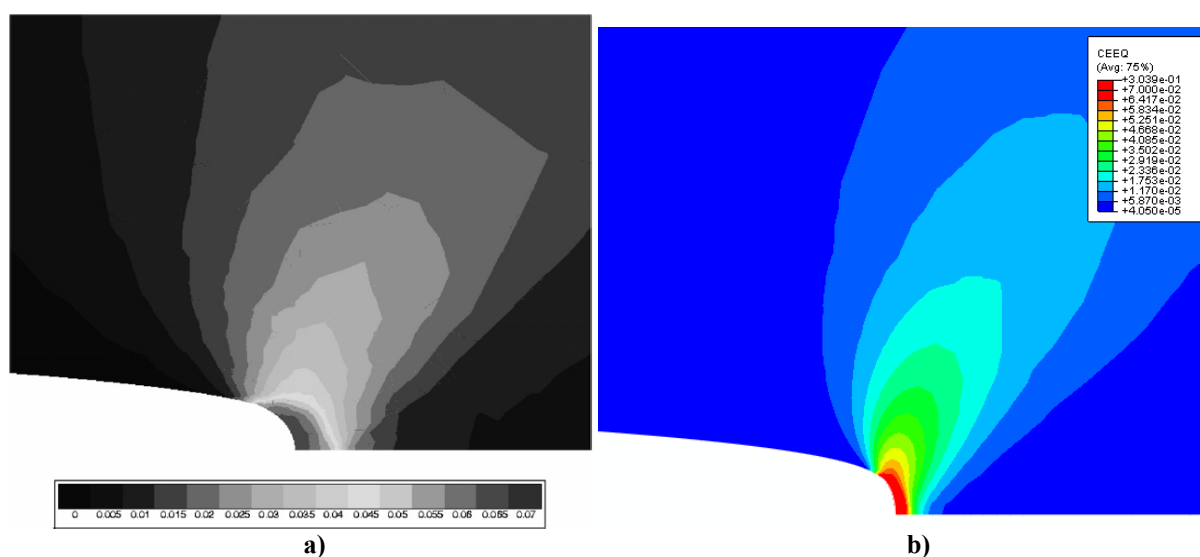
**Slika 106.** Deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom diskretizirane Mrežom 3: a) dio epruvete i b) područje oko vrha zareza

U literaturi [33, 36, 37] Hamouda i ostali autori predložili su dvostruko neelastičan deformacijski model (*double inelastic deformation model, DID*) za opisivanje ponašanja polietilena. Implementacijom DID modela u programski paket F.E.M. Zset Hamouda i ostali

autori [33, 36, 37] proveli su numeričke analize metodom konačnih elemenata na osnosimetričnoj epruveti s potpunim obodnim zarezom. Na slici 107. prikazana je raspodjela ekvivalentne deformacije od puzanja u vrhu zareza nakon  $10^5$  s. Slika 107.a) prikazuje raspodjelu iz [33, 36, 37], a slika 107.b) prikazuje raspodjelu dobivenu numerički u ovom radu primjenom korisničke rutine CREEP. Usporedbom slika vidljivo je vrlo dobro poklapanje raspodjele ekvivalentne deformacije od puzanja u vrhu zareza nakon  $10^5$  s.

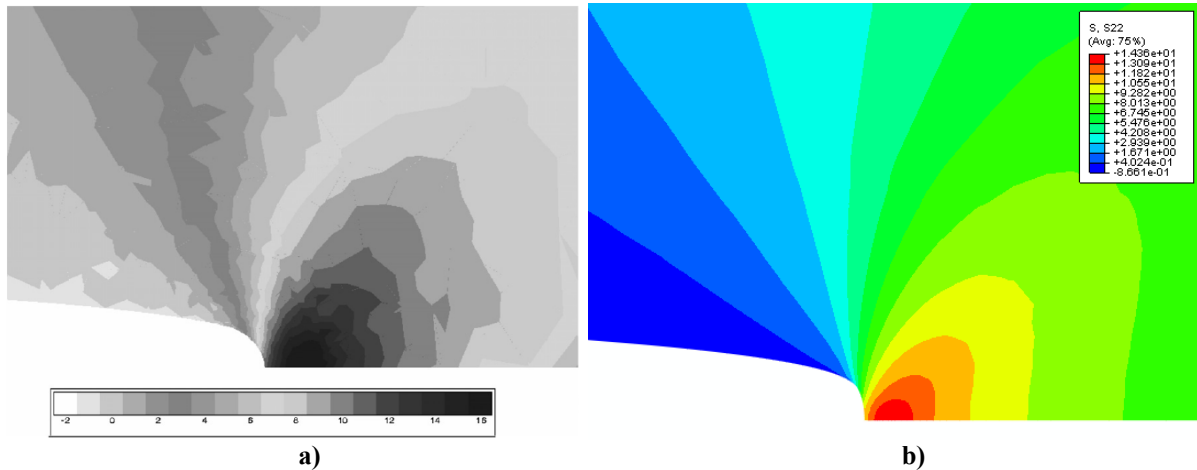
Na slici 108. prikazana je raspodjela maksimalnog glavnog naprezanja  $\sigma_{22}$  od puzanja u vrhu zareza nakon također  $10^5$  s. Raspodjela naprezanja  $\sigma_{22}$  iz [33, 36, 37] prikazana je na slici 108.a), dok slika 108.b) prikazuje raspodjelu dobivenu numerički u ovom radu primjenom korisničke rutine CREEP. Kao što je vidljivo sa slika poklapanje raspodjela naprezanja  $\sigma_{22}$  od puzanja u vrhu zareza nakon  $10^5$  s je također vrlo dobro. Usporedba pokazuje da se primjenom algoritma izvedenog u ovom radu dobivaju jednako dobri rezultati kao i primjenom DID modela predloženog u literaturi.

Na slici 109. prikazana je relaksacija maksimalnog glavnog naprezanja  $\sigma_{22}$  u ovisnosti o udaljenosti od vrha zareza i vremenu puzanja.

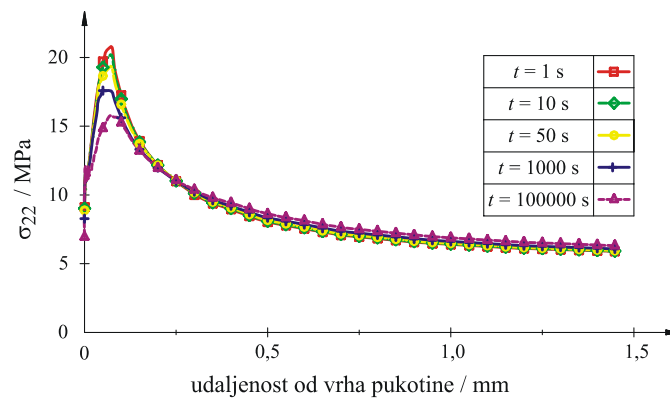


**Slika 107. Prikaz raspodjele ekvivalentne deformacije od puzanja u vrhu zareza nakon  $10^5$  s:**  
 a) Hamouda i ostali autori [33, 36, 37] i b) numerički primjenom rutine CREEP

Na taj način je u ovom radu, primjenom korisničke rutine CREEP, definiran materijalni model koji vrlo dobro opisuje ponašanje polietilena srednje gustoće za slučaj puzanja gdje su parametri materijala preuzeti iz literature. Nakon definiranja materijalnog modela, cilj rada je bio usporediti vrijednosti  $C^*$ -integrala dobivene eksperimentalno iz [36, 37, 45, 46] i numeričkim analizama primjenom rutine CREEP.



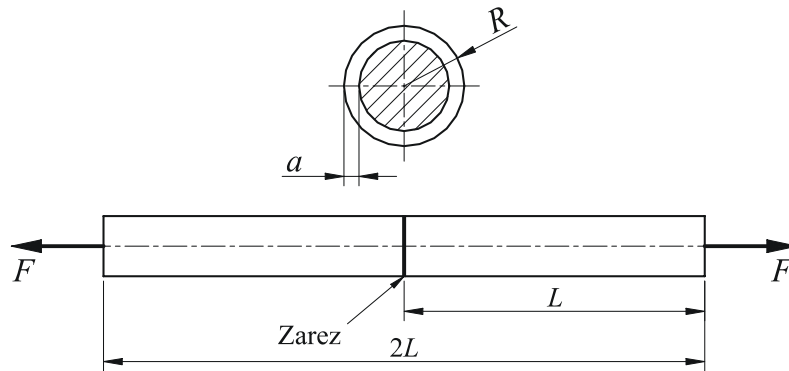
Slika 108. Prikaz raspodjele naprezanje  $\sigma_{22}$  /MPa u vrhu zarez nakon  $10^5$  s: a) Hamouda i ostali autori [33, 36, 37] i b) numerički primjenom rutine CREEP



Slika 109. Relaksacija maksimalnog glavnog naprezanja,  $\sigma_{22}$ , u ovisnosti o udaljenosti od vrha zarez i vremenu puzanja

### 7.1.2. Proračunski model

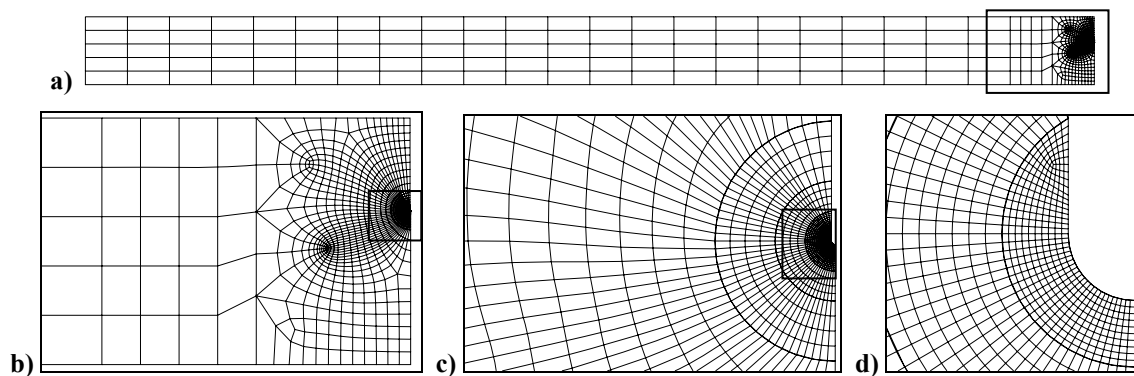
U parametarskim analizama korištene su vlačno opterećene osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom čija je geometrija prikazana na slici 110. Epruveta je duljine,  $2L$  i polumjera,  $R$ , a opterećena je vlačnom silom,  $F$ . Zarez je definiran dubinom,  $a$ . U literaturi je uobičajeno da se dubina zarez definira bezdimenzijski odnosom dubine zarez i polumjera epruvete,  $a/R$ . Za svaku epruvetu uzeto je drugačije opterećenje na način da prosječno naprezanje u najmanjem presjeku epruvete tj. ispod vrha zarez iznosi 8 MPa. Vrijednost naprezanja od 8 MPa je odabrana iz razloga što je dijagram pomak-vrijeme puzanja (slika 98.), a time i materijalni model, dobiven za naprezanje u najmanjem presjeku iznosa  $\sigma_{\text{net}} = 8 \text{ MPa}$ .



Slika 110. Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom

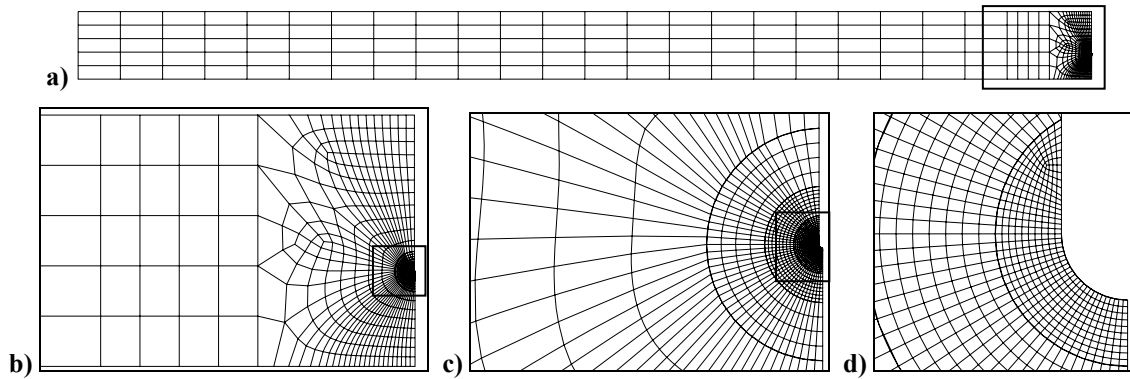
U provedenim analizama duljina epruvete je  $2L = 120 \text{ mm}$ , polumjer epruvete je  $R = 4 \text{ mm}$ , a za odnos dubine zarezanog elementa i polumjera epruvete odabrano je šest različitih vrijednosti  $a/R = 0,125; 0,25; 0,375; 0,5; 0,625$  i  $0,75$ .

Parametarske analize provedene su primjenom integracijskog algoritma prikazanog na slici 101. Zbog uvjeta simetrije modelirana je samo polovica epruvete, a pri tome je korišten 8-čvorni osnosimetrični konačni element s reduciranom integracijom (CAX8R). Diskretizirani proračunski modeli za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom korišteni u analizi prikazani su na slikama 111. i 112. Opterećenje epruvete vlačnom silom u trenutku  $t = 0$  modelirano je primjenom nelinearnog elastoplastičnog materijalnog modela iz ABAQUS (slika 96. i tablica 33.). Epruveta je u trenutku  $t = 0$  opterećena vlačnom silom, a nakon toga je opterećenje imalo konstantnu vrijednost, te je provedena vremenski ovisna analiza puzanja.



Slika 111. Diskretizirani proračunski model za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dubine  $a/R = 0,375$ : a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zarezanog elementa, c) dodatno usitnjena mreža u vrhu zarezanog elementa i d) detalj mreže oko vrha zarezanog elementa

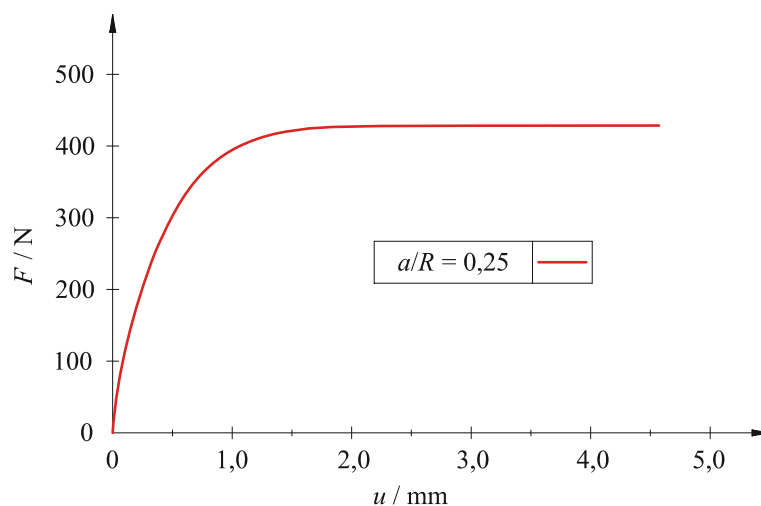




Slika 112. Diskretizirani proračunski model za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dubine  $a/R = 0,625$  : a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza, c) dodatno usitnjena mreža u vrhu zareza i d) detalj mreže oko vrha zareza

## 7.2. Određivanje granične sile

Za određivanje  $C^*$ -integrala metodom referentnog naprezanja potrebno je odrediti graničnu silu za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom. Provedenim graničnim numeričkim analizama, uz primjenu teorije malih deformacija (opcija NLGEOM nije uključena), određene su vrijednosti granične sile za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom. Dobivene vrijednosti graničnih sila su prikazane u tablici 34. Na slici 113. prikazana je krivulja opterećenje-pomak tj. prikazana je promjena vlačne sile u ovisnosti o pomaku točke  $A$  (slika 97.b)).



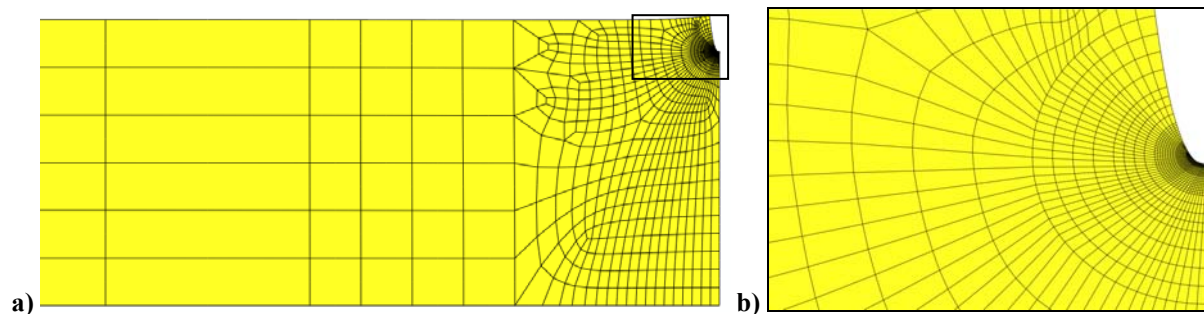
Slika 113. Dijagram opterećenje,  $F$ , u ovisnosti o pomaku točke  $A$ ,  $u$ , za odnos  $a/R = 0,25$

Sa slike je vidljivo da krivulja vrlo brzo postaje horizontalna i time definirana vrijednost granične sile, što je u skladu s primijenjenim elastično-idealno plastičnim materijalnim

modelom. Na slici 114. je prikazan deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom opterećene vlačnom silom kod određivanja granične sile za odnos dubine zareza i polumjera epruvete  $a/R = 0,125$ .

Tablica 34. Granična sila za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom,  $F_L / \text{N}$

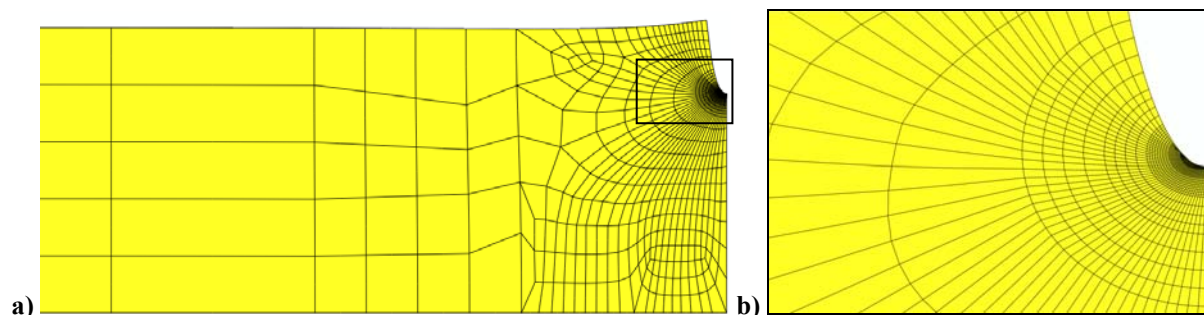
| $a/R$            | 0,125 | 0,25  | 0,375 | 0,5   | 0,625 | 0,75 |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| $F_L / \text{N}$ | 466,5 | 428,8 | 371,0 | 291,0 | 192,0 | 88,5 |



Slika 114. Deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom dubine  $a/R = 0,125$ : a) dio epruvete i b) područje oko vrha pukotine

### 7.3. Određivanje elastičnog dijela $J$ -integrala

Elastični dio  $J$ -integrala za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom potrebno je odrediti za kasnije određivanje  $C^*$ -integrala metodom referentnog naprezanja. Pritom je opterećenje epruvete vlačnom silom izračunato iz uvjeta da prosječno naprezanje u najmanjem presjeku epruvete iznosi 8 MPa. Provedenim numeričkim analizama određene su vrijednosti elastičnog dijela  $J$ -integrala. Dobivene vrijednosti prikazane su u tablici 35. Na slici 115. je prikazan deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom opterećene vlačnom silom kod određivanja elastičnog dijela  $J$ -integrala za odnos  $a/R = 0,25$ .



Slika 115. Deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom dubine  $a/R = 0,25$ : a) dio epruvete i b) područje oko vrha pukotine

**Tablica 35. Elastični dio  $J$ -integrala za osnosimetričnu epruvete s potpunim obodnim zarezom,  $J_e$  / MPa mm**

|                |              |               |               |              |               |               |
|----------------|--------------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|
| $a/R$          | 0,125        | 0,25          | 0,375         | 0,5          | 0,625         | 0,75          |
| $F$ / N        | 307,88       | 226,19        | 157,08        | 100,53       | 56,55         | 25,13         |
| $J_e$ / MPa mm | <b>0,106</b> | <b>0,1386</b> | <b>0,1372</b> | <b>0,119</b> | <b>0,0930</b> | <b>0,0632</b> |

## 7.4. Eksperimentalno određivanje $C^*$ -integrala

S obzirom na definiciju  $C$ -integrala, relacija (19), teorijski izraz za  $C(t)$ -integral za osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom je vrlo teško izvesti. Približni izraz za procjenu  $C^*$ -integrala dobiven je eksperimentalno (analizom sekundarnog puzanja) na osnovu primijenjenog opterećenja i mjerenjem eksperimentalne brzine puzanja. U literaturi [36, 87-89] predložen je u sljedećem obliku:

$$C_{\text{eks}}^* = \left( \frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \right) \frac{F \dot{\delta}_{\text{eks}}}{2\pi b^2}, \quad (106)$$

gdje su:  $C_{\text{eks}}^*$  - eksperimentalno dobiven  $C$ -integral,

$F$  - vlačna sila na epruveti,

$\dot{\delta}_{\text{eks}}$  - eksperimentalna brzina puzanja i

$b$  - polumjer preostalog ligamenta, tj. minimalnog presjeka epruvete.

U [36, 37, 45] su navedeni podaci za samo jedan odnos dubine zarez a i polumjera epruvete,  $a/R = 0,25$ , te se može izračunati samo jedna vrijednost eksperimentalnog  $C^*$ -integrala. Primjenom izraza (106), zadanih veličina i eksperimentalno dobivene brzine puzanja izračunata je vrijednost  $C^*$ -integrala i prikazana u tablici 36.

**Tablica 36. Eksperimentalna procjena  $C^*$ -integrala za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dubine  $a/R = 0,25$ ,  $C_{\text{eks}}^*$  / MPa mm  $s^{-1}$  [36, 37, 45]**

| $a/R$ | $F$ / N | $b$ / mm | $\dot{\delta}_{\text{eks}}$ / mm $s^{-1}$ | $C_{\text{eks}}^*$ / MPa mm $s^{-1}$ |
|-------|---------|----------|---|--------------------------------------|
| 0,25  | 226,19  | 3        | 1,80E-8                                   | <b>4,99E-8</b>                       |

## 7.5. Određivanje $C^*$ -integrala metodom konačnih elemenata

Numeričko određivanje  $C^*$ -integrala provedeno je primjenom izvedenog integracijskog algoritma u programskom paketu ABAQUS [53]. Pritom je  $C^*$ -integral određivan na pet

kontura oko vrha zarez. Vrijednost  $C^*$ -integrala na prvoj konturi (najbliže zarezu) se znatno razlikovala od ostalih, te je ta vrijednost odbačena, a za  $C^*$ -integral je uzeta srednja vrijednost preostale četiri konture. Potrebno je dodatno naglasiti, da je prethodno zaključeno da je zarez stabilan tijekom sekundarnog puzanja i da je vrijeme nastanka pukotine jednako kraju sekundarnog puzanja što ukazuje na mogućnost primjene  $C^*$ -integrala [36, 87, 88]. Vrijednost  $C^*$ -integrala uzima se nakon vremena prijelaza između primarnog i sekundarnog puzanja tj. nakon ulaska u sekundarno puzanje. Može se uzeti i tijekom sekundarnog puzanja jer je vrijednost  $C^*$ -integrala približno konstantna, tj. dolazi do jako malog smanjivanja njegove vrijednosti tijekom sekundarnog puzanja.

U [36] prikazani su izrazi za određivanje  $C$ -integrala u ovisnosti o proteklom vremenu puzanja, tj. da li je nastupilo primarno ili sekundarno puzanje.

Vrijeme prijelaza iz male u veliku zonu primarnog puzanja,  $t_1$ , je definirano izrazom:

$$t_1 = \frac{1}{n_1 + 1} \left( \frac{J}{C_h^*} \right)^{p_1 + 1}. \quad (107)$$

$C$ -integral za globalno konstantno vremenski neovisno opterećenje,  $C_h^*$ , definiran je relacijom kako slijedi:

$$C_h^* = \frac{J(t)}{t^{p_1}}, \quad (108)$$

gdje je:  $J(t)$  - vremenski ovisan  $J$ -integral definiran oko vrha zarez.

U primarnom puzanju vrijednost  $C$ -integrala se određuje ovisno o proteklom vremenu puzanja prema izrazima:

$$C_p(t) = \frac{J}{(n_1 + 1)^{p_1} t^{p_1}} \quad \text{za } t \ll t_1 \quad \text{i} \quad (109)$$

$$C_p(t) = C_h^* \quad \text{za } t \gg t_1. \quad (110)$$

Vrijeme prijelaza iz male u veliku zonu sekundarnog puzanja,  $t_{II}$ , je definirano relacijom:

$$t_{II} = \left[ \left( \frac{n_2 p_1 + 1}{n_2 + 1} \right) \frac{C_h^*}{C^*} \right]^{\frac{1}{1-p_1}}. \quad (111)$$

U sekundarnom puzanju vrijednost  $C$ -integrala se određuje ovisno o proteklom vremenu puzanja primjenom izraza:

$$C_s(t) = \left( \frac{n_2 p_1 + 1}{n_2 + 1} \right) \frac{C_h^*}{t^{1-p_1}} \quad \text{za } t \ll t_{II} \quad \text{i} \quad (112)$$

$$C_s(t) = C^* \quad \text{za} \quad t \gg t_{II}. \quad (113)$$

$C^*$ -integral za stabilnu pukotinu pri velikoj zoni sekundarnog puzanja se određuje prema relaciji:

$$C^* = \frac{(n_2 - 1) F \cdot \dot{\delta}}{(n_2 + 1) 2\pi \cdot b^2}. \quad (114)$$

U ovisnosti o proteklom vremenu puzanja, za analize zarez u polietilenu srednje gustoće, primjenjuju se sljedeći parametri mehanike loma:

- $J$ -integral, za jako kratko vrijeme puzanja ( $t \ll t_I$ ), ako se u maloj zoni oko vrha zarez materijal nalazi u primarnom puzanju, a izvan toga se nalazi u elastoplastičnom području,
- $C_h^*$ -integral, za kratko vrijeme puzanja ( $t_I \ll t \ll t_{II}$ ), ako se u maloj zoni oko vrha zarez materijal nalazi u sekundarnom puzanju, a izvan toga se nalazi u primarnom puzanju i
- $C^*$ -integral, za dugo vrijeme puzanja ( $t \gg t_{II}$ ), ako se u velikoj zoni oko vrha zarez materijal nalazi u sekundarnom puzanju [36].

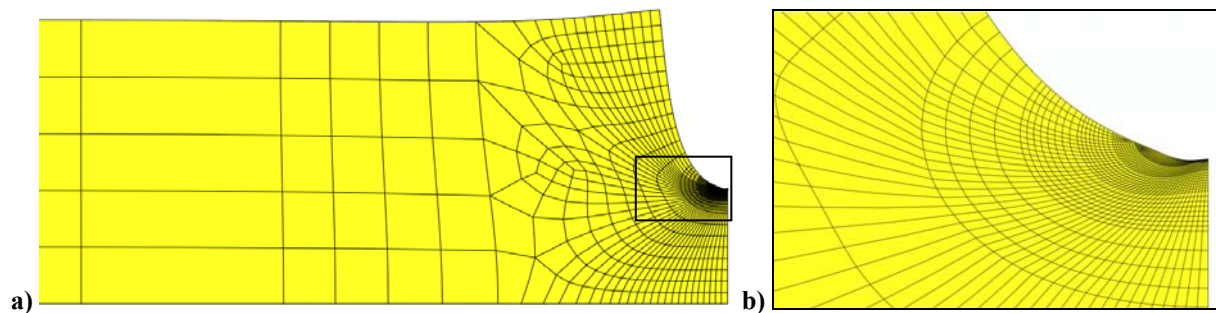
Primjenom navedenih izraza, u [36] je pokazano da je kod plietilena srednje gustoće za određivanje vremena do loma mjerodavan  $C$ -integral za stabilno stanje pukotine u sekundarnom puzanju tj.  $C^*$ -integral. Vrijednosti  $C^*$ -integrala za svih šest analiza prikazane su u tablici 37.

**Tablica 37.  $C^*$ -integral za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dobiven metodom konačnih elemenata,  $C^*$  / MPa mm s<sup>-1</sup>**

|                              |                 |                 |                 |                 |                 |                 |
|------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $a/R$                        | 0,125           | 0,25            | 0,375           | 0,5             | 0,625           | 0,75            |
| $F / N$                      | 307,88          | 226,19          | 157,08          | 100,53          | 56,55           | 25,13           |
| $C^* / \text{MPa mm s}^{-1}$ | <b>6,62E-08</b> | <b>3,94E-08</b> | <b>2,50E-08</b> | <b>1,36E-08</b> | <b>6,65E-09</b> | <b>3,45E-09</b> |

Ako se vrijednost  $C^*$ -integrala dobivena metodom konačnih elemenata za odnos  $a/R = 0,25$  usporedi s eksperimentalno dobivenom vrijednosti, greška je oko 20%. Razlika u rezultatima može se pojaviti iz nekoliko razloga. Mogući razlog je što materijalni model ne opisuje dovoljno točno realno ponašanje materijala. Osim toga, za numeričko modeliranje vrha zarez dimenzije dubine i radijus vrha zarez preuzeti su iz [36], no kod eksperimenta mogu se pojaviti mala odstupanja u dimenzijama. Isto tako, iznos  $C^*$ -integrala izračunat prema empirijskom izrazu (106) može dosta odstupati od realnosti. Sve ovo zajedno može dovesti do navedene razlike u rezultatima. Na slici 116. je prikazan deformirani oblik

osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom opterećene vlačnom silom kod određivanja  $C^*$ -integrala za odnos dubine zarez a i polumjera epruvete  $a/R = 0,625$ .



Slika 116. Deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom dubine  $a/R = 0,625$ : a) dio epruvete i b) područje oko vrha pukotine

## 7.6. Određivanje $C^*$ -integrala metodom referentnog naprezanja

U poglavlju 4.6., primjenom metode referentnog naprezanja predložen je izraz za određivanje plastičnog dijela  $J$ -integrala u prikazanom obliku:

$$J_p = J_e (E \varepsilon_{\text{ref}} / \sigma_{\text{ref}}). \quad (115)$$

Na temelju analogije između plastičnosti i puzanja, relacija za određivanje  $C^*$ -integrala primjenom metode referentnog naprezanja glasi:

$$C^* = J_e (E \cdot \dot{\varepsilon}_{\text{c,ref}} / \sigma_{\text{c,ref}}), \quad (116)$$

gdje su:  $\dot{\varepsilon}_{\text{c,ref}}$  - brzina deformacije kod referentnog naprezanja, dobivena iz dijagrama

brzina deformacije-vrijeme za referentno naprezanje puzanja i

$\sigma_{\text{c,ref}}$  - referentno naprezanje puzanja.

Izraz za referentno naprezanje puzanja,  $\sigma_{\text{c,ref}}$ , osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom predložili su Haigh i Richards [36, 90] ovisno o odnosu polumjera preostalog ligamenta i polumjera epruvete u sljedećem obliku:

$$\sigma_{\text{c,ref}} = \frac{F}{\pi b \cdot R} \quad \text{za} \quad \frac{b}{R} \geq 0,35 \quad \text{i} \quad (117)$$

$$\sigma_{\text{c,ref}} = \frac{F}{2,85 \pi b^2} \quad \text{za} \quad \frac{b}{R} \leq 0,35. \quad (118)$$

Općeniti izraz, neovisan o geometriji konstrukcijske komponente i zareza, za referentno naprezanje puzanja,  $\sigma_{c,ref}$  glasi [8, 13, 43, 47, 48, 68, 69]:

$$\sigma_{c,ref} = \frac{F}{F_L} \sigma_Y, \quad (119)$$

gdje je:  $F_L$  - granična sila.

Vrijednosti  $C^*$ -integrala dobivene metodom referentnog naprezanja koje je određeno primjenom izraza (119) su prikazane u tablici 38.

**Tablica 38.**  $C^*$ -integral za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dobiven metodom referentnog naprezanja,  $C^*/\text{MPa mm s}^{-1}$

|                              |                |                |                |                |                |                |
|------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $a/R$                        | 0,125          | 0,25           | 0,375          | 0,5            | 0,625          | 0,75           |
| $F/N$                        | 307,88         | 226,19         | 157,08         | 100,53         | 56,55          | 25,13          |
| $C^* / \text{MPa mm s}^{-1}$ | <b>2,62E-8</b> | <b>3,65E-8</b> | <b>5,28E-8</b> | <b>5,62E-8</b> | <b>5,15E-8</b> | <b>3,63E-8</b> |

Ako se vrijednost  $C^*$ -integrala dobivena metodom referentnog naprezanja za odnos  $a/R = 0,25$  usporedi s eksperimentalno dobivenom vrijednosti greška je oko 25%. Razlika u rezultatima može se pojaviti iz razloga koji su već navedeni u poglavlju 7.5.

Razlike vrijednosti  $C^*$ -integrala dobivene metodom konačnih elemenata i metode referentnog naprezanja prikazane su u tablici 39., pri čemu su definirane prema izrazu:

$$\text{RAZLIKA} = \frac{C^*_{\text{MKE}} - C^*_{\text{MRN}}}{C^*_{\text{MKE}}} \cdot 100, \quad (120)$$

gdje su:  $C^*_{\text{MKE}}$  -  $C^*$ -integral dobiven numerički metodom konačnih elemenata i

$C^*_{\text{MRN}}$  -  $C^*$ -integral dobiven metodom referentnog naprezanja.

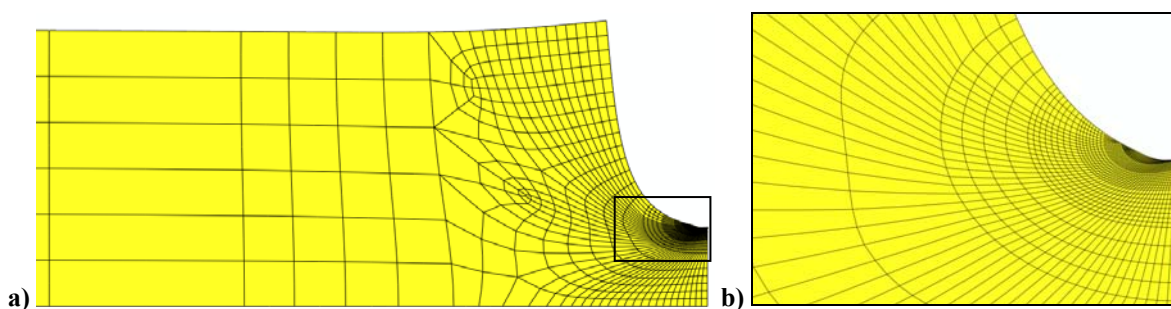
**Tablica 39.** Razlike  $C^*$ -integrala za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dobivene metodom konačnih elemenata i metodom referentnog naprezanja

|                    |             |           |           |           |           |           |
|--------------------|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $a/R$              | 0,125       | 0,25      | 0,375     | 0,5       | 0,625     | 0,75      |
| $F/N$              | 307,88      | 226,19    | 157,08    | 100,53    | 56,55     | 25,13     |
| <b>RAZLIKA / %</b> | <b>-153</b> | <b>-8</b> | <b>53</b> | <b>76</b> | <b>87</b> | <b>90</b> |

Iz tablice 39. vidi se relativno dobro poklapanje dobivenih vrijednosti  $C^*$ -integrala za odnos  $a/R = 0,25$ , gdje je greška oko 8%. Za sve ostale odnose dubine zareza i polumjera epruvete dobivene su velike razlike. Razlog tome je što je u izrazu (116) za  $C^*$ -integral potrebno poznavati brzinu deformacije za referentno naprezanje, koja je dobivena iz dijagrama deformacija-vrijeme puzanja. Međutim, u [36, 37, 45] nije prikazano dovoljno podataka, ovisnosti dijagrama pomak-vrijeme puzanje ili deformacija-vrijeme puzanja o

naprezanju u najmanjem presjeku epruvete, da bi se mogla odrediti brzina deformacije kod različitih referentnih naprezanja.

Navedeni nedostaci iz literature nametnuli se ideju provođenja vlastitih eksperimenata puzanja pri definiranoj temperaturi za više različitih prosječnih naprezanja u najmanjem presjeku epruvete. Na taj način bi se dobilo više dijagrama deformacija-vrijeme puzanja u ovisnosti o naprezanju, sličnih dijagramu na slici 98. Prikazivanjem dijagrama u prostoru, tako da treća os predstavlja naprezanje u najmanjem presjeku epruvete, i njihovim povezivanjem dobili bismo plohu puzanja. Ploha puzanja bi povezivala pomak ili deformaciju, vrijeme puzanja i prosječno naprezanje u najmanjem presjeku epruvete. Interpolacijom navedene plohe bilo bi moguće definirati materijalni model puzanja koji bolje opisuje realno ponašanje polietilena i dobiti vrijednosti brzine deformacije za bilo koje referentno naprezanje. Osnovni problem provođenja eksperimenata puzanja je vrlo visoka cijena. Razlog tome je povišena temperatura ispitivanja i jako dugačko vrijeme provođenja eksperimenta. Na slici 117. je prikazan deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom opterećene vlačnom silom kod određivanja  $C^*$ -integrala za odnos dubine zareza i polumjera epruvete  $a/R = 0,25$ .



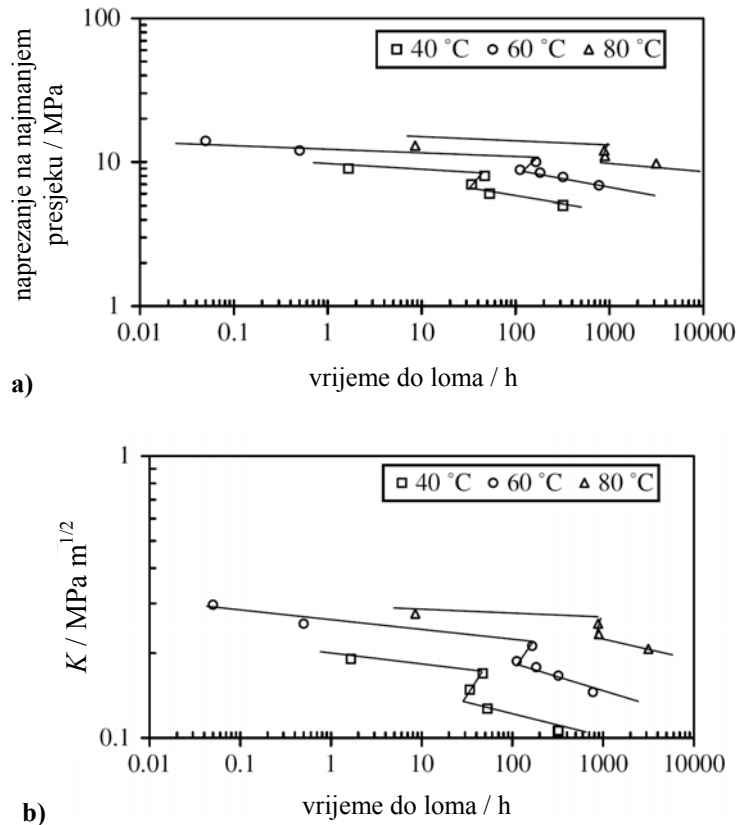
Slika 117. Deformirani oblik osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom dubine  $a/R = 0,75$ :  
a) dio epruvete i b) područje oko vrha pukotine

## 7.7. Dijagram procjene loma za polietilen srednje gustoće

Kao i za slučaj metalnih konstrukcija, tako je i za procjenu cjelovitosti konstrukcijske komponente od polimera potrebno povezati vrijeme do loma s pripadnim parametrom mehanike loma. Većina objavljenih radova iz područja procjene cjelovitosti konstrukcijske komponente od polimera posvećena je povezivanju vremena nastanka pukotine ili vremena do loma s referentnim naprezanjem ili s prosječnim naprezanjem na najmanjem presjeku ili s



koeficijentom intenzivnosti napreznja. U radu [36] predloženi su dijagrami procjene loma u funkciji od prosječnog napreznja na najmanjem presjeku i koeficijenta intenzivnosti napreznja, prikazani na slici 118., kod kojih su krivulje izrazito temperaturno ovisne.



Slika 118. Dijagram procjene loma: a) napreznje na najmanjem presjeku i b) koeficijent intenzivnosti napreznja [36]

U literaturi je poznato da su napreznje i koeficijent intenzivnosti napreznja u tom pogledu ograničeni jer ne uzimaju u obzir puzanje promatranog materijala, te je potrebno koristiti  $C$ -integral kao pripadni parametar mehanike loma. U poglavlju 7.1.1.1. je zaključeno da je pukotina stabilna tijekom sekundarnog puzanja i da je vrijeme nastanka pukotine jednako vremenu na kraju sekundarnog puzanja što ukazuje na mogućnost primjene  $C^*$ -integrala [36, 37, 45]. U radu [36] prikazan je dijagram procjene loma za polietilen srednje gustoće, gdje je vrijeme do loma u funkciji  $C^*$ -integrala stabilnog stanja.

Dijagram procjene loma za polietilen srednje gustoće konstruiran je na slijedeći način. Na temelju provedenih eksperimenata na osnosimetričnoj epruveti s potpunim obodnim zarezom dobiveni su dijagrami pomak-vrijeme puzanja. Iz dijagrama je dobiveno vrijeme do loma epruvete i brzina puzanja. Pomoću izraza (106) i brzine puzanja izračunate su vrijednosti eksperimentalno dobivenog  $C^*$ -integrala. Ucertavanjem parova  $C_{eks}^*$ -integrala i pripadnog vremena do loma u dijagram u logaritamskom mjerilu dobiven je dijagram

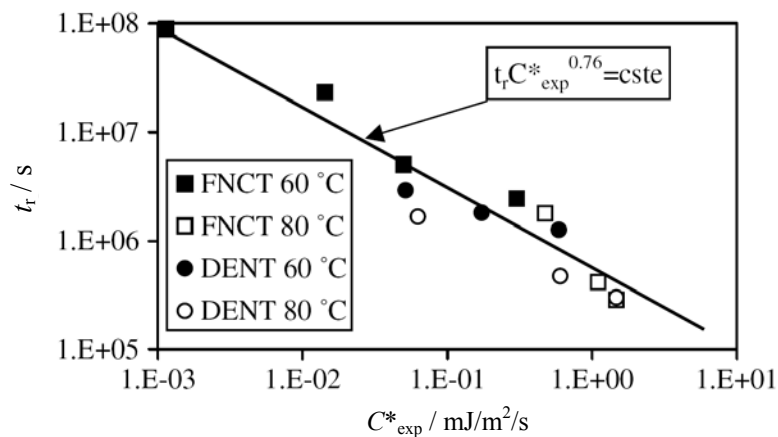
procjene loma za polietilen srednje gustoće, kao što je prikazano na slici 119. Nakon toga podaci u dijagramu su aproksimirani pravcem definiranim izrazom:

$$t_r (C^*_{\text{eks}})^{0,76} = \text{konstantno}, \quad (121)$$

gdje je:  $t_r$  - vrijeme do loma epruvete.

Primjenom dijagrama procjene loma za eksperimentalno određenu vrijednost  $C^*$ -integrala moguće je jednostavno očitati vrijeme do loma konstrukcije. U [36] je navedeno da je dijagram neovisan o veličini opterećenja, geometriji uzorka, temperaturi i početnim uvjetima eksperimenta.

Prikazana metoda procjene loma ima ograničenje za praktičnu primjenu. Naime, potrebno je u izrazu (106) za  $C^*$ -integral eksperimentalno odrediti brzinu puzanja. Puno praktičnije bi bilo  $C^*$ -integral odrediti numerički, primjenom metode konačnih elemenata ili analitički, primjenom odgovarajućeg izraza za procjenu  $C^*$ -integrala. Na taj bi način eksperimentalno dobiven dijagram procjene loma dobio veću primjenu u inženjerskoj praksi.



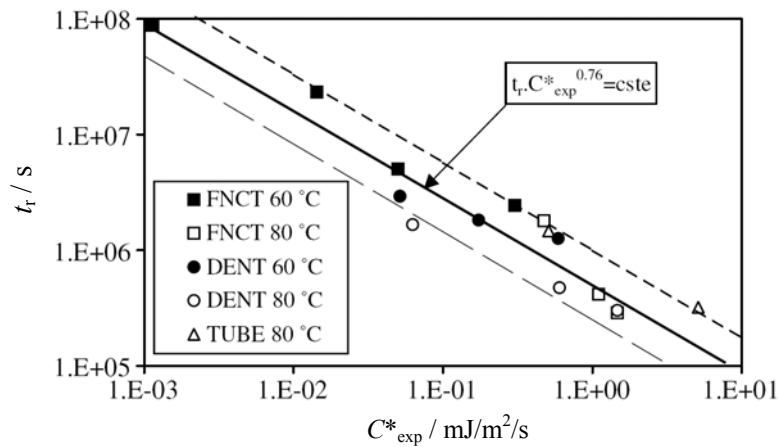
Slika 119. Dijagram procjene loma za polietilen srednje gustoće [36]

U [36] također je prikazano da je moguće pravac u dijagramu procjene loma proširiti na pojas, čime se za definirani  $C^*$ -integral dobiva interval, odnosno donja i gornja granica vremena do loma. Proširivanje se vrši množenjem s faktorom 0,5 i 2 čime se dobiva dijagram procjene loma s pojasom, prikazan na slici 120.

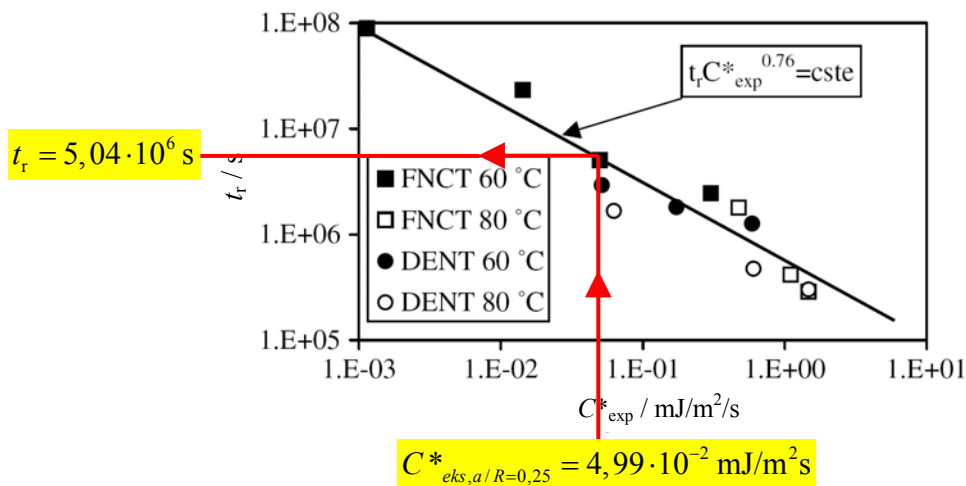
### 7.7.1. Vrijeme do loma za eksperimentalno dobiven $C^*$ -integral

Za eksperimentalno dobiveni  $C^*$ -integral iz literature [36, 37, 45, 46] za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dubine  $a/R = 0,25$  iz dijagrama procjene loma za

polietilen srednje gustoće očitana je vrijednost vremena do loma  $t_r = 5,04 \cdot 10^6$  s, na način kako prikazuje slika 121.



Slika 120. Prošireni dijagram procjene loma za polietilen srednje gustoće [36]



Slika 121. Procjena vremena do loma za zarez dubine  $a/R = 0,25$  eksperimentalno dobivenim  $C^*$ -integralom [36]

### 7.7.2. Vrijeme do loma za numerički dobiven $C$ -integral

Iz dijagrama procjene cjelovitosti konstrukcije za polietilen srednje gustoće sa slike 119. za numerički metodom konačnih elemenata dobivene vrijednost  $C^*$ -integrala očitane su vrijednosti vremena do loma i dane u tablici 40.

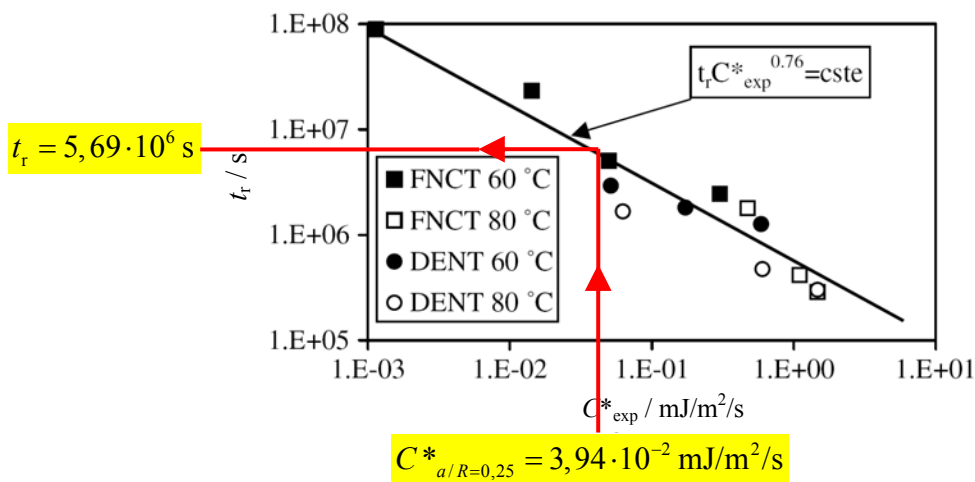
Tablica 40. Vrijeme do loma za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom,  $t_r$  / s

| $a/R$                         | 0,125    | 0,25     | 0,375    | 0,5      | 0,625    | 0,75     |
|-------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $F / N$                       | 307,88   | 226,19   | 157,08   | 100,53   | 56,55    | 25,13    |
| $C^* / MPa \text{ mm s}^{-1}$ | 6,62E-08 | 3,94E-08 | 2,50E-08 | 1,36E-08 | 6,65E-09 | 3,45E-09 |
| $t_r / s$                     | 4190079  | 5695811  | 7902742  | 13048349 | 22675431 | 34851560 |

Postupak određivanja vremena do loma za odnos  $a/R = 0,25$  za dobivenu vrijednost  $C^*$ -integrala metodom konačnih elemenata iz dijagrama procjene loma za polietilen srednje gustoće prikazan je na slici 122.

Usporedbom vremena do loma dobivenog eksperimentalno (slika 121.) i numerički (slika 122.) za odnos  $a/R = 0,25$  dobivena je razlika za vrijeme do loma od 14%. Vidi se da je razlika manja nego za slučaj procjene  $C^*$ -integrala, a razlozi za to su opisani u poglavlju 7.5. Slijedi zaključak da se primjenom dijagrama procjene loma za polietilen srednje gustoće, koji je predložen u [36], može procijeniti vrijeme do loma za osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom izrađene od polietilena srednje gustoće, ako se prihvaća navedena greška.

Sljedeći korak ovog rada je istražiti da li je metoda, odnosno dijagram procjene loma za polietilen srednje gustoće dobiven analizom osnosimetričnih epruveta s potpunim obodnim zarezom, primjenjiv na druge konstrukcije izrađene iz sličnog materijala kao što je polietilen PE100. U sljedećem poglavlju provedena je analiza cijevi za distribuciju plina i vode izrađenih od polietilena PE100.



Slika 122. Procjena vremena do loma za zarez dubine  $a/R = 0,25$   $C^*$ -integralom dobivenim metodom konačnih elemenata [36]



## 8. ANALIZA ZAREZNOG DJELOVANJA U CIJEVIMA OD POLIETILENA PE100

Sukladno normama [91-96] polietilen se više ne označava na osnovi gustoće (polietilen niske gustoće, PE-LD, *Low Density Polyethylene*, polietilen srednje gustoće, PE-MD, *Medium Density Polyethylene*, polietilen visoke gustoće, PE-HD, *High Density Polyethylene*, itd) nego se definiira svojom minimalnom potrebnom čvrstoćom (*MRS, Minimum Required Strength*) tj. MRS klasom čvrstoće:

$$MRS8 = PE80 = 8 \text{ N/mm}^2 \quad \text{i} \quad (122)$$

$$MRS10 = PE100 = 10 \text{ N/mm}^2 . \quad (123)$$

Polietilenske cijevi, plinovodne ili vodovodne, imaju karakterističan način označavanja *SDR11 PE100G63-10* ili *SDR11 PE100A63-16* [97]. *SDR11* prikazuje da standardni omjer dimenzija (*SDR, Standard Dimension Ratio*) iznosi 11. PE100 označava da se radi o polietilenu tipa PE100. G definiira da je to plinska cijev, a A prikazuje da je to vodovodna cijev. 63 označava nazivni (vanjski) promjer cijevi  $d_v$  u mm. 10 definiira nazivni tlak, *PN* ili *NP* u barima (*MOP, Maximum Operating Pressure*) iznosa  $PN = 10$  bara, a 16 označava nazivni tlak iznosa  $PN = 16$  bara [93, 98].

Standardni omjer dimenzija je geometrijska karakteristika cijevi i definiira se prema slici 123. kao omjer nazivnog (vanjskog) promjera cijevi i nazivne (minimalne) debljine stijenke cijevi prema izrazu:

$$SDR = \frac{d_v}{s}, \quad (124)$$

gdje su: *SDR* - standardni omjer dimenzija cijevi,

$d_v$  - nazivni (vanjski) promjer cijevi i

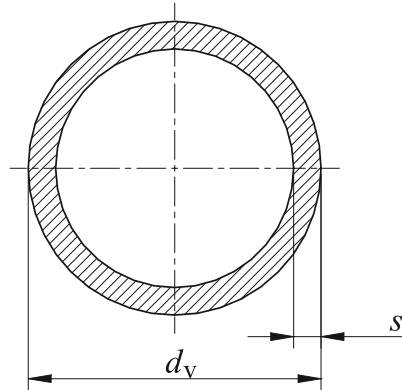
$s$  - nazivna (minimalna) debljina stijenke cijevi.

Iz izraza (124) može se izračunati minimalna debljinu stijenke cijevi za navedeni primjer oznake cijevi kako slijedi:

$$s = \frac{d_v}{SDR} = \frac{63}{11} = 5,73 \text{ mm} . \quad (125)$$

Stvarna debljina stijenke cijevi za navedeni primjer iznosi  $s = 5,8 \text{ mm}$  [97]. Iz prikazanih oznaka cijevi može se zaključiti da cijevi jednakih nazivnih promjera,  $d_v = 63 \text{ mm}$

i debljina stijenke cijevi,  $s = 5,8 \text{ mm}$  ovisno o namjeni nemaju jednaki nazivni tlak. Tako je za plinske cijevi  $PN = 10 \text{ bara}$ , a za vodovodne cijevi je  $PN = 16 \text{ bara}$ . Iz ovog se vidi da opasniji medij plin, ima manji dopušteni nazivni tlak.



Slika 123. Geometrijske značajke polietilenskih cijevi

Umjesto standardnog omjera dimenzija cijevi ponekad se navodi serija cijevi koja je također geometrijska značajka cijevi prema ISO standardu:

$$S = \frac{SDR - 1}{2}, \quad (126)$$

gdje je:  $S$  - serija cijevi.

Nazivni tlak,  $PN$ , u barima, za polietilenske cijevi definiran je izrazom:

$$PN = \frac{20 \cdot MRS}{C \cdot (SDR - 1)}, \quad (127)$$

gdje je:  $MRS$  - minimalna potrebna čvrstoća i

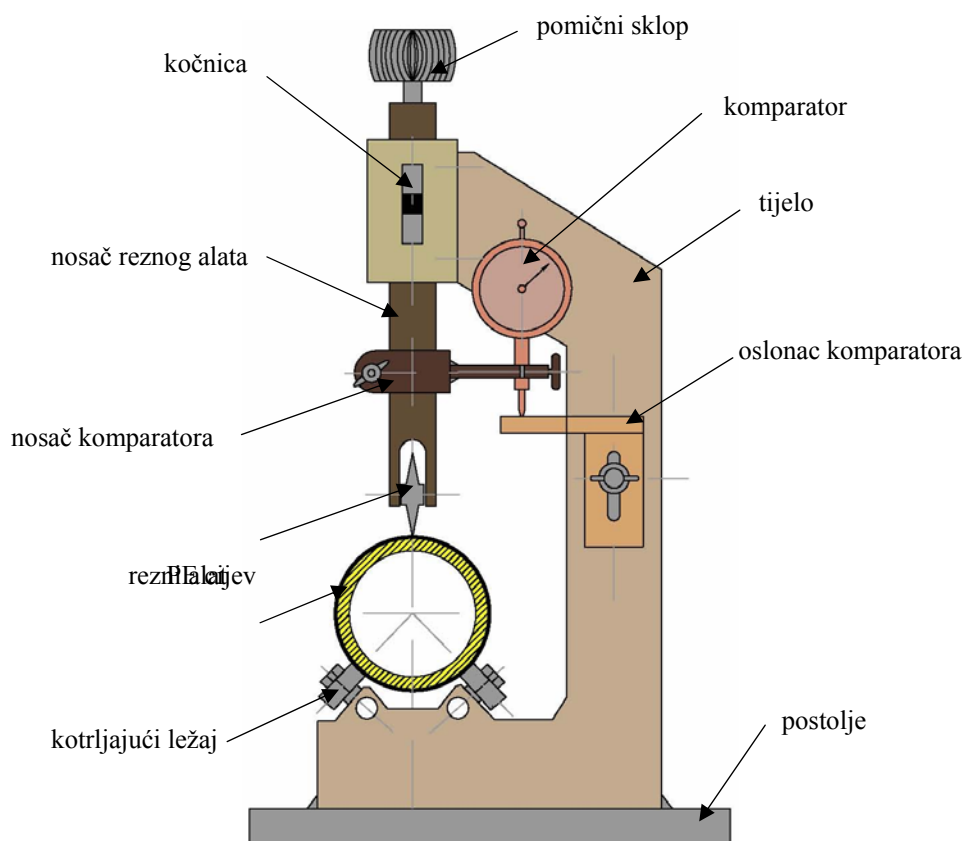
$C$  - faktor sigurnosti.

Faktor sigurnosti ovisi o namjeni cijevi. Za plinske cijevi iznosi 2, a za vodovodne cijevi je 1,25 ili 1,6, ovisno o zahtijevanoj sigurnosti vodovodne mreže. Odavde slijede uočene razlike o nazivnim tlakovima za plinske i vodovodne cijevi jednakih dimenzija.

## 8.1. Eksperimentalno određivanje vremena do loma cijevi sa zarezom

Eksperimentalno dobivena vremena do loma cijevi sa zarezom preuzeta su iz [99]. U tekstu koji slijedi dan je sažeti opis postupka urezivanja zareza na cijevima koji je detaljno prikazan u [99]. Razlog tome je što je za potrebe eksperimentalnog istraživanja puzanja polietilena PE100 koji su provedeni u okviru ove disertacije (sadržaj 9. poglavlja) korišten isti

alat kao i za urezivanje zareza na cijevima. Pokusi ispitivanja cijevi sa zarezom provedeni su prema hrvatskoj normi HRN EN ISO 9080 [92] u laboratoriju tvrtke PipeLife d.o.o, Karlovac na standardnim cijevima za distribuciju plina ili vode nazivnog promjera  $DN = 63\text{ mm}$  i standardnog omjera dimenzija  $SDR 11$ . Na cijevima duljine 1m, izrađenim od polietilena PE100 urezivani su vanjski osni zarez definiran duljine i dubine. Urezivanje zareza provedeno je na posebno konstruiranoj i izrađenoj napravi koja je prikazana na slici 124.



Slika 124. Skica naprave za urezivanje osnih zareza [99]

Osnovni dijelovi naprave prikazane na slici 124. su postolje, rezni alat i komparator. Rezni alat, nož Ridgid E-2157, preuzet s alata za odrezivanje polimernih cijevi tvrtke Ridgid, oznake Tubing Cutters 156-P, se pomoću posmičnog sklopa spusti do vanjske plohe cijevi. Podešavanjem oslonca komparatora postavljamo komparator na nultu vrijednost i sve je spremno za urezivanje zareza. Tražena dubina zarez postiže se pomičnim sklopom naprave s preciznošću mjerenja komparatora od  $\pm 0,01\text{ mm}$ . Zadana duljina zarez dobiva se pomicanjem cijevi u uzdužnom smjeru po obilježenoj duljini i pritom se duljina zarez kontrolira pomoću pomičnog mjerila preciznosti  $\pm 0,01\text{ mm}$ . Postupak urezivanja vanjskog osnog zarez na cijevi od polietilena PE100 primjenom opisane naprave je prikazan na slici 125.





Slika 125. Naprava za urezivanje osnih zareza [99]

Određivanje vremena do loma provedeno je prema normi HRN EN ISO 9080 [92] pri konstantnoj temperaturi od 80 °C. Cijev pripremljena za ispitivanje u trenutku uranjanja u bazen ispitne stanice s vrućom vodom na 80 °C prikazana je na slici 126.



Slika 126. Uranjanje cijevi od PE100 u bazen ispitne stanice [99]

Definiranjem traženog tlaka na upravljačkoj jedinici i postizanjem zadanog tlaka u cijevi počinje mjerenje vremena. Pucanjem cijevi dolazi do pada tlaka i prekida mjerenja vremena. To vrijeme se uzima kao vrijeme do loma cijevi,  $t_{r,eks}$ . Dobivene vrijednosti u ovisnosti o dimenzijama zareza i opterećenju su prikazane u tablici 41.

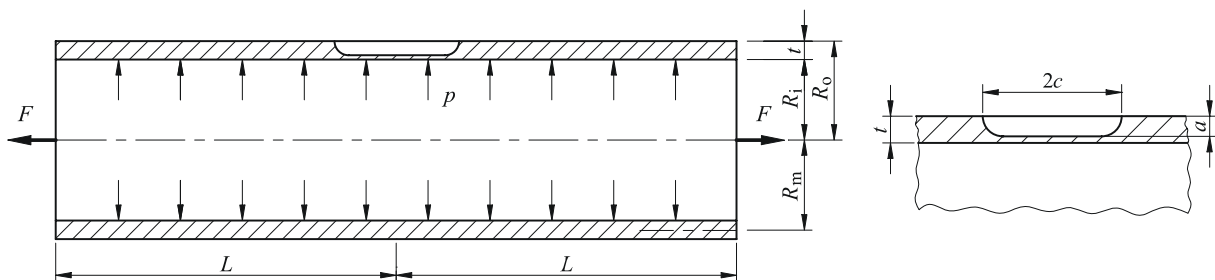
Tablica 41. Vrijeme do loma dobiveno eksperimentalno [99],  $t_{r,eks}$  / h

|                 |              |            |             |            |            |             |            |
|-----------------|--------------|------------|-------------|------------|------------|-------------|------------|
| $2c$ / mm       | 16           | 50         | 50          | 100        | 150        | 150         | 184        |
| $a$ / mm        | 3            | 2          | 4           | 3          | 2          | 4           | 3          |
| $p$ / MPa       | 0,7          | 1,0        | 0,4         | 0,7        | 1,0        | 0,4         | 0,7        |
| $t_{r,eks}$ / h | <b>15386</b> | <b>274</b> | <b>8694</b> | <b>314</b> | <b>167</b> | <b>1169</b> | <b>165</b> |

## 8.2. Određivanje $C^*$ -integrala

Osnovna namjera analize cijevi od polietilena PE100 sa zarezima je usporediti vrijeme do loma dobiveno eksperimentalno i numerički. Pritom je eksperimentalno dobiveno vrijeme do loma (tablica 41.) preuzeto iz [99]. Vrijeme do loma određivano numeričko dobiveno je na temelju izračunavanja  $C^*$ -integrala primjenom metode konačnih elemenata direktnim očitavanjem iz dijagrama procjene loma za polietilen srednje gustoće (slika 119.).

Analize su provedene na cijevima od polietilena PE100 za distribuciju vode ili plina, s vanjskim osnim zarezom opterećenima unutarnjim tlakom. Pritom su dimenzije cijevi i pripadnih zarezna na njima (tablica 41.), jednake cijevima s zarezima na kojima su provedeni eksperimenti [99]. Dimenzije cijevi su definirane unutarnjim,  $R_i$ , i vanjskim,  $R_o$ , polumjerom cijevi, te debljinom stijenke cijevi,  $t$ . Dimenzije vanjskog osnog zarezna su opisane s duljinom zarezna,  $2c$ , i dubinom zarezna,  $a$ . Kao što je vidljivo sa slike 127., cijev je opterećena unutarnjim tlakom,  $p$ , a osnom silom,  $F$ , simulirano je opterećenje zatvorene cijevi.

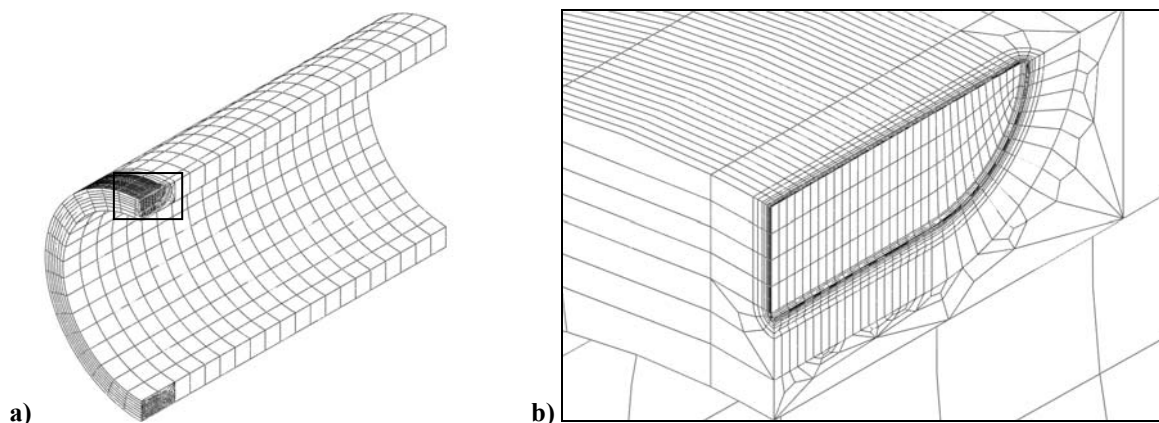


Slika 127. Dimenzije i opterećenje cijevi s vanjskim osnim zarezom opterećene unutarnjim tlakom

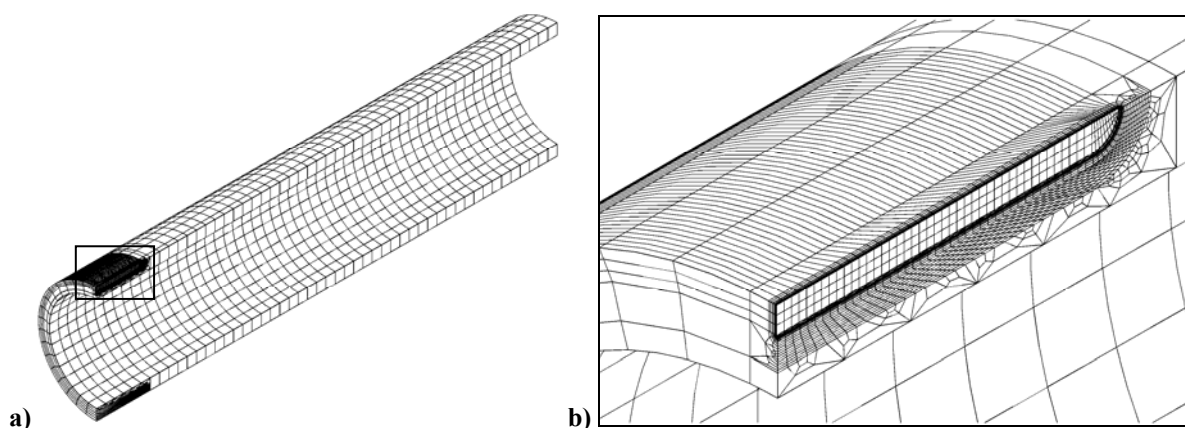
Za diskretizaciju proračunskog modela cijevi i zarezna korišten je izoparametrijski konačni element s dvadeset čvorova i reduciranom integracijom (C3D20R). Zbog simetrije analizirana je samo jedna četvrtina cijevi. Diskretizirani proračunski modeli cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom korišteni u analizama su prikazani na slikama 128. i 129.

Provedenim numeričkim analizama za svih sedam dimenzija cijevi i zarezna dobivene su vrijednosti  $C^*$ -integrala koje su prikazane u tablici 42. U poglavlju 7.1.1.1. i 7.5. zaključeno je da je zarez stabilan tijekom sekundarnog puzanja, pa se za iznos  $C^*$ -integrala može uzeti njegova vrijednost nakon vremena prijelaza između primarnog i sekundarnog puzanja, odnosno nakon ulaska u sekundarno puzanje. Kao što je rečeno, može se uzeti i tijekom sekundarnog puzanja jer je u tom periodu vrijednost  $C^*$ -integrala približno konstantna. Na

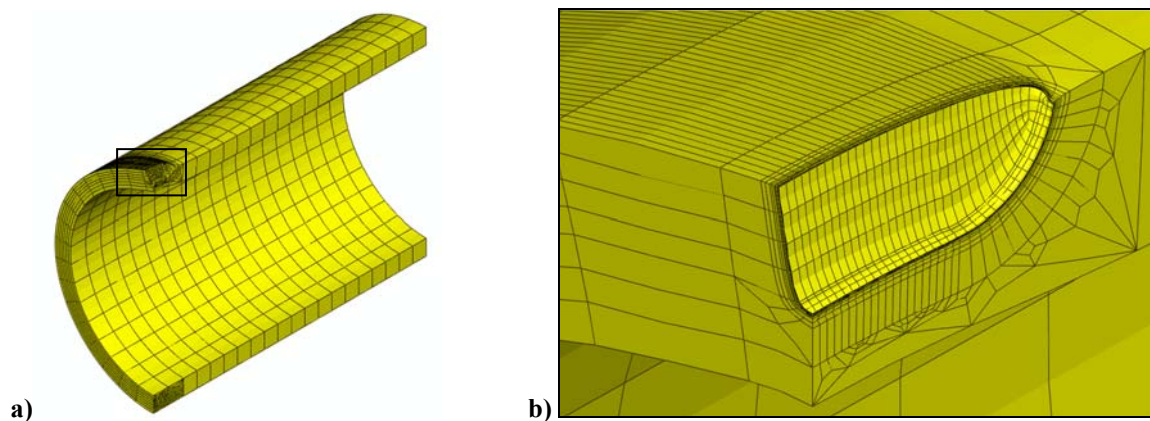
slici 130. prikazan je deformirani oblik cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom duljine  $2c = 16\text{ mm}$  i dubine  $a = 3\text{ mm}$ , a na slici 131. je prikazan deformirani oblik za duljinu  $2c = 50\text{ mm}$  i dubinu zarez a  $a = 2\text{ mm}$ , kod određivanja  $C^*$ -integrala.



Slika 128. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom  $2c = 16\text{ mm}$  i  $a = 3\text{ mm}$  : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha zarez a



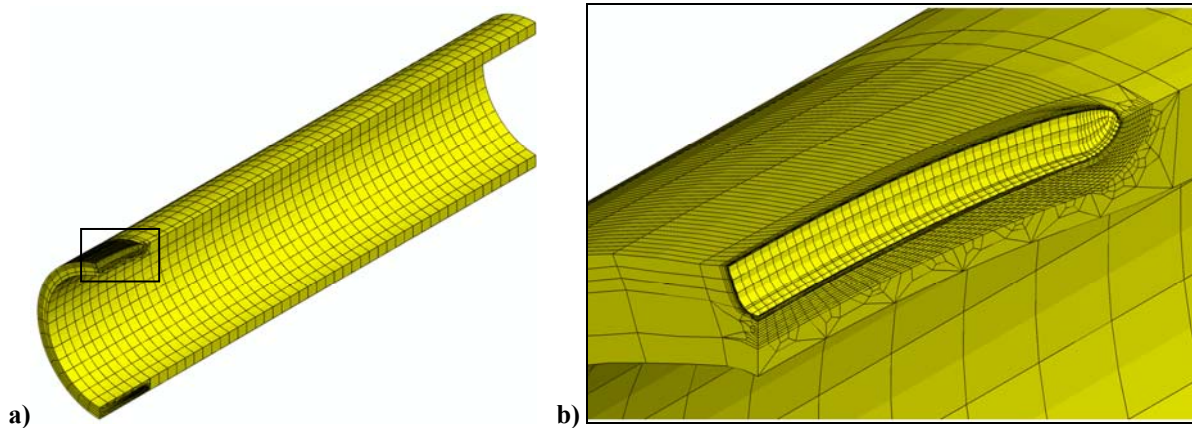
Slika 129. Diskretizirani proračunski model cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom  $2c = 50\text{ mm}$  i  $a = 2\text{ mm}$  : a) cijela cijev i b) mreža oko vrha zarez a



Slika 130. Deformirani oblik cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom  $2c = 16\text{ mm}$  i  $a = 3\text{ mm}$  : a) cijela cijev i b) oko vrha pukotine

Tablica 42.  $C^*$ -integral dobiven numerički,  $C^*/\text{MPa mm s}^{-1}$ 

|                              |         |         |         |         |         |         |         |
|------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $2c / \text{mm}$             | 16      | 50      | 50      | 100     | 150     | 150     | 184     |
| $a / \text{mm}$              | 3       | 2       | 4       | 3       | 2       | 4       | 3       |
| $p / \text{MPa}$             | 0,7     | 1,0     | 0,4     | 0,7     | 1,0     | 0,4     | 0,7     |
| $C^* / \text{MPa mm s}^{-1}$ | 1,45E-7 | 1,42E-6 | 2,63E-7 | 1,31E-6 | 1,59E-6 | 4,31E-7 | 1,30E-6 |

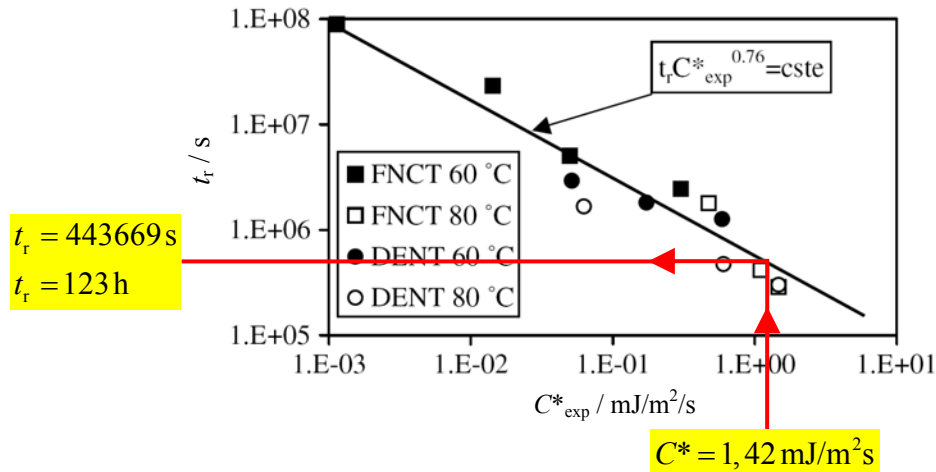
Slika 131. Deformirani oblik cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom  $2c = 50 \text{ mm}$  i  $a = 2 \text{ mm}$  : a) cijela cijev i b) oko vrha pukotine

### 8.3. Procjena vremena do loma cijevi sa zarezom

Mada se ovdje radi o drugoj vrsti polietilena (PE100) za procjenu vijeka trajanja cijevi sa zarezom primijenjen je eksperimentalno dobiven dijagram procjene loma za polietilen srednje gustoće (slika 119.) iz [36]. Na temelju numerički određenog  $C^*$ -integrala, iz dijagrama procjene loma očitano je vrijeme do loma cijevi. Postupak određivanja vremena do loma za duljinu zareza,  $2c = 50 \text{ mm}$  i dubinu zareza,  $a = 2 \text{ mm}$ , te za izračunatu vrijednost  $C^*$ -integrala metodom konačnih elemenata,  $C^* = 1,42 \text{ mJ/m}^2\text{s}$ , prikazan je na slici 132. Dobivena vremena do loma za svih sedam analiza prikazana su u tablici 43. Radi jednostavnije usporedbe s eksperimentalnim rezultatima, vrijeme do loma prikazano je u satima.

Tablica 43. Vrijeme do loma za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom,  $t_r / \text{h}$ 

|                              |         |         |         |         |         |         |         |
|------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $2c / \text{mm}$             | 16      | 50      | 50      | 100     | 150     | 150     | 184     |
| $a / \text{mm}$              | 3       | 2       | 4       | 3       | 2       | 4       | 3       |
| $p / \text{MPa}$             | 0,7     | 1,0     | 0,4     | 0,7     | 1,0     | 0,4     | 0,7     |
| $C^* / \text{MPa mm s}^{-1}$ | 1,45E-7 | 1,42E-6 | 2,63E-7 | 1,31E-6 | 1,59E-6 | 4,31E-7 | 1,30E-6 |
| $t_r / \text{h}$             | 638     | 123     | 433     | 138     | 110     | 316     | 141     |



Slika 132. Procjena vremena do loma cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom  $2c = 50 \text{ mm}$  i  $a = 2 \text{ mm}$  [36]

## 8.4. Usporedba vremena do loma dobivenog eksperimentom i numerikom

Usporedba vremena do loma dobivenog eksperimentalno i numerički uz primjenu dijagrama procjene loma za polietilen srednje gustoće je prikazana u tablici 44.

Razlika vremena do loma je definirana prema izrazu:

$$\text{RAZLIKA} = \frac{t_{r, \text{eks}} - t_r}{t_{r, \text{eks}}} \cdot 100, \quad (128)$$

gdje su:  $t_{r, \text{eks}}$  - vrijeme do loma cijevi dobiveno eksperimentalno i

$t_r$  - vrijeme do loma cijevi dobiveno numerički.

Tablica 44. Razlika vrijednosti vremena do loma dobivenog eksperimentalno i numerički

|                    |           |           |           |           |           |           |           |
|--------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $2c / \text{mm}$   | 16        | 50        | 50        | 100       | 150       | 150       | 184       |
| $a / \text{mm}$    | 3         | 2         | 4         | 3         | 2         | 4         | 3         |
| $p / \text{MPa}$   | 0,7       | 1,0       | 0,4       | 0,7       | 1,0       | 0,4       | 0,7       |
| <b>RAZLIKA / %</b> | <b>96</b> | <b>55</b> | <b>95</b> | <b>56</b> | <b>34</b> | <b>74</b> | <b>15</b> |

Iz tablice 44. vidljive su velike razlike između eksperimentalnih i numeričkih rezultata za vrijeme do loma cijevi. Postoji više razloga za dobivene razlike. Prvi razlog je što je za procjenu vremena do loma cijevi primijenjen dijagram za polietilen srednje gustoće (slika 119.), budući da za polietilen PE100 od kojeg su izrađene cijevi, u dostupnoj literaturi nema pripadnog dijagrama. Iako su to po značajkama slični materijali, primijenjeni dijagram

procjene loma je u literaturi dobiven prije desetak godina, a svakodnevnim razvojem materijala, posebno polimera, došlo je do poboljšanja značajki polietilena PE100. Drugi razlog je što je u numeričkoj analizi primijenjen konstitutivni model dobiven eksperimentalno za polietilen srednje gustoće pri 60°C, a ne za polietilen PE100 pri 80°C, što predstavlja temperaturu ispitivanja cijevi. Treći razlog može biti relativno veliko rasipanje podataka kod eksperimentalnog određivanja vremena do loma, kako je to opisano u [99].

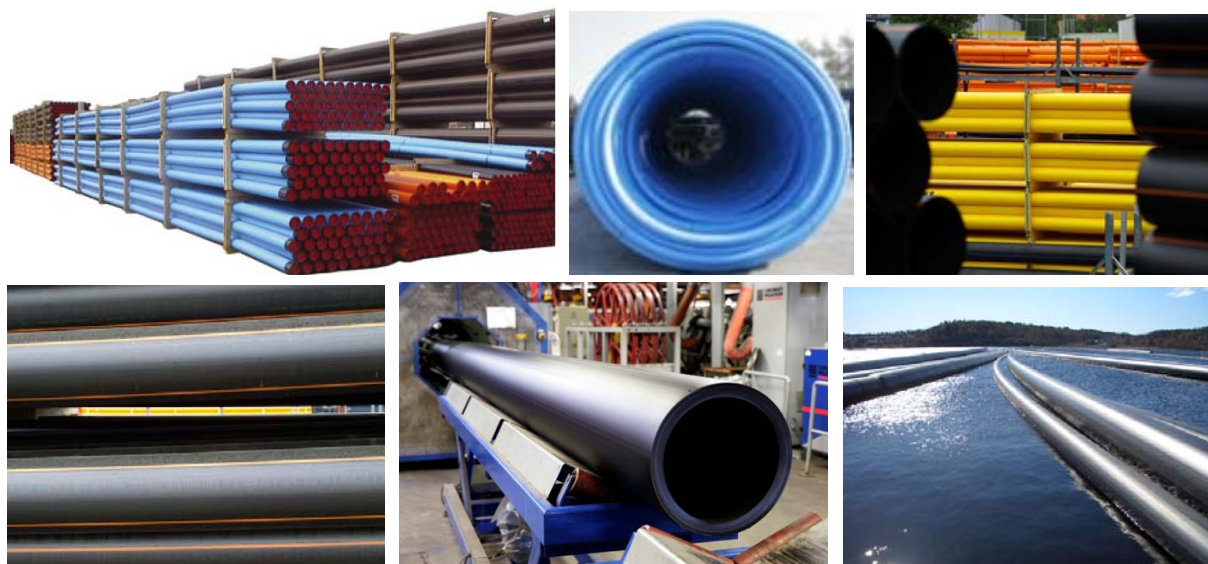
Svi navedeni razlozi ukazuju na potrebu provedbe vlastitih eksperimenata i numeričkih analiza zarez u polietilenu PE100. Rezultati navedenog istraživanja sadržaj su sljedećeg poglavlja.



## 9. EKSPERIMENTALNO I NUMERIČKO MODELIRANJE ZAREZNOG DJELOVANJA U POLIETILENU PE100

Ekperimentalno i numeričko modeliranje zareza u polietilenu PE100 provedeno je u cilju određivanja konstitutivnog modela za točnije opisivanje izrazito nelinearnog i vremenski ovisnog ponašanja ovog materijala. Osim toga, cilj je ekperimentalno definirati dijagram procjene loma u funkciji od vremena do loma i  $C^*$ -integrala za epruvete sa zarezima.

Polietilen PE100 danas se najčešće primjenjuje za izradu cijevi za distribuciju plina i vode. Na slici 133. prikazan je dio proizvodnog programa tvrtke PipeLife d.o.o, Karlovac.



Slika 133. Cijevi od polietilena PE100 tvrtke PipeLife d.o.o, Karlovac [98]

### 9.1. Eksperimentalno istraživanje polietilena PE100

Za eksperimentalno modeliranje lomnog i vremenski ovisnog ponašanja polietilena PE100 provedeni su statički vlačni pokusi pri sobnoj temperaturi, kao i pri temperaturama od 60 i 80°C. Pritom je bio cilj istražiti ponašanje materijala pri različitim brzinama deformacija na epruvetama sa i bez zareza. Osim toga, za ispitivanje polietilena PE100 u uvjetima puzanja provedeni su vremenski vrlo zahtjevni eksperimenti. Svi eksperimenti provedeni su u Laboratoriju za eksperimentalnu mehaniku Fakulteta strojarstva i brodogradnje.



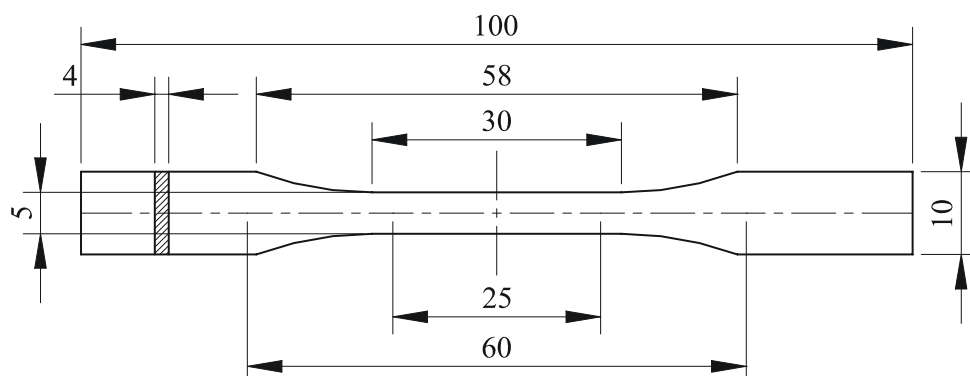
Značajke analiziranog polietilena PE100 dobivene od tvrtke PipeLife d.o.o, Karlovac [98] prikazane su u tablici 45.

Tablica 45. Značajke polietilena PE100 [98] pri sobnoj temperaturi

| Karakteristika                     | Prema standardu | Mjerna jedinica   | Vrijednost                 |
|------------------------------------|-----------------|-------------------|----------------------------|
| Gustoća pri 23°C, $\rho$           | ISO 1183-1      | g/cm <sup>3</sup> | <b>0,95</b>                |
| Maseni protok taljevine 190/5, MFR | ISO 1133        | g/10 min          | <b>0,45</b>                |
| MFR grupa                          | -               | -                 | <b>T005</b>                |
| Vlačna čvrstoća, $\sigma_u$        | ISO 527         | N/mm <sup>2</sup> | <b>25</b>                  |
| Otpornost na paranje               | ISO 527         | N/mm <sup>2</sup> | <b>38</b>                  |
| Modul elastičnosti, $E$            | ISO 178         | N/mm <sup>2</sup> | <b>1300</b>                |
| Koeficijent linearnog istezanja    | DIN 53 752      | mm/m°K            | <b>0,18</b>                |
| Točka omekšanja po Vicat-u, $T_m$  | ISO 406         | °C                | <b>77</b>                  |
| Toplinska vodljivost pri 20 °C     | DIN 53 612      | W/m°K             | <b>0,38</b>                |
| Površinski otpor                   | DIN/IEC60167    | $\Omega$          | <b>&gt;10<sup>14</sup></b> |

### 9.1.1. Elastoplastično ponašanje polietilena

Za numeričko modeliranje vremenski ovisnog elastoplastičnog ponašanja polietilena PE100 potrebno je provesti eksperiment statičkog vlačnog pokusa na jednoj od standardnih epruveta prema normama za vlačno ispitivanje polimera [100-102]. Eksperiment statičkog vlačnog pokusa je proveden na standardnoj epruveti tipa 1BA. Skica epruvete je prikazana na slici 134. Razlog odabira navedene epruvete je manja duljina u odnosu na standardnu epruvetu tipa 1A koja se u pravilu najčešće primjenjuje. Polietilen ima jako veliko istezanje prije loma (oko 400%), pa bi primjenom veće epruvete postojala mogućnost izlaska iz radnog područje kidalice.



Slika 134. Skica standardne epruvete tipa 1BA prema normi za vlačno ispitivanje polimera [100, 101]

Realna epruveta tipa 1BA pripremljena za statički vlačni pokus prikazana je na slici 135.



Slika 135. Epruveta 1BA od polietilena PE100 za vlačno ispitivanje polimera

Epruvete su izrađene od cijevi za distribuciju vode debljine stijenke 30 odnosno 40 mm koje su dobivene od tvrtke PipeLife d.o.o, Karlovac. Cijevi su prikazane na slici 136. Paralelno sa smjerom ekstruzije cijevi izrezivani su štapići, iz kojih su kasnije glodanjem dobivene epruvete konačnog izgleda prikazanog na slici 135.



Slika 136. Cijevi od polietilena PE100 za izradu epruveta

Ekspiriment statičkog vlačnog pokusa proveden je na kidalici tipa Messphysik, Beta 50 s komorom, prikazanoj na slici 137. Pomaci su mjereni video ekstenzometrom tipa ME46 i laserskim ekstenzometrom tipa ME53, kao što prikazuje slika 137. Tehničke značajke kidalice su prikazane u tablici 46. [103].

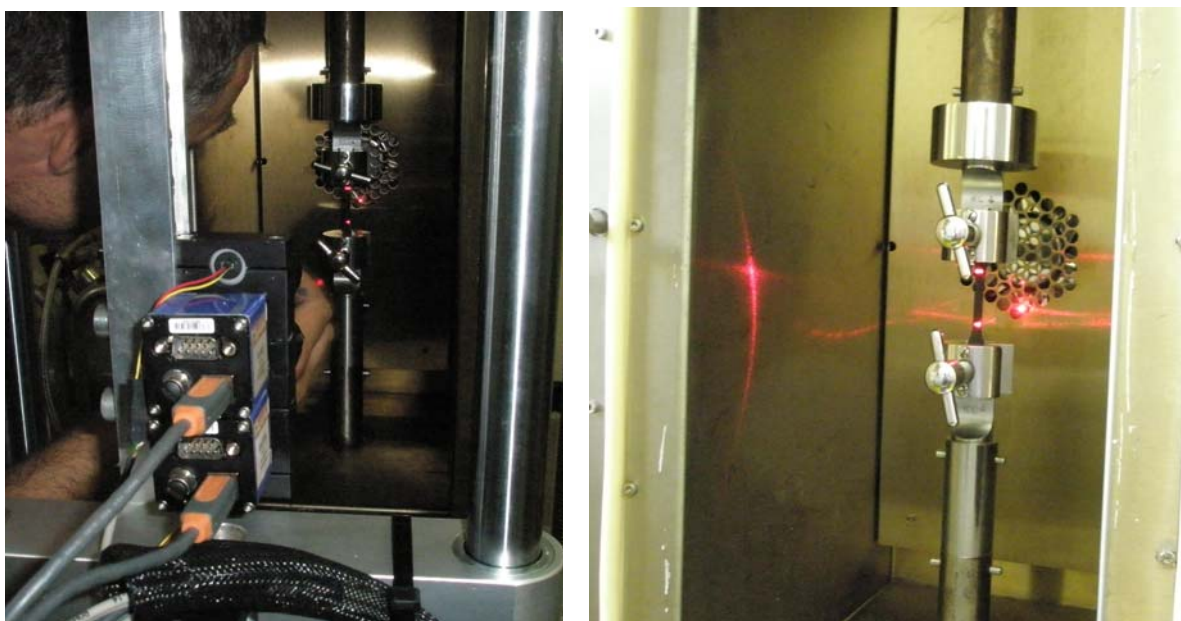
Tablica 46. Tehničke značajke kidalice Messphysik, Beta 50 [103]

| <i>Karakteristika</i>                  | <i>Mjerna jedinica</i> | <i>Vrijednost</i>   |
|--|------------------------|---------------------|
| Maksimalno opterećenje                 | N                      | <b>50000</b>        |
| Broj navojnih vretena za pokretanje    | kom                    | <b>2</b>            |
| Brzina ispitivanja, min                | mm/min                 | <b>0,001</b>        |
| Brzina ispitivanja, max                | mm/min                 | <b>600</b>          |
| Brzina povratka                        | mm/min                 | <b>600</b>          |
| Točnost brzine ispitivanja             | %                      | <b>veća od 99,5</b> |
| Horizontalni klirens                   | mm                     | <b>420</b>          |
| Vertikalni klirens                     | mm                     | <b>1050</b>         |
| Rezolucija točnosti pozicioniranja     | mm                     | <b>0,1</b>          |
| Rezolucija kod maksimalnog opterećenja | N                      | <b>0,28</b>         |
| Snaga                                  | W                      | <b>1500</b>         |



Slika 137. Kidalica tipa Messphysik, Beta 50

Eksperimentalna ispitivanja su provedena na tri različite temperature i to 23, 60 i 80°C, te s tri različite brzine deformacije  $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ,  $1 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  i  $1 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Na slici 138. prikazana je postavljena epruveta u čeljusti unutar komore i svjetlosni markeri laserskog ekstenzometra. Epruveta u postupku ispitivanja na temperaturi od 23°C prikazana je na slici 139.



Slika 138. Epruveta postavljena u čeljusti kidalice



Slika 139. Ispitivanje epruvete 1BA

Na slici 140. dan je prikaz epruveta nakon ispitivanja. Na slici a) su prikazane epruvete nakon ispitivanja pri temperaturi od  $60^{\circ}\text{C}$ , a na slici b) pri  $80^{\circ}\text{C}$ . Na slici c) je prikazana slomljena epruveta kod ispitivanja pri  $20^{\circ}\text{C}$ . Za razliku od metala kod kojih dolazi do pojave vrata na epruveti, ovdje dolazi do smanjivanja presjeka na cijelom mjernom području epruvete. Tek nakon smanjivanja presjeka na cijelom mjernom području epruvete dolazi do loma epruvete, kako prikazuje slika 140.c). Time je pokazano izrazito duktilno ponašanje polietilena PE100.

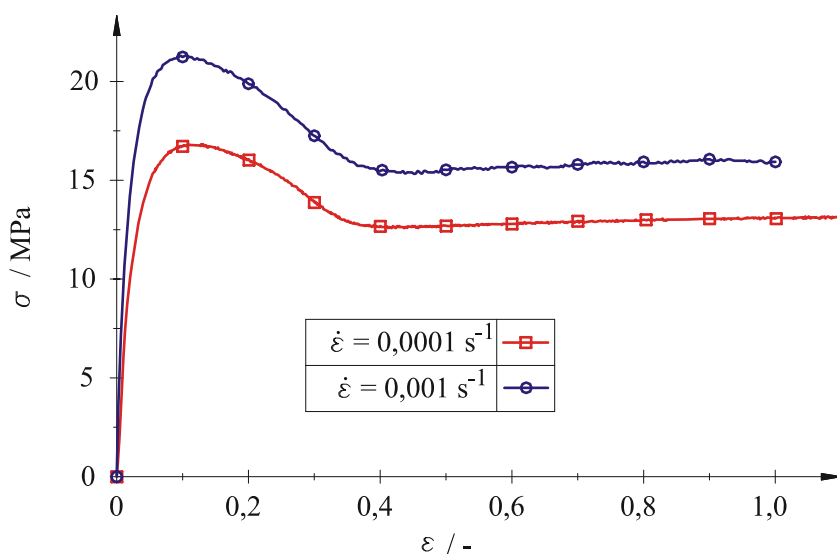
Na temelju provedenih eksperimenata dobiveno je nelinearno elastoplastično ponašanje polietilena PE100 u obliku krivulje konvencionalno naprezanje-konvencionalna deformacija za sve temperature ispitivanja i brzine deformacije.



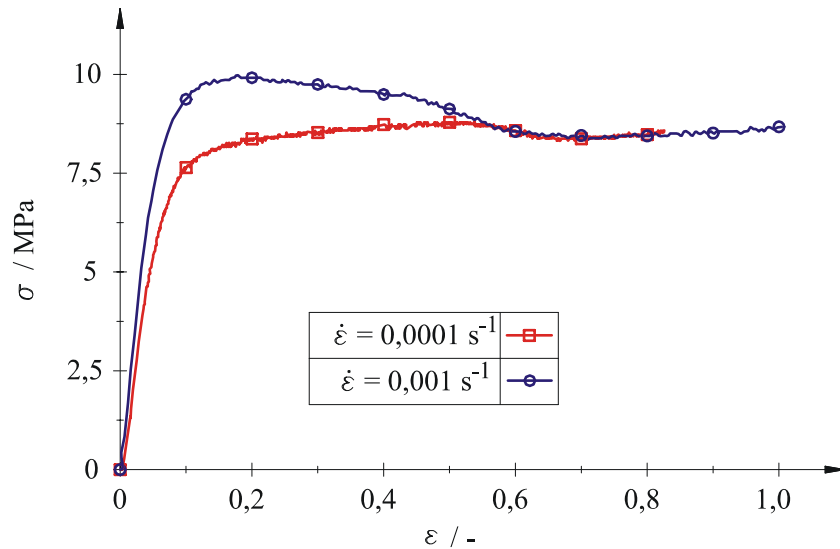


Slika 140. Epruvete nakon ispitivanja: a) pri 60°C, b) pri 80°C i c) polomljena epruveta

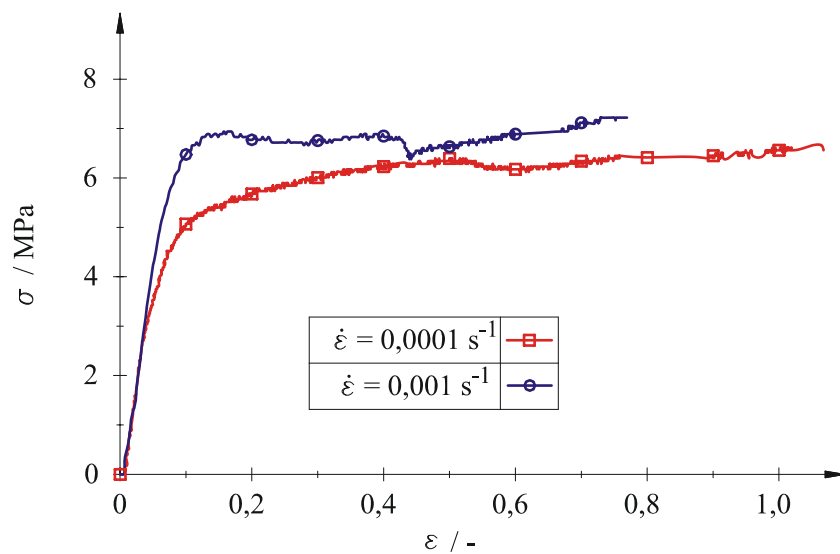
Eksperimentalno dobiveni dijagram pri 23°C je prikazan na slici 141., dok su pri 60°C i 80°C dijagrami prikazani na slikama 142. i 143. Može se zaključiti da je ponašanje polietilena izrazito nelinearno i jako ovisno o brzini deformacije. Osim toga, mehanička svojstva polietilena značajno se smanjuju s porastom temperature. Iz eksperimentalno dobivenih krivulja konvencionalno naprezanje-konvencionalna deformacija za sve tri temperature ispitivanja i dvije brzine deformacije očitane su vrijednosti konvencionalne deformacije i pripadnih konvencionalnih naprezanja. Nakon toga su primjenom izraza (27) i (28) izračunate vrijednosti stvarne deformacije i stvarnih naprezanja.



Slika 141. Krivulja konvencionalno naprezanje-konvencionalna deformacija pri 23°C



Slika 142. Krivulja konvencionalno naprezanje-konvencionalna deformacija pri 60°C



Slika 143. Krivulja konvencionalno naprezanje-konvencionalna deformacija pri 80°C

Za potrebe modeliranja elastoplastičnog ponašanja polietilena kod numeričke analize metodom konačnih elemenata potrebno je u programski paket unijeti parove stvarno naprezanje i pripadna stvarna plastična deformacija za pripadnu brzinu deformacije. Vrijednosti parova stvarno naprezanje i pripadna stvarna plastična deformacija za 80°C i  $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  prikazani su u tablici 47.

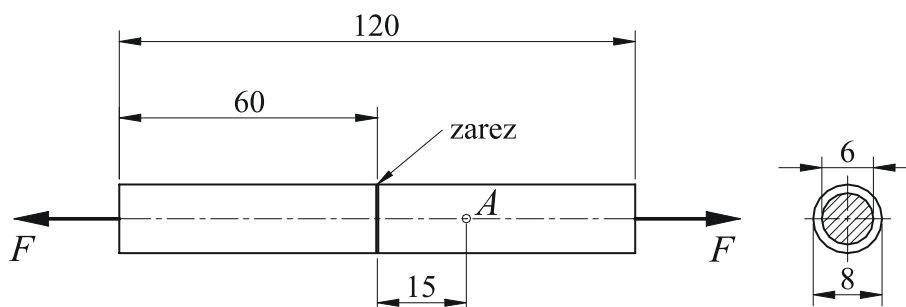
Tablica 47. Stvarno naprezanje i pripadna stvarna plastična deformacija za 80°C i  $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 

| Stvarno naprezanje<br>$\sigma_t$ / MPa | Stvarna plastična<br>deformacija<br>$\varepsilon_{t,pl}$ / - | Stvarno naprezanje<br>$\sigma_t$ / MPa | Stvarna plastična<br>deformacija<br>$\varepsilon_{t,pl}$ / - |
|--|--|--|--|
| 3,0                                    | 0  | 5,7                                    | 0,032  |
| 3,2                                    | 0,0010   | 5,9                                    | 0,038  |
| 3,4                                    | 0,0014   | 6,1                                    | 0,050  |

|     |        |      |       |
|-----|--------|------|-------|
| 3,5 | 0,0021 | 6,4  | 0,069 |
| 3,7 | 0,0027 | 6,6  | 0,076 |
| 3,9 | 0,0042 | 6,9  | 0,099 |
| 4,0 | 0,0054 | 7,2  | 0,120 |
| 4,3 | 0,0064 | 7,5  | 0,142 |
| 4,5 | 0,0082 | 7,9  | 0,168 |
| 4,7 | 0,0090 | 8,3  | 0,190 |
| 5,1 | 0,016  | 8,8  | 0,225 |
| 5,2 | 0,018  | 9,5  | 0,275 |
| 5,4 | 0,022  | 12,4 | 0,491 |
| 5,6 | 0,027  | 13,2 | 0,526 |

### 9.1.2. Ponašanje polietilena kod puzanja

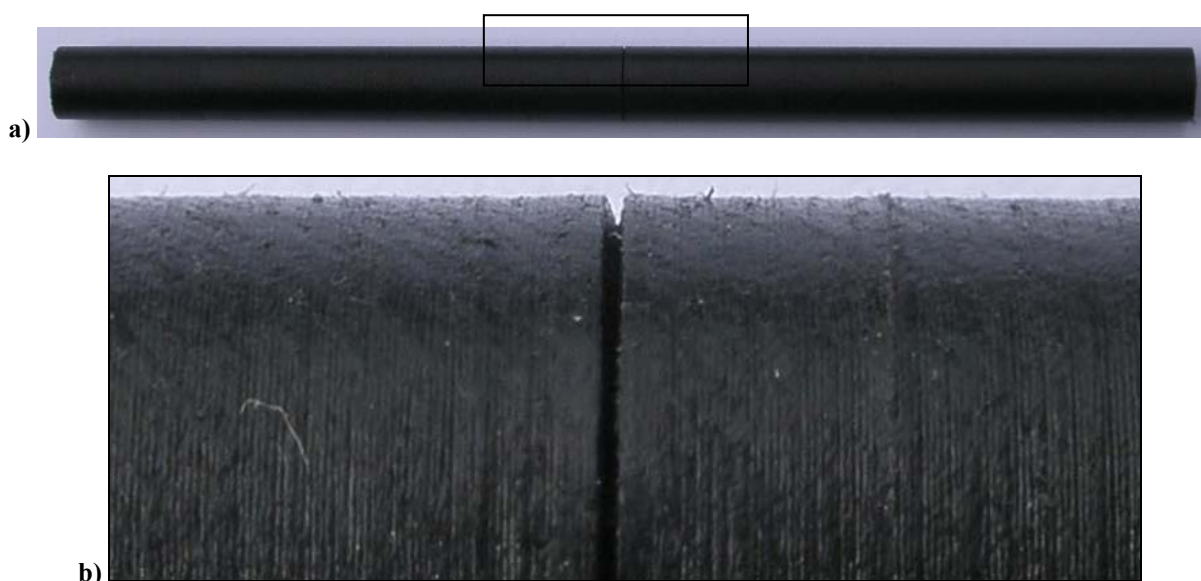
Za određivanje parametara materijala za slučaj puzanja polietilena PE100 provedeni su eksperimenti puzanja. Ovi pokusi provedeni se na vlačno opterećenoj osnosimetričnoj epruveti duljine 120 mm i promjera 8 mm s potpunim obodnim zarezom čija je geometrija prikazana na slici 144. Opterećenje epruvete je vlačna sila  $F$ .



Slika 144. Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom

Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom korištena u eksperimentu puzanja prikazana je na slici 145. Na slici a) je prikazana cijela epruveta, a detalj zarez na epruveti je prikazan na slici b). Epruvete su izrezivane iz deblostjenih cijevi za distribuciju vode debljine stijenke 30 mm odnosno 40 mm, koje su dobivene od tvrtke PipeLife d.o.o. Karlovac i prikazane na slici 146. Paralelno sa smjerom ekstruzije cijevi izrezivani su štapići, a njihovim tokarenjem dobivene su epruvete bez zarez. Na sredini epruvete je napravljen zarez dubine 1 mm i polumjera vrha zarez od 92  $\mu\text{m}$ . Zarez je napravljen pomoću naprave prikazane na slici 147. montirane na tokarski stroj. Naprava se sastoji od dva dijela, noža Ridgid E-2157 s prihvatom (slika 148.) i produženog konjića (slika 149.). Nož je preuzet s alata za odrezivanje polimernih cijevi tvrtke Ridgid oznake Tubing Cutters 156-P. Ovim istim nožem napravljeni su zarez na cijevima od polietilena PE100 što je opisano u poglavlju 8. Za

usporedbu rezultata eksperimenta i numerike potrebno je što točnije modelirati sve dimenzije epruveta, a najbitnije su dimenzije zarez. Za što točnije dimenzije zarez potrebno je poznavati dimenzije noža kojim su napravljeni zarez. Nož je bilo potrebno detaljno izmjeriti, a najvažnija dimenzija je polumjer vrha noža koji definira polumjer vrha zarez. Sva potrebna mjerenja noža provedena su u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina Fakulteta strojarstva i brodogradnje, a dimenzije su prikazane na slici 150. Prihvat noža je napravljen u svrhu montiranja na tokarski stroj na isti način kao i standardni tokarski nož. Produženi konjić se montira na konjić tokarskog stroja i služi za bolji prihvat epruvete prilikom zarezivanja zarez. Prilikom ulaska noža u epruvetu dolazi do značajnog savijanja epruvete, ali naslanjanjem epruvete na produženi konjić savijanje epruvete je minimizirano.

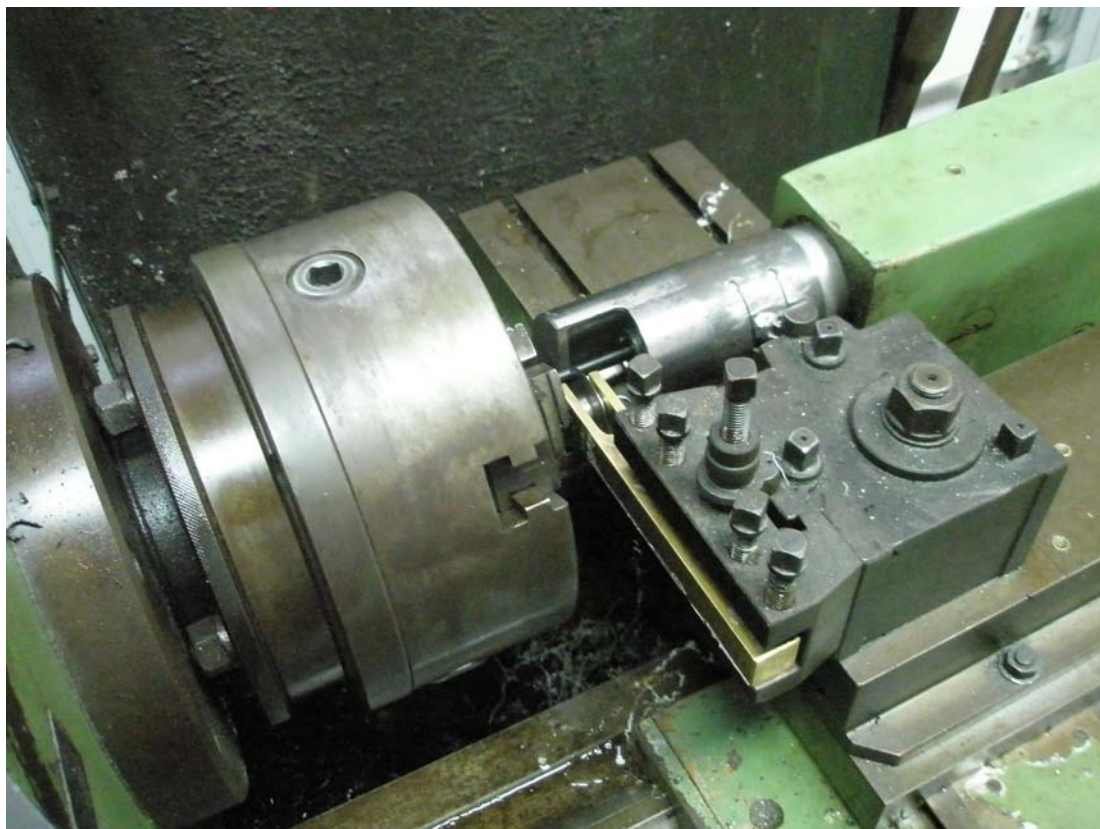


Slika 145. Osnosimetrična epruveta s potpunim obodnim zarezom korištena u eksperimentu puzanja:  
a) cijela epruveta i b) detalj zarez



Slika 146. Cijevi od polietilena PE100, ustupio PipeLife d.o.o., Karlovac, za izradu osnosimetričnih epruveta s potpunim obodnim zarezom





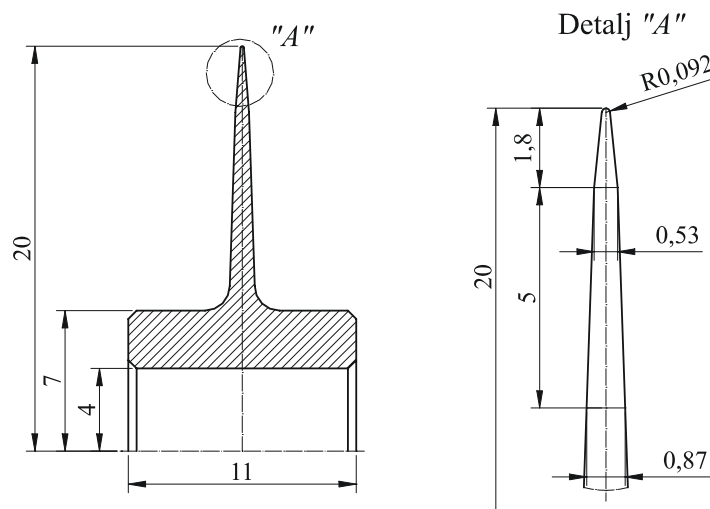
Slika 147. Naprava za izradu zareza na osnosimetričnoj epruveti s potpunim obodnim zarezom



Slika 148. Nož s prihvatom



Slika 149. Produženi konjić



Slika 150. Izmjerene dimenzije polumjera vrha noža

Ekspiriment puzanja je također proveden u Laboratoriju za eksperimentalnu mehaniku, Fakulteta strojarstva i brodogradnje. Ispitivanja su provedena na puzalici tipa CEAST 6110, slika 151., a pomaci su mjereni postavljenim markerima za video ekstenzometar tipa ME46. Tehničke značajke puzalice tipa CEAST 6110 prikazane su u tablici 48. [104].

Sa slike 151. i iz tablice 48. vidljivo je da puzalica može istovremeno ispitivati pet epruveta opterećenih s pet različitih opterećenja. Tako je u okviru ovog rada eksperiment puzanja provoden na pet epruveta sa zarezom pri temperaturi od 80°C. Odabrano opterećenje epruveta je prikazano u tablici 49. Postavljanje jednakog opterećenja na dvije epruvete provedeno je u cilju verifikacije dobivenih vrijednosti. Pokazalo se kao dobar pristup jer je na prvoj epruveti nakon nekoliko sati ispitivanja došlo do ispadanja markera te više nije bilo moguće pratiti produljenje epruvete. Epruvete su najprije polagano opterećivane do definiranog iznosa vlačne sile, a nakon toga je opterećenje držano konstantno te su mjereni pomaci točke *A* (slika 144.) uslijed puzanja materijala epruvete.

Tablica 48. Tehničke značajke puzalice CEAST 6110 [104]

| <i>Karakteristika</i>                         | <i>Mjerna jedinica</i> | <i>Vrijednost</i>   |
|---|------------------------|---------------------|
| Temperaturno radno područje                   | °C                     | <b>-100 do +300</b> |
| Temperaturna stabilnost                       | °C                     | <b>± 1°C</b>        |
| Broj neovisnih mjernih mjesta                 | kom                    | <b>5</b>            |
| Opterećenje po mjernom mjestu - direktno, min | N                      | <b>5</b>            |
| Opterećenje po mjernom mjestu - direktno, max | N                      | <b>500</b>          |
| Korak opterećenja - direktno                  | N                      | <b>5</b>            |
| Opterećenje po mjernom mjestu - poluga, min   | N                      | <b>50</b>           |
| Opterećenje po mjernom mjestu - poluga, max   | N                      | <b>5000</b>         |
| Korak opterećenja - poluga                    | N                      | <b>50</b>           |
| Maksimalni mjerni pomak                       | mm                     | <b>10</b>           |
| Snaga   | W                      | <b>3500</b>         |

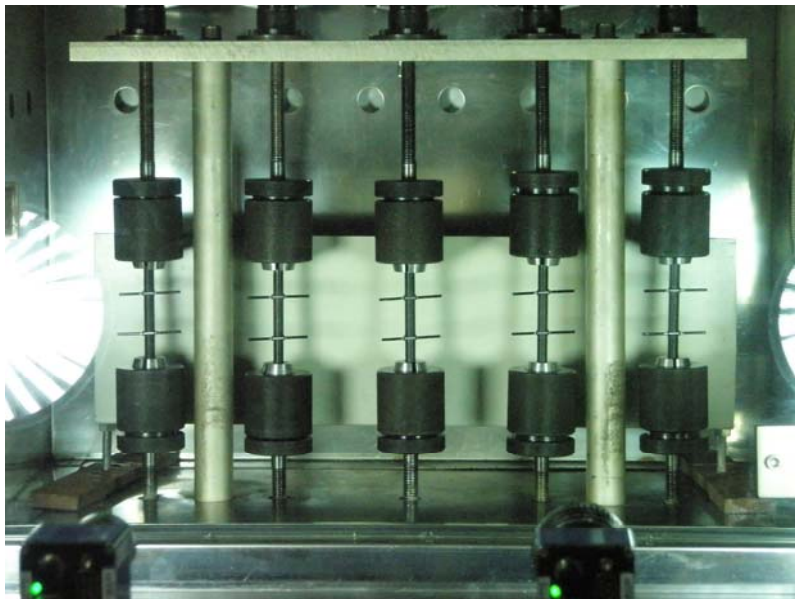


Slika 151. Puzalica tipa CEAST 6110

Na slici 152. prikazane su epruvete s postavljenim markerima i učvršćene u čeljusti puzalice spremne za početak eksperimenta. Epruveta u postupku eksperimenta puzanja s opisanom opremom dana je na slici 153.

Tablica 49. Opterećenje epruveta

|                      |     |     |     |     |     |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Epruveta             | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
| Opterećenje, $F / N$ | 100 | 200 | 100 | 200 | 150 |



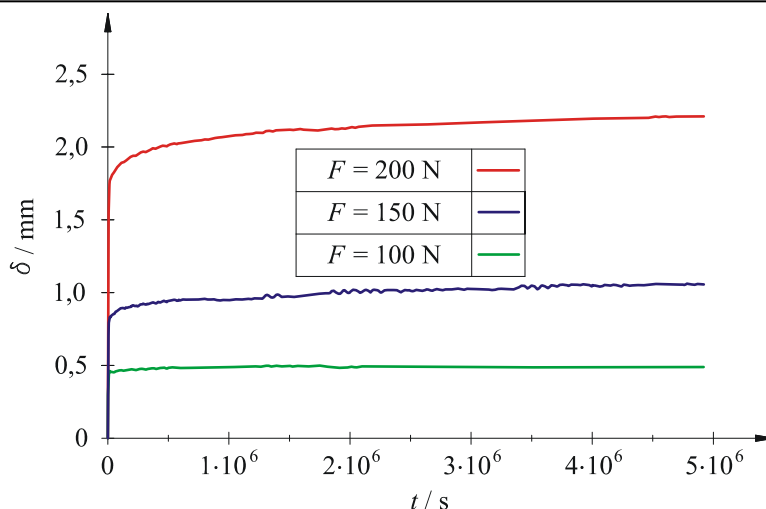
Slika 152. Epruvete s markerima postavljene u čeljusti puzalice



Slika 153. Eksperiment puzanja

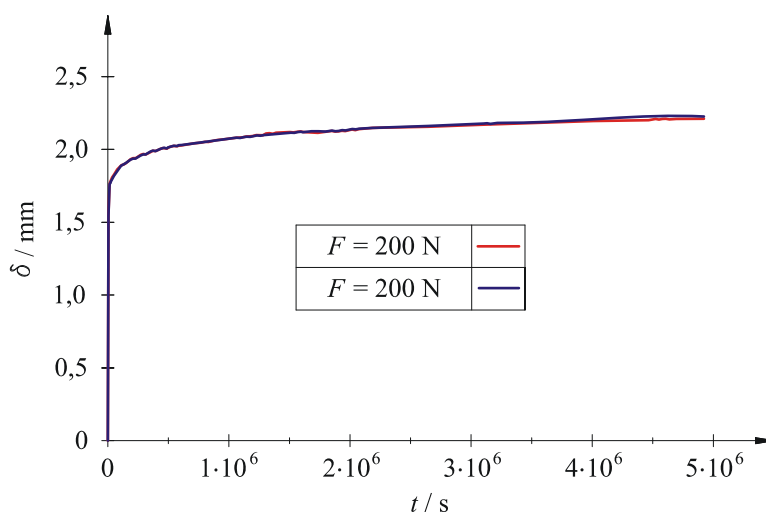
Na temelju provedenih eksperimenata dobiven je dijagram ovisnosti ukupnog pomaka točke *A* (slika 144.) uslijed puzanja polietilena PE100 o vremenu puzanja. Na slici 154. prikazani su dijagrami ukupni pomak-vrijeme puzanja dobiveni za opterećenje epruvete od 100, 150 i 200 N i vremena puzanja od  $t = 5 \cdot 10^6$  s.

Na slici 155. prikazana je usporedba dijagrama ovisnosti ukupnog pomaka točke *A* i vremena za puzanje polietilena PE100 za dvije jednako opterećene epruvete. Dijagram pokazuje jako dobro poklapanje krivulja, što potvrđuje da je eksperiment dobro pripremljen i proveden.



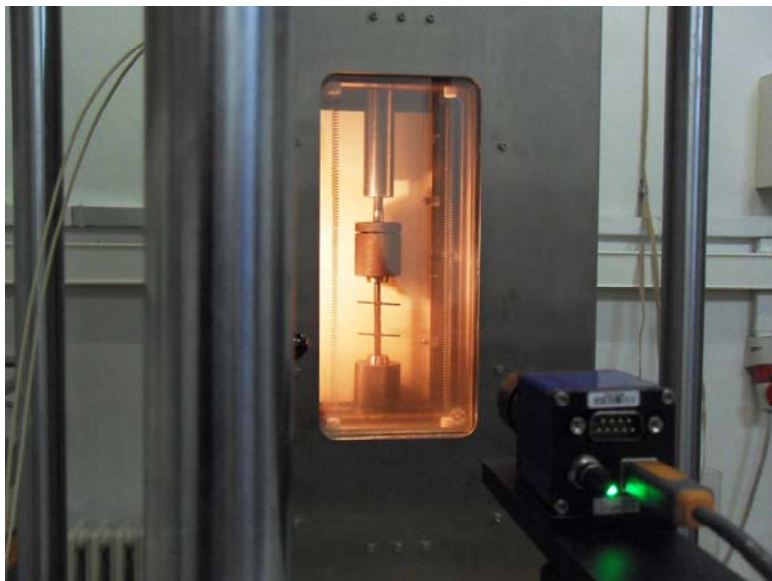
Slika 154. Dijagram međusobne ovisnosti ukupnog pomaka točke A,  $\delta$ , i vremena uslijed puzanja,  $t$ , polietilena PE100 pri 80°C

Za definiranje konstitutivnog modela potreban je dijagram međusobne ovisnosti ukupne deformacije o vremenu puzanja. Isto tako je za modeliranje puzanja, odnosno definiranje parametara materijala za primarno-sekundarni zakon puzanja, potrebno je poznavati deformaciju puzanja u ovisnosti o vremenu. Da bi se iz ukupne deformacije dobila deformacija puzanja, potrebno je odrediti elastoplastičnu deformaciju polietilena. Analiza elastoplastičnih deformacija provedena je statičkim vlačnim pokusom na osnosimetričnoj epruveti s potpunim obodnim zarezom. Ispitivanja su provedena pri temperaturi od 80°C s tri različite brzine deformacije od  $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ,  $1 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  i  $1 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

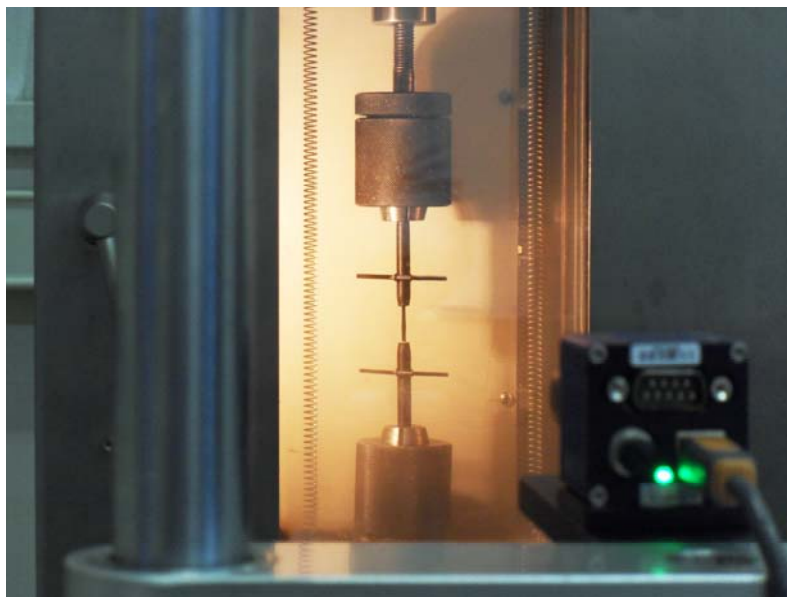


Slika 155. Usporedba dijagrama međusobne ovisnosti ukupnog pomaka točke A,  $\delta$ , i vremena uslijed puzanja,  $t$ , polietilena PE100 za dvije jednako opterećene epruvete

Na slici 156. prikazana je epruveta postavljena u čeljusti kidalice unutar komore s markerima video ekstenzometra. Epruveta u postupku rastezanja pri temperaturi od 80°C prikazan je na slici 157.



**Slika 156. Osnosimetrična epruveta s markerima u čeljustima kraljice**

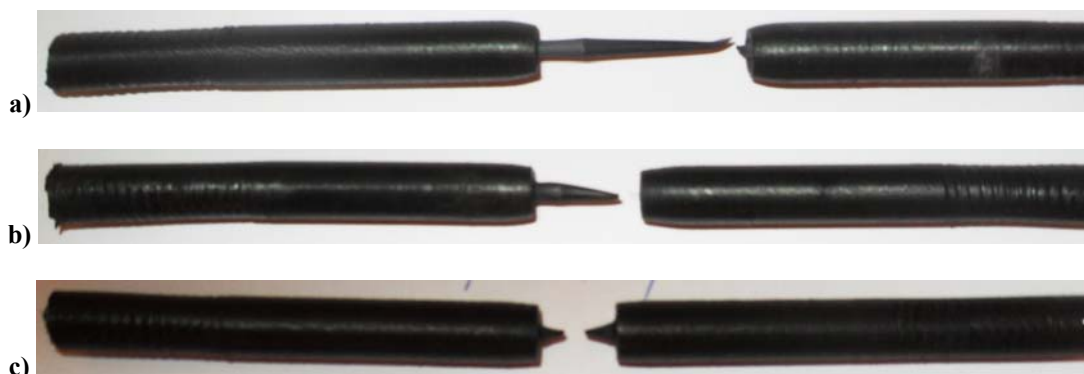


**Slika 157. Ispitivanje osnosimetrične epruvete**

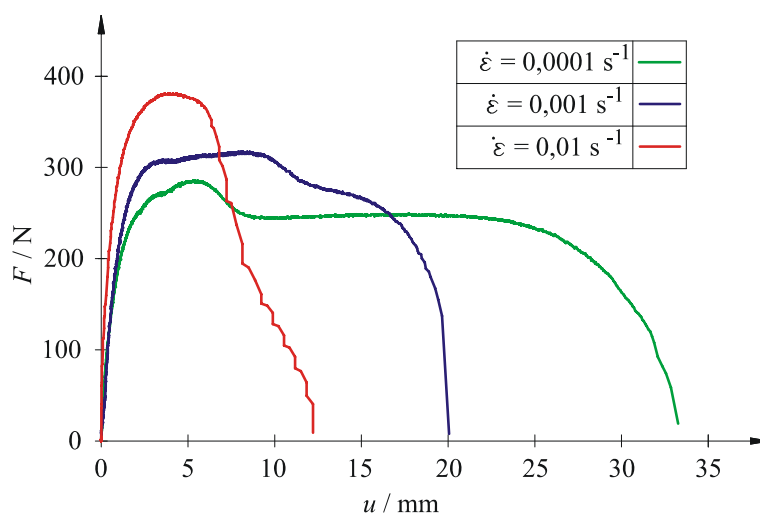
Na slici 158. prikazane su epruvete nakon ispitivanja za sve tri brzine deformacije. Vidi se da kod najmanje brzine dolazi do jednolikog smanjivanja poprečnog presjeka i do najvećeg produljenja, a tek nakon toga dolazi do pojave vrata i loma epruvete. Kod srednje brzine također dolazi do jednolikog smanjivanja poprečnog presjeka, ali je produljenje manje. Kod najveće brzine efekt pojave jednolikog smanjivanja poprečnog presjeka je jako mali i jako brzo dolazi do pojave vrata i loma epruvete. Na taj način je pokazan utjecaj brzine deformacije na duktilnost polietilena PE100.

Na temelju provedenih eksperimenata dobiveno je nelinearno elastoplastično ponašanje polietilena PE100 u obliku krivulje sila-pomak. Dijagram međusobne ovisnosti sile i pomaka

točke  $A$  (slika 144.) za temperaturu ispitivanja od  $80^{\circ}\text{C}$  i brzine deformacije  $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ,  $1 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  i  $1 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  prikazani su na slici 159.

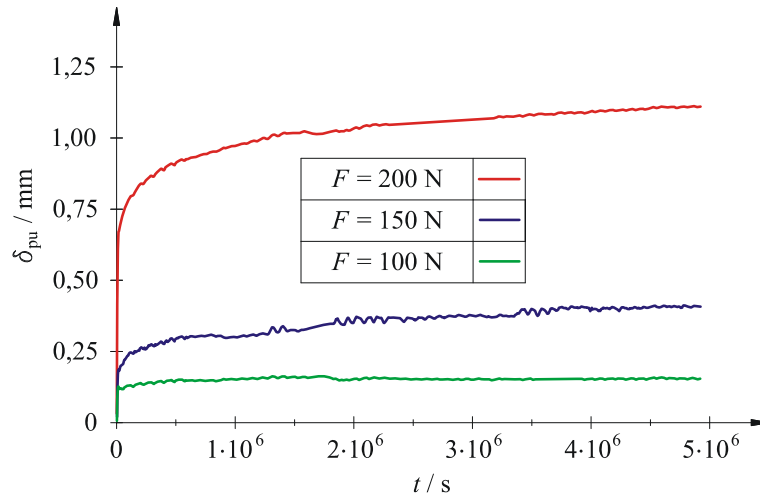


Slika 158. Epruvete nakon ispitivanja u ovisnosti o brzini deformacije: a) 0,348 mm/min, b) 3,48 mm/min i c) 34,8 mm/min

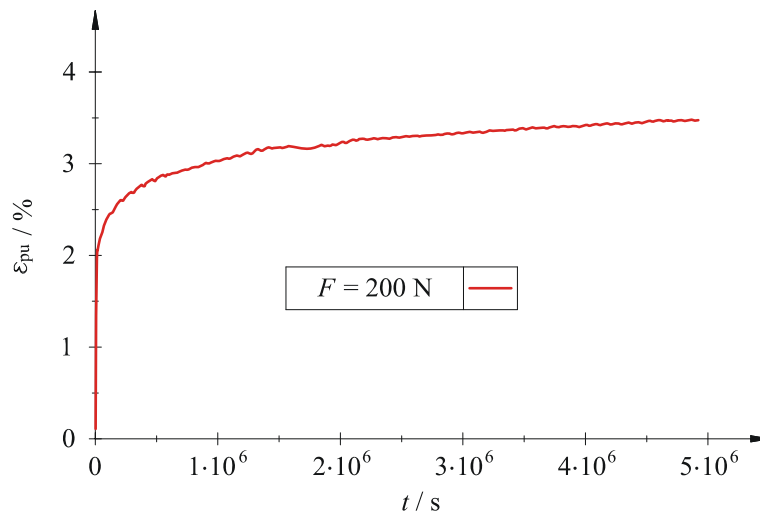


Slika 159. Dijagram međusobne ovisnosti sile,  $F$ , i pomaka točke  $A$ ,  $\delta$ , za polietilen PE100 pri  $80^{\circ}\text{C}$

Iznos pomaka točke  $A$  (slika 144.) na samom početku opterećivanja epruvete eksperimenta puzanja ( $t = 0$ ) kojem odgovara elastično odnosno elastoplastično ponašanje materijala, određen je sa slike 159. Kako je brzina deformacije za vrijeme početnog opterećivanja epruvete na puzalici iznosila otprilike  $1 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ , iz dijagrama sa slike 159. očitana je vrijednost pomaka za pripadnu silu kod navedene brzine deformacije. Dobiveni pomak oduzet je od ukupnog pomaka te su na taj način dobiveni iznosi pomaka uslijed puzanja epruvete. Dijagram međusobne ovisnosti pomaka uslijed puzanja točke  $A$  (slika 144.) o vremenu za polietilen PE100 pri temperaturi od  $80^{\circ}\text{C}$  prikazan je na slici 160. Pripadni dijagram međusobne ovisnosti deformacije uslijed puzanja točke  $A$  o vremenu prikazan je na slici 161.



Slika 160. Dijagram medusobne ovisnosti pomaka točke  $A$  uslijed puzanja,  $\delta_{pu}$ , i vremena,  $t$ , za polietilen PE100 pri  $80^{\circ}\text{C}$



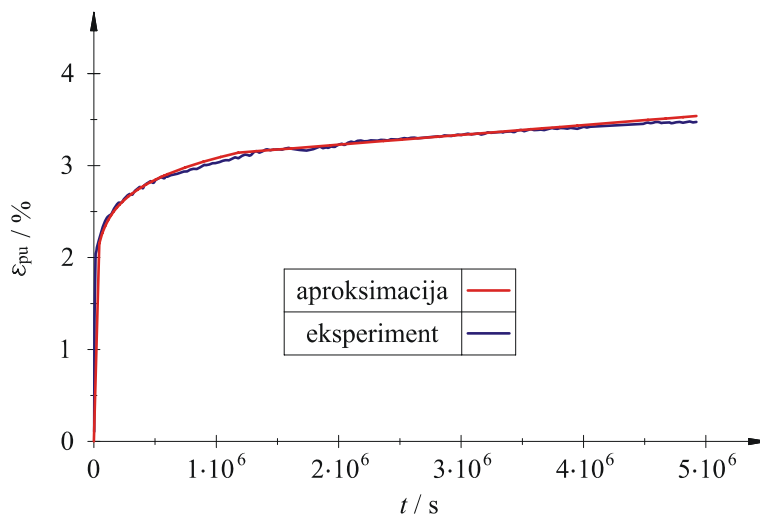
Slika 161. Dijagram medusobne ovisnosti deformacije puzanja točke  $A$ ,  $\varepsilon_{pu}$ , i vremena uslijed puzanja,  $t$ , polietilena PE100 pri  $80^{\circ}\text{C}$

Na temelju prikazanih eksperimentalnih rezultata, tj. dijagrama medusobne ovisnosti deformacije puzanja točke  $A$  i vremena uslijed puzanja, predložen je primarno-sekundarni zakon puzanja za polietilen PE100 na isti način kao što je to prikazano u poglavlju 7. za materijalni model preuzet iz literature [33, 36, 37]. Aproksimacijom krivulje ovisnosti deformacije točke  $A$  o vremenu puzanja primjenom metode najmanjih kvadrata u programskom paketu Mathematica [67] dobiveni su parametri materijala za polietilen PE100 pri  $80^{\circ}\text{C}$ :

$$B_1 = 7,64 \cdot 10^{-6}, \quad B_2 = 4,25 \cdot 10^{-12}, \quad n_1 = 5, \quad n_2 = 4 \quad \text{i} \quad p_1 = 0,1.$$



Na slici 162. je prikazana usporedba eksperimentalno dobivene krivulje puzanja i krivulje dobivene primarno-sekundarnim zakonom puzanja s prethodno danim parametrima. Iz slike je vidljivo jako dobro poklapanje krivulja.

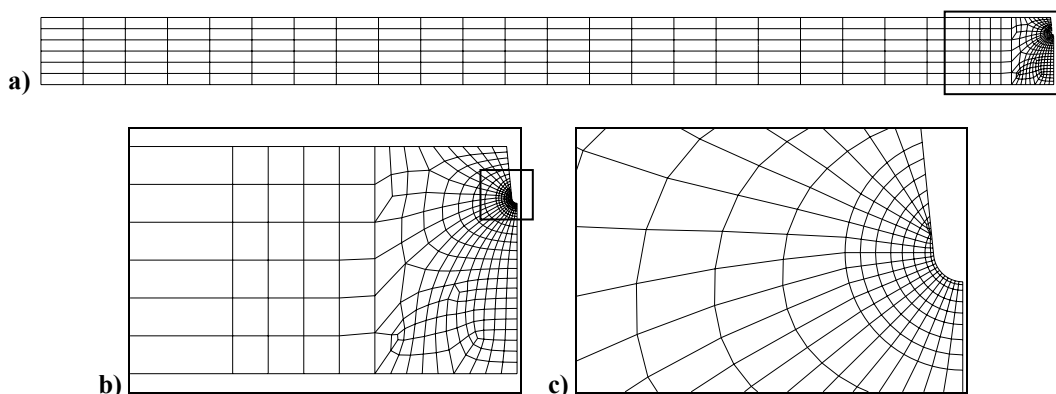


Slika 162. Usporedba krivulja međusobne ovisnosti deformacije puzanja točke A,  $\varepsilon_{pu}$ , i vremena puzanja,  $t$ , dobivenih eksperimentalno i primarno-sekundarnim zakonom puzanja

## 9.2. Numeričko modeliranje mehanizma puzanja

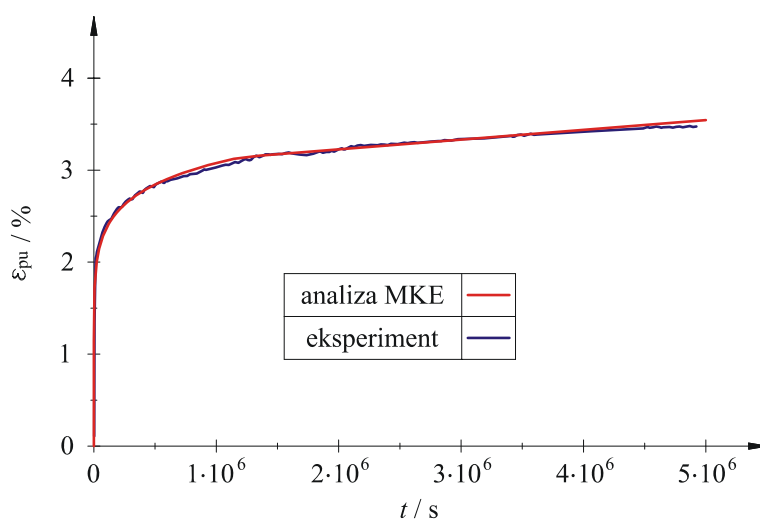
Primijenjen je isti algoritam izveden i prikazan u poglavlju 7. koji je implementiran na razini materijalne točke integracije konačnih elemenata u programski paket ABAQUS [47] primjenom korisničke rutine CREEP [53]. Prethodno dane nove vrijednosti parametara materijala su zamijenile parametre materijala za polietilen srednje gustoće dobivene na temelju materijalnog modela iz literature.

Jednako kao u poglavlju 7., koristeći simetriju, modelirana je samo polovica osnosimetrične epruvete s potpunim obodnim zarezom. Za diskretizaciju epruvete korišten je osam-čvorni osnosimetrični konačni element s reduciranom integracijom (CAX8R). Analiza je provedena s mrežom konačnih elemenata prikazanoj na slici 163. Na slici a) je prikazana cijela mreža, a na slikama b), c) i d) dani su detalji mreža konačnih elemenata u vrhu zareza. Geometrijski nelinearna analiza u programskom paketu ABAQUS [47] provedena je uključivanjem opcije NLGEOM. Na model je prvo u trenutku  $t = 0$  dodijeljena vlačna sila iznosa 200 N primjenom nelinearnog elastoplastičnog modela (slika 143. i tablica 47.). Opterećenje je nadalje držano konstantno, te je provedena vremenski ovisna analiza puzanja.



**Slika 163. Diskretizirani proračunski model za osnosimetričnu epruvetu s potpunim obodnim zarezom dubine  $a/R = 0,25$ : a) cijela mreža, b) usitnjena mreža u vrhu zareza i c) detalj mreže oko vrha zareza**

Za provjeru ispravnosti predloženog numeričkog algoritma provedena je simulacija puzanja na osnosimetričnoj epruveti s potpunim obodnim zarezom (slika 144.). Na slici 164. je prikazan dijagram međusobne ovisnosti deformacije točke  $A$  i vremena uslijed puzanja polietilena PE100 dobiven numerički primjenom korisničke rutine CREEP u usporedbi s dijagramom dobivenim provedenim eksperimentom. Kao što je vidljivo sa slike dobiveno je jako dobro poklapanje numeričkih i eksperimentalnih rezultata.



**Slika 164. Usporedba dijagrama međusobne ovisnosti deformacije puzanja točke  $A$ ,  $\varepsilon_{pu}$ , i vremena uslijed puzanja,  $t$ , materijala pri  $80^{\circ}\text{C}$  i za  $F = 200\text{N}$  dobivenog provedbom eksperimenta i numerički primjenom korisničke rutine CREEP u programskom paketu ABAQUS [47]**

Na taj način se može zaključiti da materijalni model implementiran u programski paket ABAQUS [47] dobro opisuje ponašanje polietilena PE100. To omogućuje realniju analizu lomnog ponašanja cijevi od ovog materijala s vanjskim osnim zarezom (od onog prikazanog u poglavlju 8.) za koje su rezultati eksperimentalnih istraživanja prikazani u [99].

### 9.3. Analiza zareza na cijevima

Eksperimentalno određeni parametri polietilena PE100 pri 80°C korišteni su u ponovno provedenoj numeričkoj analizi cijevi s vanjskim osnim zarezom. Dimenzije cijevi i zareza, te mreže konačnih elemenata detaljno su opisane u poglavlju 8. Kao što je to opisano u spomenutom poglavlju, u svrhu određivanja vremena do loma cijevi s zarezom potrebno je odrediti vrijednosti  $C^*$ -integrala. Izračunate numeričke vrijednosti  $C^*$ -integrala za analizirane dimenzije zareza prikazane su u tablici 50.

Za određivanje vremena do loma cijevi s vanjskim osnim zarezom korišten je eksperimentalno dobiven dijagram procjene loma za polietilen srednje gustoće, slika 119., iz [36]. Na osnovi numerički određenog  $C^*$ -integrala iz dijagrama procjene loma je očitano vrijeme do loma cijevi. Postupak određivanja vremena do loma je prikazan na slici 132. i opisan u poglavlju 8. Dobivena vremena do loma za svih sedam analiza su prikazana u tablici 51. Vrijeme do loma je prikazano u satima, zbog jednostavnije usporedbe s eksperimentalnim rezultatima.

Tablica 50.  $C^*$ -integral dobiven numerički,  $C^*/\text{MPa mm s}^{-1}$

|                              |          |          |          |          |          |          |          |
|------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $2c / \text{mm}$             | 16       | 50       | 50       | 100      | 150      | 150      | 184      |
| $a / \text{mm}$              | 3        | 2        | 4        | 3        | 2        | 4        | 3        |
| $p / \text{MPa}$             | 0,7      | 1,0      | 0,4      | 0,7      | 1,0      | 0,4      | 0,7      |
| $C^* / \text{MPa mm s}^{-1}$ | 4,87E-09 | 7,29E-07 | 1,12E-08 | 6,04E-07 | 1,31E-06 | 1,22E-07 | 9,86E-07 |

Tablica 51. Vrijeme do loma za cijevi opterećene unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom,  $t_r / \text{h}$

|                              |             |            |             |            |            |            |            |
|------------------------------|-------------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|
| $2c / \text{mm}$             | 16          | 50         | 50          | 100        | 150        | 150        | 184        |
| $a / \text{mm}$              | 3           | 2          | 4           | 3          | 2          | 4          | 3          |
| $p / \text{MPa}$             | 0,7         | 1,0        | 0,4         | 0,7        | 1,0        | 0,4        | 0,7        |
| $C^* / \text{MPa mm s}^{-1}$ | 4,87E-09    | 7,29E-07   | 1,12E-08    | 6,04E-07   | 1,31E-06   | 1,22E-07   | 9,86E-07   |
| $t_r / \text{h}$             | <b>7950</b> | <b>201</b> | <b>4632</b> | <b>230</b> | <b>139</b> | <b>742</b> | <b>154</b> |

Usporedba vremena do loma dobivenog eksperimentalno [99] i numerički za parametre materijala dobivene iz provedenog eksperimenta, u okviru ovog rada, uz primjenu dijagrama procjene loma za polietilen srednje gustoće, preuzet iz literature, je prikazana u tablici 52. Razlika vrijednosti vremena do loma dobivenog eksperimentalno i numerički je definirana prema izrazu (128).

Iz tablice 52. vidljive su razlike u vremenu do loma za cijevi s vanjskim osnim zarezom opterećene unutarnjim tlakom dobivene eksperimentalno [99] i numeričkim određivanjem  $C^*$ -integrala i nakon toga primjenom dijagrama procjene loma za polietilen srednje gustoće (slika 119.) iz [36]. Usporedbom tablice 44. i tablice 52. vidljivo je da su sada dobivene manje razlike u vremenu do loma. Na taj način se vidi da, primjenom primarno-sekundarnog zakona puzanja s pripadnim eksperimentalno određenim parametrima materijala za PE100, se sve više približavamo realnom ponašanju cijevi sa zarezom eksperimentalno istraženom u [99]. Međutim, kako je za pripadnu vrijednost  $C^*$ -integrala procjena vremena do loma cijevi slijedila iz dijagrama procjene loma za polietilen srednje gustoće iz [36], poklapanje numeričkih i eksperimentalnih rezultata još uvijek nije zadovoljavajuće. Osim toga, parametri materijala određeni su na temelju relativno malo provedenih eksperimenata puzanja. Naime, u ovom radu provedeni su eksperimenti puzanja na samo pet epruveta s tri različite sile.

**Tablica 52. Razlika vrijednosti vremena do loma dobivenog eksperimentalno i numerički**

|                    |           |           |           |           |           |           |          |
|--------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| $2c / \text{mm}$   | 16        | 50        | 50        | 100       | 150       | 150       | 184      |
| $a / \text{mm}$    | 3         | 2         | 4         | 3         | 2         | 4         | 3        |
| $p / \text{MPa}$   | 0,7       | 1,0       | 0,4       | 0,7       | 1,0       | 0,4       | 0,7      |
| <b>RAZLIKA / %</b> | <b>48</b> | <b>27</b> | <b>47</b> | <b>27</b> | <b>17</b> | <b>37</b> | <b>7</b> |

Svi navedeni razlozi ukazuju na potrebu provedbe dodatnih eksperimenata na epruvetama sa zarezom od polietilenu PE100 što je vremenski vrlo zahtjevan problem. Provođenje eksperimenata za određivanje parametara materijala konstitutivnog modela je potrebno provesti s još više različitih opterećenja epruveta što će omogućiti točnije opisivanje ponašanja materijala. Provedbom eksperimenta puzanja do loma epruveta dobit će se podaci o vremenu do loma za svaku epruvetu ovisno o opterećenju. Nakon toga, primjenom izraza iz literature bit će moguće izračunati eksperimentalne vrijednosti  $C^*$ -integrala. Na kraju, poznavajući vrijeme do loma i  $C^*$ -integral za svaku epruvetu bit će moguće konstruirati dijagram procjene loma za polietilen PE100. Ovo će omogućiti da se numeričko modeliranje još više približi realnom ponašanju cijevi sa zarezom. Opisani postupci plan su daljnjeg istraživanja izvan okvira ovog doktorskog rada.



## 10. ZAKLJUČAK

U radu je provedeno numeričko modeliranje pukotina u metalima te eksperimentalno i numeričko modeliranje zarezata u polimernim materijalima. Pritom je bio cilj pridonijeti točnijem definiranju kriterija za procjenu cjelovitosti konstrukcijskih komponenata od tih materijala. Kao što je opisano u uvodnom djelu rada, procjena cjelovitosti konstrukcijske komponente s pukotinom zasniva se na dvoparametarskoj analizi u kojoj je potrebno zadovoljiti kriterij mehanike loma i kriterij plastičnog kolapsa [1, 2, 22, 71]. Da ne bi došlo do širenja pukotine, pripadni parametar mehanike loma mora biti manji od lomne žilavosti materijala. Osim toga, kod duktilnih materijala, od kojih je izrađen najveći broj mehaničkih konstrukcija, postoji mogućnost plastičnog kolapsa komponente s pukotinom. Da do toga ne bi došlo opterećenje mora biti manje od opterećenja plastičnog kolapsa.

U prvom djelu istraživanja u ovom radu, na primjerima debelostjenih metalnih cijevi s vanjskim osnim polueliptičkim pukotinama, određeni su parametri mehanike loma i opterećenja plastičnog kolapsa za slučaj opterećenja unutarnjim tlakom. Cilj provedbe ovog dijela istraživanja bio je upoznati postojeće metode za procjenu cjelovitosti metalnih komponenata, te predložiti njihova poboljšanja, da bi se nakon toga mogle provesti kompleksnije analize na komponentama izrađenim od polimera. Primjenom programskog paketa ABAQUS [53] provedene su trodimenzijske linearne i nelinearne analize. Za ispravno modeliranje singularnosti deformacija i naprezanja u vrhu pukotine primijenjeni su singularni konačni elementi. Kako je za efikasno numeričko modeliranje realnog ponašanja konstrukcijskih komponenata s pukotinom, za poznatu geometriju, opterećenje i način oslanjanja, potrebno što točnije opisati realno ponašanje materijala, upravo je težište rada bilo na modelu konstitutivnih relacija. Uz pretpostavku elastičnog ponašanja materijala, najprije su određene vrijednosti koeficijenta intenzivnosti naprezanja za širok raspon dimenzija cijevi i pukotina, kao i pripadne bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja. Pritom su bezdimenzijske funkcije zapisane tablično u ovisnosti o dimenzijama cijevi i pukotina. Rješenja su uspoređena s dostupnim iz [8, 9] te je dobiveno vrlo dobro poklapanje.

Nakon toga, za numeričko izračunavanje i inženjersku procjenu  $J$ -integrala primijenjena je deformacijska teorija plastičnosti, koja omogućuje aditivnu dekompoziciju  $J$ -integrala na elastični i plastični dio. Elastični dio  $J$ -integrala dobiven je iz prethodno određenog

koeficijenta intenzivnosti napreznja, dok je za procjenu plastičnog dijela  $J$ -integrala primijenjena GE/EPRI metoda. Pritom je za aproksimaciju krivulje napreznje-deformacija kod GE/EPRI metode primijenjen Ramberg-Osgoodov materijalni model. Na temelju opsežnih numeričkih rezultata izveden je analitički aproksimacijski izraz za  $J$ -integral u obliku GE/EPRI utjecajnih funkcija za širok raspon dimenzija cijevi i pukotina kao i parametara očvršćenja materijala. Pri tome je istražena ovisnost rezultata dobivenih GE/EPRI metodom o aproksimaciji krivulje napreznje-deformacija. Vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za plastični dio  $J$ -integrala prikazane su tablično. Za usporedbu rezultata, paralelno su provedene numeričke analize primjenom inkrementalne teorije plastičnosti. Ova rješenja uzeta su kao referentna za procjenu točnosti GE/EPRI metode. Kao što je bilo i za očekivati, odabir vrijednosti parametara Ramberg-Osgoodovog materijalnog modela za aproksimaciju krivulje napreznje-deformacija imao je značajan utjecaj na točnost rezultata dobivenih GE/EPRI metodom. Navedeni utjecaj je u ovom radu umanjen primjenom modificiranog postupka referentnog napreznja. Da bi se rezultati što više približili vrijednostima dobivenim inkrementalnom teorijom plastičnosti, umjesto opterećenja plastičnog tečenja u izrazu za  $J$ -integral uvedena je nova funkcija opterećenja. Pritom je predložen novi postupak za izvođenje ove funkcije što predstavlja doprinos ovog rada.

Za izvođenje spomenute funkcije opterećenja bilo je potrebno odrediti opterećenje plastičnog tečenja, odnosno granični tlak konstrukcijske komponente s pukotinom. Iz tog razloga provedene su granične numeričke analize uz pretpostavku malih deformacija i elastično-idealno plastičnog ponašanja materijala debelostjenih cijevi s vanjskim osnim polueliptičkim pukotinama. Primjenom rješenja dobivenih graničnim numeričkim analizama, predložen je novi analitički izraz za procjenu graničnog tlaka za širok raspon dimenzija cijevi i pukotina što također predstavlja doprinos rada. Rješenja su uspoređena s dostupnim iz literature [18-20, 43, 66]. Pokazano je da su postojeća rješenja općenito previše konzervativna. Također je pokazano da je pripadni izraz iz [18] primjenljiv na relativno usko područje dimenzija cijevi i pukotina, jer je izveden uz pretpostavku tankostjenih cijevi. Usporedbom predloženog analitičkog izraza i izraza iz literature prikazano je da izraz iz literature daje izrazito konzervativna, ali i nekonzervativna rješenja ovisno o dimenzijama pukotine. Dobivanje nekonzervativnih rješenja predstavlja problem jer su dobivene vrijednosti veće od stvarnih vrijednosti graničnog tlaka. Osim toga, istraženo je, koji granični tlak, lokalni ili globalni, treba primijeniti za definiranje referentnog napreznja da bi procjena  $J$ -integrala bila što točnija. Zaključeno je da je za opisane probleme s površinskom pukotinom potrebno primijeniti globalni granični tlak.

Na primjeru cijevi generatora pare s pukotinom prikazana je usporedba vrijednosti  $J$ -integrala dobivenih primjenom novog predloženog postupka temeljenog na metodi referentnog naprezanja s rješenjima GE/EPRI metode i inkrementalne teorije plastičnosti. Pritom su mehaničke značajke austenitnog čelika 08X18H10T od kojih su napravljene cijevi generatora pare preuzete iz literature [79]. Dobiveno je dobro poklapanje rezultata modificirane metode referentnog naprezanja i numeričke analize temeljene na inkrementalnoj teoriji plastičnosti koja je uzeta kao referentna. Pokazano je da vrijednosti dobivene GE/EPRI metodom značajno odstupaju od vrijednosti dobivenih inkrementalnom teorijom plastičnosti i metodom referentnog naprezanja, te su detaljnije opisani nedostaci GE/EPRI metode.

Procjena cjelovitosti cijevi generatora pare opterećenih unutarnjim tlakom s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom provedena je primjenom dijagrama sile razvoja pukotine (CDF). Pokazano je da do gubitka cjelovitosti cijevi generatora pare opterećenih unutarnjim tlakom s vanjskom osnom površinskom polueliptičkom pukotinom dolazi uslijed plastičnog kolapsa cijevi, a ne zbog nadvladavanja pukotinske žilavosti materijala. Ovakvo rješenje se na neki način moglo i predvidjeti jer je austenitni čelik ruske oznake 08X18H10T od kojeg su izrađene cijevi izrazito duktilan materijal s visokom pukotinskom žilavošću. Na taj način je procjenu cjelovitosti takvih komponenata moguće provesti samo primjenom kriterija plastičnog kolapsa bez razmatranja kriterija mehanike loma [16].

Osim toga, provedena je numerička analiza plastičnog kolapsa cijevi generatora pare s realnim očvršćenjem materijala primjenom geometrijski nelinearne analize. Usporedbom tih rezultata s rješenjima za opterećenje plastičnog kolapsa dobivenih na temelju određivanja graničnog tlaka uz primjenu naprezanja tečenja, istražen je utjecaj izbora naprezanja tečenja na procjenu plastičnog kolapsa komponente. Zaključeno je da dubina pukotine značajnije utječe na izbor naprezanja tečenja od duljine pukotine. Za pukotine veće dubine i duljine faktor naprezanja tečenja ima vrijednost oko 0,45, što je u skladu s eksperimentalnim rezultatima Kastnera i ostalih autora [27]. Usporedbom predloženog izraza i izraza iz literature [20, 21, 29] pokazano je da primjena vrijednosti faktora naprezanja tečenja iznosa 0,5 može dovesti do izrazito nekonzervativnih rješenja.

Isto tako istražena je primjena tehnike podmodeliranja za analizu problema mehanike loma na debelostjenim cijevima. Prednost tehnike podmodeliranja kod ovih problema je dobivanje točnijeg polja naprezanja u vrhu pukotine za linearno elastičnu i nelinearno elastoplastičnu mehaniku loma. Metoda podmodeliranja, temeljena na prijelazu iz ljuskastog globalnog modela na trodimenzijski podmodel diskretiziran finijom mrežom konačnih elemenata, se pokazala kao jako učinkovita u svrhu određivanja parametara mehanike loma.



Prikazan je utjecaj veličine podmodela na vrijednosti parametara mehanike loma. Dan je odgovor na pitanje koliko veliki podmodel treba odabrati da dobiveni rezultati budu jednako dobri kao primjenom 3D modela tj. 3D konačnih elemenata za cijeli proračunski model. Zajedno s definiranjem veličine podmodela, istražena je greška uvedena dodjeljivanjem tlaka jednakog iznosa na unutarnju stijenu cijevi kod analize trodimenzijskim konačnim elementima i na srednju plohu cijevi kod analize ljuskastim konačnim elementima. Zaključeno je da izbor podmodela može kompenzirati stvorenu grešku definicije tlaka (unutarnja ploha cijevi kod trodimenzijskih prema srednjoj plohi cijevi kod ljuskastih konačnih elemenata) te da nema potrebe za korekcijom tlaka kod ljuskastog modela. U skladu s rezultatima iz [30], zaključeno je da je za linearno elastične analize za cijev odnosa  $R_1/t=10$  dovoljno velik podmodel veličine  $s/c=2,5$ , a za cijev odnosa  $R_1/t=4$  potreban je podmodel veličine  $s/c=5$ . Ovisnost vrijednosti  $J$ -integrala o veličini podmodela je istražena i za opterećenja veća od graničnog tlaka. Osim toga, istražena je konvergencija mreže podmodela kod točnog opisivanja polja plastičnog tečenja. Pokazano je da, za razliku od linearno elastične mehanike loma, veličina podmodela mora biti najmanje 4 puta veća od duljine pukotine kod elastoplastične mehanike loma [105].

U drugom dijelu istraživanja, pristupilo se izvođenju algoritama za analizu mehanički napravljenih zarez u polimernima proizvodima. Na temelju eksperimentalnih rezultata iz literature [34, 36, 37] i pomoću formulacija sličnih onima izvedenim za metalne materijale, izveden je numerički algoritam za modeliranje lomnog ponašanja polietilena srednje gustoće sprežanjem efekata viskoelastičnosti i viskoplastičnosti. Pritom su vremenski ovisne nelinearne konstitutivne jednadžbe zapisane u inkrementalnom obliku primjenom metode konačnih razlika. Za numeričko modeliranje elastoplastičnog ponašanja polietilena primijenjen je postojeći algoritam iz programa ABAQUS [53] koji se temelji na inkrementalnoj teoriji plastičnosti. Pritom je primijenjen von Misesov kriterij plastičnog tečenja, asocijativni zakon tečenja te je modelirano izotropno očvršćenje materijala. Ovaj algoritam kombiniran je s predloženim algoritmom za modeliranje puzanja materijala. Nova predložena formulacija namijenjena je analizi mehanizama primarnog i sekundarnog puzanja u polietilenu te loma pri sporom rastu pukotine. Metodom konzistentne linearizacije izveden je konzistentni operator koji osigurava bržu konvergenciju globalnog inkrementalno-iterativnog postupka. Algoritam izveden na razini materijalne točke trodimenzijskih konačnih elemenata ugrađen je u programski paket ABAQUS primjenom korisničke rutine CREEP. Izvedeni algoritam testiran je usporedbom s eksperimentalnim vrijednostima na primjeru

epruvete s obodnim zarezom s pomoću koje su određeni parametri materijala u konstitutivnom modelu [34, 36, 37]. Pritom su se javila odgovarajuća odstupanja što je zahtijevalo korekciju ulaznih parametara materijala predloženih u radovima [34, 36, 37]. Ovo je na kraju dovelo do vrlo dobrog poklapanja numeričkih i eksperimentalnih rezultata [106].

Nakon toga, analogno postupcima izvedenim za metalne komponente, pristupilo se analizi cjelovitosti polietilenskih komponenata s zarezom. Za razliku od  $J$ -integrala, ovdje se izračunavao pripadni parametar mehanike loma,  $C^*$ -integral, najprije za epruvetu s obodnim zarezom, a nakon toga i za deblostjenu cijev od polietilena PE100 opterećenu unutarnjim tlakom s vanjskim osnim zarezom. U skladu s [36], u tekstu je opisana opravdanost primjene  $C^*$ -integrala kao pripadnog parametra mehanike loma za probleme pukotina u polietilenu srednje gustoće. Najprije je provedena analiza šest različitih dubina zareza na osnosimetričnoj epruveti s potpunim obodnim zarezom. Numeričkim analizama izračunate su vrijednosti elastičnog dijela  $J$ -integrala, a graničnim numeričkim analizama dobivene su vrijednosti granične sile. Efikasno modeliranje ponašanja materijala omogućilo je točnije izračunavanje parametra mehanike loma  $C^*$ -integrala u vršku pukotine u odnosu na do sada predložena rješenja. Na osnovi analogije između plastičnosti i puzanja [13, 28, 43], jednadžba za izračunavanje  $J$ -integrala metodom referentnog naprezanja je korištena za određivanje  $C^*$ -integrala na način da je deformacija zamijenjena s brzinom deformacije [18, 36, 37, 44]. Na taj način izračunate su vrijednosti  $C^*$ -integrala primjenom metode referentnog naprezanja. Dobro poklapanje rezultata metode referentnog naprezanja i numeričkih rješenja dobiveno je jedino za epruvetu s obodnim zarezom s pomoću koje su određeni parametri materijala u konstitutivnom modelu. Za ostale dimenzije zareza dobivene su relativno velike razlike, što je bilo i za očekivati jer se konstitutivni model preuzet iz literature temelji na samoj jednoj krivulji puzanja. Isto tako, primjenom dijagrama procjene loma za polietilen srednje gustoće iz literature [36, 37, 45, 46] pokazano je da se eksperimentalno određeno vrijeme do loma epruvete s potpunim obodnim zarezom razlikuje od numeričkog rješenja za otprilike 14%. Nakon toga provedena je numerička analiza cijevi od polietilena PE100 s vanjskim osnim zarezom za koje su u [99] dani eksperimentalno dobiveni podaci. Pritom je za procjenu vremena do loma cijevi primijenjen dijagram iz literature [36, 37, 45, 46] za polietilen srednje gustoće, budući da za polietilen PE100 u dostupnoj literaturi nema pripadnog dijagrama. Osim toga, iz literature je preuzet konstitutivni model za polietilen srednje gustoće pri 60°C, a ne za polietilen PE100 pri 80°C. Iz tih razloga, dobivene su velike razlike između eksperimentalnih i numeričkih rezultata za vrijeme do loma cijevi. To je bila motivacija za provedbu vlastitih eksperimenata na polietilenu PE100.

Tako su u zadnjoj fazi istraživanja provedena eksperimentalna istraživanja lomnog i vremenski ovisnog ponašanja polietilena PE100. Statički vlačni pokusi provedeni su pri sobnoj temperaturi, kao i pri 60 i 80°C. Istraženo je ponašanje materijala pri različitim brzinama deformacije na epruvetama sa i bez zareza. Za ispitivanje polietilena PE100 u uvjetima puzanja provedeni su vremenski vrlo zahtjevni eksperimenti pri 80°C. Točnost parametara materijala i numeričke formulacije provjerena je usporedbom s eksperimentalnim rezultatima na primjeru epruvete s obodnim zarezom s pomoću koje su određeni parametri materijala u konstitutivnom modelu.

Nakon toga, provedena je numerička analiza polietilenskih cijevi s vanjskim osnim zarezom te su rezultati uspoređeni s eksperimentalnima iz [99]. Kako je za određivanje vremena do loma cijevi opet primijenjen dijagram iz literature [36, 37, 45, 46] za polietilen srednje gustoće, dobiveno je veće odstupanje numeričkih od eksperimentalnih rezultata. Razlog tome je što su se eksperimenti puzanja na polietilenu PE100 pokazali vremenski vrlo zahtjevni. Nakon tri mjeseca niti jedna od pet epruveta opterećenih na puzanje se nije slomila tako da je definiranje dijagrama procjene loma za polietilen PE100 izašlo izvan okvira ove disertacije. Ovdje je potrebno naglasiti da je za isto opterećenje, geometriju te dimenzije epruvete i zareza, do loma epruvete od polietilena srednje gustoće analiziranog u [36, 37, 45, 46] došlo u dosta kraćem roku. Iz ovoga se daje zaključiti da noviji polietilen PE100 ima bolja mehanička svojstva u odnosu na polietilen srednje gustoće što je potrebno detaljnije istražiti.

Na kraju je potrebno istaknuti, da će nova originalna rješenja prikazana u ovom radu omogućiti točnije definiranje kriterija za ocjenu prihvatljivosti pukotine u metalnim i polimernim materijalima te njenog utjecaja na vijek trajanja konstrukcijske komponente. Osim na cijevi, razvijeni postupci primjenljivi su i na druge konstrukcijske komponente.

### **Sažeti prikaz znanstvenog doprinosa rada**

Definiranjem nove modificirane metode referentnog naprezanja u potpunosti su otklonjeni nedostaci GE/EPRI metode za približnu procjenu  $J$ -integrala u metalnim cijevima s vanjskom osnom polueliptičkom pukotinom opterećenim unutarnjim tlakom. Nedostaci su otklonjeni uvođenjem nove funkcije opterećenja, nazvane optimirani referentni tlak, umjesto opterećenja plastičnog tečenja u izrazu za  $J$ -integral.

U području istraživanja polimera, pomoću formulacija sličnih onima izvedenim za metalne materijale izvedeni su numerički algoritmi za modeliranje lomnog ponašanja polietilena srednje gustoće sprežanjem efekata viskoelastičnosti, viskoplastičnosti i velikih

deformacija. Modeliranje realnog ponašanja materijala omogućit će točnije izračunavanje parametra mehanike loma  $C$ -integrala u vršku pukotine u odnosu na do sada predložena rješenja.

Najvažniji doprinosi rada su:

- Predložena je nova modificirana metoda referentnog naprezanja za procjenu  $J$ -integrala.
- Predloženi su novi izrazi za procjenu graničnog tlaka i tlaka plastičnog kolapsa za širok raspon dimenzija cijevi i pukotina.
- Istražen je utjecaj izbora naprezanja tečenja na procjenu plastičnog kolapsa cijevi.
- Predložene su optimalne veličine podmodela u ovisnosti o duljini pukotine za izračunavanje parametara linearno elastične i elastoplastične mehanike loma primjenom tehnike podmodeliranja.
- Izveden je numerički algoritam za modeliranje procesa deformiranja polietilena za slučaj puzanja.
- Provedena su eksperimentalna istraživanja lomnog i vremenski ovisnog ponašanja polietilena PE100.

### **Smjerovi daljnjeg istraživanja**

Plan je provesti dodatne eksperimente na epruvetama od polietilenu PE100 sa i bez zareza da bi se još detaljnije utvrdilo lomno i vremenski ovisno ponašanje ovog materijala. Pritom je za točnije određivanje parametara konstitutivnog modela potrebno provesti eksperimente s više različitih opterećenja epruveta. Provedbom eksperimenata puzanja do loma epruveta dobit će se podaci o vremenu do loma za svaku epruvetu ovisno o opterećenju. Nakon toga, primjenom izraza iz literature bit će moguće izračunati eksperimentalne vrijednosti  $C^*$ -integrala. Na kraju, poznavajući vrijeme do loma i  $C^*$ -integral za svaku epruvetu bit će moguće konstruirati dijagram procjene loma za polietilen PE100. Isto tako, plan je detaljnije istražiti utjecaj graničnog tlaka i tlaka plastičnog kolapsa na procjenu cjelovitosti proizvoda tj. cijevi od polietilena PE100. Ovo će omogućiti da se numeričko modeliranje još više približi realnom ponašanju konstrukcijske komponente od polietilena sa zarezom odnosno pukotinom.



## LITERATURA

- [1] SINTAP, Structural Integrity Assessment Procedure, Final Report, ESIS, 1999.
- [2] API 579, Recommended practice for fitness-for-service, American Petroleum Institute, 2000.
- [3] R. A. Ainsworth, The assessment of defects in structures of strain hardening material, *Engineering Fracture Mechanics*, 19, 4, 633-642, 1984.
- [4] I. Milne, R. A. Ainsworth, A. R. Dowling, A. T. Stewart, Assessment of the integrity of structures containing defects, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 32, 1-4, 3-104, 1988.
- [5] R. Brighenti, Axially-cracked pipes under pulsating internal pressure, *International Journal of Fatigue*, 22, 7, 559-567, 2000.
- [6] F. W. Brust, S. Rahman, N. D. Ghadiali, Elastic-Plastic Analysis of Small Cracks in Tubes, *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 117, 1, 57-62, 1995.
- [7] Y.-J. Kim, N.-S. Huh, Y.-J. Park, Y.-J. Kim, Elastic-plastic J and COD estimates for axial through-wall cracked pipes, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 79, 6, 451-464, 2002.
- [8] Y.-J. Kim, J.-S. Kim, Y.-J. Park, Y.-J. Kim, Elastic-plastic fracture mechanics method for finite internal axial surface cracks in cylinders, *Engineering Fracture Mechanics*, 71, 7-8, 925-944, 2004.
- [9] I. S. Raju, J. J. C. Newman, Stress-Intensity Factors for Internal and External Surface Cracks in Cylindrical Vessels, *Journal of Pressure Vessel Technology*, 104, 4, 293-298, 1982.
- [10] Y. J. Kim, N. S. Huh, Y. J. Kim, Enhanced reference stress-based J and crack opening displacement estimation method for leak-before-break analysis and comparison with GE/EPRI method, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 24, 4, 243-254, 2001.
- [11] Y. J. Kim, N. S. Huh, Y. J. Kim, Effect of Luders strain on engineering crack opening displacement estimations for leak-before-break analysis: finite element study, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 24, 9, 565-626, 2001.
- [12] A. G. Miller, R. A. Ainsworth, Consistency of numerical results for power-law hardening materials and the accuracy of the reference stress approximation for J, *Engineering Fracture Mechanics*, 32, 2, 233-247, 1989.
- [13] Y.-J. Kim, J.-S. Kim, N.-S. Huh, Y.-J. Kim, Engineering C-integral estimates for generalised creep behaviour and finite element validation, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 79, 6, 427-443, 2002.
- [14] I. Skozrit, Z. Tonković, D. Kozak, M. Čanadija, L. Tóth, A J-integrál és a képlékeny tönkremenetel számítására használt összefüggés szerepe a felületi repedést tartalmazó vastag falú cső integritásának becslésénél (J-integral and plastic collapse loads expressions for integrity assessment of thick tubes containing surface cracks), *GÉP*, 8-9, 95-99, 2007.

- 
- [15] K. Zarrabi, H. Zhang, K. Nhim, Plastic collapse pressure of cylindrical vessels containing longitudinal surface cracks, *Nuclear Engineering and Design*, 168, 1-3, 313-317, 1997.
- [16] S. Majumdar, Prediction of structural integrity of steam generator tubes under severe accident conditions, *Nuclear Engineering and Design*, 194, 1, 31-55, 1999.
- [17] Y.-J. Kim, D.-J. Shim, N.-S. Huh, Y.-J. Kim, Plastic limit pressures for cracked pipes using finite element limit analyses, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 79, 5, 321-330, 2002.
- [18] Y.-J. Kim, D.-J. Shim, K. Nikbin, Y.-J. Kim, S.-S. Hwang, J.-S. Kim, Finite element based plastic limit loads for cylinders with part-through surface cracks under combined loading, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 80, 7-8, 527-540, 2003.
- [19] A. G. Miller, Review of limit loads of structures containing defects, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 32, 1-4, 197-327, 1988.
- [20] M. Staat, Local and global collapse pressure of longitudinally flawed pipes and cylindrical vessels, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 82, 3, 217-225, 2005.
- [21] A. J. Carter, A library of limit loads for fracture – Two, Nuclear Electric, Internal Report TD/SID/REP/0191, 1991.
- [22] R6, Assessment of the integrity of structures containing defects, Revision 4, British Energy, 1999.
- [23] Z. Tonković, I. Skozrit, I. Alfirević, Influence of flow stress choice on the plastic collapse estimation of axially cracked steam generator tubes, *Nuclear Engineering and Design*, 238, 7, 1762-1770, 2008.
- [24] H. Li, D. Mackenzie, Characterising gross plastic deformation in design by analysis, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 82, 10, 777-786, 2005.
- [25] Z. Tonković, I. Skozrit, J. Sorić, Numerical Modelling of Deformation Responses of Cracked Tubes, *Transactions of FAMENA*, 29, 1, 31-39, 2005.
- [26] U. Zerbst, R. A. Ainsworth, K. H. Schwalbe, Basic principles of analytical flaw assessment methods, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 77, 14-15, 855-867, 2000.
- [27] W. Kastner, E. Röhrich, W. Schmitt, R. Steinbuch, Critical crack sizes in ductile piping, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 9, 3, 197-219, 1981.
- [28] Y.-J. Kim, D.-J. Shim, Relevance of plastic limit loads to reference stress approach for surface cracked cylinder problems, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 82, 9, 687-699, 2005.
- [29] M. Staat, D. K. Vu, Limit analysis of flaws in pressurized pipes and cylindrical vessels. Part I: Axial defects, *Engineering Fracture Mechanics*, 74, 3, 431-450, 2007.
- [30] A. T. Diamantoudis, G. N. Labeas, Stress intensity factors of semi-elliptical surface cracks in pressure vessels by global-local finite element methodology, *Engineering Fracture Mechanics*, 72, 9, 1299-1312, 2005.
- [31] G. Pilz, Ph.D. Dissertation: Viscoelastic Properties of Polymeric Materials of Pipe Applications, Montanuniversity Leoben, Leoben, 2001.
-

- 
- [32] C. Bernal, H. López Montenegro, P. Frontini, Failure prediction analysis for polyethylene flawed pipes, *Engineering Fracture Mechanics*, 70, 15, 2149-2162, 2003.
- [33] H. B. H. Hamouda, M. Simoes-betbeder, F. Grillon, P. Blouet, N. Billon, R. Piques, Creep damage mechanisms in polyethylene gas pipes, *Polymer*, 42, 12, 5425-5437, 2001.
- [34] C. Regrain, Laiarinandrasana, L., Toillon, S., Experimental and numerical study of behaviour, damage and crack propagation of PA6, 17th European Conference of Fracture, Brno, 2008
- [35] A. D. Drozdov, J. C. Christiansen, R. Klitkou, C. G. Potarniche, Viscoelasticity and viscoplasticity of polypropylene/polyethylene blends, *International Journal of Solids and Structures*, 47, 18-19, 2498-2507, 2010.
- [36] H. B. H. Hamouda, L. Laiarinandrasana, R. Piques, Fracture mechanics global approach concepts applied to creep slow crack growth in a medium density polyethylene (MDPE), *Engineering Fracture Mechanics*, 74, 14, 2187-2204, 2007.
- [37] H. B. H. Hamouda, L. Laiarinandrasana, R. Piques, Viscoplastic behaviour of a medium density polyethylene (MDPE): Constitutive equations based on double nonlinear deformation model, *International Journal of Plasticity*, 23, 8, 1307-1327, 2007.
- [38] I. D. Moore, Three dimensional time dependent models for buried HDPE pipe, *Proceedings of the Eighth International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Morgantown, WV, USA, 1994
- [39] I. D. Moore, C. Zhang, Computer models for predicting HDPE pipe stiffness, *Proceedings of the 1995 Annual Conference of the Canadian Society for Civil Engineering*, Ottawa, Ontario, 1995
- [40] C. F. Popelar, C. H. Popelar, V. H. Kenner, Viscoelastic material characterization and modeling for polyethylene, *Polymer Engineering & Science*, 30, 10, 577-586, 1990.
- [41] R. A. Schapery, Texas A&M University Report MM 4665-83-7, College Station, TX, USA, 1983
- [42] I. Skozrit, Z. Tonković, Fracture Analysis of Medium Density Polyethylene, in *Engineering Against Fracture*, S. Pantelakis and C. Rodopoulos, Editors, Springer: Berlin. 455-464, 2009.
- [43] Y.-J. Kim, N.-S. Huh, Estimations of creep fracture mechanics parameters for through-thickness cracked cylinders and finite element validation, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 26, 3, 229-244, 2003.
- [44] X. Lu, N. Brown, The transition from ductile to slow crack growth failure in a copolymer of polyethylene, *Journal of Materials Science*, 25, 1, 411-416, 1990.
- [45] H. B. H. Hamouda, PhD: Creep Damage and Slow Crack Growth in Extruded Polyethylenes: Local Approach - Global Approach, Paris, 2000.
- [46] H. B. H. Hamouda, L. Laiarinandrasana, R. Piques, A local approach to creep fracture by slow crack growth in an MDPE: Damage modelling, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 86, 2-3, 228-238, 2009.
- [47] ABAQUS, Abaqus Documentation, Version 6.9, Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2009.
-



- 
- [48] Y.-J. Kim, Contour integral calculations for generalised creep laws within, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 78, 10, 661-666, 2001.
- [49] T. L. Anderson, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*, CRC Press, Boca Raton, 1995.
- [50] E. E. Gdoutos, C. A. Rodopoulos, J. R. Yates, *Problems of Fracture Mechanics and Fatigue: A Solution Guide*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2003.
- [51] E. E. Gdoutos, *Fracture Mechanics: An Introduction*, Springer, Dordrecht, 2005.
- [52] W. D. Callister, *Fundamentals of Materials Science and Engineering*, John Wiley & Sons, New York, 2001.
- [53] ABAQUS, Abaqus Software, Version 6.9, Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2009.
- [54] A. Benhamena, L. Aminallah, B. B. Bouiadjra, M. Benguediab, A. Amrouche, N. Benseddiq, J integral solution for semi-elliptical surface crack in high density polyethylene pipe under bending, *Materials & Design*, 32, 5, 2561-2569, 2011.
- [55] H. J. Frost, M. F. Ashby, *Deformation-Mechanism Maps: The Plasticity and Creep of Metals and Ceramics* Pergamon Press Oxford, 1982.
- [56] J. D. Landes, K.-H. Schwalbe, W. Dietzel, ETM format for creep deformation parameters, GKSS-Forschungszentrum Geesthacht GmbH, Geesthacht, 2004.
- [57] Riedel, H, Rice, R. J, Tensile cracks in creeping solids, *American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, PA, ETATS-UNIS, 1980, 19.
- [58] H. Riedel, Creep deformation at crack tips in elastic-viscoplastic solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 29, 1, 35-49, 1981.
- [59] A. Saxena, *Nonlinear fracture mechanics for engineers* CRC Press LLC Boca Raton, 1998.
- [60] J. D. Landes, K.-H. Schwalbe, An analysis of creep deformation parameters. Part 1: background, *Engineering Fracture Mechanics*, 71, 16-17, 2449-2461, 2004.
- [61] M. A. Crisfield, *Non-linear Finite Element Analysis of Solid and Structures, Vol.1: Essentials*, John Wiley & Sons, New York, 1997.
- [62] U. Zerbst, M. Schödel, S. Webster, R. Ainsworth, *Fitness-for-Service Fracture Assessment of Structures Containing Cracks: A Workbook based on the European SINTAP/FITNET procedure*, Elsevier 2007.
- [63] B. Su, G. S. Bhuyan, Elastic fracture properties of all-steel gas cylinders with different axial crack types, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 76, 1, 23-33, 1999.
- [64] J. Sorić, *Metoda konačnih elemenata*, Golden marketing - Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
- [65] K.-J. Bathe, *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, New Jersey, 1996.
- [66] M. Staat, Plastic collapse analysis of longitudinally flawed pipes and vessels, *Nuclear Engineering and Design*, 234, 1-3, 25-43, 2004.
- [67] MATHEMATICA, *Mathematica*, Version 5.0, Wolfram Research, Inc., Champaign, IL, USA, 2003.
-

- 
- [68] Y. J. Kim, J. S. Kim, Y. Z. Lee, Non-linear fracture mechanics analyses of part circumferential surface cracked pipes, *International Journal of Fracture*, 116, 347-375, 2002.
- [69] Y. J. Kim, P. J. Budden, Reference Stress Approximations for J and COD of Circumferential Through-Wall Cracked Pipes, *International Journal of Fracture*, 116, 195-218, 2002.
- [70] Y.-J. Kim, N.-S. Huh, Y.-J. Kim, Reference stress based elastic-plastic fracture analysis for circumferential through-wall cracked pipes under combined tension and bending, *Engineering Fracture Mechanics*, 69, 3, 367-388, 2002.
- [71] R5, An assessment procedure for the high temperature response of structures, Revision 2, British Energy, 1999.
- [72] BS 7910, Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures, British Standards Institution, 2005.
- [73] M. Tvrđy, Preventive Measures to Reduce the Rate of Ageing and Degradation of Primary Circuit Components Other than RPV, IAEA Course, Trnava, Slovakia, 1995
- [74] T. Lesičar, Diplomski rad: Određivanje faktora intenzivnosti naprežanja metodom podmodeliranja, Voditelji: Tonković, Z. i Skozrit, I. , Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2009.
- [75] M. Surjak, Diplomski rad: Numeričko određivanje faktora parametara mehanike loma tehnike podmodeliranja, Voditelji: Tonković, Z. i Marenčić, E., Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2009.
- [76] [www.hr.wikipedia.org](http://www.hr.wikipedia.org), 2010
- [77] [www.nucleartourist.com](http://www.nucleartourist.com), 2010
- [78] [www.nuclearstreet.com](http://www.nuclearstreet.com), 2010
- [79] Norms for the calculation of strength of the equipment and the pipelines of nuclear power installations (PNAE G-7-002-86) / Regulatory authority for the control of nuclear power of the USSR (in Russian), 1989.
- [80] [www.karmodsudeposu.com](http://www.karmodsudeposu.com), 2010
- [81] [www.claremontpolymer.com](http://www.claremontpolymer.com), 2010
- [82] E. Krempl, F. Khan, Rate (time)-dependent deformation behavior: an overview of some properties of metals and solid polymers, *International Journal of Plasticity*, 19, 7, 1069-1095, 2003.
- [83] <http://bulkbag-s.com/polyethylene-pipe>, 2010
- [84] [www.bechtms.com](http://www.bechtms.com), 2010
- [85] M. Haager, A. Lueghamer, Life-time of Polyethylene Pipes, Skup o prirodnom plinu, Osijek, 2007
- [86] FORTRAN, Fortran Software, Version 9.1, Intel® Software Network, Santa Clara, CA, USA, 2005.
- [87] R. Piques, P. Bensussan, A. Pineau, Crack initiation and growth under creep and fatigue loading of an austenitic stainless steel. High temperature fracture mechanisms and mechanics, *Mechanical Engineering Publications*, 397-420, 1990.
-

- 
- [88] R. Piques, E. Molinie, A. Pineau, Comparison Between Two Assessment Methods for Defects in the Creep Range, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 14, 9, 871-885, 1991.
- [89] L. Laiarinandrasana, Kabiri, M. R., Specimen Geometry Effects on 316l(N) Creep Crack Growth Analyses, 15th European Conference of Fracture, Stockholm, Sweden, 2004
- [90] J. R. Haigh, C. E. Richards, Yield point loads and compliance functions of fracture mechanics specimens, 1974, Memorandum No. RD/L/M/461, Central Electricity Research Laboratories, Leatherhead, England
- [91] HRN EN 1555-1, Plastični cijevni sustavi za opskrbu plinovitim gorivima -- Polietilen (PE) -- 1. dio: Općenito, Hrvatski zavod za norme, 2002.
- [92] HRN EN ISO 9080, Plastični cijevni i kanalni sustavi - Određivanje dugotrajne hidrostatske čvrstoće plastomernih materijala u obliku cijevi ekstrapolacijom, Hrvatski zavod za norme, 2003.
- [93] HRN EN 12201-1, Plastični cijevni sustavi za opskrbu vodom -- Polietilen (PE) -- 1. dio: Općenito, Hrvatski zavod za norme 2003.
- [94] HRN EN 1555-2, Plastični cijevni sustavi za opskrbu plinovitim gorivima-Polietilen (PE) -- 2. dio Cijevi, Hrvatski zavod za norme 2002.
- [95] HRN ISO 4437, Ukopane polietilenske (PE) cijevi za opskrbu plinovitim gorivima -- Metrički nizovi -- Specifikacij, Hrvatski zavod za norme, 2008.
- [96] HRN EN ISO 12162, Plastomerni materijali za cijevi i spojnice za tlačne primjene -- Razredba i označivanje -- Sveukupni uporabni (izračunski) koeficijent, Hrvatski zavod za norme, 2004.
- [97] CJENIK 2010/11 - Niskogradnja, PipeLife d.o.o., Karlovac, 2010.
- [98] Polietilenski tlačni sustavi u vodoopskrbi, PipeLife d.o.o., Karlovac, 2010.
- [99] Z. Tonković, Doktorski rad: Procjena preostalog vremena uporabe oštećenih polietilenskih plinovodnih cijevi, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Strojarski Fakultet u Slavanskom Brodu, Slavonski Brod, 2008.
- [100] ISO 527-1, Plastics -- Determination of tensile properties -- Part 1: General principles, International Organization for Standardization, 1996.
- [101] ISO 527-2. Plastics -- Determination of tensile properties -- Part 2: Test conditions for moulding and extrusion plastics, International Organization for Standardization, 1996.
- [102] HRN EN ISO 6259-1, Plastomerne cijevi -- Određivanje rasteznih svojstava -- 1. dio: Opća ispitna metoda, Hrvatski zavod za norme, 2004.
- [103] BETA Series, High Grade Universal Testing Machines, Messphysik, 1986.
- [104] Strainvis, User manual, CEAST, 1979.
- [105] E. Marenčić, Z. Tonković, I. Skozrit, On the Calculation of Stress Intensity Factors and J-Integrals Using the Submodeling Technique, *Journal of Pressure Vessel Technology*, 132, 4, 041203-12, 2010.
- [106] I. Skozrit, Z. Tonković, On Numerical Analysis of Creep Fracture Behaviour of Medium Density Polyethylene, *Key Engineering Materials*, 417-418, 233-236, 2010.
-

## ŽIVOTOPIS

Rođen 12. listopada, 1977. godine u Zaboku, Oženjen, Otac jednog djeteta

### *Školovanje*

- 1984-1992, osnovna škola "Bedekovčina", Bedekovčina
- 1992-1996, srednja tehnička škola "Faust Vrančić", Zagreb
- 1996-2002, studij strojarstva na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu
- 2002, diplomirao na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, smjer: Konstrukcijski
- od 2002, poslijediplomski studij strojarstva na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, smjer: Teorija konstrukcija

### *Zaposlenje*

- od 2002, znanstveni novak - asistent na Zavodu za tehničku mehaniku na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

### *Znanstvena usavršavanja*

- 2005 Mixed Finite Element Technologies, International Centre For Mechanical Sciences (CISM), Udine, Italija

### *Strani jezici*

Engleski

### *Članstvo u znanstvenim društvima*

- Hrvatsko društvo za mehaniku (HDM)
- Central European Association for Computational Mechanics (CEACM)
- European Structural Integrity Society (ESIS)

### *Nagrade i priznanja*

- 2002 Medalja Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu za najbolje studente
- 2009 Godišnja nagrada Društva sveučilišnih nastavnika i drugih znanstvenika u Zagrebu mladim znanstvenicima i umjetnicima za 2008

### *Broj objavljenih znanstvenih radova*

- 3 rada u međunarodnim časopisima indeksiranim u CC-u (Current Contents-u)
- 6 radova objavljeni u časopisima s međunarodnom recenzijom
- 16 radova u zbornicima radova s međunarodnih znanstvenih skupova
- 7 radova u zbornicima radova s znanstvenih skupova



## CURRICULUM VITAE

Born on 12 September, 1977 in Zabok, Married, The father of one child

### *Education*

- 1984-1992, primary school "Bedekovčina", Bedekovčina
- 1992-1996, grammar school "Faust Vrančić", Zagreb
- 1996-2002, studies in Mechanical Engineering at the University of Zagreb
- 2002, graduated in Mechanical Engineering at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb
- since 2002, doctoral study in Theory of Structures and Design at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb

### *Employment*

- since 2002, Assistant at the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb

### *Training*

- 2005 Mixed Finite Element Technologies, International Centre For Mechanical Sciences (CISM), Udine, Italy

### *Foreign language*

English

### *Memberships*

- Croatian Society of Mechanics (CSM)
- Central European Association for Computational Mechanics (CEACM)
- European Structural Integrity Society (ESIS)

### *Awards*

- 2002 Medal of the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture for the best students (student achievement award), University of Zagreb
- 2009 Annual award of Society of University Teachers, Scholars and Other Scientists - Zagreb for young researchers and artists in 2008

### *Number of scientific publications*

- 3 papers published in CC (Current Contents) journals
- 6 papers published in other international journals
- 16 papers published in proceedings of international conferences
- 7 papers published in proceedings of conferences