

# Analiza performansi zrakoplova u penjanju primjenom metode ukupne energije

---

**Vidović, Ivan**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:188191>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-11**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Ivan Vidović**

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**ANALIZA PERFORMANSI  
ZRAKOPLOVA U PENJANJU  
PRIMJENOM METODE  
UKUPNE ENERGIJE**

Mentor:

Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak, dipl. ing.

Student:

Ivan Vidović

Zagreb, 2019.

Izjavljujem da sam rad pisao samostalno, koristeći znanja i vještine koje sam stekao tokom tijekom studija, uz navedenu literaturu.

Ovim putem bih se želio zahvaliti profesoru Milanu Vrdoljaku i asistentu Marijanu Andriću, na savjetima, strpljenju i podrški prilikom pisanja rada.

Ivan Vidović



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Ivan Vidović**

Mat. br.: 0035201343

Naslov rada na hrvatskom jeziku:

**Analiza performansi zrakoplova u penjanju primjenom metode ukupne energije**

Naslov rada na engleskom jeziku:

**Analysis of Aircraft Performance in Climb With Application of Total Energy Method**

Opis zadatka:

Performanse zrakoplova moguće je razmatrati analizom ukupne energije što je posebno od interesa kod nadzvučnih zrakoplova. Takav pristup pruža sveobuhvatan uvid u performanse zrakoplova s obzirom na promjenjive značajke aerodinamike i pogona s brzinom i visinom leta. Pri tome do izražaja dolazi analiza optimalnih režima leta u penjanju kada se mijenjaju oba navedena parametra leta. Metoda ukupne energije prikladna je i za detaljniju usporedbu performansi dva zrakoplova što je predmet analize u ovom radu.

U završnom radu potrebno je:

- prikupiti i prikazati sve potrebne podatke o promatranim zrakoplovima čije performanse se uspoređuju;
- izračunati i prikazati otpor te značajke pogona promatranih zrakoplova;
- napraviti dijagrame specifičnog viška snage s brzinom i visinom leta;
- analizirati optimalne režime u penjanju;
- usporediti rezultate promatranih zrakoplova.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

29. studenog 2018.

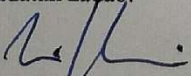
Rok predaje rada:

1. rok: 22. veljače 2019.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2019.
3. rok: 20. rujna 2019.

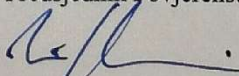
Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 25.2. - 1.3. 2019.
2. rok (izvanredni): 2.7. 2019.
3. rok: 23.9. - 27.9. 2019.

Zadatak zadao:

  
Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

## SADRŽAJ

POPIS SLIKA .....	2
POPIS TABLICA.....	4
POPIS OZNAKA .....	5
SAŽETAK.....	6
SUMMARY .....	7
1. UVOD.....	8
2. Podaci o zrakoplovima .....	10
2.1. Izračun mase za analizu .....	11
3. Otpor zrakoplova .....	12
3.1. <i>MiG-21</i> bez raketa.....	13
3.2. <i>MiG-21</i> sa dvije rakete.....	17
3.3. <i>F-16 Block52</i> .....	19
3.4. Usporedba bitnih karakteristika otpora.....	22
4. Pogon zrakoplova .....	25
4.1. <i>Tumansky (Soyuz) R-25-300</i> .....	25
4.2. <i>Pratt &amp; Whitney F100</i> .....	27
4.3. Usporedba pogonske sile lovaca.....	29
5. Područja mogućeg leta.....	30
6. Metoda ukupne energije i višak snage.....	33
6.1. Višak snage <i>MiG-21</i> .....	34
6.2. Višak snage <i>F-16</i> .....	35
6.3. Preklapanje grafova viška snage .....	36
7. Analiza performansi po kriteriju minimalnog vremena.....	38
7.1. Minimalno vrijeme.....	38
7.2. Analiza penjanja.....	39
7.3. Analiza penjanja do $h_e=30000m$ .....	39
7.4. Analiza penjanja do $h_e=15000m$ i $h=12000m$ .....	41
7.5. Misija presretanja .....	42
8. ZAKLJUČAK.....	45

## POPIS SLIKA

Slika 1. <i>MiG-21</i> Hrvatskog ratnog zrakoplovstva.....	8
Slika 2. <i>F-16 Block52</i> .....	9
Slika 3. Koeficijent $CD_0$ u ovisnosti o $Ma$ za <i>MiG-21</i> bez raketa.....	14
Slika 4. Ovisnost koeficijenta $K$ o $Ma$ za <i>MiG-21</i> bez raketa.....	14
Slika 5. Polara <i>MiG-21</i> bez raketa.....	15
Slika 6. Polara <i>MiG-21</i> bez raketa.....	15
Slika 7. Prikaz ovisnosti $CD_0$ o $Ma$ za <i>MiG-21</i> bez raketa.....	16
Slika 8. 3D prikaz ovisnosti sile otpora o brzini i visini za <i>MiG-21</i> bez raketa.....	16
Slika 9. Ovisnost $CD_0$ o $Ma$ za <i>MiG-21</i> sa dvije rakete.....	17
Slika 10. Polara za <i>MiG-21</i> sa dvije rakete pri $0.4Ma$ , na visini $15.2m$ .....	18
Slika 11. Polara za <i>MiG-21</i> sa dvije rakete pri $1.5Ma$ na visini $10000m$ .....	18
Slika 12. $CD_0$ u ovisnosti o $Ma$ za <i>F-16</i> .....	19
Slika 13. $K$ u ovisnosti o $Ma$ za <i>F-16</i> .....	19
Slika 14. Polara <i>F-16</i> pri $Ma=0.4$ na $H=15.2m$ .....	20
Slika 15. Polara pri brzini $Ma=1.5$ .....	20
Slika 16. Ovisnost $CD$ o $Ma$ za <i>F-16</i> .....	21
Slika 17. <i>F-16</i> ovisnost $D$ o $Ma$ i $H$ .....	21
Slika 18. Usporedba koeficijenta $CD_0$ .....	22
Slika 19. Usporedba koeficijenta $K$ .....	23
Slika 20. Usporedba polara pri razini mora.....	23
Slika 21. Polare za $2 Ma$ na $10000m$ .....	24
Slika 22. <i>MiG-21</i> uz korištenje naknadnog izgaranja.....	25
Slika 23. Ovisnost pogonske sile o Machovom broju.....	26
Slika 24. 3-D prikaz pogonske sile u ovisnosti o Machovom broju i visini.....	26
Slika 25. Pratt & Whitney F100 229 turbomlazni motor [5].....	27
Slika 26. Karakteristike sile pogona u ovisnosti o $Ma$ i $H$ .....	27
Slika 27. 3D karakteristika pogona u ovisnosti o $Ma$ i $H$ .....	28
Slika 28. Razlika u pogonskoj sili pri $0m$ .....	29
Slika 29. Razlika u pogonskoj sili pri $10000m$ .....	29
Slika 30. Područja mogućeg leta na visini od $0m$ .....	30
Slika 31. Područje mogućeg leta na visini od $5000m$ .....	31
Slika 32. Područje mogućeg leta na visini od $10000m$ .....	31

---

Slika 33. Područje mogućeg leta na visini od 15000m .....	32
Slika 34. Prikaz ovisnosti $PS$ o $Ma$ i $H$ za $MiG$ bez raketa .....	34
Slika 35. Prikaz ovisnosti $PS$ o $Ma$ i $H$ sa dvije rakete .....	34
Slika 36. Ovisnost $PS$ o $Ma$ i $H$ .....	35
Slika 37. 3D prikaz ovisnosti $PS$ o $Ma$ i $H$ .....	35
Slika 38. 2D ovisnosti $PS$ o $Ma$ i $H$ .....	36
Slika 40. Prikaz konstantnih vrijednosti krivulja $h_e$ .....	38
Slika 41. Prikaz promjene režima za minimalno vrijeme leta.....	40
Slika 42. Dijagram promjene vremena do $h_e=30000$ .....	40
Slika 43. Prikaz promjene režima za minimalno vrijeme leta.....	41
Slika 44. Dijagram vremena leta do $h_e=15000$ .....	42
Slika 45. Promjena režima za minimalno vrijeme presretanja.....	43
Slika 46. Dijagram za računanje vremena provedenog u letu.....	43



**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Karakteristike <i>MiG-21bis</i> .....	10
Tablica 2. Karakteristike <i>F-16 Block52</i> .....	10
Tablica 3. Prikaz ovisnosti <i>CD0</i> o <i>Ma</i> .....	13
Tablica 4. Prikaz ovisnosti <i>K</i> o <i>Ma</i> .....	13
Tablica 5. Dodatak <i>CD0</i> zbog dvije rakete .....	17
Tablica 6. <i>Airbus A320</i> podaci za krstarenje.....	42

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$a$	$m/s$	brzina zvuka
$C_{D0}$	-	koeficijent otpora pri nultom uzgonu
$dC_{D0}$	-	gradijent koeficijenta nultog uzgona
$C_D$	-	koeficijent otpora zrakoplova
$C_L$	-	koeficijent sile uzgona
$D$	$N$	sila otpora
$h$	$m$	visina
$h_e$	$m$	energetska visina
$K$	-	koeficijent induciranog otpora
$L$	$N$	sila uzgona
$Ma$	-	Machov broj
$m_a$	$kg$	masa za analizu
$m_g$	$kg$	masa goriva
$m_p$	$kg$	masa praznog zrakoplova
$m_r$	$kg$	masa raketa
$n$	-	faktor opterećenja
$PS$	$m/s$	višak snage
$S_{ref}$	$m^2$	referentna površina
$T$	$N$	pogonska sila
$t$	$s$	vrijeme
$V$	$m/s$	brzina
$W$	$N$	težina
$\gamma$	$^\circ$	kut penjanja
$\rho$	$kg/m^3$	gustoća

## SAŽETAK

Tema ovog završnog rada je analiza i usporedba performansi zrakoplova u penjanju primjenom metode ukupne energije. Promatrat će se zrakoplovi koji prema karakteristikama nalikuju *MiG-21bis* i *F-16 Block52*. Na početku su izračunate sve karakteristike otpora za *MiG-21* sa raketama i bez njih, kao i za *F-16* sa raketama. Nakon čega se računaju karakteristike pogona. Pomoću sile pogona i otpora prikazana su područja mogućeg leta na različitim visinama, u kojima pogonska sila nadjačava otpor. Koristeći navedene sile izračunava se višak snage, kao bitan faktor određivanja vremena trajanja leta. Zrakoplovi se promatraju kao središte mase koje ima sve izračunate karakteristike. Primjenom metode ukupne energije određuju se režimi koji daju minimalno vrijeme trajanja leta. Na temelju dobivenih rezultata, uspoređuju se zrakoplovi i analizira se prednost jednoga u odnosu na drugi i obrnuto.

## **SUMMARY**

Topic of this bachelor thesis is analysis and comparison of the aircraft performances while climbing, using the minimal energy method. Examined aircraft's characteristics resemble the MiG-21bis and F-16 Block52. At the beginning all the characteristics of the drag are calculated both for the MiG-21 with two missiles and without them, like the ones for the F-16 with two missiles. Thrust characteristics are calculated after it. Using the results of the drag and the thrust, region where flight can be sustained is shown, that is the area where thrust overcomes the drag. Using the given forces excess power is calculated, which is a essential for calculating time of the flight. Aircraft are examined like a mass point which have all the characteristics as calculated. Minimal flight time regimes are determined using the minimal energy method. Using the results, aircraft are compared and advantage of one over another is analysed.

## 1. UVOD

Ratno zrakoplovstvo je jedna od značajki suverene države jer zrakoplovi svojom superiornošću imaju ključnu ulogu u obrani državnog teritorija. Hrvatska kao članica *NATO* saveza je obvezana imati kontrolu nad svojim nebom 24 sata dnevno. Trenutno svoj zračni prostor kontrolira sa ostarjelim *MiG-21bis* lovcima, i ima želju za obnovom svoje zračne eskadrile. Kao potencijalno rješenje se razmatra nekoliko vrsta zrakoplova, no *F-16* se nameće kao ono najvjerojatnije. S toga, tema ovog rada će biti analiza i usporedba zrakoplova, koji po karakteristikama nalikuju *MiG-21bis* i *F-16*.

*MiG-21* je služio u više država i vodio više ratova nego i jedan drugi lovac na mlazni pogon. Napravljeno ih je preko 10000. Prototip mu se pojavljuje 1955. godine, a nakon ulaska u proizvodnju, proizvodi se idućih gotovo 30 godina. Hrvatska ga ima u službi od Domovinskog rata.



**Slika 1. *MiG-21* Hrvatskog ratnog zrakoplovstva**

Zbog spomenutog članstva u vojnom savezu, Hrvatska bi trebala prilagoditi svoju vojnu tehnologiju njegovim standardima. Zbog toga je izvjesno da će novi lovac biti „zapadne“ tehnologije.

Ratno zrakoplovstvo Sjedinjenih država 1972. je sponzoriralo program za izgradnju malog i manevarbilnog lovca. *General Dynamics* i *Northrop* su dobili zadatak da naprave svaki svoj

prototip. *General Dynamicsov YF-16* je prvi put poletio 20. siječnja 1974. godine i nakon skoro godinu dana nadmetanja je stavljen u daljnju proizvodnju. *F-16A* je bio prvi zrakoplov koji je letio na fly-by-wire sistemu. Proizvedeno je mnogo inačica a proizvodnja se održala sve do danas. Ovdje će biti riječ o inačici *F-16 Block 52*, koji uz mnoge promjene avionike, radara i kokpita daje sposobniju i težu inačicu osnovnog modela.



**Slika 2. *F-16 Block52***

Na početku su dani opći podaci za pojedini zrakoplov i vrijednosti koje ulaze u analizu.

Korištenjem tih podataka izračunavaju se karakteristike otpora i pogona, koje se uspoređuju u istim dijagramima.

Otpor i pogon nam imaju glavnu ulogu u računanju viška snage, o kojoj nam pak ovisi vrijeme. Traže se minimalna vremena leta za promjenu režima leta. Penjanje se izvodi prema linijama konstantne energetske visine, pa u tom kontekstu zrakoplov ubrzava ili se penje ili jedno i drugo.

## 2. Podaci o zrakoplovima

Tablica 1. i Tablica 2. prikazuju općenite podatke o promatranim zrakoplovima. Podaci za *MiG-21* uzeti iz [1],[2] a za *F-16* iz [2],[3].

**Tablica 1. Karakteristike *MiG-21bis***

Visina	4.125 m
Duljina	14.7 m
Raspon krila	7.154 m
Površina krila	23 m <sup>2</sup>
Težina (prazan)	5450 kg
Maksimalna težina polijetanja	9800 kg
Maksimalna sila	40.2 kN
Maksimalna sila sa naknadnim izgaranjem	108 kN
Maksimalna brzina (morska razina)	1150 km/h
Maksimalna brzina (13km)	2175 km/h

**Tablica 2. Karakteristike *F-16 Block52***

Visina	4.88 m
Duljina	15.06 m
Raspon krila	9.96 m
Površina krila	27.9 m <sup>2</sup>
Težina (prazan)	8570 kg
Maksimalna težina polijetanja	19200 kg
Maksimalna sila	76.3 kN
Maksimalna sila sa naknadnim izgaranjem	127 kN
Maksimalna brzina (morska razina)	1472 km/h
Maksimalna brzina (13km)	2125 km/h

## 2.1. Izračun mase za analizu

U prethodnom dijelu su općeniti podaci za zrakoplov, no masa za analizu se dobije na na sljedeći način,

$$m_a = m_p + \frac{1}{2}m_g + 2m_r. \quad (1)$$

U jednadžbi (1) je:  $m_a$  – masa zrakoplova za analizu,  $m_g$ -masa punih internih spremnika goriva, podijeljena sa 2 jer je samo pola spremnika puno,  $m_r$ -masa jedne rakete, pomnožena sa dva jer zrakoplovi nose dvije rakete.

Za *MiG-21*, prema (1) dobije se,

$$m_a = 5450 + \frac{1}{2}2226 + 2 \cdot 100 = 6763 \text{ kg}. \quad (2)$$

Za *F-16* prema (1) dobije se,

$$m_a = 8570 + \frac{1}{2}3510 + 2 \cdot 100 = 10525 \text{ kg}. \quad (3)$$

U radu će se provoditi analiza *MiG*-a bez i sa raketama, kako bi se dobio bolji uvid na njihov utjecaj na performanse. Stoga nam treba i masa zrakoplova bez raketa, koja prema (2) iznosi  $m_a = 6563 \text{ kg}$ .

*F-16* se promatra kroz cijeli rad sa dvije rakete. U cijelom radu se u usporedbama *MiG-21* prikazuje plavom bojom, *MiG-21* sa raketama zelenom, a *F-16* crvenom bojom.



### 3. Otpor zrakoplova

Otpor je sila koja djeluje na zrakoplov u suprotnom smjeru od aerodinamičke brzine. Da bi mogli usporediti performanse zrakoplova, vrlo nam je važno odrediti veličinu te sile u svakom režimu leta. Za određivanje otpora, moramo prvo pronaći koeficijent otpora  $C_D$  koji je izražen preko  $K$ ,  $C_L$  i  $C_{D0}$ . Ovakav prikaz koeficijenta otpora nazivamo polarom zrakoplova.

Koeficijenti  $C_{D0}$  i  $K$  ovise samo o Machovom broju.

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2 \quad (4)$$

U ovoj jednadžbi  $C_{D0}$  predstavlja koeficijent otpora pri nultom uzgonu,  $K$  je drugi vrlo bitan faktor kojim množimo kvadrat koeficijenta uzgona. S obzirom da veći  $K$  izaziva veći ukupni koeficijent otpora, želimo da on bude što manji.

Znajući ukupni koeficijent otpora, možemo dobiti iznos sile otpora  $D$  preko (5)

$$D = 0.5\rho V^2 S_{ref} C_D \quad (5)$$

Sila uzgona ima oblik jednak ovoj sili otpora, samo što umjesto koeficijenta otpora, koristimo koeficijent sile uzgona.

$$L = 0.5\rho V^2 S_{ref} C_L \quad (6)$$

Bitno nam je uvesti još jedan faktor, faktor opterećenja koji je prema (7)

$$n = \frac{L}{W} \quad (7)$$

Kada je zrakoplov u ravnotežnom letu, faktor opterećenja je jednak jedinici. Imajući ovo u vidu, možemo koeficijent uzgona dobiti preko (8).

$$C_L = \frac{2Wn}{\rho V^2 S_{ref}} \quad (8)$$

Sila otpora se promatra za  $S_{ref}$  koja označava referentnu površinu zrakoplova na koji djeluje dinamički tlak. Da bi mogli izvršiti analizu performansi, za oba zrakoplova moramo prikazati raspodjelu koeficijenta nultog otpora i raspodjelu sile otpora. [4]

### 3.1. MiG-21 bez raketa

Prema [1]  $C_{D0}$  ima oblik kao u Tablica 3, a  $K$  ima oblik kao u Tablica 4., dok je masa za analizu  $m_a = 6563 \text{ kg}$ .

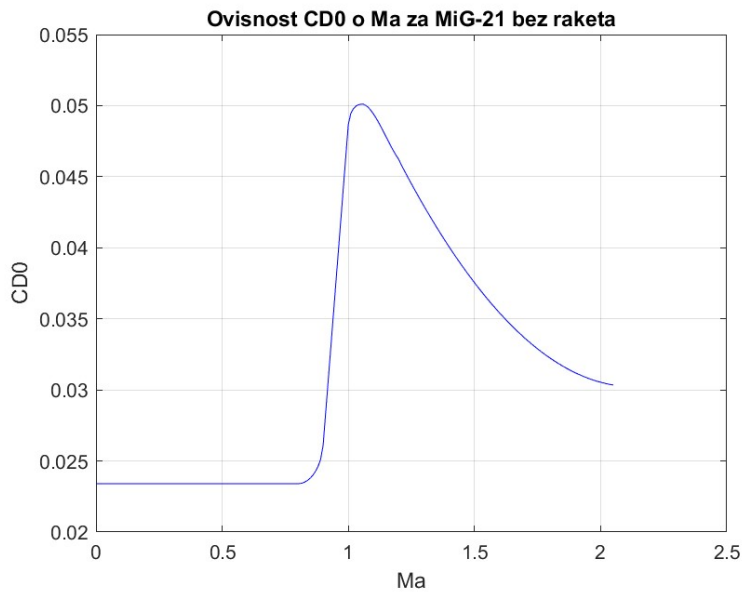
Tablica 3. Prikaz ovisnosti  $C_{D0}$  o  $Ma$

$C_{D0}$	$Ma$
0.0234	< 0.8
$0.0234 + 0.0031238 \left( 1 - \left( 1 - \left( \frac{x}{0.10093} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right)$	< 0.8, 0.9 >
$0.0261 + \frac{(0.0487 - 0.0261)(Ma - 0.9)}{0.1}$	$\leq 0.9, 1 \geq$
$0.0501 - 0.001636 \left( 1 - \left( 1 - \frac{(Ma - 1.05)^2}{0.050508^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right)$	< 1, 1.05 >
$1.2003Ma^3 - 4.1358Ma^2 + 4.7152Ma - 1.7306$	$\leq 1.05, 1.2 \geq$
$0.018429Ma^2 - 0.078509Ma + 0.11384$	> 1.2

Tablica 4. Prikaz ovisnosti  $K$  o  $Ma$

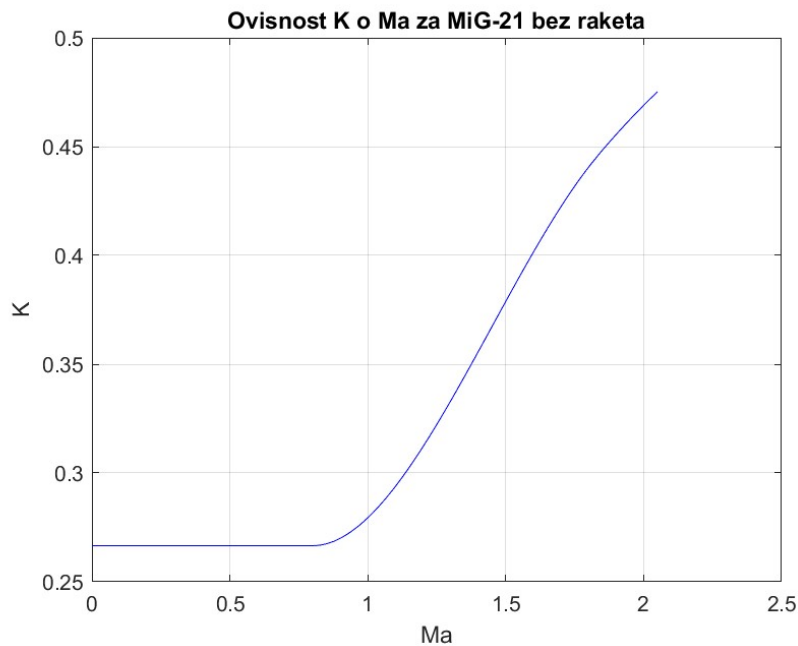
$K$	$Ma$
0.2666	$\leq 0.8$
$0.064Ma^2 + 0.38424Ma - 0.0435$	< 0.8, 1.836 >
$-0.18384Ma^3 + 0.79893Ma^2 - 0.92532Ma + 0.58967$	$\geq 1.836$

Pomoću navedenih ovisnosti  $C_{D0}$  i  $K$  o  $Ma$ , za bolju ilustraciju pomaže nam grafički prikaz, Slika 3., Slika 4.



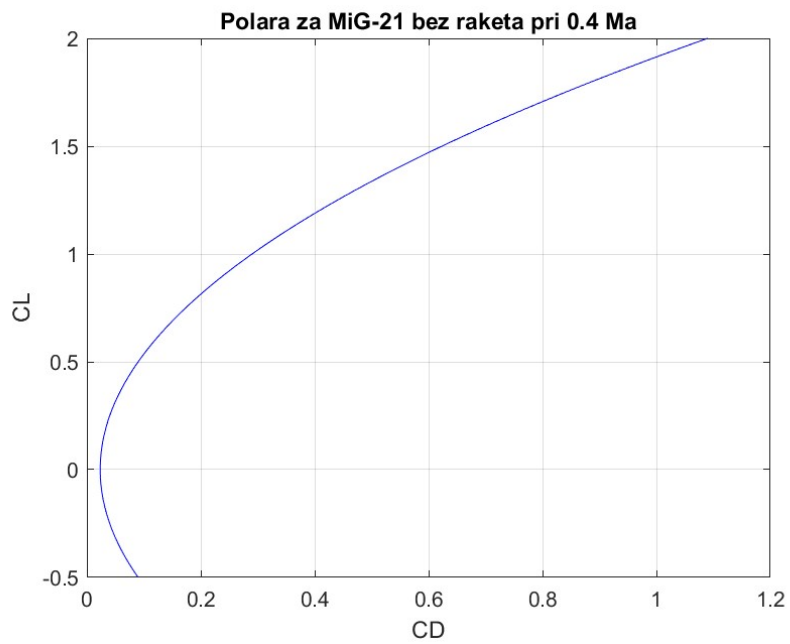
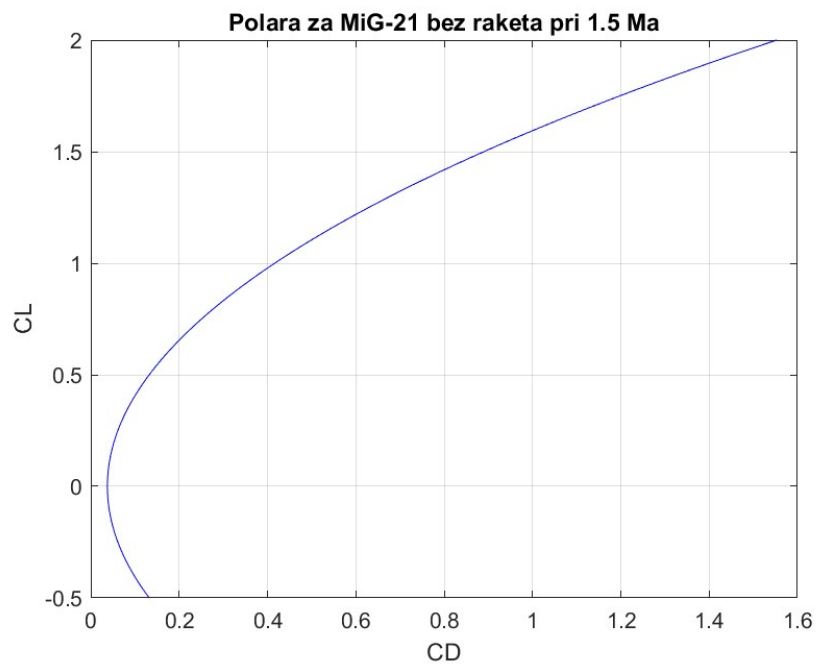
Slika 3. Koeficijent  $C_{D0}$  u ovisnosti o  $Ma$  za *MiG-21* bez raketa

Vidljivo je iz dijagrama kako  $C_{D0}$  opada porastom brzine u supersonici. Razlog tome je *MiG*-ov izgled, koji podsjeća na raketu sa krilima. Kako se u vrijeme pojave *MiG-21*, pokušalo proizvesti zrakoplov što veće brzine, bile su vrlo bitne karakteristike zrakoplova u supersonici.



Slika 4 Ovisnost koeficijenta  $K$  o  $Ma$  za *MiG-21* bez raketa

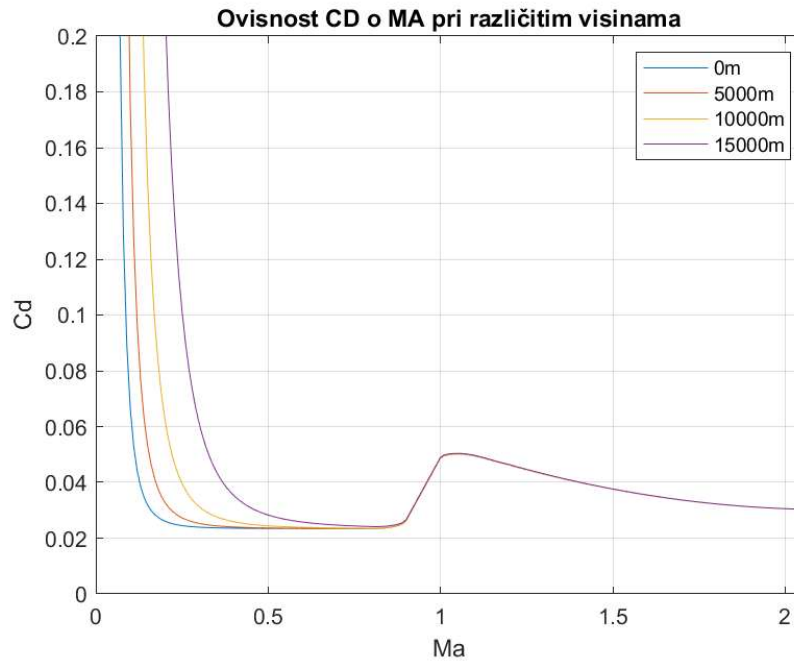
Služeći se jednažbom polare (4), možemo je grafički prikazati, Slika 5., Slika 6.

Slika 5. Polara *MiG-21* bez raketaSlika 6. Polara *MiG-21* bez raketa

Prva polara je prikazana za brzinu  $Ma = 0.4$ , dok je druga polara prikazana za brzinu  $Ma = 1.5$ .

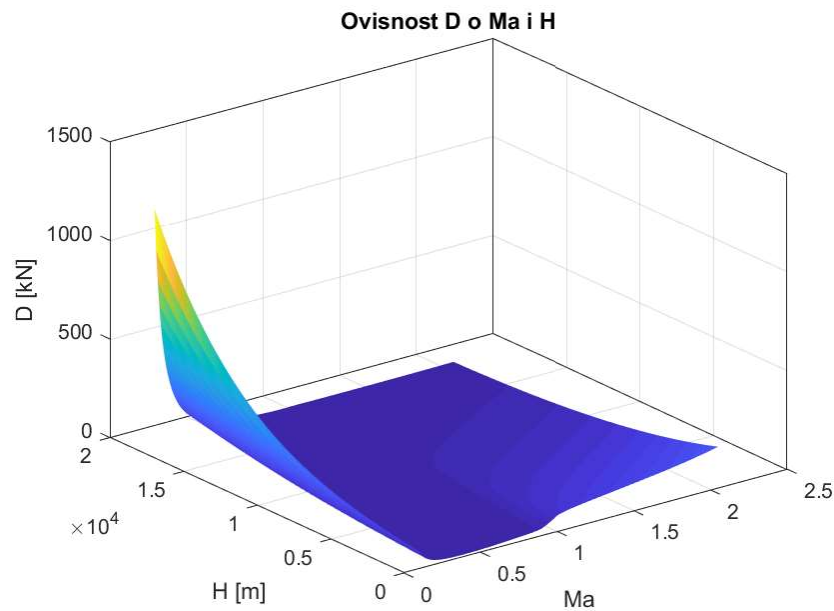
Slijedi prikaz ovisnosti koeficijenta otpora  $C_D$  o  $Ma$  pri različitim visinama leta, Slika 7.

Prikaz ovisnosti sile otpora o brzini i visini je prikazan u Slika 8.



**Slika 7. Prikaz ovisnosti  $C_D$  o  $Ma$  za *MiG-21* bez raketa**

Prema jednadžbi (5), možemo grafički prikazati ovisnost sile otpora o brzini i visini leta.



**Slika 8. 3D prikaz ovisnosti sile otpora o brzini i visini za *MiG-21* bez raketa**

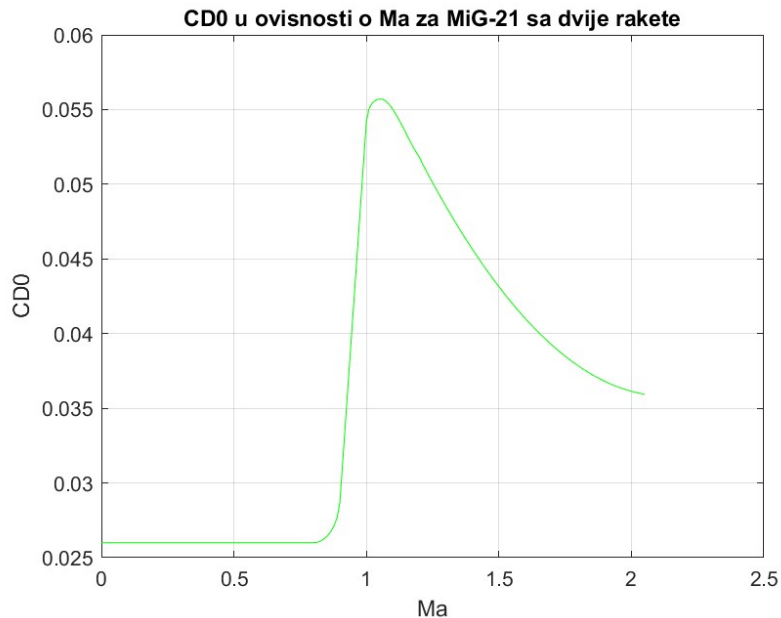
### 3.2. MiG-21 sa dvije rakete

Kada na MiG-21 dodamo dvije rakete, one mijenjaju koeficijent otpora. Vrijednosti za  $C_{D0}$  se uzimaju iz Tablica 3, a na njih se dodaje još promjena  $dC_{D0}$ . Mijenja se i masa zrakoplova pa se sada uzima  $m = 6763kg$ .

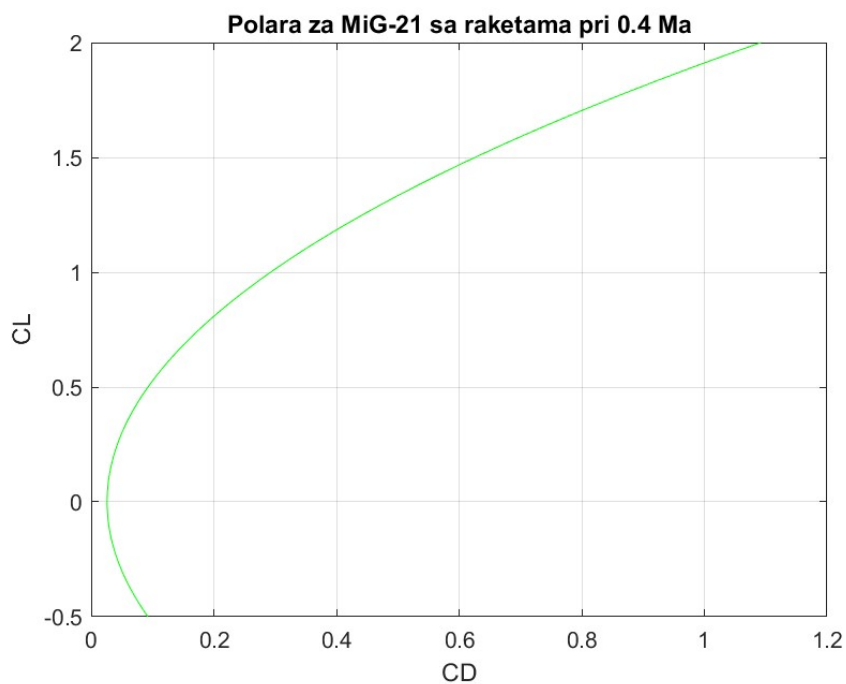
Tablica 5. Dodatak  $CD0$  zbog dvije rakete

$dC_{D0}$	$Ma$
0.0026	$< 0,0,9 \geq$
$0.02909775335255Ma - 0.02358797801729$	$< 0,9,1 \geq$
0.0056	$> 1$

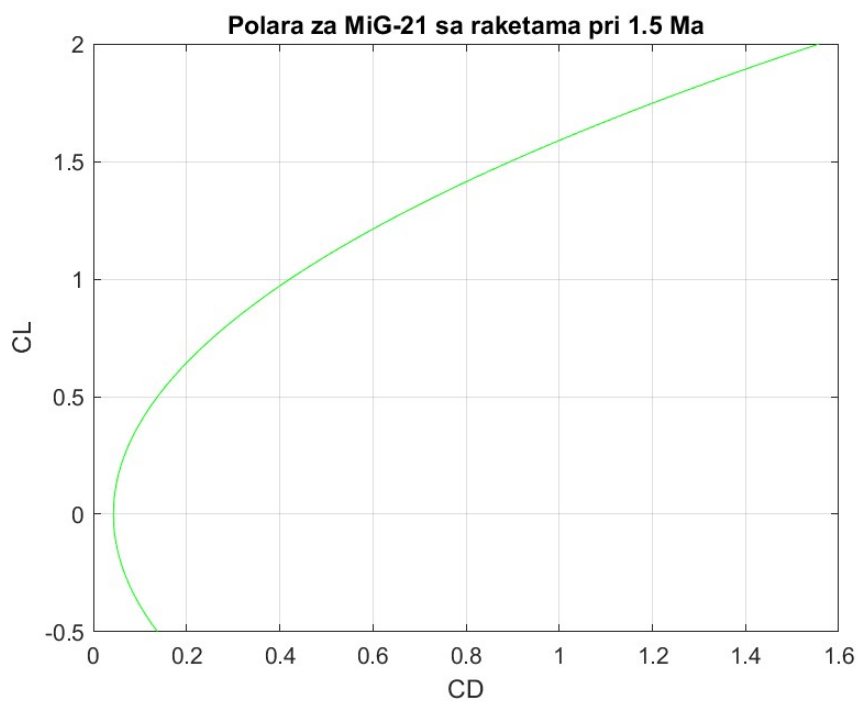
Na Slika 9. prikazana je ovisnost  $C_{D0}$  o promjeni  $Ma$ , dok su polare za određene brzine  $Ma$  prikazane na Slika 10., Slika 11.



Slika 9. Ovisnost  $CD0$  o  $Ma$  za MiG-21 sa dvije rakete



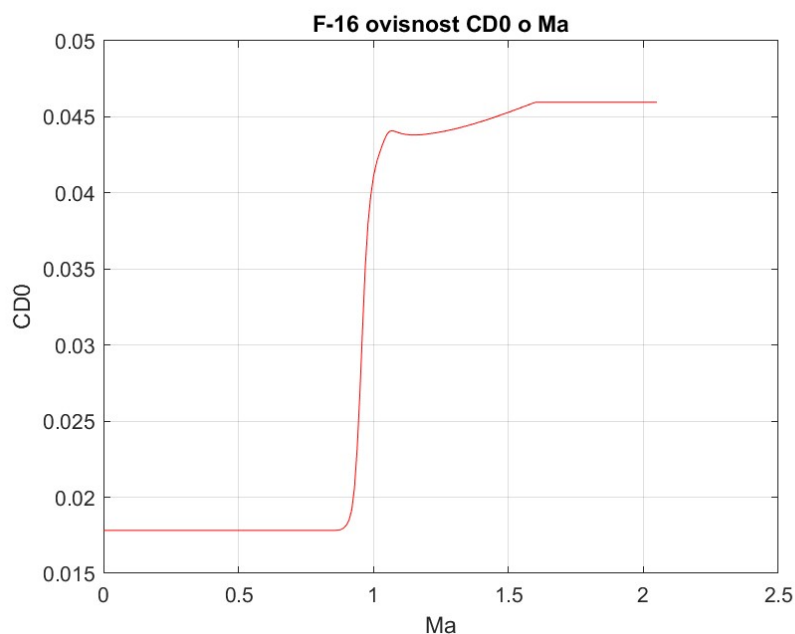
**Slika 10. Polara za MiG-21 sa dvije rakete pri 0.4Ma, na visini 15.2m**



**Slika 11. Polara za MiG-21 sa dvije rakete pri 1.5Ma na visini 10000m**

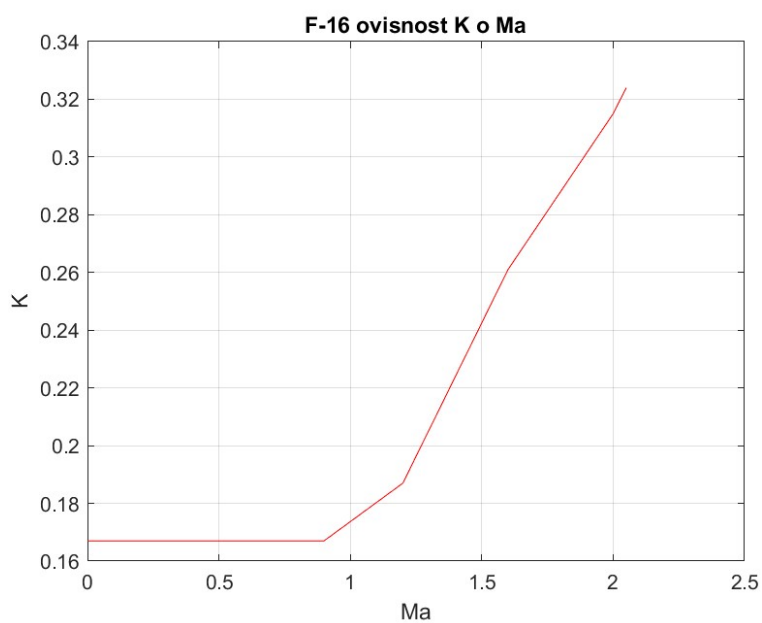
### 3.3. F-16 Block52

Uzimanjem podataka iz [3], [4], možemo grafički prikazati iste karakteristike otpora za *F-16* kao i one za *MiG-21*. Ove karakteristike vrijede za *F-16* sa dvije rakete.



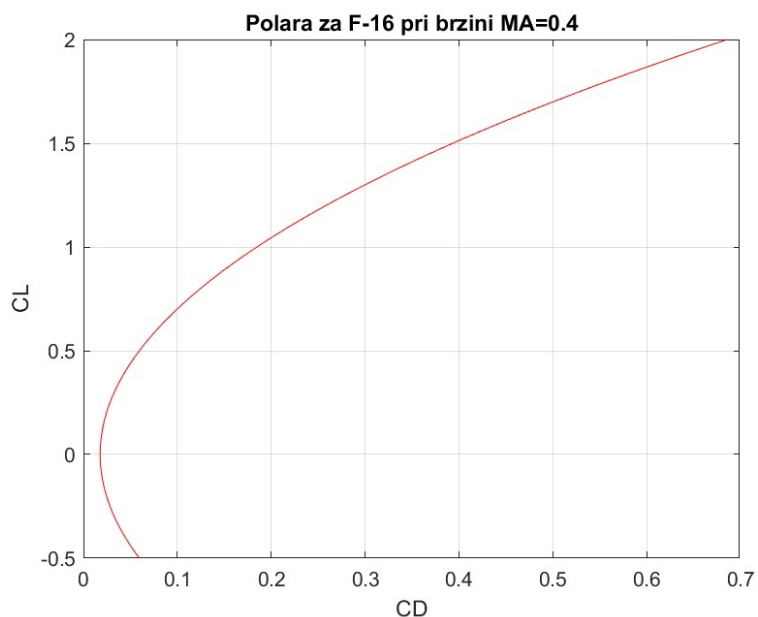
Slika 12.  $C_{D0}$  u ovisnosti o  $Ma$  za *F-16*

Vidljivo je kako *F-16* nema pad  $C_{D0}$  u supersonici, koji ima *MiG-21*.

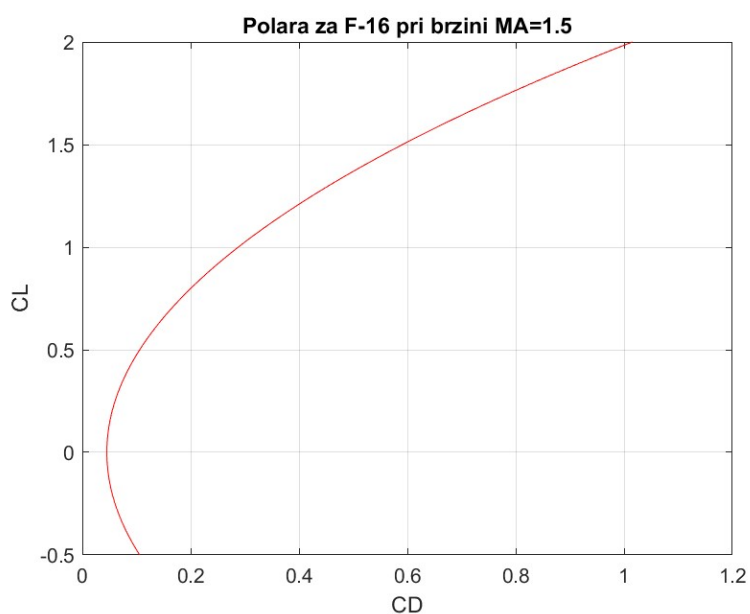


Slika 13.  $K$  u ovisnosti o  $Ma$  za *F-16*





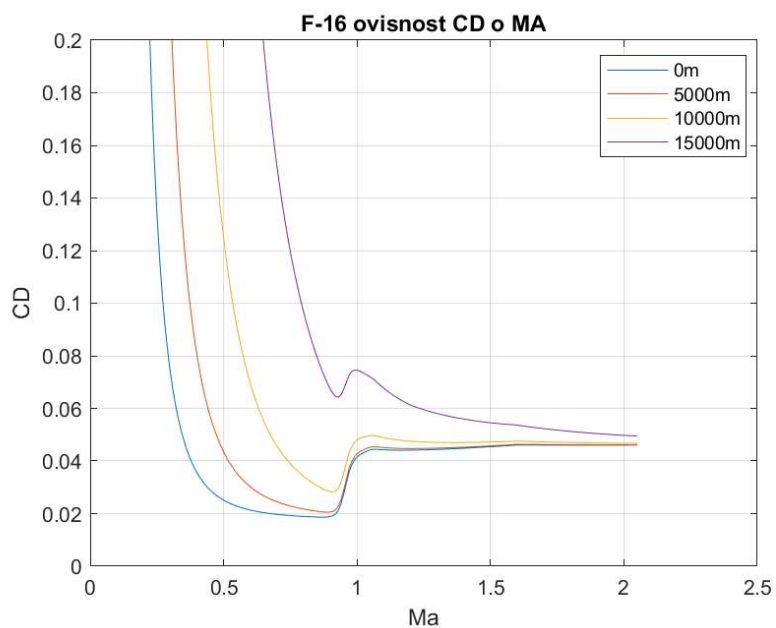
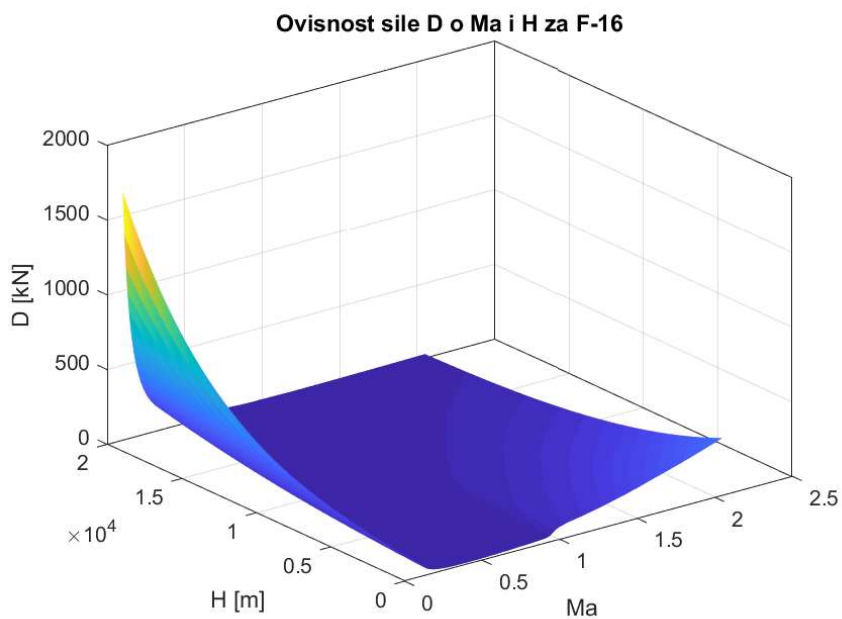
Slika 14. Polara *F-16* pri  $Ma=0.4$  na  $H=15.2m$



Slika 15. Polara pri brzini  $Ma=1.5$

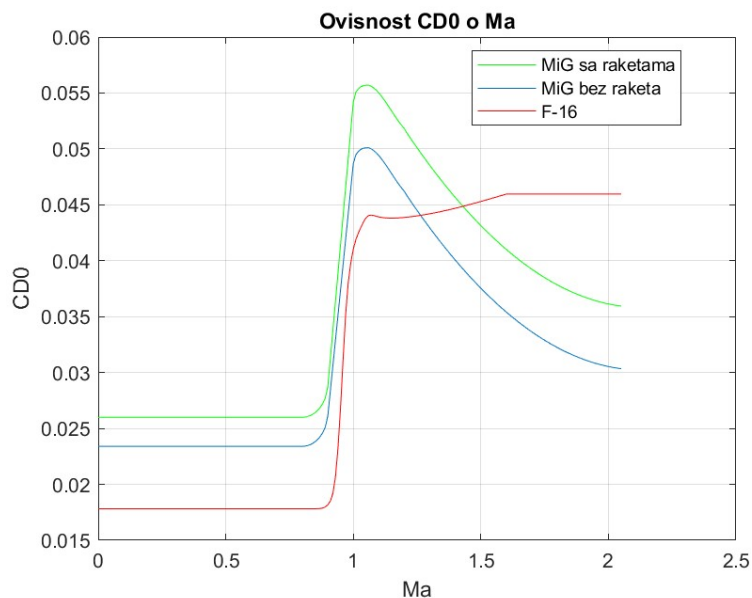
Odmah je očito kako *F-16* ima manje vrijednosti koeficijenta otpora nego *MiG-21*, no kasnije će se to još bolje prikazati.

Slika 16. prikazuje ovisnost koeficijenta otpora o brzini, dok Slika 17. prikazuje ovisnost ukupne sile otpora o brzini i visini za *F-16*.

Slika 16. Ovisnost  $CD$  o  $Ma$  za F-16Slika 17. F-16 ovisnost  $D$  o  $Ma$  i  $H$

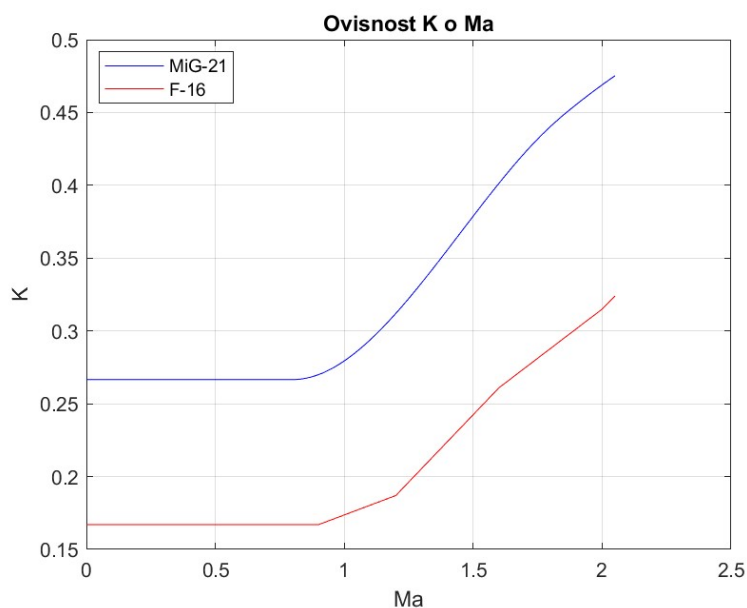
### 3.4. Usporedba bitnih karakteristika otpora

Kako bi dobili bolju predodžbu o razlikama pojedinih karakteristika otpora, zbog preglednijeg prikaza, dobro je prikazati iste karakteristike u jednom dijagramu, Slika 18., Slika 19., Slika 20. i Slika 21.



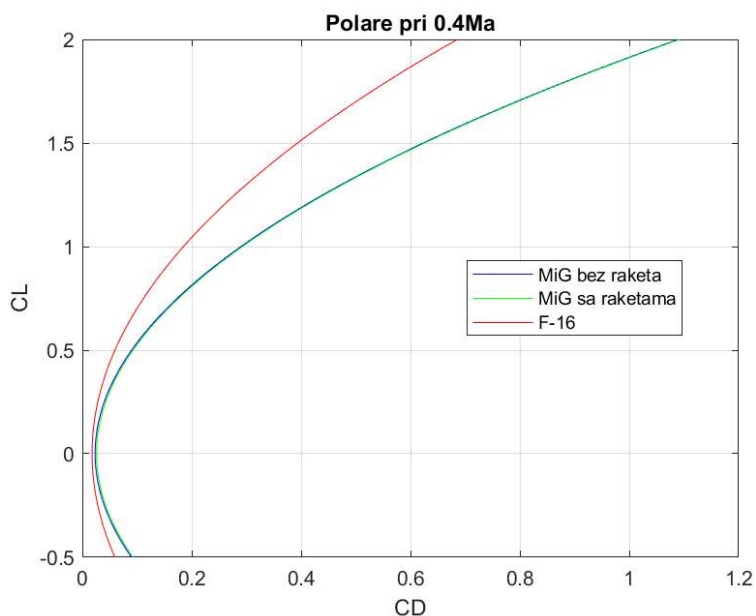
Slika 18. Usporedba koeficijenta  $CD0$

Iz Slika 18. vidimo da *F-16* ima niže vrijednosti  $C_{D0}$  kroz cijelo područje subsonike i transsonike. Primjetan je i velik porast otpora kod dodavanja raketa na *MiG-21*. No unatoč tome *MiG-21* u području supersonike i sa raketama ima nižu vrijednost  $C_{D0}$  nego *F-16*.

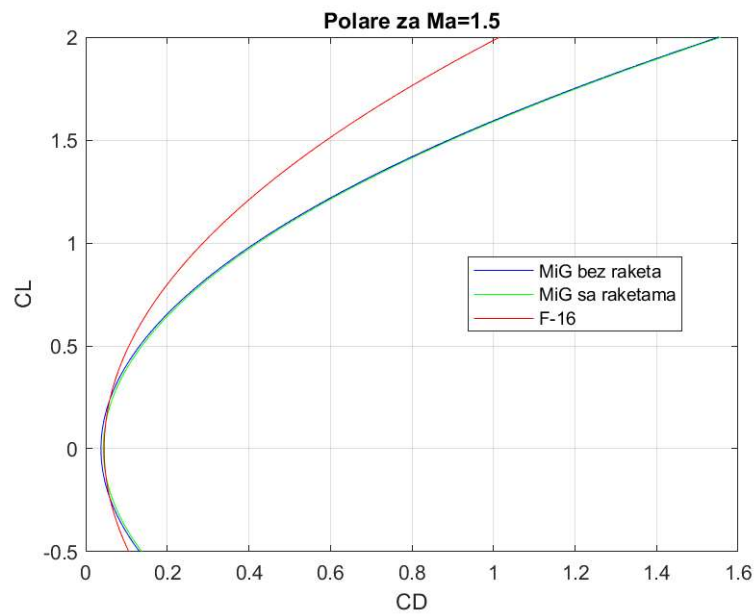
Slika 19. Usporedba koeficijenta  $K$ 

Iz Slika 19. je očito da je vrijednost koeficijenta  $K$  manja kroz cijelo područje za  $F-16$  od onoga za  $MiG-21$ . Kako je koeficijent  $K$  ostao nepromijenjen, krivulja vrijedi za obje konfiguracije.

Slika 20. prikazuje usporedbu polara  $MiG-21$  i  $F-16$  pri brzini od  $0.4Ma$ , a Slika 21. usporedbu pri  $1.5 Ma$ .



Slika 20. Usporedba polara pri razini mora



Slika 21. Polare za 2 Ma na 10000m

Vidljivo je kako polara za *MiG-21* sa raketama i bez njih ima gotovo identičan izgled.

Također se vidi da je *F-16* bolji u svim režimima osim pri  $1.5Ma$  sa  $C_L = 0$ .

## 4. Pogon zrakoplova

Sila koja tjera zrakoplov u smjeru uzdužne osi je sila pogona zrakoplova. Ona djeluje u suprotnom smjeru od sile otpora, pa su te dvije sile u razmjeru, samim time sila pogona postaje ključna za analiziranje performansi zrakoplova.

### 4.1. *Tumansky (Soyuz) R-25-300*

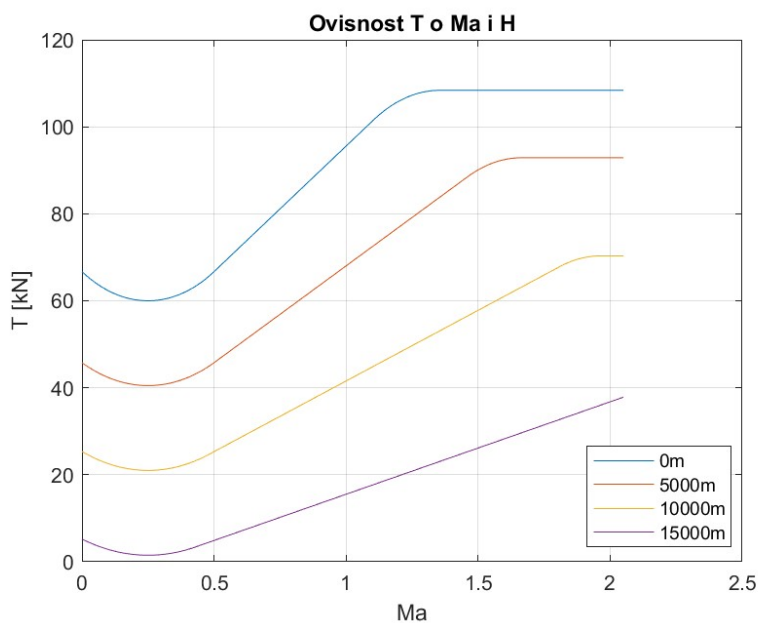
*MiG-21bis* pogonjen je jednim *Tumansky (Soyuz) R-25-300* turbomlaznim motorom. To je dvoosovinski motor proizveden 1971. godine u kojem je uveden novi kompresor sa povećanim omjerom tlaka i protokom zraka. Motor ima dva stupnja naknadnog izgaranja i veći udio titana. Sa ovim novim poboljšanjima, cijena motora se znatno povećava. [5]



Slika 22. *MiG-21* uz korištenje naknadnog izgaranja

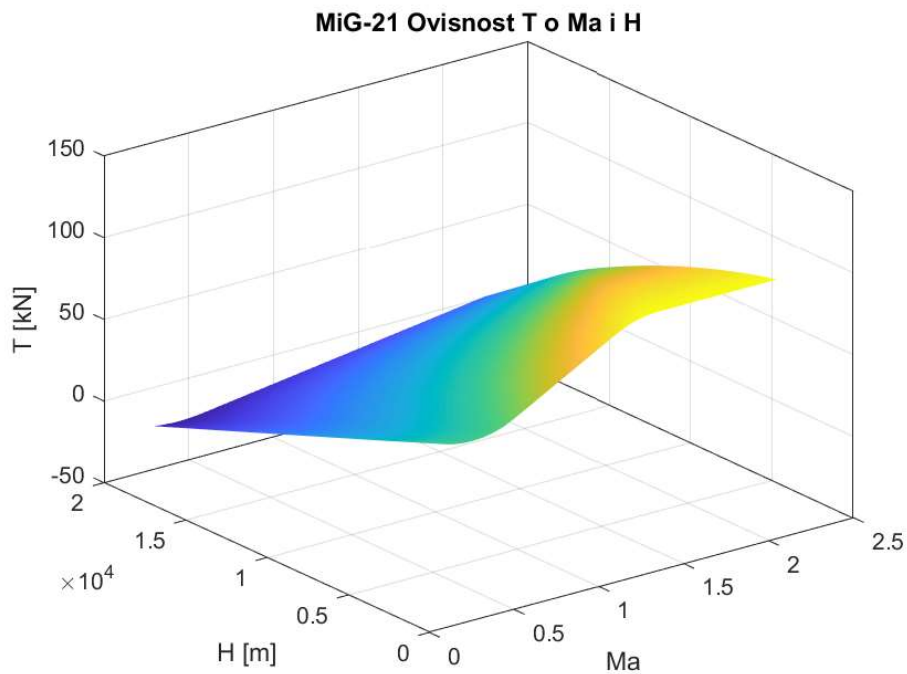
Prema navedenoj referenci motor sličan *Tumanskom R-25-300* ima karakteristike prikazane na sljedećim slikama. Kako pogonska sila ne ovisi o  $C_D$ , *MiG* sa raketama i bez njih ima iste karakteristike pogona.

Slika 23. i Slika 24. prikazuju kako sila pogona ima najveću vrijednost na maloj visini pri velikim brzinama. No takvi režimi leta u stvarnosti nisu mogući, jer postoje konstrukcijska ograničenja koja ne dopuštaju supersonični let na razini mora.



Slika 23. Ovisnost pogonske sile o Machovom broju

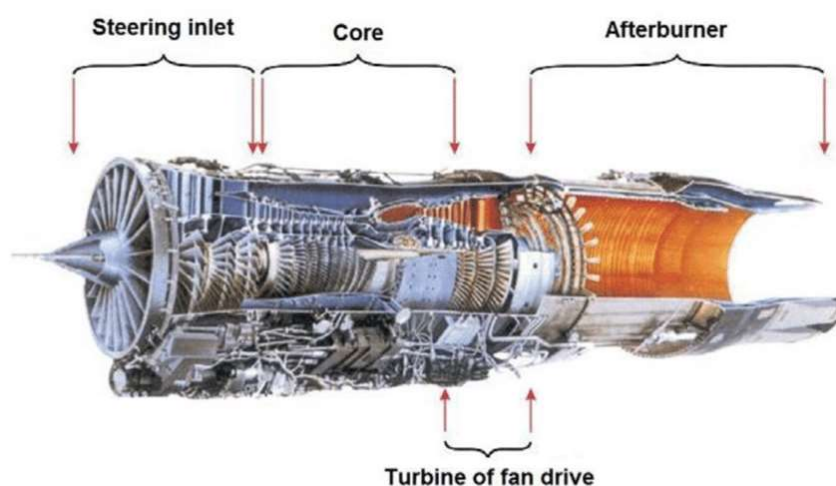
Kako pogonska sila motora ovisi o komponentama Machovog broja i visine, praktično je prikazati njihovu ovisnost u 3D-u. Istom bojom su prikazana područja istih vrijednosti  $T$ .



Slika 24. 3-D prikaz pogonske sile u ovisnosti o Machovom broju i visini

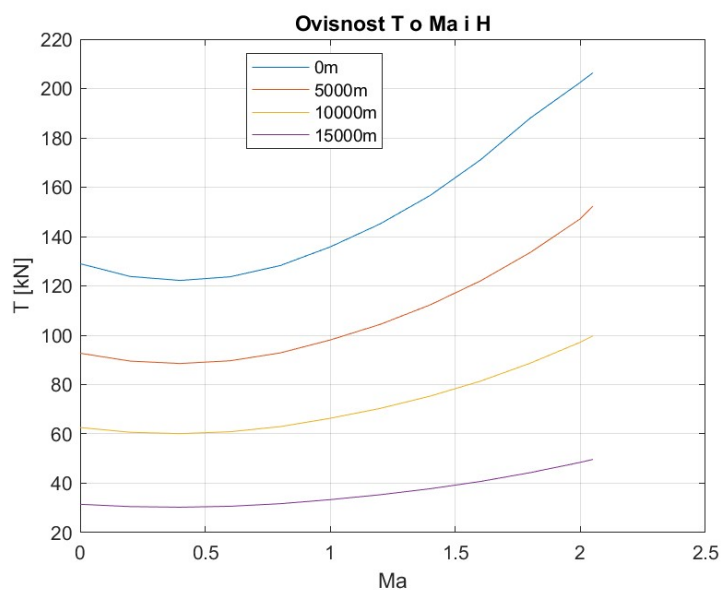
## 4.2. Pratt & Whitney F100

*F-16* je pogonjen F100 motorom koji je napravljen u više od 7000 primjeraka. To je jedan od najsigurnijih motora za lovce i uglavnom se svi motori pokušavaju uspoređivati sa njim. Unaprjeđenjem tehnologije kod izrade motora za *F-22* i *F-35* i implementiranjem iste u *F100* motor nastaje njegova inačica koja pokreće nove *F-15* i *F-16* lovce. *F100-PW-229* je motor sa povećanim performansama je najrašireniji motor koji se koristi za pogon lovaca u svijetu. Za analizu ćemo koristiti motor koji je sličan ovoj zadnjoj inačici *F100* motora.



Slika 25. Pratt & Whitney F100 229 turboblazni motor [5]

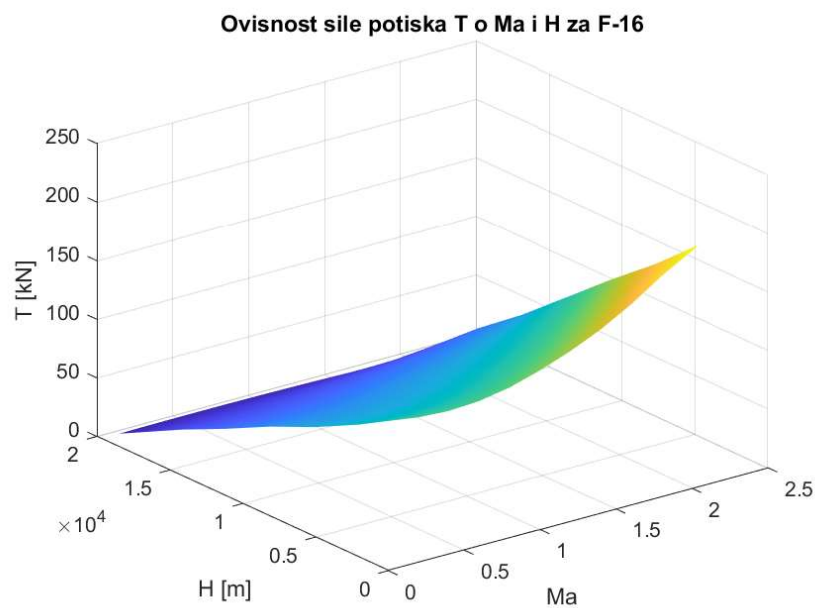
Slika 26. prikazuje karakteristiku pogonske sile motora nalik na *P&W F100 229*, [2].



Slika 26. Karakteristike sile pogona u ovisnosti o *Ma* i *H*



Slika 27. prikazuje 3D oblik iste karakteristike.

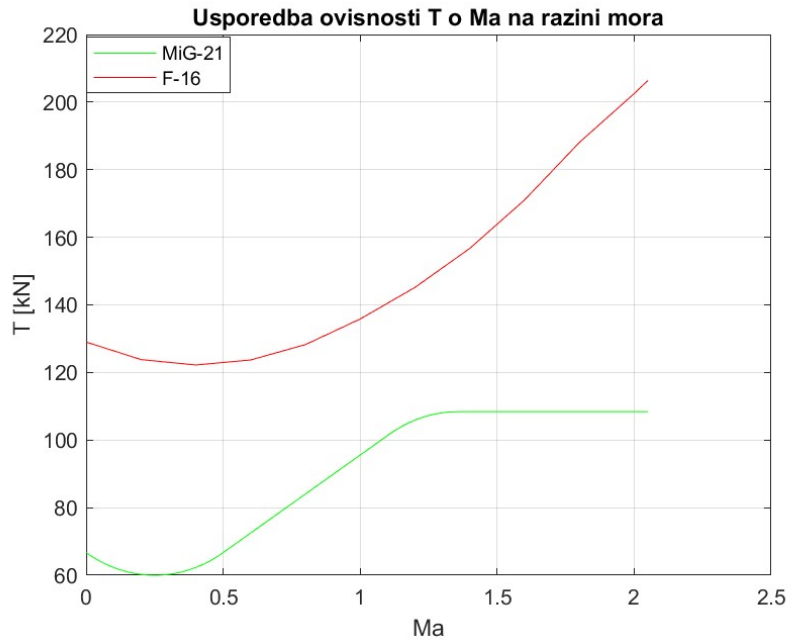


**Slika 27. 3D karakteristika pogona u ovisnosti o  $Ma$  i  $H$**

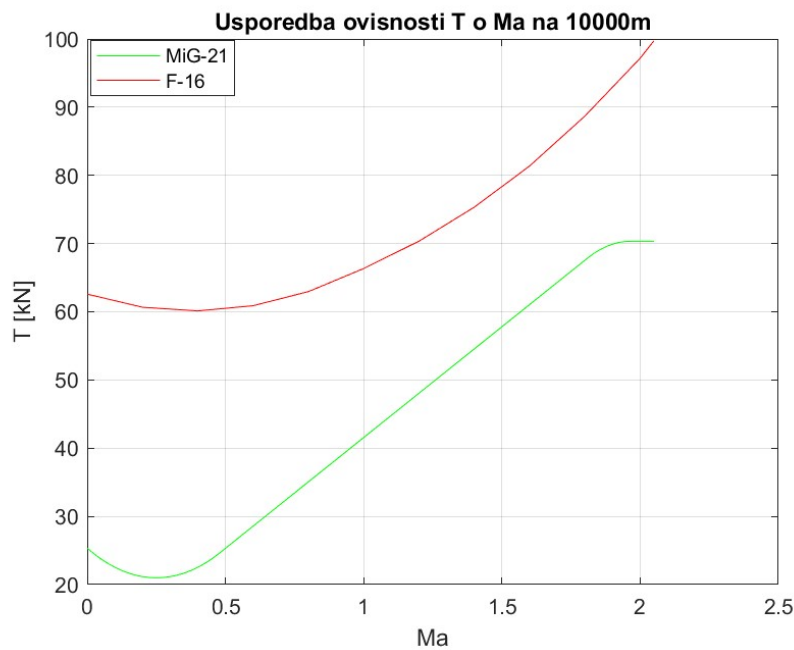
Kao i kod *MiG*-a, motor ima najveću silu pri velikim brzinama leta i malim visinama, no motor od *F-16* je mnogo snažniji. Navedena ograničenja konstrukcije za *MiG-21* pri režimima supersoničnog leta na nadmorskoj visini, vrijede i za *F-16*.

### 4.3. Usporedba pogonske sile lovaca

Slika 28. i Slika 29. prikazuju odnos pogonske sile pri određenoj visini za oba zrakoplova, da bi razlika bila očitija.



Slika 28. Razlika u pogonskoj sili pri  $0m$



Slika 29. Razlika u pogonskoj sili pri  $10000m$

## 5. Područja mogućeg leta

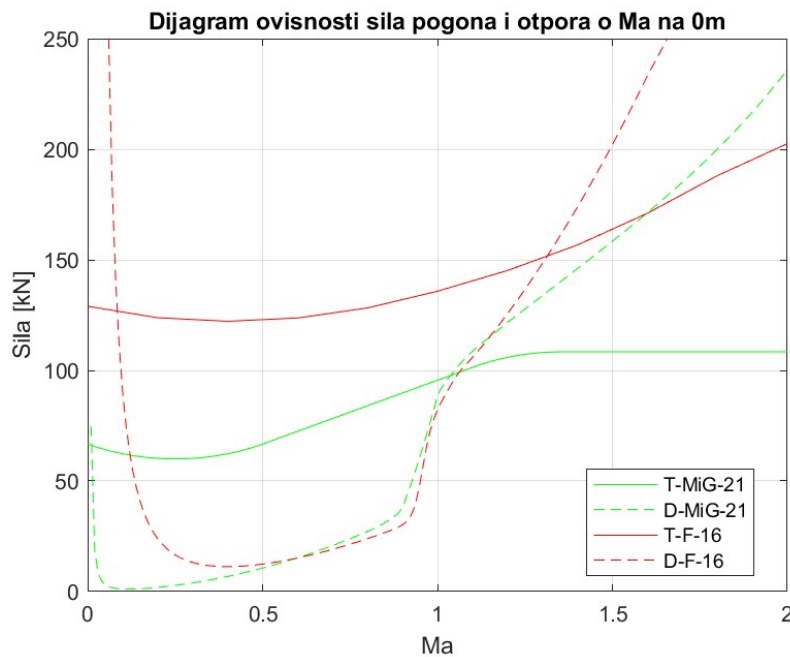
Kako su ovisnosti sile otpora i pogona o Machovom broju izračunate, može se slikovito prikazati područje mogućeg leta za zrakoplove na nekoj visini. Uglavnom se ove sile označavaju kao:

$$T = T_a$$

$$D = T_r$$

$T_a$  – Dostupna pogonska sila,  $a$  od available

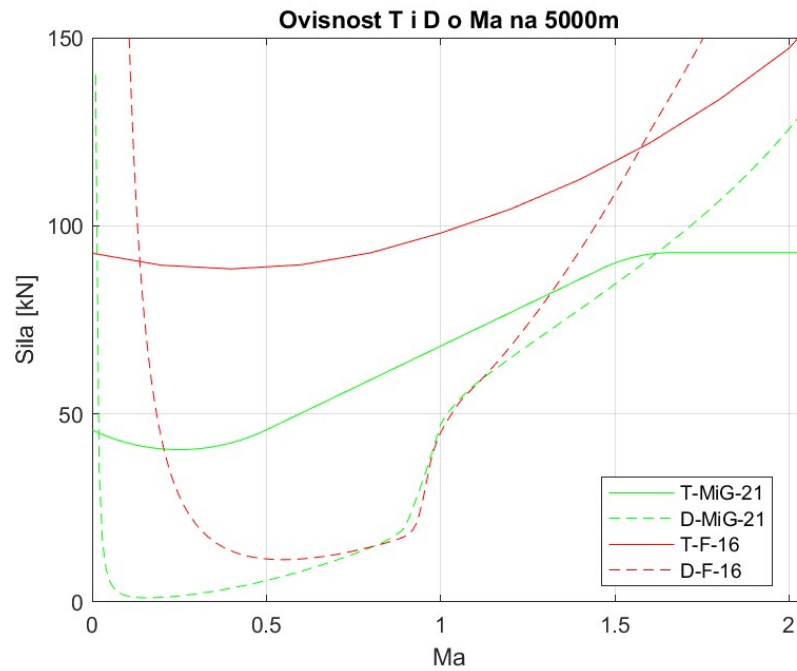
$T_r$  – Potrebna pogonska sila,  $r$  od required.



Slika 30. Područja mogućeg leta na visini od 0m

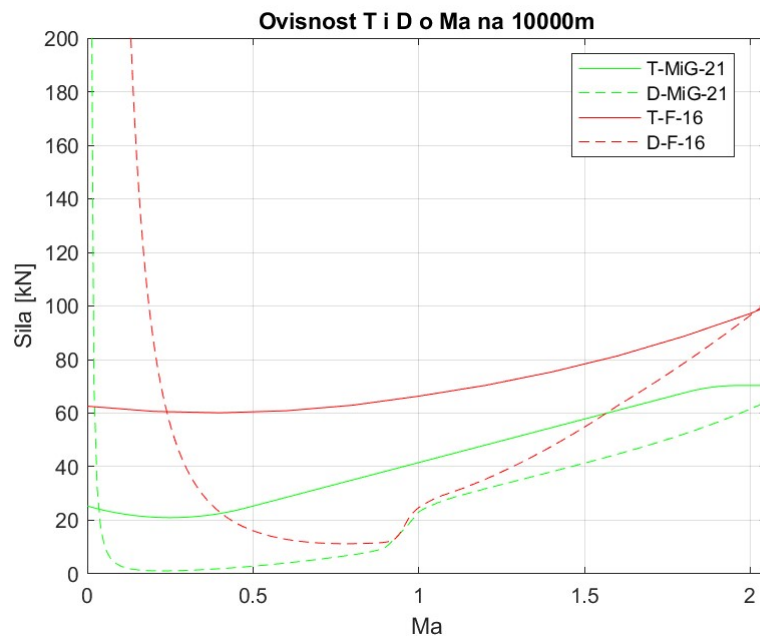
Isprekidane linije prikazuju silu otpora, a pune linije silu pogona. Kako sila pogona mora biti veća od sile otpora, područje unutar krivulje za svaki zrakoplov je područje mogućeg leta.

Slijede prikazi ovisnosti ovih sila na drugim visinama. Iz Slika 30. je vidljivo da je *F-16* bolji u cijelom području, jer let nije ostvariv pri malim brzinama u kojima *MiG-21* ima bolje karakteristike.

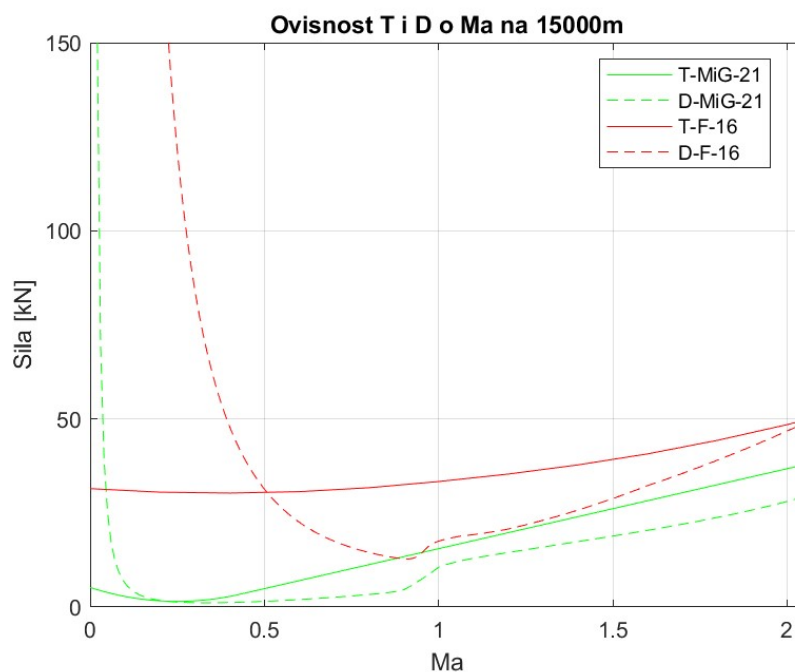


**Slika 31. Područje mogućeg leta na visini od 5000m**

Slika 31. pokazuje kako na visini od 5000 m *MiG-21* ipak ima malo područje u kojem može letjeti, a da *F-16* ne može. Slika 32. prikazuje odnose sila za visinu 10 000 m.



**Slika 32. Područje mogućeg leta na visini od 10000m**



**Slika 33. Područje mogućeg leta na visini od 15000m**

Vidljivo je kako se povećanjem visine smanjuje područje mogućeg leta. Iz Slika 33. je vidljivo kako povećanjem brzine kod oba lovca raste pogonska sila, no kod *F-16* rapidnije raste sila otpora pa pri brzini od  $2.05 Ma$  on ostaje bez snage.

## 6. Metoda ukupne energije i višak snage

Za usporedbu performansi zrakoplova korištena je Metoda ukupne energije. Izračun performansi se obavlja uz pomoć programskog paketa Matlab.

Prema Drugom Newtonovom zakonu zbroj sila na tijelo je jednak ubrzanju mase. Ako postavimo jednadžbu za centar mase zrakoplova ona izgleda (15)

$$\frac{W}{g} \frac{dV}{dt} = T - D - W \sin \gamma . \quad (9)$$

Ako se toj jednadžbi pridruži jednadžba koja definira brzinu penjanja kao derivaciju visine leta:

$$\frac{dh}{dt} = V \sin \gamma , \quad (10)$$

Eliminacijom kuta  $\gamma$  dobiva se:

$$\frac{d}{dt} \left( h + \frac{V^2}{2g} \right) = \frac{VT - VD}{W} . \quad (11)$$

Uvodi se oznaka:

$$h_e = h + \frac{V^2}{2g} , \quad (12)$$

te zbroj potencijalne i kinetičke energije predstavlja ukupnu energiju zrakoplova:

$$E = mgh + \frac{mV^2}{2} = W \cdot h_e . \quad (13)$$

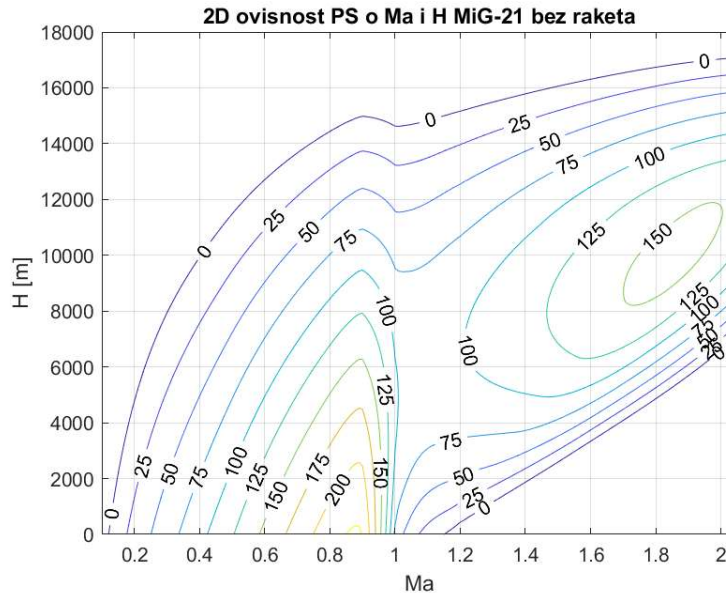
Specifična energija  $h_e$  predstavlja ukupnu energiju svedenu na jedinicu težine zrakoplova. Ona predstavlja visinu do koje se zrakoplov može podići, polazeći od stvarne visine dok u potpunosti ne potroši svoju kinetičku energiju. Zbog toga se naziva i energetska visina i mjeri se u metrima. Za višak snage sveden na jedinicu težine uvodi se oznaka:

$$P_s = \frac{VT - VD}{W} \quad (14)$$

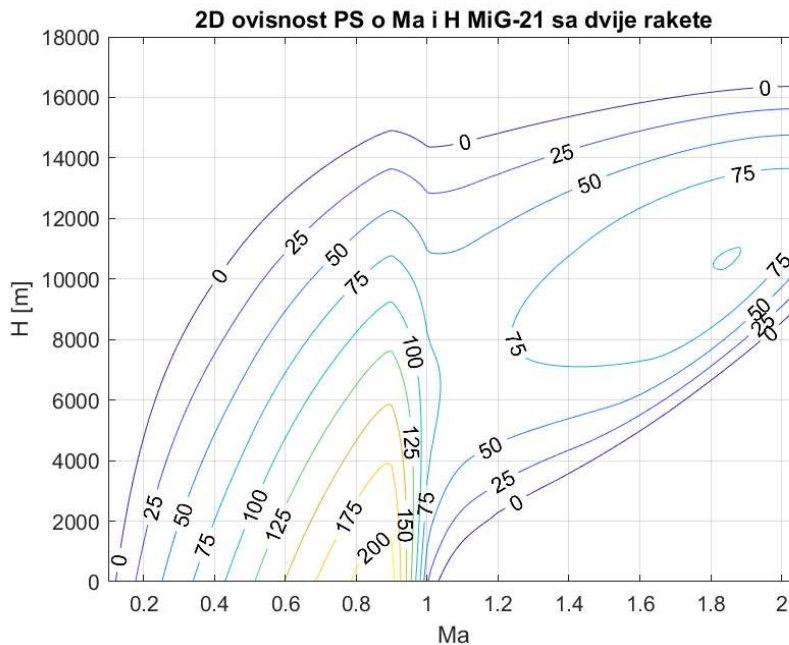
Naziva se specifični višak snage i ima dimenziju brzine [m/s]. [6]

## 6.1. Višak snage *MiG-21*

Kako smo pokazali direktnu povezanost Machovog broja i visine sa potisnom silom, odnosno silom otpora, preko jednadžbe (11) možemo prikazati promjenu viška snage, Slika 34. i Slika 35.



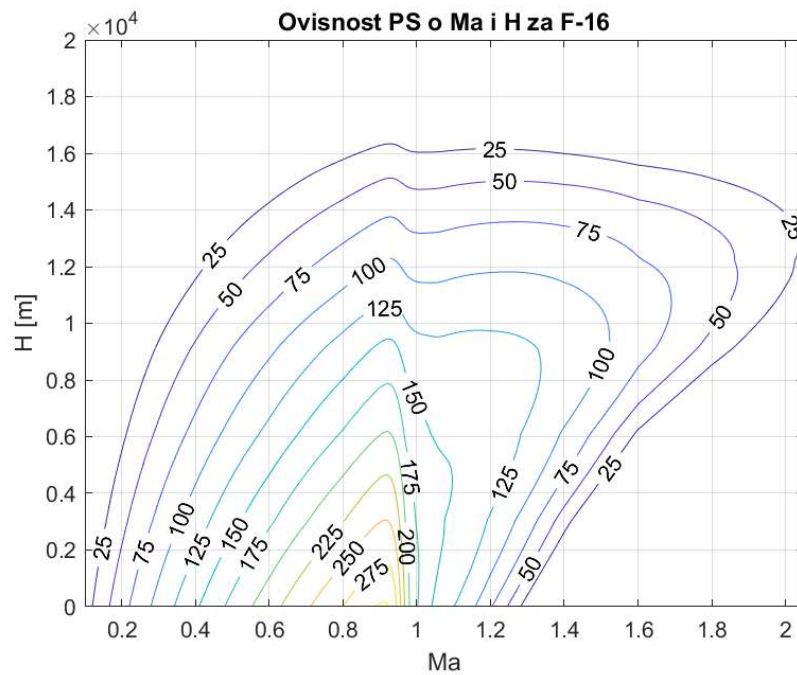
Slika 34. Prikaz ovisnosti *PS* o *Ma* i *H* za *MiG* bez raketa



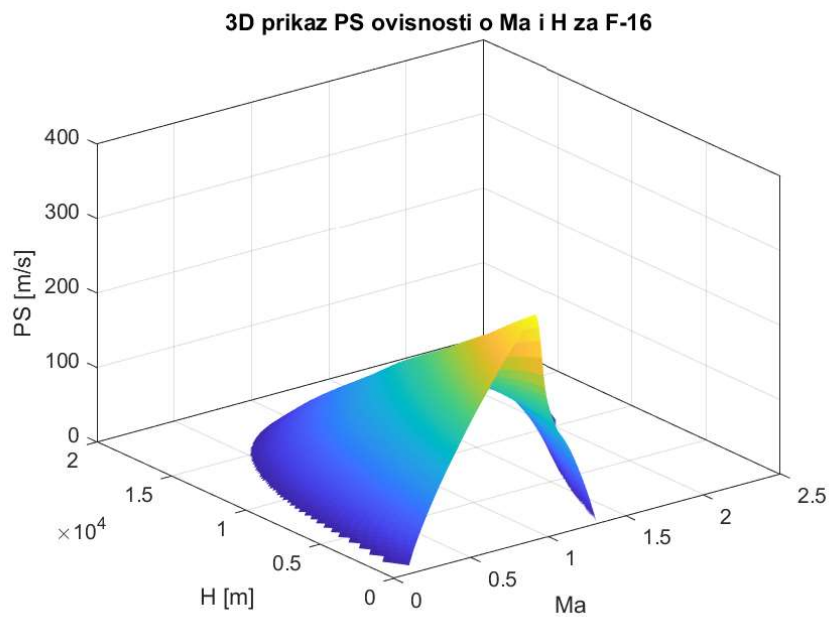
Slika 35. Prikaz ovisnosti *PS* o *Ma* i *H* sa dvije rakete

## 6.2. Višak snage *F-16*

Isto kao i za *MiG-21* možemo i za *F-16* prikazati ovisnost viška snage o brzini i visini. Slika 36. i Slika 37. daju 2D, odnosno 3D prikaz.



Slika 36. Ovisnost *PS* o *Ma* i *H*

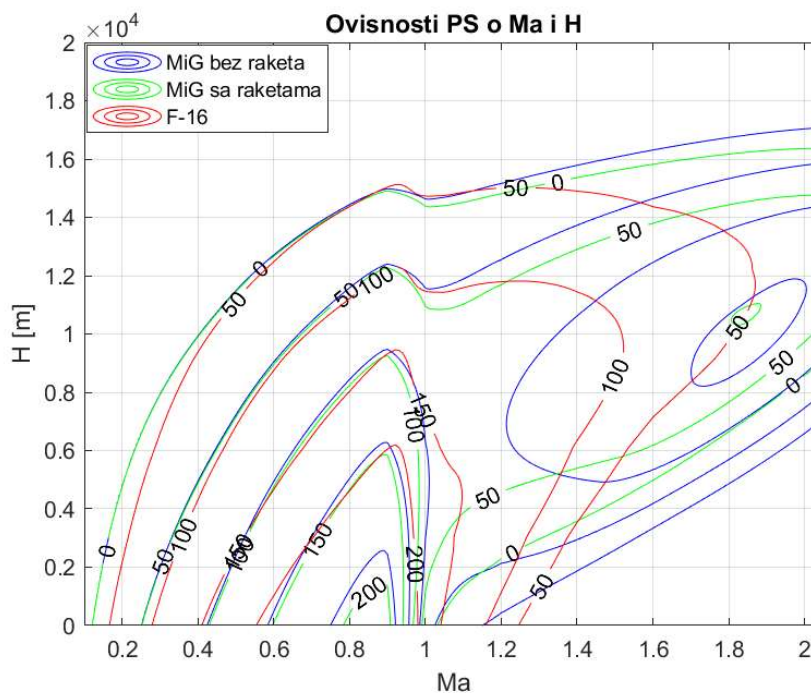


Slika 37. 3D prikaz ovisnosti *PS* o *Ma* i *H*



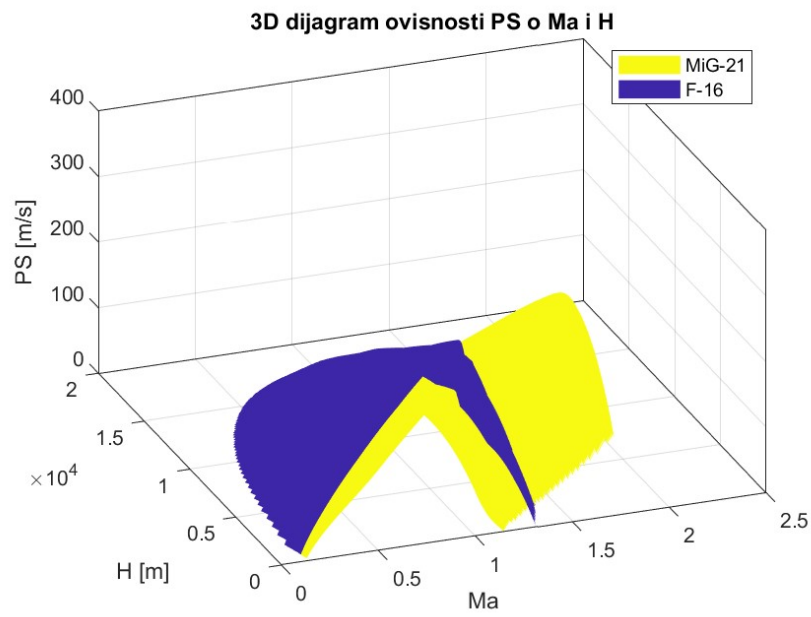
### 6.3. Preklapanje grafova viška snage

Preklapanjem krivulja  $PS$  dobivamo bolju predodžbu razlike između dvaju zrakoplova i između dvije konfiguracije MiG-21. Slika 38 prikazuje krivulje viška snage za *MiG* sa i bez raketa i za *F-16*. Zbog preglednijeg dijagrama, ucrtane su samo vrijednosti krivulja od *MiG-21* sa raketama i *F-16*.



Slika 38. 2D ovisnosti  $PS$  o  $Ma$  i  $H$

Kako su bili prikazani za pojedinačni zrakoplov dijagrami viška snage, na Slika 39. je prikaz njihovog preklapanja. Na njemu se još bolje primijeti kako *MiG-21* ima bolje karakteristike pri supersoničnom letu, jer njegova ploha viška snage prekriva onu od *F-16*.



Slika 39. 3D preklapanje ovisnosti  $PS$  o  $Ma$  i  $H$

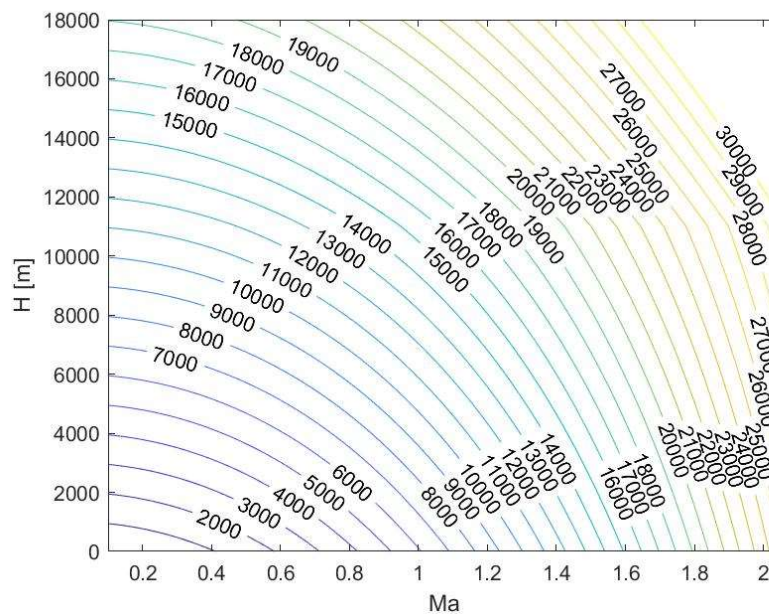
## 7. Analiza performansi po kriteriju minimalnog vremena

### 7.1. Minimalno vrijeme

Korištenjem (18), (19) i (20) jednadžbu (15) možemo napisati u obliku

$$dt = \frac{1}{PS} dhe \quad (15)$$

Integriranjem jednadžbe po ukupnoj visinskoj energiji zrakoplova, možemo dobiti potrebno vrijeme za let. Kao što se vidi iz (12), vrijeme je obrnuto proporcionalno prema višku snage, pa ako težimo traženju maksimalnog viška snage, minimizirat ćemo vrijeme penjanja. Također se može primijetiti da je vrijeme proporcionalno promjeni energetska visina, što znači da se po krivuljama konstantne energetske visine možemo kretati trenutno. Kako bi lakše predočiti značenje energetske visin, na Slika 40. je prikaz njene ovisnosti o brzini u  $Ma$  i visini  $H$ .



Slika 40. Prikaz konstantnih vrijednosti krivulja he

## 7.2. Analiza penjanja

Uz korištenje svih prethodno navedenih karakteristika oba zrakoplova, možemo usporediti njihove performanse. Analizira se vrijeme provedeno u zraku, od trenutka kada završi faza polijetanja, za koju je propisana visina prema vojnim standardima 15.2 m. Dok dohvati tu visinu, zrakoplovi se već kreću brzinom od otprilike 0.4 Ma. Tu visinu i brzinu ćemo uzeti kao početne, a cilj nam je doseći neku drugu visinu i brzinu i promotriti minimalno vrijeme za tu promjenu. Pošto promjene vršimo po promjeni  $h_e$ , zanima nas početna vrijednost, koja se određuje iz (9). U njoj nam je brzina izražena u  $\frac{m}{s}$  pa treba brzinu od 0.4 Ma pomnožiti sa brzinom zvuka za zadanu visinu. Prema standardnoj atmosferi  $a(h_0 = 15.2 m) = 340.29 \frac{m}{s}$ .

$$V_0 = 0.4 \cdot 340,29 = 136.116 \frac{m}{s} \quad (16)$$

Uvrštavanjem u (9), uzimajući da je  $g = 9.81$ , dobijemo

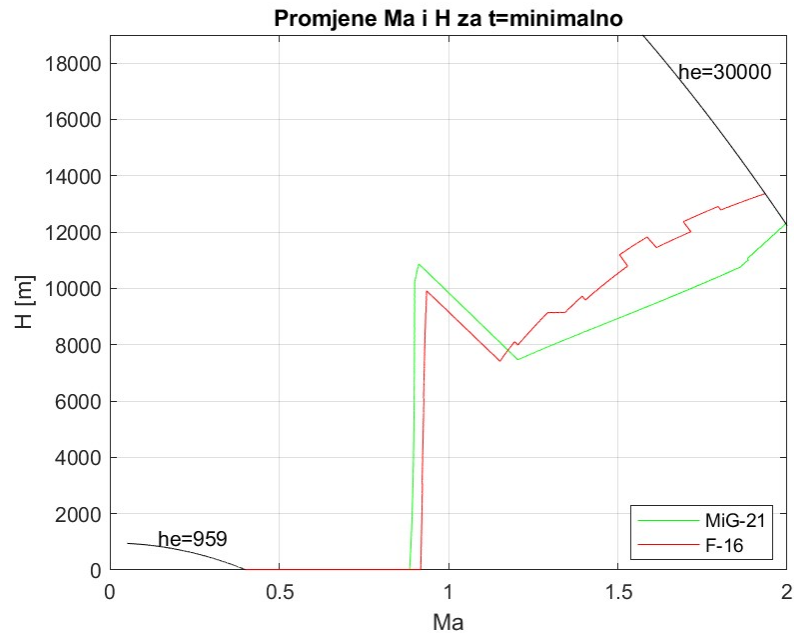
$$h_{e0} = 15.2 + \frac{136.116^2}{19.62} = 959.52 m. \quad (17)$$

Sada kada su nam poznati svi početni uvjeti, zadat ćemo neke visine i brzine do kojih će biti promatrano vrijeme i promjene režima leta. Kako *MiG-21* bez raketa nije sposoban za eventualno obaranje mete, on se kao takav neće uzeti u razmatranje. Razmatran i uspoređen će biti samo *MiG-21* sa dvije rakete, sa *F-16* koji u svim prikazima do sada je imao dvije rakete.

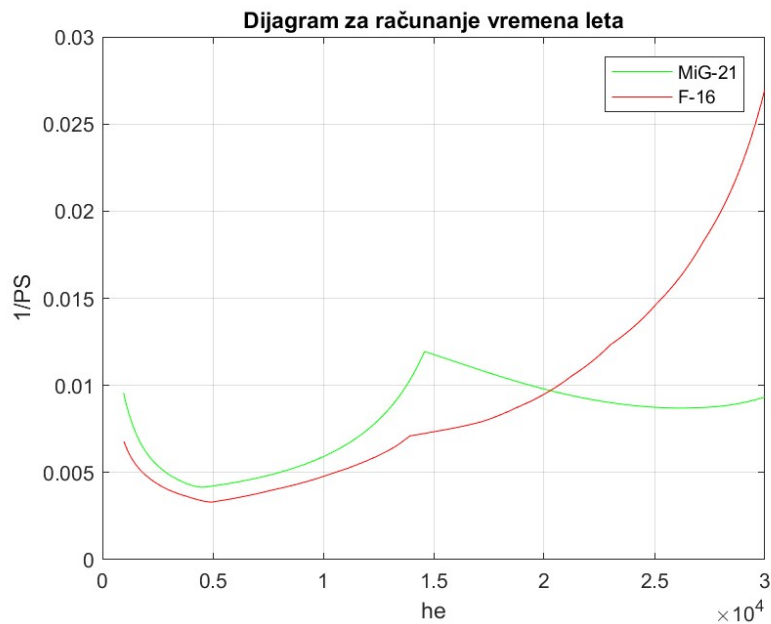
## 7.3. Analiza penjanja do $h_e=30000m$

Razmatra se slučaj u kojem oba lovca kreću sa zadane  $h_{e0}$  do  $h_e = 30000m$ . Cilj nam je dobiti putanju minimalnog trajanja leta, prema jednadžbi (15).

Slika 41. prikazuje idealne promjene režima brzine i visine, kako bi se ostvarilo minimalno vrijeme penjanja.



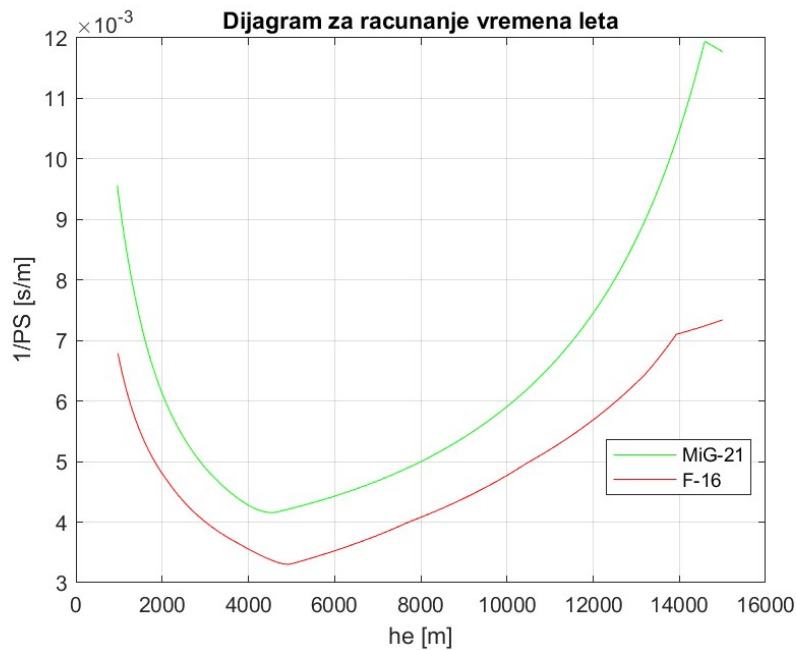
Slika 41. Prikaz promjene režima za minimalno vrijeme leta

Slika 42. Dijagram promjene vremena do  $h_e=30000$ 

*MiG*-u je potrebno  $t = 232.5$  s da ostvari željenu  $h_e$ , dok je *F-16* potrebno  $t = 264.5$  s.

Vrijeme potrebno za let se dobije integracijom krivulje na dijagramu  $\frac{1}{PS}$ ,  $h_e$ , odnosno računanjem površine ispod nje. Iz Slika 42. je vidljivo kako je *F-16* puno brži do postizanja otprilike  $h_e = 16000$ m, nakon čega *MiG-21* postaje puno brži, jer njegova krivulja počinje padati, dok se ova od *F-16* rapidno povećava porastom  $h_e$ .



Slika 44. Dijagram vremena leta do  $h_e=15000$ 

*MiG-21* od  $h_{e0}$  do  $h_e = 15000$  m u letu provede  $t = 88.8$  s. Za tu istu promjenu energetske visine u letu provede  $t = 67.5$  s. Razlika u vremenu je

$$t_r = t_{MiG} - t_{F-16} = 88.8 - 67.5 = 21.3 \text{ s.} \quad (19)$$

## 7.5. Misija presretanja

Piloti mogu dobiti zapovijed presretanja zrakoplova, kako bi vizualno dobili uvid u situaciju na nebu. Pošto je tip zrakoplova bitan zbog njegove brzine i visine krstarenja, može se za primjer izabrati *Airbus A320*.

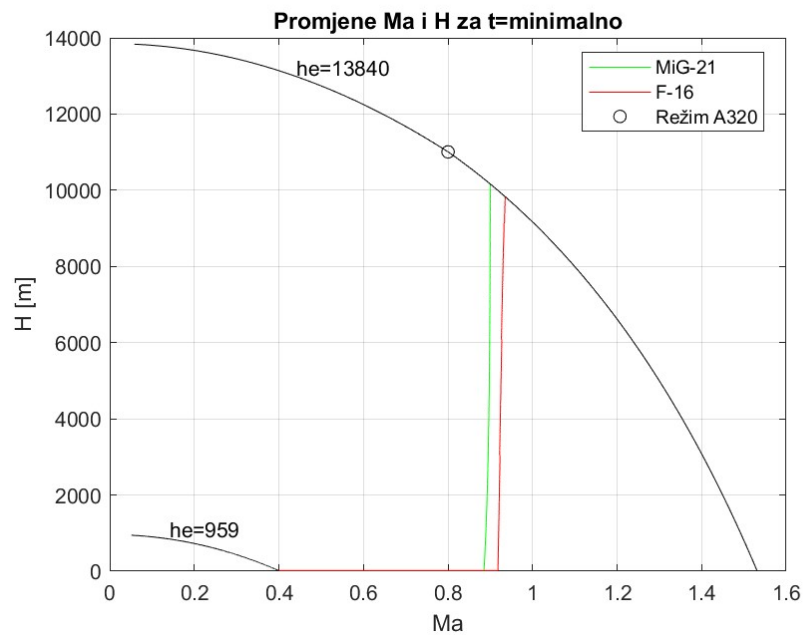
<i>Airbus A320</i>	
Visina krstarenja	<i>11000 m</i>
Brzina krstarenja	<i>0.8 Ma</i>

Tablica 6. *Airbus A320* podaci za krstarenje

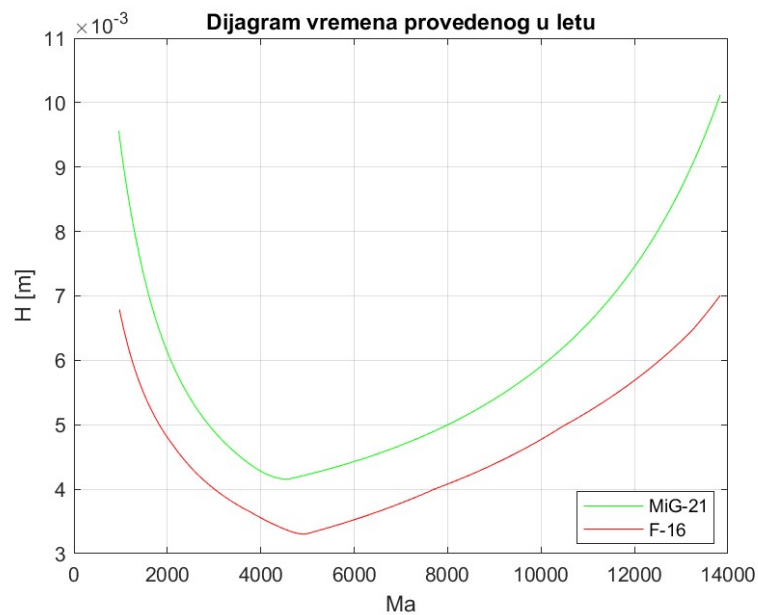
Prema jednadžbi (12), imamo

$$h_{epz} = 11000 + \frac{(0.8 \cdot 295.12)^2}{2 \cdot 9.81} = 13840m. \quad (20)$$

U jednadžbi (20),  $295.12 [m/s]$  je brzina zvuka na zadanoj visini. Kako je već navedeno, lovci mogu u trenutku mijenjati odnos brzine i visine po konstantnoj krivulji  $h_e$ , pa je bitno da dođu do navedenog iznosa, a brzinu i visinu onda mogu trenutno prilagoditi presretanom zrakoplovu.



Slika 45. Promjena režima za minimalno vrijeme presretanja



Slika 46. Dijagram za računanje vremena provedenog u letu



*MiG-21* u ovom dijelu leta provede 75.61 s, dok je *F-16* za isti zadatak potrebno 59.11 s. Razlika u vremenu potrebnom za izvršavanje misije je,

$$t_r = t_{MiG-21} - t_{F-16} = 75.6 - 59.1 = 16.5 \text{ s.}$$

## 8. ZAKLJUČAK

U radu je provedena analiza performansi dvaju lovaca. Prvo su za oba zrakoplova prikazani općeniti podaci, te su izvedeni neki podaci koji se koriste u analizi. Korištenjem zadanih podataka, izračunavaju se karakteristike otpora i pogona zrakoplova, koje nam služe za izračunavanje viška snage. Nakon što se dobije višak snage, performanse zrakoplova se analiziraju po metodi minimalnog vremena penjanja. Kako se penjanje provodi po krivuljama konstantne energetske visine, ono može predstavljati ubrzavanje ili visinsko penjanje zrakoplova ili jedno i drugo. Određeno je vrijeme potrebno da zrakoplovi dosegnu pojedinu energetska visinu, ili se prebace na drugi, određeni režim leta. Nakon izračunavanja svih značajki i usporedbe zrakoplova po svim prethodnim kriterijima, može se dati finalni osvrt. Kako je *F-16* zrakoplov mlađi skoro 20 godina od *MiG-21* bilo je i za očekivati da će u mnogim segmentima biti bolji od njega. *F-16* ima puno niže vrijednosti  $C_{D0}$  u području subsonike, sve do područja supersonike gdje *MiG-21* ima nagli pad koeficijenta nultog otpora. *F-16* također ima mnogo manju vrijednost koeficijenta induciranog otpora  $K$ , i ona ostaje niža kroz cijelo područje. *MiG-21* ima manju pogonsku silu u svim režimima leta nego *F-16*, koji ima mnogo snažniji i napredniji motor. U područjima mogućeg leta, krivulje  $T_a$  i  $T_r$ , kod *F-16* zatvaraju veće površine, pa je stoga on i sposobniji letjeti u više različitih režima nego *MiG-21*. Zbog smanjenja  $C_{D0}$  u supersonici, *MiG-21* u tom području ima porast viška snage, koji kod *F-16* ne postoji. Zbog toga *MiG-21* ima veći višak snage nego *F-16* u režimu supersoničnog leta, pa ta prednost dođe do izražaja prilikom penjanja na veliku vrijednost energetske visine. U svim zadaćama koje se događaju na nižim vrijednostima energetske visine, *F-16* ima veliku prednost nad *MiG*-om. Kako su zrakoplovi sposobni postići velike vrijednosti energetske visine u vremenu od par minuta, bilo bi zanimljivo usporediti koliko im treba do dolaska u režim leta koji je u radu zadan kao početan. U vrijeme do tog režima, trebalo bi uzeti u obzir dolazak pilota do kabine, rulanje po pisti i samo polijetanje.

## LITERATURA

- [1] Vrdoljak, M. and Zovak I. Application of Steady State Model for Flight Path Planning of the Fighter Airplane Including Take-off and Landing. *Proceedings of 7th ICCSM International Congress of Croatian Society of Mechanics*. Studio HRG, 2012.
- [2] Frawley, G. and Thorn J. The international directory of military aircraft, 96/97.
- [3] Andrić, M. Usporedba performansi mlaznih borbenih zrakoplova primjenom metode ukupne energije. Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2014.
- [4] Webb, T.S., Kent, D.R., Webb, J.B. Correlation of F-16 aerodynamics and performance predictions with early flight test results. *Agard Conference Proceedings*. n 242. Oct 11-13,1977.
- [5] Jasinski, R. Number and mass analysis of particles emitted by aircraft engine, in *MATEC Web of Conferences* 2017.
- [6] Janković, S. i Vrdoljak, M. *Performanse zrakoplova*-predavanja, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016.