

# Simulacija rada uređaja za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova

---

**Gavranović, Barbara**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2009**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:948144>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-08-01**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu  
**Fakultet strojarstva i brodogradnje**

## **DIPLOMSKI RAD**

Barbara Gavranović

Zagreb, 2009.

Sveučilište u Zagrebu  
**Fakultet strojarstva i brodogradnje**

## **DIPLOMSKI RAD**

Voditelj rada:

doc. dr. sc. Josip Stepanić

Barbara Gavranović

Zagreb, 2009.

## **Izjava**

Izjavljujem da sam diplomski rad izradila samostalno i odgovorno, uz stručnu pomoć doc. dr. sc. Josipa Stepanića. Pri izradi diplomskog rada koristila sam se znanjem stečenim tijekom studija kao i navedenom literaturom.

---

Barbara Gavranović

## **Sažetak rada**

Ovaj se diplomski rad bavi simulacijom rada uređaja za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova, variometra, za postavljeni model koji vjerodostojno opisuje djelovanje navedenog uređaja.

U uvodnom poglavlju ukratko je opisan povijesni razvoj zrakoplovnih instrumenata te doprinos uređaja za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova omogućavanju letova složenijih karakteristika.

Drugo poglavlje sadrži opis vrsta uređaja za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova te prikaz njihovih konstrukcijskih i radnih značajki kao i princip rada. Također su analizirane mjerne mogućnosti tih uređaja kao i zahtjevi koji se na njih postavljaju.

Treće poglavlje sadrži princip rada izdvojene vrste variometra kao i opis postavljenog osnovnog i modificiranog modela.

U četvrtom poglavlju provodi se analiza osnovnog i modificiranog modela uređaja za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova tijekom leta danih svojstava. U ovom poglavlju prikazan je matematički opis osnovnog i modificiranog modela. Također su izdvojene veličine koje se odnose na geometriju postavljenih modela te su razmotreni rasponi njihovih mogućih iznosa i utjecaji na radna svojstva uređaja.

U petom poglavlju prikazani su rezultati pokazivanja osnovnog i modificiranog modela variometra.

Rad završava zaključkom u kojem se daje osvrt na dobivene rezultate i procjenjuje mogućnost poboljšanja radnih svojstava uređaja koje opisuje modificirani model.

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>UVOD.....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>UREĐAJ ZA MJERENJE VERTIKALNE BRZINE ZRAKOPLOVA .....</b>	<b>2</b>
2.1	POJAM INSTRUMENTA .....	3
2.2	FUNKCIJSKE CJELINE MJERNOG INSTRUMENTA .....	3
2.3	ZRAKOPLOVNI INSTRUMENTI.....	4
2.4	VRSTE UREĐAJA ZA MJERENJE VERTIKALNE BRZINE ZRAKOPLOVA .....	6
2.4.1	Standardni variometar.....	8
2.4.2	Variometar s krilcem .....	9
2.4.3	Variometar s piezokeramikom .....	10
2.4.4	Variometar s termistorima .....	11
2.4.5	Instantani variometar .....	11
<b>3</b>	<b>OPIS MODELA UREĐAJA ZA MJERENJE VERTIKALNE BRZINE.....</b>	<b>13</b>
3.1	PRINCIP RADA ODABRANE VRSTE VARIOMETRA .....	13
3.2	OPIS OSNOVNOG MODELA .....	16
3.3	OPIS MODIFICIRANOG MODELA.....	17
<b>4</b>	<b>ANALIZA OSNOVNOG I MODIFICIRANOG MODELA .....</b>	<b>18</b>
4.1	ANALIZA OSNOVNOG MODELA .....	18
4.2	ANALIZA MODIFICIRANOG MODELA .....	23
<b>5</b>	<b>REZULTATI PROVEDENIH ANALIZA .....</b>	<b>27</b>
5.1	REZULTATI OSNOVNOG MODELA .....	27
5.2	REZULTATI MODIFICIRANOG MODELA .....	35
<b>6</b>	<b>ZAKLJUČAK .....</b>	<b>51</b>
	<b>LITERATURA .....</b>	<b>52</b>

## Popis slika

Slika 2.1. Uređaj za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova (1000 ft/min~5m/s). .....	2
Slika 2.2. Prikaz funkcijskih cjelina zrakoplovnog instrumenta [1].....	4
Slika 2.3. Zrakoplovni instrumenti na komandnoj ploči zrakoplova Piper PA 28 [2]. .....	4
Slika 2.4. Pitot – Prandtlova cijev [3].....	5
Slika 2.5. Pitot-statički sustav napajanja tri primarna instrumenta [4].....	6
Slika 2.6. Prikaz osnovnih elemenata uređaja za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova [1]. ...	7
Slika 2.7. Shematski prikaz rada standardnog variometra [4]. .....	9
Slika 2.8. Shematski prikaz variometra s krilcem [1].....	9
Slika 2.9. Variometar s piezokeramikom, promjer kućišta 70 mm. ....	10
Slika 2.10. Shematski prikaz variometra s termistorima [1]. ....	11
Slika 2.11. Shematski prikaz instantanog variometra [4]. .....	12
Slika 3.1. Odabrani model. ....	13
Slika 3.2. Shematski prikaz rada standardnog variometra; a) horizontalni let, kazaljka u nultom položaju; b) spuštanje zrakoplova; c) penjanje zrakoplova [3].....	15
Slika 3.3. Shematski prikaz osnovnog modela uređaja za mjerenje vertikalne brzine [3]. .....	16
Slika 3.4. Prikaz restriktora osnovnog modela (kapilara) .....	17
Slika 3.5. Prikaz restriktora modificiranog modela.....	17
Slika 4.1. Dijagram promjene (a) visine leta i (b) vertikalne brzine zrakoplova u ovisnosti o vremenu. ....	19
Slika 4.2. Graf vremenske ovisnosti vertikalne brzine zrakoplova .....	22
Slika 5.1. Dijagram ovisnosti vremenske konstante $\lambda$ o atmosferskom tlaku $p_a$ . ....	27
Slika 5.2. Dijagram ovisnosti vremenske konstante $\lambda$ o atmosferskom tlaku $p_a$ za različite duljine kapilare. ....	28
Slika 5.3. Prikaz indicirane brzine $x(t)$ za zadanu vertikalnu brzinu $v(t)$ , $H = 1000$ m. ....	29
Slika 5.4. Prikaz indicirane brzine $x(t)$ za različite $v(t)$ , $H = 1000$ m. ....	29
Slika 5.5. Prikaz indicirane brzine $x(t)$ za zadanu vertikalnu brzinu $v(t)$ , $H = 5000$ m. ....	30
Slika 5.6. Prikaz indicirane brzine $x(t)$ za različite $v(t)$ , $H = 5000$ m. ....	30
Slika 5.7. Prikaz indicirane brzine $x(t)$ za $H = 1000$ m i $H = 5000$ m. ....	31
Slika 5.8. Prikaz indicirane brzine $x(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ , $H = 1000$ m. ....	32

Slika 5.9. Prikaz indicirane brzine $x(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ , $H = 1000$ m. ....	32
Slika 5.10. Prikaz indicirane brzine $x(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ , $H = 5000$ m. ....	33
Slika 5.11. Prikaz indicirane brzine $x(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ , $H = 5000$ m. ....	33
Slika 5.12. Prikaz indicirane brzine $x(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ , $H = 1000$ m i $H = 5000$ m. ....	34
Slika 5.13. Prikaz indicirane brzine $x(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ , $H = 1000$ m i $H = 5000$ m. ....	34
Slika 5.14. Dijagram ovisnosti vremenske konstante $\lambda_m$ o atmosferskom tlaku $p_a$ . ....	35
Slika 5.15. Dijagram ovisnosti vremenske konstante $\lambda_m$ o atmosferskom tlaku $p_a$ za različite duljine restriktora. ....	36
Slika 5.16. Prikaz indicirane brzine $x_m(t)$ za zadanu vertikalnu brzinu $v(t)$ , $H = 1000$ m. ....	37
Slika 5.17. Prikaz indicirane brzine $x_m(t)$ za različite $v(t)$ , $H = 1000$ m. ....	37
Slika 5.18. Prikaz indicirane brzine $x_m(t)$ za zadanu vertikalnu brzinu $v(t)$ , $H = 5000$ m. ....	38
Slika 5.19. Prikaz indicirane brzine $x_m(t)$ za različite $v(t)$ , $H = 5000$ m. ....	38
Slika 5.20. Prikaz indicirane brzine $x_m(t)$ za $H = 1000$ m i $H = 5000$ m. ....	39
Slika 5.21. Prikaz indicirane brzine $x_m(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ , $H = 1000$ m. ....	40
Slika 5.22. Prikaz indicirane brzine $x_m(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ , $H = 1000$ m. ....	40
Slika 5.23. Prikaz indicirane brzine $x_m(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ , $H = 5000$ m. ....	41
Slika 5.24. Prikaz indicirane brzine $x_m(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ , $H = 5000$ m. ....	41
Slika 5.25. Prikaz indicirane brzine $x_m(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ , $H = 1000$ m i $H = 5000$ m. ....	42
Slika 5.26. Prikaz indicirane brzine $x_m(t)$ za $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ , $H = 1000$ m i $H = 5000$ m. ....	42
Slika 5.27. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela, $H = 1000$ m. ....	43
Slika 5.28. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela, $H = 5000$ m. ....	43
Slika 5.29. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za $H = 1000$ m i $H = 5000$ m. ....	44
Slika 5.30. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ , $H = 1000$ m. ....	44



Slika 5.31. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ , $H = 5000$ m.....	45
Slika 5.32. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ na visini $H = 1000$ m i $H = 5000$ m.....	45
Slika 5.33. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ , $H = 1000$ m .....	46
Slika 5.34. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ , $H = 5000$ m.....	46
Slika 5.35. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ za $H = 1000$ m i $H = 5000$ m.....	47
Slika 5.36. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za $T = T_1 = T_2 = 5$ s, $H = 1000$ m i $H = 5000$ m.....	48
Slika 5.37. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za $T = T_1 = T_2 = 2$ s, $H = 1000$ m i $H = 5000$ m. ....	48
Slika 5.38. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za $T = T_1 = T_2 = 5$ s, na dvije karakteristične visine leta, $\lambda = 1$ s za $H = 1000$ m. ....	49
Slika 5.39. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za $T = T_1 = T_2 = 2$ s, na dvije karakteristične visine leta, $\lambda = 5$ s za $H = 1000$ m. ....	50

## Popis važnijih oznaka

Oznaka	Jedinica	Značenje
$C$	m/s	Konstanta integracije
$H$	m	Visina leta zrakoplova
$R$	J/kg K	Individualna plinska konstanta
$T$	K	Termodinamička temperatura
$V$	m <sup>3</sup>	Volumen
$g$	m/s <sup>2</sup>	Gravitacijsko ubrzanje
$k$	m/(Pa s <sup>2</sup> )	Koeficijent proporcionalnosti
$l$	mm	Duljina kapilare
$p$	Pa	Tlak
$r$	mm	Polumjer kapilare
$r_1$	mm	Unutarnji polumjer restriktora
$r_2$	mm	Vanjski polumjer restriktora
$t$	s	Vrijeme
$u$	m <sup>3</sup> /s	Volumni protok
$v$	m/s, ft/min, kn	Vertikalna brzina zrakoplova
$x$	m/s, ft/min, kn	Indicirana brzina
$\alpha$	m <sup>-3</sup>	Koeficijent toka
$\eta$	N s/m <sup>2</sup>	Dinamička viskoznost
$\kappa$	-	Izentropski koeficijent
$\lambda$	s	Vremenska konstanta
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća

## **Popis indeksa**

<b>Indeks</b>	<b>Značenje</b>
a	Odnosi se na veličine u atmosferi
b	Odnosi se na veličine u kabini zrakoplova
c	Odnosi se na veličine u komori
e	Odnosi se na veličine u kapsuli
m	Označava veličine modificiranog modela
r	Odnosi se na veličine restriktora
0	Označava početne uvjete

## Lista akronima

<b>Oznaka/Kratica</b>	<b>Značenje</b>
HZN	Hrvatski zavod za norme
ICAO	<i>International Civil Aviation Organization</i>
IVSI	<i>Instantaneous Vertical Speed Indicator</i>
RAF	<i>Royal Air Force</i>
VSI	<i>Vertical Speed Indicator</i>

# 1 UVOD

U ranim fazama razvoja zrakoplovstva piloti su letjeli samo danju s obzirom da je to bio jedini način za siguran let, te uspješno polijetanje i slijetanje zrakoplova. Razvojem zrakoplovnih instrumenata, posebno navigacijskih uređaja početkom dvadesetih godina prošlog stoljeća, piloti su mogli nesmetano letjeti noću, danju, kroz oblake i u ostalim uvjetima smanjene vidljivosti neovisno o vremenskim uvjetima.

Prije izuma uređaja za mjerenje vertikalne brzine, variometra, piloti zmajeva i jedrilica mogli su lako otkriti (osjetiti) promjene vertikalne brzine, no njihova osjetila nisu im dopustila da odrede iznos brzine penjanja i/ili spuštanja. Stvarno penjanje/spuštanje nije se moglo odrediti osim ako u blizini nije bilo fiksne vizualne referentne točke poput planine/padine. Budući da su takva područja vrlo opasna za pilote zmajeva i jedrilica, a najkorisniji oblici uzgona (tople struje) se nalaze na višim nadmorskim visinama, piloti su vrlo teško mogli pronaći i iskoristiti ta područja bez uporabe variometra. Izumom uređaja za mjerenje vertikalne brzine, variometra, 1929. Alexander Lippisch i Robert Kronfeld uvelike su pridonijeli razvoju zrakoplovnih instrumenata kao i samom zrakoplovstvu.

Godine 1937. Royal Air Force (RAF) odabrao je šest osnovnih *six basic* instrumenata koji su se nalazili na panelnoj<sup>1</sup> ploči u pilotskoj kabini te omogućavali pilotu da očita položaj, brzinu i visinu zrakoplova [1]. Skup *six basic* sadržavao je: brzinomjer, visinomjer, variometar<sup>2</sup>, pokazivač skretanja i klizanja, magnetski kompas i umjetni horizont [1]. *Six basic* koristio se i u civilnom zrakoplovstvu, a nakon Drugog svjetskog rata, raspored *six basic* instrumenata je promijenjen te se danas najčešće pojavljuje u sljedećoj kombinaciji: brzinomjer, umjetni horizont i visinomjer nalaze se u gornjem redu, a pokazivač skretanja i klizanja zrakoplova, pokazivač stava zrakoplova i indikator vertikalne brzine leta zrakoplova, variometar, u donjem redu.

---

<sup>1</sup> Instrument ploča; glavna ploča s instrumentima i prikaznicima za upravljanje letom i navigaciju, praćenje rada motora te ostalih zrakoplovnih sustava i podsustava.

<sup>2</sup> Zrakoplovni instrument koji prikazuje vertikalnu brzinu zrakoplova

## 2 UREĐAJ ZA MJERENJE VERTIKALNE BRZINE ZRAKOPLOVA

Uređaj za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova VSI ili variometar, ICAO<sup>3</sup> naziv je *Rate-of-Climb and Decent Indicators*, je uređaj (mjerni instrument) za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova tj. brzine zrakoplova pri penjanju ili spuštanju. Na slici 2.1. prikazan je jedan takav uređaj s linearnom mjernom skalom od 0 do 4000 ft/min (4000 ft/min~20 m/s). Koristi se za održavanje preciznog leta po izobari<sup>4</sup>, održavanje konstantne brzine spuštanja pri slijetanju i dr. Radi na principu mjerenja brzine promjene statičkog tlaka pomoću mjernog osjetila [1]. Uz brzinomjer i visinomjer čini tri primarna pilotska instrumenta pitot-statičkog sustava zrakoplova.



Slika 2.1. Uređaj za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova (1000 ft/min~5m/s).

<sup>3</sup> ICAO – Međunarodna organizacija civilnog zrakoplovstva (eng. *International Civil Aviation Organization*). Organizacija je zadužena za nadzor i provođenje Konvencije o međunarodnom civilnom zrakoplovstvu.

<sup>4</sup> Zamišljene linije koje spajaju područje istog tlaka

## 2.1 Pojam instrumenta

Instrument dolazi od latinske riječi *instrumentum* što znači oruđe, alat, sprava. Variometar je jedna vrsta mjernog instrumenta. Mjerni instrument je uređaj koji kvantitativno opisuje neku mjerljivu veličinu [1]. Mora biti baždaren<sup>5</sup> u mjernim jedinicama propisanim zakonom te umjeren od strane nadležne ustanove (npr. Hrvatski zavod za norme, HZN). Mjerni instrumenti prema [1] mogu biti:

1. Prikazni (indikatorski) instrumenti – prikazuju trenutnu izmjerenu vrijednost mjerene veličine te mogu biti izvedeni kao analogni, digitalni i analogno-digitalni.
2. Ispisni (registracijski) instrumenti – prati i zapisuje kvantitativne vrijednosti mjerene fizikalne veličine kroz određeni vremenski period na nosač informacija (papir, disk i dr.). Prednost ovih instrumenata je mogućnost naknadne obrade i analize dobivenih podataka. Također mogu biti izvedeni kao analogni i digitalni.
3. Kombinirani instrumenti – sadrži prikazni dio koji mjeri trenutnu vrijednost te ispisni dio koji prati i zapisuje na pouzdan medij izmjerene vrijednosti kroz određeni vremenski period.

## 2.2 Funkcijske cjeline mjernog instrumenta

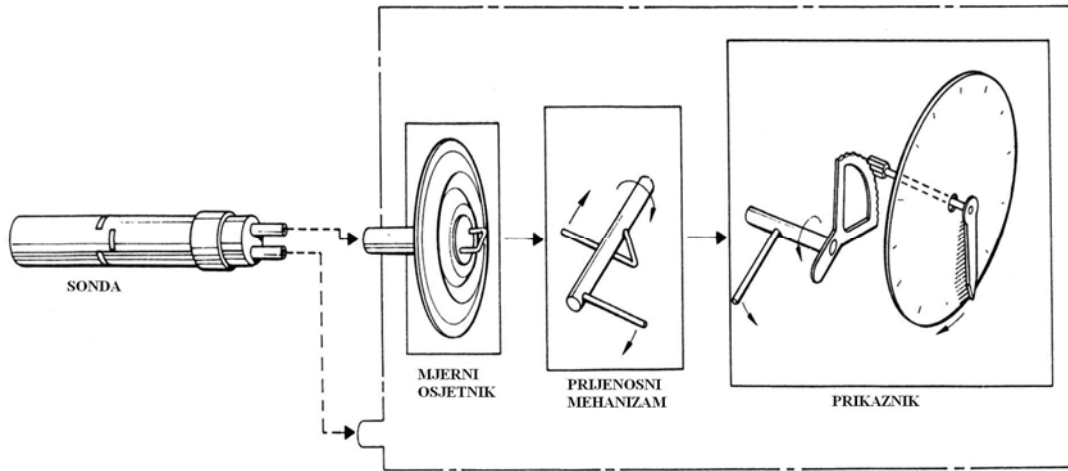
Svaki mjerni instrument, pa tako i zrakoplovni instrumenti prema [1] ima:

1. Senzor (osjetnik) – dio instrumenta u neposrednom kontaktu s mjerenom fizikalnom veličinom koji istu pretvara u neki drugi oblik pogodan za prijenos i obradu (kod variometra to može biti membrana, kapsula i dr.).
2. Prijenosni sustav – sustav za prijenos i obradu mjernih podataka u oblik pogodan za pogon indikatora registratora instrumenata.. Najčešće su to električni vodiči, svjetlovodi i tlačni cjevovodi (kod variometra se najčešće koristi mehanički prijenos).
3. Prikaznik – dio instrumenta s kojega korisnik očitava rezultat izmjerene fizikalne veličine.

---

<sup>5</sup> Baždarenje-usklađivanje s mjernom jedinicom i određivanje mjerne pogreške

Na sve tri funkcijske cjeline mjernih instrumenata moguć je utjecaj raznih oblika smetnji koje utječu na ispravnost mjerenja, prijenosa i prikaza rezultata fizikalne veličine (npr. temperatura, vibracije, trenje i dr) čiji se utjecaj u ovom radu zanemaruje (slika 2.2.).



Slika 2.2. Prikaz funkcijskih cjelina zrakoplovnog instrumenta [1].

## 2.3 Zrakoplovni instrumenti

Zrakoplovni instrumenti su uređaji koji služe za kvantitativno i kvalitativno mjerenje, obradu i prikazivanje podataka potrebnih za sigurno polijetanje, let i slijetanje zrakoplova [1]. Pomoću zrakoplovnih instrumenata pilot prima informacije o zrakoplovu (parametri rada pogonske grupe, razni elektronički, hidraulički, pneumatski i električni sustavi i uređaji zrakoplova) kao i o odnosu zrakoplova prema okolini (brzina zraka, visina, položaj, itd) (slika 2.3.).

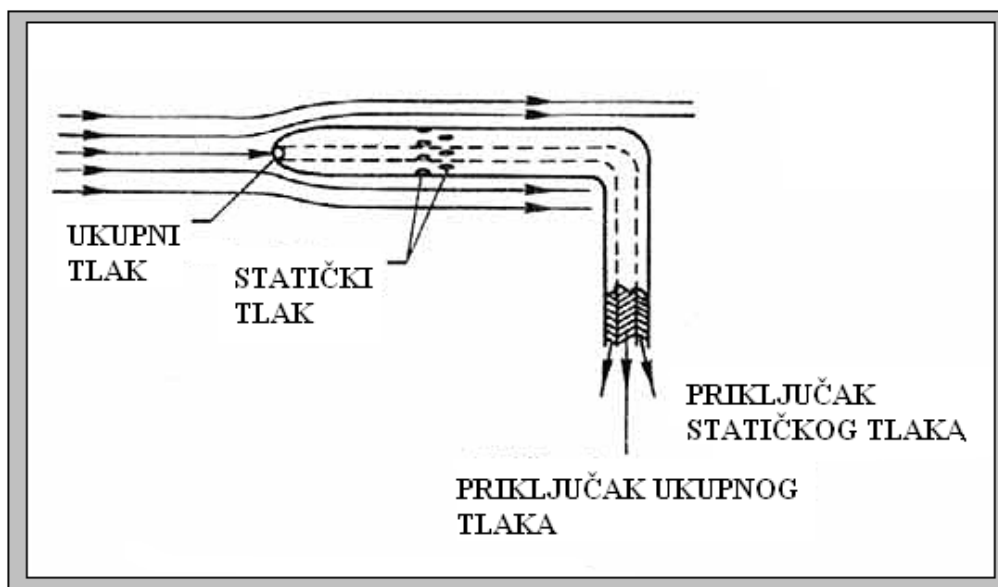


Slika 2.3. Zrakoplovni instrumenti na komandnoj ploči zrakoplova Piper PA 28 [2].



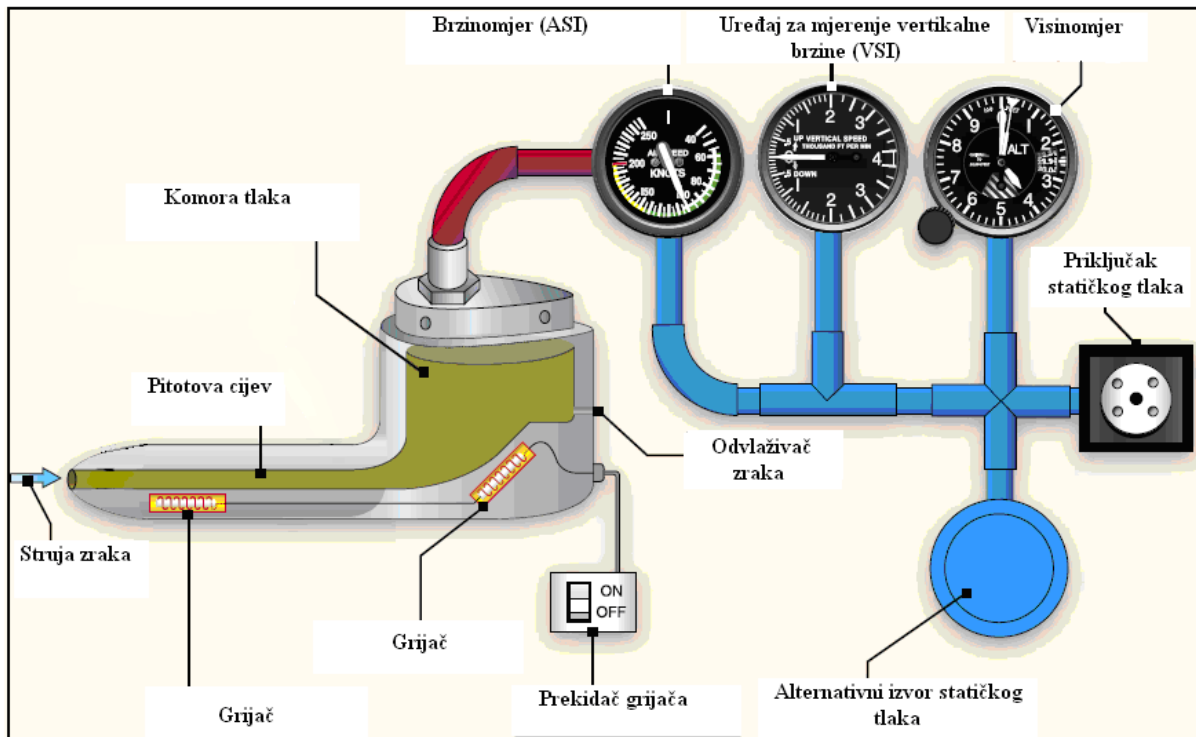
Zrakoplovni instrumenti moraju biti smješteni tako da su uočljivi i omogućuju nesmetano očitavanje podataka s instrumenata. Oblik i dimenzije zrakoplovnih instrumenata kao i vrsta i raspored instrumenata na panel ploči, te njihov način pričvršćivanja i osvjetljenja je standardiziran prema ICAO preporukama uz dozvoljena određena odstupanja [1].

Pitot-Prandtlova cijev je posebno konstruirana kratka i šuplja cijev koja se postavlja s vanjske strane zrakoplova u smjeru relativne struje zraka. Centralni otvor omogućuje mjerenje ukupnog tlaka dok se pomoću otvora u vidu sitnih rupica po obodu cijevi mjeri statički tlak (slika 2.4.).



Slika 2.4. Pitot – Prandtlova cijev [3].

Pitot – statički sustav zrakoplova je sustav koji mjeri ukupni tlak  $p$  uzrokovan gibanjem zrakoplova te statički tlak  $p_s$  atmosfere u kojoj se nalazi te se njihovom razlikom dobiva dinamički tlak  $q$  uzrokovan relativnim gibanjem fluida, koji je komponenta ukupnog tlaka. Sustav se sastoji od sonde za statički i ukupni tlak, tlakovoda, grijača protiv smrzavanja, otvora za ispuštanje kondenzirane tekućine, preklopnog ventila za glavni/alternativni statički otvor (koristi se u slučaju začepjivanja statičkih otvora) i tri instrumenta: brzinomjera, visinomjera i variometra. Na slici 2.5. prikazan je Pitot-statički sustav s Pitotovom cijev koja za razliku od Pitot-Prandtlove cijevi nema vijenac otvora po obodu cijevi za statički tlak, već statički tlak dolazi kroz okomite otvore na oplati zrakoplova.



Slika 2.5. Pitot-statički sustav napajanja tri primarna instrumenta [4].

## 2.4 Vrste uređaja za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova

Postoje različite vrste uređaja za mjerenje vertikalne brzine. Prema [1] ih dijelimo na:

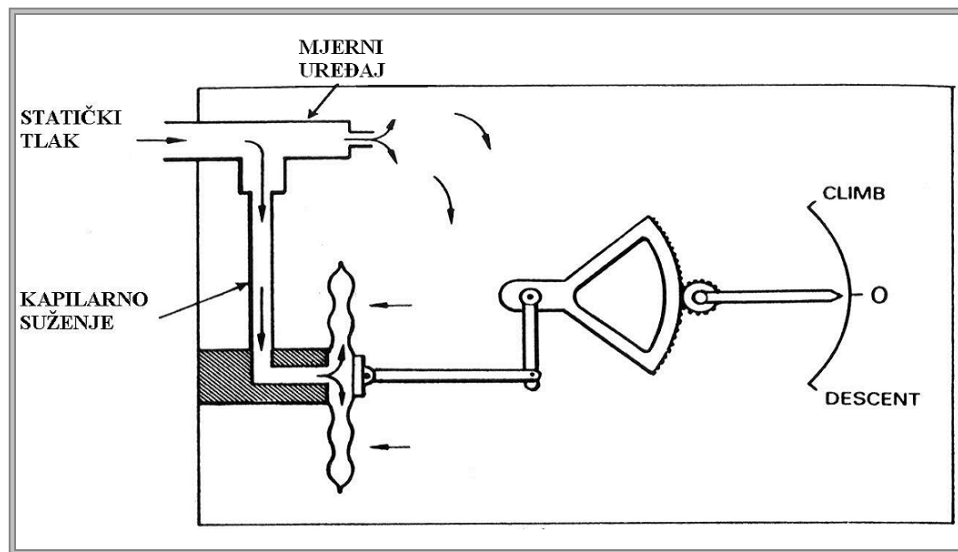
1. Mehanički variometar
  - Standardni
  - S krilcem
2. Električni variometar
  - S piezokeramikom
  - S termistorima<sup>6</sup> spojenim u Wheatstoneov most<sup>7</sup>
3. Instantni variometar

Svi navedeni uređaji za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova u načelu se sastoje od tri osnovna elementa: mjerni osjetnik (membrana, kapsula) mjernog uređaja i prikaznog elementa

<sup>6</sup> Temperaturno osjetljiv otpornik

<sup>7</sup> Wheatstoneov most je uređaj koji služi za vrlo točno mjerenje otpora, ili za mjerenje malih promjena otpora. Pogodan je zbog toga što nam za mjerenja nisu potrebni pretjerano precizni izvori napona/struja i precizni mjerni instrumenti, već je dovoljno imati nekoliko preciznih otpornika, a sastoji se od izvora istosmjernog napona  $V_0$ , od četiri otpornika (tri poznata  $R_1$ ,  $R_2$  i  $R_3$ , i jednog nepoznatog  $R_x$ ), te od galvanometra G (voltmetra).

(prikaznik) koji su smješteni u zatvorenom kućištu opskrbljenim priključkom za statički tlak. Prikaznik je izveden tako da tijekom horizontalnog leta zrakoplova prikazuje nulti položaj (slika 2.6.) gdje su ostavljeni engleski nazivi *climb* - penjanje i *descent* - spuštanje s obzirom da su isti na prikazniku variometra. Ovisno o pojavi penjanja ili spuštanja zrakoplova kazaljka prikaznika se otklanja iz nultog položaja za određeni iznos jednoznačno povezano s brzinom penjanja ili spuštanja.



Slika 2.6. Prikaz osnovnih elemenata uređaja za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova [1].

Mjerni mehanizam je najčešće baždaren da prikazuje logaritamsku promjenu tlaka, no pojedini tipovi prikaznika koriste linearnu mjernu skalu. Razlog korištenja logaritamske skale je bolja mjerna raspodjela u blizini nultog položaja, a time i bolja čitljivost i preciznije opažanje promjena uvjeta leta [3]. Raspon skale uređaja ovisi o tipu zrakoplova koji ga koristi. Mjerni uređaj sastoji se od dva dijela. Jedan dio je spojen na dovod statičkog tlaka koji je spojen s membranom, preko relativno duge i relativno uske cijevi koja služi za osiguranje membrane od velikog udara tlaka. Drugi dio, restriktor, omogućuje izravno uvođenje statičkog tlaka u komoru. Restriktor stvara trenutnu razliku tlakova s unutarne i vanjske strane membrane. Izvodi se kao kapilara ili pločica od porozne keramike ili sinteriranog pijeska [3]. Restriktor uzrokuje tromost u prikazivanju tj. omogućuje pojavu kašnjenja. Vremenska konstanta variometra je vrijeme potrebno da instrument prikaže pravu vertikalnu brzinu zrakoplova nakon penjanja ili spuštanja. Mjerna pogreška variometra kompenzira se izborom

restriktora, potankosti čega se raspravlja u sljedećem poglavlju. Dopuštena granična pogreška iznosi  $\pm 200$  ft/min ( $\sim 1$  m/s). Mjerna pogreška [1] može biti:

- Sustavna:
  - zaostajanje u prikazivanju zbog vremenske konstante (tromost u prikazivanju);
  - pogreške uzrokovane promjenom temperature (promjena gustoće zraka, utjecaj na mehaničke dijelove, prijenosni mehanizam, membranu);
  - nelinearnost krivulje tlaka s visinom (jednake promjene visine ne stvaraju isti diferencijalni tlak);
- Slučajna:
  - trenje,
  - zračnost prijenosnog mehanizma i dr.

U ovom radu težište je stavljeno na razradu zaostajanja u prikazivanju zbog vremenske konstante, dok se ostali utjecaji zanemaruju.

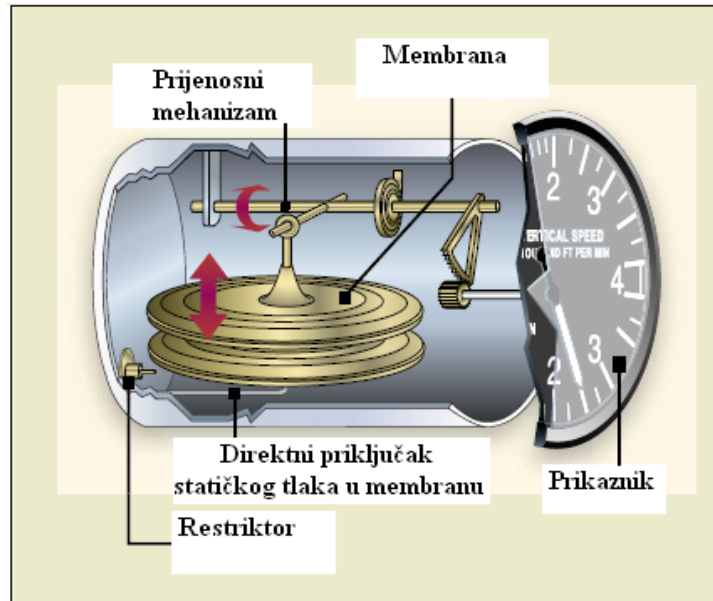
#### 2.4.1 Standardni variometar

Standardni variometar (slika 2.7.) sadrži diferencijalnu membransku kutiju koji služi za vrlo precizno mjerenje razlike tlaka nastale pri penjanju ili spuštanju zrakoplova. Sastoji se od kućišta, priključka za statički tlak, diferencijalnog osjetila (membrane), cijevi za dovod statičkog tlaka u unutrašnjost membranske kutije, restriktora (kapilare), prijenosnog mehanizma, kazaljke, ljestvice baždarene u m/s ili ft/min te vijka za podešavanje nultog položaja. Vremenska konstanta standardnog variometra iznosi 2-9 s [1]. Osjetljivost<sup>8</sup> standardnog variometra može se uobičajeno povećati na dva načina:

1. Dodavanjem ekspanzijske posude koja povećava aktivni volumen kućišta a time i osjetljivost variometra,
2. Smanjenjem propusnosti restriktora.

---

<sup>8</sup> Osjetljivost - mjerni instrument je osjetljiv ako možemo pomoću njega izmjeriti male razlike u veličini koju mjerimo.

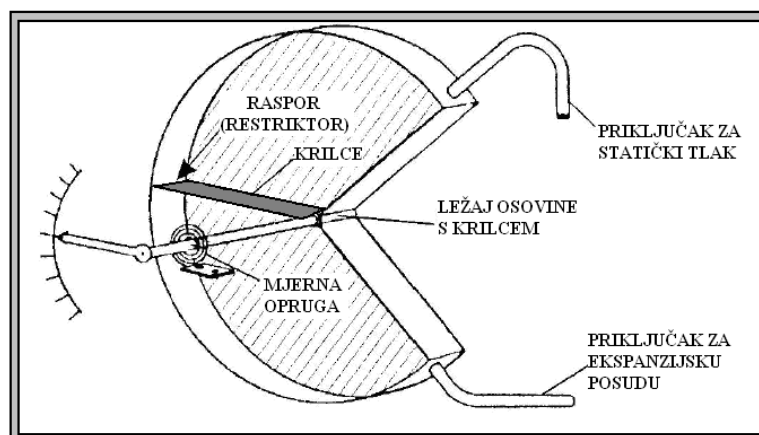


Slika 2.7. Shematski prikaz rada standardnog variometra [4].

### 2.4.2 Variometar s krilcem

Ovaj tip variometra danas se koristi uglavnom na jedrilicama zbog svoje jednostavnosti i pouzdanosti. Sastoji se od:

- Komore s priključkom za statički tlak
- Krilca koje dijeli komoru na dva dijela
- Kazaljke vezane na osovinu krilca
- Povratne opruge



Slika 2.8. Shematski prikaz variometra s krilcem [1].

Na slici 2.8. prikazan je variometar s krilcem. Krilce se slobodno zakreće oko osovine na koju su vezane kazaljka i opruga. Raspor između ruba krilca i stjenke komore obavlja ulogu restriktora, jer određeno vrijeme zadržava razliku tlakova s vanjske i unutarnje strane komore nakon što je jednom uspostavljena. Osjetljivost variometra može se povećati dodavanjem ekspanzijske posude. Krilce reagira na vrlo male tlakove te je moguće izraditi vrlo osjetljive variometre koji će mjeriti vertikalne komponente brzine zrakoplova iznosa manjeg od 1 m/s [1]. Vremenska konstanta za variometre s krilcem iznosi 2-6 s [1].

### 2.4.3 Variometar s piezokeramikom

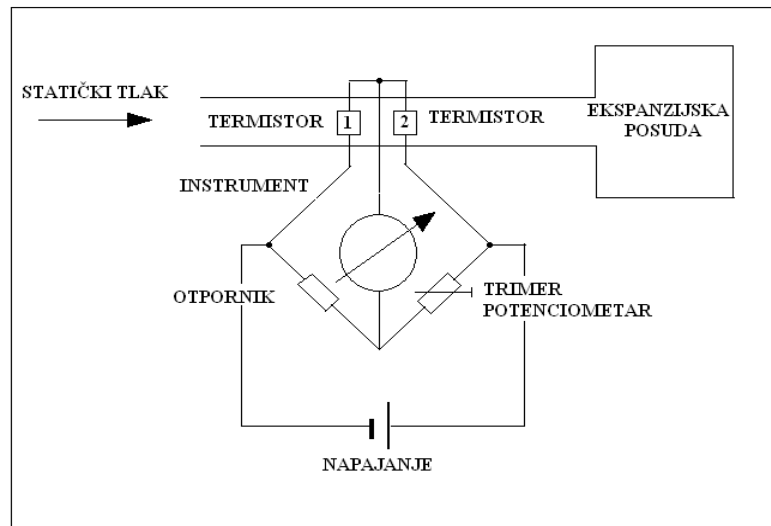
Princip rada temelji se na piezoelektričnom efektu. Tvari koje povezuju taj efekt nazivaju se piezoelektričnim tvarima ili piezoelektricima. Piezoelektricitet je pojava stvaranja električnih naboja na površini nekih čvrstih tvari prilikom njihove mehaničke deformacije. Sila se generira piezoelektrinčnim kristalima koji energiju dobivaju uslijed primijenjenog napona. Piezoelektrični uzrok pod utjecajem razlike tlakova mijenja dimenzije i gomila naboj na krajevima. Ako su ti krajevi elektrodama spojeni u strujni krug, dolazi do toka naboja, tj. električne struje. Ta se struja pojačava i dovodi na prikaznik. U današnje vrijeme, piezoelektrici se proizvode kao lijevane keramike, često na bazi olovo cirkonat titanata.



Slika 2.9. Variometar s piezokeramikom, promjer kućišta 70 mm.

#### 2.4.4 Variometar s termistorima

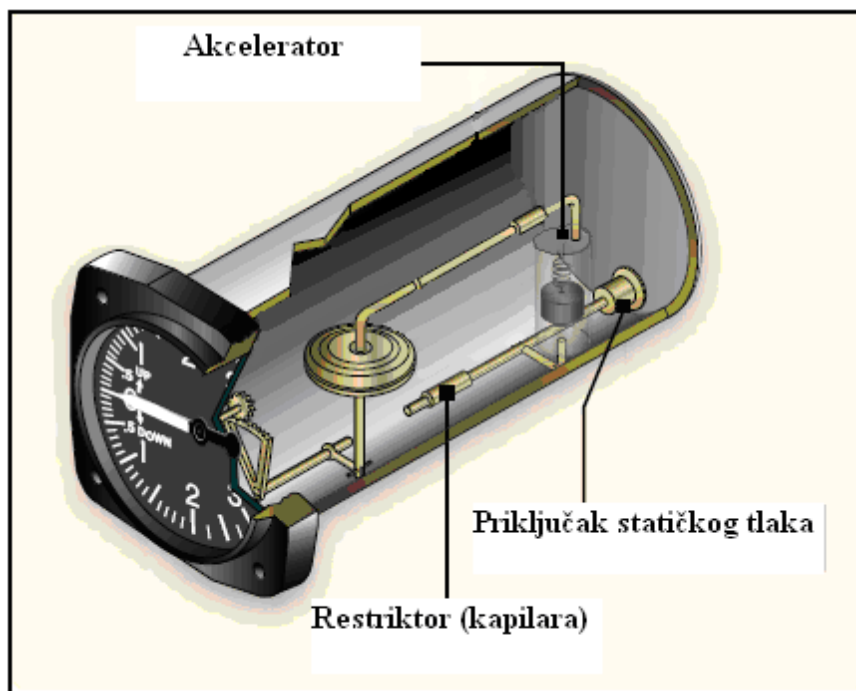
Ova vrsta variometra sastoji se od Wheatstoneovog mosta s dva termistora, potencijometra i otpornika, galvanometra s ljestvicom baždarenom u jedinicama za vertikalnu brzinu i ekspanzijske posude (slika 2.10.). Oba termistora se zagrijavaju na konstantnu temperaturu [1] iznosa između 80°C i 100°C. Pomoću potencijometra most se dovodi u ravnotežu. Ovisno o smjeru protoka zraka brže se hladi jedan od termistora uzrokujući neravnotežu mosta. Brzina reakcije ovisi o brzini strujanja zraka. Izlazna veličina ove vrste variometra je električni signal. Vremenska konstanta iznosi 0.5 - 2 s [1].



Slika 2.10. Shematski prikaz variometra s termistorima [1].

#### 2.4.5 Instantani variometar

Ova vrsta variometra sastoji se od istih osnovnih elemenata kao i standardni variometar, a dodatno koristi akcelerator. Akcelerator je komponenta koja kompenzira tromost u prikazivanju variometra, tj. smanjuje vremensku konstantu, kašnjenje (slika 2.11.).



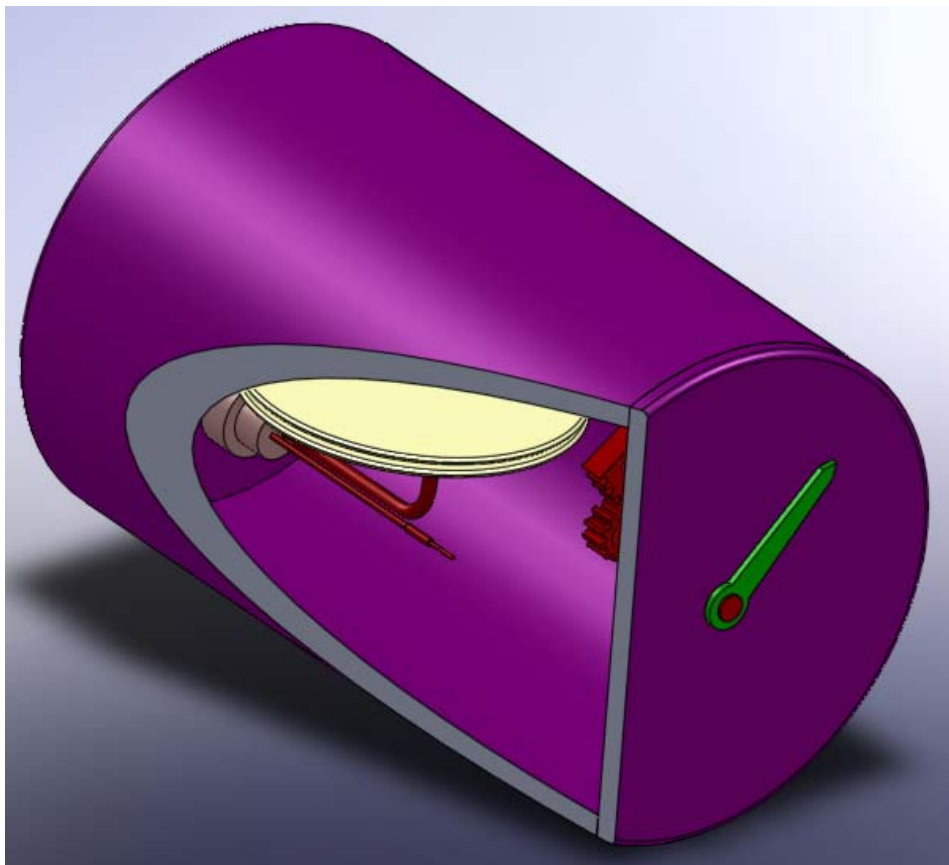
Slika 2.11. Shematski prikaz instantanog variometra [4].

Akcelerator se sastoji od cilindra i klipa. Prilikom horizontalnog leta, ti dijelovi akceleratora su nepomični, jer su uravnotežene elastična sila opruge i gravitacijska sila na klip. Slika 2.11. prikazuje instantani variometar s akceleratorom. Cilindar je na izvor statičkog tlaka spojen s cijevi. Kada dođe do promjene vertikalne brzine klip se počinje gibati pod utjecajem vertikalne inercijalne sile, te jednoliko ubrzanim gibanjem mijenja položaj u cilindru i stvara promjenu tlaka unutar kapsule. Na primjer, pri spuštanju klip u cilindru se pomiče gore i time smanjuje volumen komore „A“ te stvara nadtlak. Kako je komora „A“ spojena s kapsulom cijevi dolazi do povećanja tlaka unutar kapsule. Pomicanje kapsule zauzvrat daje trenutni otklon koji se preko prijenosnog mehanizma prenosi na mjernu kazaljku prikaznika. Navedeni utjecaj klipa traje sve dok je vertikalna brzina promjenjiva, dakle dok je gibanje aviona akcelerirano.



### 3 OPIS MODELA UREĐAJA ZA MJERENJE VERTIKALNE BRZINE

Teorija na kojoj se temelji princip rada postavljenog modela uređaja za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova, standardnog variometra (slika 3.1.), obradit će se u ovom poglavlju.

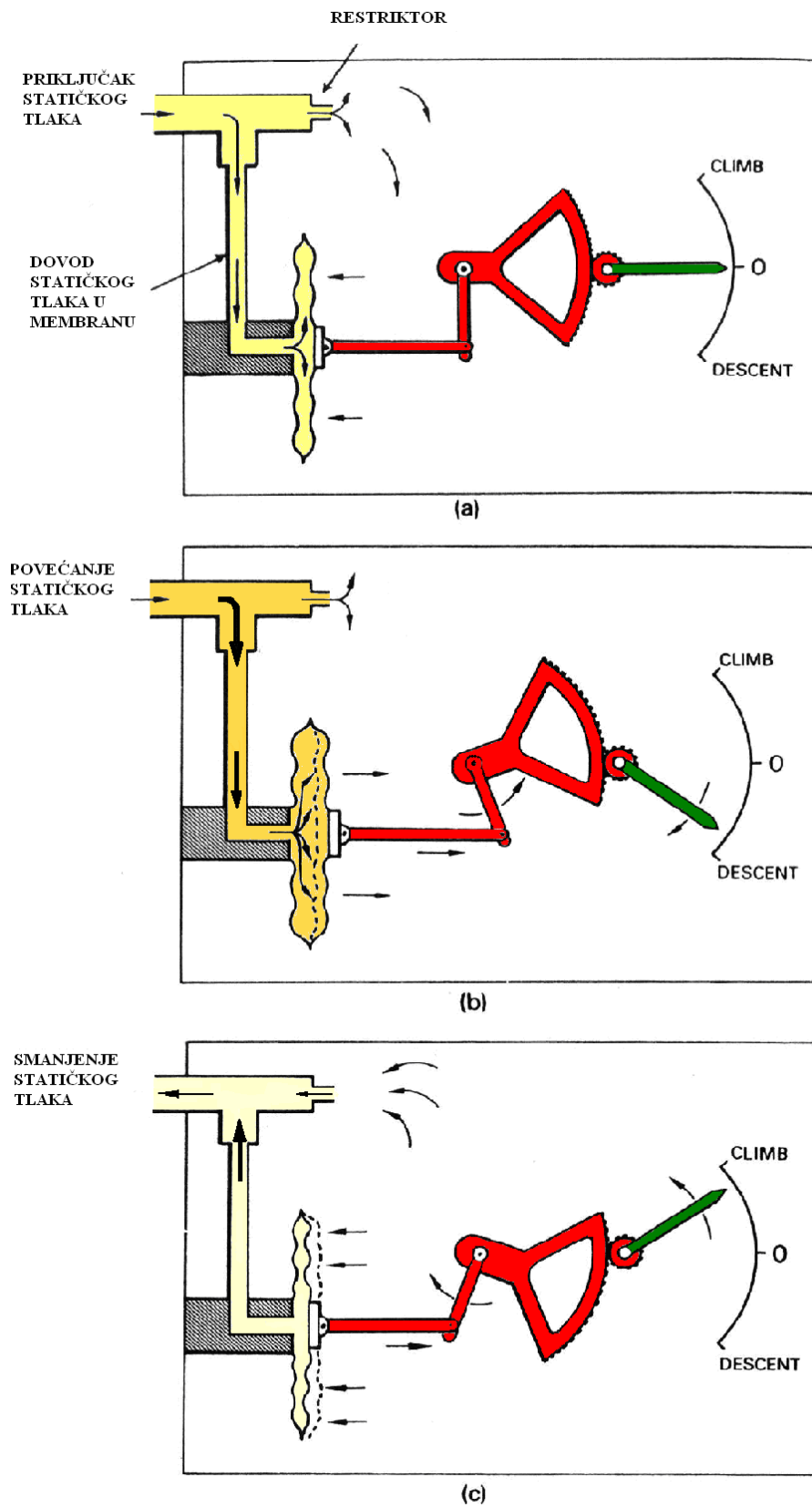


Slika 3.1. Odabrani model.

#### 3.1 Princip rada odabrane vrste variometra

Odabran je standardni variometar (slika 2.1.). Uređaj za mjerenje vertikalne brzine, variometar priključuje se na instalaciju statičkog tlaka zrakoplova pitot – statičkog sustava i mjeri brzinu promjene statičkog tlaka tako da zapravo mjeri odstupanje leta od neke izobare. Na sljedećoj slici (slika 3.2.) shematski je prikazan osnovni princip rada standardnog uređaja za mjerenje vertikalne brzine za tri različita režima leta zrakoplova (horizontalni let, spuštanje

i penjanje). Tijekom horizontalnog leta u uvjetima standardne atmosfere, nema promjene statičkog tlaka te je tlak unutar kapsule i izvan nje jednak što rezultira nulnim položajem kazaljke na indikatoru (slika 3.2. a). Prilikom promjene visine, mijenja se statički tlak okolnog zraka. Kapilara sprječava da se tlak u komori trenutno izjednači s njim, uslijed čega dolazi do razlike tlaka na njezinim krajevima. Ta razlika je proporcionalna brzini promjene visine i može se očitati na skali indikatora. Prilikom spuštanja zrakoplova dolazi do povećanja statičkog tlaka okolnog zraka (slika 3.2. b) što uzrokuje promjenu toka zraka u kapsuli i komori. Kako je kapsula direktno povezana sa dovodom statičkog tlaka, u kapsuli prevladava ista vrijednost tlak kao i na visini na kojoj se nalazi zrakoplov tijekom spuštanja. Tlak u komori se mijenja s obzirom da zrak prolazi kroz restriktor (kapilaru) što rezultira povećanjem brzine toka zraka i smanjenjem tlaka. Obzirom da je tlak u kapsuli veći nego izvan nje dolazi do otklanjanja kazaljke indikatora u smjeru „*descent*“ (spuštanje). U slučaju penjanja zrakoplova, dolazi do smanjenja statičkog tlaka okolnog zraka (slika 3.2. c) što rezultira bržim smanjenjem tlaka u kapsuli te ima za posljedicu veći tlak izvan kapsule te dolazi do otklanjanja kazaljke prikaznika u smjer „*climb*“ (penjanje).

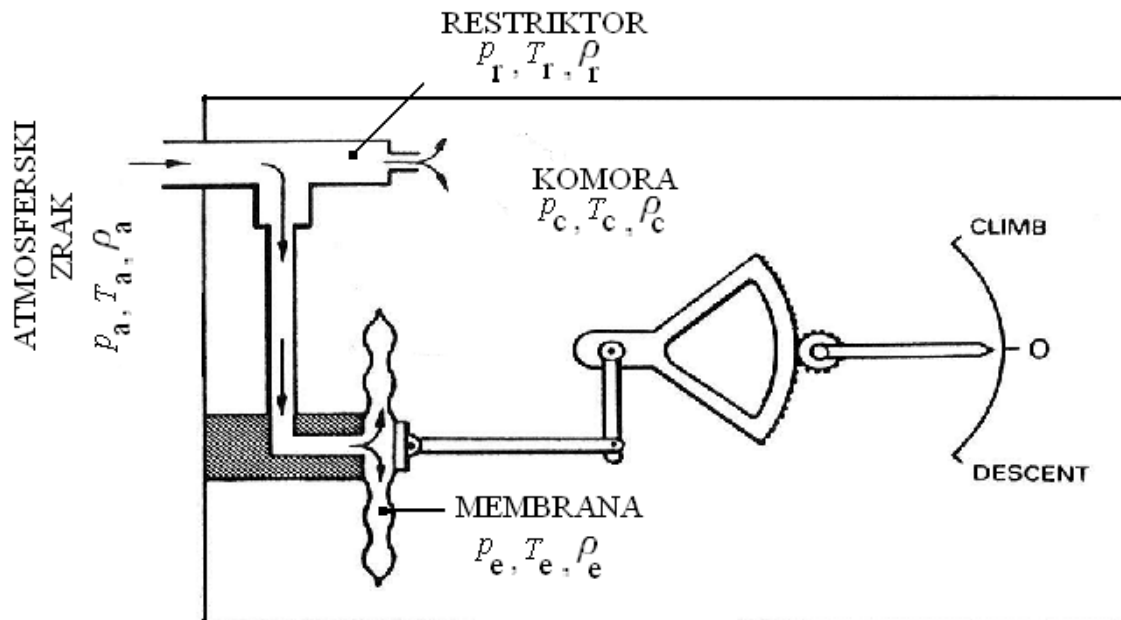


Slika 3.2. Shematski prikaz rada standardnog variometra; a) horizontalni let, kazaljka u nultom položaju; b) spuštanje zrakoplova; c) penjanje zrakoplova [3].

Skala je razdijeljena tako da omogućava direktno očitavanje vertikalne brzine u mjernim jedinicama u kojima je skala baždarena, a što pak ovisi o tipu zrakoplova i državi u kojoj leti. Mjerne jedinice koje se upotrebljavaju su čvorovi [kn], stope po minuti [ft/min], odnosno metri po sekundi [m/s] ( $101,333 \text{ ft / min} = 1 \text{ kn}$ ).

### 3.2 Opis osnovnog modela

Na slici (3.3.) shematski je prikazan osnovni model uređaja za mjerenje vertikalne brzine zrakoplova, gdje ulogu restriktora, obavlja kapilara.



Slika 3.3. Shematski prikaz osnovnog modela uređaja za mjerenje vertikalne brzine [3].

Gdje su:

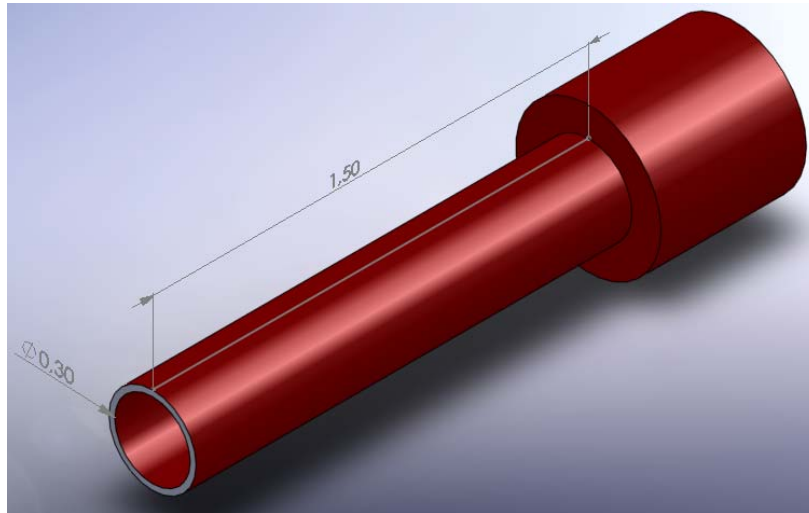
$p_a, \rho_a, T_a$  - tlak, gustoća i apsolutna temperatura u atmosferi

$p_e, \rho_e, T_e$  - tlak, gustoća i apsolutna temperatura u kapsuli

$p_c, \rho_c, T_c$  - tlak, gustoća i apsolutna temperatura unutar komore instrumenta

$p_r, \rho_r, T_r$  - tlak, gustoća i apsolutna temperatura u restriktoru

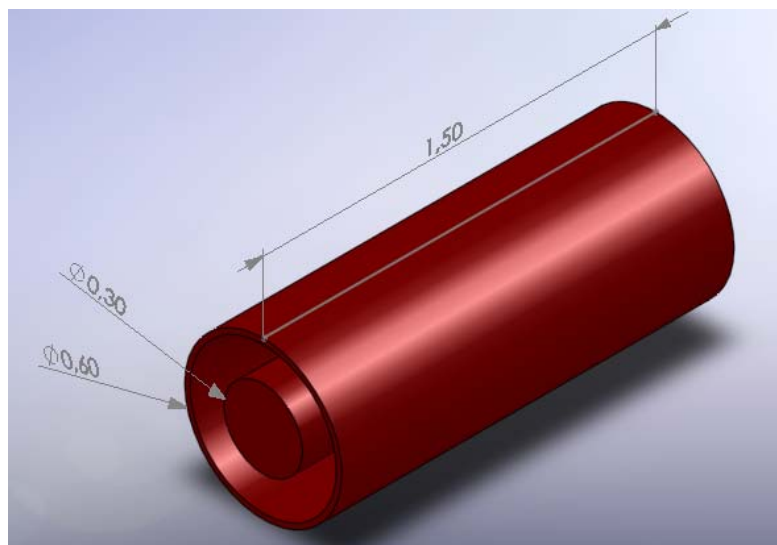
Model kapilare prikazan je na slici 3.4.



Slika 3.4. Prikaz restriktora osnovnog modela (kapilara)

### 3.3 Opis modificiranog modela

Razlika između osnovnog i modificiranog modela je u izvedbi restriktora. Princip rada ostaje isti kao i kod osnovnog modela, mijenja se matematički opis modificiranog modela zbog promijenjene geometrije restriktora. Na sljedećoj slici (slika 3.5.) prikazan je model modificiranog restriktora.



Slika 3.5. Prikaz restriktora modificiranog modela

## 4 ANALIZA OSNOVNOG I MODIFICIRANOG MODELA

Numeričke analize osnovnog i modificiranog modela vršene su pomoću računalnog programa Matlab 6.5. Matematički opisa sustava prema [5] pretočen je u računalni program. Kao ulazni parametar odabire se vertikalna brzina zrakoplova, a kao izlaz iz programa dobiva se indicirana brzina zrakoplova koja se prikazuje na indikatoru uređaja za mjerenje vertikalne brzine. Analize su provedene za rad osnovnog i modificiranog modela u zadanim uvjetima leta zrakoplova uz uvedene sljedeće pretpostavke:

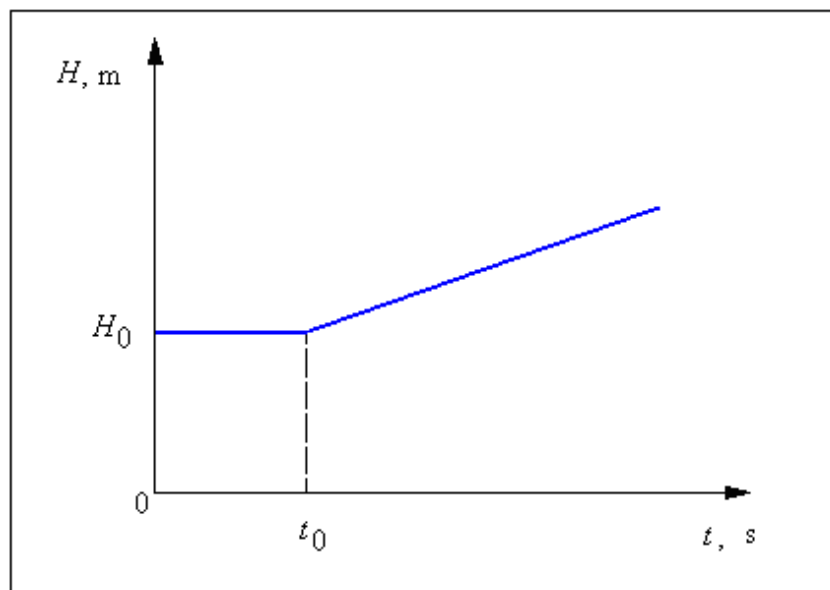
- (a) Standardna atmosfera je opisana prema ICAO (za analizu je korištena funkcija iso.m [6] napravljena u programskom paketu Matlab)
- (b) Svi procesi (promjene stanja u komori) su adijabatski,
- (c) Sva brtvljenja na uređaju su idealna (nema utjecaja kabinskog tlaka na rad uređaja),
- (d) Relativne promjene tlaka (kao i drugih termodinamičkih veličina) relativno su male

$$\frac{p_c}{p_e}, \frac{p_r}{p_e}, \dots, \frac{\rho_c}{\rho_e}, \frac{\rho_r}{\rho_e} \approx 1, \quad (4.1)$$

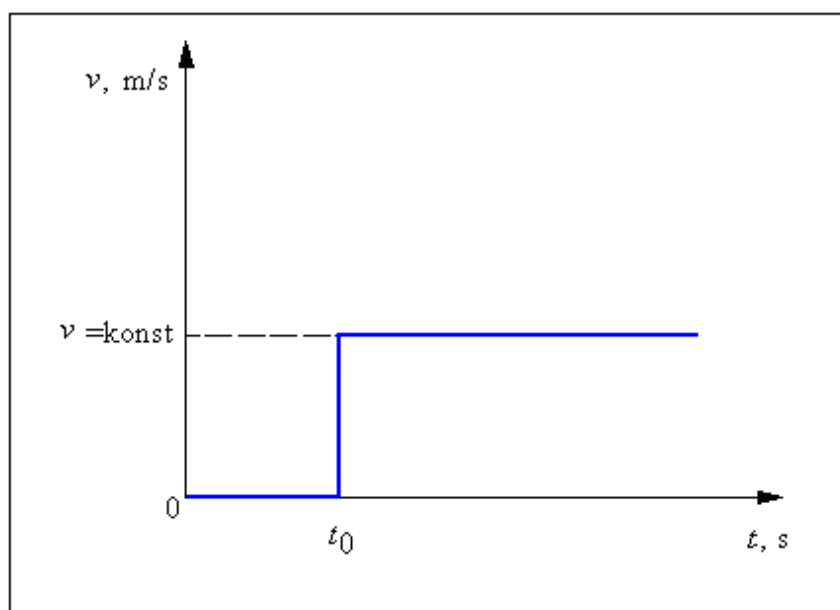
- (e) Promjena volumena komore je zanemariva.

### 4.1 Analiza osnovnog modela

Osnovni model se prvo analizira za proces u kojem zrakoplov leti na stalnoj visini  $H = \text{konst.}$  (slika 4.1. a) gdje se sustav odabranog modela uređaja za mjerenje vertikalne brzine nalazi u ravnotežnom stanju. Tijekom ravnotežnog stanja nema toka zraka kroz sustav (kapilaru) te su vrijednosti tlakova  $p_a$ ,  $p_c$  i  $p_e$  jednake kao i vrijednosti temperature unutar komore, kapsule i kabine zrakoplova. Jednakost vrijedi do trenutka  $t = t_0$  kad u vrlo kratkom vremenu vertikalna brzina postane konstanta  $v (\neq 0)$  (slika 4.1. b).



a)



b)

Slika 4.1. Dijagram promjene a) visine leta i b) vertikalne brzine zrakoplova u ovisnosti o vremenu.

Vertikalna brzina je promjena visine u vremenu:

$$v = \frac{dH}{dt} \quad (4.2)$$

Za promjenu atmosferskog tlaka  $p_a$  s visinom  $H$ , zbog (a), vrijedi:

$$\frac{dp_a}{dH} = -\rho_a g = -\frac{p_a g}{RT_a}, \quad (4.3)$$

Označimo tlakove na krajevima kapilare s  $p_c$ , za tlak u komori, a  $p_e$  za tlak okoline. Pretpostavimo li da je tok u kapilari Poiseuilleov, za njihovu razliku vrijedi:

$$\Delta p = p_e - p_c = \alpha \eta u, \quad (4.4)$$

pri čemu je  $\eta$  viskoznost zraka,  $u$  volumni protok, a  $\alpha$  koeficijent toka koji ovisi o poprečnom presjeku kapilare. Za laminarno strujanje u kapilari kružnog poprečnog presjeka, duljine  $l$  i polumjera  $r$ , vrijedi:

$$\alpha = \frac{8l}{\pi r^4}. \quad (4.5)$$

Iz (4.4) slijedi

$$\frac{dp_e}{dt} = \alpha \eta \frac{du}{dt} \approx \frac{dp_a}{dt}, \quad (4.6)$$

pri čemu zadnja jednakost slijedi zbog pretpostavke o dovoljno širokom cjevovodu kojim se zrak iz atmosfere dovodi do variometra.

Promjena mase zraka u komori variometra posljedica je toka kroz kapilaru:

$$u \rho_c dt = d(\rho_c V) = V d\rho_c + \rho_c dV \approx V d\rho_c \quad (4.7)$$

pri čemu je prema (e) zanemarena promjena volumena komore do koje dolazi zbog pomaka membrane.

Kombiniranjem (4.7) i (4.1) slijedi

$$V d\rho_c = u \rho_c dt \approx u \rho_c dt, \quad (4.8)$$

$$V \frac{d\rho_c}{\rho_c} = u dt, \quad (4.9)$$

što, zbog (b) prelazi u

$$\frac{V}{\kappa} \frac{dp_c}{p_c} = u dt. \quad (4.10)$$

Veličina koja se prikazuje, općenito označena s  $x$ , u pravilu predstavlja zakret kazaljke, zadovoljava



$$x = k\Delta p, \quad (4.11)$$

gdje koeficijent  $k$  uzima u obzir prijenosni sklop, geometriju i materijale variometra.

$$x = k\alpha\alpha\eta = k\alpha\alpha \frac{V}{\kappa p_c} \dot{p}_c = \frac{k\alpha\alpha}{\kappa} \frac{V}{p_c} (\dot{p}_a - \alpha\eta\dot{u}). \quad (4.12)$$

Budući da je

$$\dot{p}_a = \frac{dp_a}{dH} v, \quad (4.13)$$

iz (4.12) i (4.13) dolazi se do

$$\lambda\dot{x} + x = av, \quad (4.14)$$

pri čemu su uvedene pokrate

$$\lambda = \frac{V\alpha\alpha}{\kappa p_a}, \quad a = \frac{g}{\kappa R} kV\alpha \frac{\eta}{T_a}. \quad (4.15)$$

Rješenje linearne, nehomogene, diferencijalne jednadžbe prvog reda (4.15) je

$$x(t) = av(1 - e^{-t/\lambda}), \quad (4.16)$$

gdje je  $v$  stvarna brzina penjanja, po pretpostavci konstantna,  $x(t)$  indicirana brzina,  $t$  vrijeme proteklo od početka penjanja. Prema (4.16)  $\lambda$  je vremenska konstanta koja definira odziv variometra. Što je manja  $\lambda$  odziv variometra je brži i prikazana brzina vjerodostojnija mjera stvarne brzine penjanja. Zbog (4.15) vidljivo je da je  $\lambda$  to manja što je manji volumen komore variometra  $V$ , te što je kraća i šira kapilara. Veličine koje se odnose na svojstva zraka se ne mogu mijenjati. Međutim, zbog pretpostavki na svojstva toka nije moguće po volji smanjivati volumen komore instrumenta i geometriju kapilare. Nakon niza provedenih numeričkih simulacija za različite dimenzije kapilare i volumena komore, odabrane su vrijednosti koje su rezultirale iznosom vremenske konstante u rasponu 2-9 s. Tijekom verifikacije modela treba paziti da tok u kapilari bude laminaran. Pretpostavljeno je da volumen komore zauzima 50% volumena kućišta instrumenta. S obzirom da je volumen kućišta:

$$\begin{aligned} V_k &= R^2 \cdot \pi \cdot L \\ &= 0,035^2 \cdot \pi \cdot 0,11 \\ &= 0,00042 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Gdje su dimenzije kućišta variometra izmjerene na stvarnom uređaju prikazanom na slici 2.1.

$R$  – polumjer kućišta

$L$  – duljina kućišta

Volumen komore iznosi

$$V = 0,0002 \text{ m}^3$$

Duljina i polumjer kapilare osnovnog modela iznose:

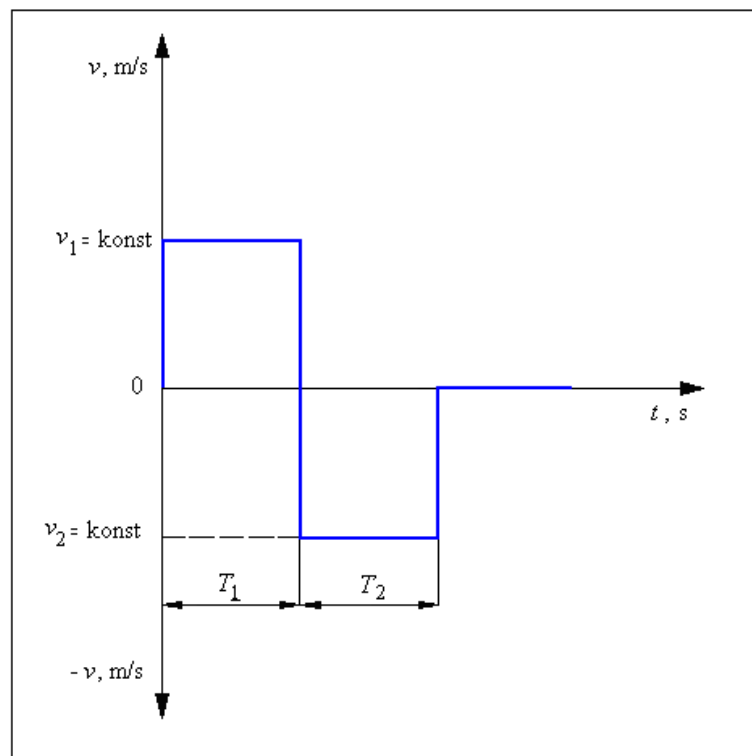
$$r = 0,15 \text{ mm (0,00015 m)}$$

$$l = 15 \text{ mm (0,015 m)}$$

Također vrijednost koeficijenta  $k$ , preko parametra  $a$ , utječe na iznos vremenske konstante  $\lambda$ . Vrijednost koeficijenta  $k$  određuje proizvođač uređaja. U ovom radu iznos koeficijenta  $k$  je procijenjen nakon provedenih brojnih iteracija te za osnovni model iznosi:

$$k = 0,04$$

Sljedeća analiza osnovnog modela vrši se za proces u kojem zrakoplov leti pozitivnom konstantnom vertikalnom brzinom  $v_1$  tijekom perioda  $T_1$  nakon kojeg nastavlja let negativnom konstantnom vertikalnom brzinom  $v_2$  (slika 4.2.).



Slika 4.2. Graf vremenske ovisnosti vertikalne brzine zrakoplova

S obzirom da se veličine koje se odnose na svojstva zraka i geometriju samog uređaja ne mijenjaju, nego se mijenja režim u kojem zrakoplov leti pronalazi se opće rješenje linearne, nehomogene, diferencijalne jednačbe prvog reda (4.14):

$$x(t) = e^{-t/\lambda} \left[ C + \frac{a}{\lambda} \int_0^t v(\tau) \cdot e^{\tau/\lambda} d\tau \right] \quad (4.17)$$

Odabirom početnih uvjeta:

$$t = 0 \rightarrow x(t) = 0 \rightarrow C = 0 \quad (4.18)$$

te nakon uvrštavanja početnih uvjeta u jednačbu (4.17) slijedi:

$$x(t) = e^{-t/\lambda} \cdot \frac{a}{\lambda} \cdot \left[ \int_0^t v(\tau) \cdot e^{\tau/\lambda} d\tau \right] \quad (4.19)$$

Ovisnost vertikalne brzine zrakoplova o vremenu prikazanu na prethodnoj slici (slika 4.2.) može se zapisati kao:

$$v(t) = \begin{cases} v_1, & 0 \leq t < T_1 \\ v_2, & T_1 \leq t < T_2 \\ 0, & t \geq T_2 \end{cases} \quad (4.20)$$

Nakon  $t \geq T_2$  zrakoplov nastavlja let na konstantnoj visini (horizontalni let) te je vertikalna brzina jednaka nuli.

Uvrštavanjem jednačbe (4.20) u jednačbu (4.19) te nakon provedene integracije slijedi:

$$x(t) = \begin{cases} av_1(1 - e^{-t/\lambda}), & 0 \leq t < T_1 \\ a[v_1(e^{T_1/\lambda} - 1) + v_2(1 - e^{-(t+T_1)/\lambda})], & T_1 \leq t < T_2 \\ a[v_1(e^{T_1/\lambda} - 1) + v_2 \cdot e^{-t/\lambda}(e^{T_2/\lambda} - e^{T_1/\lambda})], & t \geq T_2 \end{cases} \quad (4.21)$$

## 4.2 Analiza modificiranog modela

Pretpostavke navedene za osnovni model vrijede i za modificirani model, kao i opisani uvjeti leta zrakoplova. Dodatno se uvodi pretpostavka kojom zanemarujemo utjecaj površine spojnica (spoj unutarnje i vanjske cijevi) na strujanje kroz modificirani model. Za matematički opis modificiranog modela, može se koristiti matematički opis osnovnog modela.

Pri tome treba voditi računa da promjena geometrije restriktora rezultira promjenom  $\alpha$ , koeficijent toka, koji ovisi o poprečnom presjeku restriktora. Za laminarno strujanje u modificiranom modelu, restriktor kružnog poprečnog presjeka, duljine  $l$ , vanjskog polumjera  $r_2$  i unutarnjeg polumjera  $r_1$ , vrijedi:

$$\alpha_m = u_m \cdot \eta \cdot \left[ \frac{8 \cdot l}{\pi \left[ r_2^4 - r_1^4 - \frac{(r_2^2 - r_1^2)^2}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right]} \right]. \quad (4.22)$$

Zatim se  $\alpha_m$  uvrsti u jednadžbu (4.4)

$$\Delta p = p_e - p_c = \alpha_m \eta u_m, \quad (4.23)$$

pri čemu je  $\eta$  viskoznost zraka,  $u_m$  volumni protok, a  $\alpha_m$  koeficijent toka modificiranog restriktora.

Iz (4.23) slijedi

$$\frac{dp_e}{dt} = \alpha_m \eta \frac{du_m}{dt} \approx \frac{dp_a}{dt}, \quad (4.24)$$

pri čemu zadnja jednakost slijedi zbog pretpostavke o dovoljno širokom cjevovodu kojim se zrak iz atmosfere dovodi do variometra.

Jednadžba (4.7) koja opisuje promjenu mase zraka u komori variometra, kao posljedicu toka kroz kapilaru primjenjuje se i za modificirani restriktor:

$$u_m \rho_c dt = d(\rho_c V) = V d\rho_c + \rho_c dV \approx V d\rho_c \quad (4.25)$$

pri čemu je prema (e) zanemarena promjena volumena komore do koje dolazi zbog pomaka membrane.

Kombiniranjem (4.25) i (4.1) slijedi

$$V d\rho_c = u_m \rho_d dt \approx u_m \rho_c dt, \quad (4.26)$$

$$V \frac{d\rho_c}{\rho_c} = u_m dt, \quad (4.27)$$

što, zbog (b) prelazi u

$$\frac{V}{\kappa} \frac{dp_c}{p_c} = u_m dt. \quad (4.28)$$

gdje je  $\kappa$  izentropski koeficijent i za zrak iznosi  $\kappa = 1.4$ .

Kao i kod osnovnog modela veličina koja se prikazuje, označena s  $x_m$ , predstavlja zakret kazaljke, te zadovoljava

$$x_m = k_m \Delta p, \quad (4.29)$$

gdje koeficijent  $k_m$  uzima u obzir prijenosni sklop, geometriju i materijal variometra.

$$x_m = k_m \alpha_m \eta u_m = k_m \alpha_m \eta \frac{V}{\kappa p_c} \dot{p}_c = \frac{k_m \alpha_m \eta}{\kappa} \frac{V}{p_c} (\dot{p}_a - \alpha_m \eta \dot{u}_m). \quad (4.30)$$

Ako se usporede jednadžbe (4.12) i (4.30) vidi se utjecaj promjene geometrije restriktora na odziv sustava.

Budući da je

$$\dot{p}_a = \frac{dp_a}{dH} v, \quad (4.31)$$

iz (4.30) i (4.31) dolazi se do

$$\lambda_m \dot{x}_m + x_m = a_m v, \quad (4.32)$$

pri čemu su uvedene pokrate

$$\lambda_m = \frac{V \alpha_m \eta}{\kappa p_a}, \quad a_m = \frac{g}{\kappa R} k V \alpha_m \frac{\eta}{T_a}. \quad (4.33)$$

U jednadžbi (4.33) vidi se izravan utjecaj promjene geometrije restriktora na vremensku konstantu  $\lambda$  i faktora  $a$ . Rješenje linearne, nehomogene, diferencijalne jednadžbe prvog reda (4.32) ne razlikuje se od rješenja jednadžbe (4.14), s obzirom da su jednadžba (4.14) i (4.32) matematički jednako zapisane.

$$x_m(t) = a_m v (1 - e^{-t/\lambda_m}), \quad (4.34)$$

Uz pretpostavku da su volumen komore i duljina restriktora modificiranog modela jednaki volumenu komore odnosno duljini kapilare osnovnog modela, mijenjale su se vrijednosti polumjera, te su odabrani sljedeći iznosi:

$$r_1 = 0,15 \text{ mm (0,00015 m)}$$

$$r_2 = 0,30 \text{ mm (0,0003 m)}$$

Povećanjem vrijednosti polumjera  $r_1$  i  $r_2$  smanjuje se iznos vremenske konstante. Također za postavljeni modificirani model odabrana je nova vrijednost koeficijenta  $k$ :

$$k = 0,08$$

Analiza modificiranog modela za režim leta zrakoplova prikazanog na slici 4.2. provodi se kao i za osnovni model, no treba uzeti u obzir da je geometrija modificiranog modela

promijenjena te se pronalazi opće rješenje linearne, nehomogene, diferencijalne jednadžbe prvog reda (4.32):

$$x_m(t) = e^{-t/\lambda_m} \left[ C + \frac{a_m}{\lambda_m} \int_0^t v(t) \cdot e^{t/\lambda_m} dt \right] \quad (4.35)$$

Odabirom početnih uvjeta:

$$t = 0 \rightarrow x_m(t) = 0 \rightarrow C = 0 \quad (4.36)$$

te nakon uvrštavanja početnih uvjeta u jednadžbu (4.35) slijedi:

$$x_m(t) = e^{-t/\lambda_m} \cdot \frac{a_m}{\lambda_m} \cdot \left[ \int_0^t v(t) \cdot e^{t/\lambda_m} dt \right] \quad (4.37)$$

S obzirom da se analiza modificiranog modela provodi za isti režim leta kao i osnovni model, ovisnost vertikalne brzine zrakoplova o vremenu prikazanu ostaje nepromijenjena:

$$v(t) = \begin{cases} v_1, & 0 \leq t < T_1 \\ v_2, & T_1 \leq t < T_2 \\ 0, & t \geq T_2 \end{cases} \quad (4.38)$$

Nakon  $t \geq T_2$  zrakoplov nastavlja letjeti na  $H = \text{konst.}$ , te je iznos vertikalne brzine jednak nuli.

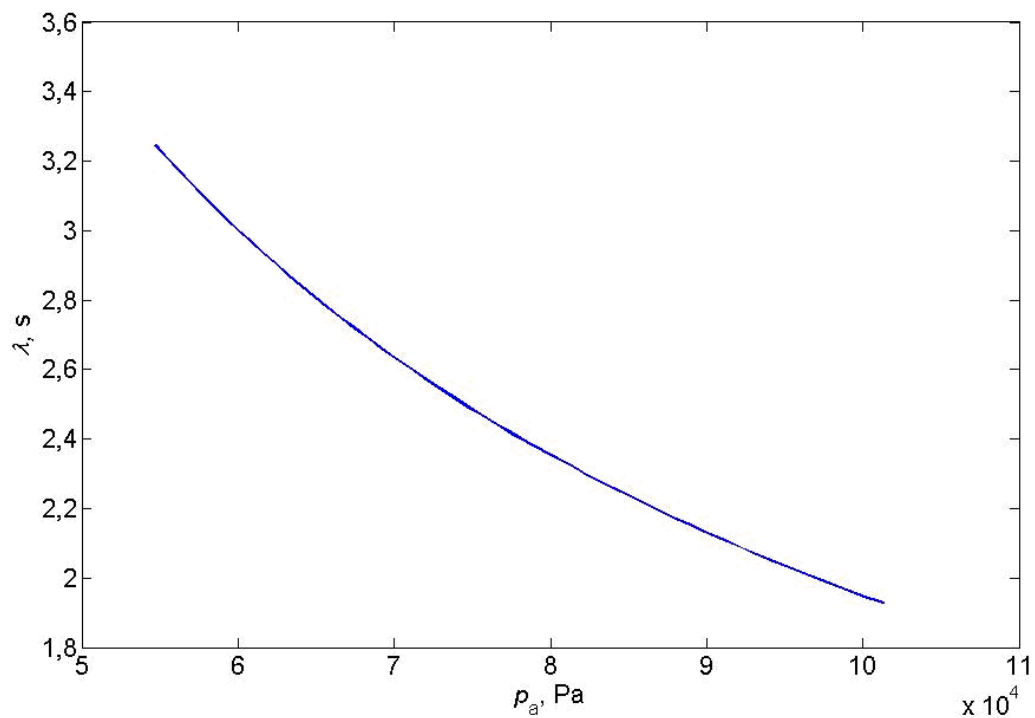
Uvrštavanjem jednadžbe (4.38) u jednadžbu (4.37) te nakon provedene integracije slijedi:

$$x_m(t) = \begin{cases} a_m v_1 (1 - e^{-t/\lambda_m}), & 0 \leq t < T_1 \\ a_m [v_1 (e^{T_1/\lambda_m} - 1) + v_2 (1 - e^{-(t+T_1)/\lambda_m})], & T_1 \leq t < T_2 \\ a_m [v_1 (e^{T_1/\lambda_m} - 1) + v_2 \cdot e^{-t/\lambda_m} (e^{T_2/\lambda_m} - e^{T_1/\lambda_m})], & t \geq T_2 \end{cases} \quad (4.39)$$

## 5 REZULTATI PROVEDENIH ANALIZA

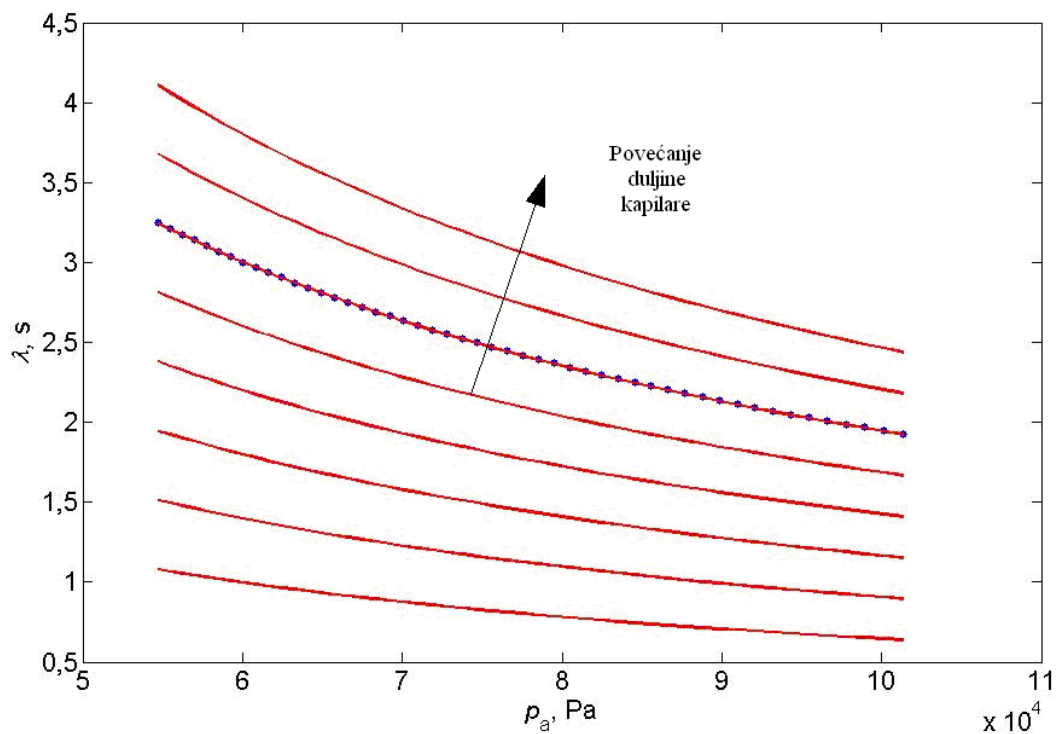
### 5.1 Rezultati osnovnog modela

Na slici 5.1. prikazana je ovisnost vremenske konstante  $\lambda$  o promjeni atmosferskog tlaka  $p_a$  za odabranu geometriju kapilare i promjenu visine od 0 m do 5000 m.



Slika 5.1. Dijagram ovisnosti vremenske konstante  $\lambda$  o atmosferskom tlaku  $p_a$ .

Smanjenjem vrijednosti atmosferskog tlaka  $p_a$  raste vrijednost vremenske konstante  $\lambda$ . Ovisnost atmosferskog tlaka  $p_a$  o visini leta zrakoplova računa se pomoću programskog paketa Matlab 6.5, korištenjem funkcije iso.m [6], koja u uvjetima standardne atmosfere za zadanu visinu računa vrijednosti tlaka, temperature, gustoće i brzine zvuka.

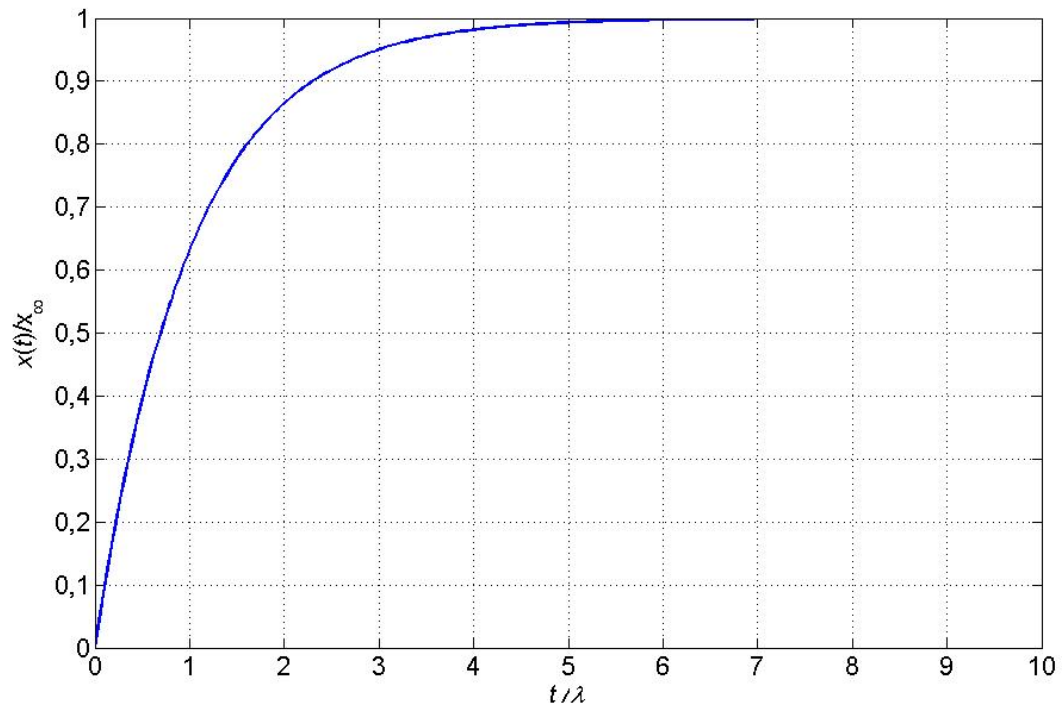


Slika 5.2. Dijagram ovisnosti vremenske konstante  $\lambda$  o atmosferskom tlaku  $p_a$  za različite duljine kapilare.

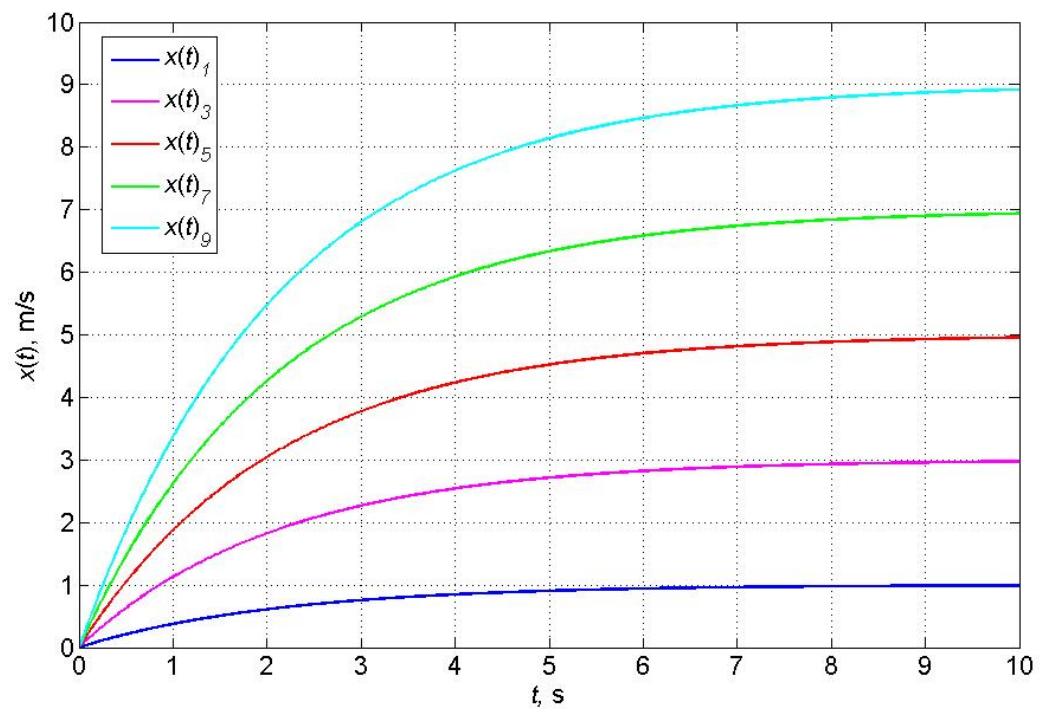
Na slici 5.2. se vidi kako s povećanjem duljine kapilare također raste vrijednost vremenske konstante. Razmatrane su duljine kapilare od 5 mm do 20 mm. Linija označena plavim kružićima prikazuje duljinu kapilare osnovnog modela  $l = 15$  mm.

Za dani uvjet leta prema slici 4.1. b dobiveni su rezultati prikazani na slikama 5.3., 5.4., 5.5. i 5.6. Na slici 5.3. se vidi da za  $t = \lambda$  indicirana brzinu  $x(t)$  iznosi približno 60% stvarne vrijednosti vertikalne brzine zrakoplova  $v(t)$ , dok približno 100% vrijednosti postiže nakon  $t/\lambda = 5$ . Slika 5.4. prikazuje indiciranu brzinu  $x(t)$  za različite vrijednosti vertikalne brzine zrakoplova  $v(t)$ . Rezultati prikazani na slikama 5.5. i 5.6. odnose se za visinu  $H = 5000$  m. Vidi se da je vrijeme odziva indicirane brzine duže što je vertikalna brzina, kao ulazni parametar, većeg iznosa. Također kašnjenje raste s porastom visine, što je očekivano s obzirom da vrijednost tlaka opada s porastom visine.

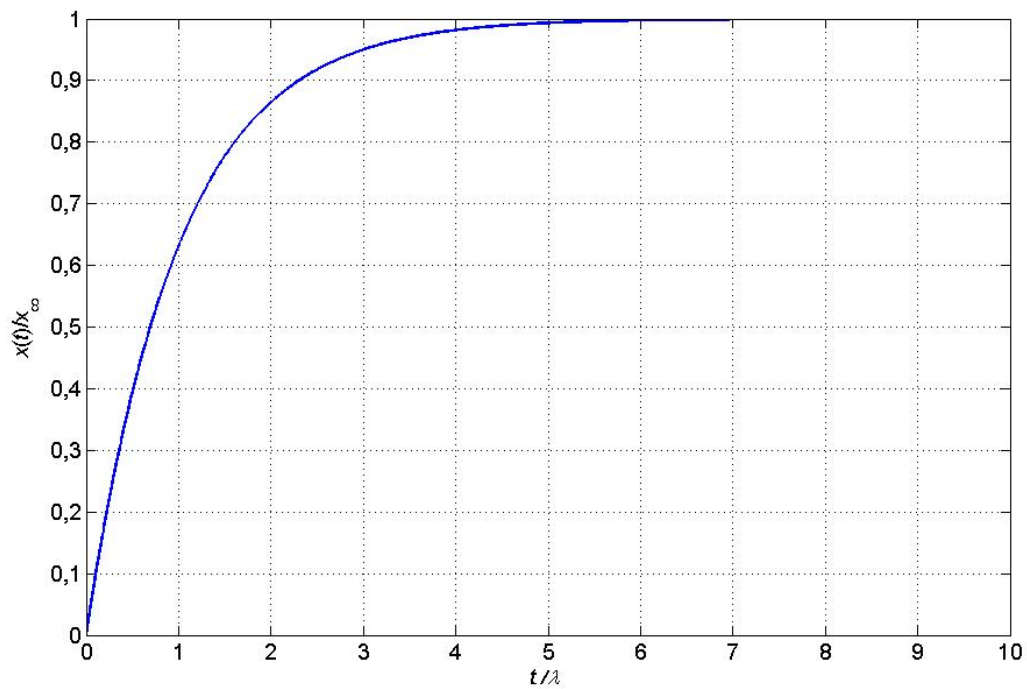
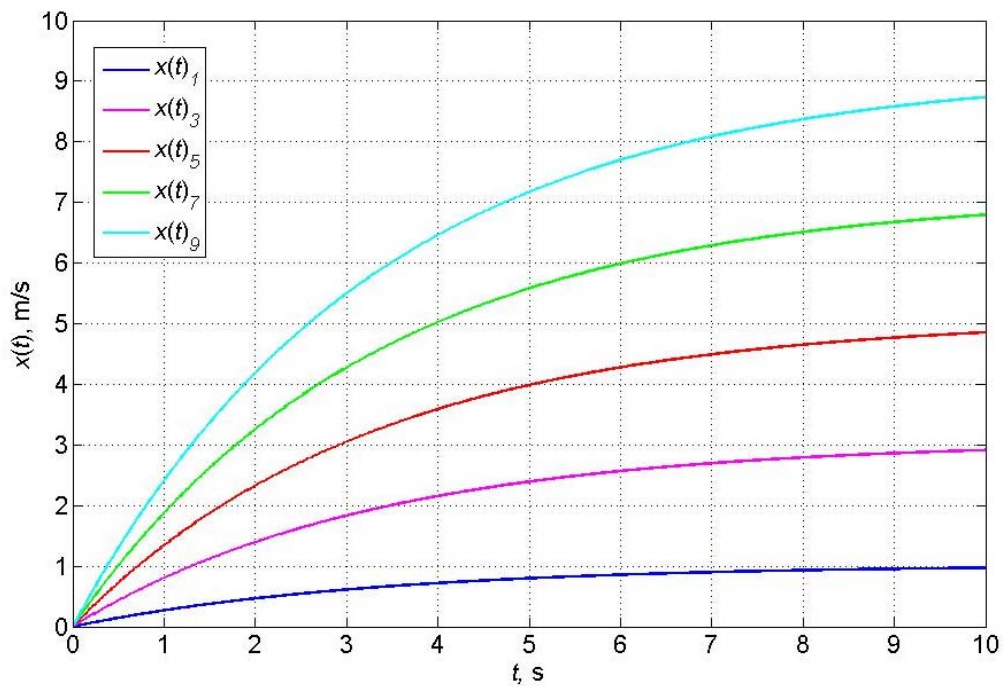




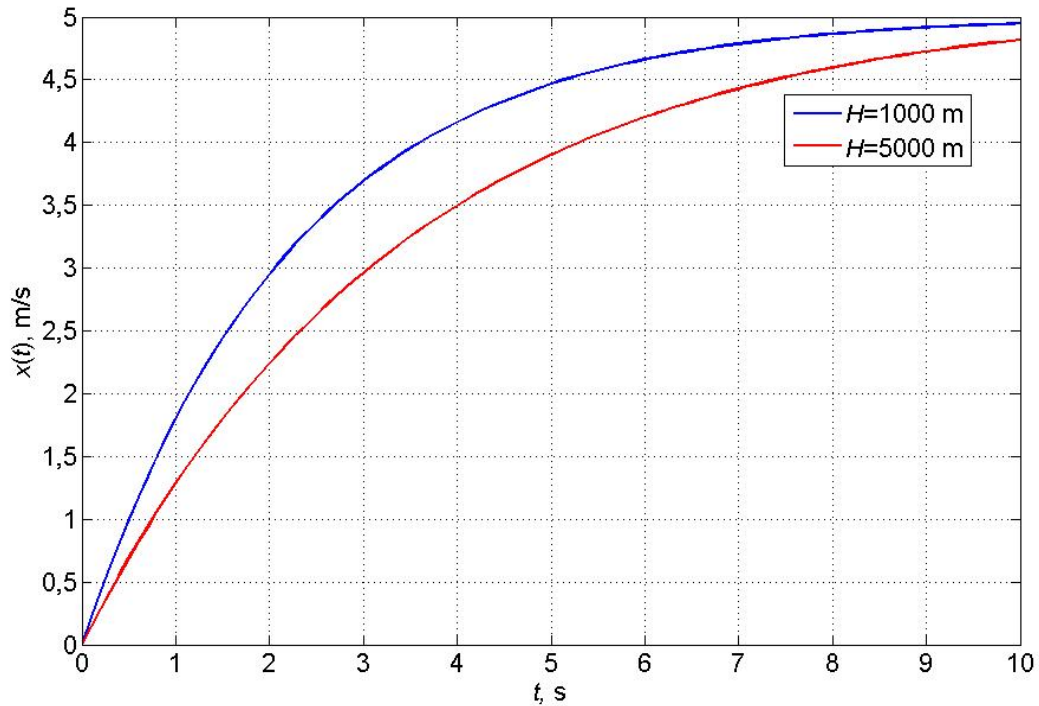
Slika 5.3. Prikaz indicirane brzine  $x(t)$  za zadanu vertikalnu brzinu  $v(t)$ ,  $H = 1000$  m.



Slika 5.4. Prikaz indicirane brzine  $x(t)$  za različite  $v(t)$ ,  $H = 1000$  m.

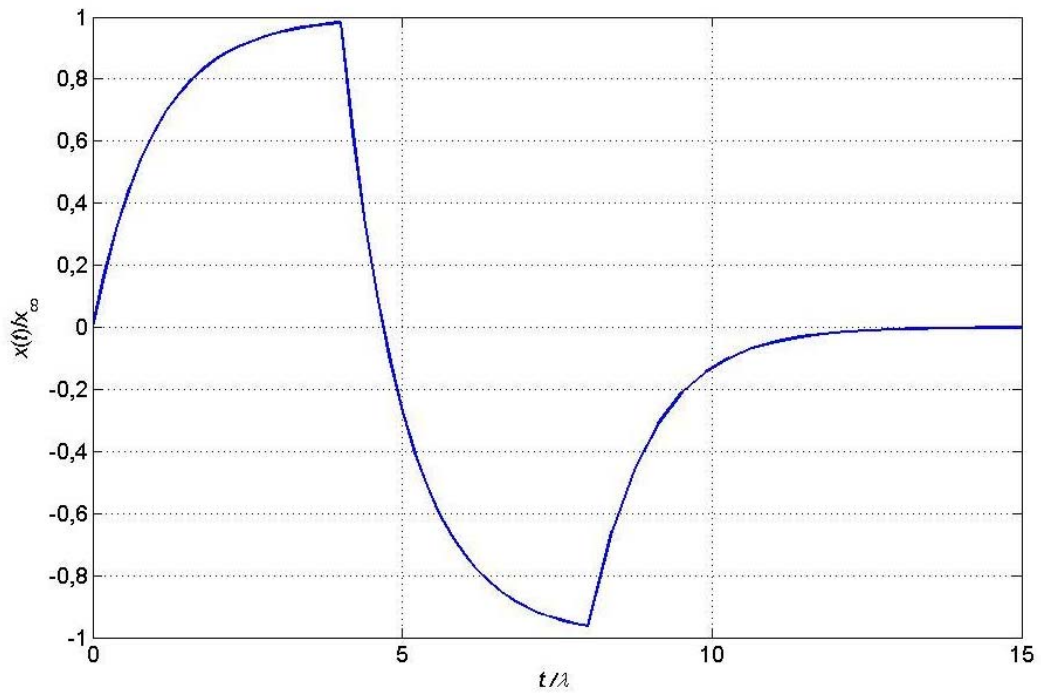
Slika 5.5. Prikaz indicirane brzine  $x(t)$  za zadanu vertikalnu brzinu  $v(t)$ ,  $H = 5000$  m.Slika 5.6. Prikaz indicirane brzine  $x(t)$  za različite  $v(t)$ ,  $H = 5000$  m.

Usporedba indicirane brzine  $x(t)$  za zadane visine vidi se na slici 5.7., te se može zaključiti kako je odziv brži za  $H = 1000$  m, što se i očekivalo s obzirom da s porastom visine pada vrijednost tlaka, a sa smanjenjem vrijednosti tlaka raste iznos vremenske konstante  $\lambda$ .

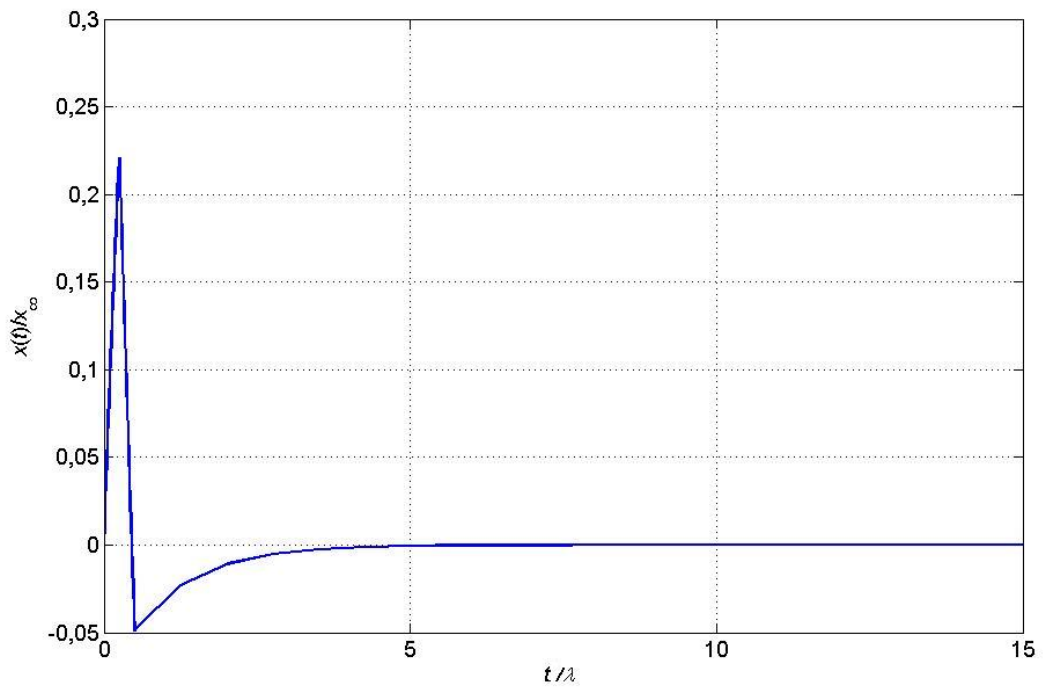


Slika 5.7. Prikaz indicirane brzine  $x(t)$  za  $H = 1000$  m i  $H = 5000$  m.

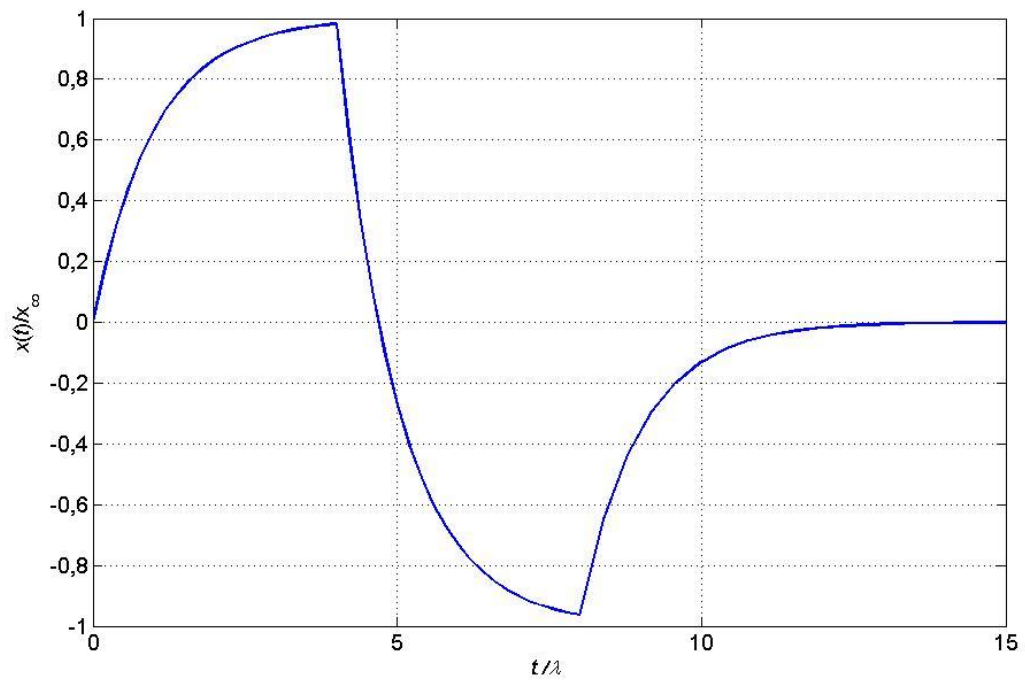
Sljedeći dijagrami prikazuju rezultate analize opisane jednačbom (4.21). Za dani leta prikazan na slici 4.2. i geometriju osnovnog modela određuje se indicirana brzina zrakoplova u nekom trenutku  $t$  na nekoj visini  $H$ . Analiza je prvo provedena za  $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$  (slika 5.8.) i  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$  (slika 5.9.) na visini  $H = 1000$  m, a zatim je ista provedena za visinu  $H = 5000$  m.



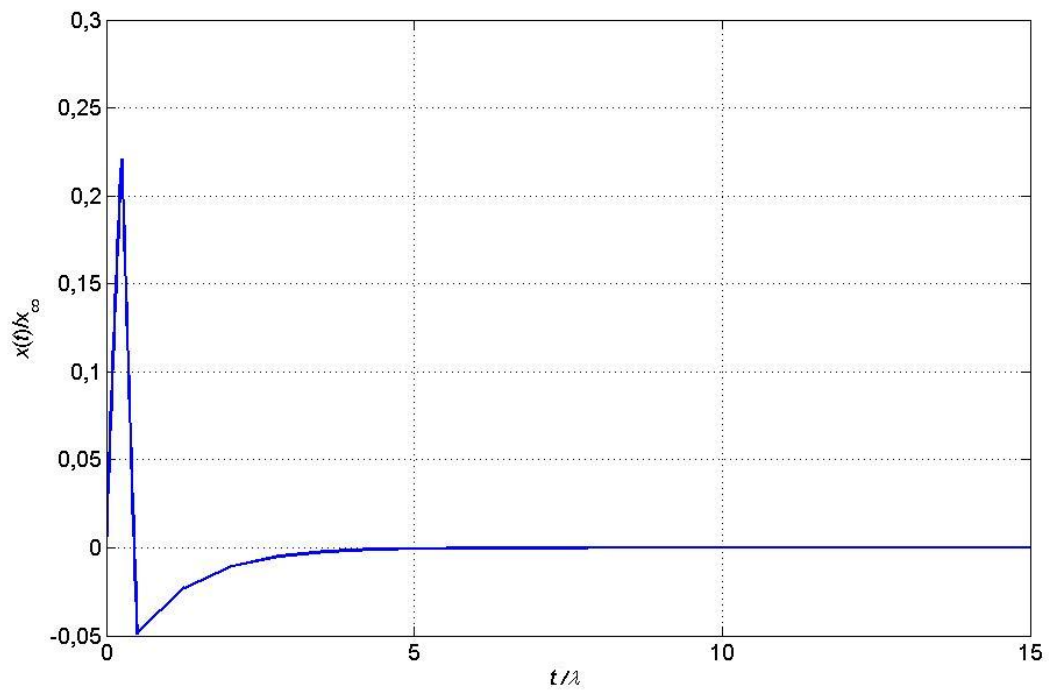
Slika 5.8. Prikaz indicirane brzine  $x(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ ,  $H = 1000$  m.



Slika 5.9. Prikaz indicirane brzine  $x(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ ,  $H = 1000$  m.

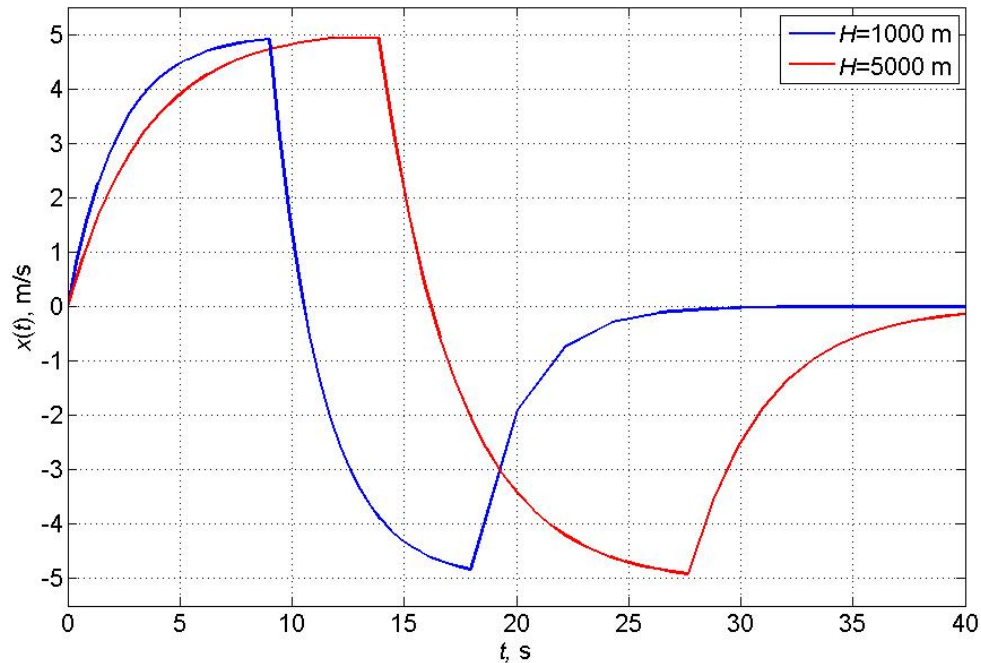


Slika 5.10. Prikaz indicirane brzine  $x(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ ,  $H = 5000$  m.

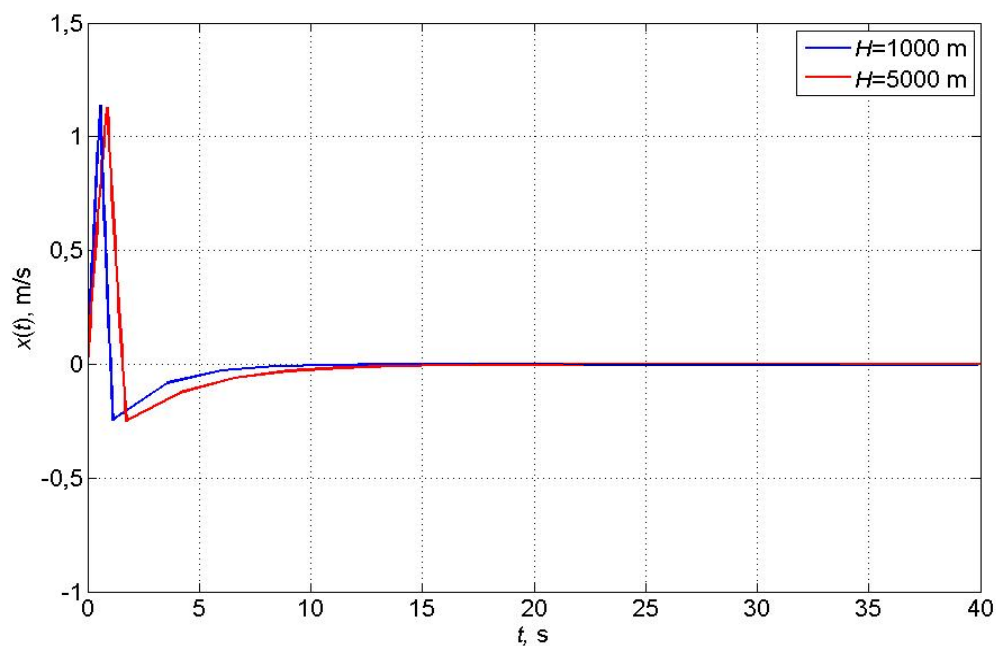


Slika 5.11. Prikaz indicirane brzine  $x(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ ,  $H = 5000$  m.

Kako bi bolje usporedili rezultate dobivene za dani uvjet leta prikazan na slici 4.2. na visini 1000 m i 5000 m dobiven su sljedeći dijagrami (slika 5.12. i 5.13.). Usporedba rezultata dobivenih na visini 1000 m i 5000 m prikazani su za  $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$  i za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ . Očekivano brži odziv ostvaruje se na manjoj visini.

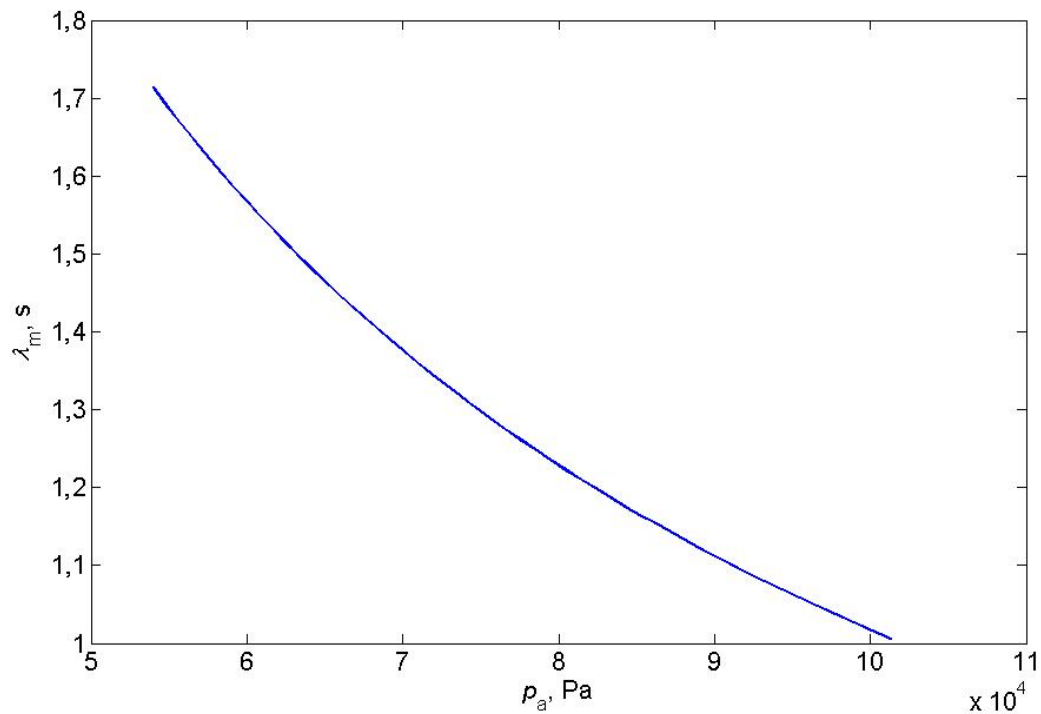


Slika 5.12. Prikaz indicirane brzine  $x(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ ,  $H = 1000$  m i  $H = 5000$  m.



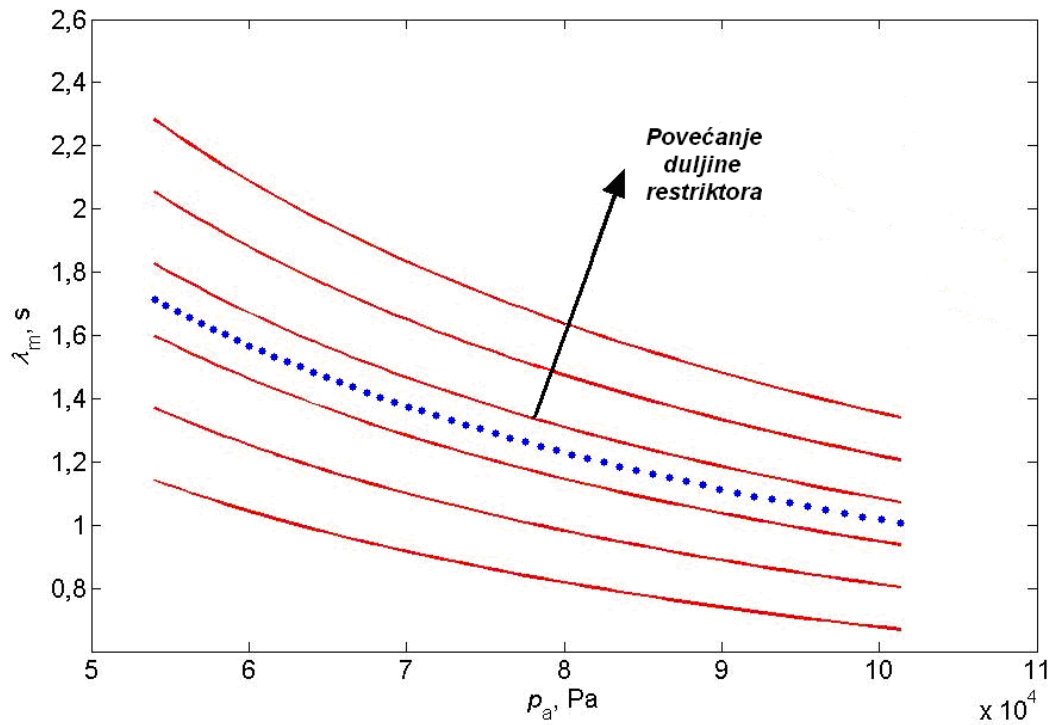
Slika 5.13. Prikaz indicirane brzine  $x(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ ,  $H = 1000$  m i  $H = 5000$  m.

## 5.2 Rezultati modificiranog modela



Slika 5.14. Dijagram ovisnosti vremenske konstante  $\lambda_m$  o atmosferskom tlaku  $p_a$ .

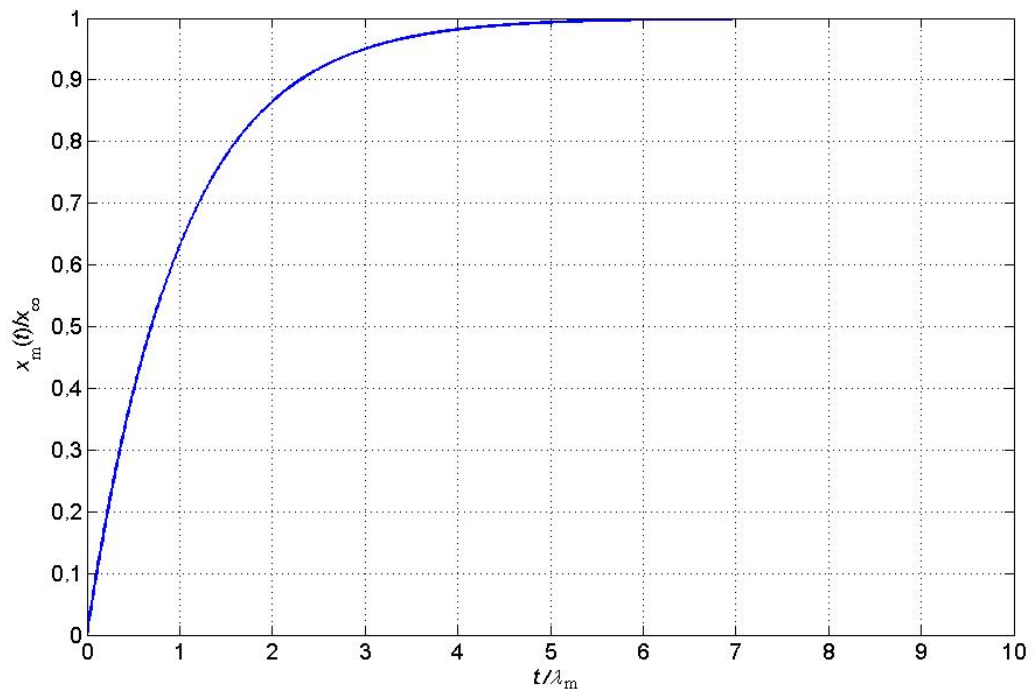
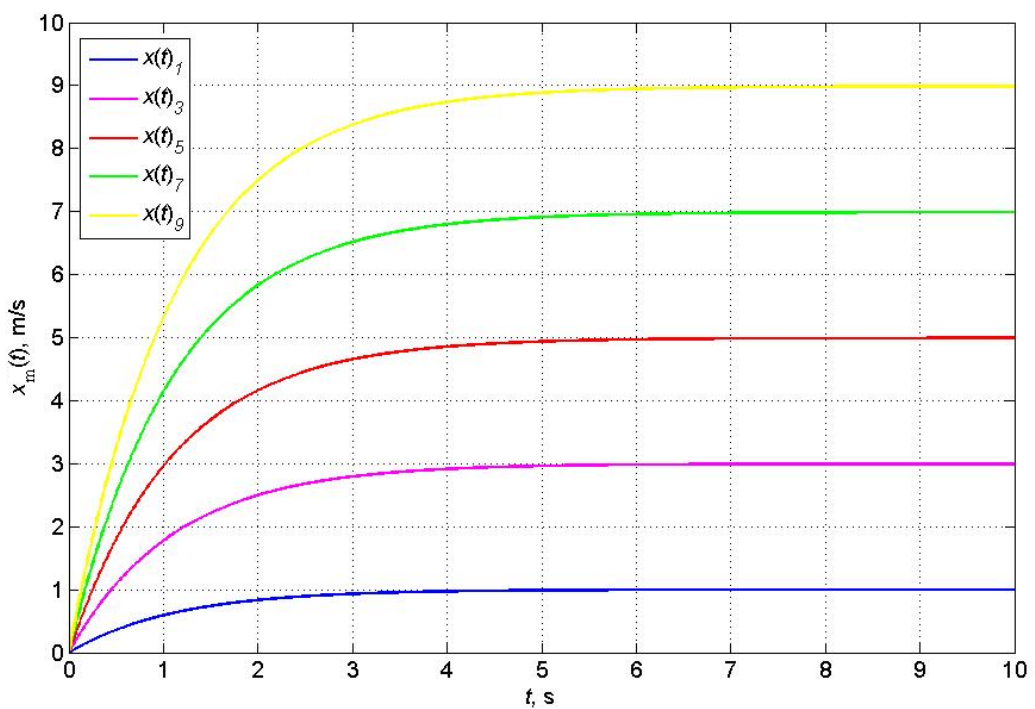
Na slici 5.14. prikazana je ovisnost vremenske konstante  $\lambda_m$  o promjeni atmosferskog tlaka  $p_a$  za odabranu geometriju modificiranog modela i promjenu visine od 0 m do 5000 m. Kao i kod osnovnog modela vrijednost vremenske konstante se smanjuje s povećanjem vrijednosti atmosferskog tlaka, no za razliku od osnovnog modela vrijednosti vremenske konstante su manje. Na smanjenje vremenske konstante  $\lambda$  utjecala je izvedba poprečnog presjeka modificiranog restriktora.

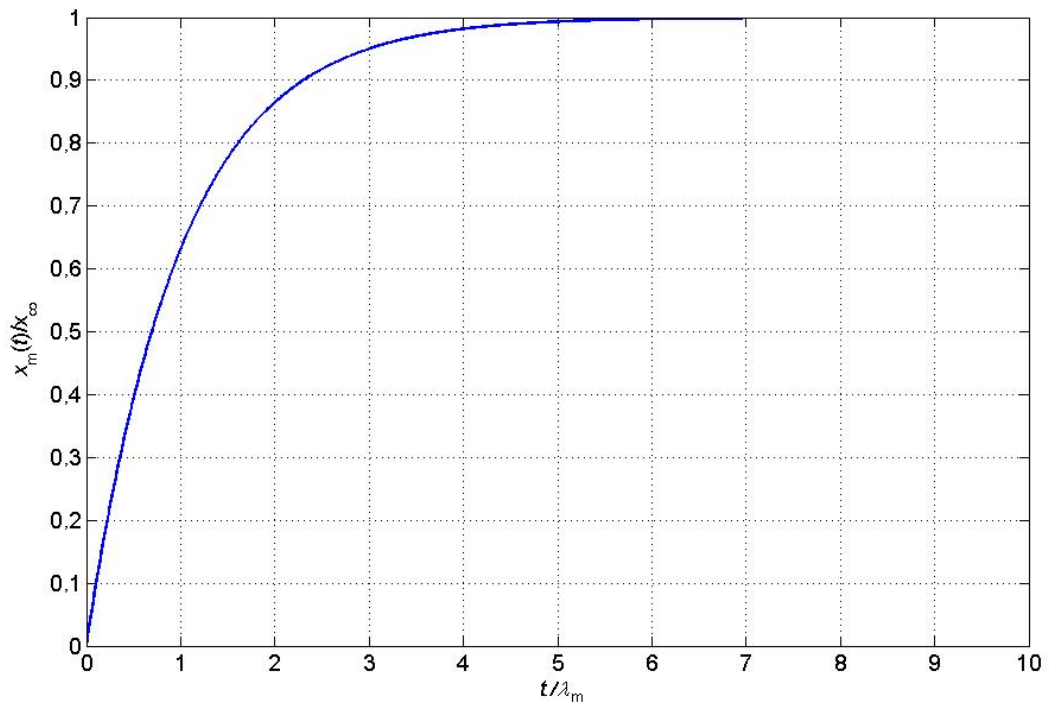


Slika 5.15. Dijagram ovisnosti vremenske konstante  $\lambda_m$  o atmosferskom tlaku  $p_a$  za različite duljine restriktora.

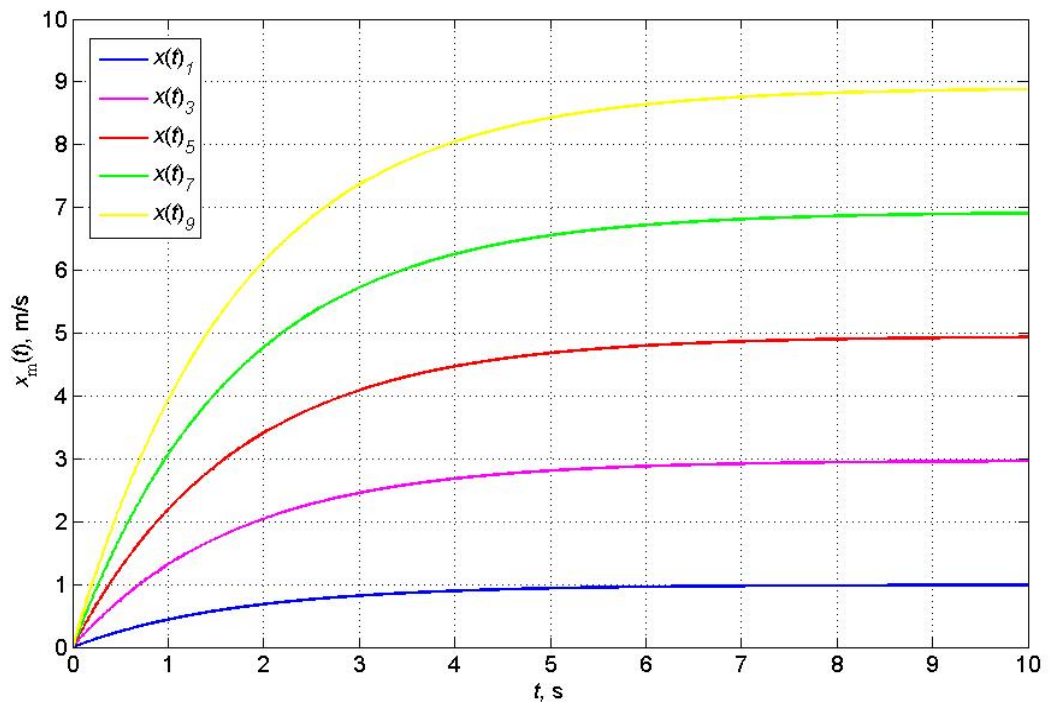
Povećanjem duljine restriktora raste i vrijednost vremenske konstante  $\lambda$  (slika 5.15.). Razmatrane su duljine restriktora od 5 mm do 20 mm. Linija označena plavim kružićima označava duljinu restriktora modificiranog modela  $l = 15$  mm.



Slika 5.16. Prikaz indicirane brzine  $x_m(t)$  za zadanu vertikalnu brzinu  $v(t)$ ,  $H = 1000$  m.Slika 5.17. Prikaz indicirane brzine  $x_m(t)$  za različite  $v(t)$ ,  $H = 1000$  m.

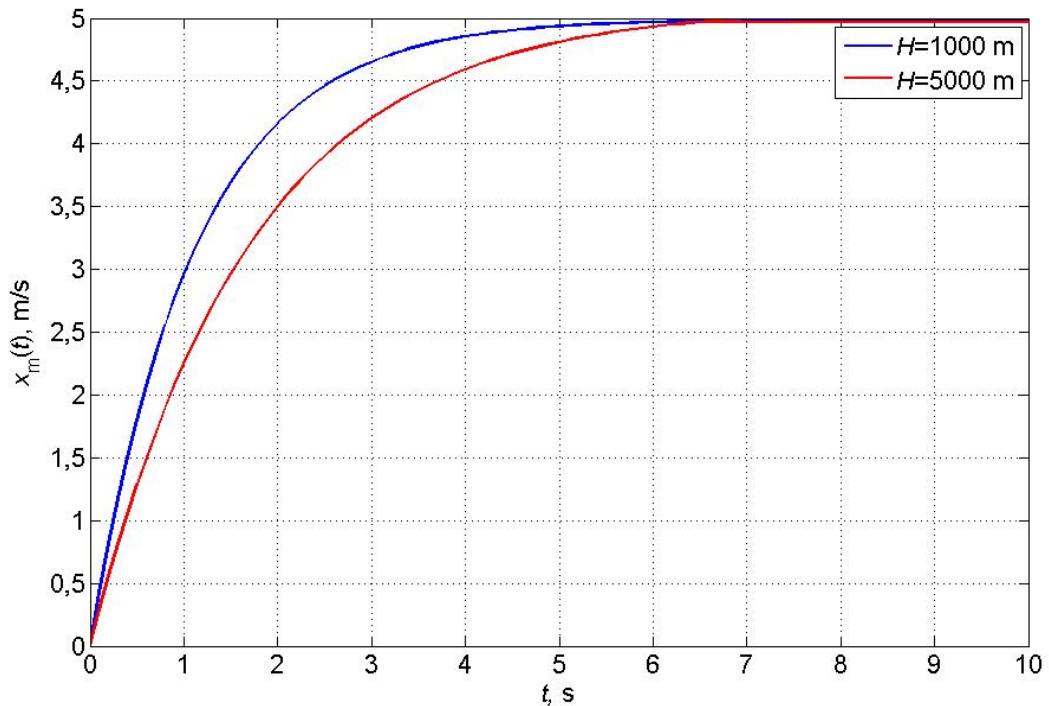


Slika 5.18. Prikaz indicirane brzine  $x_m(t)$  za zadanu vertikalnu brzinu  $v(t)$ ,  $H = 5000$  m.



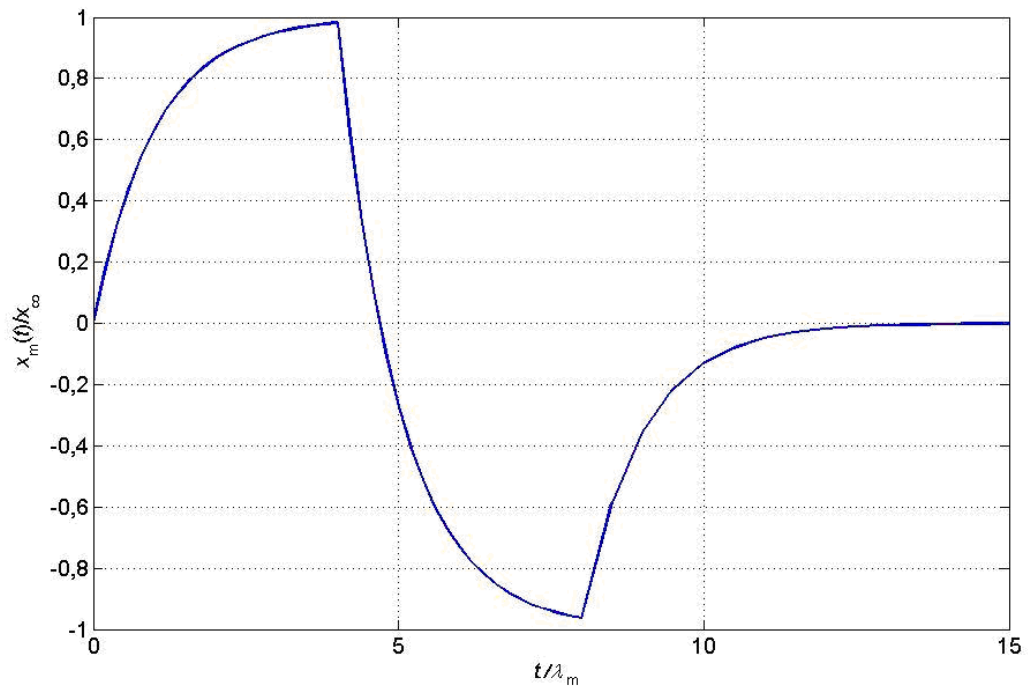
Slika 5.19. Prikaz indicirane brzine  $x_m(t)$  za različite  $v(t)$ ,  $H = 5000$  m.

Usporedba odziva inducirane brzine  $x(t)$  modificiranog modela za zadane visine vidi se na slici 5.20., te se može zaključiti kako je odziv brži na manjoj visini, što se i očekivalo s obzirom da s porastom visine pada vrijednost tlaka, a sa smanjenjem vrijednosti tlaka raste iznos vremenske konstante.

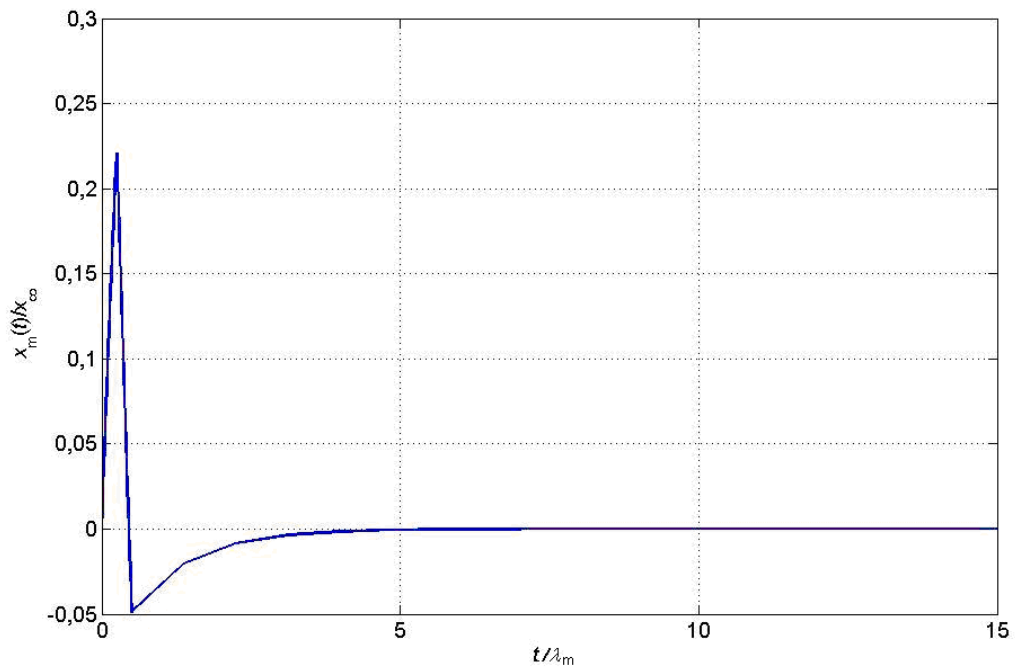


Slika 5.20. Prikaz indicirane brzine  $x_m(t)$  za  $H = 1000$  m i  $H = 5000$  m.

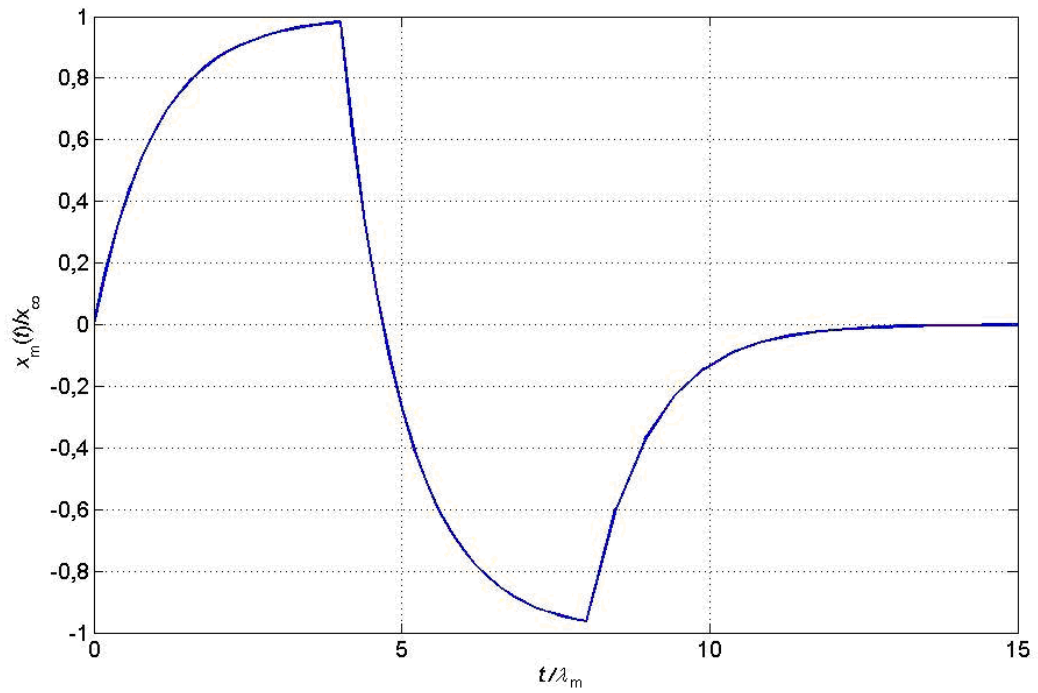
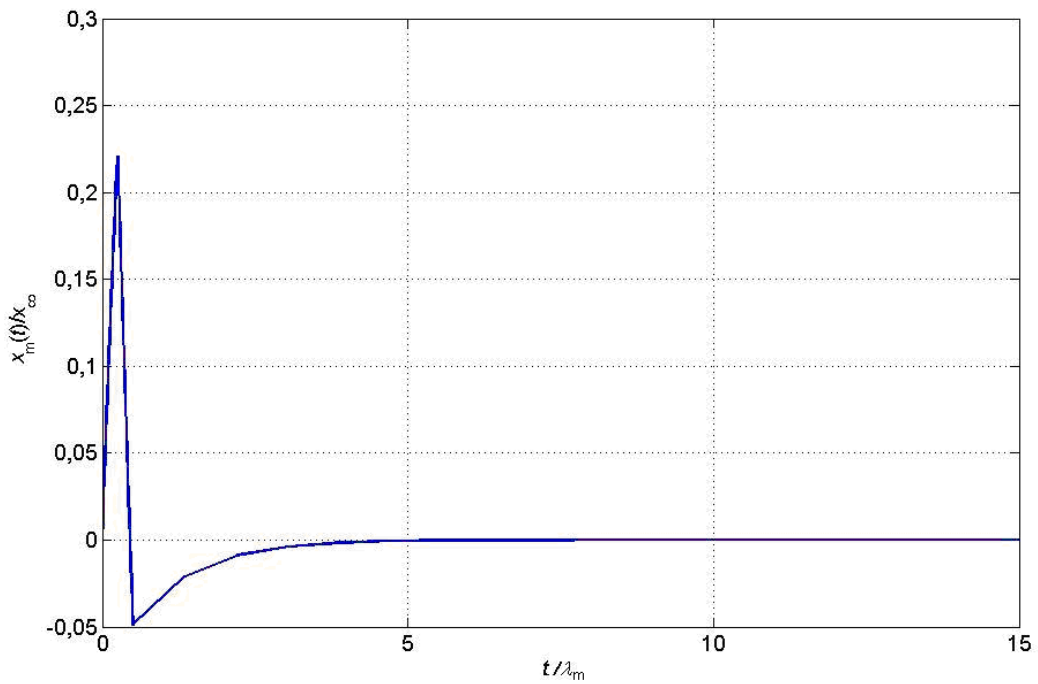
Sljedeći dijagrami prikazuju rezultate analize postavljenog modificiranog modela opisane jednadžbom (4.39). Za dani let prikazan na slici 4.2. i geometriju osnovnog modela određuje se indicirana brzina zrakoplova u nekom trenutku  $t$  na nekoj visini  $H$ . Kao i za osnovni model analiza je prvo vršena za  $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$  (slika 5.21.) i  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$  (slika 5.22.) na visini  $H = 1000$  m, a zatim za  $H = 5000$  m.



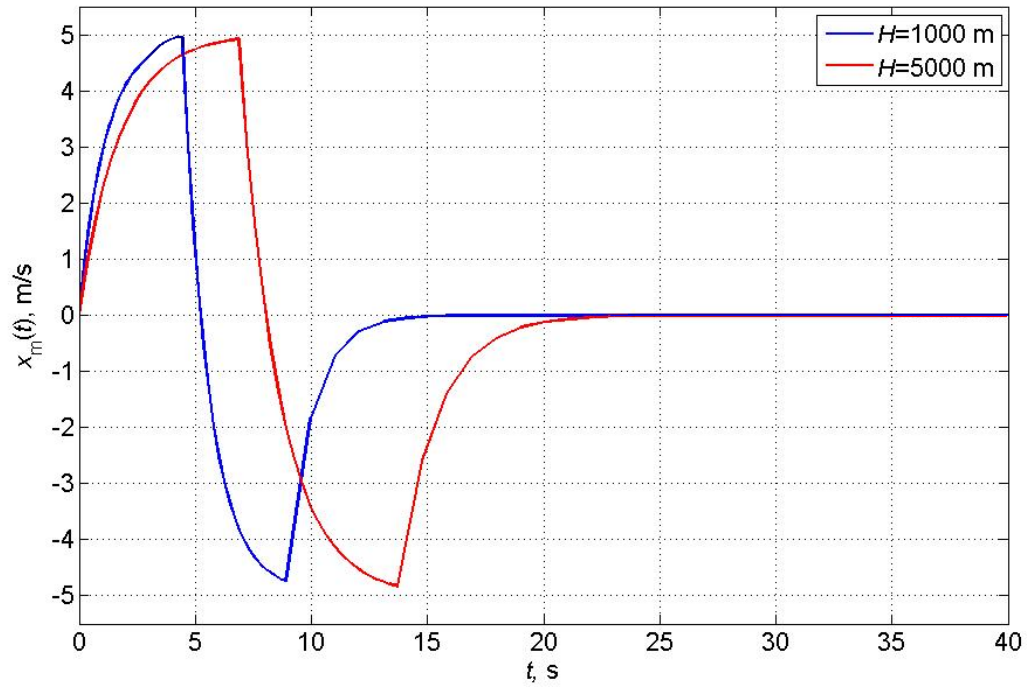
Slika 5.21. Prikaz indicirane brzine  $x_m(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ ,  $H = 1000$  m.



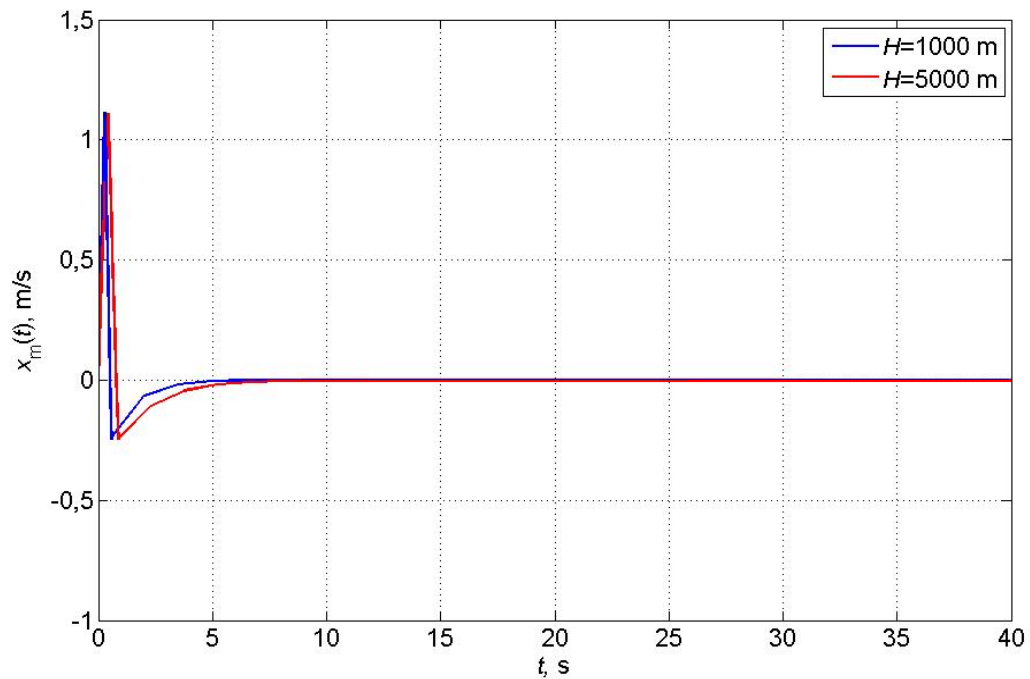
Slika 5.22. Prikaz indicirane brzine  $x_m(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ ,  $H = 1000$  m.

Slika 5.23. Prikaz indicirane brzine  $x_m(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ ,  $H = 5000$  m.Slika 5.24. Prikaz indicirane brzine  $x_m(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ ,  $H = 5000$  m.

Usporedba rezultata za dani uvjet leta prikazan na slici 4.2. osnovnog i modificiranog modela dobivenih na visini 1000 m i 5000 m prikazani su za  $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$  (slika 5.25.) i za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$  (slika 5.26.). Očekivano brži prikaz ostvaruje se na manjoj visini.

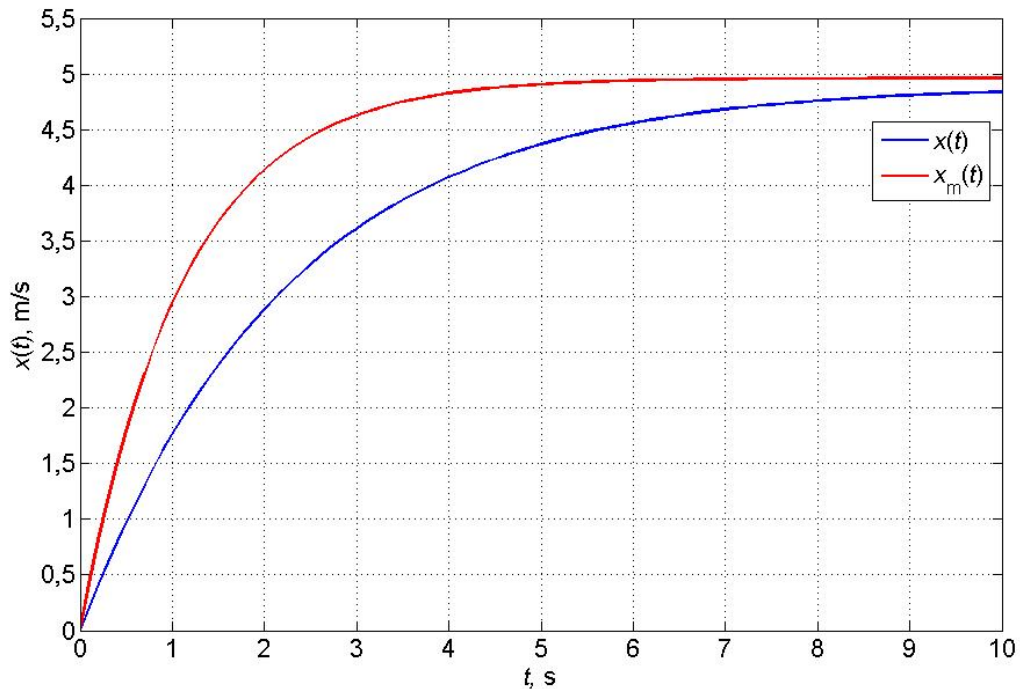


Slika 5.25. Prikaz indicirane brzine  $x_m(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ ,  $H=1000$  m i  $H=5000$  m.

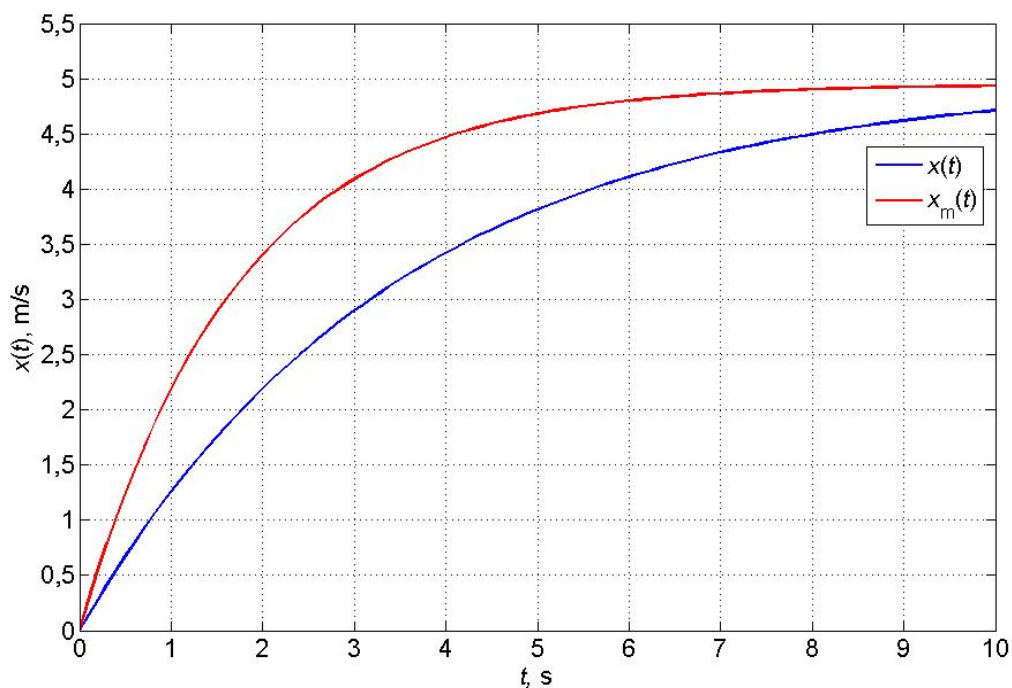


Slika 5.26. Prikaz indicirane brzine  $x_m(t)$  za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ ,  $H=1000$  m i  $H=5000$  m.

Uspoređeni rezultati osnovnog i modificiranog modela dobiveni na zadanim visinama u danim uvjetima leta opisanima na slici 4.1. b prikazani su na slici 5.27. i 5.28. Vidi se da manje kašnjenje u prikazivanju indicirane brzine ostvaruje modificirani model što se očekivalo s obzirom na izvedenu geometriju restriktora kojom se smanjila vremenska konstanta.

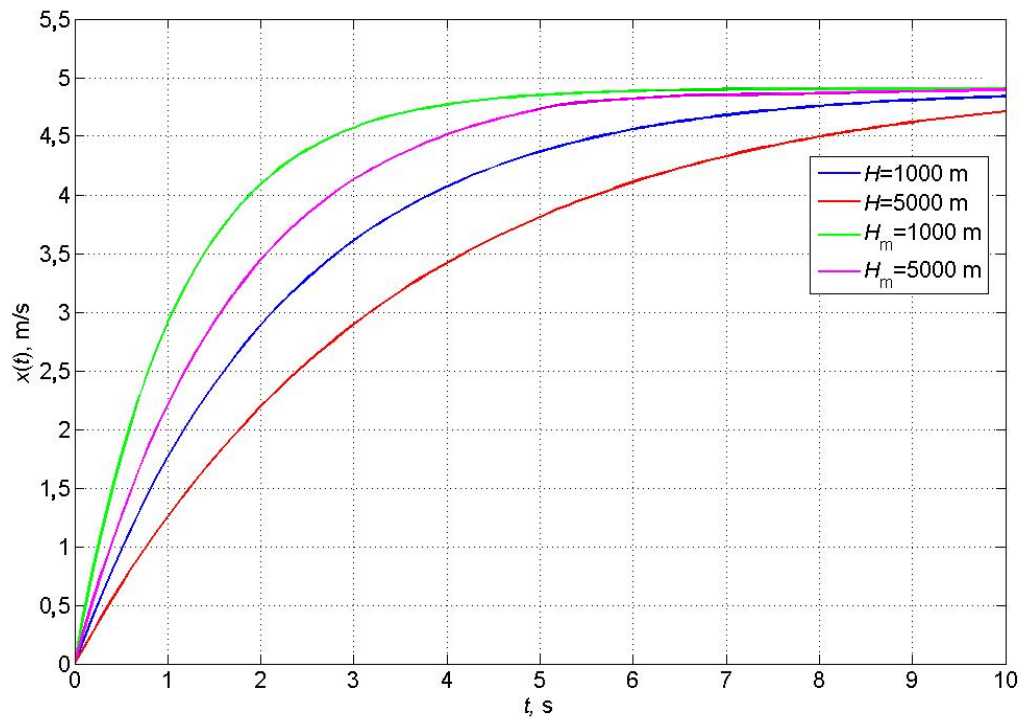


Slika 5.27. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela,  $H = 1000$  m

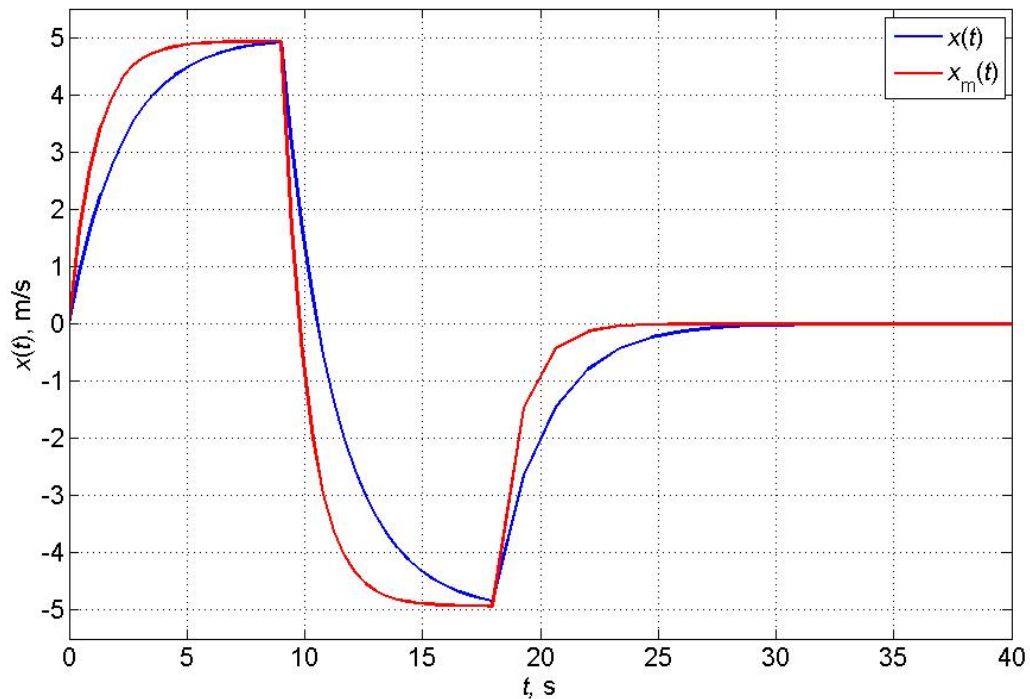


Slika 5.28. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela,  $H = 5000$  m



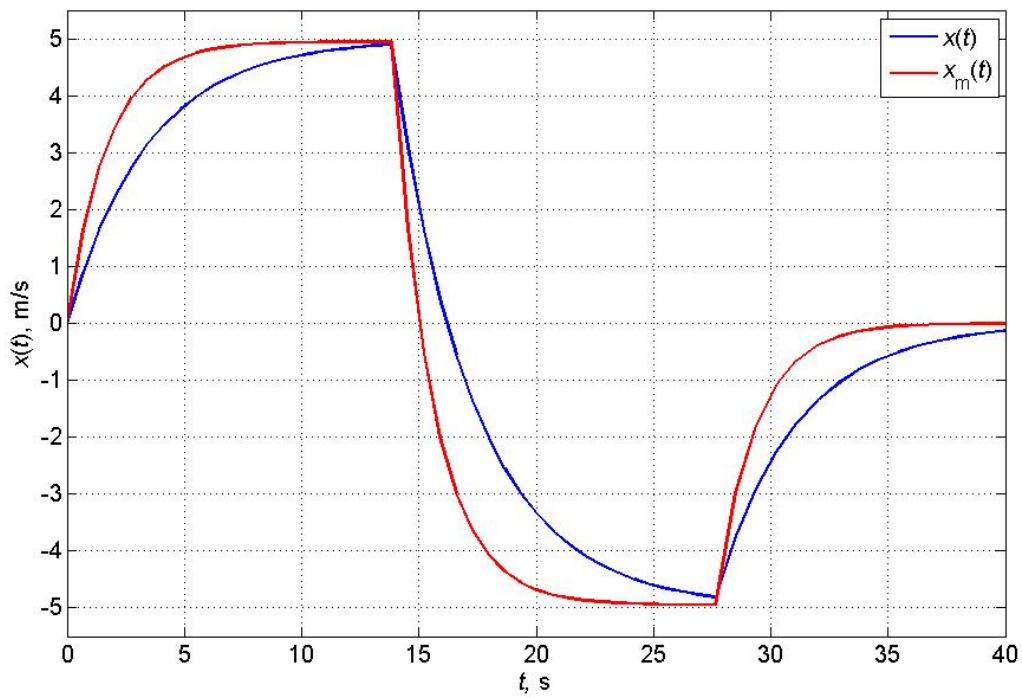


Slika 5.29. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za  $H = 1000$  m i  $H = 5000$  m.



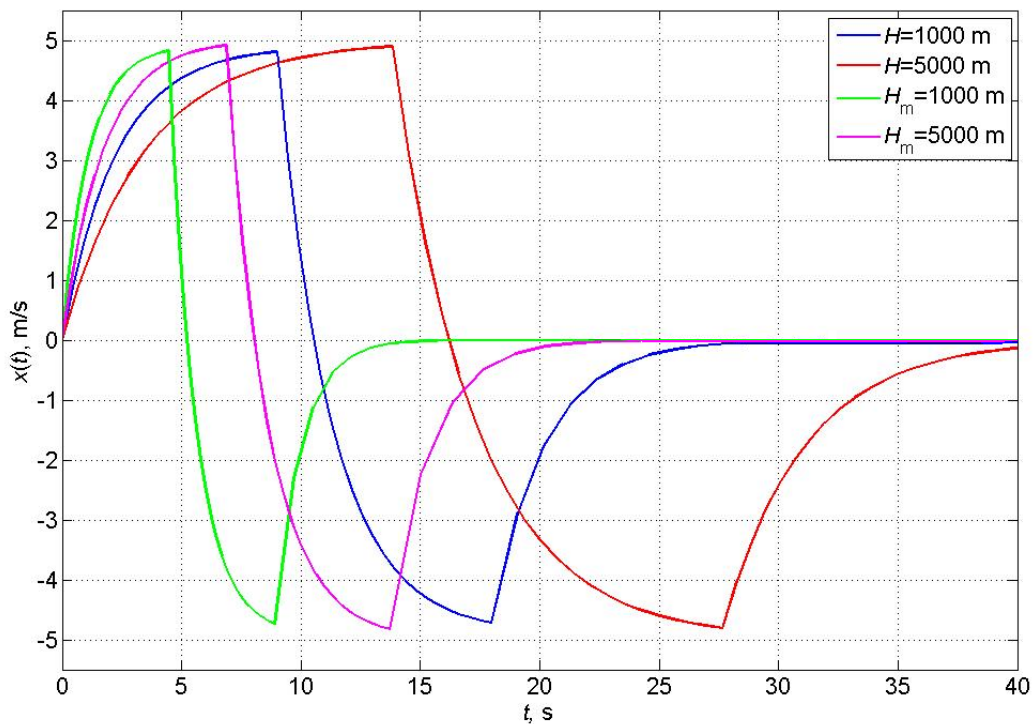
Slika 5.30. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za  $T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda$ ,  $H = 1000$  m.





Slika 5.31. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za

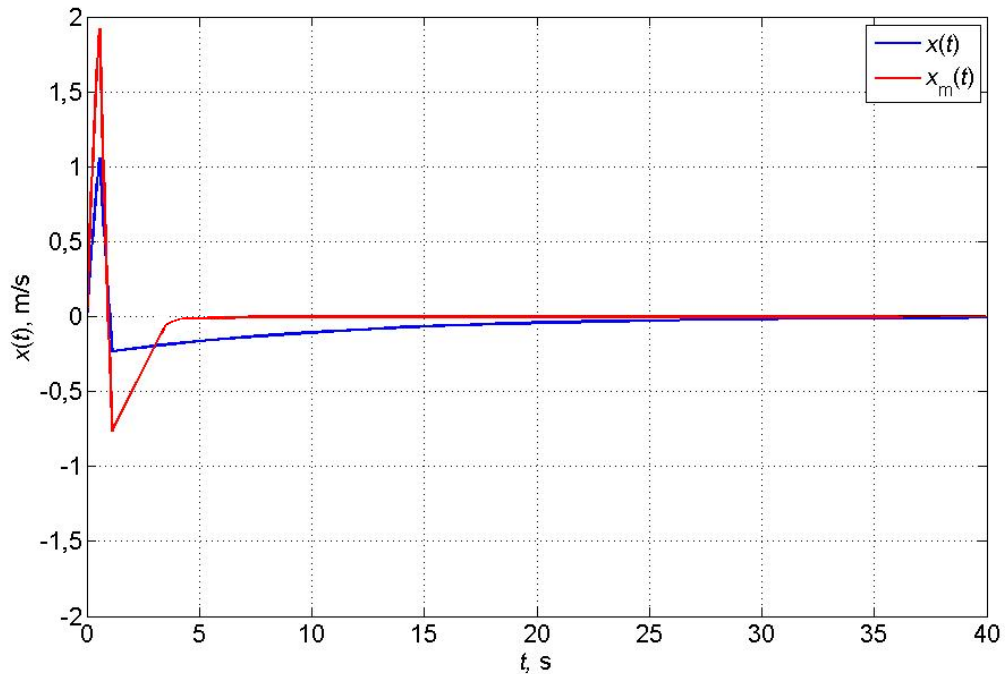
$$T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda, H = 5000 \text{ m.}$$



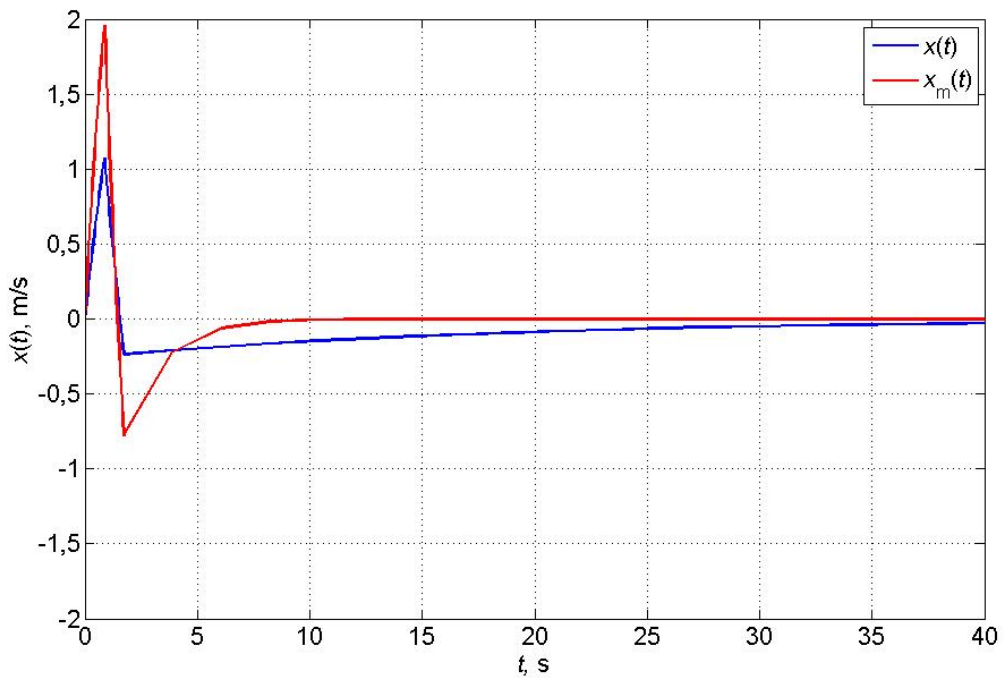
Slika 5.32. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za

$$T = T_1 = T_2 = 4 \cdot \lambda \text{ na visini } H = 1000 \text{ m i } H = 5000 \text{ m.}$$

Na slici 5.32. vidi se da modificirani model na visini  $H = 1000$  m ima najmanje kašnjenje. Najsporiji odziv ima osnovni model na visini  $H = 5000$  m.

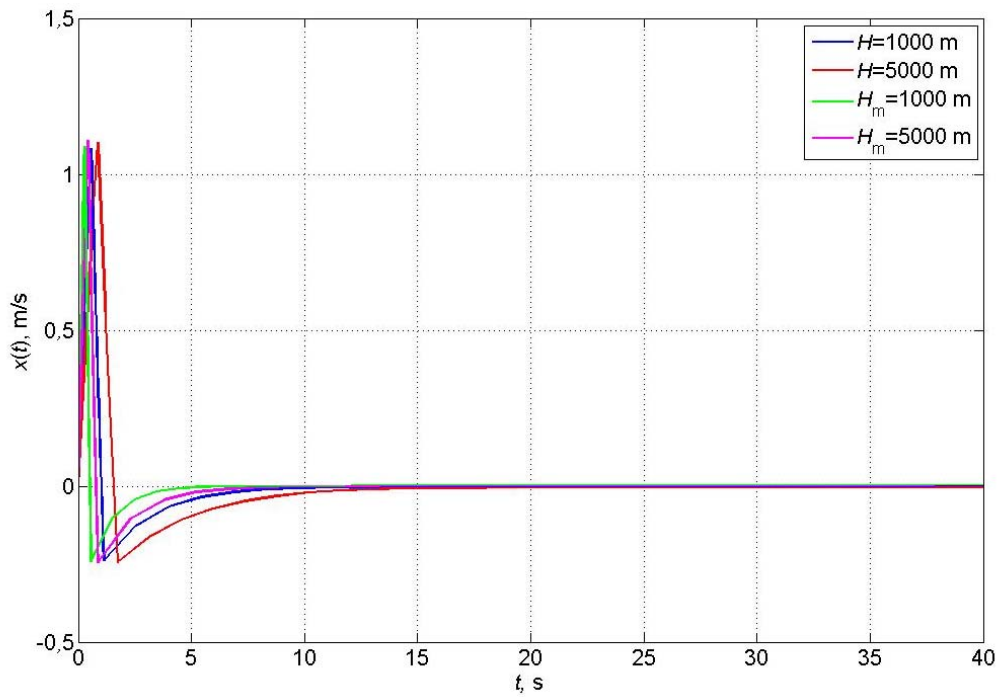


Slika 5.33. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ ,  $H = 1000$  m .



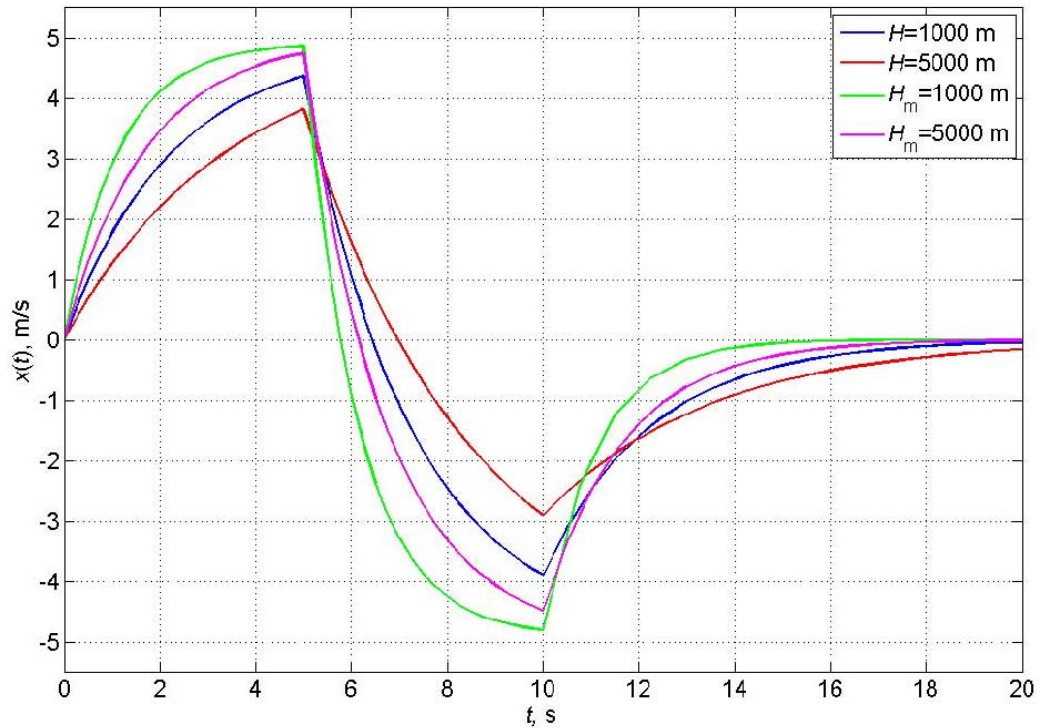
Slika 5.34. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ ,  $H = 5000$  m.

Slika 5.35. prikazuje usporedbu odziva osnovnog i modificiranog modela na danim visinama leta za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$ .

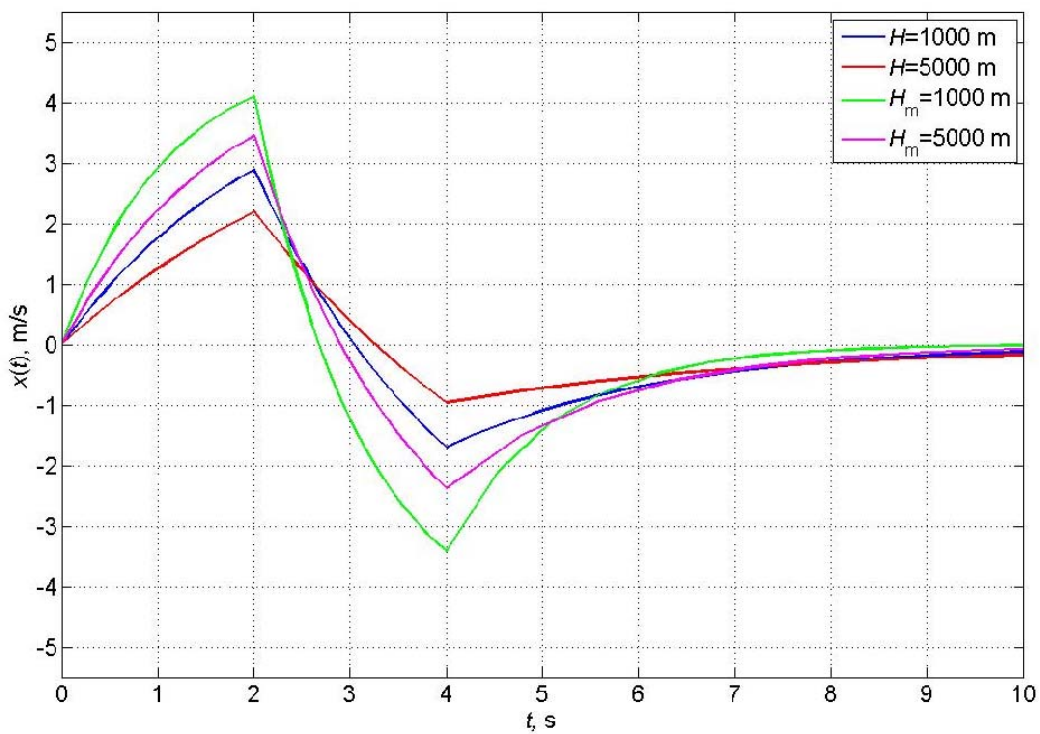


Slika 5.35. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za  $T = T_1 = T_2 = 0,25 \cdot \lambda$  za  $H = 1000$  m i  $H = 5000$  m.

Na slici 5.36. prikazan je rezultat usporedbe odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela, za dvije karakteristične visine leta, za  $T = T_1 = T_2 = 5$  s, a na slici 5.37. za  $T = T_1 = T_2 = 2$  s.

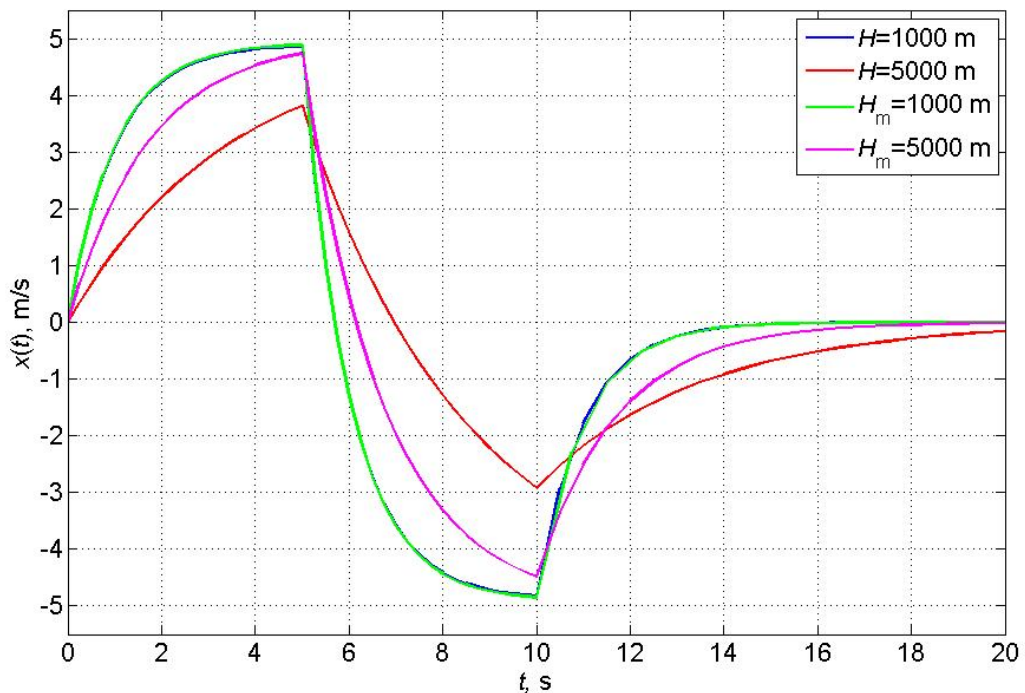


Slika 5.36. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za  $T = T_1 = T_2 = 5$  s,  $H = 1000$  m i  $H = 5000$  m.



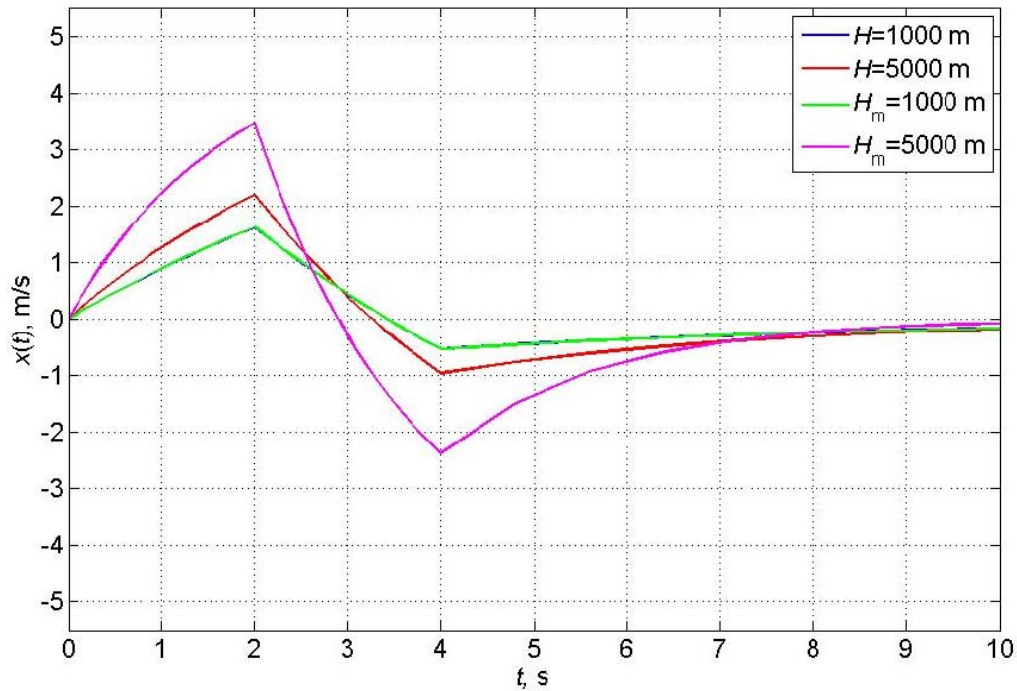
Slika 5.37. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za  $T = T_1 = T_2 = 2$  s,  $H = 1000$  m i  $H = 5000$  m.

Sljedeći dijagram (slika 5.38.) prikazuju odziv indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za dvije dane visine leta,  $H=1000$  m i  $H=5000$  m. Za  $T = T_1 = T_2 = 5$  s odabran je iznos vremenske konstante  $\lambda$  na visini  $H = 1000$  m te iznosi 1 s, dok se vrijednost vremenske konstante na visini  $H = 5000$  m računa prema jednadžbi (4.15) za osnovni model i jednadžbi (4.33) za modificirani model. Vidi se kako za zadanu vrijednost  $\lambda = 1$  s, na visini  $H = 1000$  m, odziv indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela je približno jednak.



Slika 5.38. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za  $T = T_1 = T_2 = 5$  s, na dvije karakteristične visine leta,  $\lambda = 1$  s za  $H = 1000$  m.

Na slici 5.39. za  $T = T_1 = T_2 = 2$  s odabran je iznos vremenske konstante  $\lambda = 5$  s, na visini  $H = 1000$  m, dok se vrijednost vremenske konstante na visini  $H = 5000$  m računa prema jednadžbi (4.15) za osnovni model i jednadžbi (4.33) za modificirani model. Vidi se kako za zadanu vrijednost  $\lambda = 5$  s, na visini  $H = 1000$  m, odziv indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela je približno jednak.



Slika 5.39. Usporedba odziva indicirane brzine osnovnog i modificiranog modela za  $T = T_1 = T_2 = 2$  s, na dvije karakteristične visine leta,  $\lambda = 5$  s za  $H = 1000$  m.

## 6 ZAKLJUČAK

U ovom radu analizirana je dinamika postavljenih modela uređaja za mjerenje vertikalne brzine leta zrakoplova. Odabrana su dva modela, osnovni i modificirani model. Matematički opis modela pretočen je u numerički program u okviru programskog sučelja Matlab 6.5 u kojem se za zadane ulazne parametre, geometriju modela i odabrane uvjete leta u standardnoj atmosferi, promatrala indicirana brzina  $x(t)$  kao izlazna veličina. Geometrija postavljenih modela, osnovnog i modificiranog, određena je usporedbom s odabranim standardnim variometrom.

Analize su uključivale dva dana uvjeta i dvije visine leta zrakoplova. Dobiveni rezultati upućuju na zaključak kako s porastom visine raste vrijednost vremenske konstante  $\lambda$ . To je u skladu s činjenicom da se vrijednosti tlaka i gustoće atmosfere smanjuju s porastom visine, pa je kašnjenje u prikazivanju veće. Usporede li se rezultati dobiveni za osnovni i modificirani model slijedi da je vremenska konstanta modificiranog modela manja, a time indicirana brzina manje odstupa od stvarne vertikalne brzine zrakoplova.

Točnost dobivenih rezultata ovisi o izboru geometrije restriktora i volumenu komore. U ovom radu sve navedene veličine su procijenjene. Za unaprjeđivanje modela potrebno je uzeti u obzir i druge utjecaje na mjerni rezultat koji se u ovom radu nisu razmatrali jer bi takvo razmatranje prelazilo okvire ovoga rada.

## LITERATURA

- [1] Bucak, T.: Zrakoplovni instrumenti 1, Fakultet prometnih znanosti, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb 1998.,
- [2] [http://www.redlandsflyingclub.org/RFC\\_files/050625-2-InstrumentPanel-lr.jpg](http://www.redlandsflyingclub.org/RFC_files/050625-2-InstrumentPanel-lr.jpg), 22.9.2009.,
- [3] Pallett, E.H.J.: *Aircraft Instruments: principles and applications*, Sir Isaac Pitman & Sons, London 1978.,
- [4] -: *Advanced Avionics Handbook*, U. S. Department of Transportation, Federal Aviation Administration, Washington 2009.,
- [5] Coulthard, W.H.: *Aircraft Instrument Design*, Sir Isaac Pitman & Sons, London 1952.,
- [6] Vrdoljak, M.: Performanse zrakoplova, materijali za vježbe, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb 2008.