

Analiza gubitka stabilnosti ojačanih zrakoplovnih panela

Šimbida, Helena

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:462898>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-05**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Helena Šimbida

Zagreb, 2017. godina

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Darko Ivančević

Student:

Helena Šimbida

Zagreb, 2017. godina

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Darku Ivančeviću na stručnom vodstvu.

Helena Šimbida



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Helena Šimbida**

Mat. br.: 0035192392

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza gubitka stabilnosti ojačanih zrakoplovnih panela**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Buckling Analysis of Stiffened Aeronautical Panels**

Opis zadatka:

Za karakteristične uzdužnicama ojačane zrakoplovne panele potrebno je izvršiti numeričku i analitičku analizu lokalnog i globalnog gubitka stabilnosti. Analitički proračun je potrebno izvršiti primjenom pristupa u dostupnoj literaturi. Izraze korištene u analitičkom proračunu potrebno je programirati u nekom od dostupnih računalnih programa (npr. Wolfram Mathematica, Matlab ili Scilab). Numerički proračun je potrebno izvršiti metodom konačnih elemenata primjenom programa Abaqus/Standard. Pri izradi numeričkog modela koristiti odgovarajuća pojednostavljena uzimajući u obzir međutjecaj pojedinih konstruktivnih elemenata panela.

U radu treba pretpostaviti da su za izradu panela korištene aluminijske legure uobičajene u zrakoplovnim konstrukcijama. Mehanička svojstva korištenih materijala je potrebno zadati prema dostupnoj literaturi. U radu je potrebno izvršiti proračun gubitka stabilnosti za nekoliko karakterističnih dimenzija konstruktivnih elemenata a potrebno je i analizirati utjecaj profila uzdužnica na pojavu gubitka stabilnosti korištenjem nekoliko standardnih oblika uzdužnica.

Rezultate numeričkog i analitičkog proračuna gubitka stabilnosti je potrebno usporediti i na kraju dati kritički osvrt na dobivene rezultate.


U radu navesti korištenu literaturu te eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:
30. studenog 2016.

Rok predaje rada:
1. rok: 24. veljače 2017.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2017.
3. rok: 22. rujna 2017.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 27.2. - 03.03. 2017.
2. rok (izvanredni): 30. 06. 2017.
3. rok: 25.9. - 29. 09. 2017.

Zadatak zadao:


Doc. dr. sc. Đurko Ivančević

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Ivica Smojver

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	III
POPIS TABLICA	IV
POPIS OZNAKA	V
SAŽETAK	VII
SUMMARY	VIII
1. UVOD.....	1
2. OJAČANI PANELI.....	3
2.1. Uzdužnice.....	4
2.2. Oplata.....	4
3. GUBITAK STABILNOSTI	5
3.1. Lokalni gubitak stabilnosti	5
3.1.1. Lokalno izvijanje oplata.....	5
3.1.2. Lokalno izvijanje uzdužnica	6
3.1.3. Izvijanje između zakovica	7
3.2. Globalni gubitak stabilnosti	8
3.2.1. Globalno izvijanje panela	9
4. ANALITIČKA ANALIZA	12
4.1. L-profil	12
4.2. I-profil.....	15
4.3. J-profil	17
5. NUMERIČKA ANALIZA	19
6. ANALIZA REZULTATA.....	22
6.1. Konvergencija rješenja	22
6.2. L-profil	23
6.3. I-profil.....	28
6.4. J-profil	31

6.5. Utjecaj duljine struka uzdužnice na kritičnu silu izvijanja.....	33
7. ZAKLJUČAK	34
8. LITERATURA	35

POPIS SLIKA

Slika 1. Proces projektiranja konstrukcije [3].....	2
Slika 2. Uzdužnicama ojačana oplata trupa zrakolova [6].....	3
Slika 3. Dijagram koeficijent izvijanja (k) - omjer dimenzija tanke ploče (a/b) [9].....	6
Slika 4. Dijagram koeficijenta izvijanja [10].....	7
Slika 5 Dio oplata sa zakovicama [9]	8
Slika 6. Kritična sila izvijanja uzdužnice sa pripadajućom sunosivom širinom [9]	9
Slika 7. Dijagram duljina uzdužnice – naprezanje [3].....	11
Slika 8. Dimenzije presjeka uzdužnice L-profila [mm].....	13
Slika 9. Dimenzije presjeka uzdužnice I-profila [mm].....	15
Slika 10. Dimenzije presjeka uzdužnice J-profila [mm].....	17
Slika 11. Numerički model u kojem su uzdužnice diskretizirane ljuskastim konačnim elementima	19
Slika 12. Geometrija bez (lijevo) i geometrija s pomakom (desno) geometrije uzdužnice u odnosu na srednju površinu oplata.....	20
Slika 13. Panel ojačan uzdužnicama L-profila s prikazanim rubnim uvjetima i naprezanjem.....	21
Slika 14. Konvergencija rješenja	22
Slika 15. Mreža konačnih elemenata A modela.....	23
Slika 16. Mreža konačnih elemenata B modela.....	24
Slika 17. Prvi način izvijanja A modela.....	25
Slika 18. Drugi način izvijanja A modela.....	26
Slika 19. Prvi način izvijanja B modela.....	26
Slika 20. Drugi način izvijanja B modela	27
Slika 21. Mreža konačnih elemenata	29
Slika 22. Prvi način izvijanja panela s I-profilom.....	30
Slika 23. Mreža konačnih elemenata panela s J-profilom	31
Slika 24. Prvi način izvijanja modela s J-uzdužnicama.....	32
Slika 25. Promjena kritične sile u ovisnosti o duljini struka uzdužnice	33

POPIS TABLICA

Tablica 1 Vrijednosti koeficijenta c prema vrsti spoja [9].....	8
Tablica 2. Iznos sile izvijanja i efektivne duljine grede prema rubnim uvjetima	10
Tablica 3. Karakteristične vrijednosti oplate	12
Tablica 4. Karakteristične vrijednosti L-profila.....	13
Tablica 5. Veličine izračunate jednadžbama (7)-(10).....	14
Tablica 6. Karakteristične vrijednosti I-profila.....	15
Tablica 7. Karakteristične veličine panela	16
Tablica 8. Karakteristične vrijednosti J-profila	17
Tablica 9 Karakteristične veličine panela	18
Tablica 10. Karakteristične vrijednosti numeričkih modela	24
Tablica 11. Rezultati analize panela ojačanih uzdužnicama L-profila	27
Tablica 12. Razlika numeričkog rješenja za dva različita pristupa modiranja	27
Tablica 13. Razlika analitičkog i numeričkog rješenja za panel ojačan uzdužnicom L-profila ...	28
Tablica 14. Karakteristične vrijednosti mreže konačnih elemenata panela s I-profilom.....	29
Tablica 15. Razlika analitičkog i numeričkog rješenja za panel ojačan uzdužnicom I-profila	30
Tablica 16. Karakteristične vrijednosti numeričkog modela	32
Tablica 17. Razlika analitičkog i numeričkog rješenja za panel ojačan uzdužnicom J-profila	33

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A_e	m^2	sunosiva površina
A_{el}	m^2	površina elementa
A_o	m^2	površina oplata
A_p	m^2	površina panela
A_s	m^2	površina uzdužnice
B	m	širina panela
b_e	m	sunosiva širina
b_p	m	duljina pojasa
b_s	m	duljina struka
c	-	koeficijent vrste spoja
E	Pa	Youngov modul
f	N/m	vrijednost opterećenja „Shell edge load“
F_{kr}	N	kritična sila, analitički izračunata
$F_{kr,N}$	N	kritična sila, numerički izračunata
I	m^4	moment tromosti
i_{min}	m^2	polumjer tromosti elementa
k	-	koeficijent izvijanja
l	m	duljina panela
l_e	m	efektivna duljina
P_{kr}	N	kritična sila izvijanja
s	m	razmak između spojeva
t	m	debljina oplata
δ_o	m	debljina oplata
δ_p	m	debljina pojasa
δ_s	m	debljina struka

λ	-	vitkost
ν	-	Poissonov koeficijent
σ_{kr}	Pa	kritično naprežanje
σ_{iz}	Pa	kritično naprežanje između spojeva

SAŽETAK

Predmet ovog rada je analiza globalnog i lokalnog gubitka stabilnosti uzdužnicama ojačanih zrakoplovnih panela. Provedena je analitička i numerička analiza radi usporedbe rezultata.

U drugom i trećem poglavlju opisani su karakteristični konstrukcijski elementi zrakoplovnog panela te pojave koje vode lokalnom i globalnom gubitku stabilnosti.

U četvrtom i petom poglavlju je napravljena analitička i numerička analiza gubitka stabilnosti. Analiza je provedena za tri različita profila uzdužnica, L, I i J profil.

U šestom poglavlju je prikazana konvergencija rezultata, uspoređeni su rezultati numeričke i analitičke analize te je prikazan utjecaj promjene dimenzije struka uzdužnice na kritičnu silu izvijanja.

U zadnjem, sedmom poglavlju, je zaključak.

Ključne riječi: lokalni gubitak stabilnosti, globalni gubitak stabilnosti, uzdužnica, panel, numerička analiza, analitička analiza

SUMMARY

The content of this thesis is local and global buckling of stiffened panels. An analytical and numerical analysis was made to compare their results.

The second and the third chapter describes characteristic structural elements of the airplane panel and the phenomena that lead to local and global buckling.

An analytical and numerical analysis of local and global buckling of stiffeners was presented in the fourth and fifth chapter. The analysis was carried out for three different types of stiffeners, L, I and J profiles.

The sixth chapter shows convergence of the numerical results, comparison of the numerical and analytical results. Additionally, a parametric study which shows the effect of various stringer web dimensions on the buckling load was performed in this chapter.

The most important conclusions of this work are summarized in the seventh chapter.

Key words: local buckling, global buckling, stringer, panel, numerical analysis, analytical analysis

1. UVOD

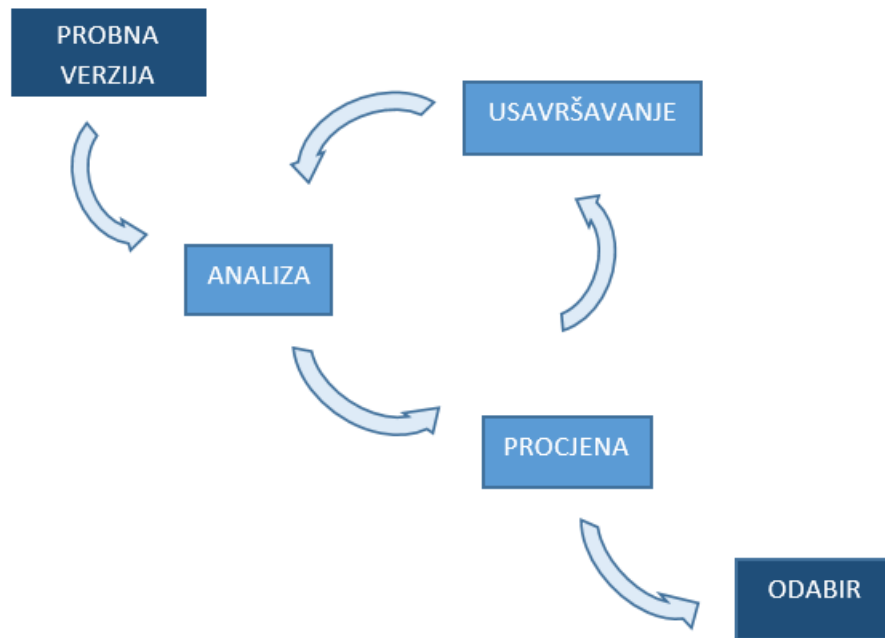
Smanjenje mase konstrukcije zrakoplova je oduvijek prioritet u konstruiranju novih letjelica. U modernim, komercijalnim zrakoplovima masa konstrukcije čini oko 40% maksimalne poletne mase. Drugih 40% je gorivo, a 20% je teret. Dakle, očito je da smanjenje mase konstrukcije treba poboljšati iskoristivost goriva (smanjenjem potrošnje goriva) i kao popratni pozitivan efekt smanjiti emisije štetnih plinova budućeg zrakoplova. [1].

Ojačani paneli su osnovni konstrukcijski elementi većine tankih oplata posebno kod zrakoplovne konstrukcije (trup, krilo, rep) već od polovine dvadesetog stoljeća [2]. Takav razvoj oblika konstrukcije je logičan zbog nužnosti pružanja neprekinute oplata u kombinaciji sa zahtjevom na ukupnu težinu konstrukcije. To je također glavni razlog zašto su ojačani paneli još uvijek najčešće korišteni oblik konstrukcije zrakoplova, čak i za konstrukciju suvremenih (nedavno projektiranih) zrakoplova sa srednjim i većim intenzitetom opterećenja. [2].

Pri konstruiranju panela svaki pojedini element utječe na drugi i ne postoji savršena formula za njegovu konstrukciju.

Čak i najmanje smanjenje mase svakog od panela može znatno smanjiti ukupnu masu konstrukcije, dok s druge strane neprikladno konstruiranje može je nepotrebno povećati. Testiranjem različitih varijanti, vidimo kako pojedine varijable utječu na krajnji rezultat i tako se odabire optimalno rješenje.

Projektira se probna verzija koja ide na analizu, numeričku ili eksperimentalnu. Ako se utvrdi da su naprezanja manja od dopuštenih konstrukcija je u tom smislu izvršila svoju ulogu, ali to ne znači da je dobra, već se njema procjena vrši izračunom troškova materijala konstrukcije (masa, debljina oplata, broj i oblik uzdužnica, itd.) i troškova proizvodnje te ako je potrebno konstrukciju se usavršava. Ovaj postupak je prikazan na slici 1 [3].



Slika 1. Proces projektiranja konstrukcije [3]

U ovom radu je izvršena analiza globalnog i lokalnog gubitka stabilnosti za tri vrste zrakolovnih panela ojačanih uzdužnicama L, I i J-profila. Provedena je analitička analiza te su ti rezultati uspoređeni s rezultatima numeričke analize izvršene metodom konačnih elemenata u programu Abaqus/Standard.

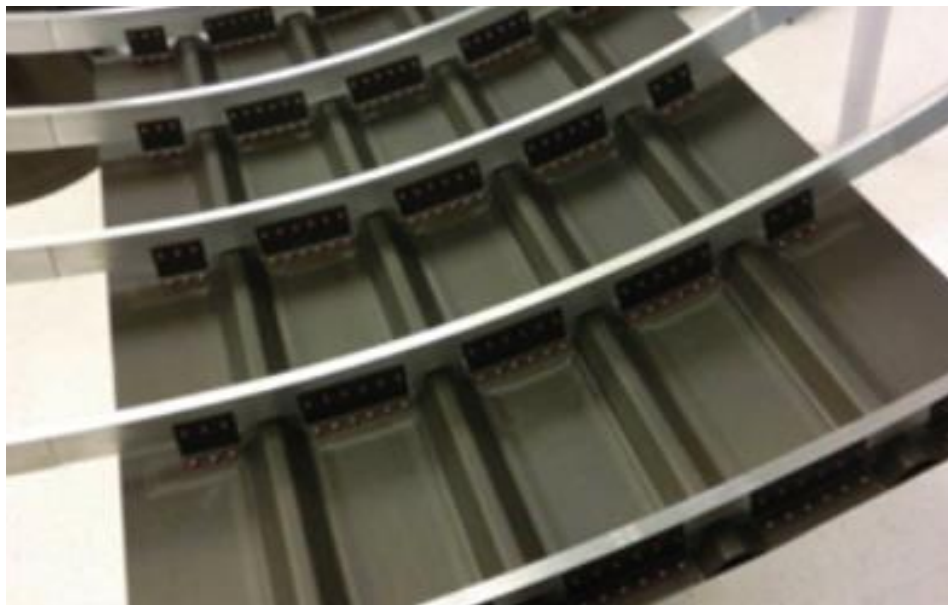
Za numeričko modeliranje panela korištena su dva pristupa. Prvi model je diskretiziran samo ljuskastim konačnim elementima, a kod drugog modela je oplata modelirana ljuskastim konačnim elementima dok su uzdužnice diskretizirane grednim konačnim elementima.

Razmatran je i utjecaj visine struka na kritičnu silu za dva tipa uzdužnica, L i J profila.

2. OJAČANI PANELI

Ojačani paneli predstavljaju jednu od najvažnijih konstrukcijskih jedinica zrakoplovne i brodske konstrukcije, konstrukcije mostova, stadiona i drugih vrsta tankostijenih konstrukcija. Općenito, ojačani panel se sastoji od tanke ploče (oplate) i pridruženih uzdužnih elemenata (uzdužnica), što je prikazano na slici 2 [4].

Ojačani zrakoplovni paneli su jako učinkoviti jer su konstruirani da podnose širok spektar opterećenja, a pri tome imaju visoku otpornosti prema oštećenju. Jedna od prednosti takvih panela je u tome što se može dopustiti lokalno izvijanje uzdužnica pri opterećenju ispod krajnje nosivosti konstrukcije, što potencijalno omogućuje dodatnu uštedu mase. Ta karakteristika postoji zbog stabilnosti i nosivosti izvijenih ojačanih panela. Međudjelovanjem materijala, oblika konstrukcije i procesa montaže utječe se na učinkovitost ojačanih panela [5].



Slika 2. Uzdužnicama ojačana oplata trupa zrakolova [6]

2.1. Uzdužnice

Od uzdužnih elemenata konstrukcije krila one imaju najmanji poprečni presjek i najčešće su postavljeni u pravilnim razmacima po obodu konstrukcije. Mogu biti u različitim oblicima i u pravilu su napravljene iz jednog komada aluminijske legure isprešavanjem (I, J, Y, Z i „hat“ oblici) ili oblikovanjem deformiranjem (Z i „hat“ oblik) [7].

Uzdužnice preuzimaju normalna naprezanja koja se javljaju pri savijanju konstrukcije krila ili trupa zrakoplova, ali u isto vrijeme doprinose torzijskoj krutosti konstrukcije zajedno s poprečnim elementima i oplatom [7].

Potrebne su nam jer ramenjače ne mogu na sebe preuzeti sva naprezanja. Uzdužnice imaju same po sebi malu vrijednost momenta tromosti, a zbog Steinerovog dodatka one imaju izražen utjecaj na krutost konstrukcije krila [7].

2.2. Oplata

Oplata daje aerodinamičku formu krilu. Ona preuzima na sebe aerodinamička opterećenja, zajedno s ostalim elementima daje torzijsku krutost, a u nekim konstrukcijskim izvedbama na sebe preuzima i opterećenje uslijed savijanja [7].

3. GUBITAK STABILNOSTI

Do gubitka stabilnosti elementa konstrukcije dolazi kad se prekomjerno, iznad kritične vrijednosti, osno optereti tlačnom silom. Najčešće pri takvoj vrsti opterećenja dolazi do izvijanja prije nego što element popusti što znači da je sila puno manja od sile koja izaziva naprezanja u iznosu tlačne čvrstoće materijala. Kada će doći do izvijanja ovisi o rubnim uvjetima, geometriji i mehaničkim svojstvima materijala, a također i o stupnju nesavršenosti koja postoji u geometriji, materijalu i rubnim uvjetima.

3.1. Lokalni gubitak stabilnosti

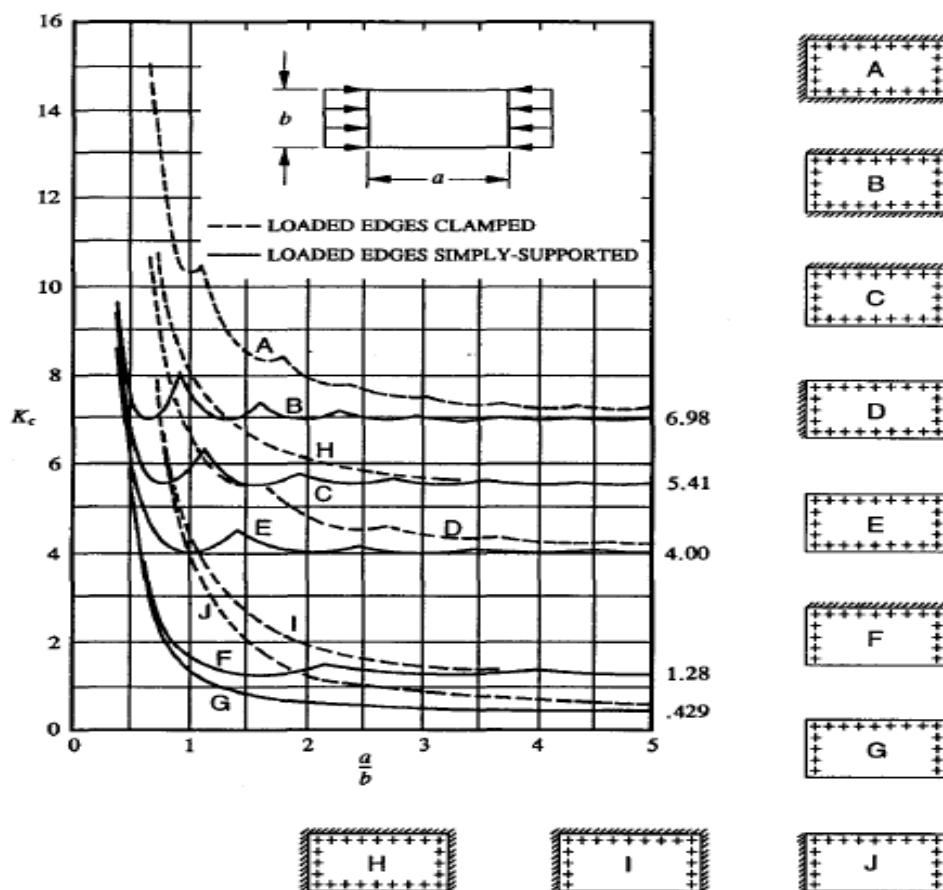
3.1.1. Lokalno izvijanje oplata

Ono podrazumijeva izvijanje oplata između uzdužnica. Kritično naprezanje σ_{kr} koje će dovesti do te pojave računamo prema jednadžbi

$$\sigma_{kr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (1)$$

gdje je b duljina ruba oplata na kojoj je primijenjena sila, t je debljina oplata, a k je koeficijent koji ovisi o dimenzijama oplata, širini b i duljini a , te rubnim uvjetima i očitava se sa dijagrama koji je prikazan na slici 3.

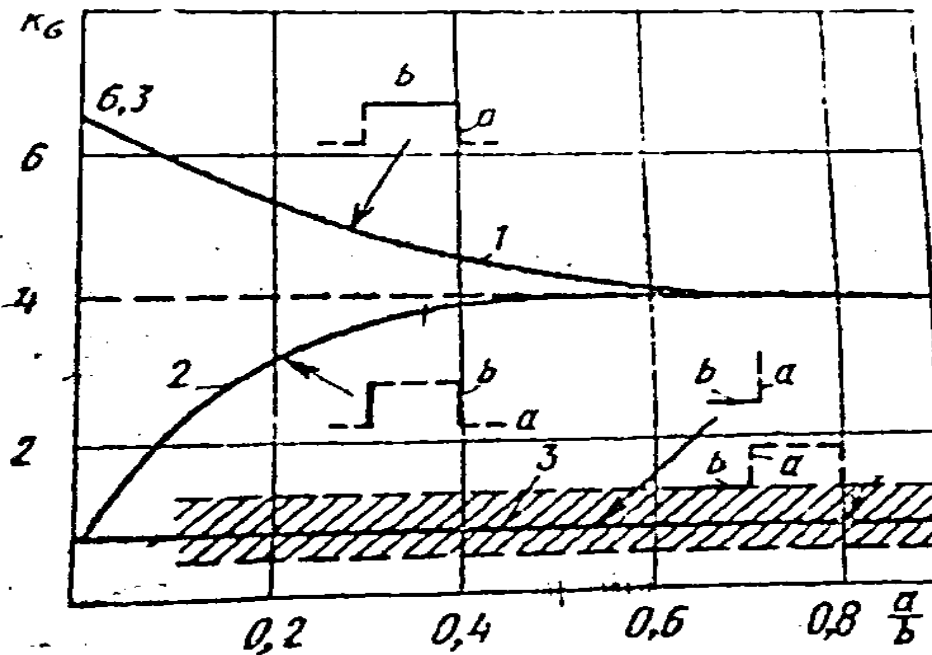
Prema zadanim rubnim uvjetima odaberemo liniju od A do J. Pokraj dijagrama su skice oplata sa različitim rubnim uvjetima, znakovi + prikazuju rubni uvjet u kojem su zabranjeni pomaci, a crtice su znak uklještenja. I onda se prema omjeru duljina rubova oplata i odabranoj liniji očitava koeficijent k .



Slika 3. Dijagram koeficijent izvijanja (k) - omjer dimenzija tanke ploče (a/b) [9]

3.1.2. Lokalno izvijanje uzdužnica

Ako se uzdužnicu zamisli kao spoj ljuskastih elemenata kao što je oplata, kritično naprezanje se može odrediti koristeći jednadžbu (1) za svaki pojedini dio odnosno za struk i za pojaseve posebno [3]. Jedina je razlika u tome što se koeficijent izvijanja očita iz dijagrama koji je prikazan na slici 4.



Slika 4. Dijagram koeficijenta izvijanja [10]

3.1.3. Izvijanje između zakovica

Izvijanje između zakovica je pojava izvijanja oplata ili pojasa uzdužnice između dviju zakovica kojom su oplata i uzdužnica spojene.

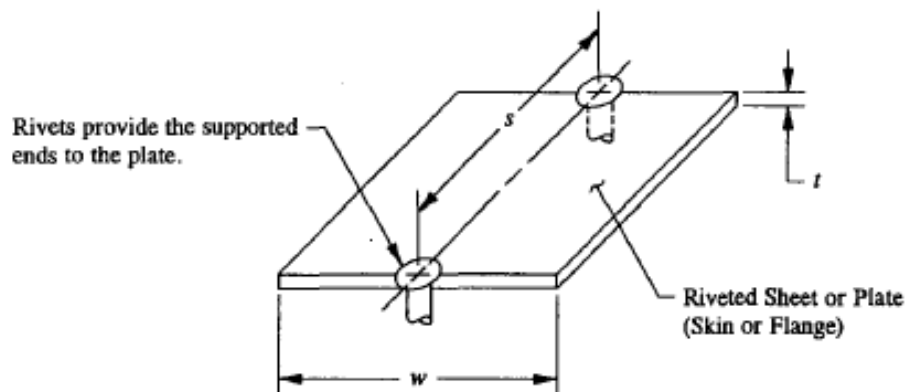
Naprezanje koje dovodi do te vrste izvijanja se računa prema jednadžbi

$$\sigma_{iz} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{2\sqrt{3}s}{\sqrt{c}t}\right)^2} \quad (2)$$

gdje je c koeficijent određen vrstom spoja, a njegove vrijednosti su dane u tablici 1, s je udaljenost između spojnih točaka, a t je debljina oplata kao što je prikazano na slici 5. Međutim, u računu najčešće već imamo zadano kritično naprezanje između spojeva, pa se preko te formule računa udaljenost između zakovica ili nekih drugih vrsta spojeva.

Tablica 1 Vrijednosti koeficijenta c prema vrsti spoja [9]

Vrsta spoja	c [-]
Vijak	4.0
Točka zavara	3.5
Zakovica sa univerzalnom glavom	3.0
Zakovica s upuštenom glavom (vlačno opterećena)	1.5
Zakovica s upuštenom glavom (smično opterećena)	1.0

**Slika 5 Dio oplata sa zakovicama [9]**

U radu nije analiziran ovaj tip izvijanja jer bi trebalo imati realne dimenzije za analitički model, a numerički model bi bio previše detaljan i takav bi zadatak prelazio okvire završnog rada.

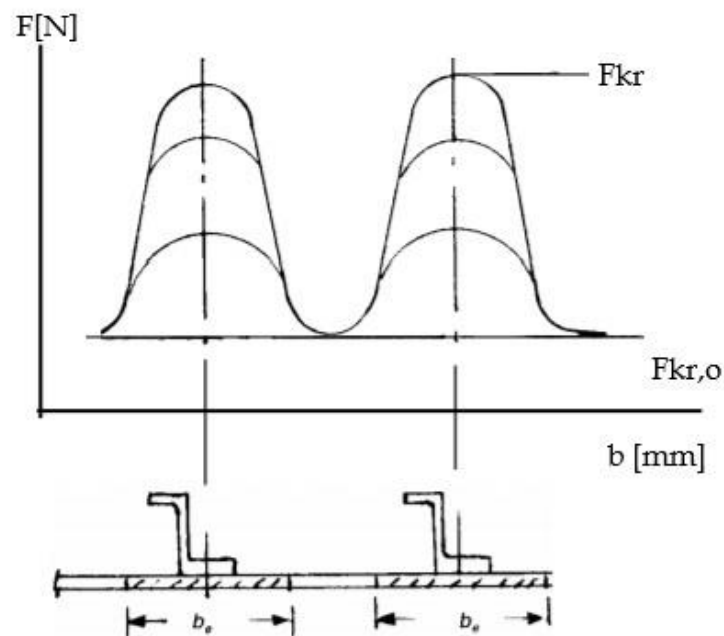
3.2. Globalni gubitak stabilnosti

Kod lokalnog izvijanja se svaki element razmatra zasebno, a kod globalnog izvijanja se uzima u obzir cijela konstrukcija. Lokalno izvijanje jednog od elemenata ne vodi nužno gubitku stabilnosti. Na primjer, ako dođe do izvijanja oplata, uzdužnice i dalje mogu podnijeti opterećenje. Ali kada

dođe do izvijanja cijelog panela, on više ne može podnijeti opterećenje i dolazi do gubitka stabilnosti.

3.2.1. Globalno izvijanje panela

Nakon izvijanja oplata ona više ne može nositi opterećenje i tada se naprezanje povećava na uzdužnicama. Da bi se izračunala sila ne možemo se uzeti u obzir samo uzdužnica nego i dio oplata jer ona i dalje preuzima dio opterećenja, a njena širina se zove sunosiva širina te iznosi 30 puta debljina oplata (Slika 6).



Slika 6. Kritična sila izvijanja uzdužnice sa pripadajućom sunosivom širinom [9]

Formula kojom se računa kritična sila je

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{l_e^2}, \quad (3)$$

gdje je l_e efektivna duljina koja ovisi o rubnim uvjetima kao što je to prikazano u tablici 2. gdje je L duljina grede, a I je moment tromosti.

Tablica 2. Iznos sile izvijanja i efektivne duljine grede prema rubnim uvjetima

Način izvijanja						
Sila izvijanja F_{kr}	$\frac{4\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{2.045\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{4L^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{4L^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{L^2}$
Efektivna duljina l_e	$0.5L$	$0.7L$	L	$2L$	$2L$	L

Formula za izračun kritičnog naprezanja je

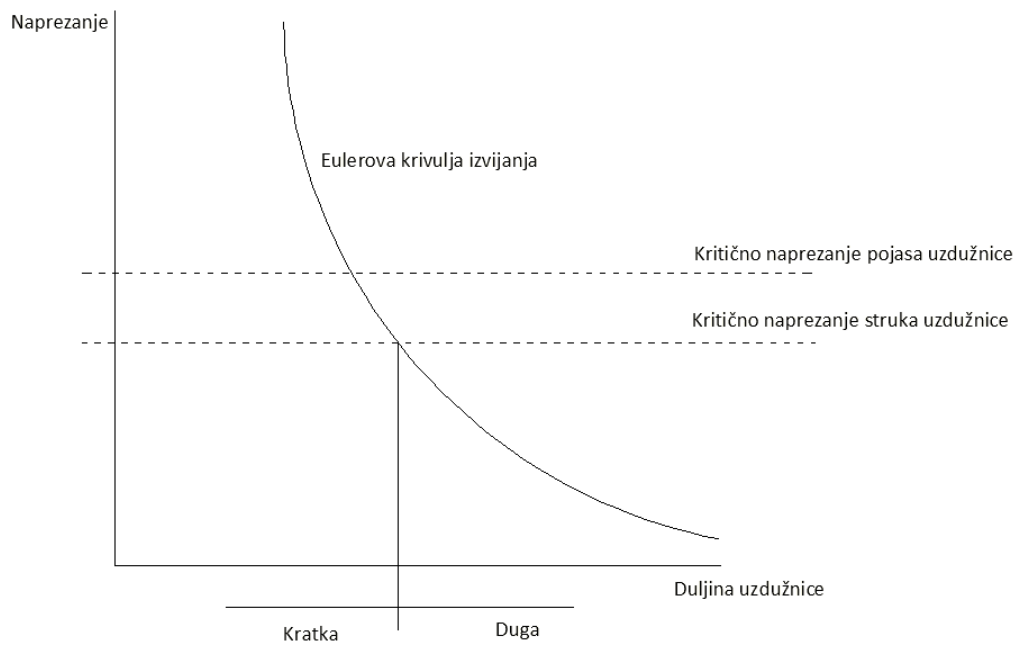
$$\sigma_{kr} = \frac{P_{kr}}{A_{el}} = \frac{\pi^2 EI}{l_e^2 A_{el}} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l_e}{i_{min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (4)$$

gdje je i_{min} minimalni polumjer tromosti elementa za globalni gubitak stabilnosti, a računa se prema jednadžbi

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A_{el}}}. \quad (5)$$

Da li će se kritično naprezanje računati prema jednadžbi (1) ili prema jednadžbi (4) ovisi o duljini panela. Naprezanje izračunato jednadžbom (1) nije funkcija duljine i ona je u dijagramu naprezanje - duljina konstantna vrijednost, a naprezanje koje se dobije jednadžbom (4) je funkcija duljine i ona predstavlja Eulerovu krivulju izvijanja. Za proračun kritičnog naprezanja uzima se minimalna

vrijednost naprezanja koja se za kratke uzdužnice dobije računanjem s jednađbom (1), a za duge s jednađbom (4) kao što je to prikazano na slici 7. Graničnu vrijednost duljine dobije se izjednačavanjem tih dviju formula.



Slika 7. Dijagram duljina uzdužnice – naprezanje [3]

4. ANALITIČKA ANALIZA

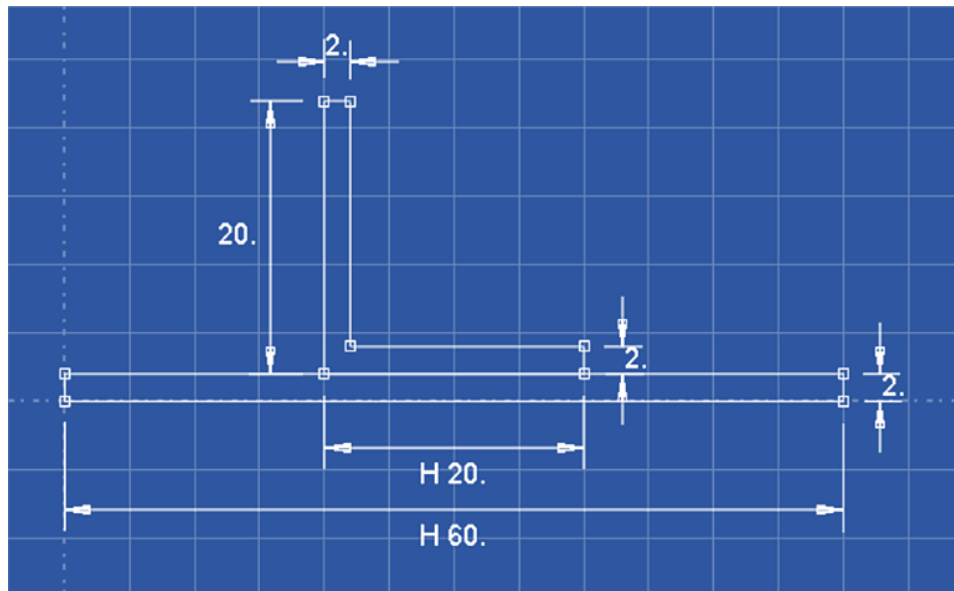
Kao prvo je analiza gubitka stabilnosti napravljena analitički na lokalnoj i globalnoj razini, a proračun je programiran u programu Matlab. Analizirani su ojačani paneli za tri različita tipa uzdužnica, L, I i J-profila. Karakteristične vrijednosti oplata panela su za sve tri vrste jednake i dane su u tablici 3. Oplata i uzdužnice su izrađene od istog materijala koji je karakterističan za taj tip konstrukcije, aluminijska legura Al.2024.T3. Također je svaki panel, neovisno o tipu, ojačan s pet uzdužnica.

Tablica 3. Karakteristične vrijednosti oplata

širina panela, B [m]	0.5
duljina panela, l [m]	1
debljina oplata, δ_o [m]	0.002
površina oplata, A_o [m ²]	0.001
unosiva širina oplata, b_e [m]	0.06
unosiva površina oplata, A_e [m ²]	0.00012
Youngov modul, E [Pa]	70×10^9
Poissonov koeficijent, ν [-]	0.3

4.1. L-profil

Dimenzije L-profila uzdužnice prikazane su na slici 8 i u tablici 4.



Slika 8. Dimenzije presjeka uzdužnice L-profila [mm]

Tablica 4. Karakteristične vrijednosti L-profila

debljina pojasa, δ_p [m]	0.002
duljina pojasa, b_p [m]	0.018
debljina struka, δ_s [m]	0.002
duljina struka, b_s [m]	0.02
Youngov modul elastičnosti, E [Pa]	70×10^9
Poissonov koeficijent, ν [-]	0.3

Za proračun lokalnog gubitka stabilnosti ovog tipa uzdužnice, osim ulaznih varijabli koje su prikazane u tablici 4, potreban je i koeficijent izvijanja koji se očitava iz dijagrama sa slike 4. Kritično naprezanje se računa formulom (1) samo za struk uzdužnice čiji rubni uvjeti odgovaraju liniji 3 sa dijagrama i prema tome koeficijent izvijanja k iznosi 0.43 jer je proračun na strani sigurnosti (šrafirano područje).

Dakle, konačna jednačina je

$$(\sigma_{kr})^M = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\delta_s}{b_s}\right)^2 = \frac{0.9E}{\left(\frac{b_s}{\delta_s}\right)^2} k = \frac{0.9 \cdot 70 \cdot 10^9}{\left(\frac{0.02}{0.002}\right)^2} \cdot 0.43 = 270.9 \text{ MPa} . \quad (6)$$

Kritično naprezanje za globalni gubitak stabilnosti se računa formulom (4), površinu elementa A_{el} i minimalni moment tromosti I_{min} se moraju dodatno izračunati.

Jednadžbe za površine koje su potrebne u računu su:

$$A_s = b_p \cdot \delta_p + b_s \cdot \delta_s, \quad (7)$$

$$\sum A_s = 5 \cdot A_s, \quad (8)$$

$$A_p = \sum A_s + A_o, \quad (9)$$

$$A_{el} = A_s + A_{o,p}, \quad (10)$$

čiji su rezultati prikazani u tablici 5.

Tablica 5. Veličine izračunate jednadžbama (7)-(10)

površina uzdužnice, A_s [m ²]	0.76x10 ⁻⁴
ukupna površina uzdužnica, $\sum A_s$ [m ²]	3.8 x10 ⁻⁴
površina panela, A_p [m ²]	13.8 x10 ⁻⁴
površina elementa, uzdužnica sa sunosivom površinom, A_{el} [m ²]	1.96 x10 ⁻⁴

Konačna jednadžba kojom se računa kritično naprezanje za globalni gubitak stabilnosti je

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2 A_{el}} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i_{min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_1^2} = \frac{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^9}{197.362^2} = 17.737 \text{ MPa} , \quad (11)$$

gdje je kritično naprezanje za globalno izvijanje manje od kritičnog naprezanje za lokalno izvijanje, što znači da se ta vrijednost uzima za proračun kritične sile koja iznosi

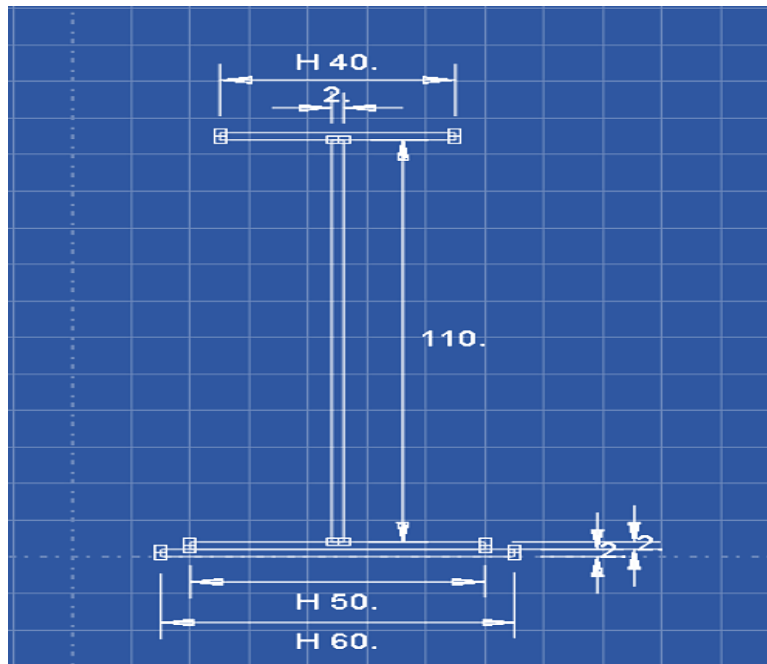
$$F_{kr} = \sigma_{kr} \cdot A_p = 24.477 \text{ kN} . \quad (12)$$

4.2. I-profil

Dimenzije I-profila uzdužnice dane su u tablici 6. i prikazane su na slici 9.

Tablica 6. Karakteristične vrijednosti I-profila

debljina pojasa uz oplatu, $\delta_{p,1}$ [m]	0.002
duljina pojasa uz oplatu, $b_{p,1}$ [m]	0.05
debljina struka, δ_s [m]	0.002
duljina struka, b_s [m]	0.11
debljina pojasa, $\delta_{p,2}$ [m]	0.002
duljina pojasa, $b_{p,2}$ [m]	0.04
Youngov modul, E [Pa]	70×10^9
Poissonov koeficijent, ν [-]	0.3



Slika 9. Dimenzije presjeka uzdužnice I-profila [mm]

Lokalno kritično naprezanje kod uzdužnice I-profila se računa za struk i za pojas. Koeficijenti se očitavaju iz dijagrama sa slike 4, za struk se uzima linija 2 gdje koeficijent k za zadane dimenzije iznosi 4, a za pojas linija 3 gdje je $k=0.43$. Prema tome, konačne jednadžbe su

$$(\sigma_{kr})^M_3 = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\delta_s}{b_s}\right)^2 = \frac{0.9E}{\left(\frac{b_s}{\delta_s}\right)^2} k = \frac{0.9 \cdot 70 \cdot 10^9}{\left(\frac{0.11}{0.002}\right)^2} \cdot 4 = 83.31 \text{ MPa} , \quad (13)$$

$$(\sigma_{kr})^M_4 = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\delta_{p,2}}{b_{p,2}/2}\right)^2 = \frac{0.9E}{\left(\frac{b_{p,2}/2}{\delta_{p,2}}\right)^2} k = \frac{0.9 \cdot 70 \cdot 10^9}{\left(\frac{0.02}{0.002}\right)^2} \cdot 0.43 = 270,9 \text{ MPa} . \quad (14)$$

Za pojas uzdužnice koji je vezan za oplatu se ne računa kritično naprezanje za lokalno izvijanje jer se pretpostavlja da do njega neće doći.

Tablica 7. Karakteristične veličine panela

površina uzdužnice, A_s [m ²]	4×10^{-4}
ukupna površina uzdužnica, $\sum A_s$ [m ²]	0.002
površina panela, A_p [m ²]	0.003
površina elementa, A_{el} [m ²]	5.2×10^{-4}

Konačna jednadžba za kritično naprezanje globalnog izvijanja je

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2 A_{el}} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i_{min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_2^2} = \frac{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^9}{87.73^2} = 1414.55 \text{ MPa} . \quad (15)$$

Usporedbom rezultata se uočava da je minimalno kritično naprezanje ono na struku uzdužnice pa je kritična sila

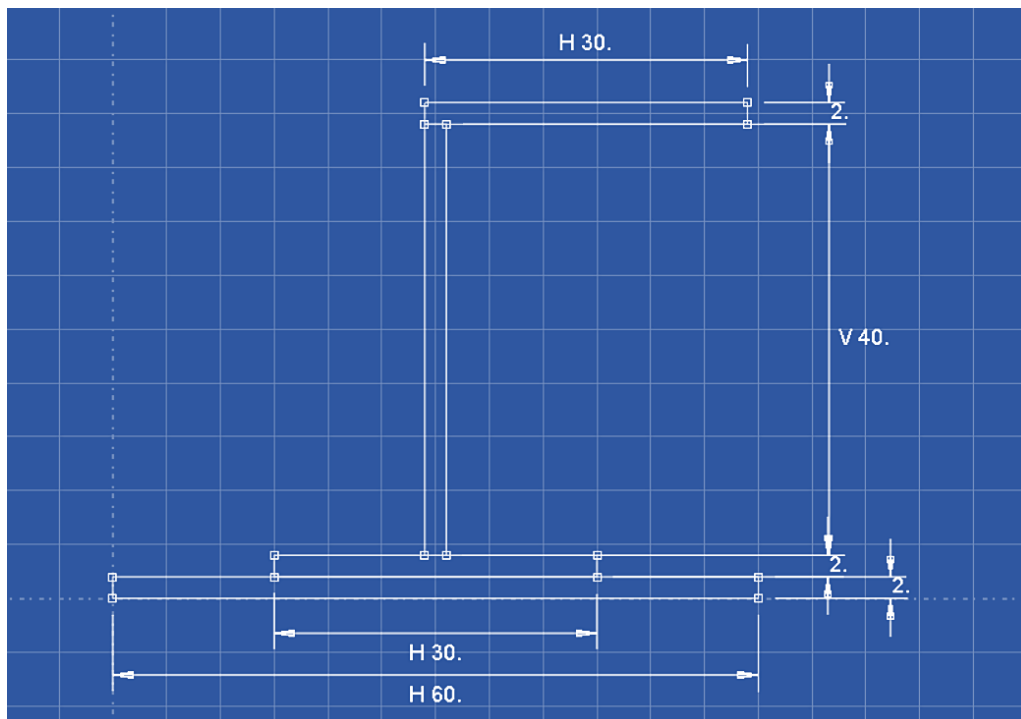
$$F_{kr} = (\sigma_{kr})^M_3 \cdot A_p = 249.930 \text{ kN} . \quad (16)$$

4.3. J-profil

Dimenzije J-profila uzdužnice dane su u tablici 8. i prikazane su na slici 10.

Tablica 8. Karakteristične vrijednosti J-profila

debljina pojasa uz oplatu, $\delta_{p,1}$ [m]	0.002
duljina pojasa uz oplatu, $b_{p,1}$ [m]	0.03
debljina struka, δ_s [m]	0.002
duljina struka, b_s [m]	0.04
debljina pojasa, $\delta_{p,2}$ [m]	0.002
duljina pojasa, $b_{p,2}$ [m]	0.03
Youngov modul, E [Pa]	70×10^9
Poissonov koeficijent, ν [-]	0.3



Slika 10. Dimenzije presjeka uzdužnice J-profila [mm]

Kao što je bio slučaj kod uzdužnice I-profila, lokalno kritično naprežanje kod uzdužnice J-profila se računa za struk i za pojas. Koeficijenti se očitavaju iz dijagrama na slici 4, za struk se uzima linija 2 gdje koeficijent k za zadane dimenzije iznosi 3.7, a za pojas linija 3 gdje je $k=0.43$. Prema tome, jednačbe za proračun su

$$(\sigma_{kr})^M_3 = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\delta_s}{b_s}\right)^2 = \frac{0.9E}{\left(\frac{b_s}{\delta_s}\right)^2} k = \frac{0.9 \cdot 70 \cdot 10^9}{\left(\frac{0.04}{0.002}\right)^2} \cdot 3.7 = 582.75 \text{ MPa}, \quad (17)$$

$$(\sigma_{kr})^M_4 = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\delta_{p,2}}{b_{p,2}/2}\right)^2 = \frac{0.9E}{\left(\frac{b_{p,2}}{\delta_{p,2}}\right)^2} k = \frac{0.9 \cdot 70 \cdot 10^9}{\left(\frac{0.03}{0.002}\right)^2} \cdot 0.43 = 120.4 \text{ MPa}. \quad (18)$$

Tablica 9 Karakteristične veličine panela

površina uzdužnice, A_s [m ²]	2×10^{-4}
ukupna površina uzdužnica, $\sum A_s$ [m ²]	0.001
površina panela, A_p [m ²]	0.002
površina elementa, A_{el} [m ²]	3.2×10^{-4}

Konačna jednačba za kritično naprežanje globalnog izvijanja je

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2 A_{el}} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i_{min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_1^2} = \frac{\pi^2 \cdot 70 \cdot 10^9}{78^2} = 113.56 \text{ MPa}. \quad (19)$$

Usporedbom rezultata se uočava da je globalno kritično naprežanje manje od lokalnog i stoga se ono koristi za računanje kritične sile koja iznosi

$$F_{kr} = \sigma_{kr} \cdot A_p = 227.120 \text{ kN}. \quad (20)$$

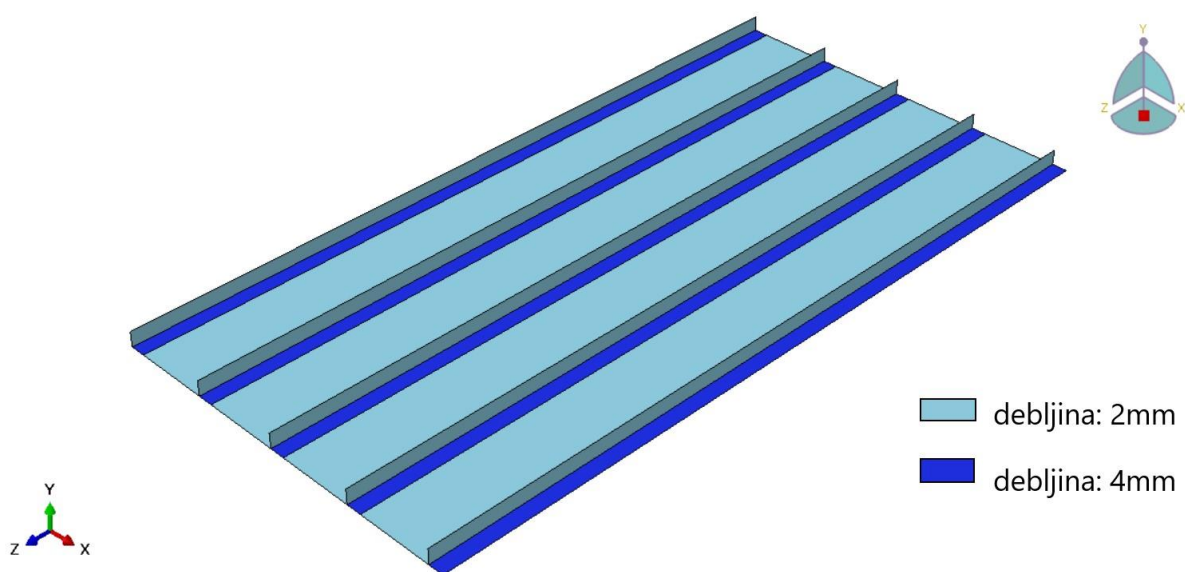
5. NUMERIČKA ANALIZA

Druga vrsta analize gubitka stabilnosti u ovom radu je numerička analiza metodom konačnih elemenata primjenom programa Abaqus/Standard. Korištena je ista geometrija ojačanih panela kao i u analitičkoj s tri vrste uzdužnica: L, I i J profila. Korištena su materijalna svojstva aluminijske legure Al.2024.T3 koja također odgovaraju vrijednostima korištenim u analitičkom modelu.

U ovom radu korištena su dva pristupa diskretizacije uzdužnica u ojačanim panelima:

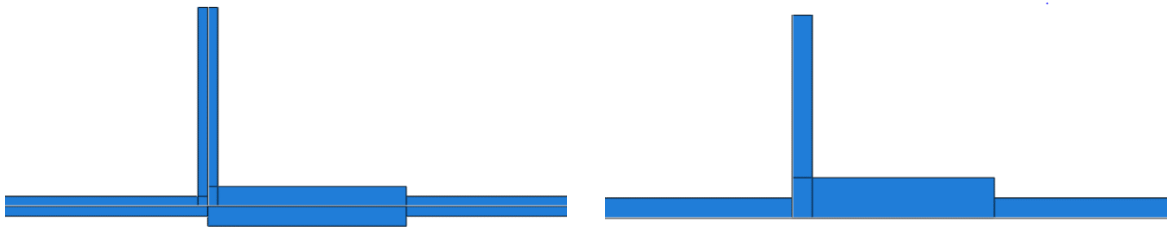
- 1) Samo ljuskasti elementi (S4R),
- 2) Kombinacija ljuskastih (S4R) i grednih elemenata (B31).

Kod prvog pristupa su oplata i uzdužnice naprevljene iz jednog dijela kao samo ljuskasti model na način da je dijelu gdje se spaja oplata i pojas uzdužnice zadana debljina 4 mm što odgovara zbroju debljine oplata (2mm) i debljine pojasa uzdužnice (2mm), (Slika 11). Kod drugog pristupa je oplata modelirana ljuskastim konačnim elementima, dok su uzdužnice gredni konačni elementi, a spojeni su kinematskom vezom „Tie“. Ta su dva pristupa uobičajene metode modeliranja MKE modela ojačanih tankostijenih panela.



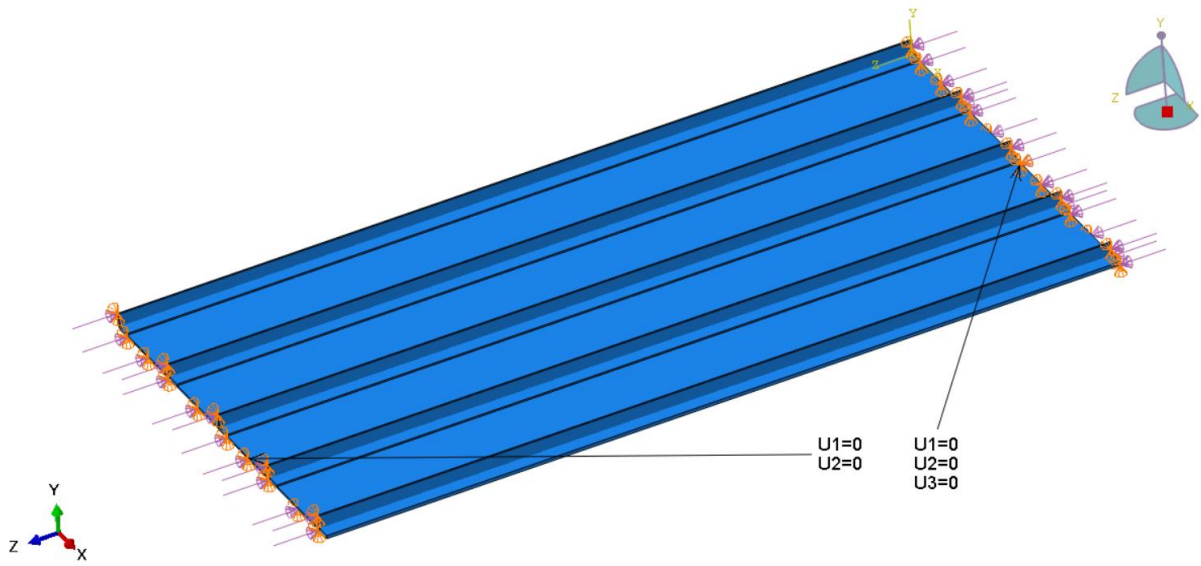
Slika 11. Numerički model u kojem su uzdužnice diskretizirane ljuskastim konačnim elementima

Kod modeliranja uzdužnica ljuskastim konačnim elementima mora se prilagoditi pomak geometrije uzdužnice u odnosu na srednju površinu oplata kako bi tako modeliran numerički model bio adekvatna reprezentacija analitičkog modela s obzirom na momente tromosti. Na slici 12 prikazana je geometrija bez i s pomakom geometrije uzdužnice u odnosu na srednju površinu oplata.



Slika 12. Geometrija bez (lijevo) i geometrija s pomakom (desno) geometrije uzdužnice u odnosu na srednju površinu oplata

Rubni uvjeti su zadani na način da lijevi i desni kraj panela imaju spriječene pomake u smjeru x i y osi kao što je prikazano na slici 13, a slobodne u smjeru z osi kao i sve rotacije. Dodatno je u jednoj točki na desnom rubu spriječen pomak u smjeru osi z zbog sprječavanja pomaka krutog tijela. Modeli su opterećeni tlačno u smjeru z osi na lijevom i desnom kraju opcijom „*Shell edge load*“ čija je vrijednost jednaka analitički izračunatoj kritičnoj sili podijeljenoj s duljinom ruba i duljinom pripadajućih uzdužnica. Opisani rubni uvjeti i opterećenje prikazano je na modelu s uzdužnicom L-profila na slici 13.

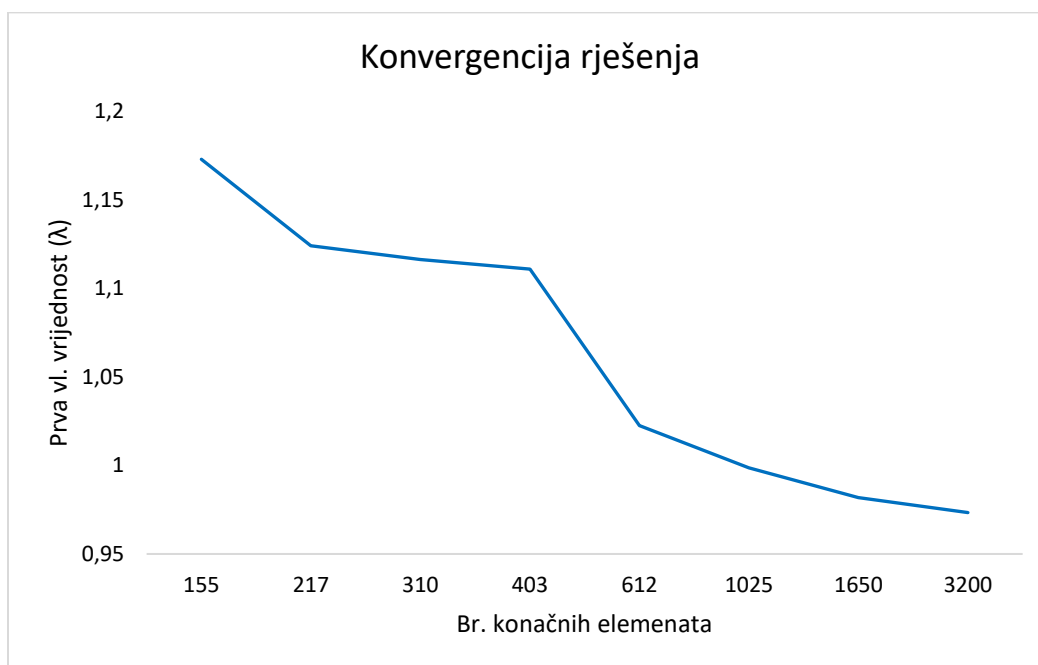


Slika 13. Panel ojačan uzdužnicama L-profila s prikazanim rubnim uvjetima i naprežanjem

6. ANALIZA REZULTATA

6.1. Konvergencija rješenja

Da li su rezultati numeričke analize prihvatljivi potrebno je provjeriti na način da se vidi da li rješenja konvergiraju s povećanjem numeričkog modela. Provedena je provjera za panel ojačan uzdužnicama I-profila na rješenjima prvih vlastitih vrijednosti (λ_1) u odnosu na broj konačnih elemenata tako što je u svakoj idućoj analizi povećana gustoća mreže. Veličina konačnih elemenata se mijenja od 200mm do 20mm, a debljina elementa je 2mm. Konvergencija je prikazana na slici 14.



Slika 14. Konvergencija rješenja

Svi modeli za koje će naknadno biti prikazani rezultati dobiveni su modelima koji imaju dovoljno gustu mrežu da je rješenje konvergiralo.

6.2.L-profil

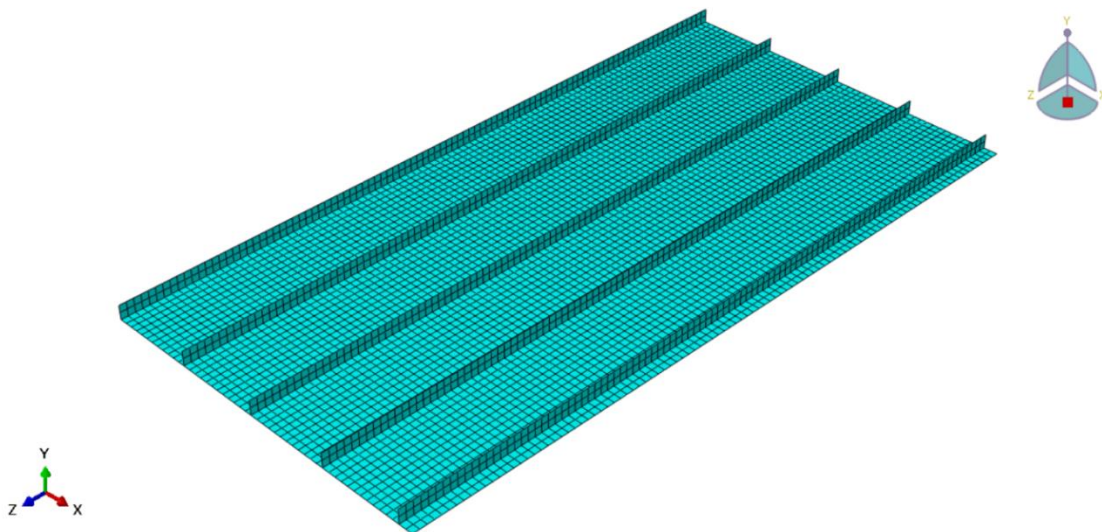
Za modeliranje panela ojačanog uzdužnicama L-profila korištena su oba pristupa diskretizacije uzdužnica.

Kod prvog (A model) su oplata i uzdužnice ljuskasti konačni elementi, a kod drugog (B model) su uzdužnice modelirane grednim elementima.

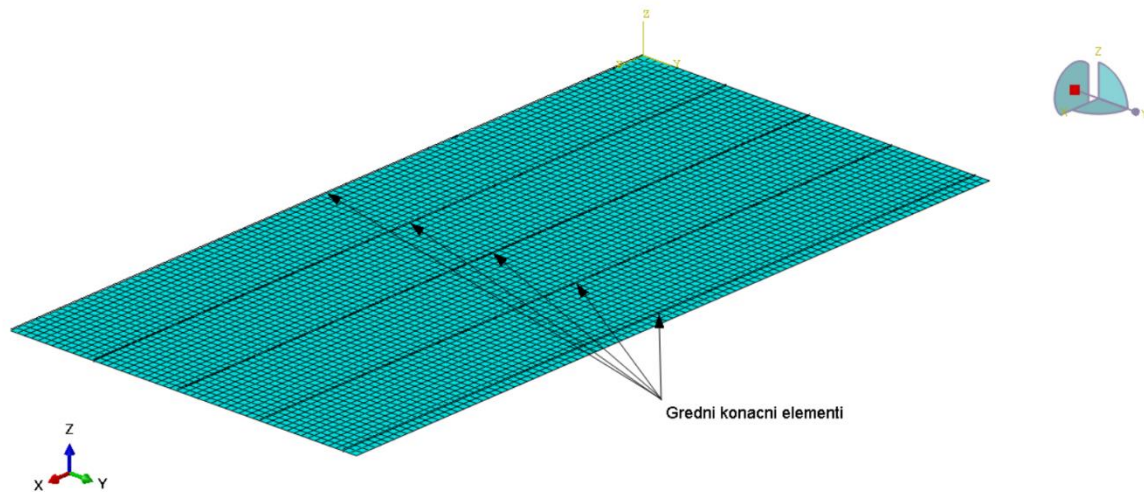
Zadana vrijednost opterećenja je kritična sila dobivena analitički za ovaj tip uzdužnice podijeljena sa duljinom rubova, 0.6m (duljina oplata + duljina struka · 5) te iznosi

$$f = \frac{F_{kr}}{0.6} = \frac{24477 \text{ N}}{0.6} = 40795 \frac{\text{N}}{\text{m}}. \quad (21)$$

Mreža konačnih elemenata korištena u analizi se sastoji od pravokutnih ljuskastih konačnih elemenata veličine 10mm (5 puta debljina oplata), za model A su reducirane integracije tipa S4R, a za model B su za oplatu reducirane integracije tipa S4R, a za uzdužnice tipa B31. Mreža konačnih elemenata modela A je prikazana na slici 15, a slika 16 prikazuje mrežu modela B. U tablici 10. su prikazane vrijednosti karakteristične za mrežu elemenata za dva tipa modela.



Slika 15. Mreža konačnih elemenata A modela



Slika 16. Mreža konačnih elemenata B modela

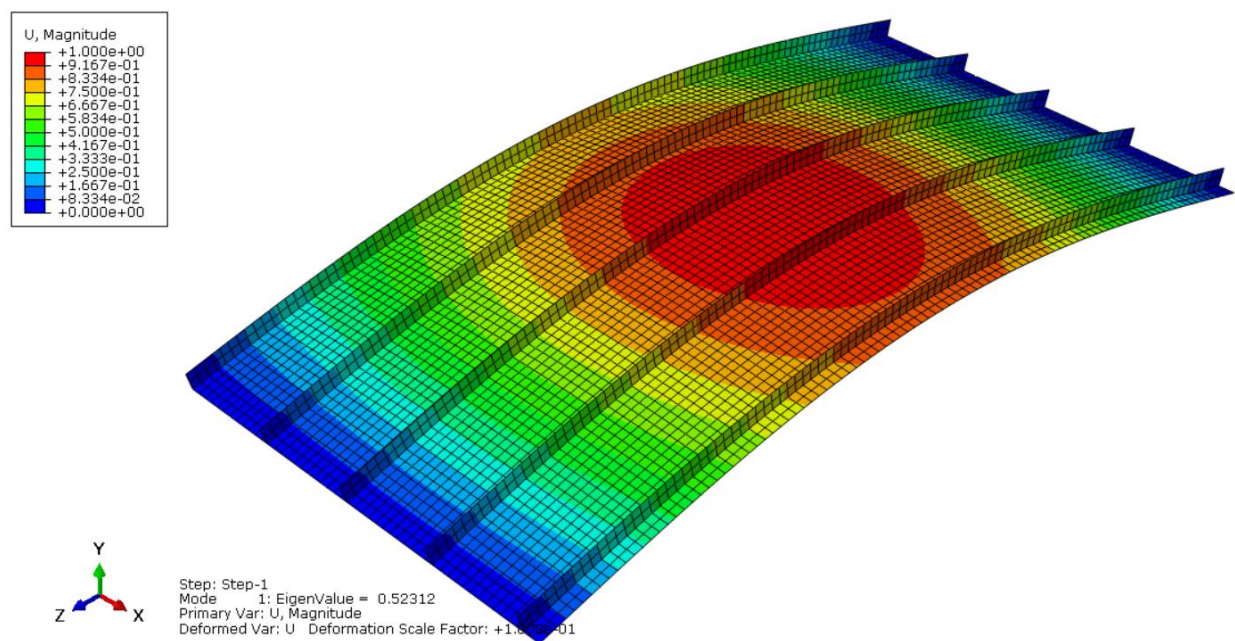
Tablica 10. Karakteristične vrijednosti numeričkih modela

	model A	model B	
vrsta elemenata	S4R	S4R	B31
broj čvorova	6161	5151	505
broj elemenata	6000	5000	500

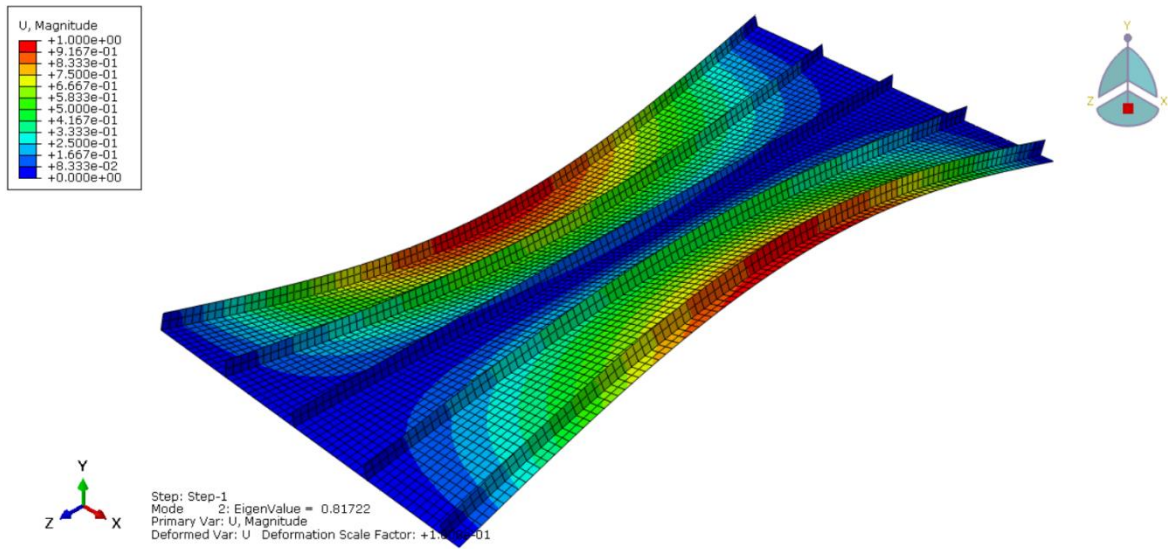
Numeričkom analizom je utvrđeno da su prve vlastite vrijednosti i kritične sile izvijanja modela A i B:

- A model:
 $\lambda_1=0.52312$,
 $F_{kr,N}=F_{kr} \cdot \lambda_1=12804.41 \text{ N}$,
- B model:
 $\lambda_1=0.73749$,
 $F_{kr,N}=F_{kr} \cdot \lambda_1=18051.54 \text{ N}$,

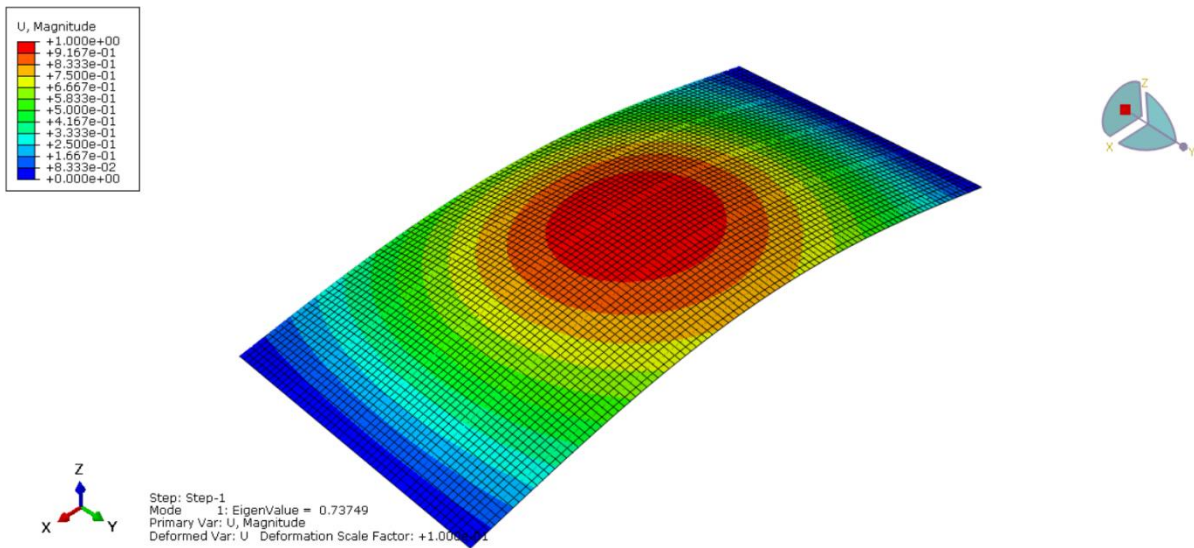
gdje je λ_1 prva vlastita vrijednost, to je faktor koji pokazuje s koliko se treba pomnožiti primijenjena sila da bi došlo do prvog načina izvijanja. Dakle, ako se ona množi sa analitički izračunatom silom F_{kr} rezultat daje iznos kritične sile $F_{kr,N}$ dobivene numeričkom analizom. Prvi načini izvijanja A i B modela prikazani su slikama 17 i 19, a drugi načini izvijanja prikazani su slikama 18 i 20. U tablici 11 uspoređeni su njihovi rezultati.



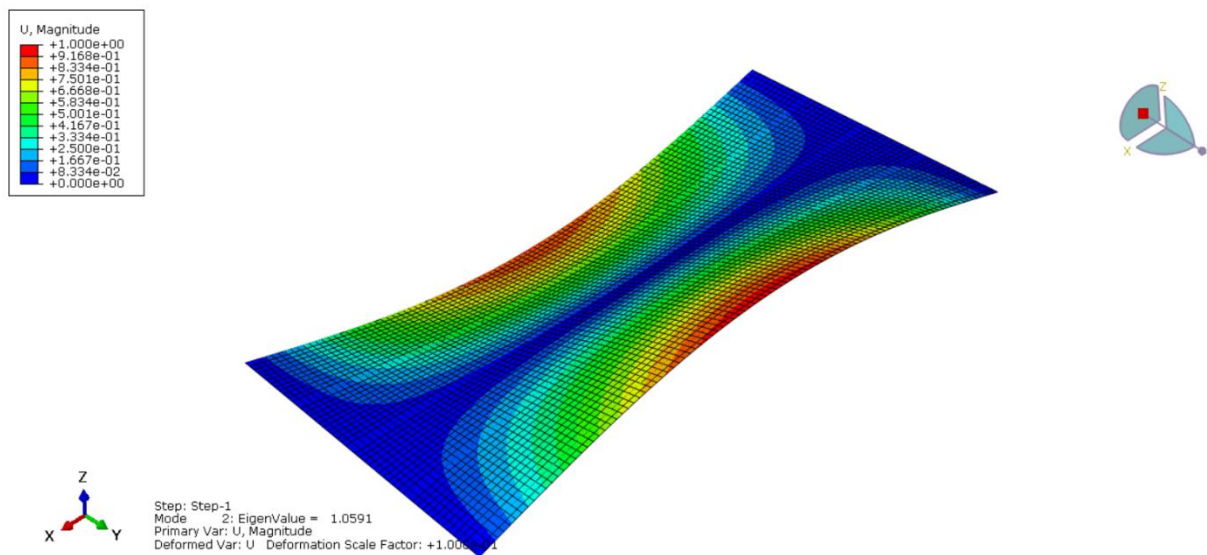
Slika 17. Prvi način izvijanja A modela



Slika 18. Drugi način izvijanja A modela



Slika 19. Prvi način izvijanja B modela



Slika 20. Drugi način izvijanja B modela

Tablica 11. Rezultati analize panela ojačanih uzdužnicama L-profila

	Kritična sila, $F_{kr,N}$ [N]	Prva vlastita vrijednost, λ_1 [-]	Druga vlastita vrijednost, λ_2 [-]
A model	12804.41	0.52312	0.81722
B model	18051.54	0.73749	1.0591

Oba modela pri numeričkoj analizi pokazuju da do gubitka stabilnosti dolazi zbog globalnog izvijanja panela što je također dobiveno analitičkom analizom. Usporedba vrijednosti kritičnih sila dvaju modela prikazana je u tablici 12 gdje se vidi da je njihova razlika 29%, a usporedba analitičke i numeričke analize prikazana je u tablici 13.

Tablica 12. Razlika numeričkog rješenja za dva različita pristupa modiranja

Kritična sila modela A, $F_{kr,N}$ [N]	Kritična sila modela B, $F_{kr,N}$ [N]	Razlika [%]
12804.41	18051.54	29

Tablica 13. Razlika analitičkog i numeričkog rješenja za panel ojačan uzdužnicom L-profila

	ANALITIČKO RJEŠENJE, F_{kr} [N]	NUMERIČKO RJEŠENJE, $F_{kr,N}$ [N]	RAZLIKA [%]
Model A	24477	12804.41	48
Model B	24477	18051.54	26

Provedena analiza pokazala je da se numerički rezultati dosta razlikuju i da je za ovaj tip uzdužnice model B bliži vrijednostima analitičke metode u odnosu na model A.

Razlike u postotcima za prethodne tablice izračunate su jednadžbom

$$RAZLIKA [\%] = \frac{a-b}{a} \cdot 100\% , \quad (22)$$

gdje je $a > b$.

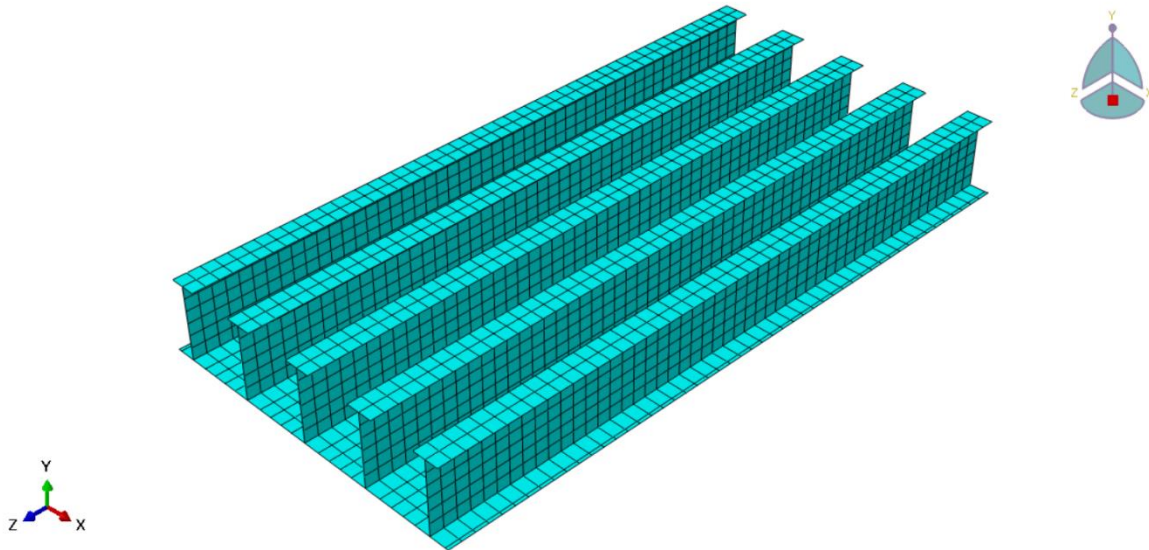
6.3.I-profil

Panel ojačan uzdužnicama I-profila modeliran je samo ljuskastim konačnim elementima. Opterećenje i rubni uvjeti su zadani kao što je opisano u poglavlju 5.

Zadana vrijednost opterećenja je ona kritična sila dobivena analitički za ovaj tip uzdužnice podijeljena sa duljinom rubova, 1.25m (duljina oplata + (duljina struka+duljina pojasa) · 5) te iznosi:

$$f = \frac{F_{kr}}{0.6} = \frac{249930 \text{ N}}{1.25} = 199944 \frac{\text{N}}{\text{m}} . \quad (23)$$

Mreža konačnih elemenata korištena u ovoj analizi se sastoji od pravokutnih ljuskastih konačnih elemenata veličine 20mm reducirane integracije tipa S4R, (Slika 201). U tablici 14. su prikazane vrijednosti karakteristične za tu mrežu elemenata.



Slika 21. Mreža konačnih elemenata

Tablica 14. Karakteristične vrijednosti mreže konačnih elemenata panela s I-profilom

broj čvorova	3315
broj elemenata	3200

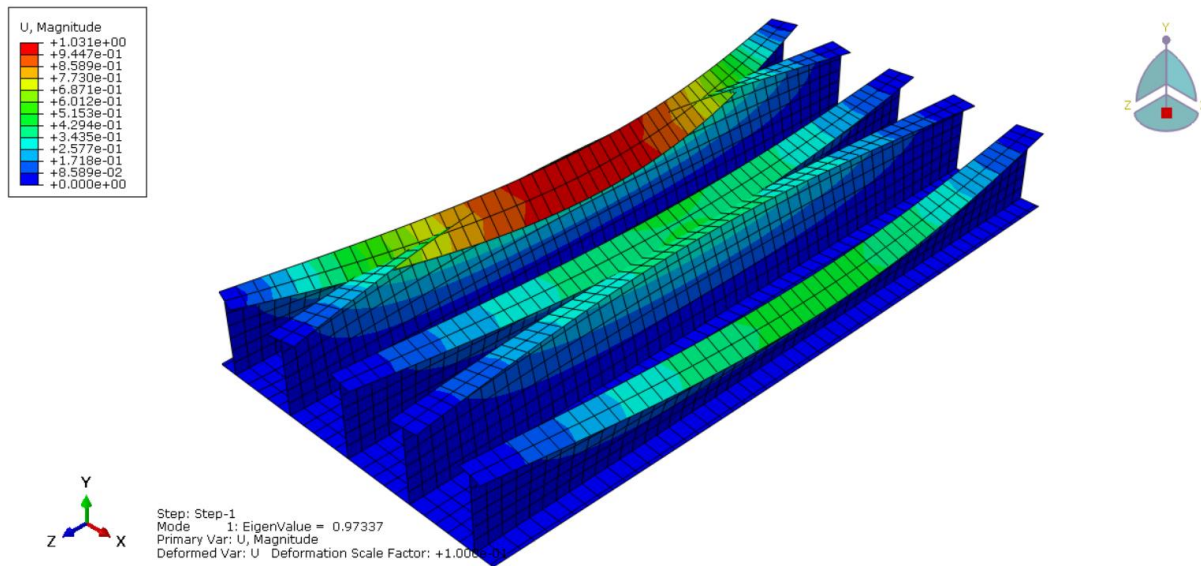
Numeričkom analizom je utvrđeno da su prve vlastite vrijednosti i kritične sile izvijanja modela

$$\lambda_1=0.97337,$$

$$F_{kr}=249930 \text{ N},$$

$$F_{kr,N}=F_{kr} \cdot \lambda_1=243274.36 \text{ N}.$$

Na slici 22 prikazan je prvi način izvijanja panela sa prvom vlastitom vrijednosti.



Slika 22. Prvi način izvijanja panela s I-profilom

Uspredba analitičkog rješenja kritične sile sa numeričkim rješenjem za panel ojačan uzdužnicama I-profila dana je u tablici 18. Vrijednosti rezultata su dosta slični, razlika je samo 3%. Također je način izvijanja isti za oba slučaja, najmanje kritično naprezanje dobiveno analitičkom analizom je na struku uzdužnice, a da je do njegovog izvijanja došlo je i kod numeričke analize što se vidi na slici 22.

Tablica 15. Razlika analitičkog i numeričkog rješenja za panel ojačan uzdužnicom I-profila

ANALITIČKO RJEŠENJE, F_{kr} [N]	NUMERIČKO RJEŠENJE, $F_{kr,N}$ [N]	RAZLIKA [%]
249930	243274.36	3

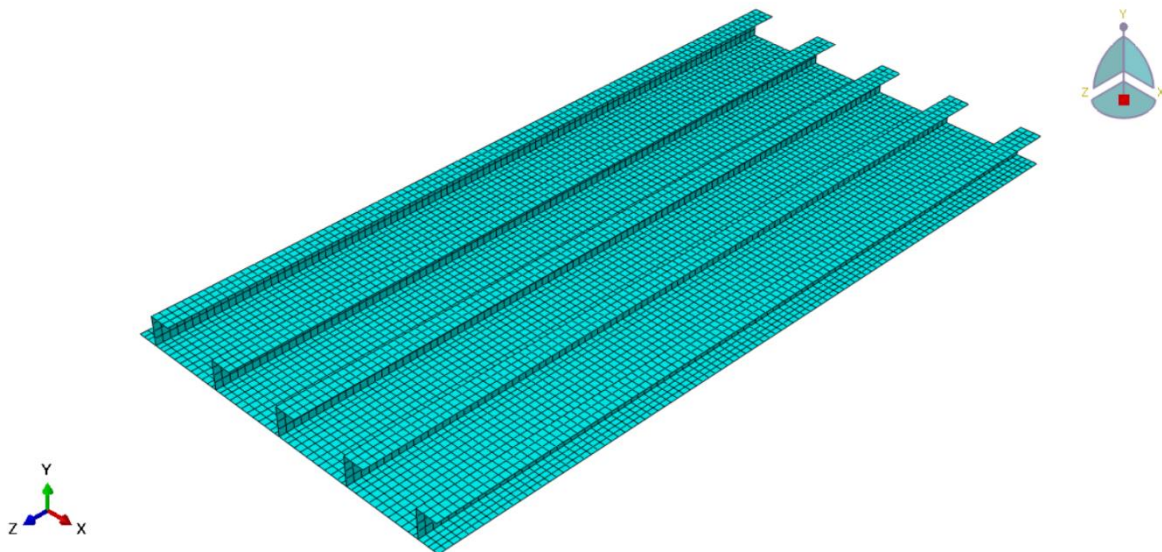
6.4. J-profil

Za modeliranje panela ojačanog uzdužnicama J-profila korišten je prvi pristup diskretizacije, samo ljuskasti konačni elementi. Opterećenje i rubni uvjeti su zadani kao što je opisano u početku poglavlja 5.

Vrijednost opterećenja je kritična sila dobivena analitički za ovaj tip uzdužnice podijeljena sa duljinom rubova, 0.85m (duljina oplata + (duljina struka+duljina pojasa) · 5) te iznosi:

$$f = \frac{F_{kr}}{0.6} = \frac{227120 \text{ N}}{0.85} = 267200 \frac{\text{N}}{\text{m}}. \quad (24)$$

Mreža korištena u ovoj analizi se sastoji od pravokutnih ljuskastih konačnih elemenata veličine 10mm (5 puta debljina oplata) reducirane integracije tipa S4R, (Slika 23.). U tablici 15. su prikazane vrijednosti karakteristične za mrežu elemenata modela.



Slika 23. Mreža konačnih elemenata panela s J-profilom

Tablica 16. Karakteristične vrijednosti numeričkog modela

broj čvorova	9191
broj elemenata	9000

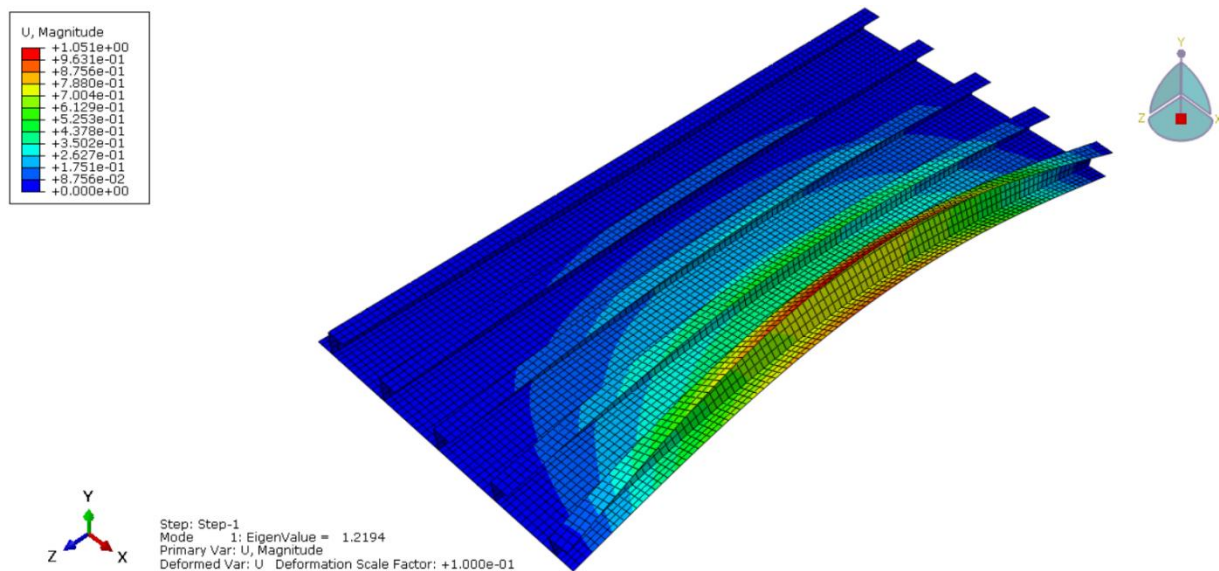
Numeričkom analizom je utvrđeno da je prva vlastita vrijednosti i kritična sila izvijanja modela

$$\lambda_1=1.2194,$$

$$F_{kr}=227120 \text{ N},$$

$$F_{kr,N}=F_{kr} \cdot \lambda_1=276950.13 \text{ N}.$$

Na slici 24 vidi se da je došlo do globalnog izvijanja panela što je isti način izvijanja koji je dobiven i analitičkom analizom. Usporedba vrijednosti kritičnih sila za dvije vrste analiza dana je u tablici 19. Razlika iznosi 18%.

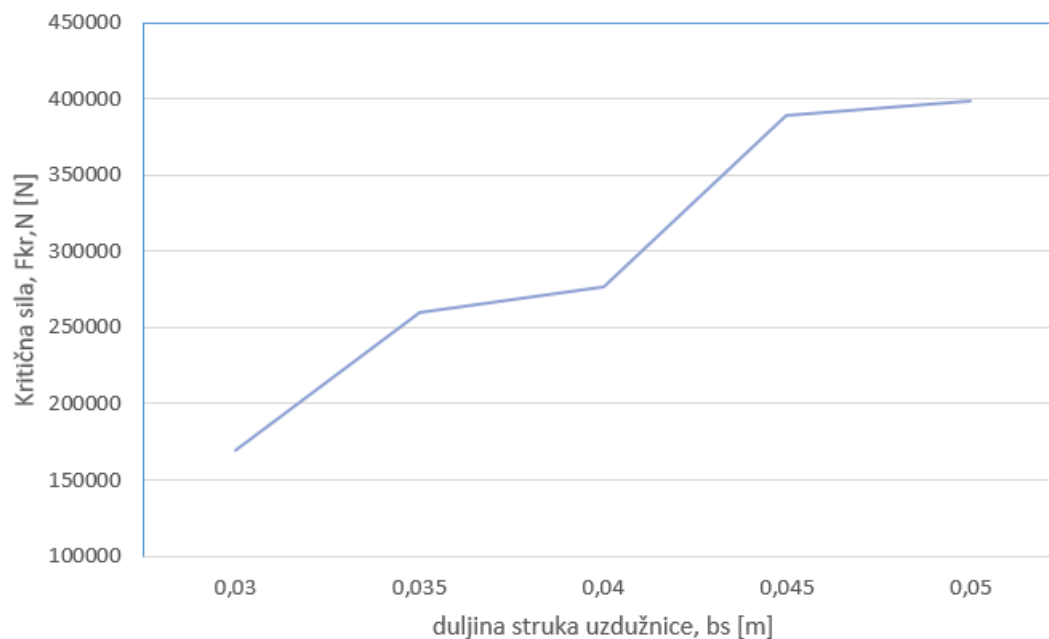
**Slika 24. Prvi način izvijanja modela s J-uzdužnicama**

Tablica 17. Razlika analitičkog i numeričkog rješenja za panel ojačan uzdužnicom J-profila

ANALITIČKO RJEŠENJE, F_{kr} [N]	NUMERIČKO RJEŠENJE, $F_{kr,N}$ [N]	RAZLIKA [%]
227120	276950.13	18

6.5. Utjecaj duljine struka uzdužnice na kritičnu silu izvijanja

Za panel ojačan uzdužnicama J-profila uz usporedbu rezultata provedena je i analiza utjecaja duljine struka uzdužnice na iznos kritične sile izvijanja. Analiza je provedena numerički na modelu A tipa, a rezultati su prikazani na dijagramu na slici 25. Jasno se vidi da povećanje struka uzdužnice ima za posljedicu i povećavanje kritične sile izvijanja.

**Slika 25. Promjena kritične sile u ovisnosti o duljini struka uzdužnice**

7. ZAKLJUČAK

Pri numeričkom modeliranju korištena su dva pristupa. Prvi je diskretizacija uzdužnica ljuskastim konačnim elementima (model A), a drugi je grednim konačnim elementima (model B). Prednost A modela je jednostavnost izrade modela u programu Abaqus/Standard, ali mu je nedostatak u tome što nije moguće mijenjati parametre na uzdužnici kao što su duljina struka ili pojasa već se radi novi model za svaku od izmjena, a kod modela B se mijenjaju samo dimenzije na presjeku uzdužnice. Vrijednosti rezultata tih dvaju modela, pri usporedbi na panelu ojačanim uzdužnicama L-profila, se dosta razlikuju.

Usporedbom vrijednosti numeričkog i analitičkog rješenja se ne može doći do jasnog zaključka. Kod sve tri vrste panela (L, I i J-profil) je način izvijanja, lokalno ili globalno, bilo jednako za obe vrste analize, ali su vrijednosti kritičnih sila dosta odstupale. Za panel ojačan uzdužnicama L-profila dobivena je vlastita vrijednost manja od 1, za panel s I-profilom je vlastita vrijednost bila blizu 1, a za panel s J-profilom ona je bila veća od 1.

Prema ovim podacima se ne može konkretno dati prednost jednoj od metoda analize gubitka stabilnosti kao ni pristupu diskretizacije uzdužnica.

U praksi bi problemu proračuna kritične sile izvijanja ojačanog panela pristupila eksperimentalnom analizom jednog modela te usporedbom tako dobivenih rezultata s rezultatima različitih modela i pristupa u numeričkoj analizi izabrala najsličniji.

8. LITERATURA

- [1] Landkof, B.; Abramovich, H.; Igudisman, O.: *Buckling Behavior Of Stringer Stiffened Curved Panels Made Of Magnesium, Aluminium and Composites Under Compressive Load*, 26th International Congress of the Aeronautical Sciences, Nice, France, 2010.
- [2] Pištěk, A.; Pešák, M.: *Optimization of Stiffened Panel with the Help of Mathematical Programming Experimental Verification*, 26th International Congress of the Aeronautical Sciences Anchorage, Alaska, USA, 2008.
- [3] Pearce, G.: *Predavanja iz kolegija Aerospace Structures*, UNSW, Australia, 2014.
- [4] Momcilovic, N.; Motok, M.; and Maneski, T : *Simplified Numerical Analyses of Stiffened Panels*, 2016
- [5] Quinn, D., Murphy, A., & Glazebrook, C. : *Aerospace Stiffened Panel Initial Sizing With Novel Skin SubStiffening Features*, 2012
- [6] San Diego Composites, *Fabricating Stiffened Fuselage Test Panels for Research on Blunt Impact of Commercial Aircraft*, San Diego
- [7] Smojver, I. : *Autorizirana predavanja iz kolegija Konstrukcija zrakoplova I*, Zagreb, 2014.
- [8] Federal Aviation Administration: *Aviation Maintenance Technician Handbook-Airframe*, SAD, 2012
- [9] Flabel, J.C.: *Practical Stress Analysis for Design Engineers : Design and Analysis of Aerospace Vehicle Structures*, United States, 1997
- [10] Glagolev, A.N.; Goljadinov, M. Ja.; Grigorenko, S.M. : *Konstrukcija samoletov*, Moskva, Mašinstroenie, 1975.