

# Numerička analiza oštećenja višeslojnih kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija

---

**Božan, Domagoj**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:156359>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-27**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Domagoj Božan**

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc.dr. sc. Darko Ivančević

Student:

Domagoj Božan

Zagreb, 2017

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc.dr.sc. Darku Ivančeviću i prof. dr.sc Ivici Smojveru na pomoći prilikom izrade diplomskog rada.

Također se želim zahvaliti svojim roditeljima i prijateljima na moralnoj i financijskoj potpori tokom cijelog studija.

Domagoj Božan

**SADRŽAJ**

POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	IX
SUMMARY .....	X
1. UVOD. ....	1
2. NUMERIČKO MODELIRANJE DELAMINACIJA .....	3
2.1. Delaminacija.....	3
2.2. Osnove numeričkog pristupa.....	4
2.3. Kriterij povećanja delaminacije.....	6
2.4. Numerički model analize provedene u dva koraka .....	7
2.5. Numerički model modificirane analize (jednostupanjska VCCT metoda) .....	8
2.6. Matematički izrazi dvodimenzionalne analize .....	8
2.7. Matematički izrazi 3D čvrstih i ljuskastih elemenata .....	9
2.7.1 Matematički izrazi 3D čvrstih elemenata.....	10
3.6.2 Matematički izrazi ljuskastih elemenata .....	11
3.7. Model konačnog elementa za izračun oslobođene energije VCCT-a .....	12
3. KRITERIJI POPUŠTANJA .....	13
3.1. Uvod.....	13
3.2. Tsai-Hill kriterij.....	13
3.3. Tsai-Wu kriterij .....	14
3.4. Hashin-ov kriterij popuštanja .....	14
4. NUMERIČKI MODELI I REZULTATI ANALIZE .....	16
4.1. Odabir modela za analizu .....	16
4.1.1 Model dvostruke grede.....	16
4.1.2 Model savijanja ploče s provrtom .....	18
4.1.3 Kompozitni panel ojačan uzdužnicama.....	20
4.2. Numerička analiza.....	23
4.2.1 Numerički model za analizu delaminacija kompozitnih ploča .....	23
4.2.2 Modeliranje delaminacija VCCT metodom u Abaqus/Standard-u .....	23
4.3. Rezultati analize .....	25
4.3.1 Rezultati modela dvostruke uklještene grede .....	25
4.3.3 Rezultati modela savijanja ploče s provrtom .....	27
4.3.4 Rezultati modela panela ojačanog uzdužnicama.....	35
4.4. Indeksi popuštanja i pojave međuslojnih oštećenja .....	42
5. ZAKLJUČAK .....	45
LITERATURA.....	46

**POPIS SLIKA**

Slika 1. Načini oštećenja kod jednosmjerno orijentiranih kompozita[2] .....	2
Slika 2. Modovi izvijanja u ovisnosti o opterećenju[2] .....	3
Slika 3. Shematski prikaz prije i poslije širenja pukotine[2].....	4
Slika 4. Shematski prikaz načina otvaranja pukotina[2] .....	6
Slika 5. Prikaz numeričkog modela prije i nakon propagacije puktoine[3] .....	7
Slika 6. Prikaz numeričkog modela modificirane analize[3] .....	8
Slika 7. VCCT metoda za element s četiri čvora[3].....	9
Slika 8. Prikaz numeričkog modela 3D čvrstog elementa[3].....	10
Slika 9. Prikaz numeričkog modela ljuskastog elementa[3] .....	11
Slika 10. Tlocrt numeričkog modela ljuskastog elementa[3].....	12
Slika 11. Shematski prikaz modela dvostruke grede[6] .....	16
Slika 12. Numerički model dvostruke grede .....	18
Slika 13. Shematski prikaz modela ploče s provrtom[7].....	18
Slika 14. Numerički prikaz modela ploče s provrtom s detaljom diskretizacije za prvi sloj .....	20
Slika 15. Shematski prikaz modela panela ojačanog uzdužnicama[8].....	20
Slika 16. Model panela ojačanog uzdužnicama s dodanim konačnim elementima .....	22
Slika 17. Inicijalno spojeni čvorovi.....	24
Slika 18. Raspodjela Von Mises [MPa] naprezanja za dvostruku gredu .....	25
Slika 19. Dijagram sila/pomak modela dvostruke grede.....	26
Slika 20. Prikaz pomaka DCB modela .....	26
Slika 21. Usporedba rezultata pomaka numeričkog modela i eksperimentalnog određenog oštećenja[11] .....	27
Slika 22. VonMises [MPa] naprezanje za sloj s postavnim kutom 0° .....	28
Slika 23. VonMises [MPa] naprezanje za sloj s postavnim kutom 90° .....	28
Slika 24. Kriterij popuštanja za sloj s postavnim kutom 0° (prvi sloj) prema Tsai-Hill kriteriju	29
Slika 25. Kriterij popuštanja za sloj s postavnim kutom 90° (drugi sloj) prema Tsai-Hill kriteriju.....	29
Slika 26. Tsai-Wu kriterij za sloj s postavnim kutom 0° .....	30
Slika 27. Tsai-Wu kriterij za sloj s postavnim kutom 90° .....	30
Slika 28. Raspodjela pomaka u području provrta.....	31
Slika 29. Hashin-ov kriterij za vlačno popuštanje matrice za sloj s postavnim kutom 0° .....	31
Slika 30. Hashin-ov kriterij za vlačno popuštanje matrice za sloj s postavnim kutom 90° .....	32
Slika 31. Vlačno popuštanje vlakana za sloj s postavnim kutom 0° .....	32
Slika 32. Raspodjela kriterija popuštanja kroz debljinu elementa .....	33
Slika 33. Efektivna oslobođena energija u vremenu trajanja analize .....	34

Slika 34. Dijagram širenja pukotine za model ploče s provrtom .....	34
Slika 35. Tsai-Hill kriterij za sloj s postavnim kutom $0^\circ$ .....	35
Slika 36. Tsai-Hill kriterij za sloj s postavnim kutom $45^\circ$ .....	35
Slika 37. Tsai-Wu kriterij za sloj s postavnim kutom $0^\circ$ .....	36
Slika 38. Tsai-Wu kriterij za sloj s postavnim kutom $-45^\circ$ .....	37
Slika 39. Dijagram Tsai-Wu i Tsai-Hill kriterija kroz debljinu elementa.....	37
Slika 40. Hashin-ov kriterij za sloj s postavnim kutom $0^\circ$ (tlačno popuštanje matrice) .....	38
Slika 41. Hashin-ov kriterij za sloj s postavnim kutom $-45^\circ$ (tlačno popuštanje matrice).....	38
Slika 42. Hashin-ov kriterij za sloj s postavnim kutom $0^\circ$ (vlačno popuštanje matrice) .....	39
Slika 43. Hashin-ov kriterij za sloj s postavnim kutom $-45^\circ$ (vlačno popuštanje matrice).....	39
Slika 44. Dijagram raspodjele tlačnog popuštanja za matricu prema Hashin-u kroz debljinu elementa.....	40
Slika 45. Kriterij popuštanja prema Hashin-u kroz debljinu pojasa uzdužnice za matricu.....	40
Slika 46. Dijagram širenja pukotine za panel ojačan uzdužnicama .....	41
Slika 47. Efektivna oslobođena energija panela ojačanog uzdužnicama .....	41
Slika 48. Pomak oplate panela ojačanog uzdužnicama .....	42

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Geometrijska svojstva modela dvostruke grede[6] .....	17
Tablica 2. Iznosi žilavosti matrice[6] .....	17
Tablica 3. Generičke granične čvrstoće[4] za model dvostruke grede.....	17
Tablica 4. Mehanička svojstva kompozitne ploče s provrtom[7] .....	19
Tablica 5. Parametri VCCT modela korišteni u analizi ploče s provrtom[7] .....	19
Tablica 6. Čvrstoće kompozitnih slojeva za model kompozitne ploče s provrtom[7] .....	19
Tablica 7. Mehanička svojstva kompozitnog panela[8] .....	21
Tablica 8. Geometrijska svojstva modela panela ojačanog uzdužnicama[8] .....	21
Tablica 9. Parametri VCCT modela korišteni u analizi panela ojačanog uzdužnicama[8].....	22
Tablica 10. Čvrstoće kompozitnih slojeva za model panela ojačanog uzdužnicama.....	22
Tablica 11. Iznos indeksa popuštanja u odnosu na postavni kut slojeva za model savijanja kompozitne ploče s provrtom .....	42
Tablica 12. Iznos indeksa popuštanja u odnosu na postavni kut slojeva za model panela ojačanog uzdužnicama .....	43



## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$A$	$\text{mm}^2$	Virtualna površina inicijalne pukotine
$a$	mm	Duljina pukotine
$B$	mm	Širina uzorka modela dvostruko uklještene grede
$b_1$	mm	Udaljenost između lijevog kraja pukotine do sredine inicijalne pukotine
$b_2$	mm	Udaljenost između desnog kraja pukotine do sredine inicijalne pukotine
$D_x$	mm	Položaj delaminacije uzduž duljine panela
$D_y$	mm	Položaj delaminacije uzduž širine panela
$E$	MPa	Modul elastičnosti za izotropan materijal
$E_i$	MPa	Modul elastičnosti u smjeru materijalne osi $i=1,2,3$ za ortotropan materijal
$F_t$	mm	Debljina pojasa uzdužnice
$F_i$	1/MPa	Parametri čvrstoće korišteni u Tsai-Wu kriteriju
$F_{ij}$	1/Mpa <sup>2</sup>	Parametri čvrstoće korišteni u Tsai-Wu kriteriju
$G$	N/mm	Oslobođena energija tokom širenja pukotine
$G_{ij}$	MPa	Modul smicanja u koordinatnom sustavu $(x_i, y_i)$
$G_c$	N/mm	Pukotinska žilavost materijala
$G_T$	N/mm	Ukupna oslobođena energija tokom širenja pukotine
$G_I$	N/mm	Ukupna oslobođena energija za prvi način otvaranja pukotine
$G_{II}$	N/mm	Ukupna oslobođena energija za drugi način otvaranja pukotine
$G_{III}$	N/mm	Ukupna oslobođena energija za treći način otvaranja pukotine
$G_{IC}$	N/mm	Pukotinska žilavost za prvi način otvaranja pukotine
$G_{IIC}$	N/mm	Pukotinska žilavost za drugi način otvaranja pukotine
$G_{IIIC}$	N/mm	Pukotinska žilavost za treći način otvaranja pukotine
$h$	mm	Debljina jednog sloja modela dvostruke grede
$2L_p$	mm	Duljina uzorka modela dvostruko uklještene grede

$L_{db}$	mm	Duljina delaminacije ojačanog panela
$L_x$	mm	Širina panela
$L_y$	mm	Duljina panela
$P_t$	mm	Debljina oplata ojačanog panela
$S$	MPa	Smična čvrstoća kompozitnog sloja
$S_d$	mm	Udaljenost između uzdužnica ojačanog panela
$S_b$	mm	Širina pojasa uzdužnice ojačanog panela
$S_{ij}$	MPa	Smično naprezanje u koordinatnom sustavu $(x_i, y_i)$
$u$	mm	Zadani pomak
$u_y$	mm	Zadani pomak kod ojačanog panela
$u_l$	mm	Pomak čvora $l$ u smjeru širenja pukotine na gornjoj površini delaminacije
$u_l^*$	mm	Pomak čvora $l$ u smjeru širenja pukotine na donjoj površini delaminacije
$u_{LI}$	mm	Pomak čvora $l$ u smjeru širenja pukotine na gornjoj površini delaminacije 3D elementa
$u_{LI}^*$	mm	Pomak čvora $l$ u smjeru širenja pukotine na donjoj površini delaminacije 3D elementa
$W$	J	Rad potreban za zatvaranje pukotine
$W_h$	mm	Visina uzdužnice panela ojačanog uzdužnicama
$W_t$	mm	Debljina uzdužnice ojačanog panela
$w_l$	mm	Pomak čvora $l$ okomito na smjer širenja pukotine na gornjoj površini delaminacije
$w_l^*$	mm	Pomak čvora $l$ okomito na smjer širenja pukotine na donjoj površini delaminacije
$w_{LI}$	mm	Pomak čvora $l$ okomito na smjer širenja pukotine na gornjoj površini delaminacije za 3D element
$w_{LI}^*$	mm	Pomak čvora $l$ okomito na smjer širenja pukotine na donjoj površini delaminacije za 3D element
$X_i$	N	Sila u smjeru normale na čvoru $i$

$X_t$	MPa	Vlačna čvrstoća kompozitnog sloja u pravcu vlakna
$X_c$	MPa	Tlačna čvrstoća kompozitnog sloja u pravcu vlakna
$X_{Il}$	N	Sila u smjeru normale na čvoru $l$
$X_{Li}$	N	Sila u smjeru normale na čvoru $i$ za 3D element
$Y_t$	MPa	Vlačna čvrstoća kompozitnog sloja u smjeru okomitom na pravac vlakana
$Y_c$	MPa	Tlačna čvrstoća kompozitnog sloja u smjeru okomitom na pravac vlakana
$Z_i$	N	Smična sila na čvoru $i$
$Z_{Li}$	N	Smična sila na čvoru $i$ za 3D element
$Z_{Il}$	N	Smična sila na čvoru $l$
$\alpha$	-	Parametar zakona snage
$\beta$	-	Parametar zakona snage
$\chi$	-	Parametar zakona snage
$\eta$	-	Parametar B&K kriterija
$\Delta a$	mm	Infinitezimalna duljina pukotine
$\Delta A$	mm <sup>2</sup>	Virutalno zatvorena površina pukotine
$\Delta u_l$	mm	Razlika čvornih pomaka u smjeru osi $X$
$\Delta w_l$	mm	Razlika čvornih pomaka u smjeru osi $Z$
$\sigma_{yy}^{(a)}$	MPa	Normalno naprezanje u smjeru osi $Y$ prije propagacije pukotine
$\sigma_{yx}^{(a)}$	MPa	Smično naprezanje u ravnini $X$ - $Y$ prije propagacije pukotine
$\sigma_{yz}^{(a)}$	MPa	Smično naprezanje u ravnini $Y$ - $Z$ prije propagacije pukotine
$\delta u_x^{(b)}$	mm	Infinitezimalni pomak u smjeru osi $X$ nakon širenja pukotine
$\delta u_y^{(b)}$	mm	Infinitezimalni pomak u smjeru osi $Y$ nakon širenja pukotine
$\delta u_z^{(b)}$	mm	Infinitezimalni pomak u smjeru osi $Z$ nakon širenja pukotine

$\sigma_i$	MPa	Normalno naprezanje u smjeru glavnih materijalnih osi
$\tau_{ij}$	MPa	Smično naprezanje u koordinatnom sustavu $(x_i, y_i)$
$\nu$	-	Poissonov koeficijent izotropnog materijala

## **SAŽETAK**

Tema ovog diplomskog rada je numerička analiza oštećenja višeslojnih kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija. Numerička analiza je provedena u programu Abaqus/Standard korištenjem VCCT metode. U uvodnom i drugom poglavlju je dan pregled o vrstama delaminacija i načinima propagiranja delaminacije. U trećem poglavlju je opisan numerički model VCCT metode, kako bi se razumjela matematička pozadina analiza provedenih u ovom radu. Nakon toga su opisani matematički modeli kriterija popuštanja koji su korišteni za određivanje popuštanja u slojevima višeslojnih kompozitnih konstrukcija. Tri različita modela koji predstavljaju karakteristične kompozitne zrakoplovne konstrukcije, su analizirana primjenom VCCT metode i opisana su njihova geometrijska i mehanička svojstva. Rezultati za različite postavne kutove slojeva i kriteriji popuštanja svakog pojedinog modela su opisani u petom poglavlju. Nakon toga je opisan utjecaj postavnog kuta sloja na način popuštanja. Rezultati su dani dijagramom kriterija popuštanja kroz debljinu elementa kao i prikazima indeksa popuštanja na modelima.

Ključne riječi: delaminacija, višeslojne kompozitne konstrukcije, kriterij popuštanja, numeričko modeliranje oštećenja.

**SUMMARY**

The subject of this master thesis is numerical analysis of damage in laminated aeronautical composite structures. The numerical analysis are performed in program Abaqus/Standard using the VCCT method. The thesis provides an introduction about delamination types and delamination growth modes. In third chapter, the numerical model of the VCCT method is described in order to provide the mathematical background of the analyses performed in this thesis to improve clarity of the text. In the following chapter, the mathematical models of the failure criteria are described which are used for the prediction of failure initiation in the plies of the laminated composite structures. Three different models, which represent typical aeronautical composite structures, are analyzed using the VCCT method. Additionally their geometrical and mechanical properties are also provided. Results of the numerical analyses for different ply orientations and failure criteria for all models are described in the fifth chapter. After that the influence of ply orientation on the failure mode is described. Results are provided in the form of diagrams which show, the through-thickness distribution of failure criteria and in the form of failure criteria distribution in the numerical models.

**Keywords:** delamination, laminated composite structures, failure criterion, numerical modelling of damage.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
 Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
 Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija zrakoplovstva



Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Domagoj Božan** Mat. br.: 0035184908

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numerička analiza oštećenja višeslojnih kompozitnih zrakoplovnih konstrukcija**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical Analysis of Damage in Laminated Aeronautical Composite Structures**

Opis zadatka:

Izvršiti numeričku analizu modeliranja oštećenja u višeslojnim kompozitnim konstrukcijama. Mehanička svojstva te debljine i postavne kutove kompozitnih slojeva je potrebno odabrati na temelju kompozitnih konstrukcija koje se koriste u zrakoplovstvu. U numeričkom modelu potrebno je koristiti metode za modeliranje oštećenja koje su ugrađene u računalni program za analizu metodom konačnih elemenata kao što su Virtual Crack Closure Technique (VCCT) ili modeliranje kohezivnim elementima.

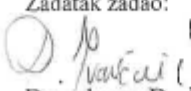
Numerički model potrebno je validirati korištenjem eksperimentalnih rezultata iz dostupne literature. U sljedećoj fazi rada potrebno je varirati postavne kutove višeslojnih kompozitnih ploča kako bi se odredio utjecaj rasporeda slojeva na pojavu oštećenja među slojevima. Rezultate dobivene numeričkom simulacijom potrebno je usporediti s kriterijima popuštanja koja predviđaju inicijaciju pojave oštećenja u matrici te na temelju toga donijeti zaključke o vezi pukotina u matrici i pojave međuslojnih oštećenja. Temeljem iskustva u radu potrebno je procijeniti mogućnosti korištene numeričke metodologije za analizu realnih zrakoplovnih konstrukcija.

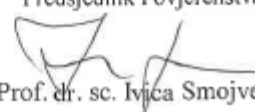
U radu koristiti programe za računalno modeliranje, a numeričku analizu izvršiti korištenjem programa Abaqus/Standard ili Abaqus/Explicit. U radu navesti korištenu literaturu te eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
9. ožujka 2017.

Rok predaje rada:  
11. svibnja 2017.

Predviđeni datumi obrane:  
17., 18. i 19. svibnja 2017.

Zadatak zadao:  
  
 Doc. dr. sc. Darko Ivančević

Predsjednik Povjerenstva:  
  
 Prof. dr. sc. Ivica Smojver

## 1. UVOD

U počecima upotrebe kompozitnih materijala u zrakoplovnim konstrukcijama 70-tih godina 20. stoljeća teško je bilo zamislivo da će primjena kompozitnih materijala imati široku primjenu u zrakoplovnoj industriji. Unatoč brojnim prednostima kompozitnih materijala u odnosu na legure aluminija, tek se u najnovijim avionskim konstrukcijama kompozitni materijali koriste za izradu glavnih nosivih elemenata konstrukcije. Primjeri najnovijih zrakoplovnih kompozitnih konstrukcija su Airbus A-350 i Boeing 787, koji imaju preko 50% masenog udjela kompozitnih materijala u ukupnoj masi konstrukcije zrakoplova [1]. Pojam „*Plastics*“, koji se često može naći u literaturi, ne opisuje ispravno mikrostrukturu kompozitnog materijala koja određuje i njegova mehanička svojstva. Naziv „vlaknima ojačani polimeri“ (engl. *Fibre Reinforced Plastics* – *FRP*) opisuje heterogenu mikrostrukturu kompozitnog materijala koja određuje i njegova mehanička svojstva. Kompozitnim materijalima vlakna daju visoka mehanička svojstva, a matrica prenosi opterećenje na vlakna te ih povezuje u jednu cijelinu. Posljedica takve mikrostrukture su vrlo visoka mehanička svojstva kompozitnih materijala u smjeru vlakana, te niska mehanička svojstva u smjeru okomitom na smjer vlakana. Kompozitne konstrukcije su izrađene u obliku višeslojnih konstrukcija u kojima se slojevi postavljaju pod različitim postavnim kutovima kako bi se postigla željena mehanička svojstva konstrukcije. Međutim, prednosti mehaničkih svojstava kompozitnih materijala u odnosu na aluminijske legure su djelomično umanjene zbog visoke cijene proizvodnje takvih konstrukcija. Dodatno, heterogena mikrostruktura kompozitnih materijala i višeslojnost kompozitnih konstrukcija predstavljaju probleme pri proračunu čvrstoće zrakoplovnih konstrukcija.

Načini oštećenja kompozita[2] se mogu podijeliti u

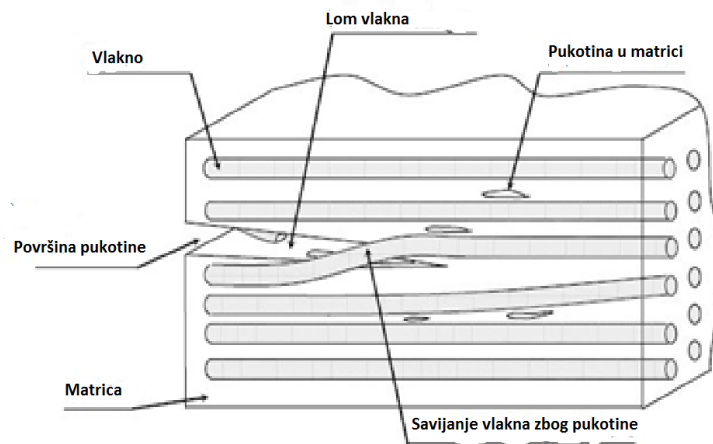
- intralaminarno oštećenje (pukotina se nalazi unutar kompozitnog sloja)
- interlaminarno oštećenje (međuslojno oštećenje, pukotina se nalazi između dva kompozitna sloja)
- poprečna pukotina (pukotina se nalazi okomito na kompozitnu ploču)

Slika 1. je shematski prikaz oštećenja jednousmjernog kompozitnog sloja. Na slici su prikazane pukotine koje nisu vidljive izvana.



Načini popuštanja koji spadaju u intralaminarno oštećenje[2] su

- lom matrice,
- lom vlakna ,
- izvlačenje vlakna,
- odvajanje vlakna od matrice.



Slika 1. Načini oštećenja kod jednosmjerno orijentiranih kompozita[2]

Tema ovog diplomskog rada je numeričko modeliranje delaminacija, koje spadaju u međuslojna oštećenja kompozitnih konstrukcija s ciljem predviđanja utjecaja rasporeda i postavnog kuta slojeva na širenje delaminacija, ali postoje i druge vrste interlaminarnih oštećenja.

Predviđanje ovakvih utjecaja je izrazito bitno, jer delaminacije obično nastanu kao posljedica pukotina u matrici unutar slojeva. Delaminacije su jedan od glavnih problema kod proračuna konstrukcija jer ta oštećenja nisu vidljiva izvan, pa oštećenja mogu propagirati tijekom eksploatacije. Teško vidljiva udarna oštećenja (engl. *barely visible impact damage* – BVID) su oštećenja unutar kompozitnog materijala koja nisu vidljiva golim okom ili tokom vizualnog pregleda kompozitne konstrukcije.

Svi numerički modeli korišteni za analizu delaminacija u ovom radu predstavljaju kompozitne konstrukcije izrađene od ugljičnim vlaknima ojačane epoksidne smole (engl. *CarbonFibreReinforcedPlastics* - CFRP).

Za modeliranje delaminacija korištena je metoda *Virtual Crack Closure Technique* (VCCT) iz programskog paketa Abaqus Standard koji za modeliranje delaminacije zahtijeva zadavanje inicijalne pukotine. Alternativna metoda koju Abaqus nudi je metoda kohezivnih elemenata.

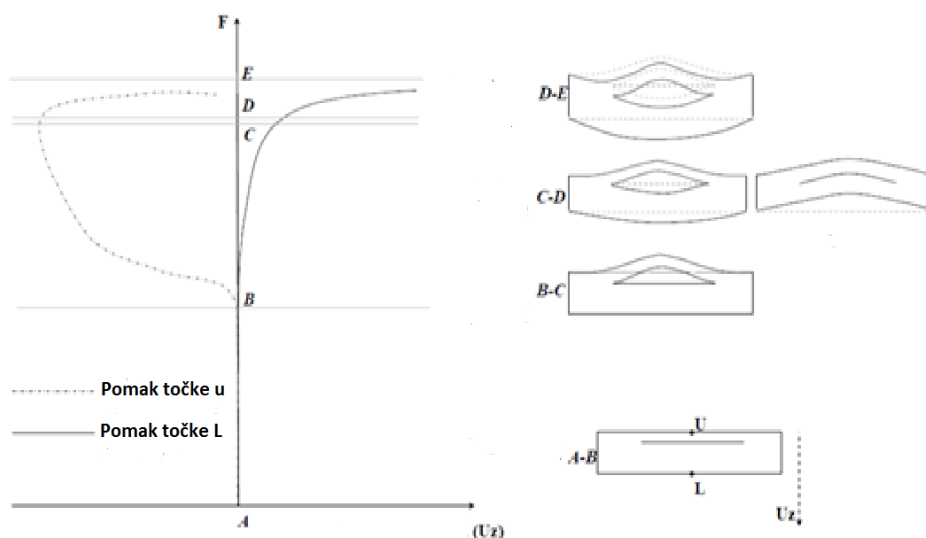
## 2. NUMERIČKO MODELIRANJE DELAMINACIJA

### 2.1. Delaminacija

Delaminacija je vjerojatno najkritičnije i najčešće proučavano oštećenje kompozitnih konstrukcija. Delaminacija se najčešće pojavljuje između spojenih slojeva (laminata) koji imaju različiti postavni kut. Prouzročiti je mogu međuslojna smična i normalna naprezanja koje uzrokuju npr. geometrijska svojstva kao što su slobodni bridovi i zakrivljeni dijelovi konstrukcije[2]. Širenjem delaminacije može doći do kolapsa cijele kompozitne konstrukcije, te također do preuranjenog izvijanja laminata, upijanja vlage u kompozitu, smanjenje krutosti i smanjenu otpornost na zamor materijala[2].

Udar objekta male brzine u kompozitni materijal, uglavnom rezultira kombinacijom načina oštećenja uključujući lom matrice, lom vlakana te delaminacijom u više slojeva. Veličina oštećenja je također određena debljinom sloja i njegovom savojnom krutošću[2].

Eksperimentalnim metodama je dokazano da može doći do različitih načina izvijanja pod različitim opterećenjima, te se oni u eksperimentima kontroliraju pomakom dviju kontrolnih točaka ( U i L na slici 2.)[2]. Kako se opterećenje povećava tanki podlaminat se prvi izvija, te nakon toga dolazi do izvijanja ostatka višeslojne konstrukcije. Pojava izvijanja ovisi o debljini laminata i podlaminata, te može biti negativne zakrivljenosti (Tip 1) ili pozitivne zakrivljenosti (Tip 2) koje predstavlja globalno izvijanje konstrukcije[2].



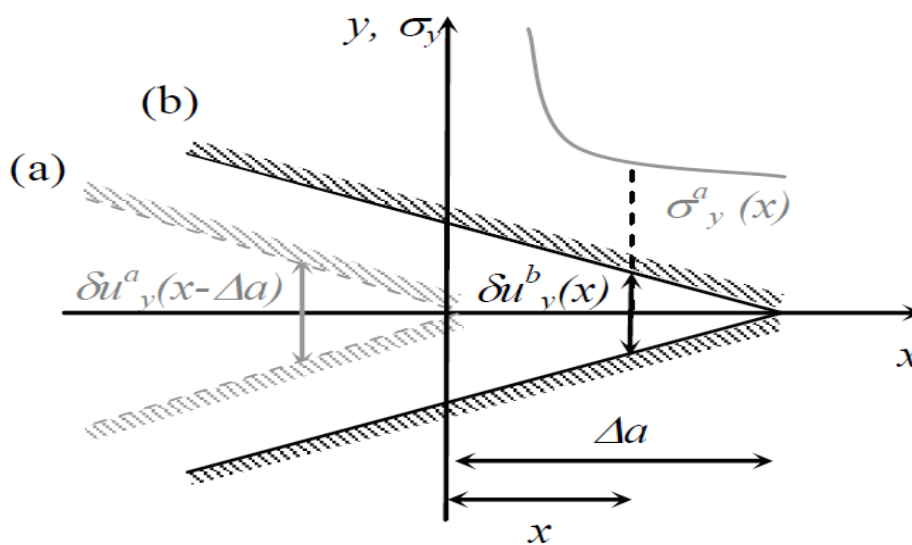
Slika 2. Načini izvijanja u ovisnosti o opterećenju[2]

## 2.2. Osnove numeričkog pristupa

*Virtual Crack Closure Technique* se može koristiti za analizu delaminacija kompozitnih materijala koristeći pristup mehanike loma. VCCT pristup je dostupan u *Abaqus/Standard* i *Abaqus/Explicit*, gdje prvi navedeni služi za statičke analize numeričkog modela, a drugi za analize dinamičkih opterećenja. U metodu je implementirana linearnoelastična mehanika loma (LEFM), uz pretpostavku da se nelinearnosti zanemaruju. Širenje pukotine je moguće kada brzina energije deformiranja po jedinici površine (*engl. Strain Energy Release Rate*) jednaka razini pukotinske žilavosti, koja je karakteristična za svaki pojedini materijal. Brzina energije deformiranja se donedavno računalo ručno, u današnje vrijeme se koriste metode uz pomoć konačnih elemenata primjenom pristupa kao što je VCCT[2].

Pretpostavka VCCT metode je da je pri stvaranju infinitezimalno male pukotine, oslobođena energija deformacije jednaka radu potrebnom za zatvaranje te pukotine. Zbog toga se rad  $W$  potreban za zatvaranje pukotine može opisati koristeći dvije vrste analiza[2].

Prva analiza je potrebna za opis polja naprezanja na vrhu pukotine, za početne dužine  $a$ , dok je druga potrebna za opis pomaka fronte pukotine koja je porasla za  $\Delta a$ , prema slici 3..



Slika 3. Shematski prikaz naprezanja i pomaka prije i poslije širenja pukotine[2]

Jednadžba za rad prema analizi provedenoj u dva koraka (*engl. Two-step analysis*) VCCT-a je:

$$W = \frac{1}{2} \left( \int_0^{\Delta a} \sigma_{yy}^{(a)}(x) \delta u_y^{(b)}(x) dx + \int_0^{\Delta a} \sigma_{yx}^{(a)}(x) \delta u_x^{(b)}(x) dx + \int_0^{\Delta a} \sigma_{yz}^{(a)}(x) \delta u_z^{(b)}(x) dx \right), \quad (1)$$

prema [2]. Veličine u jednadžbi 1 s indeksima (a) i (b) opisuju stanje pukotine prije i nakon širenja pukotine.  $\delta u_y^{(b)}$  predstavlja infinitezimalni pomak u smjeru osi Y nakon širenja pukotine. Izraz za oslobođena energiju se može pojednostavniti primjenom alternativnog pristupa u jednokoračnoj VCCT metodi. Ova metoda se zasniva na pretpostavci da infinitezimalno produljenje pukotine nema značajan utjecaj na frontu širenja pukotine, te se naprezanja i pomaci mogu opisati pomoću iste konfiguracije jednom analizom[2]. Prihvaćanjem ove pretpostavke izraz, za rad glasi

$$W = \frac{1}{2} \left( \int_0^{\Delta a} \sigma_{yy}^{(a)}(x) \delta u_y^{(a)}(x - \Delta a) dx + \int_0^{\Delta a} \sigma_{yx}^{(a)}(x) \delta u_x^{(a)}(x - \Delta a) dx + \int_0^{\Delta a} \sigma_{yz}^{(a)}(x) \delta u_z^{(a)}(x - \Delta a) dx \right). \quad (2)$$

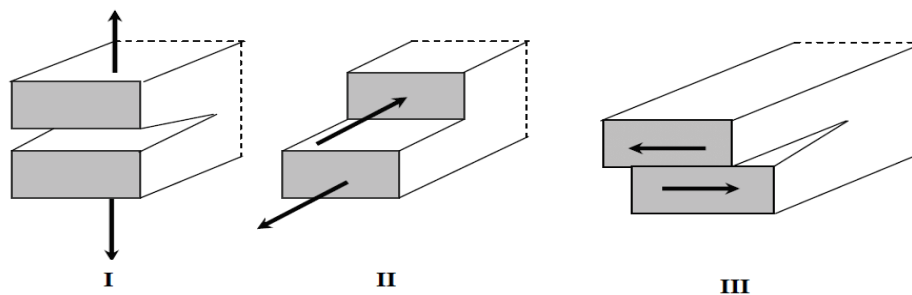
Pomaci i naprezanja su opisana preko opisa iz konfiguracije (a) prema slici 3. Prema prethodno napisanoj definiciji oslobođena energija se može zapisati kao

$$G = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta a}. \quad (3)$$

Kombiniranjem jednažbi 2 i 3 moguće je dobiti izraz za oslobođenu energiju za tri načina otvaranja pukotine:

- GI: mod I tj. otvaranje pukotine (engl. *Crack opening*),
- GII: mod II tj. smik unutar površine (engl. *In-plane shear*),
- GIII: mod III tj. smik van površine (engl. *Out-of-plane shear*).

Načini otvaranja pukotine su prikazani na slici 4.



Slika 4. Shematski prikaz načina otvaranja pukotina[2]

### 2.3. Kriterij povećanja delaminacije

U mehanici loma, oslobođena energija ( $G$ ) je veličina koja, uspoređena sa pukotinskom žilavošću materijala ( $G_c$ ), karakterizira stanje delaminacije (nema povećanja, inicijacija povećanja, stabilni i nestabilni rast delaminacije). Prema tome, oslobođena energija mora biti veća od pukotinske žilavosti materijala za širenje pukotine[2]

$$G > G_c. \quad (4)$$

Tri različita načina otvaranja pukotine se mogu opisati s obzirom na tri ortogonalna načina opterećenja. Za kompozitne konstrukcije je izrazito bitno uzeti u obzir kombiniranje načina otvaranja pukotine za širenje delaminacije[2]. Delaminacija može biti opterećena jednim od načina ili kombinacijom načina opterećenja. Eksperimentalni testovi se koriste za mjerenje kritične lomne žilavosti. Međutim, neki uzorci se moraju opteretiti u kombiniranim načinima otvaranja pukotine. Kriterij rasta delaminacije može se prikazati kao krivulja koja opisuje eksperimentalne podatke. U većini stručne literature u obzir se uzimaju samo prva dva međuslojna načina oštećenja.

Jedan od najčešće korištenih kriterija je *Power Law* (Zakon snage)[2], koji se koristi za široki raspon problema koristeći eksponente  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\chi$

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^\beta + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}}\right)^\chi = 1. \quad (5)$$

Drugi često korišteni kriterij je *Benzeggag & Kenane*, nazivan i *BK* kriterij, koji zahtijeva odabir samo jednog parametra  $\eta$ .

BK kriterij[2] je definiran kao:

$$\frac{G_T}{G_{IC} + \left[ (G_{IIC} - G_{IC}) \frac{G_{II}}{G_T} + (G_{IIIC} - G_{IC}) \frac{G_{III}}{G_T} \right] + \left( \frac{G_{II} + G_{III}}{G_T} \right)^{\eta-1}} = 1. \quad (6)$$

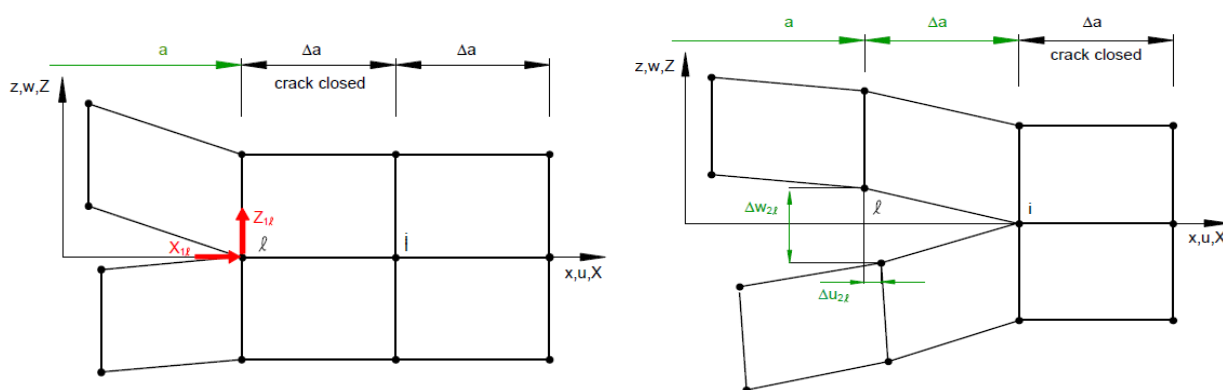
Član  $G_T$  u jednadžbi 6. predstavlja ukupnu oslobođenu energiju za sva tri načina otvaranja pukotine. Očito je da su kriteriji rasta delaminacija matematički izrazi koji imaju mogućnost prikazati različite odzive materijala variranjem veličina koje su vezane za definirane parametre. Zbog toga odabir ovih parametara zahtijeva kombinirano testiranje tokom karakterizacije materijala.

#### 2.4. Numerički model analize provedene u dva koraka

Ova metoda je bazirana na Irwinovom integralu za zatvaranje pukotine[3]. Metoda je bazirana prema prethodno navedenom zakonu za potreban rad za zatvaranje pukotine koji za pojednostavljeni model pukotine dimenzioniran dvodimenzionalnim elementom s četiri čvora prema[3] glasi:

$$\Delta W = \frac{1}{2} [X_{1l} \Delta u_{2l} + Z_{1l} \Delta w_{2l}], \quad (7)$$

gdje su  $X_{1l}$  i  $Z_{1l}$  smične i sile za širenje pukotine na čvoru  $l$ , dok su  $\Delta u_{2l}$  i  $\Delta w_{2l}$  razlike u čvornim pomacima u smjeru osi  $X$  za pomak  $\Delta u_{2l}$  i u smjeru osi  $Z$  za pomak  $\Delta w_{2l}$ .



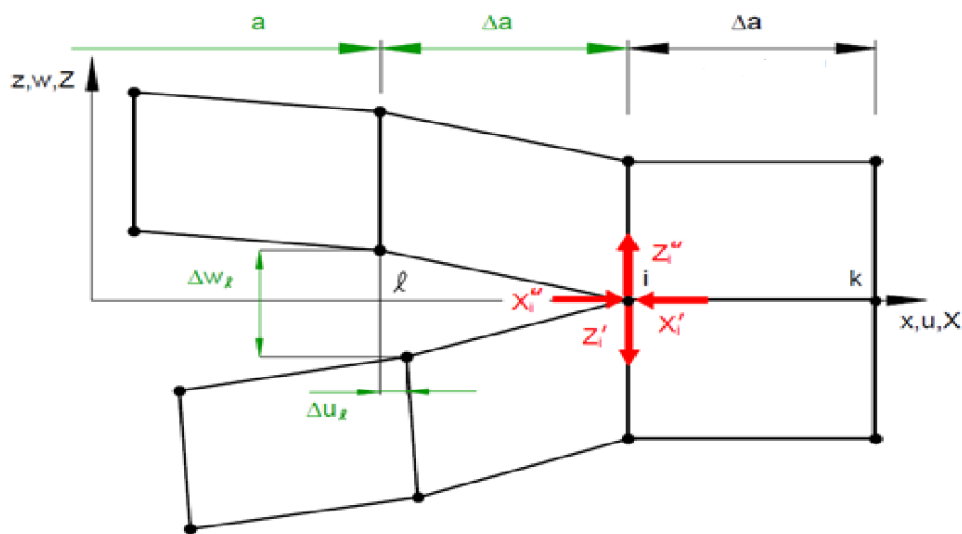
Slika 5. Prikaz numeričkog modela prije i nakon propagiranja pukotine[3]

Na slici 5. (lijevo) se vidi izgled konačnih elemenata prije širenja pukotine, koja se u tom trenutku još nije proširila iz čvora  $l$ , u kojem djeluje sila u smjeru normale  $X_{1l}$  i smična sila  $Z_{1l}$ . Nakon što je svladana pukotinska žilavost u čvoru  $l$  pukotina se dalje širi prema čvoru  $i$ . Pomak u smjeru osi  $Z$  je zbog širenja pukotine povećan za  $\Delta w_{2l}$ , a u smjeru osi  $X$  za  $\Delta u_{2l}$ , te je tako došlo do širenja pukotine.

## 2.5. Numerički model modificirane analize (jednostupanjska VCCT metoda)

Ova metoda je bazirana na istim pretpostavkama kao gore navedenim za analizu provedenu u dva koraka, osim što se zanemaruje infinitezimalni utjecaj širenja pukotine  $\Delta a$  u jednadžbi 2. Stoga su pomaci iznad pukotine na čvoru  $i$  na slici 6, kod kojeg još nije došlo do otvaranja pukotine jednaki. Za pojednostavljeni primjer prikazan na slici 6. rad potreban za širenje delaminacije je definiran izrazom[3]

$$\Delta W = \frac{1}{2} [X_i \Delta u_i + Z_i \Delta w_i]. \quad (8)$$



Slika 6. Prikaz numeričkog modela modificirane analize[3].

## 2.6. Matematički izrazi dvodimenzionalne analize

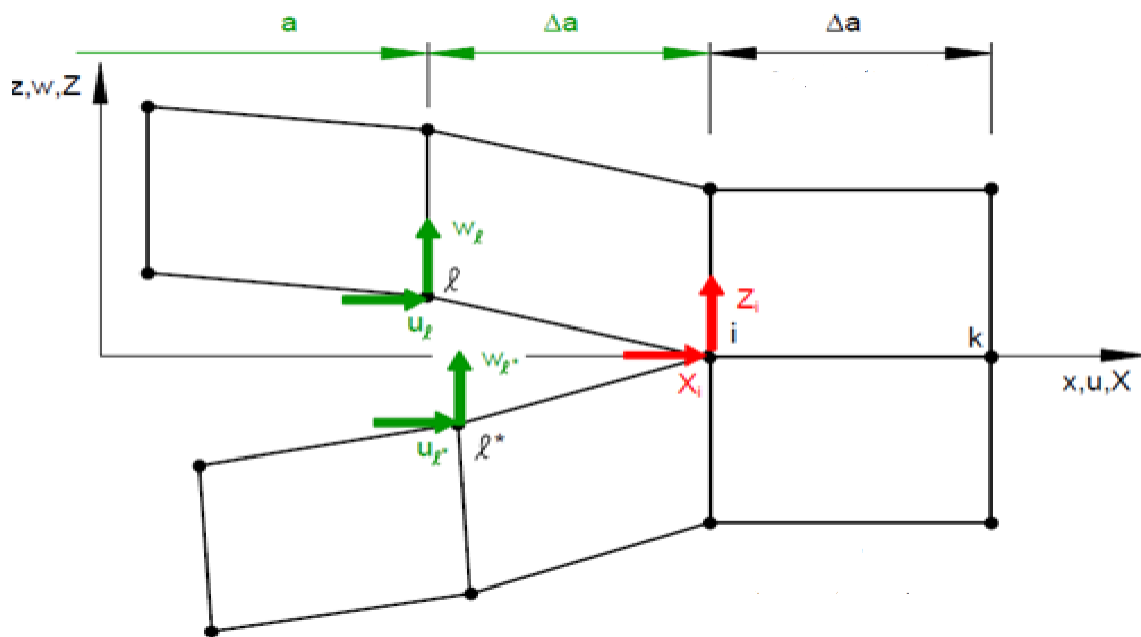
Radi jednostavnosti, matematička analiza dvodimenzionalne analize izvedena je za slučaj dvodimenzionalnih konačnih elemenata. Kod dvodimenzionalnih konačnih elemenata je dužina pukotine  $a$  prikazana kao jednodimenzionalni diskontinuitet linijom čvorova, što je prikazano na slici 7.[3]. Čvorovi na gornjoj i donjoj površini diskontinuiteta imaju jednake koordinate, ali nisu povezani. Iz tog razloga moguć je pomak čvorova na gornjoj plohi pukotine neovisno o donjoj plohi čime se dozvoljava širenje pukotine. Parovi čvorova na spojenim površinama mogu biti povezani ograničenjima u više točaka(engl.*Multi-Point Constraints*) ili kinematskim vezama između stupnjeva slobode gibanja tih čvorova[3]. Parovi čvorova u odljepljenom području nisu spojeni, ali elementi spoja tj. kontakta su uvedeni kako bi se izbjegla moguća preklapanja. Zbog

navedenih razloga, za evaluaciju oslobođene energije mogu se koristiti sile i pomaci u čvorovima.

Za pojednostavljeni model, matematički izrazi za oslobođenu energiju prvog i drugog načina otvaranja pukotine su [3]:

$$G_I = \frac{1}{2\Delta a} Z_i(w_l - w_{l*}), \quad (9)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta a} X_i(u_l - u_{l*}). \quad (10)$$



Slika 7. VCCT metoda za element s četiri čvora

Ukupna oslobođene energije glasi

$$G_T = G_I + G_{II} + G_{III}, \quad (11)$$

gdje je kod dvodimenzionalnog modela  $G_{III} = 0$ .

## 2.7. Matematički izrazi 3D čvrstih i ljuskastih elemenata

Kod numeričkih modela diskretiziranih 3D čvrstim (engl. *solid*) ili ljuskastim konačnim elementima, delaminacija dužine  $a$  je prikazana kao dvodimenzionalni diskontinuitet dvaju površina [3]. Dodatna dimenzijska veličina omogućuje izračun raspodjele oslobođene energije u sva tri smjera koordinatnih osi. Čvorovi na gornjoj i donjoj površini imaju jednake koordinate, ali nisu povezani. Fronta delaminacije je prikazana s jednim ili dva reda čvorova jednakih koordinata.



### 2.7.1 Matematički izrazi 3D čvrstih elemenata

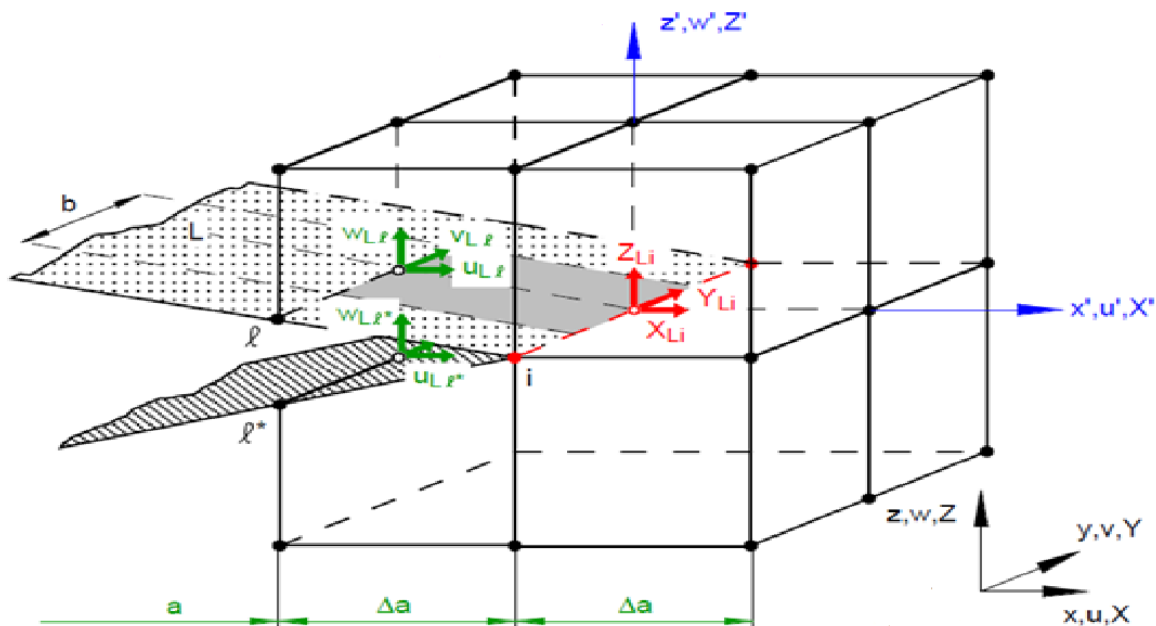
Oslobodene energije po načinima otvaranja pukotine u slučaju trodimenzionalnih elemenata definirane su kao[3]

$$G_I = \frac{1}{2\Delta A} Z_{Li}(w_{Ll} - w_{Ll*}), \quad (12)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta A} X_{Li}(u_{Ll} - u_{Ll*}), \quad (13)$$

$$G_{III} = \frac{1}{2\Delta A} Y_{Li}(v_{Ll} - v_{Ll*}), \quad (14)$$

gdje je  $\Delta A = \Delta a x b$  kao što je prikazano na slici 8. Površina  $\Delta A$  je virtualno zatvorena,  $\Delta a$  je dužina elementa na fronti delaminacije, dok je  $b$  širina elementa. Sila  $X_{Li}$  predstavlja silu na delaminacijskoj fronti na liniji  $L$ , redu (linija okomita na  $L$ )  $i$ . Odgovarajući pomak iza delaminacije na gornjoj površini označen je s  $u_i$ .



Slika 8. Prikaz numeričkog modela 3D čvrstog elementa[3]

### 3.6.2 Matematički izrazi ljuskastih elemenata

Oslobođene energije po načinima otvaranja pukotine kod ljuskastih elemenata su definirane izrazima[3]

$$G_I = \frac{1}{2\Delta A} Z_{Li}(w_{Li} - w_{Li*}), \quad (15)$$

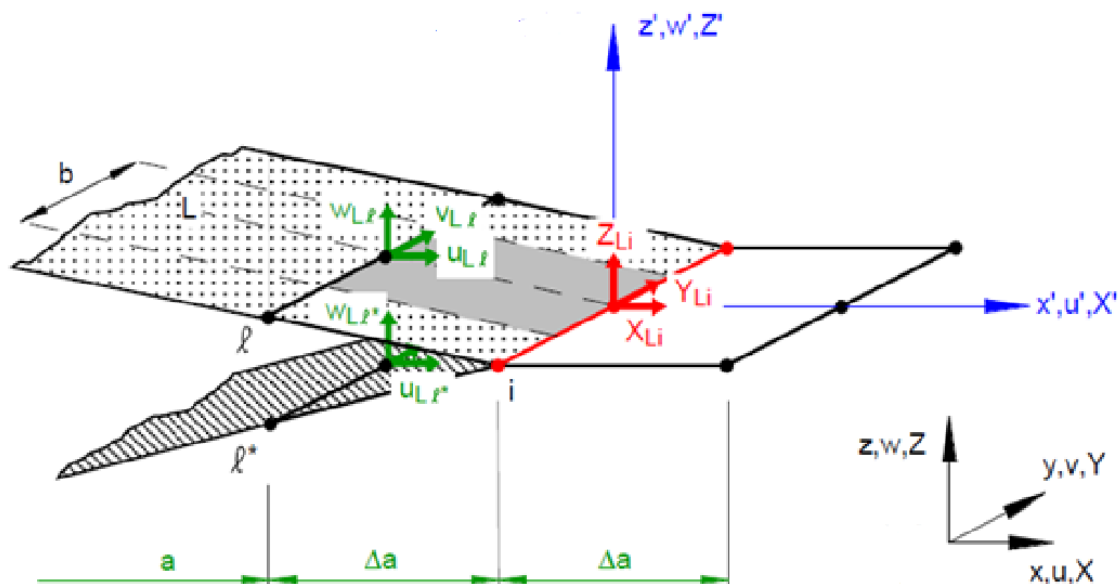
$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta A} X_{Li}(u_{Li} - u_{Li*}), \quad (16)$$

$$G_{III} = \frac{1}{2\Delta A} Y_{Li}(v_{Li} - v_{Li*}). \quad (17)$$

Razlika u odnosu na 3D solid elemente je u zatvorenoj površini koja glasi

$$\Delta A = \frac{\Delta a(b_1 + b_2)}{2}, \quad (18)$$

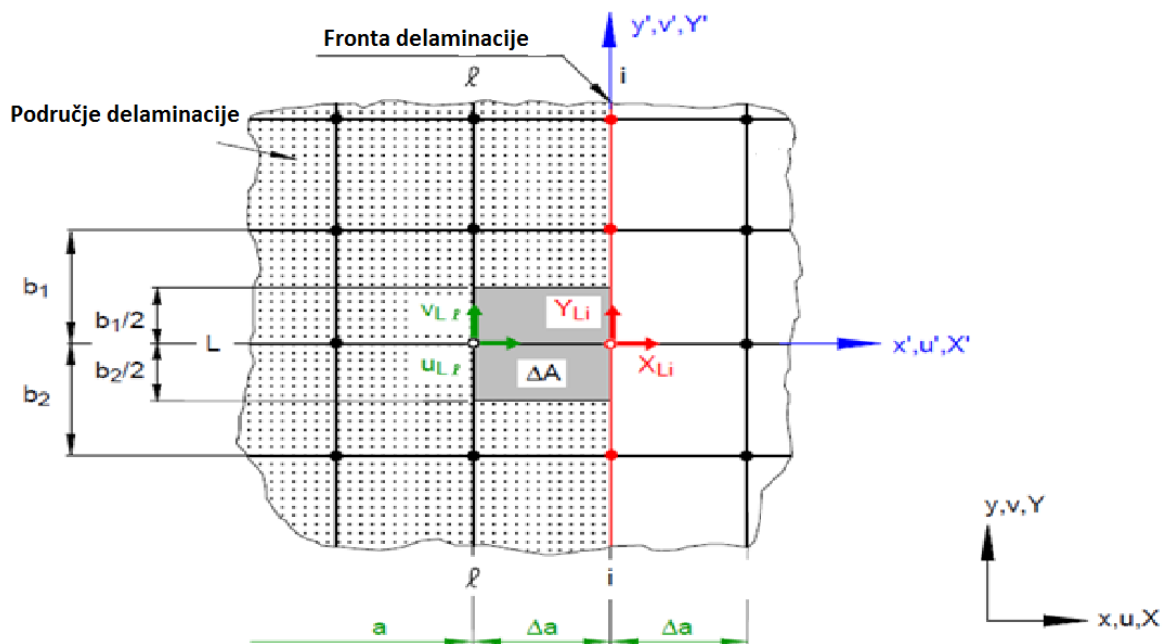
gdje  $b_1$  udaljenost čvora  $l$  od susjednog čvora u smjeru osi  $Y$ , a  $b_2$  udaljenost čvora  $l$  od susjednog čvora u negativnom smjeru osi  $Y$ .



Slika 9. Prikaz numeričkog modela ljuskastog elementa[3]

Izračunata oslobođena energija kod kombiniranog načina otvaranja pukotine ovisi o varijablama kao što su: redosljed elemenata, kinematička ograničenja u blizini fronte delaminacije te kontinuiranosti svojstava materijala. Usporedbom rezultata dobivenih 3D i ljuskastim konačnim

elementima vidljive su razlike u blizini slobodnih bridova konstrukcije gdje je stanje naprezanja trodimenzionalno[3]. Slika 10. prikazuje tlocrt elementa iz slike 9. sa pripadajućim geometrijskim varijablama iz jednadžbe 18.



Slika 10. Tlocrt numeričkog modela ljuskastog elementa[3]

### 3.7. Model konačnog elementa za izračun oslobođene energije VCCT-a

Analitički izračuni naprezanja i pomaka na vrhu pukotine mogući su samo na pojednostavljenim slučajevima, dok se numerička rješenja mogu jednostavno dobiti Metodom konačnih elemenata i za kompleksnu geometriju. VCCT metoda se najčešće koristi za izračun omjera oslobođene energije u metodi konačnih elemenata.

Kada se radi o trodimenzionalnim problemima, koristi se VCCT metoda s analizom u jednom koraku umjesto one s dvije, u cilju skraćivanja vremena izračuna analize[3]. Alternativni pristup VCCT-u za modeliranje delaminacija je upotreba kohezivnih elemenata. U odnosu na VCCT metodu, kod ovog pristupa ne treba zadati inicijalnu pukotinu, za simulaciju delaminacije[3]. Međutim, ta metoda ima problema s konstitutivnim modelima kohezivnih elemenata kod međulaminarnog oštećenja, te je stoga VCCT i dalje najčešće korištena kod izračuna delaminacije kompozitnih konstrukcija, većinom zbog svoje jednostavnosti pozadinske teorije.

### 3. KRITERIJI POPUŠTANJA

#### 3.1. Uvod

Za predviđanje popuštanja kompozitnih materijala postoji više kriterija. U ovom radu se koristi više kriterija popuštanja kako bi mogli usporediti predviđena oštećenja pojedinih kriterija s rezultatima VCCT-a. Međutim još uvijek ne postoji kriterij koji točno predviđa popuštanje kompozitnih materijala za sve uvjete opterećenja i sve vrste kompozita. Većina kriterija matematički model temelji na dostupnim eksperimentalnim rezultatima oštećivanja kompozitnih materijala.

Popuštanje se kod kompozitnih konstrukcija može dogoditi na više načina, među koje se najčešće razmatraju:

- lom matrice,
- pucanje vlakana,
- delaminacija, pri čemu dolazi do odvajanja slojeva.

Teorije popuštanja su podijeljene u tri grupe:

- neinteraktivne (*engl. limit ili noninteractive theories*): teorija maksimalnog naprezanja, teorija maksimalne deformacije
- interaktivne (*engl. interactive theories*): Tsai-Hill, Tsai-Wu
- parcijalno interaktivne ili teorije na osnovi mehanizma popuštanja (*engl. partially interactive ili failure mode based theories*): Hashin

Kriteriji popuštanja se uvijek postavljaju za jedan sloj, naprezanja su definirana u glavnom materijalnom sustavu, te je nužno poznavati 5 parametara čvrstoće[4]:

- $X_t$  = vlačna čvrstoća u pravcu vlakna,
- $X_c$  = tlačna čvrstoća u pravcu vlakna,
- $Y_t$  = vlačna čvrstoća okomito na pravac vlakana,
- $Y_c$  = tlačna čvrstoća okomito na pravac vlakana,
- $S$  = smična čvrstoća.

#### 3.2. Tsai-Hill kriterij

Ovaj kriterij koristi se u slučaju troosnog stanja naprezanja i spada u skupinu energetskih kriterija popuštanja. Tsai-Hill kriterij je generalizacija von Mises-ovog kriterija popuštanja.

Za dvoosno stanje naprezanja, Tsai-Hill kriterij glasi[4]

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} < 1, \quad (19)$$

gdje su  $X$  i  $Y$  čvrstoće kopozitnih slojeva koje, ovisno o predznaku odgovarajućeg naprezanja, mogu biti tlačna ili vlačna čvrstoća, a  $S$  je smična čvrstoća sloja.

### 3.3. Tsai-Wu kriterij

Tsai-Wu kriterij je jedan od najčešće korištenih kriterija popuštanja koji se još naziva kvadratični kriterij popuštanja, zbog kvadratne teorije popuštanja koja predstavlja pokušaj pronalazjenja veze između teorije i eksperimentalnih podataka.

Tenzorski zapis kriterija jest[4]

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad i, j = 1, 6. \quad (20)$$

U tom slučaju zapis ima 42 člana. Za ravninsko stanje naprezanja zapis glasi[4] (21)

$$F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_{11} \sigma_1^2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \sigma_6^2 - \sqrt{F_{11} F_{22}} \sigma_1 \sigma_2 = 1.$$

Parametri  $F_i$  te  $F_{ij}$  dobivaju se razmatranjem jednoosnih stanja naprezanja, a uključuju čvrstoće kompozitnih slojeva.

Karakteristike Tsai-Wu kriterija su

- 1.) nema indikacija o mehanizmu popuštanja,
- 2.) jednostavna primjena i korištenje, jer je zadan jednim izrazom,
- 3.) kriterij daje uvijek dva rješenja – pozitivno i negativno, zbog kvadratnih komponenti naprezanja.

### 3.4. Hashin-ov kriterij popuštanja

Hashin-ov kriterij je parcijalno interaktivni kriterij popuštanja gdje je više od jedne komponente naprezanja korišteno za opis različitih načina popuštanja. Ovaj kriterij je namijenjen za jednousmjerene (engl. *unidirectional*) kompozitne slojeve. Glavna prednost ovog kriterija u odnosu na Tsai-Hill i Tsai-Wu kriterij je što je moguće predvidjeti način popuštanja. Hashinov kriterij dostupan u Abaqus/Standard i Abaqus/Explicit-u za materijalne modele u ravninskom stanju naprezanja. Predviđanje popuštanja temelji se na načinima popuštanja vezanih uz popuštanje vlakna i matrice, te uključuju četiri načina popuštanja. Ovaj kriterij je proširen i na 3D probleme[10] gdje je kriterij maksimalnog naprezanja korišten za u slučajevima u kojima se ne može zanemariti komponenta naprezanja okomita na kompozitni sloj.

Načini popuštanja uključeni u Hashin-ov kriterij su[5]:

1.) Popuštanje vlakna uslijed vlačnog naprezanja

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} < 1, \quad (22)$$

2.) Popuštanje vlakna uslijed tlačnog naprezanja

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_C}\right)^2 < 1, \quad (23)$$

3.) Popuštanje matrice uslijed vlačnog naprezanja za  $\sigma_{22} > 0$

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2 + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} < 1, \quad (24)$$

4.) Popuštanje matrice uslijed tlačnog naprezanja za  $\sigma_{22} < 0$

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{2S}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y^c}{2S}\right) - 1\right] \frac{\sigma_{22}}{Y^c} + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 < 1. \quad (25)$$

## 4. NUMERIČKI MODELI I REZULTATI ANALIZE

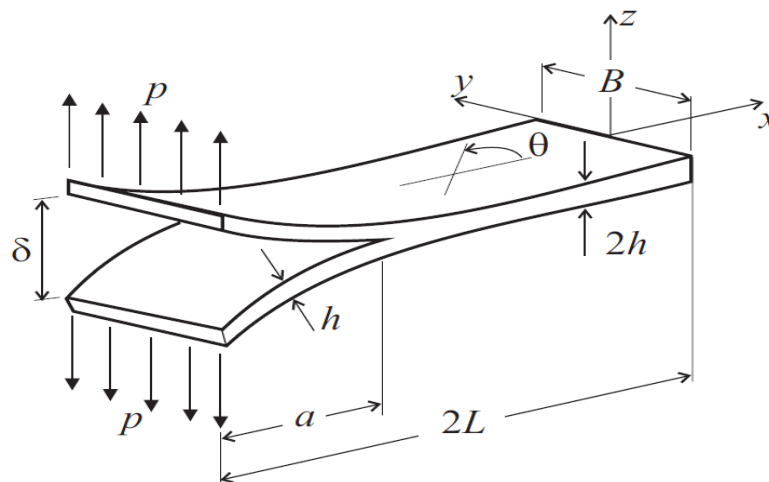
### 4.1. Odabir modela za analizu

Za numeričku analizu delaminacija višeslojnih kompozitnih ploča odabrani su problemi koji su ispitani u literaturi[6,7,8] s ciljem validacije metodologije primjenjene u ovom radu. U nekim slučajevima su se numerički modeli morali pojednostaviti zbog nemogućnosti konvergencije nelinearne analize. Odabrana su tri testa:

- DCB model: model dvostruke grede prema[6],
- model savijanja ploče s provrtom prema [7],
- uzdužnicama ojačan panel prema [8].

#### 4.1.1 Model dvostruke grede

Model dvostruke grede izabran je kako bi se provjerio prvi način otvaranja pukotine, te je kao prvi i najlakši za obradu i analizu zbog jednostavnosti geometrije i rubnih uvjeta. Kako bi se validirala VCCT metoda za taj model, prvotno je modelirana ploča kao izotropan materijal, kako je napravljeno u literaturi[6]. Model je na jednom kraju uklješten, dok je na drugom opterećen parom sila, suprotno orijentiranih, a istog iznosa.



Slika 11. Shematski prikaz modela dvostruke grede[6]

Model dvostruke grede, prikazan na slici 11. posjeduje geometrijske karakteristike koje su prikazane u tablici 1.

Tablica 1. Geometrijska svojstva modela dvostruke grede[6]

Duljina uzorka = $2L_p$ [mm]	Širina uzorka = $B$ [mm]	Duljina inicijalne pukotine = $a$ [mm]	Debljina jednog sloja = $h$ [mm]	Debljina uzorka = $2h$ [mm]
228.6	25.4	37.34	5.075	10.15

Sile su zbog jednostavnosti modelirane kao rubni uvjeti pomaka čvorova na rubu ploča, kao što je to učinjeno u [6]:

$$u = 4.064 \text{ mm.}$$

Model je diskretiziran s 3D ljuskastim elementima u Abaqus/Standard-u (SC8R). Mreža konačnih elemenata je identična jednoj i drugoj polovini grede. Numerički model prikazan je na slici 14.. Ukupan broj SC8R elemenata iznosi 2000, a korištena je diskretizacija ploče s jednim elementom po debljini. Inicijalna pukotina je modeliranja između dvije izotropne grede, gdje od vrha greda pa do polovice ukupne duljine grede ostavljeno područje bez inicijalno zadanih čvorova koji određuju područje inicijalne pukotine.

Propagacije pukotine je simulirana koristeći BK kriterija širenja pukotine, gdje parametar  $\eta$  jednak 1. Zadana žilavost loma po načinima otvaranja pukotine iznosi za sloj između dva laminata (matrica) definirana je u tablici 2 prema [6]:

Tablica 2. Iznosi žilavosti matrice[6]

$G_{IC}$ [N/mm]	$G_{IIC}$ [N/mm]	$G_{IIIc}$ [N/mm]
1.2	6	6

Mehanička svojstva materijala od kojeg su izrađeni slojevi iznose[6]:

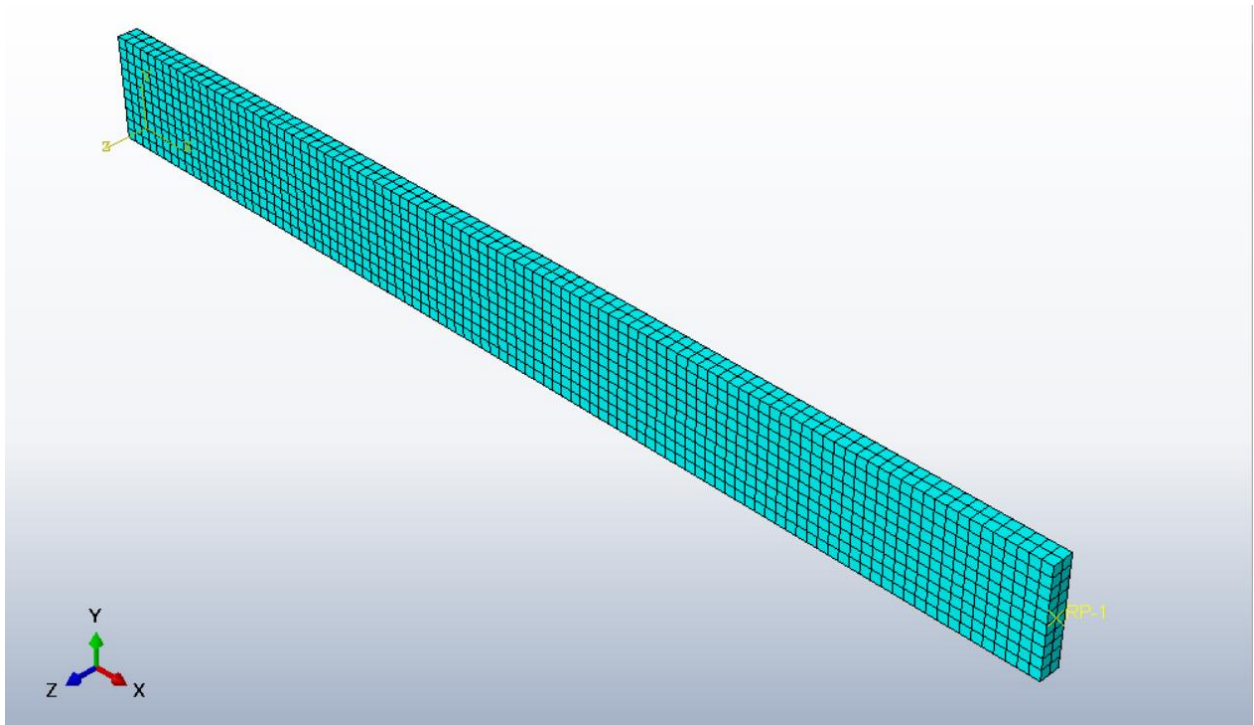
- Modul elastičnosti  $E = 55158$  [MPa],
- Poissonov koeficijent  $\nu = 0.31$ .

Iznosi generičkih čvrstoća kompozitnih slojeva izrađenih od CFRP-a, prema [4] nalaze se u tablici 3. Vrijednosti čvrstoća u tablici 3 su generičke vrijednosti CFRP materijala, koje su odabrane u ovom radu jer čvrstoće materijala nisu definirane u [6].

Tablica 3. Granične čvrstoće za model dvostruke grede.

$X_t$ [MPa]	$X_c$ [MPa]	$Y_t$ [MPa]	$Y_c$ [MPa]	$S$ [MPa]
1500	-1500	40	-246	48

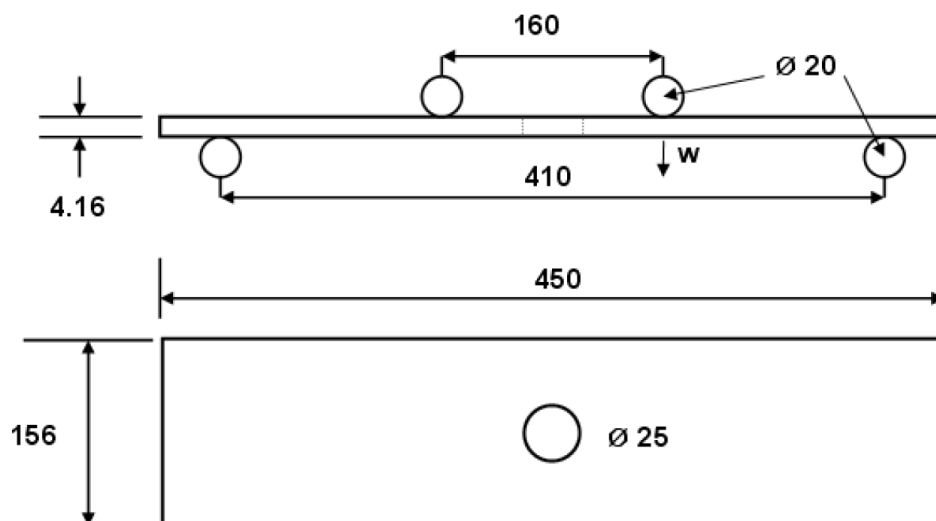




Slika 12. Numerički model dvostruke grede

#### 4.1.2 Model savijanja ploče s provrtom

Ovaj primjer je modeliran kako bi se analizirala pojava delaminacije u višeslojnoj kompozitnoj ploči s provrtom. Dimenzije i ostala mehanička svojstva uzeta kao što su zadana u [7]. Rubni uvjeti i opterećenja u ovom primjeru prikazani su na slici 15. Sve dimenzije na slici 15. su u milimetrima.



Slika 13. Shematski prikaz modela ploče s provrtom[7]

Materijal ove kompozitne ploče je ugljik/epoksi.

Ploča je oslonjena u dvije točke, dok je u blizini provrta, s obje strane zadano opterećenje u obliku pomaka. Ono iznosi prema[7]

$$u = 80 \text{ mm.}$$

Postavni kutovi vlakana kompozitne ploče su

$$[0^\circ/90^\circ/45^\circ/-45^\circ/-45^\circ/45^\circ/90^\circ/0^\circ/0^\circ/90^\circ/45^\circ/-45^\circ]_s,$$

a debljina jednog sloja iznosi 0.13 mm. Postavni kutovi slojeva su mjereni u odnosu na dulju dimenziju ploče (os  $X$  na slici 14.)

Mehanička svojstva ugljičnih vlakana kompozitne ploče prikazana su u tablici 4, prema [7].

Tablica 4. Mehanička svojstva kompozitne ploče s provrtom[7]

$E_1$ [MPa]	$E_2$ [MPa]	$\nu_{12}$ [MPa]	$G_{12}$ [MPa]	$G_{13}$ [MPa]	$G_{23}$ [MPa]
140000	10000	0.3	5000	5000	3000

Zadana žilavost loma za tri načina otvaranja pukotine sloja između dva laminata (matrica) definirana je tablicom 5, prema[7].

Tablica 5. Parametri VCCT modela korišteni u analizi ploče s provrtom[7]

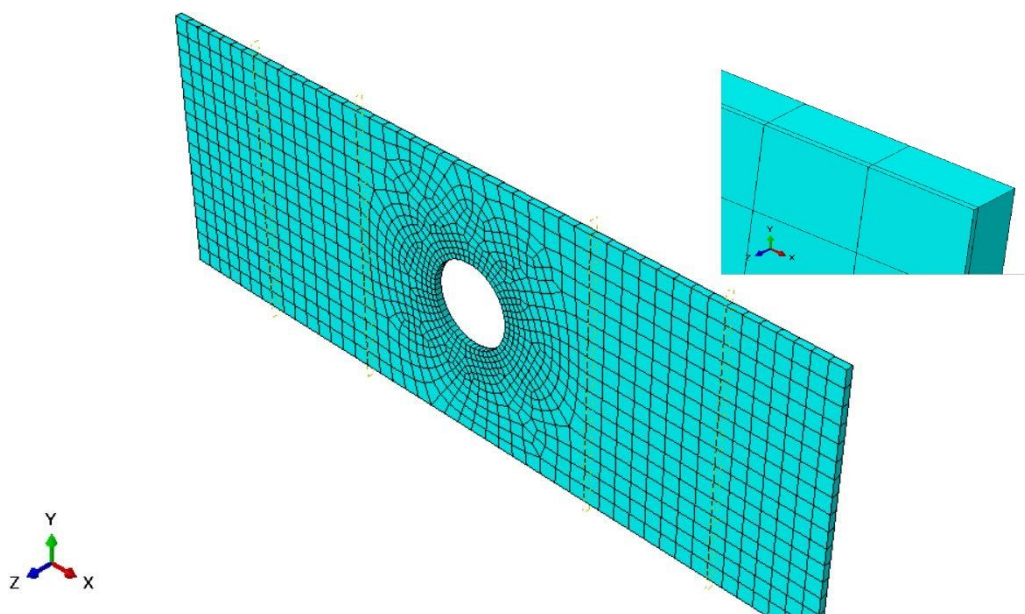
$G_{IC}$ [N/mm]	$G_{IIC}$ [N/mm]	$G_{IIIc}$ [N/mm]
0.3	0.6	0.6

Ploča s provrtom je modelirana 3D ljuskastim elementima (SC8R). Ukupan broj SC8R elemenata iznosi 2298. Prvi sloj ovog modela je zasebno diskretiziran s jednim konačnim elementom, dok su svi preostali slojevi zajedno diskretizirani jednim konačnim elementom po debljini.

Iznosi čvrstoća kompozitnih slojeva nalaze se u tablici 6, prema [7].

Tablica 6. Čvrstoće kompozitnih slojeva za model kompozitne ploče s provrtom[7]

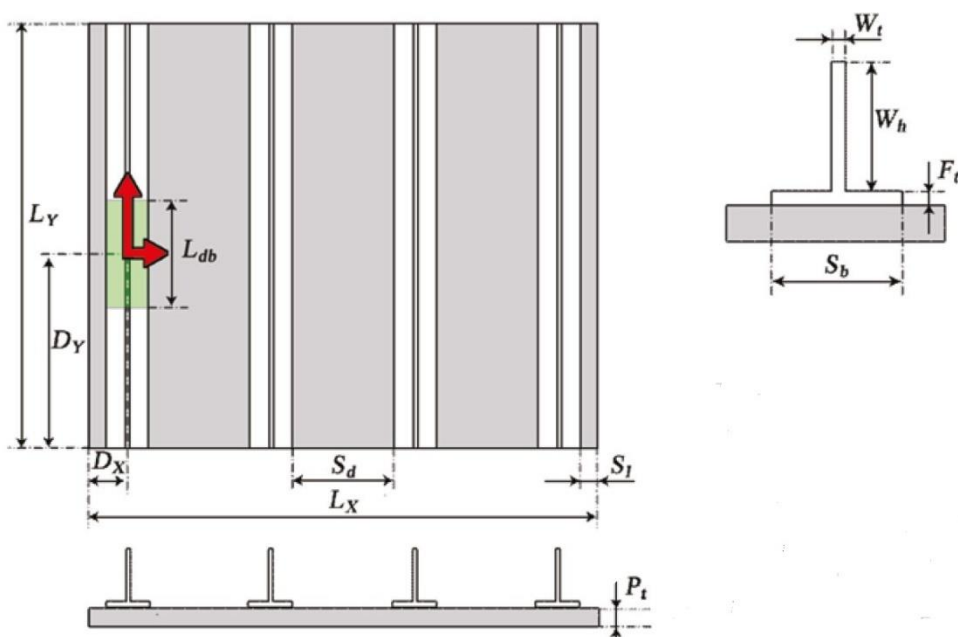
$X_t$ [MPa]	$X_c$ [MPa]	$Y_t$ [MPa]	$Y_c$ [MPa]	$S$ [MPa]
2100	-1650	70	-240	105



Slika 14. Numerički prikaz modela ploče s provrtom s detaljom diskretizacije za prvi sloj

#### 4.1.3 Kompozitni panel ojačan uzdužnicama

Za finalni model uzet je kompozitni panel ojačan uzdužnicama prema[8], koji predstavlja primjer realne zrakoplovne konstrukcije. Inicijalna pukotina je zadana između površine jedne uzdužnice i oplata, te će se provjeriti vrijednosti kriterija popuštanja u kompozitnim slojevima u promatranom slučaju opterećenja. Geometrija ojačanog panela je prikazana na slici 15, a korištena parametri geometrije su navedeni u tablici 8, prema[8].



Slika 15. Shematski prikaz modela panela ojačanog uzdužnicama[8]

Tablica 7. prikazuje mehanička svojstva CFRP slojeva koja su korištena u modelu panela ojačanog uzdužnicama, prema [8].

Tablica 7. Mehanička svojstva kompozitnog panela[8]

$E_1$ [MPa]	$E_2$ [MPa]	$\nu_{12}$ [MPa]	$G_{12}$ [MPa]	$G_{13}$ [MPa]	$G_{23}$ [MPa]
156000	8350	0.33	4200	4200	2420

Panel ojačan uzdužnicama je na jednom kraju uklješten, dok su na suprotnom kraju onemogućeni svi pomaci osim pomaka u smjeru duž uzdužnica koje predstavlja opterećenje. Iznos zadanog pomaka je[8]:

$$u_y = 1.26 \text{ mm.}$$

Postavni kutovi slojeva oplata, mjereni u odnosu na smjer uzdužnica su [8]

$$[0^\circ/45^\circ/-45^\circ/90^\circ]_{2S}.$$

Postavni kutovi slojeva pojasa uzdužnice[8] su

$$[0^\circ/45^\circ/-45^\circ/90^\circ/90^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ]_S,$$

dok su postavni kutovi slojeva struka uzdužnice[8]

$$[0^\circ/45^\circ/-45^\circ/90^\circ/90^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ]_{2S}.$$

Tablica 8. Geometrijska svojstva modela ojačanog panela[8]

$L_y$ [mm]	Duljina panela	635
$L_x$ [mm]	Širina panela	560
$S_l$ [mm]	Udaljenost između kraja panela i uzdužnice	15
$S_d$ [mm]	Udaljenost između uzdužnica	58
$S_b$ [mm]	Širina podnožja uzdužnice	89
$P_t$ [mm]	Debljina oplata	2.976
$F_t$ [mm]	Debljina podnožja uzdužnice	2.976
$W_h$ [mm]	Visina uzdužnice	54.524
$W_t$ [mm]	Debljina uzdužnice	5.952
$D_y$ [mm]	Položaj delaminacije uzduž duljine panela	317.5
$D_x$ [mm]	Položaj delaminacije uzduž širine panela	59.5
$L_{db}$ [mm]	Dužina delaminacije	250

Zadana žilavost loma za tri načina otvaranja pukotine sloja između dva laminata (matrica) definirana je tablicom 9, prema[8].

Tablica 9. Parametri VCCT modela korišteni u analizi ojačanog panela[8]

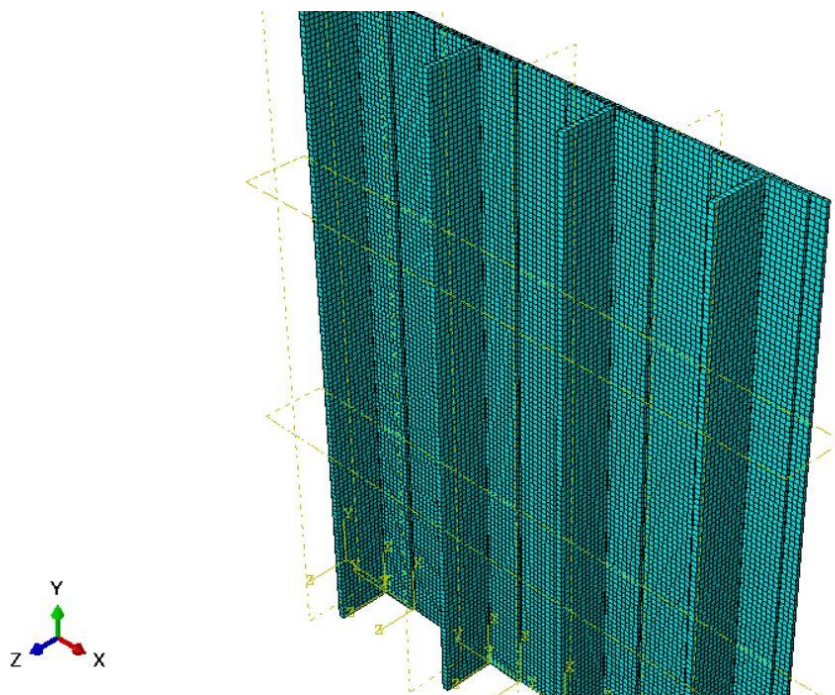
$G_{IC}$ [N/mm]	$G_{IIC}$ [N/mm]	$G_{IIIc}$ [N/mm]
0.288	0.61	0.61

Iznosi generičkih čvrstoća, prema [4] nalaze se u tablici 10.

Tablica 10. Čvrstoće kompozitnih slojeva za model panela ojačanog uzdužnicama

$X_t$ [MPa]	$X_c$ [MPa]	$Y_t$ [MPa]	$Y_c$ [MPa]	$S$ [MPa]
1500	-1500	40	-246	48

Panel ojačan uzdužnicama je modeliran 3D elementima (SC8R). Ukupan broj SC8R elemenata za oplatu iznosi 14208, a korištena je diskretizacija ploče s jednim elementom po debljini. Ukupan broj elemenata za pojas uzdužnice iznosi 2304, dok za struk uzdužnice iznosi 1408.



Slika 16. Mreža konačnih elemenata panela ojačanog uzdužnicama

Inicijalna pukotina je zadana samo na jednoj uzdužnici, dok je VCCT model primjenjen na spoju uzdužnice i oplata, dok su spojevi pojasa i struka uzdužnice prikazani kao kruti spoj. Inicijalna pukotina je modelirana na sredini uzdužnice kao dio koji nije spojen inicijalnim čvorovima s oplatom. Iznos duljine i širine inicijalne pukotine prikazan je na slici 15.

## 4.2. Numerička analiza

### 4.2.1 Numerički model za analizu delaminacija kompozitnih ploča

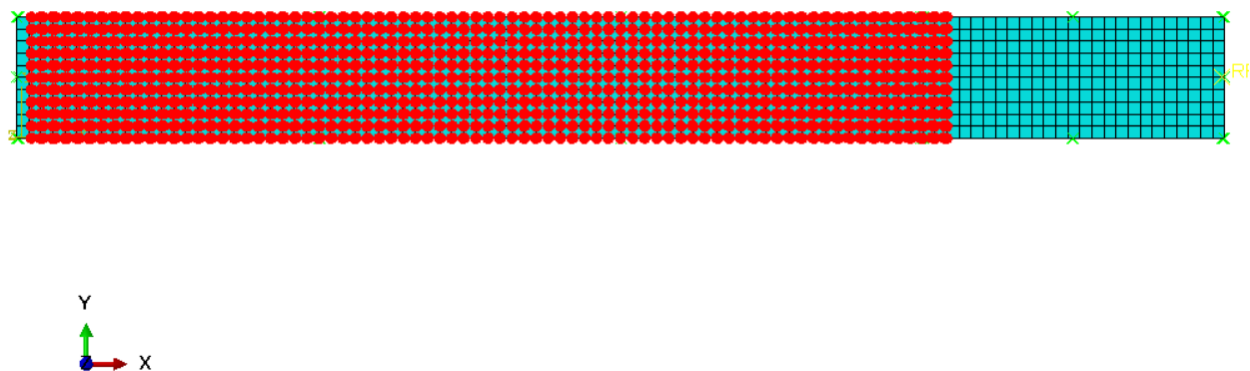
Jedan od važnijih dijelova modeliranja uzoraka je određivanje parametara nelinearne numeričke analize. Potrebno je odrediti najveći broj iteracija za provedbu analize, te najmanji iznos inkrementa. Jedno od mogućih rješenja za probleme s konvergencijom analize je korištenje automatske stabilizacije koju Abaqus nudi, međutim u analizama u ovom radu nije korištena stabilizacija što je objašnjeno u diskusiji o rezultatima analize u potpoglavlju 5.3.

### 4.2.2 Modeliranje delaminacija VCCT metodom u Abaqus/Standard-u

Pri korištenju VCCT metode za modeliranje delaminacija kompozitnih ploča, svi potrebni parametri se zadaju u Abaqus/CAE-u [9]. Parametri koje je potrebno zadati su svojstva matrice, ponašanje materijala pri delaminaciji, inicijacija pukotine, te glavne i pomoćne površine delaminacije (engl. *Master and Slave surfaces*).

Primarno je određivanje glavne i pomoćne površine delaminacije. Izrazito je bitno da glavna površina bude na pozitivnoj površini modela zbog orijentacije normale modela, te određivanja smjera delaminacije. Zanimljivo je međusobno klizanje površina, te je to ponašanje definirano kao *Small sliding*. Nakon toga se odabiru svojstva spoja. Odabire se *Fracture criterion* te se kao metoda odabire VCCT[9]. U ovom koraku se zadaju pukotinske žilavosti za tri načina otvaranja pukotine te su time zadana svojstva spoja.

Potrebno je odabrati set čvorova koji će se ponašati kao inicijalno zalijepljeni, jer VCCT metoda zahtijeva inicijalnu pukotinu kako bi došlo do delaminacije, koja se simulira kao dio koji nije označen kao inicijalno zalijepljen na pomoćnoj površini kompozitne ploče. U slučaju da set inicijalno zalijepljenih čvorova nije zadan, model bi se ponašao kao da je izrađen iz jednog dijela te nebi došlo do delaminacije. Također, potrebno je naglasiti da se inicijalni spojevi ne smiju dodjeljivati čvorovima na koje će se dodati rubni uvjeti. Slika 17. Prikazuje odabir inicijalno spojenih čvorova, tj. desni dio slike predstavlja inicijalnu pukotinu. Model prikazan na toj slici je model za DCB test.



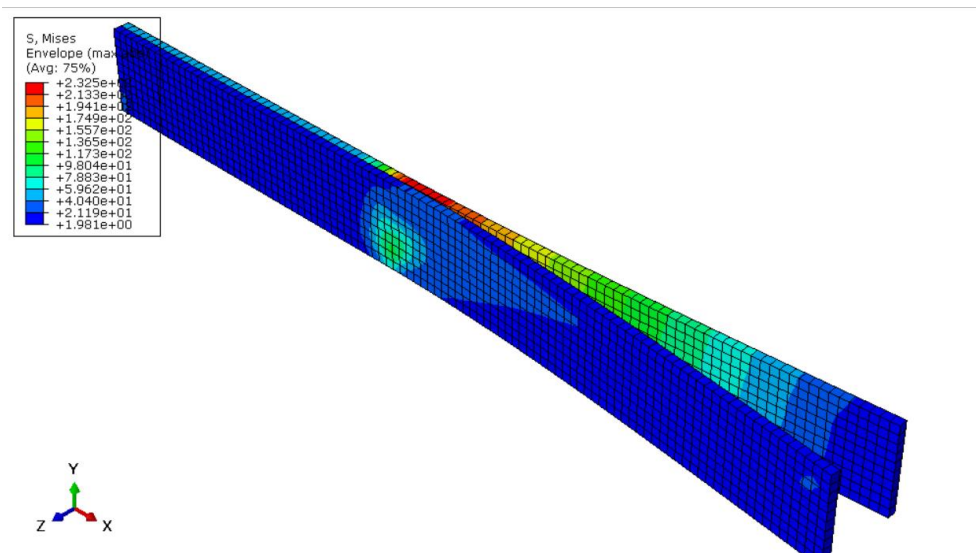
Slika 17. Inicijalno spojeni čvorovi

Za simuliranje inicijalne pukotine se koristi naredba *Crack* u kojoj pukotini dodjeljujemo svojstva spoja[9]. Zadaje joj se svojstvo da se pukotina događa u obliku delaminacije simulirane VCCT metodom.

### 4.3. Rezultati analize

#### 4.3.1 Rezultati modela dvostruke uklještene grede

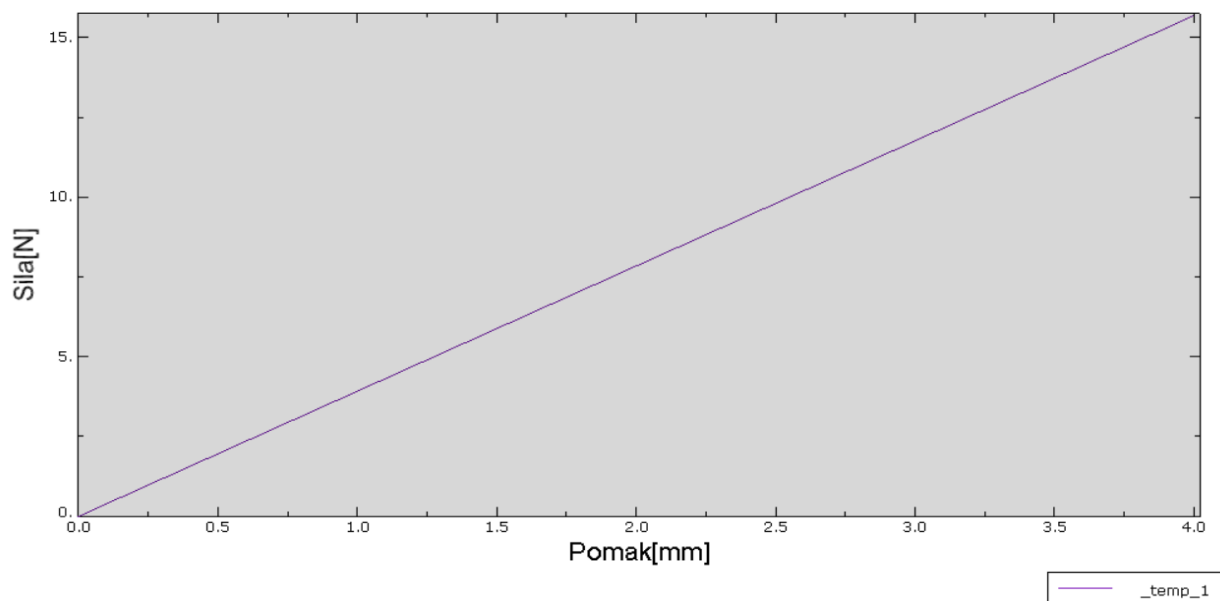
Zbog važnosti određivanja kriterija popuštanja bitno je dati pogled na raspodjelu napreznja po dvostrukoj gredi( slika 18.). Slika 18. prikazuje raspodjelu VonMises napreznja, a kriteriji popuštanja za ovaj model nisu prikazani jer materijal dvostruke grede nije ortotropan prema[6].



Slika 18. Raspodjela Von Mises [Mpa] napreznja za dvostruku gredu

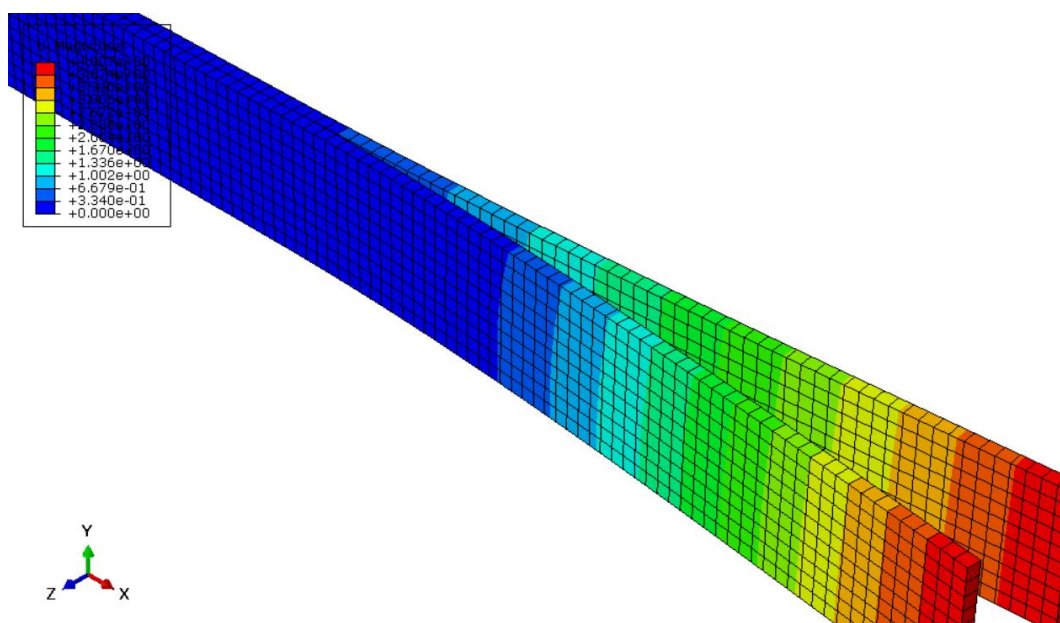
Dijagram na slici 19. prikazuje odnos sile i pomaka dvostruke grede. Odnos sile i pomaka do zadanog pomaka se podudara s rezultatima iz literature[6]. Iznos maksimalne sile prema literaturi[6] je 18 N. Kod zadavanja većeg pomaka, dolazi do problema s konvergencijom numeričkog rješenja, što se se može protumačiti pojavom vrlo naglog (nekontroliranog) širenja delaminacije. Međutim prikazani rezultati do zadanog pomaka se dobro podudaraju s literaturom. Standardne mjere koje se koriste kod numeričkih problema nisu rezultirali rješavanjem problema, te nije jasno kako su u [6] uspjeli dobiti rezultate za znatno veće zadane pomake. Moguće je da su koristili Abaqus/Explicit za analizu, međutim u radu nije navedeno koji program su koristili.





Slika 19. Dijagram sila/pomak modela dvostruke grede

Iz slike 20. je utvrđeno da je došlo do širenja inicijalne pukotine s ovakvim iznosom opterećenja. Iznos pomaka u području inicijalne pukotine iznosi 0.68 mm (svijetlo plavo područje na slici). Crveno područje na slici predstavlja zadani pomak od 4 mm.



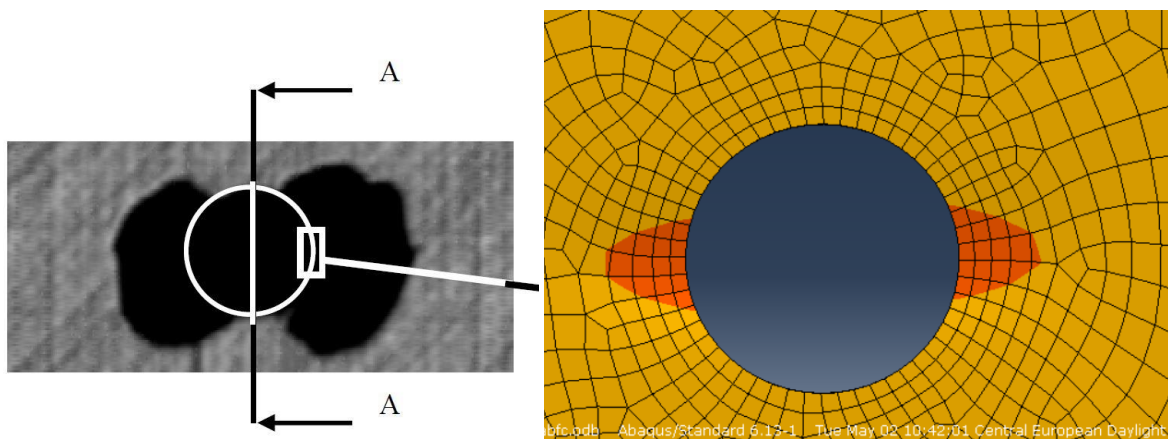
Slika 20. Prikaz pomaka DCB modela

### 4.3.3 Rezultati modela savijanja ploče s provrtom

Kod ovog modela inicijalna pukotina je postavljena u zoni provrta između prvog i drugog sloja prema [7], te je za očekivati da će tu doći do povećane delaminacije. Cilj modeliranja ovog primjera je simulacija propagacije pukotine u zoni provrta. Ovakva vrsta modela je analizirana kako bi se pokazalo ponašanje kompozitne ploče s oslabljenjem kao što je provrt, što u zrakoplovstvu je izrazito bitno.

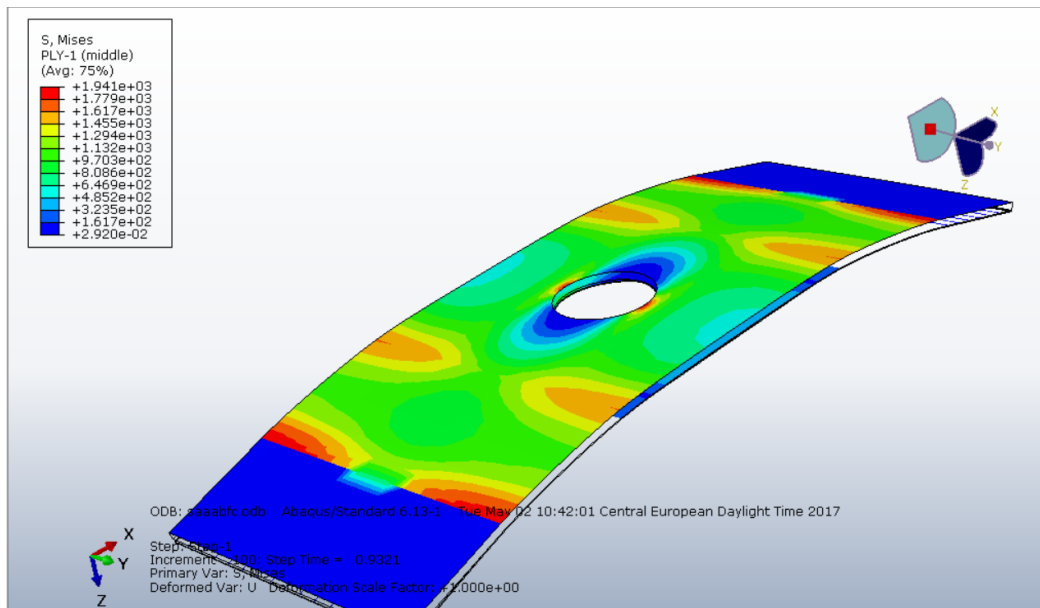
Na slikama 22 i 23 prikazana je raspodjela napreznja, te eo nakon toga pristupa kriteriju popuštanja u kritičnim zonama.

Postupak analize nije izvršen do kraja, zbog greške koju je program izbacio tokom analize. Analiza je došla do polovice ukupno zadanog pomaka. Pretpostavka je da nakon vrijednosti pomaka koja odgovara naglom padu sile u dijagramima iz literature nastaje stanje nekontrolirane delaminacije (vrlo naglo otvaranje pukotine) i u tom režimu je teško postići konvergenciju numeričkog rješenja. Modeli vrlo dobro predviđaju pomak pri kojem se to događa i to je dovoljno da bi se pokazalo da su rezultati fizikalno korektni.

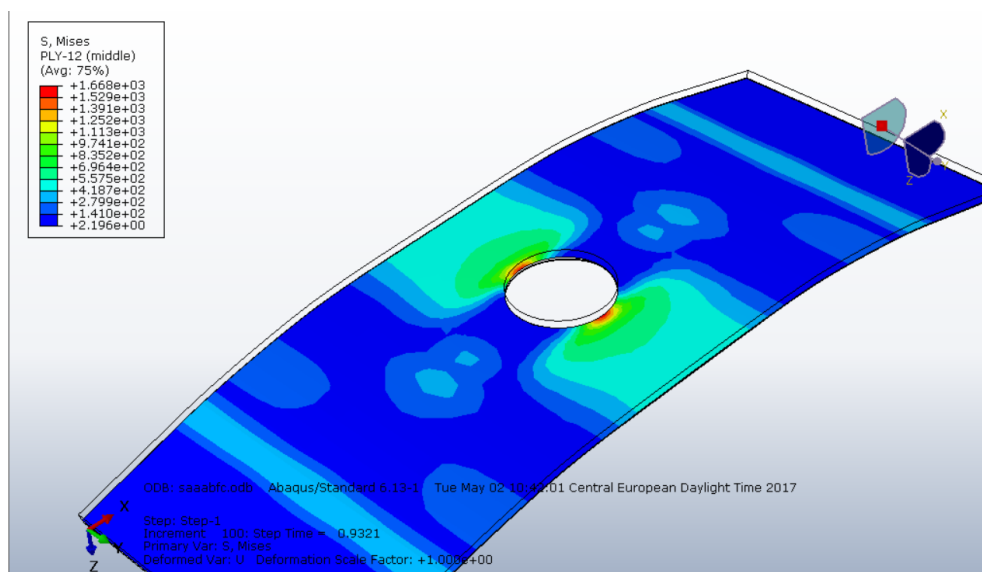


Slika 21. Usporedba rezultata pomaka numeričkog modela i eksperimentalno određenih oštećenja[11]

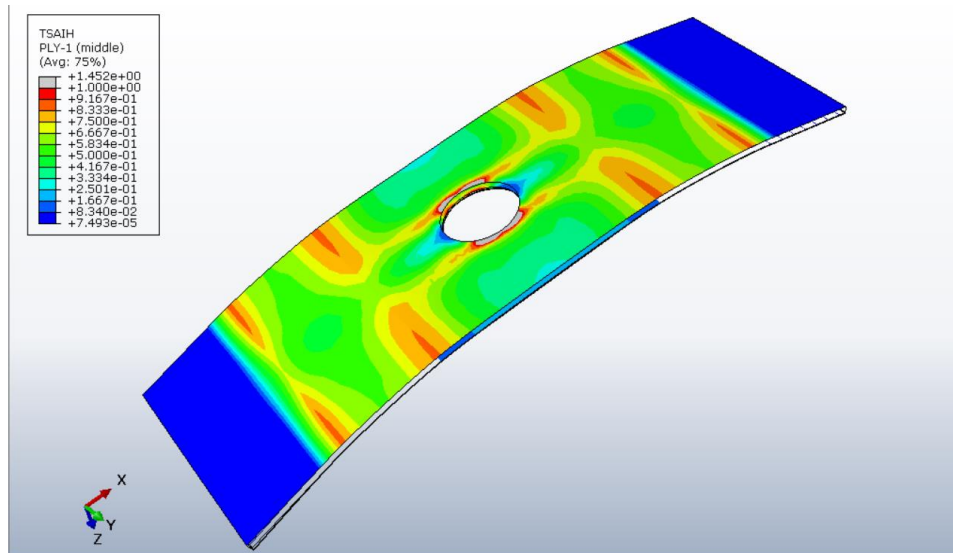
Slika 21. prikazuje usporedbu dobivenih numeričkih rezultata s eksperimentalno određenim stanjem oštećenja koristeći radiografiju. Iz usporedbe je uočena sličnost s pomacima sloja diskretiziranog s jednim elementom po debljini dobivenim u analizi. Međutim, kako analiza nije izvršena do kraja tako se ni pomak nije uspio ostvariti do konačne vrijednosti.

Slika 22. VonMises naprezanje[MPa] za sloj s postavnim kutom  $0^\circ$ 

Slika 22. prikazuje raspodjelu Von Mises naprezanja za prvi sloj, te se vidi kako su iznosi najvećih naprezanja u području provrta, dok na mjestima gdje je ploča uklještena iznosi naprezanja nisu od interesa u ovoj analizi. Slika 23. prikazuje raspodjelu naprezanja za sloj s postavnim kutom  $90^\circ$ . Vidljivo je da u području provrta imamo povećan iznos naprezanja, dok na ostalim dijelovima sloja kompozitne ploče su ti iznosi manjih vrijednosti.

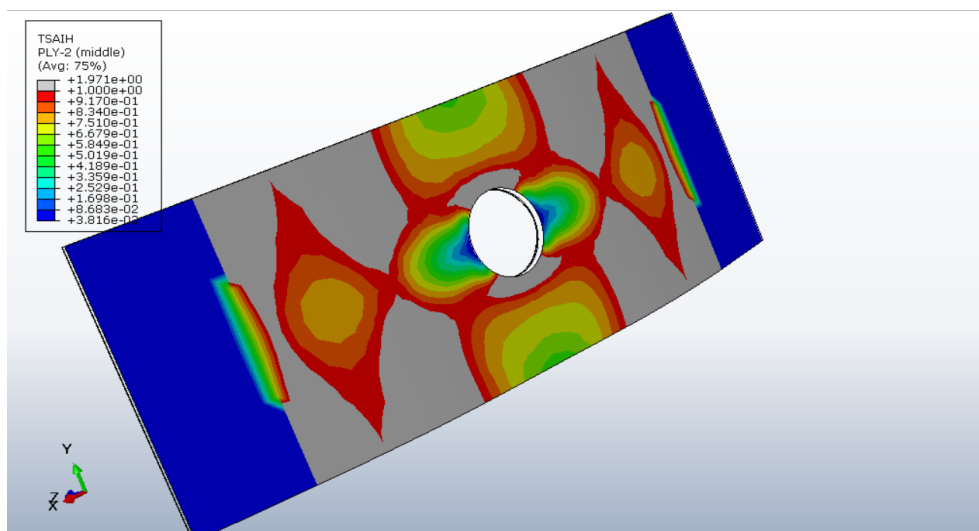
Slika 23. VonMises [MPa] naprezanje za sloj s postavnim kutom  $90^\circ$

Rezultati dobiveni primjenom kriterija popuštanja prema Tsai-Hill-u prikazuju da je materijal pri ovakvoj vrsti opterećenja popustio (vrijednosti kriterija popuštanja veće od 1) u zoni provrta na dva mjesta, što se slaže sa literaturom[7], te samim tim znači da je došlo do početka kolapsa konstrukcije (slika 24.). Do popuštanja materijala je došlo u svim slojevima kompozita.



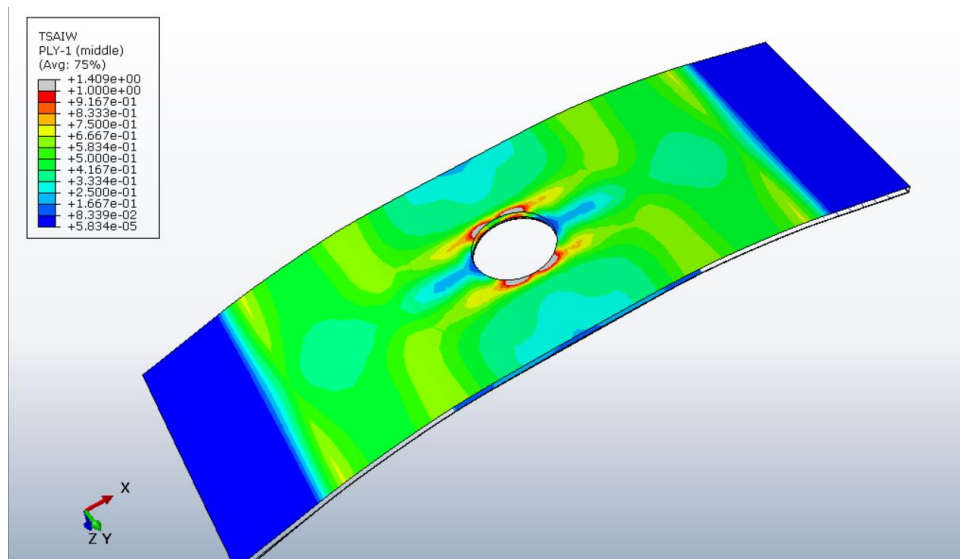
Slika 24. Kriterij popuštanja za sloj s postavnim kutom  $0^\circ$  (prvi sloj) prema Tsai-Hill kriteriju

Za kompozitni sloj s postavnim kutom vlakana  $90^\circ$  (slika 25.) vidljivo je kako su veći indeksi popuštanja u odnosu na sloj orijentiran pod  $0^\circ$ . Veće su vrijednosti kriterija popuštanja u slojevima orijentiranim pod  $90^\circ$  jer su čvrstoće u smjeru materijalne osi 2 puno niže od čvrstoća u smjeru materijalne osi 1.

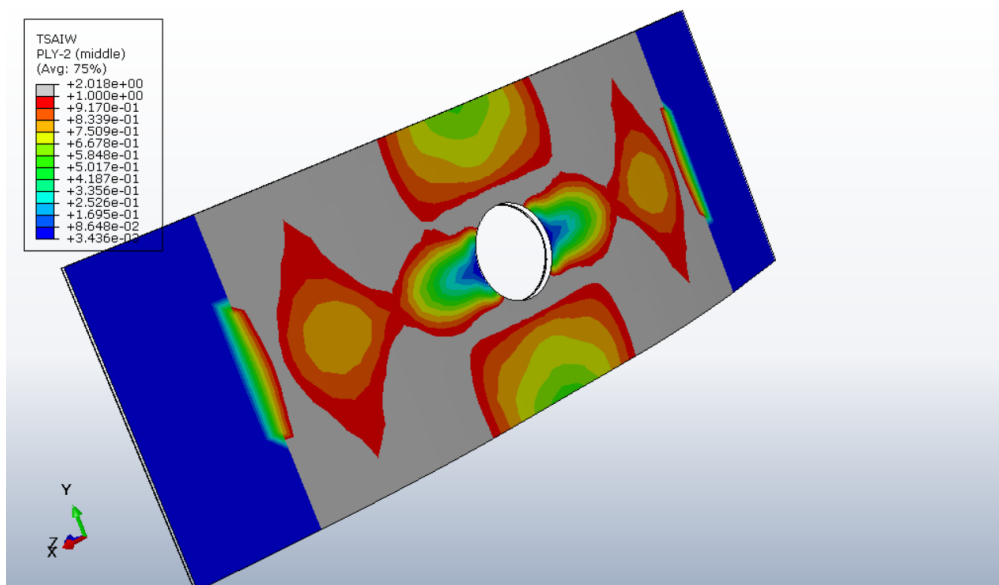


Slika 25. Kriterij popuštanja za sloj s postavnim kutom  $90^\circ$  (drugi sloj) prema Tsai-Hill kriteriju

Raspodjela vrijednosti Tsai-Wu kriterija za prvi sloj pod  $0^\circ$  je prikazana na slici 26. dok je raspodjela Tsai-Wu naprezanja za drugi sloj (orijentiran pod  $90^\circ$ ) prikazana na slici 27.



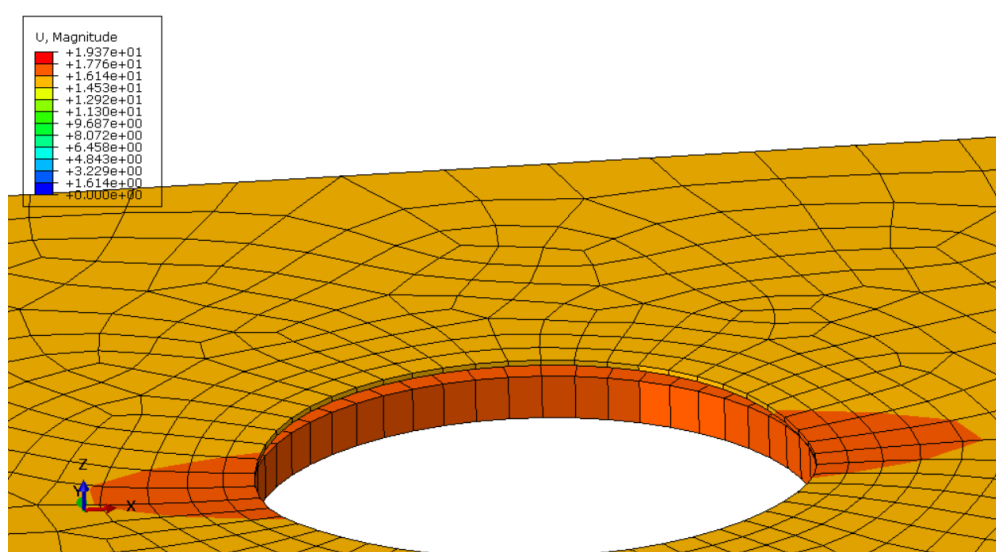
Slika 26. Tsai-Wu kriterij za sloj s postavnim kutom  $0^\circ$



Slika 27. Tsai-Wu kriterij za sloj s postavnim kutom  $90^\circ$

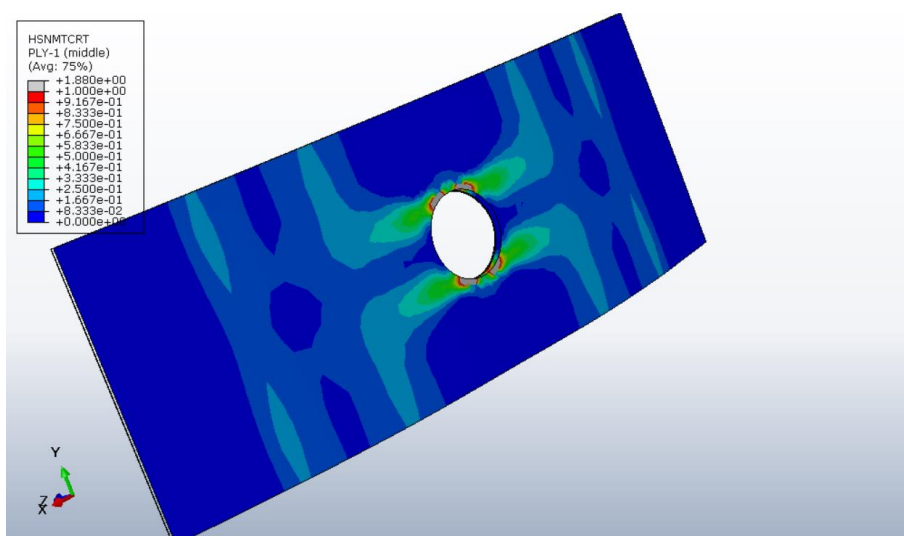
Usporedbom rezultata na slikama 26 i 27 jasno vidljivo da do većeg popuštanja dolazi kod sloja s postavnim kutom vlakana  $90^\circ$ . Do većeg popuštanja u sloju pod  $90^\circ$  dolazi jer opterećenje djeluje okomito na ploču i zato što je manja čvrstoća tako postavljenih slojeva u smjeru u kojem djeluju najveća naprezanja.

Slika 28. prikazuje raspodjelu pomaka u području oko provrta, te se može primjetiti veći iznos pomaka u smjeru osi X.

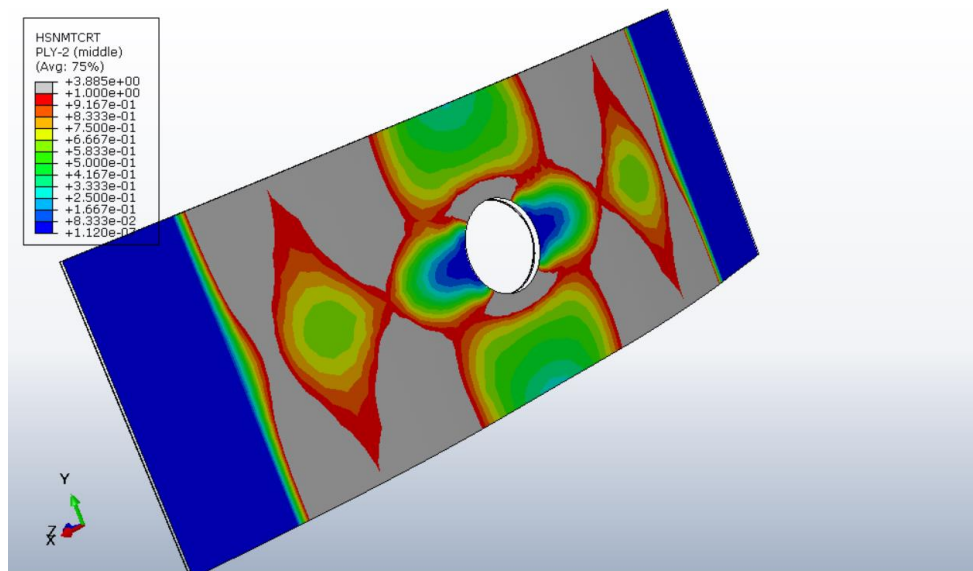


Slika 28. Raspodjela pomaka u području provrta

Na slikama 29 – 31 prikazani su rezultati dobiveni korištenjem Hashin-ovog kriterija popuštanja. Prikazan je kriterij popuštanja za vlačno opterećenje matrice, te vlačno opterećenje vlakana. Prema slici 29. za postavni kut slojeva  $0^\circ$  vidljivo je da je došlo do popuštanja matrice u slojevima u zoni provrta. Pukotina se nastavlja dalje širiti u smjeru širine modela. Ovakav numerički rezultat može sugerirati da može doći do kolapsa konstrukcije.

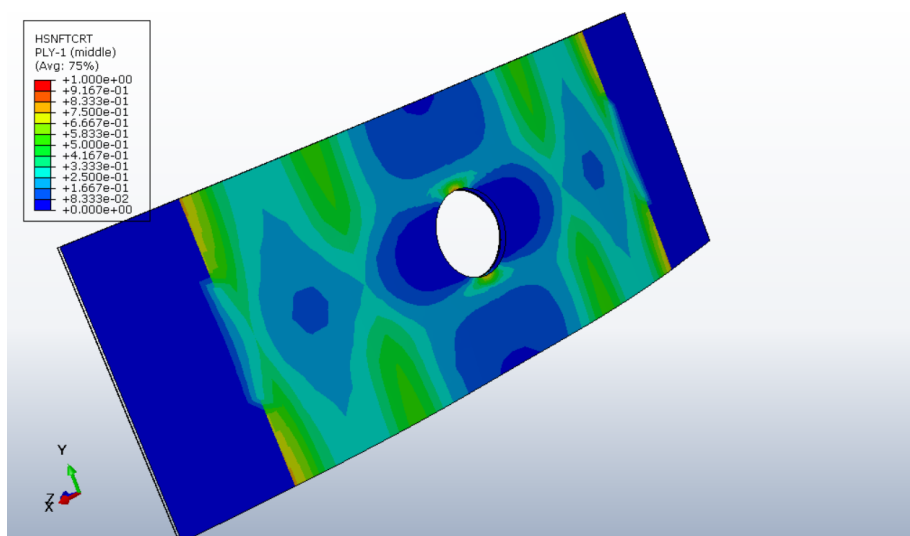


Slika 29. Hashin-ov kriterij za vlačno popuštanje matrice za sloj s postavnim kutom  $0^\circ$



Slika 30. Hashin-ov kriterij za vlačno popuštanje matrice za sloj s postavnim kutom  $90^\circ$

Slika 30. prikazuje kriterij popuštanja za postavni kut vlakana  $90^\circ$  iz koje se jasno daju očitati veliki iznosi kriterija popuštanja, što može sugerirati da će doći do loma konstrukcije. Indeksi su velikih iznosa praktički na svim stranama ploče, no najveći indeks popuštanja je, što je bilo za očekivati u zoni provrta.



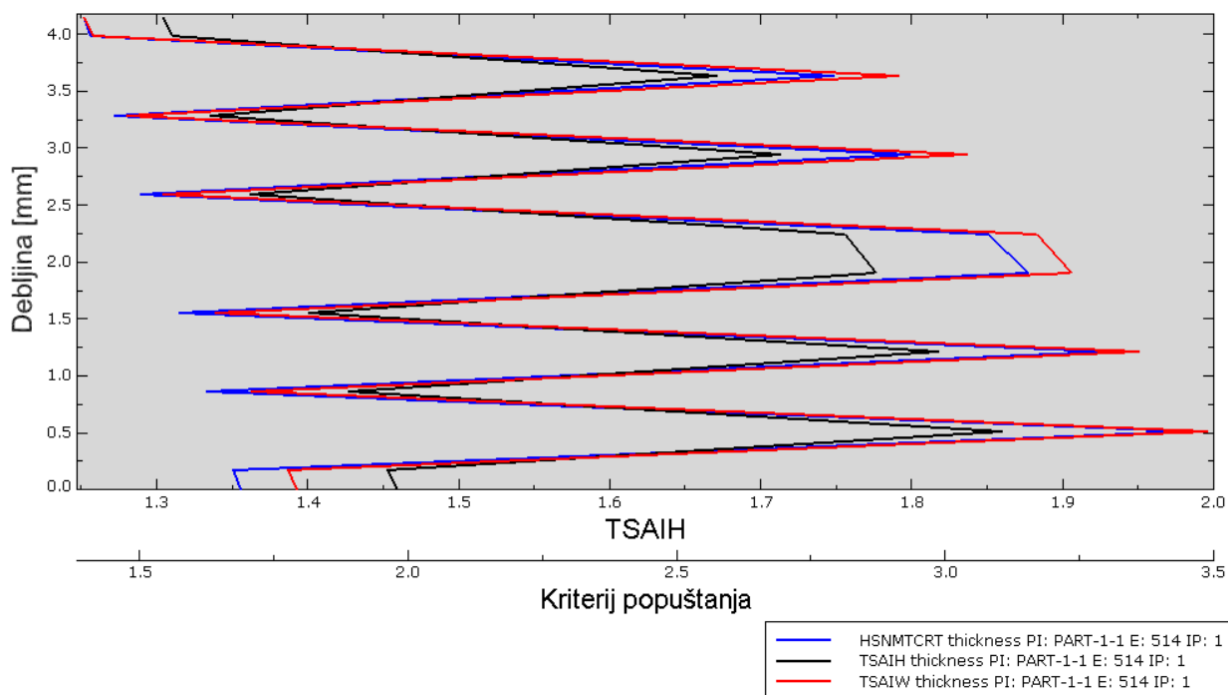
Slika 31. Hashin-ov kriterij za vlačno popuštanje vlakana za sloj s postavnim kutom  $0^\circ$

Slika 31. prikazuje kriterij prikazuje raspodjelu kriterija popuštanja za vlačno popuštanje vlakana u kompozitnom sloju. Vidljivo je da nije došlo do popuštanja vlakana, međutim indeksi su visokih vrijednosti i to u očekivanom području oko provrta.

Dok je kod sloja s postavnim kutom vlakana  $0^\circ$  indeks popuštanja vrlo blizu kritičnom, kod sloja s postavnim kutom vlakana  $90^\circ$  nije došlo do popuštanja zbog orijentacije slojeva u odnosu na opterećenje koje zakrenuto za devedeset stupnjeva.

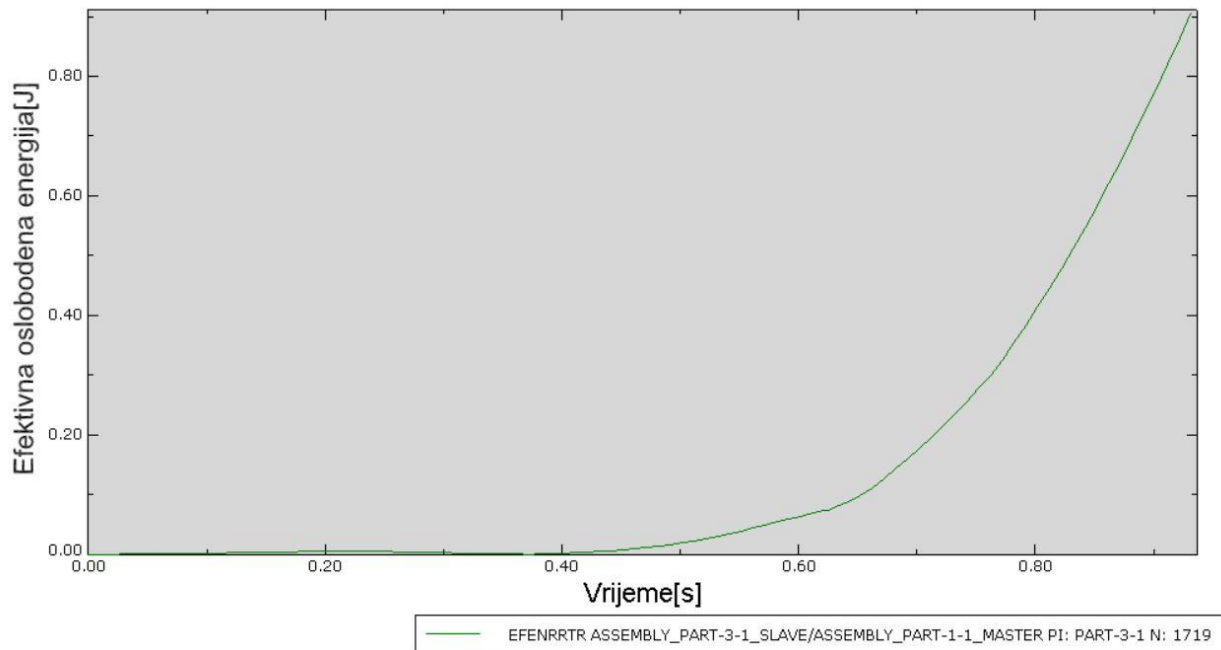
Na dijagramu na slici 32. prikazani su kriteriji popuštanja kroz sve slojeve kompozitne ploče. Dijagram prikazuje ponašanje kriterija popuštanja pri njihovim najvećim iznosima tj. odabrano je područje na modelu oko provrta gdje su očekivani veći iznosi popuštanja. U ovom dijagramu su uspoređene vrijednosti Tsai-Hill, Tsai-Wu i Hashin-ovog kriterija za vlačno oštećivanje matrice. Iz slike je vidljivo kako su kriteriji popuštanja dosta manji kod slojeva s postavnim kutom  $0^\circ$ , dok su kod slojeva s postavnim kutom  $90^\circ$  znatno većeg iznosa. Među gore navedenim kriterijima popuštanja postoje određene varijacije u rješenjima, međutim to ovisi o matematičkom modelu kriterija. Dijagram prikazuje ponašanje kriterija popuštanja pri njihovim najvećim iznosima tj. odabrano je područje na modelu oko provrta gdje su očekivani veći iznosi popuštanja.

Također, može se primjetiti kako sloj koji je udaljeniji od prvog sloja ima manje indekse popuštanja od onih koji se nalaze bliže sloju. Ponašanje kriterija nema oblik neke matematičke funkcije, već se ponaša stohastično zbog naglih promjena mehaničkih svojstava s promjenom postavnog kuta.



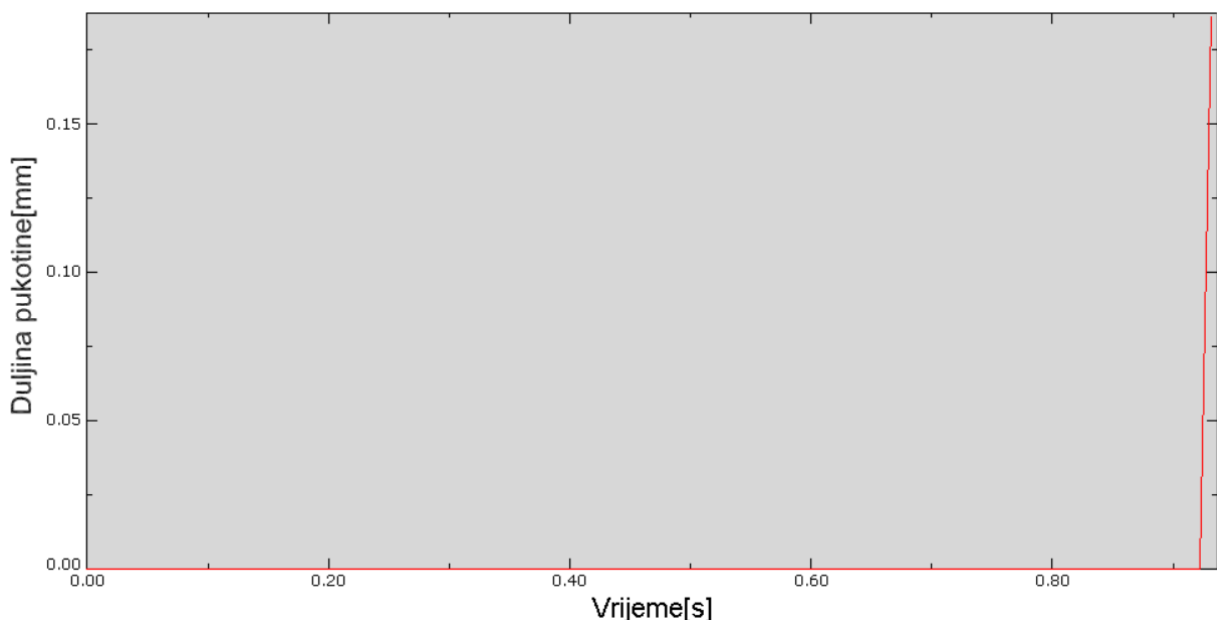
Slika 32. Dijagram kriterija popuštanja kroz debljinu elementa





Slika 33. Efektivna oslobođena energija u vremenu trajanja analize

Slika 33. prikazuje iznos efektivne oslobođene energije tokom opterećenja kompozitne ploče. Može se primjetiti kako dolazi do približno eksponencionalnog povećanja oslobođene energije na polovini vremena analize. Može se zaključiti da do takog naglog povećanja oslobođene energije dolazi upravo zbog delaminacije između prvog i drugog kompozitnog sloja.



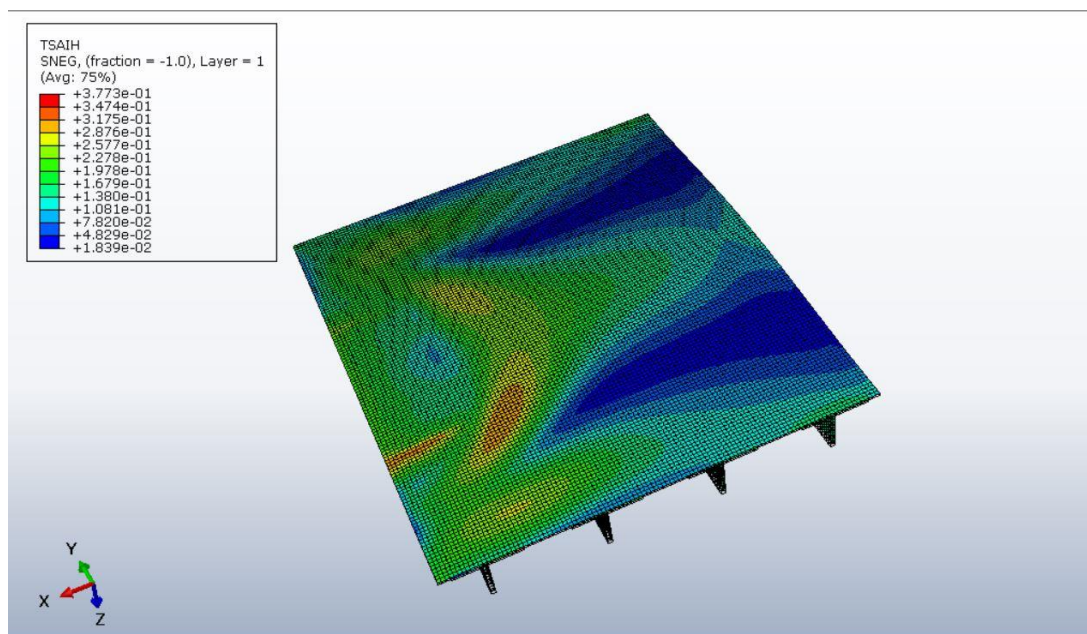
Slika 34. Dijagram širenja pukotine za model ploče s provrtom

Slika 34. prikazuje širenje inicijalne pukotine, te se iz dijagrama može očitati, da tek pri kraju iznosa narinutog opterećenja dolazi do naglog širenja pukotine. Položaj širenja pukotine je uz

rub inicijalne pukotine u zoni provrta, na prvom kompozinom sloju. Također može se pretpostaviti da zbog ovako naglog širenja pukotine, rezultati numeričke analize ne mogu konvergirati.

#### 4.3.4 Rezultati modela panela ojačanog uzdužnicama

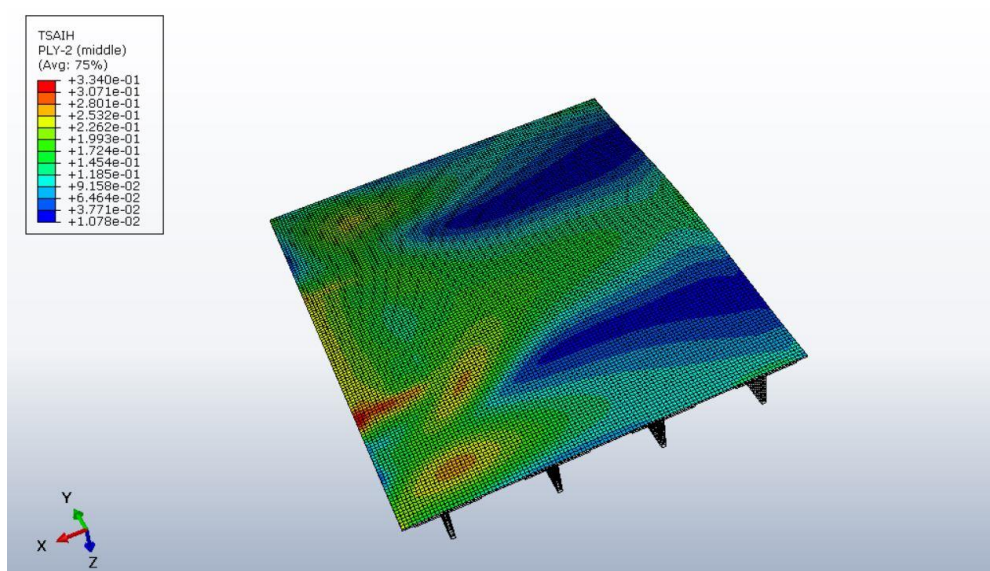
Kod ovog modela se ispitalo ponašanje panela s pojavom inicijalne pukotine između uzdužnice i oplata, prema[8]. Jedan od problema simulacije ovakvog modela je složenost konstrukcije i velik broj slojeva oplata i uzdužnice. U ovom primjeru analizirani su svi standardni postavni kutovi slojeva, te model predstavlja primjer realne zrakoplovne konstrukcije.



Slika 35. Tsai-Hill kriterij za sloj s postavnim kutom  $0^\circ$

Na slici 35. prikazan je kriterij popuštanja za prvi sloj u rasporedu slojeva (postavni kut  $0^\circ$ ), te se može uočiti da u području gdje je zadana inicijalna pukotina pojavljuju se veći indeksi popuštanja nego što je na ostatku ploče. Vidljivo je da je kriterij veći u području oko spoja oplata s uzdužnicom u odnosu na vrijednosti na suprotnom kraju panela (desnoj strani slike 35.).

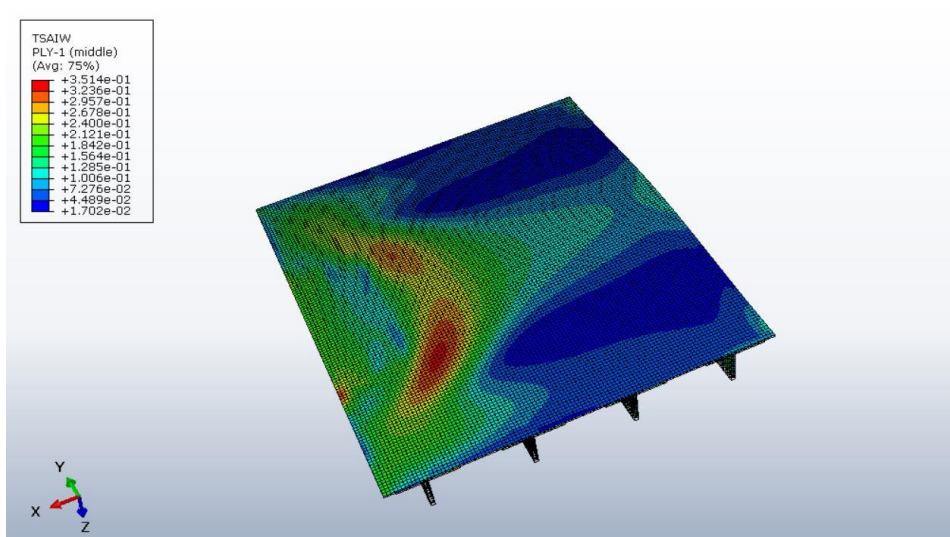
Kod slojeva s postavnim kutom  $45^\circ$  i  $-45^\circ$  do popuštanja dolazi na istim mjestima kao i kod prvog sloja, ali s nešto manjim indeksom popuštanja (slika 36.) Iznosi ovog kriterija su gotovo identični za slojeve s postavnim kutom  $45^\circ$  i  $-45^\circ$ .

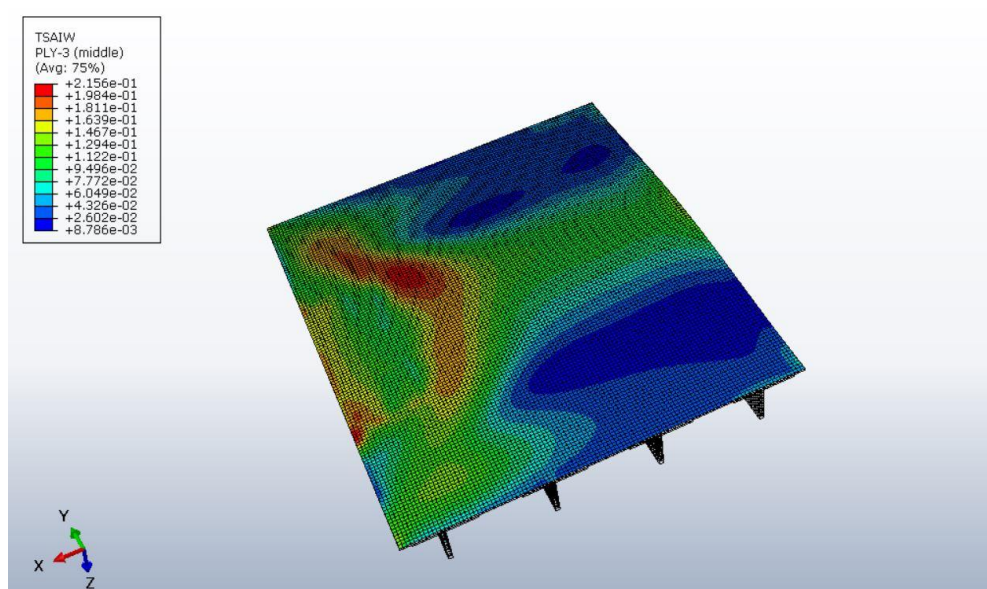
Slika 36. Tsai-Hill kriterij za sloj s postavnim kutom  $45^\circ$ 

Kod sloja s kutom vlakana  $90^\circ$  kriteriji popuštanja su izrazito malog iznosa, također u području inicijalne pukotine.

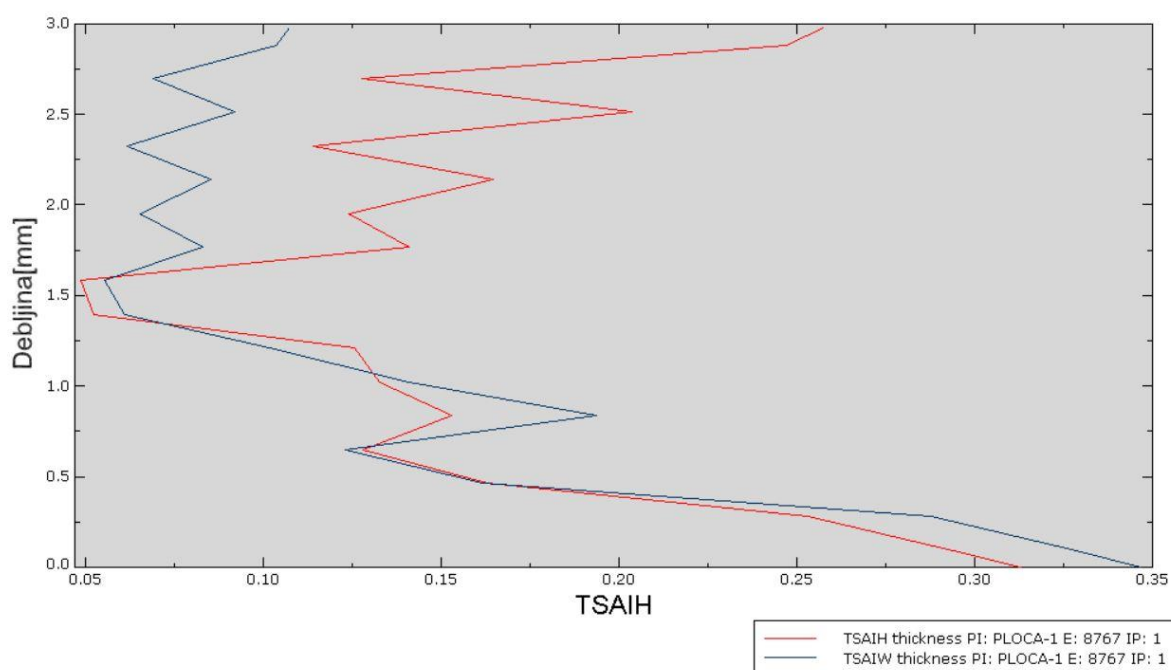
Slojevi postavnog kuta  $0^\circ$  imaju veće iznose indeksa popuštanja od drugih slojeva (slika 37.) u području donjeg kraja inicijalne pukotine na spoju oplata s uzdužnicom. Kod slojeva s postavnim kutom  $45^\circ$  i  $-45^\circ$  (slika 38.) do relativno većih kriterija dolazi na istim mjestima kao i kod prvog sloja s nešto manjim maksimalnim vrijednostima indeksa popuštanja. Zbog skoro identičnih rezultata prikazan je kriterij popuštanja samo za sloj s postavnim kutom  $-45^\circ$ .

Kod sloja s kutom vlakana  $90^\circ$  maksimalni iznosi indeksa popuštanja su nešto veći, no vrlo niske vrijednosti koeficijenta, također u području inicijalne pukotine, te zbog toga nisu prikazani.

Slika 37. Tsai-Wu kriterij za sloj s postavnim kutom  $0^\circ$

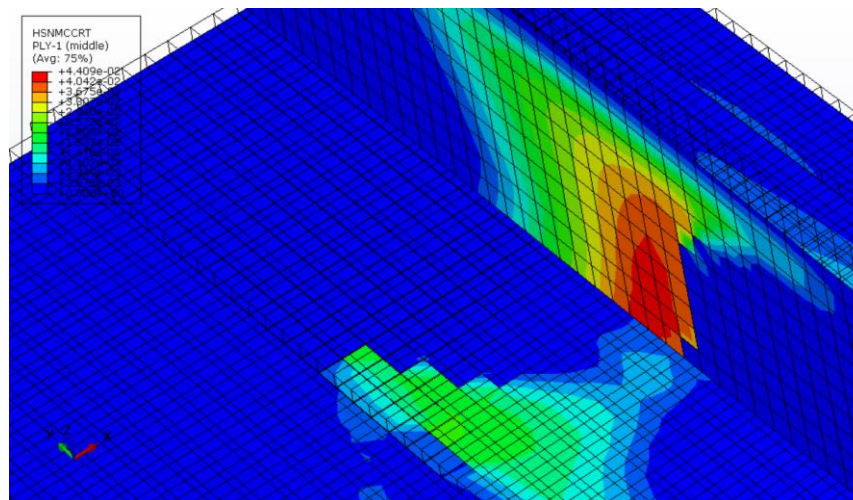
Slika 38. Tsai-Wu kriterij za sloj s postavnim kutom  $-45^\circ$ 

Dijagramom na slici 39. prikazan je raspored Tsai-Hill i Tsai-Wu kriterija kroz debljinu cijele oplate. Do debljine oplate od 0.2 mm vidljivi su veći kriteriji popuštanja gdje je postavni kut  $0^\circ$ , dok se kod debljine oplate od 0.2 mm do 0.5 mm indeksi popuštanja smanjuju što odgovara slojevima s postavnim kutovima  $45^\circ$ . Nadalje se taj kriterij povećava što odgovara sloju s postavnim kutom  $-45^\circ$ , te nakon toga dolazi do naglog pada indeksa popuštanja za sloj s postavnim kutom  $90^\circ$ . Nakon polovice debljine oplate opet dolazi do stohastičnog povećanja indeksa popuštanja do zadnjeg sloja tj. ukupne debljine oplate od 3 mm.



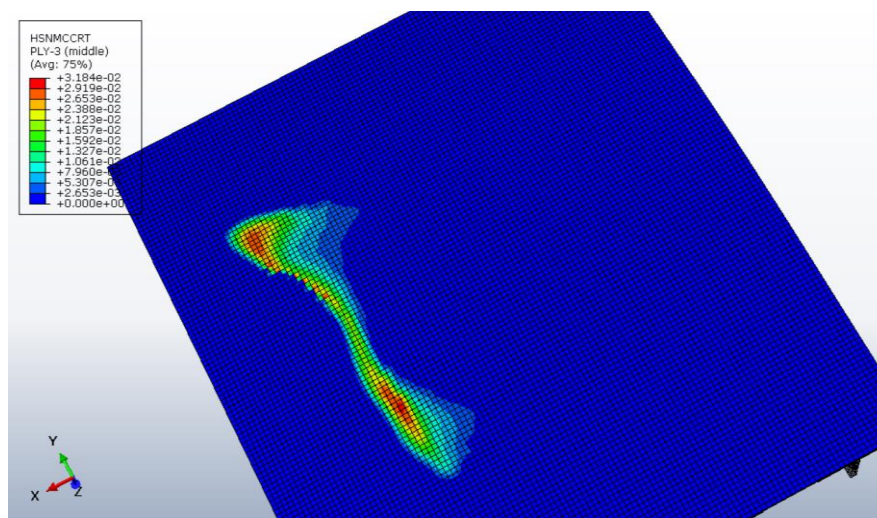
Slika 39. Dijagram Tsai-Wu i Tsai-Hill kriterija kroz debljinu elementa

Slika 40. prikazuje vrijednost kriterija popuštanja tlačnog opterećenja matrice kod panela ojačanog uzdužnicama u sloju s postavnim kutom vlakana  $0^\circ$ . Indeks popuštanja je malog iznosa te se nalazi u području inicijalne pukotine



Slika 40. Hashin-ov kriterij za sloj s postavnim kutom  $0^\circ$  (tlačno popuštanje matrice)

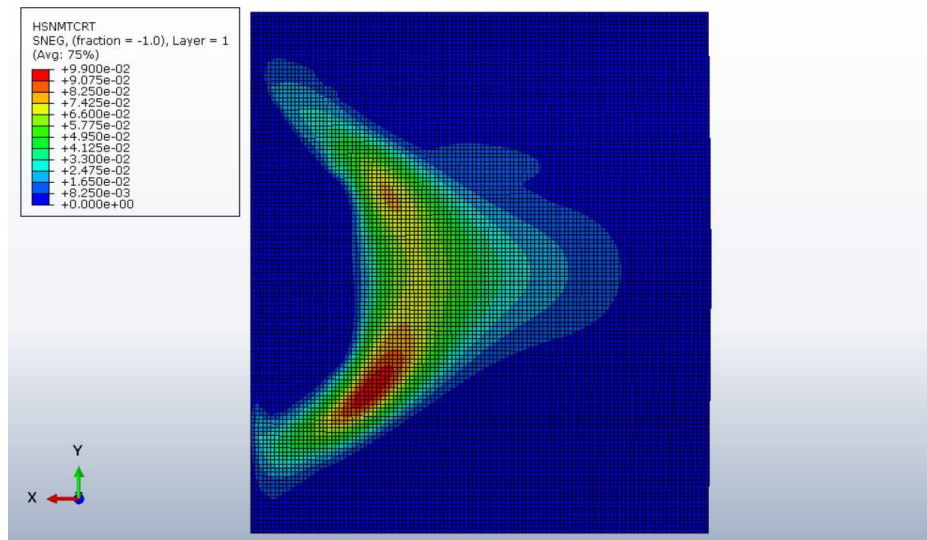
Kod postavnog kuta vlakana  $45^\circ$  indeksi popuštanja za tlačno opterećenje na spoju uzdužnice i oplate su relativno malog iznosa.



Slika 41. Hashin-ov kriterij za sloj s postavnim kutom  $-45^\circ$  (tlačno popuštanje matrice)

Kod postavnog kuta vlakana  $-45^\circ$  (slika 41.) za tlačno opterećenje matrice, indeks popuštanja je najvećeg iznosa na spoju uzdužnice i oplate u zoni inicijalne pukotine i širi se u smjeru dužine uzdužnice, dok su kod postavnog kuta  $90^\circ$  iznosi indeksa popuštanja zanemarivi.

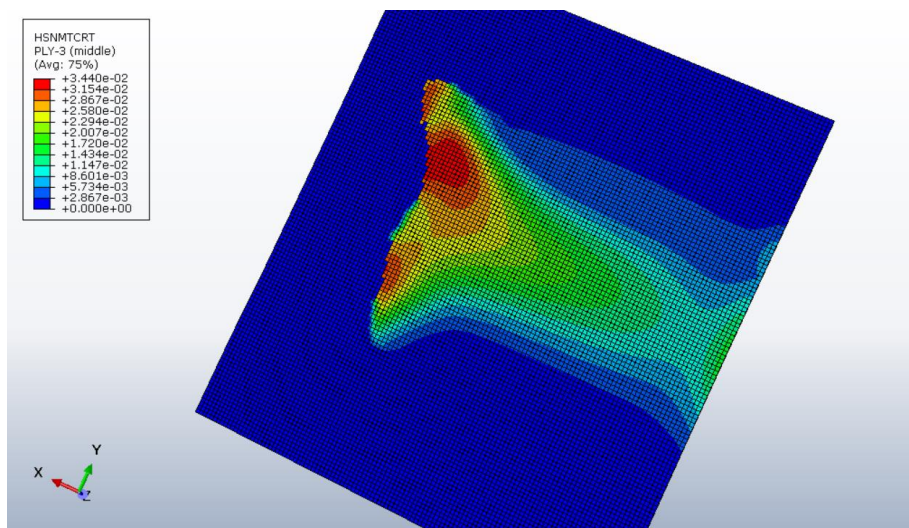
Za sloj s postavnim kutom od  $0^\circ$  kod tlačnog popuštanja matrice indeks popuštanja se nalazi u blizini inicijalne pukotine te je najveći iznos na rubu inicijalne pukotine kako prikazuje slika 42.



Slika 42. Hashin-ov kriterij za sloj s postavnim kutom  $0^\circ$  (vlačno popuštanje matrice)

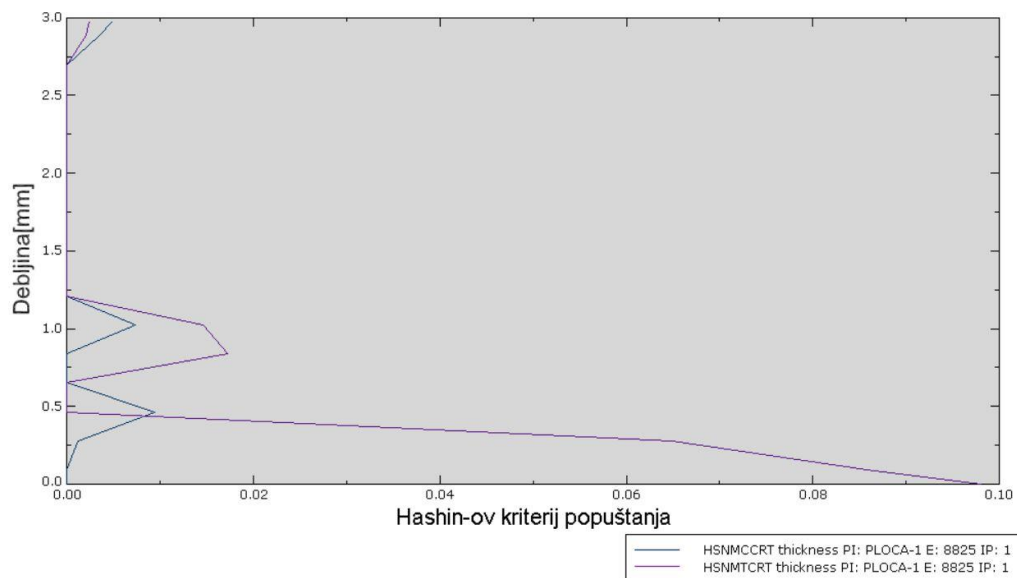
Kod vlačnog opterećenja sloja s postavnim kutom  $45^\circ$  nalazi se na istom području kao kod sloja s kutom  $0^\circ$ , ali nešto manjeg iznosa. Također se nalazi na području spoja uzdužnice i oplate.

Indeks popuštanja za sloj s kutom  $-45^\circ$  (slika 43.) nalazi se na suprotnom kraju inicijalne pukotine u odnosu na sloj s kutom  $45^\circ$ . Iznos indeksa je manji od indeksa popuštanja kod sloja sa suprotno postavljenim vlaknima.



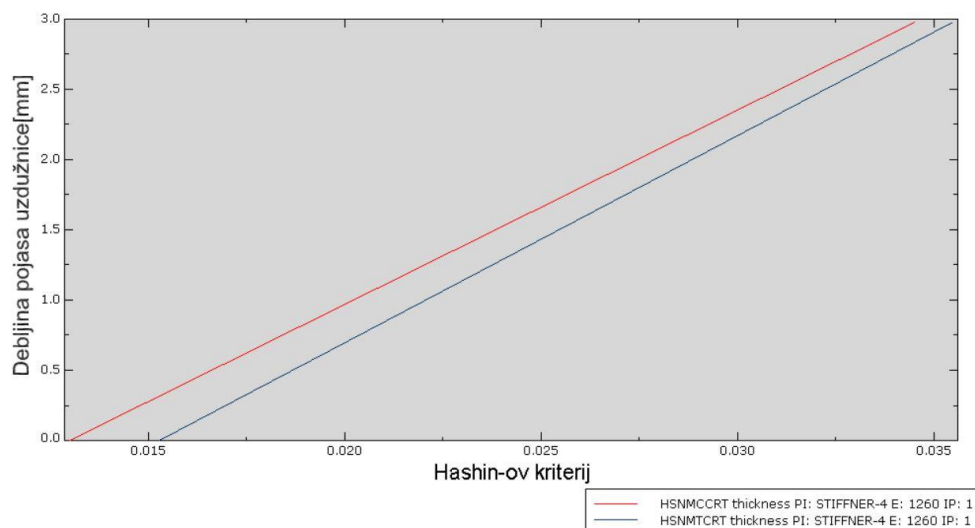
Slika 43. Hashin-ov kriterij za sloj s postavnim kutom  $-45^\circ$  (vlačno popuštanje matrice)

Kod sloja s postavnim kutom  $90^\circ$  indeks popuštanja je jako malog iznosa i nalazi se na suprotnoj strani u odnosu na inicijalnu pukotinu. Može se zaključiti će kod slojeva s ovakvim postavnim kutom najkasnije pojaviti popuštanje oplata.



Slika 44. Dijagram raspodjele kriterija tlačnog popuštanja matrice po Hashin-u kroz debljinu elementa

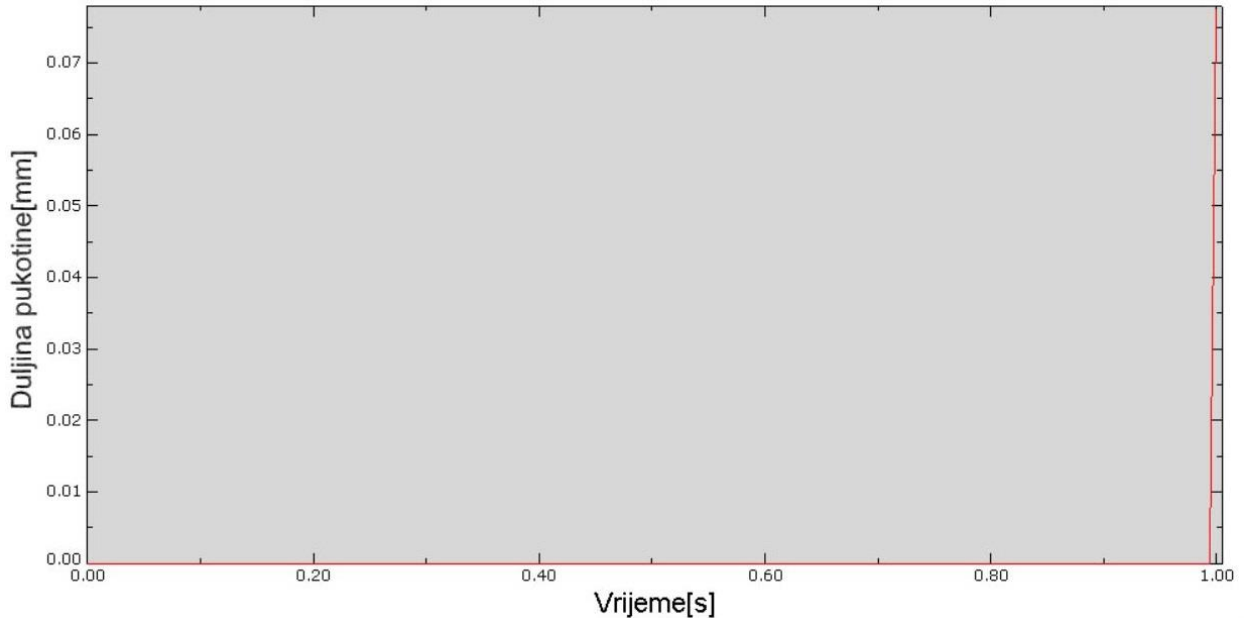
Hashin-ov kriteriji popuštanja za tlačno i vlačno opterećenje matrice dani su dijagramom na slici 44. Iz dijagrama se mogu očitati indeksi popuštanja za cijelu debljinu oplata. Iznosi ovih indeksa su mali na debljini oplata od 0.5 do 1.5 mm. Od debljine oplata iznosa 1.25 mm do 2.7 mm popuštanja prema ovom kriteriju nema, dok su i nakon te debljine znatno malog iznosa. Treba uzeti u obzir da je odabrani konačni element na panelu oplata, smješten na područje gdje je prikazivano najveće popuštanje za vlačno opterećenje.



Slika 45. Kriterij popuštanja prema Hashin-u kroz debljinu pojasa uzdužnice za matricu

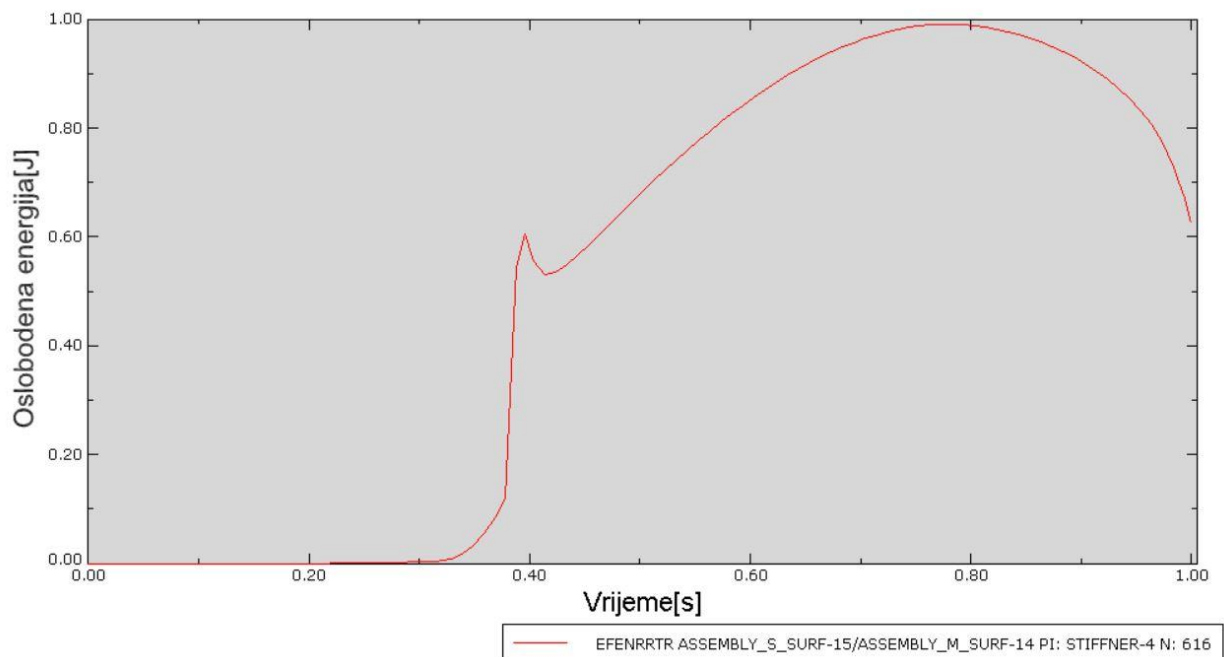
Također, zanimljivo je vidjeti raspodjelu kriterija kroz debljinu pojasa uzdužnice (slika 45.). Odabran je element na kraju incijalne pukotine, te se iz dijagrama može očitati linearno

ponašanje kriterija popuštanja, međutim manjeg iznosa indeksa popuštanja od onih kod opterećenja panela (slika 44.). Kriterij za vlačno popuštanje matrice je manjeg iznosa od kriterija za tlačno popuštanje matrice.



Slika 46. Dijagram širenja pukotine za panel ojačan uzdužnicama

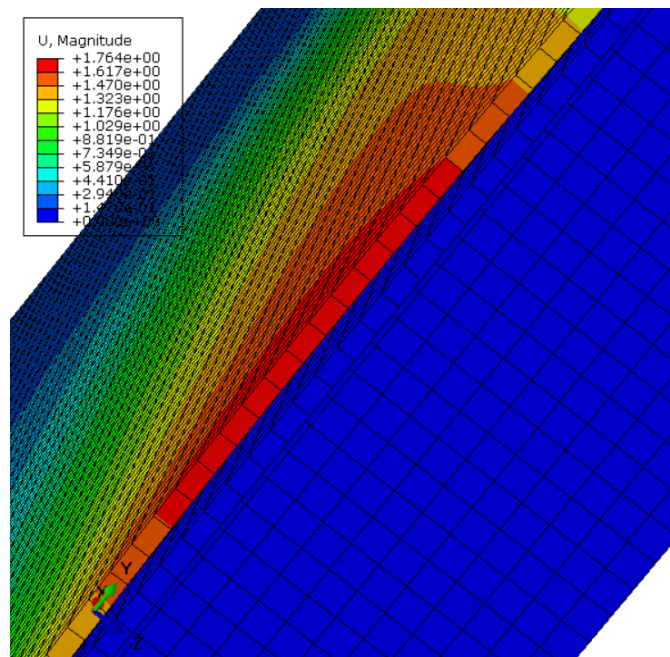
Slika 46. prikazuje dijagram širenja pukotine za panel ojačan uzdužnicama. Iz dijagrama se može očitati da će do pojave širenja inicijalne pukotine doći pri krajnjem iznosu sile opterećenja na panel (pomak) i da dolazi do naglog širenja. Odabrani element za ovaj dijagram nalazi se na rubu inicijalne pukotine.



Slika 47. Efektivna oslobođena energija panela ojačanog uzdužnicama



Oslobodena energija tokom opterećenja panela ojačanog uzdužnicama je prikazana slikom 47. Odabrani element za rezultat na slici 47. se nalazi na rubu inicijalne pukotine. Povećanje oslobođene energije se dogodilo na 0.4 sekundi analize, te nakon toga dolazi do neznatnog pada.



Slika 48. Pomak oplata panela ojačanog uzdužnicama

Do pomaka oplata iznosa 1.76 mm dolazi na području inicijalne pukotine, što odgovara rezultatima iz literature[8]. Pomak je najvećeg iznosa u samom središtu inicijalne pukotine (slika 48.).

#### 4.4. Indeksi popuštanja i pojave međuslojnih oštećenja

Tablicama u ovom potglavljju su prikazani indeksi popuštanja za tri analizirana modela za slojeve s različitim postavnim kutovima. Vrijednosti u tablicama su maksimalne koje numerički model predviđa bilo gdje u modelu.

Za model savijanja kompozitne ploče s provrtom indeksi popuštanja su prikazani tablicom 11.

Tablica 11. Iznos indeksa popuštanja u odnosu na postavni kut slojeva za model savijanja kompozitne ploče s provrtom

Postavni kut sloja	Tsai-Hill	Tsai-Wu	Hashin
0° (sloj 1)	1.45	1.40	1.88
90° (sloj 2)	1.97	2.01	3.88

Za model panela ojačanog uzdužnicama indeksi popuštanja su prikazani tablicom 12.

Tablica 12. Iznos indeksa popuštanja za postavni kut slojeva modela panela ojačanog uzdužnicama

Postavni kut sloja	Tsai-Hill	Tsai-Wu	Hashin
0°	0.37	0.35	0.1
45°	0.34	0.29	0.06
-45°	0.31	0.22	0.03
90	0.13	0.15	0.02

Kod modela dvostruke grede, za opterećenje koje je okomito na ploču vidljivo je iz rezultata sa slike 19. da dijagram sila/pomak odgovara literaturi [6]. Vrijednosti naprezanja su najveće u području inicijalne pukotine. Do širenja pukotine je došlo u području ruba inicijalne pukotine iznosa 0.68 mm kako je prikazano slikom 20.

Kod modela savijanja kompozitne ploče s provrtom zbog zadane inicijalne pukotine u blizini oslabljenja konstrukcije (provrt) jasno je za očekivati da će na tom mjestu doći do popuštanja. Zbog velikog narinutog opterećenja ploča je popustila, ali iz rezultata je vidljivo da će do popuštanja doći kod slojeva s postavnim kutom 90°, iako je kod slojeva s drugim postavnim kutovima također došlo do popuštanja, ali manjih iznosa indeksa popuštanja. To znači da će u slojevima pod 90° doći prvo do oštećenja, a zatim u slojevima s postavnim kutom 0°. Također treba naglasiti da treba uzeti u obzir način i smjer opterećenja i udaljenost kompozitnih slojeva od inicijalne pukotine. Također je iz dijagram kriterija popuštanja (slika 39.) vidljiv porast i pad indeksa kriterija popuštanja za različite slojeve. Iz dijagrama sa slike 36. može vidjeti da dolazi do širenja inicijalne pukotine, što se također može očitati iz dijagrama sa slike 38. gdje je vidljiv eksponencijalni rast efektivne oslobođene energije.

Za model panela ojačanog uzdužnicama kojem je inicijalna pukotina zadana na spoju uzdužnice s oplatom očekivano je da će doći do popuštanja (delaminacije) na tom području. Prema dobivenim indeksima kriterija popuštanja vidljivo je da pri ovakvom iznosu opterećenja, neće doći do kolapsa konstrukcije, ali je vidljivo da će se kod slojeva s postavnim kutom 0° najprije pojaviti delaminacija uslijed inicijalne pukotine. Inicijalna pukotina je zadana između dva različita elementa, ali zbog veće krutosti i većeg broja slojeva uzdužnice, popuštanje slojeva će se pojaviti na oplati panela. Kod slojeva s postavnim kutovima 45° i -45° indeksi popuštanja su nešto manjeg iznosa, dok su kod sloja s postavnim kutom 90° ti indeksi jako malog iznosa te su skoro zanemarivi. Do širenja pukotine će doći na samom rubu inicijalne pukotine u maksimalnom iznosu od 0.08 mm.

Kod modela savijanja ploče s provrtom doći će do popuštanja također uslijed vlačnog , ali i tlačnog opterećenja matrice.

Za model panela ojačanog uzdužnicama, iznosi kriterija popuštanja prema Hashinu su iznimno mali, ali se predviđa da će do popuštanja doći uslijed tlačnog opterećenja matrice, što je i razumljivo zbog načina opterećenja panela.

## 5. ZAKLJUČAK

Nakon provedenih analiza na različitim modelima primjenom *Virtual Crack Closure Technique* može se zaključiti da je metoda pouzdana te može poslužiti za procjenu ponašanja širenja delaminacija u višeslojnim zrakoplovnim kompozitnim konstrukcijama. Pritom treba biti pažljiv s postavkama numeričkog modela analize zbog problema s konvergencijom nelinearne numeričke analize. Također pri analizi bi bilo poželjno uključivanje moda automatske stabilizacije analize. Nadalje umjesto programa Abaqus/Standard preporučljivo bi bilo koristiti Abaqus/Explicit iz razloga što bi se upotrebom eksplicitne integracije vjerojatno izbjegli problemi s konvergencijom rješenja. Nakon analize različitih modela uočeno je ponašanje kompozitnih slojeva pri popuštanju uslijed različitih načina opterećenja. Uočeno je se da sloj najbliži inicijalnoj pukotini najviše ošteti.

Kod modela dvostruko uklještene grede kriteriji popuštanja nisu dani iz razloga što model nije izrađen od kompozitnog materijala, ali je dan dijagram sile u odnosu na pomak koji se podudara sa stručnom literaturom[6]. Također je prikazan pomak u području inicijalne pukotine (slika 20.). Za pojavu pukotine kod provrta u kompozitnoj ploči uočeno je da će kod slojeva s postavnim kutom  $90^\circ$  (slika 30.) doći do popuštanja, te pri narinutom velikom opterećenju i do mogućeg kolapsa konstrukcije. Također, do kolapsa će doći uslijed vlačnog, ali i tlačnog oštećenja matrice što prikazuje Hashin-ov kriterij. Svi modeli analizirani u ovom radu su različitih debljina slojeva, različitog rasporeda postavnih kutova, izrađeni su od istog materijala (ugljik/epoksi), ali različitog načina opterećenja.

Model panela ojačanog uzdužnicama koji je opterećen tlačno u smjeru uzdužnica, dokazuje kako će do popuštanja doći uslijed tlačnog opterećenja matrice, te da će kod sloja s postavnim kutom  $0^\circ$  (slika 42.) doći do najvećeg indeksa kriterija popuštanja. Treba biti pažljiv pri analizi rezultata, jer svaki od modela je zaseban i prikazuje ponašanje slojeva s pukotinom za određeni smjer opterećenja i različite rubne uvjete. Jedan od nedostataka ove metode je potrebno zadavanje inicijalne pukotine, kako bi se vidjelo daljnje ponašanje širenja pukotine u kompozitnom sloju, dok se kao alternativa predlaže metoda kohezivnih elemenata kod koje zadavanje inicijalne pukotine nije potrebno.

**LITERATURA**

- [1] Kassapoglou,C.(2010.). *Design and analysis of composite structures with applications to aerospace structures* .John Wiley&Sons, Ltd
- [2] Pietropaoli,E.(2011.). *Virtual Crack Closure Technique and Finite Element Method for Predicting the Delamination Growth Initiation in Composite Structures, Advances in Composite Materials-Analysis of Natural and Man-Made Materials*, Dr. Pavla Tesinova (Ed.), ISBN: 978-953-307-449-8, InTech, Available from: <http://www.intechopen.com/books/advances-in-composite-materials-analysis-of-natural-and-man-madematerials/virtual-crack-closure-technique-and-finite-element-method-for-predicting-the-delamination-growth-ini>
- [3] Krueger,R.(2002.). *The Virtual Crack Closure Technique:History, Approach and Applications*.
- [4] Smojver,I.(2006./2007.). *Mehanika kompozitnih materijala*, Zagreb
- [5] Hashin,Z;Rotem,A.(1973.). *A Fatigue Failure Criterion For Fibre Reinforced Materials*.
- [6] Burlayenko,N;Sadowski,T.(2008). *FE modeling of delamination growth in interlaminar fracture specimens*.
- [7] Andre,A;Nilsson,S;L.E.Asp.(2013). *Finite element delamination study of a notched composite plate under flexural loads*.
- [8] Aniello,R.(2015.). *Damage Growth in Aerospace Composites*. Department of Industrial and Information Engineering,Second University of Naples,Aversa,Italy
- [9] *Abaqus Users Manual*, Version 6.13-1, Dassault Systemes Simulia Corp., Providence,RI.
- [10] Paris,F.(2001.). *A study of Failure Criteria of Fibrous Composite Materials*.
- [11] Nilsson,S.(2009.) *Size effect on the strength of notched CFRP laminates loaded in bending*.