

# Simulacija rasta pukotine u tankostjenim konstrukcijama izloženim cikličkim radnim opterećenjima

---

Vujica, Danijel

Master's thesis / Diplomski rad

2009

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:719769>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

Download date / Datum preuzimanja: **2024-08-02**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet strojarstva i brodogradnje

# **DIPLOMSKI RAD**

DANIJEL VUJICA

Zagreb, 2009.

Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet strojarstva i brodogradnje

# **DIPLOMSKI RAD**

Mentor

Prof. dr. sc. ŽELJKO BOŽIĆ

DANIJEL VUJICA

Zagreb, 2009.



# IZJAVA

Izjavljujem da sam diplomski rad na temu „*Analiza napredovanja pukotina orebrenih i neorebrenih panela*“ izradio samostalno uz potrebne konzultacije s mentorom i korištenjem stručne literature navedene na kraju rada.

U Zagrebu, studeni 2009.

---

Danijel Vujica

## ZAHVALE

Zahvaljujem svojoj majci i pokojnom ocu što su mi svojim odricanjem omogućili studiranje na Fakultetu strojarstva i brodogradnje. Svojoj sestri Ivani zahvaljujem na podršci pruženoj tijekom studija.

Svojoj voljenoj djevojci Valentini i nezinoj obitelji zahvaljujem na podršci tijekom studiranja i ohrabrenju tijekom izrade ovog rada.

Posebno zahvaljujem svom mentoru prof. dr. sc. Željku Božiću što me je motivirao i savjetovao tijekom izrade ovog rada.

Zahvalu upućujem i svim profesorima, kolegama, prijateljima s fakulteta na divnim godinama studiranja.

## SAŽETAK

Propagacija zamornih pukotina ima veliki utjecaj na životni vijek zrakoplovnih konstrukcija. U drugom poglavlju ovog rada su navedeni primjeri zrakoplovnih nesreća uzeti iz literature do kojih je došlo uslijed oštećenja konstrukcije zamornim pukotinama. Kako bi se uspješno predvidio životni vijek konstrukcije koja je ciklički opterećena, koriste se suvremene metode simulacije koje uz praćenje rasta pukotine omogućavaju sigurniju eksploataciju konstrukcije. U trećem poglavlju je dan pregled literature iz područja analize zamora konstrukcije, te su predstavljeni koncepti i metode utvrđivanja napredovanja pukotina, kao i osnovne jednačbe napredovanja pukotine temeljene na linearno elastičnoj mehanici loma. Ukazano je na važnost praga faktora intenzivnosti naprezanja  $K_{th}$  na relativno napredovanje pukotine. U četvrtom poglavlju je, koristeći jednačbe napredovanja pukotine koje su dali Paris, Zheng – Hirt, i Klesnil – Lukaš, simuliran životni vijek za eksperimentalne uzorke orebrenih i neorebrenih panela uzetih iz literature. Korišteni su orebreni i neorebreni paneli sa jednom ili višestrukim pukotinama. Rezultati simulacija su uspoređeni sa eksperimentalnim rezultatima.

# SADRŽAJ

SAŽETAK

SADRŽAJ

POPIS SLIKA

POPIS OZNAKA

1. Uvod.....	1
2. Primjeri pukotinskih oštećenja zrakoplova.....	2
3. Koncepti i jednadžbe simulacije zamornih pukotina.....	10
4. Simulacije životnog vijeka.....	34
5. Literatura.....	54



# POPIS SLIKA

Slika 2.1	Položaj ADF prozora na zrakoplovu.....	3
Slika 2.2	a) pukotina na Cometu G-ALYP, b) prikaz ishodišta pukotine,c) sakupljeni dijelovi olupine oko prozora .....	4
Slika 2.3	Kolaps trupa na ispitivanom modelu Comet G-ALYU; a) pogled iznutra, b) izvana ..	4
Slika 2.4	Zrakoplov F111 i detalj spornog dijela konstrukcije.....	4
Slika 2.5	Pregled spornog dijela konstrukcije prizemljenog zrakoplova.....	5
Slika 2.6	Ramenjača horizontalnog stabilizatora.....	5
Slika 2.7	Prikaz spoja motora i krila na DC-10.....	6
Slika 2.8	Oštećeno područje zrakoplova.....	7
Slika 2.9	Popravak tlačne pregrade.....	7
Slika 2.10	Oštećenja na Aloha Airlines 737.....	8
Slika 2.11	Propagacija višestrukih pukotinskih oštećenja.....	8
Slika 2.12	Skica zakovice i pripadajuće zamorne pukotine kod Alohe 737.....	8
Slika 3.1.	Tri osnovna načina otvaranja pukotina .....	9
Slika 3.2.	Opis koordinata i geometrije.....	9
Slika 3.3.	Središnja pukotina: a) beskonačna ploča, b) konačna ploča.....	11
Slika 3.4	Primjer $\beta$ funkcije za središnju pukotinu.....	13
Slika 3.5.	Parametri napredovanja zamorne pukotine: a) tupljenje i naoštavanje; b) $\Delta\sigma$ i $\Delta K$ ; c) omjer napreznja.....	14
Slika 3.6	Dobivanje funkcije brzine napredovanja pukotine. a) opterećenje; b) izmjereni podatci; c) podatci o brzini.....	16
Slika 3.7	Princip sličnosti.....	18
Slika 3.8	Brzine napredovanja pukotine za Ti-6Al-4V.....	18
Slika 3.9.	Tipične krivulje brzina za različite legure.....	19
Slika 3.11	Parisova jednadžba .....	20
Slika 3.12.	$\Delta K$ područja propagacije pukotina.....	21
Slika 3.13	Mogući načini smanjivanja nominalnog napreznja $\sigma$ .....	22
Slika 3.14	Krivulje napredovanja različitih uzoraka.....	23
Slika 3.15	Wanhillovi rezultati napredovanja velikih i malih pukotina.....	25
Slika 3.16	Plastične zone propagirajuće pukotine.....	26
Slika 3.17.	Mjerenje otvaranja pukotine (COD).....	27
Slika 3.18	Zatvaranje pukotine: vrh pukotine je otvoren samo za vrijeme jednog dijela ciklusa opterećenja.....	28
Slika 3.19	Brzina napredovanja pukotine za dvije vrijednosti $R$ , te za dvije vrijednosti $\Delta\sigma$ : a) $da/dN$ kao funkcija od $\Delta K$ , b) rezultati slike a) prikazani kao funkcija $\Delta K_{eff}$ .....	30
Slika 4.1.1	Opis geometrije ispitnog uzorka.....	33
Slika 4.1.2	Rezultati ispitivanja.....	33
Slika 4.1.3.	Model četvrtine ploče.....	34
Slika 4.1.4	Detalj mreže oko vrha pukotine.....	35
Slika 4.1.5.	Deformirani model.....	35
Slika 4.1.6.	a-K dijagram.....	35
Slika 4.1.7.	Dijagram relativnog napredovanja pukotine.....	36
Slika 4.1.8.	Dijagram životnog vijeka konstrukcije.....	36
Slika 4.1.9	Dijagram relativnog napredovanja pukotine.....	37
Slika 4.1.10.	Simulacija životnog vijeka.....	37
Slika 4.1.11.	Dijagram relativnog napredovanja pukotine.....	38
Slika 4.1.12.	Simulacija životnog vijeka.....	38
Slika 4.2.1	Simulacija životnog vijeka uzorka P3 Parisovom metodom.....	38
Slika 4.2.2	Simulacija životnog vijeka uzorka P3 Klesnil - Lukaševom metodom.....	39
Slika 4.2.3	Simulacija životnog vijeka uzorka P3 Zheng - Hirtovom metodom.....	39
Slika 4.2.4	Shema modela sa 6 vrhova.....	40
Slika 4.2.5	Mreža modela sa 6 vrhova iz Ansys-a.....	40
Slika 4.2.6	Detalj mreže pri vrhu pukotine.....	41
Slika 4.2.7	Deformirani model iz Ansys-a.....	41
Slika 4.2.8	Dijagram životnog vijeka eksperimentalnog uzorka P3.....	41
Slika 4.2.9	a-K dijagram za svih 6 vrhova.....	42
Slika 4.2.10	a) a-K dijagram za vrhove 1 i 4 središnje pukotine.....	42

Slika 4.2.10	<b>b) a-K dijagram za vrhove 2 i 3 desne pukotine.....</b>	43
Slika 4.2.10	<b>c) a-K dijagram za vrhove 5 i 6 lijeve pukotine.....</b>	43
Slika 4.2.11	<b>Usporedba modela polovine i četvrtine ploče u a-K dijagramu.....</b>	44
Slika 4.2.12	<b>Usporedba simuliranih životnih vijekova koristeći različite modele.....</b>	44
Slika 4.3.1	<b>Opis geometrije ispitnog uzorka.....</b>	45
Slika 4.3.2	<b>Životni vijek eksperimentalnog uzorka.....</b>	45
Slika 4.3.3	<b>Bočni pogled deformiranog modela.....</b>	46
Slika 4.3.4	<b>Naprezanje u čvorovima pri vrhu pukotine.....</b>	46
Slika 4.3.5	<b>Vrijednosti RKS za čvorove blizu vrha pukotine.....</b>	47
Slika 4.3.6	<b>Pravac RKS-a prikazan na detalju mreže.....</b>	47
Slika 4.3.7	<b>Prikaz plastične zone.....</b>	48
Slika 4.3.8	<b>a-K dijagram za uzorak SP1.....</b>	49
Slika 4.3.9	<b>Simulacija životnog vijeka uzorka SP1 Parisovom metodom.....</b>	49
Slika 4.3.10	<b>Simulacija životnog vijeka uzorka SP1 Klesnil - Lukaševom metodom.....</b>	50
Slika 4.3.11	<b>Simulacija životnog vijeka uzorka SP1 Zheng - Hirtovom metodom.....</b>	50
Slika 4.4.1	<b>Simulacija životnog vijeka uzorka SP3 Parisovom metodom.....</b>	51
Slika 4.4.2	<b>Simulacija životnog vijeka uzorka SP3 Klesnil - Lukaševom metodom.....</b>	51
Slika 4.4.3	<b>Simulacija životnog vijeka uzorka SP3 Klesnil - Lukaševom metodom.....</b>	51

## **POPIS TABLICA**

Tablica 2.1	<b>Zrakoplovne nesreće uzrokovane zamorom materijala.....</b>	<b>2</b>
-------------	---	----------

## POPIS OZNAKA

$a$ ,	m	-	polovična duljina pukotine
$\Delta a$ ,	m	-	prirast duljine pukotine
$B$ ,	m	-	debljina uzorka ili modela ploče
$C_p, m_p$	-	-	Parisove konstante
$da/dN$	m/ciklus	-	brzina rasta pukotine
$E$ ,	MPa	-	Youngov modul elastičnosti
$G$ ,	MPa	-	modul smicanja
$K$ ,	MPa $\sqrt{m}$	-	faktor intenzivnosti naprezanja
$K_I$ ,	MPa $\sqrt{m}$	-	faktor intenzivnosti naprezanja za prvi način otvaranja pukotine
$K_{II}$ ,	MPa $\sqrt{m}$	-	faktor intenzivnosti naprezanja za drugi način otvaranja pukotine
$K_{III}$ ,	MPa $\sqrt{m}$	-	faktor intenzivnosti naprezanja za treći način otvaranja pukotine
$K_{op}$	MPa $\sqrt{m}$	-	faktor intenzivnosti naprezanja pri kojem se otvara pukotina
$\Delta K$ ,	MPa $\sqrt{m}$	-	raspon faktora intenzivnosti naprezanja
$\Delta K_{eff}$ ,	MPa $\sqrt{m}$	-	efektivni faktor intenzivnosti naprezanja
$K_{th}$ ,	MPa $\sqrt{m}$	-	prag faktora intenzivnosti naprezanja
$N$ ,	-	-	broj ciklusa
$\Delta N$ ,	-	-	prirast broja ciklusa
$r_p$	m	-	veličina plastične zone
$R$	-	-	omjer opterećenja
$RKS$	%	-	relativna komponenta savijanja
$u, v, w$ ,	-	-	pomaci u x, y i z smjeru u pravokutnom koordinatnom sustavu
$x, y, z$ ,	-	-	koordinate u pravokutnom koordinatnom sustavu

$\beta$ ,	-	-	faktor geometrijske korekcije kod faktora intenzivnosti naprezanja
$\nu$ ,	-	-	Poissonov koeficijent
$\sigma$ ,	MPa	-	nominalno naprezanje
$\sigma_{\max}$ ,	MPa	-	maksimalno naprezanje
$\sigma_{\min}$ ,	MPa	-	minimalno naprezanje
$\sigma_{\text{op}}$ ,	MPa	-	naprezanje uslijed kojeg dolazi do otvaranja pukotine
$\sigma_y$ ,	MPa	-	naprezanje u smijeru osi y
$\sigma_{\text{ty}}$ ,	MPa	-	naprezanje tečenja
$\sigma_{\text{top}}$ ,	MPa	-	naprezanje na gornjoj površini Shell elementa
$\sigma_{\text{bottom}}$ ,	MPa	-	naprezanje na donjoj površini Shell elementa
$\sigma_{\text{middle}}$ ,	MPa	-	naprezanje na srednjoj površini Shell elementa
$\Delta\sigma$ ,	MPa	-	raspon naprezanja

## 1. Uvod

Pukotine nastale kao posljedica zamora materijala su svakodnevica na području zrakoplovstva zbog specifičnosti opterećenja zrakoplovnih konstrukcija. Opterećenja mogu biti stalna i predvidljiva kao što je naprimjer promjena tlaka u kabini sa promjenom visine ili razne vibracije uzrokovane radom motora i ostalih uređaja. Ali mogu imati i potpuno slučajan karakter kao što su opterećenja uzrokovana raznim aerodinamičkim pojavama kao što su turbulencije, *flutter*, itd. Ono što je zajedničko svim tim opterećenjima jest da imaju amplitudu promjenjivu sa vremenom, čime su stvoreni osnovni preduvjeti za akumulaciju oštećenja, inicijaciju i propagaciju zamornih pukotina. Od iznimne je važnosti pravovremeno otkrivanje pukotina kako bi se spriječio kritičan otkaz konstrukcije. O posljedicama nepravovremenog otkrivanja svjedoče neki primjeri navedeni u drugom poglavlju, te u literaturi [4].

U ovom radu su predstavljene metode koje se koriste u analizi i simulaciji životnog vijeka konstrukcije nakon inicijacije pukotina, čime je moguće dobiti smjernice o intervalima pregleda odgovarajućih dijelova konstrukcije. U radu je primjenjen koncept linearno elastične mehanike loma, čija je praktična upotreba u analizi životnog vijeka konstrukcijskih elemenata i sustava zrakoplovnih i drugih konstrukcija dana u literaturi [1], [3], i [4]. Jednadžba napredovanja pukotine koja proizlazi iz spomenute literature i koja je korištena u simulacijama se zove Parisova jednadžba. Na to će se nadovezati neke relativno novije metode simulacije koje na različite načine uzimaju u obzir utjecaj praga faktora intenzivnosti naprezanja  $K_{threshold}$  na relativno napredovanje zamornih pukotina. U tom smislu se u simulacijama koriste Zheng - Hirtova jednadžba (6), te Klesnil – Lukaševa jednadžba (7).

Koristeći navedene metode, provedene su simulacije napredovanja pukotine za nekoliko eksperimentalnih uzoraka. Iz literature [2] su uzeti eksperimentalni rezultati testova zamora orebrenih i neorebrenih panela. Za zadanu geometriju uzoraka, izrađeni su modeli konačnih elemenata u programskom paketu *Ansys 10.0*. Simulacija životnog vijeka se temelji na numeričkoj integraciji diferencijalnih jednadžbi napredovanja pukotine. Numerička integracija je provedena koristeći programski paket *Matlab 9.0*. Korištene numeričke procedure su objašnjene i dane u literaturi [2]. Na temelju procedura danih u literaturi [2], u programskom paketu *Matlab* je napravljen program za numeričku integraciju Parisove jednadžbe [8]. U ovom radu program je nadograđen sa Zheng – Hirtovom te Klesnil – Lukaševom jednadžbom. Modeli neorebrenih panela temelje se na *Ansys* modelima analiziranim u [8], dok se modeli orebrenih panela temelje na [9].

## 2. Primjeri pukotinskih oštećenja zrakoplova

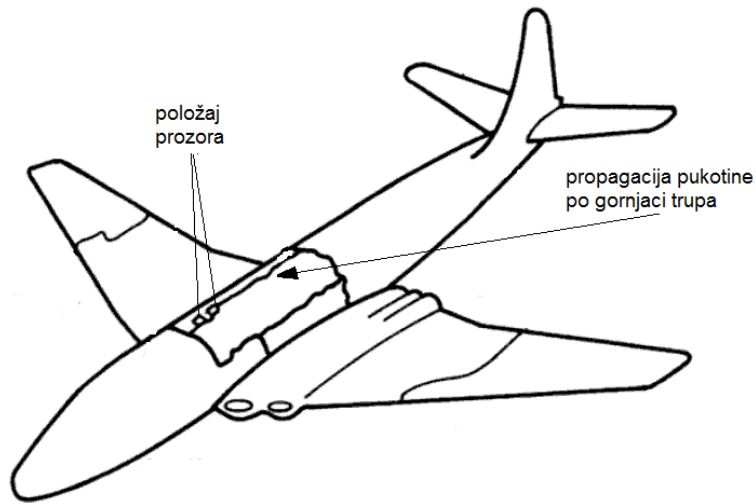
Dijelovi konstrukcije uvijek sadrže nepravilnosti u sebi, kao posljedica proizvodnje, sastavljanja, popravka ili održavanja. Pod djelovanjem niza raznih opterećenja i utjecaja okoline, te nepravilnosti iniciraju pukotine koje napreduju sa vremenom, te konačno izazivaju kritičan otkaz dijela konstrukcije. U zavisnosti od funkcije tog dijela dolazi do manjeg gubitka funkcionalnosti ili do havarije čitave konstrukcije. Koristeći literaturu [4], u tablici 2.1 su nabrojane neke zrakoplovne nesreće do kojih je došlo zbog djelovanja zamora materijala.

Zrakoplov	Datum	Vrsta kvara	Uzrok nesreće
<i>Comet</i>	<i>5.2.1953. 10.1.1954. 8.4.1954.</i>	<i>Tri uzastopna pada</i>	<i>Pukotina inicirana na uglovima prozora</i>
<i>F111 US Airforce</i>	<i>22.12.1969.</i>	<i>Havarija pri opterećenju manjem od 1/3 predviđenog</i>	<i>Pukotina inicirana kao defekat pri kovanju, propagirala prije slijedećeg pregleda</i>
<i>Boeing 707 Dan Air</i>	<i>14.05.1977.</i>	<i>Namijenjen za 60000 sati, a havarija na 16723</i>	<i>Napredovanje kratkih pukotina kod zakovica</i>
<i>DC 10 Chicago, AA</i>	<i>25.05.1979.</i>	<i>Lijevo krilo i nosač motora otpali, pregledi pokazali pukotine na još 5 zrakoplova</i>	<i>Dvije pukotine na preopterećenoj prirubnici; pukotine nastale radnjama održavanja</i>
<i>Boeing 747 JAL</i>	<i>12.8.1985.</i>	<i>Eksplzivna dekompresija</i>	<i>Kratke pukotine nastale nakon popravka; greške u rasporedu zakovica</i>

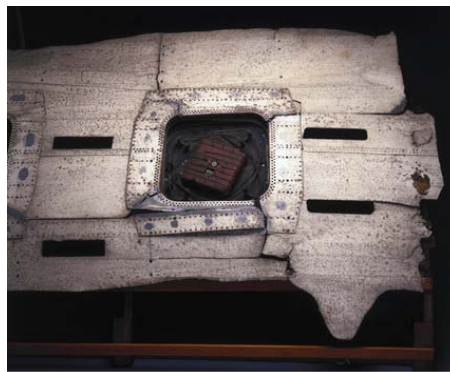
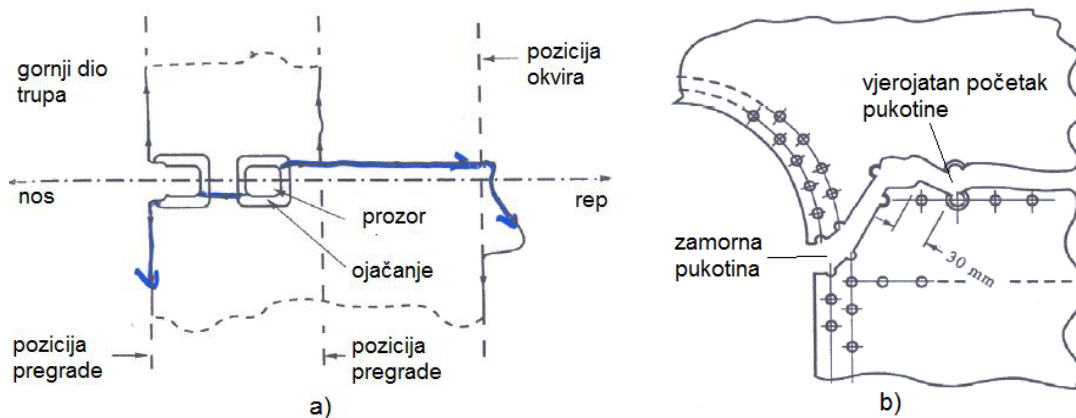
Tablica 2.1 Zrakoplovne nesreće uzrokovane zamorom materijala

### De Havilland Comet

U siječnju 1954., Comet G-ALYP, i travnju te iste godine, Comet G-ALYY, su se raspali u zraku i uzeli mnoge živote. Ispitivanja i studije ostataka konstrukcije prvog srušenog zrakoplova, pokazale su da se pukotina razvila uslijed zamora metala u blizini ADF prozora smještenog na prednjem dijelu stropa kabine, slike 2.1 i 2.2. Ta se pukotina razvila s vremenom u pukotinu velike dužine koja je uzrokovala lokalno popuštanje konstrukcije i havariju.



Slika 2.1. Položaj ADF prozora na zrakoplovu



c)

Slika 2.2. a) pukotina na Cometu G-ALYP, b) prikaz ishodišta pukotine c) sakupljeni dijelovi olupine oko prozora

Radi utvrđivanja uzroka havarija Cometa G-ALYP i G-ALYY izvršena su opsežna ispitivanja, uključujući cjelokupnu ponavljaju presurizaciju na zrakoplovu Comet G-ALYU koji je prizemljen. Ispitivanja su se odvijala pod vodom, kako bi se umanjila šteta nastala raspadom konstrukcije. Zrakoplov je prije ispitivanja imao 1231



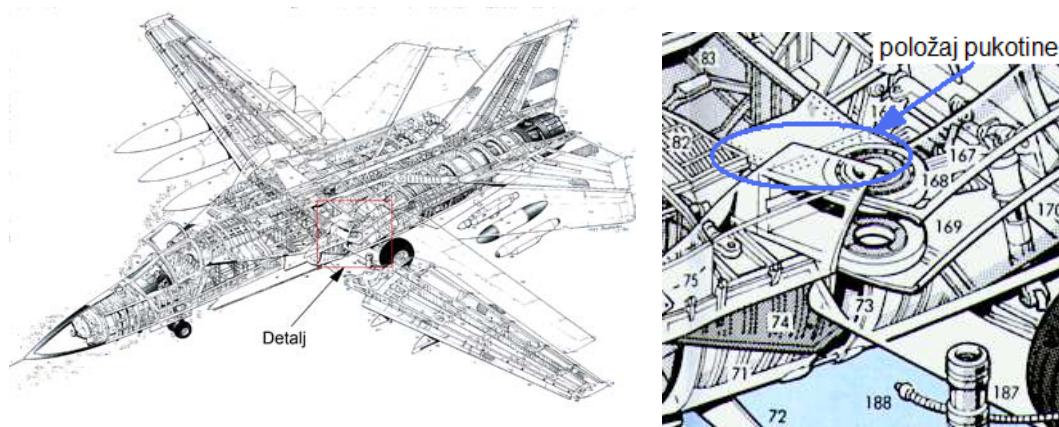
ciklus presurizacije. Nakon 1825 ciklusa ispitne presurizacije došlo je do kolapsa konstrukcije. Ispitivanja su pokazala da su pukotine nastale na uglovima prozora i izlaza za evakuaciju te se onda širile gotovo aksijalno po trupu, slika 2.3.



Slika 2.3. Kolaps trupa na ispitivanom modelu Comet G-ALYU; a) pogled iznutra, b) pogled izvana

### F-111 US Airforce

22. prosinca 1969. za vrijeme vježbe gađanja, vojni zrakoplov F-111 A se srušio na testni poligon. Nakon ispuštanja bojovog tereta , u režimu penjanja je došlo do potpunog odvajanja krila od zrakoplova. Zrakoplov je imao svega oko 100 sati nleta. Cijela flota je prizemljena jer se već prije sumnjalo na integritet kutijastih nosača krila. Tijekom provedenog ispitivanja ustanovljena je pojava velike zamorne pukotine nakon 8000 simuliranih sati rada. Predviđeni životni vijek je 40000 sati, pa se je vjerovalo da je period od 10000 sati siguran. Materijal izrade nosača je čelik visoke čvrstoće koja je postignuta toplinskom obradom. Postupak je davao visoku čvrstoću, ali nisku otpornost na propagaciju pukotina. U svrhu rješavanja problema, toplinski postupak je poboljšán, te je struktura ojačana kompozitnim dijelovima. Zrakoplov je u upotrebi još i danas.



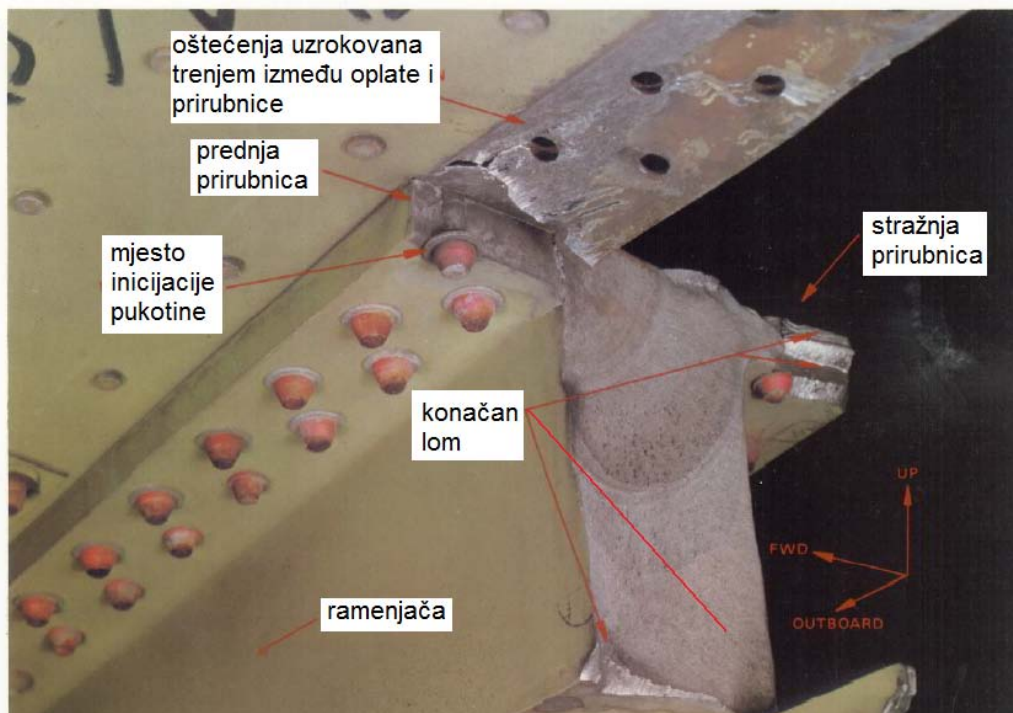
Slika 2.4 Zrakoplov F111 i detalj spornog dijela konstrukcije



Slika 2.5 Pregled spornog dijela konstrukcije prizemljenog zrakoplova

### Dan Air Boeing 707

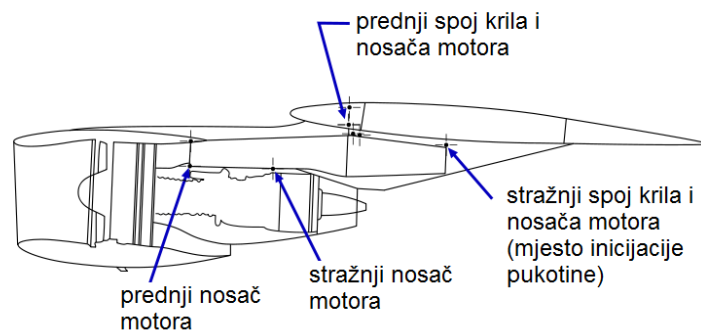
14. svibnja 1977. Boeing 707 u režimu slijetanja se srušio nekoliko kilometara prije početka piste sa katastrofalnim posljedicama. Uzrok nesreće je odvajanje desnog horizontalnog stabilizatora zbog čega je došlo do strmog poniranja zrakoplova. Nedostaci koji se navode kao odlučujući faktori su zamor materijala, nepovoljna konstrukcija, te neadekvatni postupci certifikacije i pregleda. Analizom nesreće na ramenjači stabilizatora je ustanovljeno postojanje nekoliko manjih zamornih pukotina te jedna velika koja je inicirala na rupi od zakovice. Pregledom drugih zrakoplova istog tipa ustanovljene su inicijacije pukotina na tom istom mjestu.



Slika 2.6 Ramenjača horizontalnog stabilizatora

## American Airlines DC – 10 Chicago

25. svibnja 1979. putnički zrakoplov DC-10 nacionalnog operatera American Airlines se srušio netom nakon polijetanja. Došlo je do odvajanja lijevog motora, koji je u procesu kritično ošteti hidraulične upravljačke vodove i dio lijevog krila čime je daljnje upravljanje zrakoplovom bilo u potpunosti onemogućeno. Kasnije je utvrđeno da operater prilikom redovnog održavanja nije slijedio (niti nije morao) upute proizvođača o pregledu nosača motora. U uputama od McDonnell Douglasa piše da je potrebno skinuti najprije motor a zatim nosač kako bi ga se pregledalo. Mehaničari na održavanju su koristili proceduru u kojoj su istovremeno skidali motor sa nosačem. To je nosilo uštedu od ukupno 200 radnih sati, ali je često oštećivalo nosač motora. Svi zrakoplovi tog tipa su prizemljeni. Na još 6 zrakoplova su pronađena slična oštećenja, od čega su 4 bila od American Airlinesa, a 2 od drugih operatera.

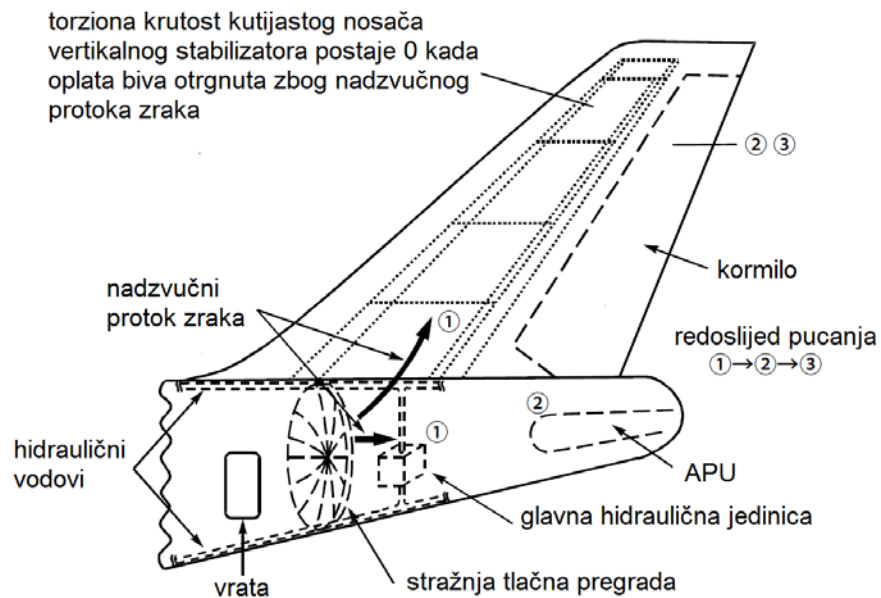


Slika 2.7 Prikaz spoja motora i krila na DC-10

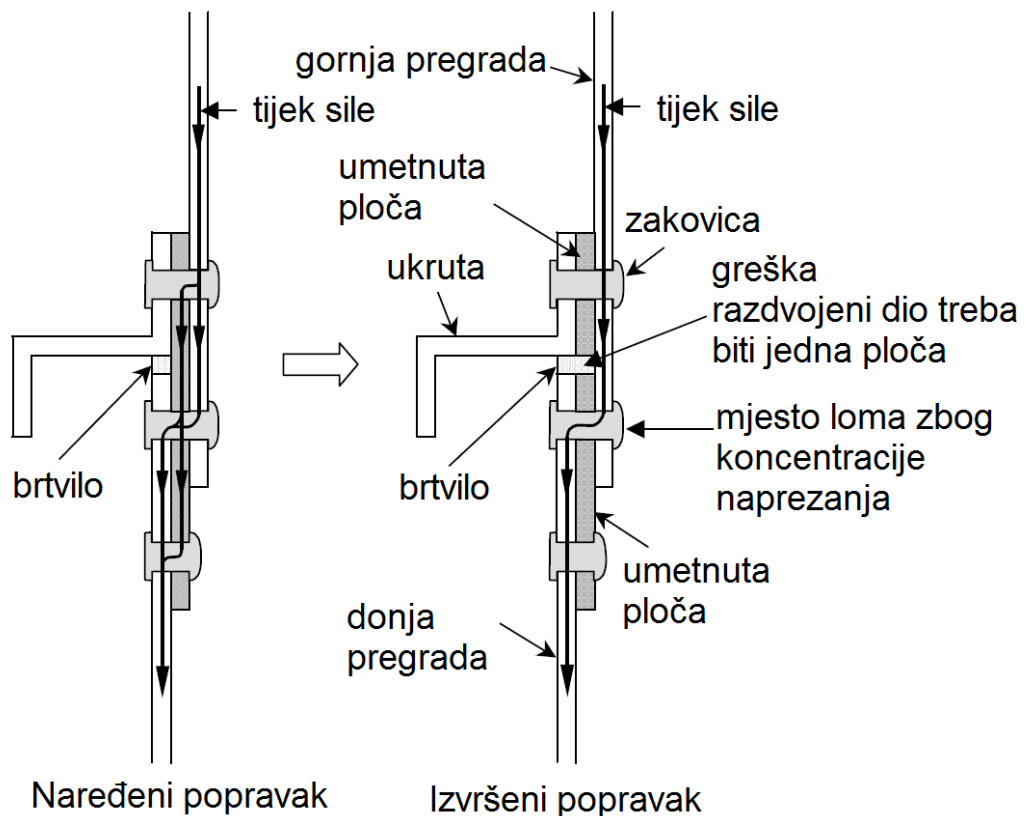
## Japan Airlines Boeing 747SR

U kolovozu 1985. Japan Airlines Boeing 747SR bio je na letu od Tokyja do Osake. Pri penjanju na visinu od 24 000 ft popustila je stražnja tlačna pregrada uslijed čega je došlo do eksplozivne dekompresije koja je uzrokovala gubitak hidraulike čime je zrakoplov postao neupravljiv. Taj je zrakoplov bio oštećen u lipnju 1978. kad je repnim dijelom udario u pistu uslijed čega se ošteti donji dio stražnje tlačne pregrade. Pregrada je bila od tankih ploča aluminijske legure i polusfernog oblika. Ploče su se povezivale zakovicama, a između njih je dodan *doubler* radi veće čvrstoće spoja. Pri popravku oštećenja iz 1978. novi donji dio pregrade bio je zakovan na gornju polovicu. Međutim, dvije polovice nisu bile dobro međusobno spojene. Na gornjoj polovici ploče bio je bio je *doubler* i ukruta na unutarnjoj strani pregrade, slika 1.10. Na donjoj polovici spoja postojao je *doubler*, no koji je bio odvojen od gornjeg *doublera* pa je postojao procijep između dva dijela *doublera* te je samo ploča prihvaćala opterećenja. Nadalje, centar poprečnog presjeka koji je prenosio opterećenje je bio pomaknut prema unutarnjoj strani pregrade. Stoga se opterećenje ploče koja je premošćivala procijep nije sastojalo samo od vlačnog

naprezanja, već i od savijanja. Svaki put kad bi kabina bila stlačena došlo bi do porasta naprezanja u ploči koja premošćuje procijep. Kao posljedica povećanja tog naprezanja, pojavile su se zamorne pukotine na provrtima zakovica na donjem dijelu pregrade ispod procijepa. Te su se zamorne pukotine naposljetku povezale u dugačku pukotinu koja je na kraju dovela do eksplozivne dekompresije.



Slika 2.8 Oštećeno područje zrakoplova



Slika 2.9 Popravak tlačne pregrade

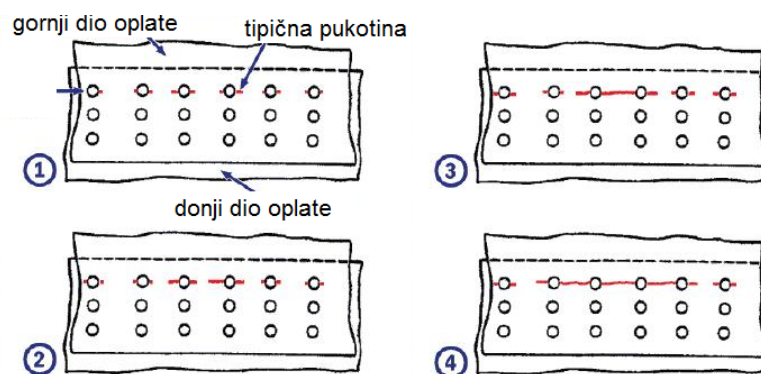
## Aloha Airlines Boeing 737-200

Nesreća Boeinga 737 zrakoplovnog prijevoznika Aloha također je privukla mnogo pažnje. Na visini od 7300 metara zrakoplov je izgubio velik dio oplata trupa, slika 2.10. Iako s velikim oštećenjem zrakoplov je nastavio let prema zračnoj luci.



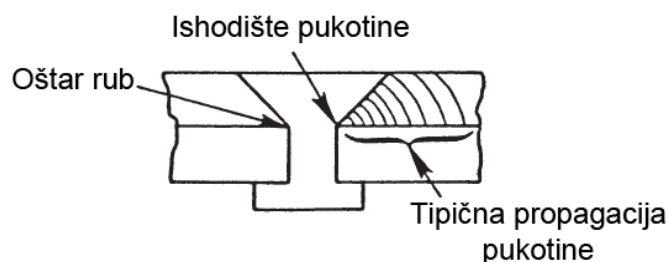
Slika 2.10. Oštećenja na Aloha Airlines 737

Istraga je pokazala da je gubitak trupa prouzročen spajanjem pukotina u nizu u veoma kratkom vremenu. Ovakav tip zamora se naziva MSD (eng. Multiple Site Damage=višestruka pukotinska oštećenja), slika 2.11.



Slika 2.11 Propagacija višestrukih pukotinskih oštećenja

Pukotine su nastale na oštrih rubovima provrta za zakovice, slika 2.12.

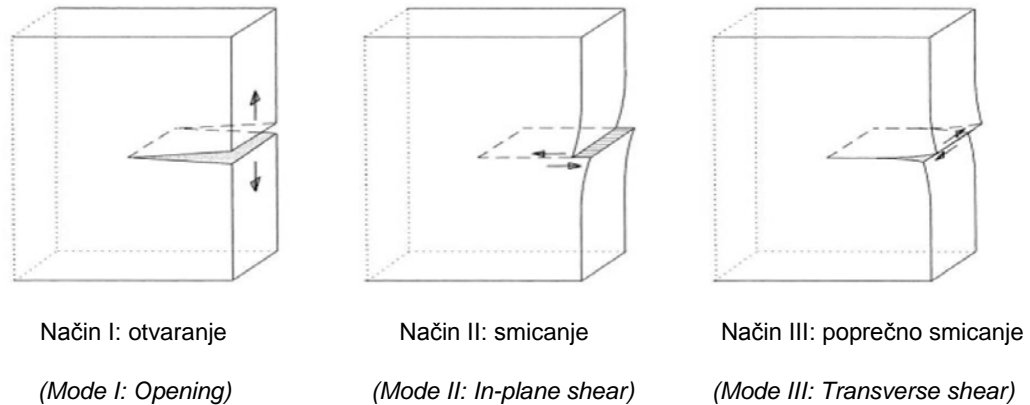


Slika 2.12 Skica zakovice i pripadajuće zamorne pukotine kod Alohe 737

Zrakoplov je bio 19 godina star i imao je 35 496 sati naleta i 89 680 slijetanja i često je letio na kratkim rutama. Okolina u kojoj se nalazio bila je topla, zrak je često bio morski, vlažan i sa česticama soli pa je došlo do pojave korozije u spojevima zakovica popraćene odvajanjem udvostručivača (engl. *doubler*).

### 3. Koncepti i jednačbe simulacija zamornih pukotina

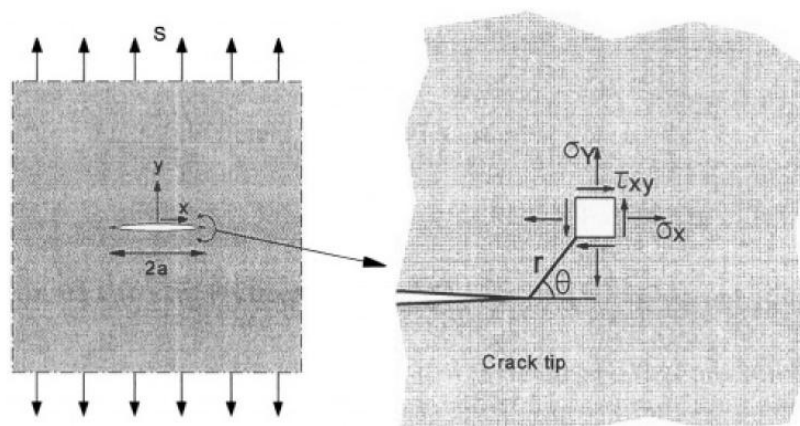
U ovom poglavlju će se raspravljati o konceptima analize loma. Od tri moguća načina opterećenja koji su prikazani na slici 3.1 rasprava će biti ograničena na samo prvi način.



Slika 3.1. Tri osnovna načina otvaranja pukotina

Materijali sa relativno niskom otpornošću na pukotine posustaju ispod čvrstoće kolapsa konstrukcije i mogu biti analizirani pomoću Linearno Elastične Mehanike Loma. Takvi materijali su, između ostalih, praktično svi materijali visoke čvrstoće korišteni u zrakoplovstvu.

Promotrimo jedno uobičajenu ploču sa slike 3.2. Na njoj je obična pukotina uobičajene veličine, a samo tijelo je podložno uobičajenim opterećenjima, vlačno, na 1. Način. Materijal se smatra elastičnim i ponaša se po zakonitostima Hookeovog zakona. Za ovakav slučaj može se koristiti teorija elastičnosti kako bi se izračunalo polje naprezanja. Možemo dobiti normalna naprezanja  $\sigma_x, \sigma_y$ , te smično naprezanje  $\tau_{xy}$ . Detalji postupka su opisani u literaturi [39] i [40], a ovde će biti prikazana samo rješenja, koja trebaju biti u skladu sa očekivanjima.



Slika 3.2. Opis koordinata i geometrije

Polje naprezanja na vrhu pukotine je barem dvoosno, a može biti i troosno ako ograničimo kontrakciju materijala u smjeru debljine. Stoga slijedi da postoje naprezanja barem u smjeru osi X i Y, što znači  $\sigma_x$  i  $\sigma_y$ . Iz rješenja polja naprezanja proizlazi da naprezanja na element materijala prikazan na slici 3.2 se mogu opisati sa slijedećim izrazima:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\Theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) \\ \sigma_y &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\Theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) \\ \sigma_z &= 0 \\ \tau_{xy} &= \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}\end{aligned}\tag{3.1}$$

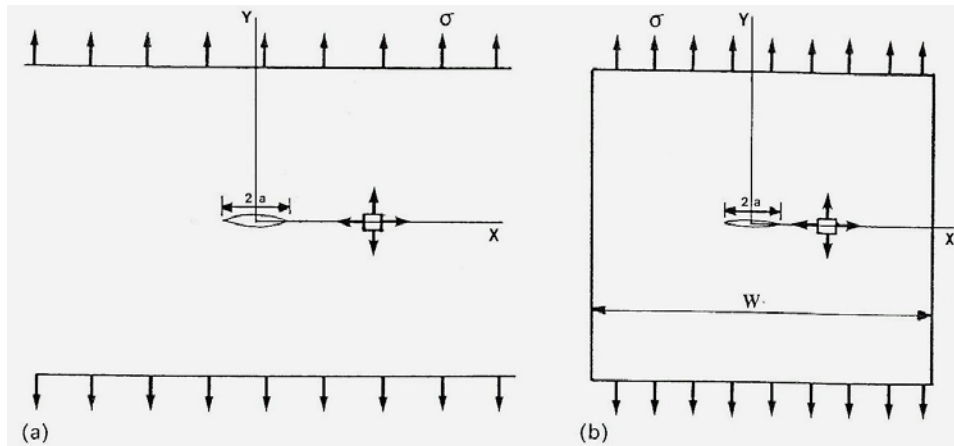
Za slučaj da je  $\Theta = 0$  (ravnina kroz presjek pukotine), smično naprezanje je 0, kao što se i očekuje za ravninu simetrije. Pokazuje se prikladnim promatrati ravninu kroz pukotinu za koju vrijedi da je  $\Theta = 0$ . U tom slučaju funkcije od  $\Theta$  su 0 ili 1, tako da u principu one nestaju, a također vrijedi da je  $x=r$  za  $\Theta = 0$ :

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} \\ \sigma_y &= \frac{K}{\sqrt{2\pi x}}\end{aligned}\tag{3.2}$$

Ispada da duž ravnine  $Y=0$  za koju vrijede jednadžbe 3.2, poprečno naprezanje  $\sigma_x$  je po iznosu jednako uzdužnom  $\sigma_y$ . Naprezanja ovise o udaljenosti  $x$  od vrha pukotine. Naprezanja također ovise o parametru  $K$  koji se zove faktor intenzivnosti naprezanja.

Budući da se jednadžbe 3.2 odnose na sve slučajeve sa pukotinama, ništa se ne protivi tome da odaberemo poznatu geometriju. Neka to bude vrlo velika (beskonačna) ploča, jednoosno opterećena, sa nominalnim naprežanjem  $\sigma$ , te sa središnjom pukotinom kao na slici 3.3. Veličina pukotine neka je  $2a$ . Ako primjenimo jednadžbe 3.2 na problem sa slike 3.3 a), moguće je istražiti važnost faktora intenzivnosti naprezanja  $K$ . Potrebno je primjetiti da su naprezanja bilo gdje u elastičnom tijelu proporcionalna primjenjenom opterećenju.

$$\sigma_y \div \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi x}}\tag{3.3}$$



Slika 3.3. Središnja pukotina: a) beskonačna ploča, b) konačna ploča

Također valja primjetiti da naprezanje u vrhu pukotine ovisi o veličini pukotine. Naprezanja će zasigurno biti veća ako je  $a$  veće, stoga se veličina pukotine  $a$  mora naći u brojniku izraza (3.3). To može biti ostvareno samo na jedan način. Obje strane jednadžbe moraju imati dimenziju naprezanja, ali u nazivniku desne strane se pojavljuje kvadratni korjen duljine, udaljenost  $x$ . Kako bi se poništio kvadratni korjen duljine u nazivniku, duljina pukotine  $a$  se mora u brojniku također nalaziti pod kvadratnim korjenom:

$$\sigma_y \div \frac{\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{2\pi x}} \quad (3.4)$$

Jednadžba (3.4) još uvijek sadrži znak proporcionalnosti umjesto znaka jednakosti, jer dimenzijska analiza ne pokazuje da li jednadžba treba sadržavati neki bezdimenzijski broj kao faktor proporcionalnosti. Nazvavši taj bezdimenzijski broj  $C$ , možemo napisati konačnu jednadžbu:

$$\sigma_y = \frac{C\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{2\pi x}} \quad (3.5)$$

Očito je da je jednostavno pronaći dimenziju jednadžbe (3.5), ali je potreban formalan izvod koji se ovdje ne provodi kako bi se dobila stvarna vrijednost veličine  $C$ . Ispada da je  $C = \sqrt{\pi}$  za slučaj prikazan na slici 3.3 a). Stoga slijedi:

$$\sigma_y = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi x}} \quad (3.6)$$

Usporedbom jednadžbi (3.6) i (3.2) dolazimo do zaključka da za konfiguraciju na slici 3.3 a) vrijedi:

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.7)$$



Način na koji je demonstrirana važnost faktora  $K$  u prijašnjem poglavlju nije ograničen samo na slučaj prikazan slikom 3.3 a). Na primjer, promotrimo ploču konačne širine  $W$  sa slike 3.3 b). Koristeći iste argumente kao i prije slijedi da je:

$$\sigma_y = \frac{C\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{2\pi x}} \quad (3.8)$$

U ovom slučaju moramo očekivati da će veličina ploče također imati utjecaj na naprezanja u vrhu pukotine. Lako je predvidjeti da će se naprezanja povećavati kako se širina ploče  $W$  smanjuje. Jedini način na koji se može vidjeti utjecaj širine ploče je preko faktora  $C$ . Stoga,  $C$  mora biti funkcija širine  $W$ . Ipak,  $C$  mora biti bezdimenzionalan, tako da može ovisiti o  $W$  jedino preko bezdimenzijskog parametra kao  $W/a$  ili  $a/W$ . Za slučaj na slici 3.3 b) izraz za  $C$  je:

$$C = \sqrt{\pi \sec \frac{\pi a}{W}} \quad (3.9)$$

Tako da je

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{\pi \sec \frac{\pi a}{W}} \sigma \sqrt{a}}{\sqrt{2\pi x}} \quad (3.10)$$

i

$$K = \sqrt{\pi \sec \frac{\pi a}{W}} \sigma \sqrt{a} \quad (3.11)$$

Sada postaje očito da za bilo koju konfiguraciju naprezanje u vrhu pukotine će uvijek biti:

$$\sigma_y = \frac{C\left(\frac{a}{L}\right)\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{2\pi x}} = \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} \quad (3.12)$$

a faktor intenzivnosti naprezanja će uvijek biti:

$$K = C\left(\frac{a}{L}\right)\sigma\sqrt{a} \quad (3.13)$$

gdje je  $L$  unificirana dimenzija duljine koja opisuje geometriju dijela koji sadrži pukotinu.

U praktičnoj upotrebi ovih jednadžbi svi  $C$ -ovi su podijeljeni sa  $\sqrt{\pi}$ , a  $\sqrt{\pi a}$  je zamijenjen za  $\sqrt{a}$  kako bi se kompenziralo. Funkcija  $C(a/L)/\sqrt{\pi}$  je tada preimenovana u faktor  $\beta$ , pa slijedi:

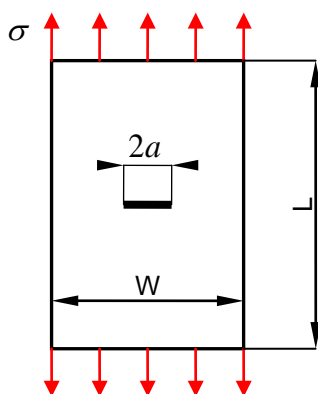
$$\sigma_y = \frac{\beta \sigma \sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi x}} = \frac{K}{\sqrt{2\pi x}} \quad (3.14)$$

$$K = \beta \left( \frac{a}{L} \right) \sigma \sqrt{\pi a}$$

Treba primjetiti da su jednadžbe (3.14) identične prijašnjim jednadžbama. Jednadžbe (3.14) predstavljaju naprezanje i faktor intenzivnosti naprezanja u usporedbi sa onima za beskonačnu ploču:  $\beta = 1$  za beskonačnu ploču, ali za ploču konačne širine vrijedi:

$$\beta = \sqrt{\sec \frac{\pi a}{W}} \quad (3.15)$$

Potrebno je naglasiti da jednadžbe (3.14) predstavljaju naprezanja u vrhu pukotine i intenzivnost naprezanja za sve probleme sa pukotinama, a proizašle su iz općeg rješenja za općenitu pukotinu u nekom općem tijelu koje je opterećeno samo na prvi način. Za bilo koju pukotinu u nekom praktičnom problemu, potrebno je poznavati samo funkciju  $\beta$ . Za mnoge konfiguracije je funkcija  $\beta$  već poznata [41], a primjer  $\beta$  funkcija za slučaj središnje pukotine je prikazan na slici 3.4. Podsjetimo se još da u jednadžbama (3.1) do (3.14) naprezanje  $\sigma$  je nominalno naprezanje u neoštećenom dijelu. Činjenica da su naprezanja viša u dijelu koji sadrži pukotinu je uzeta u obzir preko faktora  $\beta$ .



$$\beta = \sqrt{\sec \frac{\pi \cdot a}{W}}$$

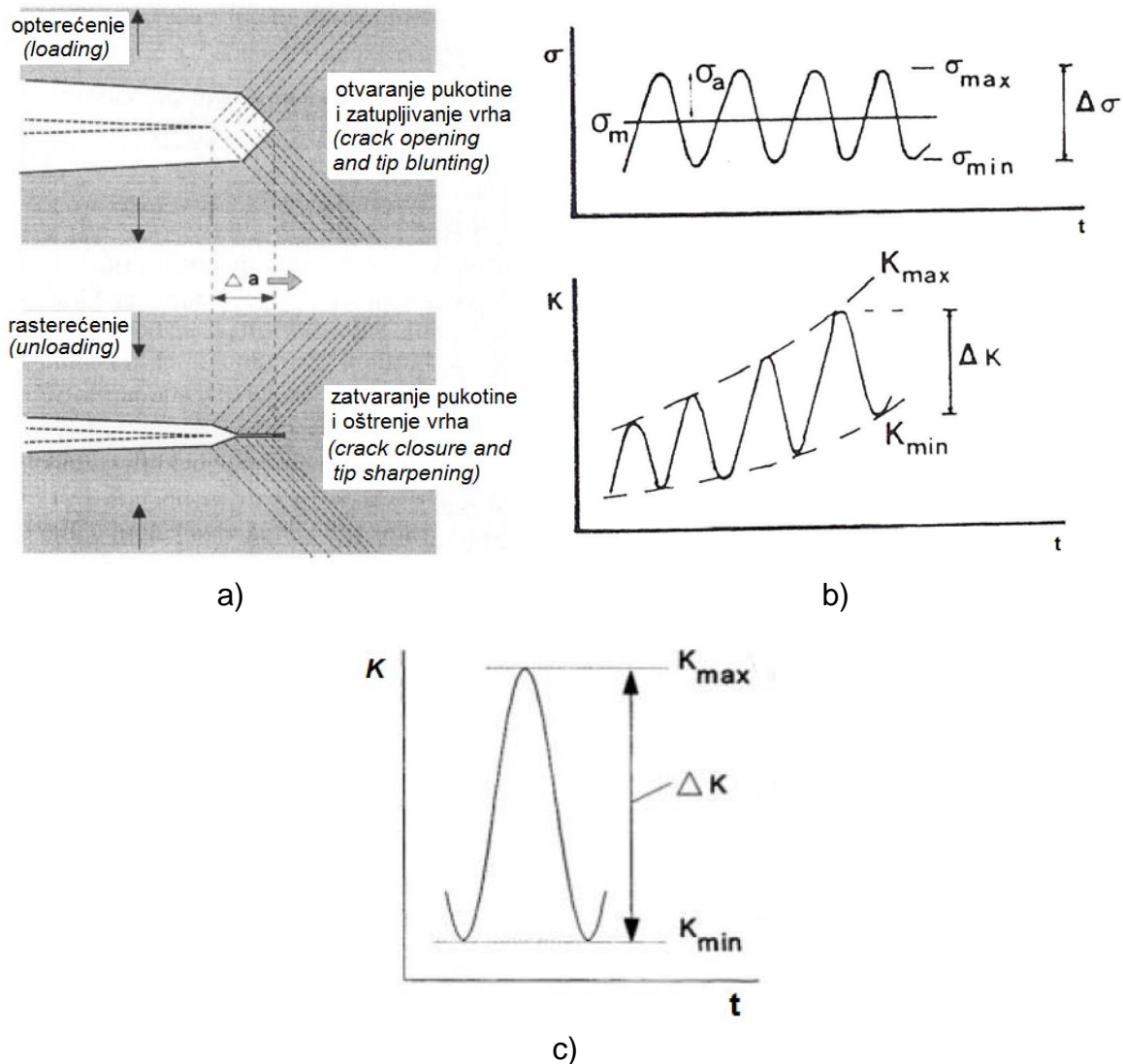
ili

$$\beta = 1 + 0.256 \frac{a}{W} - 1.152 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 12.200 \left( \frac{a}{W} \right)^3$$

Slika 3.4 Primjer  $\beta$  funkcije za središnju pukotinu

Ciklička naprezanja konstantne amplitude su definirana sa 3 parametra: srednja vrijednost naprezanja  $\sigma_m$ , amplituda naprezanja  $\sigma_a$ , i frekvencija  $\omega$ . Frekvencija nije potrebna kako bi se opisao iznos naprezanja. Samo dva parametra su dovoljna da

opišu naprezanja u ciklusu sa opterećenjem konstantne amplitude, kao na slici 3.5. Moguće je koristiti i druge parametre. Tako npr. minimalno naprezanje  $\sigma_{\min}$  i maksimalno naprezanje  $\sigma_{\max}$  u potpunosti opisuju naprezanja, isto kao i raspon naprezanja  $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$  u kombinaciji sa bilo kojim drugim parametrom. Skoro bilo koja kombinacija gore navedenih parametara može u potpunosti odrediti ciklus.



Slika 3.5. Parametri napredovanja zamorne pukotine: a) tupljenje i naoštavanje; b)  $\Delta\sigma$  i  $\Delta K$ ; c) omjer naprezanja

Drugi parametar koji se također pokazuje prikladnim je takozvani omjer naprezanja  $R$ , definiran kao  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ . Jedan od gore navedenih parametara se može zamijeniti sa  $R$  kako bi se u potpunosti odredio ciklus. Slučaj kada je  $R=0$  opisuje situaciju kada naprezanje počinje i vraća se natrag u nulu. Kada je  $R=-1$ , naprezanje kruži oko nule kao srednje vrijednosti, što se još zove i potpuno reverzno opterećenje. Vrijeme propagacije pukotine je izraženo kao broj ciklusa koji je

potreban da bi pukotina napredovala za određenu udaljenost. Broj ciklusa je označen kao  $N$ .

Mehanizam propagacije pukotine pokazuje da pukotina nastala zamorom raste za određeni iznos sa svakim ciklusom, mehanizam rasta je shematski prikazan na slici 3.5 a). Rast je geometrijska posljedica oštrenja i tupljenja vrha pukotine. Ponovno oštrenje vrha pukotine nakon isčezavanja naprezanja postavlja temelje za rast pukotine u idućem ciklusu. Iz ovog mehanizma se može zaključiti da rast pukotine po ciklusu  $\Delta a$ , će biti veći ako je maksimalno naprezanje veće, a minimalno naprezanje manje.

Lokalna naprezanja na vrhu pukotine se mogu opisati pomoću faktora intenzivnosti naprezanja  $K$ . U ciklusu, naravno naprezanje varira od  $\sigma_{\min}$  do  $\sigma_{\max}$  preko raspona  $\Delta\sigma$ . Stoga lokalna naprezanja variraju u skladu sa:

$$\begin{aligned} K_{\min} &= \beta\sigma_{\min}\sqrt{\pi a} \\ K_{\max} &= \beta\sigma_{\max}\sqrt{\pi a} \\ \Delta K &= \beta\sigma_{\min}\sqrt{\pi a} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Nadalje, omjer naprezanja je definiran kao  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ . Ispada, po jednadžbi (3.18), da za bilo koju veličinu pukotine  $a$ , omjer naprezanja je također jednak  $K_{\min} / K_{\max}$ , jer je  $\beta\sigma_{\min}\sqrt{\pi a} / \beta\sigma_{\max}\sqrt{\pi a} = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = R$ , tako da je:

$$R = \frac{K_{\min}}{K_{\max}} = \frac{K_{\max} - \Delta K}{K_{\max}} \text{ ili } K_{\max} = \frac{\Delta K}{1 - R} \quad (3.20)$$

Pukotina brže napreduje za slučaj kada je  $\Delta K$  veći ili  $R$  je viši, tako da možemo pisati:

$$\Delta a_{\text{po ciklusu}} \uparrow \text{ za } \Delta K \uparrow \text{ i } R \uparrow \quad (3.21)$$

U ovoj jednadžbi  $\Delta a$  je iznos porasta pukotine po jednom ciklusu, što se izražava kao  $mm/ciklusu$ . Ako bi se rast mjerio preko npr. 10000 ciklusa, prosječan rast po ciklusu bi onda bio  $\Delta a / \Delta N$ , što je brzina propagacije pukotine. U krajnjem slučaju kada  $N \rightarrow 1$ , onda se može izraziti kao diferencijal  $da / dN$ . Jednadžba (3.21) pokazuje da brzina rasta ovisi o  $\Delta K$  i  $R$ , tako da je pravilan matematički oblik jednadžbe (3.21):

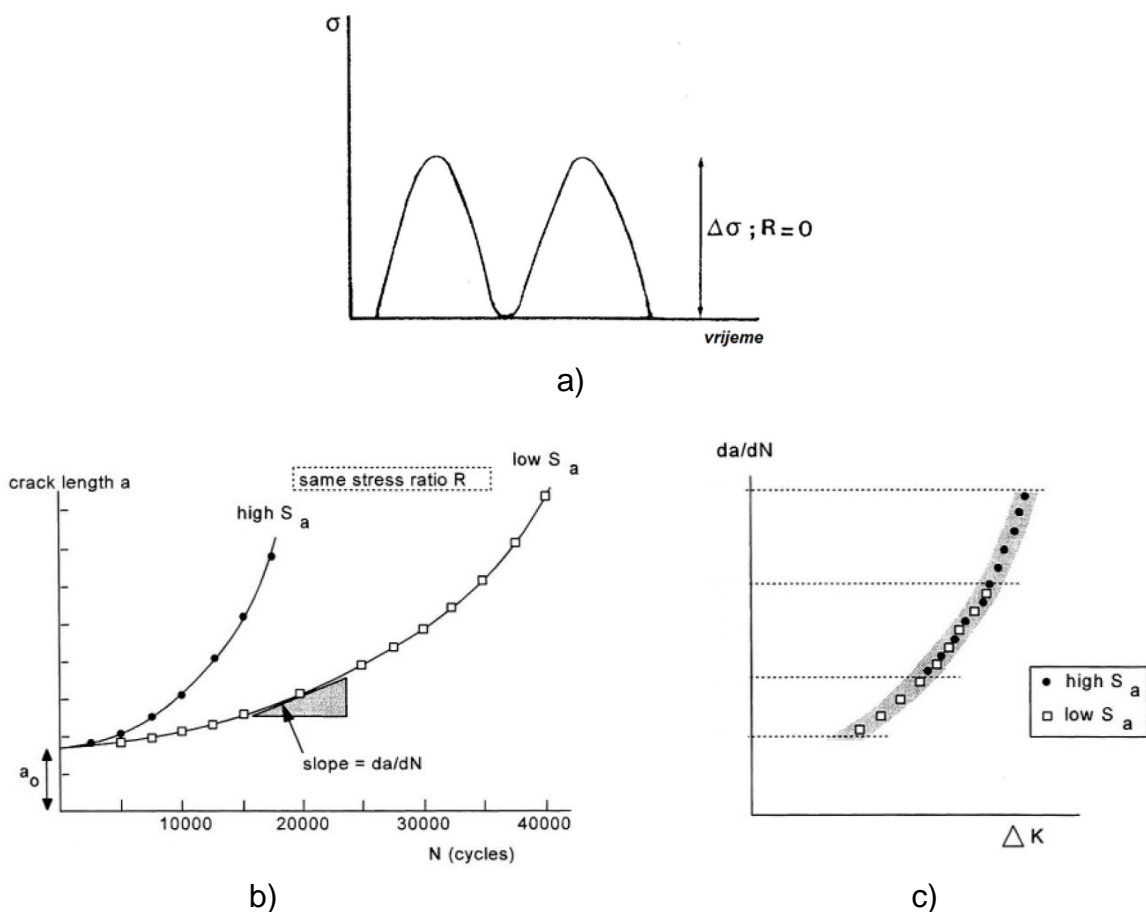
$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \quad (3.22)$$

Prema jedn. (3.22) brzina rasta pukotine će biti veća za veći  $R$  i veći  $\Delta K$ . Stvarni funkcijski oblik jedn. je teško dobiti teorijskim putem jer je riječ o iznimno složenom,

trodimenzijskom procesu zbog prisutnosti zrna sa različitom orijentacijom, raznim ravninama smika, zbog prisutnosti nečistoća i ostalih nesavršenosti materijala. To ostavlja samo jednu mogućnost, a to je ispitivanje materijala. Iako bi se tome teoretičari protivili, treba primjetiti da su svi podatci o raznim materijalima dobiveni ispitivanjem, a nikako teoretski.

Podatci o rastu pukotine su dobiveni ispitivanjem laboratorijskog uzorka koji je podvrgnut cikličkom opterećenju. Uzorak može biti bilo kakav, samo da mu je  $\beta$  poznat, kako bi se mogli dobiti faktori intenzivnosti naprezanja. Najčešće se koriste ploče sa središnjom pukotinom, kao i u slijedećem primjeru. Dok god je pukotina mala u odnosu na širinu panela (npr,  $a/W < 0.4$ ), vrijednost faktora  $\beta$  je otprilike jednaka 1, tako da je  $K = \sigma\sqrt{\pi a}$ .

Ploča prikazana na slici 3.4 sadrži malu, ali oštru pukotinu, tako da će pukotina napredovati gotovo istovremeno sa obje strane. Uzorak je podvrgnut cikličkom opterećenju konstantne amplitude u stroju za ispitivanje zamora materijala, tzv. umaralica. Najprije ćemo razmatrati ciklus gdje je  $\sigma_{\min} = 0$ , tako da je  $R = 0$ . U tom slučaju je također  $\sigma_{\max} = \Delta\sigma$ .



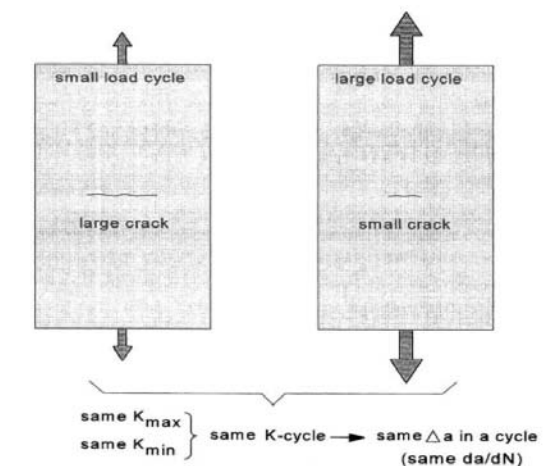
Slika 3.6 Dobivanje funkcije brzine napredovanja pukotine. a) opterećenje; b) izmjereni podatci; c) podatci o brzini

Napredovanje pukotine se kontrolira mjerenjem duljine pukotine u jednakim intervalima, npr. svakih 10000 ciklusa. Rezultati se prikazuju dijagramski, kao na slici 3.6 b), gdje su prikazani rezultati ispitivanja za različite iznose naprežanja. To su sve informacije koje se mogu dobiti izravno iz ispitivanja, koje sada treba protumačiti kako bi se dobio formalan oblik jedn. (3.22).

Promotrimo sada na krivulji djelić pukotine,  $\Delta a_1$  (Slika 3.6 b). Prema dobivenoj krivulji, potrebno je  $\Delta N_1$  ciklusa kako bi pukotina napredovala za  $\Delta a_1$ . Stoga, brzina napredovanja je  $(\Delta a / \Delta N)_1$ . Želja nam je dobiti ovisnost brzine napredovanja o  $\Delta K$ , što zahtijeva određivanje raspona intenzivnosti naprežanja. Srednja veličina pukotine kod  $\Delta a_1$  je  $a_1$ . Raspon naprežanja je  $\Delta \sigma$ , tako da je  $\Delta K_1 = \beta_1 \Delta \sigma \sqrt{\pi a_1}$ . Očito, vrijednost  $\Delta K = \Delta K_1$ , je proizvela napredovanje pukotine brzinom  $(\Delta a / \Delta N)_1$ . Ova činjenica je prikazana kao točka u dijagramu kojemu su osi  $da / dN = (\Delta a / \Delta N)$  i  $\Delta K$ , kao što je prikazano na slici 3.6 c). Ova procedura se ponavlja za niz točaka duž krivulje napredovanja pukotine. Kod veće veličine pukotine  $a_2$ , za iznos porasta  $\Delta a_2$  potrebno je samo  $\Delta N_2$  ciklusa. Budući da je krivulja strmija, brzina napredovanja je veća. Stoga zaključujemo da veći  $\Delta K$  znači i veći brzinu napredovanja. Dobivene točke prikazane na slici 3.6 c) to i potvrđuju.

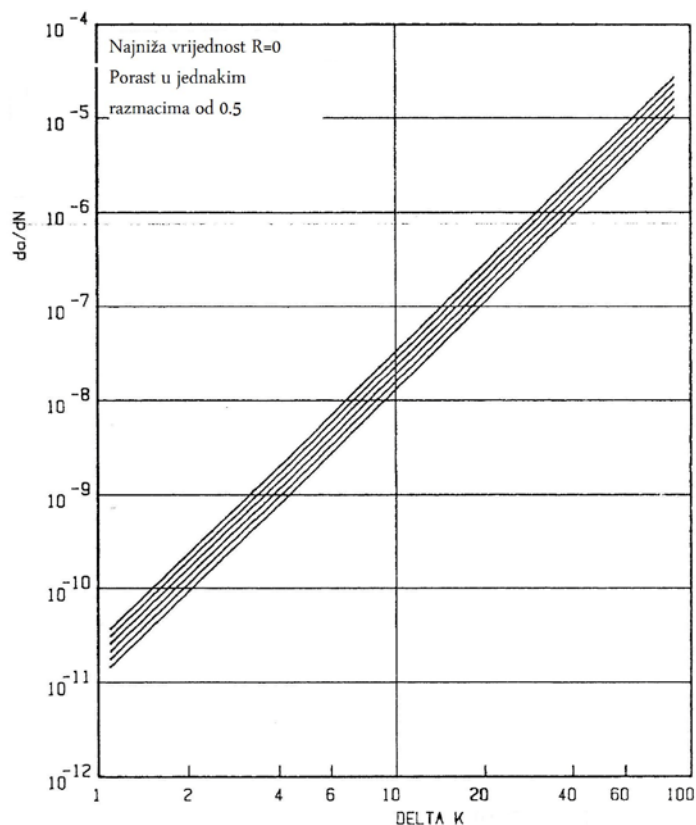
Slika 3.6 c) prikazuje brzinu napredovanja za bilo koji  $\Delta K$ . U prijašnjem poglavlju ustanovljeno je da je raspodjela naprežanja na vrhu pukotine jedinstvena i ovisi samo o faktoru intenzivnosti naprežanja. Ako dvije različite pukotine u istom materijalu imaju iste faktore intenzivnosti naprežanja, znači da imaju i jednaka polja naprežanja. Stoga, ako su intenzivnosti naprežanja jednake, odziv pukotina mora biti isti. To znači da će brzina napredovanja pukotine biti ista ukoliko je faktor intenzivnosti naprežanja isti. Postoji sličnost. Stoga je slika 3.6 c) odziv brzine napredovanja materijala za sve slučajeve. Može se koristiti za analizu napredovanja pukotina u strukturi napravljenoj od tog materijala.

Istinitost tvrdnje o sličnosti je provjerena provođenjem drugog ispitivanja na sličnoj ploči, ali sa drugačijim  $\Delta \sigma$ . Nakon iste obrade podataka kao i u prethodnom slučaju rezultati oba ispitivanja su prikazani u zajedničkom dijagramu, slika 3.6 c). Podatci o brzini napredovanja drugog ispitivanja će padati na istu liniju kao i rezultati prvog ispitivanja. To potvrđuje da je dobivena ista brzina napredovanja pukotine za isti  $\Delta K$ .



**Slika 3.7 Princip sličnosti**

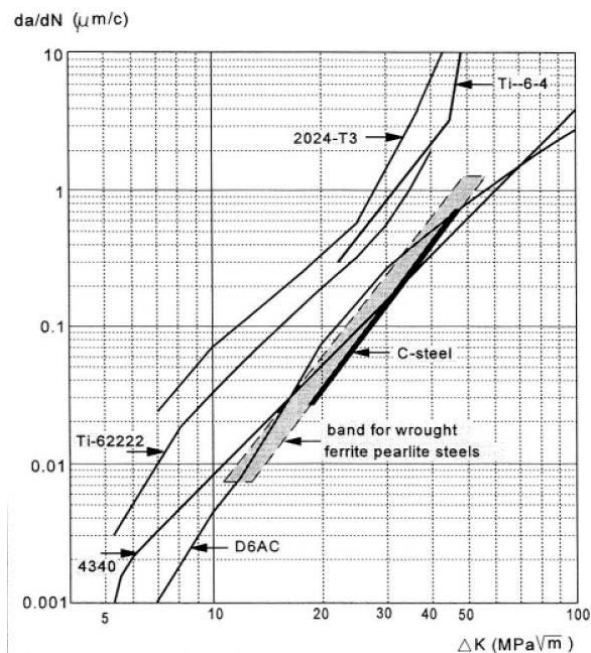
Do sada prikazani rezultati ispitivanja su svi bili za isti omjer naprezanja  $R$ , naime  $R = 0$ . Prema jedn. (3.22) brzina također ovisi o  $R$ . Ova ovisnost se može utvrditi provođenjem ispitivanja za različite  $R$ -ove. Rezultati su prikazani u usporedbi sa  $\Delta K$ , pa je dobiven dijagram prikazan na slici 3.8. Uistinu, veći  $R$  rezultira većom brzinom napredovanja u skladu sa očekivanjima.



**Slika 3.8 Brzine napredovanja pukotine za Ti-6Al-4V**

Podatci na slici 3.8 pokazuju da  $R$  nema tako značajan utjecaj kao  $\Delta K$ . Podatci se uvijek prikazuju u logaritamskom mjerilu, jer se brzina mijenja preko nekoliko redova veličina. Logaritamsko mjerilo za  $\Delta K$  nije nužno, ali je postalo standardno u upotrebi.

Značajke napredovanja pukotina za različite materijale su prikazane na slici 3.9.



Slika 3.9. Tipične krivulje brzina za različite legure

Pokušajmo sada dobiti oblik jednadžbe 3.22 iz rezultata ispitivanja, jer se on nemože dobiti teorijskom analizom. Naravno, funkcijski oblik se može ustanoviti provlačenjem krivulje kroz dobivene podatke. Rezultirajuće jednadžbe se pokazuju korisnim jer nije potrebno koristiti grafove.

Sa slika 3.7 do 3.10 je vidljivo da podatci o brzini za jedan određeni  $R$  padaju manje-više na ravnu liniju u logaritamskom prikazu. Jednadžba ravne linije, odnosno pravca je  $y = mx + b$ . U ovom slučaju je  $y = \log(da/dN)$ , a  $x = \log(\Delta K)$ , tako da je

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) = m_p \log(\Delta K) + \log(C_p) \quad (3.23)$$

Antilogaritmiranjem dobivamo:

$$\frac{da}{dN} = C_p (\Delta K)^{m_p} \quad (3.24)$$

Ova jednadžba se zove **Parisova jednadžba**.

Parametri  $C_p$  i  $m_p$  se lako određuju. Naprimjer, koristeći dvije točke A i B na slici 3.11 slijedi:

$$\text{točka A: } \log(1.6 \times 10^{-7}) = m_p \log 6.3 + \log C_p$$

$$\text{točka B: } \log(4 \times 10^{-5}) = m_p \log 40 + \log C_p \quad (3.25)$$



Izračunom logaritama slijedi:

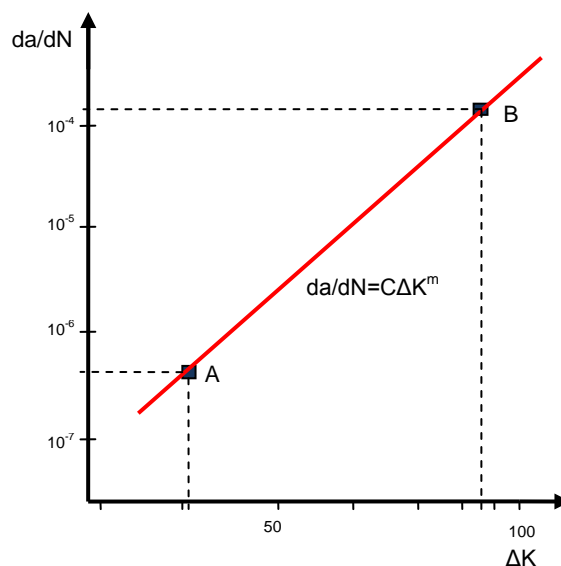
$$\begin{aligned} -6.8 &= 0.8m_p + \log C_p \\ -4.4 &= 1.6m_p + \log C_p \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$2.4 = 0.8m_p$$

Iz ovoga ispada da je  $m_p = 3$ , čijom supstitucijom natrag u jednu od jednažbi dobivamo  $C_p = 6.3 \times 10^{-10}$ . Jednažba brzine napredovanja postaje:

$$\frac{da}{dN} = 6.3 \times 10^{-10} \Delta K^3 \quad (3.27)$$

za ovaj određeni materijal. Za većinu materijala vrijednost  $m_p$  je između 3 i 5. Vrijednost  $C_p$  je više ovisna o materijalu.



Slika 3.11 Parisova jednažba

Parisova jednažba pokriva samo jednu vrijednost  $R$ , pa se kao takva pokazuje svrsishodna za ovaj rad za koji cijelo vrijeme vrijedi  $R=0$ . Jednažbe koje uzimaju u obzir različite vrijednosti  $R$  se neće koristiti, ali ipak ih je vrijedno spomenuti. Linije za različite  $R$ -ove su paralelne, tj. imaju jednak nagib, kao na slici 3.8. Stoga bi sve te linije imale istu vrijednost  $m$ , a različitu  $C$ . Stoga  $C$  postaje ovisan o  $R$  kao  $C(R)$ .

Za mnoge materijale ovisnost  $C(R)$  se može lako izraziti kao:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_W}{(1-R)^{n_w}} \Delta K^{m_R} \quad (3.28)$$

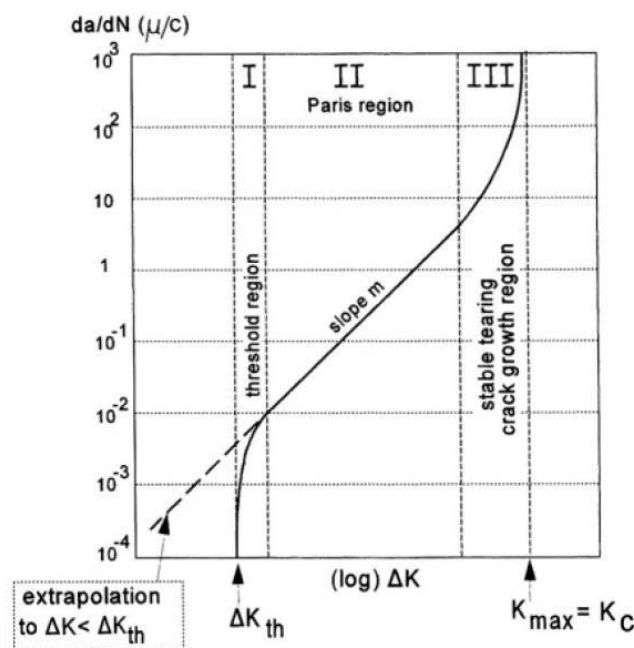
gdje je  $C_W$  vrijednost  $C$  kad je  $R=0$ . Ovaj izraz je još poznat kao **Walkerova jednadžba**.

Još jedan od generaliziranih oblika Parisove jednadžbe uzima u obzir kritičnu vrijednost  $K_C$  kao:

$$\frac{da}{dN} = C_F \frac{\Delta K^{m_F}}{(1-R)K_C - \Delta K} \quad (3.29)$$

Ova jednadžba je još poznata kao **Formanova jednadžba**.

Rezultati napredovanja pukotina prikazani na slikama 3.9 i 3.10 pokrivaju određeni raspon vrijednosti  $\Delta K$ , te ne daju informacije o propagaciji pukotina izvan tog raspona. Prema literaturi [3], ispitivanja su pokazala da se u  $da/dN - \Delta K$  dijagramu pojavljuju dvije vertikalne asimptote, kao na slici 3.12. Dijagramski prikaz na slici 3.12 pokriva tri područja, označena brojevima I, II i III. Odgovarajuća  $\Delta K$ -područja se nazivaju redom: (I) Područje praga intenzivnosti naprezanja, (II) Parisovo područje, (III) Područje nestabilnog rasta pukotine.



**Slika 3.12.  $\Delta K$  područja propagacije pukotina**

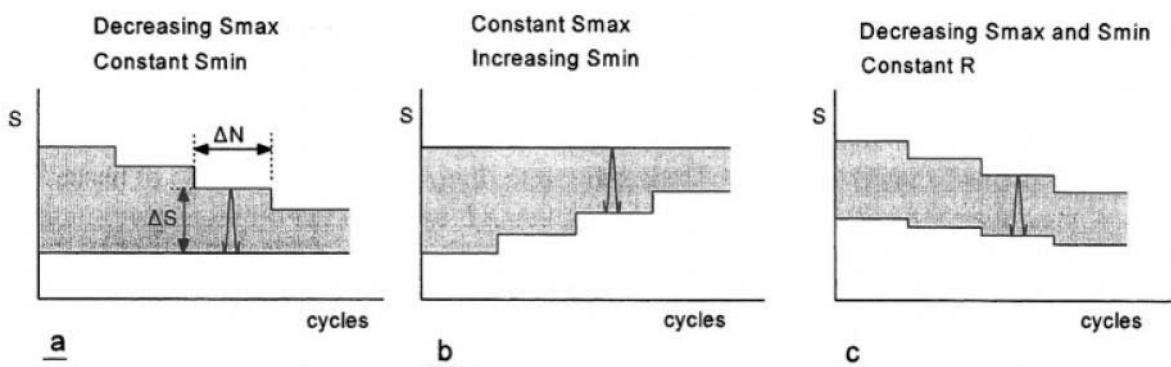
Asimptota na desnoj strani pojavljuje se u ciklusima gdje je  $K_{max} = K_c$ . To znači da  $K_{max}$  dostiže kritičnu vrijednost koja dovodi do loma čitave konstrukcije. Brzina napredovanja pukotine u ovom području je visoka, reda oko 0.01 mm/ciklusu ili više. Još nije došlo do potpunog sloma konstrukcije jer još ne postoji tečenje materijala po cijelom presjeku fronte pukotine, ali sa daljnjim povećanjem broja ciklusa slom postaje neizbježan. Životni vijek pukotine u ovom području je relativno kratak, što nam ukazuje na ograničenu inženjersku važnost.

Predviđanje konačnog sloma konstrukcije je relativno jednostavno, pojavljuje se ako je  $K_{\max} = K_c$ . Po definiciji  $K_c$  je faktor intenzivnosti naprežanja koji izaziva konačni slom konstrukcije. Međutim,  $K_c$  obično nije konstantno svojstvo materijala. Za neke materijale konačni slom se javlja kada u preostalom presjeku nastaje plastično popuštanje preko cijelog poprečnog presjeka. U takvim slučajevima vrijednost  $K_c$  kao faktor intenzivnosti naprežanja ima beznačajnu vrijednost. Faktor intenzivnosti naprežanja se temelji na elastičnom ponašanju materijala koji ima samo malo plastično popuštanje pri vrhu pukotine.

Poznati je efekt da kod cikličkog opterećenja do otvaranja pukotine dolazi tek kad  $K_{\min}$  dosegne takozvani prag (*threshold*)  $K_{th}$ . Lijeva asimptota,  $\Delta K = \Delta K_{th}$  pokazuje da vrijednosti  $\Delta K$  ispod ovog praga su preniske da bi izazvale daljnje napredovanje pukotine.

Podrazumijeva se da se vrijednost  $\Delta K_{th}$  odnosi na pukotine koje su nastale kao posljedica zamora materijala kada vrijednost  $\Delta K$  premašuje  $\Delta K_{th}$ . Ako  $\Delta K$  padne ispod te vrijednosti, napredovanje pukotine usporava i pretpostavlja se da se u potpunosti zaustavlja.

Pitanje je da li postoji jedinstvena vrijednost  $\Delta K_{th}$  i kako se ta vrijednost određuje u testovima zamora materijala. Očito je da je, prilikom izvođenja eksperimenta, potrebno smanjivati vrijednost  $\Delta K$  kako bi se postigla nulta propagacije pukotine kod vrijednosti praga (*threshold*). To se može postići na više načina, kao na slici 3.13.



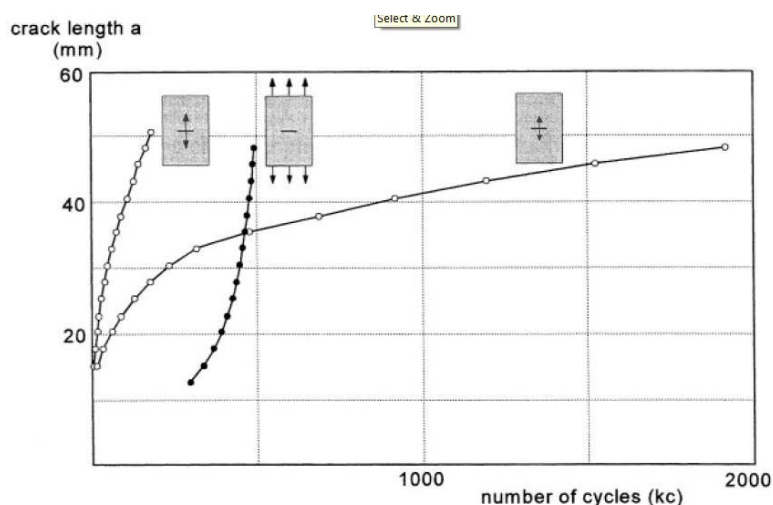
**Slika 3.13** Mogući načini smanjivanja nominalnog naprežanja  $\sigma$

Smanjenje vrijednosti  $\Delta K$  bi se trebalo postići smanjenjem vrijednosti  $\Delta\sigma$  u malim koracima, zapravo u manjim koracima nego što je to predloženo na slici 3.13. Nakon svakog koraka potrebno je provesti veliki broj ciklusa  $\Delta N$ , kako bi se vidjelo da li pukotina i dalje napreduje ili je zaustavljena. Ukoliko pukotina više ne propagira,  $\Delta K$  za posljednji  $\Delta\sigma$  je upravo ispod vrijednosti  $\Delta K_{th}$ . Redoslijed opterećenja prikazan na slici 3.13 a) nije preporučljiv jer smanjenje  $\sigma_{\max}$  podrazumijeva smanjenje  $K_{\max}$ , a s time i smanjenje plastične zone na vrhu pukotine. Usporavanje se ne treba

očekivati niti u slučaju 3.13 b) gdje se  $\sigma_{\max}$  održava konstantnim, a vrijednost  $\sigma_{\min}$  se postupno povećava u malim koracima. Ukoliko se napredovanje pukotine zaustavi, moguće je izračunati odgovarajući omjer  $R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ . Ukoliko je potrebno odrediti vrijednost  $\Delta K_{th}$  za konstantan  $R$ , istovremeno se moraju smanjivati  $\sigma_{\max}$  i  $\sigma_{\min}$ , vidi sliku 3.13 c). U tom slučaju je potrebno prihvatiti nedostatak smanjenja vrijednosti  $\Delta K$ .

Ispitivanja su pokazala da  $\Delta K_{th}$  nije jedinstvena vrijednost koja ovisi o materijalu, već i da ovisi o omjeru naprezanja  $R$ . Preporuke za provođenje eksperimenata sa svrhom utvrđivanja  $\Delta K_{th}$  su dane u literaturi [3] i [42]. Problem ispitivanja  $\Delta K_{th}$  jest odrediti da li je zaustavljena propagacija pukotine. Prema standardu [42], možemo reći da je to postignuto ukoliko brzina propagacije padne ispod  $10^{-10} m/ciklusu$ , odnosno porast pukotine od samo 1 mm na  $10^7$  ciklusa, što je uistinu mala vrijednost.

Drugačija metoda za utvrđivanje  $\Delta K_{th}$  podrazumijeva korištenje posebnog uzorka gdje se smanjuje vrijednost  $K$  sa povećanjem duljine pukotine. To se postiže opterećenjem ruba pukotine, kao što je opisano u [3], poglavlje 5.4. Prednost korištenja ove metode je u tome što možemo primjeniti konstantno opterećenje po ciklusu. Ispitivanje traje dok pukotina propagira. Već 1968. Figge i Newman [15] su objavili rezultate takvih uzoraka u usporedbi sa uzorcima sa središnjom pukotinom. Neke od njihovih krivulja napredovanja su prikazane na slici 3.14. Uzorci opterećeni na rubovima su ispitivani za različite vrijednosti opterećenja, te uistinu pokazuju smanjeno napredovanje pukotine sa povećanjem duljine pukotine što je sukladno sa smanjenjem vrijednosti  $\Delta K$ . Iako se za ispitivanje ponašanja u blizini praga faktora intenzivnosti naprezanja čini privlačnim koristiti uzorke sa padajućom  $K(a)$  funkcijom, to se u literaturi rjetko spominje, vjerojatno zbog poteškoća u realizaciji ispitnog uzorka.

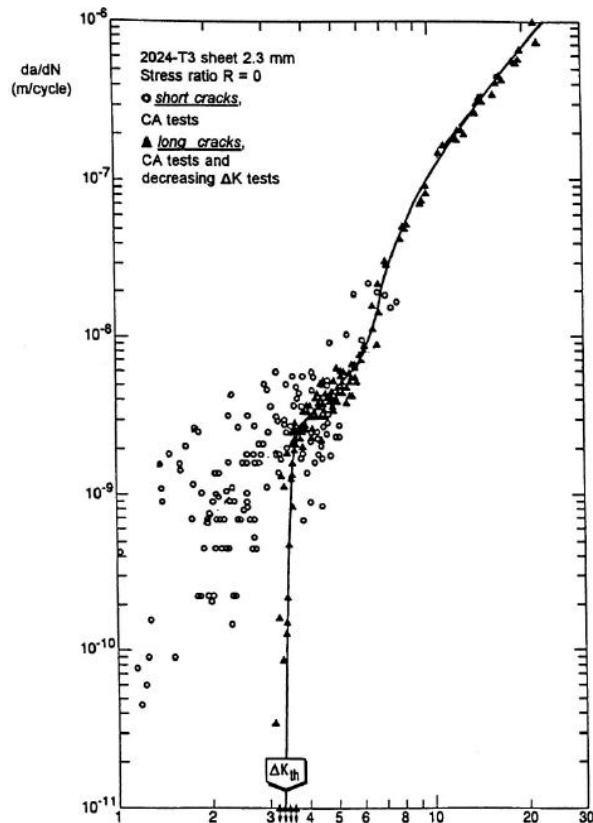


Slika 3.14 Krivulje napredovanja različitih uzoraka

Za predviđanje napredovanja pukotine bi bilo korisno kad bi se mogla primjeniti ista veza između  $da/dN$  i  $\Delta K$  za vrlo male i za vrlo velike pukotine. Ovaj problem je privukao veliku pažnju kod Al legura, gdje su rezultati ispitivanja pokazali da se veza između  $da/dN$  i  $\Delta K$  može primjeniti i za pukotine veličine do 100  $\mu\text{m}$ . Wanhill [16] je dobio rezultate prikazane na slici 3.15 sa podacima za mikropukotine i makropukotine. Izgleda da je pronađena vrijednost  $\Delta K_{th}$  za makropukotine, a podatci dobiveni povećanjem i smanjenjem  $\Delta K$  su pali u isto područje rasipanja. Ipak, Wanhillovi rezultati za mikropukotine pokazuju da su te pukotine napredovale sa relativno visokim brzinama pri vrijednostima  $\Delta K$  ispod  $\Delta K_{th}$  za makropukotine.

Sada se mogu postaviti 2 pitanja: (1) zašto makropukotine prestaju napredovati pri vrijednostima  $\Delta K$  kod kojih mikropukotine i dalje napreduju i (2) koja je važnost  $\Delta K_{th}$ ? Odgovor na prvo pitanje nije predmet ovog rada pa ćemo se usredotočiti na drugo pitanje.

U skladu sa drugim pitanjem možemo reći da je pokretačka sila (*driving force*) sporo propagirajuće pukotine vrlo mala. Ukoliko je vrijednost  $\Delta K$  niska, teško je aktivirati mehanizam širenja pukotine na vrhu pukotine. Razni smjerovi širenja pukotine na mikroskopskoj razini izazivaju daljnje usporenje. Mikro strukturalne karakteristike mogu ponovno postati važne. Štoviše, pokretačka sila pukotine  $\Delta K$  za krivudavu frontu pukotine je puno niža nego za ravnu frontu. Sam vrh pukotine se više ne otvara lako i pukotina prestaje propagirati. Ovaj proces nije lako detaljno opisati, a i može biti različit za različite materijale. Međutim, inženjerska važnost faktora  $\Delta K_{th}$  je ograničena. Ukoliko je zamorna pukotina pronađena u materijalu, pitanje je da li će ona dalje napredovati pod očekivanim dijapazonom (spektrom) opterećenja. Može se pretpostaviti da neće ukoliko se ne prijeđe prag intenzivnosti naprezanja  $\Delta K_{th}$ , ali to nije nužno sigurna pretpostavka. Fronta zamorne pukotine nastale u praktičnim slučajevima je samo slična fronti nastaloj u eksperimentima. Uvjeti za primjenu principa sličnosti možda nisu postignuti. Pukotina može biti približno zatvorena u području blizu praga intenzivnosti naprezanja, ali zbog nesavršenosti materijala mogu postojati otvoreni prekidi materijala, koji puno lakše propagiraju. Isto vrijedi i za pukotinu nastalu od opterećenja promjenjive amplitude. Sada se čini realnijim i konzervativnijim ekstrapolirati vezu  $da/dN$ - $\Delta K$  Parisovog područja dolje niže kako bi smanjili vrijednosti  $\Delta K$  za koje vrijedi  $\Delta K < \Delta K_{th}$ , vidi sliku 3.14.

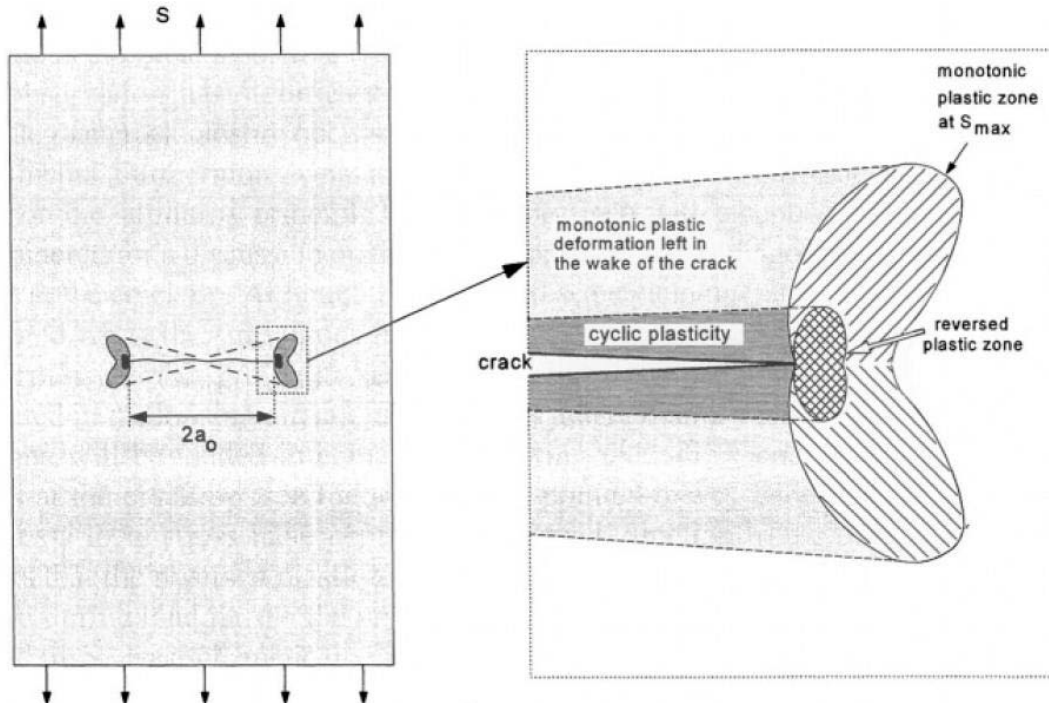


Slika 3.15 Wanhillovi rezultati napredovanja velikih i malih pukotina

Vlačno naprezanje nametnuto na uzorak sa iniciranom pukotinom će izazvati njezino otvaranje, kao što je prikazano u prethodnim poglavljima. Predstavljeni su izrazi za pomake vrha pukotine temeljeni na elastičnom ponašanju materijala. Prema tim izrazima, nakon što uklonimo nametnuto opterećenje, pukotina se zatvara. Teoretski, tlačno naprezanje bi trebalo izazvati negativne pomake vrha pukotine, što je fizički nemoguće. Pukotina će se zatvoriti pod pritiskom, a tlačno naprezanje se može prenijeti kroz pukotinu.

U kasnim šezdesetima, Elber [29] je otkrio da pukotina opterećena na vlak se zatvara prije nego narinuto opterećenje padne natrag na nulu. To pokazuje da je vrh pukotine zatvoren kod pozitivnog vlačnog naprezanja, što je bio poprilično neočekivan rezultat za ono doba. Pitanje je bilo kako to dokazati eksperimentom i kakav to ima utjecaj na predviđanje napredovanja pukotine temeljem principa sličnosti. Promatrani uzorak je ploča sa središnjom pukotinom. Tijekom cikličkog opterećenja, javlja se plastična deformacija vrha pukotine. Iako je malog razmjera, ukazuje da se stvara plastična zona kad se naprezanje mijenja od  $\sigma_{\min}$  do  $\sigma_{\max}$ . Veličina plastične zone kod  $\sigma_{\max}$  je proporcionalna  $(K_{\max} / \sigma_{\text{yield}})^2$ . Plastična zona je plastično izdužena u smjeru opterećenja, te se produžuje. Kao posljedica, zona će biti tlačno opterećena prilikom rasterećenja, te se pojavljuje obrnuta plastičnost pri vrhu pukotine, vidi sliku 3.16. Kao što je istaknuo Rice [37], obrnuta plastičnost zahtijeva lokalno naprezanje u

obrnutom smjeru reda veličine  $2 \times \sigma_{yield}$ . To ukazuje da zona obrnute plastičnosti bi trebala biti veličine  $\frac{1}{4}$  plastične zone nastale tijekom normalnog opterećenja. Tako da je zona obrnute plastičnosti znatno manja od zone nastale zbog  $\sigma_{max}$ , što je i prikazano na slici 3.16.



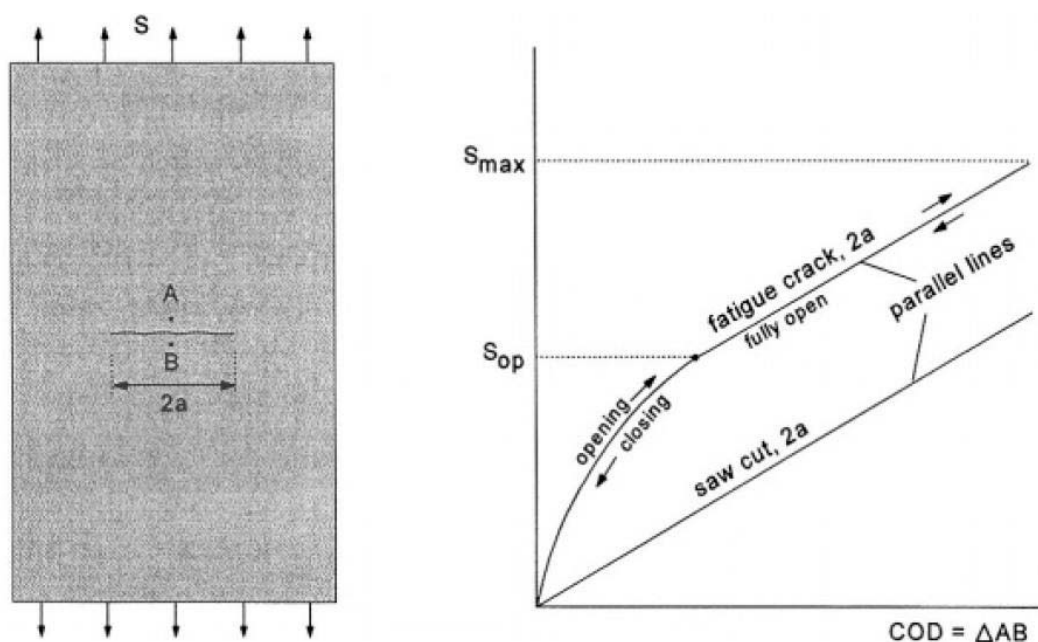
**Slika 3.16 Plastične zone propagirajuće pukotine**

Plastična deformacija u području puno većem od zone obrnute plastičnosti se pojavljuje jedino za vrijeme opterećenja do  $\sigma_{max}$ . To se naziva monotona plastičnost i upravo ta monotona plastičnost izaziva trajna produljenja u smjeru opterećenja.

Plastičnost vrha pukotine se javlja u svakom ciklusu, stoga pukotina napreduje preko plastične zone iz prethodnog ciklusa. Kao posljedica, plastična deformacija ostaje u tragu pukotine (*crack wake*). U tom polju plastičnog traga (*plastic wake field*), veći dio materijala je bio podložan monotonnoj plastičnosti. Puno manji obroč materijala uzduž rubova pukotine je podložan obrnutoj plastičnosti. Materijal u polju plastičnog traga je plastično izdužen u smjeru naprezanja. To objašnjava zašto se pukotina može zatvoriti tijekom rasterećenja dok je uzorak još uvijek pod pozitivnim vlačnim opterećenjem, tj. prije nego je uzorak rasterećen. U literaturi je ovaj fenomen poznat kao *zatvaranje pukotine inicirano plastičnošću (engl.)*, a ponekad i poznato kao Elberov mehanizam.

Elber je promatrao pojavu zatvaranja pukotine promatrajući razmak između dviju točaka A i B na sredini uzorka blizu ruba pukotine, vidi sliku 3.16. Mjerio je razmak  $\Delta AB$  kao funkciju nominalnog naprezanja  $\sigma$ . Mjerenje  $\Delta AB - \sigma$  započinje sa nelinearnim dijelom dok se ne dosegne vrijednost  $\sigma = \sigma_{op}$ . Iznad ovog nivoa

napreznja ustanovljena je linearna veza, što se i očekuje od elastičnog ponašanja. Rasterećenje od  $\sigma_{\max}$  do  $\sigma = 0$  se događa praktički uzduž iste  $\Delta AB - \sigma$  krivulje, što je pokazano strelicama na slici 3.17. Uzorak sa zapiljenom inicijalnom pukotinom nema polje plastičnog traga, pa dijagram pokazuje potpuno linearno ponašanje. Ako zamorna pukotina i rez imaju istu duljinu, linearni dijelovi dijagrama su paralelni. Isti nagib znači istu krutost. Štoviše, nagib se slaže sa izračunatom krutošću uzorka sa otvorenom pukotinom. Zamorna pukotina stoga mora biti potpuno otvorena tijekom linearnog dijela  $\Delta AB - \sigma$  dijagrama. Za  $\sigma$  manji od  $\sigma_{op}$ , nagib nelinearnog dijela postaje veći, krutost je veća, a uzorak se ponaša kao da je pukotina kraća. To je posljedica toga što je pukotina dijelom zatvorena, zbog viška plastično izduljenog materijala u tragu pukotine. Po rasterećenju, zatvaranje pukotine počinje na vrhu pukotine, što se nastavlja dalje od vrha pukotine sa smanjenjem razine napreznja.

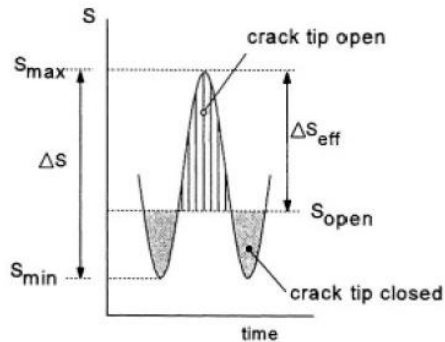


**Slika 3.17. Mjerenje otvaranja pukotine (COD)**

Tokom naizmjeničnog opterećenja prisutno je zatvaranje pukotine ako  $\sigma_{\min} < \sigma_{op}$ , slika 3.18. Pukotina je djelomično (ili potpuno) zatvorena pri  $\sigma_{\min}$ . Vrh pukotine tijekom opterećenja je potpuno otvoren kad je  $\sigma = \sigma_{op}$ , te ostaje otvoren do  $\sigma_{\max}$ . Po rasterećenju, pukotina je otvorena dok ne počne zatvaranje pri vrhu pukotine. Pretpostavka je da odgovarajući nivo napreznja kod kojeg dolazi do zatvaranja  $\sigma_{cl}$  je približno jednak napreznju otvaranja  $\sigma_{op}$ . Iako se male razlike mogu pojaviti, teško ih je precizno izmjeriti jer su to točke prijelaza između linearnog i nelinearnog dijela. Važno je primjetiti da jedinstvenost napreznja pri vrhu pukotine prilikom otvaranja, definirana faktorom intenzivnosti napreznja  $K$ , postoji dok god je vrh pukotine otvoren. Čim se pukotina zatvori, jedinstvenost napreznja više ne postoji.



Drugim riječima, velike varijacije napreznja pri vrhu potpuno otvorene pukotine prestaju čim se ona zatvori. Elber je predložio da varijacija opterećenja na uzorku pridonosi samo ako je vrh pukotine otvoren. Definirao je efektivni raspon napreznja  $\Delta\sigma_{eff}$  kao na slici 3.18.



**Slika 3.18 Zatvaranje pukotine: vrh pukotine je otvoren samo za vrijeme jednog dijela ciklusa opterećenja**

Podrazumijeva se da vrijedi:

$$\Delta\sigma_{eff} = \sigma_{max} - \sigma_{op} \quad (3.31)$$

$$\Delta\sigma_{eff} = \sigma_{max} - \sigma_{threshold}$$

Odgovarajući efektivni raspon faktora intenzivnosti napreznja je:

$$\Delta K_{eff} = \beta \Delta\sigma_{eff} \sqrt{\pi a} \quad (3.32)$$

Prema Elberovom principu, brzina napredovanja pukotine ovisi samo o  $\Delta K_{eff}$ :

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K_{eff}) \quad (3.33)$$

Prag faktora intenzivnosti napreznja  $\Delta K_{th}$  svoju primjenu nalazi u diferencijalnoj jednadžbi napredovanja pukotine. Zheng i Hirt [6] modificiraju generalni oblik Parisovog zakona kako bi izmodelirali gladak prijelaz kod uvjeta blizu praga faktora intenzivnosti napreznja te se dobiva jedan od oblika jednadžbe 3.33:

**Zheng - Hirtova jednadžba [6]:**

$$\frac{da}{dN} = C_P (\Delta K_{eff})^{m_P}$$

$$\frac{da}{dN} = C_P (\Delta K - \Delta K_{th})^{m_P} \quad (3.34)$$

Izraz 3.33 uključuje utjecaj omjera naprezanja  $R$  jer obrnuta plastičnost vrha pukotine ovisi o  $\sigma_{min}$ , a kao posljedica toga veličina zone obrnute plastičnosti pukotine ovisi o  $R$ . Elber je provodio ispitivanja na Al leguri 2024-T3 i zaključio je da je  $\sigma_{op}$  približno konstantno tokom ispitivanja zamora. Ovakvo empirijsko razmatranje pokazuje da je  $\sigma_{op}$  neovisno o duljini pukotine  $a$  i ovisi jedino o primjenjenom izmjeničnom naprezanju. Elber je definirao omjer  $U$  kao:

$$U = \frac{\Delta K_{eff}}{\Delta K} \left( = \frac{\sigma_{eff}}{\Delta \sigma} \right) \quad (3.35)$$

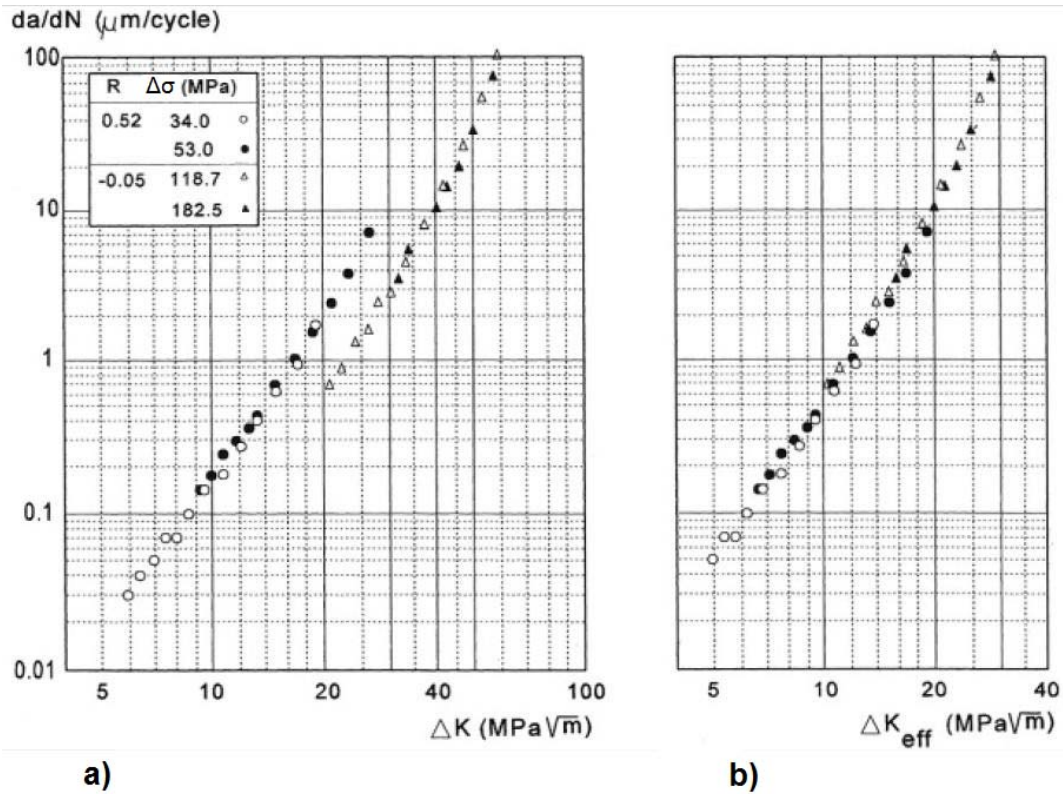
što je zapravo postotak  $\Delta K$  raspona za koje vrijeme je vrh pukotine otvoren. Elberova mjerenja zatvaranja pukotina na uzorcima od Al legura pokazuju da omjer  $U$  ovisi o omjeru naprezanja  $R$ . Koristio je vrijednosti  $R$  od -0.1 do 0.7 i opisao je svoje rezultate jednostavnim izrazom:

$$U = 0.5 + 0.4R \quad (3.36)$$

i stoga vrijedi:

$$\Delta K_{eff} = (0.5 + 0.4R)\Delta K \quad (3.37)$$

Izraz 3.37 je iskorišten na slici 3.19 da se dobiju rezultati napredovanja pukotine kao funkcija  $\Delta K_{eff}$ .



Slika 3.19 Brzina napredovanja pukotine za dvije vrijednosti  $R$ , te za dvije vrijednosti  $\Delta\sigma$ :

a)  $da/dN$  kao funkcija od  $\Delta K$ , b) rezultati slike a) prikazani kao funkcija  $\Delta K_{eff}$

Dijagram na slici 3.19 potvrđuje vrlo dobru korelaciju između  $da/dN$  sa  $\Delta K_{eff}$ . Ipak, treba primjetiti da je jednačba 3.37 prilagođena empirijskim podacima dobivenim u testovima koji su provedeni sa vrijednostima  $R$  između -0.1 i 0.7. Ekstrapolacija izvan ovog raspona ne mora biti nužno opravdana. Zapravo, izraz 3.37 ne može biti opravdan za vrijednosti niže od  $R = -1$ . To se može lako potvrditi promatranjem omjera  $\sigma_{op} / \sigma_{max}$ . Sa izrazima 3.31 i 3.35 možemo dobiti:

$$\frac{\sigma_{op}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_{max} - \Delta\sigma_{eff}}{\sigma_{max}} = 1 - \frac{U\Delta\sigma}{\sigma_{max}} = 1 - \frac{U(\sigma_{max} - \sigma_{min})}{\sigma_{max}} = 1 - U(1 - R) \quad (3.38)$$

i zamjenom u 3.36 dobivamo:

$$\sigma_{op} / \sigma_{max} = 0.5 + 0.1R + 0.4R^2 \quad (3.39)$$

Ovaj  $\sigma_{op} / \sigma_{max}$  omjer kao funkcija od  $R$  je prikazan na slici 3.18, čime se pokazuje da  $\sigma_{op}$  raste sa negativnijim vrijednostima omjera  $R$ , što je fizikalno nerealno. Za  $R=-1$  ( $\sigma_m = 0$ ) Elberova jednačba kaže da je  $\sigma_{op} / \sigma_{max} = 0.8$  i  $U=0.1$ . Vrh pukotine bi bio otvoren samo 10% ciklusa, a  $\Delta\sigma_{eff}$  bi bio vrlo mali, što ne može biti istina.

Unaprijeđena funkcija sa realističnijim ponašanjem  $\sigma_{op}$  za negativne vrijednosti je predložena u [16]:

$$U = 0.55 + 0.33R + 0.12R^2 \quad (3.40)$$

Zamjenom u jednadžbu 3.38 dobivamo:

$$\sigma_{op} / \sigma_{max} = 0.45 + 0.22R + 0.21R^2 + 0.12R^3 \quad (3.41)$$

Ova jednadžba je također prikazana na slici 3.18 gdje se vidi konstantan pad  $\sigma_{op}$  sa smanjenjem vrijednosti  $R$ . Ovakvo ponašanje se i očekuje jer za određene vrijednosti  $\sigma_{max}$ , niža vrijednost  $R$  znači i nižu vrijednost  $\sigma_{min}$  (također i niži  $\sigma_m$ ). Jednadžba je provjerena rezultatima napredovanja pukotine iz literature [9], gdje su pokrivena vrijednosti  $R$  od -1 do 0.54.

Kao što je prije bilo rečeno, izraz  $da/dN = f(\Delta K_{eff})$  govori da  $da/dN$  ovisi jedino o  $\Delta K_{eff}$ . Princip sličnosti za napredovanje zamornih pukotina treba modificirati: sličan  $\Delta K_{eff}$  u ciklusu koji se pojavljuje u različitim uzorcima (ili konstrukcijama) trebao bi dati isti  $da/dN$  u tom ciklusu. Izrazi 3.37 i 3.40 podrazumijevaju da neke  $U(R)$  funkcije bi trebale biti poznate. U literaturi [10], predložene su takve jednadžbe za različite materijale. Ukratko, jednadžbe su temeljene na analizi podataka napredovanja pukotina za jednostavne uzorke, dobivenih za različite vrijednosti  $R$ . Treba razumijeti da su takve jednadžbe empirijske korelacijske funkcije za opisivanje utjecaja  $R$ -a na napredovanje pukotine u eksperimentu. Nadalje, podsjetimo se da trenutna rasprava vrijedi za zamorne pukotine nastale pod opterećenjem konstantne amplitude, dok opis svojstava napredovanja pukotina u smislu  $da/dN = f(\Delta K_{eff})$  pretpostavlja da  $\sigma_{op}$  ostaje konstantno za vrijeme opterećenja konstantnih amplituda. Predviđanje napredovanja pukotina pod promjenjivim opterećenjem također koristi koncept zatvaranja pukotine, ali u tom slučaju  $\sigma_{op}$  nije konstantan. Promjene  $\sigma_{op}$  za vrijeme opterećenja promjenjivom amplitudom se moraju predvidjeti.

U literaturi [7], [12], [13], [14], [17] nam je na raspolaganju još nekoliko generalizacija već prije opisanog Parisovog zakona. Većina njih je nastala kako bi dozvolila jedinstvenom skupu svojstava materijala da uzmu u obzir osjetljivost na omjer naprezanja  $R$ . Druge generalizacije Parisovog zakona su namijenjene da izmodeliraju gladak prijelaz kod uvjeta blizu praga (*threshold*) naprezanja. Jedna od često korištenih generalizacija pretpostavlja da je učinkovit parametar razlika između raspona faktora intenzivnosti naprezanja i raspona praga faktora intenzivnosti naprezanja, kao i kod već spomenute Zheng – Hirtove jednadžbe 3.34. ali na malo drugačiji način:

**Klesnil - Lukašova jednadžba [7]:**

$$\frac{da}{dN} = C_P (\Delta K^{m_P} - \Delta K_{th}^{m_P}) \quad (3.42)$$

Objašnjenje jednadžbi 3.34 i 3.42 bi moglo biti upitno te postoji puno rasprava o njihovim ispravnostima, međutim, pa čak i Parisov zakon pronalazi svoju opravdanost samo u poklapanju sa eksperimentalnim podacima. Jedn. 3.34 i 3.42 se slažu u smislu asimptota: kod visokih opterećenja daju isti nagib i isto relativno napredovanje pukotina, ali u srednjem području se značajno razlikuju, budući da vrijedi

$$C_P (\Delta K - \Delta K_{th})^{m_P} < C_P (\Delta K^{m_P} - \Delta K_{th}^{m_P}).$$

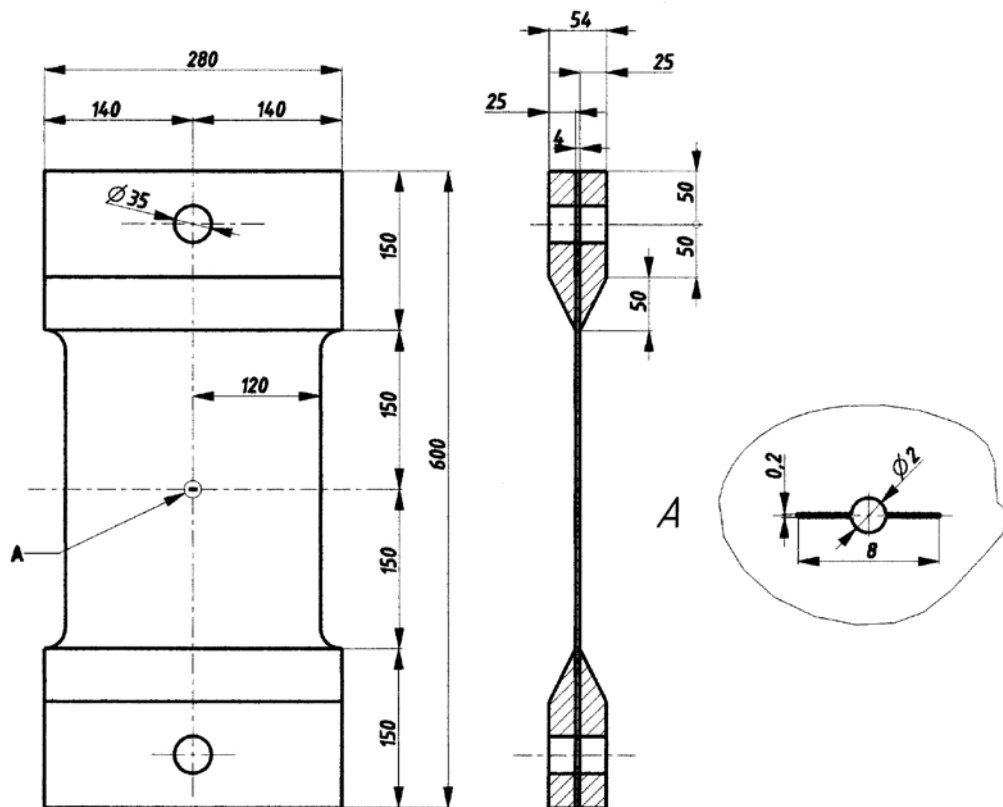
Sve navedene jednadžbe nemaju neko bitno fizikalno značenje, one su samo jednadžbe koje dovoljno točno opisuju eksperimentalne podatke. Ali ne postoji jedna jednadžba koja dovoljno točno opisuje sve podatke, stoga se preporuča koristiti onu koja se najbolje poklapa sa podacima pojedinačnog slučaja. Treba primjetiti da su parametri za različite jednadžbe različiti, čak i ako se odnose na iste podatke. Iz tog razloga, koeficijenti  $C_P, C_W, C_F \dots$  te eksponenti  $m_P, m_W, m_F \dots$  se koriste kako bi naznačili pripadnost pojedinoj jednadžbi. Korištenje parametara jedne jednadžbe u drugoj može dovesti do dramatičnih pogrešaka, čak i za isti materijal, prema literaturi [1].

## 4. Analiza životnog vijeka uzoraka

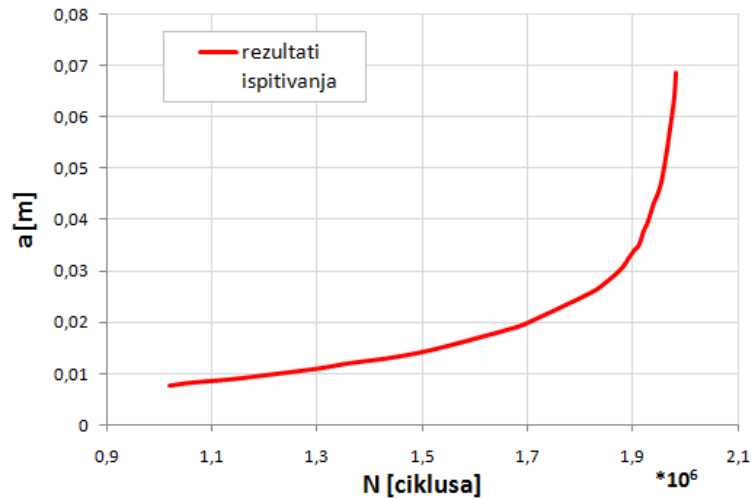
Simulacija je provedena za uzorke sa središnjom pukotinom i sa višestrukim pukotinama, te za panele sa i bez orebrenja. Eksperimentalni podatci su dobiveni iz literature [2], te su komparirani sa rezultatima simulacija dobivenih pomoću programskih paketa *Ansys 10*, te *Matlab 9.0*. Svi uzorci su od mekog konstrukcijskog čelika.

### 4.1 Model ploče sa središnjom pukotinom (P1)

Ploča sa središnjom pukotinom (slika 4.1) je simetrično opterećena na vlak silom koja je rezultirala nominalnim naprezanjem od 80 Mpa. Rezultati ispitivanja su prikazani na slici 4.2.

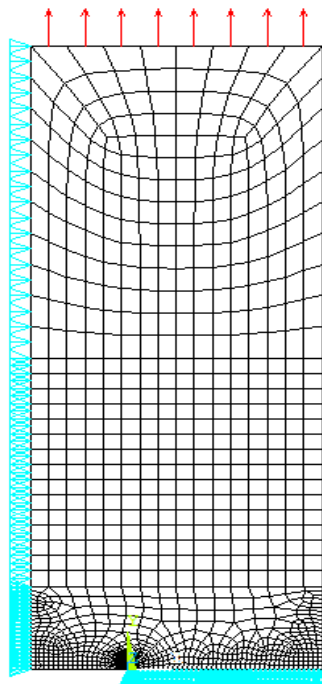


Slika 4.1.1 Opis geometrije ispitnog uzorka



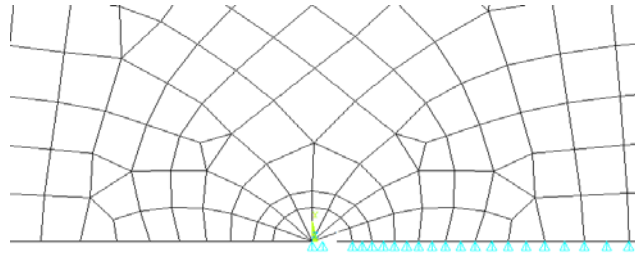
**Slika 4.1.2 Rezultati ispitivanja**

Kako bismo uspješno proveli simulaciju životnog vijeka potrebne su nam vrijednosti faktora intenzivnosti naprezanja  $K$  za svaku vrijednost pukotine  $a$ . Ova analiza je provedena metodom konačnih elemenata koristeći programski paket *Ansys*. Koristeći simetriju opterećenja i rubnih uvjeta moguće je izmodelirati samo četvrtinu ploče, što znatno skraćuje vrijeme analize (Slika 4.3).

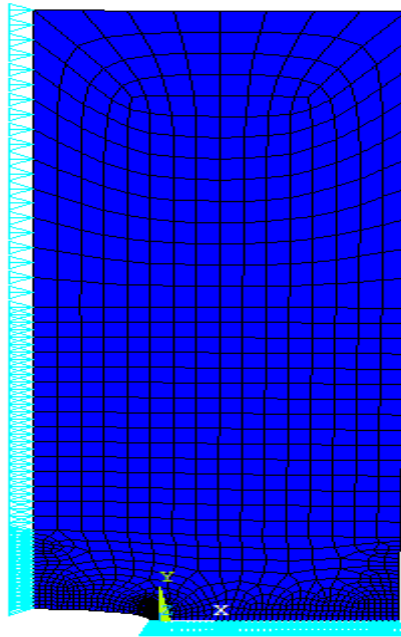


**Slika 4.1.3. Model četvrtine ploče**

Najvažniji dio modela je područje oko vrha pukotine. Koristeći preporuke literature [11], područje oko vrha pukotine je modelirano singularnim elementima, kako bi se uspješno opisala singularnost naprezanja i pomaka (Slika 4.4).

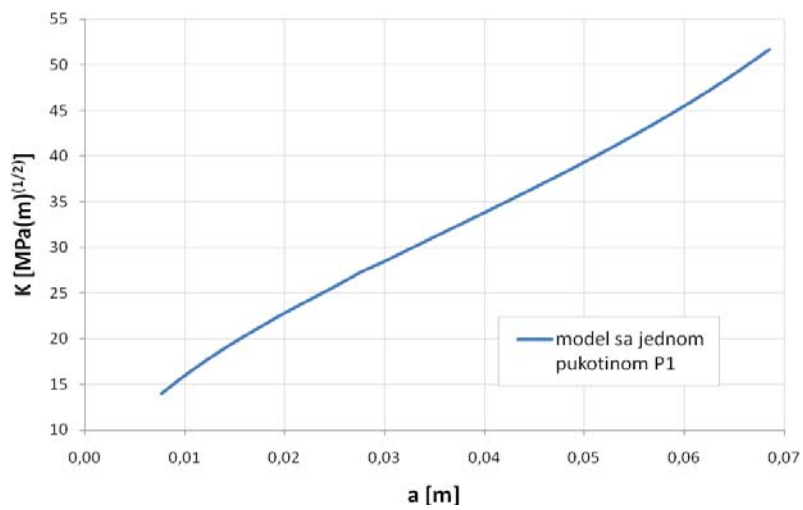


**Slika 4.1.4 Detalj mreže oko vrha pukotine**



**Slika 4.1.5. Deformirani model**

Nakon provedene analize u području propagacije pukotine, dobivamo približno linearnu ovisnost faktora intenzivnosti naprezanja o veličini pukotine (Slika 4.6).

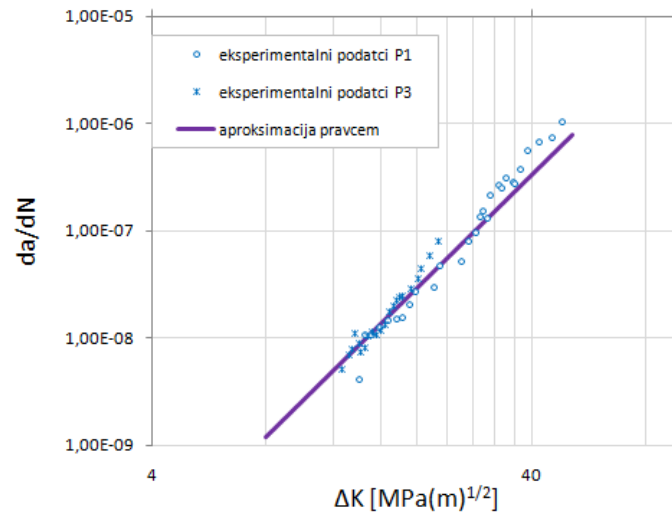


**Slika 4.1.6. a-K dijagram**



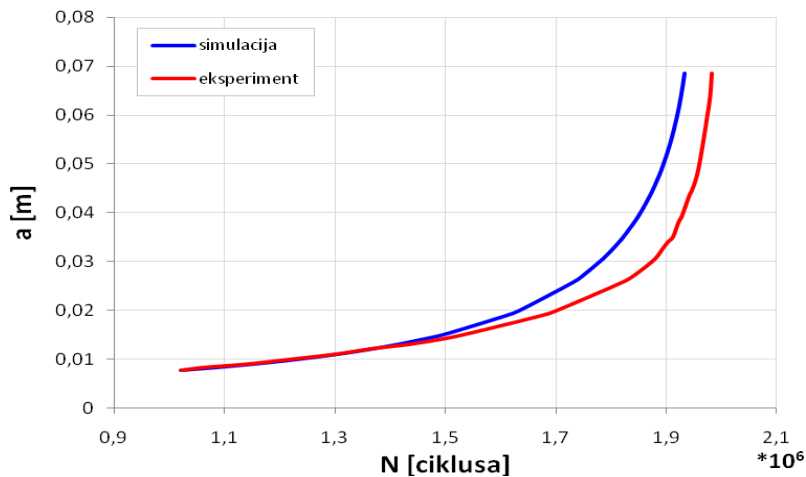
## Parisova metoda

Nakon obrade eksperimentalnih podataka dobivamo dijagram relativnog napredovanja pukotine (Slika 4.7), gdje primjećujemo da vrijednosti padaju približno na pravac. Opisivanjem jednadžbe tog pravca, koristeći metodu opisanu u poglavlju 3 ovog rada, dobivamo konstante Parisove jednadžbe  $C_P$  i  $m_P$ . Vrijednosti tih konstanti su  $C_P=0.82 \times 10^{-12}$  i  $m_P=3.5$ .



Slika 4.1.7. Dijagram relativnog napredovanja pukotine

Nakon izvršene simulacije životnog vijeka i usporedbe sa rezultatima provedenog eksperimenta, dobivamo rezultate prikazane na slici 4.8.

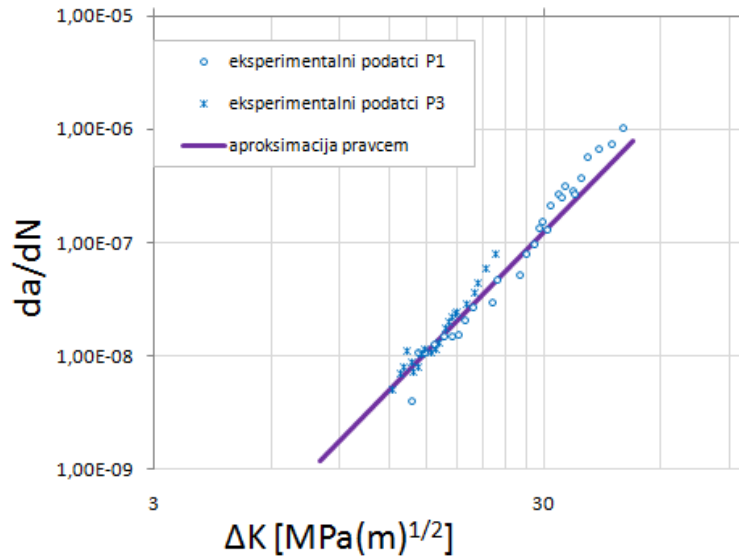


Slika 4.1.8. Dijagram životnog vijeka konstrukcije

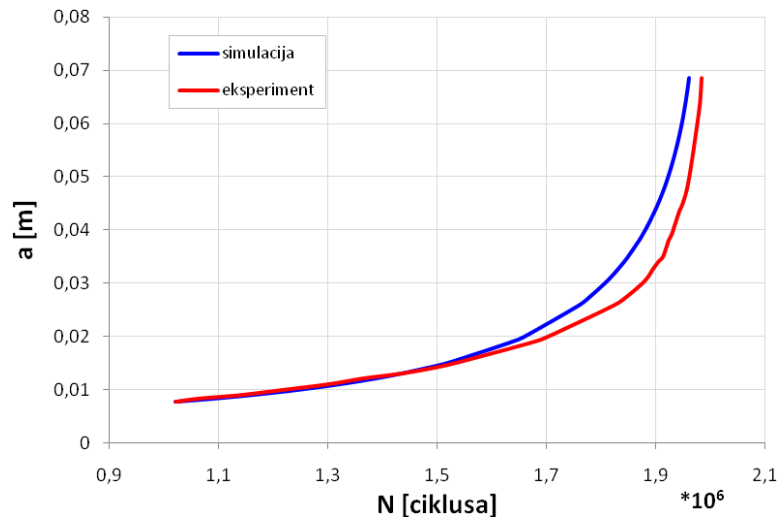
Iz dijagrama je vidljivo vrlo dobro poklapanje rezultata simulacije i eksperimenta u prvom dijelu životnog vijeka. Kako bi dobili bolje poklapanje rezultata i u drugom dijelu simulacije, koristimo jedan od generaliziranih oblika Parisove jednadžbe, opisan u literaturi [7].

## Klesnil - Lukasova metoda

Korištene su iste vrijednosti konstanti kao i u Parisovoj metodi, s time da je vrijednost praga intenzivnosti naprežanja  $K_{threshold} = 6.6 \text{ MPa}\sqrt{m}$ .



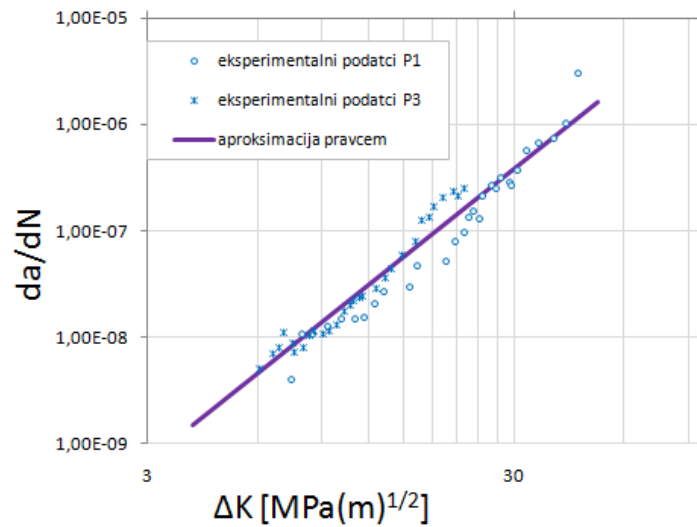
Slika 4.1.9 Dijagram relativnog napredovanja pukotine



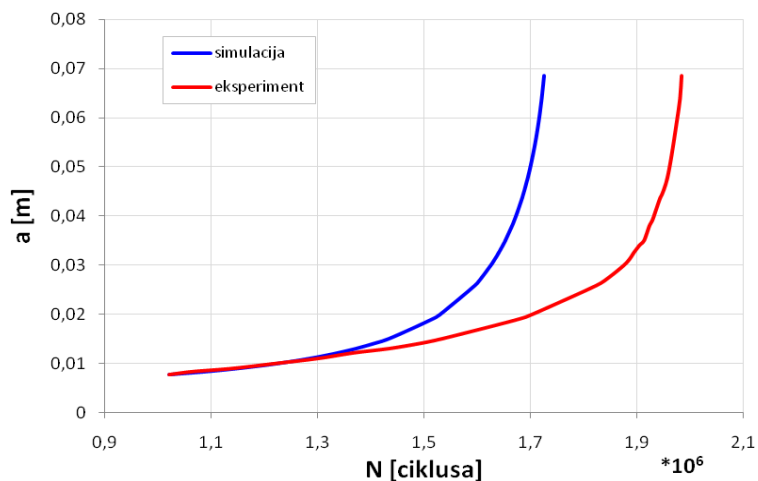
Slika 4.1.10. Simulacija životnog vijeka

Koristeći iste konstante  $C_P$  i  $m_P$  vidljivo je bolje poklapanje rezultata simulacije sa rezultatima eksperimenta koristeći Klesnil – Lukašovu metodu.

## Zheng - Hirtova metoda



Slika 4.1.11. Dijagram relativnog napredovanja pukotine

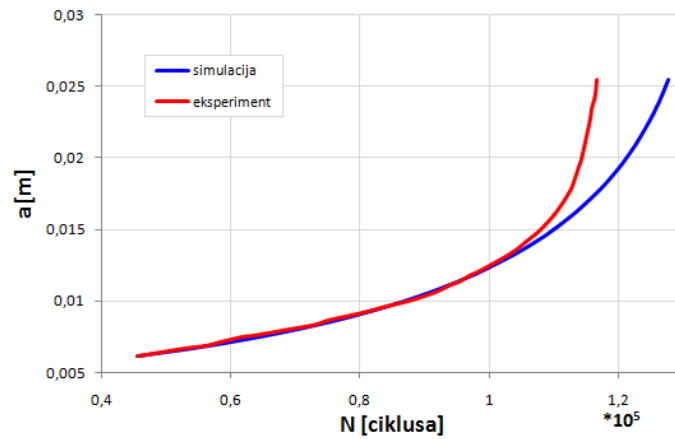


Slika 4.1.12. Simulacija životnog vijeka

Zheng – Hirtova metoda pokazuje poklapanje sa rezultatima eksperimenata samo u početnom dijelu simulacije. Sa daljnjim napretkom simulacije dolazi do znatnog skraćivanja u životnom vijeku uzorka. Korištene vrijednosti konstanti su  $C=3.35 \cdot 10^{-11}$ ,  $m=2.75$ . Vrijednost praga faktora intenzivnosti je  $K_{threshold}=6.6 \text{ MPa}\sqrt{m}$ .

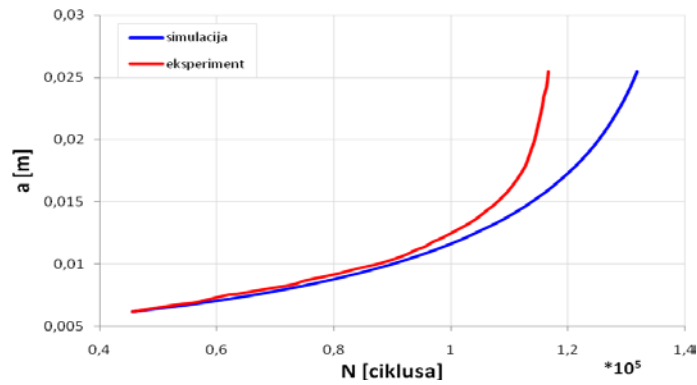
## 4.2. Model ploče sa višestrukim pukotinama (P3)

### Parisova metoda



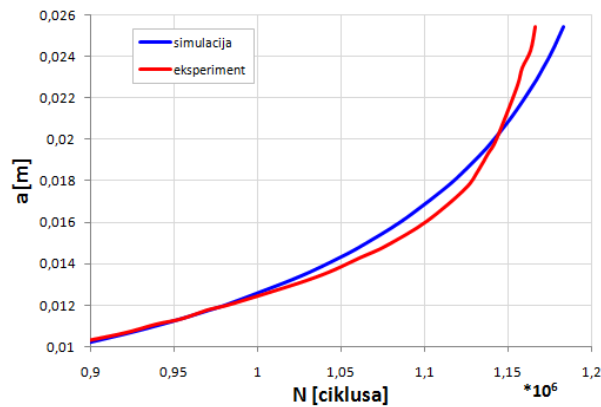
Slika 4.2.1 Simulacija životnog vijeka uzorka P3 Parisovom metodom

### Klesnil Lukaševa metoda



Slika 4.2.2 Simulacija životnog vijeka uzorka P3 Klesnil - Lukaševom metodom

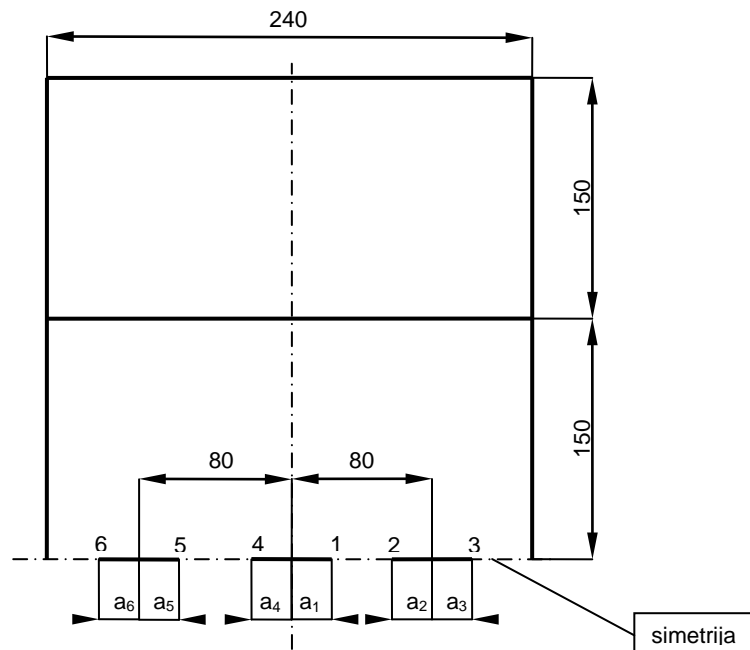
### Zheng – Hirtova metoda



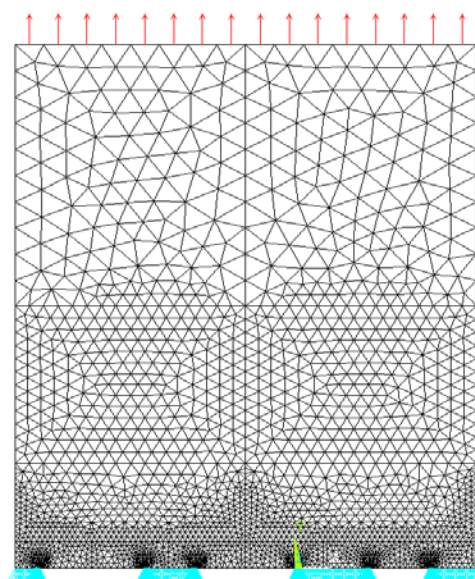
Slika 4.2.3 Simulacija životnog vijeka uzorka P3 Zheng - Hirtovom metodom

Analizom rezultata modela sa višestrukim pukotinama u svim je slučajevima primjećeno odstupanje simulacije od eksperimentalnih podataka pri većim vrijednostima veličina pukotine. Primjećen je trend naglog porasta veličine pukotine pri kraju eksperimenta. Pomoću modela sa 6 vrhova želi se istražiti utjecaj nesimetrične propagacije bočnih pukotina na skraćenje životnog vijeka središnje pukotine.

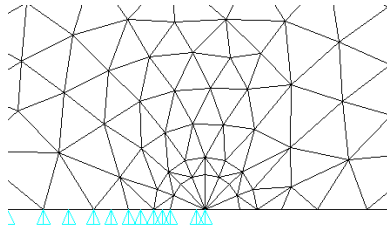
#### 4.2.1. Model sa 6 vrhova



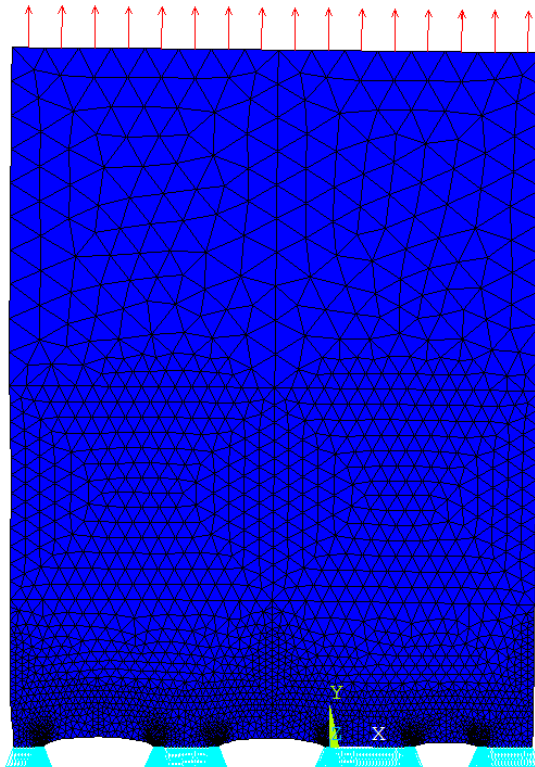
Slika 4.2.4 Shema modela sa 6 vrhova



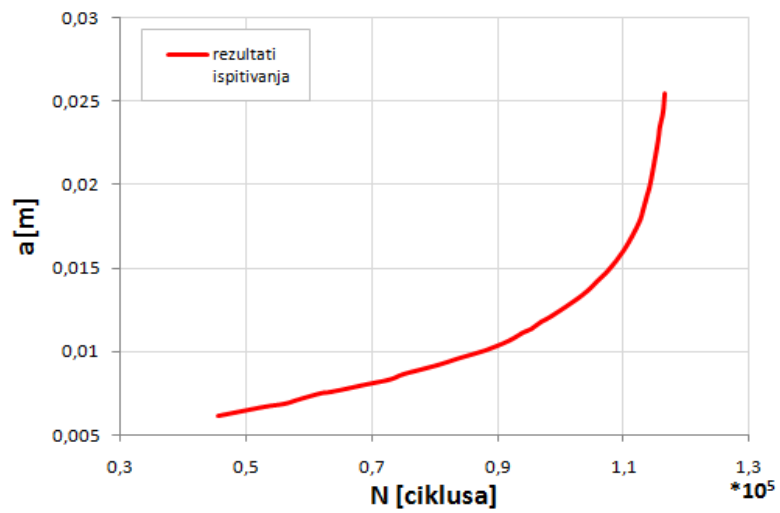
Slika 4.2.5 Mreža modela sa 6 vrhova iz Ansys-a



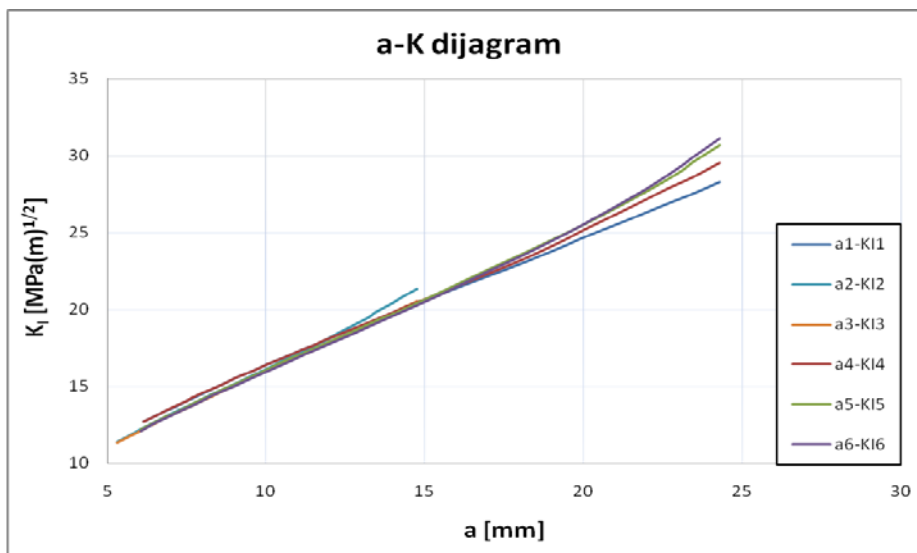
Slika 4.2.6 Detalj mreže pri vrhu pukotine



Slika 4.2.7 Deformirani model iz Ansys-a

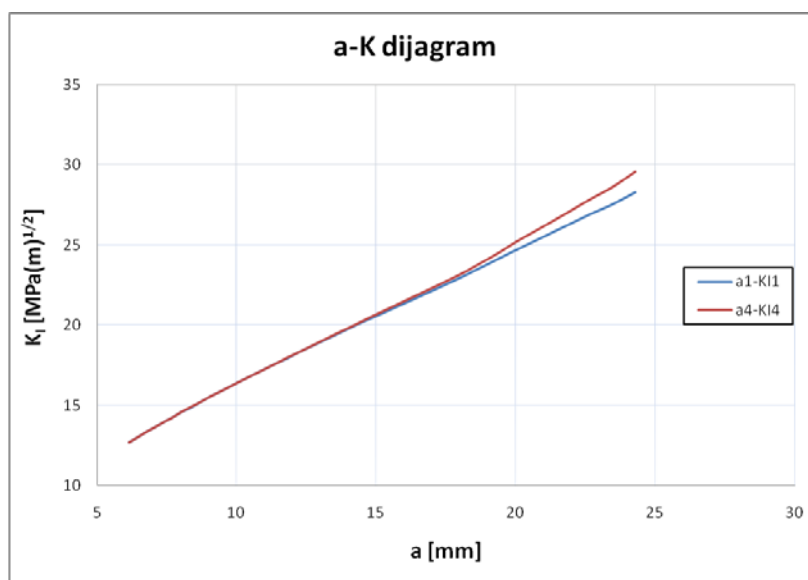


Slika 4.2.8 Dijagram životnog vijeka eksperimentalnog uzorka P3

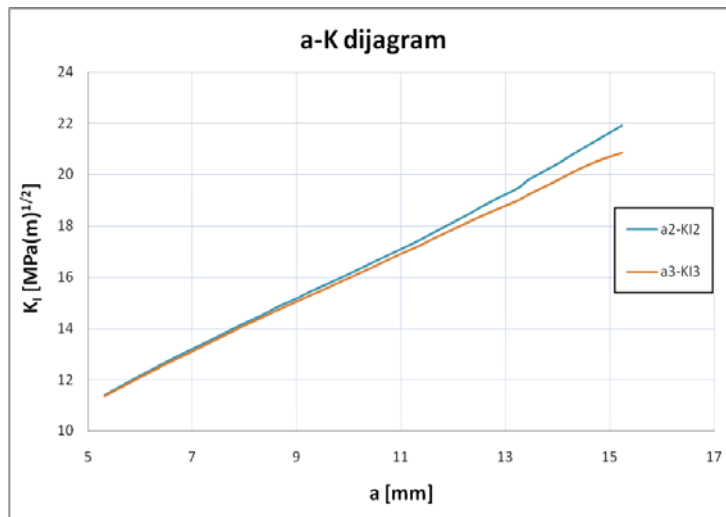


Slika 4.2.9 a-K dijagram za svih 6 vrhova

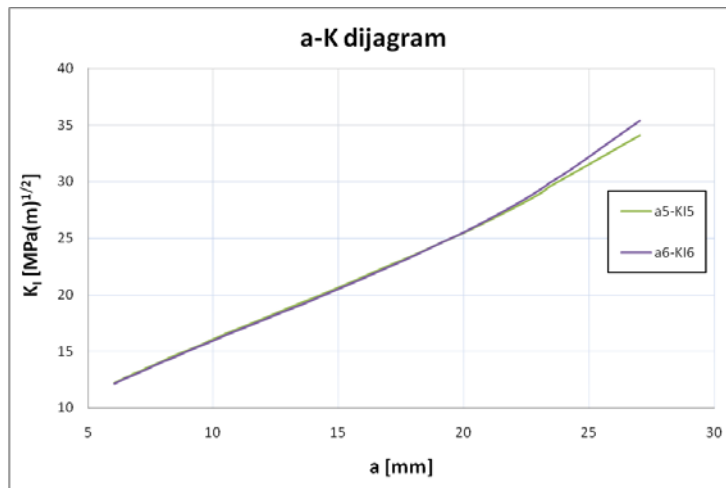
Pomoću programskog paketa Ansys analizirali smo model polovine ploče sa nesimetričnom propagacijom pukotina. Dobivene rezultate promatramo u a-K dijagramu za svih 6 vrhova istovremeno. Primjećujemo da u početku simulacije dok su pukotine približno iste veličine, da su i vrijednosti K-ova vrlo bliske. Kada veličine pukotina prijeđu otprilike 14 mm dolazi do odvajanja rezultata, što pripisujemo pojavljivanju nesimetrije u propagaciji pukotina. Naime, u idealnom eksperimentu bi lijeva i desna pukotina propagirale jednako. Međutim, u realnom provođenju eksperimenta, zbog nesavršenosti materijala, te samog uređaja, došlo je do ubrzanog rasta lijeve pukotine (vrhovi 5 i 6). Kao posljedica propagacije pukotina dolazi do smanjenja ligamena, što povlači za sobom povećanje lokalnog naprezanja. Pošto je lijeva pukotina brže propagirala, oko nje brže rastu lokalna naprezanja, što se vidi iz povećanja odgovarajućih vrijednosti  $K_{I5}$  te  $K_{I6}$ .



Slika 4.2.10 a) a-K dijagram za vrhove 1 i 4 središnje pukotine



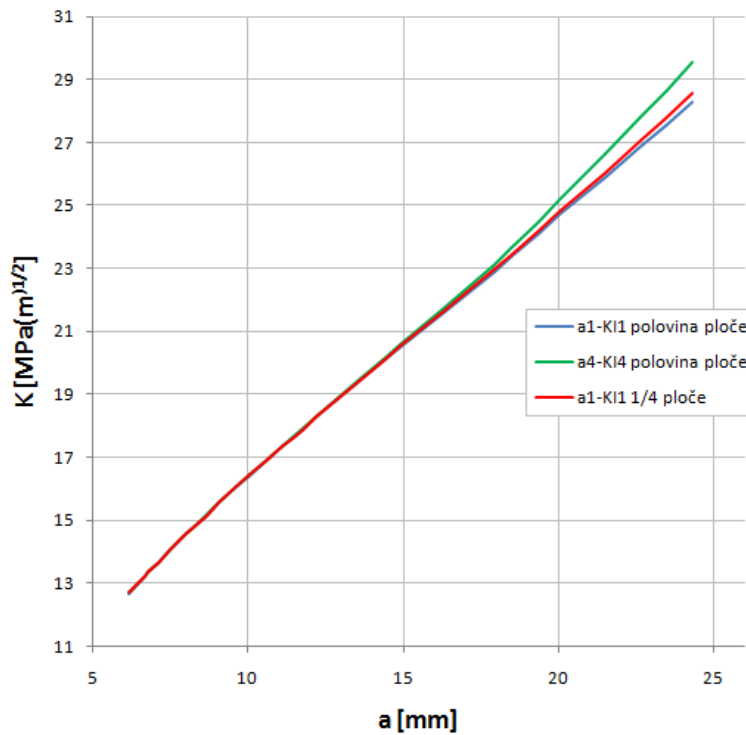
Slika 4.2.10 b) a-K dijagram za vrhove 2 i 3 desne pukotine



Slika 4.2.10 c) a-K dijagram za vrhove 5 i 6 lijeve pukotine

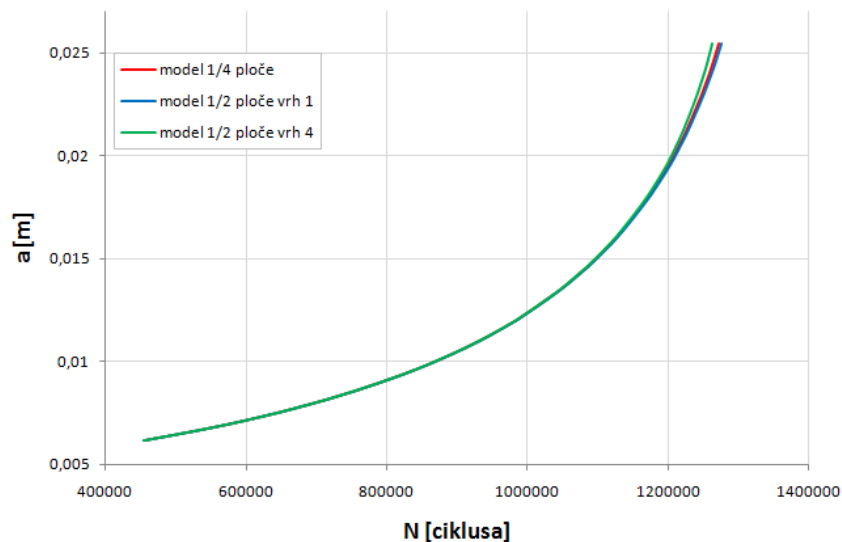
Prije spomenutu nesimetriju ne može obuhvatiti model  $\frac{1}{4}$  ploče koji podrazumijeva simetriju. Da bismo dobili uvid u razliku rezultata između 2 modela promotrimo sliku 4.24.





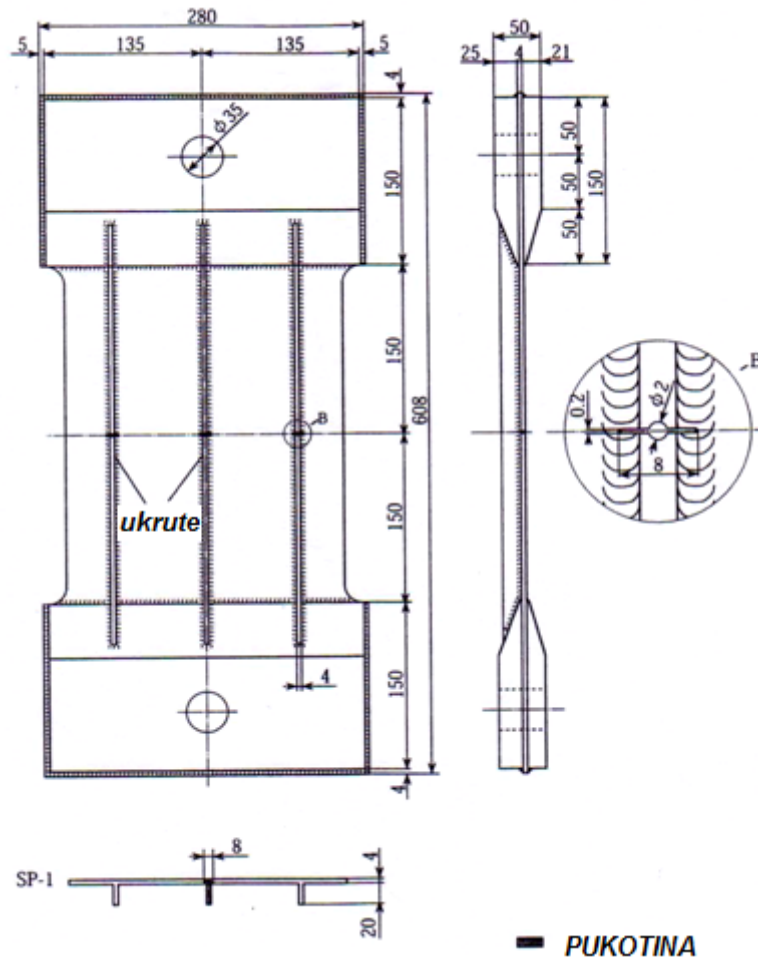
**Slika 4.2.11 Usporedba modela polovine i četvrtine ploče u a-K dijagramu**

Uočavamo da je u modelu polovine ploče došlo do povećanja vrijednosti  $K_4$  za lijevi vrh središnje pukotine, što pripisujemo ubrzanoj propagaciji lijeve pukotine modela. Vrijednosti dobivene koristeći model  $\frac{1}{4}$  ploče se više priklanjaju desnom vrhu. S obzirom da se vrijednosti  $K$  većim dijelom, a osobito u početnom dijelu, preklapaju, njihova razlika nema značajan utjecaj na simulirani životni vijek (slika 4.25). Time je dokazana opravdanost korištenja jednostavnijeg modela četvrtine ploče.

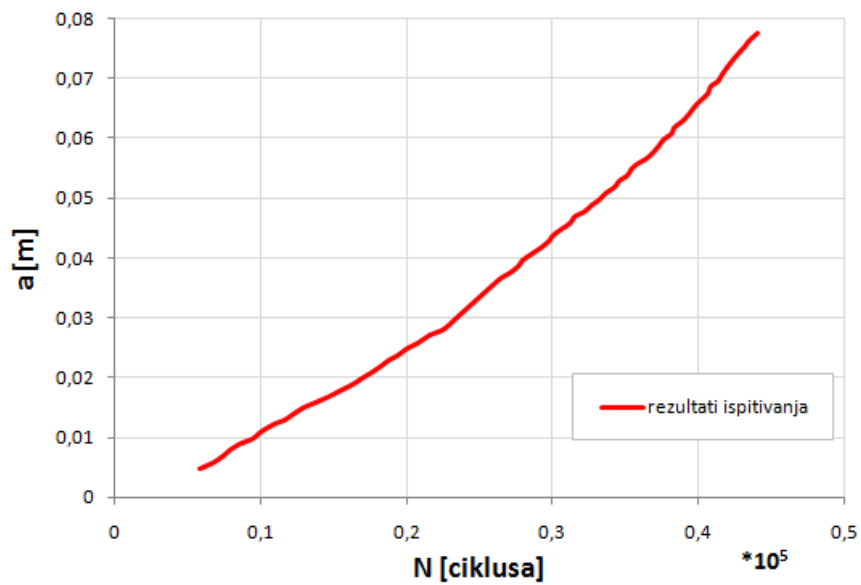


**Slika 4.2.12 Usporedba simuliranih životnih vjekova koristeći različite modele**

### 4.3. Model orebrenog panela sa središnjom pukotinom (SP1)

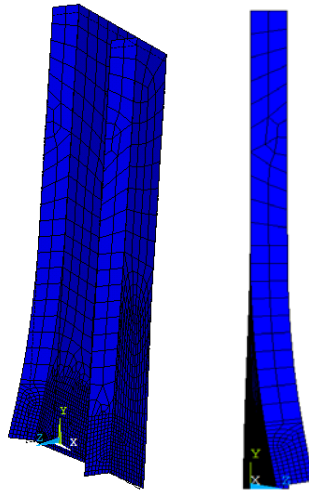


Slika 4.3.1 Opis geometrije ispitnog uzorka



Slika 4.3.2 Životni vijek eksperimentalnog uzorka

Kada promatramo deformirani oblik orebrenih panela, primjećujemo da se pojavljuje savijanje.



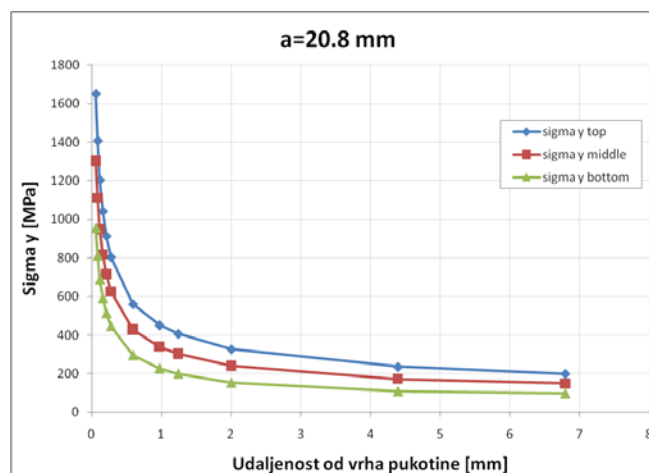
**Slika 4.3.3 Bočni pogled deformiranog modela**

To savijanje nastaje zbog razlike napreznja  $\sigma_y$  između gornje i donje površine Shell elemenata korištenih u simulaciji (slika 7.2). Vrijednost faktora intenzivnosti napreznja  $K_I$  dobivena metodom konačnih elemenata ne uzima u obzir to savijanje, pa ga je potrebno korigirati. Uvodimo pojam relativne komponente savijanja RKS, koja se računa posebno za svaki čvor prema izrazu:

$$RKS = \frac{\sigma_{top} - \sigma_{middle}}{\sigma_{middle}} \quad (4.1)$$

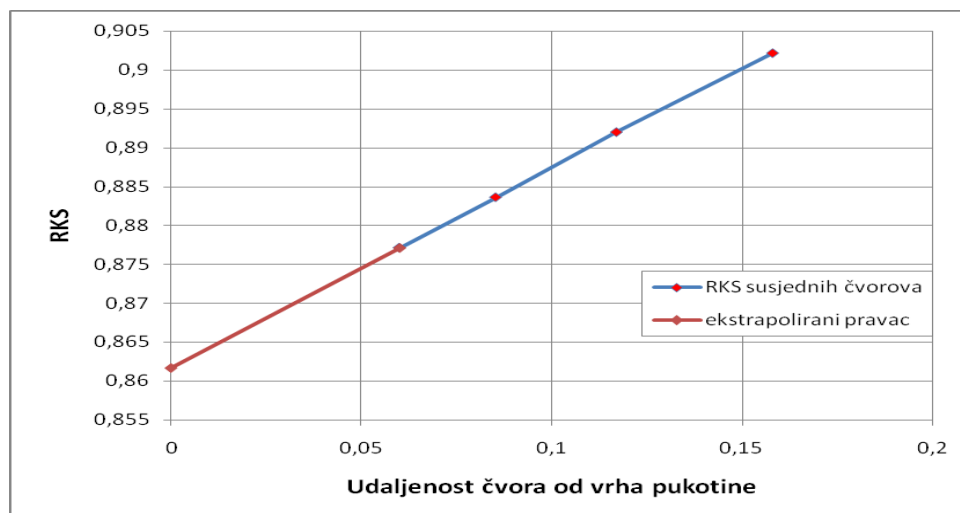
pri čemu je:

$$\sigma_{middle} = (\sigma_{top} + \sigma_{bottom})/2 \quad (4.2)$$



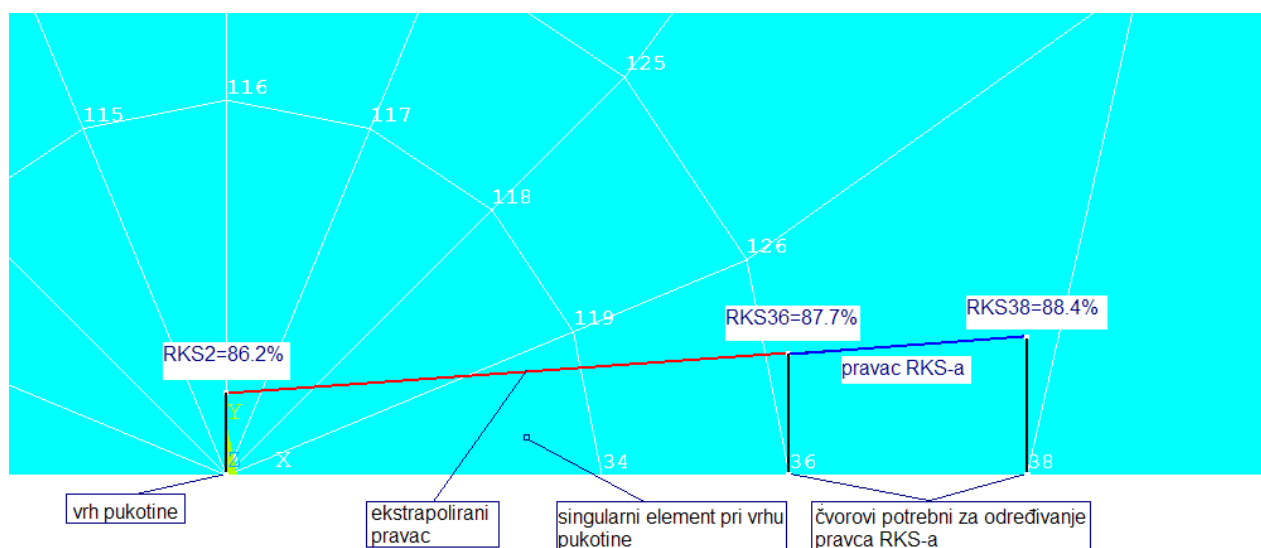
**Slika 4.3.4 Napreznje u čvorovima pri vrhu pukotine**

Potrebnu vrijednost RKS u čvoru na vrhu pukotine ne možemo računati prema izrazu (7.1) jer singularni elementi korišteni za modeliranje vrha pukotine ne daju točne vrijednosti naprežanja. Ako promotrimo vrijednosti RKS za nekoliko susjednih čvorova, vidimo da one padaju na pravac (slika 7.3). Ekstrapoliranjem tog pravca do vrha pukotine, lako dobivamo vrijednost RKS-a u čvoru na vrhu pukotine.



Slika 4.3.5 Vrijednosti RKS za čvorove blizu vrha pukotine

Pošto dvije točke u potpunosti definiraju pravac, u daljnjim proračunima uzimamo samo dva susjedna čvora singularnog elementa kako bismo odredili pravac RKS-a, a time i vrijednost relativne komponente savijanja u čvoru na vrhu pukotine.



Slika 4.3.6 Pravac RKS-a prikazan na detalju mreže

Korekcija faktora intenzivnosti naprežanja se provodi prema izrazu (7.3):

$$K_{I\_bending} = K_I(1 + RKS) \quad (4.3)$$

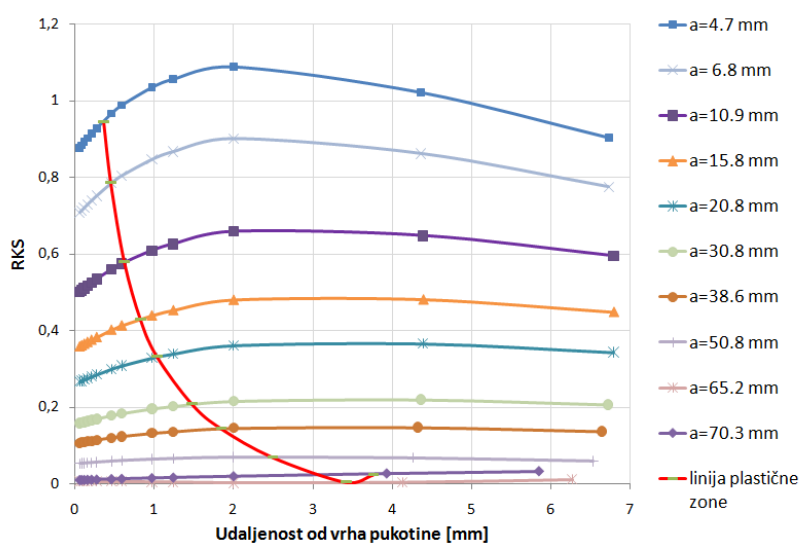
Kao praktični problem se pojavljuje veličina mreže. Naime, u zoni pri samome vrhu pukotine dolazi do plastične deformacije, što je i vidljivo iz vrijednosti naprezanja na slici 4.3.4. Stoga je potrebno ispravno dimenzionirati veličine elemenata, jer ako koristimo dva susjedna čvora od singularnog elementa, moramo biti sigurni da oni nisu u zoni plastične deformacije.

Kao nastavak ovog rada moguće je provesti elasto – plastičnu analizu kako bi se dobila detaljnija slika ponašanja materijala u najvažnijem području pukotine, a to je pri njezinom vrhu.

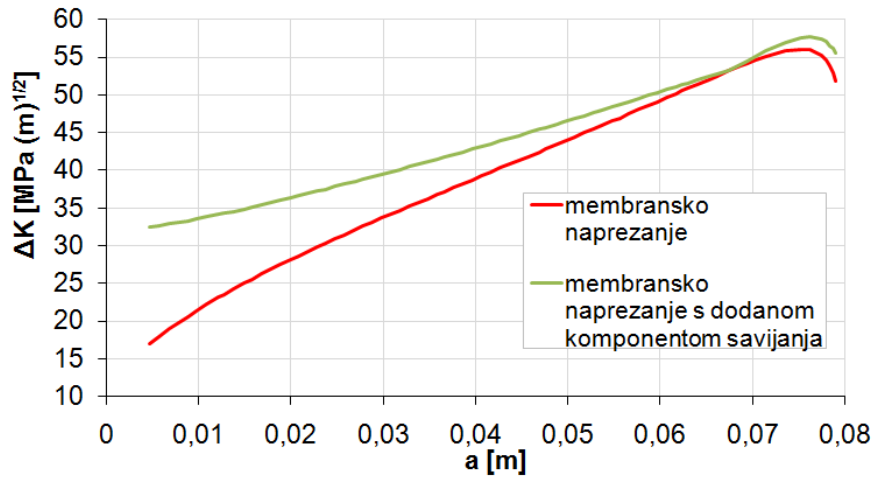
Veličinu plastične zone možemo računati prema izrazu (4.4), iz kojeg je vidljivo da je ona proporcionalna vrijednosti faktora intenzivnosti naprezanja:

$$r_p = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_{ty}^2} \quad (4.4)$$

Pošto faktor intenzivnosti naprezanja raste proporcionalno sa veličinom pukotine, vidimo sa slike 4.3.7 da svakoj veličini pukotine odgovara jedna vrijednost plastične zone. Sa ovakvim prikazom podataka lako je vidljivo koji čvorovi su odgovarajući.



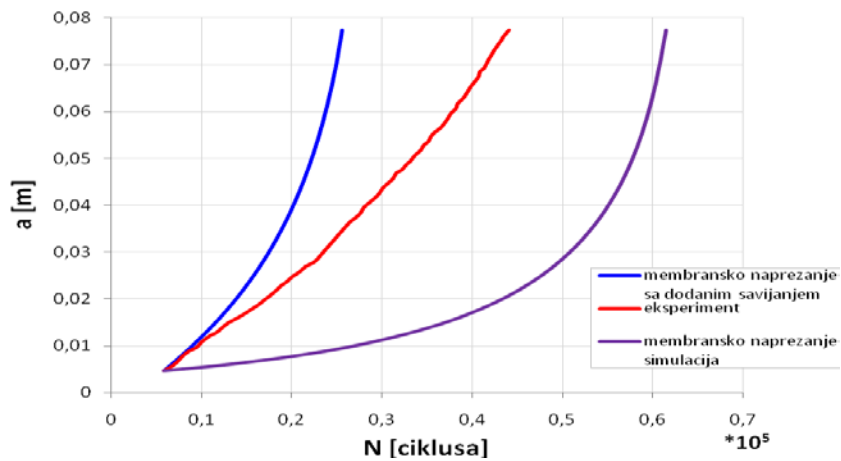
Slika 4.3.7 Prikaz plastične zone



Slika 4.3.8 a-K dijagram za uzorak SP1

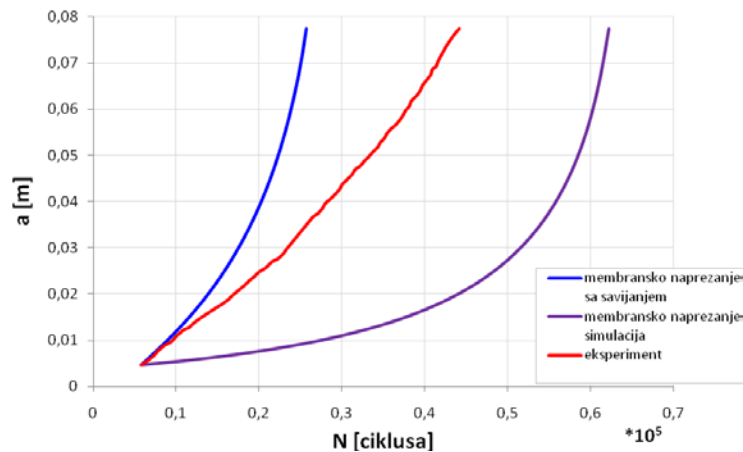
Koristeći dobivene vrijednosti faktora intenzivnosti  $K$  te koristeći iste konstante kao i kod neorebrenih panela provodimo simulaciju životnog vijeka sa već navedenim jednadžbama.

### Parisova metoda



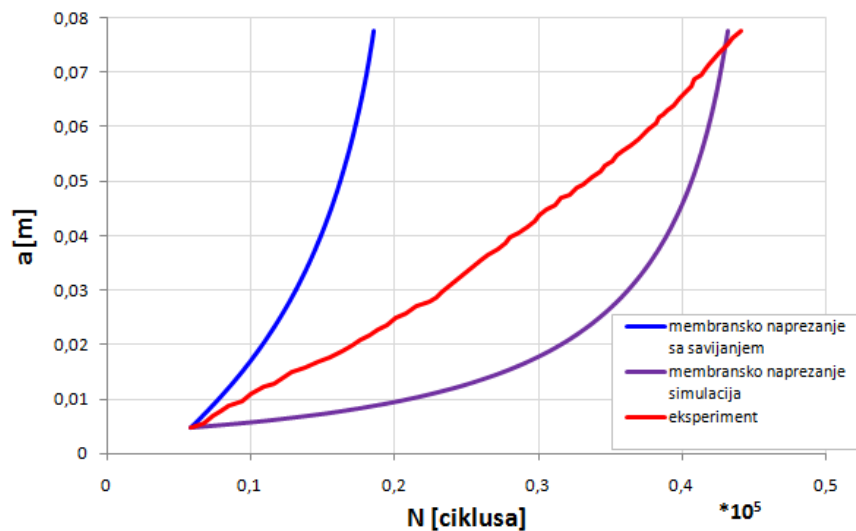
Slika 4.3.9 Simulacija životnog vijeka uzorka SP1 Parisovom metodom

## Lukasova metoda



Slika 4.3.10 Simulacija životnog vijeka uzorka SP1 Klesnil - Lukaševom metodom

## Zheng – Hirtova metoda

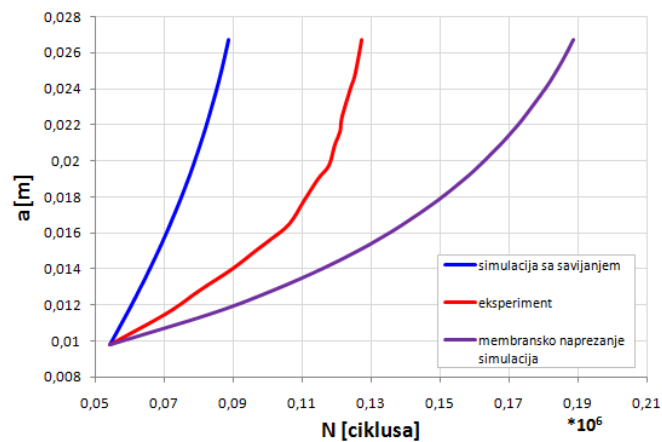


Slika 4.3.11 Simulacija životnog vijeka uzorka SP1 Zheng - Hirtovom metodom

U skladu sa očekivanjima, Klesnil – Lukaševa jednačba i Zheng – Hirtova jednačba skraćuju životni vijek, ali te razlike nisu značajne. Značajno skraćenje životnog vijeka je vidljivo u rezultatima simulacija koje uzimaju u obzir savijanje u odnosu na simulacije koje koriste membranska naprezanja.

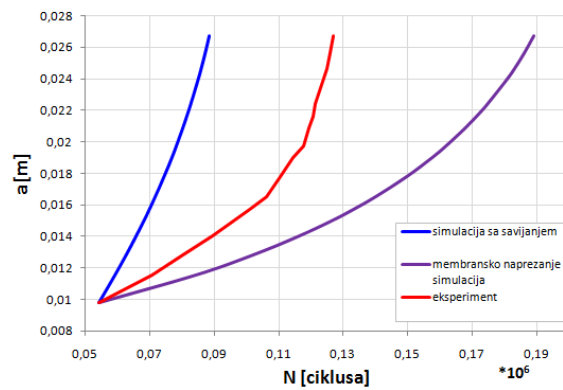
#### 4.4. Model orebrenog panela sa višestrukim pukotinama (SP3)

##### Parisova metoda



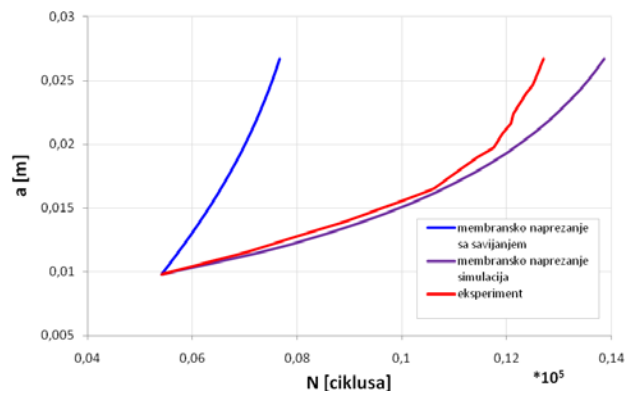
Slika 4.4.1 Simulacija životnog vijeka uzorka SP3 Parisovom metodom

##### Klesnil – Lukaševa metoda



Slika 4.4.2 Simulacija životnog vijeka uzorka SP3 Klesnil - Lukaševom metodom

##### Zheng – Hirtova metoda



Slika 4.4.3 Simulacija životnog vijeka uzorka SP3 Klesnil - Lukaševom metodom



## 4. Zaključak

U radu je primjenjen koncept Linearno Elastične Mehanike Loma, a vrijednosti faktora intenzivnosti naprezanja  $K$  su utvrđene koristeći programski paket *Ansys*. Sa dobivenim vrijednostima simuliran je životni vijek koristeći postupak numeričke integracije jednadžbi napredovanja pukotine u programskom paketu *Matlab*. Korištene jednadžbe u ovom radu su Parisova, te Klesnil- Lukašova i Zheng – Hirtova, koje u obzir uzimaju prag faktora intenzivnosti naprezanja  $K_{th}$ . Svaka od jednadžbi je primjenjena na četiri uzorka: paneli sa jednostrukom i višestrukim pukotinama, te sa orebrenjima i bez njih. Primjenom Klesnil – Lukaševe jednadžbe simulirani životni vijek se produžuje, zbog utjecaja praga faktora intenzivnosti naprezanja  $K_{th}$  u početnom dijelu simulacije. U završnom dijelu simulacije  $K_{th}$  nema značajan utjecaj pa je oblik krivulje simuliranog životnog vijeka u završnom dijelu simulacije vrlo sličan onoj dobivenoj koristeći Parisovu jednadžbu.

Kod orebrenih panela kao izrazito dominantan faktor se pokazuje savijanje, koje se javlja zbog pucanja ukruta. Usporedbom rezultata koji uključuju savijanje sa onima koji podrazumijevaju samo membranska naprezanja, dobivamo značajno skraćanje u životnom vijeku simulacije sa savijanjem. Savijanje ima dominantan utjecaj zato jer povećava vrijednost faktora intenzivnosti naprezanja. To se naročito odnosi na male pukotine, dok sa porastom veličine pukotine taj utjecaj opada.

## Literatura:

- [1] Broek, D., *The Practical Use of Fracture Mechanics*, Kluwer Academic Publishers, London, 1989.
- [2] Sumi, Y., Božić, Ž., Iyama, H., Kawamura, Y., *Multiple Fatigue Cracks Propagating in a Stiffened Panel*, Journal of The Society of Naval Architects of Japan, 1996;179.
- [3] Schijve J., *Fatigue of structures and materials*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001.
- [4] Vasudevan A.K., Sadananda K., *Critical parameters for fatigue damage*, International Journal of fatigue, 2001;23:Str. 39–53.
- [5] Schijve, J., *Fracture mechanics, vol. 14.*, 1981. Str. 461-465.
- [6] Zheng X, Hirt M.A. *Fatigue crack propagation in steels*. Engineering Fracture Mechanics, 1983;18(5):str. 965–973.
- [7] Klesnil M, Lukáš P. *Fatigue of metallic materials*. Mater. Sci. Monogr., vol. 7, 1980.
- [8] Bitunjac, V., *Diplomski rad*, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje; Zagreb, 2007.
- [9] Božičević, D., *Diplomski rad*, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje; Zagreb, 2008.
- [10] Schijve, J., *Fatigue crack closure observations and technical significance, Mechanics of Fatigue Crack Closure*, International Charleston Symposium 1986. ASTM STP 982, (1988), str 5-34.
- [11] ANSYS, Inc., Southpointe – 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317 USA, *ANSYS Theory manual*, poglavlje 3.9: *Fracture mechanics*, str. 3-153;4-48
- [12] Makabe C., Yamauchi A., Miyazaki T., *Effects of crack opening behaviour on crack growth rate after overload*, Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, vol. 2, (2008), str. 243-253
- [13] Dowling NE. *Mechanical behavior of materials: engineering methods for deformation fracture and fatigue*. 3rd ed. Prentice Hall; 2007
- [14] Ellyin F. *Fatigue damage crack growth and life prediction*. 1st ed. Chapman & Hall; 1997.
- [15] Figge, I.E. i Newman, J.C., *Fatigue crack propagation behaviour in panels with simulated rivet forces*, NASA TN D-4702, 1968.
- [16] Wanhill, R.J.H. *Durability analysis using long and short fatigue crack growth data, Aircraft damage assesment and repair*, The Institution of engineering, Australia, 1991.
- [17] Santus C., Taylor D., *Physically short crack propagation in metals during high cycle fatigue*, International Journal of Fatigue, 31, (2009), str. 1356.-1365.
- [18] Holper B, Mayer H, Vasudevan AK, Stanzi-Tschegg SE. *Near threshold fatigue crack growth in aluminium alloys at low and ultrasonic frequency: influences of specimen thickness strain rate slip behaviour and air humidity*. Int J Fatigue 2003;25(5):397–411.

- [19] Bu R, Stephens RI. *Comparison of short and long fatigue crack growth in 7075-T6 aluminum*. Fatigue Fract Eng Mater Struct 1986;9(1):35–48.
- [20] Wu XR, Newman JC, Zhao W, Swain MH, Ding CF, Phillips EP. *Small crack growth and fatigue life predictions for high-strength aluminium alloys: part I—experimental and fracture mechanics analysis*. Fatigue Fract Eng Mater Struct 1998;21(11):1289–306.
- [21] Stanzl-Tschegg S. *Fatigue crack growth and thresholds at ultrasonic frequencies*. Int J Fatigue 2006;28(11):1456–64.
- [22] Boyce BL, Ritchie RO. *Effect of load ratio and maximum stress intensity on the fatigue threshold in Ti–6Al–4V*. Eng Fract Mech 2001;68(2):129–47.
- [23] Chapetti MD. *Fatigue propagation threshold of short cracks under constant amplitude loading*. Int. J. Fatigue 2003;25(12):1319–26.
- [24] Chapetti MD. *Application of a threshold curve model to high-cycle fatigue behavior of small cracks induced by foreign-object damage in Ti–6Al–4V*. Int. J. Fatigue 2005;27(5):493–501.
- [25] Chapetti MD. *High-cycle fatigue of austempered ductile iron (ADI)*. Int. J. Fatigue 2007;29(5):860–8.
- [26] McClung RC, Francis WL, Hudak Jr SJ. *A new approach to fatigue life prediction based on nucleation and growth*. Int.J. Fatigue 2006 – 9th international fatigue congress, Atlanta, GA. Elsevier; 2006.
- [27] Liu, Y., Mahadevan S., *Threshold stress intensity factor and crack growth rate prediction under mixed-mode loading*, Engineering Fracture Mechanics, 74, (2007), str; 332–345
- [28] Wanhill RJH, Schera L. In: Newman Jr CJ, Edwards PR, *Short crack growth behavior in various aircraft materials*, AGARD report-767. #8, 1990.
- [29] Elber, W., *The significance of fatigue crack closure, Damage tolerance in Aircraft Structures*, ASTM STP 486, 1971.
- [30] MacGregor CW, Grossman N. *Effects of cyclic loading on mechanical behavior of 24S-T4 and 75S-T6 aluminum alloys and SAE 4130 Steel*. In: National Advisory Committee for Aeronautics; 1952 [NACA TN 2812].
- [31] Wanhill R.J.H., *Durability analysis using short and long fatigue crack growth data. Aircraft damage assessment and repair*. The institution of engineering, Australia (1991), Barton, Australia
- [32] Rice J.R., *The mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue, Fatigue crack propagation*, ASTM STP 415 (1967.), str. 247-309.
- [33] *Mechanics of crack closure*, ASTM STP-982,1988.
- [34] Erdogan F., *Crack propagation theories—fracture: an advanced treatise*. New York: Academic Press, 1968.
- [35] Linden, H. H. van der, *NLR test results as a database to be used in a check of crack propagation prediction models, A Garteur Activity*, Nat. Aerospace Lab. NLR, TR 79121U, Amsterdam, 1979.

[36] Swanson Analysis System, Inc., *Ansys – User's Manual*, Revision 11.0, 2008.

[37] Rice, J. R., *The mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue, Fatigue crack propagation*, ASTM STP 415, 1967.

[39] Kanninen, M. F., Popelar C. H., *Advanced fracture mechanics*, Oxford University Press, 1985.

[40] Knott J. F., *Fundamentals of Fracture Mechanics*, Butterworths, 1973.

[41] Sih G.C., *Handbook of stress intensity factors*, Leigh University Press, 1973.

[42] *Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates*, ASTM Standard E647-91, 1991.