

# Numerička simulacija strujanja kroz zasun

---

**Drašković, Hrvoje**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2009**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:100189>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu  
**Fakultet strojarstva i brodogradnje**

# **ZAVRŠNI RAD**

Hrvoje Drašković

Zagreb, 2009.

Sveučilište u Zagrebu  
**Fakultet strojarstva i brodogradnje**

# **ZAVRŠNI RAD**

Voditelj rada:  
Prof.dr.sc. Mario Šavar

Hrvoje Drašković

Zagreb, 2009.

## *Izjava*

*Izjavljujem pod punom materijalnom i moralnom odgovornošću da sam završni rad izradio samostalno, isključivo znanjem stečenim na Fakultetu strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, uz pomoć prof.dr.sc. Maria Šavara, te asistenta Severina Krizmanića kojem se ovim putem zahvaljujem, te literaturom navedenom u popisu referenci.*

*U Zagrebu, listopad 2009.*

# SADRŽAJ

|  |            |
|--|------------|
| <b>POPIS SLIKA</b> .....                               | <b>II</b>  |
| <b>POPIS TABLICA</b> .....                             | <b>IV</b>  |
| <b>POPIS OZNAKA</b> .....                              | <b>V</b>   |
| <b>SAŽETAK</b> .....                                   | <b>VII</b> |
| <b>1. UVOD</b> .....                                   | <b>1</b>   |
| <b>2. TEORIJSKE OSNOVE DINAMIKE FLUIDA,[1,2]</b> ..... | <b>2</b>   |
| <b>2.1 OSNOVNE JEDNADŽBE DINAMIKE FLUIDA</b> .....     | <b>2</b>   |
| 2.1.1 Opći oblik očuvanja.....                         | 2          |
| 2.1.2 Skup osnovnih jednadžbi dinamike fluida.....     | 3          |
| <b>2.2 TURBULENTNO STRUJANJE,[1,2]</b> .....           | <b>5</b>   |
| 2.2.1 Statističko opisivanje turbulencije.....         | 7          |
| 2.2.2 $k$ - $\epsilon$ model turbulencije.....         | 9          |
| <b>2.3. METODA KONAČNIH VOLUMENA</b> .....             | <b>13</b>  |
| <b>3. PREGLED IZVEDENIH MJERENJA,[3]</b> .....         | <b>19</b>  |
| <b>4. NUMERIČKA SIMULACIJA</b> .....                   | <b>23</b>  |
| <b>4.1 PRETPOSTAVKE SIMULACIJE</b> .....               | <b>23</b>  |
| <b>4.2 POSTAVKE SIMULACIJE</b> .....                   | <b>27</b>  |
| <b>4.3 NUMERIČKA SIMULACIJA</b> .....                  | <b>33</b>  |
| 4.3.1 Ekvivalentna zračnost 20 mm.....                 | 33         |
| 4.3.2 Ekvivalentna zračnost 12 mm.....                 | 36         |
| 4.3.3 Ekvivalentna zračnost 5 mm.....                  | 39         |
| 4.3.4 Ekvivalentna zračnost 2 mm.....                  | 42         |
| 4.3.5 Ekvivalentna zračnost 1 mm.....                  | 45         |
| <b>5. DISKUSIJA REZULTATA</b> .....                    | <b>49</b>  |
| <b>6. ZAKLJUČAK</b> .....                              | <b>51</b>  |
| <b>7. LITERATURA</b> .....                             | <b>52</b>  |

## Popis slika

|   |    |
|---|----|
| <i>Slika 1.1 Izgled tipičnog zasuna</i> .....   | 1  |
| <i>Slika 2.1 Rezultati mjerenja tlaka</i> .....   | 6  |
| <i>Slika 2.2 Uz definiciju osrednjene vrijednosti</i> .....   | 7  |
| <i>Slika 2.3 Dijagram graničnog sloja</i> .....   | 11 |
| <i>Slika 2.4 Mreža konačnih volumena-2D</i> .....   | 14 |
| <i>Slika 2.5 Shema centralne diferencije</i> .....  | 17 |
| <i>Slika 2.6 Uzvodna shema diferencije</i> .....  | 17 |
| <i>Slika 3.1 Shema mjerne instalacije</i> .....   | 19 |
| <i>Slika 3.2 Baždarna krivulja tlačnog osjetnika</i> .....  | 20 |
| <i>Slika 3.3 Ovisnost koeficijenta gubitaka o zakretu vretena</i> .....   | 22 |
| <i>Slika 1.1 Izgled tipičnog zasuna</i> .....   | 23 |
| <i>Slika 4.1 model zasuna</i> .....   | 24 |
| <i>Slika 4.2 Domena kroz koju struji fluid</i> .....  | 24 |
| <i>Slika 4.3 Zračnost <math>h=12\text{mm}</math></i> .....  | 25 |
| <i>Slika 4.4 Zračnost <math>h=1\text{mm}</math></i> .....   | 25 |
| <i>Slika 4.5 Zračnost <math>h=2\text{mm}</math></i> .....   | 25 |
| <i>Slika 4.6 Zračnost <math>h=5\text{mm}</math></i> .....   | 25 |
| <i>Slika 4.7 Zadavanje rubnih uvjeta</i> .....  | 26 |
| <i>Slika 4.8 Zadavanje radne tvari</i> .....  | 26 |
| <i>Slika 4.9 Odabrani model viskoznosti</i> .....   | 27 |
| <i>Slika 4.10 Odabir sheme rješavanja viskoznog modela</i> .....  | 28 |
| <i>Slika 4.11 Odabir sheme diferencija i algoritma za povezivanje tlaka i brzine</i> .....                      | 28 |
| <i>Slika 4.12 Izbornik za odabir radnog medija</i> .....  | 29 |
| <i>Slika 4.13 Izbornik za odabir rubnog uvjeta stanja na ulazu</i> .....  | 29 |
| <i>Slika 4.14 Definiranje referentne točke tlaka</i> .....  | 30 |
| <i>Slika 4.15 Referentne vrijednosti</i> .....  | 30 |
| <i>Slika 4.16 Računanje Courantovog broja za kompletnu domenu</i> .....   | 31 |
| <i>Slika 4.17 Izbornik za odabir vremenskog koraka integracije</i> .....  | 32 |
| <i>Slika 4.18 Prikaz ponašanja reziduala po iteracijama za <math>h=20\text{mm}</math></i> .....                 | 33 |
| <i>Slika 4.19 Koeficijenti gubitaka stacionarnog i nestacionarnog rješenja <math>h=20\text{mm}</math></i> ..... | 34 |
| <i>Slika 4.20 Polje brzina na ravnini simetrije u blizini procjepa za <math>h=20\text{mm}</math></i> .....      | 35 |
| <i>Slika 4.21 Polje tlaka na ravnini simetrije za <math>h=20\text{mm}</math></i> .....                          | 35 |
| <i>Slika 4.22 <math>y^+</math> u području procjepa zasuna za <math>h=20\text{mm}</math></i> .....               | 36 |
| <i>Slika 4.23 Prikaz ponašanja reziduala po iteracijama za <math>h=12\text{mm}</math></i> .....                 | 37 |
| <i>Slika 4.24 Koeficijenti gubitaka stacionarnog i nestacionarnog rješenja <math>h=12\text{mm}</math></i> ..... | 37 |
| <i>Slika 4.25 Polje brzina na ravnini simetrije u blizini procjepa za <math>h=12\text{mm}</math></i> .....      | 38 |
| <i>Slika 4.26 Polje tlaka na ravnini simetrije za <math>h=12\text{mm}</math></i> .....                          | 38 |
| <i>Slika 4.27 <math>y^+</math> u području procjepa zasuna za <math>h=12\text{mm}</math></i> .....               | 39 |
| <i>Slika 4.28 Prikaz ponašanja reziduala po iteracijama za <math>h=5\text{mm}</math></i> .....                  | 40 |
| <i>Slika 4.29 Koeficijenti gubitaka stacionarnog i nestacionarnog rješenja <math>h=5\text{mm}</math></i> .....  | 40 |
| <i>Slika 4.30 Polje brzina na ravnini simetrije u blizini procjepa za <math>h=5\text{mm}</math></i> .....       | 41 |
| <i>Slika 4.31 Polje tlaka na ravnini simetrije za <math>h=5\text{mm}</math></i> .....                           | 41 |
| <i>Slika 4.32 <math>y^+</math> u području procjepa zasuna za <math>h=5\text{mm}</math></i> .....                | 42 |
| <i>Slika 4.33 Prikaz ponašanja reziduala po iteracijama za <math>h=2\text{mm}</math></i> .....                  | 43 |
| <i>Slika 4.34 Koeficijenti gubitaka stacionarnog i nestacionarnog rješenja <math>h=2\text{mm}</math></i> .....  | 43 |
| <i>Slika 4.35 Polje brzina na ravnini simetrije u blizini procjepa za <math>h=2\text{mm}</math></i> .....       | 44 |
| <i>Slika 4.36 Polje tlaka na ravnini simetrije za <math>h=2\text{mm}</math></i> .....                           | 44 |

|   |    |
|---|----|
| <i>Slika 4.37</i> $y^+$ u području procjepa zasuna za $h=2\text{mm}$ .....                          | 45 |
| <i>Slika 4.38</i> Prikaz ponašanja reziduala po iteracijama za $h=1\text{mm}$ .....                 | 46 |
| <i>Slika 4.39</i> Koeficijenti gubitaka stacionarnog i nestacionarnog rješenja $h=1\text{mm}$ ..... | 46 |
| <i>Slika 4.40</i> Polje brzina na ravnini simetrije u blizini procjepa za $h=1\text{mm}$ .....      | 47 |
| <i>Slika 4.41</i> Polje tlaka na ravnini simetrije za $h=1\text{mm}$ .....                          | 47 |
| <i>Slika 4.42</i> $y^+$ u području procjepa zasuna za $h=1\text{mm}$ .....                          | 48 |
| <i>Slika 5.1</i> Dijagram izračunatih koeficijenata gubitaka .....                                  | 49 |
| <i>Slika 5.2</i> Dijagram komparacije rezultata .....   | 50 |

## Popis tablica

|  |    |
|--|----|
| <i>Tablica 1. PODACI DOBIVENI MJERENJIMA</i> ..... | 21 |
|--|----|



## Popis oznaka

|                        |             |   |  |
|------------------------|-------------|---|--|
| $\rho$ ,               | $kg / m^3$  | - | Gustoća  |
| $\varphi$ ,            |             | - | Fizikalno svojstvo                             |
| $t$ ,                  | $s$         | - | Vrijeme  |
| $f_i$ ,                | $m / s^2$   | - | Specifične masene sile                         |
| $V_M$ ,                | $m^3$       | - | Materijalni volumen                            |
| $\sigma_i$ ,           | $N / m^2$   | - | Vektor naprezanja                              |
| $\sigma_{ji}$ ,        | $N / m^2$   | - | Tenzor naprezanja                              |
| $v_i$ ,                | $m / s$     | - | Brzina u smjeru $i$ -te osi                    |
| $u$ ,                  | $J / kg$    | - | Specifična unutarnja energija                  |
| $k$ ,                  | $J / kg$    | - | Specifična kinetička energija                  |
| $p$ ,                  | $Pa$        | - | Tlak   |
| $T$ ,                  | $K$         | - | Temperatura                                    |
| $c_v$ ,                | $J / kgK$   | - | Specifični toplinski kapacitet pri $v$ =konst. |
| $R$ ,                  | $J / kgK$   | - | Individualna plinska konstanta                 |
| $R_m$ ,                | $J / kmolK$ | - | Opća (molarna) plinska konstanta (8314)        |
| $\lambda$ ,            | $W / m^2K$  | - | Koeficijent toplinske vodljivosti              |
| $\delta_{ij}$ ,        |             | - | Jedinični tenzor                               |
| $\Sigma_{ji}$ ,        | $N / m^2$   | - | Tenzor viskoznih naprezanja                    |
| $\mu$ ,                | $Pas$       | - | Dinamička viskoznost                           |
| $\mu_v$ ,              | $Pas$       | - | Volumenska viskoznost                          |
| $D_{ji}$ ,             | $1 / s$     | - | Tenzor brzine deformacije                      |
| $\lambda_t$ ,          |             | - | Faktor trenja                                  |
| $Re$ ,                 |             | - | Reynoldsova značajka                           |
| $f$ ,                  | $Hz$        | - | Frekvencija                                    |
| $\bar{k}$ ,            | $m^2 / s^2$ | - | Kinetička energija turbulencije                |
| $\mu_t$ ,              | $Pas$       | - | Turbulentna viskoznost                         |
| $\bar{\varepsilon}$ ,  | $m^2 / s^3$ | - | Brzina disipacije kin. energije turbulencije   |
| $v_t$ ,                | $m / s$     | - | Karakteristična brzina turbulentnih pulsacija  |
| $l_t$ ,                | $m$         | - | Turbulentna duljina puta miješanja             |
| $C_\mu$ ,              |             | - | Konstanta razmjernosti (0.09)                  |
| $C_1$ ,                |             | - | Konstanta $k - \varepsilon$ modela (1.44)      |
| $C_2$ ,                |             | - | Konstanta $k - \varepsilon$ modela (1.92)      |
| $\sigma_k$ ,           |             | - | Schmitov broj za $\bar{k}$ (1)                 |
| $\sigma_\varepsilon$ , |             | - | Schmitov broj za $\bar{\varepsilon}$ (1.3)     |
| $\tau_w$ ,             | $N / m^2$   | - | Smično naprezanje                              |

|              |         |   |  |
|--------------|---------|---|--|
| $\kappa$ ,   |         | - | Von Karmanova konstanta                  |
| $u^+$ ,      |         | - | Bezdimenzijska brzina                    |
| $y^+$ ,      |         | - | Bezdimenzijska udaljenost od stijenke    |
| $v_t$ ,      | $m/s$   | - | Brzina trenja                            |
| $u$ ,        | $m/s$   | - | Brzina u $x$ smjeru                      |
| $v$ ,        | $m/s$   | - | Brzina u $y$ smjeru                      |
| $\alpha$ ,   |         | - | Kut zakreta vretena                      |
| $a^u$ ,      |         | - | Koeficijenti za brzine u $x$ smjeru      |
| $a^v$ ,      |         | - | Koeficijenti za brzine u $y$ smjeru      |
| $u_{nb}$ ,   | $m/s$   | - | Brzine u $x$ smjeru na stranicama KV     |
| $v_{nb}$ ,   | $m/s$   | - | Brzine u $y$ smjeru na stranicama KV     |
| $p^*$ ,      | $Pa$    | - | Trenutna vrijednost tlaka                |
| $p'$ ,       | $Pa$    | - | Vrijednost korekcije tlaka               |
| $u^*$ ,      | $m/s$   | - | Trenutna vrijednost brzine u $x$ smjeru  |
| $u'$ ,       | $m/s$   | - | Vrijednost korekcije brzine u $x$ smjeru |
| $v^*$ ,      | $m/s$   | - | Trenutna vrijednost brzine u $y$ smjeru  |
| $v'$ ,       | $m/s$   | - | Vrijednost korekcije brzine u $y$ smjeru |
| $a_p$ ,      |         | - | Koeficijenti za korekciju tlaka          |
| $\alpha_u$ , |         | - | Faktor podrelaksacije brzine $u$         |
| $\alpha_v$ , |         | - | Faktor podrelaksacije brzine $v$         |
| $\alpha_p$ , |         | - | Faktor podrelaksacije tlaka              |
| $D$ ,        | $m$     | - | Promjer cijevi                           |
| $\nu$ ,      | $m^2/s$ | - | Kinematička viskoznost                   |
| $H$ ,        | $m$     | - | Visina prepreke                          |
| $Pe$ ,       |         | - | Pecletov broj $C_p$                      |
| $C_p$ ,      |         | - | Bezdimenzijski koeficijent tlaka         |
| $H_s$ ,      | $m$     | - | Visina ekvivalentne zračnosti            |
| $\Delta V$   | $m^3$   | - | Volumen umjerne posude                   |
| $Q$          | $m^3/s$ | - | Protok kroz cijev                        |
| $K_z$        |         | - | Koeficijent gubitaka zasuna              |

## Sažetak

Često korišteni zaporni armaturni elementi u različitim cjevovodnim sustavima jesu zasuni. Zasuni funkcioniraju na principu fizičkog odvajanja fluida, te se u velikoj većini slučajeva koriste u cjevovodima kroz koje struji kapljevine. U zasunima se koristi klin kao zaporni element koji pritezanjem vretena, na koje je klin pričvršćen, naliježe na površinu utora u cjevovodu i time prekida tok fluida. U promatranom idealnom slučaju oblik klina i utora jesu savršene kružnice koje u potpunosti naliježu jedna na drugu, tj. kolinearne su i time u potpunosti brtve prolaz kroz koji eventualno struji fluid. No tijekom realne dugotrajne eksploatacije, bila to konstantna zatvorenost ili često zatvaranje i otvaranje zasuna, javljaju se nepovoljne okolnosti koje bitno utječu na mjeru zapornosti zasuna. Postoje niz takvih pojava, npr. korozija, sakupljanje nečistoća u utoru, abrazija, nesavršenosti pri proizvodnji, itd. Te sve pojave imaju za posljedicu protjecanje fluida kroz zasun i samim time generiraju ekvivalentnu zračnost između utora i zasuna.

U ovom radu napravljena je numerička simulacija propuštanja idealiziranog zasuna računalnim programom FLUENT. Promatrati će se 5 različitih slučajeva zatvorenosti zasuna, kojima je glavni cilj odrediti koeficijent gubitaka zasuna. Rezultati će se prikazati u integralnom obliku, pošto su te veličine i zanimljive inženjeru u praksi.

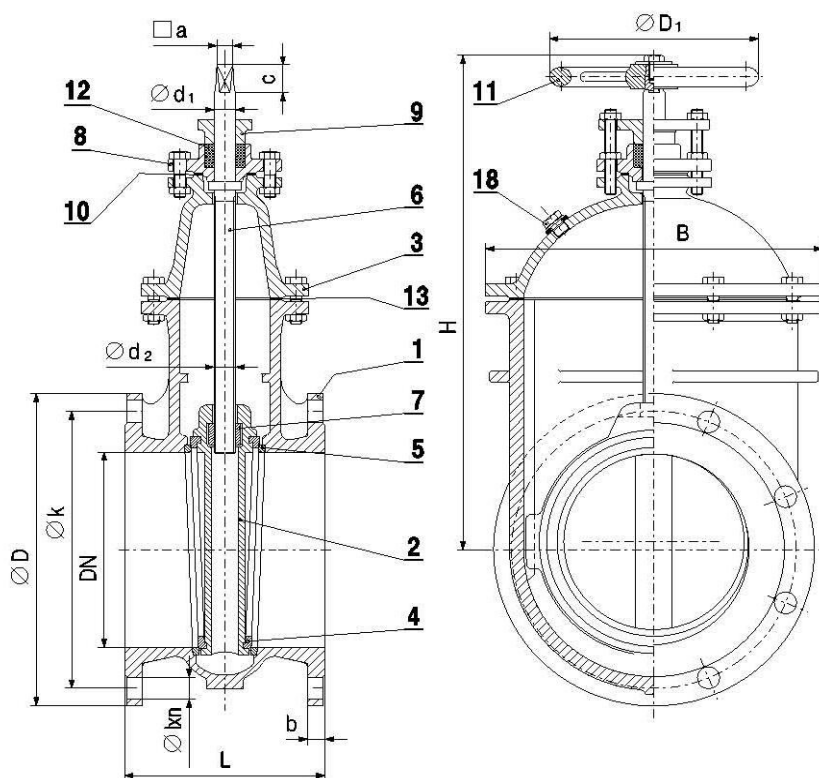
Mreže konačnih volumena korištene za numeričku simulaciju napravljene su u predprocesoru GAMBITU, dok se kao numerički rješavač strujanja koristio računalni program FLUENT. U uvodnom dijelu ovog završnog rada opisan je kratak pregled problema propuštanja zasuna, zajedno sa faktorima koji utječu na postojeći problem.

Nadalje u radu dan je kratak opis metode konačnih volumena s pregledom parametara odabranog modela turbulencije. U nastavku rada biti će prikazan korišteni diskretizirani kontinuum, te rezultati dobiveni numeričkim simulacijama. Rezultatima će se kritički pristupiti i usporediti ih sa realnim slučajem propuštanja zasuna, koji je dan u [3]. Rezultati su prikazani u obliku slika polja fizikalnih veličina, te dijagrama relevantnih veličina.

## 1. UVOD

Kroz ovaj Rad će se analizirati utjecaj zračnosti na protok, odnosno lokalni koeficijent gubitaka mehaničke energije. U Laboratoriju za hidrodinamiku i hidruličke srojeve provedeno je eksperimentalno ispitivanje zasuna DN 250 prema Europskoj normi EN 1267 (Valves-Test of flow resistance using water as a test fluid), te su te veličine [3] kasnije korištene za određene pretpostavke simulacije. Također su sukladno s tim veličinama navedene usporedbe sa simulacijom. Pri određivanju tih pretpostavki potrebno je iskustvo o poznavanju specifičnog problema, u ovom slučaju ponašanju fizikalnih veličina o zračnosti zasuna za dobivanje ispravih rezultata.

Niže, na slici 1.1, prikazana je tipična izvedba zasuna dobivena od strane Metalske industrije Varaždin, te njegovih nazivnih veličina.



Slika 1.1 Izgled tipičnog zasuna

## 2. TEORIJSKE OSNOVE DINAMIKE FLUIDA,[1,2]

### 2.1 OSNOVNE JEDNADŽBE DINAMIKE FLUIDA

Svi izrazi u poglavlju bit će napisani za materijalni volumen, tj. volumen koji se sastoji od jedno te istih čestica. Da bi se izvele osnovne jednačbe koristiti će se sljedeće relacije:

Gaussov teorem:

$$\int_{V_M(t)} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} dV = \int_{S_M(t)} \varphi n_j dS \quad (0.1)$$

Brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva unutar materijalnog volumena:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \varphi dV = \int_{V_M(t)} \rho \frac{D\varphi}{Dt} dV \quad (0.2)$$

Raspis materijalne derivacije fizikalnog svojstva:

$$\rho \frac{D\varphi}{Dt} = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} = \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j \varphi)}{\partial x_j} \quad (0.3)$$

U relacijama (2.1), (2.2) i (2.3)  $\rho$  označava gustoću fluida, a  $\varphi$  masenu gustoću fizikalnog svojstva.

#### 2.1.1 Opći oblik očuvanja

Može se iskazati sljedećom tvrdnjom. Brzina promjene sadržaja fizikalnog svojstva  $\varphi$  unutar materijalnog volumena može se prikazati kao zbroj površinskih i volumenskih izvora ili ponora.

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \varphi dV = \int_{S_M(t)} S_j^s n_j dS + \int_{V_M(t)} S_\varphi dV \quad (0.4)$$

Površinske izvore/ponore predstavlja prvi integral desne strane dok volumenske predstavlja drugi integral desne strane jednačbe. U jednačbi (2.4)  $n_j$  označava vektor normale na površinu  $S_M$ .

Površinski izvori/ponori mogu se raspisati malo drugačije: uvođenjem koeficijenta difuzije  $\Gamma$  i primjenom relacije (2.1)

$$\int_{S_M(t)} S_j^s n_j dS = \int_{S_M(t)} \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} n_j dS = \int_{V_M(t)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) dV \quad (0.5)$$

Raspisivanjem lijeve strane jednadžbe (2.4) korištenjem (2.2) i (2.3) dobiva se:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_M(t)} \rho \varphi dV = \int_{V_M(t)} \rho \frac{D\varphi}{Dt} dV = \int_{V_M(t)} \left[ \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j \varphi)}{\partial x_j} \right] dV \quad (0.6)$$

Uvrštavanjem izraza (2.5) i (2.6) u (2.4) opći zakon očuvanja prelazi u oblik:

$$\int_{V_M(t)} \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} dV + \int_{V_M(t)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right] dV = \int_{V_M(t)} S_\varphi dV \quad (2.7)$$

Primjenom (2.1) na drugi integral u izrazu (2.7) može se dobiti:

$$\int_{V_M(t)} \frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} dV + \int_{S_M(t)} \left[ \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right] n_j dS = \int_{V_M(t)} S_\varphi dV \quad (0.7)$$

Izraz (2.8) predstavlja integralni oblik općeg zakona očuvanja, prvi član odgovara lokalnoj promjeni fizikalnog svojstva  $\varphi$ , drugi član predstavlja promjenu zbog konvekcije i difuzije, a član na desnoj strani je izvorski član.

Ako se promatra diferencijalno mali materijalni volumen (tj.  $\lim V_{M(t)} \rightarrow dV_{M(t)}$ ) dobije se diferencijalni oblik zakona:

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho v_j \varphi - \Gamma \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) = S_\varphi \quad (0.8)$$

## 2.1.2 Skup osnovnih jednadžbi dinamike fluida

*Slijedeće diferencijalne jednadžbe izvedene su iz osnovnih zakona dinamike fluida.*

Zakon očuvanja mase materijalnog volumena glasi: Brzina promjene mase materijalnog volumena jednaka je nuli. Matematički zapisano:

*Jednadžba kontinuiteta*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.10)$$

Zakon očuvanja količine gibanja za materijalni volumen glasi: Brzina promjene količine gibanja materijalnog volumena jednaka je sumi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen. Matematički zapisano:

*Jednadžba količine gibanja*

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \Sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (2.11)$$

Zakon očuvanja energije za materijalni volumen glasi: Brzina promjene zbroja kinetičke i unutarnje energije materijalnog volumena jednaka je snazi vanjskih masenih i površinskih sila koje djeluju na materijalni volumen, te brzini izmjene topline materijalnog volumena. Matematički zapisano:

*Energijska jednadžba*

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( \frac{v^2}{2} + u \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \rho v_j \left( \frac{v^2}{2} + u \right) \right] = \rho f_i v_i - \frac{\partial(p v_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(\Sigma_{ji} v_i)}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (2.12)$$

Često se umjesto energijske jednadžbe koristi temperaturna jednadžba koja se dobije oduzimanjem jednadžbe mehaničke energije od energijske jednadžbe.

*Temperaturna jednadžba*

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j T)}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\lambda}{c_v} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{c_v} \left[ -p \frac{\partial v_j}{\partial x_j} + \Sigma_{ji} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right] \quad (2.13)$$

Sljedeće jednadžbe su konstitutivne i vrijede samo pod posebnim ograničenjima, te kao takve u općem slučaju se nemoгу primjenjivati.

Za toplinsko i kalorički savršeni plin vrijede dvije jednadžbe stanja.

*Toplinska jednadžba stanja:*

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (2.14)$$

*Kalorička jednadžba stanja:*

$$u = c_v T \quad (2.15)$$

*Fourierov zakon toplinske vodljivosti*

Fourierov zakon postavlja linearnu vezu između vektora površinske gustoće toplinskog toka i gradijenta temperature, koja uz pretpostavku izotropnosti materijala poprima oblik:

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.16)$$

U izrazu (2.16)  $\lambda$  označava toplinsku provodnost fluida, pozitivna je veličina i funkcija je lokalnog termodinamičkog stanja. Predznak minus na desnoj strani jednadžbe označuje da će toplina spontano prelaziti s mjesta više temperature na mjesto niže temperature, tj. u smjeru suprotnom gradijentu temperature. To pokazuje da su vektori toplinskog toka i gradijenta temperature suprotno usmjereni kolinearni vektori

*Newtonov zakon viskoznosti*

Newtonov zakon viskoznosti uspostavlja linearnu vezu između simetričnog tenzora naprezanja i tenzora brzine deformacije. Tensor naprezanja se može prikazati u obliku:

$$\sigma_{ji} = -p\delta_{ji} + \Sigma_{ji} \quad (2.17)$$

$\delta_{ji}$  označava jedinični tenzor, a  $\Sigma_{ji}$  simetrični tenzor viskoznih naprezanja, koji se uz pretpostavku izotropnosti modelira izrazom:

$$\Sigma_{ji} = \mu \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left( \mu_v - \frac{2}{3}\mu \right) \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ji} = 2\mu D_{ji} + \left( \mu_v - \frac{2}{3}\mu \right) D_{kk} \delta_{ji} \quad (2.18)$$

U izrazu (2.32)  $\mu$  označava dinamičku viskoznost,  $\mu_v$  volumensku viskoznost, a  $D_{ji}$  tenzor brzine deformacije.

Utjecaj volumenske viskoznosti je značajan u strujanjima s značajnim gradijentima gustoće fluida (eksplozije, udarni valovi). Volumenska viskoznost jednoatomnih plinova jednaka je nuli, a u strujanjima gdje je brzina promjene volumena čestica fluida (odnosno gustoće fluida) mala koeficijent volumenske viskoznosti se može zanemariti. Za takav slučaj tenzor viskoznih naprezanja dan je izrazom:

$$\Sigma_{ji} = \mu \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = 2\mu D_{ji} \quad (2.19)$$

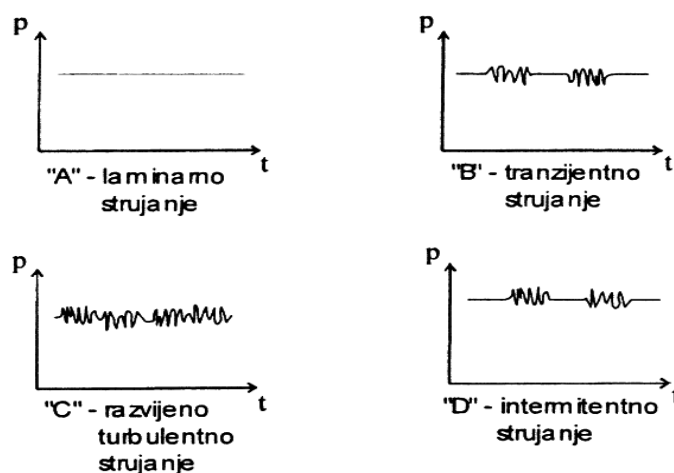
## 2.2 TURBULENTNO STRUJANJE, [1,2]

Turbulentno strujanje fluida je strujanje pri kojem svaka promjenljiva veličina pokazuje slučajne promjene. Turbulentno strujanje fluida najčešći je oblik strujanja u prirodi i pojavljuje se uvijek pri višim vrijednostima Reynoldsovog broja. Neki od primjera turbulentnog strujanja su: strujanje zraka oko automobila, aviona ili vlaka, strujanje vode oko brodskog trupa, strujanja u vodovodnim i plinskim cijevnim mrežama. Sama riječ turbulentan (nemiran, buran, pun poremećaja) dobro opisuje prirodu ovog strujanja. Reynolds je svojim eksperimentom u kojem je kroz sredinu prozirne cijevi puštao tanki mlaz obojene tekućine



pokazao karakter strujanja u ovisnosti od Reynoldsovog broja kojeg je mijenjao pomoću ventila na kraju cijevi. Pri niskim vrijednostima Reynoldsovog broja mlaz ostaje miran i ravan (laminarno strujanje), povećanjem Reynoldsovog broja mlaz počinje gubiti stabilnost i pojavljuje se periodičko iskrivljavanje mlaza. Daljnjim povećanjem Reynoldsovog broja nestabilnost se naglo povećava i mlaz obojene tekućine ispunjava čitav presjek cijevi iz čega je očito da postoji poprečno gibanje čestica fluida. Reynoldsov broj kod kojeg se pojavljuje prva nestabilnost naziva se kritičnim Reynoldsovim brojem (od 3000 da 5000 u cijevi). Vrijednost mu nije strogo određena već ovisi od oblika ulaza u cijev, hrapavosti stijenke cijevi, čistoći fluida, vanjskim utjecajima.

U prirodi se može ostvariti samo ono stacionarno strujanje fluida koje je stabilno u odnosu na male perturbacije. Matematičko ispitivanje stabilnosti rješenja vrši se perturbiranjem Navier-Stokesovih jednadžbi (jednadžbi količine gibanja) za Newtonovski fluid tj. dodaje se mali harmonički poremećaj njihovom osnovnom stacionarnom rješenju. Ako perturbacija slabi u vremenu strujanje je stabilno i ostaje stacionarno. Takvo strujanje nazivamo laminarnim. Ako pak perturbacije ne slabe, već se povećavaju, strujanje postaje nestacionarno bez obzira na stacionarne rubne uvjete i poprima kaotičan karakter. Takvo strujanje nazivamo turbulentnim. Turbulentno strujanje je kaotično strujanje fluida u kojem sve promjenjive veličine pokazuju slučajne promjene po vremenskoj i prostornim koordinatama, pri čemu je moguće razlučiti njihove statistički osrednjene vrijednosti. Izrazito je nestacionarno, karakterizirano je intenzivnim miješanjem fluida na razini većih ili manjih čestica. Intenzivno miješanje na nivou čestica daje turbulentnom strujanju difuzijski karakter s logičnom posljedicom povećanja disipacije energije. Prema tome može se zaključiti da turbulentno strujanje ima tri osnovne karakteristike: nestacionarnost, difuzijski karakter, povećanje disipacije energije.

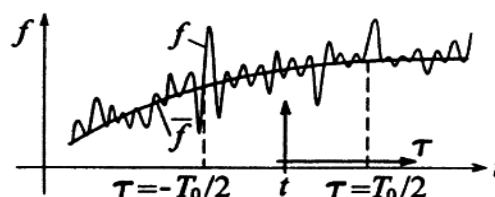


Slika 2.1 Rezultati mjerenja tlaka

## 2.2.1 Statističko opisivanje turbulencije

U razvijenom turbulentnom strujanju sve veličine pokazuju pulsacije u širokom spektru frekvencija i u širokom spektru valnih duljina. Pri numeričkom rješavanju Navier-Stokesovih jednadžbi za slučaj razvijenog turbulentnog strujanja diskretizacija područja proračuna bi trebala biti tako sitna da se obuhvate i najmanje amplitude pulsacija, a vremenski korak integracije tako fini da se obuhvate i najviše frekvencije turbulentnih pulsacija, što je vrlo zahtjevno sa stajališta kapaciteta i brzine računanja računala. Inženjera obično zanimaju integralne veličine poput protoka, ukupne sile tlaka, ukupne viskozne sile na neku površinu i sl. One također pokazuju slučajne promjene u vremenu, a inženjera će zanimati ne njihova trenutna vrijednost već srednja vrijednosti i eventualno amplituda odstupanja od prosječne vrijednosti. Danas se najčešće koristi vremensko uprosječenje (Reynoldsovo osrednjavanje). Ako se uzme da je  $f$  neka veličina u turbulentnom strujanju, ona se može prikazati zbrojem osrednjene vrijednosti  $\bar{f}$  i pulsirajućeg dijela  $f'$ . Vremenski osrednjena vrijednost  $\bar{f}$  u razdoblju  $T_0$  je po definiciji:

$$\bar{f}(x_i, t) = \frac{1}{T_0} \cdot \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f(x_i, t - \tau) \cdot d\tau \quad (2.21)$$



**Slika 2.2 Uz definiciju osrednjene vrijednosti**

Osrednjena vrijednost umnoška dvaju pulsirajućih članova nije jednaka nuli. U konzervativom obliku jednadžbe količine gibanja pojavljuje se umnožak  $v_i v_j$  čija je osrednjena vrijednost:

$$\overline{v_i v_j} = \overline{v_i v_j} + \overline{v_i' v_j'} \quad (2.20)$$

Član  $\overline{v_i' v_j'}$  označuje dvostruku korelaciju brzina u točki, fizikalno gledano taj će član opisivati turbulentnu difuziju količine gibanja, odnosno prijelaz količine gibanja uslijed miješanja čestica.

Kontrakcijom indeksa u izrazu (2.41) i dijeljenjem s 2 dobije se:

$$\frac{\overline{v^2}}{2} = \frac{\overline{v_i^2}}{2} + \frac{\overline{v_i'^2}}{2} \quad (2.21)$$

Ako se slika strujanja u turbulentnom strujanju gleda kao zbroj vremenski osrednjenog glavnog strujanja opisanog poljem brzine  $\overline{v_i}$  i pulsirajućeg strujanja opisanog poljem brzine  $v_i'$  fizikalno značenje članova jednadžbe (2.42) je slijedeće:

$\frac{\overline{v^2}}{2}$  - osrednjena vrijednost ukupne specifične kinetičke energije strujanja

$\frac{\overline{v_i^2}}{2}$  - specifična kinetička energija glavnog (osrednjenog) strujanja

$\frac{\overline{v_i'^2}}{2}$  - osrednjena vrijednost kin. energije pulsirajućeg strujanja ili kin. energija turbulencije

Ako se promatra nestlačivo turbulentno strujanje ( $\rho = konst.$ ) i ako se zanemari utjecaj masenih sila  $f_i = 0$  strujanje se može opisati jednadžbom kontinuiteta i jednadžbom količine gibanja u kojima su nepoznanice polje brzine  $v_i$  i polje tlaka  $p$ . Prema već izloženom ove veličine mogu se prikazati zbrojem osrednjene vrijednosti i pulsirajućeg dijela:  $v_i = \overline{v_i} + v_i'$  i  $p = \overline{p} + p'$ .

Osrednjena jednadžba kontinuiteta i osrednjena jednadžba količine gibanja tada su dane slijedećim izrazima:

$$\frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_j} = 0 \quad (2.22)$$

$$\rho \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{v_j v_i}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{v_i' v_j'} \right]$$

Skup vremenski osrednjenih jednadžbi kontinuiteta i količine gibanja naziva se Reynoldsovim jednadžbama. Iz osrednjene jednadžbe količine gibanja jasno je vidljivo da se ne može gledati samo osrednjeno strujanje, a da se pritom ne vodi računa o pulsirajućem strujanju, jer se u jednadžbi pojavljuje član koji je predstavnik pulsirajućeg strujanja ( $-\rho \overline{v_i' v_j'}$ ).

Taj član označuje turbulentnu difuziju količine gibanja i naziva se turbulentnim ili Reynoldsovim naprezanjima. Tenzor Reynoldsovih naprezanja simetričan je tenzor i sadrži 6 nepoznanica.

$$-\overline{\rho v'_i v'_j} = \begin{bmatrix} -\overline{\rho v'_1 v'_1} & -\overline{\rho v'_1 v'_2} & -\overline{\rho v'_1 v'_3} \\ -\overline{\rho v'_2 v'_1} & -\overline{\rho v'_2 v'_2} & -\overline{\rho v'_2 v'_3} \\ -\overline{\rho v'_3 v'_1} & -\overline{\rho v'_3 v'_2} & -\overline{\rho v'_3 v'_3} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Reynoldsove jednadžbe sadrže više nepoznanica nego što ima jednadžbi pa sustav nema jednoznačno rješenje. Prikazivanjem stohastičke prirode turbulentnog strujanja vremenski osrednjenim poljima brzine i tlaka izgubio se dio informacija koje sadrže Navier-Stokesove jednadžbe. Da bi se povratile izgubljene informacije potrebno je poznavati beskonačno mnogo korelacija brzine i tlaka. Iskustvo pak s druge strane pokazuje da je dovoljno poznavati konačan broj korelacija da bi se proračunale karakteristike polja zanimljive sa stajališta inženjerske prakse i na tome se temelje modeli turbulencije.

Zadatak modela turbulencije je usklađivanje broja jednadžbi i broj nepoznatih polja zaustavljajući se pritom na određenoj korelaciji. Sve se više korelacije modeliraju pomoću nižih koje su obuhvaćene modelom turbulencije. Opći zahtjevi koji se postavljaju na model turbulencije su univerzalnost, točnost i jednostavnost.

## 2.2.2 $k-\varepsilon$ model turbulencije

U našem proračunu koristiti ćemo  $k-\varepsilon$  model turbulencije.  $k-\varepsilon$  model turbulencije integriran je u većini današnjih programskih paketa za numeričku simulaciju turbulentnog strujanja, kao i u programskom paketu FLUENT. Postoji više načina za modeliranje koeficijenta turbulentne viskoznosti, a najjednostavniji od njih je Prandtlov koji se temelji na analogiji s molekularnom viskoznošću. Prema kinetičkoj teoriji plinova viskoznost fluida je manifestacija molekularnog gibanja i razmjerna je gustoći fluida, slobodnoj putanji molekula i karakterističnoj brzini molekula, pa se prema tome turbulentna viskoznost može definirati sljedećim izrazom:

$$\mu_t \approx \rho l_t \nu_t \quad (2.24)$$

u kojem je  $l_t$  duljina puta miješanja čestica fluida u turbulentnom strujanju, a  $\nu_t$  karakteristična brzina turbulentnih pulsacija.

Dvije karakteristične veličine (karakteristična brzina turbulentnih pulsacija  $\nu_t$  i duljina puta miješanja čestica fluida  $l_t$ ) definiraju su u ovisnosti o kinetičkoj energiji turbulencije  $\bar{k}$  i brzini njene disipacije  $\bar{\varepsilon}$  sljedećim izrazima:

$$v_t = \sqrt{\bar{k}}$$

$$l_t = \frac{\bar{k}^{\frac{3}{2}}}{\bar{\varepsilon}} \quad (2.25)$$

Ako se uvrste izrazi za brzinu turbulentnih pulsacija i duljinu puta miješanja u izraz za turbulentnu viskoznost dobiva se:

$$\mu_t \approx \rho \frac{\bar{k}^2}{\bar{\varepsilon}} \quad (2.26)$$

Izraz (2.26) još uvijek je približna vrijednost i potrebno ga je pomnožiti s određenom konstantom razmjernosti, što je u ovom slučaju  $C_\mu$ .

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{\bar{k}^2}{\bar{\varepsilon}} \quad (2.27)$$

Konstanta razmjernosti za razvijeno turbulentno strujanje i iznosi  $C_\mu = 0.09$ .

Na temelju karakterističnih veličina turbulencije može se definirati i Reynoldsov broj oblika:

$$Re_t = \frac{v_t l_t}{\nu} = \frac{\rho v_t l_t}{\mu} = \frac{\mu_t}{\mu} \quad (2.28)$$

Ako opću transportnu jednadžbu (2.9) za fizikalno svojstvo  $\varphi$  napišemo za  $\bar{k}$  dobiva se:

$$\frac{\partial(\rho\bar{k})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{v}_j\bar{k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial\bar{k}}{\partial x_j} \right] + \rho G - \rho\bar{\varepsilon} \quad (2.29)$$

Ako se pak opća transportna jednadžba (2.9) za fizikalno svojstvo  $\varphi$  napiše za  $\bar{\varepsilon}$  dobiva se:

$$\frac{\partial(\rho\bar{\varepsilon})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{v}_j\bar{\varepsilon})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial\bar{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + C_1 \rho G \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} - C_2 \rho \frac{\bar{\varepsilon}^2}{\bar{k}} \quad (2.30)$$

U jednadžbama (2.29) i (2.30)  $\sigma_k$  i  $\sigma_\varepsilon$  označuju Schmitove brojeve koji su definirani prema sljedećim relacijama:

$$\sigma_k = \frac{\mu}{\mu_k}$$

$$\sigma_\varepsilon = \frac{\mu}{\mu_\varepsilon} \quad (2.31)$$

Za Schmitove brojeve se uzimaju konstantne vrijednosti  $\sigma_k = 1$  i  $\sigma_\varepsilon = 1.3$  koje su određene eksperimentalno.

$G$  u jednadžbama (2.29) i (2.30) označava nastajanje turbulentne kinetičke energije i definirano je sljedećim izrazom

$$G = -\overline{v'_i v'_j} \frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_j} = -\mu_t \left( \frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \rho \overline{k} \delta_{ij} \quad (2.32)$$

Članovi  $-\rho \overline{\varepsilon}$  i  $-\rho \frac{\overline{\varepsilon}^2}{k}$  u jednačbama označuju disipaciju i to je razlog zašto imaju negativan predznak.

$C_1$  i  $C_2$  u jednačbama također su konstantne vrijednosti određene eksperimentalno i iznose:

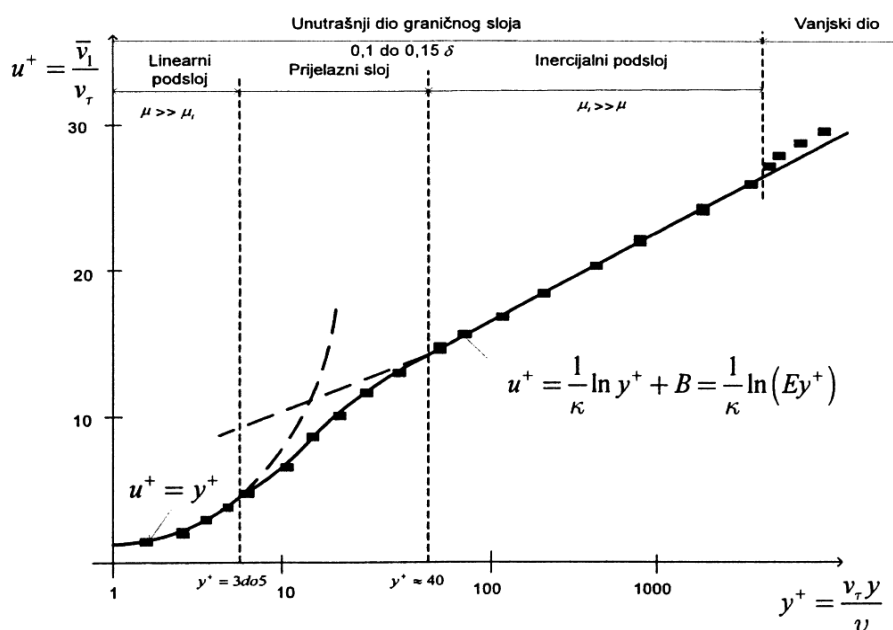
$$C_1 = 1.44 \quad C_2 = 1.92$$

Korištenjem  $k-\varepsilon$  modela turbulencije procesor računalnog programa rješava donji sustav jednačbi (jednačbu kontinuiteta, jednačbu količine gibanja u svim smjerovima te jednačbe za turbulentnu kinetičku energiju  $\overline{k}$  i disipaciju turbulentne kinetičke energije  $\overline{\varepsilon}$ ). Procesor rješava i energijsku jednačbu, ali ona u ovom slučaju nije potrebna.

Sve osnovne jednačbe dinamike fluida mogu se prikazati pomoću općeg zakona očuvanja (2.9) (općom konvekcijsko-difuzijskom jednačbom). U općem obliku zakona očuvanja pojavljuje se nestacionarni član, konvektivni član, difuzijski član i izvorski član u kojem se nalazi sve ono što ne pripada prethodnim članovima.

$k-\varepsilon$  model ne vrijedi u svim područjima koja se javljaju kod turbulentnog strujanja.

Slika 2.3 prikazuje dijagram graničnog sloja u blizini čvrste stijenke bez gradijenata tlaka uz pretpostavku ravninskog strujanja s izobraženim pro filom brzine.



Slika 2.3 Dijagram graničnog sloja

Iz slike vidljivo je da se granični sloj može podijeliti na linearni, prijelazni i inercijalni podsloj. U linearnom podsloju molekularna viskoznost je puno veća od turbulentne (linearni profil brzine), dok je u inercijalnom podsloju molekularna viskoznost zanemariva u odnosu na turbulentnu (logaritamski profil brzine). Postojanje ovih dvaju područja linearnog i logaritmičkog profila brzine potvrđeno je mjerenjima u graničnom sloju uz stijenku i u cjevovodima. Rezultati mjerenja obično se prikazuju u bezdimenzijskom obliku. Bezdimenzijske veličine i ostale veličine sa slike 2.3 dane su slijedećim izrazima:

*Brzina trenja*

$$v_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.33)$$

*Bezdimenzijska brzina i bezdimenzijska udaljenost od stijenke*

$$u^+ = \frac{v_t}{v_{\tau}} \quad (2.34)$$

$$y^+ = \frac{\rho y v_{\tau}}{\mu} \quad (2.35)$$

Linearni profil poklapa se s mjerenjima do vrijednosti  $y^+$  3 do 5. Područje u kojem se mjerenja dobro poklapaju s logaritamskim profilom brzine  $y^+$  ide od 40 do nekoliko tisuća.

$k-\varepsilon$  model turbulencije ne daje dobre rezultate u laminarnom i prijelaznom podsloju, stoga je potrebno voditi računa o izradi mreže konačnih volumena u blizini stijenke. Prvi čvor mreže konačnih volumena uvijek treba ići u područje inercijalnog podsloja tj.  $y^+$  mora biti veći od 40 (prema dijagramu graničnog sloja). Preporuka u Fluentu,[4] je da bi  $y^+$  trebao biti u rasponu od 30 do 300.

*Rubni uvjeti za  $k-\varepsilon$  model turbulencije*

$k-\varepsilon$  model vrijedi za visoke vrijednosti Reynoldsovog broja.  $Re_t$  predstavlja odnos koeficijenta turbulentne i molekularne viskoznosti. U blizini zida  $k$  teži k nuli, a  $\varepsilon$  ka nekoj konačnoj vrijednosti, tj.  $Re_t$  se smanjuje te dolazi u područje u kojem se ne može primijeniti  $k-\varepsilon$  model. Ovaj problem se rješava ili formulacijom specijalnog modela turbulencije koji vrijedi za granični sloj ili premošćivanjem područja u kojem  $k-\varepsilon$  model ne vrijedi pomoću

zidnih funkcija. Zidne funkcije temelje se na eksperimentalno potvrđenom postojanju područja u graničnom sloju s logaritamskim profilom brzine koji je opisan na slijedeći način:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (2.36)$$

U jednadžbi (2.36)  $\kappa$  označava von Karmanovu konstantu, a  $E$  integracijsku konstantu koja je ovisna o hrapavosti stijenke. Uz pretpostavku da su generiranje i disipacija turbulentne kinetičke energije približno jednaki može se pokazati da vrijedi:

$$v_\tau = C_\mu^{1/4} \sqrt{\bar{k}} \quad (2.37)$$

Iz jednadžbe (2.33) i relacija (2.34), (2.35) i (2.36) može se izvesti izraz za smično naprezanja na zidu oblika:

$$\tau_w = \rho v_\tau^2 = \rho C_\mu^{1/4} \sqrt{\bar{k}} \frac{\kappa v_t}{\ln(Ey^+)} \quad (2.38)$$

Pri korištenju zidnih funkcija difuzijski protok  $\bar{k}$  se uzima jednak nuli tj. normalna derivacija  $\bar{k}$  na zidu jednaka je nuli.

Generacija turbulentne kinetičke energije u blizini područja zida računa se prema slijedećem izrazu:

$$G \approx \tau_w \frac{\partial v_t}{\partial y} \quad (2.39)$$

Izraz (2.39) predstavlja aproksimaciju dominantnog člana ukupne generacije turbulentne kinetičke energije koji vrijedi u blizini zida, jer je smično naprezanje u tom području približno konstantne vrijednosti.

Ako se koriste zidne funkcije ne rješava se jednadžba za  $\bar{\varepsilon}$  za konačni volumen uz zid već se  $\bar{\varepsilon}$  u centru konačnog volumena (čvor P) izjednači sa:

$$\bar{\varepsilon}_p = \frac{C_\mu^{3/4} \bar{k}_p^{3/2}}{\kappa y_p} \quad (2.40)$$

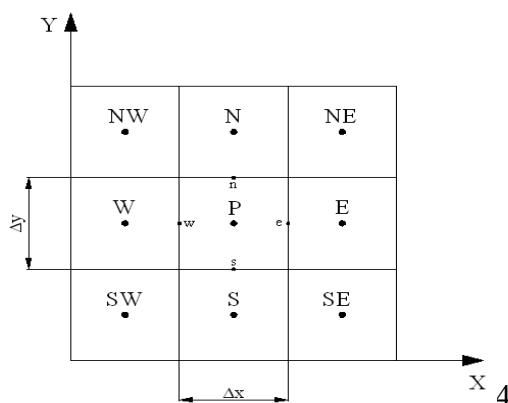
Gornji rubni uvjeti vrijede kada je prvi čvor unutar inercijalnog podsloja, tj. kad je  $y^+$  veći od trideset.

### 2.3. METODA KONAČNIH VOLUMENA

Ovom metodom promjena nepoznate varijable strujanja  $\varphi$  opisuje se vrijednostima varijable u toj i/ili susjednim točkama. Najzastupljenija je u rješavanja problema strujanja



fluida i implementirana je u rješavač. Osnovna razlika ove metode naspram ostalih je da su osnovne jednačbe strujanja integrirane po svim konačnim volumenima unutar područja proračuna, tako da se rezultirajuće algebarske jednačbe također odnose na pojedini konačni volumen. Metoda konačnih volumena najzastupljenija je metoda rješavanja problema strujanja fluida. Temelji se na diskretizaciji domene (proračunskog područja) u konačan broj konačnih volumena koji se međusobno ne preklapaju. Čvor u kojem se računaju vrijednosti fizikalnog svojstva trebao bi se nalaziti u težištu svakog pojedinog volumena, stranica treba presjecati spojnicu susjednih čvorova u sredini, a spojnica sjeći stranicu u sredini. Ispunjavanje ovih zahtjeva povećava točnost interpolacije. Protok kroz granicu dvaju susjednih konačnih volumena mora biti definiran istim izrazom (samo različitog predznaka) da bi bilo ispunjeno svojstvo konzervativnosti. Polazi se od integralne forme zakona očuvanja. Budući da se rješava integralna forma implicitno su zadovoljene bilance fizikalnih svojstava na razini konačnog volumena te domene u cjelini. Metoda konačnih volumena temelji se na diferencijalnom obliku općeg zakona očuvanja prikazanom jednačbom (2.9). Ako se promotri 2D domena diskretizirana s pravokutnom mrežom (slika 2.4) na kojoj se fizikalno svojstvo mijenja s prostornim i vremenskom koordinatom može se pokazati kako se opći zakon očuvanja koji je opisan parcijalnom diferencijalnom jednačbom (2.9) uz uvođenje određenih aproksimacija može prikazati algebarskom jednačbom.



**Slika 2.4 Mreža konačnih volumena-2D**

Ako fizikalno svojstvo označimo s  $\varphi$  u starom vremenskom trenutku ono će imati oznaku  $\varphi^0$ , a u novom  $\varphi^n$ . Brzinu u smjeru osi  $x$  označimo s  $u$ , a u smjeru  $y$  s  $v$ . Raspisivanje m općeg zakona očuvanja po prostornim koordinatama dobije se:

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho u\varphi - \Gamma \frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho v\varphi - \Gamma \frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) = S_\varphi \quad (2.41)$$

Iz izraza (2.42) potrebno je dobiti integralni oblik jednadžbe za konačni volumen s čvorom P u njegovom težištu. Interpolacijom vrijednosti fizikalnog svojstva u čvoru P s pomoću susjednih čvorova na stranicama konačnog volumena, integriranjem po prostornim i vremenskoj koordinati te raspisivanjem integrala kojih je to moguće dobije se:

$$\int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta y} [(\rho\varphi_P)^n - (\rho\varphi_P)^o] dx dy + \int_0^{\Delta y} \int_0^{\Delta t} \left(\rho u\varphi - \Gamma \frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) \Big|_w^e dy dt + \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta t} \left(\rho v\varphi - \Gamma \frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) \Big|_s^n dx dt = \int_0^{\Delta x} \int_0^{\Delta y} \int_0^{\Delta t} S_\varphi dx dy dt \quad (2.42)$$

Da bi se riješili integrali u jednadžbi (2.42) moraju se uvesti određene aproksimacije pomoću srednjih vrijednosti funkcija. Prema definiciji srednja vrijednost neke funkcije  $f$  dana je izrazom:

$$\int_0^{\Delta x} f(x) dx = \bar{f} \Delta x \quad (2.43)$$

Usvajanjem slijedećih oznaka za aproksimacije i pravila može se izvesti konačna jednadžba po konačnom volumenu s nepoznatim vrijednostima  $\varphi$ ,  $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial\varphi}{\partial y}$  u točkama  $e$ ,  $w$ ,  $s$  i  $n$  na granicama konačnog volumena.

– srednja vrijednost po površini  $\Delta x \Delta y$

~ srednja vrijednost po  $\Delta x \Delta y \Delta t$

^ srednja vrijednost po  $\Delta x \Delta t$  ili  $\Delta y \Delta t$

$$\tilde{u}\varphi = \hat{u}\hat{\varphi}$$

$$\left(\Gamma \frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_e = \Gamma_e \frac{\partial\varphi}{\partial x} \Big|_e \quad (2.44)$$

Ako se uzme da su gustoća  $\rho$  i koeficijenti difuzije  $\Gamma$  konstantne vrijednosti dobiva se slijedeći izraz:

$$\rho \frac{\varphi_P^n - \varphi_P^o}{\Delta t} \Delta x \Delta y + \left[ \rho u_e \varphi_e - \Gamma_e \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_e \right] \Delta y - \left[ \rho u_w \varphi_w - \Gamma_w \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_w \right] \Delta y + \left[ \rho v_n \varphi_n - \Gamma_n \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_n \right] \Delta x - \left[ \rho v_s \varphi_s - \Gamma_s \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_s \right] \Delta x = \tilde{\zeta}_{\varphi} \quad (2.45)$$

U izrazu (2.45) članovi s uglatim zagradama označavaju protok fizikalnog svojstva kroz stranicu konačnog volumena koji se označava s  $J$  i može se napisati u ovom obliku:

$$J_e = \left[ \rho u_e \varphi_e - \Gamma_e \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_e \right] \Delta y \quad (2.46)$$

Izraz (2.46) označava protok fizikalnog svojstva kroz stranicu na kojoj se nalazi točka  $e$  i može se napisati kraće pomoću masenog protoka tj. jačine konvekcije  $F$  i difuzijske vodljivosti  $D$  kako slijedi:

$$J_e = F_e \varphi_e - D_e \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_e \quad (2.47)$$

Analogno vrijedi i za ostale stranice.

Općenito Pecletov broj definira se kao odnos masenog protoka i difuzijske vodljivosti:

$$Pe = \frac{F}{D} = \frac{\rho v^n \Delta A}{\Gamma \frac{\Delta A}{s}} = \frac{\rho v^n s}{\Gamma} \quad (2.48)$$

gdje je  $v^n$  projekcija vektora brzine u smjeru vanjske normale na stranicu konačnog volumena,  $s$  udaljenost središta stranice konačnog volumena od čvorova konačnog volumena, a  $\Delta A$  površina stranice konačnog volumena.

Jednadžba (2.45) se može pomoću (2.47) kraće zapisati:

$$\rho \frac{\varphi_P^n - \varphi_P^o}{\Delta t} \Delta x \Delta y + J_e - J_w + J_n - J_s = \tilde{\zeta}_{\varphi} \quad (2.49)$$

Primjenom određene sheme diferencije potrebno je definirati vrijednosti  $\varphi$  i derivacija

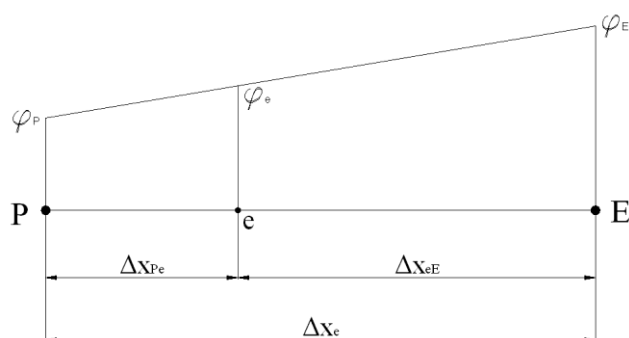
$\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$  na granicama konačnih volumena s pomoću čvornih vrijednosti. Nelinearni

izvorski članovi  $\tilde{\zeta}_{\varphi}$  se lineariziraju u obliku:

$$\tilde{\zeta}_{\varphi} = \dots - B \quad (2.50)$$

Često primjenjivane sheme za određivanje tih vrijednosti su shema centralne diferencije i uzvodna (upwind) shema.

### Shema centralne diferencije



Slika 2.5 Shema centralne diferencije

$$\varphi_e = \frac{\Delta x_{eE}}{\Delta x_e} \varphi_P + \frac{\Delta x_{Pe}}{\Delta x_e} \varphi_E \quad (2.51)$$

uz  $\frac{\Delta x_{eE}}{\Delta x_e} = \alpha$  i  $\frac{\Delta x_{Pe}}{\Delta x_e} = (1 - \alpha)$  slijedi:

$$\varphi_e = \alpha \varphi_P + (1 - \alpha) \varphi_E$$

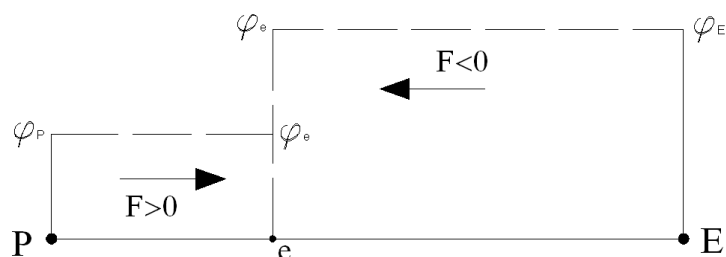
$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_e = \varphi_E - \varphi_P \quad (2.52)$$

Kad je  $\alpha = 0.5$  točka  $e$  na jednakoj je udaljenosti od čvorova P i E i tada su vrijednosti na granicama konačnog volumena definirane na slijedeći način:

$$\varphi_e = \frac{1}{2} (\varphi_P + \varphi_E) \quad (2.53)$$

Shema centralne diferencije je drugog reda točnosti ali može unijeti numeričku nestabilnost u rezultate

### Uzvodna (upwind) shema diferencije



Slika 2.6 Uzvodna shema diferencije

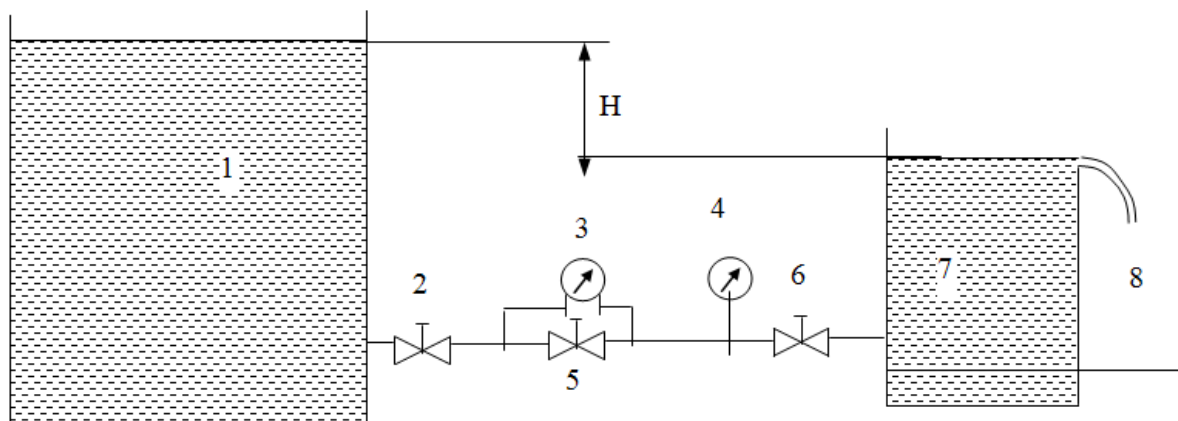
$$\varphi_e = \varphi_P \text{ za } F > 0, \quad \varphi_e = \varphi_E \text{ za } F < 0 \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_e = \varphi_E - \varphi_P \quad (2.54)$$

Uzvodna shema diferencije prvog je reda točnosti pa stoga unosi dodatnu netočnost u vidu lažne numeričke difuzije.

Postoje i sheme višeg reda koje uzimaju u obzir veći broj računalnih točaka (linear upwind shema, "quick" shema) pa su stoga i točnije, ali vrijeme rješavanja s tim shemama se produkuje

### 3. PREGLED IZVEDENIH MJERENJA,[3]

Slijedeća slika prikazuje na koji način, te sa kojim uređajima i elementima je ispitivanje provedeno.



Slika 3.1 Shema mjerne instalacije

Legenda:

1. Rezervoar
2. Regulacijski ventil
3. Instrument za mjerenje pada tlaka na zasunu
4. Termometar
5. Zasun
6. Regulacijski ventil
7. Rezervoar za smirenje toka s preljevom
8. Umjerna posuda (kalibracijska)

Voda istječe iz spremnika 1, kojeg možemo smatrati dovoljno velikim za pretpostavku konstantne visine slobode površine ( $H=458$  mm), kroz cijev na kojoj je instaliran promatrani zasun, te kroz koji voda protječe i ulijeva se u rezervoar za smirenje toka. Korištena instalacija nešto je drukčija od standardno propisane iz razloga što protokomjer koji bi se trebao nalaziti nizvodno od regulacijskog ventila 2 bi prikazivao relativno veliku grešku zbog vrlo malih očekivanih vrijednosti protoka. Umjesto protokomjera korištena je kalibracijska posuda pri kojoj je mjerena brzina punjenja iste ( $Q=\Delta V/\Delta t$ ).

Bernoulijeva jednadžba postavljena od presjeka 1 ispred zasuca ( $d=105.5$  mm) do presjeka 2 iza zasuca ( $D=265.5$  mm) glasi:

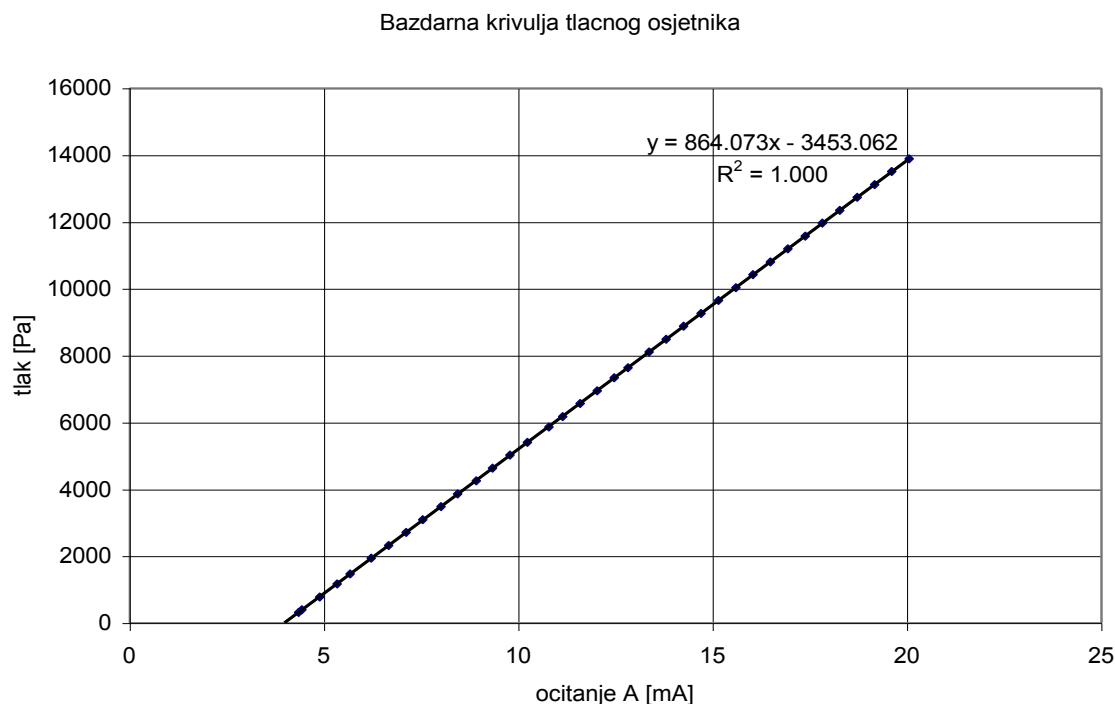
$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{8Q^2}{d^4 \pi^2 g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{8Q^2}{D^4 \pi^2 g} + K_z \frac{8Q^2}{D^4 \pi^2 g} \quad (3.1)$$

Iz (3.1) slijedi izraz za traženi koeficijent otpora zasuna:

$$K_z = \frac{(p_1 - p_2) D^4 \pi^2}{8 \rho Q^2} + \left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1 = \frac{(p_1 - p_2) D^4 \pi^2 \Delta t^2}{8 \rho \Delta V^2} + \left(\frac{D}{d}\right)^4 - 1 \quad (3.2)$$

U jednadžbi (3.1) iskorištena je jednadžba kontinuiteta, zanemareni su gubici uslijed suženja i linijski gubici iz razloga što će brzina strujanja ispod klina zasuna biti vrlo velika u odnosu na strujanje u cjevovodu.

Pad tlaka mjereno je ATM-ovim pretvaračem tlaka P-151, tip 6002014 (instrument 3 na slici 1), sa tekućinskim manometrom koji koristi alkohol gustoće  $786.5 \text{ kg/m}^3$  kao radni fluid. Na slijedećoj slici prikazan je dijagram korelacije između pada tlaka ( $\Delta p$ ) i očitavanja ( $A_m$ ) na multimetru. Dijagram je dobiven metodom najmanjih kvadrata.



Slika 3.2 Baždarna krivulja tlačnog osjetnika

Iz podataka dobivenih umjeravanjem slijedi:

$$\Delta p = 864,073 \cdot A - 3453,062 \quad (3.3)$$

Uvrštavanjem poznatih veličina u izraz (1.2) dobivamo:

$$K_z = 1,272 \cdot 10^{-4} \Delta p \cdot \Delta t^2 + 37,624 \quad (3.4)$$

Gdje je veza između pada tlaka određena očitanjem na multimetru. Jasno je da je koeficijent otpora zasuna određen očitanjem na multimetru i vremenu očitano na kronometru.

Mjerenjem se ustanovila zavisnost koeficijenta gubitka  $K_z$  o kutu zakreta vretena  $\alpha$ . Uspon navoja vretena korištenog u eksperimentu je  $P = 12.7$  mm po cijelom okretu. Nulti kut zakreta vretena predstavlja u potpunosti zakrenuto vreteno, tj. vreteno se kao kruto tijelo neće više gibati u njenom aksijalnom smjeru. Sa kutom zakreta definirana je ekvivalentna zračnost.

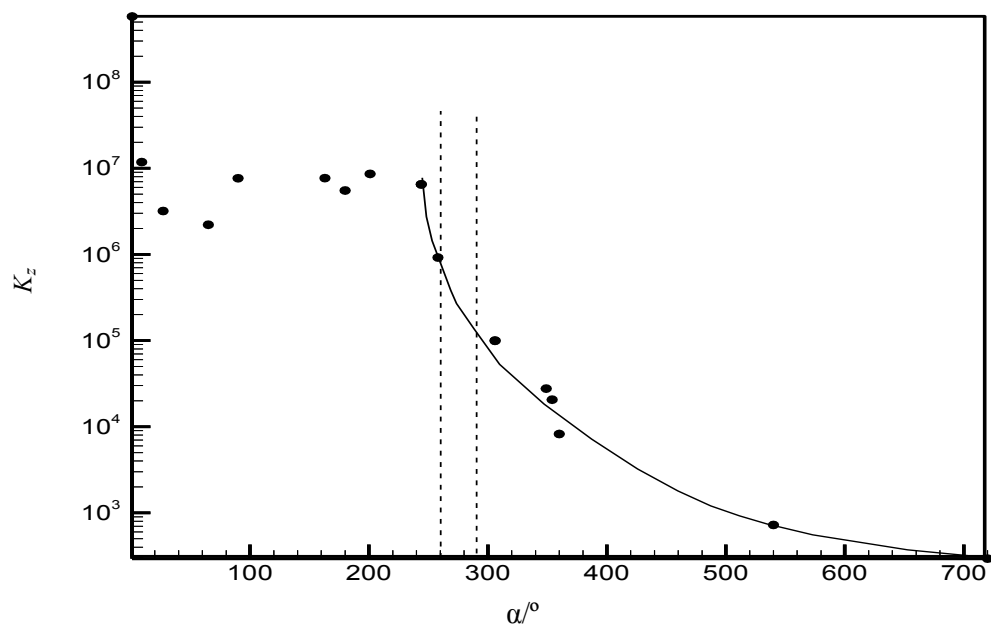
Slijedeća tablica opisuje izvedena mjerenja.

| Mjerenje | Kut $\alpha/^\circ$ | $A_{\text{početno}}/m$<br>A | $A_{\text{krajnje}}/mA$ | $\Delta t/s$ | $K_z$             |
|----------|---------------------|-----------------------------|-------------------------|--------------|-------------------|
| 1        | 0                   | 14,68                       | 14,27                   | 22498        | $5,82 \cdot 10^8$ |
| 2        | 27                  | 14,57                       | 14,30                   | 1669         | $3,21 \cdot 10^6$ |
| 3        | 9                   | 14,60                       | 14,21                   | 3214         | $11,8 \cdot 10^6$ |
| 4        | 180                 | 14,59                       | 14,20                   | 2154         | $5,30 \cdot 10^6$ |
| 5        | 360                 | 12,56                       | 12,33                   | 94           | $8,24 \cdot 10^3$ |
| 6        | 540                 | 7,00                        | 6,89                    | 141          | 723               |
| 7        | 720                 | 5,35                        | 5,28                    | 42           | 293               |
| 8        | 90                  | 14,68                       | 14,24                   | 2514         | $7,27 \cdot 10^6$ |
| 9        | 366                 | 13,91                       | 13,50                   | 161          | $2,77 \cdot 10^4$ |
| 10       | 275                 | 14,58                       | 14,17                   | 899          | $9,21 \cdot 10^5$ |
| 11       | 371                 | 13,55                       | 13,19                   | 46           | $2,06 \cdot 10^4$ |
| 12       | 261                 | 14,60                       | 14,22                   | 1391         | $6,51 \cdot 10^6$ |
| 13       | 323                 | 14,40                       | 14,00                   | 300          | $1,01 \cdot 10^5$ |
| 14       | 323                 | 14,37                       | 13,99                   | 298          | $9,94 \cdot 10^4$ |
| 15       | 180                 | 14,61                       | 14,23                   | 2592         | $7,69 \cdot 10^6$ |
| 16       | 218                 | 14,63                       | 14,24                   | 2741         | $8,61 \cdot 10^6$ |
| 17       | 65                  | 14,60                       | 14,20                   | 2385         | $2,21 \cdot 10^6$ |

**Tablica 1. PODACI DOBIVENI MJERENJIMA**



Koeficijent gubitaka zasuna dobivamo korištenjem izraza (3.4). Na taj način i dobivamo slijedeći dijagram.

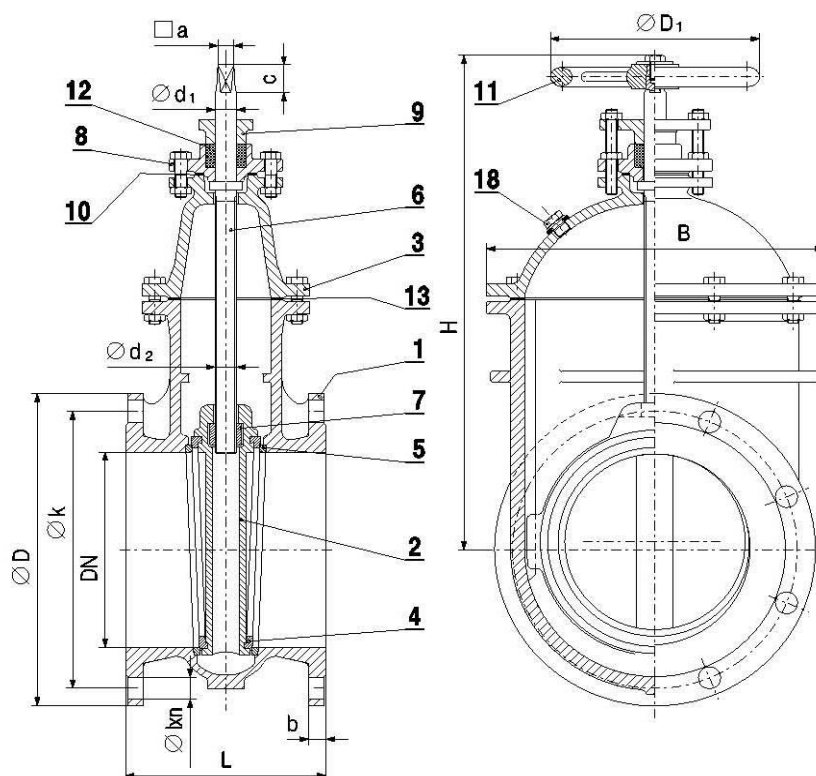


Slika 3.3 Ovisnost koeficijenta gubitaka o zakretu vretena

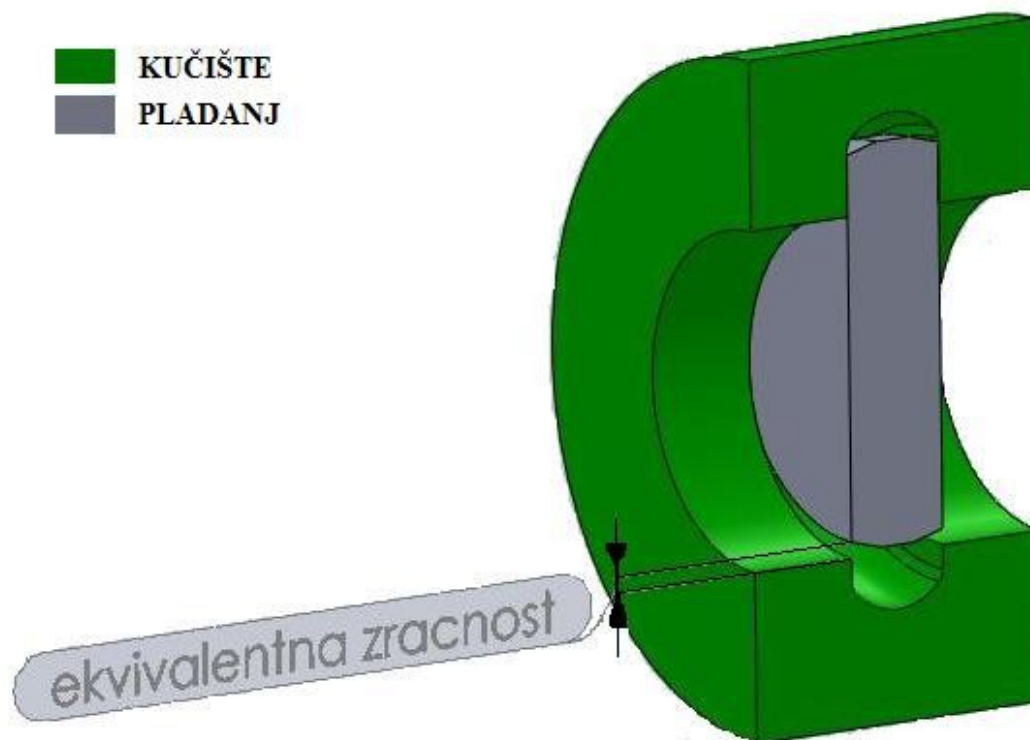
## 4. NUMERIČKA SIMULACIJA

### 4.1 PRETPOSTAVKE SIMULACIJE

Promatrati ćemo idealizirani slučaja geometrije zasuna. Model zasuna biti će izrađen od 2 komponente: kućišta i pladnja. Pladanj će visjeti u zraku, iz razloga što će se štedjeti na računalnim resursima koji su ograničeni (3-D problem), u protivnom morali bi diskretizirati prostor iznad pladnja. Pri propuštanju klasičnog zasuna javlja se punjenje kućišta iznad zasuna tekućinom, i u tom kućištu strujanje je zanemarive važnosti spram strujanja u procjepu. Nadalje, promatrati ćemo zasun sa hidraulički glatkim površinama, te ćemo pretpostaviti da isti idealno brtvi.

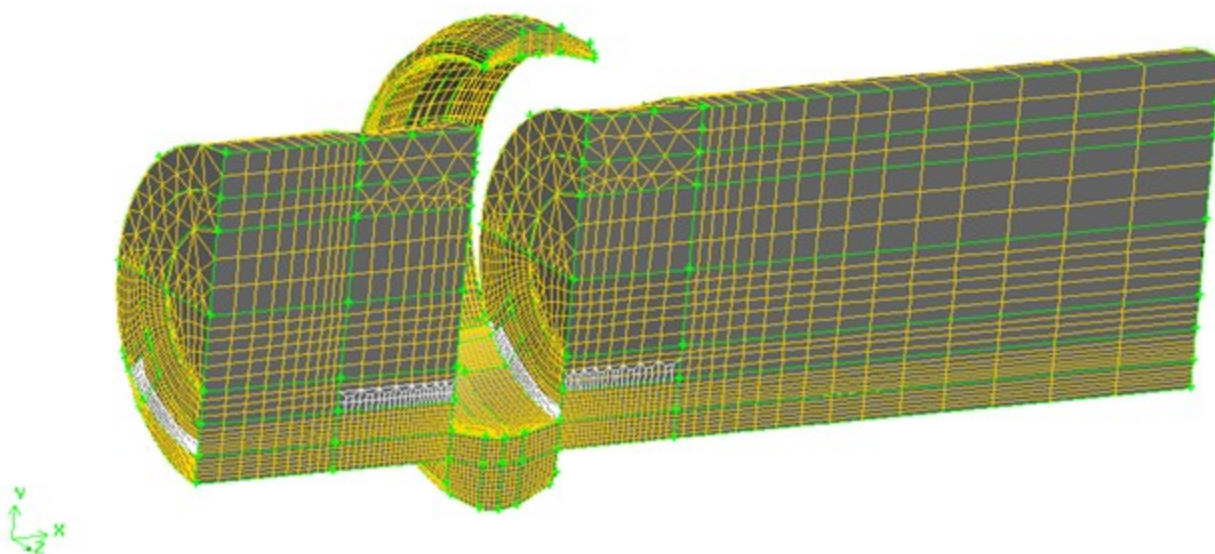


Slika 1.1 Izgled tipičnog zasuna



Slika 4.1 model zasuna

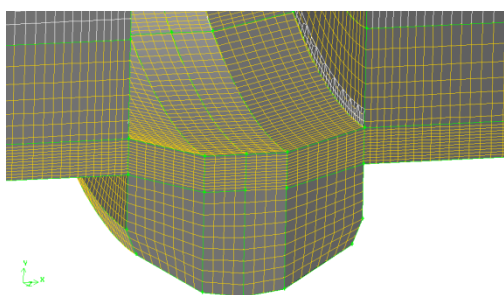
Načiniti ćemo 5 simulacija, redom prema ekvivalentnoj zračnosti  $h$  : 20mm, 12mm, 5mm, 2mm, 1mm. Glavni cilj ovih simulacija je potvrditi trend rasta koeficijenta gubitaka zasuna  $K_z$  sa smanjivanjem zračnosti, odnosno pritezanjem vretena zasuna. Na slici 4.2 prikazana je diskretizirana domena sa ekvivalentnom zračnošću od 20 mm. Geometrija nije diskretizirana sa više od 3 promjera u aksijalnom smjeru zbog toga što nam u ovom slučaju nije potreban izobražen profil strujanja Geometrija je diskretizirana računalnim programom GAMBIT.



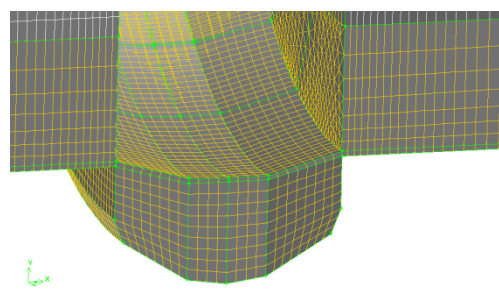
Slika 4.2 Domena kroz koju struji fluid

Kao što vidimo, iskorišteno je svojstvo simetričnosti strujanja. Posljedica takvog modeliranja je tzv. „umirivanje“ strujanja. Strujanje je u pozitivnom smjeru x-osi. Kao što je za očekivati, brzine u procjepu biti će mnogo veće nego zbog strujanja u cijevi. Također očekuje se strujanje u cirkularnom smjeru u žlijebu, ali će ono također biti zanemarivo spram strujanja u procjepu. Glavni pad tlaka ostvarivati će se kroz procjep i najviše će ovisiti o geometriji zasuna, a manje o brzini s kojom fluid struji kroz zasun.

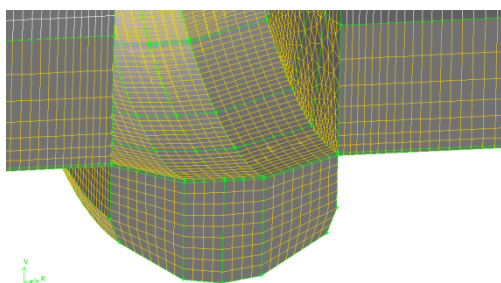
Na slikama 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 prikazane su mreže različitih zračnosti u području najvećih gradijenata promatranih fizikalnih veličina.



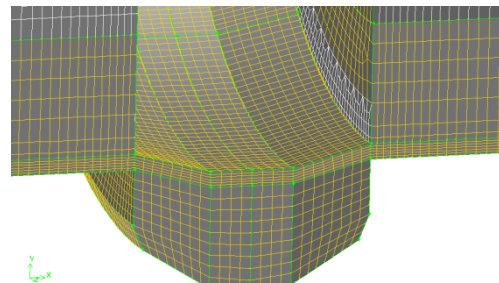
**Slika 4.3 Zračnost  $h=12\text{mm}$**



**Slika 4.5 Zračnost  $h=2\text{mm}$**

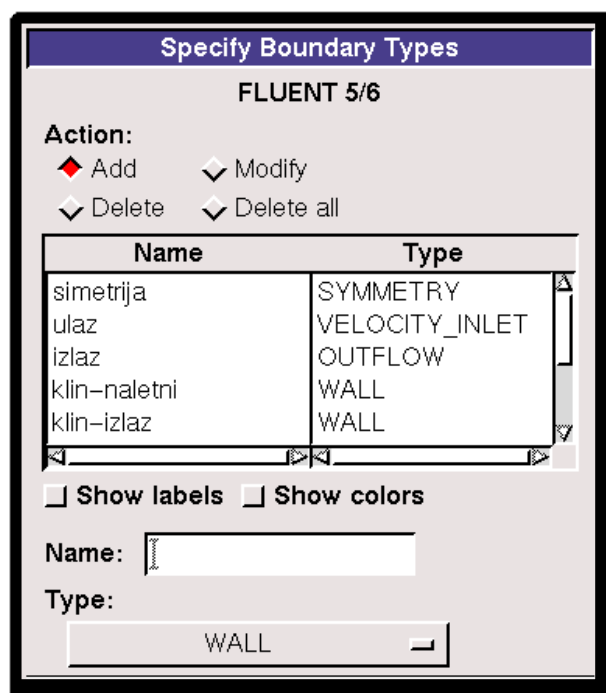


**Slika 4.4 Zračnost  $h=1\text{mm}$**

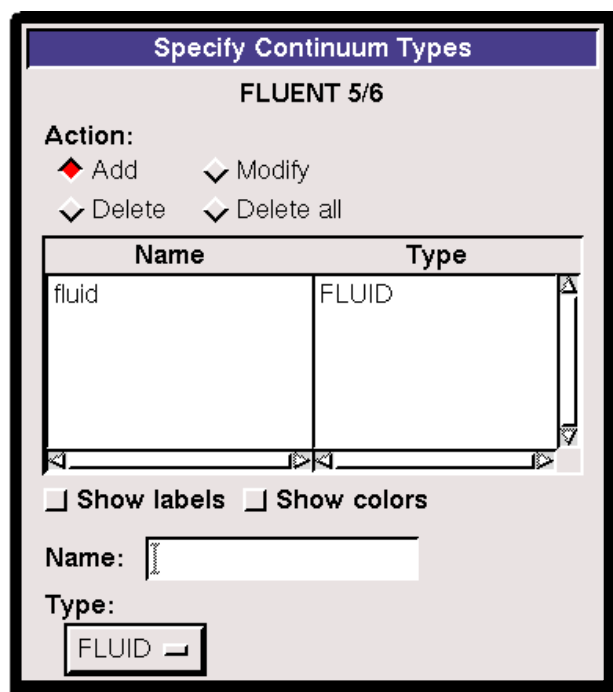


**Slika 4.6 Zračnost  $h=5\text{mm}$**

Osim kreiranja geometrije u GAMBITU se zadaju i rubni uvjeti površina i vrste radne tvari, kao što je to prikazano na slikama 4.7 i 4.8



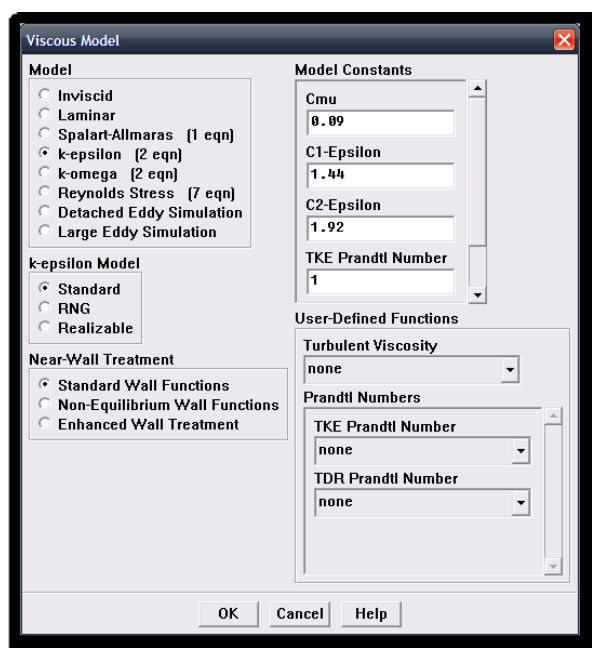
Slika 4.7 Zadavanje rubnih uvjeta



Slika 4.8 Zadavanje radne tvari

## 4.2 POSTAVKE SIMULACIJE

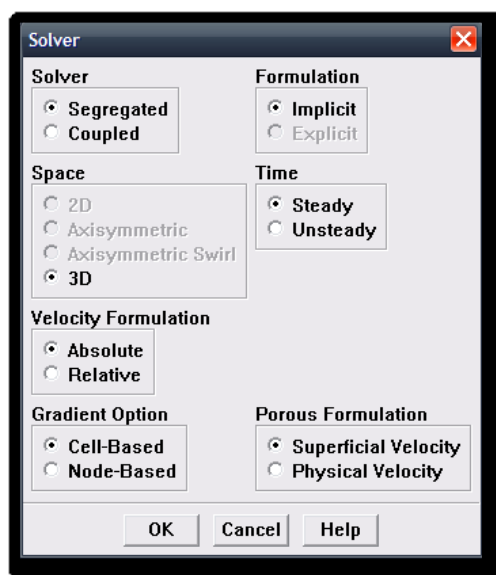
Svi slučajevi otvorenosti zasuna biti će modelirani standardnim k- $\epsilon$  modelom turbulencije sa standardnim zidnim funkcijama. Očito je da će u nekim dijelovima domene udaljenim od procjepa strujanje biti laminarno, odnosno sa puno manjim iznosima brzina nego u procjepu. To će naravno sa sobom nositi određenu pogrešku, u smislu prikazivanja disipacije energije u većem iznosu nego što to ona u stvari jest. Usporedbom realne i modelirane situacije uvidjet ćemo da ta prikazana povećana disipacija energije nemože nadoknaditi disipaciju energije koju smo zanemarili uvođenjem pretpostavki (zanemarena hrapavost, idealno brtvljenje), te se na taj način pokušalo doprinjeti fizikalnosti rješenja. Na slici 4.9 prikazan je izbornik za odabir modela viskoznosti s kojim će se računati strujanje. Iz slike je vidljivo da se konstante vrijednosti koeficijenata mogu mijenjati, no za to je potrebno mnogo iskustva i u ovom proračunu će se uzimati vrijednosti koje se koriste u standardnim proračunima.



Slika 4.9 Odabrani model viskoznosti

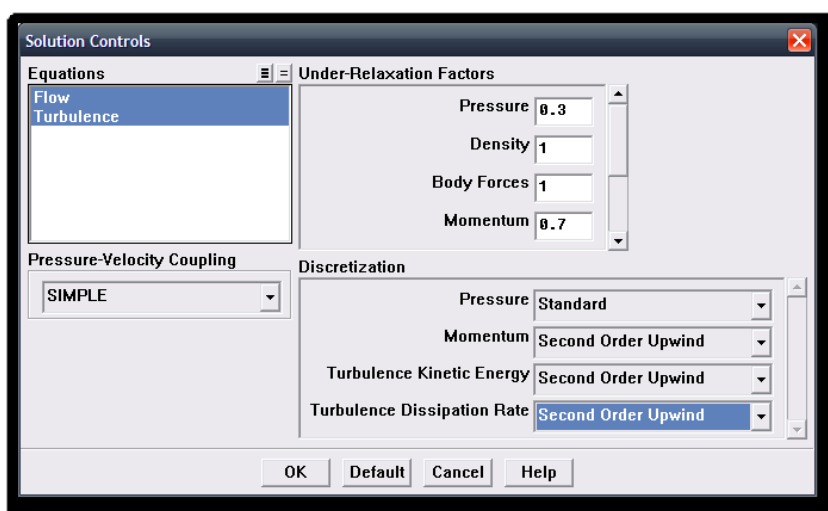
Nadalje, od nas se traži da odaberemo shemu po kojoj će se rješavati model viskoznosti. Mi ćemo koristiti po FLUENT-ovoj preporuci implicitni stacionarni rješavač, a ako će se pokazati da reziduali ne konvergiraju ka željenoj vrijednosti, prebaciti ćemo

rješavač na nestacionarno strujanje, odnosno promjenjivo po vremenu. Izbornik je prikazan na slici 4.10



Slika 4.10 Odabir sheme rješavanja viskoznog modela

Sljedeći korak nam je odabir sheme diferencija s kojima će FLUENT rješavati diferencijalne jednadžbe, te sa kojim algoritmom će povezivati polje tlaka sa poljem brzine. Na slici 4.11 je prikazan izbornik za odabir navedenih principa.



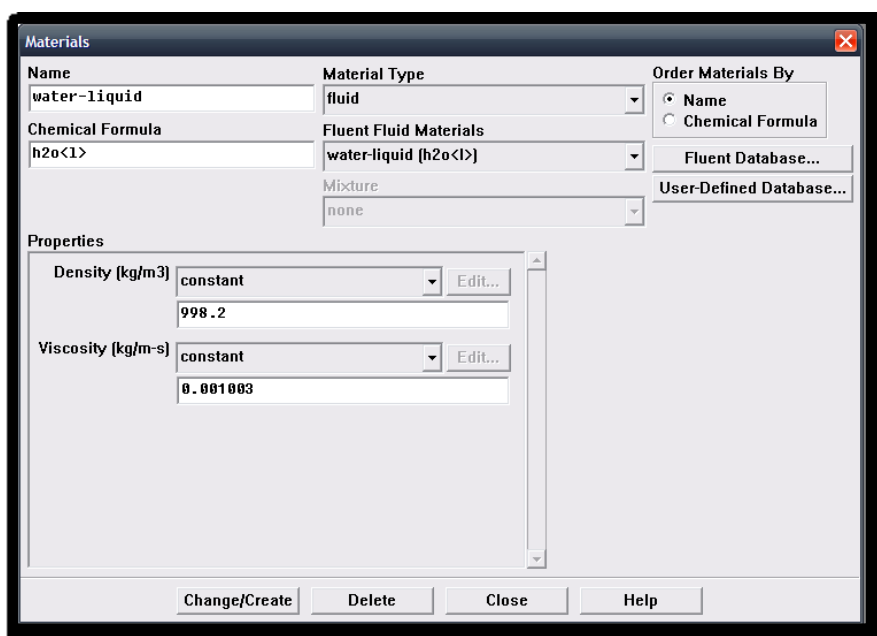
Slika 4.11 Odabir sheme diferencija i algoritma za povezivanje tlaka i brzine

SIMPLE algoritam naziv je za algoritam koji iz jednadžbe kontinuiteta i jednadžbi količine gibanja dolazi do rješenja polja tlaka i brzine.

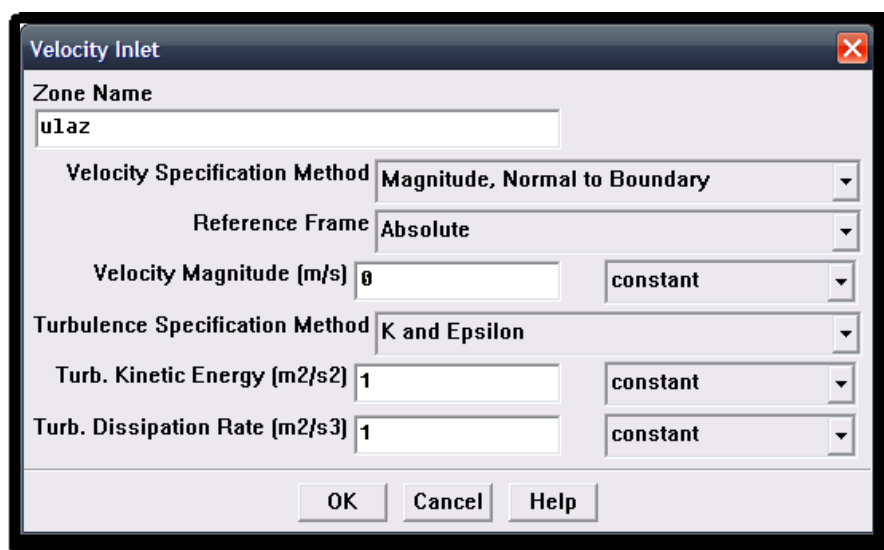
SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) algoritam započinje pretpostavljanjem vrijednostima brzina i tlaka.

Faktori podrelaksacija brzina  $\alpha_u$ ,  $\alpha_v$  vrijednosti su između 0 i 1 dok se za faktor podrelaksacije tlaka  $\alpha_p$  uzima vrijednost 0.3. Faktori podrelaksacije služe tome da se tlak i brzine ne korigiraju odmah za cijelu vrijednost korekcije jer bi se u tom slučaju moglo dogoditi da postupak postane nestabilan. SIMPLE algoritam je detaljnije opisan u [5].

Da bi se simulacija napravila, trebaju biti odabrani rubni uvjeti poput radnog medija, te stanja na ulazu u domenu. Ti izbornici su prikazani na slikama 4.12 te 4.13. U svim simulacijama korištena je voda u kapljevitom stanju kao radni fluid.



Slika 4.12 Izbornik za odabir radnog medija

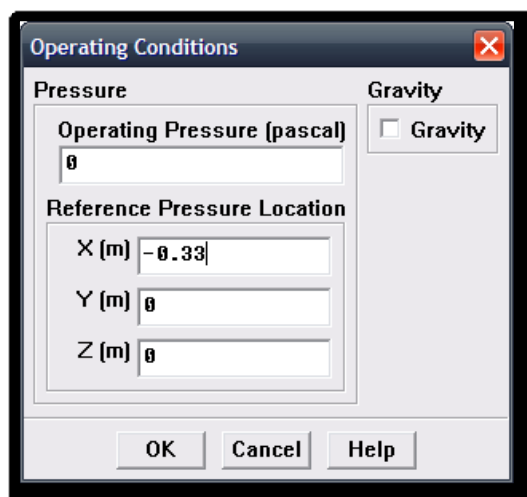


Slika 4.13 Izbornik za odabir rubnog uvjeta stanja na ulazu



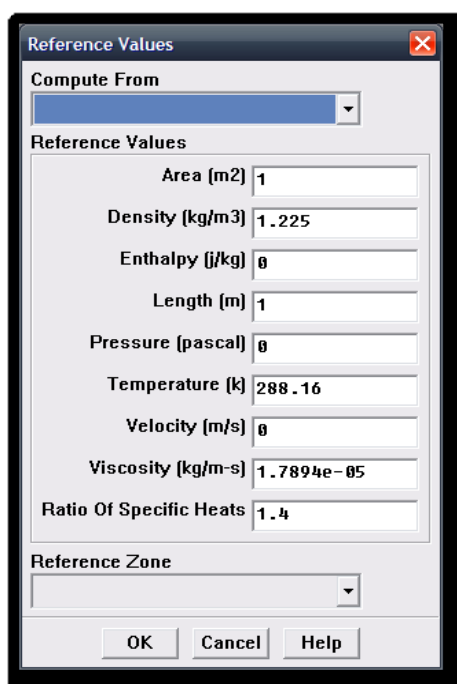
Rubni uvjet na ulazu u domenu dobiven je od referentnih protoka odnosno ulaznih brzina dobivenim mjerenjem u [3]. Ulazne brzine različite su za svaki slučaj, a prate trend rasta sa otvorenošću zasuna.

Također je potrebno definirati operativne uvjete tlaka, tj. točku od koje će se računati pad tlaka. Izbornik namijenjen za tu svrhu prikazan je na slici 4.14



Slika 4.14 Definiranje referentne točke tlaka

FLUENT računa sve vrijednosti relativno u odnosu na neke zadane veličine. U svrhu definiranja tih veličina podešavaju se izbornici u prozoru prikazanom na slici 4.15.



Slika 4.15 Referentne vrijednosti

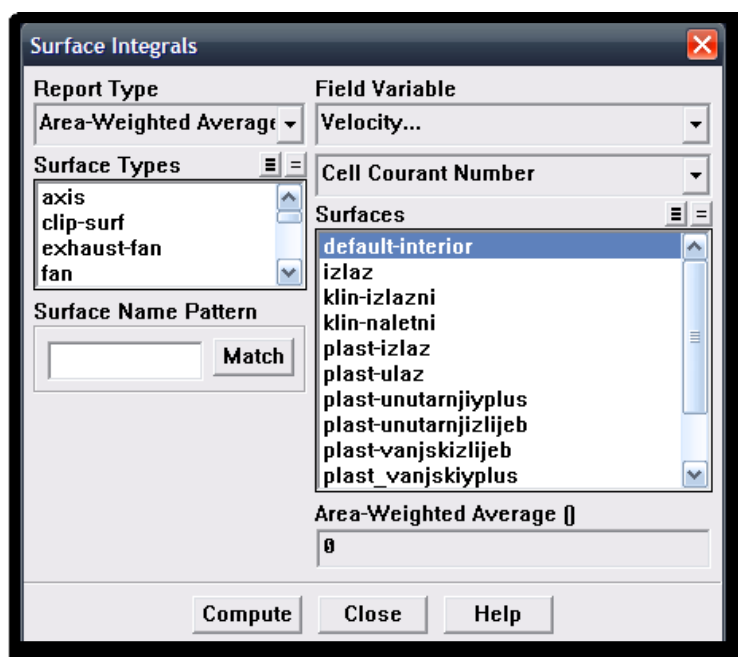
Kroz nastavak ovog Završnog rada, vidjet ćemo da provođenjem iteracija svakog slučaja numeričkog izračuna, reziduali ne konvergiraju, već periodički osciliraju od nekih referentnih vrijednosti. Promatrane su prvih 1000 iteracija. Uviđanjem tog svojstva ponašanja reziduala zaključujemo da je strujanje nestacionarno. Potrebno je dakle namjestiti rješavač na nestacionarno rješavanje diferencijalnih jednažbi. U općoj konveksijsko-difuzijskoj jednažbi (2.9) ne isčezava član sa derivacijom po vremenu, pa u tom slučaju ta jednažba prelazi u paraboličku diferencijalnu jednažbu. Parabolička diferencijalna jednažba ima svojstvo da svaki trenutak u sadašnjosti odnosno budućnosti ovisi isključivo o događaju iz prošlosti odnosno budućnosti i ima marširajući karakter po vremenu.

Primorani smo kvalitetno podesiti vremenski korak po kojem će se računati fizikalne veličine. FLUENT-ova preporuka je da integralni Courantov broj po cijeloj domeni bude između 1 i 10, u protivnom reziduali će pokazivati prevelike odnosno premale oscilacije po vremenu.

*Courantov broj:*

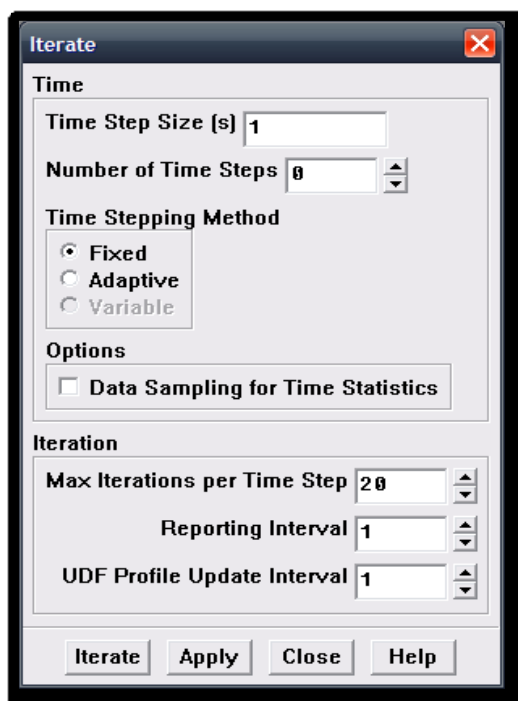
$$\nu = \frac{u \cdot \Delta t}{\Delta x} \quad (4.1)$$

Slika 4.16 prikazuje izbornik za računanje Courantovog broja za područje cijele domene dobivene na temelju pretpostavljenoj stacionarnog rješenja nakon 1000 iteracija.



**Slika 4.16** Računanje Courantovog broja za kompletnu domenu

Za svaki poseban slučaj Courantov broj računati će se posebno i prema tome, podešavati vremenski korak integracije. Izbornik za podešavanje vremenskog koraka integracije prikazan je na slici 4.17



Slika 4.17 Izbornik za odabir vremenskog koraka integracije

Za svaku simulaciju pratiti će se pratiti vrijednost koeficijenta  $K_z$  kao integralne veličine relevantne za inženjersku primjenu i pomoću te veličine će se upoređivati stacionarno sa nestacionarnim rješenjem.

Ako postavimo Bernolijevu jednadžbu od ulaza do izlaza domene (koristimo integralne vrijednosti).

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + K_z \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad (4.2)$$

$$Q = \frac{4v}{D^2 \pi} \quad (4.3)$$

U jednadžbi (4.2) koriste se integralne vrijednosti za presjeke na ulazu i izlazu, te se pomoću jednadžbe kontinuiteta (4.3) dolazi do zaključka da je  $K_z$  u biti jednak koeficijentu tlaka  $C_p$  za izlaznu površinu.

$$C_{p_{\text{izlaz}}} = \frac{p_2 - p_1}{\frac{\rho v_2^2}{2}} \quad (4.4)$$

## 4.3 NUMERIČKA SIMULACIJA

### 4.3.1 Ekvivalentna zračnost 20 mm

Za ekvivalentnu zračnost od 20mm koristit ćemo rubni uvjet brzine na ulazu u domenu iz brzine definirane sa kutom zakreta  $\alpha = 720^\circ$  iz [3]. Pretpostavljena vrijednost brzine će se računati prema izrazima (4.5) i (4.6), te će ti izrazi vrijediti i za pretpostavljanje brzine na ulazu u domenu i za ostale slučajeve.

Dakle slijedi:

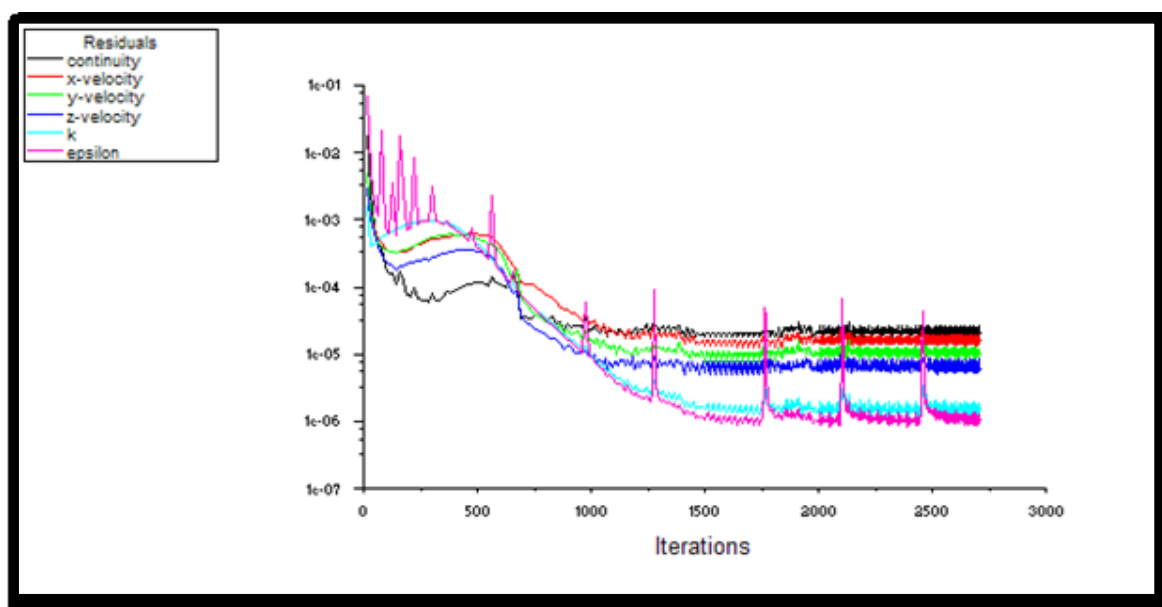
$$\Delta V = 220 \text{ [l]}$$

$$\Delta t = 42 \text{ [s]}$$

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} \tag{4.5}$$

$$v = \frac{4Q}{D^2 \pi} = 0.106709 \text{ [m/s]} \tag{4.6}$$

Na slici 4.18 vidimo prikaz reziduala po iteracijama. Nakon 1000-ite iteracije prešli smo na nestacionaran model računanja sa vremenskim korakom  $\Delta t=0.05$  s, pošto taj vremenski korak daje prosječan iznos Courantovog broja  $\approx 3.6$  po cijeloj domeni. Vidimo da rješenja dobro konvergiraju.

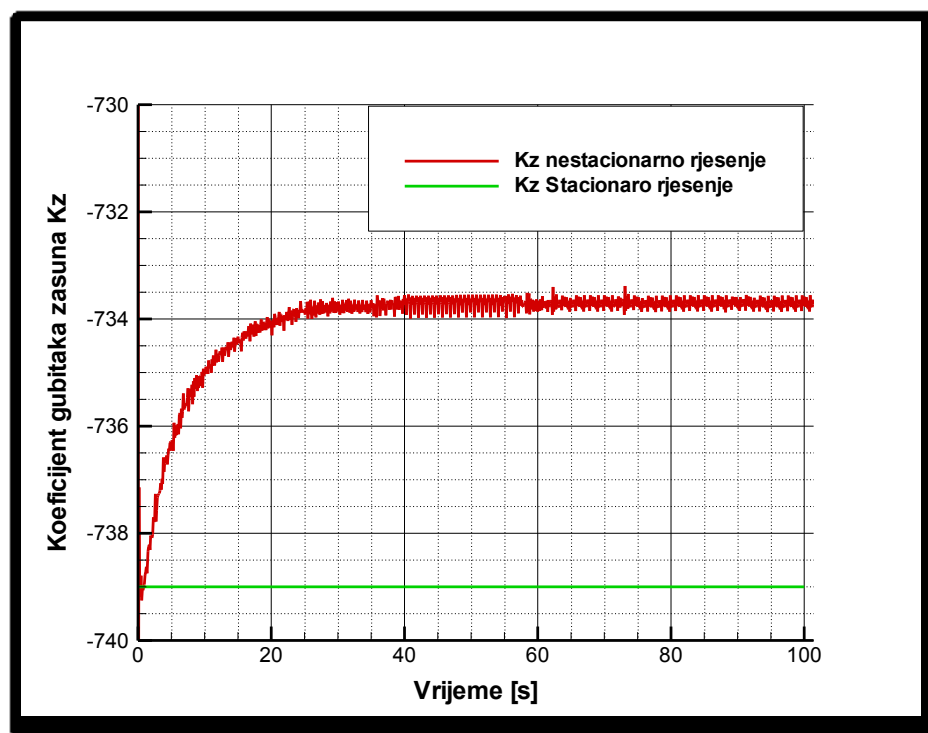


Slika 4.18 Prikaz ponašanja reziduala po iteracijama za  $h=20$  mm

Kako ćemo vidjeti, tako će biti slučaj i sa ostalim slučajevima zračnosti. Courantov broj biti će između 1 i 10, te će se nestacionarno računati od 1000-ite iteracije nadalje.

Ova tvrdnja vrijedi za Slike 4.18, 4.23, 4.28, 4.33 i 4.38.

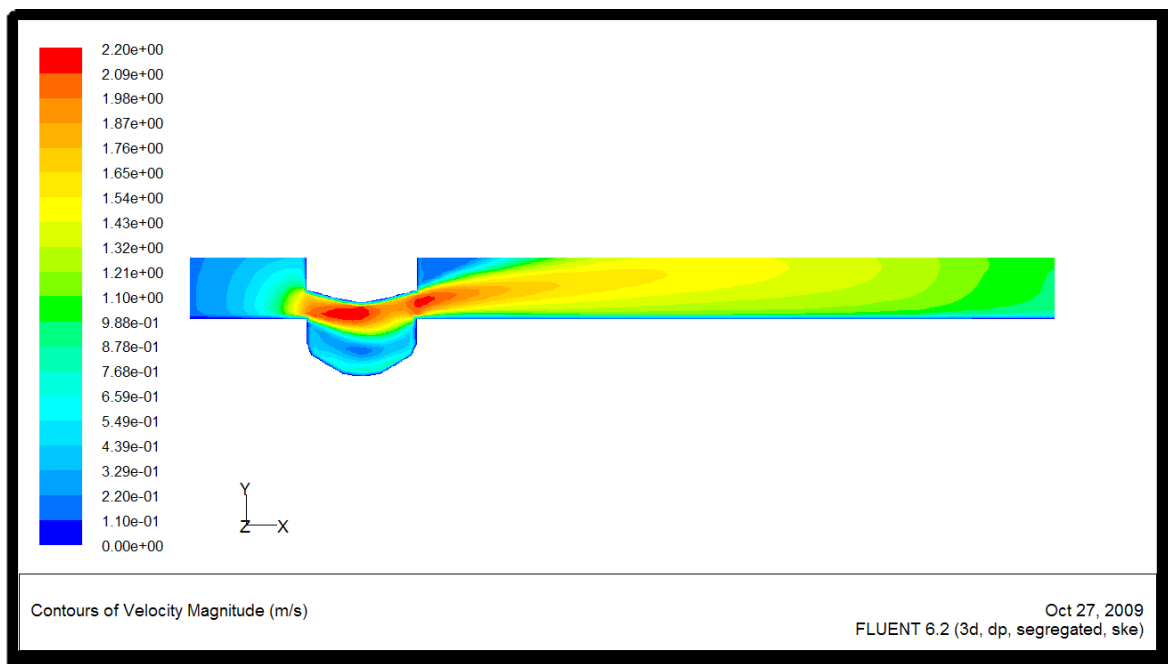
Na slici 4.19 prikazana je usporedba koeficijenata gubitaka zasuna računata stacionarno i nestacionarno za zračnost  $h=20\text{mm}$ .



Slika 4.19 Koeficijenti gubitaka stacionarnog i nestacionarnog rješenja  $h=20\text{mm}$

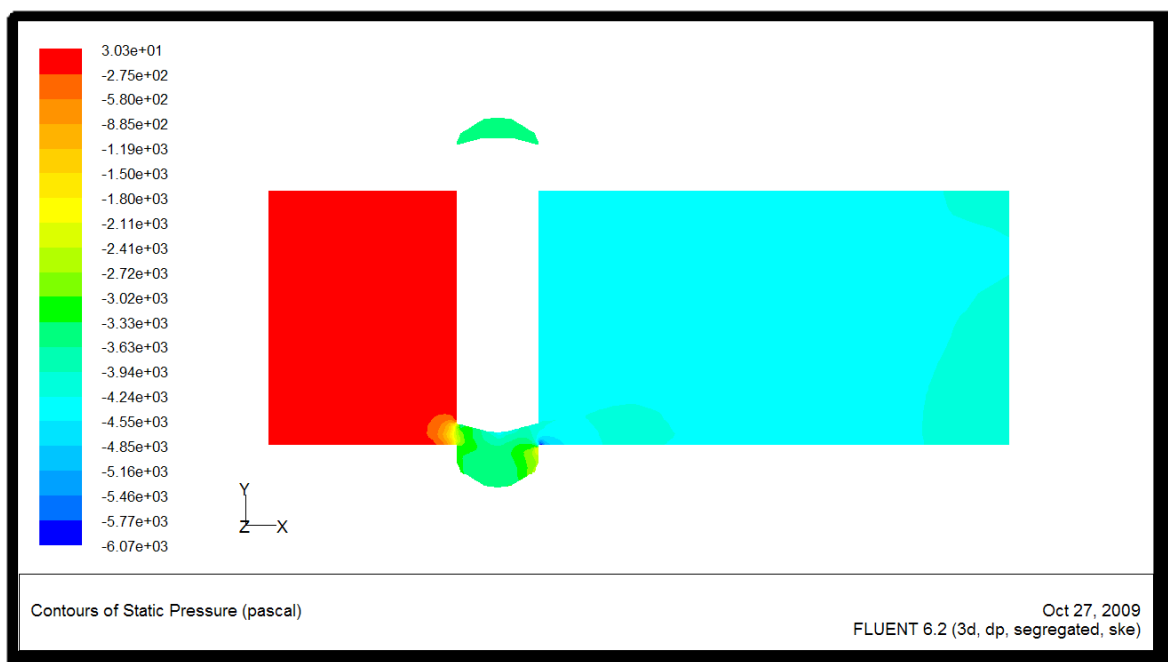
Iz dijagrama se vidi da je razlika između stacionarnog i nestacionarnog rješenja praktički zanemariva, te će se za praktičnu inženjersku primjenu iskoristiti sve vrijednosti izračunate stacionarnim rješenjem. U nastavku ćemo vidjeti da će to vrijediti za svih 5 slučajeva zračnosti zasuna. Ta tvrdnja se potvrđuje Slikama 4.19, 4.24, 4.29, 4.34, 4.39.

Polja brzina za sve slučajeve zračnosti na ravnini simetrije u blizini procjepa prikazana su na slikama 4.20, 4.30, 4.35, 4.40, 4.45



**Slika 4.20 Polje brzina na ravni simetrije u blizini procjepa za  $h=20\text{ mm}$**

Na slikama 4.21, 4.26, 4.31, 4.36, 4.40 prikazana su polja tlaka za sve slučajeve zračnosti na ravni simetrije cijele domene.

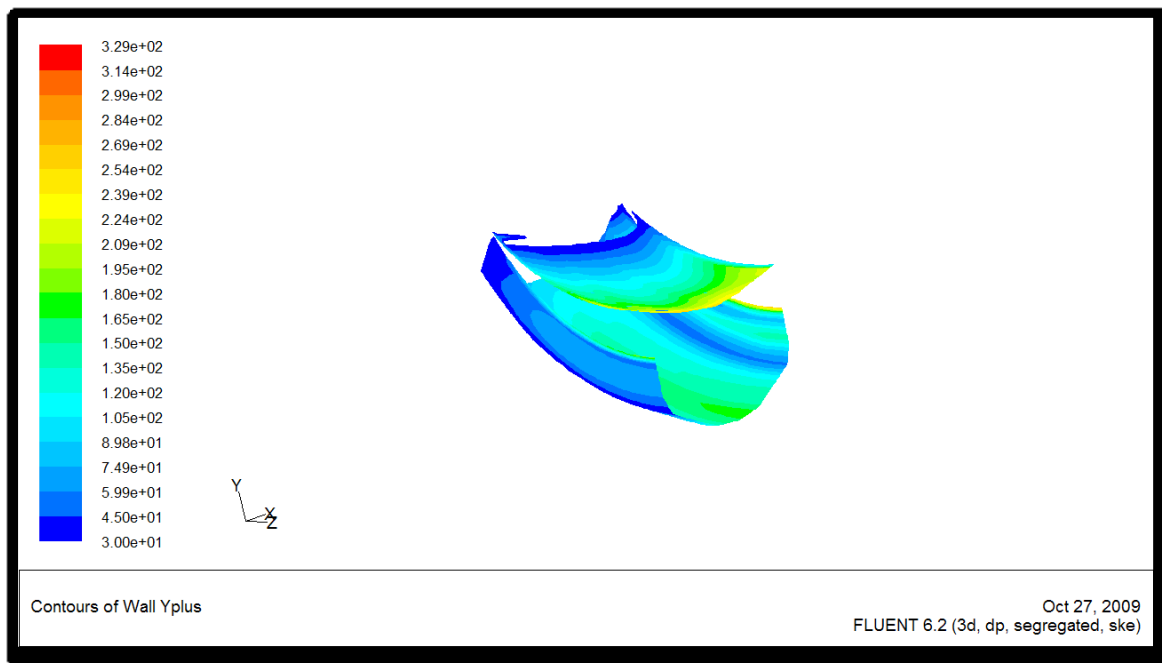


**Slika 4.21 Polje tlaka na ravni simetrije za  $h=20\text{ mm}$**

Vidimo da je tlak negativne vrijednosti, što je posljedica postavljanja referentnog tlaka na ulazu u iznosu 0 Pa, lagano se zaključuje da slika 4.21 zapravo prikazuje pad tlaka. Ovom slikom na kojoj su prikazane 3 najbitnije razlike tlaka i to: na ulazu, u procjepu i na

izlazu, potvrđuje pretpostavka da se glavni pad tlaka dešava samo u procjepu zasuna. To će vrijediti i za sve ostale slučajeve prikaza tlaka.

Slike 4.22, 4.27, 4.32, 4.37, 4.42 prikazuje veličinu  $y^+$  u procjepu zasuna za sve slučajeve zračnosti.



**Slika 4.22  $y^+$  u području procjepa zasuna za  $h=20$  mm**

Vidimo da je mreža za područje procjepa korektno napravljena pošto je preporuka FLUENT-a da veličina  $y^+$  bude u intervalu od 30 do 600

### 4.3.2 Ekvivalentna zračnost 12 mm

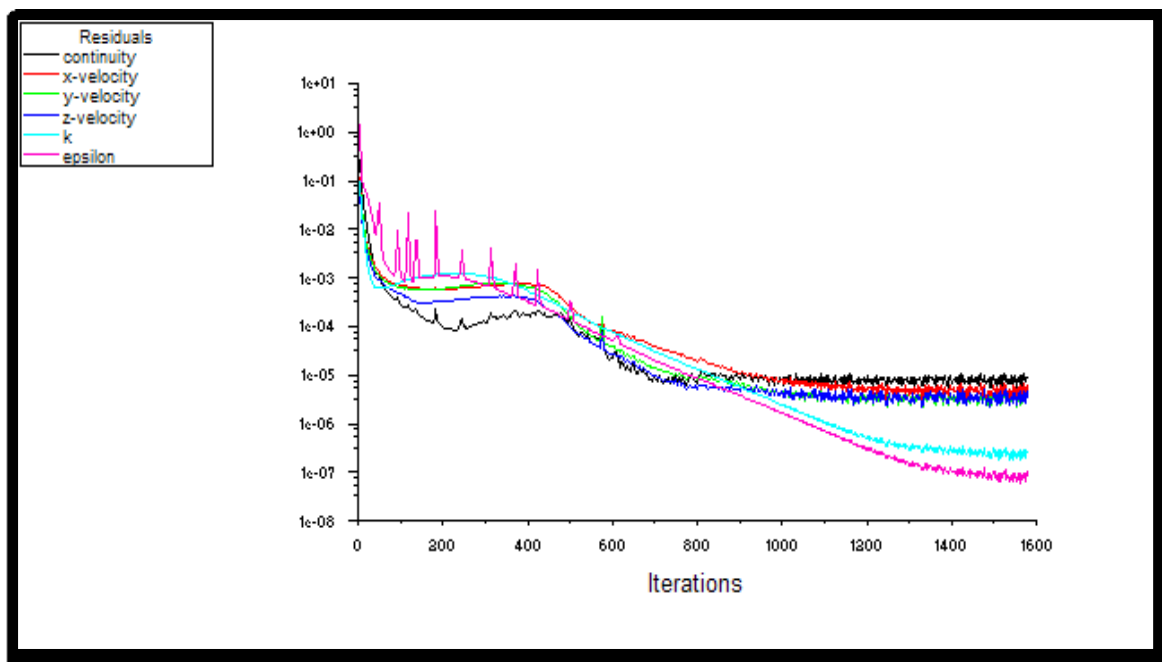
Za ekvivalentnu zračnost od 12 mm koristit ćemo rubni uvjet brzine na ulazu u domenu iz brzine definirane sa kutom zakreta  $\alpha = 371^\circ$  iz [3].

Dakle slijedi:

$$\Delta V = 220 \text{ [l]}$$

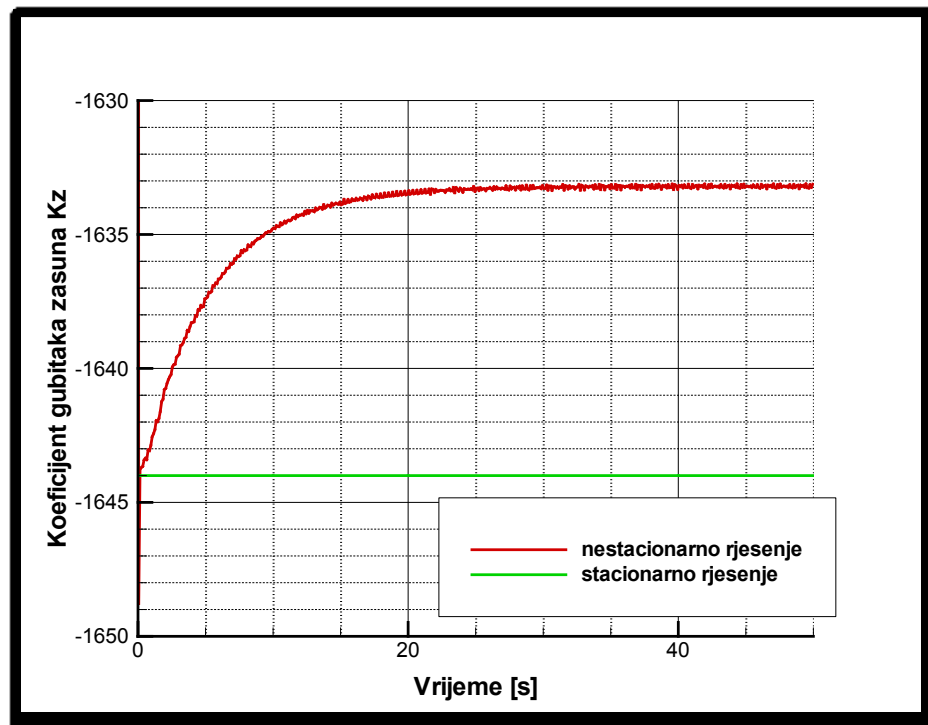
$$\Delta t = 46 \text{ [s]}$$

$$v_1 = \frac{4Q}{D^2\pi} = 0.09743 \text{ [m/s]}$$



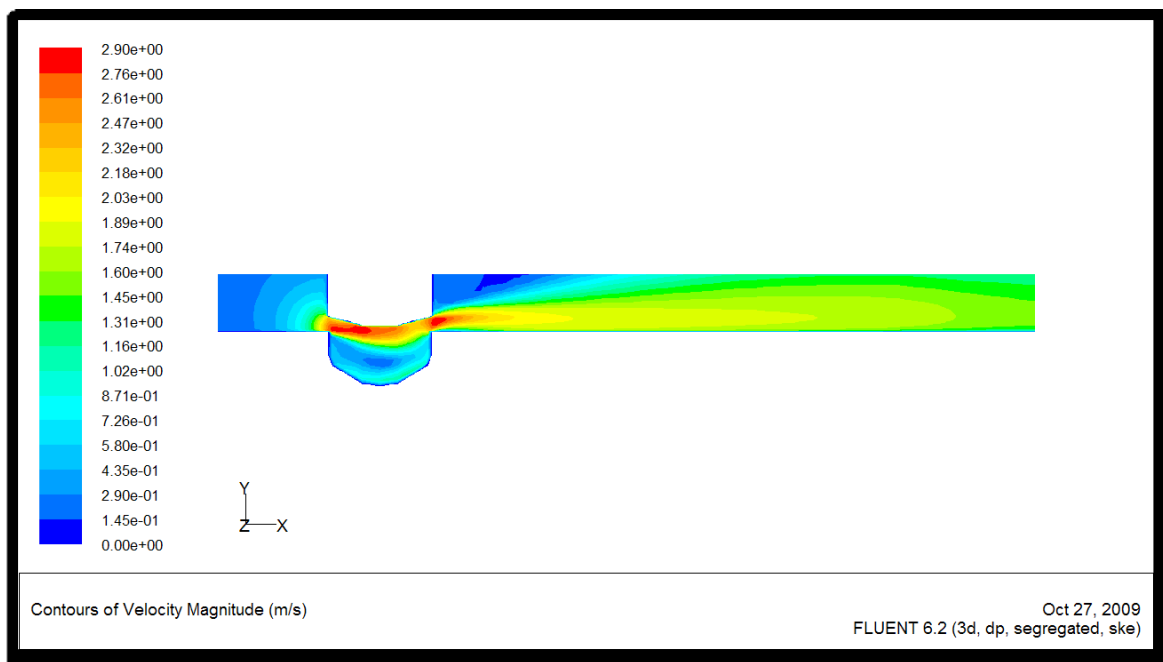
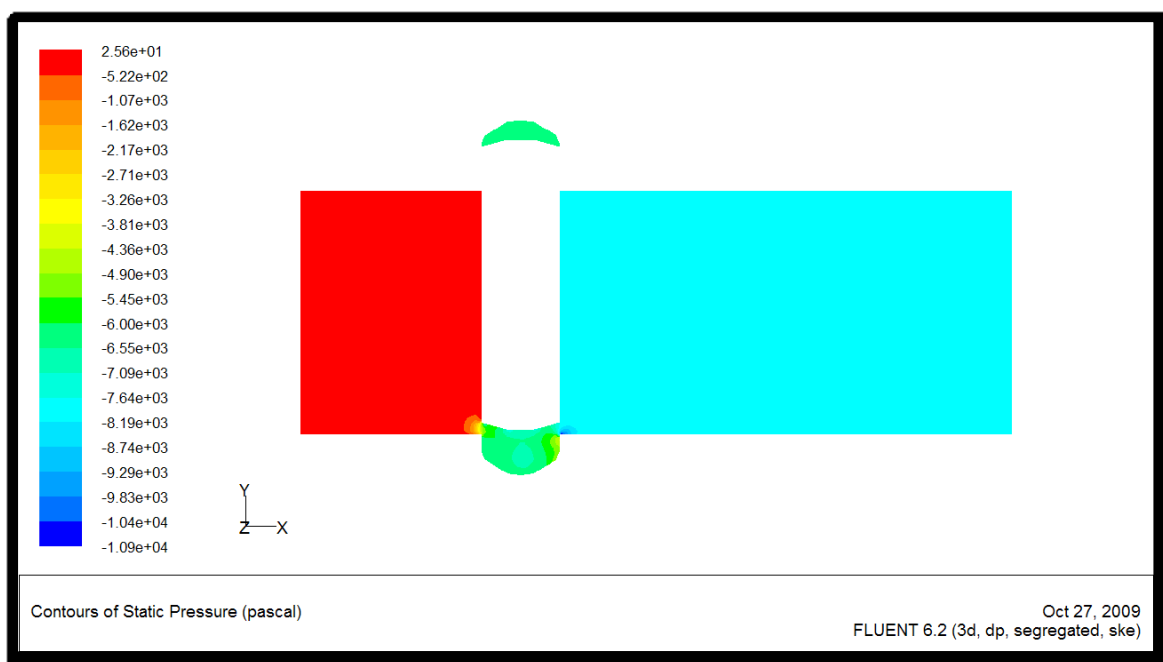
Slika 4.23 Prikaz ponašanja reziduala po iteracijama za  $h=12\text{ mm}$

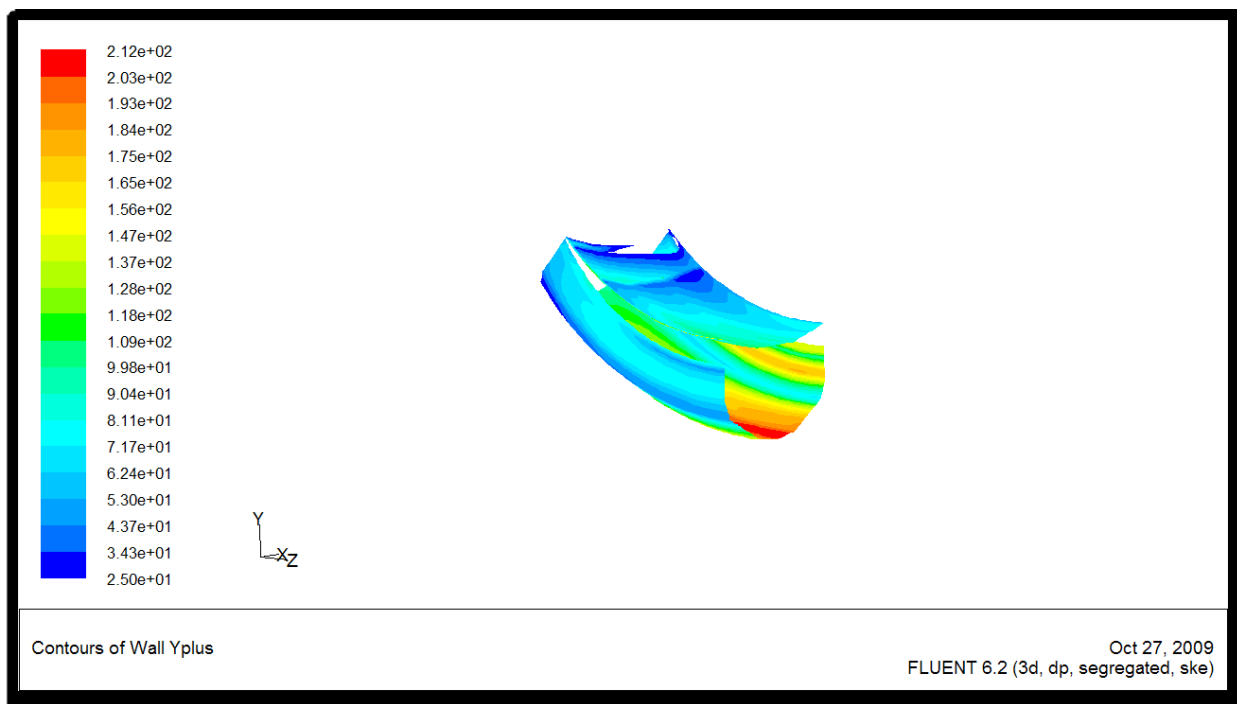
Na slici 4.24 prikazana je usporedba koeficijenata gubitaka zasuna računata stacionarno i nestacionarno za zračnost  $h=12\text{ mm}$



Slika 4.24 Koeficijenti gubitaka stacionarnog i nestacionarnog rješenja  $h=12\text{ mm}$



Slika 4.25 Polje brzina na ravnini simetrije u blizini procjepa za  $h=12\text{ mm}$ Slika 4.26 Polje tlaka na ravnini simetrije za  $h=12\text{ mm}$



Slika 4.27  $y^+$  u području procjepa zasuna za  $h=12\text{ mm}$

### 4.3.3 Ekvivalentna zračnost 5 mm

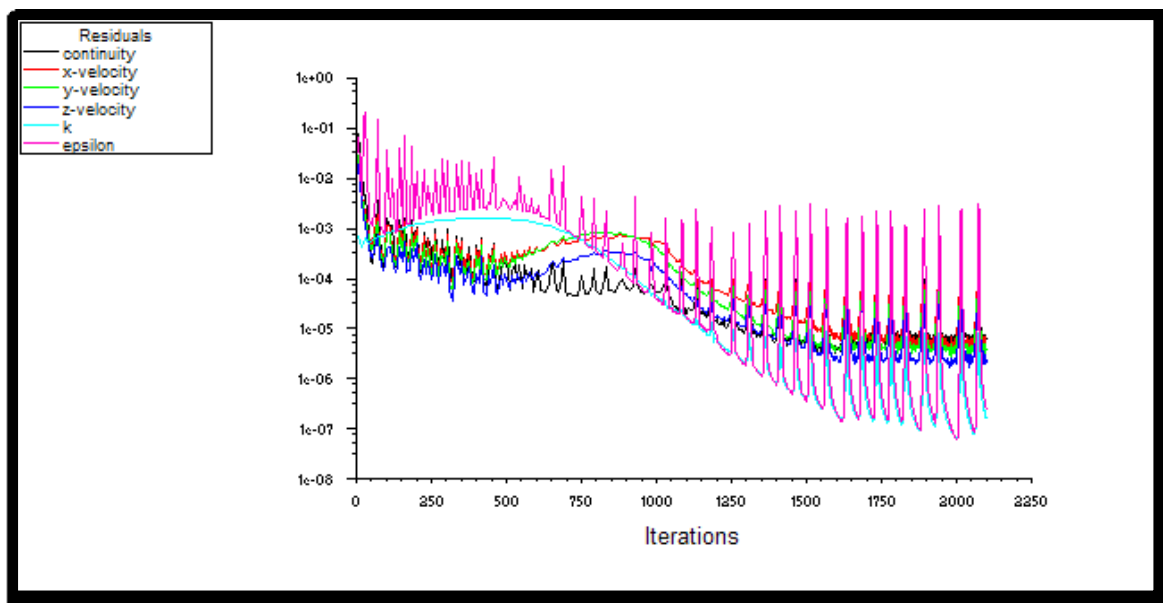
Za ekvivalentnu zračnost od 5 mm koristit ćemo rubni uvjet brzine na ulazu u domenu iz brzine definirane sa kutom zakreta  $\alpha = 275^\circ$  iz [3].

Dakle slijedi:

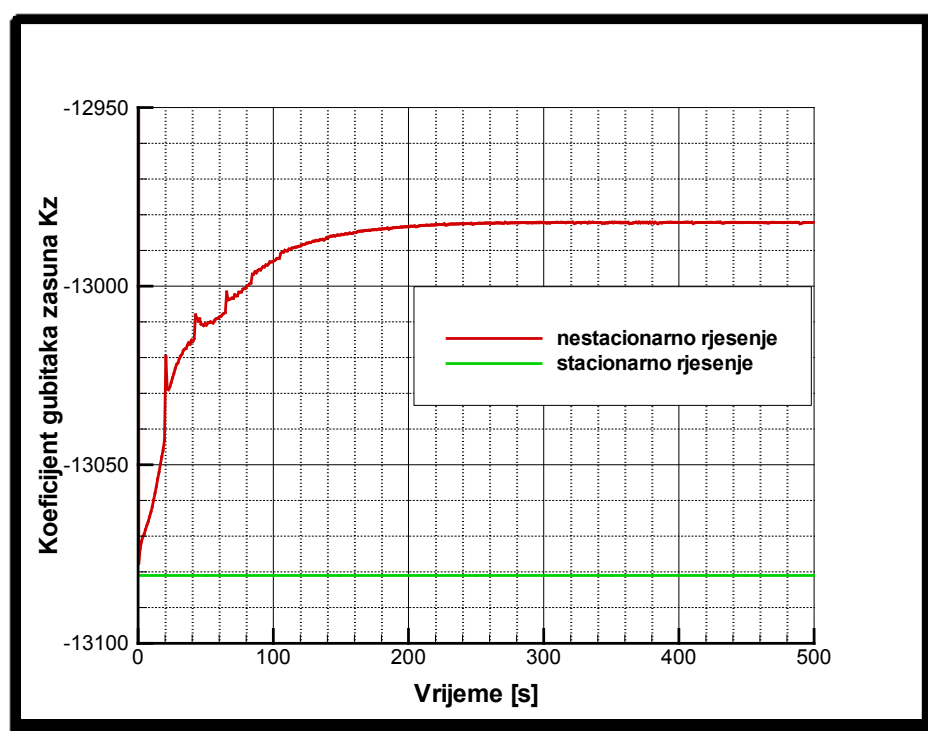
$$\Delta V = 220 \text{ [l]}$$

$$\Delta t = 899 \text{ [s]}$$

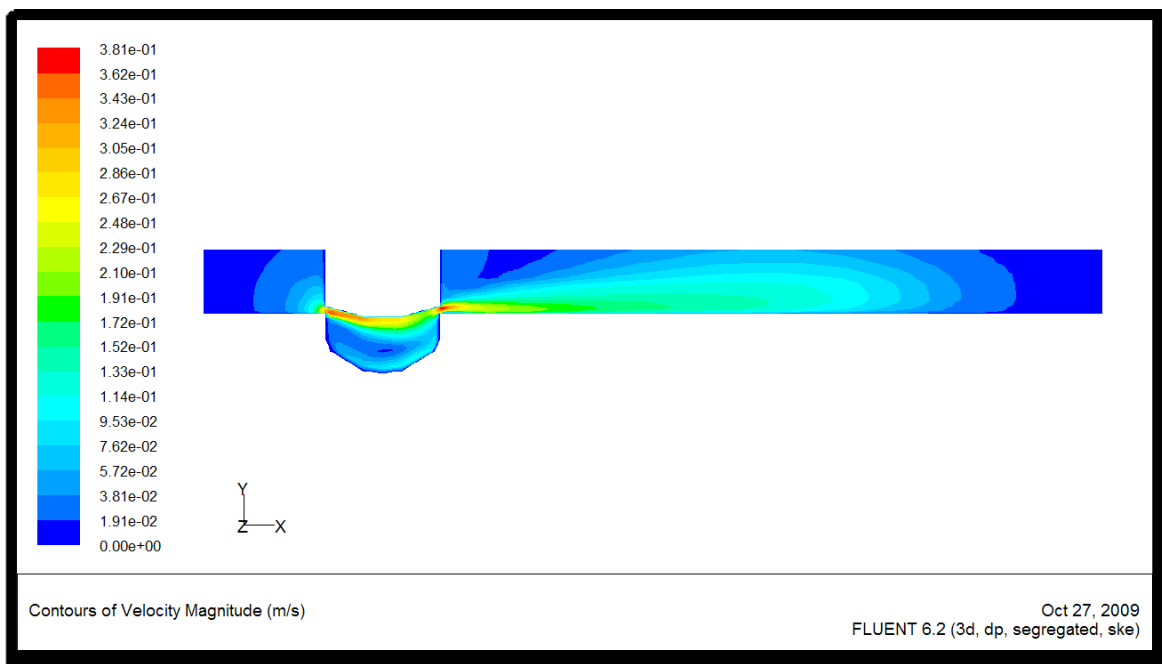
$$v = \frac{4Q}{D^2\pi} = 0.0049853 \text{ [m/s]}$$



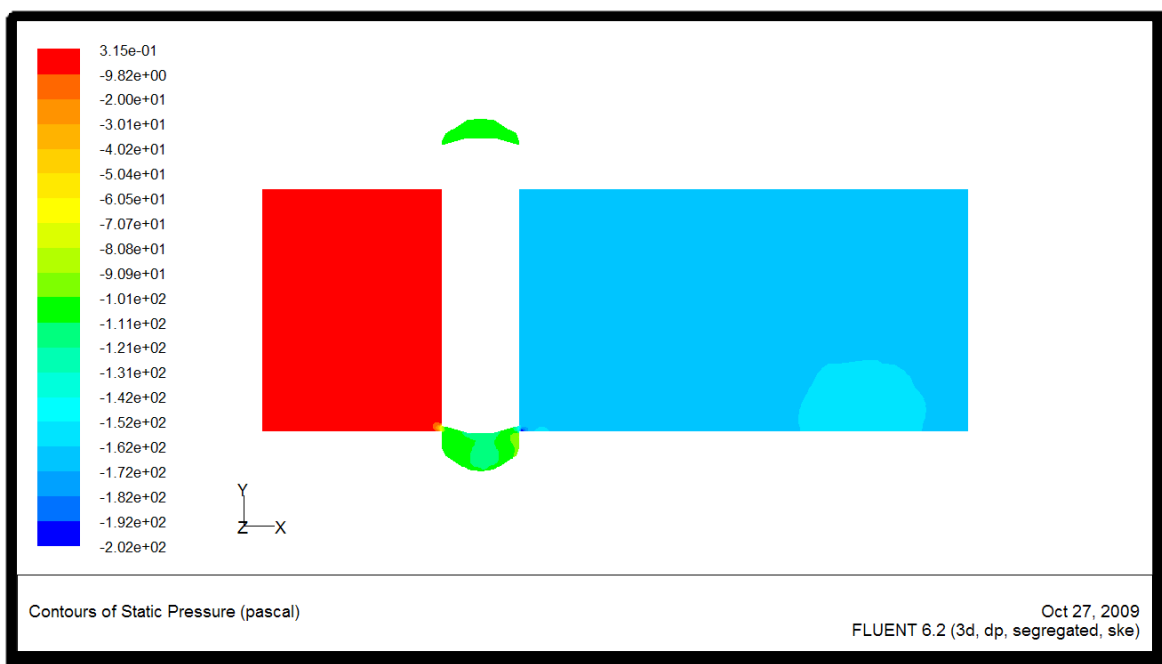
Slika 4.28 Prikaz ponašanja reziduala po iteracijama za  $h=5\text{mm}$



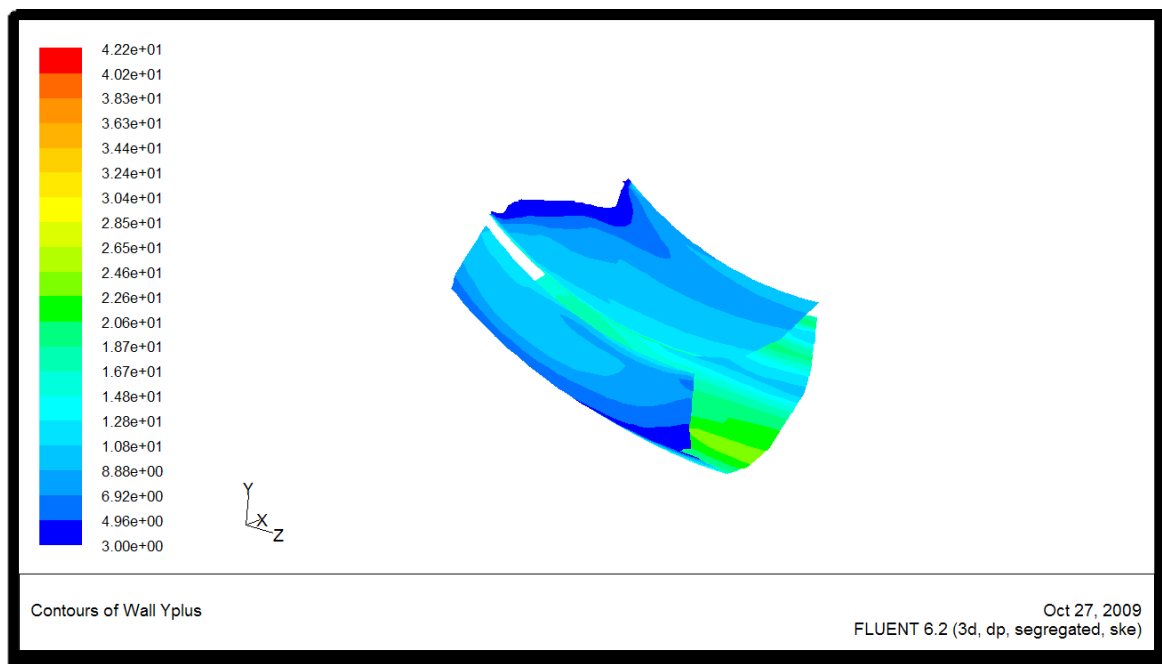
Slika 4.29 Koeficijenti gubitaka stacionarnog i nestacionarnog rješenja  $h=5\text{mm}$



Slika 4.30 Polje brzina na ravnini simetrije u blizini procjepa za  $h=5\text{mm}$



Slika 4.31 Polje tlaka na ravnini simetrije za  $h=5\text{mm}$



Slika 4.32  $y^+$  u području procjepa zasuna za  $h=5\text{mm}$

#### 4.3.4 Ekvivalentna zračnost 2 mm

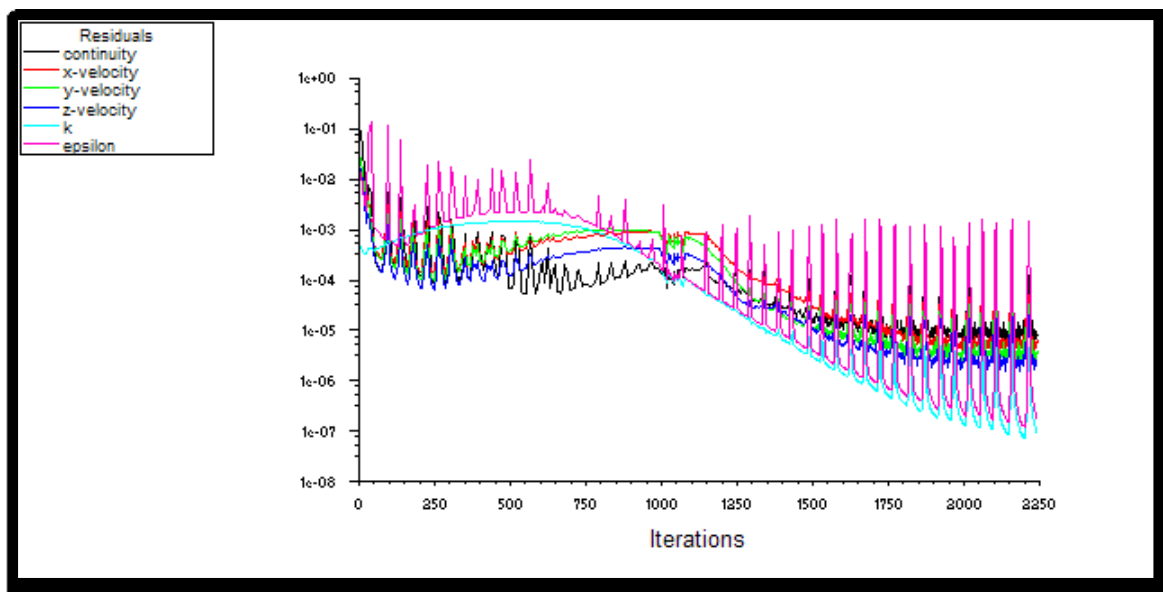
Za ekvivalentnu zračnost od 2 mm koristit ćemo rubni uvjet brzine na ulazu u domenu iz brzine definirane sa kutom zakreta  $\alpha = 261^\circ$  iz [3].

Dakle slijedi:

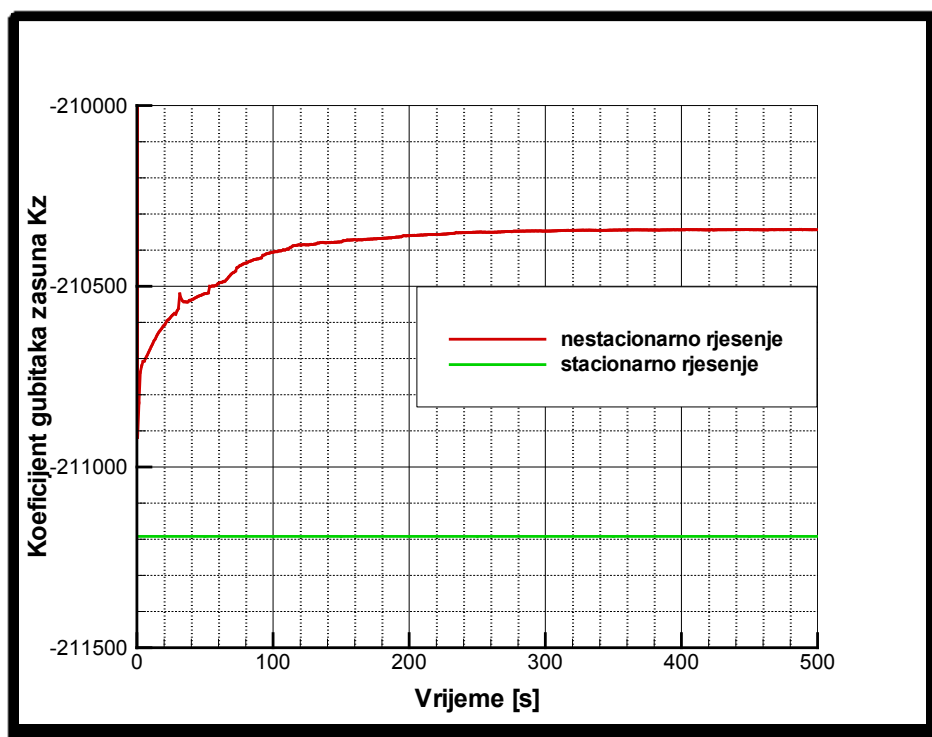
$$\Delta V = 220 \text{ [l]}$$

$$\Delta t = 1391 \text{ [s]}$$

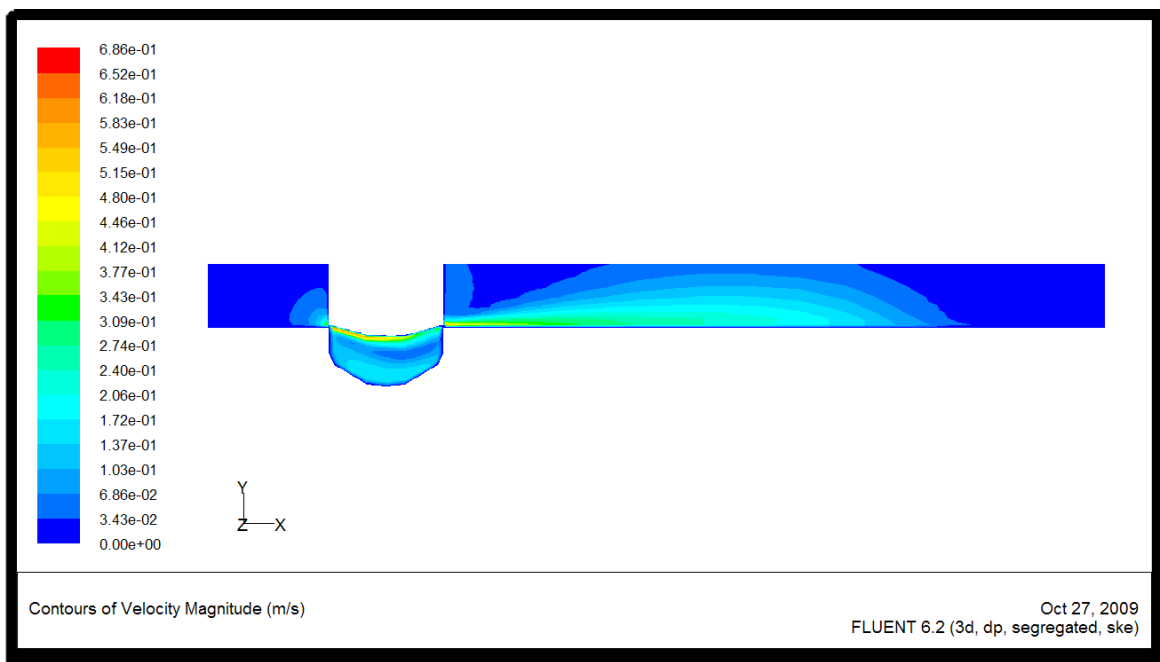
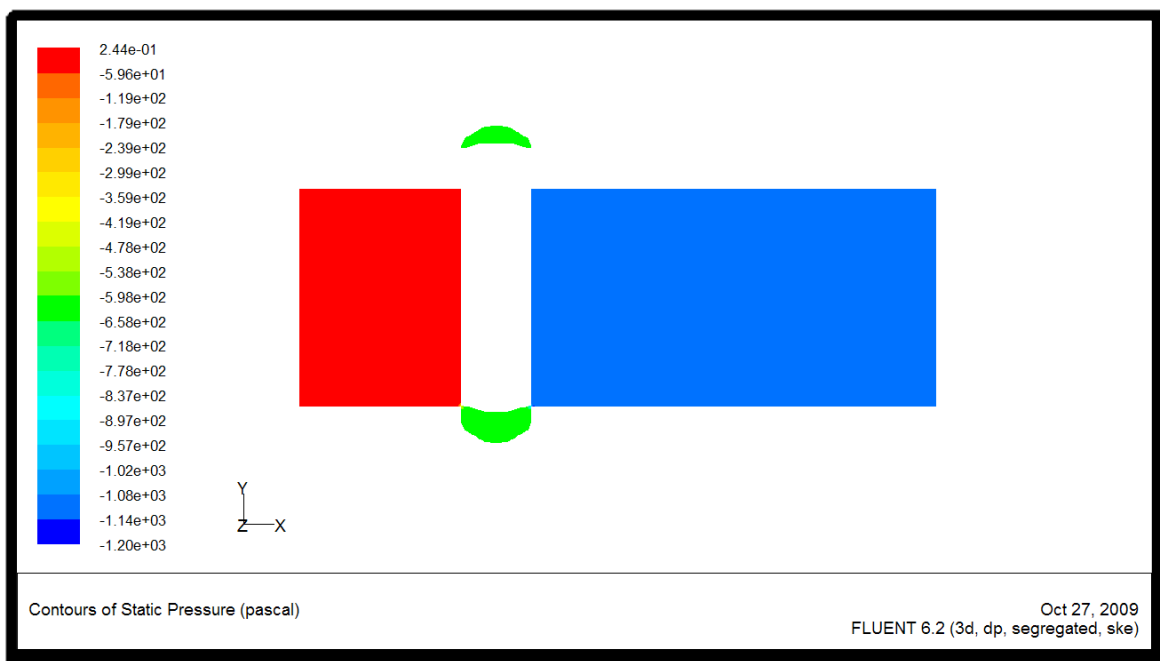
$$v = \frac{4Q}{D^2\pi} = 0.003222 \text{ [m/s]}$$

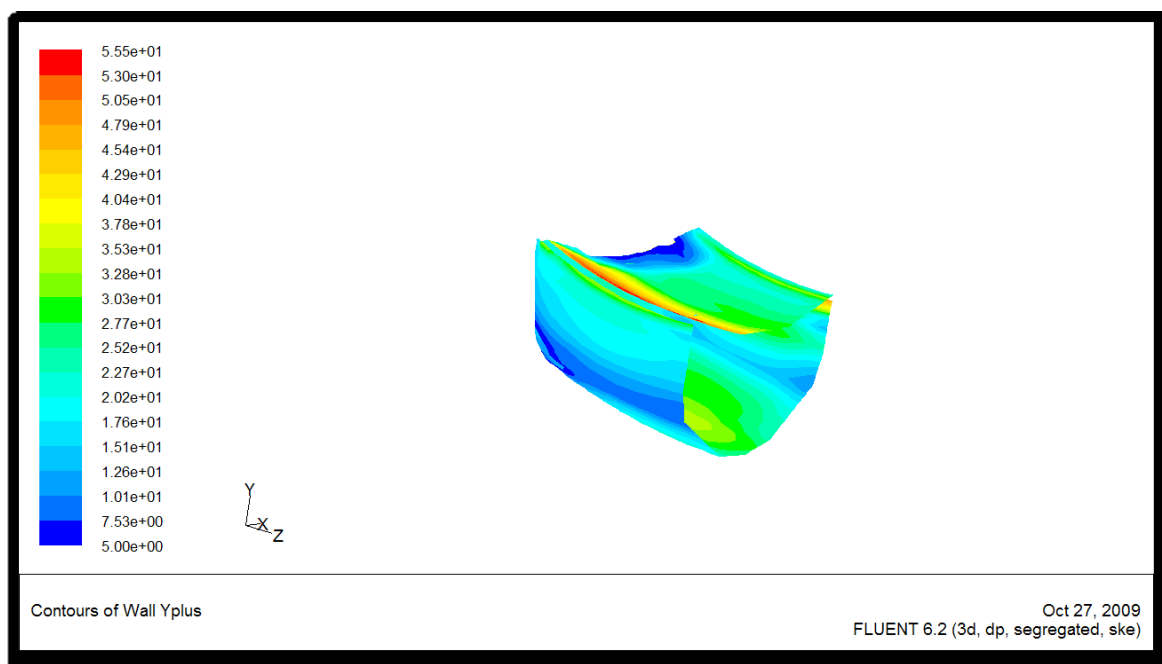


Slika 4.33 Prikaz ponašanja reziduala po iteracijama za  $h=2\text{ mm}$



Slika 4.34 Koeficijenti gubitaka stacionarnog i nestacionarnog rješenja  $h=2\text{ mm}$

Slika 4.35 Polje brzina na ravnini simetrije u blizini procjepa za  $h=2$  mmSlika 4.36 Polje tlaka na ravnini simetrije za  $h=2$  mm



Slika 4.37  $y^+$  u području procjepa zasuna za  $h=2\text{ mm}$

#### 4.3.5 Ekvivalentna zračnost 1 mm

Za ekvivalentnu zračnost od 1 mm koristit ćemo rubni uvjet brzine na ulazu u domenu iz brzine definirane sa kutom zakreta  $\alpha = 27^\circ$  iz [3].

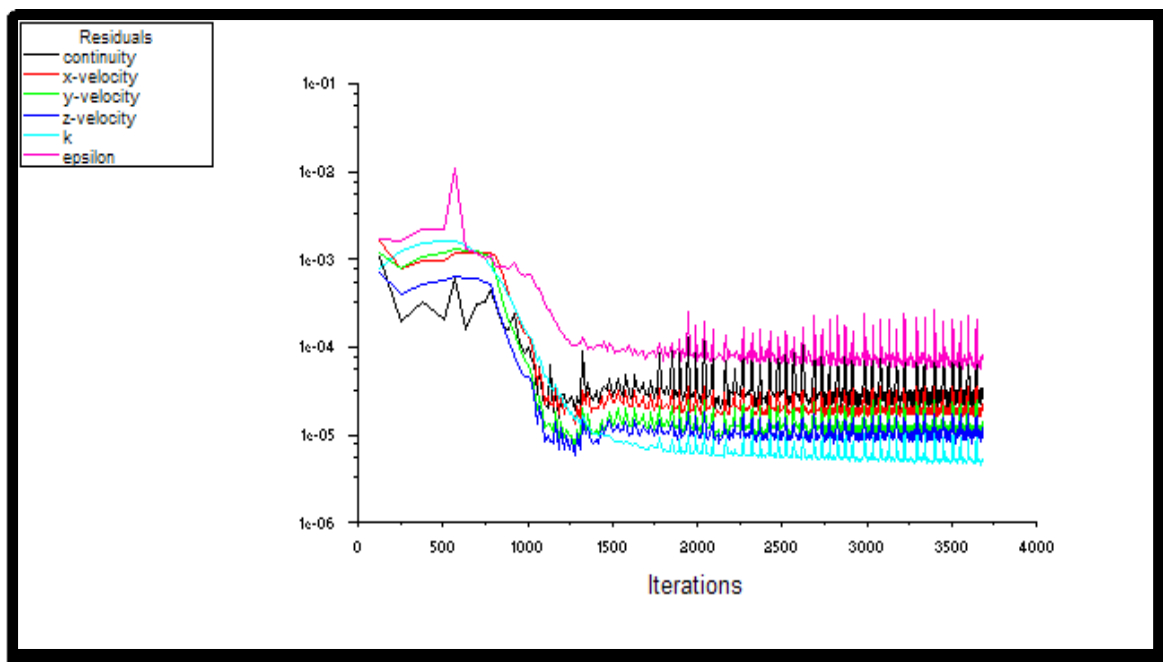
Dakle slijedi:

$$\Delta V = 220 \text{ [l]}$$

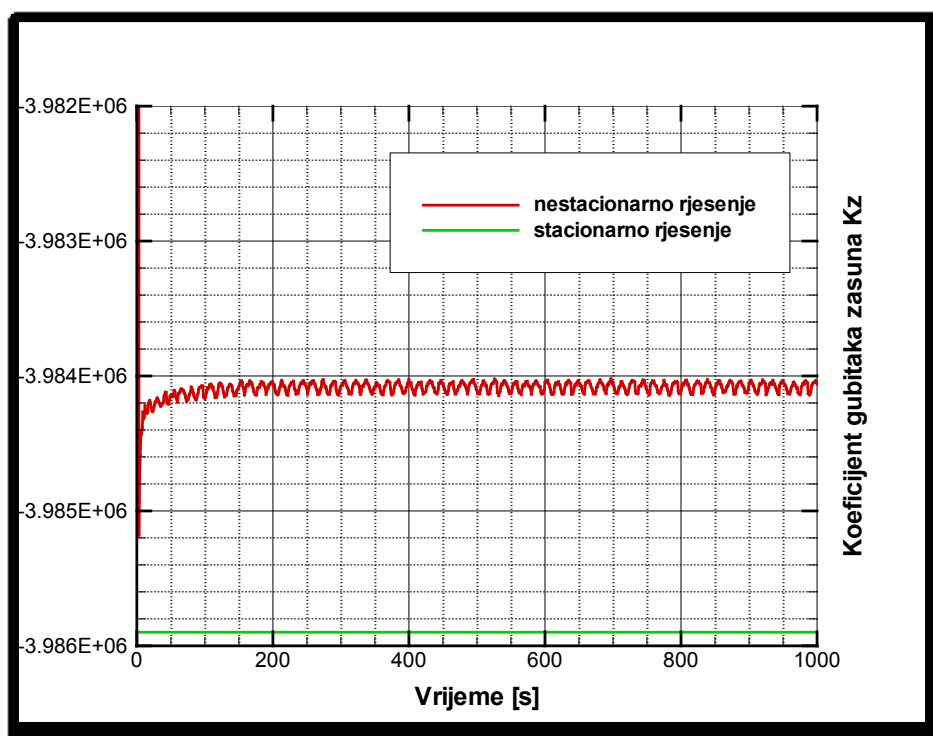
$$\Delta t = 1669 \text{ [s]}$$

$$v = \frac{4Q}{D^2\pi} = 0.002685 \text{ [m/s]}$$

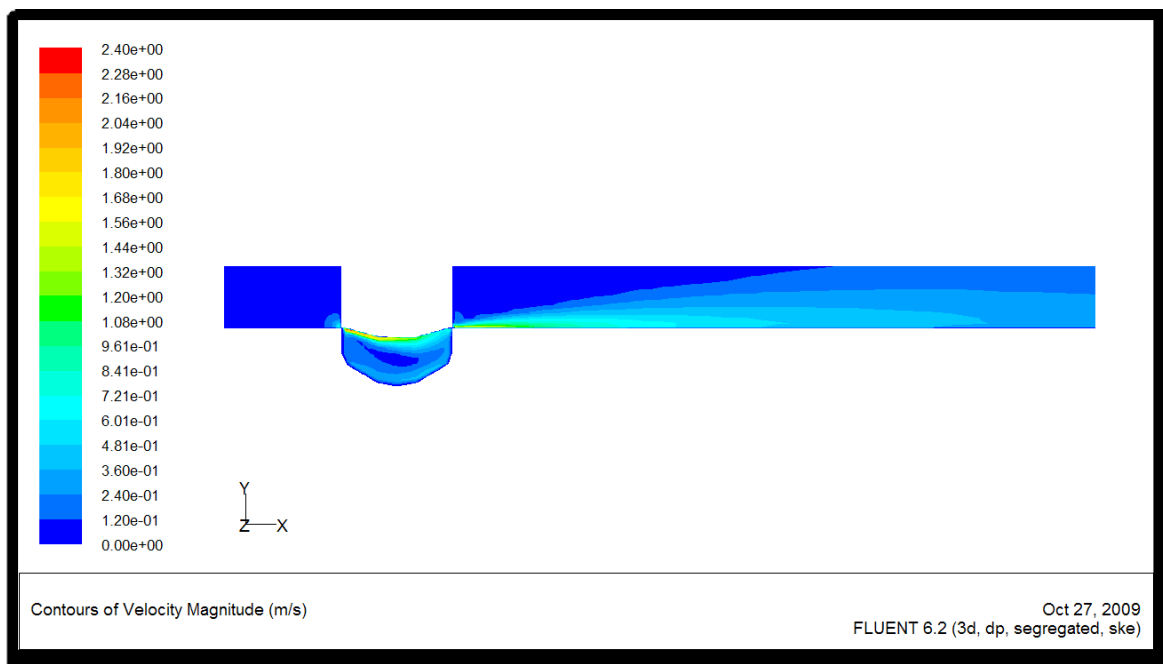
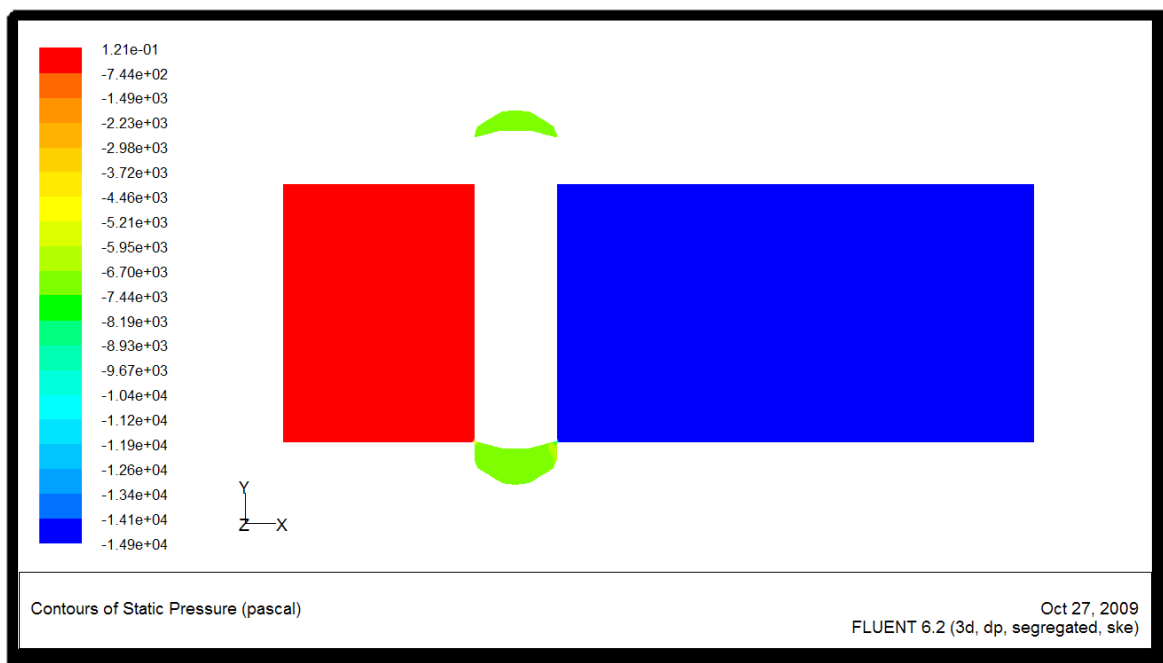


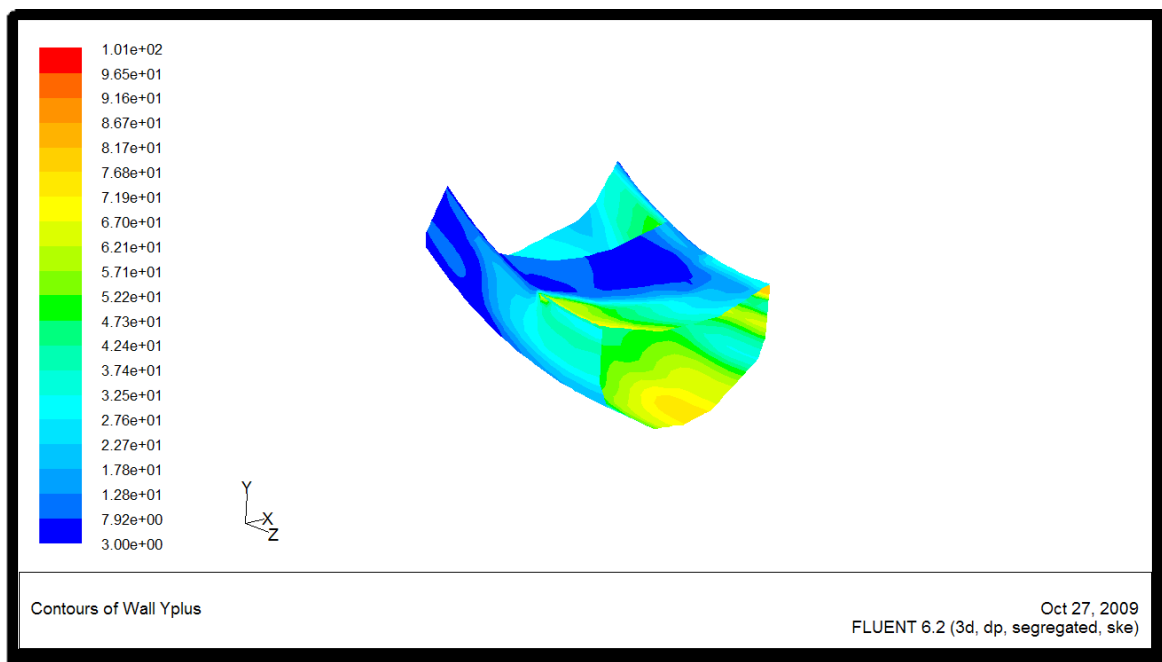


Slika 4.38 Prikaz ponašanja reziduala po iteracijama za  $h=1$  mm



Slika 4.39 Koefficienti gubitaka stacionarnog i nestacionarnog rješenja  $h=1$  mm

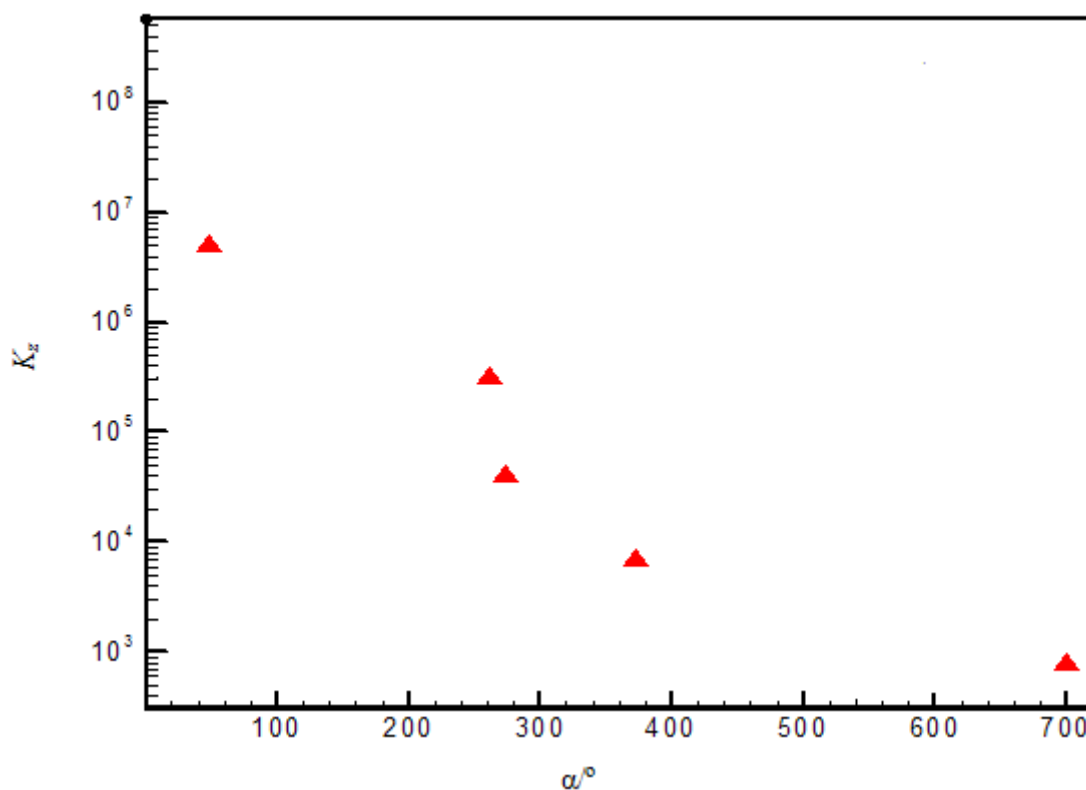
Slika 4.40 Polje brzina na ravnini simetrije u blizini procjepa za  $h=1$  mmSlika 4.41 Polje tlaka na ravnini simetrije za  $h=1$  mm



Slika 4.42  $y^+$  u području procjepa zasuna za  $h=1$  mm

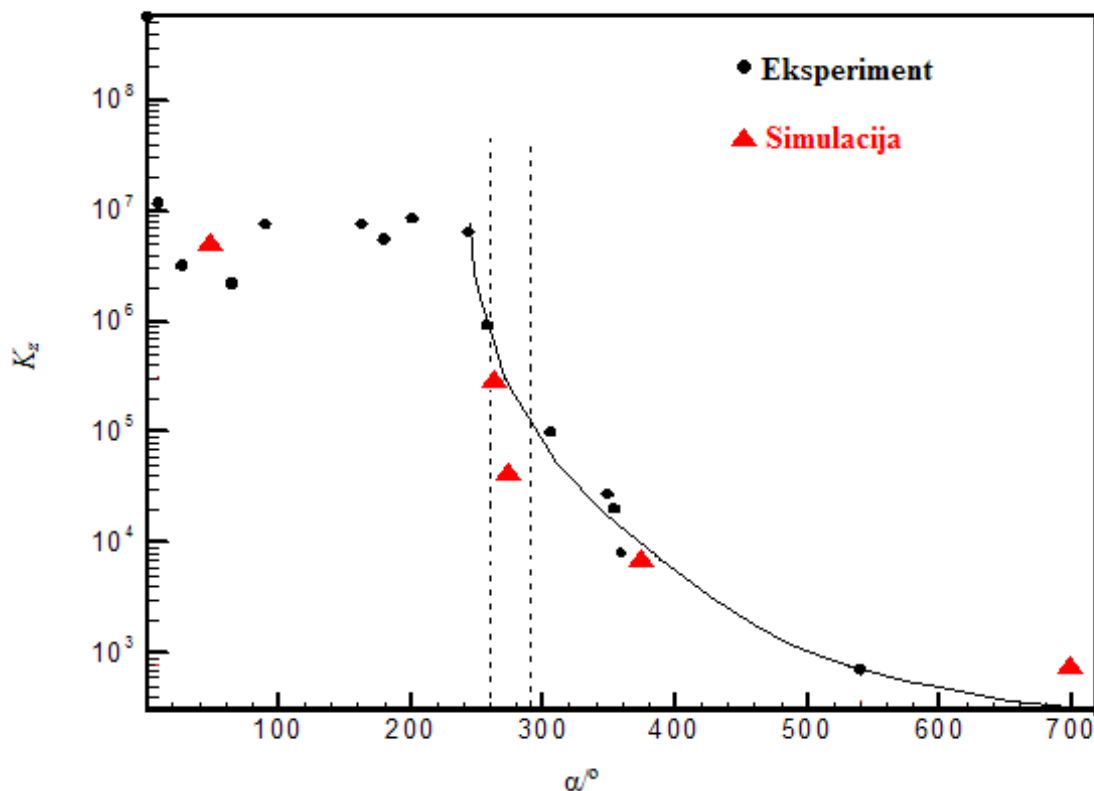
## 5. DISKUSIJA REZULTATA

U prošlom poglavlju smo prikazali rezultate numeričke simulacije. Glavni cilj ovih simulacija je bio dobiti koeficijente gubitaka zasuna. Na slici 5.1 prikazani su dobiveni koeficijenti gubitaka u odnosu na ekvivalentan zakret kola vretena.



Slika 5.1 Dijagram izračunatih koeficijenata gubitaka

Sljedeći korak nam je usporedba naših dobivenih rezultata sa onima iz [3], cilj na je bio pogoditi trend rasta koeficijenata gubitaka sa smanjenjem zračnosti. Dijagram usporedbe prikazan je na slici 5.2.



Slika 5.2 Dijagram komparacije rezultata

Iz gornjih dijagrama vidljiv je trend rasta koeficijenta gubitaka, tj. kako se smanjuje ekvivalentna zračnost tako se povećava koeficijent gubitaka. Nažalost, sa ovakvim pojednostavljenim geometrijskim modelom nemoguće je pogoditi rezultate eksperimenta, dijelom i zbog toga što i mjereni podaci sadržavaju u sebi određenu grešku. Za očekivati je i bilo da ćemo kvalitativno i dobiti manje koeficijente gubitaka od onih iz eksperimenta iz razloga što je realna geometrija mnogo kompleksnija od ove modelirane geometrije. Realna geometrija sa sobom nosi puno više disipacije energije, uslijed naglih promjena geometrije (što uzrokuje vrtloge), a u jednom bitnom dijelu svakako sudjeluje i hidraulička hrapavost materijala od kojeg je izrađen zasun.

Također možemo zaključiti da sam numerički izračun, sam po sebi nosi određene greške (odabrani model turbulencije, modelirane zidne funkcije, veličina i oblik mreže, itd.)

## 6. ZAKLJUČAK

Kroz ovaj Završni rad načinjeno je slijedeće:

- Izrađena je geometrija modela u računalnom programu SOLIDWORKS, te unesena u računalni format pogodan za diskretizaciju
- Pomoću računalnog programa GAMBIT, izrađene su mreže 5 različitih slučajeva otvorenosti zasuna
- Zadani su rubni uvjeti promatrane domene
- U računalnom programu FLUENT odabrani su moduli po kojima će proračun biti vršen
- Proračunati su slučajevi otvorenosti zasuna
- Prikazani su dobiveni rezultati, tj. fizikalne veličine relevantne za ovaj tip problema
- Integralna veličina koeficijenta gubitaka zasuna  $K_z$  prikazana je za slučajeve otvorenosti zasuna.
- Uspoređeni su rezultati sa rezultatima mjerenja
- Dana je kratka kritička analiza rezultata.

Sa zadovoljstvom sam izrađivao ovaj rad, te se kroz njegovu izradu susretao sa mnogim problemima i posebnostima vezanim za numeričko simuliranje ovakvog tipa problema. Takvi problemi su se uglavnom vezali na praktičnu primjenu znanja stečenih kroz odslušane kolegija na Fakultetu.

## 7. LITERATURA

- [1] Predavanja iz kolegija Mehanika fluida 2, prof. Zdravko Virag, Fakultet Strojarsva i Brodogradnje
- [2] Predavanja iz kolegija Računalna dinamika fluida, prof. Zdravko Virag, Fakultet Strojarsva i Brodogradnje
- [3] Stručna ekspertiza stanja zasuna broj 21., prof. Zdravko Virag , prof. Mario Šavar , Fakultet Strojarsva i Brodogradnje, Zagreb 2003
- [4] FLUENT, CFD Analysis Software Documentation,  
web-stranica: <http://cfd.mae.wvu.edu/~wade/fluent/index.htm>
- [5] Fundamentals of Computational Fluid Dynamics, David W. Zingg, University of Toronto Institute for Aerospace studies, Toronto 1999