

Biomehanička analiza Bungee jumping skokova

Zec, Arijan

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:457707>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-28**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD
**BIOMEHANIČKA ANALIZA *BUNGEE*
JUMPING SKOKOVA**

Arijan Zec

Zagreb, rujan 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD
**BIOMEHANIČKA ANALIZA *BUNGEE*
JUMPING SKOKOVA**

Mentor:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

Student:

Arijan Zec

Zagreb, rujan 2019.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Arijan Zec** Mat. br.: 0035195191

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Biomehanička analiza Bungee jumping skokova**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Biomechanical analysis of Bungee jumping**

Opis zadatka:

Bungee jumping je naziv za skakanje s mostova ili platformi kranova visine 50 - 120 metara, pri čemu su noge osigurane elastičnim užetom. *Bungee jumping* spada u skupinu „ekstremnih sportova“. Postoji mogućnost nastanka teških ozljeda kao posljedice skoka, a lakše ozljede i poremećaji se javljaju kod gotovo 50% skakača. Užad za *Bungee jumping* je elastična kako bi se smanjile sile koje djeluju na skakača. Uže se isteže do određene vrijednosti te onda povlači skakača prema gore na neku visinu nakon koje on opet pada. Navedene oscilacije se nastavljaju sve dok se ne potroši energija.

Uz pretpostavke da skakač pada vertikalno prema dolje, da se kod početnog dijela skoka padajući dio užeta (nenapregnuto uže) nalazi direktno ispod skakača, da se trenje i otpor zraka zanemaruju i da je skakač modeliran krutim tijelom određene mase, u radu je potrebno:

- objasniti promjenu energije tijekom gibanja skakača,
- odrediti produljenje užeta, brzinu i ubrzanje,
- izračunati maksimalnu silu koja djeluje na skakača,
- opisati i procijeniti biomehanička opterećenja na tijelo skakača,
- za uže duljine $L = 25$ m i gravitacijsko ubrzanje $g = 9,81$ m/s², prikazati rezultate za različite vrste užeta, tj. varirajući krutost užeta između vrijednosti $k_{min} = 100$ N/m i $k_{maks} = 400$ N/m te usporediti rezultate,
- izračunati tražene podatke za ispitanika mase 70 kg i ispitanika mase 110 kg.

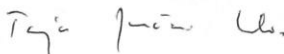
Potrebno je navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:
29. studenog 2018.


Rok predaje rada:
1. rok: 22. veljače 2019.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2019.
3. rok: 20. rujna 2019.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 25.2. - 1.3. 2019.
2. rok (izvanredni): 2.7. 2019.
3. rok: 23.9. - 27.9. 2019.

Zadatak zadao:


Prof.dr.sc. Tanja Jurčević Lulić

Predsjednik Povjerenstva:


Prof. dr. sc. Igor Balen

Sadržaj:

1. Uvod	1
2. Fizikalna analiza <i>Bungee</i> skoka	2
3. Korišteni model	7
3.1. Promjena energije tijekom skoka	7
3.2. Produljenje užeta, brzina i ubrzanje	9
4. Biomehanička opterećenja	13
4.1. Česte ozljede	14
5. Zaključak	16
Literatura	17

Popis oznaka

F	Sila, N
F_{el}	Elastična sila u užetu, N
g	gravitacijsko ubrzanje, N/m ²
k	krutost užeta, N/m
a	ubrzanje, N/m ²
v	brzina, m/s
L	dužina užeta, m
E_k	kinetička energija, J
E_p	potencijalna gravitacijska energija, J
E_e	energija elastičnog užeta, J
ρ	gustoća užeta, kg/m
ε	elongacija (produljenje) užeta
x	istezanje užeta, m
h	udaljenost od platforme, m
m_{cv}	masa čestica unutar kontrolnog volumena
dm_{cv}	promjena mase čestica unutar kontrolnog volumena
dm_p	masa čestica koja je izašla iz kontrolnog volumena
dv	promjena brzine gibanja čestica unutar kontrolnog volumena
μ	omjer mase skakača i užeta

Popis slika

Slika 1. Početna analiza skoka 1.....	2
Slika 2. Diferencijalni pomak 1.....	4
Slika 3. Prikaz modela.....	7
Slika 4. Izmjena energija.....	8
Slika 5. Ravnine.....	13
Slika 6. Krvarenje rožnice.....	15

Popis tablica

Tablica 1. Produljenje užeta	10
Tablica 2. Elongacija užeta.....	10
Tablica 3. Sila u užetu	11
Tablica 4. Maksimalno ubrzanje.....	12

Sažetak

Bungee jumping je naziv za skakanje sa mostova ili platformi kranova visine 50 – 120 metara, pri čemu su noge skakača osigurane elastičnim užetom. *Bungee jumping* je od svog početka u 1980-im godinama vrlo brzo postao vrlo popularan te se do danas preko milijun ljudi okušalo u tom ekstremnom sportu. Kroz sazrijevanje sporta razvili su se mnogi sigurnosni standardi i preporuke kako bi se smanjio broj ozljeda i nesreća. Danas su nesreće vrlo rijetke, ali lakše ozljede i poremećaji javljaju se u gotovo 50% skakača. Na vjerojatnost ozljeda skakača utječe mnogo faktora, a kao glavne mogu se definirati fizička sprema skakača te duljina slobodnog pada i krutost korištenog užeta, odnosno maksimalno ubrzanje koje djeluje na tijelo skakača. U ovom radu su uspoređeni rezultati produljenja užeta, brzine, ubrzanja te opterećenja koja djeluju na ispitanika kod užeta različitih krutosti za ispitanike različitih masa tijela. Također uspoređeni su dobiveni rezultati sa sigurnosnim naputcima za maksimalna ubrzanja i navedene su najčešće ozljede prilikom *Bungee jumpinga*.

Summary

Bungee jumping is a name for jumping of bridges or cranes 50-120 meters high, with jumpers' legs secured with an elastic rope. Bungee jumping has become very popular since its inception in the 1980s, and to date, over a million people have tried this extreme sport. As the sport matured, many safety standards and recommendations were developed to reduce the number of injuries and accidents. Accidents are very rare these days, but minor injuries and disorders occur in nearly 50% of jumpers. The likelihood of a jumper injury is influenced by many factors, the main ones being defined as physical fitness of the jumper, the length of free fall and the stiffness of the rope used, with the last two factors determining the maximum acceleration experienced by the jumper. This paper compares the results of rope elongation, velocity, acceleration, and load experienced by the subject depending on rope stiffness and subject's body mass. The results are compared with safety recommendations for maximum acceleration and the most common injuries are discussed.

1. Uvod

Bungee jumping je naziv za skakanje sa mostova ili platformi kranova visine 50 – 120 metara, pri čemu su noge skakača osigurane elastičnim užetom. *Bungee jumping* je od svog početka u 1980-im godinama vrlo brzo postao jako popularan te se do danas preko milijun ljudi okušalo u tom ekstremnom sportu. Iako se Bungee jumping svrstava u ekstremne sportove, ne postoji mnogo zahtjeva koje skakači moraju ispuniti, najčešći su da skakač ima minimalno 18 godina i da je mase manje od 120kg. Jasno je da velika većina populacije zadovoljava ta dva uvjeta, no to ne znači da će skok proći bez posljedica. Postoji mala mogućnost nastanka težih ozljeda, no lakše ozljede javljaju se kod gotovo 50% skakača.

Teže ozljede najčešće su uzrokovane pogrešnom pripremom ili lošim održavanjem opreme za skakanje. Takvi propusti vrlo su rijetki te često vode do fatalnih posljedica za skakača, uzroci mogu biti puknuće užeta ili pogrešna dužina užeta zbog koje skakač prilikom pada udara u tlo. U povijesti ovog sporta dogodilo se nekoliko takvih propusta, a zadnji se desio 2012. godine u Zambiji kada je prilikom skoka Erin Langworthy [2] puknulo uže te je ona pala u rijeku, srećom bez težih posljedica.

Lakše ozljede mnogo su češće te su fokus ovog rada. Uzrokovane su naglim usporavanjem koje nastaje u drugoj polovici skoka kada se uže počinje rastezati. Česte su ozljede zglobova poput istegnuća ili dislokacija, ozljede leđa i vrata te ozljede očiju koje nastaju pucanjem kapilara.

Dva najčešća oblika *Bungee jumpinga* su skakanje sa mosta i skakanje sa platformi kranova. Za mehaniku samog skoka nema nikakve razlike među njima. Ono što je bitno za skok je način na koji je skakač vezan za uže te način na koji skače sa platforme. Postoji 4 glavnih načina vezanja, a koriste se ovisno o iskustvu skakača:

1. Skakač vezan oko struka (početnici).
2. Skakač vezan za gležnjeve (napredniji skakači).
3. Skakač veza za prsa (napredniji skakači).
4. Skok u paru, vezani oko struka (barem jedan skakač je iskusan).

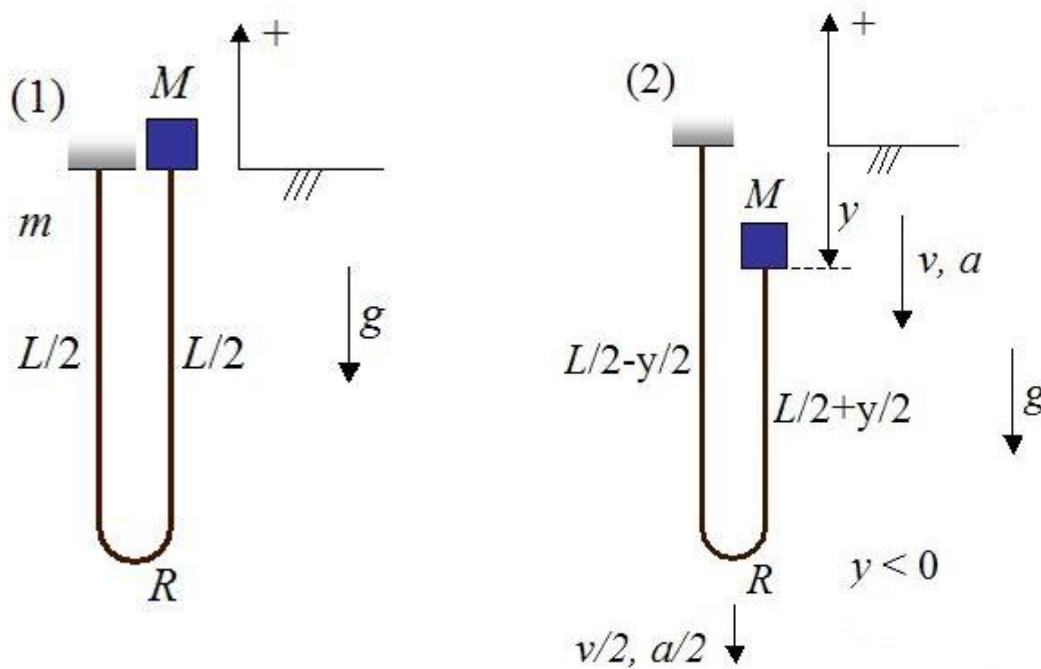
U ovom radu razmatra se model skakača vezanog za gležnjeve (kruto tijelo) koji pada vertikalno prema dolje, otpor zraka i trenje u užetu su zanemarivi, uže je idealno elastično.

2. Fizikalna analiza *Bungee* skoka

Fizika *Bungee* skoka na prvi je pogleda vrlo jednostavna, čovjek skače sa platforme i ubrzava vertikalno prema dolje dok ga elastično uže ne počne usporavati, dolazi do potpunog zaustavljanja te ponovnog ubrzanja prema gore nakon čega se vertikalne oscilacije nastavljaju još nekoliko minuta, svaka slijedeća slabija od prošle zbog gubitka energije. Ono što je vrlo zanimljivo za analizu jest da skakač u prvom dijelu skoka ima ubrzanje veće nego u slobodnom padu, a to je posljedica napetosti u užetu koja dodatnom silom povlači skakača prema dolje.

Za računanje točne akceleracije koristiti ćemo nekoliko pretpostavki:

1. Skakač pada vertikalno prema dolje, uže je direktno ispod njega
2. Trenje i otpor zraka se zanemaruju
3. Radijus užeta R se zanemaruje
4. Rastezanje u užetu je zanemarivo do trenutka kada počinje usporavati skakača



Slika 1. Početna analiza skoka [1]

Problem je postavljen tako da se ishodište nalazi u visini platforme, pomak skakača y uvijek je negativan. Uže je duljine L , brzina skakača je v . Ostale relacije jasne su iz geometrije crteža.

Zbog zanemarivanja otpora zraka i trenja analizu možemo odraditi preko zakona očuvanja energije, a jedina sila koja u sustavu proizvodi rad je gravitacijska sila.

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2} \quad (1)$$

Za poziciju jedan vrijedi : $E_{k1} = 0$, $E_{p1} = -\frac{mgL}{4}$ (M je masa skakača, m je masa užeta).

Radi lakšeg računanja uvrštavamo gustoću užeta: $\rho = \frac{m}{L}$

Slijedi iz (1) kinetička energija sustava u poziciji 2:

$$E_{k2} = \frac{1}{2}\rho \left(\frac{L}{2} + \frac{y}{2}\right) v^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

Slijedi iz (1) gravitacijska potencijalna energija u poziciji 2:

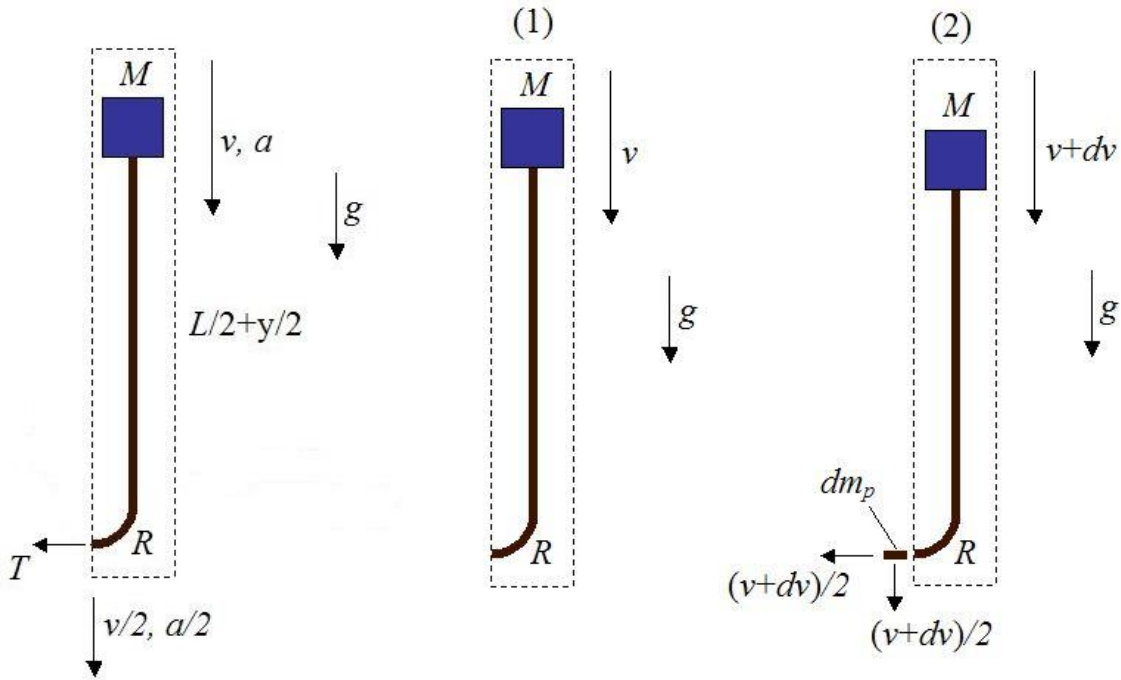
$$E_{p2} = -\rho \left(\frac{L}{2} - \frac{y}{2}\right) g \left(\frac{\frac{L}{2} - \frac{y}{2}}{2}\right) - \rho \left(\frac{L}{2} + \frac{y}{2}\right) g \left(-y + \frac{\frac{L}{2} + \frac{y}{2}}{2}\right) + Mgy \quad (3)$$

Uvrštavanjem u početnu jednadžbu (1) i izlučivanjem v dobiva se izraz:

$$v^2 = -gy \frac{(4ML + 2mL + my)}{(2ML + mL + my)} \quad (4)$$

Pomoću dobivenog izraza lako je izračunati brzinu skakača u bilo kojoj poziciji slobodnog pada odnosno prve polovice skoka.

Kako bi izračunali ubrzanje potrebno je uvesti impuls i moment u jednadžbu. Izabrat ćemo izolirani volumen sustava koji sadrži masu M koja je konstantna i m koja se mijenja s vremenom. Napetost u užetu T djeluje samo u horizontalnoj ravnini i ne utječe na promjenu ubrzanja, zbog toga se zanemaruje u računu. Za izabrani volumen masa užeta sa prolaskom vremena teče preko granice sustava. Prikazani su trenuci t i $t+dt$ za izolirani volumen.



Slika 2. Diferencijalni pomak [1]

Promjena momenta u sustavu između (1) i (2) prema slici 2 može se opisati preko impulsa:

$$m_{cv}v + \sum F_y dt = (m_{cv} + dm_{cv})(v + dv) + dm_p \left(\frac{v + dv}{2} \right) \quad (5)$$

m_{cv} - masa čestica unutar kontrolnog volumena

$\sum F_y$ - suma vanjskih sila u vertikalnom smjeru

dm_{cv} - promjena mase čestica unutar kontrolnog volumena, $dm_{cv} < 0$

dm_p - masa čestica koja je izašla iz kontrolnog volumena

dv - promjena brzine gibanja čestica unutar kontrolnog volumena

Proširenjem izraza i zanemarivanjem dvostrukih derivacija, cijeli sustav dijelimo sa dt :

$$\sum F_y = m_{cv} \frac{dv}{dt} + \frac{dm_{cv}}{dt} v + \frac{dm_p}{dt} \left(\frac{v}{2} \right) \quad (6)$$

Uvrštavanjem : $dm_p = -dm_{cv}$ i $\frac{dv}{dt} = a$

$$\sum F_y = m_{cv}a + \frac{dm_{cv}}{dt} \left(\frac{v}{2}\right) \quad (7)$$

Ako uvrstimo : $m_{cv} = M + \rho \left(\frac{L}{2} + \frac{y}{2}\right)$

$$\frac{dm_{cv}}{dt} = \frac{\rho}{2} \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dm_{cv}}{dt} = \frac{\rho}{2} v$$

Suma vanjskih sila na volumen iznosi:

$$\sum F_y = -m_{cv}g = -\left(M + \rho \left(\frac{L}{2} + \frac{y}{2}\right)\right)g \quad (8)$$

Izjednačavanjem jednažbi (7) i (8) dobiva se izraz:

$$-\left(M + \rho \left(\frac{L}{2} + \frac{y}{2}\right)\right)g = \left(M + \rho \left(\frac{L}{2} + \frac{y}{2}\right)\right)a + \frac{\rho}{4}v^2 \quad (9)$$

Sređivanjem jednažbe (9) dobivamo izraz za akceleraciju:

$$a = -g - \frac{\frac{\rho}{4}v^2}{M + \rho \left(\frac{L}{2} + \frac{y}{2}\right)} \quad (10)$$

Jasno se vidi da je akceleracija veća od g , a jednažba vrijedi za interval $y[0, -L]$.

Uvrštavanjem jednažbe (4) u (10) brzanje se može izvesti i preko pomaka y :

$$a = -g \left(1 - \frac{my(4ML + 2mL + my)}{2(2ML + mL + my)^2}\right) \quad (11)$$

Za lakše računanje možemo uvesti: $\mu = m/M$

$$a = -g \left(1 - \frac{\mu y(4L + \mu(2L + y))}{2(\mu(L + y) + 2L)^2}\right) \quad (12)$$

Najveću vrijednost akceleracije dobiti ćemo u trenutku kada je $y = -L$, a njena vrijednost ovisit će o masi skakača i masi užeta.

Ako se za primjer uvrsti da su masa skakača i užeta jednake, najveće ubrzanje biti će $1.625g$ što bi rezultiralo znatno većom brzinom skakača u odnosu na slobodni pad. Ako se uvrste realniji brojevi za koje ćemo izabrati skakača mase $M = 70 \text{ kg}$, duljina užeta 25m uz prosječnu gustoću užeta od $2\text{kg} / 10\text{m}$ daje nam masu užeta $m = 5 \text{ kg}$. Uvrštavanjem ovih vrijednosti u gornju jednadžbu dobiva se najveće ubrzanje iznosa :

$$a_{max} = 1.0363 \text{ g}$$

Vidljivo je da je razlika u akceleraciji jedva primjetna pa će se zbog tog razloga u slijedećem djelu rada napraviti izračun sa užem zanemarive težine koji će biti značajno jednostavniji od ovoga, a razlika rezultata biti će vrlo mala.

3. Korišteni model

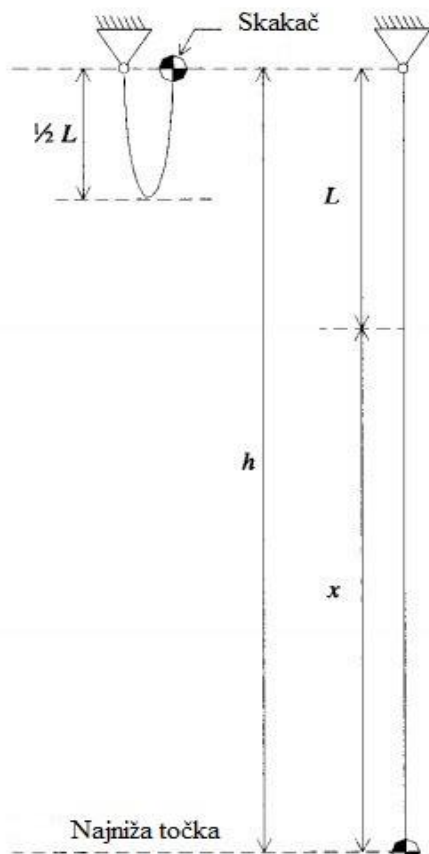
3.1. Promjena energije tijekom skoka

Analizu jednostavnog modela *Bungee jumpinga* može se napraviti pomoću zakona očuvanja energije. Ako skok gledamo kao zatvoreni sustav bez gubitka energije na trenje i otpor zraka, uz pretpostavku da je uže idealno elastično i nema masu, cijeli sustav može se opisati pomoću pretvaranja potencijalne gravitacijske energije skakača prije skoka u kinetičku energiju tijekom slobodnog pada te u elastičnu energiju u užetu u donjoj mrtvoj točki skoka.

E_p – Potencijalna gravitacijska energija skakača na platformi

E_e – Potencijalna elastična energija u užetu

E_k – Kinetička energija skakača



$$E_p = m * g * h$$

$$E_e = k * \frac{x^2}{2}$$

$$E_k = m * \frac{v^2}{2}$$

k – krutost užeta

m – masa skakača

v – brzina skakača

g – gravitacijsko ubrzanje

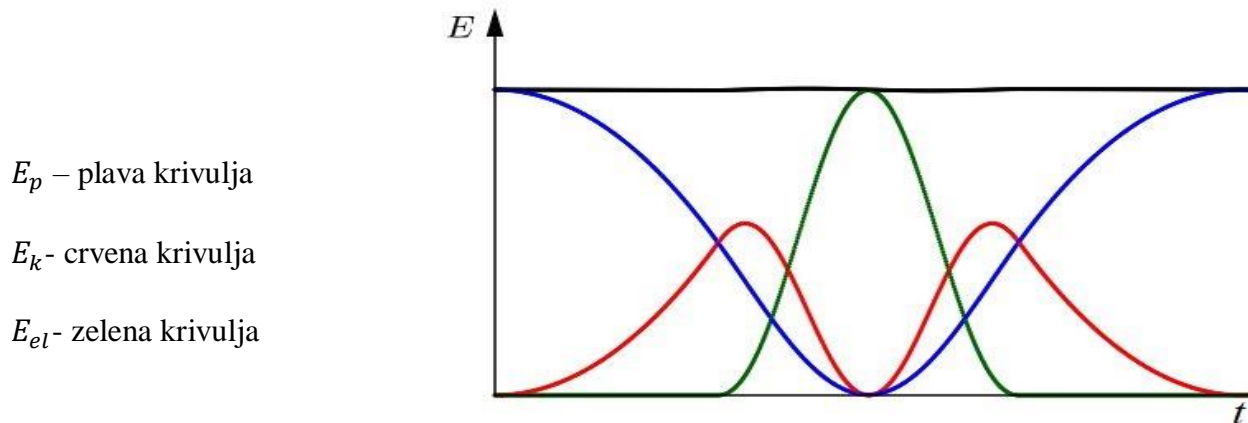
L – duljina nerastegnutog užeta

h – udaljenost skakača od platforme

x – produljenje užeta

Slika 3. Prikaz modela [4]

Na slici 4. prikazan je jedan ciklus oscilacije skakača od platforme za skok, do donje mrtve točke te nazad do početne visine platforme te promjena potencijalne, kinetičke i elastične energije u užetu u jednom ciklusu.



Slika 4. Izmjena energija

Na slici 4 vidi se da u trenutku kada je potencijalna energija jednaka nuli i kinetička energija jednaka je nuli, te da je ukupna energija sustava jednaka energiji elastičnog užeta. Također vidljivo je da je kinetička energija najveća u trenutku kada je $h = L$, odnosno u trenutku prije nego se uže počinje istežati te usporavati skakača.

Vrlo je očito da se skakač u stvarnom svijetu neće vratiti natrag na prvotnu visinu sa koje je skočio zbog gubitaka trenja u užetu i otpora zraka te viskoelastičnog ponašanja samog užeta. Bez obzira na to što model ne opisuje ponašanje skakača u pravom svijetu u potpunosti točno, i dalje se mogu dobiti korisni podaci iz njega. Najveća opterećenja i sile na tijelo skakača dogoditi će se prilikom prvog usporavanja skakača i njegovog zaustavljanja u donjoj mrtvoj točki, a svaka daljnja oscilacija u vertikalnom smjeru biti će sve slabija zbog gubitka energije u sustavu te će na kraju nakon nekoliko minuta doći do potpunog zaustavljanja gibanja. S obzirom da je naš model približno točan za prvi period skoka, a potrebno je odrediti najveća opterećenja i sile koje djeluju na skakača, očito je da je model dovoljno precizan za ovu analizu.

3.2. Produljenje užeta, brzina i ubrzanje

Proračun će biti napravljen za 2 skakača različitih masa i 4 užeta različitih konstanti krutosti.

Zadani podatci:

$m_1 - 70 \text{ kg}$	$k_1 - 100 \text{ N/m}$
$m_2 - 110 \text{ kg}$	$k_2 - 200 \text{ N/m}$
$L - 25 \text{ m}$	$k_3 - 300 \text{ N/m}$
$g - 9,81 \text{ m/s}^2$	$k_4 - 400 \text{ N/m}$

Maksimalna brzina skakača dobiva se izjednačavanjem potencijalne energije sa kinetičkom energijom u trenutku kada je $h = L$ (h je vertikalna udaljenost skakača od platforme).

$$E_p = E_k$$
$$mgh = m \frac{v^2}{2} \quad (13)$$

Pokratimo mase i uvrstimo $h = L$:

$$gL = \frac{v^2}{2} \quad (14)$$

Iz čega slijedi :

$$v_{max} = \sqrt{2gL} \quad (15)$$

Jasno je da maksimalna brzina ovisi samo o duljini užeta pa je zbog toga jednaka u svim slučajevima našeg proračuna:

$$v_{max} = 22.15 \text{ m/s}$$

Produljenje užeta izračunava se izjednačavanjem početne potencijalne gravitacijske energije sa elastičnom energijom u užetu u donjoj mrtvoj točki skoka. Kinetička energija jednaka je nuli u tom trenutku.

$$E_p = E_e$$

$$mgh = \frac{1}{2}kx^2 \quad (16)$$

Kako bi eliminirali jednu nepoznanicu uvrštavamo $h = L + x$ u jednadžbu (16) iz čega slijedi:

$$\frac{2mg}{k} = \frac{x^2}{L + x} \quad (17)$$

Uvrštavanjem zadanih podataka u jednadžbu (17), uz pretpostavku da je x pozitivan broji dobivaju se podaci o produljenju užeta (Tablica 1):

Tablica 1. Produljenje užeta

Krutost užeta	70kg	110kg
100 N/m	$x_1 = 26.63 \text{ m}$	$x_1 = 36.40 \text{ m}$
200 N/m	$x_2 = 16.98 \text{ m}$	$x_2 = 22.68 \text{ m}$
300 N/m	$x_3 = 13.23 \text{ m}$	$x_3 = 17.48 \text{ m}$
400 N/m	$x_4 = 11.14 \text{ m}$	$x_4 = 14.62 \text{ m}$

Elongaciju užeta računamo preko izraza:

$$\varepsilon = \frac{L_2}{L_1} = \frac{L + x}{L} \quad (18)$$

Tablica 2. Elongacija užeta

Krutost užeta	70kg	110kg
100 N/m	$\varepsilon_1 = 2.065$	$\varepsilon_1 = 2.46$
200 N/m	$\varepsilon_2 = 1.68$	$\varepsilon_2 = 1.91$
300 N/m	$\varepsilon_3 = 1.53$	$\varepsilon_3 = 1.7$
400 N/m	$\varepsilon_4 = 1.44$	$\varepsilon_4 = 1.58$

Raspodjela produljenja bila je laka i intuitivna za pretpostaviti, najveće produljenje užeta desiti će se sa skakačem veće mase i užem najmanje konstante krutosti. Sukladno tome produljenje se smanjuje povećanjem konstante krutosti užeta.

Slijedeće na redu je računanje maksimalnog ubrzanja koje djeluje na skakača prilikom skoka. Maksimalno ubrzanje, odnosno g-sila biti će glavni podatak za kasniju procjenu biomehaničkih opterećenjana skakača te mogućih ozljeda.

Za računanje ubrzanja bit će potrebna sila u užetu, a ona će biti maksimalna u donjoj mrtvoj točki skoka kada je uže maksimalno rastegnuto. Elastičnu silu dobiti ćemo slijedećom formulom:

$$F_{el} = kx \quad (19)$$

F_{el} - Elastična sila u užetu

Tablica 3. Sila u užetu

Krutost užeta	70kg	110kg
100 N/m	$F_{el1} = 2663 \text{ N}$	$F_{el1} = 3640 \text{ N}$
200 N/m	$F_{el2} = 3396 \text{ N}$	$F_{el2} = 4536 \text{ N}$
300 N/m	$F_{el3} = 3969 \text{ N}$	$F_{el3} = 5244 \text{ N}$
400 N/m	$F_{el4} = 4456 \text{ N}$	$F_{el4} = 5848 \text{ N}$

Preko sile u užetu možemo računati maksimalno ubrzanje skakača :

$$a = \frac{F_{el}}{m} \quad (20)$$

Rezultate ćemo lakše prikazati ako ih pretvorimo u ekvivalent gravitacijske sile g :

$$a = \frac{F_{el}}{mg} \quad (21)$$

Još moramo oduzeti gravitacijsku silu F_g koje djeluje u suprotnom smjeru od sile u užetu:

$$a = \frac{F_{el} - mg}{mg} = \frac{F_{el}}{mg} - 1 \quad (22)$$

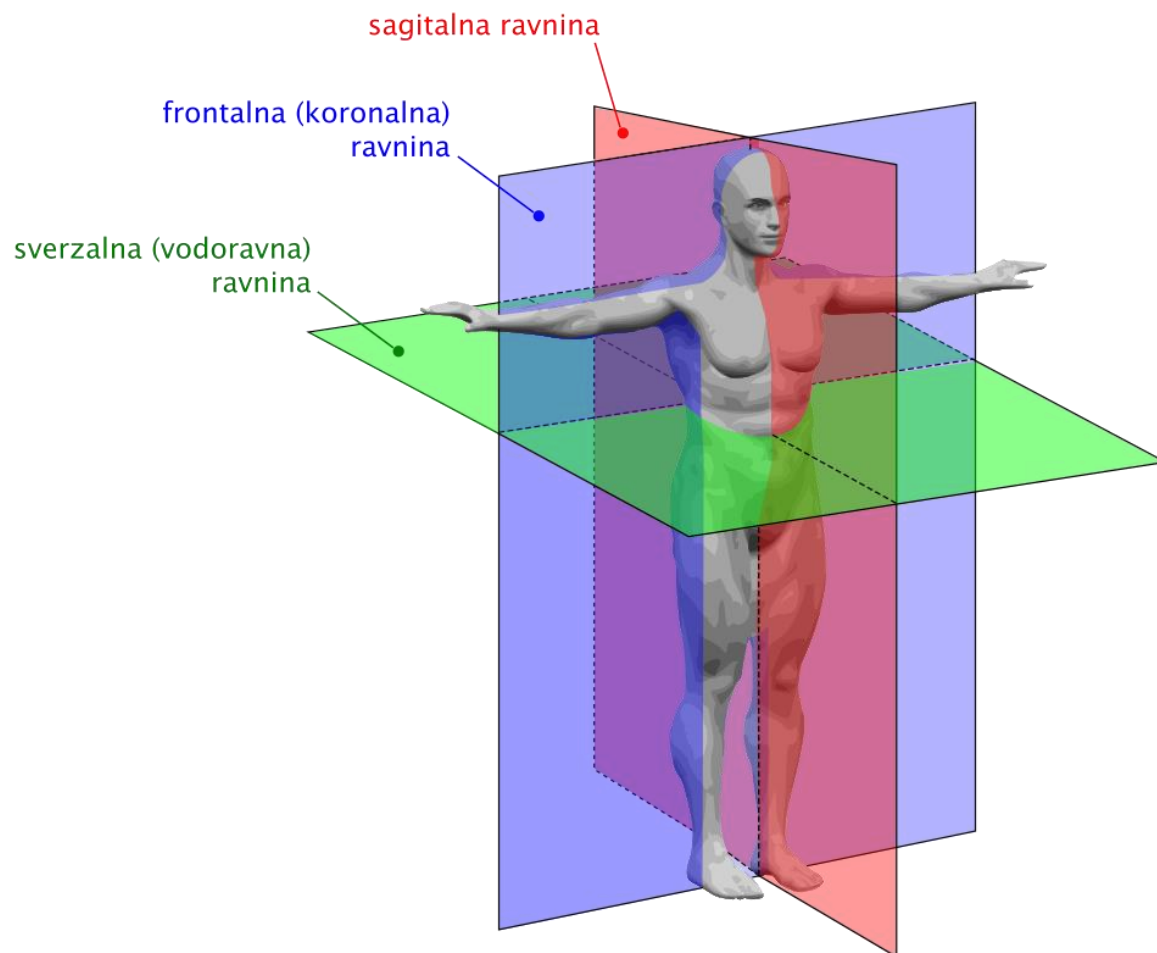
Tablica 4. Maksimalno ubrzanje

Krutost užeta	70kg	110kg
100 <i>N/m</i>	$a_1 = 2.88 \text{ g}$	$a_1 = 2.37 \text{ g}$
200 <i>N/m</i>	$a_2 = 3.95 \text{ g}$	$a_2 = 3.2 \text{ g}$
300 <i>N/m</i>	$a_3 = 4.78 \text{ g}$	$a_3 = 3.85 \text{ g}$
400 <i>N/m</i>	$a_4 = 5.49 \text{ g}$	$a_4 = 4.42 \text{ g}$

Maksimalno ubrzanje kod skakača povećava se sa povećanjem krutosti užeta, također veće je kod lakšeg skakača za isto korišteno užje.

4. Biomehanička opterećenja

Biomehanička opterećenja prilikom *Bungee jumping* skoka uzrokovana su ubrzanjima koja djeluju na tijelo skakača. Ubrzanja se mogu mjeriti duž tri osi tijela: vertikalne, sagitalne i trasferzalne (vodoravne). Ravnine su prikazane na slici 5.



Slika 5. Ravnine tijela

Kod prikazanog modela opterećenja nastala ubrzanjima pojavila bi se, zbog početnih pretpostavki, samo u vertikalnoj osi tijela. Prilikom pravog skoka opterećenja se pojavljuju u sve tri osi tijela, a njihova kombinacija i intenzitet mogu uzrokovati razne ozljede ukoliko prelaze sigurnu vrijednost. Ljudsko tijelo nije jednako otporno na ubrzanja u različitim smjerovima pa je zbog toga za

procjenu mogućnosti ozljede prilikom skoka važno znati kako je tijelo vezano te na koji način se skače, odnosno važna je pozicija tijela za vrijeme pozitivnih i negativnih ubrzanja. Također važno je i trajanje ubrzanja kao i brzina promjene ubrzanja.

Najbolje se podnose ubrzanja okomita na kralježnicu, eksperimentalno je dokazano da prosječna osoba može izdržati nekoliko minuta pri ubrzanju od $17g$ kada je akceleracija pozitivna (eyeballs in) i do $12g$ za negativnu akceleraciju (eyeballs out) [2]. Ispitanici su ubrzanja podnijeli bez gubljenja svijesti ili ozljeda. Tijelo je puno osjetljivije na ubrzanja paralelna s kralježnicom odnosno u vertikalnom smjeru. Pozitivna ubrzanja tlače kralježnicu i smanjuju dotok svježe krvi u mozak zbog čega dolazi do nesvjestice već pri ubrzanjima od $5g$. Na negativna ubrzanja paralelna sa kralježnicom naše tijelo je najosjetljivije. Zbog naglog i pretjeranog dotoka krvi u glavu dolazi do velikog skoka u tlaku na što su najosjetljivije oči. Već pri ubrzanjima od $3g$ dolazi do pucanja kapilara u očima te može doći do ozbiljnijeg krvarenja u rožnici [2].

U proračunu je određeno upravo to najopasnije negativno vertikalno ubrzanje. Ako kao kriterij uzmemo da ubrzanje nebi smjelo prelaziti vrijednost od $3g$ jasno je da su uvijek zadovoljila samo dva slučaja :

- skakač od $70kg$ sa užetom krutosti $100 N/m$
- skakač od $110kg$ sa užetom krutosti $100 N/m$

Rezultati našeg modela poklapaju se sa stvarnim svijetom gdje se najčešće koristi užad krutosti od $75N/m$ do $150N/m$ kako bi se spriječile ozljede do kojih dolazi korištenjem užadi velike krutosti [5].

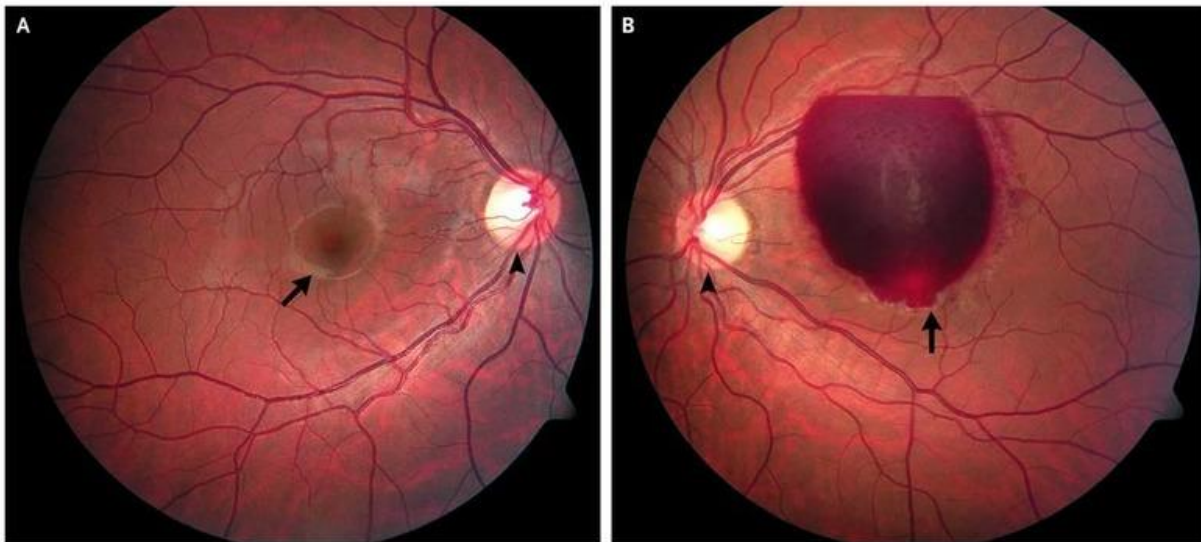
4.1. Česte ozljede

Najčešće ozljede mogu se svrstati u tri kategorije [2]:

1. prolaps maternice (samo kod žena)
2. ozljede očnog tkiva
3. dislokacije zglobova i ozljede leđa

Prolaps maternice je stanje u kojem maternica spusti u vaginalni kanal (parcijalni) ili kroz vaginalni kanal (potpuni). Relativno je česta pojava kod starijih žena, pogotovo ako su rodile tijekom života. Mogućnost prolapsa smanjuje se redovitim vježbanjem i održavanjem zdrave tjelesne težine, ali svejedno se ne preporuča *Bungee jumping* za žene starije od 50 godina zbog relativno velike šanse za ovu vrstu ozljede[2].

Ozljede očnog tkiva česte su pri skokovima gdje je osoba vezana za gležnjeve i skače glavom prema dolje [2]. Zbog pozicije tijela prilikom snažnog negativnog ubrzanja pri dnu skoka dolazi do naleta krvi u glavu i naglog povećanja tlaka. Očno tkivo vrlo je osjetljivo na visoki tlak te često dolazi do pucanja kapilara pri ubrzanjima većim od 2g, a do ozbiljnijih krvarenja pri ubrzanjima većim od 3g. Krvarenje u očnom tkivu može izazvati parcijalni gubitak vida ili zamućen vid. Manja krvarenja sama se resorbiraju u okolno tkivo bez liječničke intervencije, a kod ozbiljnijih krvarenja ponekad je potrebno operirati oko.



Slika 6. Krvarenje rožnice

Ozljede leđa pojavljuju se zbog kombinacije relativno velikih vertikalnih sila na kralješke i međukralježničke diskove. Kralježnica je posebno osjetljiva na torzijska opterećenja do kojih može doći u trenutku kada se uže zategne i počinje usporavati skakača. Najčešće ozljede su kompresijska puknuća kralježaka, hernijacije diskova i ozljede mišića vrata. Moguće su i ozbiljnije ozljede leđne moždine no one su vrlo rijetke[3].

5. Zaključak

U ovom radu provedena je vrlo osnovna i jednostavna biomehanička analiza *Bungee jumpinga*. Dobiveni rezultati zadovoljili su zadani kriterij maksimalnog ubrzanja od 3g u samo 2 od 8 slučajeva. Iz proračuna je vidljivo koliko se lako mogu prekoračiti sigurna opterećenja i ubrzanja odabirom užeta prevelike krutosti. Za detaljnije i preciznije rezultate biomehaničkih napreznja poželjno bi bilo napraviti eksperiment sa grupom skakača koji bi nosili mjerače ubrzanja i mjeračem sile u užetu. Stvarna napreznja i opterećenja ovise o faktorima poput načina skoka i vezanja skakača, a samim time su i puno kompleksnija i teža za predvidjeti od našeg jednostavnog modela.

Ozljede prilikom *Bungee jumpinga* česta su pojava, no u većini slučajeva nisu ozbiljne i ne zahtjevaju liječničku pomoć. Količina lakših ozljeda mogla bi se smanjiti pažljivim biranjem krutosti užeta u odnosu na visinu skoka i masu skakača. Način vezanja skakača također je važan faktor za sigurnost skoka jer ljudsko tijelo ne podnosi ubrzanja u svim smjerovima jednako. Uz krutost užeta te poziciju tijela prilikom ubrzanja još jedan važan faktor je fizička sprema i dob skakača.

Literatura

- [1] Normani F., The physics of Bungee Jumping, Real world physics problems
- [2] Yanchen L., Dynamic analysis of Bungee Jumping, Worcester Polytechnic Institute.
- [3] Fahren M., Stallkamp F., Klaus N., Loads on the lumbar spine during bungee jumping, Westfälische Wilhelms – Universität.
- [4] Strand J., A simple theoretical model of a bungee jump, European Journal of Physics, 1997.
- [5] Kockelman J.W., Hubbard M., Bungee jumping cord design using a simple model, University of California.