

# Biomehanika mokračnog mjehura

---

**Dumančić, Kristina**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:585580>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-02**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Kristina Dumančić**

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić, dipl. ing.

Student:

Kristina Dumančić

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno, koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem mentorici, prof. dr. sc. Tanji Jurčević Lulić, na korisnim savjetima i ispravcima te što mi je omogućila izradu ovog rada svojim mentorstvom i nesebično pomogla svojim stručnim znanjem i iskustvom.

Također zahvaljujem svim profesorima, asistentima i kolegicama i kolegama studentima koji su mi na bilo koji način pomogli tijekom preddiplomskog studija.

Kristina Dumančić



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Kristina Dumančić**

Mat. br.:00352044959

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Biomehanika mokraćnog mjehura**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Biomechanics of the Urinary Bladder**

Opis zadatka:

Biomehanika mokraćnog mjehura je relativno novo područje istraživanja, a povezano je s bolestima, medicinskim problemima i ozljedama mokraćnih putova. Tupe ozljede mokraćnog mjehura najčešće nastaju kao posljedica loma kostiju zdjelice.

U radu je potrebno:

- opisati anatomiju mokraćnog mjehura,
- objasniti mehanička svojstva tkiva mjehura,
- modelirati mjehur kao tanku sferičnu ljusku uz pretpostavku linearnog ponašanja te izračunati naprezanja u ljusci za različite uvjete opterećenja.

Potrebne parametre i podatke dogovoriti s mentorom.

U radu navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
6. svibnja 2019.

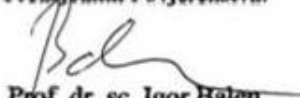
Rok predaje rada:  
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2019.  
3. rok: 20. rujna 2019.

Predviđeni datumi obrane:  
2. rok (izvanredni): 2.7. 2019.  
3. rok: 23.9. - 27.9. 2019.

Zadatak zadao:

  
Prof.dr.sc. Tanaj Jurčević Lulić

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Igor Balen

**SADRŽAJ**

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA	III
POPIS OZNAKA	IV
SAŽETAK	VII
SUMMARY	VIII
1. UVOD	1
2. Mokraćni sustav	2
2.1. Građa mokraćnog mjehura .....	3
2.2. Detruzorsko mišićje .....	4
2.3. Inervacija mokraćnog mjehura .....	5
2.4. Neurološki regulacijski sustav .....	6
3. Punjenje i pražnjenje mokraćnog mjehura	7
3.1. Punjenje mokraćnog mjehura .....	8
3.2. Pražnjenje mokraćnog mjehura .....	10
4. Biomehanika mokraćnog mjehura	11
5. Modeliranje mokraćnog mjehura	15
6. Mokraćni mjehur kao tanka biološka ljuska	20
6.1. Općenito o teoriji ljusaka .....	20
6.2. Opterećenja i naprezanja mokraćnog mjehura pomoću teorije ljusaka .....	25
7. Poremećaji mokraćnog mjehura	31
8. Zaključak	32
LITERATURA	33

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Organi mokraćnog sustava [2] .....	2
Slika 2. Presjek bubrega [1] .....	3
Slika 3. Građa mokraćnog mjehura [2] .....	4
Slika 4. Anatomska raspodjela živaca leđne moždine[4].....	5
Slika 5. Prikaz živčanih vlakana [1].....	6
Slika 6. Položaj ventralnog roga [4].....	7
Slika 7. Graf ovisnosti tlaka i volumena mokraćne u mjehuru [1].....	9
Slika 8. Oblik ispunjenog mokraćnog mjehura[5] .....	9
Slika 9. Usporedba oblika praznog i punog mokraćnog mjehura [6].....	11
Slika 10. Krivulja odnosa sile i istežanja za meka biološka tkiva [3].....	12
Slika 11. Graf ovisnosti pseudo energije o omjeru $0 \lambda l / \lambda c$ . [3] .....	14
Slika 12. Hillov model [8].....	17
Slika 13. Cilindrični koordinatni sustav [9] .....	21
Slika 14. Aksonometrijski prikaz elementa [9] .....	22
Slika 15. Presjek elementa ravninom kroz os ljuske .....	23
Slika 16. Presjek elementa ravninom okomitom na os ljuske[9] .....	24
Slika 17. Djelovanje sila i tlakova na puni mjehur.....	26
Slika 18. Djelovanje sila i tlaka na prazni mjehur.....	29

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Rezultati testiranja mjehura svinje, ženke štakora i psa[3] .....	13
Tablica 2. Ulazni podaci za slučaj punog mjehura.....	26
Tablica 3. Ulazni podaci za prazni mokraćni mjehur.....	29



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$a, a_1, a_2$	-	empirijske konstante
$A_r(t)$	-	aktivacijska funkcija
$A_d(t)$	-	deaktivacijska funkcija
$A_l(l_c)$	-	funkcija ovisnosti duljine
$b, b_1, b_2$	-	empirijske konstante
$c_d$	-	parametar raspada
$c, c_1, \dots, c_6$	-	empirijske konstante
$E$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	modul elastičnosti
$\vec{e}_n$	-	jedinični vektor normalne
$\vec{e}_\vartheta$	-	jedinični vektor u cirkularnom smjeru
$\vec{e}_\varphi$	-	jedinični vektor u meridijanskom smjeru
$F$	N	sila kontrakcije
$f_{aD}$	-	Funkcija kontrakcije detruzora i vanjskog sfinktera
$f_{aS}$	-	Funkcija relaksacije detruzora i vanjskog sfinktera
$G$	-	Reducirana funkcija relaksacije
$h$	mm	Debljina ljuske
$K(\lambda, t)$	-	Funkcija relaksacije
$k_{\text{area}}$	-	Omjer površine poprečnog presjeka detruzora pri optimalnoj duljini i stvarne površine
$k_{\text{thick}}$	-	Omjer debljine sfinktera pri optimalnoj duljini i pri stvarnoj duljini
$l_c$	mm	Stvarna duljina kontraktilnog elementa
$l_{\text{max}}$	mm	Duljina kontraktilnog elementa pri djelovanju maksimalne sile
$l_w$		
$M_x, M_\varphi$	Nmm	Unutarnji momenti
$N_\vartheta$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}}$	Meridijanska sila

$N_\varphi$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}}$	Cirkularna sila
$p$	Pa	Tlak pri punjenju mokraćnog mjehura
$\dot{p}$	$\frac{\text{Pa}}{\text{s}}$	Brzina promjene tlaka
$p_{\text{abd}}$	Pa	Intraabdominalni tlak
$p_{\text{det}}$	Pa	Tlak detruzora
$p_0$	Pa	Početni intravezikularni tlak
$p_u$	Pa	Tlak unutar mokraćne cijevi
$p_{\text{ves}}$	Pa	Intravezikularni tlak
$Q$	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$	Protok urina
$r$	mm	Radijus mokraćnog mjehura
$R$	$\Omega$	Otpor mokraćne cijevi
$R_1$	mm	Polumjer punog mokraćnog mjehura
$R_2$	mm	Polumjer praznog mokraćnog mjehura
$r_{D(s)}^o$	mm	Vanjski radijus ljuske/sfinktera
$r_{D(s)}^i$	mm	Unutarnji radijus ljuske/sfinktera
$R_t$	$\Omega$	Ukupni otpor distalne mokraćne cijevi
$T$	W	Snaga kontrakcije
$T(\lambda)$	-	
$T_{(c,l)}^p$	N	Reaktivna sila prilikom istezanja
$t_d$	s	Vremenska konstanta relaksacije
$t_r$	s	Vremenska konstanta kontrakcije
$v$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	Brzina kontrakcije
$V$	$\text{m}^3$	Volumen mjehura
$W$	W	Energija deformiranja
$z$	mm	Udaljenost od težišta
$\delta$	mm	Debljina stijenke mjehura
$\varepsilon_x$	mm	Deformacija u smjeru osi x
$\varepsilon_\varphi$	mm	Deformacija u smjeru osi $\varphi$
$\lambda_c$	-	Obodni smjer anizotropije
$\lambda_l$	-	Uzdužni smjer anizotropije

$\nu$	-	Poissonov faktor
$\rho$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Gustoća nedeformiranog tkiva
$\sigma$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Naprezanje stjenke mjehura
$\sigma^e$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Cauchyovo naprezanje
$\sigma_a$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Aktivno naprezanje mišićnih stanica
$\sigma_D$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Ukupna stvarna naprezanja detruzora
$\sigma_e$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Elastično naprezanje
$\sigma_p^e$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Reaktivno istežanje
$\sigma_v$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Naprezanje ovisno o brzini istežanja
$\sigma_{ve}$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Viskoelastično naprezanje
$\sigma_1(l_D)$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Stvarno izometrijsko naprezanje detruzora
$\sigma_1(l_S)$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Stvarno izometrijsko naprezanje vanjskog sfinktera
$\sigma_\vartheta$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Naprezanje u meridijanskom smjeru
$\sigma_\varphi$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Naprezanje u cirkularnom smjeru
$\tau$	-	Vremenska konstanta
$\tau_1$	-	Vremenska konstanta brze reakcije
$\tau_2$	-	Vremenska konstanta spore reakcije
$\tau_{\vartheta\varphi}, \tau_{\varphi\vartheta}, \tau_{\varphi n}$	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Posmična naprezanja
$\omega_e^D$	-	Ulazni faktor pobude
$\omega_i^D$	-	Ulazni faktor inhibicije
$\omega_S$	-	Ulazni faktor neuronske aktivnosti

## SAŽETAK

Mokraćni sustav zadužen je za izbacivanje toksina i ostalih štetnih tvari iz organizma i održavanje optimalnog volumena tekućine unutar tijela. U ovom radu obrađen je mokraćni mjehur, njegove anatomske, fiziološke i mehaničke osobine. Kako bi mokraćni mjehur normalno radio potrebni su neuronski podražaji, odnosno impulsi koji dolaze iz sakralnog dijela kralježnice. Postoji cijeli niz poremećaja vezanih za mokraćni mjehur gdje dolazi do prekidanja provođenja živčanih impulsa do mjehura, odnosno od mjehura do leđne moždine i samog mozga, nedovoljne ili izrazite osjetljivosti mišića detruzora na istezanje uzrokovano punjenjem samog mjehura, nemogućnosti kontroliranja mokrenja i slično. Sama biomehanika mokraćnog mjehura još uvijek nije u potpunosti poznata, stoga se brojni znanstvenici bave istraživanjima kako bi dobili što vjerodostojniji model i simulaciju rada mokraćnog mjehura. Testirana su uglavnom provedena na uzorcima tkiva mjehura životinja iz razloga što je izrazito teško održati fiziološku postojanost tkiva ljudskog mokraćnog mjehura izvan tijela domaćina. Prilikom modeliranja i matematičkih pokušaja opisivanja ponašanja mjehura, korištene su brojne pretpostavke i pojednostavljenja i samim time do sada nije dobiven model koji bi znatno pomogao u rješavanju patofizioloških poremećaja mokraćnog sustava. Generalna ideja koja se proteže kroz nekoliko istraživanja je promatranje mokraćnog mjehura kao tankostijene sferične ljuske. U samom radu proveden je proračun naprezanja mokraćnog mjehura pomoću teorije ljusaka. Izračunata su meridijalna i cirkularna naprezanja nakon određenih unutarnjih meridijalnih i cirkularnih sila pri opterećenjima koja uzrokuju tlak unutar samog mjehura te intraabdominalni tlak.

Ključne riječi: mokraćni mjehur, model mokraćnog mjehura, teorija ljusaka, opterećenja mokraćnog mjehura

## **SUMMARY**

The urinary system is responsible for the removal of toxins and other harmful substances from the human body and maintaining the optimal volume of fluid within the body. The paper deals with the bladder, to be more exact, it deals with its anatomical, physiological and mechanical properties. In order for the bladder to function normally, neural stimuli or neural impulses from the sacral part of the spine are required. There are a number of disorders related to the bladder, which cause interruption of nerve impulses to the bladder, i.e. from the bladder to the spinal cord and the brain itself. For example, insufficient or pronounced sensitivity of the detrusor muscles to stretching caused by filling the bladder itself, inability to control urination and other disorders. The sole biomechanics of the bladder is still not fully known, and many scientists are conducting research in this area to get as most accurate model and simulation of bladder function as possible. Experiments have generally been performed on animal bladder tissue samples because it is extremely difficult to maintain the physiological stability of human bladder tissue outside the human body. In modeling and attempting to mathematically describe the behavior of the bladder, numerous assumptions and simplifications have been used. Thus, no model has been obtained so far that would significantly assist in the resolution of pathophysiological disorders of the urinary system. A general idea that runs through several studies is the observation of the bladder as a thin-walled spherical shell. In this paper, a bladder stress calculation was performed using shell theory. The meridional and circular stresses due to certain internal meridional and circular forces at loads that cause pressure within the bladder and intra-abdominal pressure were calculated.

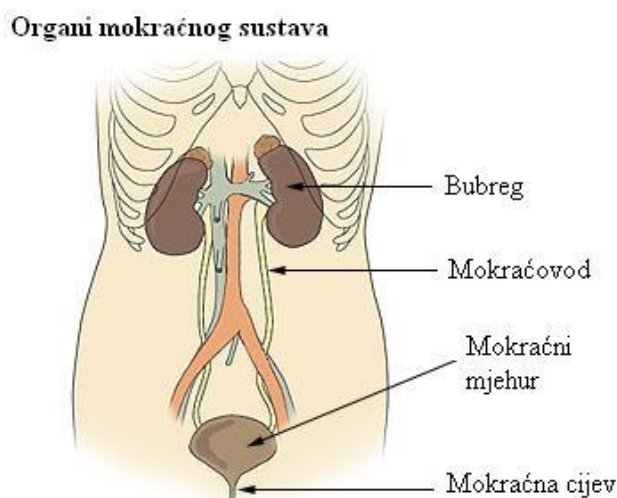
Key words: bladder, bladder model, shell theory, loads of the bladder

## 1. UVOD

Mokraćni mjehur šuplji je mišićni organ mokraćnog sustava koji uključuje i bubrege, mokraćovode te mokraćnu cijev. Glavna funkcija mokraćnog sustava je izbacivanje otpadnih tvari iz organizma. Bubrezi stvaraju mokraću koja kroz mokraćovode dolazi u šupljinu mokraćnog mjehura i iz tijela izlazi putem mokraćne cijevi. Mokraćni mjehur služi za prikupljanje, zadržavanje i izbacivanje urina. Nalazi se unutar zdjelice, omeđen s prednje strane preponskom kosti, a sa stražnje, kod žena, maternicom i rodnicom dok je kod muškaraca sa stražnje strane omeđen rektumom. Za održavanje kontinencije mokraćnog mjehura, mozak i leđna moždina moraju biti zdravi. Parasimpatikus direktno pokreće kontrakcije mišića mokraćnog mjehura i pokreće mokrenje. Starenjem dolazi do smanjenja kapaciteta mjehura, nepotpunog pražnjenja, smanjenja vremenskog perioda između osjećaja potrebe za mokrenjem i početka samog mokrenja te inkontinencije koja može uzrokovati periodično istjecanje mokraće ili potpunu nesposobnost zadržavanja mokraće. U mlađoj dobi, inkontinencija je uzrokovana neuvježbanošću mokrenja, problemima neurološkog sustava ili ozljedama kralježnice. Kako bi se mogli rješavati patofiziološki problemi vezani za sustav mokraćnog mjehura i mokraćne cijevi, potrebno je dobiti model koji bi simulirao protok urina i sve mehanizme i procese koji se događaju za vrijeme punjenja mjehura, odnosno pražnjenja. Provedena su mnoga testiranja, uglavnom na mokraćnim mjehurima životinja koja su pokazala neke od osnovnih svojstava mokraćnog mjehura, kao što je izrazita istezljivost. Rijetka su testiranja izvršena na tkivima mokraćnog mjehura čovjeka zbog nemogućnosti održanja fiziološke stabilnosti uzorka. Brojni su pokušaji modeliranja mokraćnoga mjehura, ali do danas uglavnom su svi bezuspješni ili usvojeni uz brojna pojednostavljenja ili do danas nemaju veću iskoristivost u kliničke svrhe. Pretpostavlja se da će napretkom tehnologije biti uspješno napravljen model koji će anatomski i fiziološki odgovarati pravom ljudskom mokraćnom mjehuru i koji će vjerodostojno opisivati mehaničke i neurotransmisijske procese [1].

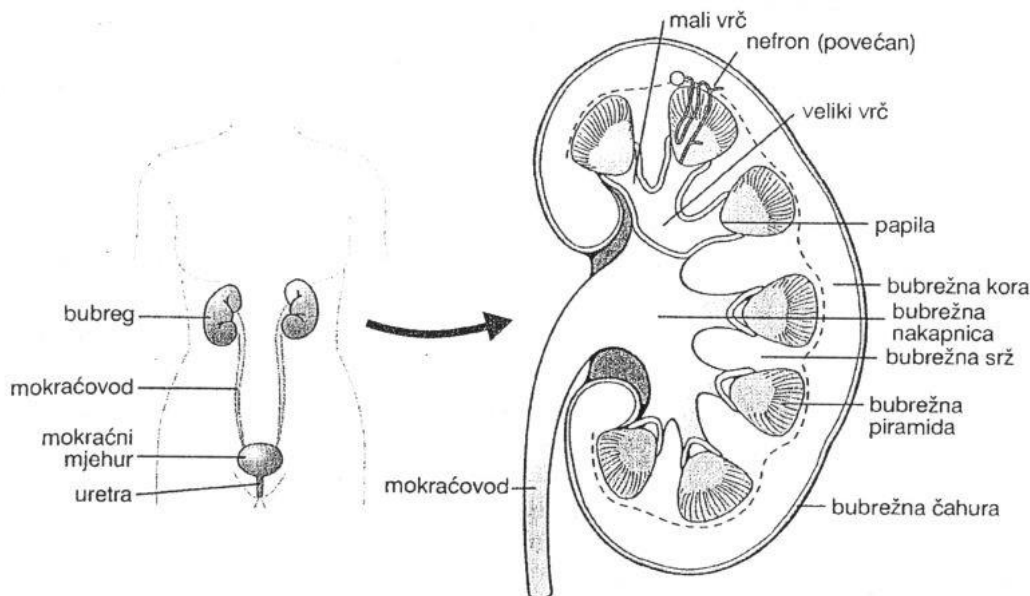
## 2. Mokraćni sustav

Mokraćni sustav jedan je od 11 sustava organa u ljudskom organizmu. Sastoji se od dvaju bubrega, dva mokraćovoda, mokraćnog mjehura i mokraćne cijevi. Na slici 1. prikazani su dijelovi mokraćnog sustava.



**Slika 1. Organi mokraćnog sustava [2]**

Osnovna mu je funkcija reguliranje sastava tjelesnih tekućina i izbacivanje štetnih tvari iz organizma. Glavnu zadaću u filtraciji tekućina i stvaranju mokraće ima bubreg. Bubreg je parni organ, smješten sa stražnje strane abdomena, približno u visini dvanaestog rebra. Osnovna funkcionalna jedinica bubrega naziva se nefron kojemu je glavna zadaća filtracija tjelesnih tekućina. Na medijalnoj strani oba bubrega nalazi se hilus kroz koji prolaze bubrežna arterija, bubrežna vena, limfne žile, živci i mokraćovod. Napravimo li frontalni presjek bubrega, vidimo njegova dva osnovna dijela: koru (cortex) i srž (medulla) koje izvana obavija čahura, sloj masnog tkiva zadužen za zaštitu i očuvanje temperature. Srž sadrži bubrežne piramide, tkiva stožastih oblika. Njihovi vrhovi nazivaju se papile. Bubrežne piramide koncentrično su usmjerene i slijevaju se u nakapnicu. Vanjski rub nakapnice podijeljen je na velike vrećice nazvane veliki vrčevi koje se dijele na manje vrećice nazvane mali vrčevi. Presjek bubrega prikazan je slikom 2.



**Slika 2. Presjek bubrega [1]**

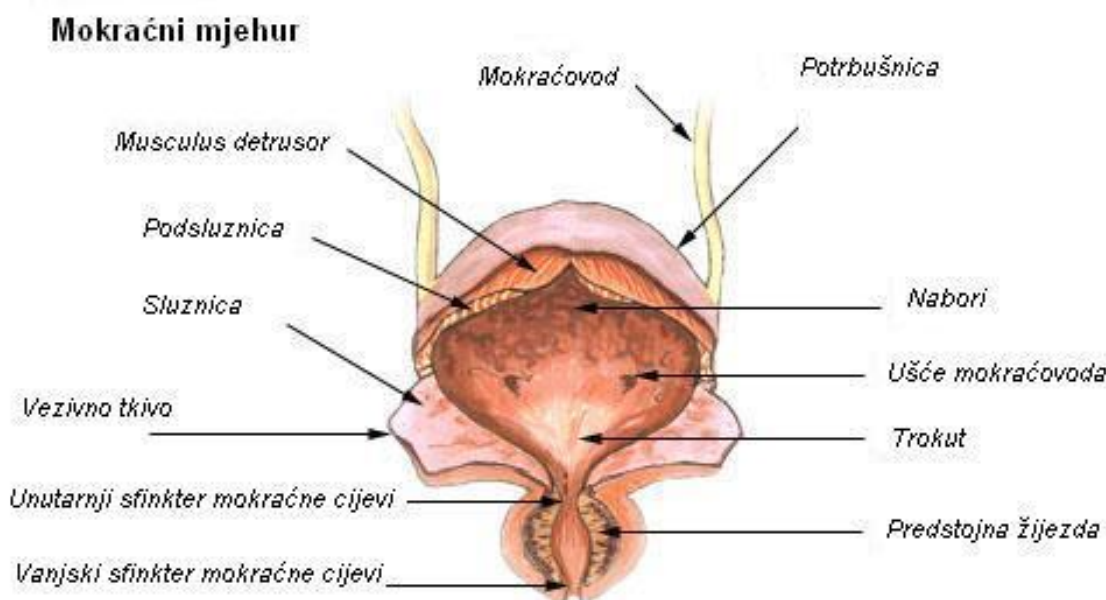
Nefron se sastoji od glomerula, sastavljenog od mreže glomerularnih kapilara i tubula. Krv pod visokim tlakom iz arterije ulazi u bubreg preko bubrežne aorte koja se grana u arteriole i konačno do glomerula, u kojem hidrostatski tlak iznosi oko 8 kPa, gdje se dovedena krv filtrira. Dobiveni filtrat naziva se primarna mokraća koji nastavlja putovati kroz tubule gdje se vrši apsorpcija vode i otopljenih tvari, zbog čega mokraća postaje mnogo koncentriranija, a neapsorbirani dio odlazi u završne kanaliće. Mokraća iz više nefrona slijeva se u jedan sabirni kanalić. Iz sabirnih kanalića, mokraća putuje prema bubrežnim piramidama, ulazi u velike vrčeve te u nakapnicu koja usmjerava mokraću u mokraćovode. [1]

## 2.1. Građa mokraćnog mjehura

Mokraćni mjehur šuplji je mišićni organ kojem je glavna zadaća skupljanje mokraće i izbacivanje putem mokraćne cijevi. Sastoji se od tijela koje zauzima najveći dio mjehura i vrata koji je nastavak na tijelo ljevkastog oblika. Glatko mišićje mokraćnog mjehura naziva se detruzorsko mišićje. Stanice mišića međusobno se spajaju spojevima na kojima je električni otpor malen, što omogućuje širenje akcijskog potencijala cijelim detruzorom. S unutarnje strane detruzorskog mišića naslanja se podsluznica na koju se nastavlja sluznica, koju čini prijelazni epitel, a navedene sluznice povezane su vezivnim tkivom. Sama sluznica je nabrana što omogućuje širenje kada se mjehur puni mokraćom. S vanjske strane mjehura nalazi se potrbušnica, opna koja prekriva površine stijenki organa trbušne šupljine i zdjelice. Vrat



mjehura prolazi ispod urogenitalnog trokuta. Donji kut urogenitalnog trokuta čini početak mokraćne cijevi dok gornja dva kuta predstavljaju mjesta ulaska dva mokraćovoda u mjehur. Trokut je prepoznatljiv po tome što je sluznica na tom dijelu glatka i nema nabore. Vrat mjehura obično je duljine 2 do 3 cm. Dio vrata čiju stijenku čini detruzorski mišić naziva se unutarnjim sfinkterom. Unutarnji sfinkter ima svoj tonus koji sprječava istjecanje mokraće sve dok se tlak u mjehuru ne poveća na kritičnu vrijednost. Na donjem dijelu vrata nalazi se vanjski sfinkter mokraćnog mjehura. Vanjski sfinkter skeletni je mišić i može kontrahirati pod utjecajem naše volje stoga se mokrenje može zaustaviti i prije potpunog pražnjenja mjehura [1]. Slika 3. prikazuje navedene dijelove mokraćnog mjehura.



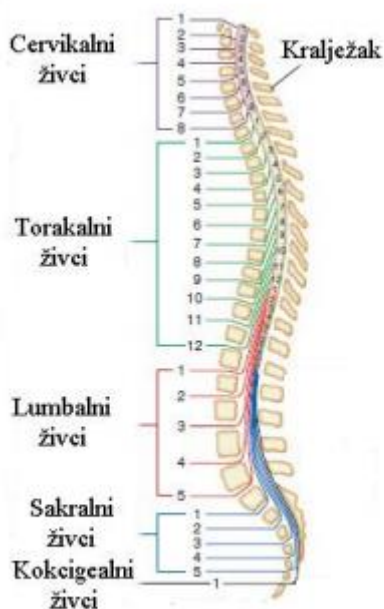
Slika 3. Građa mokraćnog mjehura [2]

## 2.2. Detruzorsko mišićje

Detruzor je glatki mišić građen od vretenastih stanica miocita, duljine 100 do 300  $\mu\text{m}$  i promjera 5 do 6  $\mu\text{m}$ . Miocit se sastoji od jezgre,  $\alpha$ - i  $\beta$ -aktinskih niti, proteina desmina, fibrila, mitohondrija i sarkoplazmatskog retikuluma.  $\alpha$ - i  $\beta$ -aktinske niti su isprepletene u mrežu što daje čvrstoću i visok stupanj elastične deformabilnosti stijenke mokraćnog mjehura. Zbog trodimenzijske mreže niti, sam mjehur ima izrazito dobre mehaničke karakteristike, primjerice ravnomjernu raspodjelu naprezanja, koordiniranu kontrahilnost prilikom punjenja odnosno pražnjenja [3].

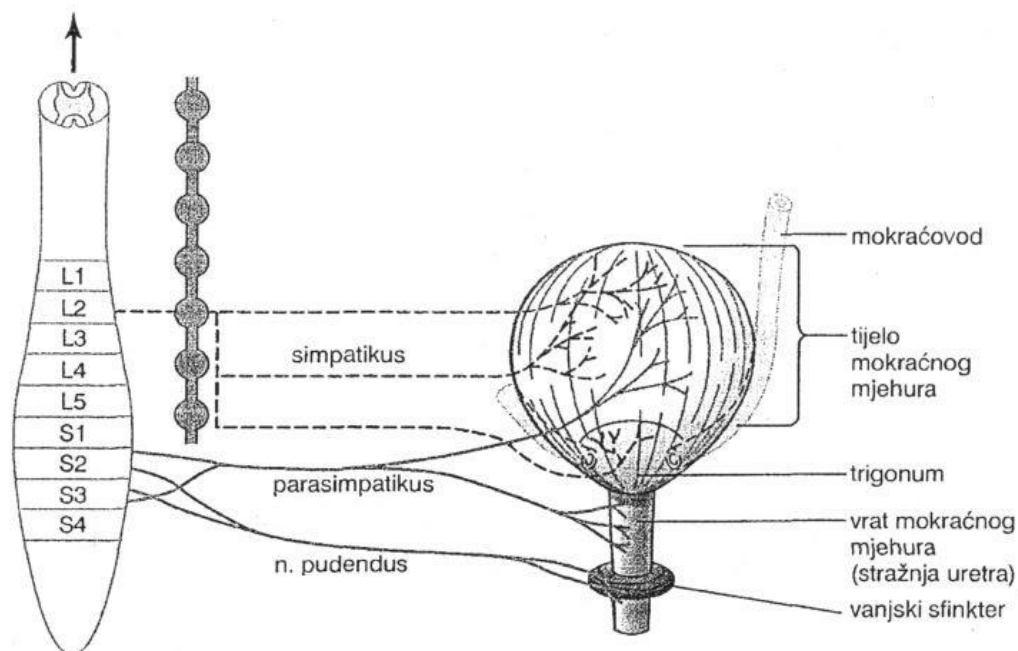
### 2.3. Inervacija mokraćnog mjehura

Svi mišići našeg tijela, skeletni, glatki i srčani, pod utjecajem su našeg živčanog sustava. Živčani sustav sastoji se od centralnog živčanog sustava kojeg čine mozak i leđna moždina, i perifernog kojeg čine živci i gangliji. Razlikujemo moždane živce, koji su izravno povezani s mozgom i moždinske koji izlaze iz kralježničkog kanala. Posjedujemo 12 pari moždanih i 31 par moždinskih živaca i svaki par živaca inervira određeni segment našeg tijela. Moždinske živce dijelimo na 8 parova vratnih živaca, 12 parova torakalnih živaca, 5 parova lumbalnih živaca, 5 parova sakralnih živaca i jedan par kokcigenalnih živaca [1]. Na slici 4. prikazana je anatomska raspodjela živaca leđne moždine.



Slika 4. Anatomska raspodjela živaca leđne moždine[4]

Sakralni živci preko sakralnog spleta upravljaju mokraćnim mjehurom, povezani kralježničkom moždinom sa S2 i S3 segmentima. Sakralni živci imaju senzorička vlakna preko kojih se šalje stupanj istegnutosti stijenke i odgovorni su za osjećaj refleksa mokrenja. Također, sadrže i motorička vlakna koja su parasimpatička i zadužena su da inerviraju detruzor. Osim sakralnih živaca, važno je istaknuti i skeletno motorička vlakna. To su somatska živčana vlakna koja inerviraju poprečno-prugaste mišiće vanjskog sfinktera što nam omogućava voljno zaustavljanje mokrenja [1]. Na slici 5. prikazana su živčana vlakna i odgovarajući segmenti kralježničke moždine.



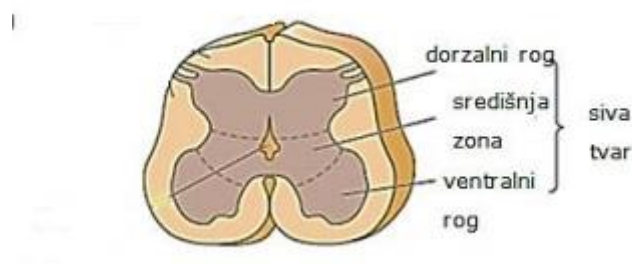
Slika 5. Prikaz živčanih vlakana [1]

Ukoliko dođe do oštećenja kralježnice iznad sakralnog dijela, a sakralni kralješci ostanu zdravi i dalje se pojavljuje refleks mokrenja, ali više ne pod nadzorom mozga. U prvim danima osoba izgubi refleks mokrenja zbog naglog gubitka impulsa iz moždanog debla i velikog mozga, ali ukoliko se mjehur prazni kateterom, spriječena su moguća oštećenja uzrokovana pretjeranim istežanjem i s vremenom podražljivost refleksa raste sve dok se ponovno ne uspostavi potpuni refleks mokrenja [1].

#### 2.4. Neurološki regulacijski sustav

Skladištenje i istjecanje mokraće iz mjehura ovisi o aktivnosti glatkih i poprečnoprugastih mišića stijenke mjehura i mokraćne cijevi. Aktivnost mokraćnog sustava pod utjecajem je neurološkog sustava koji uključuje mozak, leđnu moždinu i sakralne živce. Leđna moždina uključuje simpatičke, parasimpatičke i somatske elemente. Simpatički i parasimpatički neuroni nalaze se u sivoj tvari sakralnog i lumbalnog dijela kralježnice dok se somatski neuroni, koji

inerviraju vanjski sfinkter, nalaze u ventralnom rogu leđne moždine [3]. Položaj ventralnog roga prikazan je slikom 6.



**Slika 6. Položaj ventralnog roga [5]**

Neuroni su nasumično raspodijeljeni po mišićnim snopovima detruzora u grupama od 2 do 50 neurona spojenih kombinacijom aksosomatskih i aksodendritičkih sinapsi koje omogućavaju stvaranje izrazito široke neuronske mreže. Također, razlikujemo živce s mijelinskom ovojnicom koji su uglavnom prisutni u detruzoru i prenose signal punoće mjehura, a spojeni su s tzv. receptorima napetosti i nemijelizirane C živce koji se aktiviraju pri visokoj razini punoće mjehura.

Istraživanja električnih svojstava neurona mokraćnog mjehura, provedenih uglavnom na mačkama i štakorima, dala su vrijednosti potencijala stijenke u mirovanju u intervalu od  $-47,8$  do  $-53,4$  mV i unutrašnjeg otpora stijenke u intervalu  $-35$  do  $-68$  M $\Omega$ . Pokazalo se da stanice fazno mijenjaju potencijal amplitudno  $60 - 90$  mV, nakon čega slijedi kratko razdoblje hiperpolarizacije. Nadalje, neuroni se sporije prebacuju u fazu depolarizacije. Neuroni reagiraju s povećanjem frekvencije koja je proporcionalna s jačinom podražaja, stoga brzina reakcije ostaje stabilna i neuroni pokazuju spontanu aktivnost kod niskih ( $5$  mV) i visokoamplitudnih ( $60 - 90$  mV) akcijskih potencijala [3].

### 3. Punjenje i pražnjenje mokraćnog mjehura

Jedna od mnogobrojnih funkcija bubrega je i stvaranje mokraće. Mokraća iz sabirnih cijevi rasteže bubrežne vrčeve koji šire nakapnicu. Glatki mišići, koji se nalaze u stijenci mokraćovoda, kontrahiraju i guraju mokraću iz nakapnice prema mokraćnom mjehuru. Dužina mokraćovoda odrasle osobe iznosi od  $25$  do  $35$  cm. Mokraćovodi ulaze u mokraćni mjehur u

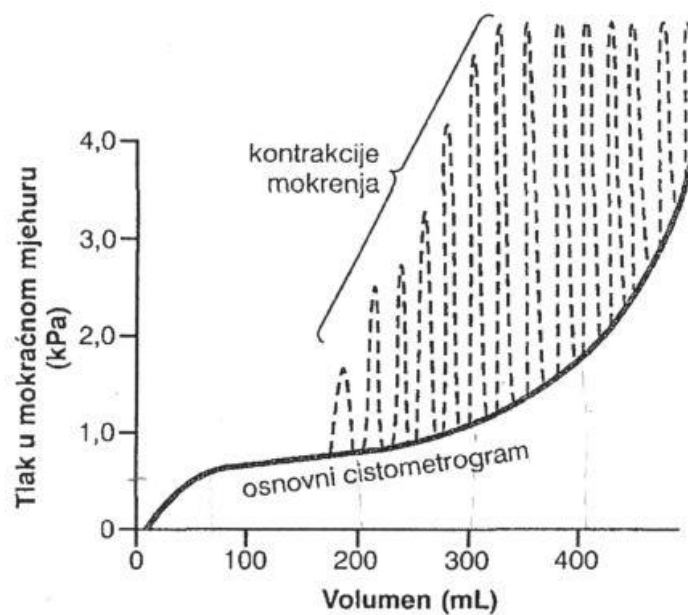
području gornjih kutova trokuta. Tonus detruzorskog mišića pritišće vrhove mokraćovoda što onemogućuje vraćanje mokraće nazad u mokraćovode prilikom povećanja tlaka [1].

### 3.1. Punjenje mokraćnog mjehura

Funkcije mokraćnog mjehura, skladištenje i pražnjenje, temeljene su na koordinaciji mehaničkih reakcija detruzora i vrata s unutarnjim i vanjskim sfinkterom. Veza između električkih, neuronskih i mehaničkih procesa, nužna je kako bi organ funkcionirao kao cjelina. Interakcija između mozga, leđne moždine i sakralnih neurona odgovorna je za aktivnost cjelokupne membrane mjehura i receptora. U fazi punjenja, leđna moždina šalje tzv. zaštitni refleks koji održava detruzor opuštenim, a vanjski i unutarnji sfinkter u kontrakciji kako bi se spriječilo istjecanje mokraće iz mjehura. Ovim refleksom aktiviraju se receptori rastezanja koji šalju signale niske amplitude putem sakralnih neurona u leđnu moždinu i maksimalno su aktivni pri kritičnoj razini distorzije. Glavni neurotransmiter u ovoj fazi je noradrenalin, hormon srži nadbubrežne žlijezde. Zadužen je za kemijsku reakciju pretvaranja adenozin trifosfata (ATP) u adenozin-monofosfat, pri kojoj se detruzor opskrbljuje potrebnom energijom [3].

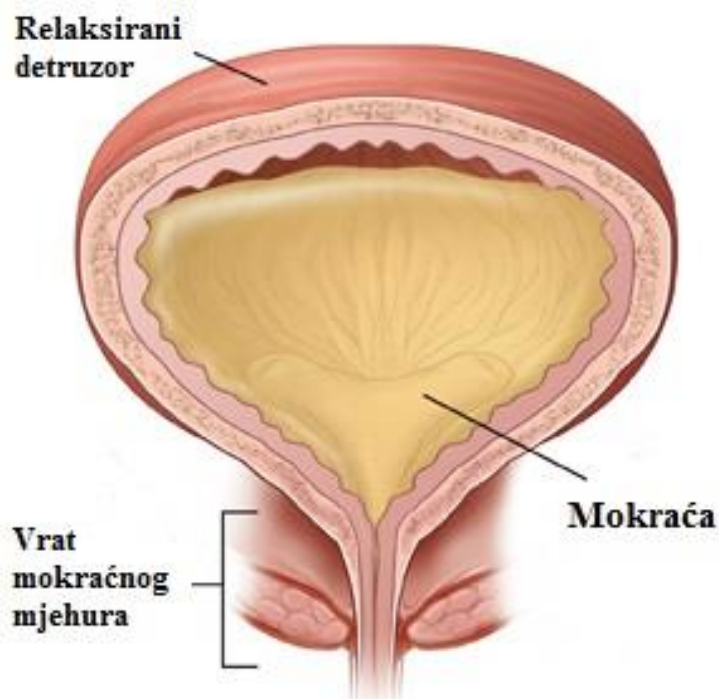
Volumen mokraće koju mokraćni mjehur može primiti je 400 ml, ali se u nekim situacijama može povećati i na 700 ml. U nekim slučajevima fibroze, odnosno stvaranja viška vezivnog tkiva, maksimalni volumen može se smanjiti i do 0,200 ml, dok u ekstremnim slučajevima opstrukcije mokraćnog sustava, volumen se može povećati čak do iznosa od 2,5 do 3 l.

Slika 7. pokazuje promjene tlaka u mjehuru za vrijeme punjenja. Kada je mjehur prazan, tlak iznosi 0 kPa. Kada se nakupi 30 do 50 ml mokraće, tlak naraste na iznos 0,5 do 1 kPa. Kada se nakupi dodatnih 200 do 300 ml mokraće, iznos tlaka se neznatno povisuje što je posljedica tonusa stijenke mokraćnog mjehura. Kada volumen mokraće dosegne kritične vrijednosti, 400 ml i više, tlak u mokraćnom mjehuru naglo raste. Na slici 7. je vidljivo da se pri punjenju mokraćnog mjehura počinju pojavljivati brojne kontrakcije. Kontrakcije su posljedica istezanja stijenke. Osjetni signali iz receptora šalju se u sakralni dio leđne moždine, zatim se vraćaju parasimpatičkim neuronima nazad u mokraćni mjehur. Kada je mokraćni mjehur djelomično pun, kontrakcije mokrenja u kratkom vremenu jenjavaju, kontrakcija detruzora prestaje, a tlak ostaje na jednakom iznosu uz eventualno mala povišenja. Kako se mjehur sve više puni, refleksi postaju sve češći i dolazi do sve jačih kontrakcija detruzora i uskoro dolazi do osjetne potrebe za mokrenjem [1].



Slika 7. Dijagram ovisnosti tlaka i volumena mokraće u mjehuru [1]

Pomoću CT i MRI tehnologija, dokazano je da mjehur tijekom faze punjenja poprima cijeli raspon oblika, od najčešćeg elipsoida do raznih nepravilnih oblika [3]. Na slici 8. shematski je prikazan oblik punog mokraćnog mjehura.

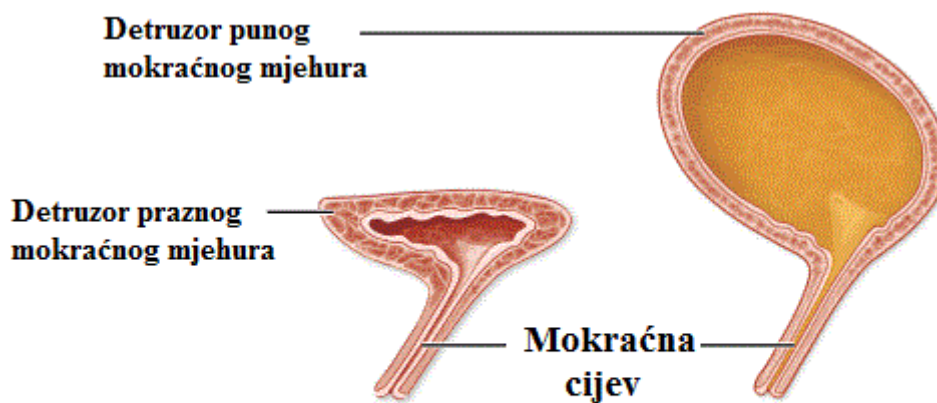


Slika 8. Oblik ispunjenog mokraćnog mjehura[6]

### 3.2. Pražnjenje mokraćnog mjehura

Druga faza je faza pražnjenja koja u potpunosti ovisi o neuronskoj aktivnosti detruzora. Pobuda parasimpatičkih živaca, oslobađanje acetilkolina i depolarizacija stijenke dovode do kontrakcija detruzora. Kontrakcija detruzora sastoji se od lokaliziranih mikro kontrakcija koje se javljaju na pojedinim dijelovima mišića. Unatoč složenosti položaja i odnosa s rektumom, maternicom, zdjeličnim kostima i krvnim žilama, mokraćni mjehur se može širiti bez značajnog otpora. Dakle, stvarni položaj, veličina i odnos prema okolnim organima direktno ovisi o stupnju punoće mjehura [3]. Prva potreba za mokrenjem obično se osjeti kada je mjehur 75 % pun. Kada mjehur dosegne svoju kritičnu vrijednost, dodatno poraste aktivnost receptora za istezanje što dovodi do sve češćih i intenzivnijih kontrakcija detruzora. Ukoliko se mokrenje ne dogodi nakon što se refleks mokrenja pojavi, refleks prestane i katkad je potrebno 30 – 60 minuta da se refleks opet pojavi. Ukoliko se mokrenje i dalje odgađa, javlja se dodatan refleks koji utječe na vanjski sfinkter i inhibira ga. Ukoliko je taj refleks jači od impulsa koji dolaze iz mozga i održavaju vanjski sfinkter kontrahiranim, doći će do prisilnog mokrenja. U suprotnom, do mokrenja neće doći sve dok se mjehur dodatno ne napuni, a refleks mokrenja postane sve intenzivniji [1]. Tijekom mokrenja, skraćenje mišića i stvaranje sile odvija se izrazito brzo i kontrakcije se odvijaju u velikom rasponu duljina što omogućuje da se mjehur u relativno kratkom vremenskom roku isprazni. Snažne kontrakcije uzrokuju porast tlaka unutar mjehura na 7,8 kPa i promjenu oblika, odnosno u tom trenutku mjehur je najzaobljeniji. Nastali tlak savija mjehur prema mokraćnoj cijevi. Opuštanjem vanjskog i unutarnjeg sfinktera i ispuštanjem urina, mjehur ponovno poprima nedefinirani oblik [3].

Slikom 9. prikazana je usporedba oblika punog i praznog mokraćnog mjehura.



Slika 9. Usporedba oblika praznog i punog mokraćnog mjehura [7]

Refleks mokrenja autonoman je refleks, ali centri u mozgu koji su zaduženi za mokrenje imaju krajnji nadzor. Centri mogu držati refleks inhibiranim u slučaju da osoba ne želi mokriti. U slučaju da osoba nije u mogućnosti pomokriti se, centri sprječavaju mokrenje kontrakcijom vanjskog sfinktera. Ukoliko osoba želi mokriti, a nije se probudio refleks mokrenja, potrebno je najprije kontrahirati trbušne mišiće što će uzrokovati povećanje tlaka i mokraća će ući u mokraćnu cijev. Taj će proces podražiti receptore istezanja i izazvati refleks mokrenja pritom izbacujući svu mokraću iz cijevi, a rijetko se dogodi da u mjehuru ostane 5 do 10 ml mokraće [1].

#### 4. Biomehanika mokraćnog mjehura

Kako bismo mogli interpretirati mokraćni mjehur kao biomehanički model, potrebno je poznavati sva mehanička svojstva stijenke. Istraživanje protoka urina u mokraćnom mjehuru, vanjskom i unutarnjem sfinkteru i u mokraćnoj cijevi naziva se urodinamika. Danas su urodinamička istraživanja izrazito zastupljena za ocjenjivanje funkcije mokraćnog sustava i cjelokupni proces mokrenja. Snimanje se vrši putem urinarnih i rektalnih cijevi i dobiveni rezultati se koriste za računanje kapaciteta mjehura  $V$ , detruzorskog tlaka  $p_{det}$ , snage kontrakcije  $T$  i brzine istjecanja urina  $Q$ . Iako metoda daje korisne informacije o cjelokupnom ponašanju mokraćnog mjehura, treba imati na umu da je ograničena na procjenu parametara mokrenja koji ovise o matematičkim, fiziološkim i računskim teorijskim principima. Urodinamička istraživanja temelje se na elektromiografiji detruzora, odnosno na snimanju



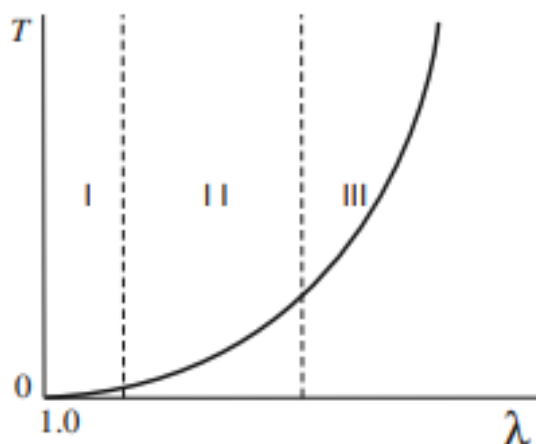
električne aktivnosti glatkih mišića tijekom pražnjenja mjehura pomoću površinskih ili igličastih elektroda. Mjerenjima je pokazano da brzina širenja impulsa detruzorom iznosi približno 3 cm/s. S obzirom da su istraživanja električke i mehaničke aktivnosti većinski provedena u izoliranim uvjetima na životinjskim, a znatno rjeđe ljudskim mokraćnim mjehurima, dobiveni rezultati nisu dovoljno vjerodostojni kako bi se mogao rekonstruirati točan odnos sile i istežanja, strukturalne promjene detruzora i okolnih tkiva i cjelokupne prostorne dinamike tijekom procesa.

Za istraživanja, korištena su mišićna vlakna s različitih područja organa. S obzirom da je mokraćni mjehur prilikom vršenja eksperimenta izvan tijela domaćina, očekivano je da su mišićna vlakna potpuno relaksirana i sve reakcije pripisane su kemijskim i mehaničkim komponentama stanica glatkih mišića zajedno s elastinskim i kolagenim vlaknima. Statički i dinamički testovi naprežanja izvedeni su duž dva strukturalno definirana smjera anizotropije: uzdužni  $\lambda_l$  i obodni  $\lambda_c$ , čiji su se smjerovi podudarali s uzdužnom i obodnom osi mjehura. Uz pretpostavke proporcionalnosti naprežanja i istežanja i nestlačivosti tkiva, dobiven je omjer reaktivne sile i istežanja. Interpolacijom rezultata dobivenih provedbom testiranja po odabranoj osi [3], dobivamo izraz za izračunavanje reaktivne sile :

$$T_{(c,l)}^p = c_1 \left[ e^{c_2(\lambda_{(c,l)}-1)} - 1 \right], \lambda_{(c,l)} > 1, \quad (1)$$

gdje su  $c_1$  i  $c_2$  materijalne konstante dobivene eksperimentalnim putem.

Testiranja su pokazala da vlakna imaju nelinearna i pseudoelastična svojstva, što znači da imaju sposobnost pamćenja oblika i pri izrazito velikim deformacijama, vraćaju se nazad u prvobitan položaj kao i ostala biološka tkiva. Na slici 10. prikazana je krivulja koja pokazuje nelinearno ponašanje tkiva i njegov karakteristični trofazni odziv.



**Slika 10. Krivulja odnosa sile i istežanja za meka biološka tkiva [3]**

Faza I pokazuje da tkivo pri niskim silama pokazuje neznatno istežanje, za razliku od faze II gdje se jasno vidi nelinearno ponašanje tkiva i znatniji porast istežanja. Daljnjim porastom sile, raste i istežanje, a u fazi III, taj odnos postaje gotovo potpuno linearan. Dijagram je modeliran pomoću rezultata dobivenih testiranjem mokraćnih mjehura svinje, ženke štakora i psa. Analize dobivenih rezultata pokazale su i nehomogeno ponašanje tkiva, odnosno da se tkivo ne isteže jednako u svim smjerovima, točnije da je veće istežanje uočeno u obodnom smjeru u odnosu na uzdužni. Isto tako, dokazano je da odnos sile i istežanja ne ovisi direktno o brzini istežanja. Jednoosnim ispitivanjima proučavana su i viskoelastična svojstva tkiva. Pokazano je da je funkcija relaksacije zbroj pseudoelastičnog odziva  $T(\lambda)$  i reducirane funkcije relaksacije  $G[3]$ .

$$K(\lambda, t) = T_0(\lambda) + \int_0^t T[\lambda(t - \tau)] \frac{\partial G(\tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (2)$$

gdje

je

$$G(\tau) = \frac{1 + c_d \left[ X\left(\frac{t}{\tau_2}\right) - X\left(\frac{t}{\tau_1}\right) \right]}{1 + c_d \ln\left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)}, \quad \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2, \quad (3)$$

i za

$$X\left(\frac{t}{\tau}\right) = \int_0^{\infty} \left(\frac{e^{-t}}{t}\right) dt, \quad \left(\frac{t}{\tau}\right) \leq \pi. \quad (4)$$

$c_d$  je parametar raspada, a  $\tau_1$  i  $\tau_2$  vremenske konstante brze i spore reakcije.

Rezultati su pokazali da dolazi do promjene krutosti i smanjenja nagiba krivulje što pokazuje da veća sila uzrokuje manju relaksaciju tkiva. Tablica 1. prikazuje rezultate dobivene opisanim testiranjem za mjehure svinje, ženke štakora i psa.

**Tablica 1. Rezultati testiranja mjehura svinje, ženke štakora i psa[3]**

Vrsta	Faza I	Faza II	Faza III
Svinja	$1.0 < \lambda_{c,l} \leq 1.25$ $T_{c,l}^p \sim 0 \div 0.8$ kPa	$1.25 < \lambda_{c,l} \leq 1.8$ $T_{c,l}^p \sim 0.8 \div 3.2$ kPa	$\lambda_{\max} \sim 3 \pm 0.2$ $T_{\max}^p = 4 \pm 0.5$ kPa
Ženska štakora	$1.0 < \lambda_{c,l} \leq 1.15$ $T_{c,l}^p \sim 0 \div 10$ kPa	$1.15 < \lambda_{c,l} \leq 1.28$ $T_{c,l}^p \sim 10 \div 65$ kPa	$\lambda_{\max} \sim 1.3 \pm 0.1$ $T_{\max}^p = 100 \pm 25$ kPa
Pas	$1.0 < \lambda_{c,l} \leq 1.05$ $T_{c,l}^p \sim 0 \div 38$ kPa	$1.15 < \lambda_{c,l} \leq 1.28$ $T_{c,l}^p \sim 38 \div 82$ kPa	$\lambda_{\max} \sim 1.6 \pm 0.2$ $T_{\max}^p = 140 \pm 20$ kPa

Dvoosna testiranja karakteristika mjehura provedena su na uzorcima kvadratnog oblika. Rubovi uzoraka postavljeni su paralelno i okomito orijentaciji vlakana glatkih mišića. Za dobivanje krivulje omjera sile i istezanja  $T_{c,l}^p(\lambda_c, \lambda_l)$ , korištena je konstanta omjera istezanja  $\lambda_l/\lambda_c$ . Reaktivne sile  $T_{c,l}^p$  pod dvoosnim opterećenjem računaju se pomoću izraza [3]:

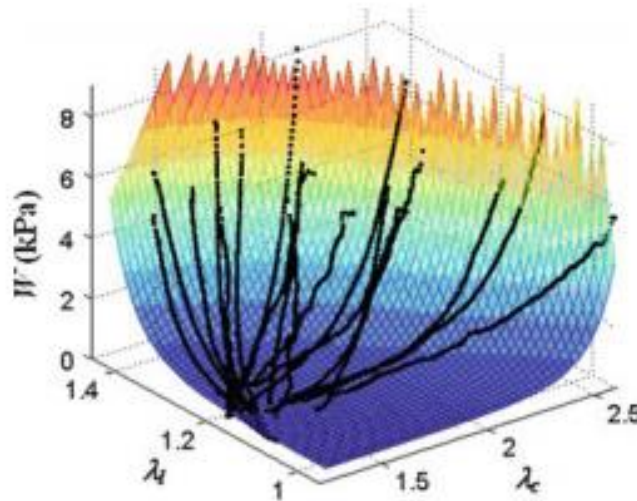
$$T_{c,l}^p = \frac{\partial \rho W}{\partial (\lambda_{c,l} - 1)}. \quad (5)$$

Najčešće korišteni oblik funkcije gustoće energije kod pseudo naprezanja glasi:

$$\rho W = \frac{1}{2} \left[ c_3(\lambda_1 - 1)^2 + 2c_4(\lambda_1 - 1)(\lambda_c - 1) + c_4(\lambda_c - 1)^2 + c_6 e^{c_7(\lambda_1 - 1)^2 + c_8(\lambda_c - 1)^2 + 2c_9(\lambda_1 - 1)(\lambda_c - 1)} \right], \quad (6)$$

gdje je  $\rho$  gustoća nedeformiranog tkiva.

Mokraćni mjehuri svinje, ženke štakora i psa i pri dvoosnom opterećivanju pokazuju nelinearnu pseudoelastičnost, poprečnu anizotropiju i kako omjer sile i istezanja nije ovisan o brzini. Na slici 11. prikazan je graf ovisnosti energije pseudo naprezanja i omjera  $\lambda_l/\lambda_c$ , dobiven unosom rezultata dvoosnog testiranja. Krivulje  $T_{c,l}^p(\lambda_c, \lambda_l)$  pokazuju da dok istezanje raste u jednom smjeru, u drugom dolazi do skupljanja. Istovremeno se povećava i sama krutost tkiva. Maksimalna sila koju tkivo može podnijeti direktno ovisi o omjeru  $\lambda_l/\lambda_c$ . Također, ispitivanja su pokazala kako je smična sila koja djeluje na tkivo znatno manja od sile istezanja.



0

Slika 11. Graf ovisnosti pseudo energije o omjeru  $\lambda_l/\lambda_c$ . [3]

Do danas većina istraživanja provedena su na životinjskim mokraćnim mjehurima, rijetki su pokušaji testiranja na ljudskim. Glavni od problema je održati uzorke fiziološki stabilnima. Uz tvrdnju o viskoelastičnom ponašanju tkiva, za opisivanje mokraćnog mjehura čovjeka pokušao se sastaviti model koji bi sadržavao kombinaciju Maxwellovih teorema i Hookeovog zakona. Unatoč njihovoj jednostavnosti, ne zahvaćaju temeljne mehanizme ponašanja biomaterijala i prema tome nisu uspješno integrirani podaci o strukturi i sastavu tkiva s njegovim mehaničkim svojstvima.

## 5. Modeliranje mokraćnog mjehura

S obzirom da su istraživanja do danas većinom provedena na mokraćnim mjehurima životinja, ne čudi činjenica da objavljenih radova o mokraćnom mjehuru čovjeka ima jako malo. Tijekom istraživanja, osnovni fokus stavljen je na modeliranje mjehura kao rezervoara, shvaćanje mehanizama kontrole neurona i interakcije urin-mokraćni mjehur-mokraćna cijev. Unatoč brojnim pokušajima, još uvijek nisu dobiveni rezultati i modeli koji bi bili iskoristivi u medicinske svrhe.

Mokraćni mjehur tretira se kao tanka ljuska, izložena vanjskom i unutarnjem opterećenju. Aproximira se jednostavnim geometrijskim tijelom – sferom. Uz pretpostavke da je mokraćni mjehur nestlačiv, homogene strukture i da se linearno deformira, izvedena je ovisnost tlaka pri punjenju mjehura o omjerima istezanja koja glasi [3]:

$$p(\lambda) = \int_1^{\lambda} \frac{1}{\lambda^3 - 1} \frac{d}{d\lambda} W(\lambda, \lambda, \lambda^{-2}) d\lambda, \quad (7)$$

gdje je  $W$  energija deformiranja, a izraz glasi:

$$W(\lambda, \lambda, \lambda^{-2}) = c(p_0, \dot{p}) + p_0 P(\dot{p}, \lambda) e^{\alpha(\lambda-1)}. \quad (8)$$

$p_0$  je početni intravezikalni tlak, odnosno tlak unutar mokraćnog mjehura,  $\dot{p}$  je brzina promjene tlaka,  $P(\dot{p}, \lambda)$  polinom je trećeg stupnja, a  $c(p_0, \dot{p})$  je konstanta. Rezultati dobiveni analitičkim putem približno su jednakih vrijednosti kao rezultati dobiveni testovima jednoosnog istezanja tkiva mokraćnog mjehura psa.

Kren sa suradnicima u svom članku *Mathematical model of the male urinary tract* [3] proučavao je interakciju urina s mokraćnom cijevi i mokraćnim mjehurom tijekom punjenja i mokrenja. Sustav mjehura i mokraćne cijevi modeliran je kao elipsoid spojen s cilindričnom

cijevi. Stijenka mjehura i cijevi smatrala se izotropnom i linearno elastičnom. Urin je bio Newtonovska tekućina i protok je bio nestacionaran i turbulentan. Iako su autori dobili grafički prikaz brzine istjecanja urina, raspodjelu tlaka i promjene u konfiguraciji mokraćovoda tijekom mokrenja, rezultati simulacija nisu uvjerljivi, odnosno iz prikazanih rezultata o dinamici mokrenja ne mogu se izvući kvalitetne informacije.

Određivanjem odnosa sile i napreznja mokraćnog mjehura bavili su se i Korkmaz i Rogg, s Katedre za mehaniku fluida Instituta za termodinamiku i dinamiku fluida, sveučilišta u Bochumu. Na temelju pretpostavke da je mokraćni mjehur tanka sferna ljuska izložena složenom opterećenju, napreznje  $\sigma$  stijenke mjehura računa se [3]:

$$\sigma = \frac{r}{2\delta}(p - p_{abd}), \quad (9)$$

gdje je  $p_{abd}$  intraabdominalni tlak,  $r$  je radijus, a  $\delta$  debljina sfere.

Koristeći stvarna očitavanja provedene cistometrije, reproducirali su nelinearni oblik krivulje  $\sigma(\lambda)$ , bilo u uzdužnom ili obodnom smjeru.

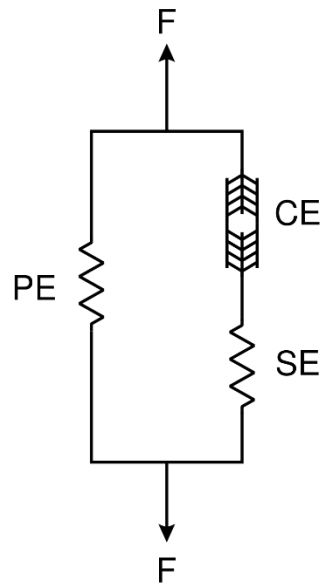
Van Beek, u svom istraživanju *A finite element model of the urinary bladder* [3], predložio je model mjehura kao sferu s debelom stjenkom. Naglasak je stavljen na procjenu učinka orijentacije mišićnih vlakana i nelinearnosti tkiva pri deformiranju. Promatrane su tri različite orijentacije vlakana: uzdužna, obodna i kosa. Ukupno Cauchyovo napreznje tada glasi:

$$\sigma^e = \sigma_p^e + \sigma_a, \quad (10)$$

gdje je  $\sigma_p^e$  reaktivno napreznje uzrokovano istežanjem, a  $\sigma_a$  aktivno napreznje koje stvaraju mišićne stanice.

Model na kraju nije prihvaćen zbog nedostatka točne matematičke formulacije dinamike debelostjenih ljusaka, izostanka konvergencije i stabilnosti rezultata, stoga rezultati nisu od znanstvene koristi [3].

Klasični Hillov model sastavljen je od 3 elementa. Sastavljen je od dva elementa u seriji, odnosno kontrahilnog (CE) i elastičnog (SE) elementa i jednog elementa spojenog paralelno sa navedena dva, odnosno elementa elastičnosti mišića u mirovanju (PE) [8] Shematski prikaz Hillovog modela prikazan je na slici 12 .



Slika 12. Hillov model [8]

Aktivacijska funkcija  $A_r(t)$ , deaktivacijska funkcija  $A_d(t)$  i funkcija ovisnosti duljine  $A_l(l_c)$  oponašaju učinak regulacijskih mehanizama. Funkcije su izvedene pomoću dobivenih krivulja nakon provedenog testiranja na vlaknima glatkih mišića mokraćnog mjehura svinje [3]. Funkcije glase:

$$A_r(t) = 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{t}{t_r}\right)^4}, \quad (11)$$

$$A_d(t) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{1 + \left[\frac{t_e - t}{t_d}\right]^4}, & t \leq t_e, \\ 0, & t > t_e, \end{cases} \quad (12)$$

$$A_l(l_c) = \frac{[l_c - (l_{max} - l_w)][l_c - (l_{max} + l_w)]}{l_w^2}. \quad (13)$$

$t_r$  i  $t_d$  vremenske su konstante kontrakcije, odnosno relaksacije,  $l_c$  stvarna je duljina kontraktibilnog elementa,  $l_{max}$  je duljina kontraktibilnog elementa pri djelovanju maksimalne sile.

Tlak unutar mjehura računat je pomoću izraza:

$$p = \int_{\lambda_i}^{\lambda_0} \frac{\frac{\partial W}{\partial \lambda}}{\lambda^3 - 1} d\lambda, \quad (14)$$

gdje su granice integracije omjeri istežanja vanjskog i unutarnjeg polumjera sfere koji se mijenjaju prilikom mokrenja ovisno o protoku urina  $Q$ . Tada dobivamo izraz ta unutarnji tlak koji glasi:

$$p = i \frac{\partial Q}{\partial t} + RQ, \quad (15)$$

u kojoj  $i$  predstavlja inerciju, a  $R$  otpor mokraćne cijevi.

Analiza raspodjele naprežanja pokazala je da je ekvator mokraćnog mjehura najviše opterećen, dok su na polovima očitana najniže vrijednosti opterećenja.

Vlastelica I., Veljković D., Stojanović B., Rosić M. i Kojić M. [3] u svom radu *Modeling urinary bladder deformation within passive and active regimes* tretirali su mokraćni mjehur kao osnosimetričnu, biološki aktivnu, tanku ljusku. Početna promatrana konfiguracija mjehura dosta je nalikovala na kliničku. Uvedene su pretpostavke da je stijenka mjehura homogena te da posjeduje nelinearna elastična svojstva. Međutim, pretpostavke su vrijedile samo za pasivne biomaterijale i postaju nevažne ukoliko je prisutna bilo kakva mišićna aktivnost. Rezultati simulacije aktivacije i relaksacije detruzora pokazali su maksimalno naprežanje u donjem dijelu mokraćnog mjehura i na mjestu ulaska mokraćovoda, odnosno fundus.

Iako su prije opisani matematički modeli korisni u vidu ispitivanja kliničkih poremećaja vezanih za hipotoniju mokraćnog mjehura, odnosno smanjenje tonusa detruzora i kod opstrukcije, odnosno začepljenja mokraćne cijevi, nedostaju im anatomske, fiziološke i živčani elementi, utjecaj unutarnjeg i vanjskog sfinktera, dinamika protoka i sama neurotransmisija.

Prvi vjerodostojan pokušaj rješavanja ovih nedostataka pokušao je riješiti Nizozemac Bastiaanssen sa svojim suradnicima u svom radu *State-space analysis of a myocybernetic model of the lower urinary tract*. [3] Autori su koristili biološki pristup za simulaciju mokraćnog mjehura kao hijerarhijskog sustava u kojem je jedan kvantitativni model integrirao neuronske mreže, biomehaničke i urodinamičke komponente. Mjehur se smatrao tankom sfernom izotropnom ljuskom, a sfinkter cilindrom. Dinamika neuronskih podražaja koji kontrahiraju i relaksiraju detruzor i vanjski sfinkter opisana je funkcijama aktivnosti  $f_{aD}$  i  $f_{aS}$ .

$$\tau \frac{df_{aD}}{dt} = \omega_e^D - f_{aD}(1 - \omega_i^D), \quad f_{aD} \in [0,1], \quad (16)$$

$$\tau \frac{df_{aD}}{dt} = \omega_s - f_{aS}, \quad f_{aS} \in [0,1], \quad (17)$$

gdje je  $\tau$  vremenska konstanta,  $\omega_e^D$ ,  $\omega_i^D$  i  $\omega_s$  ulazni faktori pobude, inhibicije i neuronske aktivnosti. Pretpostavljajući da su kontrakcije detruzora izometrijske i da je mišić homogeni, nestlačivi, viskoelastični kontinuum. Ukupna stvarna naprezanja u glatkom mišiću detruzora i u vanjskom sfinkteru računaju se kao zbroj aktivnih i reaktivnih naprezanja:

$$\sigma_D = k_{area}[f_{aD}\sigma_{max}\sigma_v(v_D)\sigma_1(l_D) + \sigma_e(l_D) + \sigma_{ve}(v_D)], \quad (18)$$

$$\sigma_S = k_{thick}[f_{aS}\sigma_{max}\sigma_v(v_S)\sigma_1(l_S) + \sigma_e(l_S)]. \quad (19)$$

Sve vrijednosti funkcija nalaze se u intervalu  $[0,1]$ .  $\sigma_e(l_D)$ ,  $\sigma_e(l_S)$  i  $\sigma_{ve}(v_D)$  su elastična i viskoelastična naprezanja, a  $k_{area}$  i  $k_{thick}$  predstavljaju omjer površine poprečnog presjeka detruzora pri optimalnoj duljini mišićnog tkiva i njegove stvarne površine, odnosno omjer debljine sfinktera.  $\sigma_{max}$ ,  $\sigma_1(l_D)$ ,  $\sigma_1(l_S)$  su stvarna izometrijska naprezanja detruzora i vanjskog sfinktera, dok su  $\sigma_v(v_D)$  i  $\sigma_v(v_S)$  naprezanja ovisna o brzini na optimalnoj duljini mišićnih vlakana koja zadovoljava Hillovu jednadžbu [3], a ona glasi:

$$(v + b)(F + a) = b(F_0 + a), \quad (20)$$

$F$  je sila kontrakcije,  $v$  brzina kontrakcije, a  $a$ ,  $b$  i  $F_0$  konstante [8].

Intravezikularni i aktivni tlakovi računali su se pomoću izraza:

$$p_{D(S)} = \sigma_{D(S)} \ln \left( \frac{r_{D(S)}^o}{r_{D(S)}^i} \right), \quad (21)$$

gdje su  $r_{D(S)}^o$  i  $r_{D(S)}^i$  vanjski i unutarnji radijusi ljuske, odnosno sfinktera. Pretpostavka postojanosti protoka korištena je kako bi se opisalo protok na različitim dijelovima sustava mjehura i mokraćne cijevi. Protok  $Q$  dobiva se:

$$Q = \sqrt{\frac{p_u}{R_t(R_i, A_i)}}, \quad \text{za } i = u_p, u_d. \quad (22)$$

$p_u$  predstavlja tlak tekućine unutar mokraćne cijevi, a  $R_t(R_i, A_i)$  je ukupni otpor distalne mokraćne cijevi, funkcija otpora i presjeka područja proksimalnog i distalnog dijela mokraćne cijevi.

U zadnje navedenom modelu većina parametara ima fiziološke i fizičke značajke, stoga je autorima omogućeno definirati raspon varijacija mjera od njihovih stvarnih iznosa. Unatoč biološkoj i matematičkoj pojednostavljenosti, rezultati daju približne rezultate kao oni dobiveni urođinamičkim istraživanjima. Nakon prethodno navedenog modela, predloženo je nekoliko



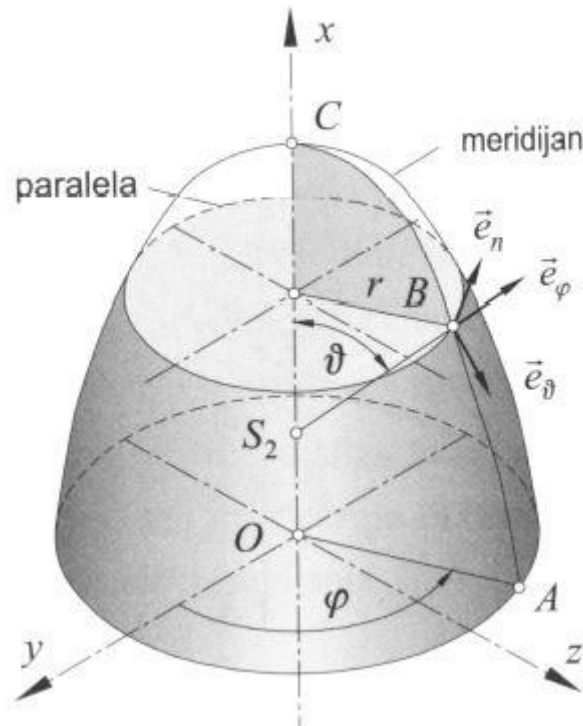
modela sustava mokraćnog mjehura i mokraćne cijevi po uzoru na Bastiaanssenov model. Međutim, svi ti modeli nisu imali čvrste biološke i mehaničke temelje, stoga nisu bili od pomoći pri istraživanju patofizioloških promjena koje se pojavljuju u mehanizmima prijenosa signala i biomehaničkoj aktivnosti ili kod farmakoloških intervencija kod različitih bolesti mokraćnog sustava.

Danas se radi na izradi novih modela koji bi što vjerodostojnije opisali dinamiku protoka mokraće kroz mokraćni sustav koristeći softverske i računalne tehnologije te MRI s trodimenzionalnom obradom slike. Prvenstveno se pokušava dobiti detaljan opis geometrije i mehanički principi te simulacije rada mokraćnog mjehura i mokraćne cijevi. Iako su postojeći modeli puni bioloških i biomehaničkih nedostataka, tj. u njima nisu uzete u obzir sve aktivne sile i deformacije tijekom mokrenja, oni nude izvorni uvid u dinamiku protoka kroz mjehur i mokraćnu cijev. Korištenjem trenutno dostupnih tehnologija, otkriven je tzv. sekundarni protok urina koji je posljedica konvektivnog ubrzanja tekućine i viskoznog trenja. U budućnosti kada računalni modeli dostignu željenu razinu biološke konzistentnosti i pouzdanosti u svom dizajnu i izvedbi, zasigurno će postati nezamjenjiv klinički alat za rješavanje patofizioloških mehanizama bolesti i olakšati će razvoj farmakoterapije koje nemaju štetne nuspojave [3].

## 6. Mokraćni mjehur kao tanka biološka ljuska

### 6.1. Općenito o teoriji ljusaka

Kako bismo mogli mokraćni mjehur razmatrati kao sfernu ljusku, moramo prvo razumjeti opću teoriju i osnovne pretpostavke i ograničenja. Kako bismo imali potpuno definiranu geometriju, potrebno je poznavati iznos debljine ljuske  $h$  i srednju plohu koju dobivamo rotacijom radijusa oko osi ljuske  $X$ . Za analizu ljuske koristi se cilindrični koordinatni sustav  $r, \varphi, X$ , kao što je prikazano na slici 13.



Slika 13. Cilindrični koordinatni sustav [9]

Jednadžba srednje plohe glasi:

$$r = r(X), \quad (23)$$

gdje vidimo da  $r$  direktno ovisi o koordinati  $X$ . Poprečne i uzdužne linije nazivaju se Gaussove koordinatne crte i dijelimo ih na meridijane ( $\varphi = \text{konst.}$ ) i paralele ( $\vartheta = \text{konst.}$ ) Svaka točka na srednjoj plohi ima tri lokalna smjera: cirkularni, meridijalni i normalni. Cirkularni smjer određuje smjer tangente na paralelu i označava se jediničnim vektorom  $\vec{e}_\varphi$ . Meridijalni smjer određuje smjer tangente na meridijan i označava se jediničnim vektorom  $\vec{e}_\vartheta$ . Normalni smjer okomit je na prethodno navedene vektore i označava se  $\vec{e}_n$ . S obzirom na okomitost normalnog vektora, vrijedi:

$$\vec{e}_n = \vec{e}_\vartheta \times \vec{e}_\varphi. \quad (24)$$

Proučavanje membranskog naprezanja u ljuskama važno je za konstruktore iz razloga što ljuskasta konstrukcije imaju najpovoljniji omjer čvrstoće i težine, odnosno krutosti i težine. Također, ukoliko su konstrukcije predviđene za izradu od duktilnih materijala, kao što su ugljični čelici, nehrđajući Cr-Ni čelik i slično, ljusku jednostavno proračunavamo membranskom analizom jer kada maksimalno naprezanje dosegne iznos granice tečenja, ne dolazi do prekoračenja iznosa, nego se naprezanje raspodjeli duž ljuske. Između ostaloga, membranska analiza znatno je jednostavnija od analize savijanja. Membransko rješenje je

partikularno rješenje općih diferencijalnih jednadžbi savijanja ljuske, dok se komplementarno rješenje odnosi isključivo na savijanje.

Općenito da bi sve jednadžbe vezane za ljuske vrijedile, moraju biti zadovoljeni sljedeći uvjeti:

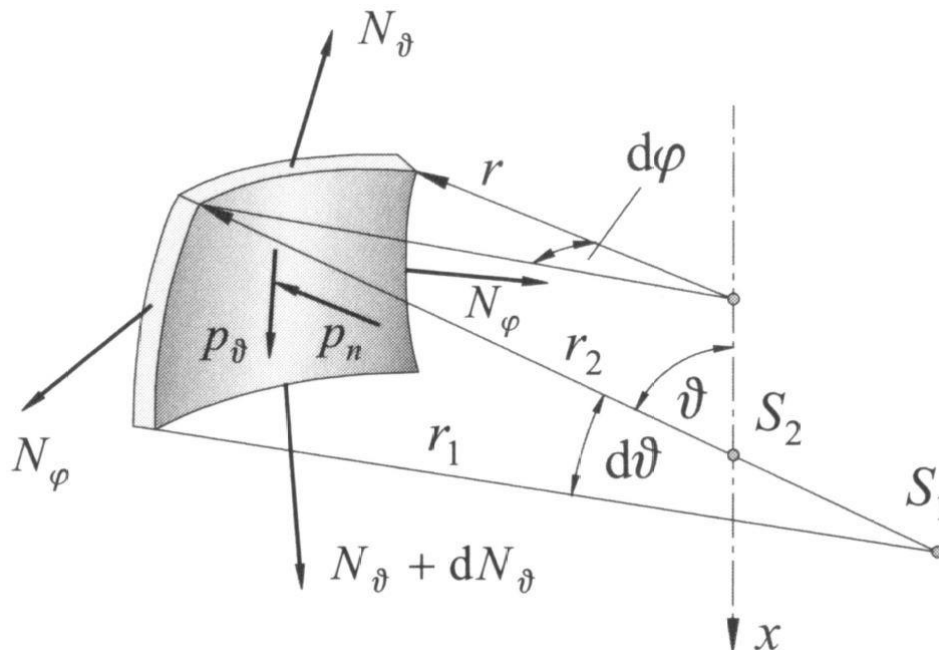
1. Ljuska je tanka ako vrijede odnosi  $\frac{h}{r_1} \leq \frac{1}{20}$ .
2. Ljuska je opterećena tako da u njoj vlada membransko naprezanje.
3. Učvršćenje ljuske mora omogućavati membranske pomake

Na slici 14. prikazan je diferencijalni element ljuske isječen na dva bliska meridijana  $\vartheta$  i  $\vartheta + d\vartheta$  i na dva bliska cirkularna presjeka  $\varphi$  i  $\varphi + d\varphi$ . Odmah se može zaključiti, obzirom da je presjek simetričan, da su posmična naprezanja jednaka nuli, tj. vrijedi:

$$\tau_{\varphi\vartheta} = \tau_{\vartheta\varphi} = 0. \quad (25)$$

S obzirom na pretpostavku da u ljusci vlada membransko stanje naprezanja, znači da su i poprečne sile jednake nuli, što znači da je preostala komponenta  $\tau_{\vartheta n}$  također jednaka nuli.

Na element djeluju samo normalne komponente naprezanja  $\sigma_{\vartheta}$  i  $\sigma_{\varphi}$  koje su jednoliko raspodijeljene pa kao rezultantu imaju meridijansku silu  $N_{\vartheta}$  i cirkularnu silu  $N_{\varphi}$ . S obzirom da su  $N_{\vartheta}$  i  $N_{\varphi}$  jedine nepoznanice, možemo postaviti uvjete ravnoteže jer je problem statički određen. Pri postavljanju uvjeta ravnoteže sile  $N_{\vartheta}$  i  $N_{\varphi}$  moraju se množiti sa duljinom stranice elementa na koji djeluju. Na slici 14. je aksonometrijski prikaz elementa.



**Slika 14. Aksonometrijski prikaz elementa [9]**

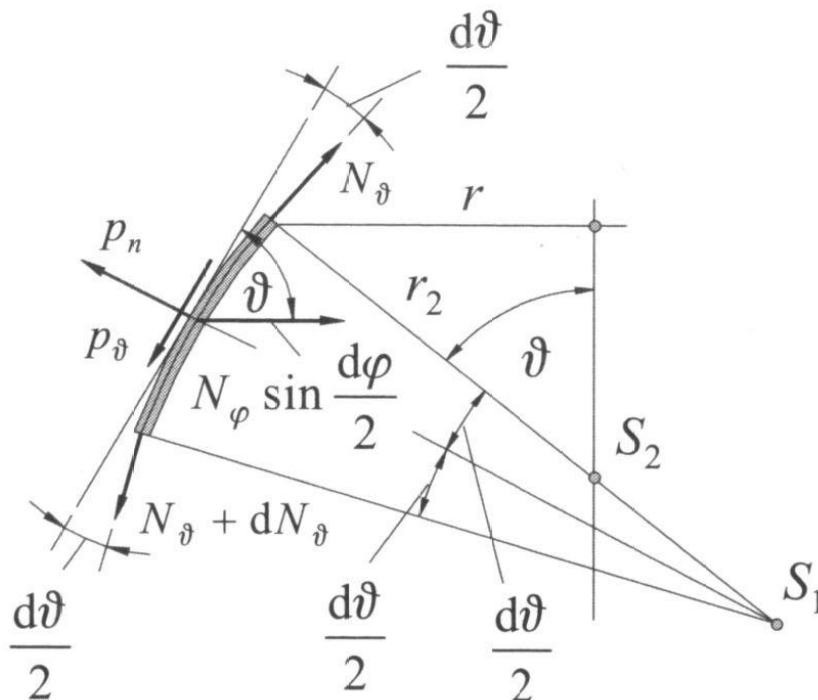
Kut kojeg čine sile  $N_\vartheta r d\varphi$  i  $(N_\vartheta + dN_\vartheta)(r + dr)d\varphi$  s normalnom  $e_n$  iznosi  $\frac{d\vartheta}{2}$  pa zbroj projekcija na pravac normale iznosi:

$$-N_\vartheta r d\varphi \sin \frac{d\vartheta}{2} - (N_\vartheta + dN_\vartheta)(r + dr)d\varphi \sin \frac{d\vartheta}{2} = -N_\vartheta r d\varphi d\vartheta. \quad (26)$$

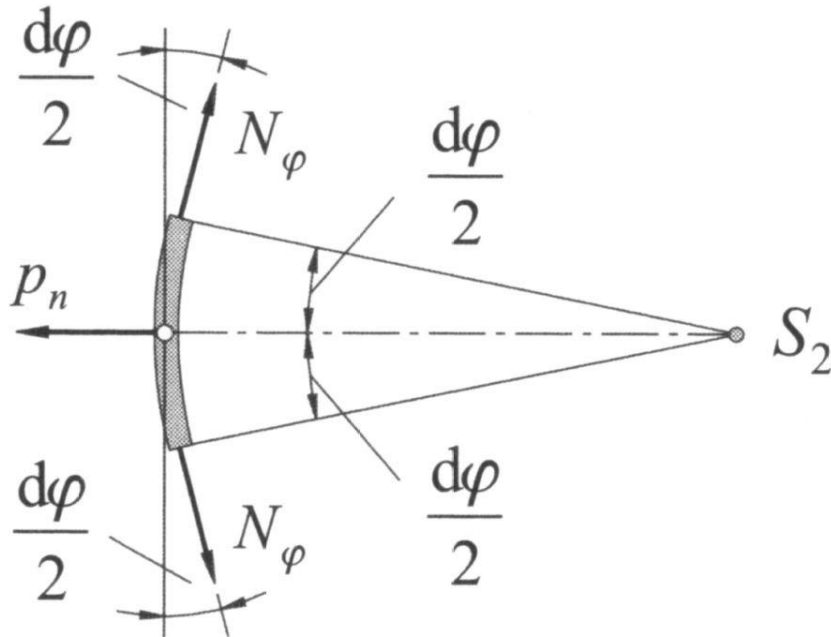
S obzirom da je element infinitezimalno mali, znači i da je  $d\vartheta$  isto tako infinitezimalno malog iznosa, uzima se da je  $\sin \frac{d\vartheta}{2} = \frac{d\vartheta}{2}$ . Dvije sile  $N_\vartheta r_1 d\vartheta$  projiciraju se u radijalan pravac i tvore zajedničku rezultantu

$$-2 N_\vartheta r_1 d\vartheta \sin \frac{d\vartheta}{2} = -N_\vartheta r_1 d\vartheta d\varphi. \quad (27)$$

projicirajući tu rezultantu na smjer normalne dobivamo  $-N_\vartheta r_1 d\vartheta d\varphi \sin \vartheta$  jer normala s radijalnim pravcem čini kut  $\frac{\pi}{2} - \vartheta$ . Na slikama 15. i 16. prikazani su presjeci elementa ravninom koja prolazi kroz os ljuske, odnosno ravninom koja prolazi okomito na os ljuske.



Slika 15. Presjek elementa ravninom kroz os ljuske[9]



Slika 16. Presjek elementa ravninom okomitom na os ljuske[9]

Na slici 14. opterećenje  $p_\vartheta$  okomito je na normalu dok je opterećenje  $p_n$  u potpunosti projicirano u smjer normale i ima rezultantu

$$p_n r_1 d\vartheta r d\varphi. \quad (28)$$

Postavljajući jednadžbu ravnoteže u smjeru normale dobivamo izraz:

$$\sum F_n = -N_\vartheta r d\varphi d\vartheta - N_\varphi r_1 d\vartheta d\varphi \sin\vartheta + p_n r_1 d\vartheta r d\varphi = 0. \quad (29)$$

Ako podijelimo gornji izraz s  $r_1 r d\varphi d\vartheta$ , sređujući izraz dobivamo:

$$\frac{N_\vartheta}{r_1} + \frac{N_\varphi}{r} \sin\vartheta = p_n. \quad (30)$$

Prema slici 13. možemo zapisati:

$$r = r_r \sin\vartheta, \quad (31)$$

Stoga izraz možemo zapisati u obliku:

$$\frac{N_\vartheta}{r_1} + \frac{N_\varphi}{r_2} = p_n. \quad (32)$$

Razlikujemo cilindrične, konusne, sferne, torusne i ljuske u obliku rotacijskog hiperboloida.

Mokraćni mjehur aproksimiran je sfernom tankom ljuskom. Za sfernu ljusku vrijedi:

$$r_1 = r_2 = R, \quad (33)$$

gdje je  $R$  polumjer sfere.

Ukoliko uvjet (33) uvrstimo u izraz (32) dobivamo:

$$N_{\vartheta} + N_{\varphi} = pR. \quad (34)$$

Do osnovnog izraza za naprezanje kod savijanja tankih cilindričnih ljuski, koji vrijedi i za sve ostale vrste uz prilagodbu oznaka vezanih za koordinatne osi, dolazimo primjenom Hookeovog zakona. Izraz za naprezanje u uzdužnom smjeru glasi:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_{\varphi}), \quad (35)$$

odnosno za naprezanje u cirkularnom smjeru:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_{\varphi} + \nu\varepsilon_x). \quad (36)$$

Daljnjim sređivanjem i dobivanjem izraza za unutarnje sile  $N_x$ ,  $N_{\varphi}$  i  $Q$ , odnosno za unutarnje momente  $M_x$  i  $M_{\varphi}$  prema [9] dobivamo konačan izraz za naprezanje u uzdužnom, odnosno cirkularnom smjeru glasi:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h} + \frac{12M_x}{h^3}z, \quad (37)$$

$$\sigma_{\varphi} = \frac{N_{\varphi}}{h} + \frac{12M_{\varphi}}{h^3}z. \quad (38)$$

Maksimalna naprezanja izračunavaju se za vrijednost  $z = \frac{h}{2}$  čime izraz prelazi u oblik:

$$\sigma_{xmax} = \frac{N_x}{h} + \frac{6M_x}{h^2}, \quad (39)$$

$$\sigma_{\varphi max} = \frac{N_{\varphi}}{h} + \frac{6M_{\varphi}}{h^2}. \quad (40)$$

## 6.2. Opterećenja i naprezanja mokračnog mjehura pomoću teorije ljusaka

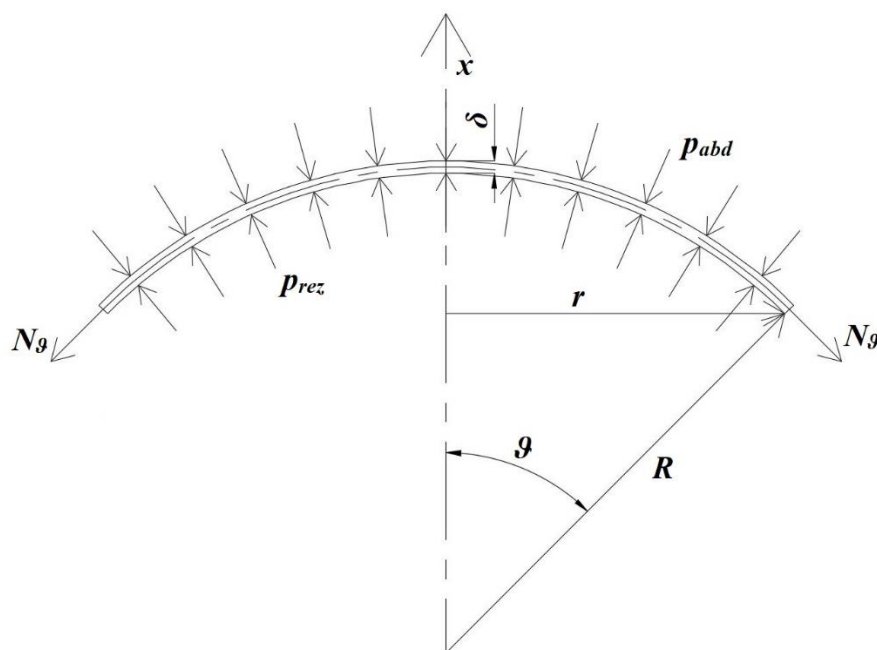
Opterećenja i naprezanja mokračnog mjehura razmatrat će se u dva slučaja: kada je mjehur pun i kada nastupi mokrenje, odnosno kada se mjehur isprazni. Prvo će se razmotriti situacija kada je mjehur pun. Kako bi se moglo izračunati naprezanja i opterećenja, potrebno je poznavati ulazne podatke vezane uz geometriju mjehura i nametnutih opterećenja. Kao što je ranije navedeno, mokračni mjehur aproksimiran je tankostjenom sfernom ljuskom. S obzirom da dosadašnja istraživanja nisu dala potpuno točne vrijednosti, za proračun su korišteni podaci iz literatura [1], [3] i [9]. Očekuje se da će napretkom tehnologije biti utvrđeni znatno precizniji podaci. Tablicom 2. prikazani su svi potrebni ulazni podaci.

Tablica 2. Ulazni podaci za slučaj punog mjehura

Fizikalna veličina	Vrijednost
Radijus punog mjehura, $R_1$	100 mm
Debljina stijenke mokraćnog mjehura, $h$	2,2 mm
Intraabdominalni tlak na puni mjehur, $p_{abd}^{R1}$	0.67 kPa
Intravezikularni tlak u punom mjehuru, $p_{ves}^{R1}$	1.46 kPa

Debljina stijenke mokraćnog mjehura prema [3] iznosi  $\delta = 3.3 \pm 1.1$  mm. S obzirom da mjehur kada je pun bude maksimalno istegnut, za računanje je uzeta najniža vrijednost debljine stijenke. Također, intravezikularni tlak kod punog mjehura prema [3] iznosi 1.46 do 3 kPa, ali prema slici 7., odnosno očitavanju s grafa za 300 ml urina, uzeta je vrijednost od 1.46 kPa.

Na slici 17. prikazani su tlakovi koji opterećuju puni mjehur i meridijalne sile.



Slika 17. Djelovanje sila i tlakova na puni mjehur

Sumiranjem opterećenja po osi  $x$  postavlja se prvi uvjet ravnoteže. S obzirom da je  $N_\theta$  jedina nepoznanica, zadatak je statički određen. Stoga, prvi uvjet ravnoteže glasi:

$$N_\theta \sin \theta 2r\pi + p_{abd}^{R1} r^2 \pi = p_{ves}^{R1} r^2 \pi . \quad (41)$$

Iz slike 17. možemo izraziti:

$$r = R \sin \vartheta. \quad (42)$$

Uvrštavanjem izraza (42) u izraz (41) dobivamo:

$$N_{\vartheta} 2R_1 \sin^2(\vartheta) \pi + p_{abd}^{R1} R_1^2 \sin^2(\vartheta) \pi = p_{ves}^{R1} R_1^2 \sin^2(\vartheta) \pi. \quad (43)$$

Daljnijim sređivanjem dolazimo do konačnog izraza koji glasi:

$$N_{\vartheta} = \frac{(p_{ves}^{R1} - p_{abd}^{R1}) R_1}{2}. \quad (44)$$

Uvrštavanjem vrijednosti iz tablice 2. dobivamo konačnu vrijednost meridijanske sile:

$$N_{\vartheta} = \frac{(1460 - 670) 0,1}{2}, \quad (45)$$

$$N_{\vartheta} = 39,5 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 0,0395 \frac{\text{N}}{\text{mm}}. \quad (46)$$

Pomoću izraza:

$$\frac{N_{\vartheta}}{r_1} + \frac{N_{\varphi}}{r_2} = p_n, \quad (47)$$

i uvjeta koji vrijedi za sferne ljuske:

$$r_1 = r_2 = R, \quad (48)$$

gdje je:

$$p_n = p_{ves}^{R1} - p_{abd}^{R1}, \quad (49)$$

Sređivanjem jednadžbe, dobivamo izraz za  $N_{\varphi}$  koji glasi:

$$N_{\varphi} = (p_{ves}^{R1} - p_{abd}^{R1}) R - N_{\vartheta}. \quad (50)$$

Uvrštavanjem podataka iz tablice 2. dobivamo konačnu vrijednost cirkularne sile:

$$N_{\varphi} = (1460 - 670) 0,1 - 39,5, \quad (51)$$

$$N_{\varphi} = 39,5 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 0,0395 \frac{\text{N}}{\text{mm}}. \quad (52)$$

S obzirom da izrazi za izračunavanje membranske i cirkularne sile ne ovise o koordinati osi  $x$ , jednakog su iznosa duž cijele sferne ljuske.



Nakon što smo izračunali opterećenje u meridijanskom i cirkularnom smjeru, pomoću izraza (39) i (40) možemo izračunati naprezanja u meridijalnom odnosno cirkularnom smjeru. S obzirom da naš model nije opterećen na savijanje, drugi pribrojnik iznosi nula. Stoga izraz kojim ćemo izračunati naprezanje u meridijalnom smjeru postaje:

$$\sigma_{\vartheta\max} = \frac{N_{\vartheta}}{h}. \quad (53)$$

Uvrštavanjem podataka iz tablice 2. dobivamo iznos naprezanja u meridijalnom smjeru:

$$\sigma_{\vartheta\max} = \frac{0.0395}{2.2}, \quad (54)$$

$$\sigma_{\vartheta\max} = 0.01795 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}. \quad (55)$$

Analogno tome, dobivamo izraz za računanje naprezanja u cirkularnom smjeru:

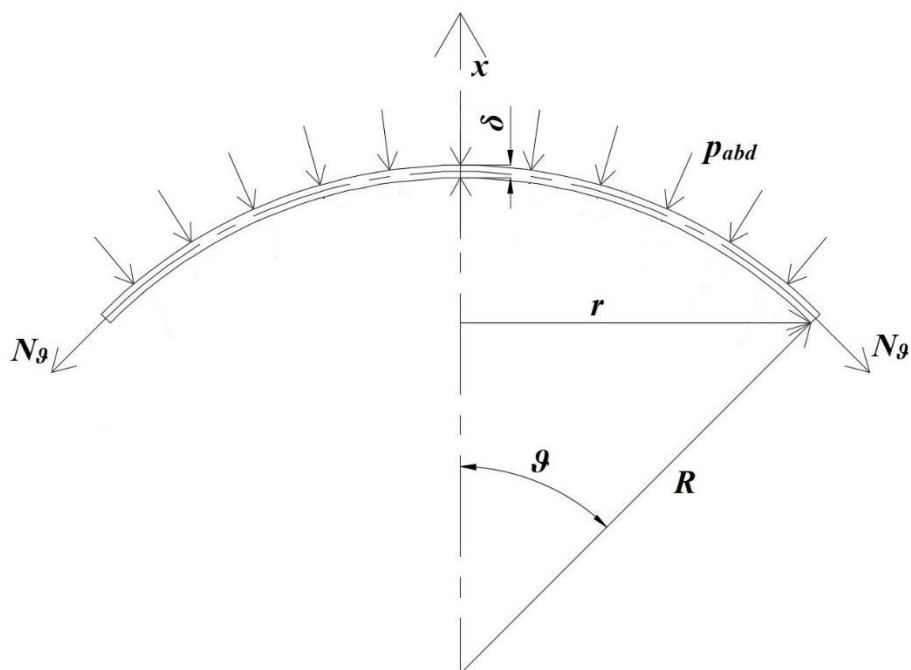
$$\sigma_{\varphi\max} = \frac{N_{\varphi}}{h}. \quad (56)$$

Uvrštavanjem podataka iz tablice 2. dobivamo iznos naprezanja u cirkularnom smjeru:

$$\sigma_{\varphi\max} = \frac{0.0395}{3.3}, \quad (57)$$

$$\sigma_{\varphi\max} = 0.01197 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}. \quad (58)$$

U drugom slučaju, proračunavati ćemo mjehur kada je prazan. S obzirom da se oblik i sam volumen mokraćnog mjehura nakon što se isprazni vidljivo smanji, slučaj praznog mjehura aproksimirati ćemo sferom manjeg radijusa u odnosu na slučaj punog mjehura. Na slici 18. prikazan intraabdominalni tlak koji opterećuje mjehur i meridijalne sile.



Slika 18. Djelovanje sila i tlaka na prazni mjehur

Ulazni podaci za drugi slučaj također su iz literature [1],[3] i [9] i dani su tablicom 3.

Tablica 3. Ulazni podaci za prazni mokraćni mjehur

Fizikalna veličina	Vrijednost
Radijus praznog mjehura, $R_2$	80 mm
Debljina stijenke mokraćnog mjehura, $h$	4.4 mm
Intraabdominalni tlak na prazni mjehur, $p_{abd}^{R_2}$	0.1 kPa
Intravezikularni tlak u praznom mjehuru, $p_{ves}^{R_2}$	0 kPa

S obzirom da je mokraćni mjehur prazan, intravezikularni tlak je nula i mjehur je opterećen samo vanjskim, odnosno intraabdominalnim tlakom. Debljina stijenke mokraćnog mjehura najveća je kada je mjehur prazan, zato je uzeta najveća vrijednost za proračun. Meridijalno naprezanje izračunato je također postavljanjem uvjeta ravnoteže u smjeri osi x i ono glasi:

$$N_\theta \sin(\vartheta) 2r\pi + p_{abd} r^2 \pi = 0, \quad (59)$$

Koristeći izraz (44), izraz (61) prelazi u oblik:

$$N_\theta \sin^2(\vartheta) 2R_2\pi + p_{abd} R_2^2 \sin^2(\vartheta)\pi = 0, \quad (60)$$

Daljnijim sređivanjem izraza (60) dobivamo izraz za meridijansku silu:

$$N_{\vartheta} = \frac{-p_{abd}R_2}{2}, \quad (61)$$

Uvrštavanjem vrijednosti iz tablice 3. dobivamo iznos meridijalne sile:

$$N_{\vartheta} = \frac{-100 \cdot 0.08}{2}, \quad (62)$$

$$N_{\vartheta} = -4 \frac{\text{N}}{\text{m}} = -0.004 \frac{\text{N}}{\text{mm}}. \quad (63)$$

Sada kada nam je poznata vrijednost meridijanske sile, iznos cirkularne sile dobivamo izrazom (47) uz uvjet (49):

$$N_{\varphi} = p_{abd}R_2 - N_{\vartheta}, \quad (64)$$

Uvrštavanjem vrijednosti, dobivamo iznos cirkularne sile:

$$N_{\varphi} = 100 \cdot 0.08 - 4, \quad (65)$$

$$N_{\varphi} = 4 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 0.004 \frac{\text{N}}{\text{mm}}. \quad (66)$$

Naprezanje u meridijanskom smjeru dobivamo pomoću izraza (39) i također uz tvrdnju da je drugi pribrojnik jednak nuli. Uvrštavanjem vrijednosti dobivamo:

$$\sigma_{\vartheta} = \frac{-0,004}{4,4}, \quad (67)$$

$$\sigma_{\vartheta} = -0,000909 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}. \quad (68)$$

Analogno, pomoću izraza (40) i uvrštavanjem vrijednosti, dobivamo vrijednost naprezanja u cirkularnom smjeru:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{0.004}{4.4}, \quad (69)$$

$$\sigma_{\varphi} = 0.000909 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}. \quad (70)$$

## 7. Poremećaji mokraćnog mjehura

Sva istraživanja, testiranja i pokušaji modeliranja samog mjehura imaju svrhu rješavanja poremećaja mokraćnog mjehura i pomaganja pacijentima u njihovom liječenju i svakodnevnom životu. Mokraćni mjehur je, uz pluća, jedan od najmekših organa i prilikom nesreća, najčešće dolazi do njegovog izrazitog oštećenja. S obzirom da su bubrezi glavni organi mokraćnog sustava, a izrazito su osjetljivi na promjene temperature, ne čudi činjenica kako su upale mokraćnog sustava česte, a od infekcija češće obolijevaju žene zbog izrazito kraće mokraćne cijevi. Uz upale i infekcije, postoji cijeli spektar poremećaja koji bi se mogli liječiti uz pomoć kvalitetnog modela mokraćnog mjehura.

Inkontinencija zbog oštećenja osjetnih živčanih vlakana jedan je od poremećaja. Ukoliko su osjetna živčana vlakna oštećena, mokraćni mjehur će se normalno puniti, ali ne dolazi do stvaranja signala o prepunjenosti mjehura što znači da neće biti izazvane refleksne kontrakcije. Tako će svaki puta kada mjehur postane prepun doći do prisilnog istjecanja mokraće iz mjehura. Ukoliko dođe do oštećenja sakralnog dijela kraljezničke moždine, a sakralni kralješci ostanu zdravi, refleksi mokrenja više nisu pod utjecajem mozga. Ako je u pitanju fizička ozljeda, prvih nekoliko dana refleks je potpuno potisnut jer tijelo doživljava tzv. stanje spinalnog šoka zbog nestanka impulsa kojeg šalju veliki mozak i moždano deblo. Vremenom dolazi do ponovnog uspostavljanja refleksa mokrenja, ali tada se počinju javljati nenajavljena pražnjenja mokraćnog mjehura.

Još jedan od poremećaja kod čijeg bi rješavanja biomehanika mogla doprinijeti je neinhibirani neurogeni mokraćni mjehur. To je još jedan od poremećaja kod kojeg dolazi do čestog i nekontroliranog mokrenja. Uzrok poremećaja leži u oštećenju leđne moždine ili moždanog debla zbog kojeg se prekida većina inhibicijskih signala. Iz tog razloga i male količine mokraće u mjehuru izazivaju nekontrolirani refleks mokrenja i dolazi do čestog mokrenja.

## 8. Zaključak

Mokraćni sustav ima izrazito bitnu ulogu održavanja našeg organizma bez toksina i ostalih otpadnih tvari. Stoga ne čudi dakle činjenica da se u zadnje vrijeme vrši sve više istraživanja same biomehanike cjelokupnog sustava. Mokraćni mjehur, koji je i sam predmet promatranja ovog rada, obavlja bitnu ulogu skladištenja i izbacivanja urina iz organizma. Brojni stručnjaci hvataju se u koštac kako bi uspjeli dobiti vjerodostojan model i simulaciju rada mokraćnog mjehura koja bi poslužila kao vrijedan alat u mogućim rješavanjima patofizioloških problema vezanih za mokraćni mjehur. Jedan od najvećih problema je što je tkivo ljudskog mokraćnog mjehura izvan tijela domaćina izrazito fiziološki nestabilno, stoga ne čudi činjenica da je većina istraživanja i obavljenih radova na temu biomehaničkog ponašanja životinjskog mokraćnog mjehura. Generalna ideja koja se ponavlja u više radova je aproksimiranje mjehura kao sferične ljuske. Ti modeli su izrazito matematički, biološki i mehanički pojednostavljeni, ne uzimaju u obzir anatomske građu mjehura, utjecaj okolnih organa, mišićnu aktivnost, promjenu oblika samog mjehura prilikom punjenja odnosno pražnjenja i mnoge druge čimbenike koji znatno utječu na samu biomehaniku i funkcioniranje mjehura. I u ovom radu mokraćni mjehur promatran je kao tankostijena duga sferična ljuska za računanje meridijanskih i cirkularnih unutarnjih sila, odnosno naprezanja u meridijanskom i cirkularnom smjeru. Koristeći izvedene formule uz brojna pojednostavljena, podatke izvučene iz navedene literature i promatrajući mjehur samo u potpuno praznom, odnosno potpuno punom stanju, dobiveni su iznosi navedenih nepoznanica.

Urodinamika trenutno daje najvjerodostojniji prikaz samog protoka urina kroz mokraćni mjehur i mokraćnu cijev i jedine klinički prihvatljive rezultate. S obzirom da tehnologija izrazito napreduje, očekuje se da će uz pomoć MRI, CT i ostalih tehnologija napraviti vjerodostojan model mokraćnog mjehura koji će zadovoljavati sve anatomske, mehaničke, fiziološke i neurotransmisivne kriterije i biti od izrazite koristi pri rješavanju brojnih poremećaja mokraćnog sustava i u samoj farmakološkoj industriji.

**LITERATURA**

- [1] Guyton i Hall; *Medicinska fiziologija*, 13. izdanje, Medicinska naklada 2017.
- [2] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Mokra%C4%87ni\\_mjehur#/media/Datoteka:Illu\\_bladder\\_hr.JPG](https://hr.wikipedia.org/wiki/Mokra%C4%87ni_mjehur#/media/Datoteka:Illu_bladder_hr.JPG) (27.8.2019.).
- [3] Roustem N. Miftahof, Hong Gil Nam; *Biomechanics of the Human Urinary Bladder*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013.
- [4] Ines Miškec; Bol kao posljedica ozljede leđne moždine, Diplomski rad, Zagreb, 2017.
- [5] Dominika Došen; Diplomski rad, Medicinska kemija, 2015.
- [6] <https://www.fairview.org/patient-education/40103> (29.8.2019.)
- [7] <http://histonano.com/books/Junqueira%27s%20Basic%20Histology%20PDF%20WHOLE%20BOOK/19.%20The%20Urinary%20System.htm> (29.8.2019.).
- [8] [https://en.wikipedia.org/wiki/Hill's\\_muscle\\_model](https://en.wikipedia.org/wiki/Hill's_muscle_model) (5.9.2019.)
- [9] Ivo Alfirević; *Linearna analiza konstrukcija*, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2011.
- [10] <https://www.uptodate.com/contents/abdominal-compartment-syndrome-in-adults> (5.9.)