

# Analiza ravnotežnog leta helikoptera

---

**Jurišić, Antonio**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:272044>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-10**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

## DIPLOMSKI RAD

Antonio Jurišić

ZAGREB, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD  
ANALIZA RAVNOTEŽNOG LETA HELIKOPTERA

Mentor:  
prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Student:  
Antonio Jurišić

ZAGREB, 2019.

*Zahvaljujem mentoru prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku na pomoći, savjetima, komentarima, te izdvojenom vremenu tijekom izrade ovog rada, ali i tijekom studija. Zahvaljujem kolegama i prijateljima na svim provedenim trenucima tijekom studentskih dana, a najviše od svega zahvaljujem svojoj obitelji na podršci.*

## **Izjava**

Izjavljujem da sam ovaj rad radio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zagreb, srpanj 2019.

Antonio Jurišić



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum: <b>07-2019</b>	Prilog
Klasa: <b>602-04/19-6/3</b>	
Ur.broj: <b>15-1703-19-240</b>	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Antonio Jurišić**

Mat. br.: 0035198669

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza ravnotežnog leta helikoptera**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Helicopter trim analysis**

Opis zadatka:

Zbog specifičnosti helikoptera i sprege bočnog i uzdužnog gibanja te gibanja glavnog rotora problem određivanja ravnotežnog leta helikoptera zahtjevana je zadaća. Kao i za druge letjelice u ravnotežnom letu očekuje se ravnoteža sila i momenata oko osi odabranog koordinatnog sustava s ishodištem u središtu mase. Na konvencionalnoj konfiguraciji helikoptera sile i momente koje je potrebno uzeti u obzir dolaze od glavnog rotora, trupa, horizontalnog i vertikalnog repa te od repnog rotora. Pri tome se glavni rotor može razmatrati s krutim krakovima i gibanjem mahanja te u popis nepoznanica koje je potrebno odrediti, pored kutova stava helikoptera, ulaze i komande na glavnom i repnom rotoru, kutovi mahanja glavnog rotora te varijable protoka kroz glavni i repni rotor. Zadaća određivanja ravnotežnog leta podrazumijeva rješavanje sustava jednadžbi u kojem je broj nepoznanica veći od broja jednadžbi, a za njegovo rješavanje uobičajen je iterativni postupak.

U radu je potrebno:

- prikazati geometrijske, inercijalne i aerodinamičke podatke za odabrani helikopter konvencionalne konfiguracije,
- opisati postupak izračuna varijabli ravnotežnog leta helikoptera,
- napraviti programsku implementaciju analize ravnotežnog leta helikoptera,
- primijeniti razvijeni model za analizu ravnotežnog leta odabranog helikoptera.

Rezultate usporediti s rezultatima postojećih modela te drugim dostupnim podacima.  
U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
2. svibnja 2019.

Rok predaje rada:  
4. srpnja 2019.

Predviđeni datumi obrane:  
10., 11. i 12. srpnja 2019.

Zadatak zadao:

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Milan Vrdoliak

  
Prof. dr. sc. Milan Vrdoliak

# Sadržaj

Sadržaj	v
Popis slika	vii
Popis tablica	ix
Popis oznaka	x
Sažetak	xiv
Summary	xv
<b>1. Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2. Sile i momenti</b>	<b>3</b>
2.1. Glavni rotor . . . . .	4
2.2. Repni rotor . . . . .	9
2.3. Trup . . . . .	11
2.4. Horizontalni i vertikalni stabilizator . . . . .	12
<b>3. Ravnotežni let</b>	<b>16</b>
3.1. Problem određivanja ravnoteže . . . . .	16
3.2. Numerička implementacija . . . . .	18
3.2.1. Uzdužna ravnoteža . . . . .	18
3.2.2. Koeficijent inducirane brzine glavnog rotora . . . . .	25

3.2.3. Bočna ravnoteža . . . . .	26
3.2.4. Koeficijent inducirane brzine repnog rotora . . . . .	28
3.2.5. Kutna brzina vrtnje . . . . .	29
3.2.6. Upravljačke veličine rotora . . . . .	30
3.3. Korištenje algoritma . . . . .	32
<b>4. Analiza rezultata</b>	<b>33</b>
4.1. Konvergencija i utjecaj faktora prigušenja . . . . .	33
4.2. Usporedba rezultata . . . . .	39
4.3. Usporedba karakterističnih veličina za različite helikoptere . . . . .	50
<b>5. Zaključak</b>	<b>72</b>
<b>A. Karakteristike analiziranih helikoptera</b>	<b>74</b>
A.1. Lynx ZD559 . . . . .	74
A.2. Bo105 S123 . . . . .	77
A.3. Puma XW241 . . . . .	80
<b>Literatura</b>	<b>83</b>



# Popis slika

1.1	Prikaz sila i momenata helikoptera [1] . . . . .	2
2.1	Sile i momenti glavnog rotora [1] . . . . .	6
2.2	Kut konusa, uzdužni i bočni kut mahanja [1] . . . . .	9
2.3	Crtež repnog rotora [1] . . . . .	10
2.4	Repne površine [1] . . . . .	13
2.5	Utjecaj traga rotora na horizontalni stabilizator [1] . . . . .	14
3.1	Opće stanje ravnoteže helikoptera [1] . . . . .	16
3.2	Blok dijagram iteracijskog postupka određivanja ravnotežnog leta [1] . . . . .	19
3.3	Postupak transformacije brzina u koordinatni sustav letjelice [1] . . . . .	20
4.1	Konvergencija kuta propinjanja - Puma . . . . .	34
4.2	Konvergencija kuta propinjanja - uvećani prikaz . . . . .	35
4.3	Utjecaj faktora prigušenja $k_\lambda$ na koeficijent inducirane brzine - Lynx . . . . .	36
4.4	Utjecaj faktora prigušenja $k_\theta$ - Lynx . . . . .	37
4.5	Utjecaj faktora $k_{\lambda_{tp}}$ na kut propinjanja $\Theta_e$ - Lynx . . . . .	38
4.6	Kuta propinjanja - Bo105 . . . . .	39
4.7	Kolektivni postavni kut repnog rotora - Bo105 . . . . .	40
4.8	Kolektivni postavni kut glavnog rotora - Bo105 . . . . .	41
4.9	Uzdužni ciklički postavni kut - Bo105 . . . . .	42
4.10	Bočni ciklički postavni kut - Bo105 . . . . .	43
4.11	Okretni moment glavnog rotora - Bo105 . . . . .	44

4.12 Kolektivni postavni kut - Puma . . . . .	45
4.13 Kolektivni postavni kut repnog rotora - Puma . . . . .	46
4.14 Bočni ciklički postavni kut - Puma . . . . .	47
4.15 Uzdužni kut mahanja - Lynx . . . . .	48
4.16 Kut valjanja - Lynx . . . . .	49
4.17 Kontrolne veličine glavnog rotora - Lynx . . . . .	50
4.18 $\delta_3$ korekcija - Bo105 . . . . .	51
4.19 Koeficijent pogonske sile glavnog rotora . . . . .	52
4.20 Koeficijent pogonske sile repnog rotora . . . . .	53
4.21 Koeficijent okretnog momenta glavnog rotora . . . . .	54
4.22 Okretni moment glavnog rotora . . . . .	55
4.23 Okretni moment repnog rotora . . . . .	56
4.24 Potrebna snaga . . . . .	57
4.25 Potrebna snaga na repnom rotoru . . . . .	58
4.26 Kutna brzina vrtnje glavnog rotora . . . . .	59
4.27 Kutna brzina vrtnje repnog rotora . . . . .	60
4.28 Kut propinjanja . . . . .	61
4.29 Kut valjanja . . . . .	62
4.30 Kut konusa . . . . .	63
4.31 Bočni kut mahanja . . . . .	64
4.32 Uzdužni kut mahanja . . . . .	65
4.33 Kolektivni postavni kut . . . . .	66
4.34 Kolektivni postavni kut repnog rotora . . . . .	67
4.35 Uzdužni ciklički postavni kut . . . . .	68
4.36 Bočni ciklički postavni kut . . . . .	69
4.37 Protok kroz glavni rotor . . . . .	70
4.38 Protok kroz repni rotor . . . . .	71
A.1 Prikaz geometrije helikoptera Lynx ZD559 [1] . . . . .	76
A.2 Prikaz geometrije helikoptera Bo105 S123 [1] . . . . .	79
A.3 Prikaz geometrije helikoptera Puma SA330 [1] . . . . .	82

# Popis tablica

A.1	Karakteristike helikoptera Lynx . . . . .	75
A.2	Karakteristike helikoptera Bo105 . . . . .	78
A.3	Karakteristike helikoptera Puma . . . . .	81

# Popis oznaka

$a_0$	gradijent uzgona profila glavnog rotora, [1/rad]
$a_{0T}$	gradijent ugona profila repnog rotora, [1/rad]
$a_{xb}, a_{yb}, a_{zb}$	komponente akceleracije lopatice, [m <sup>2</sup> /s]
$c$	duljina tetive lopatice rotora, [m]
$d(\psi, r_b)$	sila otpora po jedinici raspona, [N/m]
$g_T$	omjer kutne brzine vrtnje repnog i glavnog rotora
$g_\theta, g_\phi, g_\Omega$	nelinearne funkcije ravnoteže
$h_T$	visina repnog rotora do $x$ -osi, [m]
$k_\beta$	korektivna vrijednosti = $\tan \delta_\beta$
$k_{\lambda_T}$	faktor utjecaja glavnog rotora na repni rotor
$k_{\lambda_{0T}}$	faktor prigušenja inducirane brzine na repni rotor
$k_{\lambda_{tp}}$	faktor utjecaja glavnog rotora na horizontalni stabilizator
$k_\lambda$	faktor prigušenja inducirane brzine na glavni rotor
$k_\theta, k_\phi, k_\Omega$	faktori prigušenja
$l(\psi, r_b)$	sila uzgona po jedinici raspona, [N/m]
$l_f$	duljina trupa, [m]
$l_T$	udaljenost repnog rotora do referentne točke trupa, [m]
$l_{fn}$	udaljenost težišta vertikalnog stabilizatora do $x$ -osi, [m]
$l_{tp}$	udaljenost težišta horizontalnog stabilizatora do $x$ -osi, [m]
$p, q, r$	komponente kutne brzine oko glavnih osi, [rad/s]
$s$	koeficijent ispunjenosti kraka
$s_T$	koeficijent ispunjenosti kraka repnog rotora

$u, v, w$	komponente brzine duž glavnih osi, [m/s]
$x_{cg}$	udaljenost težišta do referentne točke trupa, [m]
$A$	površina diska, [ $m^2$ ]
$A_T$	površina diska repnog rotora, [ $m^2$ ]
$C_Q$	koeficijent okretnog momenta glavnog rotora
$C_T$	koeficijent pogonske sile glavnog rotora
$C_{QT}$	koeficijent okretnog momenta repnog rotora
$C_{TT}$	koeficijent pogonske sile repnog rotora
$C_{yfn}$	koeficijent bočne sile vertikalnog stabilizatora
$C_{ztp}$	koeficijent normalne sile horizontalnog stabilizatora
$F^{(1)}, F^{(2)}$	normalna i tangencijalna sila lopatica
$I_\beta$	moment inercije mahanja, [ $kgm^2$ ]
$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$	glavni momenti inercije helikoptera, [ $kgm^2$ ]
$I_{xz}$	centrifugalni moment inercije helikoptera, [ $kgm^2$ ]
$K_3$	faktor opadanja
$K_\beta$	krutost rotora, [Nm/rad]
$L, M, N$	vanjski aerodinamički momenti, [Nm]
$M_a$	masa helikoptera, [kg]
$N_b$	broj krakova glavnog rotora
$P_e, Q_e, R_e$	komponente ubrzanja u ravnotežnom letu u koordinatnom sustavu trupa, [m/s]
$P_T$	snaga repnog rotora, [kW]
$Q_R$	okretni moment glavnog rotora, [Nm]
$Q_T$	okretni moment repnog rotora, [Nm]
$Q_{acc}$	dodatni moment motora, [Nm]
$Q_{eng}$	okretni moment motora, [Nm]
$R$	radijus rotora, [m]
$R_T$	radijus repnog rotora, [m]
$S_p, S_s$	površina tlocrta i bokocrta trupa helikoptera, [ $m^2$ ]
$S_\beta$	faktor krutosti
$S_{tp}, S_{fn}$	površina horizontalnog i vertikalnog stabilizatora, [ $m^2$ ]
$U_e, V_e, W_e$	komponente brzine u ravnotežnom letu u koordinatnom sustavu trupa,

	[m/s]
$U_T, U_P$	predstavljaju komponente tangencijalne brzine i brzine protoka kroz rotor, [m/s]
$V$	brzina leta, [m/s]
$X, Y, Z$	vanjske aerodinamičke sile, [N]
$\alpha$	napadni kut, [rad]
$\beta$	kut klizanja, [rad]
$\beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}$	kut konusa, uzdužni i bočni kutevi mahanja, [rad]
$\chi_1, \chi_2$	granični kutevi traga za horizontalni stabilizator
$\chi_e$	pravac leta, [rad]
$\delta_0$	koeficijent otpora profila glavnog rotora
$\delta_2$	koeficijent otpora profila glavnog rotora uslijed uzgona
$\delta_3$	korekcijski kut repnog rotora, <i>eng.</i> delta 3 angle, [rad]
$\delta_T$	koeficijent otpora profila repnog rotora
$\delta_{0T}$	koeficijent otpora profila repnog rotora
$\delta_{2T}$	koeficijent otpora profila repnog rotora uslijed uzgona
$\gamma$	Lockov broj = $\frac{\rho c a_0 R^4}{I_\beta}$
$\gamma_{f_e}$	kut penjanja, [rad]
$\lambda_0$	koeficijent inducirane brzine
$\lambda_{0T}$	koeficijent inducirane brzine repnog rotora
$\lambda_\beta$	faktor frekvencije mahanja
$\mu$	koeficijent napredovanja
$\mu_T$	koeficijent napredovanja repnog rotora
$\mu_z$	koeficijent napredovanja okomito na ravninu diska
$\mu_{fn}$	lokalni koeficijent napredovanja vertikalnog stabilizatora
$\mu_{tp}$	lokalni koeficijent napredovanja horizontalnog stabilizatora
$\mu_{zT}$	koeficijent napredovanja repnog rotora okomito na ravninu diska
$\nu_\theta, \nu_\phi, \nu_\Omega$	relativne tolerancije
$\theta, \phi, \psi$	Eulerovi kutevi, [rad]
$\theta_{0T}$	kolektivni postavni kut repnog rotora, [rad]
$\theta_{0T}^*$	kolektivni postavni kut repnog rotora nakon $\delta_3$ korekcije, [rad]
$\theta_0$	kolektivni postavni kut glavnog rotora, [rad]

$\theta_{tw}$	linearni koeficijent promjene postavnog kuta po rasponu
$\Omega_R$	kutna brzina glavnog rotora, [rad/s]
$\Omega_T$	kutna brzina repnog rotora, [rad/s]
$\Omega_{ae}$	kutna brzina skretanja, [rad/s]
$\Omega_{idle}$	kutna brzina u <i>idle</i> režimu rada, [rad/s]

## Indeksi

$e$	ravnotežno stanje eng. <i>equilibrium</i>
$f$	trup, eng. <i>fuselage</i>
$fn$	vertikalni stabilizator, eng. <i>fin</i>
$hw$	brzinski koordinatni sustav rotora, eng. <i>hub-wind</i>
$tp$	horizontalni stabilizator, eng. <i>tailplane</i>
$R$	glavni rotor
$T$	repni rotor

# Sažetak

U ovom diplomskom radu provedena je analiza ravnotežnog leta helikoptera konvencionalne konfiguracije s glavnim i repnim rotorom. Opisane su geometrijske, inercijalne i aerodinamičke karakteristike helikoptera pri čemu sile i momenti koji djeluju na helikopter, osim glavnog i repnog rotora, dolaze i od trupa, te horizontalnog i vertikalnog stabilizatora. Opisan je iterativni postupak izračuna potrebnih varijabli te je napravljen programski model ravnotežnog leta. Također, provedena je analiza parametara algoritma te su dobiveni rezultati, za tri različita helikoptera, uspoređeni sa drugim dostupnim modelima i sa podacima dobivenim tijekom leta.

**Ključne riječi:** helikopter, ravnotežni let, propinjanje, valjanje, kolektivni i ciklički postavni kut, mahanje, protok, kutna brzina vrtnje, iterativni algoritam, Bo105, Lynx, Puma



# Summary

In this master's thesis trim analysis of a helicopter with a conventional configuration was carried out. The geometric, inertial and aerodynamic characteristics of the helicopter are described where forces and moments that act on the helicopter are caused by the main rotor, fuselage, empennage and tail rotor. An analytical description of the iterative procedure is also explained and a numerical model of flight trim was constructed. The parameter analysis was carried out and the results of the three different helicopters were compared with other available models and with data obtained during the flight.

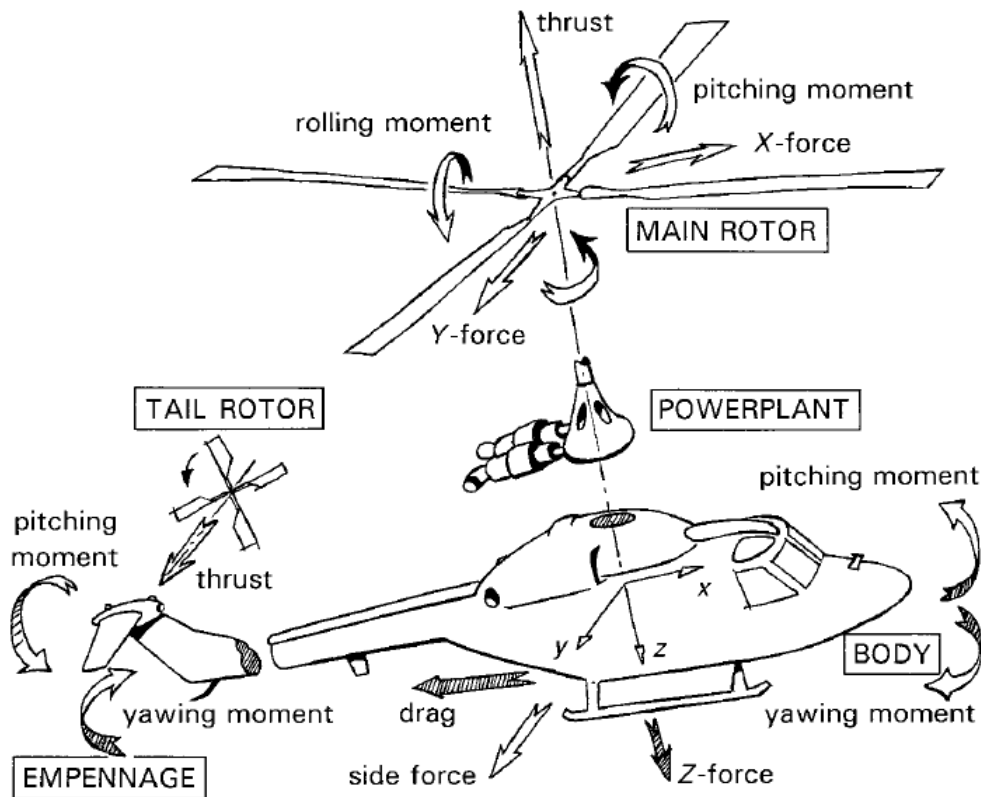
**Keywords:** helicopter, trim flight, pitch, roll, collective and cyclic pitch, flapping, inflow, rotor speed, iterative algorithm, Bo105, Lynx, Puma

# 1 | Uvod

Helikopter jest letjelica koja za ostvarivanje uzgona koristi rotirajuća krila - lopatice, za razliku od aviona koji imaju fiksna krila. Zbog rotirajućih krakova helikopter ima mogućnost vertikalnog slijetanja i uzlijetanja, letenja pri malim brzinama i lebdenja, pri čemu su sile i momenti koji djeluju u takvim uvjetim značajni. S druge strane, zbog pojave nadzvučnog strujanja na vrhovima lopatica helikopter ima ograničenja pri velikim brzinama leta i velikim visinama.

Ravnotežni let ili "trim" jest let pri kojem su momenti koji djeluju oko središta mase u ravnoteži (slika 1.1) [2]. Zbog svoje složene konstrukcije, sprege bočnog i uzdužnog gibanja te gibanja glavnog rotora, određivanje ravnotežnog leta zahtjevan je zadatak. Problem ravnotežnog leta svodi se na određivanje karakterističnih veličina kao što su postavni kutevi lopatica, stava helikoptera i drugih, kako bi prilikom bilo kojeg manevra - penjanja, spuštanja, skretanja, horizontalnog leta i sl. - helikopter bio u ravnoteži. Strogo gledano, penjanje i spuštanje ne mogu se promatrati kao ravnotežni let jer promjena gustoće zraka utječe na upravljačke veličine. S druge strane, stabilan helikopter nastoji uspostaviti ravnotežu kad ju neki vanjski poremećaj naruši (npr. udar uzdužnog ili bočnog vjetra, ulazak u područje povećane gustoće zraka i sl.). Stabilnost možemo podijeliti na statičku stabilnost (koja proučava odziv letjelice neposredno nakon prestanka djelovanja poremećaja) i dinamičku stabilnost (koja proučava odziv letjelice tijekom vremena), a u ovom se radu neće detaljnije razmatrati.

Zbog svoje kompleksnosti i velikog broja različitih pristupa ovom problemu do danas su razvijeni razni modeli za određivanje ravnotežnog leta, te ne postoji jedinstven. Neki od njih opisani su prema literaturi [3], [4], [5], [6] i [7].



Slika 1.1: Prikaz sila i momenata helikoptera [1]

S obzirom da se sile i momenti koji djeluju na helikopter sastoje od više komponenata (sile i momenti od glavnog rotora, repnog rotora, trupa, te horizontalnog i vertikalnog stabilizatora) u prvom dijelu ovog rada bit će opisane osnovne jednadžbe koje će se kasnije primijeniti na matematički model za ravnotežni let, opisan prema literaturi [1]. Također, prema tim jednadžbama napravljen je program u programskom jeziku *MATLAB* koji je primijenjen za analizu ravnotežnog leta helikoptera. Napravljena je i usporedba ovog modela s drugim modelima i rezultatima dobivenim tijekom leta, te su rezultati prikazani dijagramima.

## 2 Sile i momenti

Kao što je u uvodu rečeno, opisivanje dinamike leta još je zahtjevniji zadatak s matematičkog gledišta jer se helikopter nalazi u prostoru te ima šest stupnjeva slobode gibanja. Svaki podsustav letjelice utječe jedan na drugi, a problem modeliranja još je veći kod rotorskih lopatica koje se prilikom rotacije dodatno uvijaju i savijaju pod utjecajem nestabilnih i nelinearnih aerodinamičkih opterećenja koja su funkcija gibanja lopatica.

Jednadžbe gibanja helikoptera prikazane su prema (2.1) i (2.2), pri čemu se (2.1) odnosi na sile, a (2.2) na momente.

$$\begin{aligned}\dot{u} &= -(wq - vr) + \frac{X}{M_a} - g \sin \theta \\ \dot{v} &= -(ur - wp) + \frac{Y}{M_a} + g \cos \theta \sin \phi \\ \dot{w} &= -(vp - uq) + \frac{Z}{M_a} + g \cos \theta \cos \phi\end{aligned}\tag{2.1}$$

$$\begin{aligned}I_{xx}\dot{p} &= (I_{yy} - I_{zz})qr + I_{xz}(\dot{r} + pq) + L \\ I_{yy}\dot{q} &= (I_{zz} - I_{xx})rp + I_{xz}(r^2 - p^2) + M \\ I_{zz}\dot{r} &= (I_{xx} - I_{yy})pq + I_{xz}(\dot{p} + qr) + N,\end{aligned}\tag{2.2}$$

gdje su  $u$ ,  $v$  i  $w$  i  $p$ ,  $q$  i  $r$  translacijske i kutne brzine u koordinatnom sustavu letjelice;  $\phi$ ,  $\theta$  i  $\psi$  Eulerovi kutevi između koordinatnog sustava letjelice u odnosu na zemlju;  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$  momenti su inercije oko referentnih osi, a  $M_a$  masa je letjelice. Vanjske sile i momenti mogu se napisati kao zbroj sila i momenata od:

- glavnog rotora, R
- repnog rotora, T
- trupa, f
- horizontalnog repa, tp
- vertikalnog repa, fn,

pa bi npr., za tako definiran sustav, moment valjanja bio

$$L = L_R + L_T + L_f + L_{tp} + L_{fn}. \quad (2.3)$$

Isto vrijedi i za ostale komponente, a u nastavku će se ukratko objasniti svaka od njih.

## 2.1. Glavni rotor

Glavni rotor najkompleksniji je dio helikoptera zbog načina izvedbe spoja kraka i mehanizma glave rotora. Za opisivanje sila i momenata koji djeluju na glavni rotor potrebna je jednadžba mahanja lopatice koja se zbog svoje kompleksnosti neće izvoditi, a detaljno je razrađena u literaturi [8]. Također, uvode se i određene pretpostavke na aerodinamička opterećenja, a prema literaturi [1] glase:

1. Koeficijent uzgona kraka rotora linearna je funkcija lokalnog napadnog kuta, a koeficijent otpora kvadratna je funkcija uzgona, te je zanemaren slom uzgona i stlačivost fluida
2. Zanemareni su nestabilni aerodinamički efekti - koeficijenti uzgona i momenta propinjanja aeroprofila kraka promatrani su kao vremenski nepromjenjive veličine
3. Zanemaruju se gubici na vrhu kraka, kao i gubici korijenskog dijela kraka
4. Promatra se uniformni protok kroz rotor
5. Zanemareni su efekti povratnog strujanja.

Uz navedene pretpostavke moguće je definirati izraze za lokalnu silu uzgona (2.4) i otpora (2.5) lopatice po jedinici raspona koji glase

$$l(\psi, r_b) = \frac{1}{2}\rho(U_T^2 + U_P^2)ca_0\left(\theta + \frac{U_P}{U_T}\right) \quad (2.4)$$

$$d(\psi, r_b) = \frac{1}{2}\rho(U_T^2 + U_P^2)c\delta, \quad (2.5)$$

gdje je

$$\delta = \delta_0 + \delta_2 C_T^2. \quad (2.6)$$

$U_T$  i  $U_P$  predstavljaju komponente tangencijalne brzine i brzine protoka kroz rotor.

Sile i momenti koji djeluju na glavni rotor (slika 2.1) u brzinskom  $hw$  koordinatnom sustavu rotora (eng. "*hub-wind coordinates*"), kojemu je ishodište u osi rotacije glavnog rotora, a  $x$ -os u smjeru leta, možemo zapisati kao

$$X_{hw} = \sum_{i=1}^{N_b} \int_0^R \left\{ -(f_z - ma_{zb})_i \beta_i \cos \psi_i - (f_y - ma_{yb})_i \sin \psi_i + ma_{xb} \cos \psi_i \right\} dr_b \quad (2.7)$$

$$Y_{hw} = \sum_{i=1}^{N_b} \int_0^R \left\{ (f_z - ma_{zb})_i \beta_i \sin \psi_i - (f_y - ma_{yb})_i \cos \psi_i + ma_{xb} \sin \psi_i \right\} dr_b \quad (2.8)$$

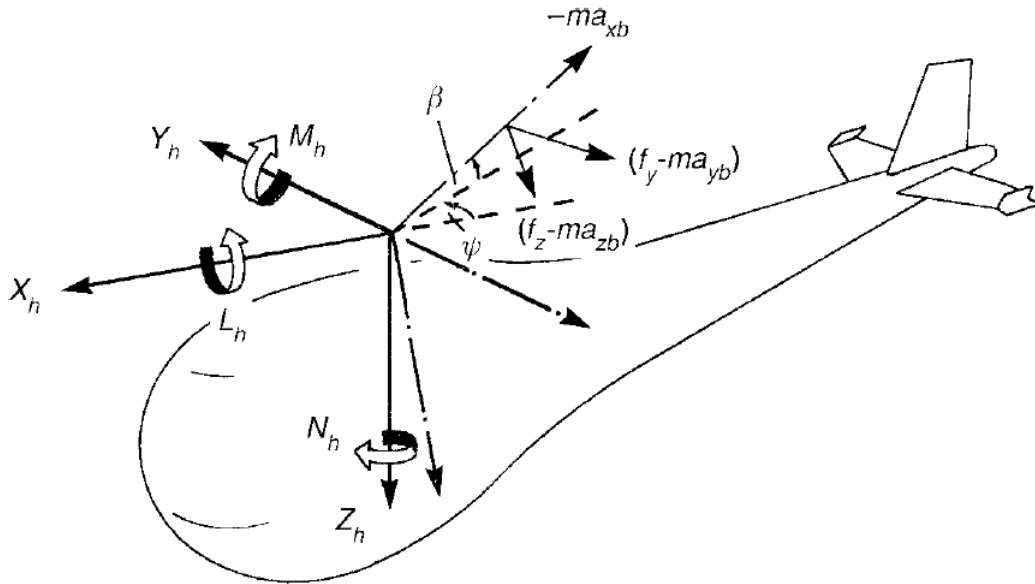
$$Z_{hw} = \sum_{i=1}^{N_b} \int_0^R (f_z - ma_{zb} + ma_{xb} \beta_i)_i dr_b. \quad (2.9)$$

Uz pretpostavku malih kuteva, aerodinamička opterećenja mogu se aproksimirati te glase

$$f_z = -l \cos \phi - d \sin \phi \approx -l - d\phi \quad (2.10)$$

$$f_y = d \cos \phi - l \sin \phi \approx d - l\phi, \quad (2.11)$$

pa nakon provedene integracije, uz korištenje jednadžbi (2.4) i (2.5) izraze za sile mogu



Slika 2.1: Sile i momenti glavnog rotora [1]

se napisati u obliku koeficijenata kao

$$\begin{aligned} \left( \frac{2C_{xw}}{a_0 s} \right) &= \frac{X_{hw}}{\frac{1}{2} \rho (\Omega_R R)^2 \pi R^2 s a_0} \\ &= \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} F^{(1)}(\psi_i) \beta_i \cos \psi_i + F^{(2)}(\psi_i) \sin \psi_i \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{2C_{yw}}{a_0 s} \right) &= \frac{Y_{hw}}{\frac{1}{2} \rho (\Omega_R R)^2 \pi R^2 s a_0} \\ &= \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} -F^{(1)}(\psi_i) \beta_i \sin \psi_i + F^{(2)}(\psi_i) \cos \psi_i \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{2C_{zw}}{a_0 s} \right) &= \frac{Z_{hw}}{\frac{1}{2} \rho (\Omega_R R)^2 \pi R^2 s a_0} \\ &= \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} -F^{(1)}(\psi_i) = - \left( \frac{2C_T}{a_0 s} \right), \end{aligned} \quad (2.14)$$

gdje je

$$F^{(1)}(\psi_i) = - \int_0^1 (\bar{U}_T^2 \theta_i + \bar{U}_P \bar{U}_T) d\bar{r}_b \quad (2.15)$$

normalna sila, tj. uzgon, a

$$F^{(2)}(\psi_i) = - \int_0^1 \left\{ \bar{U}_P \bar{U}_T \theta_i + \bar{U}_P^2 - \frac{\delta_i \bar{U}_T^2}{a_0} \right\} d\bar{r}_b \quad (2.16)$$

sila u ravnini diska rotora (eng. *"in-plane force"*) koja se sastoji od induciranog otpora i otpora aeroprofila. Koeficijent ispunjenosti kraka  $s$  računa se kao

$$s = \frac{N_b c}{\pi R}. \quad (2.17)$$

Jednadžbe (2.15) i (2.16) nakon integracije mogu se zapisati

$$\begin{aligned} F^{(1)}(\psi) = & \left( \frac{1}{3} + \mu \sin \psi + \mu^2 \sin^2 \psi \right) \theta_p + \left( \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \mu \sin \psi + \frac{1}{2} \mu^2 \sin^2 \psi \right) \theta_{tw} \\ & + \left( \frac{1}{3} + \frac{\mu \sin \psi}{2} \right) (\bar{\omega}_y - \lambda_1 - \beta') \\ & + \left( \frac{1}{2} + \mu \sin \psi \right) (\mu_z - \lambda_0 - \beta \mu \cos \psi) \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} F^{(2)}(\psi) = & \left[ \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \mu \sin \psi \right) (\bar{\omega}_y - \lambda_1 - \beta') \right. \\ & \left. + \left( \frac{1}{2} + \mu \sin \psi \right) (\mu_z - \lambda_0 - \mu \beta \cos \psi) \right] \theta_p \\ & + \left[ \left( \frac{1}{4} + \frac{\mu \sin \psi}{3} \right) (\bar{\omega}_y + \lambda_1 - \beta') \right. \\ & \left. + \left( \frac{1}{3} + \frac{\mu \sin \psi}{2} \right) (\mu_z - \lambda_0 - \beta \mu \cos \psi) \right] \theta_{tw} \\ & + (\mu_z - \lambda_0 - \beta \mu \cos \psi)^2 + (\mu_z - \lambda_0 - \beta \mu \cos \psi) (\bar{\omega}_y - \lambda_1 - \beta') \\ & + \frac{(\bar{\omega}_y - \lambda_1 - \beta')^2}{3} - \frac{\delta}{a_0} \left( \frac{1}{3} + \mu \sin \psi + \mu^2 \sin^2 \psi \right). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Normalne sile i sile otpora uzrokuju vibracije (eng. *"harmonics of rotorspeed"*) i kvazi-stacionarna opterećenja glave rotora koja su predmet glavne analize dinamike leta [1].

Izrazi (2.18) i (2.19) mogu se zapisati u obliku harmonika drugog reda,

$$F^{(1)}(\psi) = F_0^{(1)} + F_{1c}^{(1)} \cos \psi + F_{1s}^{(1)} \sin \psi + F_{2c}^{(1)} \cos 2\psi + F_{2s}^{(1)} \sin 2\psi \quad (2.20)$$

$$F^{(2)}(\psi) = F_0^{(2)} + F_{1c}^{(2)} \cos \psi + F_{1s}^{(2)} \sin \psi + F_{2c}^{(2)} \cos 2\psi + F_{2s}^{(2)} \sin 2\psi, \quad (2.21)$$



a koristeći jednadžbe (2.12) - (2.14), koeficijenti se mogu zapisati

$$\left(\frac{2C_{xw}}{a_0s}\right) = \left(\frac{F_0^{(1)}}{2} + \frac{F_{2c}^{(1)}}{4}\right)\beta_{1cw} + \frac{F_{1c}^{(1)}}{2}\beta_0 + \frac{F_{2s}^{(1)}}{4}\beta_{1sw} + \frac{F_{1s}^{(2)}}{2} \quad (2.22)$$

$$\left(\frac{2C_{yw}}{a_0s}\right) = \left(-\frac{F_0^{(1)}}{2} + \frac{F_{2c}^{(1)}}{4}\right)\beta_{1sw} - \frac{F_{1s}^{(1)}}{2}\beta_0 - \frac{F_{2s}^{(1)}}{4}\beta_{1cw} + \frac{F_{1c}^{(2)}}{2} \quad (2.23)$$

$$\left(\frac{2C_{zw}}{a_0s}\right) = -\left(\frac{2C_T}{a_0s}\right) = -F_0^{(1)}. \quad (2.24)$$

U gornjim izrazima vidljivo je da je rezultantna sila rotora sastavljena od više komponentata. Sila uzgona opisana je relativno jednostavnim izrazom, dok su izrazi za sile složeniji u ravnini rotora. Komponente  $F_0^{(1)}\beta_{1cw}$  i  $F_{1c}^{(1)}\beta_0$  prvi su harmonici umnoška uzgona i mahanja u smjeru gibanja i predstavljaju doprinos komponentama sila  $X$  i  $Y$  kraka u prednjem i stražnjem položaju. Izrazi  $F_{1s}^{(2)}$  i  $F_{1c}^{(2)}$  predstavljaju doprinos inducirano otpora komponentama sile  $X$  i  $Y$ , te otpora profila napredujućeg i povratnog kraka. Pri lebdenju su sile u ravnini rotora diska zanemarive. Od gornje tri jednadžbe najvažnija jest ona koja definira uzgon rotora (2.24), a bitna je za analizu dinamike leta helikoptera [8].

Momenti valjanja  $L$  i propinjanja  $M$  definirani u osi vratila zbog krutosti rotora predstavljaju jednostavnu linearnu funkciju kuta mahanja, te glase

$$L_h = -\frac{N_b}{2}K_\beta\beta_{1s} \quad (2.25)$$

$$M_h = -\frac{N_b}{2}K_\beta\beta_{1c}, \quad (2.26)$$

pri čemu je krutost rotora

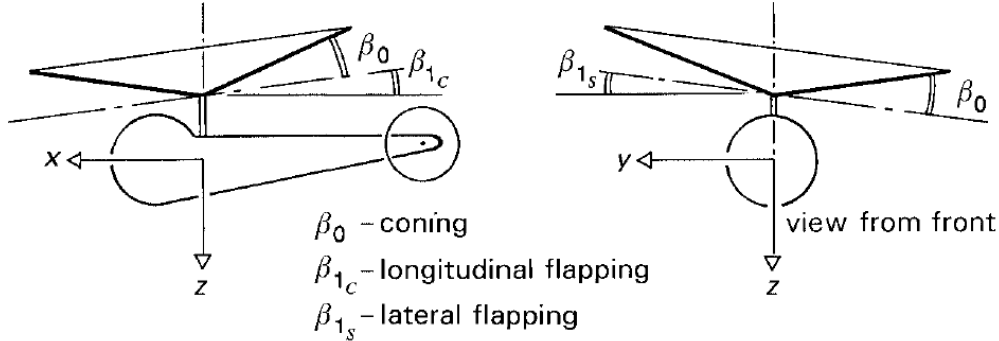
$$K_\beta = (\lambda_\beta^2 - 1)I_\beta\Omega_R^2. \quad (2.27)$$

Kutove mahanja prema slici 2.2 možemo odrediti u  $hw$  koordinatnom sustavu, te oni glase

$$\begin{bmatrix} \beta_{1c} \\ \beta_{1s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_w & -\sin \psi_w \\ \sin \psi_w & \cos \psi_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1c_w} \\ \beta_{1s_w} \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Još jedna komponenta momenta rotora jest okretni moment koji predstavlja najdominantniju komponentu, a može se definirati kao moment u ravnini rotora oko osi vratila

$$N_h = \sum_{i=1}^{N_b} \int_0^R r_b (f_y - ma_{yb})_i dr_b. \quad (2.29)$$



Slika 2.2: Kut konusa, uzdužni i bočni kut mahanja [1]

Zanemarujući sve inercijske sile, osim inercije uzrokovane kutnim ubrzanjem rotora, izraz (2.29) svodi se na

$$N_h = \sum_{i=1}^{N_b} \int_0^R r_b (d - l\phi)_i dr_b + I_R \dot{\Omega}_R, \quad (2.30)$$

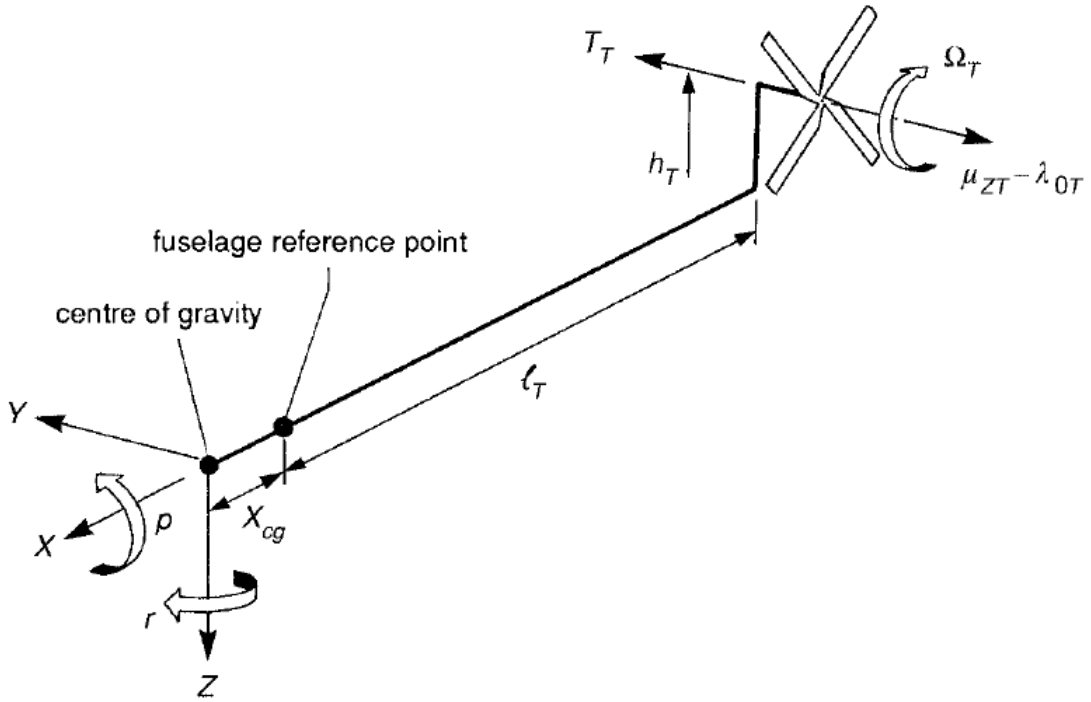
gdje  $I_R$  predstavlja moment inercije glave i krakova rotora oko osi vratila. Proširivanjem jednadžbe (2.30) uz uvođenje dodatnih aproksimacija kojima se zanemaruju članovi koji nisu značajni, te nakon integracije dolazi se do krajnjeg izraza za bezdimenzijski aerodinamički koeficijent okretnog momenta koji glasi

$$\frac{2C_Q}{a_0 s} \approx -(\mu_z - \lambda_0) \left( \frac{2C_T}{a_0 s} \right) + \mu \left( \frac{2C_{xw}}{a_0 s} \right) + \frac{\delta}{4a_0} (1 + 3\mu^2). \quad (2.31)$$

## 2.2. Repni rotor

Repni rotor vrlo je bitan jer bi bez njega helikopter bio neupravljiv. Glavna zadaća repnog rotora suprotstavljanje je okretnom momentu glavnog rotora. Konstrukcijska izvedba repnog rotora razlikuje se od glavnog zbog toga što repni rotor ima slobodnu nagibnu ploču te su momenti oko svih osi vratila jednaki nuli [8]. Izvod samih izraza za repni rotor sličan je onomu za glavni, uz još neka pojednostavljenja. Bočna sila repnog rotora može se, prema slici 2.3, napisati kao

$$Y_T = \rho (\Omega_T R_T)^2 s_T a_{0T} (\pi R_T^2) \left( \frac{C_{T_T}}{a_{0T} s_T} \right) F_T, \quad (2.32)$$



Slika 2.3: Crtež repnog rotora [1]

pri čemu indeks  $T$  sugerira da se radi o repnom rotoru (eng. *tail rotor*). Empirijski izraz za faktor  $F_T$ , ovisan o površini vertikalnog stabilizatora  $S_{fn}$ , glasi

$$F_T = 1 - \frac{3}{4} \frac{S_{fn}}{\pi R_T^2}. \quad (2.33)$$

Koristeći dvodimenzionalnu teoriju elementarnog kraka, koja je bila primijenjena i na glavni rotor, koeficijent sile repnog rotora može se zapisati kao

$$\left( \frac{2C_{T_T}}{a_{0_T} s_T} \right) = \frac{\theta_{0_T}^*}{3} \left( 1 + \frac{3}{2} \mu_T^2 \right) + \frac{\mu_{z_T} - \lambda_{0_T}}{2} + \frac{\mu_T}{2} \theta_{1s_T}^*, \quad (2.34)$$

gdje su  $\theta_{0_T}^*$  i  $\theta_{1s_T}^*$  efektivni kolektivni i uzdužni ciklički postavni kutevi. Koristeći derivacije kao i za glavni rotor, efektivni kolektivni postavni kut može se zapisati kao

$$\theta_{0_T}^* = \frac{\theta_{0_T} + k_3 \left( \frac{\gamma}{8\lambda_\beta^2} \right)_T \frac{4}{3} (\mu_{z_T} - \lambda_{0_T})}{1 - k_3 \left( \frac{\gamma}{8\lambda_\beta^2} \right)_T (1 + \mu_T^2)}. \quad (2.35)$$

Koeficijenti napredovanja  $\mu_T$  i  $\mu_{z_T}$  dani su izrazima (2.36) i (2.37)

$$\mu_T = \frac{[u^2 + (w - k_{\lambda_T} \Omega_R R \lambda_0 + q(l_T + x_{cg}))^2]^{1/2}}{\Omega_T R_T} \quad (2.36)$$

$$\mu_{z_T} = \frac{-v + (l_T + x_{cg})r - h_T p}{\Omega_T R_T}, \quad (2.37)$$

gdje faktor  $k_{\lambda_T}$  predstavlja doprinos normalne komponente protoka glavnog rotora na repni rotor.

Okretni moment repnog rotora može se odrediti koristeći iste pretpostavke kao za glavni rotor, pa  $Q_T$  glasi

$$Q_T = \frac{1}{2} \rho (\Omega_T R_T)^2 \pi R_T^3 a_{0s_T} \left( \frac{2C_{Q_T}}{a_{0_T} s_T} \right), \quad (2.38)$$

gdje je

$$\left( \frac{2C_{Q_T}}{a_{0_T} s_T} \right) = (\mu_{z_T} - \lambda_{0_T}) \left( \frac{2C_{T_T}}{a_{0_T} s_T} \right) + \frac{\delta_T}{4a_{0_T}} (1 + 3\mu_T^2). \quad (2.39)$$

Koeficijent otpora profila jednak je

$$\delta_T = \delta_{0_T} + \delta_{2_T} C_{T_T}^2. \quad (2.40)$$

S obzirom da je okretni moment repnog rotora mali, velika brzina vrtnje rotora ima značajan utjecaj na potrošnju energije, a može dosezati i do 30% snage glavnog rotora, pa je snaga jednaka

$$P_T = Q_T \Omega_T. \quad (2.41)$$

### 2.3. Trup

Strujanje oko trupa, isto kao i oko repnih površina, izrazito je nelinearno i poremećeno zbog utjecaja traga glavnog rotora. Sile i momenti zbog površinskog tlaka i otpora trupa složene su funkcije brzine i smjera leta. Iako je danas zbog korištenja računalnih simulacija jednostavno doći do traženih veličina, još uvijek se provode razna ispitivanja u zračnim tunelima kako bi se potvrdile veličine dobivene simulacijama. Tri najznačajnije komponente u horizontalnom letu su otpor trupa, koji dominira pri velikim brzinama leta, te moment propinjanja  $Y_f$  i moment skretanja  $N_f$ , koji su funkcija napadnog kuta i kuta klizanja. Moment valjanja  $L_f$  za standardne je konfiguracije uobičajeno mali, kakve su razmatrane u ovom radu. Pri manjim brzinama leta aerodinamička opterećenja trupa su manja, a značajan utjecaj ima bočna sila u bočnom letu pri čemu su momenti trupa općenito destabilizirajući [1]. Napadni kut i brzina trupa

mogu se zapisati kao

$$\begin{aligned} \alpha_f &= \tan^{-1} \left( \frac{w}{u} \right), & V_f &= (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2}, & \lambda_0 &< 0 \\ \alpha_f &= \tan^{-1} \left( \frac{w_\lambda}{u} \right), & V_f &= (u^2 + v^2 + w_\lambda^2)^{1/2}, & \lambda_0 &> 0, \end{aligned} \quad (2.42)$$

gdje je

$$w_\lambda = w - k_{\lambda_f} \Omega_R R \lambda_0, \quad (2.43)$$

a  $k_{\lambda_f}$  konstanta je koja predstavlja interakciju traga glavnog rotora na trup. Kut klizanja trupa definiran je

$$\beta_f = \sin^{-1} \left( \frac{v}{V_f} \right). \quad (2.44)$$

Sile i momenti trupa mogu se napisati u generalnom obliku:

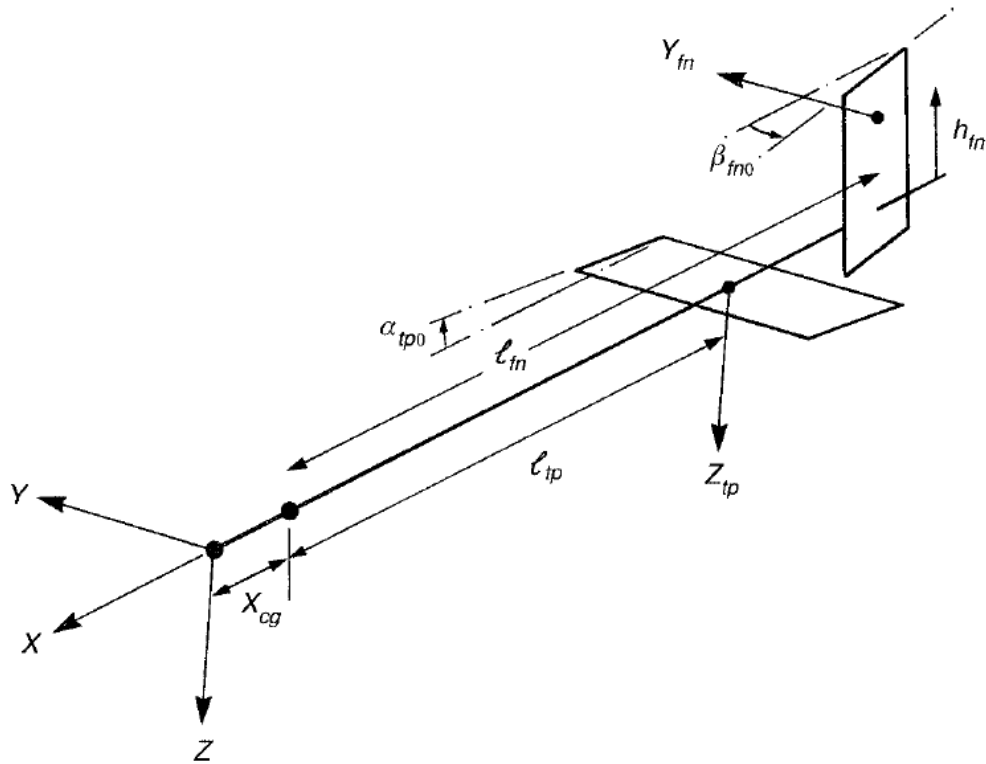
$$\begin{aligned} X_f &= \frac{1}{2} \rho V_f^2 S_p C_{x_f}(\alpha_f, \beta_f) \\ Y_f &= \frac{1}{2} \rho V_f^2 S_s C_{y_f}(\alpha_f, \beta_f) \\ Z_f &= \frac{1}{2} \rho V_f^2 S_p C_{z_f}(\alpha_f, \beta_f) \\ L_f &= \frac{1}{2} \rho V_f^2 S_s l_f C_{l_f}(\alpha_f, \beta_f) \\ M_f &= \frac{1}{2} \rho V_f^2 S_p l_f C_{m_f}(\alpha_f, \beta_f) \\ N_f &= \frac{1}{2} \rho V_f^2 S_s l_f C_{n_f}(\alpha_f, \beta_f), \end{aligned} \quad (2.45)$$

gdje  $S_p$  i  $S_s$  predstavljaju površinu tlocrta i bokocrta trupa helikoptera. X komponenta sile trupa ima minimalnu vrijednost pri malim napadnim kutevima, a približno je nula pri vertikalnom letu ( $\alpha_f = 90$  deg).

## 2.4. Horizontalni i vertikalni stabilizator

Horizontalni i vertikalni stabilizator upravljačke su površine koje generiraju dodatne sile koje potpomažu upravljanju helikopterom. U stabilnom horizontalnom letu, horizontalni stabilizator izaziva opterećenje koje smanjuje mahanje lopatica glavnog rotora. Sličnu funkciju ima i vertikalni rep koji proizvodi bočnu silu i moment skretanja koji smanjuje potisak repnog rotora. Još jedna od zadaća repnih površina jest da prilikom upravljanja helikopterom osiguravaju prigušenje propinjanja i skretanja te poboljšavaju

stabilnost letjelice. Kao i kod trupa, sile i momenti funkcija su napadnog kuta i kuta klizanja. Sa slike 2.4 vidljivo je da je glavna komponenta horizontalnog stabilizatora normalna sila



Slika 2.4: Repne površine [1]

$$Z_{tp} = \frac{1}{2} \rho V_{tp}^2 S_{tp} C_{z_{tp}}(\alpha_{tp}, \beta_{tp}) \quad (2.46)$$

koja stvara moment propinjanja

$$M_{tp} = (l_{tp} + x_{cg}) Z_{tp}, \quad (2.47)$$

i verikalnog stabilizatora bočna sila

$$Y_{fn} = \frac{1}{2} \rho V_{fn}^2 S_{fn} C_{y_{fn}}(\alpha_{fn}, \beta_{fn}) \quad (2.48)$$

koja stvara moment skretanja

$$N_{fn} = -(l_{fn} + x_{cg}) Y_{fn}, \quad (2.49)$$

gdje su  $S_{tp}$  i  $S_{fn}$  površine horizontalnog i vertikalnog stabilizatora. Napadni kut horizontalnog stabilizatora, koji je konstantan po rasponu, može se zapisati kao

$$\alpha_{tp} = \alpha_{tp0} + \tan^{-1} \left[ \frac{w + q(l_{tp} + x_{cg}) - k_{\lambda_{tp}} \Omega_R R \lambda_0}{u} \right], \quad za \quad u \geq 0 \quad (2.50)$$

$$(\alpha_{tp})_{revers} = (\alpha_{tp})_{forward} + \pi, \quad za \quad u < 0.$$

Lokalni koeficijent napredovanja može se zapisati

$$\mu_{tp}^2 = \frac{u^2 + [w + q(l_{tp} + x_{cg}) - k_{\lambda_{tp}} \Omega_R R \lambda_0]^2}{(\Omega_R R)^2}, \quad (2.51)$$

gdje je

$$\mu_{tp} = \frac{V_{tp}}{\Omega_R R}. \quad (2.52)$$

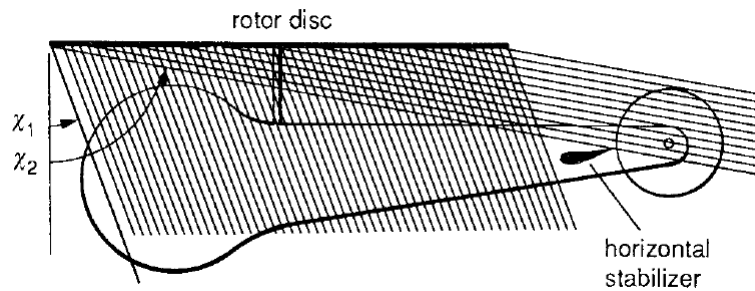
Faktor  $k_{\lambda_{tp}}$  predstavlja utjecaj brzine traga glavnog rotora na horizontalni stabilizator, a imat će utjecaj samo ako kut traga  $\chi$  pada između  $\chi_1$  i  $\chi_2$  (slika 2.5)

$$\chi = \tan^{-1} \left( \frac{\mu}{\lambda_0 - \mu_z} \right) \quad (2.53)$$

$$\chi_1 = \tan^{-1} \left( \frac{l_{tp} - R}{h_r - h_{tp}} \right) \quad (2.54)$$

$$\chi_2 = \tan^{-1} \left( \frac{l_{tp}}{h_r - h_{tp}} \right),$$

u suprotnom,  $k_{\lambda_{tp}}$  je nula. Koeficijent napredovanja i lokalni kut klizanja vertikalnog



Slika 2.5: Utjecaj traga rotora na horizontalni stabilizator [1]

stabilizatora (u  $x$ - $y$  ravnini) mogu se napisati kao

$$\mu_{fn}^2 = \frac{[v - r(l_{fn} + x_{cg})]^2 + u^2}{(\Omega_R R)^2} \quad (2.55)$$

$$\beta_{fn} = \beta_{fn_0} + \sin^{-1} \left[ \frac{v - r(l_{fn} + x_{cg}) + h_{fn} p}{\mu_{fn} (\Omega_R R)} \right] \quad (2.56)$$

$$\mu_{fn} = \frac{V_{fn}}{\Omega_R R}. \quad (2.57)$$

Lokalni koeficijent uzgona  $C_{z_{tp}}$  i skretanja  $C_{y_{fn}}$  repnih površina dobije se mjerenjima u zračnom tunelu, a za određene helikoptere koeficijenti su prikazani u prilogu.

Kada su opisane sve jednadžbe za sile i momente koji djeluju na helikopter, može se prijeći na njihovu implementaciju u ravnotežnom letu, opisanu u idućem poglavlju.

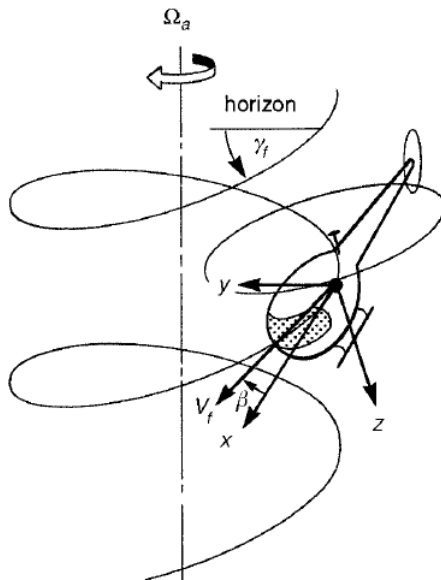


## 3 Ravnotežni let

### 3.1. Problem određivanja ravnoteže

U prethodnom poglavlju opisane su sile i momenti te fizikalni utjecaji pojedinih komponenata koji djeluju na letjelicu. U ovom će poglavlju te jednačbe biti iskorištene, uz određena proširenja i preinake, kako bi se opisao model ravnotežnog leta helikoptera prema literaturi [1].

Opće stanje ravnoteže prikazano je na slici 3.1 pri čemu se helikopter može penjati,



Slika 3.1: Opće stanje ravnoteže helikoptera [1]

spuštati, čak letjeti uz klizanje. S obzirom da su u ravnotežnom letu konstantne vrijednosti kutnih brzina, jednadžbe (2.1) i (2.2) se reduciraju i glase

$$\begin{aligned}
& -(W_e Q_e - V_e R_e) + \frac{X_e}{M_a} - g \sin \Theta_e = 0 \\
& -(U_e R_e - W_e P_e) + \frac{Y_e}{M_a} + g \cos \Theta_e \sin \phi_e = 0 \\
& -(V_e P_e - U_e Q_e) + \frac{Z_e}{M_a} + g \cos \Theta_e \cos \phi_e = 0 \\
& (I_{yy} - I_{zz}) Q_e R_e + I_{xz} P_e Q_e + L_e = 0 \\
& (I_{zz} - I_{xx}) R_e P_e + I_{xz} (R_e^2 - P_e^2) + M_e = 0 \\
& (I_{xx} - I_{yy}) P_e Q_e + I_{xz} Q_e R_e + N_e = 0,
\end{aligned} \tag{3.1}$$

gdje indeks  $e$  predstavlja ravnotežno stanje (eng. *equilibrium*). Za slučaj kada je kutna brzina skretanja  $\Omega_{a_e}$  jednaka nuli, tada su aerodinamička opterećenja,  $X_e$ ,  $Y_e$ ,  $Z_e$ , jednaka komponentama gravitacijske sile, a momenti  $L_e$ ,  $M_e$ ,  $N_e$  jednaki su nuli. U slučaju da je kutna brzina skretanja različita od nule, tada su inercijske sile i momenti (centrifugalni, Coriolisova sila, giroskopski) uključeni u ravnotežni let. Početna pretpostavka jest da su sile i momenti funkcija translacijskih brzina ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ), kutnih brzina ( $p$ ,  $q$ ,  $r$ ) i upravljačkih veličina rotora ( $\theta_0$ ,  $\theta_{1s}$ ,  $\theta_{1c}$ ,  $\theta_{0T}$ ). Komponente kutne brzine mogu se napisati u ovisnosti o stavu letjelice

$$\begin{aligned}
P_e &= -\Omega_{a_e} \sin \Theta_e \\
Q_e &= \Omega_{a_e} \cos \Theta_e \sin \Phi_e \\
R_e &= \Omega_{a_e} \cos \Theta_e \cos \Phi_e.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Kombinacijom 9 jednadžbi (3.1) i (3.2) i 13 nepoznanica moraju se proizvoljno odrediti četiri varijable kako bi se moglo doći do rješenja, a to su:

$$\begin{aligned}
V_{f_e} & \text{ brzina leta} \\
\gamma_{f_e} & \text{ kut penjanja} \\
\Omega_{a_e} & \text{ kutna brzina skretanja} \\
\beta_e & \text{ kut klizanja}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Jednadžbe ravnotežnog leta (3.1) nelinearne su te ih je uobičajeno rješavati iterativnim putem pri čemu je potrebno procijeniti početne vrijednosti nepoznatih veličina. U ovom

postupku procijenit će se kut propinjanja  $\Theta_e$  i kut valjanja  $\Phi_e$ , kutna brzina rotora  $\Omega_R$ , koeficijenti inducirane brzine glavnog i repnog rotora  $\lambda_0$  i  $\lambda_{0T}$  te bočni kut mahanja  $\beta_{1s}$ .

Na slici 3.2 prikazan je kratki pregled iteracijskog postupka određivanja ravnotežnog leta koji se sastoji od više petlji. Za svaku petlju napravljena je funkcija u *MATLAB*-u, pa tako imamo funkciju za propinjanje (*pitch*), valjanje (*roll*), kutnu brzinu rotora (*rotor\_speed*), te po jedna za komponente induciranih brzina glavnog (*lambda0*) i repnog (*lambda0T*) rotora, a na kraju, kada cijeli sustav konvergira, određuju se upravljačke veličine rotora (*rotor\_controls*). Sve ove zasebne funkcije posložene su u glavni program *Trim-fsb*. Tako posložene funkcije omogućuju uvid u parcijalno određivanje ravnoteže.

## 3.2. Numerička implementacija

U ovom će dijelu biti opisan numerički postupak određivanja ravnotežnog leta napravljen u programu *Trim-fsb*. Bit će opisana tri glavna dijela: uzdužna ravnoteža, bočna ravnoteža i izračun kutne brzine vrtnje, te manji, ali bitni dijelovi programa kao što su koeficijenti iducirane brzine za glavni i repni rotor, te izračun upravljačkih veličina.

### 3.2.1. Uzdužna ravnoteža

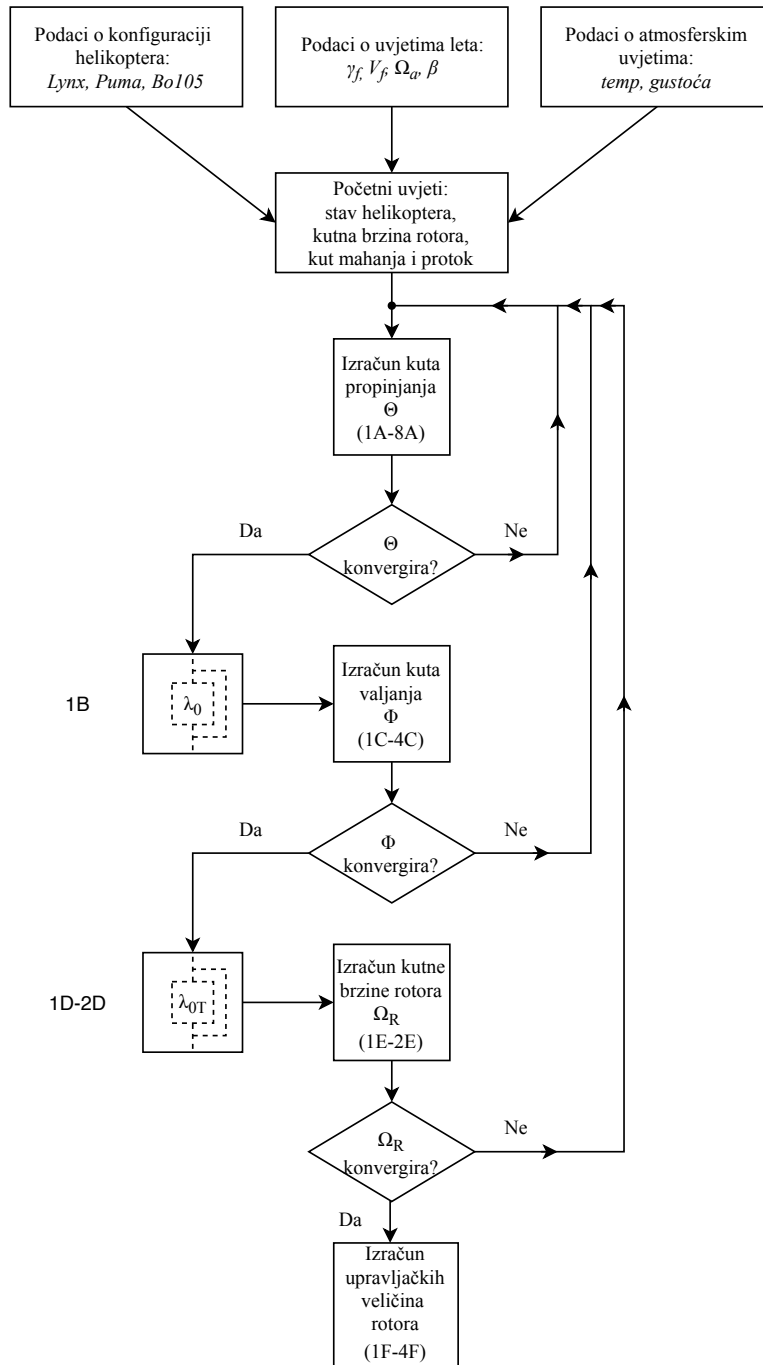
U prvom koraku, prije određivanja jednadžbi, moraju se proizvoljno odrediti četiri veličine s obzirom da je više nepoznanica nego jednadžbi, a to su  $V_{fe}$ ,  $\gamma_{fe}$ ,  $\Omega_{ae}$  i  $\beta_e$ . Također, iterativni postupak zahtjeva početne vrijednosti  $\Theta_e$ ,  $\Phi_e$  i  $\beta_{1s}$  pa se mora definirati njihov iznos. Za vrijednost kutne brzine vrtnje  $\Omega_R$  uzeta je vrijednost  $\Omega_{idle}$  koja predstavlja brzinu vrtnje u *idle* režimu rada, a koja se značajno ne razlikuje od  $\Omega_R$ . Početna vrijednost  $\lambda_0$  procijenjena je za lebdenje prema

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{C_T}{2}}, \quad (3.4)$$

pri čemu je  $C_T$  u lebdenju jednak

$$C_T = \frac{W}{\rho(\Omega_R R)^2 \pi R^2}, \quad (3.5)$$

gdje je  $W = g M_a$ . Početna vrijednost  $\lambda_{0T}$  bit će opisana kasnije s obzirom da za izračun uzdužne ravnoteže nije potrebna. Kada su poznate sve početne veličine može se krenuti

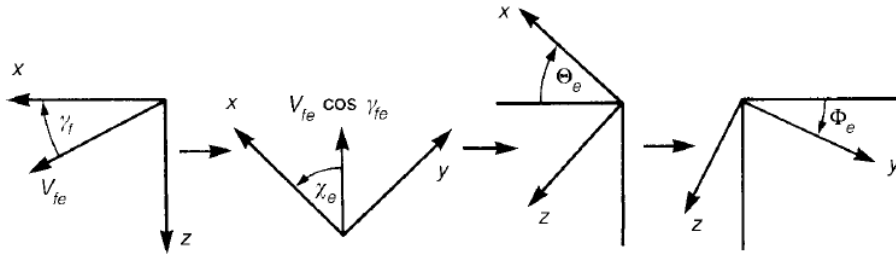


Slika 3.2: Blok dijagram iteracijskog postupka određivanja ravnotežnog leta [1]

na formuliranje jednadžbi koje će biti raspisane po koracima.

### Korak 1A:

Komponente brzine transformiraju se u koordinatni sustav letjelice prema slici 3.3 na način da prvo zarotiramo koordinatni sustav oko  $y$ -osi za kut  $\gamma_f$ . Nadalje, rotacija se vrši za kut  $\chi_e$ , te posljednje dvije rotacije za kut propinjanja i kut valjanja. Komponente



Slika 3.3: Postupak transformacije brzina u koordinatni sustav letjelice [1]

brzine mogu se napisati kao

$$\begin{aligned} U_e &= V_{fe} (\cos \Theta_e \cos \gamma_{fe} \cos \chi_e - \sin \Theta_e \sin \gamma_{fe}) \\ V_e &= V_{fe} [\cos \Phi_e \cos \gamma_{fe} \cos \chi_e + \sin \Phi_e (\sin \Theta_e \cos \gamma_{fe} \cos \chi_e + \cos \Theta_e \sin \gamma_{fe})] \\ W_e &= V_{fe} [-\sin \Phi_e \cos \gamma_{fe} \sin \chi_e + \cos \Phi_e (\sin \Theta_e \cos \gamma_{fe} \cos \chi_e + \cos \Theta_e \sin \gamma_{fe})]. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Pravac leta  $\chi_e$  povezan je s kutem klizanja, a dobije se prema

$$\sin \chi_e = -k_{\chi 4} \pm \frac{1}{2} \sqrt{k_{\chi 4}^2 - k_{\chi 5}}, \quad (3.7)$$

gdje je

$$\begin{aligned} k_{\chi 4} &= \frac{-k_{\chi 2} k_{\chi 3}}{k_{\chi 1}^2 + k_{\chi 2}^2} \\ k_{\chi 5} &= \frac{k_{\chi 3}^2 - k_{\chi 1}^2}{k_{\chi 1}^2 + k_{\chi 2}^2}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

pri čemu su ostali koeficijenti

$$\begin{aligned} k_{\chi 1} &= \sin \Phi_e \sin \Theta_e \cos \gamma_{fe} \\ k_{\chi 2} &= \cos \Phi_e \cos \gamma_{fe} \\ k_{\chi 3} &= \sin \beta_e - \sin \Phi_e \cos \Theta_e \sin \gamma_{fe}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Jednadžba (3.7) ima dva rješenja od kojih je samo jedno fizikalno ispravno.

**Korak 2A:**

Nakon što se odrede sve tri komponente brzine, u drugom koraku mogu se odrediti napadni kut i kut klizanja za ravnotežno stanje koji glase

$$\begin{aligned}\alpha_e &= \tan^{-1} \left( \frac{W_e}{U_e} \right) \\ \beta_e &= \sin^{-1} \left( \frac{V_e}{V_{fe}} \right).\end{aligned}\tag{3.10}$$

**Korak 3A:**

Zatim se određuju komponente kutne brzine u koordinatnom sustavu trupa letjelice prema jednadžbi (3.2), pa one glase

$$\begin{aligned}P_e &= -\Omega_{a_e} \sin \Theta_e \\ Q_e &= \Omega_{a_e} \cos \Theta_e \sin \Phi_e \\ R_e &= \Omega_{a_e} \cos \Theta_e \cos \Phi_e.\end{aligned}\tag{3.11}$$

**Korak 4A:**

Komponenta gravitacijskog ubrzanja može se napisati kao

$$\begin{aligned}a_z &= -g \cos \Theta_e \cos \Phi_e + (V_e P_e - U_e Q_e) \\ \bar{a}_z &= \frac{a_z}{\Omega_R^2 R},\end{aligned}\tag{3.12}$$

a vidi se da, osim o stavu letjelice, ovisi i o kutnom ubrzanju.

**Korak 5A:**

U ovom se koraku određuje napadni kut na horizontalnom stabilizatoru prema jednadžbi (2.50), koja primijenjena na ravnotežno stanje poprima oblik

$$\begin{aligned}\alpha_{tp_e} &= \alpha_{tp_0} + \tan^{-1} \left[ \frac{W_e + Q_e (l_{tp} + x_{cg}) - k_{\lambda_{tp}} \Omega_R R \lambda_0}{U_e} \right], & za \quad U_e \geq 0 \\ \alpha_{tp_e} &= \alpha_{tp_e} + \pi, & za \quad U_e < 0,\end{aligned}\tag{3.13}$$

te koeficijent napredovanja prema (2.51), koji glasi

$$\mu_{tp}^2 = \frac{U_e^2 + [W_e + Q_e(l_{tp} + x_{cg}) - k_{\lambda_{tp}}\Omega_R R \lambda_0]^2}{(\Omega_R R)^2}. \quad (3.14)$$

Koeficijent normalne sile prikazan je jednadžbom (3.15). S obzirom da će se u analizi promatrati različiti helikopteri, iznosi koeficijenata dani su u prilogu za svaki helikopter.

$$C_{z_{tp}} = C_{z_{tp}}(\alpha_{tp_e}, \beta_{tp_e}). \quad (3.15)$$

Isto kao i za horizontalni stabilizator, prema jednadžbi (2.55) i (2.56) može se odrediti koeficijent napredovanja i kut klizanja za vertikalni stabilizator, pa jednadžbe glase

$$\mu_{fn}^2 = \frac{[V_e - R_e(l_{fn} + x_{cg})]^2 + U_e^2}{(\Omega_R R)^2} \quad (3.16)$$

$$\beta_{fn_e} = \beta_{fn_0} + \sin^{-1} \left[ \frac{V_e - R_e(l_{fn} + x_{cg}) + h_{fn} P_e}{\mu_{fn} (\Omega_R R)} \right], \quad (3.17)$$

pri čemu je koeficijent bočne sile prikazan kao

$$C_{y_{fn}} = C_{y_{fn}}(\beta_{fn_e}, \alpha_{fn_e}). \quad (3.18)$$

### Korak 6A:

Sada se mogu odrediti svi koeficijente sila i momenata trupa prema jednadžbi (2.45), a koji glase

$$\begin{aligned} C_{xf} &= \frac{2X_f}{\rho V_f^2 S_p} \\ C_{yf} &= \frac{2Y_f}{\rho V_f^2 S_s} \\ C_{zf} &= \frac{2Z_f}{\rho V_f^2 S_p} \\ C_{lf} &= \frac{2L_f}{\rho V_f^2 S_s l_f} \\ C_{mf} &= \frac{2M_f}{\rho V_f^2 S_p l_f} \\ C_{nf} &= \frac{2N_f}{\rho V_f^2 S_s l_f}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

U literaturi [1] dani su izrazi za sile i momente kao funkciju napadnog kuta trupa  $\alpha_f$  i kuta klizanja  $\beta_f$  pri čemu su ti kutevi određeni prema (2.42) i (2.44), a za ravnotežno stanje glase

$$\begin{aligned}\alpha_f &= \tan^{-1} \left( \frac{W_e}{U_e} \right), & za \quad \lambda_0 < 0 \\ \alpha_f &= \tan^{-1} \left( \frac{W_{\lambda_e}}{U_e} \right), & za \quad \lambda_0 > 0,\end{aligned}\tag{3.20}$$

gdje je

$$W_{\lambda_e} = W_e - k_{\lambda_f} \Omega_R R \lambda_0.\tag{3.21}$$

Kut klizanja trupa identičan je jednadžbi (3.10) i glasi

$$\beta_f = \sin^{-1} \left( \frac{V_e}{V_{f_e}} \right).\tag{3.22}$$

Sile i momenti trupa određeni su u zračnom tunelu pri brzini od 30,48 m/s (100 ft/s) te su njihove vrijednosti za različite helikoptere dane u prilogu. U drugom poglavlju spomenuto je kako je moment valjanja malih vrijednosti te je ovde zanemaren, tj. jednak je nuli, pa samim time i koeficijent  $C_{l_f}$  iznosi nula.

### Korak 7A:

U ovom koraku određuju se komponente inducirane brzine rotora u  $hw$ -koordinatnom sustavu, stoga one glase

$$\begin{bmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_s & 0 & \sin \gamma_s \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma_s & 0 & \cos \gamma_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_e - \bar{Q}_e \bar{h}_R \\ \bar{V}_e - \bar{P}_e \bar{h}_R \\ \bar{W}_e - \bar{Q}_e \bar{x}_{cg} \end{bmatrix},\tag{3.23}$$

gdje  $\gamma_s$  predstavlja kut pod kojim je nagnuto vratilo rotora. Komponente brzine normirane su s  $\Omega_R R$ , komponente ubrzanja s  $\Omega_R$ , a  $\bar{h}_R$  i  $\bar{x}_{cg}$  normirani su s  $R$ . Ukupna komponenta inducirane brzine glasi

$$\mu^2 = \mu_x^2 + \mu_y^2.\tag{3.24}$$

Također možemo odrediti veličine

$$\sin \psi_w = \frac{\mu_y}{\mu}, \quad \cos \psi_w = \frac{\mu_x}{\mu}\tag{3.25}$$



koje će nam biti kasnije potrebne, a gdje  $\psi_w$  predstavlja kut vjetra u  $hw$ -koordinatnom sustavu. U ovom koraku možemo još izračunati pomoćne veličine  $\mu_1$  i  $m_\beta$  koje glase

$$\mu_1 = \frac{M_a}{\rho\pi R^3} \quad (3.26)$$

$$m_\beta = \frac{a_0 s S_\beta}{16}, \quad (3.27)$$

pri čemu je  $S_\beta$  bezdimenzijski faktor krutosti (eng. "Stiffnes number"), a predstavlja omjer krutosti rotora i aerodinamičkih momenata kraka, a računa se prema izrazu

$$S_\beta = 8 \frac{\lambda_\beta^2 - 1}{\gamma}. \quad (3.28)$$

Bezdimenzijski momenti inercije glase

$$\begin{aligned} i_{xx} &= \frac{I_{xx}}{M_a R^2} \\ i_{yy} &= \frac{I_{yy}}{M_a R^2} \\ i_{zz} &= \frac{I_{zz}}{M_a R^2} \\ i_{xz} &= \frac{I_{xz}}{M_a R^2}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Nakon određivanja svih ovih veličina može se krenuti u izračun tri najvažnije komponente koje definiraju uzdužnu ravnotežu, a to su koeficijent pogonske sile  $C_T$ , uzdužni kut mahanja  $\beta_{1c}$  te kut propinjanja  $\Theta_e$ .

### Korak 8A:

Koeficijent pogonske sile glasi

$$C_T = -\mu_1 \bar{a}_z + \frac{1}{2} (\mu_f^2 \bar{S}_p C_{z_f} + \mu_{tp}^2 \bar{S}_{tp} C_{z_{tp}}), \quad (3.30)$$

gdje prvi član predstavlja jednadžbu (3.5), a član u zagradi doprinosi sili uzgona od trupa i horizontalnog stabilizatora. Koeficijent napredovanja trupa  $\mu_f$  približno je jednak  $\mu_x$ . Uzdužni kut mahanja računa se prema

$$\beta_{1c} = \frac{\left\{ \mu_1 [(i_{zz} - i_{xx}) \bar{R}_e \bar{P}_e + i_{xz} (\bar{R}_e^2 - \bar{P}_e^2)] - C_T (\bar{x}_{cg} + \bar{h}_R \gamma_s) + \frac{1}{4} \bar{h}_R \delta s \mu_x + \frac{1}{2} [\mu_f^2 \bar{S}_p (\bar{l}_f C_{m_f} + \bar{x}_{cg} C_{z_f}) + \mu_{tp}^2 \bar{S}_{tp} (\bar{l}_{tp} + \bar{x}_{cg}) C_{z_{tp}}] \right\}}{m_\beta + \bar{h}_R C_T}, \quad (3.31)$$

pri čemu se koeficijent otpora  $\delta$  računa prema (2.6), koeficijent ispunjenosti kraka  $s$  prema (2.17), a površine su normirane s površinom diska. Sada se može odrediti kut propinjanja koji glasi

$$\Theta_e = \tan^{-1} \left\{ \cos \Phi_e \left[ \frac{\mu_1 (\bar{V}_e \bar{R}_e - \bar{W}_e \bar{Q}_e) + C_T (\beta_{1c} + \gamma_s) + \frac{1}{4} \delta s \mu_x + \frac{1}{2} \mu_f^2 C_{x_f}}{(\bar{V}_e \bar{P}_e - \bar{U}_e \bar{Q}_e) \mu_1 + C_T - \frac{1}{2} (\mu_f^2 \bar{S}_p C_{z_f} + \mu_{tp}^2 \bar{S}_{tp} C_{z_{tp}})} \right] \right\}. \quad (3.32)$$

Ovime su definirane sve jednadžbe koje opisuju uzdužnu ravnotežu, a sadržane su u funkciji *pitch*. Još je potrebno provjeriti konvergira li vrijednosti kuta propinjanja. Budući da je  $\Theta_e$  funkcija raznih veličina  $g_\theta (\Theta_e, \Phi_e, V_{fe}, \Omega_{ae}, \gamma_{fe}, \beta_e, \Omega_R)$ , može se dogoditi da vrijednost divergira, umjesto da konvergira. Da se to ne bi dogodilo uvodi se faktor prigušenja  $k_\theta$  (eng. "damping factor") prema jednadžbi

$$\Theta_{e_i} = \Theta_{e_{i-1}} + k_\theta (\Theta_{e_i} - \Theta_{e_{i-1}}) \quad (3.33)$$

koji osigurava konvergenciju, pri čemu indeks  $i$  predstavlja  $i$ -tu iteraciju po koracima algoritma 1A-8A. Što je manja vrijednost faktora prigušenja, iterativni proces je sporiji, ali i stabilniji, a utjecaj faktora bit će prikazan u nastavku rada. Nakon što je osigurana konvergencija, mora se provjeriti je li nova vrijednost blizu prethodne, definirane relativnom tolerancijom  $\nu_\theta$

$$|\Theta_{e_i} - \Theta_{e_{i-1}}| < \nu_\theta |\Theta_{e_i}|. \quad (3.34)$$

Ukoliko je jednadžba (3.34) zadovoljena može se nastaviti s izračunom veličina potrebnih za bočnu ravnotežu, odnosno slijedi korak 1B. Međutim, ukoliko vrijednost kuta propinjanja nije u granicama tolerancije, potrebno je vratiti se na korak 1A i ponoviti postupak, ali sada sa novo izračunatom vrijednosti  $\Theta_e$ , sve dok nije zadovoljena jednadžba (3.34).

### 3.2.2. Koeficijent inducirane brzine glavnog rotora

#### Korak 1B:

Prije nego se krene na izračun kuta valjanja, mora se izračunati  $\lambda_0$  na način da se prvo odredi pomoćna veličina  $\Lambda$  koja iznosi

$$\Lambda = \mu^2 + (\lambda_0 - \mu_z)^2, \quad (3.35)$$

a zatim

$$\delta\lambda_0 = -\frac{\Lambda \left( 2\lambda_0\Lambda^{\frac{1}{2}} - C_T \right)}{2\Lambda^{\frac{3}{2}} + (\lambda_0 - \mu_z) C_T + \frac{1}{4}a_0s \Lambda}. \quad (3.36)$$

Kao i kod uzdužne ravnoteže, jednadžbom

$$\lambda_{0_m} = \lambda_{0_{m-1}} + k_\lambda \delta\lambda_{0_m} \quad (3.37)$$

se osigurava konvergenciju za  $m$ -tu iteraciju gdje je  $k_\lambda$  faktor prigušenja. Nakon što se odrede potrebne veličine, postavlja se uvjet konvergencije koji glasi

$$|\lambda_{0_m} - \lambda_{0_{m-1}}| < \nu_\lambda |\lambda_{0_m}|, \quad (3.38)$$

gdje je  $\nu_\lambda$  definirana relativna tolerancija. U prvom se koraku uspoređuje vrijednost  $\lambda_0$  dobivene jednadžbom (3.4) i (3.37). Ako se vrijednosti definirane tolerancijom ne podudaraju, postupak se ponavlja od koraka 1B, pri čemu je ta petlja sadržana u funkciji (*lambda0*), kako je i prikazano na slici 3.2.

### 3.2.3. Bočna ravnoteža

**Korak 1C:**

U prvom koraku za bočnu ravnotežu mora se odrediti uzdužni i bočni kut mahanja u  $hw$ -koordinatnom sustavu koji glase

$$\begin{bmatrix} \beta_{1c_w} \\ \beta_{1s_w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_w & \sin \psi_w \\ -\sin \psi_w & \cos \psi_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1c} \\ \beta_{1s} \end{bmatrix}, \quad (3.39)$$

a koji su potrebni za izračun koeficijenta okretnog momenta glavnog rotora koji iznosi

$$C_Q = -C_T (\mu_z - \lambda_0 - \mu\beta_{1c_w}) + \frac{1}{8} \delta s (1 + \mu^2), \quad (3.40)$$

pri čemu sila okretnog momenta i snaga rotora iznose

$$Q_R = \rho (\Omega_R R)^2 \pi R^3 C_Q \quad (3.41)$$

$$P_R = \Omega_R Q_R. \quad (3.42)$$

**Korak 2C:**

U ovom koraku može se izračunati koeficijent pogonske sile repnog rotora koji glasi

$$C_{T_T} = \frac{\left\{ \begin{aligned} &\mu_1 [\bar{Q}_e \bar{P}_e (i_{zz} - i_{yy}) - i_{xz} \bar{Q}_e \bar{R}_e] + C_Q \\ &+ \frac{1}{2} [\mu_f^2 (C_{n_f} - C_{y_f} \bar{x}_{cg}) - \mu_{fn} (\bar{l}_{fn} + \bar{x}_{cg}) \bar{S}_{fn} C_{y_{fn}}] \end{aligned} \right\}}{\nu_T (\bar{l}_T + \bar{x}_{cg})}, \quad (3.43)$$

pri čemu je

$$\nu_T = g_T^2 \left( \frac{R_T}{R} \right)^2. \quad (3.44)$$

Omjer kutne brzine vrtnje repnog i glavnog rotora  $g_T$  dan je u prilogu za svaki helikopter, a kutna brzina vrtnje repnog rotora iznosi

$$\Omega_T = g_T \Omega_R. \quad (3.45)$$

**Korak 3C:**

Zatim se može odrediti bočni kut mahanja koji glasi

$$\beta_{1s} = \frac{\mu_1 [\bar{Q}_e \bar{R}_e (i_{yy} - i_{zz}) + i_{xz} \bar{P}_e \bar{Q}_e] + \frac{1}{2} \mu_f^2 C_{l_f} + \frac{1}{2} \mu_{fn}^2 \bar{h}_{fn} \bar{S}_{fn} C_{y_{fn}} - \frac{1}{4} \delta s \mu_y + \bar{h}_T \nu_T C_{T_T}}{m_\beta + \bar{h}_R C_T}. \quad (3.46)$$

**Korak 4C:**

U ovom, zadnjem koraku određivanja bočne ravnoteže može se odrediti kut valjanja koji glasi

$$\Phi_e = \sin^{-1} \left\{ \frac{1}{C_w \cos \Theta_e} \left[ (\bar{U}_e \bar{R}_e - \bar{W}_e \bar{P}_e) \mu_1 + C_T \beta_{1s} + \frac{1}{4} \delta s \mu_y - \frac{1}{2} \mu_f^2 C_{y_f} - \frac{1}{2} \mu_{fn}^2 \bar{S}_{fn} C_{y_{fn}} - \nu_T C_{T_T} \right] \right\}, \quad (3.47)$$

pri čemu je  $C_w$  koeficijent težine, a jednak je koeficijentu pogonske sile glavnog rotora. Kut valjanja  $\Phi_e$  funkcija je istih veličina kao i kut propinjanja

$$\Phi_e = g_\phi (\Theta_e, \Phi_e, V_{f_e}, \Omega_{a_e}, \gamma_{f_e}, \beta_e, \Omega_R),$$

te se također uvodi faktor prigušenja  $k_\phi$

$$\Phi_{e_k} = \Phi_{e_{k-1}} + k_\phi (\Phi_{e_k} - \Phi_{e_{k-1}}) \quad (3.48)$$

kako bi se osigurala konvergencija. Međutim, sada se iteracija provodi po drugoj petlji u kojoj je korak iteracije označen indeksom  $k$ , kako je prikazano i na dijagramu 3.2. Uvjet konvergencije, između dva koraka iteracije  $k$  i  $k-1$ , glasi

$$|\Phi_{e_k} - \Phi_{e_{k-1}}| < \nu_\phi |\Phi_{e_k}|, \quad (3.49)$$

pri čemu je  $\nu_\phi$  relativna tolerancija. U slučaju da jednadžba (3.49) nije zadovoljena, iteracija se provodi po  $k$  od koraka algoritma 1A, pri čemu je obuhvaćena i iteracija po  $i$ , sve dok vrijednost  $\Phi_e$  ne zadovolji definiranu toleranciju. Dio algoritma 1C-4C napravljen je u funkciji *roll*.

### 3.2.4. Koeficijent inducirane brzine repnog rotora

#### Korak 1D:

S obzirom da su u jednadžbi (3.43) određeni koeficijent sile repnog rotora, može se, analogno jednadžbi (3.4), odrediti početni koeficijent inducirane brzine repnog rotora koji sada glasi

$$\lambda_{0T} = \sqrt{\frac{C_{T_T}}{2}}. \quad (3.50)$$

#### Korak 2D:

Kao i za glavni rotor prvo se mora odrediti pomoćni koeficijent  $\Lambda_T$  koji glasi

$$\Lambda_T = \mu_T^2 + (\lambda_{0T} - \mu_{z_T})^2, \quad (3.51)$$

pri čemu se koeficijenti napredovanja repnog rotora određuju prema (2.36) i (2.37) koji primijenjeni na ravnotežni let glase

$$\mu_T = \frac{[U_e^2 + (W_e - k_{\lambda_T} \Omega_R R \lambda_0 + Q_e(l_T + x_{cg}))^2]^{1/2}}{\Omega_T R_T} \quad (3.52)$$

$$\mu_{z_T} = \frac{-V_e + (l_T + x_{cg})R_e - h_T P_e}{\Omega_T R_T}. \quad (3.53)$$

Zatim je potrebno odrediti

$$\delta\lambda_{0T} = -\frac{\Lambda_T \left( 2\lambda_{0T} \Lambda_T^{\frac{1}{2}} - C_{T_T} \right)}{2\Lambda_T^{\frac{3}{2}} + (\lambda_{0T} - \mu_{z_T}) C_{T_T} + \frac{1}{4} a_{0T} s_T \Lambda_T}, \quad (3.54)$$

a konvergencija se za  $n$ -tu iteraciju osigurava pomoću faktora  $k_{\lambda_{0T}}$  na način

$$\lambda_{0T_n} = \lambda_{0T_{n-1}} + k_{\lambda_{0T}} \delta \lambda_{0T_n}. \quad (3.55)$$

Uvjet konvergencije provjerava se jednadžbom

$$|\lambda_{0T_n} - \lambda_{0T_{n-1}}| < \nu_{\lambda_T} |\lambda_{0T_n}|, \quad (3.56)$$

gdje je  $\nu_{\lambda_T}$  relativna tolerancija. Ova petlja također je samostalna i sadržana u funkciji  $lambda0T$ . Ako vrijednost ne zadovoljava definiranu toleranciju postupak se ponavlja od koraka 2D. Nakon što vrijednost konvergira prelazi se na izračun kutne brzine vrtnje glavnog rotora.

### 3.2.5. Kutna brzina vrtnje

#### Korak 1E:

Prije izračuna kutne brzine vrtnje može se odrediti kolektivni postavni kut repnog rotora prema formuli

$$\theta_{0T} = \frac{3}{1 + \frac{3}{2}\mu_T^2} \left( \frac{2C_{TT}}{a_{0T} s_T} - \frac{\mu_{zT} - \lambda_{0T}}{2} \right). \quad (3.57)$$

Zatim, može se odrediti i efektivni kolektivni postavni kut repnog rotora u kojem je uzet u obzir konstrukcijski kut  $\delta_3$  pa jednadžba glasi

$$\theta_{0T}^* = \theta_{0T} \left[ 1 - \delta_3 \left( \frac{\gamma}{8\lambda_\beta^2} \right)_T (1 + \mu_T^2) \right] - \frac{4}{3} \delta_3 \left( \frac{\gamma}{8\lambda_\beta^2} \right)_T (\mu_{zT} - \lambda_{0T}), \quad (3.58)$$

gdje član  $\left( \frac{\gamma}{8\lambda_\beta^2} \right)_T$  predstavlja bezdimenzijski faktor krutosti (3.28) repnog rotora.

#### Korak 2E:

Okretni moment repnog rotora računa se prema

$$Q_T = \rho (\Omega_T R_T)^2 \pi R_T^3 \left[ -(\mu_{zT} - \lambda_{0T}) C_{TT} + \frac{1}{8} \delta_T s_T (1 + 3\mu_T^2) \right]. \quad (3.59)$$

Okretni moment motora sastoji se od

$$Q_{eng} = Q_R + g_T Q_T + Q_{acc}, \quad (3.60)$$

gdje  $Q_{acc}$  predstavlja dodatni moment motora koji iznosi 2% okretnog momenta glavnog rotora. Sada se  $\Omega_R$  može napisati kao

$$\Omega_R = \Omega_{idle} + \frac{Q_{eng}}{K_3} = g_\Omega(\Omega_R), \quad (3.61)$$

gdje je  $K_3$  faktor opadanja (eng. "droop factor"), a ukazuje na smanjenje brzine vrtnje između autorotacije i pune snage. Iz jednadžbe (3.61) vidljivo je da je  $\Omega_R$  funkcija samo kutne brzine i da ne ovisi ni o jednoj veličini pa se njena vrijednost nakon iteracije neće značajno promijeniti od početne. Konvergenciju osiguravamo pomoću faktora prigušenja  $k_\Omega$  prema jednadžbi

$$\Omega_{R_j} = \Omega_{R_{j-1}} + k_\Omega (\Omega_{R_j} - \Omega_{R_{j-1}}), \quad (3.62)$$

a provjera zadovoljava li  $\Omega_R$  definiranu relativnu toleranciju računa se prema

$$|\Omega_{R_j} - \Omega_{R_{j-1}}| < \nu_\Omega |\Omega_{R_j}|. \quad (3.63)$$

Ovaj dio algoritma napravljen je u funkciji *rotor\_speed*, pri čemu se iteracija provodi po  $j$ -tom koraku. Ukoliko konvergencija ne zadovoljava potrebno je vratiti se na korak algoritma 1A i redom izračunati sve varijable ponovno (korak 1A-8A, korak 1B, korak 1C-4C, korak 1D-2D), kako je i prikazano na dijagramu 3.2, ali sa novim vrijednostima. Nakon što je vrijednost konvergirala, može se prijeći na posljednju fazu proračuna.

### 3.2.6. Upravljačke veličine rotora

#### Korak 1F:

Ovaj dio algoritma zadnji je, a provodi se kada su sve veličine određene, odnosno nakon što su konvergirale. U njemu se računaju upravljačke veličine glavnog rotora, a napravljene su u funkciji *rotor\_controls*. Prije određivanja postavnih kuteva rotora, odredit će se pomoćne veličine potrebne za proračun, a to su

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_{ew} \\ \bar{Q}_{ew} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_w & \sin \psi_w \\ -\sin \psi_w & \cos \psi_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{P}_e \\ \bar{Q}_e \end{bmatrix}, \quad (3.64)$$

i

$$k_{c1} = 1 - \frac{\mu^2}{2}, \quad k_{c2} = 1 + \frac{3}{2}\mu^2, \quad k_{c3} = 1 - \frac{3}{2}\mu^2. \quad (3.65)$$

**Korak 2F:**

Sada se može odrediti kolektivni postavni kut glavnog rotora koji glasi

$$\theta_0 = \frac{3}{1 - \mu^2} \left[ k_{c1} \frac{\mu}{2} \beta_{1c_w} - \frac{\mu}{2} S_\beta \beta_{1s_w} + k_{c2} \left( \frac{2C_T}{a_0 s} \right) + k_{c3} \frac{\bar{P}_{e_w} \mu}{4} - \frac{8\mu \bar{Q}_{e_w}}{\gamma} - k_{c1} \frac{\mu_z - \lambda_0}{2} - \left( \frac{1 + 3\mu^2}{4} \right) \theta_{tw} \right], \quad (3.66)$$

pri čemu su  $\bar{P}_e$  i  $\bar{Q}_e$  normirane kutne brzine u  $hw$ -koordinatnom sustavu. Zatim, može se izračunati uzdužni ciklički postavni kut u istom koordinatnom sustavu, koji glasi

$$\theta_{1s_w} = \frac{3}{1 - \mu^2} \left[ -\frac{k_{c1} k_{c2}}{3} \beta_{1c_w} + \frac{1}{3} k_{c2} S_\beta \beta_{1s_w} - \frac{8\mu}{3} \left( \frac{2C_T}{a_0 s} \right) - \frac{1}{3} \bar{P}_{e_w} k_{c1} + \frac{16}{3\gamma} \bar{Q}_{e_w} + \frac{2\mu}{3} k_{c3} (\mu_z - \lambda_0) - \frac{\mu^3}{3} \theta_{tw} \right]. \quad (3.67)$$

**Korak 3F:**

U ovom koraku može se izračunati kut konusa (slika 2.2) koji iznosi

$$\beta_0 = \frac{\gamma}{8\lambda_\beta^2} \left[ (1 + \mu^2) \theta_0 + \frac{4}{3} \mu (\theta_{1s_w} + \bar{P}_{e_w}) + \frac{4}{3} (\mu_z - \lambda_0) + 4\theta_{tw} \left( \frac{1}{5} + \frac{\mu^3}{6} \right) \right], \quad (3.68)$$

a bočni ciklički postavni kut (u  $hw$ -koordinatnom sustavu) iznosi

$$\theta_{1c_w} = -\frac{1}{1 + \frac{\mu^2}{2}} \left[ -\frac{4}{3} \mu \beta_0 - S_\beta \beta_{1c_w} - \left( 1 + \frac{\mu^2}{3} \right) \beta_{1s_w} + \frac{16}{\gamma} \bar{P}_{e_w} + \bar{Q}_{e_w} - \lambda_{1c_w} \right]. \quad (3.69)$$

**Korak 4F:**

Koristeći matricu transformacije može se iz  $hw$ -koordinatnog sustava doći u koordinatni sustav letjelice

$$\begin{bmatrix} \theta_{1s} \\ \theta_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_w & -\sin \psi_w \\ \sin \psi_w & \cos \psi_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{1s_w} \\ \theta_{1c_w} \end{bmatrix}, \quad (3.70)$$

pri čemu  $\theta_{1s}$  i  $\theta_{1c}$  predstavljaju uzdužni i bočni ciklički postavni kut. Komponente protoka prvih harmonika kroz rotor mogu se također izračunati pomoću matrice transformacije i glase

$$\begin{bmatrix} \lambda_{1s} \\ \lambda_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_w & -\sin \psi_w \\ \sin \psi_w & \cos \psi_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{1s_w} \\ \lambda_{1c_w} \end{bmatrix}, \quad (3.71)$$



gdje je

$$\lambda_{1cw} = \lambda_0 \tan\left(\frac{\chi}{2}\right), \quad \chi < \frac{\pi}{2} \quad (3.72)$$

$$\lambda_{1cw} = \lambda_0 \cot\left(\frac{\chi}{2}\right), \quad \chi > \frac{\pi}{2}, \quad (3.73)$$

a kut traga  $\chi$  određen je jednadžbom (2.53).

Ovime je završen postupak određivanja ravnotežnog leta. U nastavku će se prikazati i usporediti rezultati dobiveni programom *Trim-fsb*, kao i neke značajne veličine o kojima ovise dobiveni rezultati.

### 3.3. Korištenje algoritma

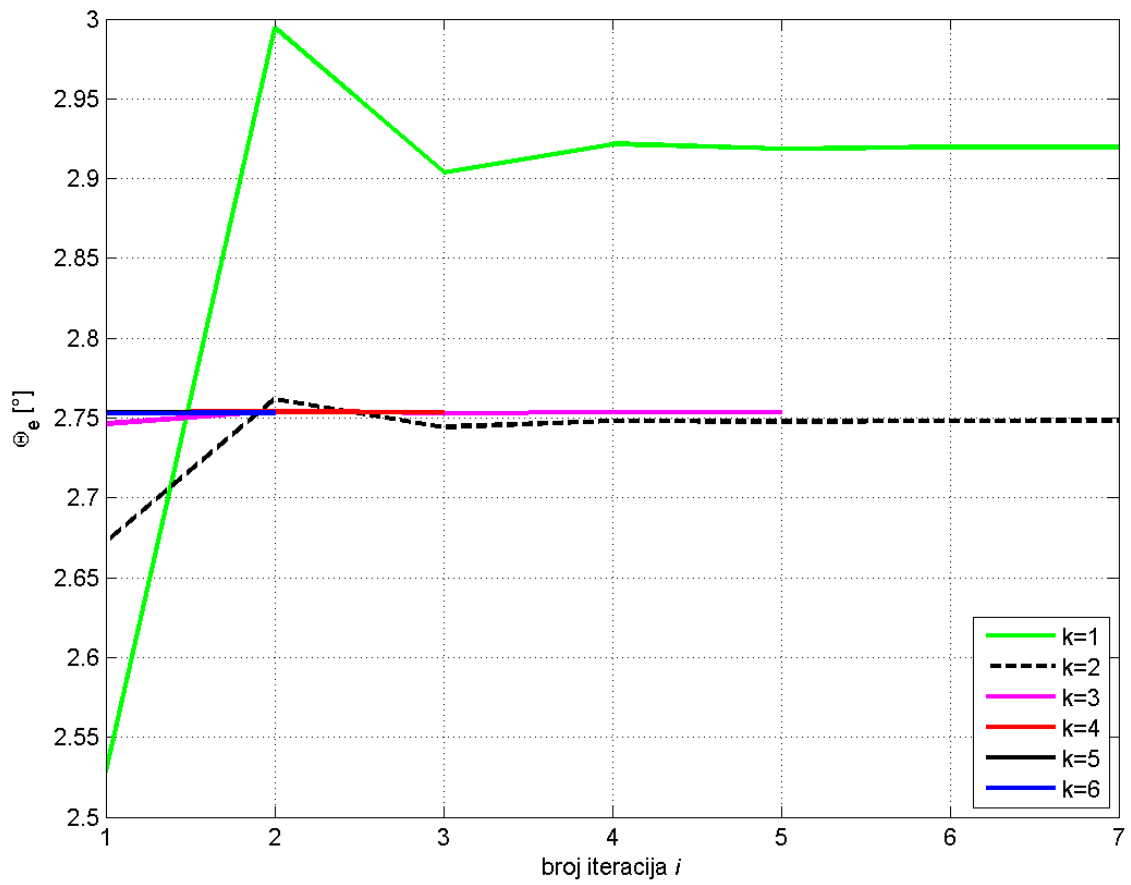
U ovom dijelu ukratko će se opisati način korištenja algoritma. Kako je prikazano na slici 3.2, prvo je potrebno odabrati helikopter koji se želi analizirati i zatim u zasebnoj skripti napisati podatke o helikopteru koji su potrebni za algoritam. U prilogu se nalazi popis potrebnih veličina (tablica A.1, A.2 i A.3), a neke od njih karakteristike su glavnog rotora, repnog rotora, masa helikoptera, momenti inercije, repne površine i slično. Zatim, treba odrediti uvjete leta, odnosno četiri proizvoljne vrijednosti za brzinu leta  $V_{fe}$ , kut penjanja  $\gamma_{fe}$ , kutnu brzinu skretanja  $\Omega_{ae}$  i kut klizanja  $\beta_e$ . Na kraju, potrebno je odrediti atmosferske uvjete, najčešće preko gustoće zraka  $\rho$ . S obzirom da je algoritam iterativan, potrebno je odrediti iznose početnih veličina: kuta propinjanja  $\Theta_e$ , kuta valjanja  $\Phi_e$ , kutne brzine vrtnje  $\Omega_R$ , protoka kroz glavni i repni rotor  $\lambda_0$  i  $\lambda_{0T}$  i na kraju bočnog kuta mahanja  $\beta_{1s}$ . Kao izlaz, algoritam daje podatke o stavu helikoptera, kutovima mahanja glavnog rotora, protocima kroz glavni i repni rotor, kolektivnom postavnom kutu glavnog i repnog rotora te o cikličkom postavnom kutu glavnog rotora, kutu konusa, kutnoj brzini vrtnje glavnog i repnog rotora i drugim.

## 4 Analiza rezultata

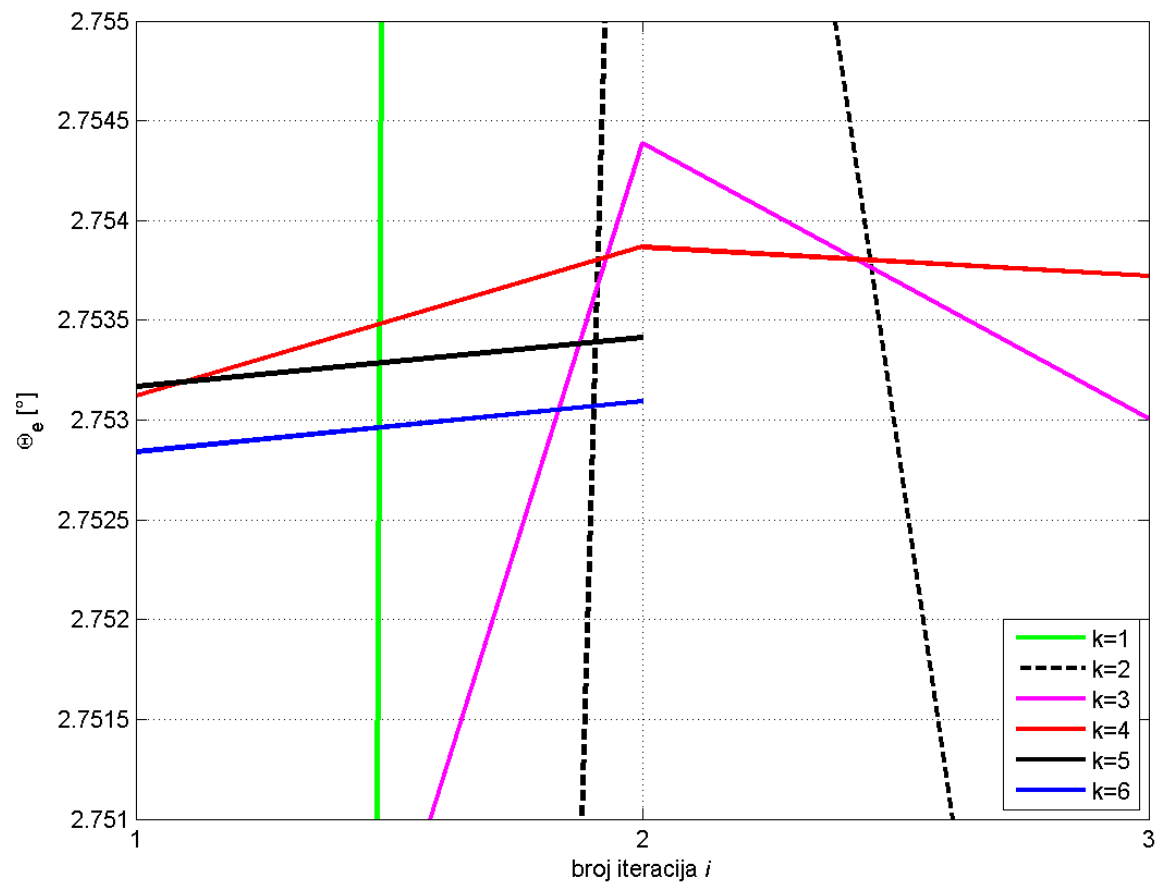
U prethodnom poglavlju ovog rada opisan je model određivanja ravnotežnog leta prema literaturi [1]. U ovom poglavlju dobivena rješenja uspoređena su s drugim dostupnim modelima (*Helisim* [1] i *Trim-CF* [9]) i s rezultatima dobivenim tijekom leta, te je napravljena međusobna usporedba karakterističnih veličina za različite helikoptere. Prilikom proračuna odabrani su standardni atmosferski uvjeti ( $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$  i  $T = 15^\circ \text{ C}$ ) pri čemu su razmatrane brzine do  $80 \text{ m/s}$  ( $290 \text{ km/h}$ ) s obzirom da se maksimalne vrijednosti leta za analizirane helikoptere kreću oko  $300 \text{ km/h}$ . Već je ranije spomenuto kako parametri prigušenja i protoka glavnog i repnog rotora imaju značajan utjecaj na rezultate ravnotežnog leta te kako prilikom iteracije vrijednosti mogu divergirati umjesto da konvergiraju. S obzirom na to, napravljena je analiza utjecaja pojedinih faktora prigušenja prikazanih sljedećim dijagramima.

### 4.1. Konvergencija i utjecaj faktora prigušenja

Na slici 4.1 i 4.2 prikazana je konvergencija kuta propinjanja  $\Theta_e$  Pume, pri čemu su vrijednost parametra prigušenja i tolerancija jednaki  $k_\theta = 0,9$ ,  $k_\phi = 0,9$  i  $\nu_\theta = 0,0001$ , a brzina pri kojoj je promatrana konvergencija iznosi  $V_f = 50 \text{ m/s}$ . Vidljivo je kako u prvoj iteraciji po  $k$ , odnosno po kutu valjanja  $\Phi_e$ ,  $\Theta_e$  konvergira nakon sedam iteracija. Zatim s tom novom vrijednosti u drugoj iteraciji po  $k$ ,  $\Theta_e$  konvergira opet nakon sedam iteracija. Nakon šeste iteracije po kutu valjanja,  $\Theta_e$  zadovoljava definiranu toleranciju i iznosi  $\Theta_e = 2,75^\circ$  (slika 4.2) i s tom vrijednosti nastavlja se daljnji proračun. Može se primjetiti da izrazito mala tolerancija povećava broj iteracija po petlji  $k$ .

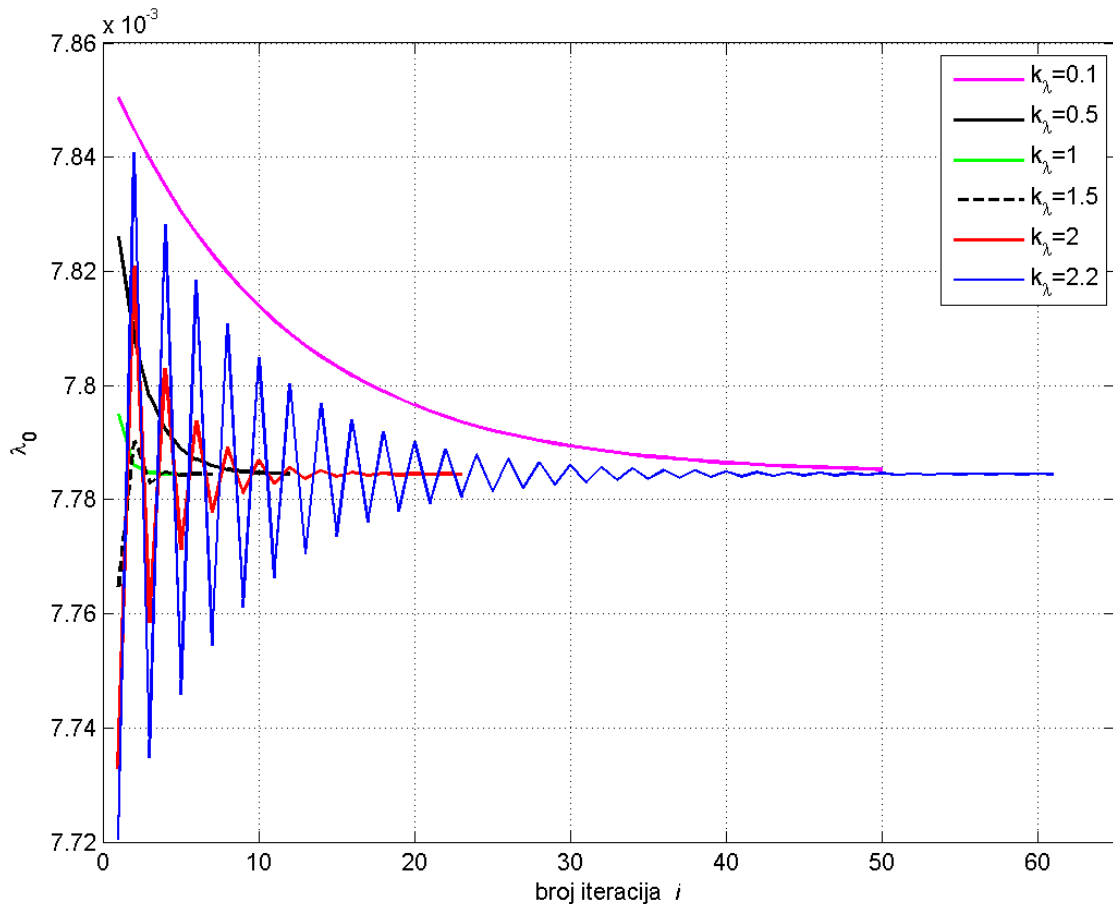


Slika 4.1: Konvergencija kuta propinjanja - Puma



Slika 4.2: Konvergencija kuta propinjanja - uvećani prikaz

Utjecaj faktora prigušenja  $k_\lambda$  na koeficijent inducirane brzine glavnog rotora prikazan je na slici 4.3. Prikazani dijagram dobiven je za helikopter Lynx, uz sljedeće vrijednosti

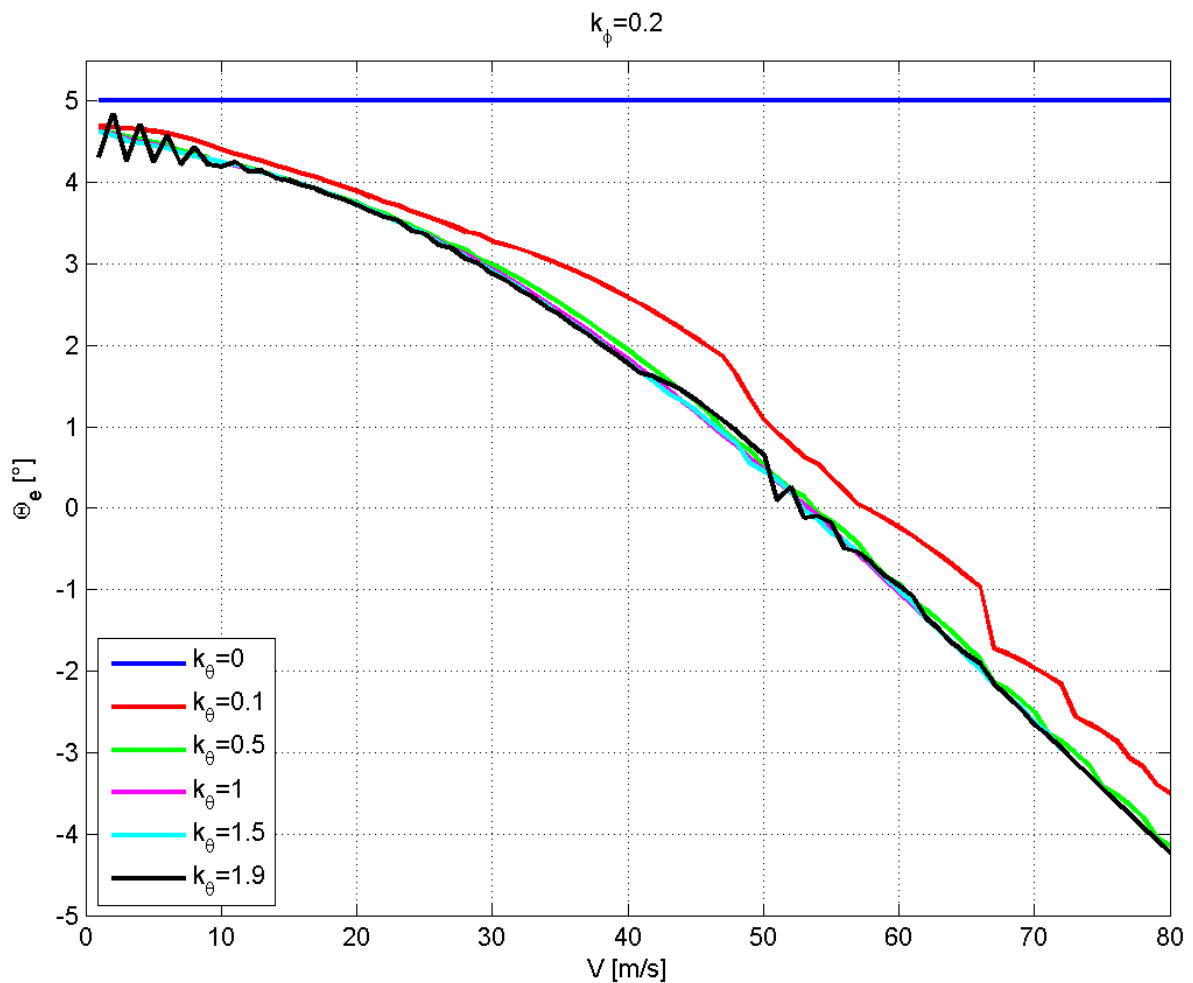


Slika 4.3: Utjecaj faktora prigušenja  $k_\lambda$  na koeficijent inducirane brzine - Lynx

faktora prigušenja i tolerancije:  $k_\theta = 1$ ,  $k_\phi = 0,2$ ,  $\nu_\theta = \nu_\phi = 0,01$ ,  $\nu_\lambda = 0,00001$ . Za  $k_\lambda$  između 0 i 1  $\lambda_0$  jako je prigušena, a s manjim  $k_\lambda$  sustav sporije, ali stabilnije konvergira. Nasuprot tome, za vrijednosti faktora prigušenja  $k_\lambda > 1$ ,  $\lambda_0$  ima sve veću osjetljivost. Maksimalna vrijednost faktora prigušenja je  $k_\lambda = 2.2$ , a s povećanjem vrijednosti  $\lambda_0$  počinje divergirati. Iz dijagrama se može zaključiti kako je najoptimalnija vrijednost faktora prigušenja  $k_\lambda = 1$  jer sustav za tu vrijednost najbrže konvergira uz definiranu

toleranciju pa je u takvim uvjetima  $\lambda_0 = 7,7844^{-3}$ .

Još jedan od utjecaja faktora prigušenja, ovog puta  $k_\theta$ , prikazan je na slici 4.4, također za Lynx, uz koeficijent  $k_{\lambda_{tp}} = 0,6$ . Odmah je uočljivo da ukoliko nema faktora prigušenja

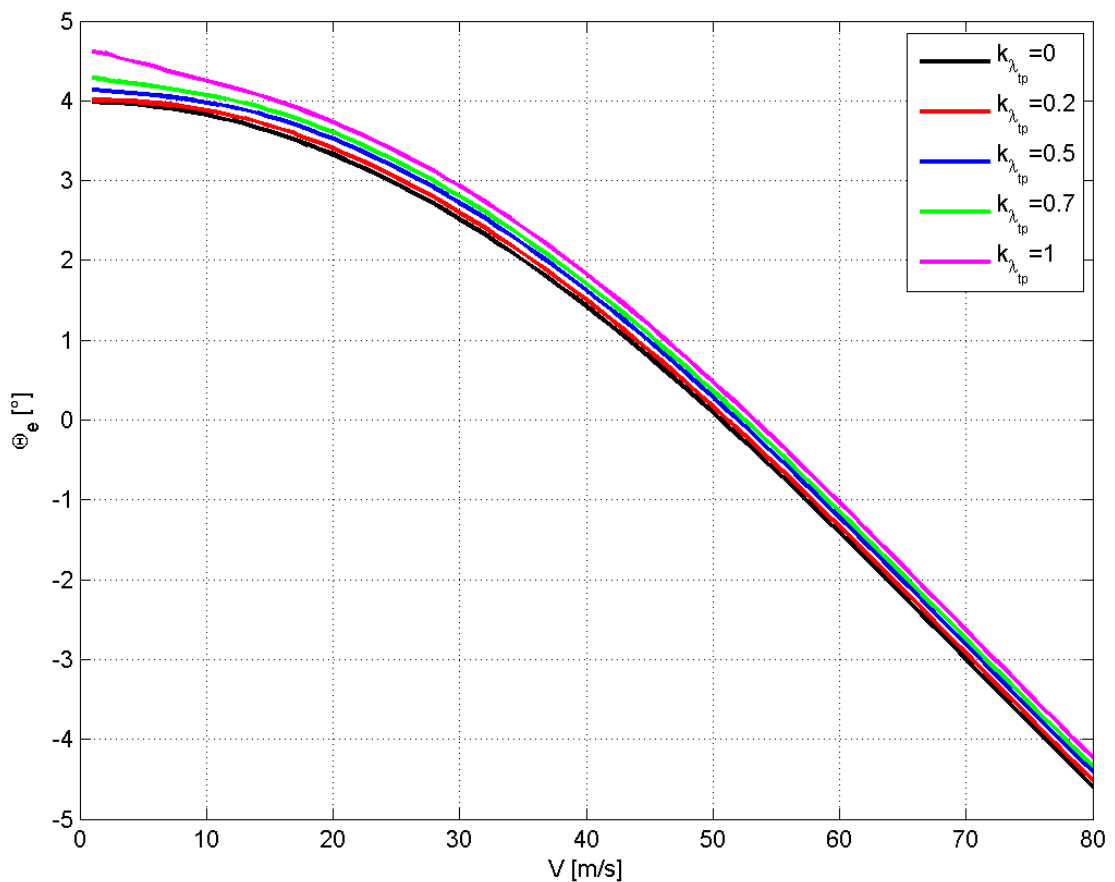


Slika 4.4: Utjecaj faktora prigušenja  $k_\theta$  - Lynx

jednadžba 3.33 svodi se na jednakost vrijednosti za svaki korak iteracije, pa je  $\Theta_e$  konstantna na čitavom području brzina, a odgovara onoj početnoj vrijednosti definiranoj prije koraka 1A. Također, s povećanjem faktora prigušenja,  $\Theta_e$  sve bolje konvergira, pri čemu za vrijednost  $k_\theta = 1$  ima najoptimalniju krivulju. Daljnjim povećanjem faktora prigušenja,  $\Theta_e$  ima povećanu osjetljivost za male brzine leta i brzine oko 50 m/s, ali i dalje konvergira. Maksimalna vrijednost faktora prigušenja je  $k_\theta = 1,9$  nakon koje sustav

počinje neprigušeno divergirati.

Ranije je spomenuto kako je  $k_{\lambda_{tp}}$  faktor utjecaja struje zraka glavnog rotora na horizontalni stabilizator (slika 2.5). Ako trag struje utječe na horizontalni stabilizator, struja zraka stvara dodatnu silu na njemu koja stvara dodatni moment oko  $y$ -osi koji povećava kut propinjanja  $\Theta_e$ . Utjecaj faktora  $k_{\lambda_{tp}}$  prikazan je na slici 4.5. Vrijednosti su dobivene



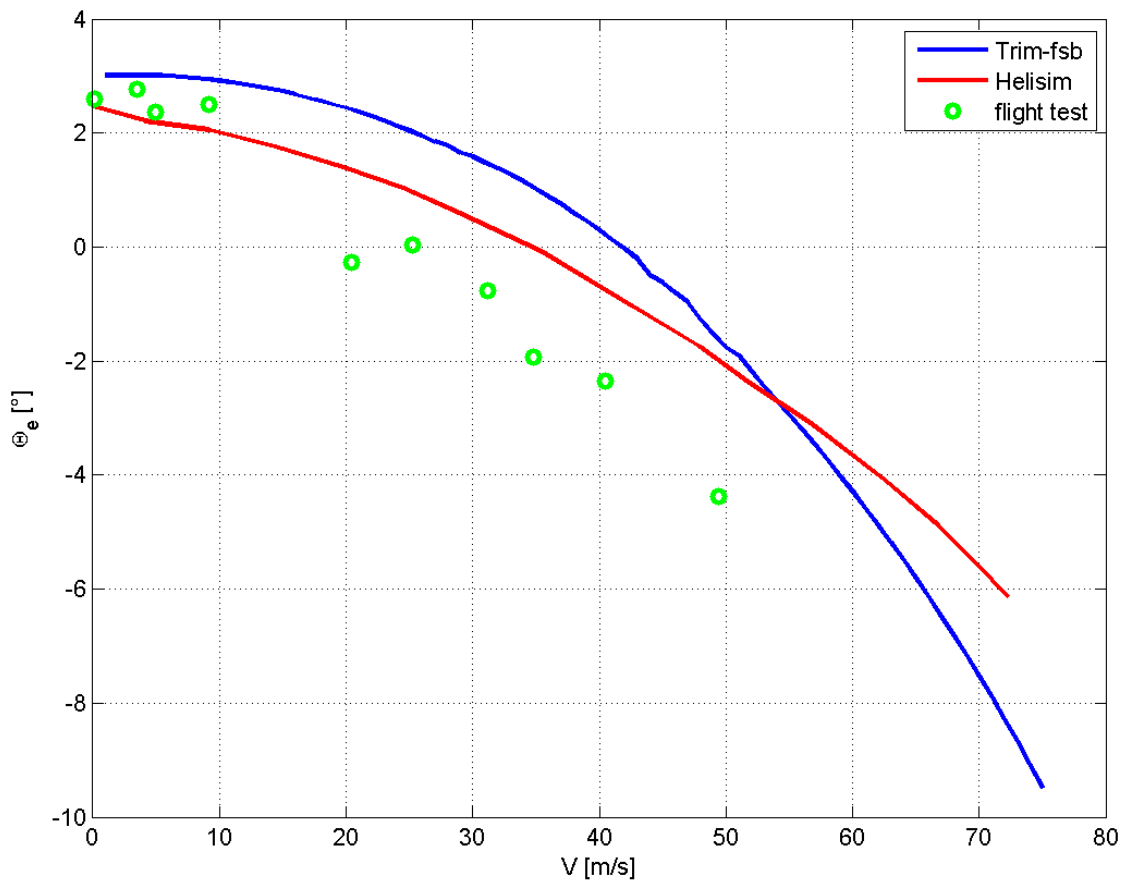
Slika 4.5: Utjecaj faktora  $k_{\lambda_{tp}}$  na kut propinjanja  $\Theta_e$  - Lynx

za faktore prigušenja  $k_\theta = 1$  i  $k_\phi = 0.2$ , pri čemu je  $k_{\lambda_{tp}}$  konstanta za čitavo područje brzina.

## 4.2. Usporedba rezultata

Na sljedećim dijagramima bit će prikazana usporedba rezultata dobivenih algoritmom *Trim-fsb* s rezultatima dobivenim tijekom leta prema literaturi [1] i drugim dostupnim modelima (*Helisim* i *Trim-CF*). Važno je napomenuti kako je od svih varijabli prikazanih jednadžbom 3.3 najutjecajnija brzina, stoga će i vrijednosti biti prikazane ovisno o njoj.

Na slici 4.6 prikazana je usporedba kuta propinjanja za helikopter Bo105. Vidljivo je

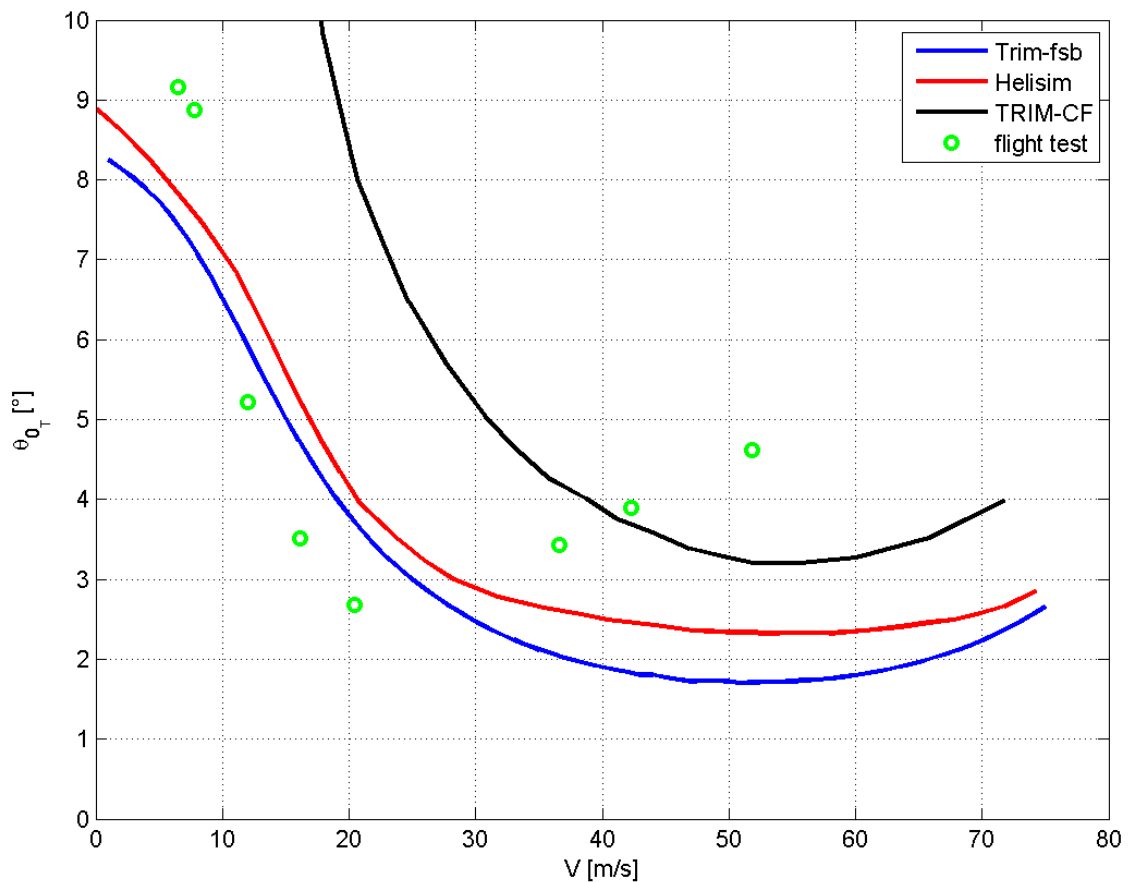


Slika 4.6: Kuta propinjanja - Bo105

da program *Trim-fsb* prati rezultate dobivene u letu i da se pri malim brzinama leta oni poklapaju. Za veće brzine leta vrijednosti su povećane pri čemu utjecaj  $k_{\lambda_{tp}}$  simulaci-

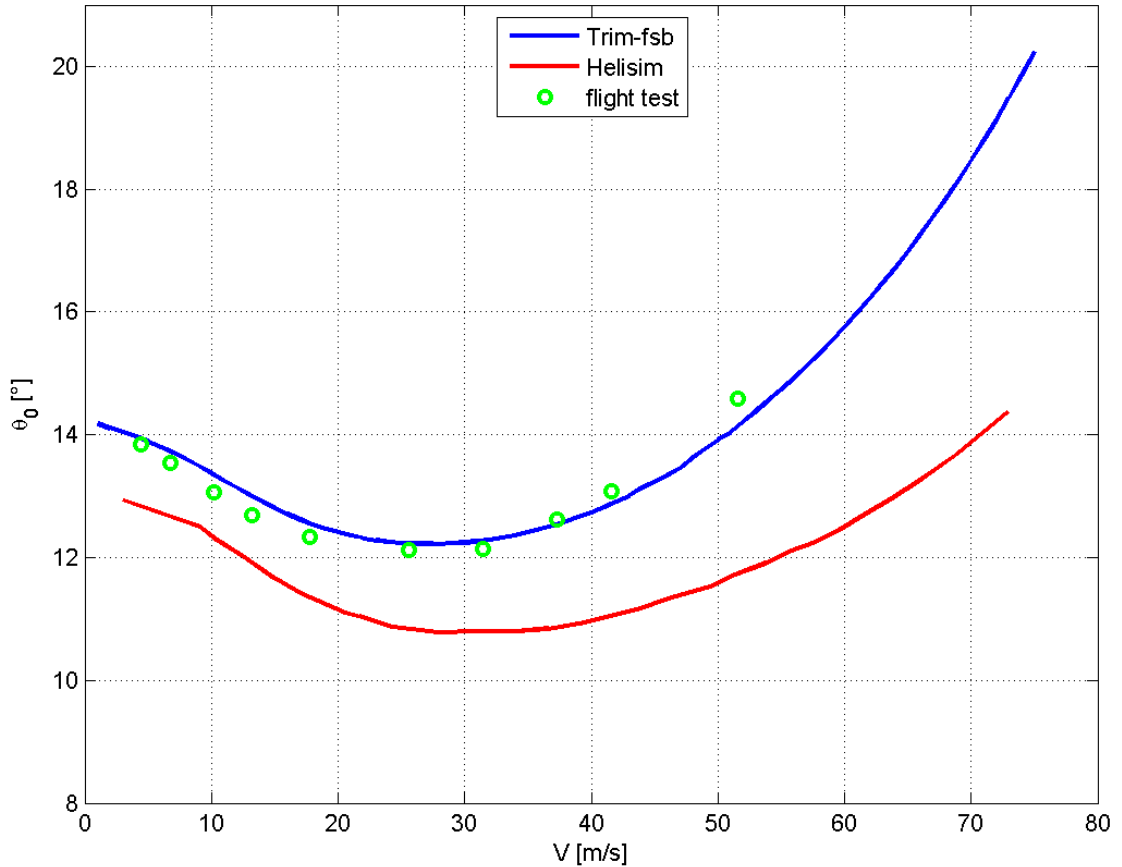


jom nije baš dobro predviđen i daje povećane vrijednosti rezultata. Na slikama 4.7-4.10 prikazana je usporedba upravljačkih veličina rotora za helikoptera Bo105. Na slici 4.7 prikazana je usporedba tri modela s rezultatima dobivenim tijekom leta za kolektivni postavni kut repnog rotora. Vidljivo je kako *TRIM-CF* ima značajna odstupanja za



Slika 4.7: Kolektivni postavni kut repnog rotora - Bo105

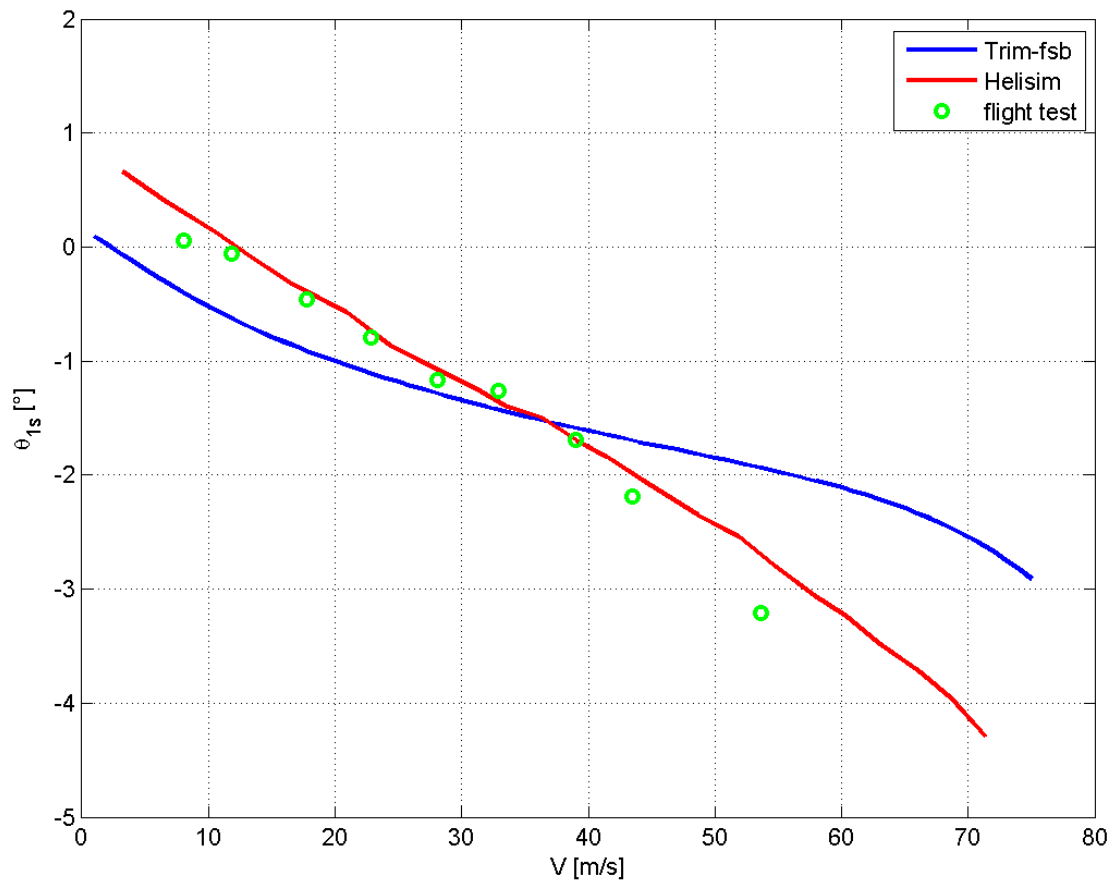
razliku od druga dva modela, pri čemu za male brzine leta *Trim-fsb* i *Helisim* daju zadovoljavajuće rezultate, dok je za veće brzine razlika značajnija. Razlog tomu je što na repnom rotoru nema mahanja lopatica i značajan je utjecaj aerodinamike i vertikalnog stabilizatora koji povećavaju razliku. Na slici 4.8 može se vidjeti kako se vrijednost kolektivnog postavnog kuta dobivenog programom *Trim-fsb* poklapa s rezultatima do-



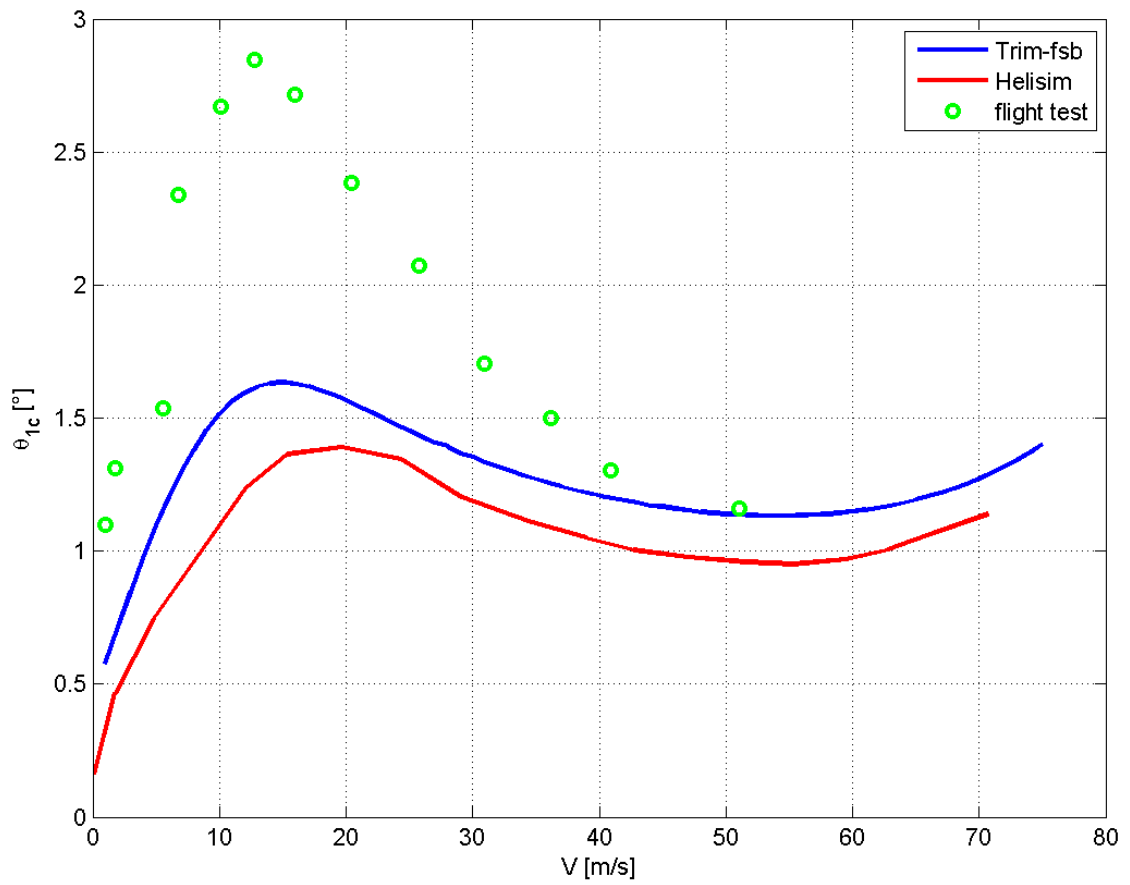
Slika 4.8: Kolektivni postavni kut glavnog rotora - Bo105

bivenim tijekom leta.

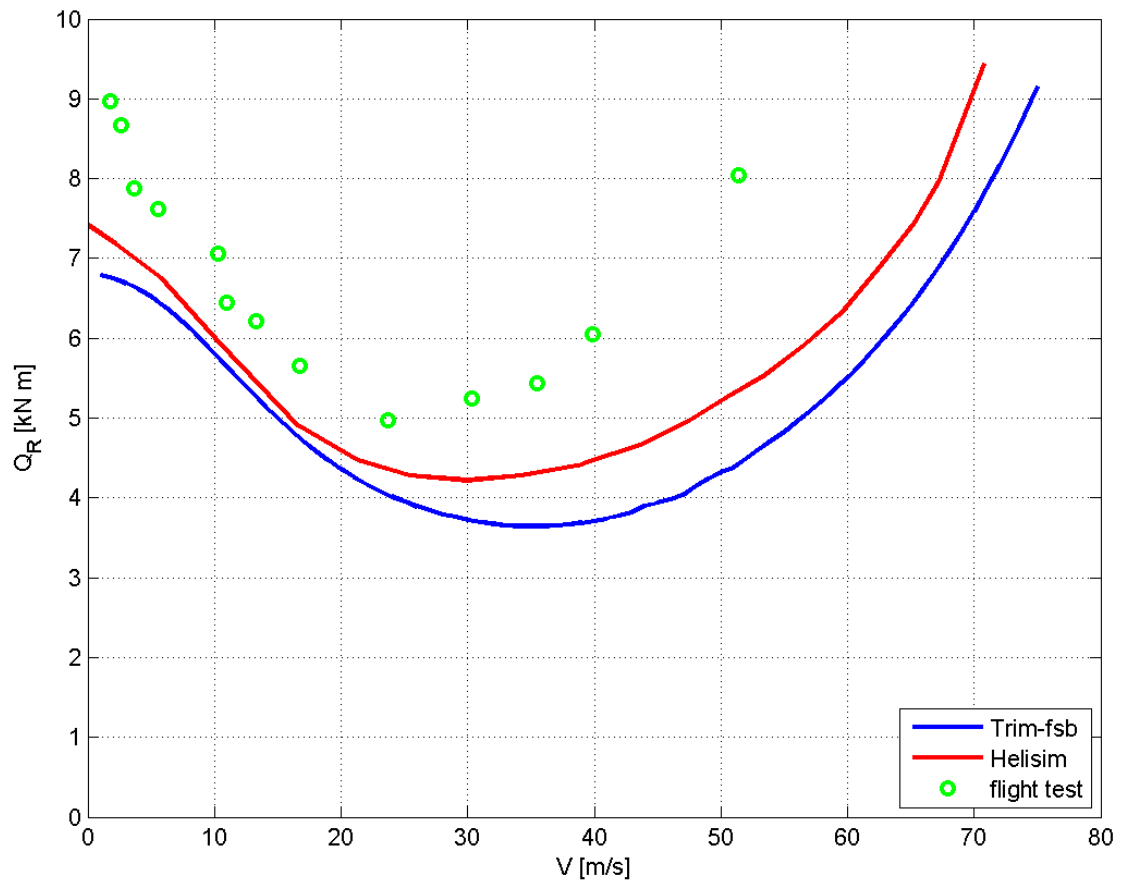
Na slikama 4.9 i 4.10 prikazani su uzdužni i bočni ciklički postavni kutevi koji zbog pretpostavki linearne aerodinamike daju nešto drugačije rezultate od onih dobivenih tijekom leta. Slika 4.11 prikazuje okretni moment rotora pri čemu oba modela prikazuju manju vrijednost nego rezultati dobiveni tijekom leta. Pri većim brzinama dolazi do povećanja parazitskog otpora pa je samim time potrebna i veća snaga, a javlja se i značajnije odstupanje od rezultata dobivenih tijekom leta. Može se i primjetiti kako okretni moment prati liniju kolektivnog postavnog kuta, a minimalna potrebna snaga za brzinu leta je oko 30 m/s.



Slika 4.9: Uzdužni ciklički postavni kut - Bo105

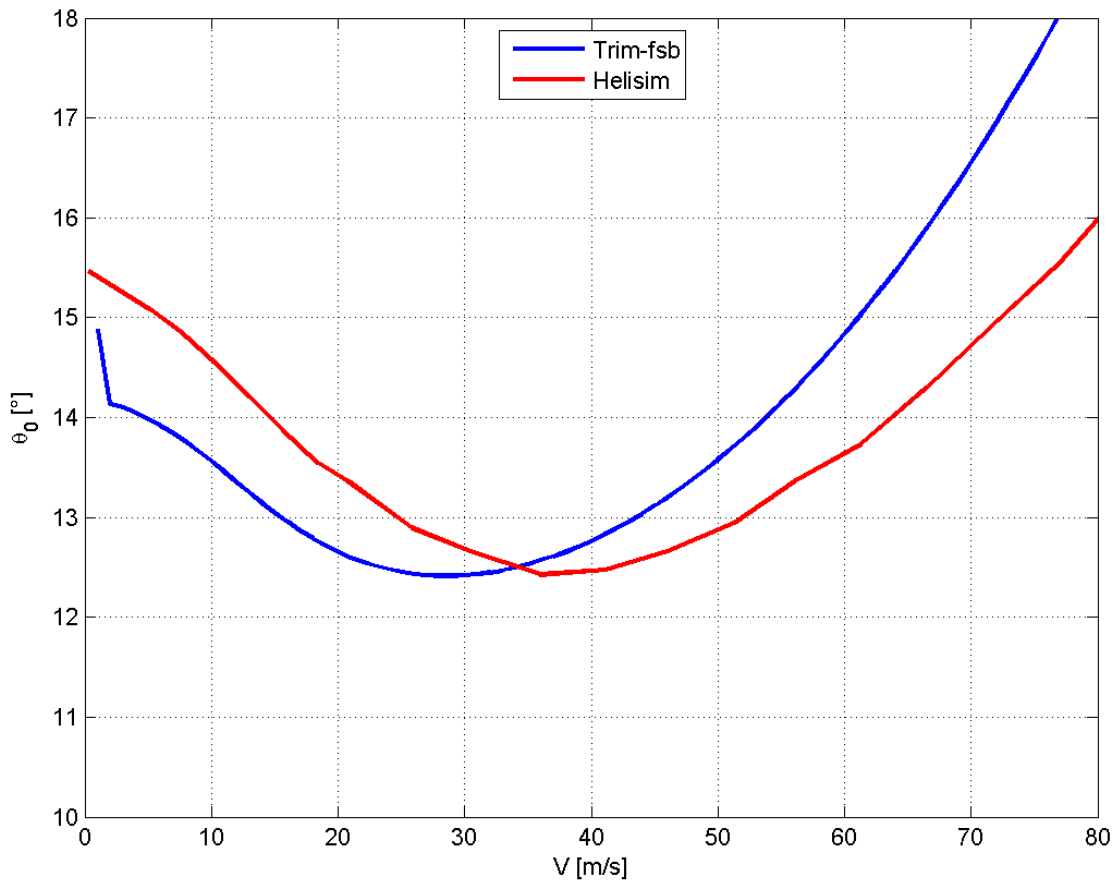


Slika 4.10: Bočni ciklički postavni kut - Bo105



Slika 4.11: Okretni moment glavnog rotora - Bo105

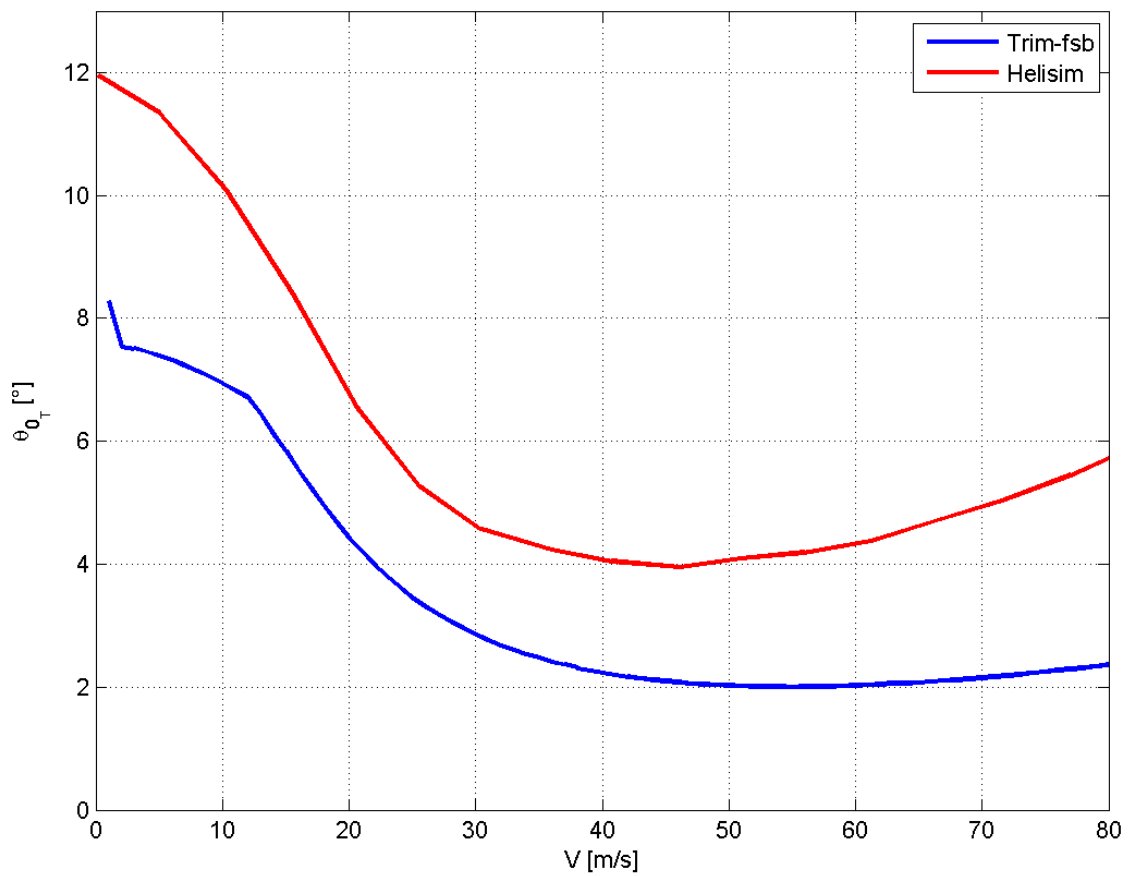
Na sljedećim slikama prikazane su upravljačke veličine helikoptera Puma pa je tako na slici 4.12 prikazana usporedba kolektivnog postavnog kuta. Može se primjetiti da se kri-



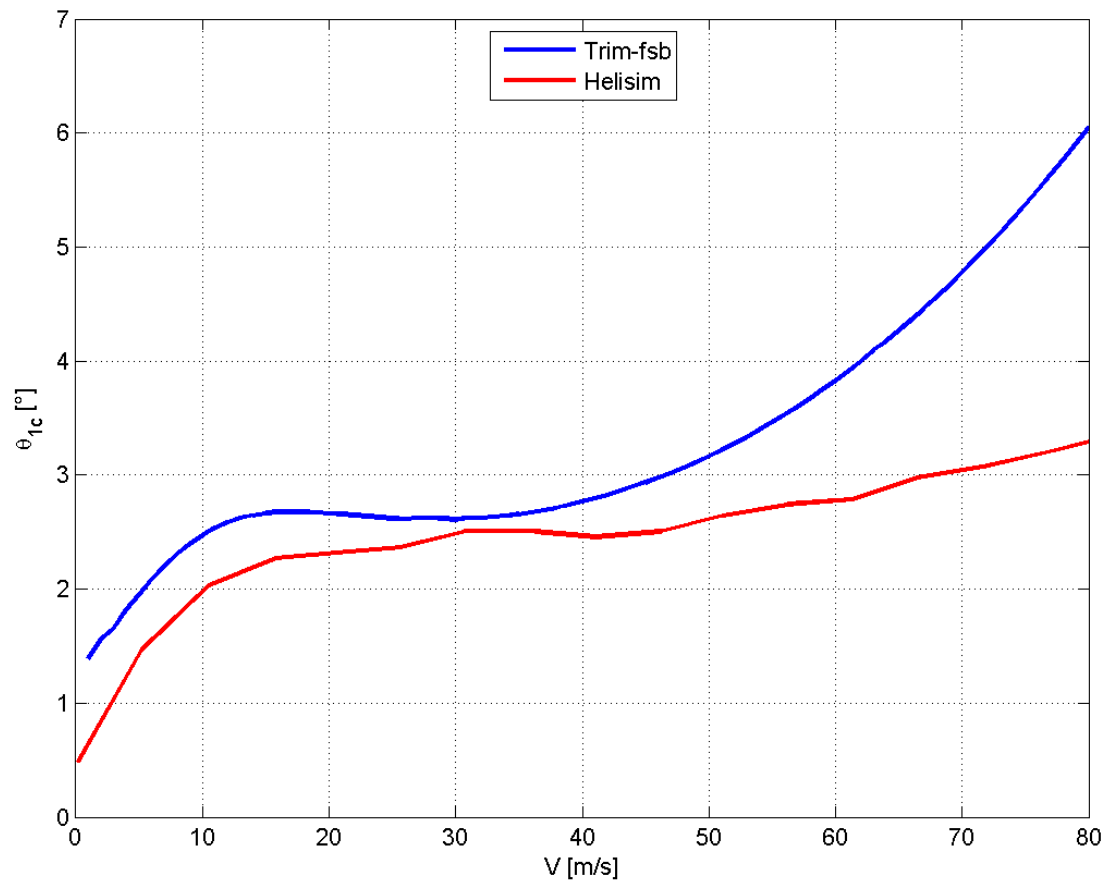
Slika 4.12: Kolektivni postavni kut - Puma

vulje poklapaju za manje brzine leta, dok pri većim brzinama nastaju i veća odstupanja. Razlog tomu može biti utjecaj struje zraka glavnog rotora na horizontalni stabilizator, koji osim što povećava kut propinjanja smanjuje i kolektivni postavni kut. Također, linearizacija i zanemarivanje efekata spomenutih u teorijskom dijelu rada može imati utjecaja da se krivulje ne poklapaju.

Na slikama 4.13 i 4.14 prikazana je usporedba modela za kolektivni postavni kut repnog rotora i za bočni ciklički postavni kut. Na ovim slikama vidljivo je da je tijekom krivulja isti i da se rezultati poklapaju za manje brzine leta, dok se pri većim brzinama rezultati počinju značajnije neslagati.



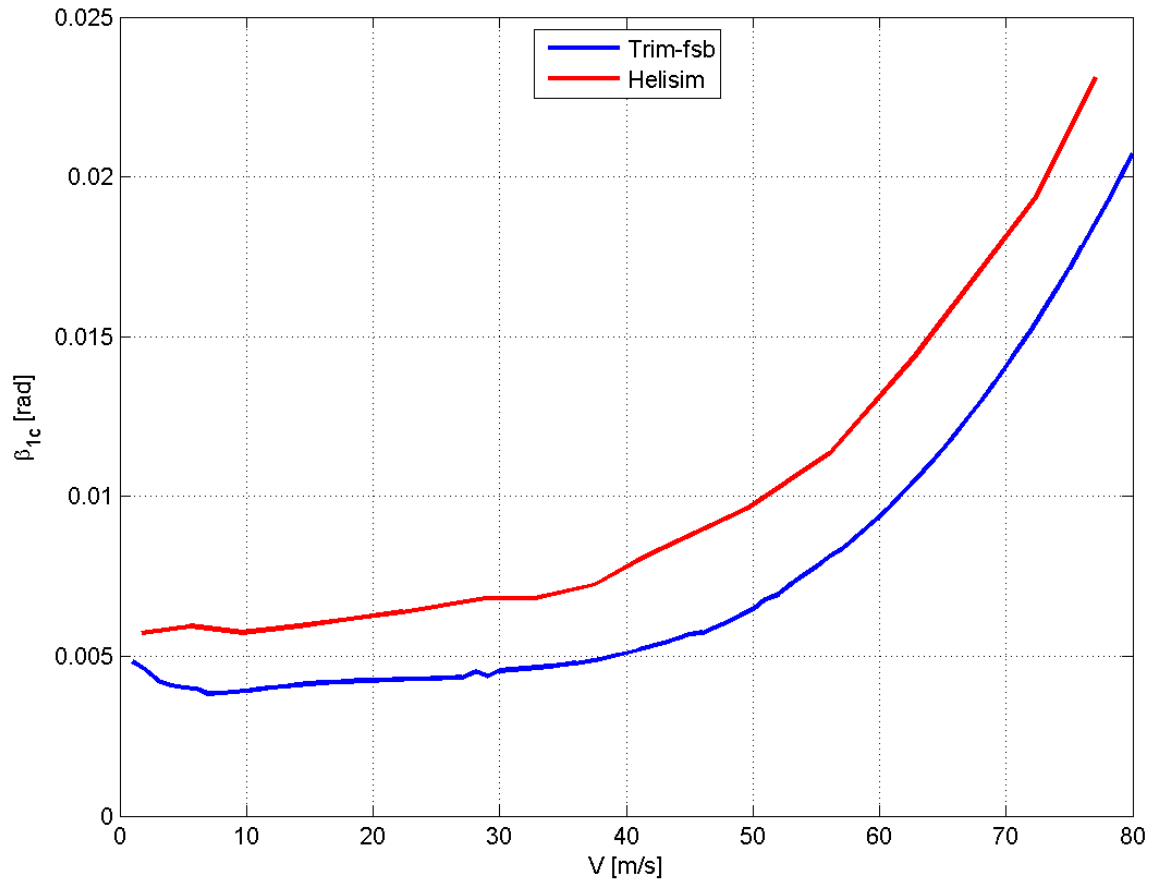
Slika 4.13: Kolektivni postavni kut repnog rotora - Puma



Slika 4.14: Bočni ciklički postavni kut - Puma

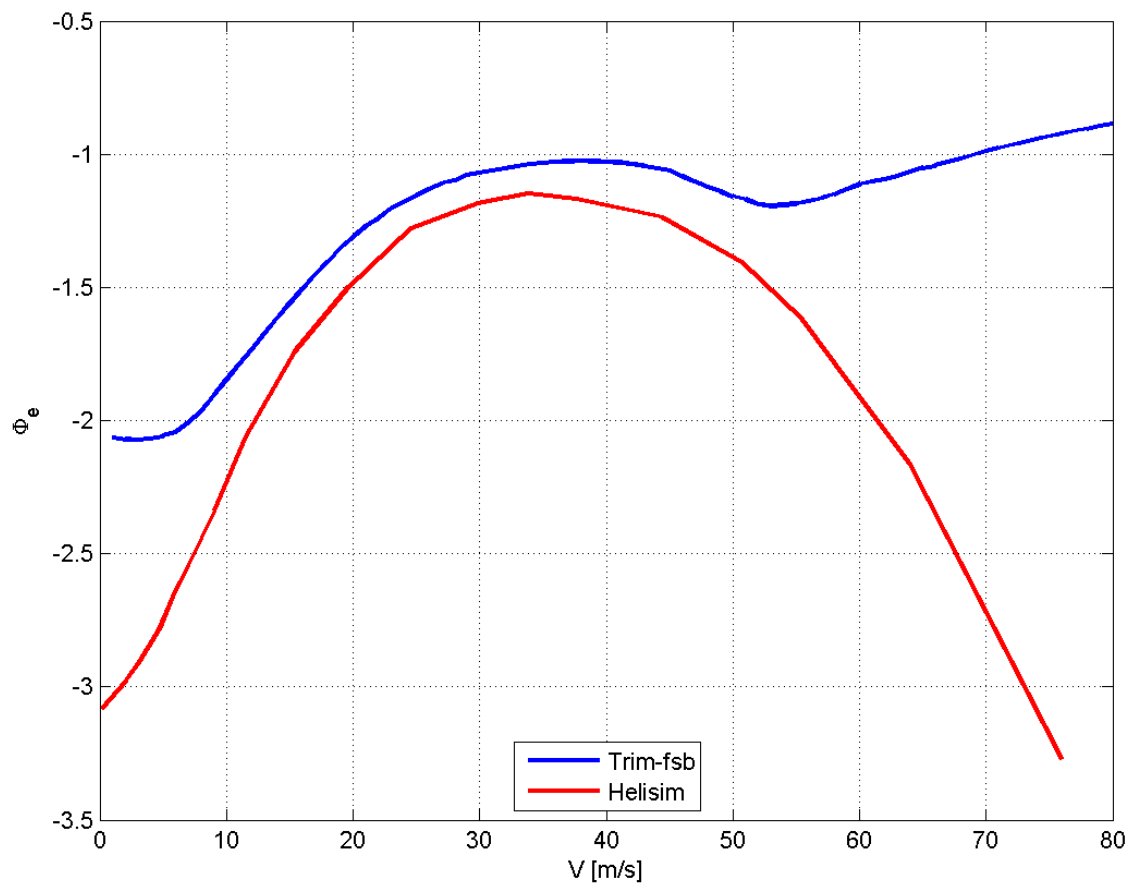


Na slici 4.15 prikazana je usporedba uzdužnog kuta mahanja dva modela za helikopter Lynx. Dobiveno rješenje je za  $k_{\lambda_{tp}} = 0,7$ , a utjecaj tog faktora također djeluje na uzdužni kut mahanja.



Slika 4.15: Uzdužni kut mahanja - Lynx

Na slici 4.16 prikazan je kut valjanja Lynx-a. Vidljivo je da pri lebdenju *Trim-fsb* daje manju vrijednost kuta valjanja, te da za vrijednosti veće od 50 m/s dolazi do velikog odstupanja od *Helisim*-a. Za očekivati je da će se pri većim vrijednostim brzine kut valjanja početi smanjivati. Razlog ovako velikog odstupanja pri velikim brzinama može biti u pretpostavci da je moment valjanja  $L$  zanemaren na cijelom području brzina, što je opravdana pretpostavka samo za manje brzine leta.

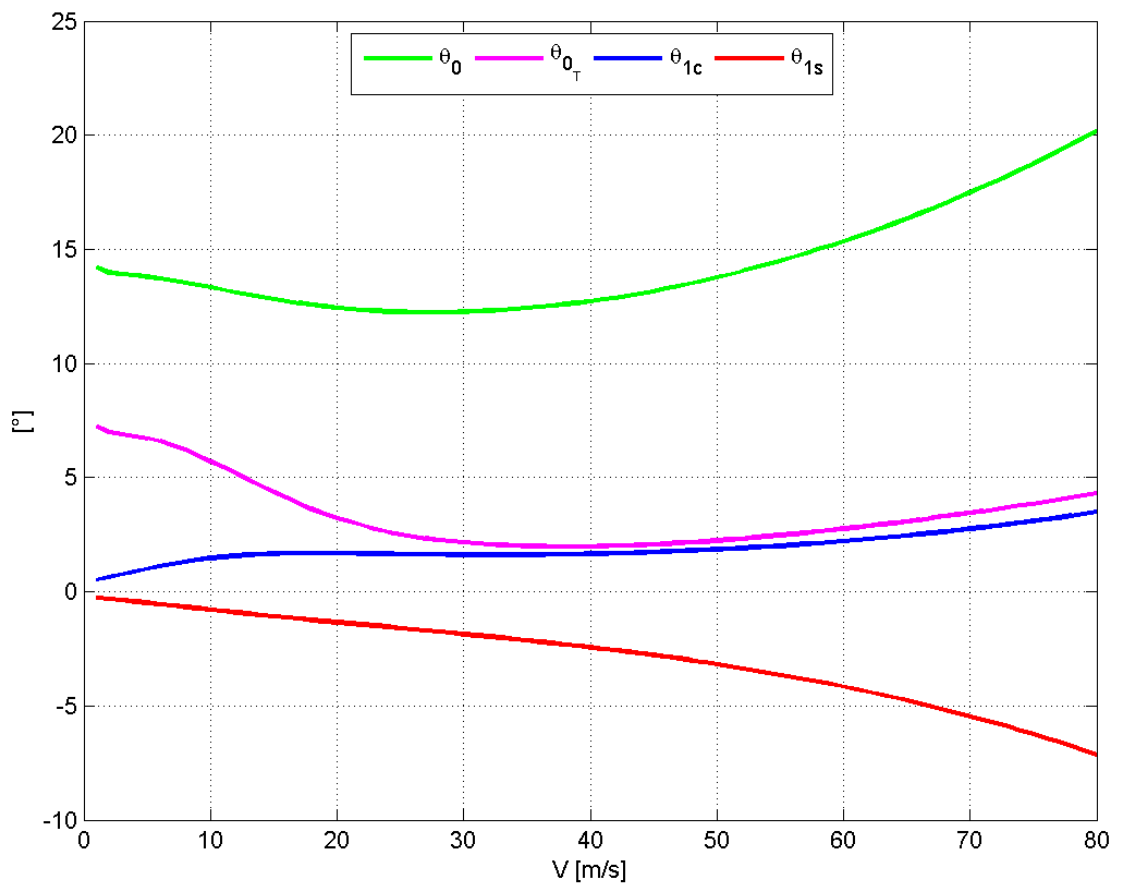


Slika 4.16: Kut valjanja - Lynx

### 4.3. Usporedba karakterističnih veličina za različite helikoptere

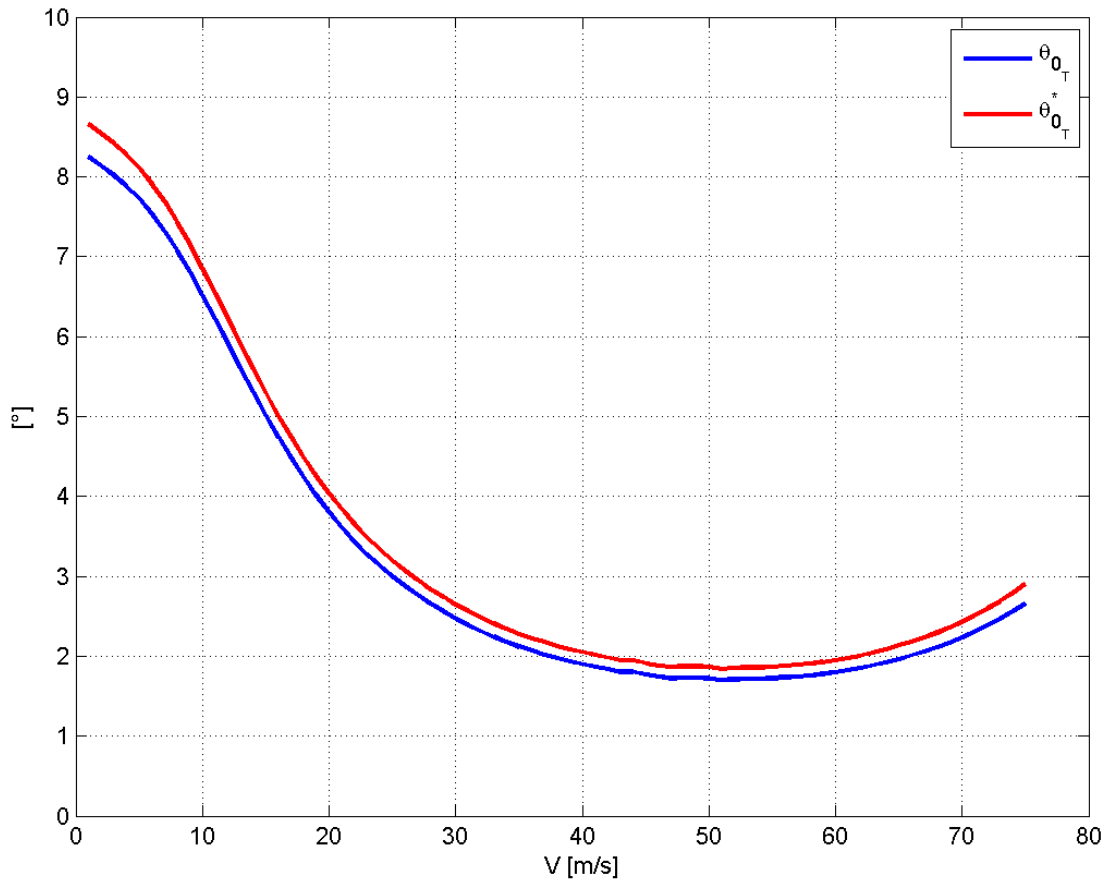
U ovom poglavlju biti će prikazana usporedba veličina za tri analizirana helikoptera - Lynx, Bo105 i Puma. Iako su ti helikopteri različitih namjena i tehničkih mogućnosti, zanimljivo je međusobno usporediti neke veličine.

Upravljačke veličine  $\theta_0$ ,  $\theta_{0T}$ ,  $\theta_{1c}$  i  $\theta_{1s}$  glavnog i repnog rotora, s obzirom na brzinu, prikazane su na slici 4.17 za Lynx.



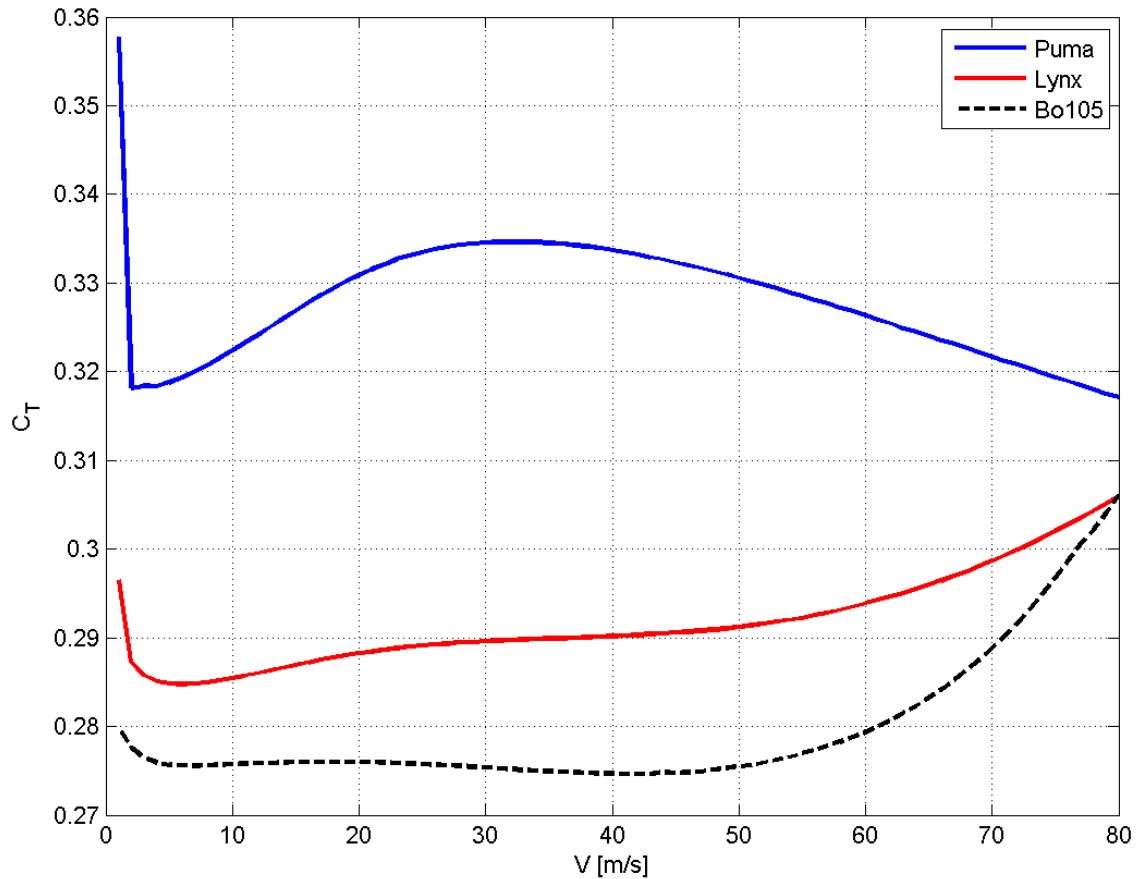
Slika 4.17: Kontrolne veličine glavnog rotora - Lynx

U teorijskom dijelu rada spomenuto je kako konstrukcijski kut  $\delta_3$  utječe na kolektivni postavni kut repnog rotora. Na slici 4.18 prikazan je utjecaj  $\delta_3$  pri čemu se vidi da postoji povećanje kolektivnog postavnog kuta repnog rotora za 0.2 stupnja. Koeficijenti



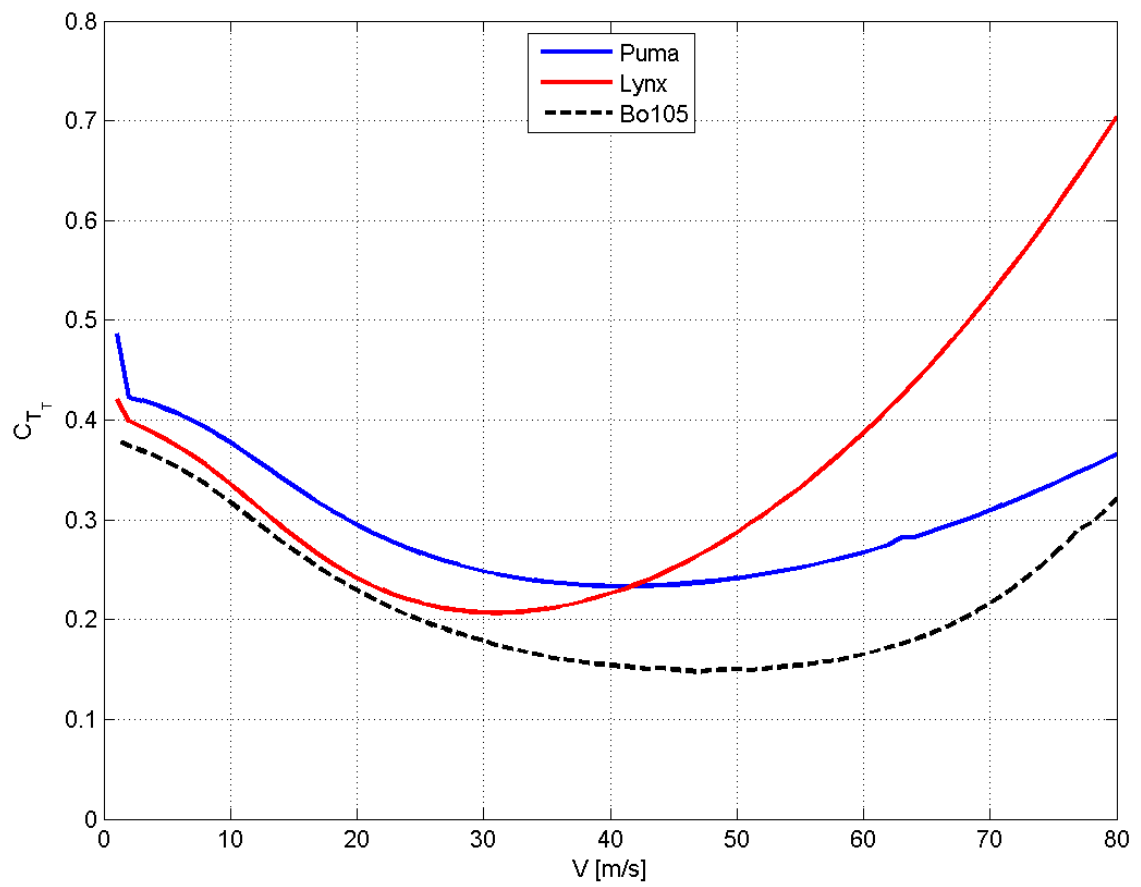
Slika 4.18:  $\delta_3$  korekcija - Bo105

pogonske sile glavnog i repnog rotora i okretnog momenta glavnog rotora prikazani su na slikama 4.19, 4.20 i 4.21. Može se primjetiti da je pogonska sila najmanja za Bo105 s obzirom da je to najlakši helikopter od promatranih. Za očekivati je da se potrebna sila povećava s brzinom leta, pa model ne daje dobre rezultate za Pumu. Najmanju potrebnu silu na repnom rotoru ima Bo105, a najveću Puma što je i za očekivati jer je najteži helikopter. Također, pri manjim brzinama leta ovaj model daje dobre rezultate

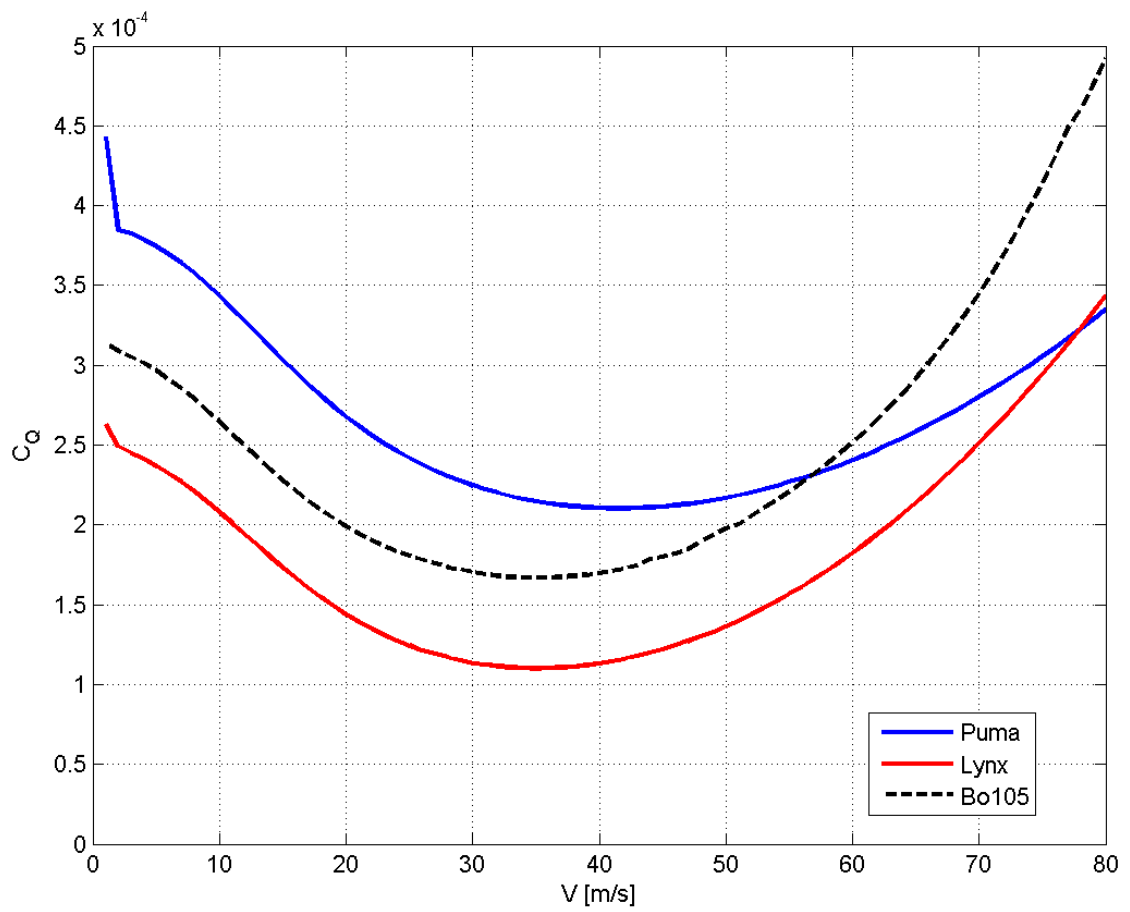


Slika 4.19: Koeficijent pogonske sile glavnog rotora

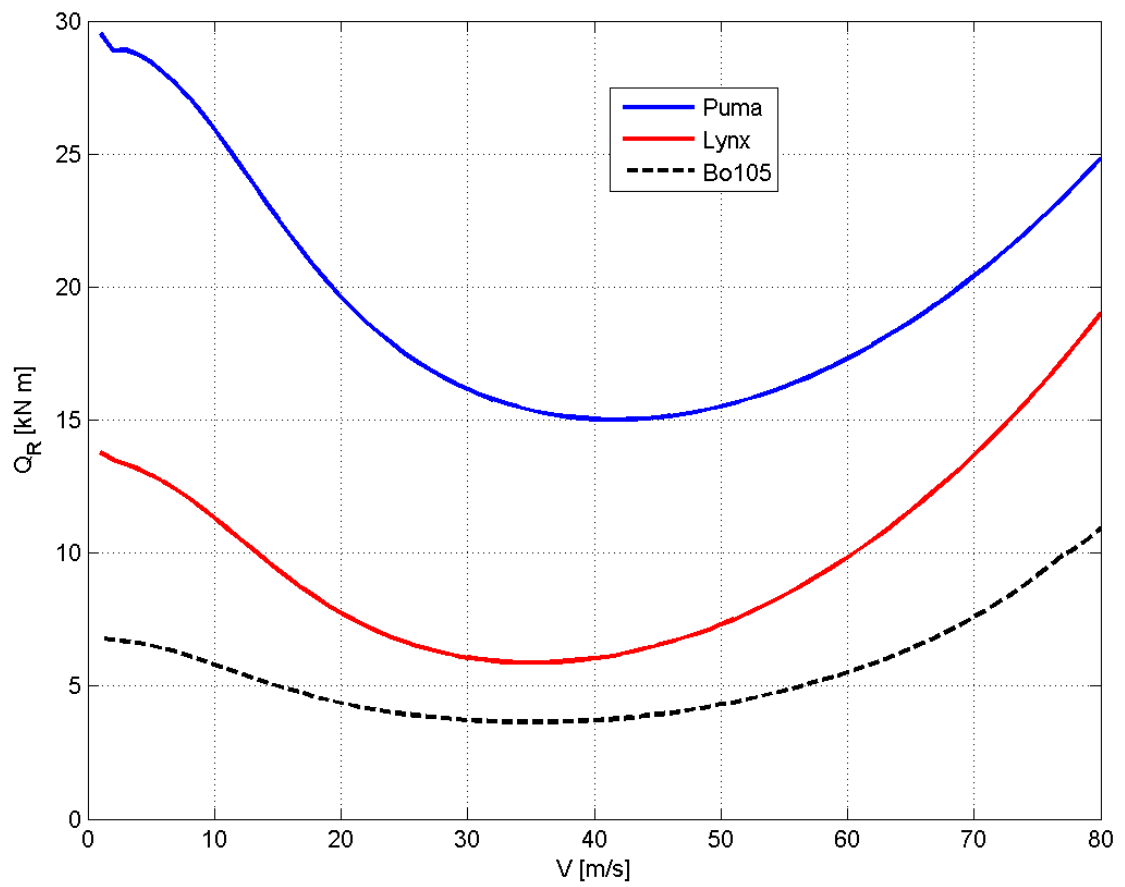
za pogonsku silu repnog rotora, dok pri većim možemo vidjeti odstupanja. Na slici 4.22 i 4.23 prikazan je okretni moment glavnog i repnog rotora. Može se prikazati i potrebna snaga za sva tri helikoptera, slika 4.24, gdje se također vidi da je najmanje snage potrebno za Bo105 s obzirom da je najlakši helikopter. Budući da je koeficijent pogonske sile povezan sa snagom, vidljivo je da za Pumu ovaj model ne daje dobre rezultate. Na slici 4.25 prikazana je potrebna snaga za repni rotor za različite helikoptere. Usporedbom sa slikom 4.24 može se zaključiti da potrebna snaga na repnom rotoru iznosi oko 10% snage glavnog rotora.



Slika 4.20: Koeficijent pogonske sile repnog rotora

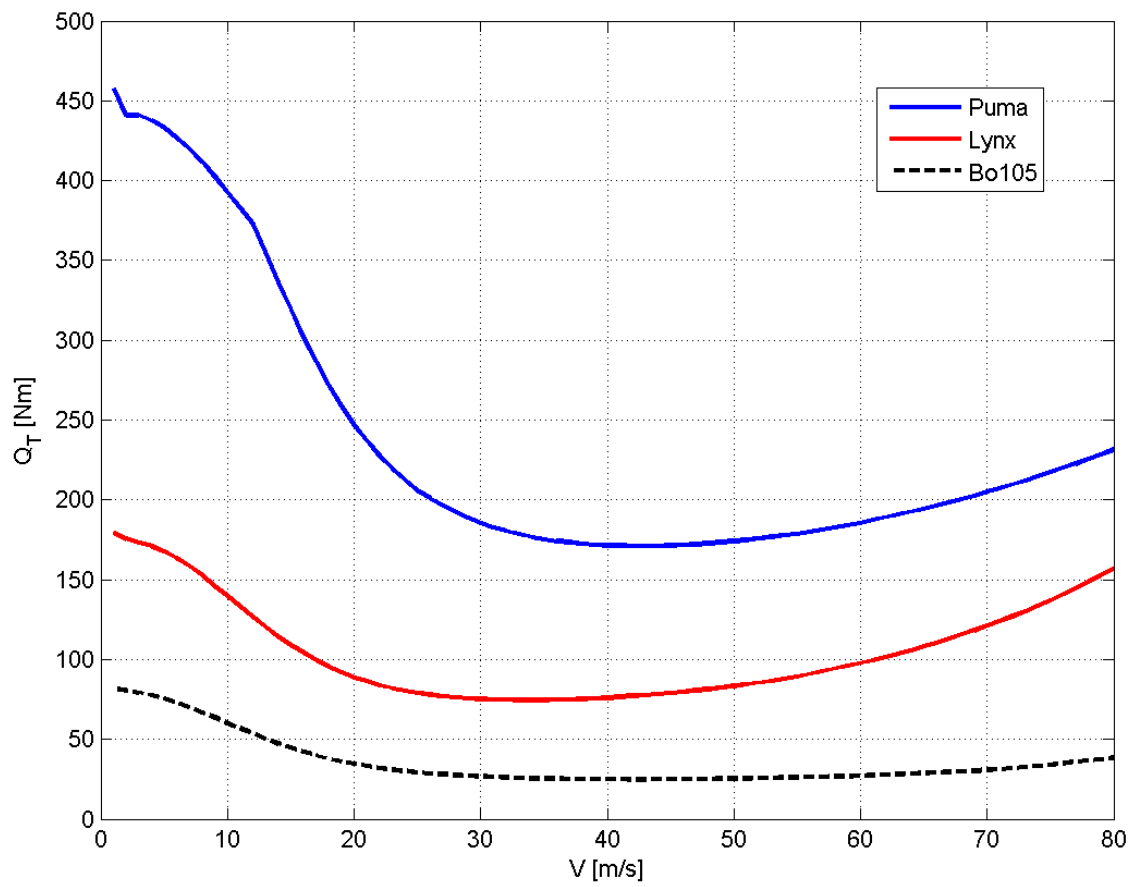


Slika 4.21: Koeficijent okretnog momenta glavnog rotora

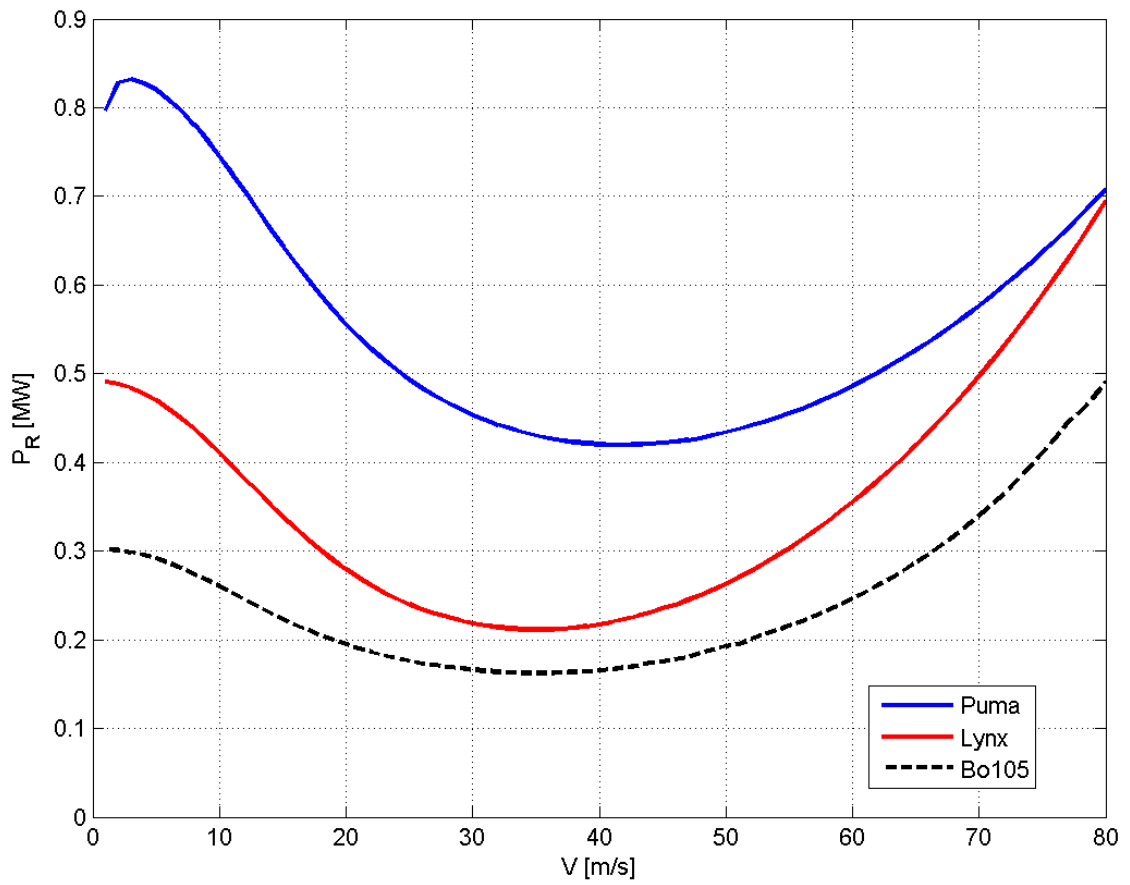


Slika 4.22: Okretni moment glavnog rotora

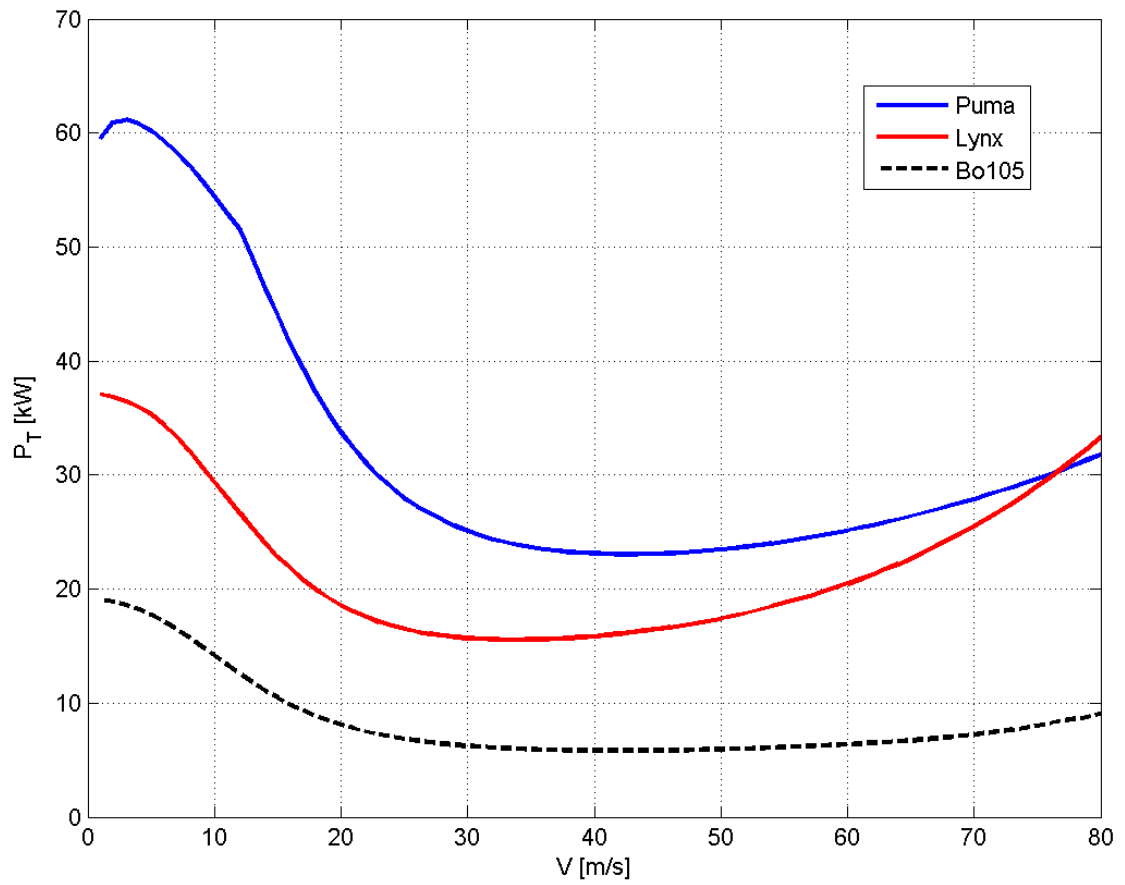




Slika 4.23: Okretni moment repnog rotora

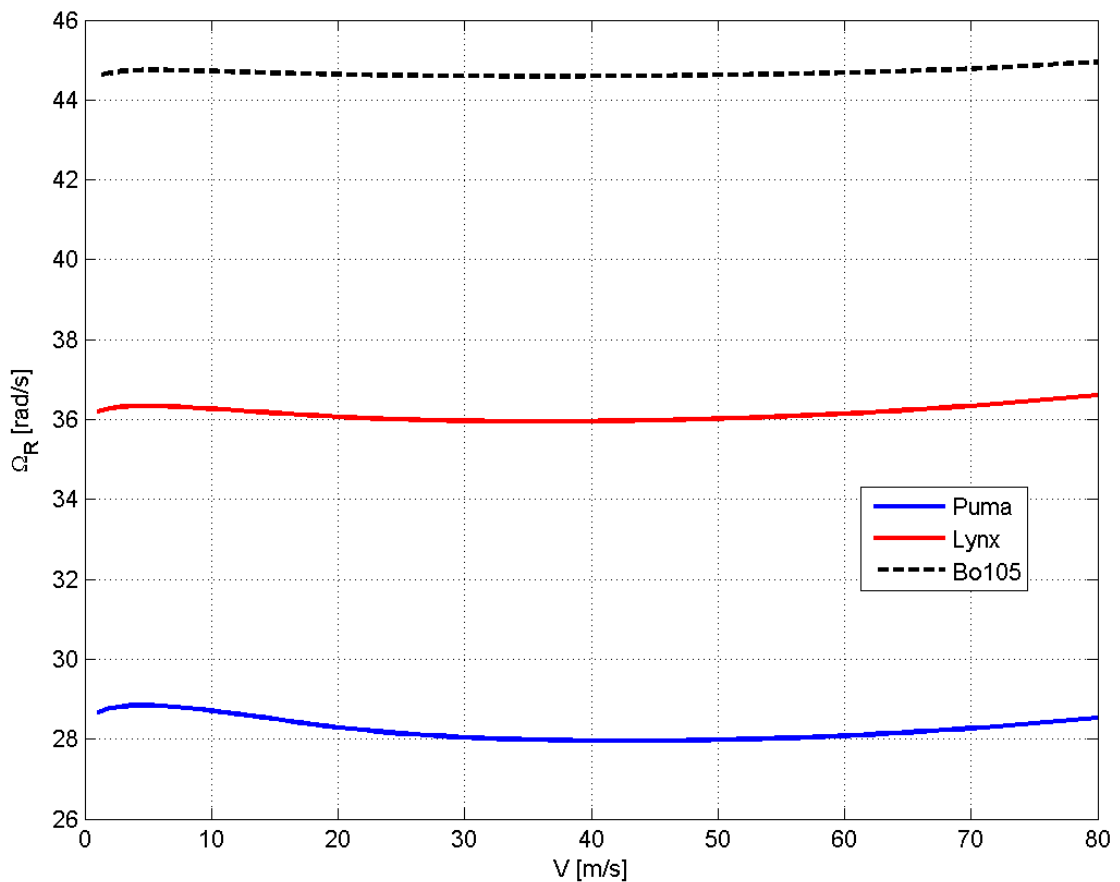


Slika 4.24: Potrebna snaga



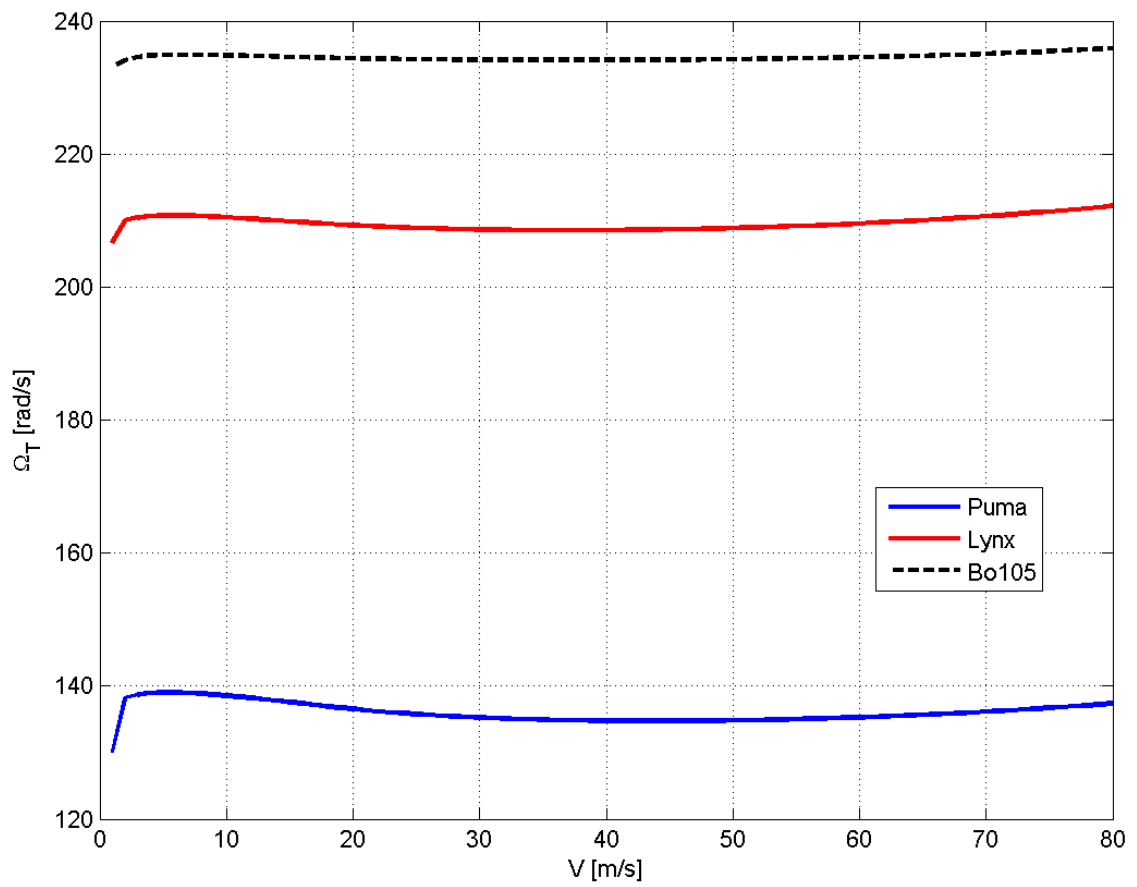
Slika 4.25: Potrebna snaga na repnom rotoru

Kutna brzina vrtnje za glavni i repni rotor prikazana je na slikama 4.26 i 4.27. Kako je u teorijskom dijelu rada spomenuto, brzina vrtnje ne mijenja se značajno s brzinom leta što se može vidjeti i na ovim dijagramima, a očekivano najveća je za najlakši helikopter Bo105. Također, najniže vrijednosti su za brzine oko 40 m/s pri čemu je potrebna najmanja snaga (slika 4.24). Na slici 4.28 prikazana je usporedba kuta propinjanja.

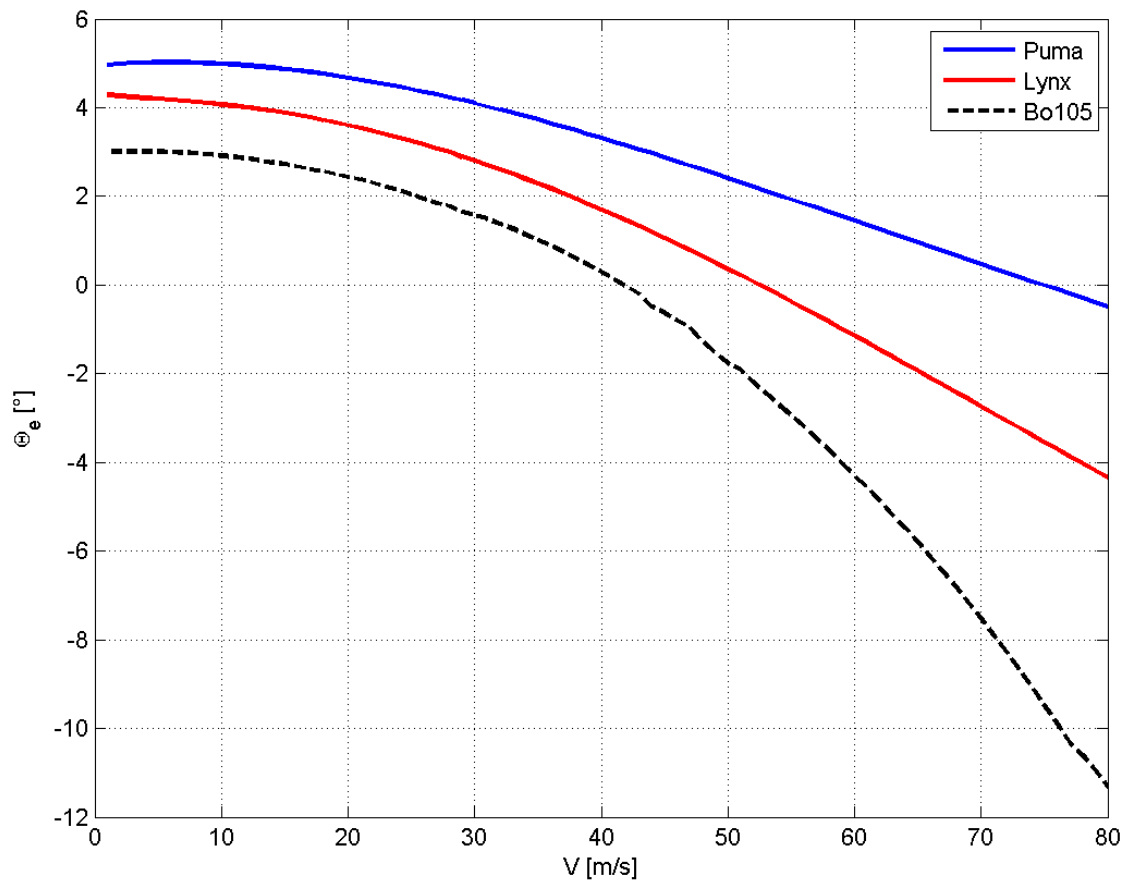


Slika 4.26: Kutna brzina vrtnje glavnog rotora

Važno je napomenuti da faktor  $k_{\lambda_{tp}}$  ima značajan utjecaj za rezultat kuta propinjanja.

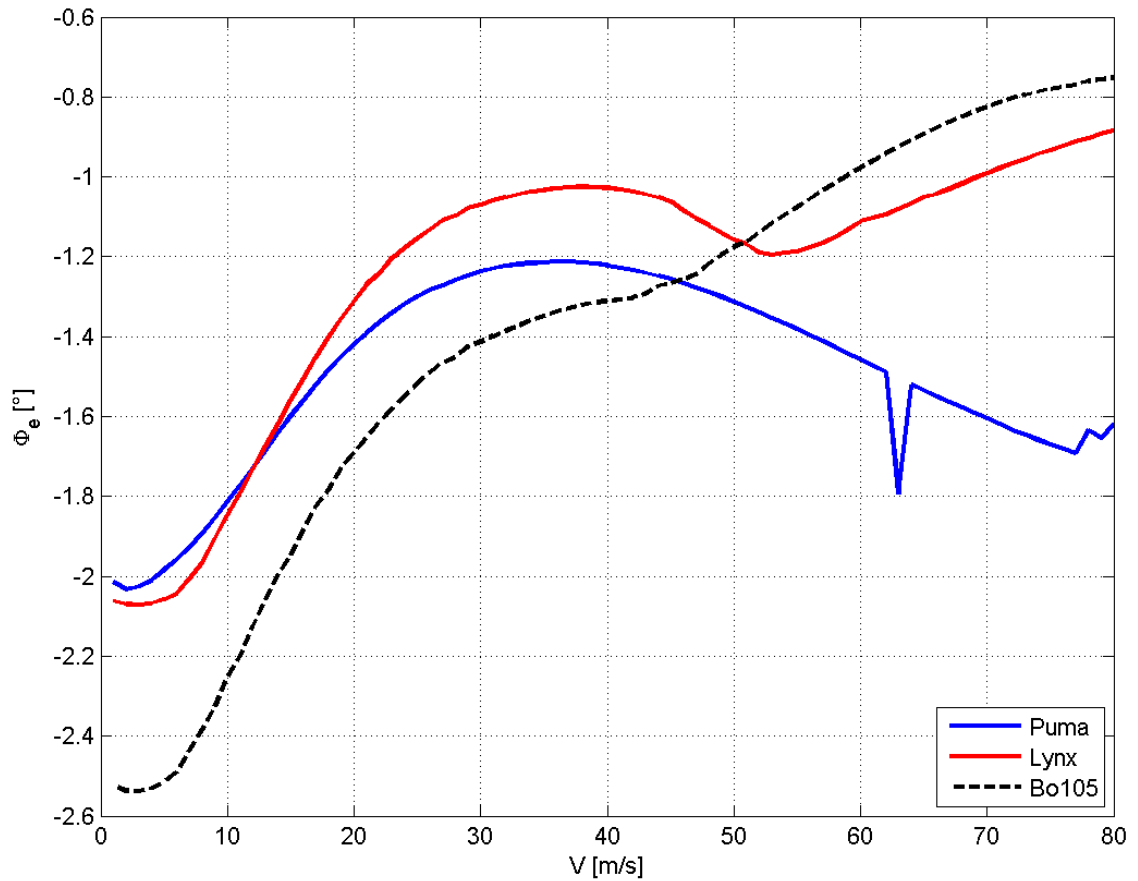


Slika 4.27: Kutna brzina vrtnje repnog rotora



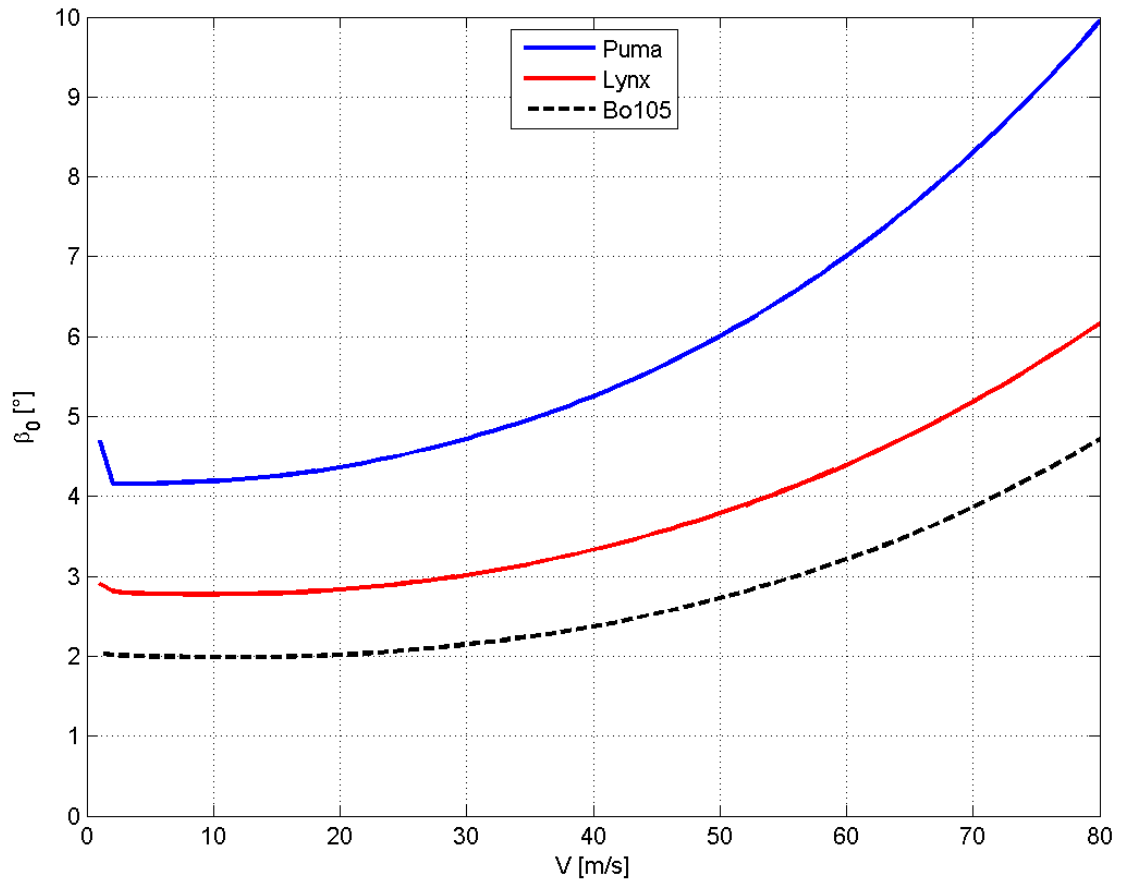
Slika 4.28: Kut propinjanja

Na slici 4.29 prikazana je usporedba kuta valjanja za tri analizirana helikoptera. Vidljivo je, isto kao i na slici 4.16, da su vrijednosti za male brzine leta zadovoljavajuće, dok pri većim brzinama algoritam ima značajna odstupanja.



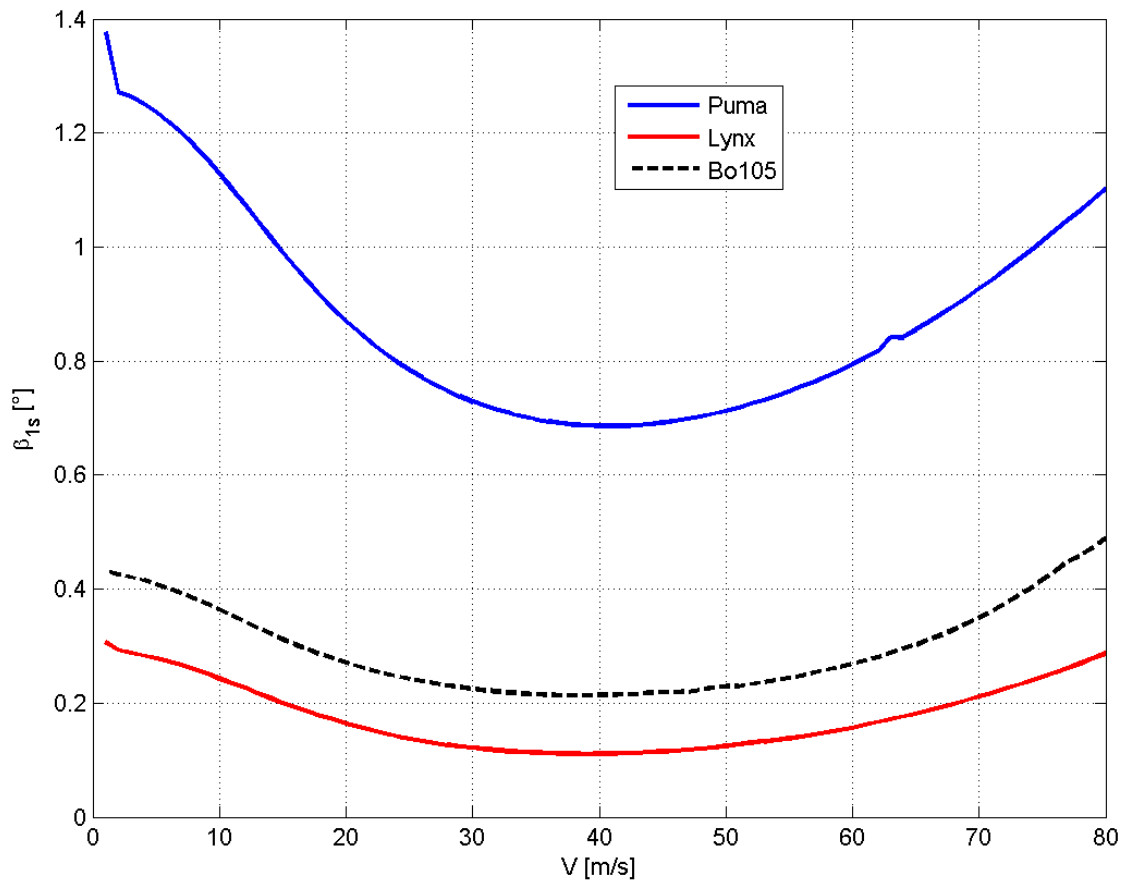
Slika 4.29: Kut valjanja

Zanimljivo je i prikazati kut konusa koji je za različite helikoptere prikazan na slici 4.30. Vidljivo je da kut konusa za sve helikoptere ima isti tijek, pri čemu je najveći za Pumu. Bočni i uzdužni kut mahanja prikazan je na slici 4.31 i 4.32.

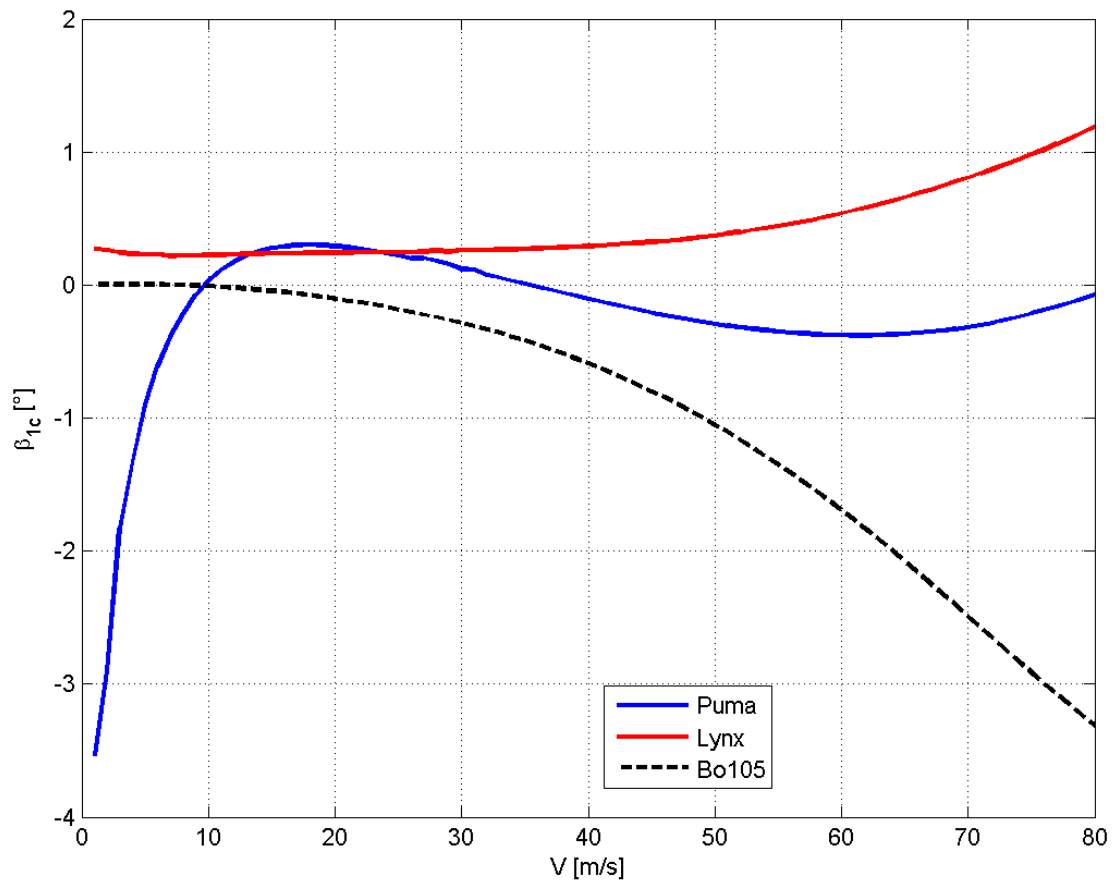


Slika 4.30: Kut konusa



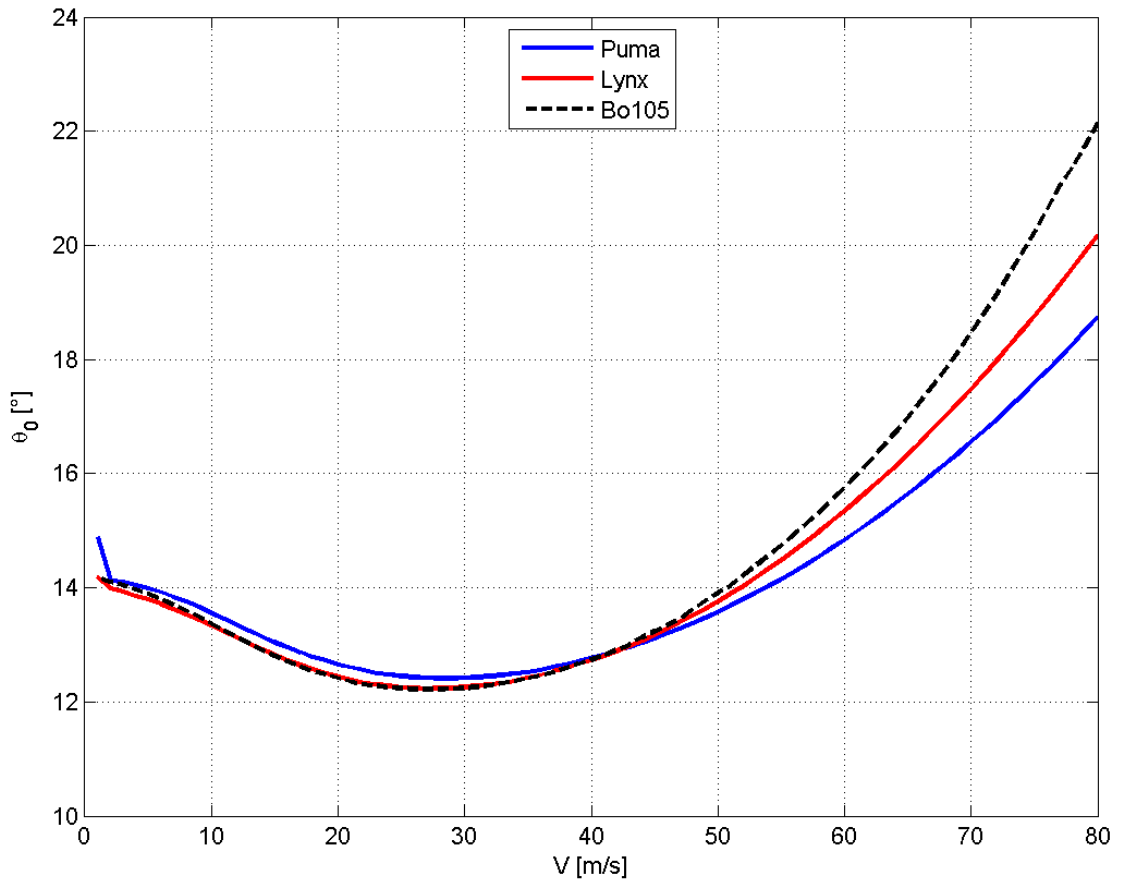


Slika 4.31: Bočni kut mahanja

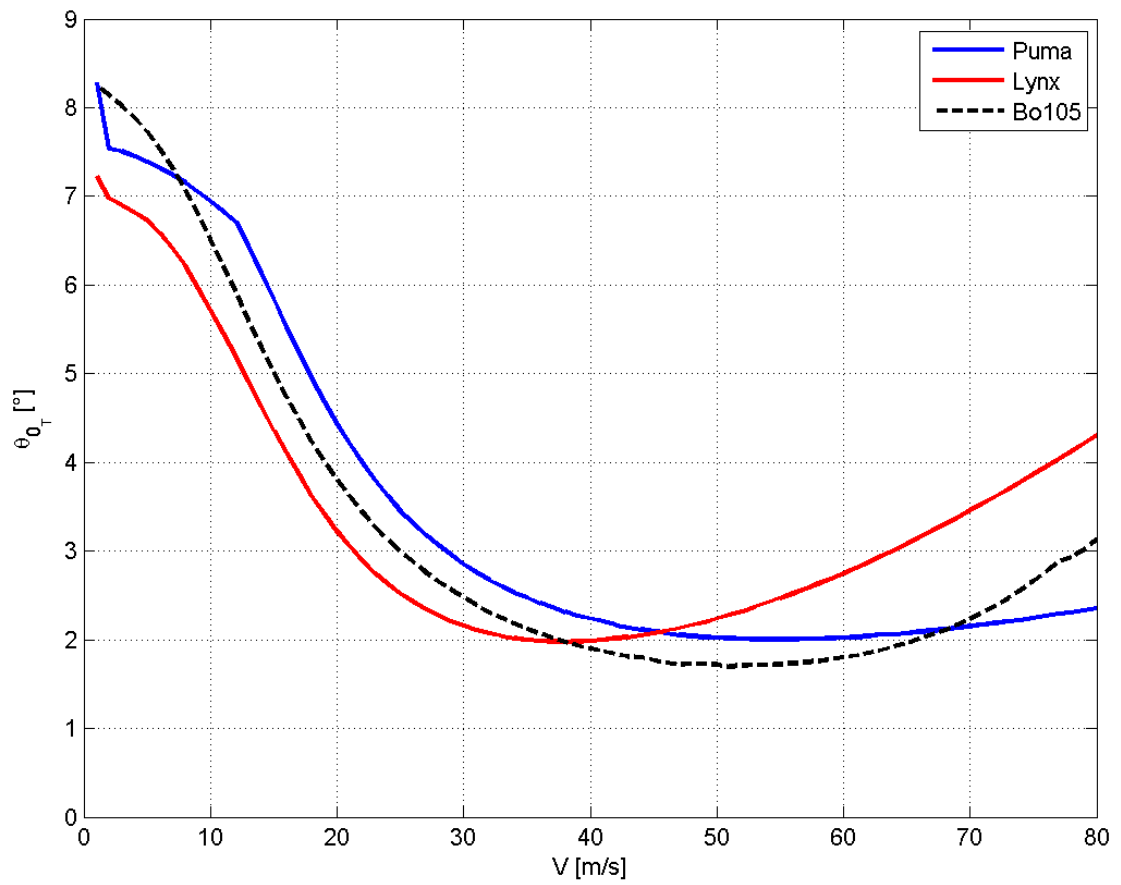


Slika 4.32: Uzdužni kut mahanja

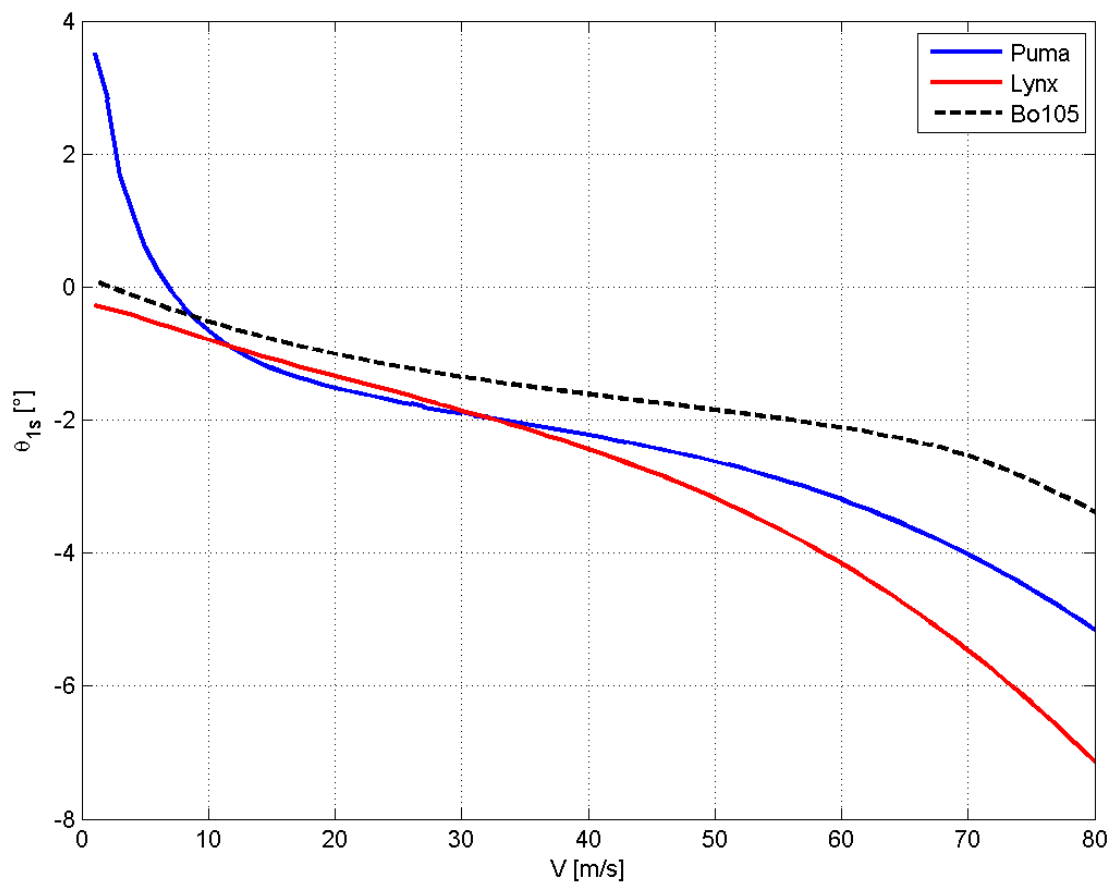
Usporedba upravljačkih veličina rotora prikazana je na slikama 4.33, 4.34, 4.35 i 4.36. Iz sva četiri dijagrama vidljivo je da veličine za manje brzine leta imaju isti tijek, dok se značajnija razlika može vidjeti pri većim brzinama.



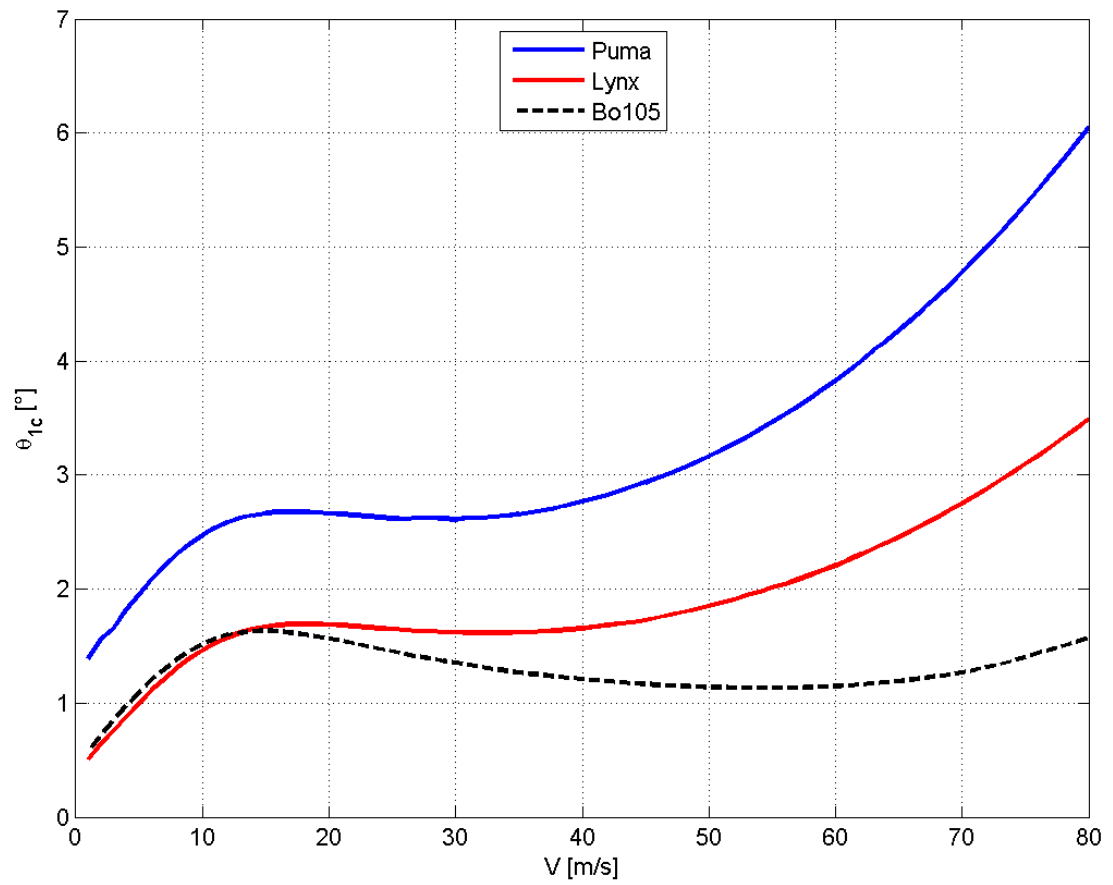
Slika 4.33: Kolektivni postavni kut



Slika 4.34: Kolektivni postavni kut repnog rotora

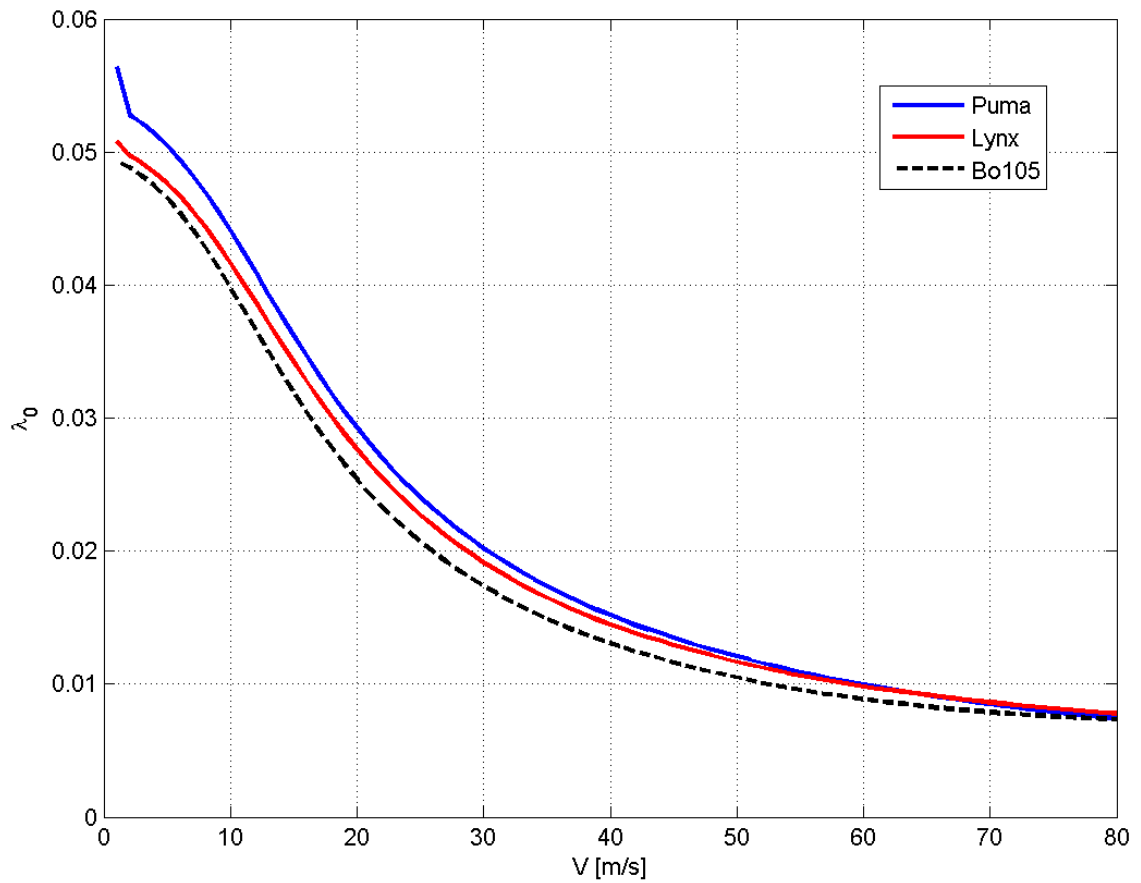


Slika 4.35: Uzdužni ciklički postavni kut

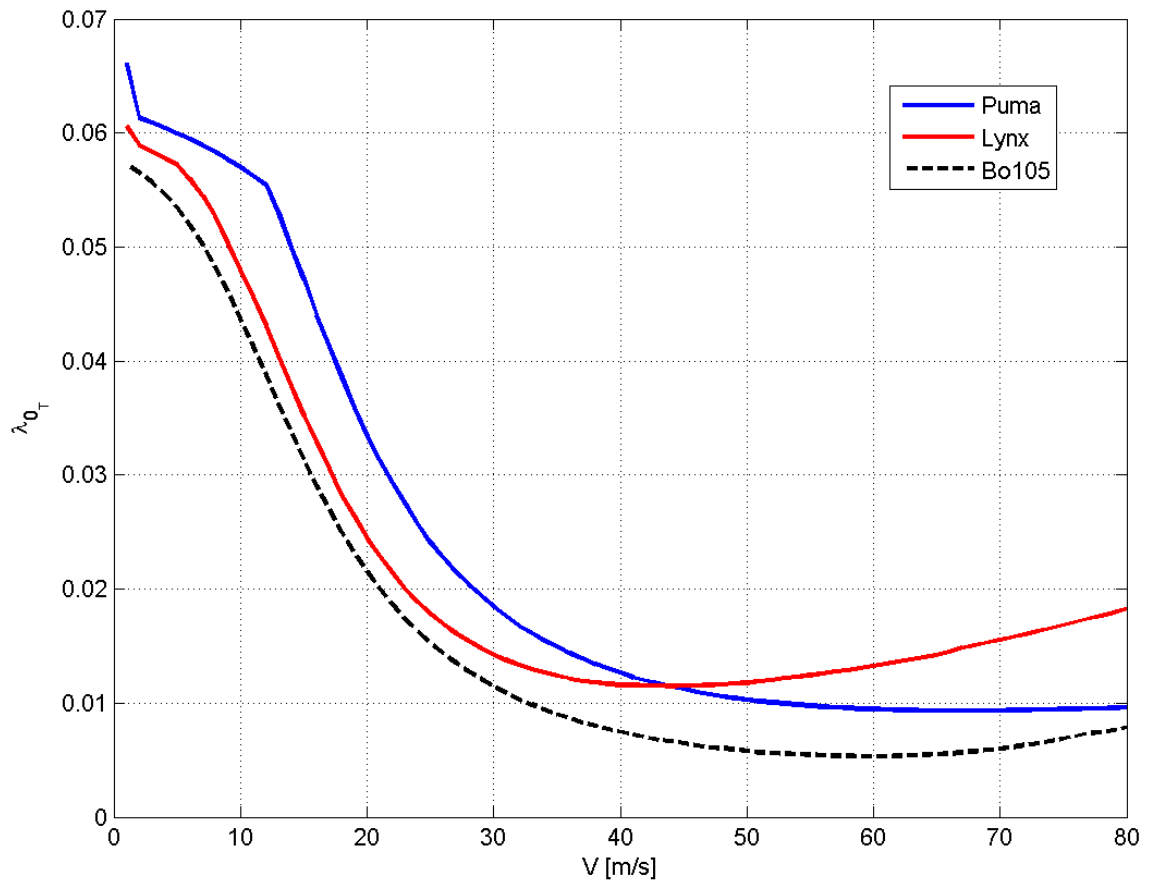


Slika 4.36: Bočni ciklički postavni kut

Na slikama 4.37 i 4.38 prikazan je protok kroz glavni i repni rotor u ovisnosti o brzini leta.



Slika 4.37: Protok kroz glavni rotor



Slika 4.38: Protok kroz repni rotor



## 5 Zaključak

U ovom diplomskom radu napravljena je analiza ravnotežnog horizontalnog leta tri helikoptera: Lynx, Bo105 i Puma. Na početku rada definirane su i objašnjene sile i momenti koji djeluju na pojedine komponente helikoptera i to na: glavni i repni rotor, trup, te horizontalni i vertikalni stabilizator, pri čemu su promatrani helikopteri konvencionalne konfiguracije s glavnim i repnim rotorom. U drugom dijelu rada opisan je algoritam za određivanje ravnotežnog leta *Trim-fsb*, prema literaturi [1], koji je primjenjiv na sve helikoptere konvencionalne konfiguracije. Za njegovo opisivanje uzete su neke pretpostavke navede u tekstu koje imaju utjecaj na prikazane rezultate pojedinih helikoptera. Cijeli algoritam (slika 3.2) iterativni je postupak određivanja veličina koji je podjeljen na šest dijelova: *pitch*, *lambda0*, *roll*, *lambda0T*, *rotor\_speed*, *rotor\_controls*. Svaki dio napravljen je zasebno u *MATLAB* funkciji, a zajedno su svi posloženi u *Trim-fsb*. Algoritam je primjenjiv za različite brzine leta bez lebdenja i bez kutne brzine skretanja.

U radu je prikazana konvergencija rješenja, prikazani su utjecaji pojedinih faktora na rezultate te su rezultati za neke veličine uspoređeni s dostupnim rezultatima drugih modela kao i s rezultatima dobivenim tijekom leta. Prilikom iterativnog postupka zna se dogoditi da vrijednosti ne konvergiraju prema željenom rješenju, nego baš suprotno, da divergiraju. Da se to ne bi dogodilo uvedeni su faktori prigušenja koji osiguravaju kovergenciju, a provedena je i analiza tih faktora. Njihov iznos značajno utječe na dobivene rezultate, pri čemu su uzete kao konstantne vrijednosti za čitavo područje brzina. Ta pretpostavka nije dobra za veće brzine leta što može biti jedan od razloga zašto se kut valjanja počinje smanjivati pri većim brzinama za Lynx i za Bo105 (slika

4.29), a za očekivati je da po apsolutnom iznosu raste. Također, još jedan od razloga nepoklapanja rezultata za kut valjanja Lynx-a i Bo105, te za koeficijent pogonske sile Pume (4.19), može biti u tome što je zanemaren moment valjanja koji pri manjim brzinama leta nema značajan utjecaj, ali bi se trebao uzeti u obzir za veće brzine leta. Još jedan faktor koji je uzet kao konstantan za cijelo područje brzina jest  $k_{\lambda_{tp}}$  koji ima najznačajniji utjecaj na kut propinjanja, pri čemu bi se trebalo detaljnije provjeriti kako se on mijenja s brzinom.

Bez obzira na spomenute pretpostavke, rezultati dobiveni programom *Trim-fsb* imaju prihvatljiva odstupanja od drugih modela i od rezultata iz leta te je kao takav primjenjiv za različite helikoptere kako je i prikazano u ovom radu.

# A Karakteristike analiziranih helikoptera

## A.1. Lynx ZD559

Prvi helikopter korišten u analizi ravnotežnog leta jest Westland Lynx Mk 7. To je dvomotorni, višenamjenski vojni helikopter u kategoriji do 4,5 tona, a analizirana verzija modificirana je verzija Mk 5. Opremljen je sveobuhvatnim instrumentima i sustavom digitalnog snimanja. Oprema uključuje i sustav za praćenje naprezanja glavnog i repnog rotora. Crtež helikoptera prikazan je slikom [A.1](#), a karakteristike su prikazane u tablici [A.1](#) i korištene su pri modeliranju *Trim-fsb-a*.

Sile i momenti kao funkcija napadnog kuta i kuta klizanja (pri čemu je  $(-20^\circ < (\alpha_f, \beta_f) < 20^\circ)$ ), za brzinu od 30,48 m/s (100 ft/s), uz koeficijent normalne i bočne sile horizontalnog i vertikalnog stabilizatora, prikazani su jednadžbom ([A.1](#))

$$\begin{aligned}X_{f100} &= -1112.06 + 3113.75\alpha_f^2 \\Y_{f100} &= -8896.44\beta_f \\Z_{f100} &= -4225.81\alpha_f \\M_{f100} &= 10168.65\alpha_f \\N_{f100} &= -10168.65\beta_f \\C_{z_{tp}} &= -3.5\alpha_{tp} \\C_{y_{fn}} &= -3.5\beta_{fn}.\end{aligned}\tag{A.1}$$

Tablica A.1: Karakteristike helikoptera Lynx

**Glavne karakteristike**

$I_{xx}$	2 767,1 kgm <sup>2</sup>	$I_{xz}$	2 034,8 kgm <sup>2</sup>
$I_{yy}$	13 904,5 kgm <sup>2</sup>	$x_{cg}$	-0,0198
$I_{zz}$	12 208,8 kgm <sup>2</sup>	$M_a$	4 313,7 kg

**Glavni rotor**

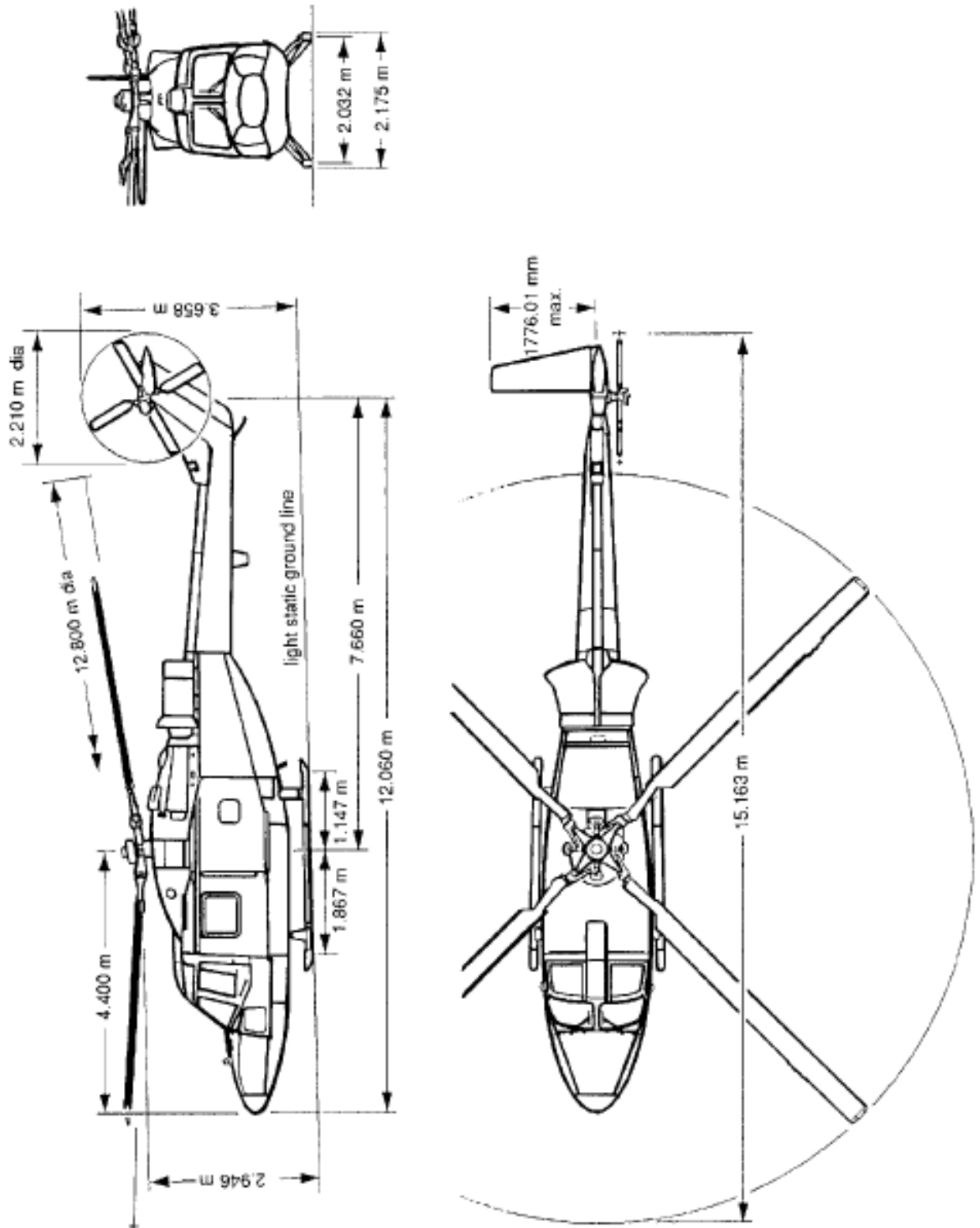
$a_0$	6,0 rad <sup>-1</sup>	$R$	6,4 m
$c$	0,391 m	$\delta_0$	0,009
$h_R$	1,274 m	$\delta_2$	37,983
$s$	0,0778	$\gamma$	7,12
$A$	128,68 m <sup>2</sup>	$\gamma_s$	4°
$I_\beta$	678,14 kgm <sup>2</sup>	$\lambda_\beta^2$	1,193
$K_\beta$	166 352 N m/rad	$\theta_{tw}$	-8°
$N_b$	4	$\Omega_i$	35,63 rad/s

**Repni rotor**

$a_{0T}$	6,0 rad <sup>-1</sup>	$R_T$	1,106 m
$g_T$	5,8	$\delta_{0T}$	0,008
$h_T$	1,146 m	$\delta_{2T}$	5,334
$l_T$	7,66 m	$\delta_3$	-45°
$s_T$	0,208	$\gamma_T$	1,5
$A_T$	3,84 m <sup>2</sup>	$\lambda_{\beta T}^2$	1,02
$N_{bT}$	4		

**Repne površine**

$\alpha_{tp_0}$	-0,0175 rad	$\beta_{fn_0}$	-0,0524 rad
$l_{tp}$	7,66 m	$l_{fn}$	7,48 m
$S_{tp}$	1,197 m <sup>2</sup>	$S_{fn}$	1,107 m <sup>2</sup>



Slika A.1: Prikaz geometrije helikoptera Lynx ZD559 [1]

## A.2. Bo105 S123

Bo105 dvomotorni je, višenamjenski helikopter njemačke tvrtke Airbus Helicopters (stara tvrtka MBB) u klasi do 2,5 tona. Koristi se za transport, u policiji, ali i u vojnim operacijama, a karakteriziraju ga kompozitne lopatice ojačane staklenim vlaknima. Osnovne karakteristike prikazane su na slici [A.2](#) i u tablici [A.2](#).

Sile i momenti u ovisnosti o napadnom kutu i kutu klizanja, pri brzini od 30,48 m/s (100 ft/s), uz koeficijent normalne i bočne sile horizontalnog i vertikalnog stabilizatora, prikazani su jednadžbom ([A.2](#))

$$\begin{aligned}
 X_{f100} &= -580.6 - 454.0\alpha_f + 6.2\alpha_f^2 + 4648.9\alpha_f^3 \\
 Y_{f100} &= -6.9 - 2399.0\beta_f - 1.7\beta_f^2 + 12.7\beta_f^3 \\
 Z_{f100} &= -51.1 - 1202.0\alpha_f + 1515.7\alpha_f^2 - 604.2\alpha_f^3 \\
 M_{f100} &= -1191.8 + 12752.0\alpha_f + 8201.3\alpha_f^2 - 5796.7\alpha_f^3 \\
 N_{f100} &= -10028.0\beta_f \\
 C_{z_{tp}} &= -3.262\alpha_{tp} \\
 C_{y_{fn}} &= -2.704\beta_{fn}.
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Tablica A.2: Karakteristike helikoptera Bo105

**Glavne karakteristike**

$I_{xx}$	1 433 kgm <sup>2</sup>	$I_{xz}$	660 kgm <sup>2</sup>
$I_{yy}$	4 973 kgm <sup>2</sup>	$x_{cg}$	0,0163
$I_{zz}$	4 099 kgm <sup>2</sup>	$M_a$	2 200 kg

**Glavni rotor**

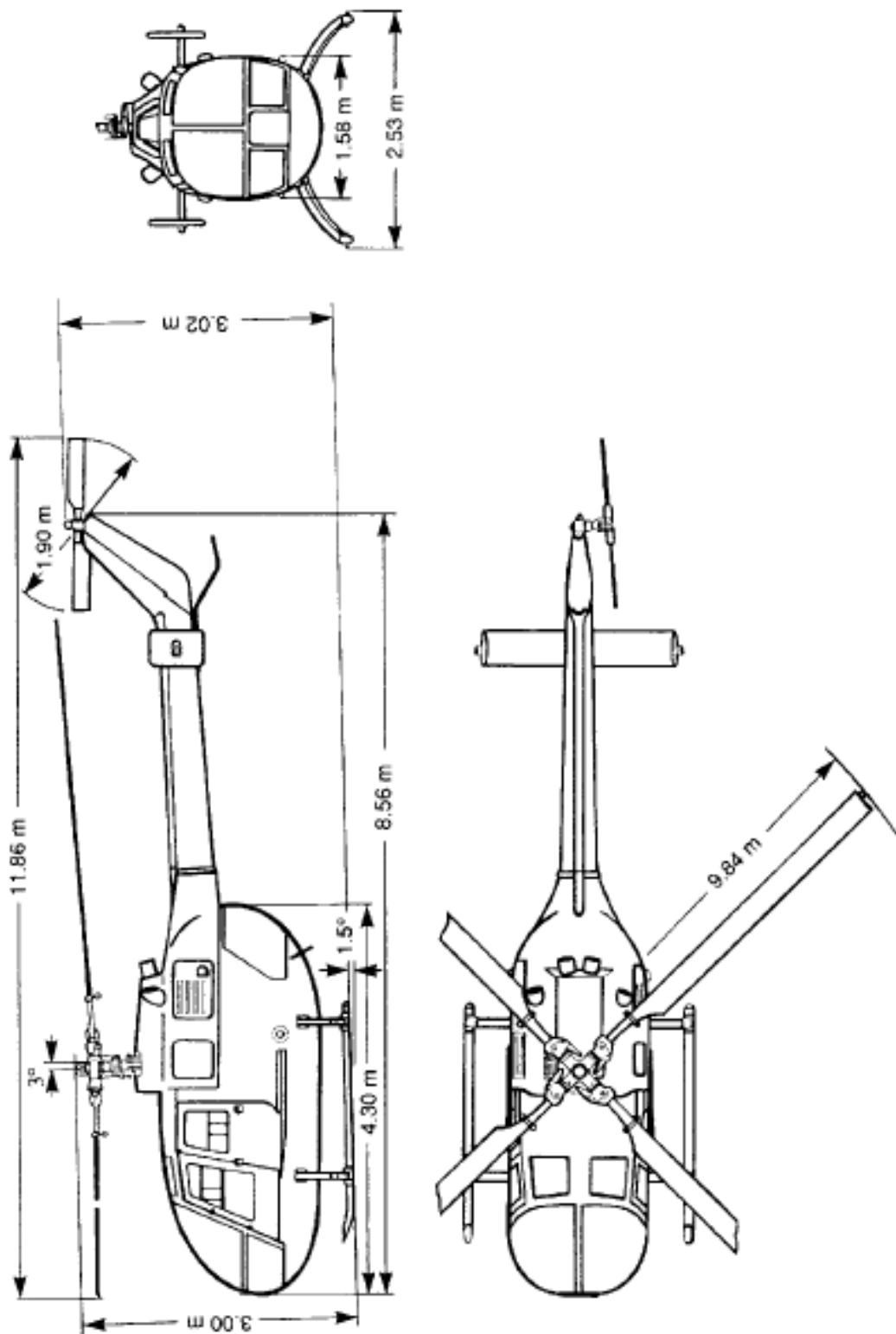
$a_0$	6,113 rad <sup>-1</sup>	$R$	4,91 m
$c$	0,27 m	$\delta_0$	0,0074
$h_R$	1,48 m	$\delta_2$	38,66
$s$	0,07	$\gamma$	5,087
$A$	75,74 m <sup>2</sup>	$\gamma_s$	3°
$I_\beta$	231,7 kgm <sup>2</sup>	$\lambda_\beta^2$	1,248
$K_\beta$	113 330 N m/rad	$\theta_{tw}$	-8°
$N_b$	4	$\Omega_i$	44,4 rad/s

**Repni rotor**

$a_{0T}$	5,7 rad <sup>-1</sup>	$R_T$	0,95 m
$g_T$	5,25	$\delta_{0T}$	0,008
$h_T$	1,146 m	$\delta_{2T}$	9,5
$l_T$	6 m	$\delta_3$	-45°
$s_T$	0,12	$\gamma_T$	1,089
$A_T$	2,84 m <sup>2</sup>	$\lambda_{\beta T}^2$	1,01
$N_{bT}$	2		

**Repne površine**

$\alpha_{tp0}$	0,0698 rad	$\beta_{fn0}$	-0,08116 rad
$l_{tp}$	4,56 m	$l_{fn}$	5,416 m
$S_{tp}$	0,803 m <sup>2</sup>	$S_{fn}$	0,805 m <sup>2</sup>



Slika A.2: Prikaz geometrije helikoptera Bo105 S123 [1]



### A.3. Puma XW241

Dvomotorni, višenamjenski helikopter u kategoriji do 6 tona, proizveden u Eurocopter France je Puma, treći analizirani helikopter. Namjenjen mu je prijevoz do 16 putnika uz 3 člana posada, a operativni zahtjevi kao što su let u raznim vremenskim uvjetima i različitim klimatskim područjima vrlo su veliki. Osnovne karakteristike prikazane su slikom A.3 i tablicom A.3, a više o njemu može se naći u [10].

Sile i momenti u ovisnosti o napadnom kutu i kutu klizanja, pri brzini od 30,48 m/s (100 ft/s), uz koeficijent normalne i bočne sile horizontalnog i vertikalnog stabilizatora, prikazani su jednadžbom (A.3)

$$\begin{aligned}
 X_{f100} &= -822.9 + 44.5\alpha_f + 911.9\alpha_f^2 + 1663.6\alpha_f^3 \\
 Y_{f100} &= -11672.0\beta_f \\
 Z_{f100} &= -458.2 - 5693.7\alpha_f + 2077.3\alpha_f^2 - 3958.9\alpha_f^3 \\
 M_{f100} &= -1065.7 + 8745.0\alpha_f + 12473.5\alpha_f^2 - 10033.0\alpha_f^3 \\
 N_{f100} &= -24269.2\beta_f + 97619.0\beta_f^3 \\
 C_{z_{tp}} &= -3.7 (\alpha_{tp} - 3.92\alpha_{tp}^3) \\
 C_{y_{fn}} &= -3.5 (11.143\beta_{fn}^3 - 85.714\beta_{fn}^5).
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

Tablica A.3: Karakteristike helikoptera Puma

<b>Glavne karakteristike</b>			
$I_{xx}$	9 638 kgm <sup>2</sup>	$I_{xz}$	2 226 kgm <sup>2</sup>
$I_{yy}$	33 240 kgm <sup>2</sup>	$x_{cg}$	0,005
$I_{zz}$	25 889 kgm <sup>2</sup>	$M_a$	5805 kg

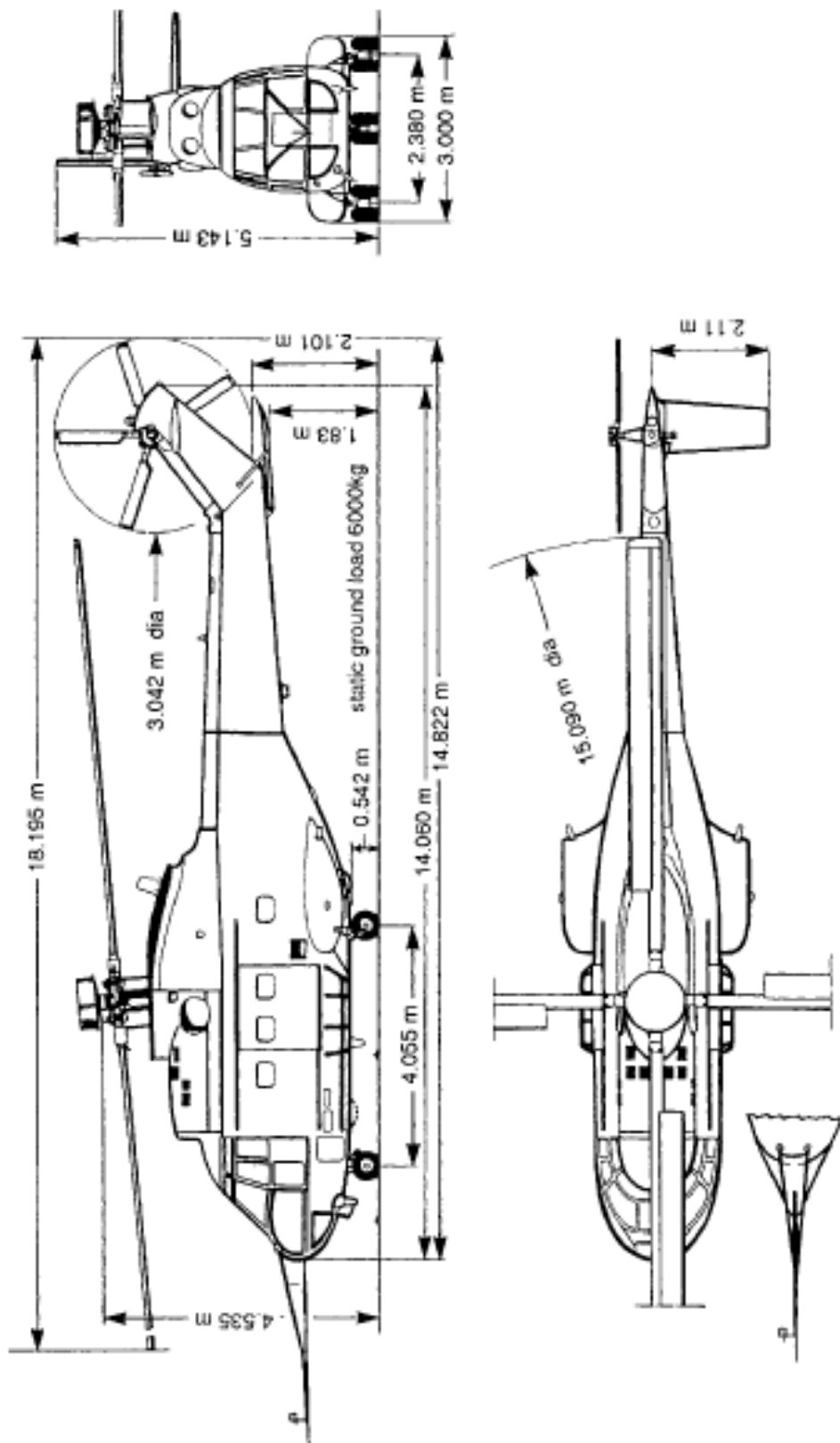
<b>Glavni rotor</b>			
$a_0$	5,73 rad <sup>-1</sup>	$R$	7,5 m
$c$	0,5401 m	$\delta_0$	0,008
$h_R$	2,157 m	$\delta_2$	9,5
$s$	0,0917	$\gamma$	9,374
$A$	176,715 m <sup>2</sup>	$\gamma_s$	5°
$I_\beta$	1 280kgm <sup>2</sup>	$\lambda_\beta^2$	1,052
$K_\beta$	48 149 N m/rad	$\theta_{tw}$	-8°
$N_b$	4	$\Omega_i$	27 rad/s

<b>Repni rotor</b>			
$a_{0T}$	5,73 rad <sup>-1</sup>	$R_T$	1,56 m
$g_T$	4,82	$\delta_{0T}$	0,008
$h_T$	1,587 m	$\delta_{2T}$	9,5
$l_T$	9 m	$\delta_3$	-45°
$s_T$	0,19	$\gamma_T$	4
$A_T$	7,645 m <sup>2</sup>	$\lambda_{\beta T}^2$	1,052
$N_{bT}$	5		

<b>Repne površine</b>			
$\alpha_{tp_0}$	-0,0262 rad	$\beta_{fn_0}$	0,0175 rad
$l_{tp}$	9 m	$l_{fn}$	9 m
$S_{tp}$	1,34 m <sup>2</sup>	$S_{fn}$	1,395 m <sup>2</sup>



Slika A.3: Prikaz geometrije helikoptera Puma SA330 [1]

# Literatura

- [1] Gareth D. Padfield. *Helicopter Flight Dynamics*. Blackwell Publishing, Oxford, 2007.
- [2] M Vrdoljak. *Osnove aerodinamike i mehanike leta helikoptera*. 2007.
- [3] Mark E Dreier. *Introduction to helicopter and tiltrotor flight simulation*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.
- [4] Raymond W Prouty. *Helicopter performance, stability and control*. Kreiger Publishing Company Inc., Malabar, Florida, 1986.
- [5] Kareem Jawad Kadhim et al. Simulation of longitudinal stability of helicopter in forward flight. *Journal of Engineering*, 19(3):357–376, 2013.
- [6] David A Peters and Dinesh Barwey. A general theory of rotorcraft trim. *Mathematical Problems in Engineering*, 2(1):1–34, 1996.
- [7] Vaitla Laxman, Jae-Hoon Lim, Sang-Joon Shin, Kwang-Ho Ko, and Sung-Nam Jung. Power and trim estimation for helicopter sizing and performance analysis. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 12(2):156–162, 2011.
- [8] Filip Milojević. Kvazistacionarni model dinamike rotora i njegova primjena za model leta helikoptera. Master's thesis, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2018.
- [9] Sevinç Çalışkan. Development of forward flight trim and longitudinal dynamic stability codes and their application to a UH-60 helicopter. Master's thesis, The

Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2009.

- [10] William G Bousman, Colin Young, François Toulmay, Neil E Gilbert, and Roger C Strawn. A Comparison of Lifting-Line and CFD Methods with Flight Test Data from a Research Puma Helicopter. Technical report, National Aeronautics and Space Administration Moffett Field Ca Ames Research . . . , 1996.