

# Analiza misije zrakoplova s aspekta ekonomike goriva

---

Ivanković, Marin

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:657507>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-17**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Marin Ivanković**

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak, dipl. ing.

Student:

Marin Ivanković

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svome mentoru, prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku, na uloženom vremenu i trudu kroz pomoć u izradi ovoga rada, na brojnoj literaturi te drugim materijalima koje mi je osigurao, na dostupnosti za konzultacije u svakom trenutku te na pruženoj prilici za rješavanje dodatnih izazova u istraživanju.

Zahvaljujem se pilotima Boranu Pivčiću, Anti Mikuliću i Krešimiru Vlašiću na podijeljenim znanjima i iskustvima koja su uvelike doprinijela ostvarivanju ovog rada.

Zahvaljujem se zrakoplovnim tvrtkama Croatia Airlines d.d. na ustupanju potrebnih podataka o zrakoplovima i Air Pannonia d.o.o. na ustupanju podataka o cijenama goriva na pojedinim zračnim lukama.

Zahvaljujem se svim kolegama s FSBa i drugih fakulteta koji su savjetima i ustupanjem literature doprinijeli većoj kvaliteti ovog rada.

Zahvaljujem se ocu, majci, bratu i široj obitelji na svojoj pomoći i podršci koji su mi pružili tokom izrade ovoga rada, ali i kroz cijelo vrijeme studiranja.

Na kraju, zahvalio bih se dragom Bogu za sva darovana znanja i vještine te za sve ljude, osobito kolege i profesore sa smjera zrakoplovstvo, s kojima svakodnevno surađujem.

Marin Ivanković



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Marin Ivanković**

Mat. br.: 0035204163

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza misije zrakoplova s aspekta ekonomike goriva**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Aircraft Mission Analysis From Aspect of Fuel Economy**

Opis zadatka:

Optimalni režimi leta zrakoplova od velikog su interesa za komercijalne zrakoplovne prijevoznike zbog uštede goriva i smanjenja operativnih troškova, no u praksi ti se optimalni režimi korigiraju s obzirom na povećanje brzine leta na uštrb maksimalnog doleta s danom količinom goriva. Kod rute zrakoplova koja ima bar jednu točku zaustavljanja, slijetanja prije konačnog odredišta, problem je definiranja količine goriva (engl. tankering) na pojedinim dionicama s ciljem minimiziranja troška goriva, kada je pristutna razlika u cijeni goriva na pojedinim točkama zaustavljanja.

U završnom radu potrebno je:

- prikupiti i prikazati sve potrebne podatke za razmatrani zrakoplov;
- odrediti značajke otpora i pogona promatranog zrakoplova;
- odrediti optimalne režime pojedine faze leta za tipičnu misiju promatranog zrakoplova;
- za odabranu misiju napraviti analizu potrebnog goriva;
- provesti analizu ekonomike goriva na složenoj ruti s više slijetanja.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

29. studenog 2018.

Rok predaje rada:

**1. rok:** 22. veljače 2019.

**2. rok (izvanredni):** 28. lipnja 2019.

**3. rok:** 20. rujna 2019.

Predviđeni datumi obrane:

**1. rok:** 25.2. - 1.3. 2019.

**2. rok (izvanredni):** 2.7. 2019.

**3. rok:** 23.9. - 27.9. 2019.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA .....	III
POPIS OZNAKA .....	IV
SAŽETAK .....	VI
SUMMARY .....	VII
1. UVOD .....	1
2. ZRAKOPLOV .....	3
2.1. Aerodinamičke karakteristike .....	3
2.2. Geometrija zrakoplova .....	6
2.3. Nosivost i gorivo .....	7
2.4. Masa zrakoplova bez goriva .....	8
2.5. Pogonska skupina .....	10
2.5.1. Model potrošnje goriva .....	10
3. ANALIZA POTROŠNJE GORIVA TOKOM JEDNOG LETA .....	15
3.1. Polijetanje i penjanje .....	15
3.2. Spuštanje i slijetanje .....	17
3.3. Krstarenje .....	18
3.3.1. Uvjet ravnotežnog leta .....	19
3.3.2. Potrebna pogonska sila .....	20
3.3.3. Dostupna pogonska sila .....	21
3.3.4. Potrošnja goriva .....	21
3.3.5. Izračun potrošnje goriva u fazi krstarenja .....	24
3.4. Izračun parametara jednog leta .....	26
4. ANALIZA EKONIMIKE GORIVA ZA MISIJU S VIŠE LETOVA .....	30
4.1. Cijena goriva .....	30
4.2. Masa slijetanja zrakoplova .....	31
4.3. Udaljenost i visina leta .....	33
4.4. Numeracija opcija .....	33
4.5. Algoritam analize misije .....	34
4.6. Misija Osijek-London-Osijek .....	36
4.7. Misija Zagreb-Berlin-London-Zagreb .....	39
4.8. Misija Zagreb-Dubrovnik-Rim-Dubrovnik-Zagreb .....	42
4.9. Misija Osijek-Paris-London-Madrid-Split-Osijek .....	45
4.10. Analiza misije s dopunom goriva tokom leta .....	50
5. ZAKLJUČAK .....	54
LITERATURA .....	55

## POPIS SLIKA

Slika 1	Komponente aerodinamičke sile na zrakoplov .....	3
Slika 2	Ovisnost $C_L$ i $C_m$ o $Ma$ .....	5
Slika 3	Ovisnost $C_D$ o $Ma$ .....	5
Slika 4	Osnovne dimenzije zrakoplova (nacrtni, bokocrt) [4] .....	6
Slika 5	Osnovne dimenzije zrakoplova (tlocrt) [4] .....	7
Slika 6	Ovisnost $C_T$ o $Ma$ i $H$ za CF6-80 [12] .....	11
Slika 7	Aproksimacija $C_T$ o $Ma$ i $H$ za CFM56-5A3 prema [12] .....	12
Slika 8	Ovisnost masenog protoka o $m$ i $H$ za CFM56-5A3 prema [11] .....	13
Slika 9	Ovisnost masenog protoka i $Ma_{OPR}$ o $H$ pri $m=60$ t .....	13
Slika 10	Dijagram mase potrošenog goriva za prvu fazu leta .....	16
Slika 11	Dijagram mase potrošenog goriva za spuštanje i slijetanje .....	18
Slika 12	Ovisnost $\alpha_{rav}$ i $\delta_{mrav}$ o $Ma$ pri $m=60$ t i $H=11277.6$ m .....	19
Slika 13	Ovisnost $T_T$ o $Ma$ i $H$ pri $m=60$ t .....	20
Slika 14	Ovisnost $T_a$ o $Ma$ i $H$ pri $m=60$ t .....	21
Slika 15	Usporedni prikaz $m_g$ za dva pristupa .....	22
Slika 16	Ovisnost $Ma$ o visini leta za operativni režim leta prema [11] .....	23
Slika 17	Prikaz mase goriva potrebne za krstarenje ovisno o $d$ i $H$ .....	25
Slika 18	Prikaz vremena potrebnog za krstarenje ovisno o $d$ i $H$ .....	25
Slika 19	Ovisnost $TOW$ i $t_{uk}$ o broju provedenih iteracija .....	27
Slika 20	Usporedba mase goriva iz modela i tablice [11] za jedan let .....	28
Slika 21	Usporedba trajanja leta iz modela i tablice [11] za jedan let .....	29
Slika 22	Dijagram tijeka algoritma za analizu podataka .....	35
Slika 23	Prikaz $TOW$ i cijena goriva za letove u prvoj misiji .....	38
Slika 24	Prikaz $TOW$ i cijena goriva za letove druge misije .....	41
Slika 25	Prikaz $TOW$ i cijena goriva za letove treće misije .....	44
Slika 26	Prikaz $TOW$ i cijena goriva za letove četvrte misije .....	48
Slika 27	Ilustracija misije s dva leta .....	50
Slika 28	Ovisnost potrebne mase goriva o duljini leta .....	52
Slika 29	Ovisnost potrebne mase goriva o duljini leta za Boeing 777-300 [14] .....	52
Slika 30	Prikaz ovisnosti udaljenosti $D_{cr}$ o visini leta $H$ .....	53

**POPIS TABLICA**

Tablica 1	Ograničenja mase zrakoplova [5].....	8
Tablica 2	Kapacitet goriva zrakoplova [5].....	8
Tablica 3	Cijene goriva na razmatranim zračnim lukama.....	30
Tablica 4	Cijene goriva na zračnim lukama prve misije.....	36
Tablica 5	Rezultati analize prve misije.....	37
Tablica 6	Podaci o letovima za optimalnu opciju prve misije.....	37
Tablica 7	Podaci o letovima za konvencionalnu opciju prve misije.....	37
Tablica 8	Cijene goriva na zračnim lukama druge misije.....	39
Tablica 9	Rezultati analize druge misije.....	39
Tablica 10	Prikaz parametara letova za optimalnu opciju druge misije.....	40
Tablica 11	Prikaz parametara letova za konvencionalnu opciju druge misije.....	40
Tablica 12	Cijene goriva na zračnim lukama treće misije.....	42
Tablica 13	Rezultati analize treće misije.....	43
Tablica 14	Prikaz parametara letova za optimalnu opciju treće misije.....	43
Tablica 15	Prikaz parametara letova za konvencionalnu opciju treće misije.....	44
Tablica 16	Cijene goriva na zračnim lukama četvrte misije.....	45
Tablica 17	Rezultati analize četvrte misije.....	47
Tablica 18	Prikaz parametara letova za optimalnu opciju četvrte misije.....	48
Tablica 19	Prikaz parametara letova za konvencionalnu opciju četvrte misije.....	48
Tablica 20	Prikaz parametara letova za opciju 5 četvrte misije.....	49



## POPIS OZNAKA

$A$	N	Aksijalna sila
$a$	m/s	Brzina zvuka
$C_A$	[-]	Koeficijent aksijalne sile
$C_D$	[-]	Koeficijent sile otpora
$C_{Dmin}$	[-]	Minimalni koeficijent otpora
$C_L$	[-]	Koeficijent sile uzgona
$C_{Lmin D}$	[-]	Koeficijent uzgona pri minimalnom otporu
$C_{L0}$	[-]	Koeficijent nultog uzgona
$C_{L\alpha}$	[-]	Gradijent koeficijenta sile uzgona po napadnom kutu
$C_{L\delta m}$	[-]	Gradijent koeficijenta sile uzgona po odklonu kormila visine
$C_m$	[-]	Koeficijent momenta propinjanja
$C_{m0}$	[-]	Koeficijent nultog momenta propinjanja
$C_{m\alpha}$	[-]	Gradijent koeficijenta momenta propinjanja po napadnom kutu
$C_{m\delta m}$	[-]	Gradijent koeficijenta momenta propinjanja po odklonu kormila visine
$C_N$	[-]	Koeficijent normalne sile
$C_T$	kg/(Ns)	Specifična masena potrošnja goriva za motor CFM 56-5A3
$C_T^*$	N/h/N	Specifična masena potrošnja goriva za motor CF6-80
$D$	N	Sila otpora
$d$	m	Ukupni put prijeđen za vrijeme jednog leta
$d_{cr}$	m	Vrijednost udaljenosti dvije zračne luke za koju je jednaka potrošnja sa i bez dodatnog slijetanja
$d_{kr}$	m	Prijeđeni put za vrijeme krstarenja
$d_{kri}$	m	Prijeđeni put za vrijeme jednog koraka krstarenja
$\Delta m$	kg	Porast mase potrošenog goriva zbog nošenja viška goriva
$DOW$	kg	Suha operativna masa
$d_{pp}$	m	Prijeđeni put za vrijeme polijetanja i penjanja
$d_{ss}$	m	Prijeđeni put za vrijeme spuštanja i slijetanja
$g$	m/s <sup>2</sup>	Ubrzanje sile teže
$H$	m	Visina leta zrakoplova
$h_{mc}$	[-]	Bezdimenzijska udaljenost centra mase od vrha srednje aerodinamičke tetive
$i_h$	Red	Postavni kut kormila visine
$K$	[-]	Faktor za izračun inducirano g otpora
$k$	[-]	Broj letova u misiji
$L$	N	Sila uzgona
$LW$	kg	Masa zrakoplova pri slijetanju
$m$	kg	Trenutna masa zrakoplova

$Ma$	[-]	Machov broj
$\dot{m}_g$	kg/s	Maseni protok goriva
$m_g$	kg	Masa iskoristivog goriva
$m_{kr}$	kg	Masa goriva potrošenog za vrijeme krstarenja
$m_{kr i}$	kg	Masa goriva potrošenog za vrijeme jednog koraka krstarenja
$m_{LW}$	kg	Masa zrakoplova bez iskoristivog goriva
$MOTW$	kg	Maksimalna dopuštena masa zrakoplova pri polijetanju
$m_{pp}$	kg	Masa goriva potrošenog za vrijeme polijetanja i penjanja
$m_r$	kg	Ukupna masa rezervnog goriva
$m_{r1}$	kg	Masa rezervnog goriva za izvođenje neuspješnog prilaza
$m_{r2}$	kg	Korigirana masa rezervnog goriva za let do zamjenskog odredišta
$m_{r2}^*$	kg	Masa rezervnog goriva za let do zamjenskog odredišta
$m_{r3}$	kg	Masa rezervnog goriva za čekanje iznad zamjenskog odredišta
$m'_s$	kg	Masa zrakoplova na početku faze spuštanja i slijetanja
$m_{ss}$	kg	Masa goriva potrošenog za vrijeme spuštanja i slijetanja
$n$	[-]	Broj koraka na koji se dijeli prijeđeni put za vrijeme krstarenja
$N$	N	Normalna sila
$OEW$	kg	Operativna masa praznog zrakoplova
$S_{ref}$	m <sup>2</sup>	Referentna površina zrakoplova
$T_a$	N	Sila koju motor može dati pri određenim uvjetima
$t_{kr}$	min	Vrijeme krstarenja
$t_{kr i}$	min	vrijeme jednog koraka krstarenja
$TOW$	kg	Masa zrakoplova pri polijetanju
$t_{pp}$	min	Vrijeme polijetanja i penjanja
$T_r$	N	Sila potrebna za savladavanje otpora pri ravnotežnom letu
$TSFC$	N/h/N	Specifična masena potrošnja goriva za motor CF6-80
$t_{ss}$	min	Vrijeme spuštanja i slijetanja
$t_{uk}$	min	Vrijeme jednog leta
$V$	m/s	Brzina leta zrakoplova
$V_g$	m <sup>3</sup>	Volumen iskoristivog goriva
$ZFW$	kg	Masa zrakoplova bez goriva
$\alpha$	rad	Napadni kut zrakoplova
$\alpha_{rav}$	rad	Napadni kut zrakoplova pri ravnotežnom letu
$\delta_{mrav}$	rad	Otklon kormila visine pri ravnotežnom letu
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Gustoća zraka

## **SAŽETAK**

Glavni cilj ovog rada je proučiti efekte nošenja viška goriva na ekonomsku bilancu misije koja se sastoji od dva ili više letova. Na početku se navodi problematika nošenja goriva uz iznošenje ograničenja opsega ovog rada. Potom se opisuje zrakoplov Airbus A320 koji se razmatra u ovom radu. Posebno se analiziraju geometrija zrakoplova, aerodinamička svojstva, pogonska skupina i slično, a poseban je naglasak dan na izradu modela potrošnje za motore razmatranog zrakoplova, unutar kojeg je izračunata potrošnja goriva za svaku od tri faze leta na koje je jedan let podijeljen. Nakon što je definirano sve potrebno vezano uz razmatrani zrakoplov, radi se izračun potrošnje goriva tokom jednog leta. Tri faze leta razmatraju se zasebno, a dobiveni se rezultati zbroje kako bi se dobili rezultati koji vrijede za cijeli let. Na kraju se vrši proračun potrošnje goriva za cijelu misiju, a dobiveni rezultati se analiziraju i komentiraju. Analizirane su četiri misije od kojih su dvije osmišljene za potrebe rada, a inspiracija za odabir druge dvije misije došla je iz misija koje se lete u realnom okruženju. Na samom kraju napravljena je i analiza jedne hipotetske misije koja se bavi potrošnjom goriva, neovisno o njegovoj cijeni, za razliku od prethodne četiri misije.

Ključne riječi: Nošenje goriva, ekonomska bilanca, Airbus A320, potrošnja goriva

## **SUMMARY**

The main goal of this paper is to study the effects of fuel tankering on the economy of a mission consisted of two or more flights. At the beginning, the reader is introduced to the matter of fuel tankering while introducing restrictions on the area the paper is dealing with. Then, the aircraft used in this paper is described. Aircraft geometry, aerodynamic characteristics, power plant and other systems are analysed independently, while emphasising the creation of a fuel consumption model for the motors on the said aircraft, in which the fuel consumptions for all three flight phases are calculated separately. The gained results for these three phases are added to get the results for the whole flight. The three phases are being considered separately and are then added to get the results which stand for the whole flight. At the end, the calculation of fuel consumption for the whole mission is conducted, and gained results about the whole mission are analysed and commented. The paper contains the analysis of four different missions. Two of these are made up for the purpose of this paper, and the other two missions are inspired by real-life airline operations. In the last chapters, the analysis of a hypothetical mission is done, which deals with fuel consumption, regardless of the price, unlike the other four missions.

Key words: Fuel tankering, economy, Airbus A320, fuel consumption

## 1. UVOD

U današnje vrijeme, kada cijene goriva rastu do veoma visokih iznosa, velike aviokompanije, zbog značajnih troškova koji svakodnevno nastaju kupovinom goriva, žele, iz razumljivog razloga, što više reducirati te troškove. Jedna od zastupljenih praksi kojom se postiže bolja ekonomika goriva naziva se „Nošenje goriva“ (eng. Fuel tankering). Nošenje goriva naziv je za čin nošenja u avionu više goriva nego što je potrebno da bi se završio tekući let. U tankovima za gorivo zrakoplova tada se nalazi ne samo gorivo koje će trošiti za taj let, nego i za jedan ili više narednih letova. Iako je očito da će avion koji ima veću ukupnu masu imati i veću potrošnju goriva u letu, nošenje goriva se primjenjuje većinom iz ekonomskih razloga. Naime, može se dogoditi da je zbog razlike u cijeni goriva između pojedinih zračnih luka isplativije nositi višak goriva i samim time više trošiti nego puniti tankove za gorivo na svakoj zračnoj luci na koju zrakoplov pristaje. Jasniji uvid u problematiku može se dobiti razmatrajući jedan primjer. Pretpostavimo da zrakoplov treba odletjeti misiju koja uključuje dva vezana leta: Od Osijeka do Londona i natrag u Osijek. Posada ima dvije opcije: može u Osijeku napuniti rezervoare gorivom koje će biti dostatno samo za let prema Londonu, a isto tako može, ukoliko nema konstrukcijskih, logističkih ili drugih problema, napuniti rezervoare gorivom koje će biti dostatno i za let prema Londonu i za let natrag prema Osijeku. Ukoliko gorivo u Londonu ima dovoljno višu cijenu nego ono u Osijeku, posada će se odlučiti za nošenje goriva. Na taj se način može ostvariti značajna redukcija troškova letenja za aviokompaniju. Na primjenu nošenja goriva utječe i mnogo različitih čimbenika koji nisu ekonomske naravi. Na primjer, ako je planirano vrijeme koje zrakoplov provodi na zračnoj luci na koju je sletio dovoljno kratko, tada će na prethodnoj zračnoj luci uliti gorivo i za sljedeći let kako ne bi došlo do kašnjenja zbog točenja goriva. Isto tako, ako je poznato da su na zračnoj luci na koju se slijeće vremenski uvjeti loši (vjetar, turbulencije, slaba vidljivost), prije toga leta neće se u zrakoplov ulijevati višak goriva kako bi masa na slijetanju bila što manja i kako bi se smanjila vjerojatnost oštećenja bilo koje komponente u slučaju grubog slijetanja (eng. hard landing). Iako se iz priloženog može zaključiti da primjena nošenja goriva ne ovisi samo o ekonomskim kriterijima, u nastavku rada analizirano je koje efekte primjena nošenja goriva ima na ekonomiku goriva. Isto tako, u analizi je pretpostavljeno da sve zračne luke imaju nadmorsku visinu 0 m. To je u jednu ruku i opravdana pretpostavka jer su visine krstarenja za letove obično

puno veće od nadmorskih visina zračnih luka. Isto tako, zbog velikih varijacija duljine puta rulanja između piste i terminala kod različitih zračnih luka pa čak i između zrakoplova koji polijeću s iste zračne luke, prilikom računanja potrošnje goriva nije uzeta u obzir masa goriva potrebna za rulanje između terminala i piste kao ni vrijeme provedeno na tlu poslije slijetanja i prije slijedećeg polijetanja. Gorivo koje se potroši za eventualno paljenje i rad APU (eng. Auxiliary Power Unit), također nije razmatrano u ovom radu. Ipak, ne očekuje se veliki utjecaj ovih pretpostavki na rezultate analize zato što one imaju samo sporednu ulogu u proučavanju nošenja goriva.

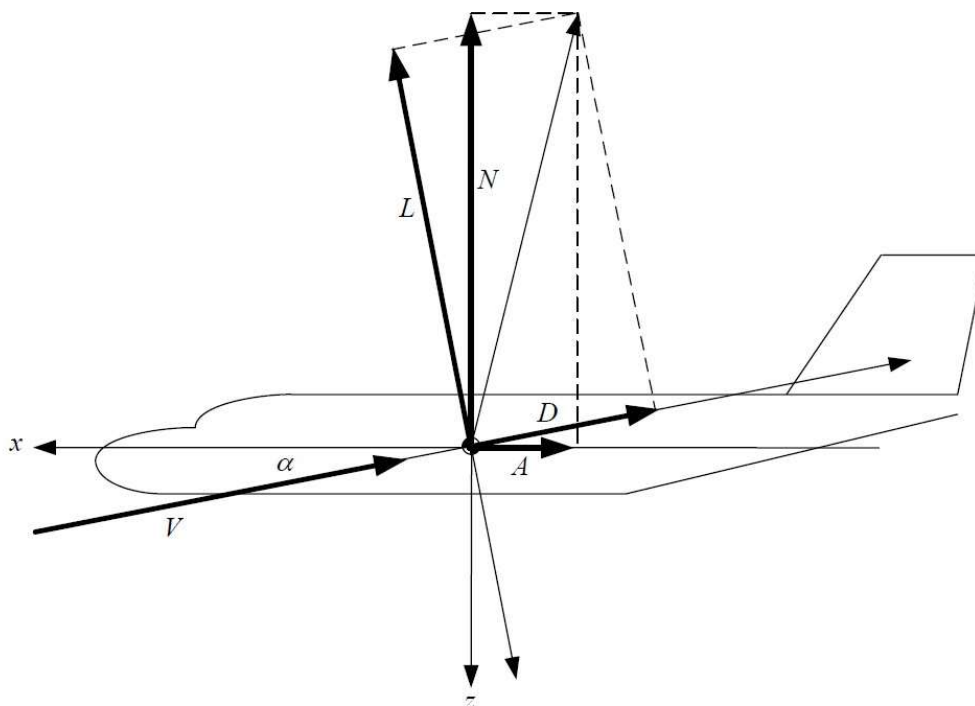
Ovaj rad podijeljen je na 5 cjelina. U cjelini 2 ovoga rada detaljno je razrađen model zrakoplova koji se razmatra, što uključuje aerodinamičke karakteristike, ograničenja mase, geometriju i slično. Pogonska skupina zrakoplova okarakterizirana je modelom pogonske sile, koji je preuzet iz vanjskog izvora, i modelom potrošnje goriva, koji je razrađen u ovom radu. Potom je u cjelini 3 napravljen izračun potrošnje goriva u svakoj fazi leta zasebno. Ti su rezultati međusobno zbrojeni i dobiveni su ukupni rezultati za jedan let. Navedeni rezultati korišteni su u cjelini 4 gdje je izvršeno prikupljanje podataka o svakoj razmatranoj misiji, a onda i pronalazak optimalne opcije odrade misije. Svi rezultati popraćeni su odgovarajućim komentarima. Na kraju su u cjelini 5 izneseni zaključci dobiveni u ovom radu i komentirana je primjenjivost dobivenih rezultata u realnom okruženju.

## 2. ZRAKOPLOV

U analizi utjecaja nošenja goriva na ekonomiku goriva promatran je zrakoplov sličan zrakoplovu Airbus A320-212 MSN 671. Navedeni zrakoplov pušten je u promet 6. ožujka 1997. kada je počeo letjeti za kompaniju Canada 3000. Zrakoplov je letio za još jednu kompaniju prije nego je 17. travnja 2005. počeo letjeti za Croatia Airlines d.d. pod registracijom 9A-CTM i imenom Šibenik. U floti Croatia Airlinesa ostao je sve do 27. lipnja 2010. Nakon toga, zrakoplov je letio za još nekoliko avioprijevoznika sve do lipnja 2016. kada je stavljen u stanje mirovanja [1].

### 2.1. Aerodinamičke karakteristike

Na zrakoplov u letu djeluje aerodinamička sila koja je rezultat interakcije površine zrakoplova i zraka koji opstrujava zrakoplov. Najveći udio u ostvarivanju te sile ima interakcija zraka i krila. Aerodinamičku silu obično rastavljamo na dvije komponente u dva različita koordinatna sustava. Kako je prikazano na slici 1 [2] u koordinatnom sustavu letjelice razlikujemo normalnu silu  $N$  i aksijalnu silu  $A$ , a u brzinskom koordinatnom sustavu razlikujemo silu uzgona  $L$  i silu otpora  $D$ :



Slika 1 Komponente aerodinamičke sile na zrakoplov

Zbog lakšeg računa, sile su svedene na bezdimenzijski oblik:

$$C_N = \frac{N}{S_{\text{ref}} \frac{\rho V^2}{2}}, \quad C_A = \frac{A}{S_{\text{ref}} \frac{\rho V^2}{2}}, \quad (2.1)$$

$$C_L = \frac{L}{S_{\text{ref}} \frac{\rho V^2}{2}}, \quad C_D = \frac{D}{S_{\text{ref}} \frac{\rho V^2}{2}}. \quad (2.2)$$

Prije nastavka računa uvode se dvije pretpostavke: da se postavni kut horizontalnog stabilizatora zrakoplova ne mijenja u letu te je uvijek jednak nuli ( $i_h = 0^\circ$ ) i da bezdimenzijski koeficijenti linearno ovise o napadnom kutu i kutu otklona kormila visine. Naknadnim uvođenjem pretpostavki prema [2] i [3] te kombiniranjem jednadžbi dobivaju se izrazi za koeficijent uzgona, momenta propinjanja i otpora, redom:

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + C_{L\delta_m}\delta_m, \quad (2.3)$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{m\delta_m}\delta_m, \quad (2.4)$$

$$C_D = C_{D\text{min}} + K(C_L - C_{L\text{minD}})^2, \quad (2.5)$$

gdje su:

$$\begin{aligned} C_{L0} &= 0.3458 Ma^2 - 0.2425 Ma + 0.2986, \\ C_{L\alpha} &= 7.8558 Ma^2 - 5.4710 Ma + 6.9976, \\ C_{L\delta_m} &= 1.7780 Ma^2 - 1.5142 Ma + 0.7869, \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} C_{m0} &= -0.1226 Ma^2 + 0.0924 Ma - 0.1364 + C_{L0}(h_{\text{mc}} - 0.25), \\ C_{m\alpha} &= -4.2140 Ma^2 + 2.9285 Ma - 4.5830 + C_{L\alpha}(h_{\text{mc}} - 0.25), \\ C_{m\delta_m} &= -8.0753 Ma^2 + 6.8774 Ma - 3.5738 + C_{L\delta_m}(h_{\text{mc}} - 0.25), \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} K &= 0.0193 Ma + 0.04384, \\ C_{L\text{minD}} &= \frac{0.0119 Ma + 0.00252}{2K}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

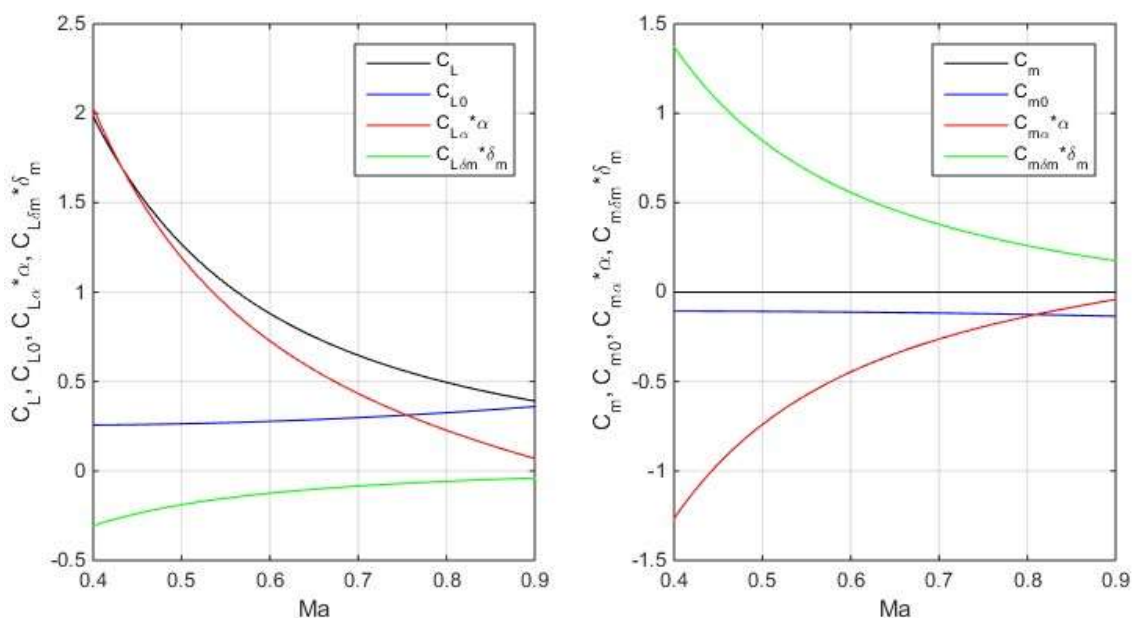
dok je parazitski otpor  $C_{D\text{min}}$  aproksimiran s tri funkcije za tri različita područja brzina kojima zrakoplov može letjeti:

$$\begin{aligned} C_{D\text{min}} &= 0.0208, \quad \text{za } Ma < 0.2, \\ C_{D\text{min}} &= 0.001724 Ma + 0.020455, \quad \text{za } 0.2 \leq Ma < 0.84, \end{aligned} \quad (2.9)$$

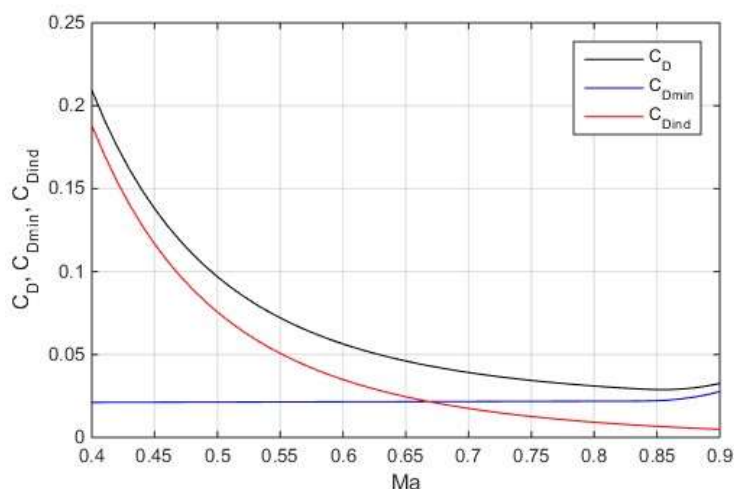


$$C_{D\min} = 6.3210 Ma^3 - 14.8315 Ma^2 + 11.5433 Ma - 2.9558, \quad \text{za } 0.84 \leq Ma.$$

Drugi član u izrazu (2.5) naziva se još i koeficijent induciranog otpora  $C_{D\text{ind}}$ . Referentna površina razmatranog zrakoplova iznosi  $S_{\text{ref}} = 122.4 \text{ m}^2$ . Pretpostavljeno je da se tokom cijelog leta centar mase održava na 30% ( $h_{\text{mc}} = 0.3$ ) srednje aerodinamičke tetive krila. To se može postići pravilnim pozicioniranjem tereta i putnika prije početka leta, a potom i redosljedom pražnjenja tankova za gorivo. Na slikama 2 i 3 napravljen je grafički prikaz ovisnosti relevantnih koeficijenata u izrazima (2.3), (2.4.) i (2.5) o  $Ma$  za ravnotežni let pri masi zrakoplova od 60000 kg i na visini 11277.6 m (FL 370).



Slika 2 Ovisnost  $C_L$  i  $C_m$  o  $Ma$

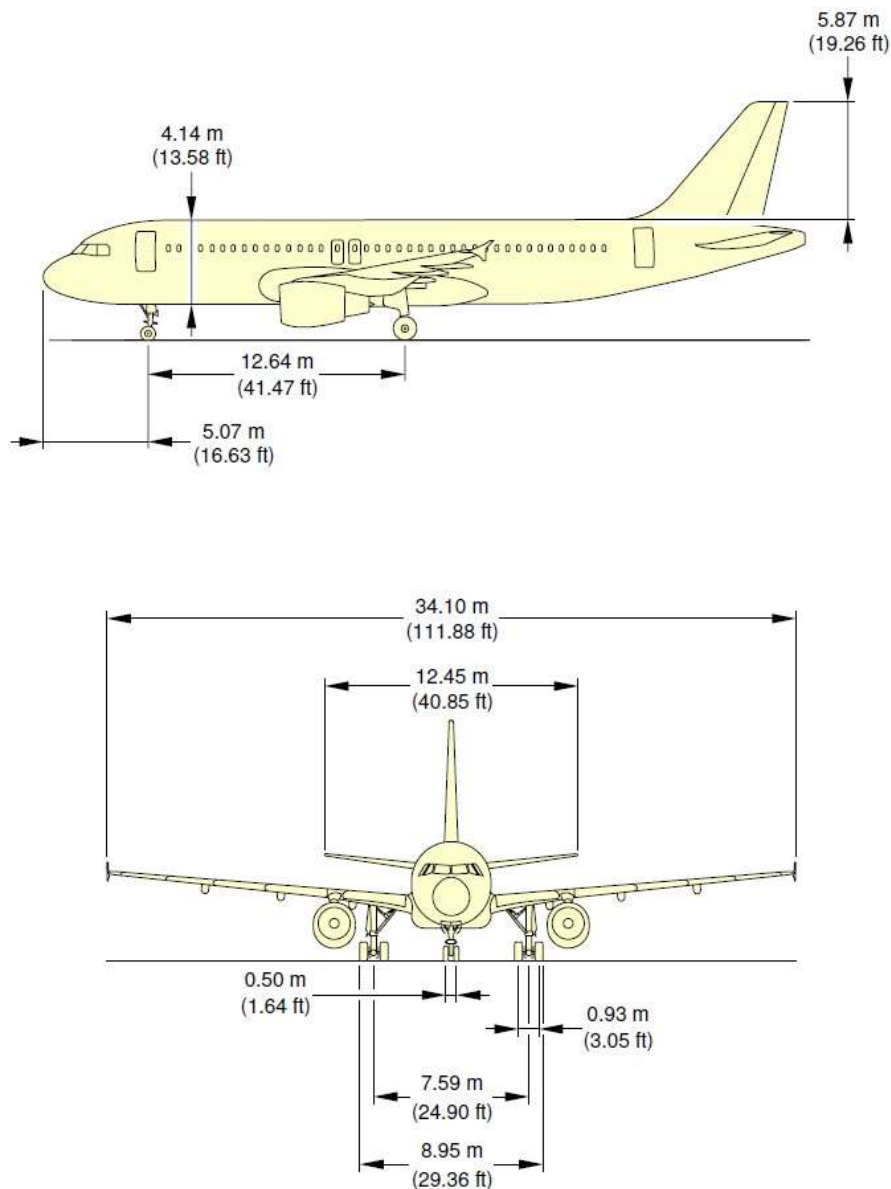


Slika 3 Ovisnost  $C_D$  o  $Ma$

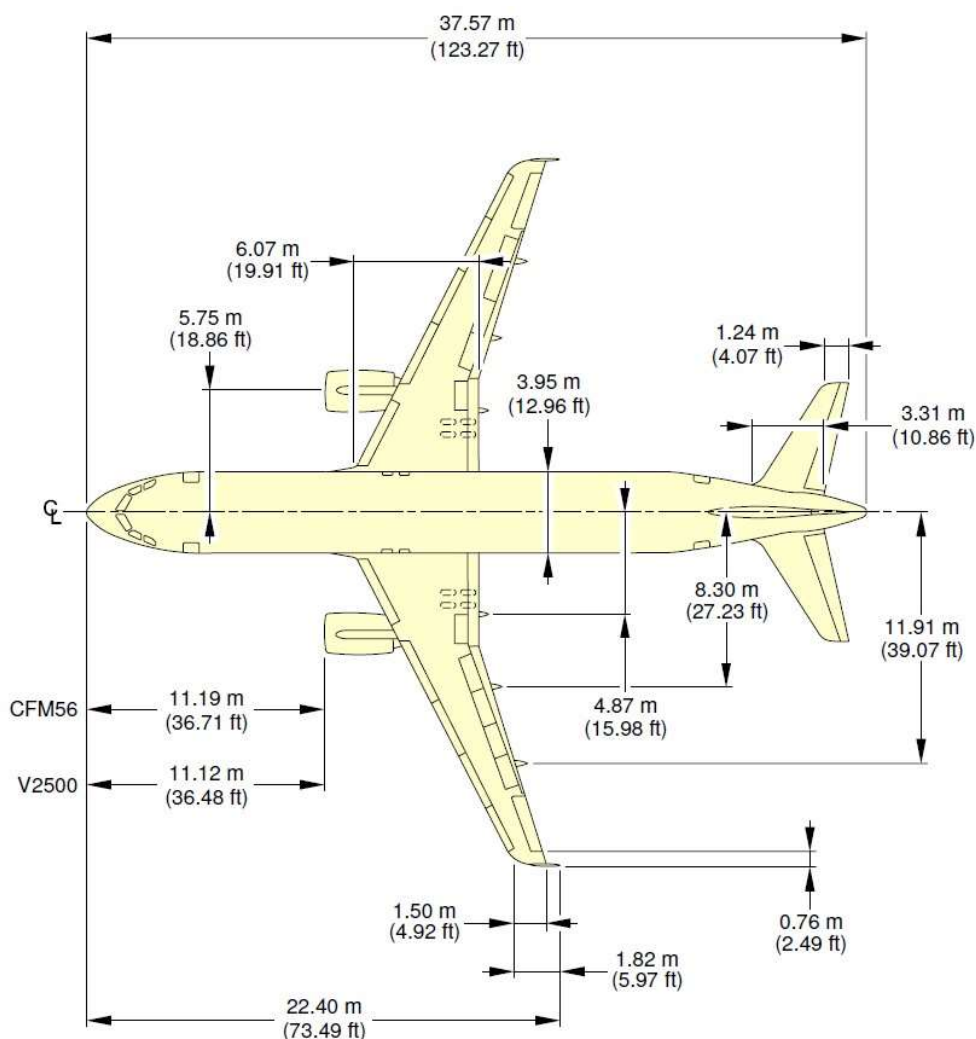
$C_{Dind}$  se smanjuje povećanjem brzine zbog manjeg potrebnog napadnog kuta da se održi ravnoteža sile uzgona i težine. Isto se može primijetiti da je  $C_{Dmin}$  približno konstantan za let brzinom koja ne prelazi najveću dopuštenu, a koja za ovaj zrakoplov iznosi  $Ma$  0.82 [11]. Iznad te brzine, zbog pojave lokalnog nadzvučnog strujanja, znatno se povećava parazitski otpor.

## 2.2. Geometrija zrakoplova

Osnovne značajke geometrije razmatranog zrakoplova prikazane su na slikama 4 i 5:



Slika 4 Osnovne dimenzije zrakoplova (nacrt, bokocrt) [4]



Slika 5 Osnovne dimenzije zrakoplova (tlocrt) [4]

### 2.3. Nosivost i gorivo

Kroz korespondenciju s predstavnikom tvrtke Croatia Airlines d.d. utvrđeno je da je promatrani zrakoplov proizveden u WV 008 (eng. *weight variant*) te se prema tome iz tablice 1 iščitavaju ograničenja na masu zrakoplova. Ove vrijednosti ograničenja mase odnose se samo na konstrukciju zrakoplova. Prilikom planiranja leta treba uzeti u obzir da na ograničenja mase zrakoplova ne utječe samo konstrukcija nego i duljina, nosivost i stanje piste, vanjska temperatura zraka, nadmorska visina zračne luke, meteorološke prilike i slično. Ipak, u ovom radu je pretpostavljeno da je pista uvijek čista, da uvijek ima dovoljnu duljinu i nosivost te da su vremenske prilike dobre. Uz te pretpostavke smije se reći da su ograničenja mase obzirom na konstrukciju, ujedno i ograničenja mase za svaki pojedini let.

Tablica 1 Ograničenja mase zrakoplova [5]

<b>VARIANT</b>	<b>008 (MOD 23900)</b>
<b>WEIGHT (Kg)</b>	
Max. Ramp Weight	73 900
Max. Take-off Weight	73 500
Max. Landing Weight	64 500
Max. Zero Fuel Weight	61 000
Minimum Weight	37 230

Kroz korespondenciju s predstavnikom Croatia Airlines d.d., isto tako, utvrđeno je da ne postoji zapis o ugrađivanju dodatnih tankova za gorivo u zrakoplov tokom njegovog životnog vijeka. Uzimajući to u obzir, pretpostavljeno je da u zrakoplovu postoje samo tri osnovna tanka za gorivo: dva u krilu (s lijeve i desne strane trupa) i jedan u trupu. Prema tome, iz tablice 3 iščitavaju se ograničenja volumena, odnosno mase goriva koja se može utočiti u tankove zrakoplova.

Tablica 2 Kapacitet goriva zrakoplova [5]

TANK	3 TANK AIRPLANE	
	Usable fuel liters (kg)	Unusable fuel liters (kg)
WING	15 609 (12 487)	58.9 (47.1)
CENTER	8 250 (6 600)	23.2 (18.6)
TOTAL	23 859 (19 087)	82.1 (65.7)

#### 2.4. Masa zrakoplova bez goriva

Iako je u tablici 2 dana vrijednost maksimalne mase polijetanja *MTOW* (eng. *Maximum Takeoff Weight*), masu polijetanja za pojedini let *TOW* (eng. *Takeoff Weight*) tek je potrebno odrediti. Ona ne smije biti veća od dane vrijednosti *MTOW*. *TOW* je zbroj mase zrakoplova

bez goriva *ZFW* (eng. *Zero Fuel Weight*) i mase goriva u tankovima  $m_g$ . Masa goriva bit će određena u jednom od narednih poglavlja, dok je u ovom poglavlju određen *ZFW*.

Operativna masa praznog zrakoplova *OEW* (eng. *Operatin Empty Weight*) uključuje proizvodnu masu zrakoplova na koju je nadodana masa posade, njihove prtljage, neiskoristivog goriva u tankovima, ulja za motor, opreme za spašavanje, sredstava za održavanje sanitarnog čvora, ostalih tekućina, kuhinje, opreme za catering, sjedalâ, dokumenata i slično.

Suha operativna masa *DOW* (eng. *Dry Operating Weight*) uključuje *OEW* i masu specijalnih predmeta koji se ukrcaju u zrakoplov za potrebe putnika kao što su: hrana, novine, sadržaj ostave...

*DOW* na koji je zbrojena masa tereta, putnikâ i njihove prtljage daje masu zrakoplova bez goriva *ZFW*.

Standardna vrijednost *OEW* za Airbus A320 dana je od proizvođača [6] i iznosi:

$$OEW = 42600 \text{ kg} .$$

Razmatrani zrakoplov ima 138 sjedala u ekonomskoj klasi i 12 sjedala u business klasi, što daje kapacitet od ukupno 150 putnika. Pretpostavljeno je da je zrakoplov na svakom letu popunjen, odnosno da nema praznih sjedala. Pretpostavljeno je također da se za svakog putnika u zrakoplovu pripremaju hrana, piće i novine. Uvidom u ambalažu obroka koji se posluživao na letovima Croatia Airlinesa 2018. godine, utvrđeno je da navedeni obrok ima deklariranu masu 0.115kg (15g pršuta, 30g sira u ulju, 40g krekerja, 10g ušćerenih badema, 20g paste od maslina). Kako su razmatrani samo letovi unutar Europe i njihovo trajanje nije duže od oko 2 sata, pretpostavljeno je da se za vrijeme trajanja leta poslužuje samo jedan obrok za svakog putnika i da se priprema 0.3 L pića (0.3 kg) po putniku. Pretpostavljeno je da su za svakog putnika na zrakoplov ukrcaje jedne novine. Masa novina određena je mjerenjem i iznosi 0.15 kg. Pretpostavljeno je isto tako da u ostavi ima još raznih potrepština za let ukupne mase 50kg. Uz ove pretpostavke izračunat je *DOW*:

$$DOW = OEW + 150(0.115 + 0.3 + 0.15) + 50 = 42734.75 \text{ kg} \quad (2.10)$$

Uzeta je pretpostavka da se u zrakoplovu prevoze putnici koji su građani Europe. Prosječna masa čovjeka koji je građanin Europe iznosi 70.8 kg [7]. Uvidom u službene objave Croatia Airlinesa [8] određena su ograničenja mase prtljage koju putnici smiju ponijeti na let. Na letovima Croatia Airlinesa putnicima u ekonomskoj klasi dopušteno je kao ručnu prtljagu nositi jedan komad od 8 kg i jedan dodatni komad ručne prtljage. Predana prtljaga smije imati masu

najviše do 23 kg po putniku. U Business klasi ručna prtljaga se sastoji od 2 torbe od 8 kg i jednog dodatnog komada prtljage. Masa predane prtljage iznosi 64 kg (2 komada od 32 kg). Kako će neki putnici nositi manje prtljage nego što je dopušteno, a neki će nadoplatiti određenu svotu novca kako bi mogli ponijeti prtljagu koja je teže od dopuštene, pretpostavljeno je da svaki putnik u prosjeku nosi maksimalnu dopuštenu masu prtljage. Isto tako je pretpostavljeno da se u zrakoplovu osim prtljage putnika prevozi i 1000 kg drugog tereta. Iz svega navedenog dobiva se masa zrakoplova bez goriva:

$$ZFW = DOW + 138(8 + 23) + 12 \cdot 2(8 + 32) + 1000 = 48972.75 \text{ kg} \quad (2.11)$$

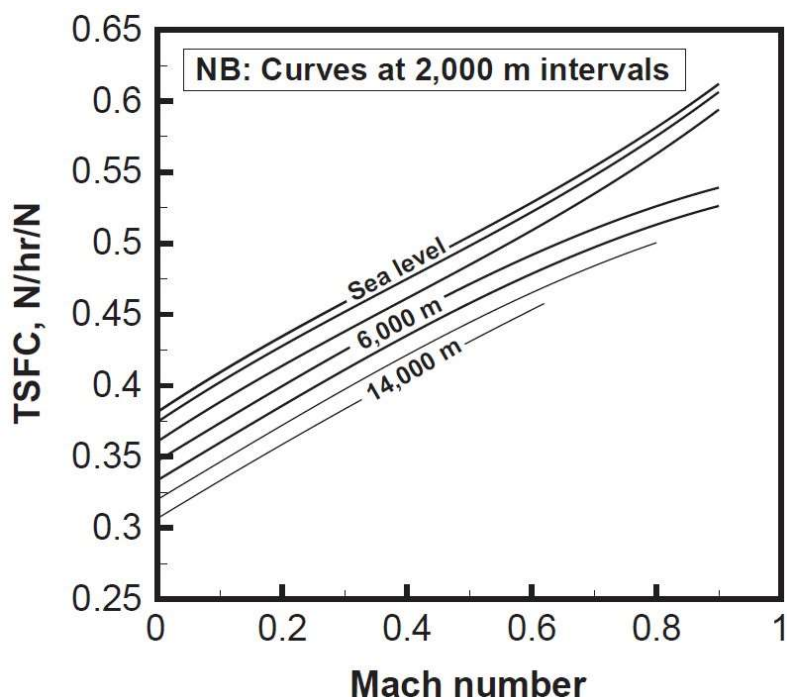
Pretpostavka u ovom radu je da je  $ZFW$  isti za svaki let.

## 2.5. Pogonska skupina

Na ovoj varijanti Airbusa A320 ugrađena su dva motora tipa CFM 56-5A3. Taj motor ima jedan ventilatorski stupanj netom iza usisnika, trostupanjski niskotlačni i devetstupanjski visokotlačni kompresor, prstenastu komoru za izgaranje, jednostupanjsku visokotlačnu i četverostupanjsku niskotlačnu turbinu te je opremljen FADEC (eng. *Full Authority Digital Engine Control*) sustavom za kontrolu rada motora. Maksimalni nazivni potisak motora iznosi 111200 N dok je maksimalni kontinuirani potisak motora 105400 N [9]. Za potrebe daljnje analize korišten je model takvog motora opisan u [10]. Podaci o sili koju daju motori prema tom modelu prikazani su na slici 14.

### 2.5.1. Model potrošnje goriva

Iako je model snage motora preuzet iz [10], u njemu nije razrađen model potrošnje goriva. Za potrebe ovog rada izrađen je model koji opisuje potrošnju goriva na način opisan u nastavku. Za potrošnju goriva u fazama polijetanja i penjanja te spuštanja i slijetanja korišteni su podaci iz [11]. Detaljniji opis dobivanja potrošnje goriva za ove dvije faze nalazi se u poglavljima 3.1. i 3.2. Za analizu potrošnje goriva u fazi krstarenja razrađena su dva pristupa. Prvi pristup temeljen je na dijagramu ovisnosti specifičnog težinskog protoka goriva o brzini i visini leta [12] za motor CF6-80 koji je prikazan na slici 6. Motor CF6-80 srodan je motoru CFM56-5A3 i iz tog razloga je pretpostavljeno da se navedeni dijagram može primijeniti i za razmatrani motor uz određenu korekciju. Brzina je u dijagramu izražena preko Machovog broja, visina u metrima nadmorske visine, a potrošnja u  $N(\text{težine goriva})/\text{hr}/N(\text{pogonske sile})$ .

Slika 6 Ovisnost  $C_T$  o  $Ma$  i  $H$  za CF6-80 [12]

Krivulja za  $H=0\text{m}$  aproksimirana je pravcem

$$C_T^*(H = 0) = 0.2560 Ma + 0.3841 . \quad (2.12)$$

Promjena  $C_T^*$  s visinom također je aproksimirana kao linearna funkcija i to na način da se postojećoj jednadžbi pravca nadoda član koji spušta krivulju za potreban iznos

$$C_T^*(Ma, H) = 0.2560 Ma - \frac{0.061H}{12000} + 0.3841 . \quad (2.13)$$

Ovako dobiveni  $C_T^*$  potrebno je skalirati kako bi se dobio  $C_T$  za CFM56-5A3. Faktor skaliranja dobiven je kao omjer maksimalne (Take off) snage za dva promatrana motora [12][9]

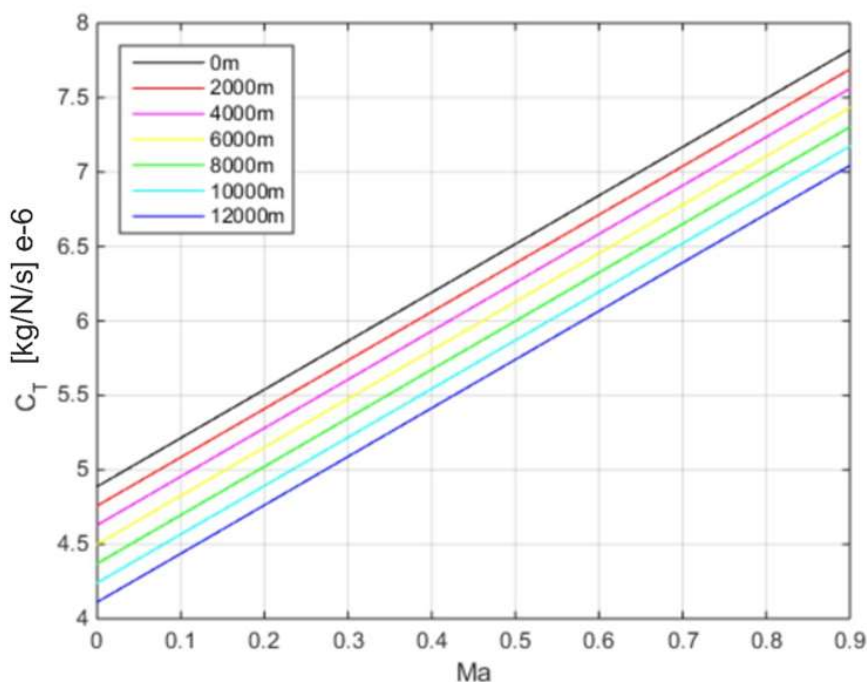
$$\frac{117870 \text{ N}}{262300 \text{ N}} = 0.4494 . \quad (2.14)$$

Toj korekciji pridodana je konverzija mjerne jedinice iz  $\text{N}/\text{Nhr}$  u  $\text{kg}/\text{Ns}$ . Nakon uvođenja navedenih korekcija dobivena je vrijednost  $C_T$  za razmatrani motor:

$$C_T(Ma, H) = C_T^*(Ma, H) \cdot 0.4494 \cdot \frac{1}{9.81 \cdot 3600} , \quad (2.15)$$

$$C_T(Ma, H) = 3.258 \cdot 10^{-6} Ma - 7.762 \cdot 10^{-7} \frac{H}{12000} + 4.888 \cdot 10^{-6} .$$

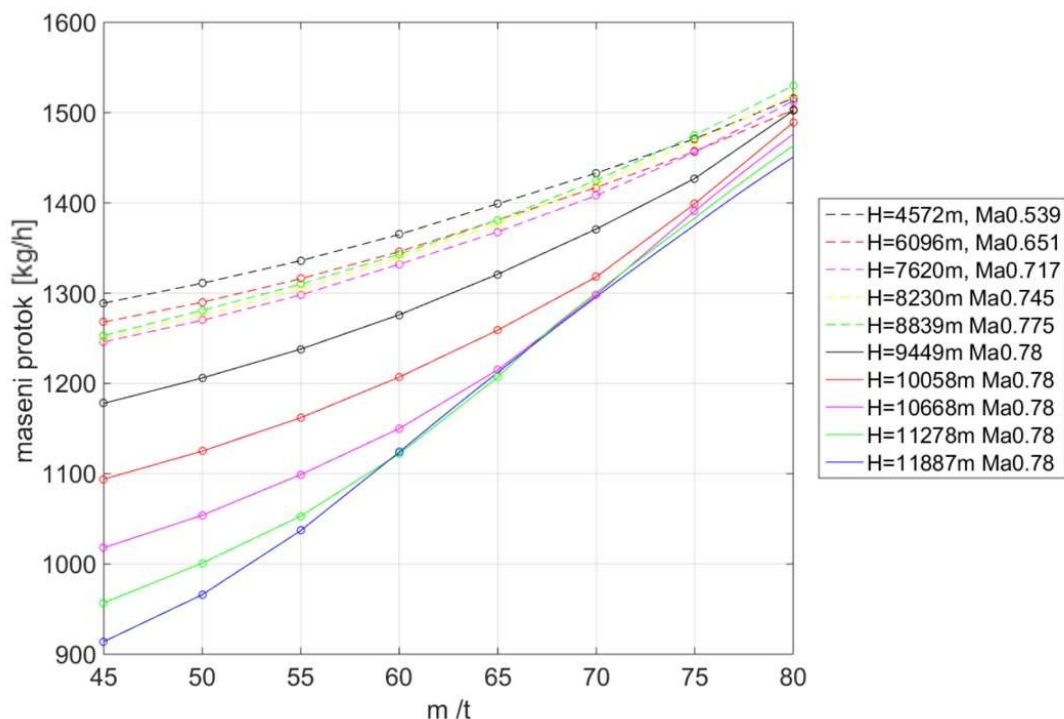
Funkcijska ovisnost  $C_T$  o  $Ma$  prikazana je na slici 7.



Slika 7 Aproksimacija  $C_T$  o  $Ma$  i  $H$  za CFM56-5A3 prema [12]

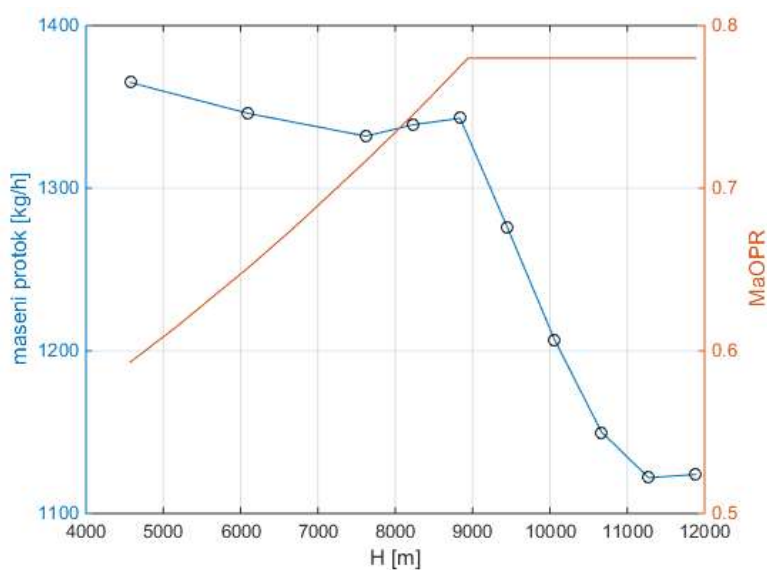
Drugi pristup temeljen je na tablici danoj u [11]. Tablica daje ovisnost masenog protoka goriva za jedan motor CFM56-5A3 o visini leta i masi zrakoplova u fazi krstarenja. U ovoj tablici ciljana brzina leta ovisi o visini na kojoj se zrakoplov nalazi na način da se leti u režimu optimalne potrošnje koji je za posadu propisao manual. Ta operativna brzina u ovom radu označena je s  $Ma_{OPR}$ . Linearnom interpolacijom po visini i masi zrakoplova u programskom paketu MATLAB dobivena je ovisnost prikazana na slici 8. Familija krivulja na tom dijagramu dobivena je pozivom funkcije koja interpolira maseni protok goriva po masi zrakoplova i visini leta, a točke na dijagramu predstavljaju vrijednosti iz izvorne tablice [11]. Punom crtom označene su krivulje za visine na kojima je operativna brzina leta  $Ma_{OPR} = 0.78$ , a isprekidanom krivulje za manje visine na kojima se  $Ma_{OPR}$  mijenja s promjenom visinom. Ovisnost  $Ma_{OPR}(H)$  opisana je u odlomku 3.3.4. Nedostatak ovog pristupa je što su u tablici  $H$  i  $Ma$  međusobno ovisni pa je sužen spektar režima leta koji se mogu pouzdano razmatrati. No, u odnosu na prvi pristup, koji je temeljen na dijagramu za drugačiji motor, ovaj pristup daje, za operativne režime leta propisane u manualu, točnije podatke o tome kako masa zrakoplova utječe na potrošnju goriva tijekom leta.





Slika 8 Ovisnost masenog protoka o  $m$  i  $H$  za CFM56-5A3 prema [11]

Kako je interpolacija linearna i po  $m$  i  $H$  može se pretpostaviti da neće doći do neočekivanih skokova u funkciji interpolacije. Ipak, u svrhu provjere ponašanja funkcije, priložena je slika 9 koja prikazuje dijagram ovisnosti masenog protoka goriva i operativnog Machovog broja o visini leta za masu zrakoplova  $m = 60000$  kg.



Slika 9 Ovisnost masenog protoka i  $MaOPR$  o  $H$  pri  $m=60$  t

Promatrajući dobiveni dijagram potvrđeno je kako interpolacijska funkcija daje pouzdane rezultate za vrijednosti visine između onih koje su definirane u tablici. Ipak, ne može se sa sigurnošću reći kako se funkcija iteracije ponaša u području izvan onoga koje je definirano tablicom i zato je njeno korištenje u analizi ograničeno samo na područje u kojem je definirana po tablici u manualu [11]. Prema tome, masa u krstarenju mora biti između 45 i 80 t, dok visina mora biti u intervalu od 4572 m (FL 150) do 11887 m (FL 390).

### 3. ANALIZA POTROŠNJE GORIVA TOKOM JEDNOG LETA

Jedan let razmatran je na način da je podijeljen na tri faze koje su zasebno analizirane: polijetanje i penjanje, krstarenje te spuštanje i slijetanje. Za svaku fazu, na temelju parametara leta, dobivena je masa goriva potrošena u toj fazi  $m$ , trajanje faze  $t$  i u tom vremenu prijeđena horizontalna udaljenost  $d$ . Iznosi veličina koje se odnose na atmosferu (tlak, temperatura, gustoća i brzina zvuka) u ovisnosti o visini leta zrakoplova dobiveni su primjenom modela standardne atmosfere prema ISO standardu. Pri analizi je razmatran samo slučaj atmosfere u kojoj nema vjetra, zanemaren je utjecaj zakrivljenosti Zemlje, kao i njezina rotacija. Isto tako pretpostavljeno je da je akceleracija sile teže konstantna u cijelom području leta i iznosi  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

#### 3.1. Polijetanje i penjanje

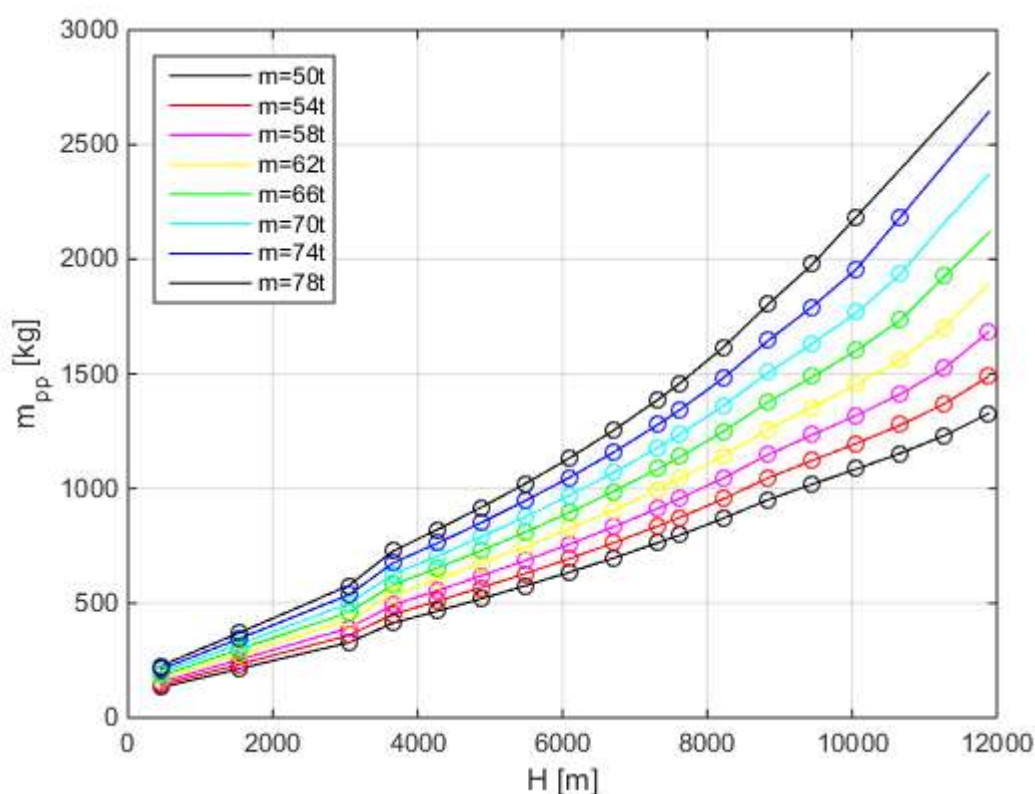
Za izračun parametara  $m_{pp}$ ,  $d_{pp}$ ,  $t_{pp}$  (potrošeno gorivo, prijeđeni put i proteklo vrijeme) u ovoj fazi korišteni su podaci iz tablice u [11]. Tablica je izrađena za jedan od preporučenih modela polijetanja i penjanja koji je opisan u nastavku. Faza počinje kada avion otpusti kočnice i počne ubrzavati po pisti. Nakon polijetanja zrakoplov se brzinom od 128.6 m/s (250 kt) IAS penje na 3048 m (FL 100). Kada postigne tu visinu zaustavlja se penjanje i zrakoplov ubrzava do 154.32 m/s (300 kt) IAS zadržavajući istu visinu. Kada brzina poraste do navedene vrijednosti nastavlja se penjanje konstantnom brzinom sve dok se ne postigne točka u kojoj brzina od 154.32 m/s (300 kt) ujedno iznosi i  $Ma$  0.78. To će se dogoditi na visini 9144 m (FL 300) Od tada pa sve do konačne visine održava se brzina od  $Ma$  0.78. To znači da se, zbog toga što se brzina zvuka smanjuje s porastom visine, IAS treba postepeno smanjivati prilikom daljnjeg penjanja.

Ako se u okolici zračne luke nalaze neke fizičke prepreke ili ako iz nekog drugog razloga nije moguće primijeniti ovaj model penjanja, odabrat će se drugi model, ali takav slučaj nije razmatran u ovom radu. Pretpostavljeno je da zrakoplov leti u čistoj konfiguraciji (uvučeni stajni trap, pretkrilca, zakrilca i zračne kočnice), pri normalnoj klimatizaciji bez uključenih uređaja za sprječavanje nastajanja leda na motoru i ostalim dijelovima zrakoplova.

Tablica za takav režim polijetanja i penjanja za zadanu visinu na koju se zrakoplov penje i masu istog pri otpuštanju kočnica daje tri, za ovaj rad, relevantna podatka: masu potrošenog goriva u kilogramima, prijeđeni put u nautičkim miljama i proteklo vrijeme u minutama. Isto tako nudi

i faktor korekcije za određene parametre ako je klimatizacija smanjena ili pojačana te ako je uključen sustav protiv nakupljanja leda na motoru i(li) na ostatku zrakoplova. Ako se temperatura okolnog zraka razlikuje u odnosu na onu opisanu modelom standardne atmosfere prema ISO standardu, podatke treba očitavati iz drugih tablica danih u manualu [11].

Podaci iz tablice uneseni su u MATLAB gdje je za njih provedena linearna interpolacija po promjeni mase prilikom otpuštanja kočnica na pisti i visine na koju se zrakoplov penje. Podaci iz tablice (kružići) prikazani su na slici 10 zajedno s krivuljama koje su dobivene interpolacijom.



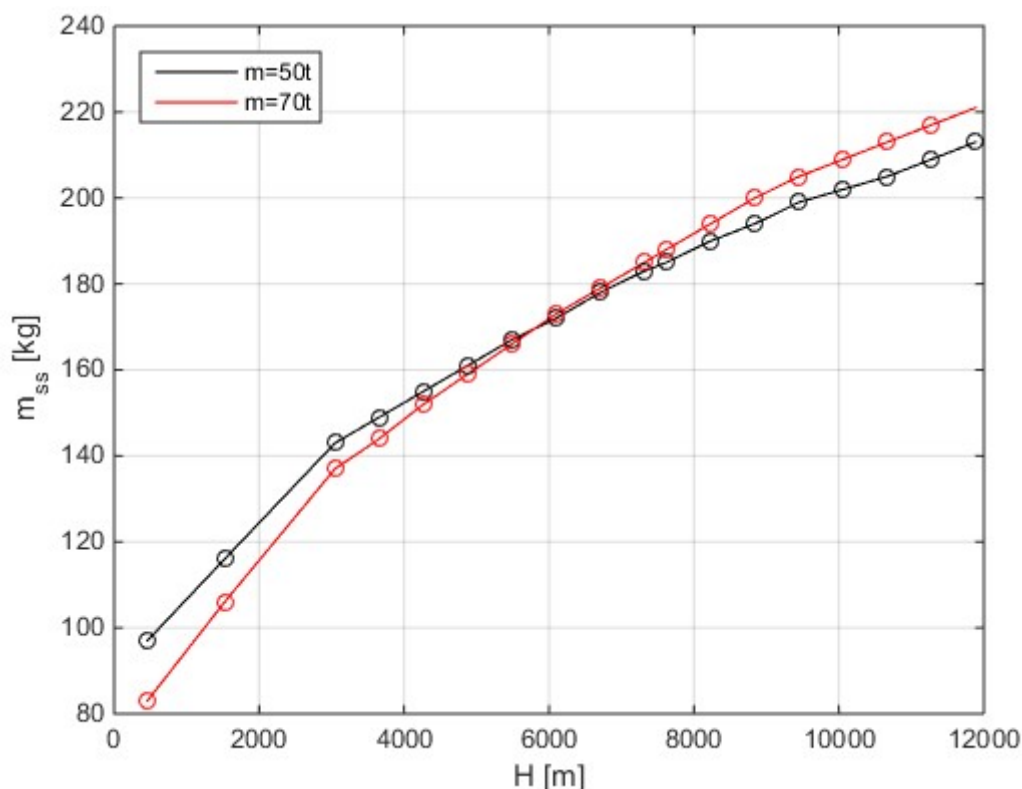
Slika 10 Dijagram mase potrošenog goriva za prvu fazu leta

Za različite vrijednosti masa prilikom otpuštanja kočnica iscrtane su krivulje ovisnosti mase potrošenog goriva u ovisnosti o visini na koju se zrakoplov penje. Može se primijetiti da se funkcija interpolacije ponaša stabilno za mase koje se nalaze između minimalne i maksimalne mase koje su definirane u tablici. Za vrijednosti mase manje od minimalne definirane u tablici ne može se sa sigurnošću reći da se funkcija interpolacije ponaša stabilno i pouzdano. Zbog toga se u analizi neće ulaziti u to područje, odnosno minimalna masa polijetanja ograničena je na 50 t.

### 3.2. Spuštanje i slijetanje

Za izračun parametara  $m_{ss}$ ,  $d_{ss}$ ,  $t_{ss}$  (potrošeno gorivo, prijeđeni put i proteklo vrijeme) u ovoj fazi korištena je, isto kao i za polijetanje i penjanje, tablica iz manuala[11]. U manualu je odabran jedan od preporučenih modela spuštanja i slijetanja koji je opisan u nastavku teksta. Faza spuštanja počinje na visini krstarenja. Avion se u određenom trenutku počinje spuštati i to održavajući brzinu od 144.03 m/s (280 kt) ili na  $Ma$  0.76. Treba izabrati brzinu koja je na trenutnoj visini manja od druge. Do visine 9509.8 m (FL 312) to će biti  $Ma$  0.76, a na manjim visinama to će biti 144.03 m/s (280 kt). Takav režim zadržava se sve do slijetanja. Pretpostavljeno je da zrakoplov leti u čistoj konfiguraciji s pojačanom klimatizacijom, da su isključeni svi sustavi protiv nastanka naslaga leda na motorima i ostatku zrakoplova i da je ručica snage postavljena u IDLE poziciju (minimalna snaga potrebna da se motor održava u radu).

Tablica za takav režim spuštanja i slijetanja za zadanu masu zrakoplova pri početku spuštanja i visini na kojoj se zrakoplov nalazi u tom trenutku daje tri, za rad, relevantna podatka: masu potrošenog goriva u kilogramima, prijeđeni put u nautičkim miljama i proteklo vrijeme u minutama. Isto tako nudi i faktor korekcije za određene veličine ako je klimatizacija smanjena, ako je uključen sustav protiv nakupljanja leda na motoru ili na ostatku zrakoplova i ako se temperatura okolnog zraka razlikuje u odnosu na standardnu temperaturu. Podaci iz tablice uneseni su u MATLAB gdje je za njih provedena linearna interpolacija po promjeni mase na početku spuštanja i visine zrakoplova u tom trenutku. Podaci iz tablice (kružići) prikazani su na slici 11 zajedno s krivuljama interpolacije.



**Slika 11** Dijagram mase potrošenog goriva za spuštanje i slijetanje

Za različite vrijednosti mase prilikom početka spuštavanja, iscrtane su krivulje ovisnosti promjene mase zrakoplova, odnosno mase potrošenog goriva u ovisnosti o visini s koje se zrakoplov spušta. Može se primijetiti da se funkcija interpolacije ponaša pouzdano i stabilno za mase koje se nalaze između najmanje i najveće mase koje su definirane u tablici. Za vrijednosti mase manje od minimalne definirane u tablici ne može se sa sigurnošću reći da se funkcija interpolacije ponaša stabilno i pouzdano. Zbog toga se u analizi neće ulaziti u to područje, odnosno minimalna masa na početku spuštavanja ograničena je na 50 t.

### 3.3. Krstarenje

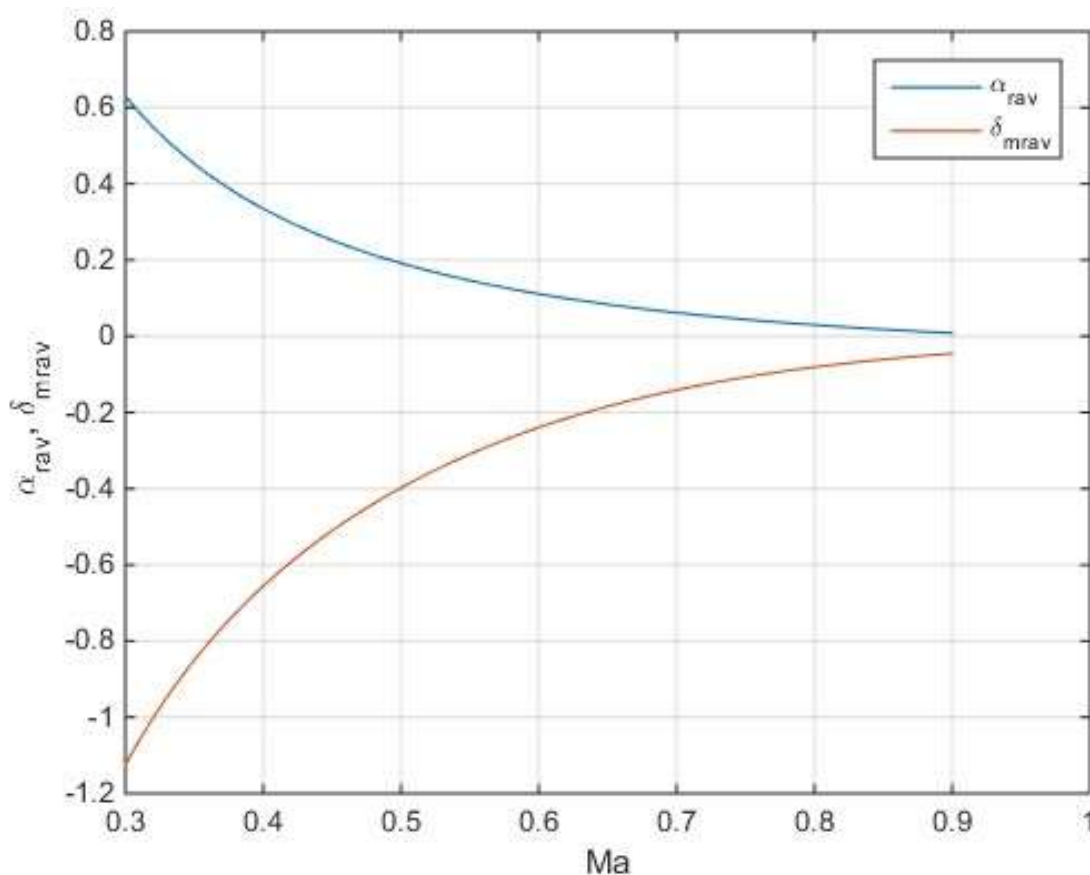
Za razliku od prve i treće faze leta, za koje su vrijednosti potrebnih veličina dobivene jednostavnim iščitavanjem iz tablice i interpoliranjem očitanih podataka, faza krstarenja obrađena je na drugačiji način. Iako postoje tablice koje daju iznos goriva za fazu krstarenja u manualu [11], potrebne veličine u ovoj fazi dobivene su detaljnijom analizom mehanike leta zrakoplova.

### 3.3.1. Uvjet ravnotežnog leta

Pretpostavljeno je da se cijelu fazu krstarenja zrakoplov nalazi u stacionarnom ravnotežnom letu. Da bi takav let bio ostvaren, zbroj svih sila na zrakoplov treba biti jednaka nuli. Uz pretpostavku da je zrakoplov tokom faze krstarenja uvijek postavljen pod malim napadnim kutom na struju zraka, možemo zaključiti da sila uzgona treba nadvladati težinu zrakoplova, a pogonska sila silu otpora, pri čemu moment propinjanja treba biti jednak nuli:

$$C_L = \frac{mg}{S_{\text{ref}} \frac{\rho V^2}{2}}, \quad C_D = \frac{T_r}{S_{\text{ref}} \frac{\rho V^2}{2}}, \quad C_m = 0. \quad (3.1)$$

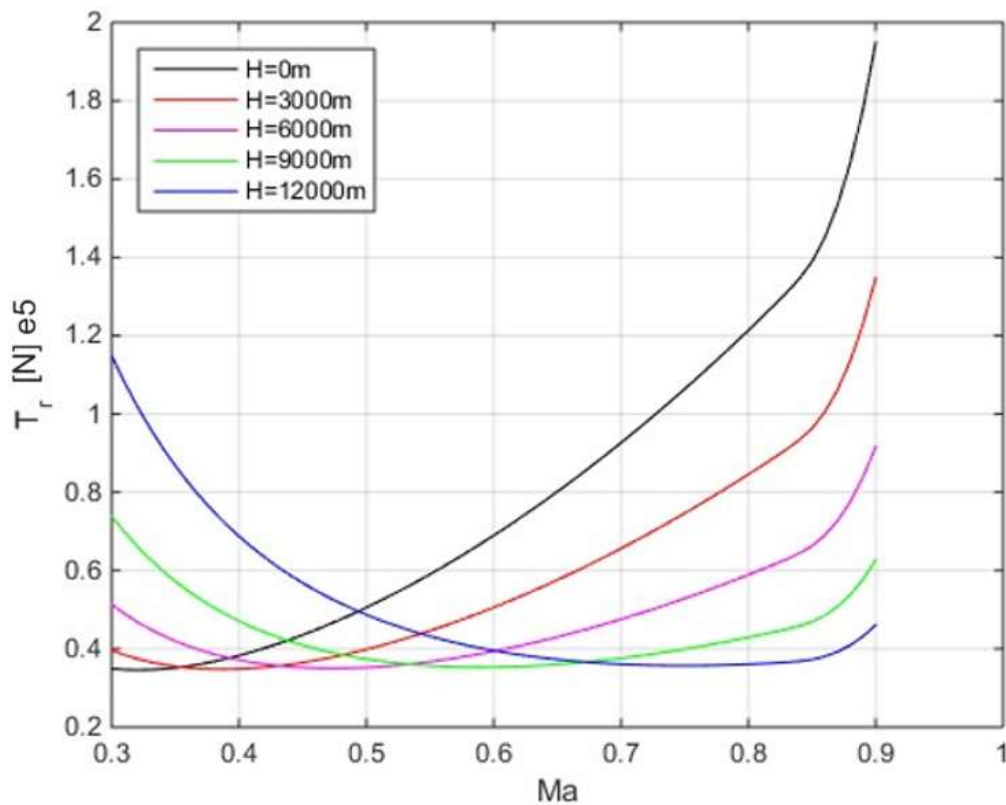
Uvrštavanjem uvjeta (3.1) u jednadžbe (2.3) i (2.4) te rješavanjem dobivenog sustava dvije jednadžbe s dvije nepoznanice dobivamo napadni kut  $\alpha_{\text{rav}}$  i kut otklona kormila visine  $\delta_{\text{mrav}}$  pri ravnotežnom letu. Za masu zrakoplova  $m = 60 \text{ t}$  i visinu leta  $H = 11277.6 \text{ m}$  ( $FL 370$ ) nacrtan je dijagram prikazan na slici 12 u kojem je vidljiva ovisnost dva navedena kuta o brzini leta.



Slika 12 Ovisnost  $\alpha_{\text{rav}}$  i  $\delta_{\text{mrav}}$  o  $Ma$  pri  $m=60 \text{ t}$  i  $H=11277.6 \text{ m}$

### 3.3.2. Potrebna pogonska sila

Iz, sada poznate, vrijednosti koeficijenta uzgona pri ravnotežnom letu, uvrštavanjem uvjeta (3.1) u (2.5), dobivena je potrebna pogonska sila  $T_r$ , kako je prokazana na slici 13.

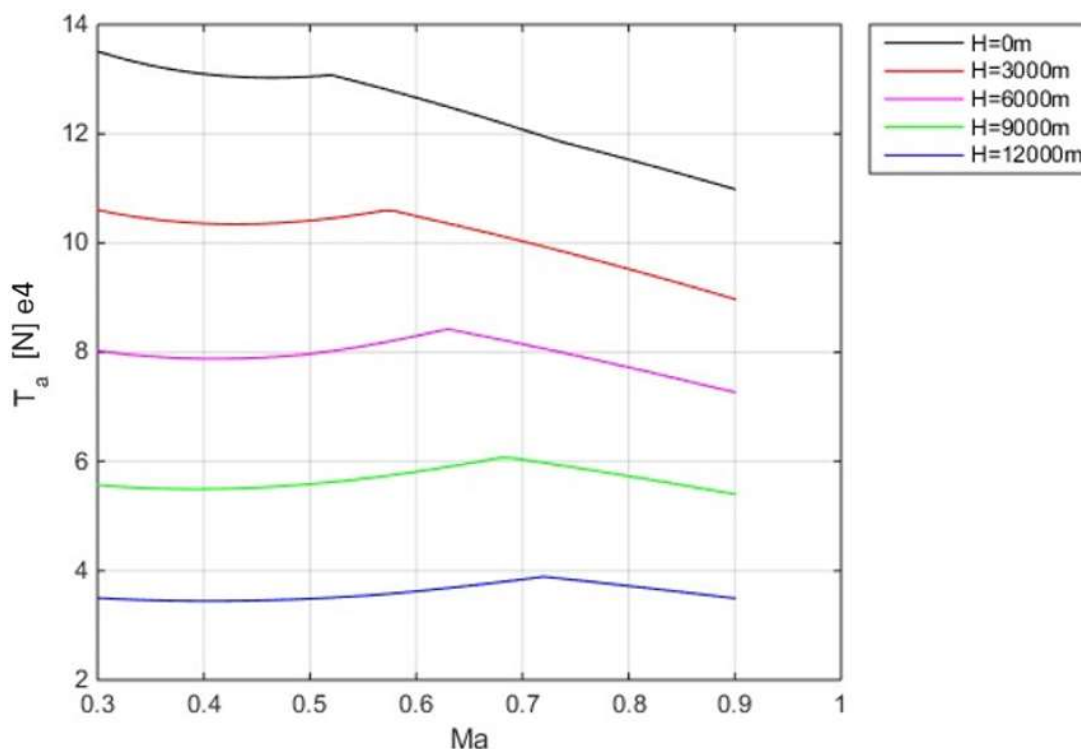


Slika 13 Ovisnost  $T_r$  o  $Ma$  i  $H$  pri  $m=60$  t



### 3.3.3. Dostupna pogonska sila

Kao što je ranije izneseno, dostupna pogonska sila  $T_a$  za razmatrani zrakoplov dobivena je prezuimanjem podataka iz [10]. Ovisnost sile koju motori mogu proizvesti o visini i brzini leta prikazana je dijagramom na slici 14.



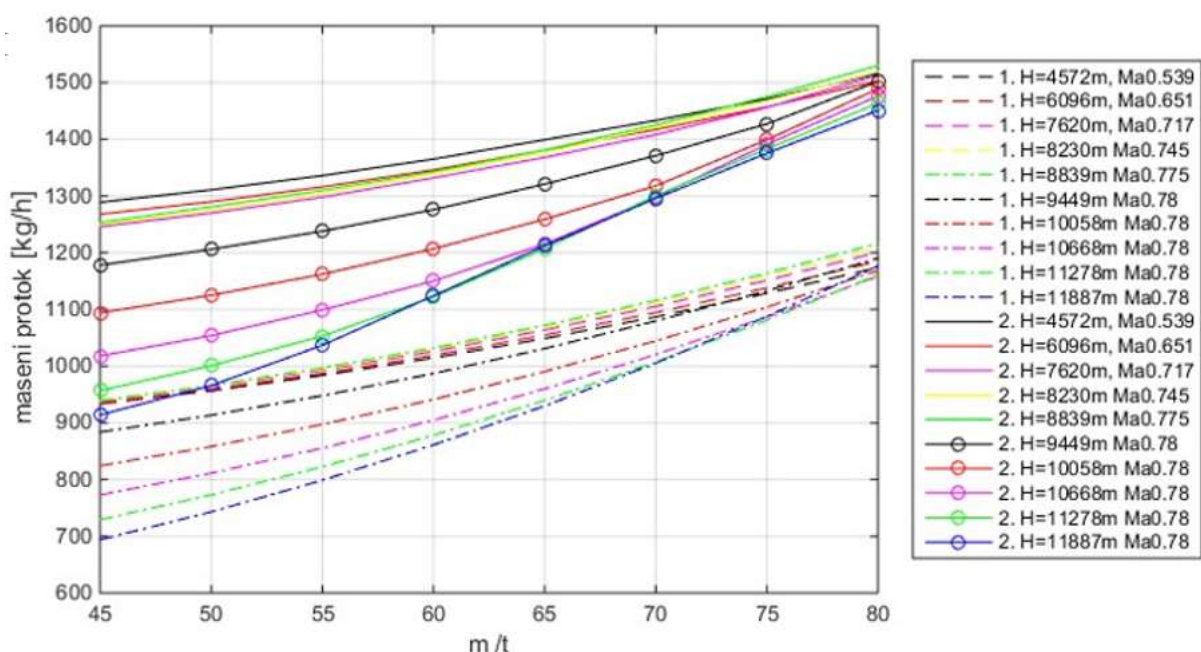
Slika 14 Ovisnost  $T_a$  o  $Ma$  i  $H$  pri  $m=60$  t

### 3.3.4. Potrošnja goriva

Maseni protok goriva kod mlaznih motora može se opisati kao umnožak pogonske sile koju proizvodi motor  $T_r$  i specifičnog masenog protoka goriva  $C_T$ :

$$\dot{m}_g = T_r C_T \quad (3.2)$$

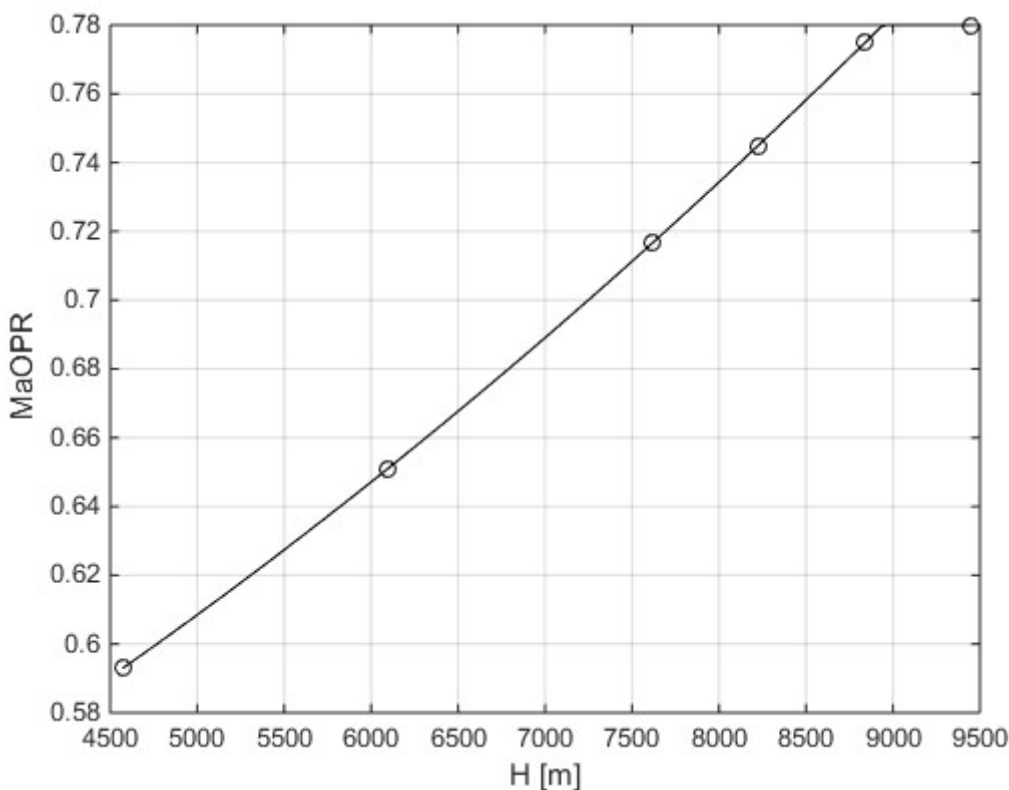
Kao što je ranije u odlomku 2.5.1. navedeno, maseni protok goriva dobiven je kroz dva pristupa. U prvom pristupu, dobiveni  $C_T$  pomnožen je s  $T_r$  i tako je dobiven  $\dot{m}_g$ . Po drugom pristupu, dobiva se maseni protok goriva interpolacijom iz tablice [11]. Usporedba dva navedena pristupa prikazana je grafički na slici 15.

Slika 15 Usporedni prikaz  $m_g$  za dva pristupa

Krivulje za prvi pristup prikazane su isprekidanim linijama za područje gdje operativna brzina  $Ma_{OPR}$  ovisi o  $H$  i crta točka crtom za područje gdje je  $Ma_{OPR} = 0.78$  neovisno o  $H$ , dok su krivulje za drugi pristup prikazane punim linijama za područje gdje  $Ma_{OPR}$  ovisi o  $H$  i linijom s kružićima za područje gdje je  $Ma_{OPR} = 0.78$  neovisno o  $H$ . Iako su obje familije krivulja oblikom slične, vidljivo je da postoji značajna razlika u rezultatima dobivenih kroz dva navedena pristupa. Više je mogućih razloga zbog kojih dolazi do ovog ali najznačajniji su jednostavna pretpostavka da  $C_T$  linearno ovisi o  $Ma$  i  $H$  te upitno pouzdane pretpostavke pri skaliranju parametara motora CF6-80. Uz ovaj dijagram, na kojem su uspoređeni maseni protoci za dva navedena pristupa, napravljen je i pokušaj usporedbe pomoću crtanja dijagrama za  $C_T$  dobivenog na dva navedena načina. Za prvi način rezultati su već prikazani na slici 6. Rezultati dobiveni računanjem vrijednosti  $C_T$  iz masenog protoka dobivenog iz tablice u [11] nisu usporedivi s onima sa slike 6. Mogući uzrok neusporedivosti rezultata leži u činjenici da u tablici iz manuala nije dana ovisnost  $C_T$  o  $Ma$  za manje visine. Isto tako, promatranjem podataka iz tablice uočava se da  $C_T$  značajno ovisi o masi, što nije slučaj u prvom pristupu. Promatrajući, ponovno, sliku 15, primjećuje se kako bi se uvođenjem novih korekcija moglo postići veće preklapanje ova dva modela. Unatoč tome, i za ovu fazu korišteni su podaci iz [11] (drugi pristup), kako bi rezultati bili ujednačeni. Tim izborom analiza je ograničena na operativne režime leta predložene u manualu. To znači da operativna brzina leta  $Ma_{OPR}$  ovisi o visini

leta. Ovisnost  $MaOPR(H)$  za operativni režim leta da u [11] aproksimirana je s dvije krivulje. Prva krivulja ima domenu od FL150 (6072 m) (kako je u tablici visina izražena u FL, u ovom odlomku su visine, radi lakšeg računa izražene u toj jedinici) do visine gdje je prema tablici za parametre leta u krstarenju [11]  $MaOPR(H) = 0.78$ . Ta visina iznosi FL 293.33, a određena je na sljedeći način. Gradijent promjene  $MaOPR$  o  $H$  aproksimiran je kao konstantan između visina FL 270 i FL 290 i pretpostavljeno je da je gradijent isti i na visinama iznad FL 290. Uz te pretpostavke izračunato je da je  $MaOPR(FL\ 293.33) = 0.78$ . Između visina FL 150 i FL 293.33 ovisnost  $MaOPR(H)$  aproksimirana je kvadratom funkcijom. Za visine više od navedene vrijedi da je  $Ma$  konstantan i iznosi 0.78. Takva ovisnost opisana je sljedećim formulama, a prikazana je i grafički. Funkcija aproksimacije prikazana je na slici 16 punom crtom, a vrijednosti iz polazne tablice [11] kružićima.

$$\begin{aligned}
 MaOPR(H) &= 1.6551 \cdot 10^{-9}H^2 + 2.0439 \cdot 10^{-5}H + 0.4649, \\
 &\quad \text{za } 4572\text{m} \leq H < 8940.7\text{m} \\
 MaOPR(H) &= 0.78, \quad \text{za } 8940.70\text{m} \leq H
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$



Slika 16 Ovisnost  $Ma$  o visini leta za operativni režim leta prema [11]

### 3.3.5. Izračun potrošnje goriva u fazi krstarenja

Imajući u vidu rezultate iz prijašnjih odlomaka moguće je odrediti potrošnju goriva razmatranog zrakoplova u fazi krstarenja. Izračun je rađen metodom numeričke integracije na način da je duljina krstarenja  $d_{kr}$  podijeljena na  $n = 100$  koraka jednake duljine  $d_{kr i}$ . Za svaki korak se računa masa potrošenog goriva i vrijeme leta da bi se na kraju zbrojili rezultati svakog koraka i dobilo ukupno rješenje za cijeli put.

$$m_{kr} = \sum_{1}^{n} m_{kr i} \quad (3.4)$$

$$t_{kr} = \sum_{1}^{n} t_{kr i}$$

Pretpostavljeno je pri izračunu da je masa zrakoplova tokom pojedinog koraka konstantna i jednaka masi na početku tog koraka. Masa zrakoplova na početku sljedećeg koraka jednaka je masi zrakoplova iz prethodnog koraka umanjenoj za masu goriva koje je potrošeno u tom prethodnom koraku:

$$m_{kr}(i) = m_{kr}(i - 1) + m_{kr i}(i - 1). \quad (3.5)$$

Masa potrošenog goriva i proteklo vrijeme tokom jednog koraka izračunati su po izrazima:

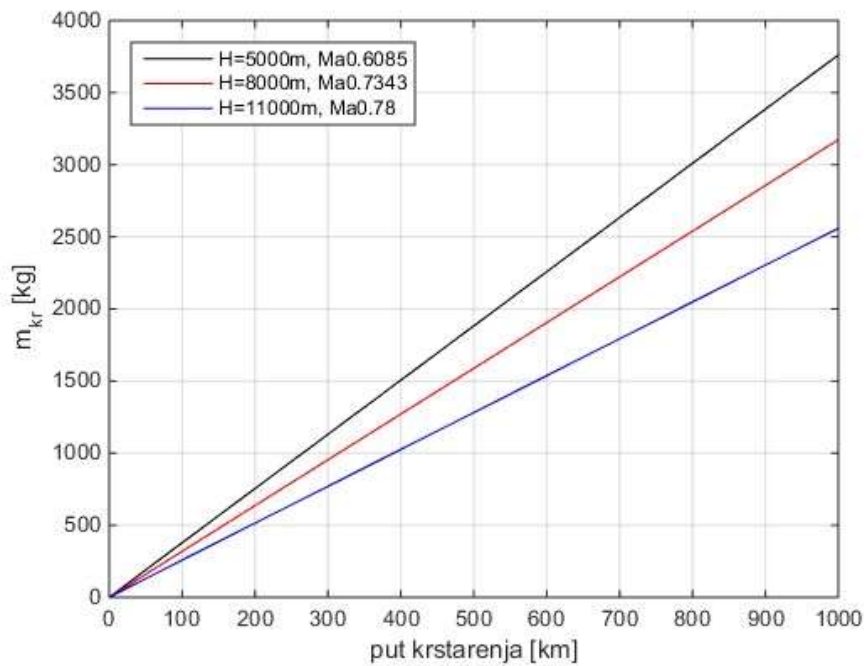
$$t_{kr i} = \frac{d_{kr i}}{V}, \quad (3.6)$$

$$m_{kr i} = \dot{m}_{g i} t_{kr i},$$

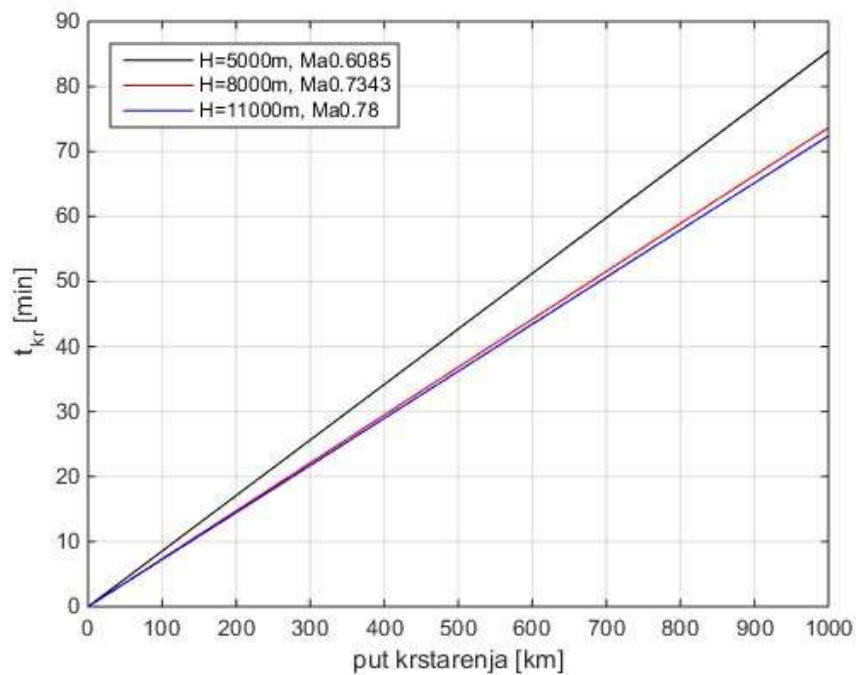
gdje je:

$$V = Ma \cdot a. \quad (3.7)$$

Dobiveni rezultati za masu prikazani su na slici 17, a za vrijeme na slici 18.



Slika 17 Prikaz mase goriva potrebne za krstarenje ovisno o  $d$  i  $H$



Slika 18 Prikaz vremena potrebnog za krstarenje ovisno o  $d$  i  $H$

Ovime je zaključen model potrošnje goriva tokom faze krstarenja, ali, uzimajući u obzir prethodno izložene modele za polijetanje i penjanje te spuštanje i slijetanje, i za cijeli let.

### 3.4. Izračun parametara jednog leta

Svaki let je, kako je ranije naglašeno, podijeljen u tri faze: polijetanje i penjanje, krstarenje te spuštanje i slijetanje. Kako bi bilo moguće odrediti koliko goriva treba biti utočeno u tankove na pojedinoj zračnoj luci, potrebno je poznavati koliko je goriva potrebno da se odradi let. Potrebna masa goriva može se odrediti kao zbroj potrebnih masa goriva za svaku od tri faze:

$$m_g = m_{pp} + m_{kr} + m_{ss}. \quad (3.8)$$

Za izračun  $m_{pp}$  i  $m_{ss}$  potrebno je znati masu zrakoplova na početku svake od tih faza ( $TOW$  na početku polijetanja i  $m'_s$  na početku spuštanja), a za izračun  $m_{kr}$  uz početnu masu potrebno je znati i udaljenost koju zrakoplov treba prijeći u fazi krstarenja. Ta udaljenost je jednaka udaljenosti između dvije zračne luke umanjenoj za udaljenost pri penjanju i pri spuštanju:

$$d_{kr} = d - d_{ss} - d_{pp}. \quad (3.9)$$

Kako navedeni parametri  $TOW$ ,  $m'_s$ ,  $d_{ss}$  i  $d_{pp}$  nisu zadani, izračun nije moguće napraviti analitički, nego se primjenjuje iterativni postupak. Jedan od parametara koji treba definirati je visina krstarenja (ta je visina jednaka visini na koju se zrakoplov penje tokom faze penjanja i s koje se spušta tokom faze spuštanja). Isto tako, definirana je masa slijetanja  $LW$  kao zbroj mase zrakoplova bez goriva, mase rezerve goriva koja mora biti u rezervoaru i eventualna masa goriva za naredne letove. Pošto je poznata masa zrakoplova na kraju leta, potrebno je analizu leta vršiti „unatrag“. To znači da masu polijetanja  $TOW$  dobivamo tako da na masu slijetanja  $LW$  redom dodajemo masu goriva za spuštanje, krstarenje i penjanje:

$$TOW = LW + m_{pp} + m_{kr} + m_{ss}. \quad (3.10)$$

U prvoj iteraciji definira se da su  $m_{pp}$ ,  $m_{kr}$ ,  $m_{ss}$  jednake nuli, isto kao i put penjanja  $d_{pp}$ :

$$m_{pp}(1), m_{kr}(1), m_{ss}(1), d_{pp}(1) = 0. \quad (3.11)$$

U sljedećim iteracijama postupa se po sljedećoj proceduri: masa na početku spuštanja  $m'_s$  definira se kao zbroj mase slijetanja  $LW$  (eng. *Landing Weight*) i mase potrošenog goriva za spuštanje i slijetanje iz prethodne iteracije:

$$m'_s(i) = LW + m_{ss}(i - 1). \quad (3.12)$$

Iz toga se dobivaju nove vrijednosti mase, udaljenosti i vremena spuštanja i slijetanja:

$$m_{ss}(i), d_{ss}(i), t_{ss}(i). \quad (3.13)$$

Masa na početku krstarenja  $m'_k$  dobiva se kao zbroj mase slijetanja, nove mase polijetanja i penjanja  $m_{pp}$  te mase krstarenja iz prošle iteracije:

$$m'_k(i) = LW + m_{pp}(i) + m_{kr}(i - 1). \quad (3.14)$$

Udaljenost krstarenja računa se kao udaljenost između dvije zračne luke koja je umanjena za novi put spuštavanja i put penjanja iz prošle iteracije:

$$d_{kr}(i) = d - d_{ss}(i) - d_{pp}(i - 1). \quad (3.15)$$

Na temelju tih podataka dobiva se nova masa, udaljenost i vrijeme krstarenja:

$$m_{kr}(i), d_{kr}(i), t_{kr}(i). \quad (3.16)$$

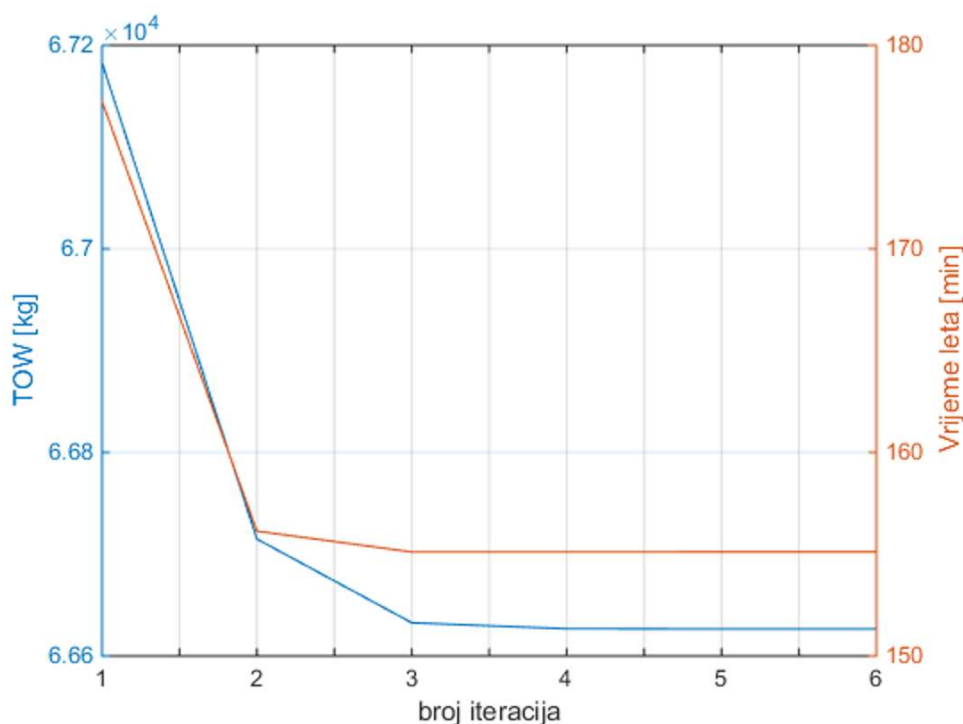
Masa pri otpuštanju kočnica na polijetanju  $TOW$  dobiva se kao zbroj mase na početku krstarenja i mase polijetanja i penjanja  $m_{pp}$  iz prošle iteracije:

$$TOW(i) = LW + m_{pp}(i) + m_{kr}(i) + m_{ss}(i - 1). \quad (3.17)$$

Iz nje se računa nova masa, udaljenost i vrijeme za polijetanje i penjanje:

$$m_{pp}(i), d_{pp}(i), t_{pp}(i) \quad (3.18)$$

čime završava korak iteracije i s novim podacima se ulazi u sljedeći korak iteracije u kojem se ponavlja ista procedura.



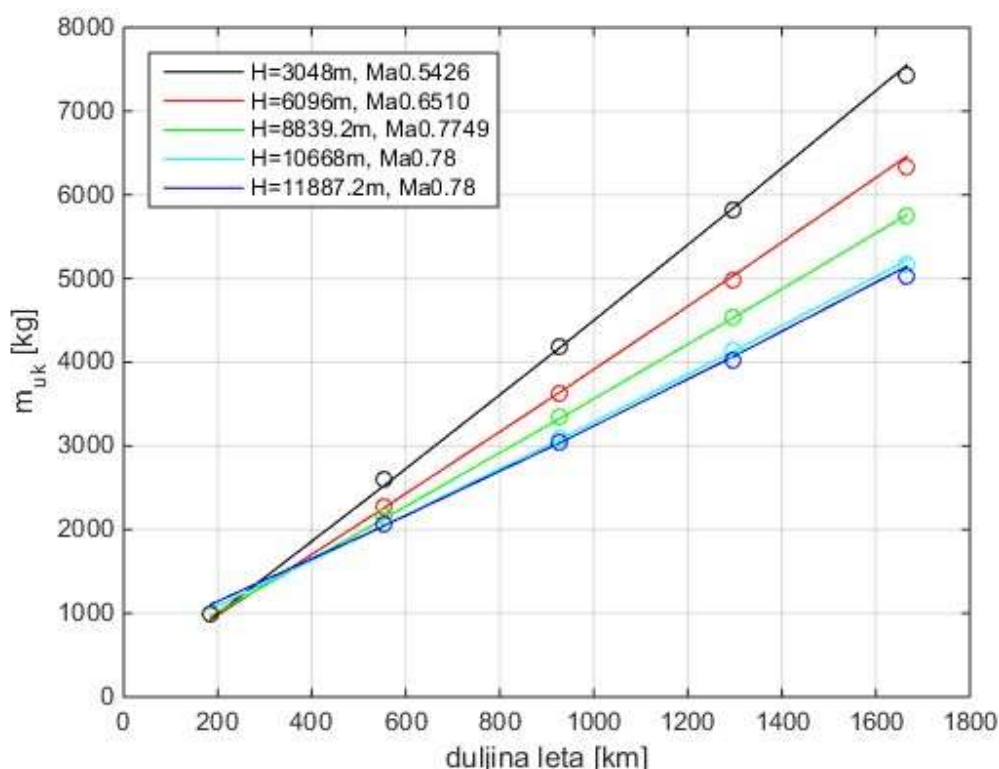
Slika 19 Ovisnost  $TOW$  i  $t_{uk}$  o broju provedenih iteracija

Iz dijagrama ovisnosti  $TOW$  i  $t_{uk}$ , prikazanog na slici 19, može se uočiti da se nakon šest iteracija sigurno postiže zadovoljavajuća konvergencija rješenja.

Vrijednosti mase potrošenog goriva, put i vrijeme za cijeli let dobivene su sljedećim izrazima:

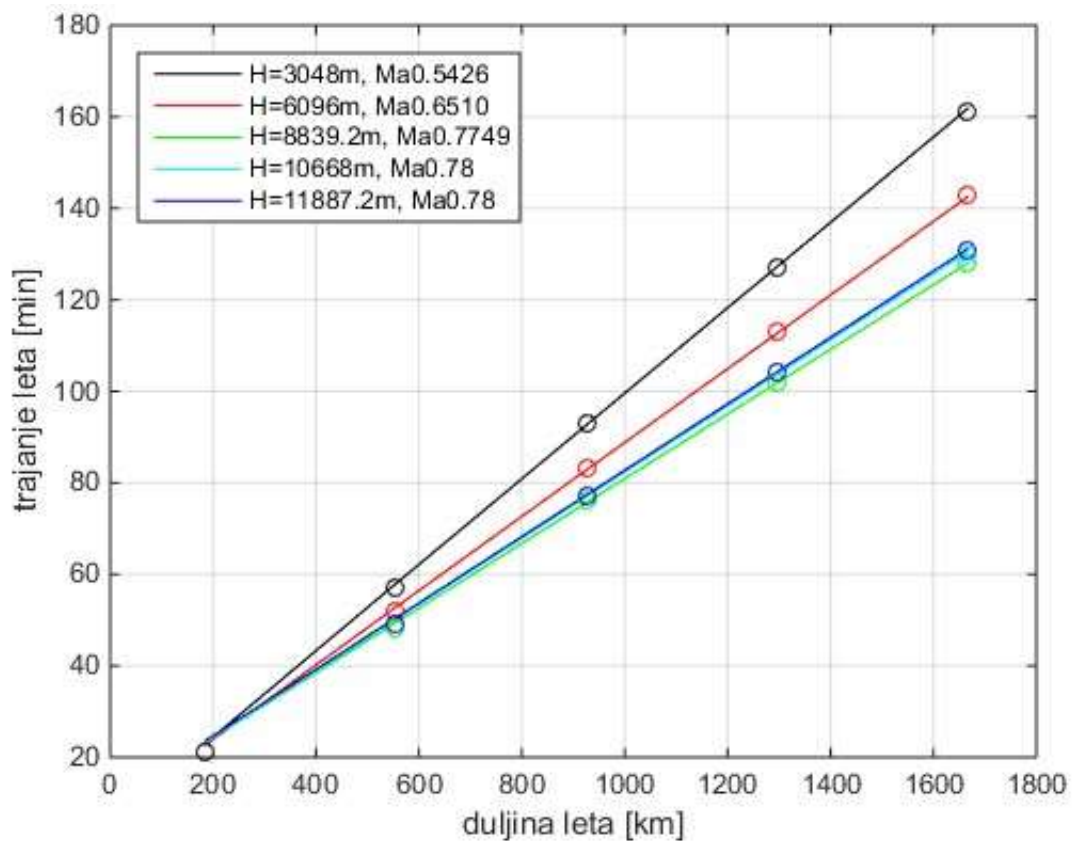
$$\begin{aligned} m_g &= m_{pp}(6) + m_{kr}(6) + m_{ss}(6) \\ d &= d_{pp}(6) + d_{kr}(6) + d_{ss}(6) \\ t_{uk} &= t_{pp}(6) + t_{kr}(6) + t_{ss}(6). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Podaci dobiveni korištenjem ove procedure prikazani su slici 20 i 21 punom crtom. Krivulje mase potrošenog goriva i vremena leta nacrtane su za pet različitih visina leta, za pripadajući Ma broj i  $LW = 55000$  kg. Kako bi se provjerilo poklapanje rezultata korištenog modela s podacima danima u manualu, na istim prikazima ucrtani su i kružići koji predstavljaju podatke očitane iz tablice koja služi pilotima za brzo planiranje rute [11]. Tablica je napravljena za  $LW = 55000$  kg. Ovisno o visini krstarenja i duljini leta, dana je procjena potrebnog goriva za taj let.



Slika 20 Usporedba mase goriva iz modela i tablice [11] za jedan let





Slika 21 Usporedba trajanja leta iz modela i tablice [11] za jedan let

Može se uočiti da razrađeni model vrlo dobro opisuje ponašanje razmatranog zrakoplova u letu opisanog manualom. Kako su cijene goriva izražene u jedinici €/L izračunat je i volumen goriva:

$$V_g = \frac{m_g}{0.8 \frac{\text{kg}}{\text{L}}} \quad (3.20)$$

#### 4. ANALIZA EKONOMIKE GORIVA ZA MISIJU S VIŠE LETOVA

U ovom radu razmatrane su misije koje se sastoje od dva ili više letova. Cilj ove analize je za pojedinu misiju odrediti na kojim zračnim lukama treba uliti koliko goriva u tankove kako bi cijela misija bila ekonomski najpovoljnija. U okviru ovog rada provedena je analiza ekonomike goriva za četiri misije. Sve misije imaju obilježje da počinju i završavaju u istoj zračnoj luci. Na svakoj zračnoj luci u koju zrakoplov slijeće, u njega se može, ali i ne mora, uliti gorivo koje je potrebno za određeni broj narednih letova. Pri tome treba paziti da ni u kojem trenutku ne budu prekoračena do sada iznesena ograničenja mase ili druga ograničenja.

##### 4.1. Cijena goriva

Kako smisao cijele analize leži u različitosti cijena goriva na pojedinim zračnim lukama, potrebno je prikupiti podatke o cijeni koji će se koristiti u analizi. Kako su cijene goriva za velike zrakoplovne tvrtke kao što je Croatia Airlines d.d. pod ugovornom tajnom, cijene goriva prikazane u tablici 3 dobivene su kroz korespondenciju s predstavnikom kompanije Air Pannonia d.o.o. i odnose se na manje tvrtke koje se bave charter letovima.

**Tablica 3 Cijene goriva na razmatranim zračnim lukama**

ZRAČNA LUKA	CIJENA GORIVA €/L (€/kg)
Zagreb, Franjo Tuđman	0.493 (0.616)
Osijek, Klisa	0.511 (0.639)
Split, Kaštela	0.500 (0.625)
Dubrovnik, Čilipi	0.507 (0.634)
Rim, Fiumicino	0.530 (0.663)
Berlin, Tegel	0.510 (0.638)
London, Heathrow	0.760 (0.95)
Paris, Charles de Gaulle	0.530 (0.663)
Madrid, Barajas	0.510 (0.638)

## 4.2. Masa slijetanja zrakoplova

Kako je već prije opisano u razradi iterativnog postupka, potrebno je definirati masu slijetanja zrakoplova  $LW$  za svaki let. U nastavku teksta opisan je postupak određivanja  $LW$  Masa zrakoplova na polijetanju  $TOW$  zbroj je mase zrakoplova bez goriva  $ZFW$  i mase goriva potrebne za let  $m_g$  i mase rezervnog goriva  $m_r$ :

$$TOW = ZFW + m_g + m_r . \quad (4.1)$$

Masa goriva koja treba biti u tankovima prilikom polijetanja propisana je u [13]. Prema tom dokumentu, kojeg je izdala ICAO (eng. *International Civil Aviation Organization*), zrakoplov mora nositi:

- dovoljno goriva da izvrši prilaz i neuspješan prilaz na planiranu zračnu luku,
- dovoljno goriva da može doletjeti do zamjenskog odredišta, koje je definirano u planu leta,
- dovoljno goriva da može 30 minuta letjeti iznad zamjenskog odredišta u režimu čekanja na 450m (FL15) visine i
- dodatnu količinu goriva kako bi se opskrbio zrakoplov u slučaju da se dogodi bilo koja neplanirana okolnost definirana od nadležnih vlasti.

Prva točka opisana je masom goriva  $m_g$ , a ostale tri točke spadaju u masu rezerve goriva  $m_r$ . Za svaki let razmatran u ovom radu koristi će se jednaka masa rezervnog goriva koja je izračunata je po sljedećem proračunu. Masa gorivo za izvođenje prilaza na planiranu zračnu luku  $m_g$  (podrazumijeva se da zrakoplov prije početka prilaza mora doletjeti od polazne zračne luke u blizinu one u koju planira sletjeti) računa se po ranije opisanoj proceduri u ovom radu. Masa gorivo za neuspješan prilaz izračunata je pod pretpostavkom da zrakoplov, nakon što se spusti u neposrednu blizinu piste, odustaje od slijetanja i penje se na visinu od 457.2 m (FL 15) i leti 10 minuta u holding režimu leta na navedenoj visini. U tih deset minuta leta uračunato je konzultiranje posade s kontrolom leta oko toga hoće li se ići u novi pokušaj prilaza na istu zračnu luku ili će se krenuti prema zamjenskom odredištu. Podaci za taj period leta iščitavaju se iz tablice korištene za izračun parametara u fazi polijetanja i penjanja [11] pri masi od 58 t i iz tablice za izračun parametara leta u režimu leta holding [11] pri masi 55 t (Kako je masa zrakoplova tokom prilaza drugačija za svaki let izabrane su mase od 58 t i 55 t jer se nalaze

približno u sredini između vrijednosti *MLW* (eng. *Maximum Landing Weight*) te *ZFW* i jer se za navedene vrijednosti mase podaci se očitavaju iz tablice direktno, bez potrebe za interpolacijom). Masa goriva za izvođenje neuspjelog prilaza i leta u režimu holding iznosi (prema spomenutim tablicama):

$$m_{r1} = 156 + 920 \cdot \frac{10}{60} = 309.33 \text{ kg} . \quad (4.2)$$

Masa goriva potrebnog za let do drugog odredišta određena je prema tablici za brzo računanje potrebnog goriva [11] za jedan let. Kako je po gotovo cijeloj Europi gustoća zračnih luka prilično velika, pretpostavljeno je da je udaljenost do zamjenskog odredišta za svaki let 185.2 km (100 NM). Visina krstarenja za najmanju potrošnju goriva prema [11] iznosi 4267.2 m (FL 140), a masa potrošenog goriva za takav let iznosi  $m_{r2}^* = 945 \text{ kg}$ . Kako let do zamjenskog odredišta već počinje na visini od 457.2 m (visina na kojoj zrakoplov leti dok se posada konzultira s kontrolom leta), od dobivene mase oduzeta je masa potrebna za polijetanje i penjanje na tu visinu. Ta masa očitana je iz tablice za penjanje pri 58 t i iznosi 156 kg. Konačna vrijednost mase rezervnog goriva za ovaj zahtjev iznosi:

$$m_{r2} = m_{r2}^* - 156 = 789 \text{ kg} . \quad (4.3)$$

Masa goriva potrebna da se iznad zamjenskog odredišta leti 30 minuta na 450 m visine očitana je iz tablice za holding režim leta [11] za masu zrakoplova od 55 t i iznosi:

$$m_{r3} = 920 \cdot \frac{30}{60} = 460 \text{ kg} . \quad (4.4)$$

Ukupna masa goriva za rezervu iznosi:

$$m_r = m_{r1} + m_{r2} + m_{r3} = 1558.33 \text{ kg} . \quad (4.5)$$

Za letove u ovom radu pretpostavljeno je da zrakoplov nikada neće trebati trošiti rezervu goriva. Rezervno gorivo mora biti u zrakoplovu, ali će se uvijek potrošiti samo ono gorivo koje je potrebno za redovan let. Na temelju toga definirana je minimalna masa na slijetanju *mLW* (eng. *minimum Landing Weight*) kao zbroj mase zrakoplova bez goriva *ZFW* i mase rezervnog goriva  $m_r$ :

$$mLW = ZFW + m_r = 48972.75 + 1558.33 = 50531.08 \text{ kg} . \quad (4.6)$$

Ako zrakoplov ne nosi gorivo za sljedeći let pretpostavljeno je da nakon slijetanja ima masu jednaku *mLW*. Ipak, ova vrijednost mase rezerve je relativno neprecizna. Ona je, kako je napisano, računata za mase 55 odnosno 58 tona, neovisno o letu. U realnom okruženju, piloti bi točnije procijenili kolika je masa zrakoplova prilikom izvođenja prilaza i tako točnije dobili

masu rezerve goriva koju trebaju nositi. Primjećuje se, isto tako, da masa zrakoplova u letu nikada neće biti manja od 50 t. Za mase iznad 50 t, odnosno 45 t za krstarenje, rezultati koji su dobiveni prilikom razrade modela u prijašnjim odlomcima su stabilni i pouzdani, tako da se u analizi mogu očekivati zadovoljavajući rezultati.

#### 4.3. Udaljenost i visina leta

Pri određivanju udaljenosti između dvije zračne luke uzeta je u obzir i zakrivljenost Zemlje. Udaljenost se određuje pomoću programa Google Earth. Visina leta određena je prema promatranju visina krstarenja zrakoplova koji leti promatrani let na adresi [www.flightradar24.com](http://www.flightradar24.com). Ako se pak podaci o visini ne mogu dobiti promatranjem oni su određeni iz tablice za brzo planiranje rute [11] tako da se, ovisno o udaljenosti destinacija, izabire visina za koju je potrošnja goriva najmanja.

#### 4.4. Numeracija opcija

Prilikom odrađivanja misije, može se i ne mora utočiti gorivo na bilo kojoj zračnoj luci. Kako bi svaka moguća opcija dopune tankova za gorivo bila pokrivena, korišten je sljedeći princip. Za svaki razmatrani let definiše vektor opcije. Vektor ima onoliko članova koliko ima letova u misiji i vrijednost im se definiše na 1 ili 0. Ako je član jednak 0 znači da zrakoplov na tom letu ne nosi gorivo za sljedeći let, a ako je član jednak 1 znači da zrakoplov nosi gorivo i za sljedeći let. Član pridružen zadnjem letu uvijek je jednak 0 (zato što nije potrebno nositi gorivo za sljedeći let). Tako, na primjer, vektor  $[0\ 0\ 0\ 0]$  govori kako se misija sastoji od četiri leta i zrakoplov na svakom letu nosi gorivo potrebno samo za taj let. Vektor  $[0\ 1\ 1\ 0\ 0]$  govori kako misija sadrži pet letova i zrakoplov na drugoj zračnoj luci uzima gorivo za drugi, treći i četvrti let. Redoslijed odabira opcija uzima se kao da vektor predstavlja rastući binarni broj:

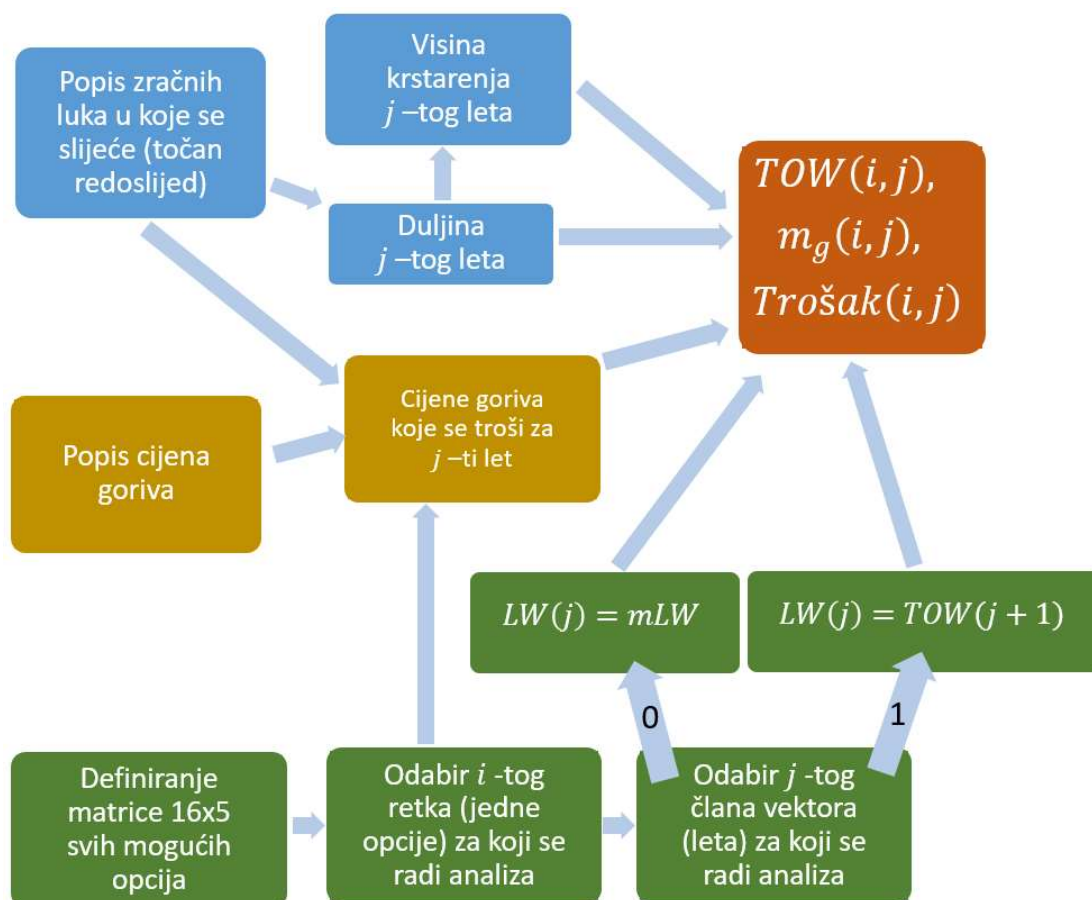
Opcija1	[0	0	0	0	0]
Opcija2	[0	0	0	1	0]
Opcija3	[0	0	1	0	0]
Opcija4	[0	0	1	1	0]
Opcija5	[0	1	0	0	0]
Opcija6	[0	1	0	1	0]
Opcija7	[0	1	1	0	0]
Opcija8	[0	1	1	1	0]
Opcija9	[1	0	0	0	0]
Opcija10	[1	0	0	1	0]
Opcija11	[1	0	1	0	0]
Opcija12	[1	0	1	1	0]
Opcija13	[1	1	0	0	0]
Opcija14	[1	1	0	1	0]
Opcija15	[1	1	1	0	0]
Opcija16	[1	1	1	1	0]

Ovako poredani vektori zapisuju se u obliku matrice dimenzija 16x5 gdje svaki redak predstavlja jednu opciju. Radi lakšeg shvaćanja što predstavlja pojedina opcija, **plavom** su bojom označeni letovi na kojima zrakoplov nosi gorivo i za naredni let, **zelenom** za dva naredna leta, **crvenom** za tri naredna leta i **ljubičastom** za četiri naredna leta. Ovisno o tome broju letova  $k$  u misiji, u razmatranje je potrebno uzeti prvih  $2^{k-1}$  opcija, a iz vektora tih opcija izbacuje se prvih  $5 - k$  članova s lijeve strane. Opcija 1, u kojoj se u zrakoplov prije svakog leta toči gorivo samo za taj let, naziva se konvencionalna opcija.

#### 4.5. Algoritam analize misije

Misije su analizirane po sljedećem algoritmu. Na početku se definira ruta koju zrakoplov treba odletjeti na način da se redom ispišu zračne luke u koje zrakoplov slijeće za vrijeme misije. Na početku popisa je zračna luka u kojoj počinje i završava misija. Tada je potrebno utvrditi i druge podatke za svaki pojedini let misije (cijena goriva na svakoj zračnoj luci, visina krstarenja, udaljenost koju zrakoplov treba prijeći). Isto tako, definiraju se sve moguće opcije

izvršavanja misije za određeni broj letova, kako je opisano u prethodnom odlomku. Na temelju redoslijeda dopunjavanja tankova definirana je cijena goriva koje će biti korišteno za pojedini let (ako se u zračnoj luci natoči gorivo određene cijene za dva leta, u sljedeća dva leta koristit će se gorivo te cijene, neovisno o cijeni goriva na sljedećoj zračnoj luci). Zadnji parametar koji se određuje je masa slijetanja zrakoplova  $LW$ .  $LW$  se određuje ovisno o iznosu člana vektora koji opisuje taj let. Ako zrakoplov ne treba nositi gorivo za sljedeći let, član vektora ima iznos 0 i prilikom slijetanja u tanku treba biti samo rezervno gorivo koje mora nositi za slučaj da se dogode neplanirane okolnosti. Ta je masa upravo  $mLW$ , dakle, ako je član nula,  $LW = mLW$ . Ako se mora nositi gorivo i za sljedeći let, član vektora ima iznos 1 i  $LW$  toga leta definiran je na način da se izjednači s  $TOW$  sljedećeg leta, odnosno masa s kojom slijeće na zračnu luku jednaka je masi s kojom polijeće iz nje, dakle, ako je član 1,  $LW = TOW$  (sljedećeg leta). Pri tom je zanemareno gorivo koje se troši na rulanje između terminala i piste. Za zadnji let uvijek vrijedi da je  $LW = mLW$ , odnosno zadnji član u svakom vektoru opcije je nula.



Slika 22 Dijagram tijeka algoritma za analizu podataka

Do sada opisani algoritam prikazan je dijagramom tijeka na slici 22. U ovakav algoritam ulazi se redom za svaku opciju počevši od opcije 1 pa sve do zadnje, a u svakoj opciji analizira se redom svaki let, ali počevši od zadnjeg leta te misije pa sve do prvog. Analiza se radi unatrag jer je za svaku opciju poznato da je masa zrakoplova prilikom zadnjeg slijetanja jednaka  $m_{LW}$ . Analizom se, za svaki let, dobivaju sljedeće veličine:  $TOW$ ,  $m_g$  i trošak za svaki let u pojedinoj opciji. Na temelju tih vrijednosti određuju se vrijednosti koje karakteriziraju svaku pojedinu opciju u misiji. Na kraju se te veličine za pojedinu misiju uspoređuju te se pronalazi optimalna opcija. Cijeli izračun napravljen je u MATLAB-u, a dobiveni rezultati su komentirani naknadno.

#### 4.6. Misija Osijek-London-Osijek

Prva misija koja je razmatrana je povratni let na relaciji Osijek-London. Poticaj za odabir ove misije je došao iz činjenice da je kompanija Ryanair nekoliko godina letjela na relaciji Osijek London (ipak, korišteni zrakoplov nije Airbus A320 već Boeing 737). Cijene goriva na zračnim lukama ove misije dane su u tablici 4.

**Tablica 4 Cijene goriva na zračnim lukama prve misije**

ZRAČNA LUKA	CIJENA GORIVA €/L (€/kg)
Osijek, Klisa	0.511 (0.639)
London, Heathrow	0.760 (0.95)

Podaci s kojima se ulazi u analizu:

1. Let: Osijek-London

Udaljenost: 1567 km

Visina leta: 11887.2 m (FL 390)

2. Let: London-Osijek

Udaljenost: 1567 km

Visina leta: 11887.2 m (FL 390)



Nakon provedene analize za dvije moguće opcije odrađivanja misije, dobiveni su rezultati prikazani u tablici 5:

**Tablica 5 Rezultati analize prve misije**

OS-LD-OS		Cijena [€]	Masa goriva [kg]	Vrijeme leta [min]
Opcija 1	0 0	7219,58	9088,38	247,57
Opcija 2	1 0	6006,06	9402,84	247,72

Optimalna opcija označena je plavom bojom. Opcija 2 označava slučaj kada je zrakoplov u Osijeku napunio rezervoare s dovoljno goriva za cijelu misiju (put prema Londonu i natrag u Osijek). Vidljivo je da je masa potrošenog goriva za tu opciju nešto veća od one za opciju 1, ali kako je cijena goriva u Londonu znatno veća nego u Osijeku, u ovom slučaju je ekonomski povoljnije letjeti s većom masom. Dodatno, u tablicama 6 i 7 prikazani su podaci za svaki let optimalne opcije 2 i konvencionalne opcije 1:

**Tablica 6 Podaci o letovima za optimalnu opciju prve misije**

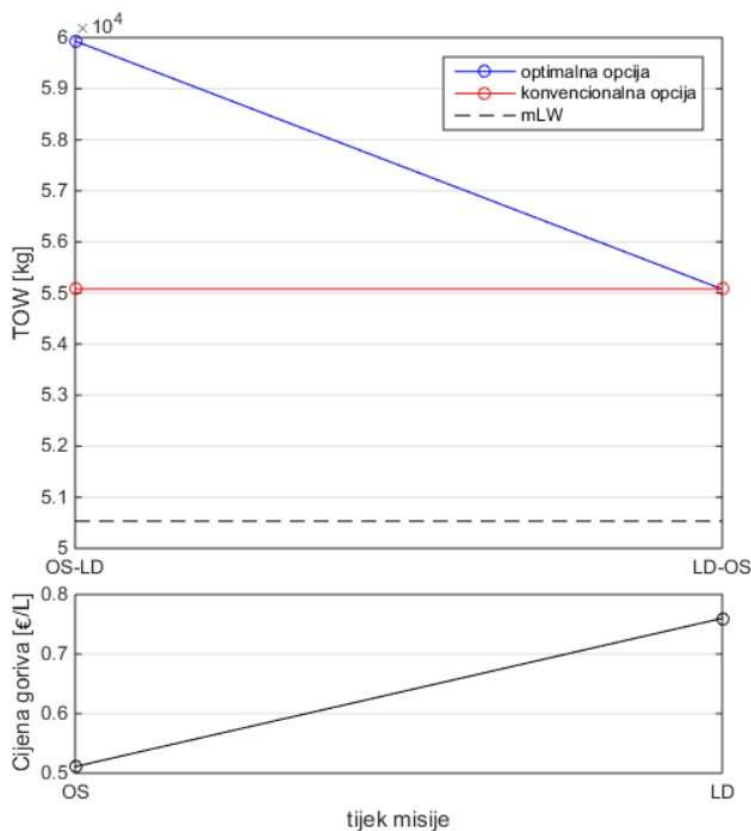
OPCIJA 2	TOW [kg]	LW [kg]	Masa goriva [kg]	$\Delta m$ [kg]	Trošak [€]	$\Delta$ Trošak [€]	Vrijeme leta [min]
OS-LD	59933,92	55075,27	4858,65	314,46	3103,46	200,86	123,93
LD-OS	55075,27	50531,08	4544,19	0,00	2902,60	-1414,38	123,78

**Tablica 7 Podaci o letovima za konvencionalnu opciju prve misije**

OPCIJA 1	TOW [kg]	LW [kg]	Masa goriva [kg]	$\Delta m$ [kg]	Trošak [€]	$\Delta$ Trošak [€]	Vrijeme leta [min]
OS-LD	55075,27	50531,08	4544,19	0,00	2902,60	0,00	123,78
LD-OS	55075,27	50531,08	4544,19	0,00	4316,98	0,00	123,78

U tablicama su prikazani podaci za svaki pojedini let unutar misije, redom: masa na polijetanju, masa slijetanja, masa potrošenog goriva, masa goriva potrošena zbog nošenja viška goriva, trošak goriva za taj let, trošak goriva zbog nošenja viška goriva i vrijeme trajanja leta. Iz prikazanog se može primijetiti da je nošenje dodatnog goriva iz Osijeka u London uzrokovalo da zrakoplov potroši 314 kg goriva više na prvom letu. To je i razlog zašto je taj let skuplji za 200.86 € u odnosu na konvencionalnu opciju. Ipak, uzimajući u obzir i povratak iz Londona u Osijek vidi se da je imalo smisla platiti 200 € više za let do Londona. Naime, na povratnom letu

potrošena je jednaka količina goriva kao i za konvencionalni let, ali je, zbog cijene goriva u Londonu, ostvarena značajna ušteda od 1414.38 €. To znači da je, odlukom da se iz Osijeka ponese višak goriva, ostvarena ušteda od ukupno 1213.52 €. Ovisnost  $TOW$  i cijene za svaki aerodrom dana je na slici 23.



**Slika 23** Prikaz  $TOW$  i cijena gorova za letove u prvoj misiji

Dijagram prikazuje koliko se razlikuju  $TOW$  i cijene gorova kod prvog i drugog leta za optimalnu i konvencionalnu opciju. Isprekidanom crnom crtom označena je masa zrakoplova bez korisnog goriva odnosno  $mLW$ . Udaljenost između isprekidane i punih linija predstavlja količinu iskoristivog goriva koje se nalazi u tankovima zrakoplova.

#### 4.7. Misija Zagreb-Berlin-London-Zagreb

Druga razmatrana misija je kružni let na relaciji Zagreb-Berlin-London-Zagreb. Cijene goriva na zračnim lukama druge misije dane su u tablici 8.

**Tablica 8 Cijene goriva na zračnim lukama druge misije**

ZRAČNA LUKA	CIJENA GORIVA €/L (€/kg)
Zagreb, Franjo Tuđman	0.493 (0.616)
Berlin, Tegel	0.510 (0.638)
London, Heathrow	0.760 (0.95)

Podaci s kojima se ulazi u analizu:

1. Let: Zagreb-Berlin

Udaljenost: 787 km

Visina leta: 11887.2 m (FL 390)

2. Let: Berlin-London

Udaljenost: 951 km

Visina leta: 11887.2 m (FL 390)

3. Let: London-Zagreb

Udaljenost: 1370 km

Visina leta: 11887.2 m (FL 390)

Nakon provedene analize za četiri opcije odrađivanja misije, dobiveni su rezultati prikazani u tablici 9:

**Tablica 9 Rezultati analize druge misije**

ZG-BE-LD-ZA		Cijena [€]	Masa goriva [kg]	Vrijeme leta [min]
Opcija 1	0 0 0	7220,80	9443,67	255,54
Opcija 2	0 1 0	6069,06	9603,74	255,72
Opcija 3	1 0 0	7218,23	9540,29	255,76
Opcija 4	1 1 0	6068,05	9846,74	256,08

U ovom slučaju optimalna je opcija 4. Ona označava slučaj kada je zrakoplov u Zagrebu napunio tankove za sva tri leta od kojih se sastoji misija. Zrakoplov tada prije prvog polijetanja ima  $TOW=60377.82$  kg. Iako je masa goriva znatno veća od bilo koje druge opcije, cijena goriva u Zagrebu toliko je manja nego na drugim zračnim lukama, a osobito u Londonu, da je na kraju ekonomski povoljnije odabrati ovu opciju. Rezultati analize za optimalnu i konvencionalnu opciju prikazani su u tablicama 10 i 11, te na slici 24:

**Tablica 10 Prikaz parametara letova za optimalnu opciju druge misije**

OPCIJA 4	TOW [kg]	LW [kg]	Masa goriva [kg]	$\Delta m$ [kg]	Trošak [€]	$\Delta$ Trošak [€]	Vrijeme leta [min]
ZG-BE	60377,82	57625,76	2752,06	243,00	1695,96	149,75	67,40
BE-LD	57625,76	54543,15	3082,61	160,06	1899,66	36,54	79,19
LD-ZG	54543,15	50531,08	4012,07	0,00	2472,44	-1339,03	109,49

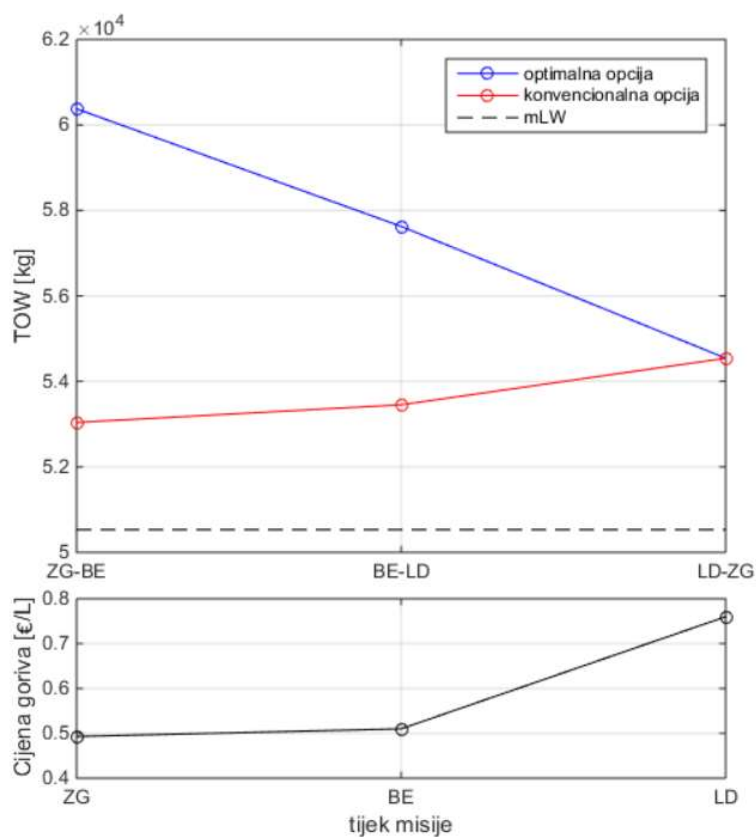
**Tablica 11 Prikaz parametara letova za konvencionalnu opciju druge misije**

OPCIJA 1	TOW [kg]	LW [kg]	Masa goriva [kg]	$\Delta m$ [kg]	Trošak [€]	$\Delta$ Trošak [€]	Vrijeme leta [min]
ZG-BE	53040,14	50531,08	2509,06	0,00	1546,21	0,00	67,04
BE-LD	53453,63	50531,08	2922,55	0,00	1863,12	0,00	79,01
LD-ZG	54543,15	50531,08	4012,07	0,00	3811,46	0,00	109,49

Očekivana je činjenica da je u prva dva leta potrošeno više goriva kod opcije 4, gdje nosimo gorivo i za naredne letove, u odnosu na opciju 1 koja nalaže da točimo gorivo na svakoj zračnoj luci. Isto tako, očekivano je da će ekonomska bilanca za prvi let biti negativna, odnosno pojavio se trošak u odnosu na konvencionalnu opciju. Očekivano je iz razloga što je  $TOW$  veći, a i jedna i druga opcija nalažu točenje u Zagrebu za prvi let.

S druge strane, rezultati za drugi let nisu očekivani s takvom sigurnošću. U opciji 4 u drugom letu zrakoplov leti s većom masom, ali isto tako leti i s gorivom niže cijene (iz Zagreba). Opcija 1 nalaže letenje s manjom masom, ali sa skupljim gorivom (iz Berlina). Rezultati su pokazali da, ipak, veća cijena goriva u Berlinu nije opravdala nošenje goriva (ako se gleda bilanca samo za drugi let). Odlukom da se toči gorivo i u Berlinu dolazi se na opciju 2 koja je ukupno skuplja samo za 1 €. Aviokompanija bi u ovakvoj situaciji trebala uzeti u obzir i druge čimbenike prilikom odabira između opcije 2 i 4 (poput vremena potrebnog da se obavi moguća nadopuna goriva u Berlinu, manje opterećenje konstrukcije i motora ako je masa pri polijetanju manja i

slično). Naravno, ako će se uzeti u razmatranje emisija štetnih plinova u atmosferu, svakako bi se trebalo odlučiti za opciju 2 unatoč neznatno većoj cijeni.



Slika 24 Prikaz *TOW* i cijena goriva za letove druge misije

Za rezultate trećeg leta isto se može reći da su očekivani. Ovdje je cijena goriva u opciji 1 (iz Londona) znatno veća od one u Berlinu i one u Zagrebu. Odluka da se preskoči točenje u Londonu još se više učvršćuje kada se u obzir uzme činjenica da je *TOW* jednak i u opciji 1 i u opciji 4. Odluka da se gorivo u Londonu ne treba točiti ima čvrsto uporište i u prvoj tablici za ovu misiju. Obje opcije koje uključuju točenje u Londonu su skuplje za oko 1200 €. Točenje u Londonu značilo bi da se najdulji let misije odrađuje s gorivom najviše cijene, što nikako nije ekonomski opravdano.

#### 4.8. Misija Zagreb-Dubrovnik-Rim-Dubrovnik-Zagreb

Poticaj za odabir ove misije došao je iz činjenice da Croatia Airlines d.d. redovno leti navedenu rutu. Doduše, za ovu rutu Croatia Airlines ne koristi često Airbus A320 već Bombardier Dash-8 Q400. Ipak, ovdje će se razmotriti ponašanje razmatranog zrakoplova na navedenoj ruti. Cijene goriva na zračnim lukama treće misije dane su u tablici 12:

**Tablica 12 Cijene goriva na zračnim lukama treće misije**

ZRAČNA LUKA	CIJENA GORIVA €/L (€/kg)
Zagreb, Franjo Tuđman	0.493 (0.616)
Dubrovnik, Čilipi	0.507 (0.634)
Rim, Fiumicino	0.530 (0.663)

Podaci o letovima dani su u nastavku:

1. Let: Zagreb-Dubrovnik

Udaljenost: 393 km

Visina leta: 8839.2 m (FL 290)

2. Let: Dubrovnik-Rim

Udaljenost: 506 km

Visina leta: 10363.2 m (FL 340)

3. Let: Rim-Dubrovnik

Udaljenost: 506 km

Visina leta: 10363.2 m (FL 340)

4. Let: Dubrovnik-Zagreb

Udaljenost: 393 km

Visina leta: 8839.2 m (FL 290)

Nakon provedene analize za osam mogućih opcija odradivanja misije, dobiveni su rezultati prikazani u tablici 13:

**Tablica 13 Rezultati analize treće misije**

ZG-DU-RI- DU-ZG		Cijena [€]	Masa goriva [kg]	Vrijeme leta [min]
Opcija 1	0 0 0 0	4323,05	6781,46	168,42
Opcija 2	0 0 1 0	4387,33	6810,75	168,65
Opcija 3	0 1 0 0	4292,39	6816,09	168,64
Opcija 4	0 1 1 0	4330,90	6876,87	168,76
Opcija 5	1 0 0 0	4305,16	6804,39	168,42
Opcija 6	1 0 1 0	4369,43	6833,68	168,66
Opcija 7	1 1 0 0	4258,02	6865,24	168,65
Opcija 8	1 1 1 0	4282,22	6948,83	168,77

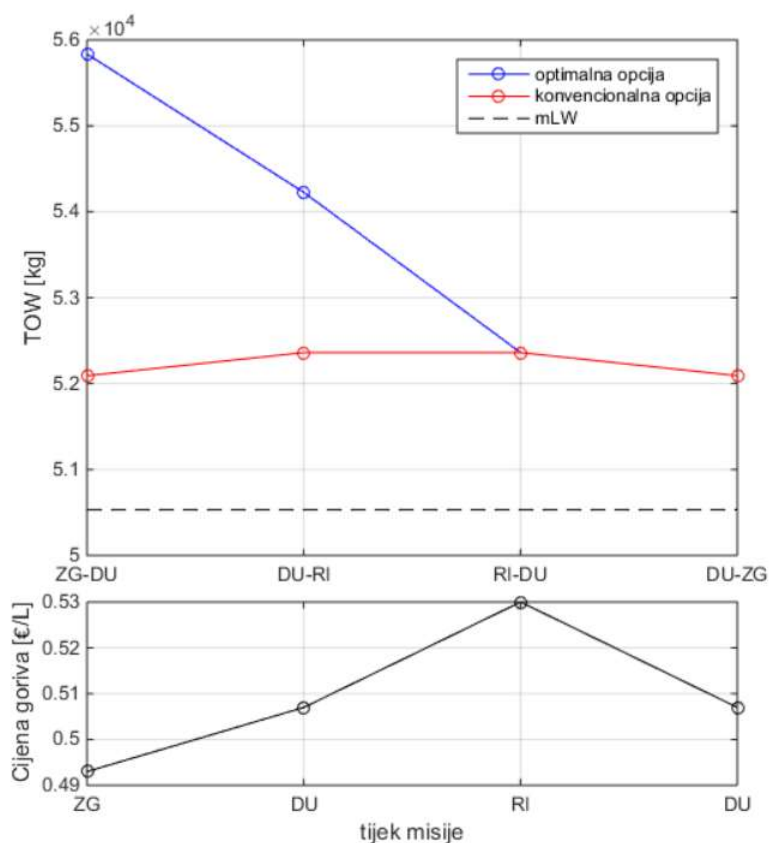
Za ovu misiju optimalna je opcija 7 koja nalaže da se zrakoplov u Zagrebu utoči gorivo za let do Rima. U Rimu se, tada, puni gorivom samo za let do Dubrovnika, a u Dubrovniku samo za zadnji let do Zagreba. Druga najbolja opcija je opcija 8 koja nalaže da se u Zagrebu u zrakoplov utoči gorivo za cijelu misiju. Ako se želi što manje vremena provesti na tlu u Dubrovniku, moguće se odlučiti i za tu ekonomski malo nepovoljniju opciju 8 i izbjeći gubitak vremena na točenje goriva. Analiza ove misije kompleksnija je od one prošle iz razloga što ni jedna zračna luka nema tako značajno više cijene od drugih kao što ima London u prošle dvije misije. Zbog toga ni razlika cijena između opcija nije toliko izražena: samo oko 130 € između najniže i najviše cijene. To se događa jer su letovi puno manje duljine nego u drugoj misiji. Ipak, svejedno je logično da se pokuša što više letova odraditi sa najjeftinijim gorivom iz Zagreba.

**Tablica 14 Prikaz parametara letova za optimalnu opciju treće misije**

OPCIJA 7	TOW [kg]	LW [kg]	Masa goriva [kg]	$\Delta m$ [kg]	Trošak [€]	$\Delta$ Trošak [€]	Vrijeme leta [min]
ZG-DU	55835,68	54225,90	1609,79	49,15	992,03	30,29	37,99
DU-RI	54225,90	52361,17	1864,73	34,64	1149,14	-10,68	46,45
RI-DU	52361,17	50531,08	1830,09	0,00	1127,79	-84,64	46,23
DU-ZG	52091,72	50531,08	1560,64	0,00	989,06	0,00	37,98

**Tablica 15** Prikaz parametara letova za konvencionalnu opciju treće misije

OPCIJA 1	TOW [kg]	LW [kg]	Masa goriva [kg]	$\Delta m$ [kg]	Trošak [€]	$\Delta$ Trošak [€]	Vrijeme leta [min]
ZG-DU	52091,72	50531,08	1560,64	0,00	961,74	0,00	37,98
DU-RI	52361,17	50531,08	1830,09	0,00	1159,82	0,00	46,23
RI-DU	52361,17	50531,08	1830,09	0,00	1212,43	0,00	46,23
DU-ZG	52091,72	50531,08	1560,64	0,00	989,06	0,00	37,98

**Slika 25** Prikaz  $TOW$  i cijena goriva za letove treće misije

Za optimalnu opciju 7 mase na polijetanju prikazane su na slici 25. Ako se usporede tablice 14 i 15, vidi se da prvi let u optimalnoj opciji ima negativnu bilancu. Drugim riječima, prvi let više košta, jer se i u opciji 7 leti jednaka relacija i s istim gorivom (iz Zagreba) kao i u opciji 1, ali s  $TOW$  koji je veći za 3800 kg. Za drugi let bilanca je pozitivna jer je korišteno gorivo manje cijene iz Zagreba, umjesto onog iz Dubrovnika, imalo veći utjecaj na cijenu leta od toga što je taj let odrađen s većom masom. Isto vrijedi i za treći let iz Rima prema Dubrovniku. Ipak, dodatno povećanje mase na polijetanju iz Zagreba na početku misije (opcija 8) ne bi bilo



ekonomski isplativije kao što se vidi iz prve tablice za ovu misiju. Cijena goriva u Dubrovniku dovoljno je niska da se tamo utoči gorivo za zadnji let i da se na taj način rastereti zrakoplov za 1560.64 kg (koliko je potrebno za let od Dubrovnika do Zagreba) u svim prethodnim letovima. Ipak, ako u obzir uzmemo i česte vremenske (ne)prilike u Dubrovniku, analiza postaje kompliciranija. U Dubrovniku se, naime, nerijetko događa pojava da pri slijetanju puše jak bočni vjetar. Ako se u prijeletnom planiranju utvrdi mogućnost da će slijetanje biti zahtjevnije zbog meteorološke situacije, opcija 3 bi mogla biti pogodna zato jer je masa slijetanja u Dubrovnik u oba smjera minimalna. Time se smanjuje rizik od oštećenja konstrukcije i drugih komponenata prilikom tvrdog slijetanja i pilotima se olakšava manevriranje zrakoplovom pri slijetanju. Tim više, cijena za opisanu opciju 3 je treća najbolja (skuplja je za samo 35 € u odnosu na optimalnu, što je relativno malen iznos u zamjenu za sigurnost u slučaju lošeg vremena). Najnepovoljnija opcija s ekonomskog stajališta je, očigledno, opcija 2 prema kojoj bi se u Rimu utočilo dovoljno goriva za sve preostale letove. Ta opcija također nije povoljna jer se u Dubrovnik slijeće sa većom masom nego u opciji 7, što može biti otežavajuća okolnost s obzirom na, već spomenute, česte meteorološke (ne)prilike u području zračne luke.

#### 4.9. Misija Osijek-Paris-London-Madrid-Split-Osijek

Četvrta misija razmatrana u ovom radu je misija koja se sastoji od pet vezanih letova između destinacija navedenih u naslovu odlomka. Zračne luke izabrane su tako da ima letova koji su dugački (1. i 3. i 4. let), ali i letova koji su kratki (2. i 5. let). Cijene goriva na zračnim lukama ove misije dane su u tablici 16:

**Tablica 16 Cijene goriva na zračnim lukama četvrte misije**

ZRAČNA LUKA	CIJENA GORIVA €/L (€/kg)
Osijek, Klisa	0.511 (0.639)
Split, Kaštela	0.500 (0.625)
London, Heathrow	0.760 (0.95)
Paris, Charles de Gaulle	0.530 (0.663)
Madrid, Barajas	0.510 (0.638)

Podaci o letovima dani su u nastavku:

1. Let: Osijek-Paris

Udaljenost: 695 km

Visina leta: 11887.2 m (FL 390)

2. Let: Paris-London

Udaljenost: 350 km

Visina leta: 4572 m (FL 150)

3. Let: London-Madrid

Udaljenost: 1244 km

Visina leta: 11887.2 m (FL 390)

4. Let: Madrid-Split

Udaljenost: 1675 km

Visina leta: 11887.2 m (FL 390)

5. Let: Split-Osijek

Udaljenost: 293 km

Visina leta: 7315.2 m (FL 240)

Nakon provedene analize za šesnaest mogućih opcija odrađivanja misije, dobiveni su rezultati prikazani u tablici 17:

Tablica 17 Rezultati analize četvrte misije

OS-PA-LD- MA-SP-OS		Cijena [€]	Masa goriva [kg]	Vrijeme leta [min]
Opcija 1	0 0 0 0 0	9833,91	13582,26	360,16
Opcija 2	0 0 0 1 0	9907,80	13673,65	360,19
Opcija 3	0 0 1 0 0	11593,01	13841,40	360,30
Opcija 4	0 0 1 1 0	12157,14	14007,50	360,37
Opcija 5	0 1 0 0 0	8801,72	13620,81	360,24
Opcija 6	0 1 0 1 0	8875,60	13712,19	360,27
Opcija 7	0 1 1 0 0	9133,24	13938,53	360,55
Opcija 8	0 1 1 1 0	9301,63	14121,93	360,72
Opcija 9	1 0 0 0 0	9826,37	13627,40	360,39
Opcija 10	1 0 0 1 0	9900,26	13718,78	360,42
Opcija 11	1 0 1 0 0	11585,47	13886,54	360,54
Opcija 12	1 0 1 1 0	12149,60	14052,64	360,61
<b>Opcija 13</b>	<b>1 1 0 0 0</b>	<b>8777,76</b>	<b>13778,48</b>	<b>360,56</b>
Opcija 14	1 1 0 1 0	8851,65	13869,87	360,59
Opcija 15	1 1 1 0 0	9090,85	14259,17	360,97
Opcija 16	1 1 1 1 0	9252,96	14486,05	361,11

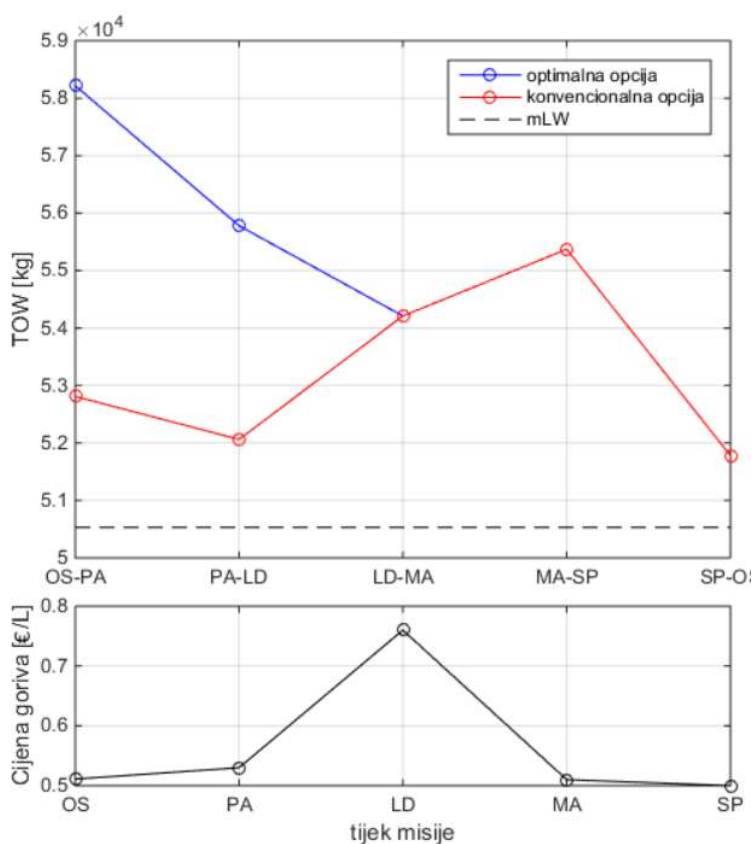
Za ovakvu misiju najekonomičnija je opcija 13 prema kojoj zrakoplov u Osijeku toči gorivo potrebno za prva tri leta. Tada se u Madridu toči gorivo za dolazak do Splita, a u Splitu gorivo za zadnji let do Osijeka. Druga najbolja opcija je samo u Parizu utočiti goriva dovoljno za sljedeća 2 leta (opcija 5). Još nešto skuplje su opcije 14 (isto kao opcija 13 samo što se u Madridu toči gorivo za predzadnji i zadnji let, a preskače se točenje u Splitu) i 6 (Isto kao opcija 5 samo što se, opet, u Madridu toči gorivo za predzadnji i zadnji let, a preskače se točenje u Splitu). Ovi rezultati imaju smisla što je vidljivo iz činjenice da ni jedna od ove 4 opcije ne uključuje točenje goriva u Londonu zbog tamošnje cijene goriva. S druge strane, najnepovoljnija je opcija 4 prema kojoj se u Londonu toči gorivo za ostatak misije. Isto predviđa i druga najlošija opcija 12, ali ona je povoljnija od opcije 4, jer se u Osijeku toči gorivo za prva dva leta do Londona čime se izbjegava plaćanje goriva po većoj cijeni u Parizu.

**Tablica 18 Prikaz parametara letova za optimalnu opciju četvrte misije**

OPCIJA 13	TOW [kg]	LW [kg]	Masa goriva [kg]	$\Delta m$ [kg]	Trošak [€]	$\Delta$ Trošak [€]	Vrijeme leta [min]
OS-PA	58217,98	55780,23	2437,75	157,68	1557,11	100,72	60,65
PA-LD	55780,23	54210,16	1570,08	38,55	1002,89	-11,75	37,11
LD-MA	54210,16	50531,08	3679,08	0,00	2350,01	-1145,11	100,35
MA-SP	55372,41	50531,08	4841,33	0,00	3086,34	0,00	131,61
SP-OS	51781,34	50531,08	1250,26	0,00	781,41	0,00	30,84

**Tablica 19 Prikaz parametara letova za konvencionalnu opciju četvrte misije**

OPCIJA 1	TOW [kg]	LW [kg]	Masa goriva [kg]	$\Delta m$ [kg]	Trošak [€]	$\Delta$ Trošak [€]	Vrijeme leta [min]
OS-PA	52811,15	50531,08	2280,07	0,00	1456,40	0,00	60,33
PA-LD	52062,61	50531,08	1531,53	0,00	1014,64	0,00	37,03
LD-MA	54210,16	50531,08	3679,08	0,00	3495,12	0,00	100,35
MA-SP	55372,41	50531,08	4841,33	0,00	3086,34	0,00	131,61
SP-OS	51781,34	50531,08	1250,26	0,00	781,41	0,00	30,84

**Slika 26 Prikaz TOW i cijena goriva za letove četvrte misije**

Pogledaju li se tablice 18 i 19 i odradi usporedba svakog leta misije za optimalnu i konvencionalnu opciju primjećuje se da na zadnja dva leta nije isplativo nositi višak goriva, što je vidljivo i na slici 26. Za zadnji let je jasno da je to iz razloga što je cilj da se na kraju potroši svo gorivo (pretpostavka za svaku misiju). Za predzadnji let od Madrida do Splita odluka je također logična no postoji prostor za diskusiju. Gorivo u Splitu je jeftinije od onog u Madridu i logično je da će se ono htjeti koristiti za zadnji let, no opet, gledano iz perspektive cijele misije, zadnji let je izrazito kratak i ima najmanji utjecaj na cijenu od svih letova. Isto tako, razlika u cijeni goriva između Madrida i Splita nije značajno velika. Može se opravdano pretpostaviti da preskakanje točenja goriva u Splitu, iz bilo kojeg razloga, neće imati značajan utjecaj na ekonomsku bilancu. Iz tablice 17 može se izračunati da uvođenje preskakanja točenja goriva u Splitu (time se od opcija 5 i 13 dobivaju opcije 6 i 14) poskupljuje misiju za oko 74 €.

Prouči li se treći let, može se zaključiti da se u opciji 13 na njemu ostvaruje najveća ušteda. *TOW* je jednak kao i u konvencionalnoj opciji, a koristi se gorivo iz Osijeka koje je značajno jeftinije od onoga u Londonu. Za vrijeme drugog leta u opciji 13, isto tako, ostvaruje se profit zbog korištenja goriva iz Osijeka, koje je jeftinije od onog iz Pariza, na tom letu. Ipak, ako bi se prva dva leta promatrala zasebno, nošenje goriva ne bi bilo opravdano jer je profit na drugom letu samo 11 €, a da bi se on ostvario potrebno je potrošiti 100 € više na prvom letu, što daje ukupno oko 90 € gubitka. Imajući to na umu, opcije 5 ili 6 mogu se učiniti pogodne. One nalažu da se gorivo u Osijeku natoči samo za prvi let, a za drugi i treći let u Parizu. Time bi se izbjegao trošak od 100 € na letu od Osijeka do Pariza. Opcije 7 i 8 nisu pogodne jer one nalažu da se gorivo iz Pariza (koje je skuplje od onog iz Madrida) koristi i na letu iz Madrida u Split. Ranije je zaključeno da je, zbog točenja u Splitu, opcija 5 jeftinija od opcije 6. Kako bi se usporedile opcija 13 i opcija 5, napravljena je tablica 20 u kojoj su prikazani podaci za svaki let opcije 5:

**Tablica 20 Prikaz parametara letova za opciju 5 četvrte misije**

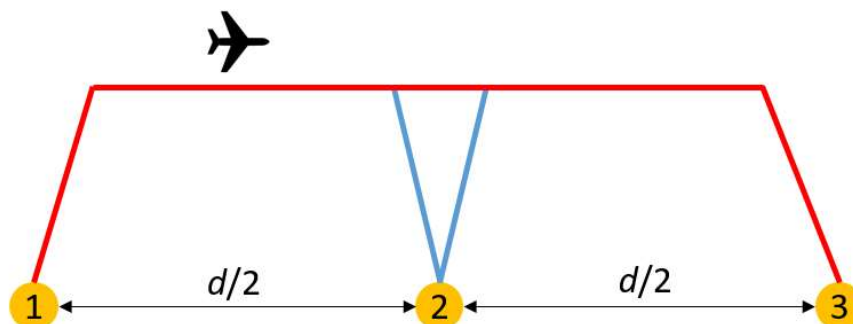
OPCIJA 5	TOW [kg]	LW [kg]	Masa goriva [kg]	$\Delta m$ [kg]	Trošak [€]	$\Delta$ Trošak [€]	Vrijeme leta [min]
OS-PA	52811,15	50531,08	2280,07	0,00	1456,40	0,00	60,33
PA-LD	55780,23	54210,16	1570,08	38,55	1040,18	25,54	37,11
LD-MA	54210,16	50531,08	3679,08	0,00	2437,39	-1057,73	100,35
MA-SP	55372,41	50531,08	4841,33	0,00	3086,34	0,00	131,61
SP-OS	51781,34	50531,08	1250,26	0,00	781,41	0,00	30,84

Može se primijetiti da se, u slučaju da se gorivo natoči u Osijeku samo za prvi let, a onda u Parizu za naredna dva, ostvaruje ušteda od 1032.19 € dok je bilanca za iste letove u optimalnoj opciji ta ušteda malo veća i iznosi 1056.14 €. Na kraju se može zaključiti da bi odluka, da se na drugom i trećem letu koristi gorivo iz Pariza umjesto onoga iz Osijeka, imala za posljedicu povećanje troškova tog dijela misije za 24 € što potvrđuje rezultat da je opcija 13 optimalna.

Ako se pogledaju zajedno sve četiri misije, može se uočiti da optimalna opcija za svaku nalaže točenje viška goriva na polazišnoj zračnoj luci u Hrvatskoj. U prilog tome ide činjenica da je, prema riječima pilota i zračnih operatera, u Hrvatskoj, u prosjeku, cijena goriva za zrakoplove niža nego u ostatku Europe. Isto tako, zanimljiva je činjenica da su za svaku misiju i za svaku opciju bila zadovoljena ograničenja mase *MTOW*, *MLW* i niti jednom se nije dogodilo da je tokom leta potrebna sila motorâ za održavanje ravnotežnog leta bila veća nego ona što je motori mogu dati. Čak niti u zadnjoj misiji uz opciju 16, koja nalaže da se s gorivom utočenim u Osijeku treba preletjeti svih pet letova za koje je ukupna udaljenost 4257 km i kada je *TOW* iznosila 65017.1 kg, niti jedno od ova tri ograničenja nije bilo prekoračeno. Na kraju, zanimljivo je uočiti kako se vrijeme leta samo neznatno produljuje ako se konvencionalna opcija zamijeni s optimalnom za bilo koju misiju. Na taj način, prijevoznik ne mora voditi računa o eventualnom nezadovoljstvu putnika zbog produljenja leta uslijed odabira optimalne opcije odrade misije.

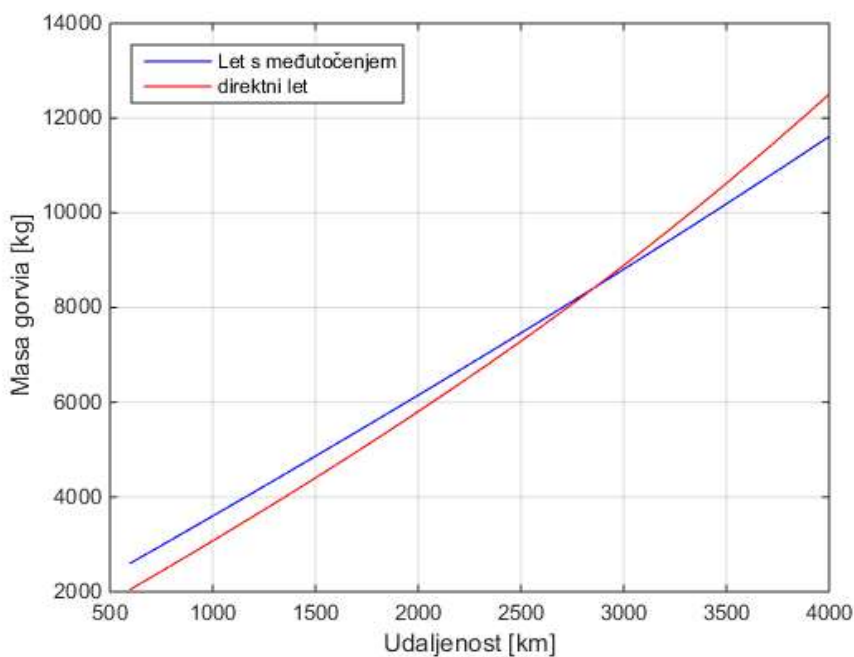
#### 4.10. Analiza misije s dopunom goriva tokom leta

Zadnja analiza u ovom radu nema za cilj promatrati troškove leta, nego isključivo potrošnju goriva. Za razliku od prethodnih misija, ova je u puno manjoj mjeri u doticaju s realnim svijetom već je više hipotetska, a opisana je u nastavku teksta i ilustrirana na slici 27.



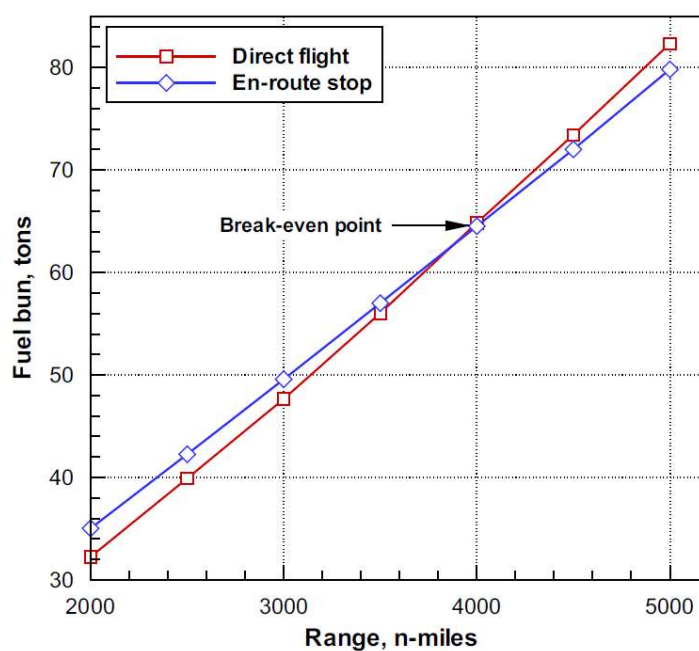
Slika 27 Ilustracija misije s dva leta

Zrakoplov treba doći iz zračne luke 1 u zračnu luku 3, između kojih je udaljenost  $d$ . Točno na pola puta smještena je zračna luka 2 u koju zrakoplov može, ali ne mora, sletjeti i natočiti gorivo. Razmotrimo sada je li isplativo da zrakoplov sleti u zračnu luku 2 i natoči gorivo za ostatak leta do odredišta. U slučaju da napravi navedeno usputno slijetanje, početna masa zrakoplova bit će manja, jer tada treba nositi gorivo samo za polovicu puta. To bi uzrokovalo smanjenje potrošnje goriva u svim fazama leta. S druge strane, zrakoplov tada mora napraviti ukupno dva polijetanja, penjanja, spuštanja i slijetanja što povećava potrošnju goriva. Odgovor na pitanje o isplativosti slijetanja leži u tome koji je od ova dva utjecaja izraženiji tokom leta. Pokušaj dobivanja odgovora opisan je na sljedeći način. Iz ranije iznesenog se može zaključiti da, točenje goriva na pola puta uzrokuje manju potrošnju u svim fazama leta, a osobito u fazi krstarenja, ali povećava potrošnju zbog većeg broja polijetanjâ i slijetanjâ. Što se više udaljenost  $d$  smanjuje, zbog manje udaljenosti krstarenja, veći utjecaj ima povećanje potrošnje goriva zbog dva polijetanja i slijetanja. Kako se  $d$  povećava, raste i udaljenost koja se provodi u krstarenju i sve veći utjecaj na ukupnu potrošnju počinje imati smanjenje potrošnje zbog manje početne mase. Iz ovoga se može pretpostaviti da postoji udaljenost  $d_{cr}$  pri kojoj će se ta dva utjecaja izjednačiti i jednako goriva potrošiti ako se leti direktno, ali i ako se napravi stajanje za točenje goriva. Ako je udaljenost  $d$  manja od  $d_{cr}$ , prevladava utjecaj povećanja mase potrebnog goriva zbog polijetanjâ i slijetanjâ pa je povoljnije letjeti direktno, bez stajanja. S druge strane, ako je udaljenost veća od  $d_{cr}$ , prevladava utjecaj smanjenja potrošnje goriva u fazi krstarenja i povoljnije je na pola puta sletjeti i natočiti gorivo. U svrhu provjere pretpostavke, koristeći se procedurom za izračun parametara leta opisanom u poglavlju 3.4., napravljena je analiza ove dvije opcije u MATLAB-u. U analizi je pretpostavljeno da se uvijek slijeće s masom iznosa  $mLW$  i da se krstari na 11200 m visine. Na taj način dobiveni rezultati prikazani su u dijagramu na slici 28.



Slika 28 Ovisnost potrebne mase goriva o duljini leta

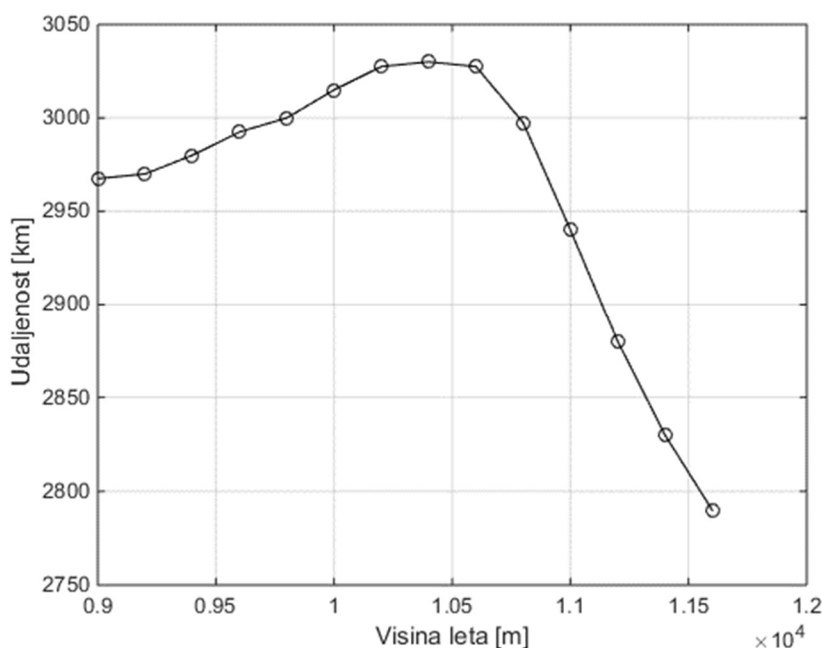
Odmah se uočava da razrađeni model potvrđuje postojanje  $d_{cr}$  i da iznosi približno 2800 km za navedenu visinu. Vidljivo je da je za manje udaljenosti od  $d_{cr}$  potrebna manja masa za direktan let, a da je za udaljenosti veće od  $d_{cr}$  potrebna manja masa za let s usputnim slijetanjem. Ovi rezultati su uspoređeni s rezultatima iz istraživačkog rada [14], koji su prikazani na slici 29.



Slika 29 Ovisnost potrebne mase goriva o duljini leta za Boeing 777-300 [14]



Može se primijetiti da su rezultati u ova dva dijagrama u velikoj mjeri slični. Ipak, razlika u kvantitativnim vrijednostima ima više mogućih uzroka, a najočitiji je razlika u zrakoplovu za koji je razrađen model. Isto tako, rezultati ovise i o pretpostavkama koje su uvedene u prethodnim računima kao što su, zanemarivanje goriva za pokretanje APU, goriva za rulanje i slično. Ipak, ovim poklapanjem rezultata pokazano je kako se analiza leta razrađena u ovom radu u zadovoljavajućoj mjeri poklapa s rezultatima istraživačkog rada drugog autora.



**Slika 30** Prikaz ovisnosti udaljenosti  $D_{cr}$  o visini leta  $H$

Kao dodatak na ovu analizu, na slici 30 prikazana je i ovisnost  $d_{cr}$  o visini krstarenja zrakoplova. Može se primijetiti da se maksimalna vrijednost  $d_{cr}$  postiže za visinu leta 10400 m i iznosi 3030 km. Jedan od mogućih razloga zašto tijekom funkcije prikazan na slici 30 ima takav oblik leži u tome da su podaci za maseni protok goriva prikupljeni iz tablice za krstarenje [11]. Podaci u tablici ne ponašaju se monotono i uzrokuju rezultate kojima se vrijednost značajno mijenja za male promjene unosnih podataka. Ipak, može se primijetiti da se za sve uobičajene visine krstarenja za ovako dugačke letove vrijednosti  $d_{cr}$  nalaze u relativno uskom rasponu od samo 250 km, što je dovoljno precizan rezultat za izvođenje sljedećeg zaključka. Ako usporedimo ove rezultate s rezultatima iz prve četiri misije, može se primijetiti da ni jedan let nije duži od  $d_{cr}$ . Iz toga se zaključuje da se na promatranim misijama ne bi ostvarila manja potrošnja goriva uvođenjem dodatnih slijetanja kako bi se obavila nadopuna goriva.

## 5. ZAKLJUČAK

Kroz ovaj rad, a osobito kroz analizu četiri misije u zadnjem odlomku, vidljivo je da je zbog razlike u cijeni goriva nekada opravdano letjeti s viškom goriva u tankovima. Iako tada zrakoplov ima veću masu i troši više goriva tokom leta, moguće je da let u takvim uvjetima bude ekonomski povoljniji od onog za koji se postiže najmanja potrošnja goriva. S druge strane, treba uzeti u obzir da teži zrakoplov znači i veća opterećenja pri slijetanju, a samim time i veći rizik od kolapsa pojedinih komponenti zrakoplova. Ako zrakoplov leti na misiji s više letova, opravdano je pretpostaviti da će se u rezervoare utočiti veća količina goriva tamo gdje ono ima nižu cijenu, kako bi se izbjeglo točenje tamo gdje je cijena viša. Ipak, kako bismo bili uvjereni da će biti izabran optimalni način izvođenja misije, potrebno je prilikom planiranja razmotriti misiju sa stajališta ekonomike goriva kao što je napravljeno u ovom radu. Iako su dobiveni rezultati logični, analiza napravljena u ovom radu svakako bi imala vrlo ograničenu primjenu u realnom okruženju, jer nisu bili razmatrani brojni faktori koji utječu na rezultate: rezerva goriva pretpostavljena je kao stalna vrijednost za sve letove, masa zrakoplova uvijek je iznad 50 t, zrakoplov je uvijek potpuno popunjen i slično. Isto tako, ako zrakoplov ima vremensko ograničenje za obavljanje misije, možda neće imati vremena za ulijevanje goriva na svakoj zračnoj luci, pa će se višak goriva nositi neovisno o tome je li to ekonomski isplativije ili nije. Isto tako, moguće je da piloti izaberu režim leta koji nije optimalan iz raznih razloga kao što je već spomenuto vremensko ograničenje. Nadalje, presudnu riječ u odabiru načina leta mogu imati meteorološki čimbenici, upute od kontrole leta i posebne procedure za prilaz i polijetanje s obzirom na okoliš zračne luke (planine, zgrade, naseljena područja) ili razina buke koju stvara zrakoplov. Prilikom računanja potrebnog goriva za let, potrebno je uračunati i masu goriva koje je potrebno za eventualno dugotrajno rulanje do piste i čekanje u redu za polijetanje. Također, korekcije je potrebno napraviti obzirom na vanjsku temperaturu zraka koja ne utječe samo na aerodinamiku i snagu motora, već i na potrebu za grijanjem odnosno hlađenjem kabine kako bi putnicima boravak u zrakoplovu bio ugodniji i, u krajnjem slučaju, zdravstveno prihvatljiviji. Ipak, uzimajući u obzir da su dobiveni rezultati logični, može se reći da je razmatranjem provedenim u ovom radu detaljnije proučeno na koje se sve načine može izvršiti misija koja uključuje više vezanih letova u cilju ekonomski što povoljnijeg letenja. Također, provedenom analizom potvrđena je pretpostavka da je nekada isplativije letjeti s viškom goriva koje nosimo u zrakoplovu, a koje je planirano za opskrbu motora kroz sljedeći ili više sljedećih letova.

## LITERATURA

- [1] www.airfleets.net, 21.2.2019.
- [2] Janković, S., Vrdoljak, M.: *Performanse zrakoplova*. predavanja, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016.
- [3] Triplat, M.: *Analiza kvalitete direktnog upravljanja putničkog zrakoplova*. Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2008.
- [4] AIRBUS: AIRCRAFT CHARACTERISTICS – AIRPORT AND MAINTENANCE PLANNING, 1.12.2018.
- [5] EASA: TYPE-CERTIFICATE DATA SHEET No. EASA.A.064 for AIRBUS A318-A319-A320-A321, 16.1.2019.
- [6] AIRBUS: All About the A320 Family – technical appendices, 5.2009.
- [7] Walpole, S. C.: The weight of nations: an estimation of adult human biomass, 18.6.2012.
- [8] www.croatiaairlines.com, 20.2.2019.
- [9] EASA: TYPE-CERTIFICATE DATA SHEET No. E.067 for AIRBUS CFM56-5 series engines, 17.4.2018.
- [10] Kralj, T.: *Proračun performansi transportnog zrakoplova*. Diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2007.
- [11] Croatia Airlines, A320 FAMILY OPERATIONS MANUAL – PART B CHAPTERS 0,4 – 7 PERFORMANCE, 10.11.2005.
- [12] Filippone, A.: *Flight performance of fixed and rotary wing aircraft*, Elsevier, 2006.
- [13] ICAO, Annex 6 to the Convention on International Civil Aviation – Operation of Aircraft Part I, 7.2010.
- [14] Filippone, A.: Comprehensive analysis of transport aircraft flight performance. *Progress in Aerospace Science*. Vol. 44, No. 3, pp. 192-236, 2008.