

# Analiza podzvučnog potencijalnog optjecanja zrakoplovne konfiguracije

---

Filković, Daniel

Master's thesis / Diplomski rad

2008

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:608506>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-22**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



Sveučilište u Zagrebu

Fakultet strojarstva i brodogradnje

# **DIPLOMSKI RAD**

Mentor

Zdravko Virag

Daniel Filković

Zagreb, 2008

## **Sažetak**

U ovom je diplomskom radu razvijena varijanta metode panela za proračun potencijalnog opstrujavanja trodimenzionalnih aerodinamičkih konfiguracija. Program se temelji na diskretizaciji geometrije tijela kombinacijom četverokutnih panela s konstantnom raspodjelom izvora i dipola te pronalaženju njihovih vrijednosti uz odgovarajući rubni uvjet. Iz vrijednosti dipola se kasnije lako dolazi do polja brzine i tlaka te na kraju i aerodinamičkih koeficijenata koji su i krajnji interes.

Program je primijenjen na krilo te jednu konfiguraciju zrakoplova. Dobiveni rezultati su uspoređeni s rezultatima dobivenim računalnim programom FLUENT, a na temelju dobivenih rješenja može se reći da za sve koeficijente osim koeficijenta otpora i koeficijenta momenta propinjanja razlika pada ispod 10%, s time da je koeficijent otpora neusporediv, a rezultati za koeficijent momenta propinjanja se razlikuju oko 20%.

Ključne riječi: potencijalno strujanje, metoda panela, zrakoplovna konfiguracija, FLUENT, metoda kontrolnih volumena

## Sadržaj

1.	UVOD.....	1
2.	TEORIJSKA OSNOVA .....	2
2.1.	Glavne jednačbe dinamike fluida.....	2
2.2.	Navier-Stokesove jednačbe .....	2
2.3.	Jednačbe potencijalnog strujanja.....	3
2.4.	Osnove neviskozno, nestlačivog strujanja .....	5
3.	IZRAZI (DIJELOVI) PROGRAMA 3D METODE PANELA.....	6
3.1.	Izračun geometrijskih veličina mreže .....	6
3.2.	Izračun utjecajnih koeficijenata .....	10
3.3.	Rješenje sustava jednačbi.....	15
3.4.	Izračun brzina, tlakova i sila .....	16
4.	ANALIZA REZULTATA PROGRAMA 3D METODA PANELA .....	18
4.1.	Analiza konvergencije rješenja s obzirom na gustoću mreže .....	18
4.1.1.	Konvergencija rješenja povećanjem broja panela po rasponu krila ....	19
4.1.2.	Konvergencija rješenja povećanjem broja panela po aeroprofilu krila	21
4.2.	Usporedba računalnih programa 3D metode panela i FLUENT-a za zrakoplovnu konfiguraciju. ....	25
4.2.1.	Opis odabrane konfiguracije.....	25
4.2.2.	Diskretiziranje geometrije zrakoplova za metodu panela.....	27
4.2.3.	Analiza konvergencije rješenja s obzirom na "far field" koeficijent ...	28
4.2.4.	Diskretiziranje geometrije zrakoplova za računalni program FLUENT 30	
4.2.5.	Ispitivanje konvergencije rješenja u FLUENT-u.....	32
4.2.6.	Usporedba rezultata .....	34
5.	ZAKLJUČAK.....	59

## Popis slika

<i>Slika 2-1</i>	<i>Transformacija iz koordinatnog sustava letjelice u aerodinamički sustav .....</i>	<i>4</i>
<i>Slika 2-2</i>	<i>Podjela polja strujanja na viskozno i neviskozno područje .....</i>	<i>5</i>
<i>Slika 3-1</i>	<i>Odabrani koordinatni sustav .....</i>	<i>6</i>
<i>Slika 3-2</i>	<i>Označavanje panela.....</i>	<i>7</i>
<i>Slika 3-3</i>	<i>Kolokacijska točka i jedinični vektori panela .....</i>	<i>8</i>
<i>Slika 3-4</i>	<i>Četverokutni panel.....</i>	<i>11</i>
<i>Slika 3-5</i>	<i>Postavljanje Kuttinog uvjeta na izlaznom bridu krila.....</i>	<i>14</i>
<i>Slika 4-1</i>	<i>Geometrija analiziranog krila .....</i>	<i>18</i>
<i>Slika 4-2</i>	<i>a) gruba, b) optimalna i c) fina mreža krila.....</i>	<i>23</i>
<i>Slika 4-3</i>	<i>Tri projekcije odabrane konfiguracije zrakoplova.....</i>	<i>26</i>
<i>Slika 4-4</i>	<i>Tri mreže zrakoplova za metodu panela: a) gruba, b) optimalna i c) fina.....</i>	<i>27</i>
<i>Slika 4-5</i>	<i>Domena opstrujavanja u FLUENT-u.....</i>	<i>30</i>
<i>Slika 4-6</i>	<i>6 mreža različitih gustoća za analizu u FLUENT-u.....</i>	<i>31</i>
<i>Slika 4-7</i>	<i>Odabrana mreža za rad u FLUENT-u .....</i>	<i>33</i>
<i>Slika 4-8</i>	<i>Raspored koeficijenta tlaka za a) FLUENT i b) 3D Metodu Panela.....</i>	<i>58</i>

## Popis dijagrama

Dijagram 4-1	Ovisnost koeficijenta uzdužne sile o broju panela po rasponu polukrila .....	19
Dijagram 4-2	Ovisnost koeficijenta vertikalne sile o broju panela po rasponu polukrila .....	20
Dijagram 4-3	Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o broju panela po rasponu polukrila .....	20
Dijagram 4-4	Ovisnost koeficijenta uzdužne sile o broju panela po aeroprofilu.....	21
Dijagram 4-5	Ovisnost koeficijenta vertikalne sile o broju panela po aeroprofilu.....	22
Dijagram 4-6	Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o broju panela po aeroprofilu.....	22
Dijagram 4-7	Ovisnost koeficijenta tlaka za grubu, optimalnu i finu diskretizaciju krila .....	24
Dijagram 4-8	Ovisnost vremena izračuna o finoći mreže .....	24
Dijagram 4-9	Ovisnost koeficijenta uzdužne sile o "far field" koeficijentu.....	28
Dijagram 4-10	Ovisnost koeficijenta vertikalne sile o "far field" koeficijentu.....	28
Dijagram 4-11	Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o "far field" koeficijentu.....	29
Dijagram 4-12	Ovisnost vremena izračuna utjecajnih koeficijenata o "far field" koeficijentu .....	29
Dijagram 4-13	Ovisnost vremena računanja u FLUENT-u o broju elemenata .....	32
Dijagram 4-14	Konvergencija rezultata u FLUENT-u .....	33
Dijagram 4-15	Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu .....	36
Dijagram 4-16	Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu .....	36
Dijagram 4-17	Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu.....	37
Dijagram 4-18	Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja .....	37
Dijagram 4-19	Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja.....	38
Dijagram 4-20	Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja.....	38
Dijagram 4-21	Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu za krilo .....	43
Dijagram 4-22	Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu za horizontalni stabilizator .....	43
Dijagram 4-23	Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu za trup .....	44
Dijagram 4-24	Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu za vertikalni stabilizator .....	44
Dijagram 4-25	Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za krilo .....	45
Dijagram 4-26	Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za horizontalni stabilizator .....	45
Dijagram 4-27	Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za trup .....	46
Dijagram 4-28	Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za vertikalni stabilizator.....	46
Dijagram 4-29	Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu za krilo.....	47
Dijagram 4-30	Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu za horizontalni stabilizator.....	47
Dijagram 4-31	Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu za trup .....	48
Dijagram 4-32	Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu za vertikalni stabilizator.....	48
Dijagram 4-33	Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za desno krilo .....	49
Dijagram 4-34	Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za lijevo krilo.....	49
Dijagram 4-35	Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za desni horizontalni stabilizator .....	50
Dijagram 4-36	Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za lijevi horizontalni stabilizator.....	50
Dijagram 4-37	Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za trup .....	51
Dijagram 4-38	Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za vertikalni stabilizator.....	51

<i>Dijagram 4-39</i>	<i>Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za desno krilo .....</i>	<i>52</i>
<i>Dijagram 4-40</i>	<i>Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za lijevo krilo .....</i>	<i>52</i>
<i>Dijagram 4-41</i>	<i>Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za desni horizontalni stabilizator ...</i>	<i>53</i>
<i>Dijagram 4-42</i>	<i>Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za lijevi horizontalni stabilizator....</i>	<i>53</i>
<i>Dijagram 4-43</i>	<i>Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za trup.....</i>	<i>54</i>
<i>Dijagram 4-44</i>	<i>Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za vertikalni stabilizator.....</i>	<i>54</i>
<i>Dijagram 4-45</i>	<i>Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za desno krilo.....</i>	<i>55</i>
<i>Dijagram 4-46</i>	<i>Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za lijevo krilo .....</i>	<i>55</i>
<i>Dijagram 4-47</i>	<i>Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za desni horizontalni stabilizator.....</i>	<i>56</i>
<i>Dijagram 4-48</i>	<i>Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za lijevi horizontalni stabilizator .....</i>	<i>56</i>
<i>Dijagram 4-49</i>	<i>Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za trup.....</i>	<i>57</i>
<i>Dijagram 4-50</i>	<i>Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za vertikalni stabilizator .....</i>	<i>57</i>

**Popis tablica**

<i>Tablica 4-1</i>	<i>Geometrijske karakteristike odabrane konfiguracije zrakoplova.....</i>	<i>25</i>
<i>Tablica 4-2</i>	<i>Aerodinamički koeficijenti korišteni za usporedbu .....</i>	<i>34</i>
<i>Tablica 4-3</i>	<i>Aerodinamički koeficijenti dobiveni FLUENT-om i 3D metodom panela.....</i>	<i>35</i>
<i>Tablica 4-4</i>	<i>Aerodinamički koeficijenti pri uzdužnoj analizi za komponente zrakoplova.....</i>	<i>40</i>
<i>Tablica 4-5</i>	<i>Aerodinamički koeficijenti pri bočnoj analizi za komponente zrakoplova.....</i>	<i>41</i>



**Popis oznaka**

$\rho$	gustoća fluida
$\mathbf{v}$	vektor brzine
$\mathbf{x}$	vektor koordinate
$\mathbf{f}$	vektor vanjske masene sile
$\boldsymbol{\sigma}$	tenzor naprezanja
$\boldsymbol{\psi}$	vektorski potencijal
$\varphi$	skalarni potencijal
$p$	tlak
$\mathbf{F}$	vektor sile
$\mathbf{M}$	vektor momenta
$\mathbf{n}$	jedinični vektor normale
$\mathbf{u}$	uzdužni jedinični vektor
$\mathbf{p}$	poprečni jedinični vektor
$\mathbf{o}$	okomiti jedinični vektor
$M$	broj uzdužnih panela
$N$	broj poprečnih panela
$S_k$	površina $k$ -tog panela
$c_x, c_y, c_z$	koordinate kolokacijske točke
$\mathbf{x}_{i\text{glob}}$	koordinate $i$ -tog vrha panela u globalnom koordinatnom sustavu
$\mathbf{x}_{i\text{lok}}$	koordinate $i$ -tog vrha panela u lokalnom koordinatnom sustavu
$\Phi$	inducirani potencijal panela
$\sigma$	jakost konstantnog izvora
$\mu$	jakost konstantnog dipola
$\mathbf{V}_\infty$	vektor komponenti brzine slobodne struje
$V_\infty$	iznos brzine slobodne struje
$\mathbf{c}_{\text{RHS}}$	vektor "desne strane" jednadžbe
$\mathbf{a}$	matrica utjecajnih koeficijenata dipola
$\mathbf{b}$	matrica utjecajnih koeficijenata izvora
$q_u, q_p, q_o$	inducirane brzine u uzdužnom, poprečnom i okomitom smjeru
$g_u, g_o$	komponente brzine slobodne struje u uzdužnom i okomitom smjeru

$c_p$	koeficijent tlaka
$O$	broj panela
$q$	dinamički (referentni) tlak
$M_L$	moment valjanja (oko uzdužne $x$ osi)
$M_M$	moment propinjanja (oko poprečne $y$ osi)
$M_N$	moment skretanja (oko vertikalne $z$ osi)
$C_i$	koeficijent sile na tijelo u $i$ -tom smjeru ( $i = x, y, z$ )
$C_L$	koeficijent momenta valjanja
$C_M$	koeficijent momenta propinjanja
$C_N$	koeficijent momenta skretanja
$C_L$	koeficijent uzgona
$C_D$	koeficijent otpora
$S_{\text{ref}}$	Površina krila (referentna)
$b_{\text{span}}$	raspon krila (referentni)
$c_{\text{SAT}}$	srednja aerodinamička tetiva (referentna)
$A$	vitkost krila (aspektni odnos)

## **Izjava**

Izjavljujem da sam diplomski rad izradio samostalno, koristeći znanje stečeno tijekom studija i literaturu navedenu u radu uz stručnu pomoć mentora prof. dr. sc. Zdravka Viraga i dipl. ing. Severina Krizmanića, na čemu im se iskreno zahvaljujem.

## **1. UVOD**

Klasičan problem aerodinamike je odrediti sile i momente na zrakoplovu uslijed vanjskog opstrujavanja. Najtočniji način je ispitivanje na samom zrakoplovu, no to uključuje izgradnju prototipa, najskuplje je i (u fazi konstruiranja) neprihvatljivo rješenje. Slijedi ispitivanje u zračnom tunelu i ono je vrhunac tehnologije, no vrlo je skupa i (s gledišta analize i optimizacije) vrlo spora metoda.

Metoda panela je relativno stara numerička metoda koja svoje početke vuče od pojave prvih računala. Metoda rješava potencijalno opstrujavanje koje u zrakoplovnim konfiguracijama, ukoliko se proširi s rješavanjem viskoznog strujanja u graničnom sloju uz stjenke zrakoplova, omogućava rješavanje većine problema u području linearnog ponašanja zrakoplova.

Zadnjih nekoliko desetljeća metoda panela je potisnuta i danas je metoda kontrolnih volumena (u daljnjem tekstu MKV) vjerojatno najraširenija metoda za numeričku analizu opstrujavanja. Metoda se temelji na diskretizaciji Navier-Stokesovih jednadžbi po kontrolnim volumenima. Prednosti MKV-a su u mogućnosti analize svih slučajeva opstrujavanja zrakoplova pri svim brzinama, dakle viskozno (turbulentno) i stlačivo strujanje. Iz razloga što se metodom kontrolnih volumena diskretizira prostor opstrujavanja, za razliku od metode panela gdje se diskretizacija odvija samo po površini opstrujavanog tijela, MKV je znatno sporija čineći metodu panela i dalje prisutnom.

U ovom je radu primijenjena metoda panela, čiji će se rezultati usporediti s rezultatima metode kontrolnih volumena uz primjenu modela neviskoznog nestlačivog strujanja.

## 2. TEORIJSKA OSNOVA

U ovom će se poglavlju iznijeti glavne jednačbe koje opisuju strujanje razmatrano u ovom radu. Jednačbe su pisane indeksnom notacijom.

### 2.1. Glavne jednačbe dinamike fluida

Prva glavna jednačba je zakon očuvanja mase i glasi

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1.1)$$

Jednačba (1.1) za nestlačive fluide poprima jednostavniji oblik budući da nestlačivi fluidi imaju konstantnu gustoću:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.2)$$

Druga glavna jednačba je zakon očuvanja količine gibanja i glasi

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j v_i)}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} \quad (1.3)$$

### 2.2. Navier-Stokesove jednačbe

Uvođenjem Newtonovog zakona viskoznosti i jednačbe kontinuiteta u zakon očuvanja količine gibanja, dolazi se do poznatih Navier-Stokesovih jednačbi koje za nestlačivi fluid glase

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0 \\ \rho \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + \rho f_x \\ \rho \left( \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) + \rho f_y \\ \rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + \rho f_z \end{aligned} \quad (1.4)$$

U okviru ovog rada, ove su jednačbe korištene u programskom paketu FLUENT sa zanemarenom viskoznošću.

### 2.3. Jednadžbe potencijalnog strujanja

Ukoliko se pretpostavi potencijalno strujanje, jednadžba kontinuiteta (1.2) prelazi u

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_i^2} = 0 \quad (1.5)$$

koja se naziva Laplaceova jednadžba. Veličina  $\varphi$  u izrazu

$$v_i = \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \quad (1.6)$$

se naziva skalarni potencijal brzine. Lako se može dokazati da je potencijalno strujanje bezvrtložno.

Sljedeća važna jednadžba dolazi iz jednadžbe količine gibanja za bezvrtložno i neviskozno strujanje (Eulerova jednadžba) za slučaj stacionarnog strujanja i glasi

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \text{konst} \quad (1.7)$$

koja se naziva Euler – Bernoullijeva jednadžba.

Rješavanjem jednadžbe (1.5) dolazi se do polja brzine iz kojeg se pomoću jednadžbe (1.7) dolazi do polja tlaka.

Vrlo važno svojstvo Laplaceove jednadžbe jest da je zbroj bilo koja dva rješenja te jednadžbe također rješenje te jednadžbe. To znači da se strujanje može prikazati zbrojem raspoređenih singulariteta čije vrijednosti se nalaze uz odgovarajući rubni uvjet. Ovo je važno iz razloga što se u metodi korištenoj u ovom radu upravo koristi kombinacija četverokutnih panela po kojima su raspodijeljeni izvori i dipoli.

Integriranjem tlaka po površini tijela se dolazi do ukupnih sila i momenata koji djeluju na tijelo:

$$F_i = - \int_S p n_i dS \quad (1.8)$$

$$M_i = - \int_S \epsilon_{ijk} x_j n_k p dS \quad (1.9)$$

gdje je  $p$  tlak,  $n_k$  komponenta jediničnog vektora normale, a  $x_j$  udaljenost od referentne točke.

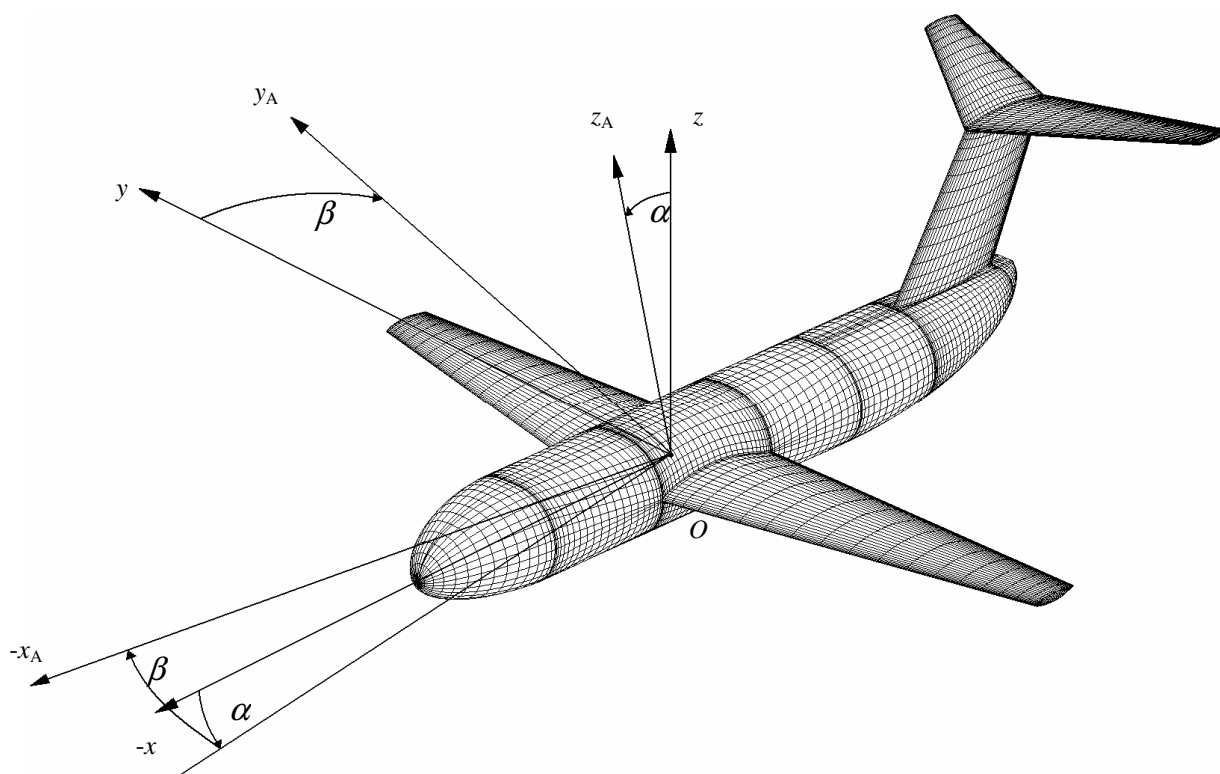
Koeficijenti sila i momenata se računaju prema sljedećim izrazima:

$$C_x = \frac{F_x}{qS_{\text{ref}}}, C_y = \frac{F_y}{qS_{\text{ref}}}, C_z = \frac{F_z}{qS_{\text{ref}}}$$

$$C_l = \frac{M_l}{qS_{\text{ref}} b_{\text{span}}}, C_m = \frac{M_m}{qS_{\text{ref}} c_{\text{SAT}}}, C_n = \frac{M_n}{qS_{\text{ref}} b_{\text{span}}} \quad (1.10)$$

pri čemu je  $S_{\text{ref}}$  referentna površina (krila),  $c_{\text{SAT}}$  referentna dužina (srednja aerodinamička tetiva),  $b_{\text{span}}$  referentna dužina (raspon krila), a  $q = \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2$  referentni tlak (dinamički).

Sile uzgona i otpora su definirane u aerodinamičkom koordinatnom sustavu ( $Ox_A y_A z_A$ ) koji se dobije rotacijom koordinatnog sustava letjelice ( $Oxyz$ ), prvo za napadni kut ( $\alpha$ ) oko osi  $y$ , a zatim za kut klizanja ( $\beta$ ) oko osi  $z_A$  (Slika 2-1).



Slika 2-1 Transformacija iz koordinatnog sustava letjelice u aerodinamički sustav

Budući da su u ovom radu sile uzgona i otpora razmatrane samo pri uzdužnoj analizi gdje se mijenja samo napadni kut  $\alpha$ , transformacija sila iz aerodinamičkog u koordinatni sustav letjelice je definiran izrazom:

$$\begin{bmatrix} C_L \\ C_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_Z \\ C_X \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

## 2.4. Osnove neviskoznog, nestlačivog strujanja

Svako polje brzine se može predstaviti pomoću skalarnog i vektorskog potencijala u obliku

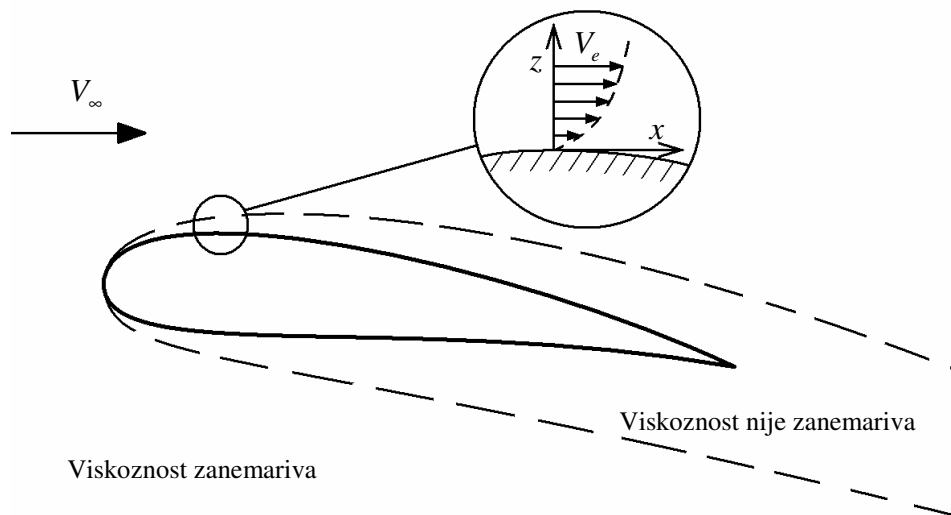
$$v_i = \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} + \varepsilon_{ijk} \frac{\partial \psi_k}{\partial x_j} \quad (1.12)$$

pri čemu prvi dio desne strane predstavlja bezvrtložni dio polja brzine, a drugi dio predstavlja bezizvorni dio koji daje vrtložnost ali ne narušava jednadžbu kontinuiteta.

Ovo je vrlo bitno budući da se time može uvesti cirkulacija oko aeroprofila i omogućiti ostvarivanje uzgona.

U slučaju trodimenzionalnog tijela ova bi cirkulacija predstavljala vrtložnu nit po rasponu krila. Vrlo bitan teorem koji kaže da vrtložna cijev ne može imati početak ni završetak unutar fluida zove se Drugi Helmholtzov teorem. Imajući ovo u vidu, vrtložna nit koja se pruža po rasponu krila na njegovim krajevima mora skrenuti unazad niz struju fluida. Ova pojava je fizički vidljiva u obliku vrtloga na krajevima krila zrakoplova.

Bitno je napomenuti da se viskoznost ne može zanemariti u blizini stjenke tijela, odnosno graničnom sloju, no budući da je njegova debljina relativno mala, ona neće značajnije utjecati na proračun vanjskog potencijalnog opstrujavanja (Slika 2.2).



Slika 2-2 Podjela polja strujanja na viskozno i neviskozno područje



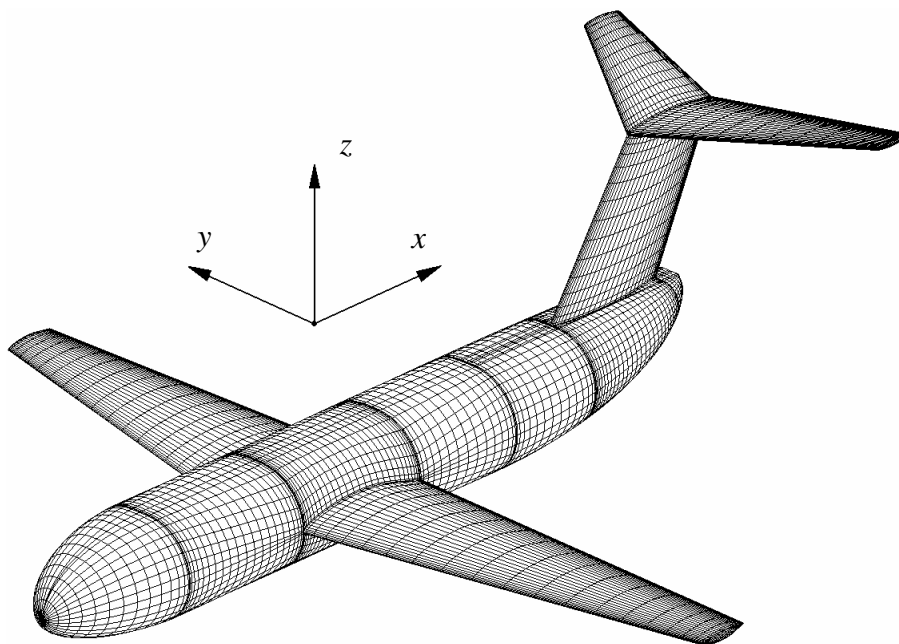
### 3. IZRAZI (DIJELOVI) PROGRAMA 3D METODE PANELA

Program 3D metoda panela je napisan u programskom jeziku – alatu MATLAB, vrlo korisnom inženjerskom alatu s programskim jezikom sličnim "C"-u i FORTRAN-u s dobrim mogućnostima postprocesiranja odnosno prikaza rezultata.

Budući da je priprema mreže odnosno diskretiziranje geometrije (predprocesiranje) vrlo kompliciran zadatak koji uključuje u najmanju ruku učitavanje gotove geometrije izrađene vanjskim programom te zatim njezino diskretiziranje, za ovaj je rad "ručno" pripremljena mreža koja će biti detaljnije prikazana u poglavlju 4.

#### 3.1. Izračun geometrijskih veličina mreže

Prije svega bitno je definirati globalni koordinatni sustav koji će se koristiti u programu. To je desni kartezijski koordinatni sustav s osi  $x$  u pravcu od nosa prema repu zrakoplova, osi  $y$  u pravcu raspona desnog krila i osi  $z$  vertikalno prema gore gledajući promatranu konfiguraciju zrakoplova prema slici (3-1).



Slika 3-1 Odabrani koordinatni sustav

Geometrija je diskretizirana strukturiranom mrežom s dvama brojačima; "i" – brojač za broj panela po tetivi te "j" – brojač za broj panela po rasponu kojima se definira pozicija panela. Označavanje panela je vrlo važno te mora biti usvojena konvencija.

Na slici (3-2) je prikazano krilo s konvencijom označavanja panela. Vrhovi panela se označavaju istim brojačima kao i paneli, s tim da vrhova ima za jedan više od panela u smjeru svakog brojača.

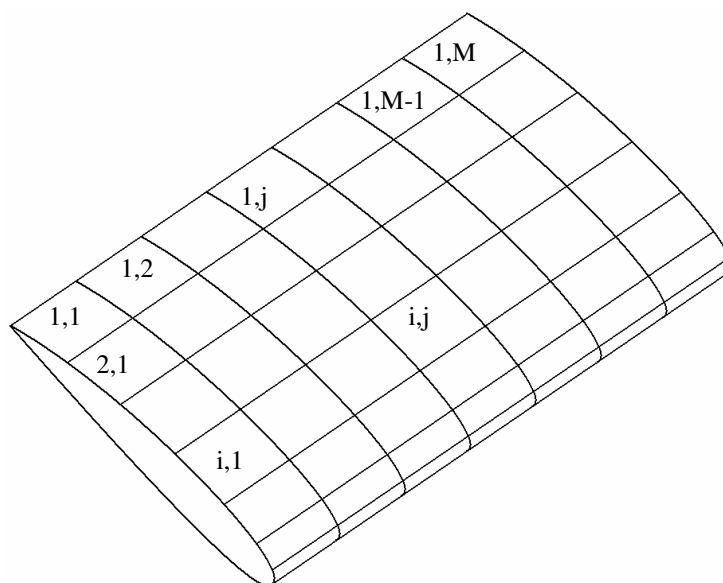
Imajući prethodno u vidu, mreža će se matematički sastojati od jedne matrice ukoliko se radi o mreži koju je moguće razviti u četverokutni plašt s  $M \times N$  panela. Ukoliko se radi o mreži koju nije moguće razviti u jedan četverokutni plašt, kao što je to slučaj u ovom radu za jednu zrakoplovnu konfiguraciju, u tom slučaju se geometrijska mreža slaže u matricu trećeg reda  $M \times N \times komp$  gdje su  $M$  i  $N$  maksimalni broj poprečnih odnosno uzdužnih panela te  $komp$  broj komponenata koje će sačinjavati geometriju. Opet, ukoliko se radi o koordinatama vrhova panela, matrica trećeg reda poprima oblik  $(M + 1) \times (N + 1) \times komp$  za svaku od tri prostornih koordinata  $x, y, z$ .

Izračun površina panela izvodi se preko modula vektorskog produkta dijagonala prema sljedećem izrazu:

$$S = \frac{|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|}{2} \quad (3.1)$$

gdje je  $S$  površina, a  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{B}$  vektori dijagonala panela.

Ukoliko je promatrana točka udaljena od panela za vrijednost veću od  $FF \cdot D$ , gdje je  $FF$  "far field" koeficijent, a  $D$  duljina veće dijagonale panela, tada se panel zamjenjuje točkastim singularitetom. Ovo se koristi zbog uštede u vremenu računanja, a ovdje je usvojeno  $FF = 5$ , što se pokazalo dovoljnim u 4. poglavlju te također u [1].



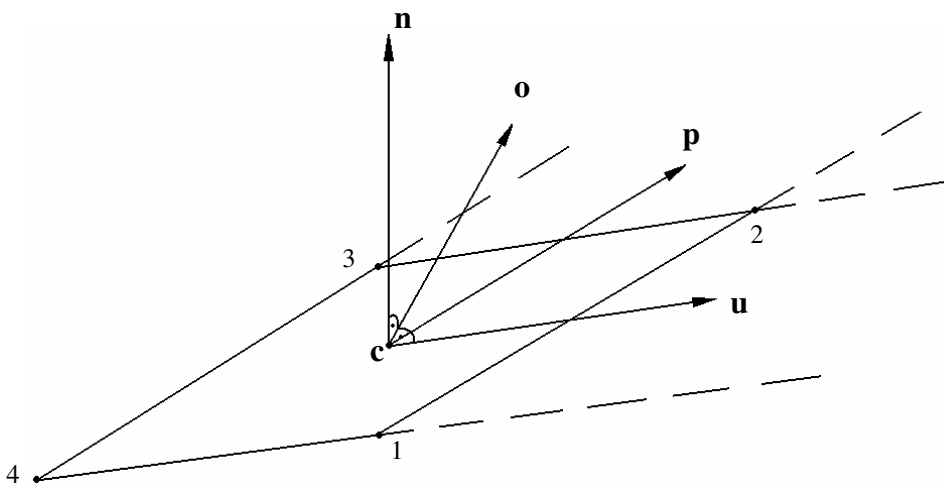
Slika 3-2 Označavanje panela

Vektorski produkt dijagonala dat će vektor kolinearano s vektorom normale te dijeljenjem vektora produkta dijagonala s njegovom apsolutnom vrijednošću dovest će do jediničnog vektora normale panela  $\mathbf{n}$  (Slika 3-3).

Računanje koordinata  $\mathbf{c}$  kolokacijskih točaka je izvedeno preko srednjih vrijednosti komponenta vektora vrhova panela:

$$c_x = \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)}{4}, c_y = \frac{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)}{4}, c_z = \frac{(z_1 + z_2 + z_3 + z_4)}{4} \quad (3.2)$$

Gdje su  $c_x, c_y, c_z$  koordinate kolokacijskih točaka panela, a  $x_1, y_1, z_1$  do  $x_4, y_4, z_4$  koordinate vrhova panela.



Slika 3-3 Kolokacijska točka i jedinični vektori panela

Želja bi bila da se kolokacijska točka poklapa s težištem panela. Izraz (3.2) za koordinate kolokacijske točke će se poklapati s izrazom za težište samo za pravilne četverokutne panele. Najveće odstupanje od težišta će biti za trokutne elemente, ali će i to odstupanje biti prihvatljivo, odnosno izazvat će zanemarivu pogrešku.

Osim jediničnih vektora normale, koji su već izvedeni, u metodi će trebati definirati jedinične vektore u uzdužnom  $\mathbf{u}$  i poprečnom  $\mathbf{p}$  smjeru (u ravni panela). U općem slučaju vektori  $\mathbf{u}$  i  $\mathbf{p}$  nisu okomiti, pa se lokalni koordinatni sustav definira vektorima  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{n}$  i vektorom  $\mathbf{o}$  okomitim na ova dva (Slika 3-3). Izračun jediničnih vektora u uzdužnom i poprečnom smjeru se izvodi prema:

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{(x_1 + x_2 - x_3 - x_4)}{2}, u_y = \frac{(y_1 + y_2 - y_3 - y_4)}{2}, u_z = \frac{(z_1 + z_2 - z_3 - z_4)}{2} \\ p_x &= \frac{(x_2 + x_3 - x_4 - x_1)}{2}, p_y = \frac{(y_2 + y_3 - y_4 - y_1)}{2}, p_z = \frac{(z_2 + z_3 - z_4 - z_1)}{2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Izračun jediničnog vektora okomitog na uzdužni vektor i vektor normale se dobije jednostavnim vektorskim produktom tih dvaju vektora:

$$\mathbf{o} = \mathbf{n} \times \mathbf{u} \quad (3.4)$$

U 2D problemima Kuttin uvjet se dodaje na način da se na izlaznom bridu postavlja vrtlog čiji intenzitet je jednak razlici intenziteta vrtloga s gornje i donje strane aeroprofila. U ovom slučaju na izlaznom bridu krila (ili neke druge uzgonske površine) postavlja se panel koji se širi od izlaznog brida do neke "daleke" udaljenosti iza zrakoplova intenziteta koji je jednak razlici intenziteta vrtložnih prstenova s gornjake i donjake. Ovo se vrlo jednostavno izvodi na način da se točki na izlaznom bridu doda predefiniрана udaljenost u  $x$  smjeru.

Za potrebe izračuna utjecajnih koeficijenata bit će potrebno transformirati koordinate vrhova utjecajnog panela (onog koji utječe) i kolokacijske točke utjecanog panela (onog na kojeg se utječe) u lokalni koordinatni sustav. Koordinate vrhova panela (Slika 3-3) se računaju prije izračuna utjecajnih koeficijenata prema:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix}_{\text{lok}} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ o_1 & o_2 & o_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{glob}} \quad (3.5)$$

Gdje je  $[x \ y \ 0]_{\text{lok}}^T$  vektor  $i$ -tog vrha panela u lokanom koordinatnom sustavu sa  $z$  komponentom jednakom nuli,  $[x \ y \ z]_{\text{glob}}^T$  isto, ali u globalnom koordinatnom sustavu, a  $u_1, u_2, u_3$  i  $o_1, o_2, o_3$  su prije spomenuti jedinični vektori panela.

### 3.2. Izračun utjecajnih koeficijenata

Prije nego što se prikažu izrazi za izračun utjecajnih koeficijenata prikazat će se osnovna jednadžba kojom se rješava problem potencijalnog opstrujavanja:

$$\sum_{i=1}^o a_i \mu_i + \sum_{i=1}^o b_i \sigma_i = 0 \quad (3.6)$$

U izrazu (3.6) je sadržan Dirichletov rubni uvjet koji kaže da je potencijal unutar opstrujavanog tijela (odnosno na površini) jednak nuli. Postavljanjem potencijala unutar tijela konstantnim je ekvivalentno Neumannovom rubnom uvjetu nepromočivosti površine tijela koji kaže da je brzina normalna na površinu tijela jednaka nuli s razlikom da se u ovom slučaju rješava samo jedan izraz po panelu; izraz za potencijal. U slučaju Neumannovog rubnog uvjeta bilo bi potrebno računati tri komponente brzine što je daleko sporija metoda.

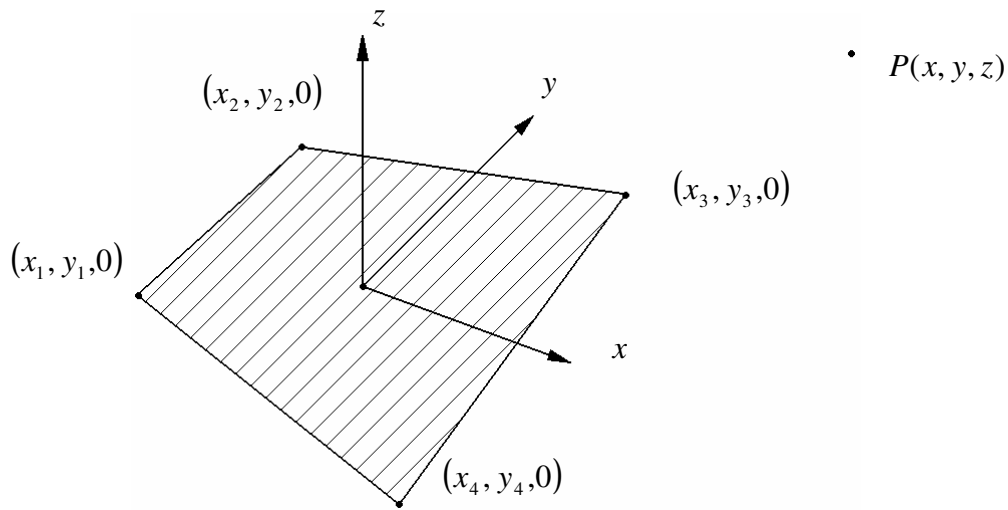
Budući da se program 3D metoda panela sastoji od četverokutnih panela s konstantnom raspodjelom izvora i dipola (četverokutni dipol je ekvivalentan vrtložnom prstenu) slijede izrazi za potencijal proizvoljnog četverokutnog panela na proizvoljnu točku u prostoru. Koordinatni sustav je lokalni, a izveden prethodno.

Konstantni izvor:

$$\begin{aligned} \Phi = \frac{-\sigma}{4\pi} & \left\{ \left[ \frac{(x-x_1)(y_2-y_1)-(y-y_1)(x_2-x_1)}{d_{12}} \ln \frac{r_1+r_2+d_{12}}{r_1+r_2-d_{12}} \right. \right. \\ & + \frac{(x-x_2)(y_3-y_2)-(y-y_2)(x_3-x_2)}{d_{23}} \ln \frac{r_2+r_3+d_{23}}{r_2+r_3-d_{23}} \\ & + \frac{(x-x_3)(y_4-y_3)-(y-y_3)(x_4-x_3)}{d_{34}} \ln \frac{r_3+r_4+d_{34}}{r_3+r_4-d_{34}} \\ & \left. + \frac{(x-x_4)(y_1-y_4)-(y-y_4)(x_1-x_4)}{d_{41}} \ln \frac{r_4+r_1+d_{41}}{r_4+r_1-d_{41}} \right] \\ & - |z| \left[ \tan^{-1} \left( \frac{m_{12}e_1 - h_1}{zr_1} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{12}e_2 - h_2}{zr_2} \right) \right. \\ & + \tan^{-1} \left( \frac{m_{23}e_2 - h_2}{zr_2} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{23}e_3 - h_3}{zr_3} \right) \\ & + \tan^{-1} \left( \frac{m_{34}e_3 - h_3}{zr_3} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{34}e_4 - h_4}{zr_4} \right) \\ & \left. \left. + \tan^{-1} \left( \frac{m_{41}e_4 - h_4}{zr_4} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{41}e_1 - h_1}{zr_1} \right) \right] \right\} \quad (3.7) \end{aligned}$$

Konstantni dipol:

$$\begin{aligned}
 \Phi = \frac{\mu}{4\pi} & \left[ \tan^{-1} \left( \frac{m_{12}e_1 - h_1}{zr_1} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{12}e_2 - h_2}{zr_2} \right) \right. \\
 & + \tan^{-1} \left( \frac{m_{23}e_2 - h_2}{zr_2} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{23}e_3 - h_3}{zr_3} \right) \\
 & + \tan^{-1} \left( \frac{m_{34}e_3 - h_3}{zr_3} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{34}e_4 - h_4}{zr_4} \right) \\
 & \left. + \tan^{-1} \left( \frac{m_{41}e_4 - h_4}{zr_4} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{m_{41}e_1 - h_1}{zr_1} \right) \right] \quad (3.8)
 \end{aligned}$$



Slika 3-4 Četverokutni panel

gdje su, prema slici (3-4),  $x_1 - x_4, y_1 - y_4, z_1 - z_4$  koordinate vrhova panela,  $x, y, z$  koordinate utjecane točke,  $\sigma$  i  $\mu$  jakosti izvora odnosno dipola, a slijedeće veličine redom:

$$m_{12} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, m_{23} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}, m_{34} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}, m_{41} = \frac{y_1 - y_4}{x_1 - x_4}$$

$$r_k = \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + z^2}, \quad k = 1, 2, 3, 4$$

$$e_k = (x - x_k)^2 + z^2, \quad k = 1, 2, 3, 4$$

$$h_k = (x - x_k)(y - y_k), \quad k = 1, 2, 3, 4$$

Izrazi (3.7) i (3.8) su rezultati integriranja konstantnih izvora odnosno dipola po površini proizvoljnog četverokuta i navedeni su u [1]. U slučaju trokutnog panela (četverokut s parom susjednih vrhova jednakih koordinata) red u jednadžbi koji se odnosi na stranicu čija

je dužina jednaka nuli je jednak nuli (ovo se u programu rješava jednostavnom "if" petljom jer inače dolazi do dijeljenja s nulom).

Ukoliko se radi o utjecaju panela konstantnog dipola na kolokacijsku točku tog istog panela, iznos utjecaja bit će 0.5.

Slijedeće razmatranje vezano uz utjecajne koeficijente, a vrlo bitno za ubrzanje samog programa, jest zamjena četverokutnog panela s konstantnom raspodjelom izvora i dipola s točkastim izvorom i dipolom smještenima u prostoru. Ovo će imati smisla ukoliko je utjecana točka podalje od utjecajnog panela (konvergencija rezultata pri razmatranju ove udaljenosti je obavljena u 4. poglavlju).

Izrazi (3.9) i (3.10) predstavljaju potencijal točkastog izvora odnosno dipola u točki čije koordinate u lokalnom koordinatnom sustavu jesu  $x$ ,  $y$  i  $z$ .

$$\Phi(x, y, z) = \frac{-\sigma S}{4\pi\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (3.9)$$

$$\Phi(x, y, z) = \frac{-\mu S}{4\pi} z [x^2 + y^2 + z^2]^{3/2} \quad (3.10)$$

gdje je  $S$  površina panela.

Lokalni koordinatni sustav je definiran tako da u slučaju dipola njegova usmjerenost gleda u pozitivnom smjeru osi  $z$ . Za slučaj izvora, izbor koordinatnog sustava nije bitan, ali budući da su već izračunate koordinatne u lokalnom koordinatnom sustavu, one se u ovom slučaju koriste.

U prethodnim izrazima za potencijal pojavljuju se veličine jakosti izvora odnosno dipola  $\sigma$  i  $\mu$ . S obzirom da su te veličine u ovom dijelu rada programa tražene veličine, one se postavljaju jedinicama i tada ti izrazi zapravo postaju izrazi za računanje utjecajnih koeficijenata.

Da bi rješenje bilo jednoznačno, kombinacija izvora i dipola se mora odabrati. Postavljanje izvora na

$$\sigma_i = \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{V}_\infty \quad (3.11)$$

gdje je  $\mathbf{V}_\infty$  vektor komponenti slobodne brzine struje, imat će za posljedicu vrijednosti dipola  $\mu$  kao nepoznanice. Razlog postavljanja izvora na ovu vrijednost leži u činjenici da za neuzgonski slučaj ova kombinacija izvora će preuzeti najveći dio normalne brzine za rubni uvjet nepromočivosti stjenke, time će i veličine jakosti dipola kao rezultat biti manje što predstavlja određenu numeričku prednost [1].

Sastavljanjem matrice utjecajnih koeficijenata te vektora "desne strane" u kojem je sadržan rubni uvjet, omogućava se rješavanje sustava jednadžbi čije rješenje su upravo jakosti dipola. Sustav jednadžbi izgleda:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1O} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{O1} & a_{O2} & \dots & a_{OO} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_O \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1O} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{O1} & b_{O2} & \dots & b_{OO} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_O \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

gdje je  $O$  broj panela,  $\mathbf{a}$  matrica utjecajnih koeficijenata dipola, a  $\mathbf{b}$  matrica utjecajnih koeficijenata izvora.

Budući da su na desnoj strani jednadžbe (3.12) poznate veličine, one se mogu pomnožiti u vektor  $\mathbf{c}_{\text{RHS}}$  (skraćeno od engleski: right hand side – desna strana).

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1O} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{O1} & a_{O2} & \dots & a_{OO} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\text{RHS}1} \\ c_{\text{RHS}2} \\ \vdots \\ c_{\text{RHS}O} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

ili jednostavnije

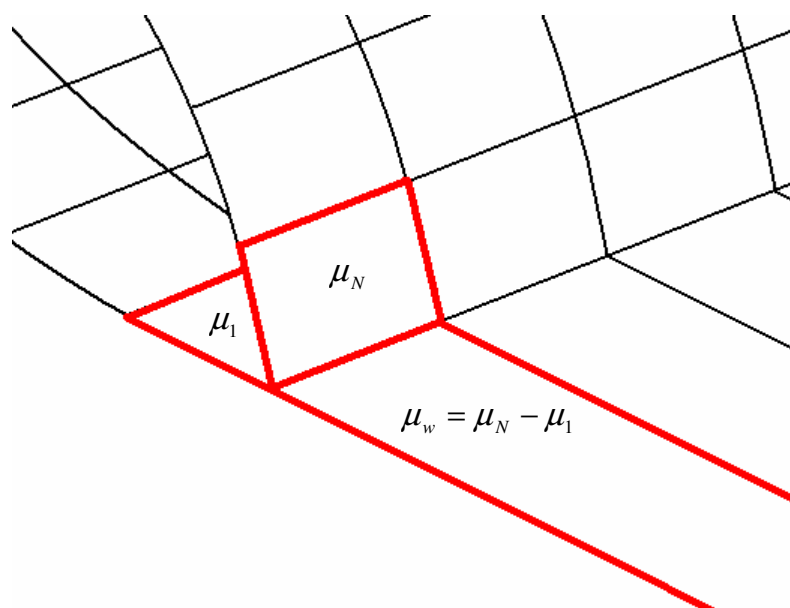
$$\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\mu} = \mathbf{c}_{\text{RHS}} \quad (3.14)$$

iz čega slijedi:

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbf{a}^{-1} \cdot \mathbf{c}_{\text{RHS}} \quad (3.15)$$

Na uzgonskim komponentama kojima se želi omogućiti pojava uzgona i time induciranog otpora, postavlja se trodimenzionalni ekvivalent Kuttinog uvjeta. U ovom slučaju radi se o panelima s konstantnom raspodjelom dipola (vrtložni prsteni) čiji intenzitet odgovara razlici intenziteta gornjeg i donjeg panela na izlaznom bridu, a šire se od izlaznog brida unazad za predefiniranu vrijednost (Slika 3-5).





Slika 3-5 Postavljanje Kuttinog uvjeta na izlaznom bridu krila

S obzirom da nova unesena nepoznanica ovisi o dvije postojeće (jakosti panela iznad i ispod izlaznog brida), modificira se samo matrica utjecajnih koeficijenata na način da se utjecajnom koeficijentu panela na izlaznom bridu doda odnosno oduzme utjecajni koeficijent panela traga, ovisno da li je panel s gornje ili donje strane brida (izraz 3.16).

$$(a_{11} - a_{1w})\mu_1 + \dots + a_{1i}\mu_i + \dots + (a_{1N} + a_{1w})\mu_N + \sum_{j=1}^N b_{1j}\sigma_j = 0 \quad (3.16)$$

U izrazu (3.16) promatran je samo jedan red elemenata po aeroprofilu.

Slaganje matrice utjecajnih koeficijenata ima probleme vezane uz brzinu i mogućnost računanja.

Budući da se radi o dvostrukoj "for" petlji (brojaču) koja broji utjecajni i utjecani panel, odnosno četverostrukoj petlji ukoliko se uključi brojanje po rasponu i po tetivi panela, vrijeme izračuna je vrlo dugo. Uvođenjem "far field" zamjene panela točkastim singularitetom znatno se ubrzava izračun, te će se pokazati u četvrtom poglavlju konvergencijom rezultata s mijenjanjem parametra "far field" koliko će se ubrzati izračun.

Nadalje, matrice utjecajnih koeficijenata **a** i **b** se sastoje od  $O \times O$  elemenata, pri čemu je  $O$  ukupni broj panela, i time zauzimaju velik dio memorije računala. Za ~10000 elemenata veličina svake od matrica **a** i **b** zauzima ~1 GB. Za slučaj nedostatka memorije računala pogodno je u matlabu pretvoriti te matrice u klasu "single" budući da je utjecaj na točnost programa zanemariv. Time smanjujemo veličine tih matrica na njihovu polovicu.

### **3.3. Rješenje sustava jednažbi**

Nakon što je sastavljena matrica utjecajnih koeficijenata te izračunata desna strana jednažbe, mogu se izračunati jakosti dipola  $\mu$ . Uobičajeno se to izvodi invertiranjem matrice utjecajnih koeficijenata te njenim množenjem s vektorom "desne strane". Matlab kao inženjerski program ima predefinirane i optimizirane te operacije.

Rješenje sustava jednažbi je, pored izračuna utjecajnih koeficijenata, također vremenski i resursno zahtjevno. Vrijeme izračuna nije moguće smanjiti budući da je Matlab s te strane već optimiziran, ali je moguće osloboditi memoriju suvišnih varijabli poput matrice utjecajnih koeficijenata  $\mathbf{b}$  koja je iskorištena pri stvaranju "desne strane" jednažbe.

### 3.4. Izračun brzina, tlakova i sila

Nakon što se izračunaju jakosti dipola, može se krenuti u izračun polja brzina i tlakova.

Komponente brzine se računaju prema izrazu

$$q_u = -\frac{\partial\mu}{\partial u}, \quad q_p = -\frac{\partial\mu}{\partial p} \quad (3.17)$$

koji kaže da je inducirana brzina jednaka lokalnoj promjeni potencijala u promatranom smjeru. U ovom slučaju radi se o derivacijama polja dipola u uzdužnom i poprečnom smjeru.

Uobičajena metoda je sljedeća (iz izraza za metodu centralne razlike):

$$q_u = \frac{\mu_{i-1} - \mu_{i+1}}{\Delta u} \quad (3.18)$$

i kaže da je inducirana brzina u uzdužnom smjeru  $\mathbf{u}$  jednaka razlici jakosti dipola ispred i iza promatranog panela podijeljenoj s udaljenosti  $\Delta u$  kolokacijskih točaka panela ispred i iza promatranog panela.

U ovom radu se koristi metoda višeg reda na način da se kroz tri točke interpolira krivulja drugog reda, te odredi nagib u promatranj točki. Metoda je realizirana pomoću naredbe "polyfit" u Matlabu koja nalazi tri koeficijenta polinoma drugog reda te je tražena veličina upravo drugi koeficijent.

Da bi se brzina iz lokalnog koordinatnog sustava transformirala u globalni, prvo se vektor poprečne inducirane brzine (ne nužno okomit na uzdužni smjer) mora pretvoriti u vektor okomite inducirane brzine (okomit na uzdužni i normalni jedinični vektor).

$$q_o = (\mathbf{p} \cdot \mathbf{o}) q_p \quad (3.19)$$

gdje su  $\mathbf{p}$  i  $\mathbf{o}$  poprečni i okomiti jedinični vektori (poglavlje 3.1), a  $q_p$  i  $q_o$  poprečni i okomiti iznosi induciranih brzina.

Komponente brzine slobodne struje se pretvaraju u lokalni koordinatni sustav prema:

$$g_u = \mathbf{u} \cdot \mathbf{V}_\infty, \quad g_o = \mathbf{o} \cdot \mathbf{V}_\infty \quad (3.20)$$

gdje su  $g_u$  i  $g_o$  komponente brzine slobodne struje u lokalnom koordinatnom sustavu,  $\mathbf{V}_\infty$  vektor brzine slobodne struje, a  $\mathbf{u}$  i  $\mathbf{o}$  uzdužni i okomiti jedinični vektori promatranog panela. Inducirane brzine i komponente brzine slobodne struje se zbrajaju te se dobiva ukupna vrijednost brzine strujanja:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x & o_x \\ u_y & o_y \\ u_z & o_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_u - q_u \\ g_o - q_o \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Iz polja brzine se dolazi do polja tlaka preko Euler – Bernoullijeve jednadžbe:

$$c_p = 1 - \frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{V_\infty^2} \quad (3.22)$$

Iz polja tlaka se dolazi do sila i momenata preko:

$$F_i = - \sum_{k=1}^O c_{p_k} S_k n_{ik} q \quad (3.23)$$

gdje je  $F_i$  sila u  $i$ -tom smjeru,  $S_k$  površina panela,  $n_{ik}$   $i$ -ta komponenta jediničnog vektora normale,  $O$  broj panela i  $q$  referentni (dinamički) tlak,

$$\begin{aligned} M_l &= \sum_{i=1}^O c_{p_i} S_i n_{y_i} q c_{z_i} - \sum_{i=1}^O c_{p_i} S_i n_{z_i} q c_{y_i} \\ M_m &= - \sum_{i=1}^O c_{p_i} S_i n_{x_i} q c_{z_i} + \sum_{i=1}^O c_{p_i} S_i n_{z_i} q c_{x_i} \\ M_n &= \sum_{i=1}^O c_{p_i} S_i n_{x_i} q c_{y_i} - \sum_{i=1}^O c_{p_i} S_i n_{y_i} q c_{x_i} \end{aligned} \quad (3.24)$$

gdje su  $M_l$ ,  $M_m$  i  $M_n$  momenti valjanja (oko uzdužne osi –  $x$ ), propinjanja (oko poprečne osi –  $y$ ) i skretanja (oko vertikalne osi –  $z$ ), a  $c_x$ ,  $c_y$  i  $c_z$  koordinate kolokacijske točke promatranog panela.

## 4. ANALIZA REZULTATA PROGRAMA 3D METODA PANELA

Razvijeni računalni program koji se temelji na 3D metodi panela će se u ovom poglavlju analizirati i ocijeniti putem dobivenih rezultata.

Prvo što je potrebno obaviti je analiza konvergencije rješenja s obzirom na gustoću panela. Time će se dobiti uvid u ponašanje programa i nakon toga odrediti optimalne gustoće mreža.

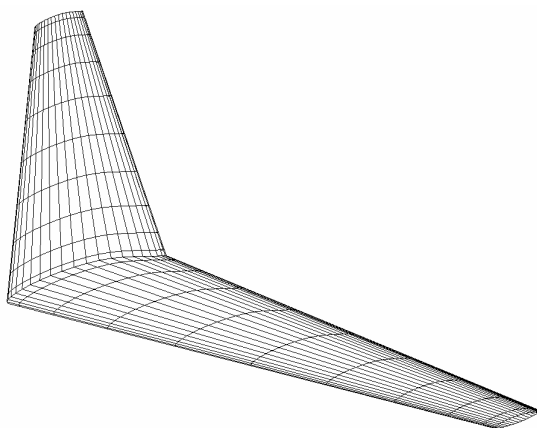
Nakon izrade mreže zrakoplovne konfiguracije slijedi analiza konvergencije rješenja s obzirom na "far field" koeficijent, gdje će se također odabrati optimalna vrijednost spomenutog koeficijenta.

Konačno, analizirat će se točnost samog programa usporedbom s računalnim programom FLUENT pri čemu će se i u FLUENT-u analizirati konvergencija rješenja u cilju odabira optimalne gustoće mreže.

### 4.1. Analiza konvergencije rješenja s obzirom na gustoću mreže

Za analizu osjetljivosti mreže koristit će se krilo sljedećih karakteristika (Slika 4-1):

Raspon krila	- 5 m
Dužina korijene tetive	- 1 m
Dužina vršne tetive	- 0.3 m
Napadni kut vrha krila	- $-3^\circ$
Strijela jedne četvrtine krila	- $30^\circ$
Napadni kut nastrojavanja	- $2^\circ$
Aeroprofil	- NACA 65-415



Slika 4-1 Geometrija analiziranog krila

Budući da je potrebna veća gustoća mreže pri napadnom i izlaznom bridu jednako kao i pri korijenu i vrhu krila, raspored je izvršen kosinusnom razdiobom. Datoteka aeroprofila je generirana vanjskim programom The Naca Airfoil Ordinate Generation Program v4.5 [6].

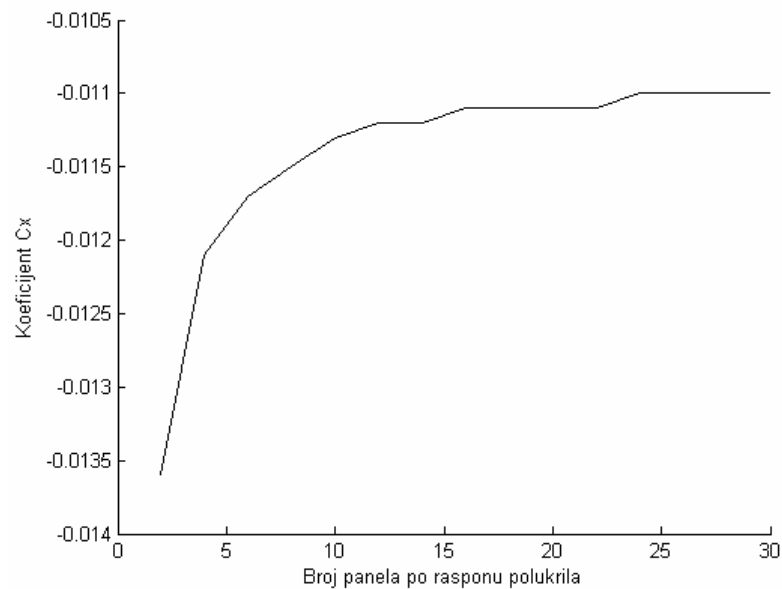
Od podataka će biti interesantni koeficijenti vertikalne sile ( $C_z$ ), uzdužne sile ( $C_x$ ) i momenta oko osi  $y$  – moment propinjanja ( $C_m$ ):

#### 4.1.1. Konvergencija rješenja povećanjem broja panela po rasponu krila

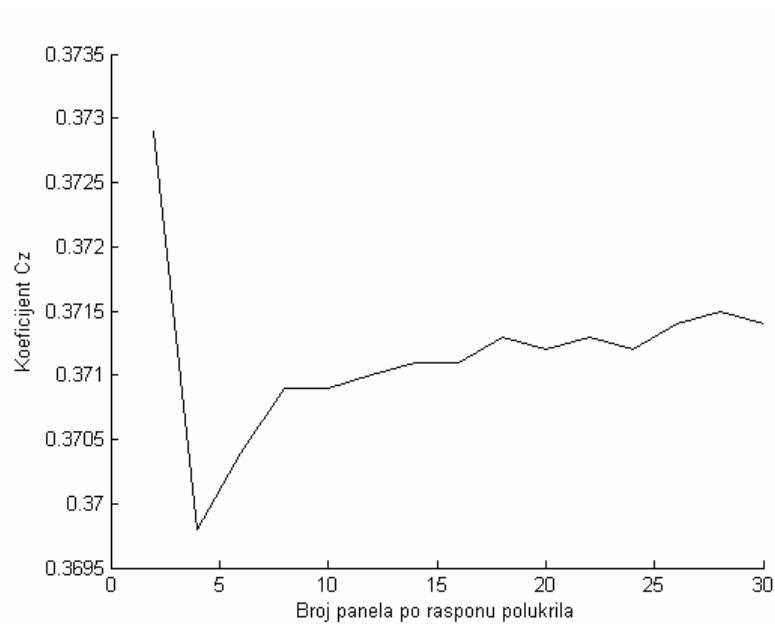
Izvršena je analiza krila za niz brojeva panela ( $M$ ) po rasponu krila (pri tom se broj panela odnosi na ukupni raspon, dakle obje polovice krila):

$$M = [4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60]$$

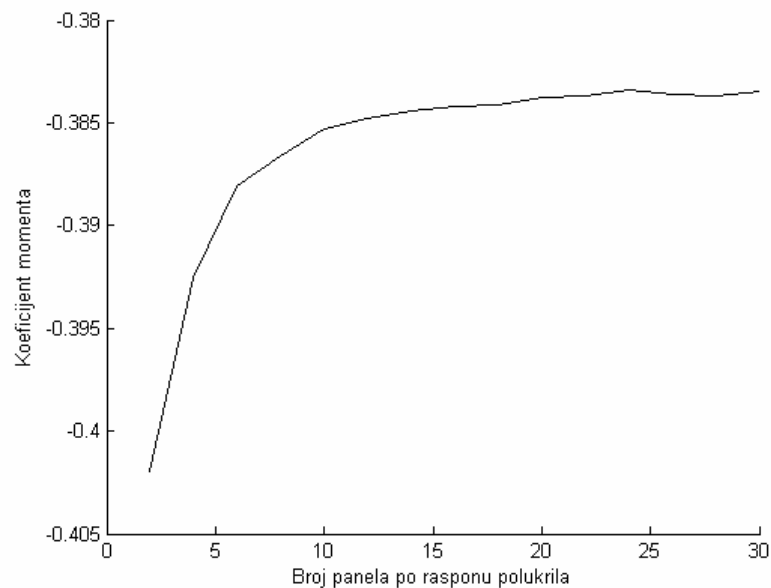
Broj panela po aeroprofilu u svakom slučaju je iznosio 40.



Dijagram 4-1 Ovisnost koeficijenta uzdužne sile o broju panela po rasponu polukrila



*Dijagram 4-2 Ovisnost koeficijenta vertikalne sile o broju panela po rasponu polukrila*



*Dijagram 4-3 Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o broju panela po rasponu polukrila*

Iz prethodnih dijagrama vidljiva je konvergencija rezultata. Bitno je naglasiti da dijagram (4-2) ima lošiji prikaz konvergencije iz razloga što su koeficijenti vertikalne sile za sve vrijednosti broja panela po rasponu polukrila vrlo bliski. Na temelju prikaza konvergencije odabrane su tri geometrije različite gustoće za različite potrebe:

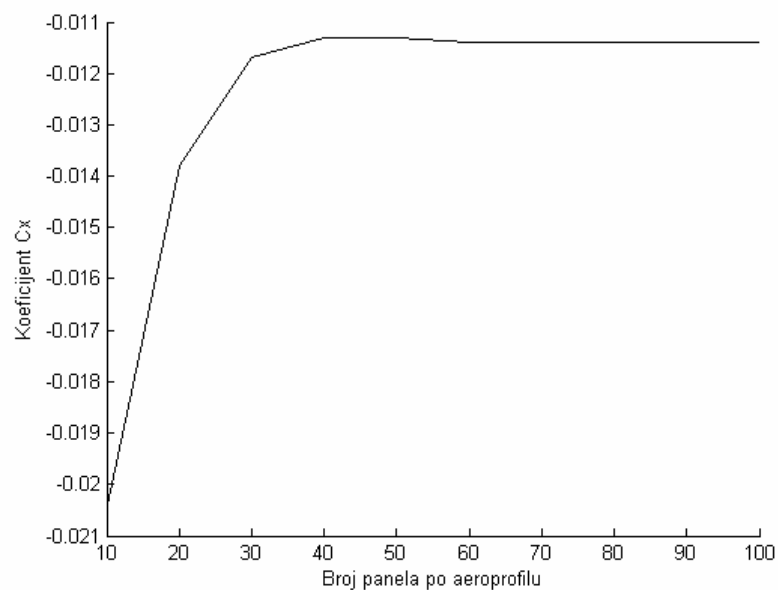
- 1) Najgrublja mreža od 10 panela po rasponu krila. Davat će vrlo brza rješenja uz slabiju točnost. Takva mreža je pogodna za vrlo brze izračune kao na primjer u preliminarnom dizajnu.
- 2) Optimalna mreža od 20 panela po rasponu krila. Ova mreža daje najbolje rezultate gledajući na omjer točnosti i brzine.
- 3) I na kraju najfinija mreža od 40 panela po rasponu krila koju ima smisla koristiti samo za vrlo točan izračun u smislu referentnih vrijednosti.

#### 4.1.2. Konvergencija rješenja povećanjem broja panela po aeroprofilu krila

U ovom slučaju analizirano je krilo sa sljedećim brojevima panela ( $N$ ) po aeroprofilu krila:

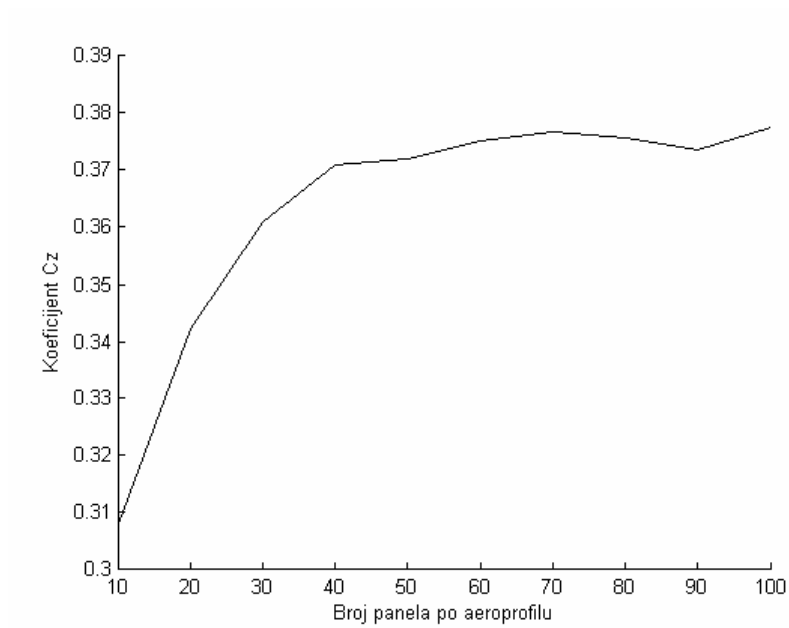
$$N=[10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100]$$

Pri tome je u svakom slučaju broj panela po rasponu krila iznosio 20.

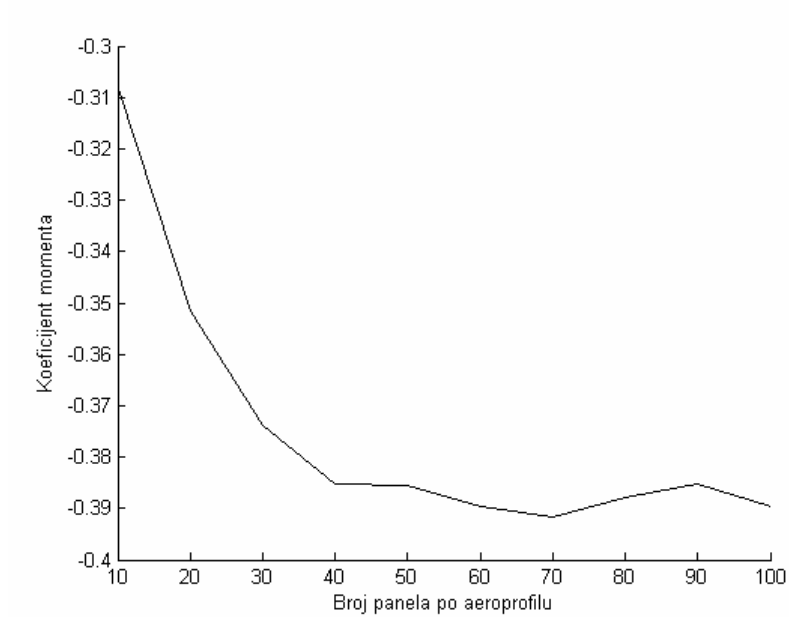


Dijagram 4-4 Ovisnost koeficijenta uzdužne sile o broju panela po aeroprofilu





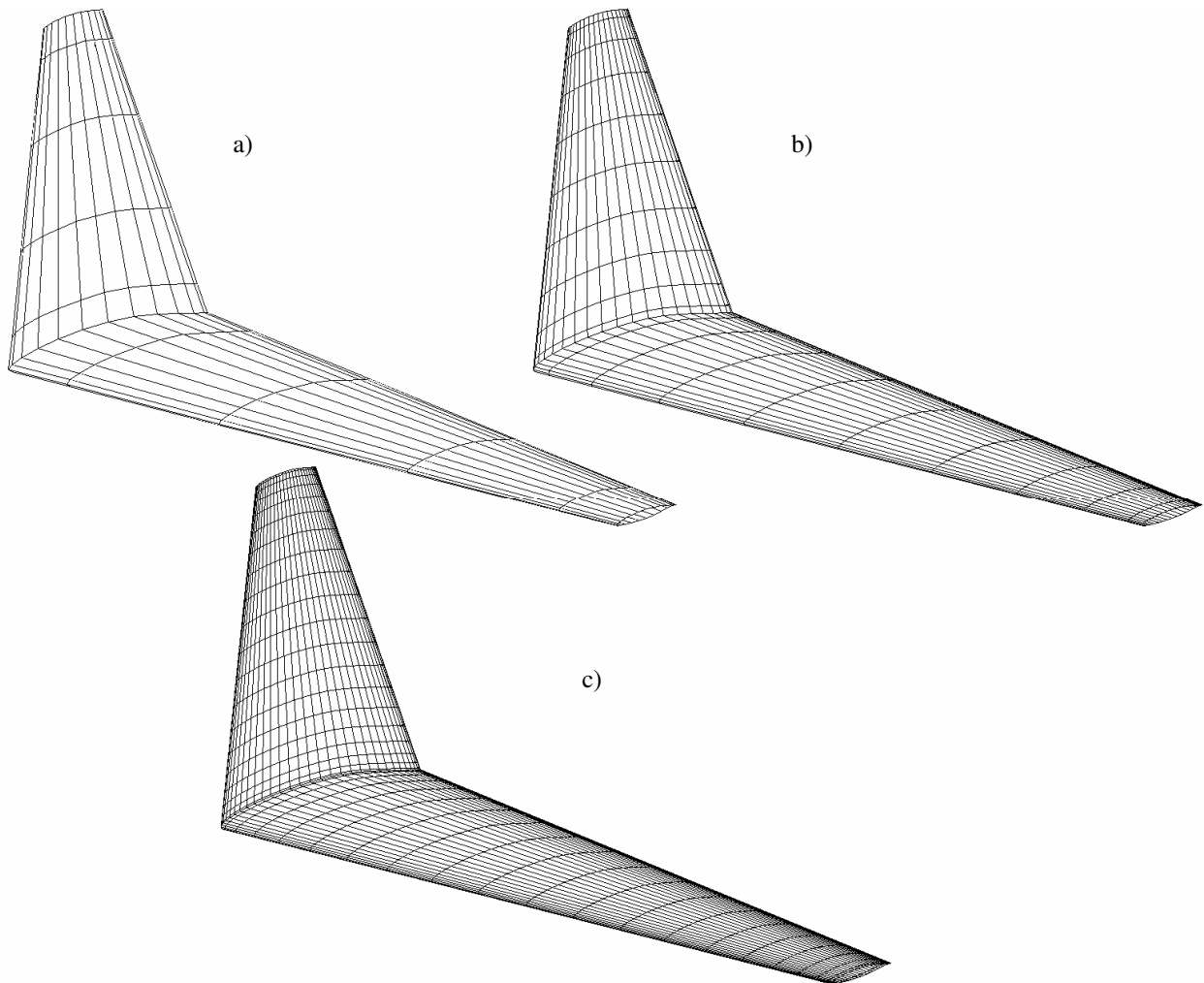
Dijagram 4-5 Ovisnost koeficijenta vertikalne sile o broju panela po aeroprofilu



Dijagram 4-6 Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o broju panela po aeroprofilu

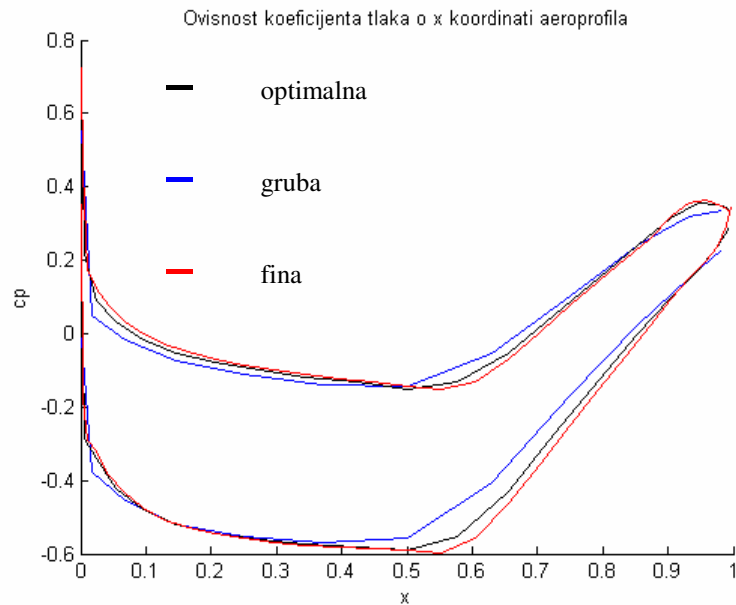
Odabrane su tri gustoće mreže; gruba od 24, optimalna od 40 i fina od 60 panela po aeroprofilu.

Na temelju prethodno odabranih gustoća mreže pripremljene su tri mreže krila; a) gruba, b) optimalna i c) fina mreža (Slika 4-2):



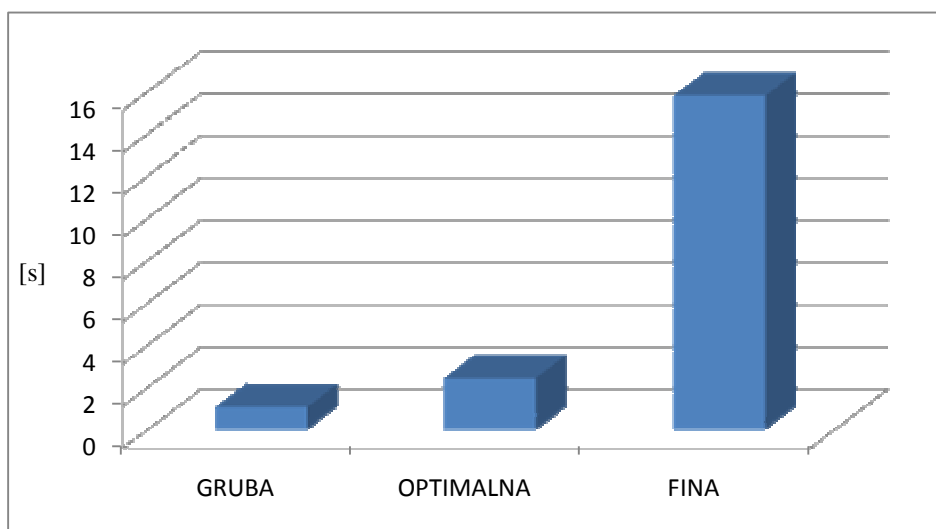
*Slika 4-2 a) gruba, b) optimalna i c) fina mreža krila*

Na sljedećem dijagramu vidljiva je sličnost koeficijenta tlaka po konturi aeroprofila sredine poluraspona krila za tri različite mreže:



Dijagram 4-7 Ovisnost koeficijenta tlaka za grubu, optimalnu i finu diskretizaciju krila

Zanimljivo je pogledati vremena izračuna pojedinih slučajeva u sekundama (Dijagram 4-8). Vidljivo je znatno povećanje vremena izračuna za finu mrežu što može biti značajno ako se radi o procesu optimizacije, u kojem je proračun potrebno ponoviti više puta.



Dijagram 4-8 Ovisnost vremena izračuna o finoći mreže

## 4.2. Usporedba računalnih programa 3D metode panela i FLUENT-a za zrakoplovnu konfiguraciju.

### 4.2.1. Opis odabrane konfiguracije

U cilju ocjenjivanja programa 3D metoda panela odabrana je jedna geometrija konfiguracije zrakoplova koju će se analizirati računalnim programima 3D metoda panela i FLUENT. Zrakoplov je klasične konfiguracije sa srednjim položajem strelastog krila i T-repom (Slika 4-4). Osnovni parametri zrakoplova su dani u tablici (4-1).

VELIČINA	IZNOS	JEDINICA
dužina zrakoplova	45.69	m
raspon krila	42.40	m
visina zrakoplova	12.91	m
površina krila (referentna)	111.00	m <sup>2</sup>
dužina korijene tetive krila	7.35	m
dužina vršne tetive krila	2.60	m
srednja aerodinamička tetiva	6.00	m
strijela krila	15.50	°
dihedral krila	-4.65	°
kut geometrijskog vitoperenja	-2.00	°
korijeni aeroprofil	NACA 65415	
vršni aeroprofil	NACA 65015	
vitkost krila (A)	8.52	
širina trupa	6.00	m
visina trupa	5.00	m
visina vertikalnog stabilizatora	7.59	m
korijena tetiva vertikalnog stabilizatora	6.65	m
vršna tetiva vertikalnog stabilizatora	5.29	m
strijela vertikalnog stabilizatora	33.00	°
aeroprofil vertikalnog stabilizatora	NACA 65012	
korijena tetiva horizontalnog stabilizatora	5.29	m
vršna tetiva horizontalnog stabilizatora	2.18	m
raspon horizontalnog stabilizatora	19.12	m
strijela horizontalnog stabilizatora	32.00	°
aeroprofil horizontalnog stabilizatora	NACA 65012	

Tablica 4-1 Geometrijske karakteristike odabrane konfiguracije zrakoplova

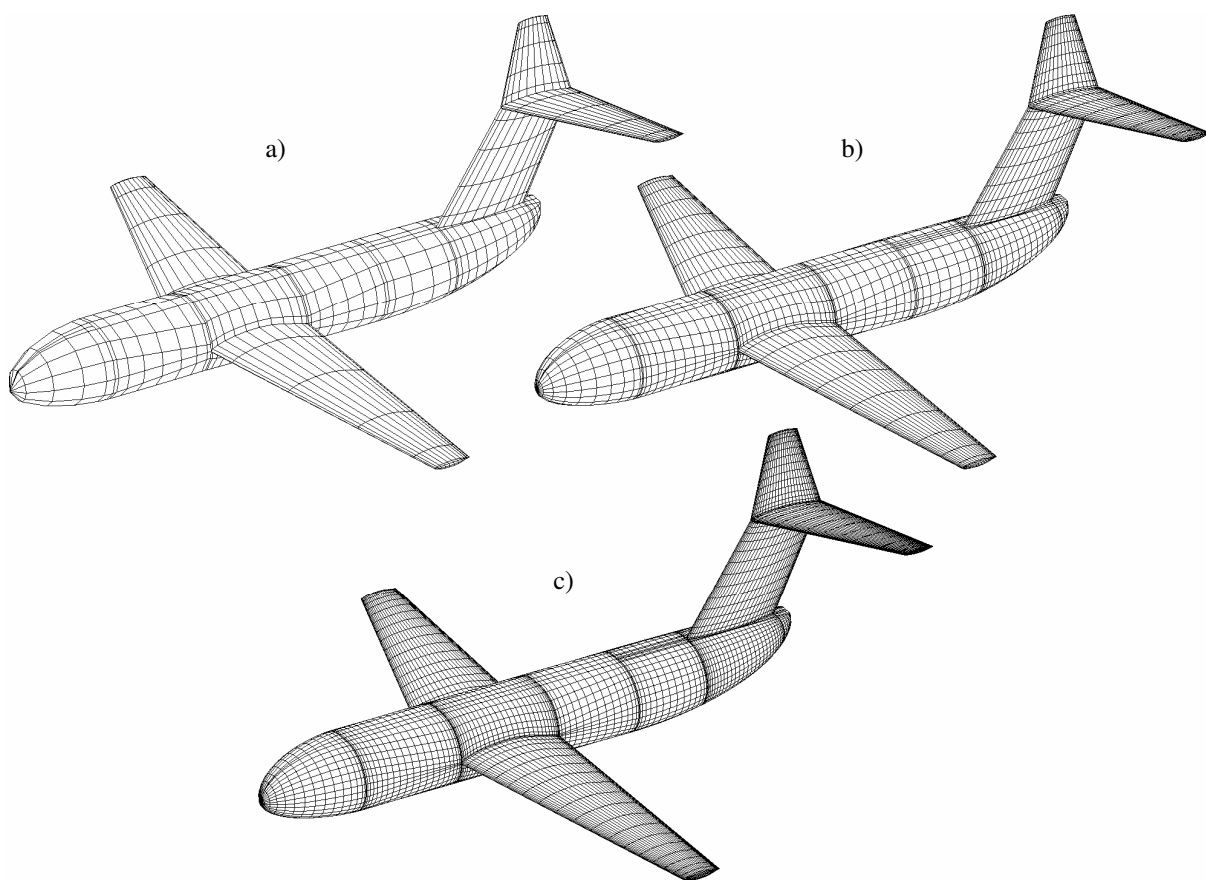


*Slika 4-3 Tri projekcije odabrane konfiguracije zrakoplova*

Odabrana konfiguracija je slična konfiguraciji modernog turboprop vojnog transportera Airbus A400M s razlikom što je krilo premješteno iz visoke u srednju poziciju u odnosu na trup.

#### 4.2.2. Diskretiziranje geometrije zrakoplova za metodu panela

S obzirom da je konvergencija rezultata 3D metode panela za krilo izvedena ranije, na temelju tih podataka, a za potrebe analize kompletne konfiguracije, izradit će se tri mreže; a) gruba – 1554 elemenata, b) optimalna – 4732 elemenata i c) fina – 11288 elemenata (Slika 4-4).



Slika 4-4 Tri mreže zrakoplova za metodu panela: a) gruba, b) optimalna i c) fina

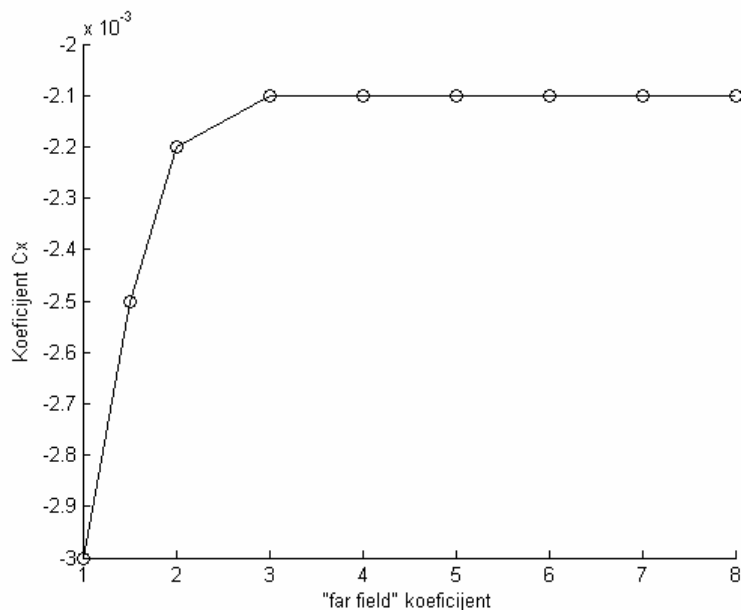
Osnovno svojstvo mreže jest da je sastavljena iz niza površina u 3D prostoru s time da je pomoću kosinusne raspodjele ostvarena veća gustoća panela prema rubovima površina. Time se ostvaruje veća preciznost računanja u rubnim dijelovima geometrije.

U ovom slučaju koristit će se optimalna mreža (Slika 4-4b) za dobivanje usporedbenih rezultata.

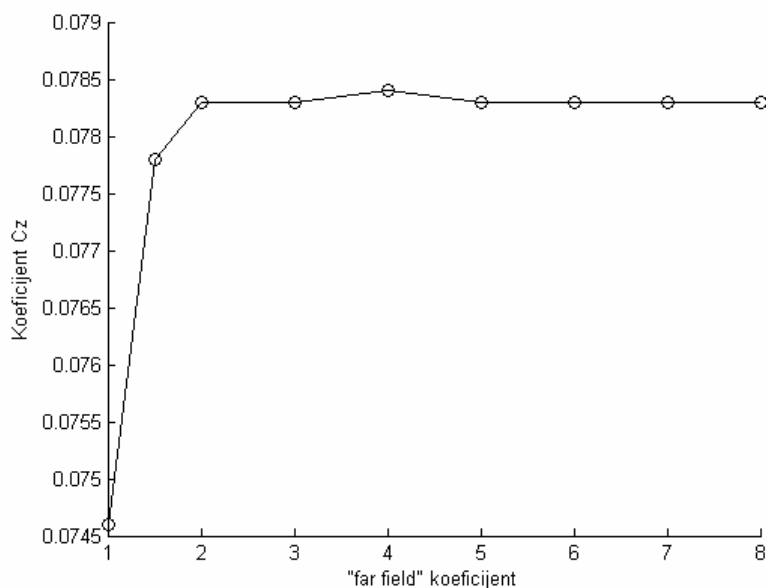
### 4.2.3. Analiza konvergencije rješenja s obzirom na "far field" koeficijent

Kao što je pojašnjeno u 3. poglavlju, ukoliko se utjecani panel nalazi podalje od utjecajnog, četverokutni panel se zamjenjuje točkastim singularitetom smještenim u prostoru. Udaljenost nakon koje se prelazi na točkasti singularitet je definirana "far field" koeficijentom (pomnoženim s duljom dijagonalom panela).

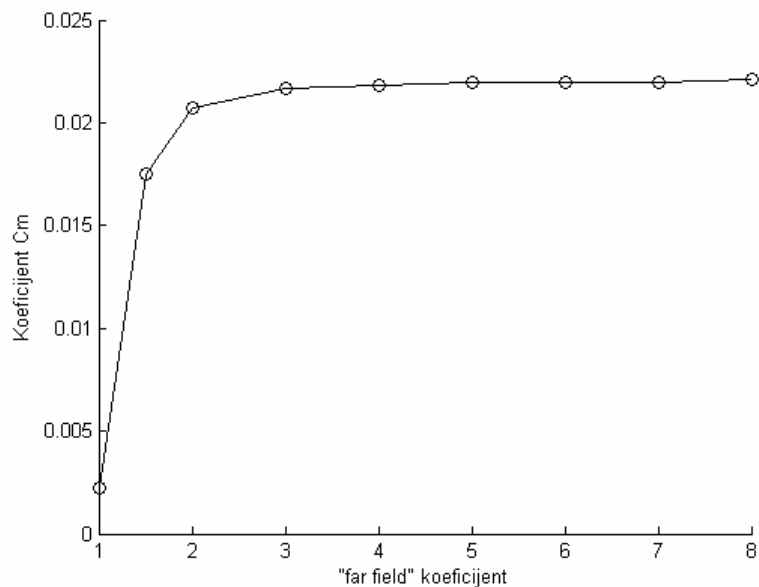
Na dijagramima (4-9) do (4-11) vidljiva je konvergencija koeficijenata za zrakoplovnu konfiguraciju (optimalna mreža).



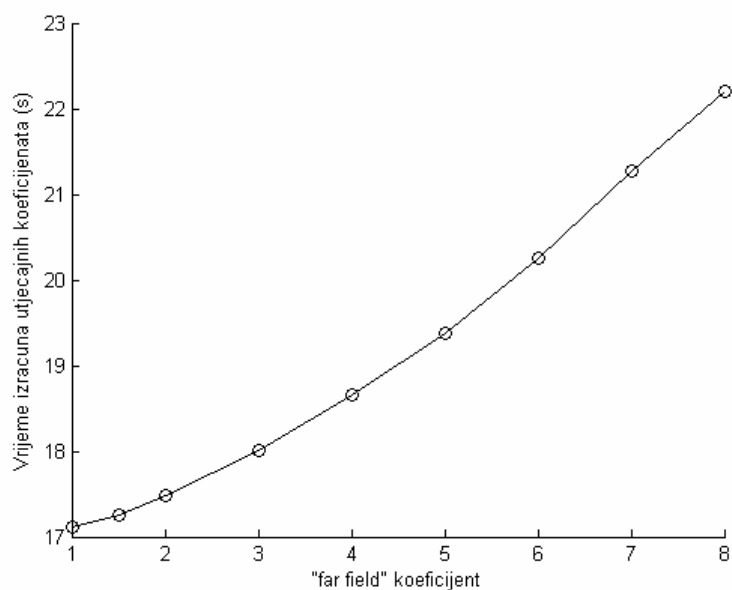
Dijagram 4-9 Ovisnost koeficijenta uzdužne sile o "far field" koeficijentu



Dijagram 4-10 Ovisnost koeficijenta vertikalne sile o "far field" koeficijentu



Dijagram 4-11 Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o "far field" koeficijentu



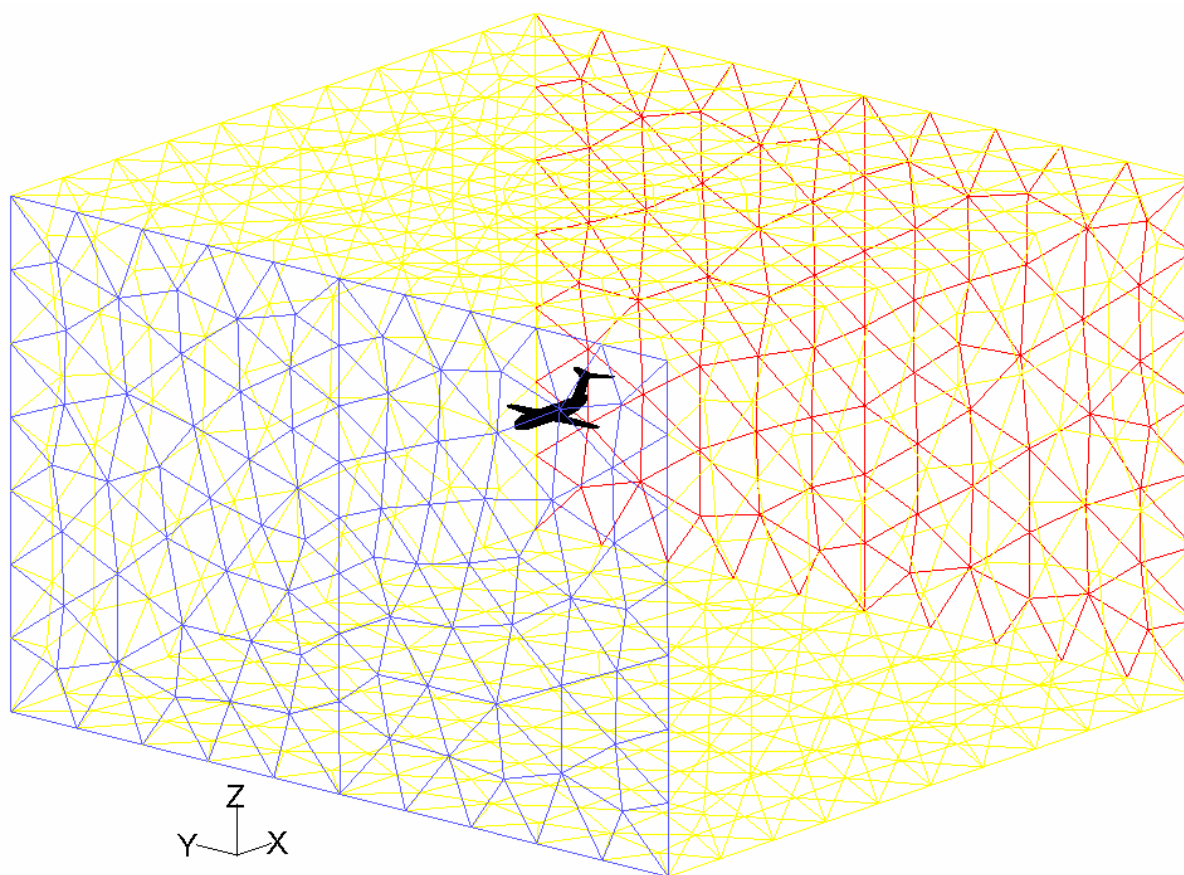
Dijagram 4-12 Ovisnost vremena izračuna utjecajnih koeficijenata o "far field" koeficijentu

Na temelju prethodnih dijagrama konvergencije te dijagrama (4-12) koji prikazuje vrijeme izračuna utjecajnih koeficijenata, odabrana je vrijednost 5 za "far field" koeficijent. Za finu mrežu od 11288 panela izračun utjecajnih koeficijenata se smanjio s 244 sekundi na 101 sekundu, za optimalnu od 4732 panela s 43 na 19 sekundi, dok za grubu od 1554 panela s 5 na 3 sekunde. Iz toga je lako zaključiti da je vrijeme izračuna utjecajnih koeficijenata prepolovljeno.



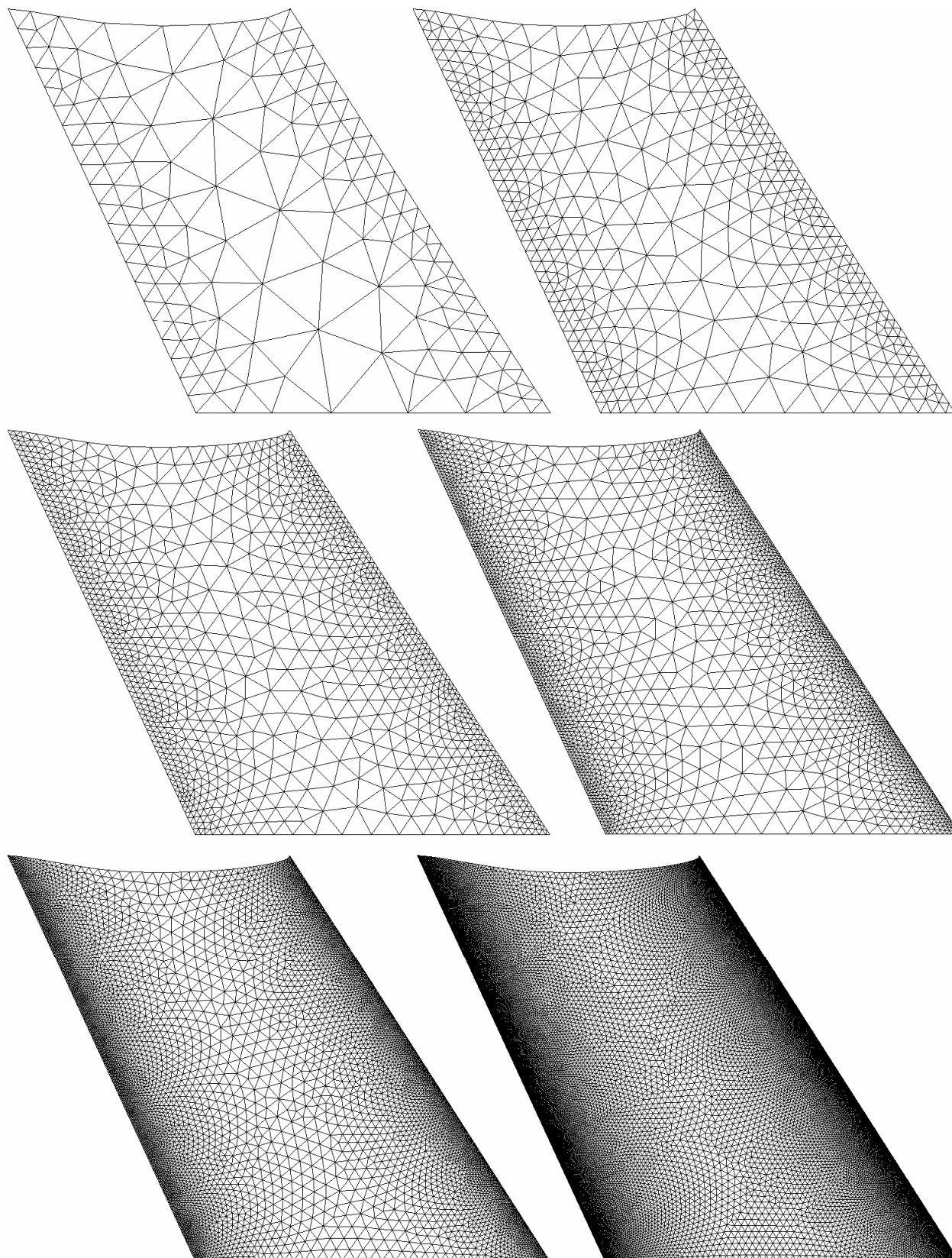
#### 4.2.4. Diskretiziranje geometrije zrakoplova za računalni program FLUENT

Diskretizacija geometrije za potrebe računalnog programa FLUENT se obavlja u njegovom predprocesoru GAMBIT. Za razliku od metode panela gdje je diskretizaciju potrebno obaviti samo po površini, za potrebe MKV diskretizira se domena opstrujavanja – volumen koji okružuje zrakoplov. Budući da je u MKV vrlo bitna udaljenost površina koje omeđuju domenu opstrujavanja od stjenki zrakoplova (za razliku od metode panela gdje sam izbor singulariteta osigurava rubni uvjet u beskonačnosti), odabran je poveći prostor dimenzija 300x160x200m (Slika 4-5).



Slika 4-5 Domena opstrujavanja u FLUENT-u

Budući da je potrebno analizirati konvergenciju rezultata u FLUENT-u, generirano je 6 mreža različitih gustoća od redom 19410, 49254, 117998, 233400, 682299 i 2190454 elemenata. Mreža se sastoji od trokutnih elemenata po površinama i tetraedrima po volumenu domene. Na sljedećoj slici su prikazane mreže samo polovice vertikalnog stabilizatora jer zbog razlike u gustoćama mreža ne bi bilo moguće prikazati sve mreže na istom primjeru (Slika 4-6).



Slika 4-6 6 mreža različitih gustoća za analizu u FLUENT-u

Mreže su kreirane uz pomoć funkcije "size function" gdje se zadaje početna veličina elementa i koeficijent povećanja, a služi za postavljanje većeg broja elemenata na mjesta gdje se očekuju veći gradijenti brzine i tlaka (na primjer napadni i izlazni bridovi). U ovom slučaju početne veličine iznose redom 800, 400, 200, 100, 50 i 25 mm (gdje veće brojke odgovaraju grubljim mrežama) te koeficijent povećanja od 1.2.

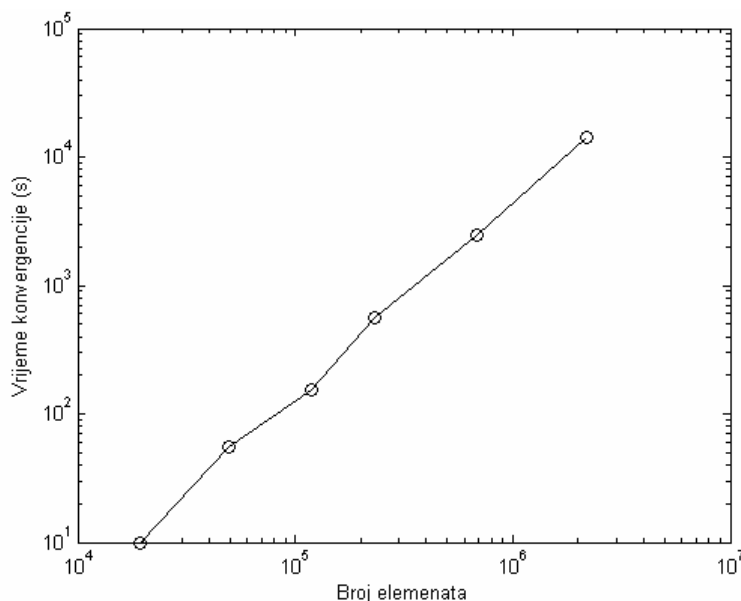
Nakon ispitivanja konvergencije u FLUENT-u, odabrat će se mreža s kojom će se vršiti usporedba u daljnjem radu.

#### 4.2.5. Ispitivanje konvergencije rješenja u FLUENT-u

Parametri, odnosno postavke rješavanja u FLUENT-u su standardne postavke (default) osim postavljanja modela na neviskozno strujanje, te diskretizacije tlaka i količine gibanja na diskretizaciju drugog reda. Uklanjanjem viskoznih svojstava udaljilo se od realnog rješenja, ali približilo potencijalnom strujanju koje se rješava 3D metodom panela. Postavljanjem na diskretizaciju drugog reda povećala se točnost samog izračuna u FLUENT-u.

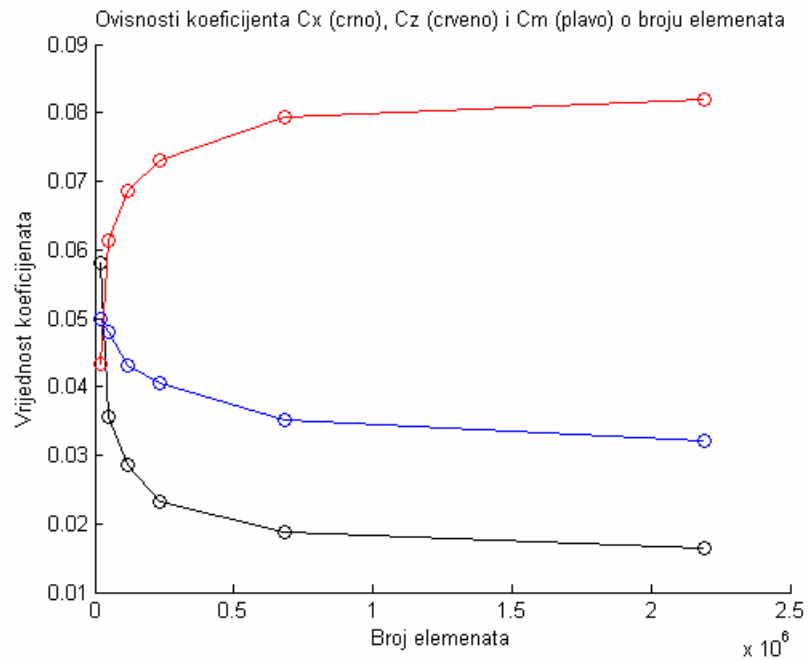
Izračun opstrujavanja u FLUENT-u se izvodi iterativno. Rješenje je moguće zaustaviti automatski kada se reziduali spuste do odgovarajuće razine. U ovom slučaju pustit će se da rješenje konvergira potpuno (do strojne točnosti), budući da konvergencija koeficijenata vrlo često traje do samog kraja konvergiranja reziduala.

Na dijagramu (4-13) prikazana su vremena potrebna za potpunu konvergenciju rješenja za različite gustoće mreža. Budući da veličine imaju eksponencijalni rast, dijagram je dan u logaritamskom mjerilu.



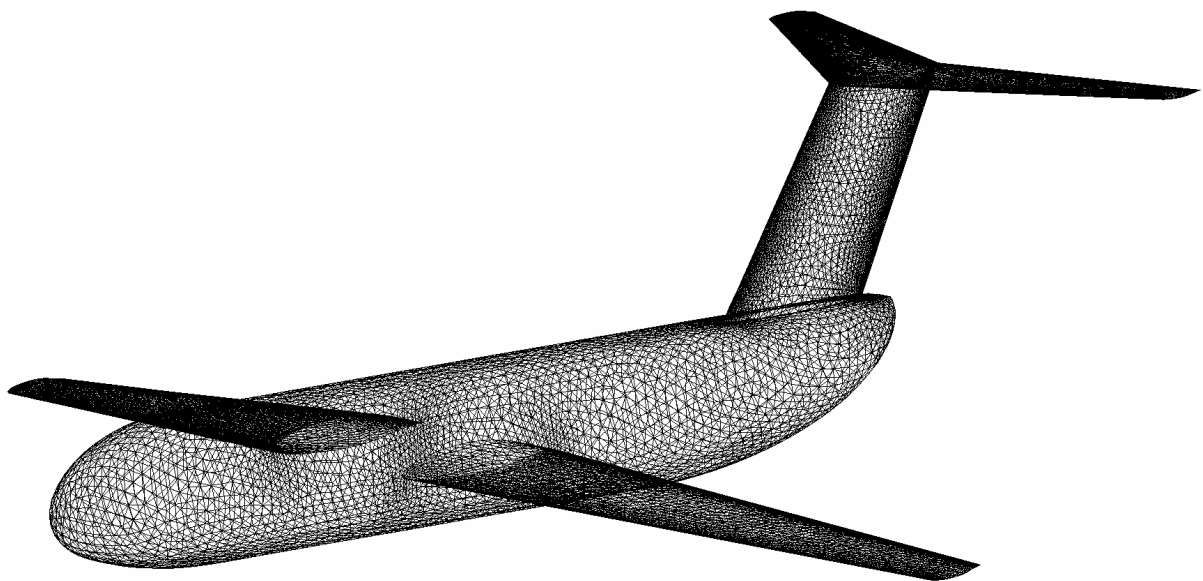
Dijagram 4-13 Ovisnost vremena računanja u FLUENT-u o broju elemenata

Dijagram (4-14) prikazuje konvergenciju rezultata u obliku aerodinamičkih koeficijenata sila i momenta.



Dijagram 4-14 Konvergencija rezultata u FLUENT-u

Na temelju dijagrama (4-14), za daljnju je usporedbu odabrana mreža od 233400 elemenata (Slika 4-7). Važno je naglasiti da će određeni gradijenti kao na primjer gradijent koeficijenta uzgona biti manje osjetljivi na finoću mreže.



Slika 4-7 Odabrana mreža za rad u FLUENT-u

#### 4.2.6. Usporedba rezultata

Analiza je izvršena pri napadnim kutovima od -4 do 6 stupnjeva s korakom od po 2 stupnja, te pri kutovima bočnog nastrojavanja od 0 do 10 stupnjeva s korakom od po 2 stupnja. Tražene veličine su prikazane u tablici 4-2 zajedno s oznakom veličine.

Veličina	Oznaka
Koeficijent uzgona pri nultom napadnom kutu	$C_{L0}$
Gradijent koeficijenta uzgona o napadnom kutu	$C_{L\alpha}$
Koeficijent otpora pri nultom napadnom kutu	$C_{D0}$
Oswaldov koeficijent	$e$
Koeficijent momenta propinjanja pri nultom napadnom kutu	$C_{M0}$
Gradijent koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu	$C_{M\alpha}$
Gradijent koeficijenta bočne sile o kutu klizanja	$C_{Y\beta}$
Gradijent koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja	$C_{I\beta}$
Gradijent koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja	$C_{n\beta}$

Tablica 4-2 Aerodinamički koeficijenti korišteni za usporedbu

Oswaldov koeficijent  $e$  je izračunat u Matlabu prema

$$e = \frac{180}{A\pi^2 K}$$

gdje je  $A$  vitkost krila kao odnos kvadrata raspona krila i površine krila te  $K$  koeficijent uz kvadrat napadnog kuta prema

$$C_D = C_{D0} + C_{D\alpha}\alpha + K\alpha^2$$

Klasično se Oswaldov koeficijent dobiva iz kvadratne ovisnosti otpora prema uzgonu, no ovdje je bitno samo usporediti kvadratno ponašanje otpora prema napadnom kutu.

Na sljedećoj tablici (tablica 4-3) prikazani su rezultati (u obliku aerodinamičkih koeficijenata) te njihova razlika u postotcima.

aerodinamički koeficijent	FLUENT	3D Metoda Panela	razlika (%)
$C_{L0}$	0.0725	0.0735	1
$C_{L\alpha}$	5.9915	5.7658	-4
$C_{D0}$	0.0231	-0.0020	/
$e$	0.8544	0.8737	2
$C_{M0}$	0.0471	0.0383	-23
$C_{M\alpha}$	-4.4899	-3.3574	-34
$C_{Y\beta}$	0.9351	0.8487	-10
$C_{I\beta}$	-0.0014	-0.0023	39
$C_{n\beta}$	0.2952	0.2705	-9

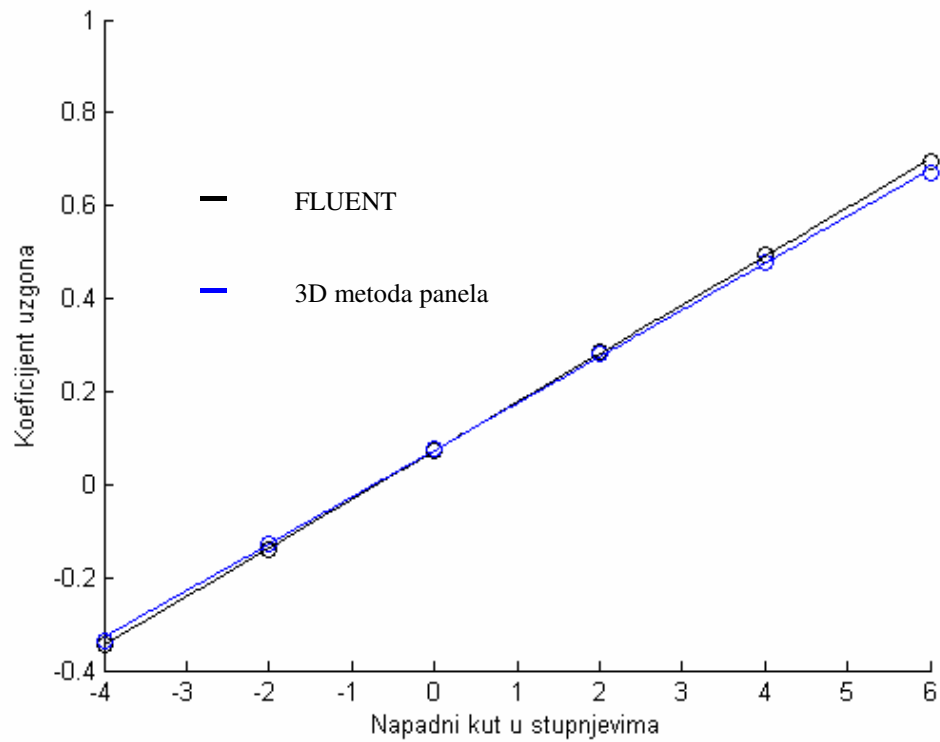
Tablica 4-3 Aerodinamički koeficijenti dobiveni FLUENT-om i 3D metodom panela

Vidljiva su dobra poklapanja koeficijenta uzgona pri uzdužnoj analizi te gradijenta bočne sile i momenta skretanja o kutu klizanja.

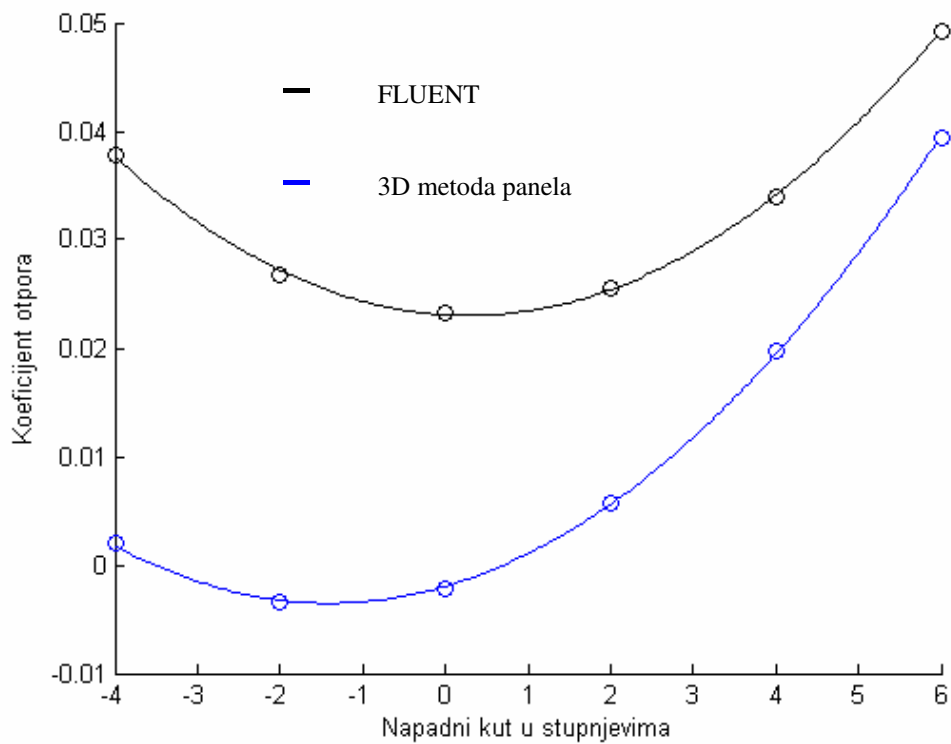
Što se tiče otpora, sličnost Oswaldovih koeficijenata pokazuje dobro podudaranje kvadratnog ponašanja otpora u zavisnosti o napadnom kutu. S druge strane koeficijent otpora pri nultom napadnom kutu je neusporediv, što je i za očekivati s obzirom na primijenjeni model vrtložnog traga u 3D metodi panela. S druge strane u oba modela je viskoznost zraka zanemarena, što znači da dobiveni otpor odgovara induciranom otporu.

Koeficijent momenta propinjanja ima malu razliku i u nultoj vrijednosti i u gradijentu.

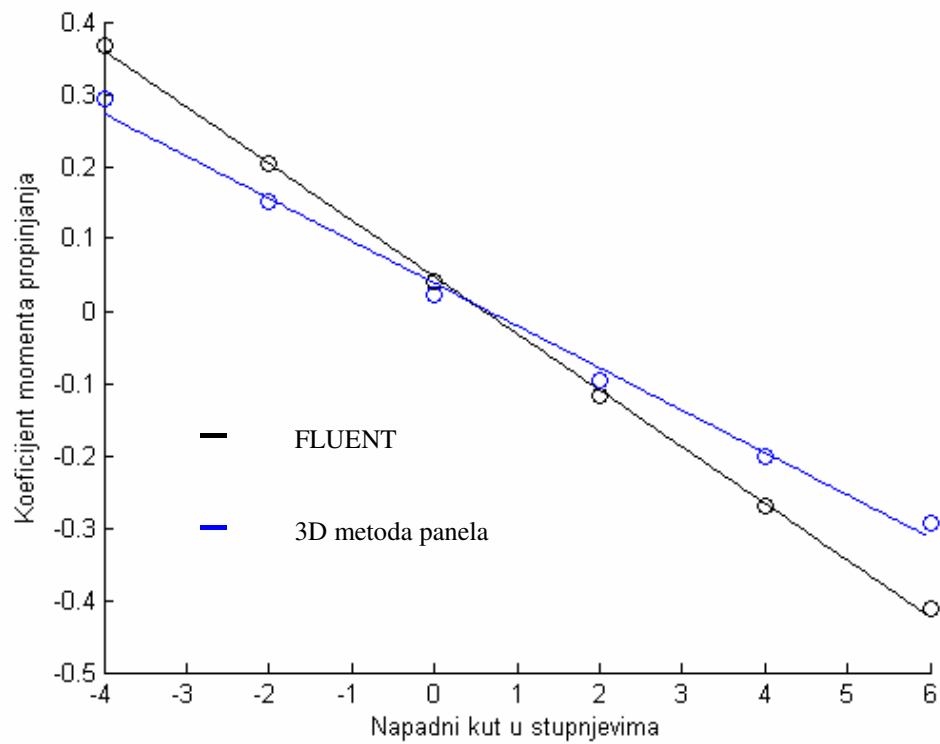
Slijede dijagrami ovisnosti osnovnih sila i momenata o njihovim kutovima. Rezultati FLUENT-a su crne, dok su rezultati 3D metode panela plave boje.



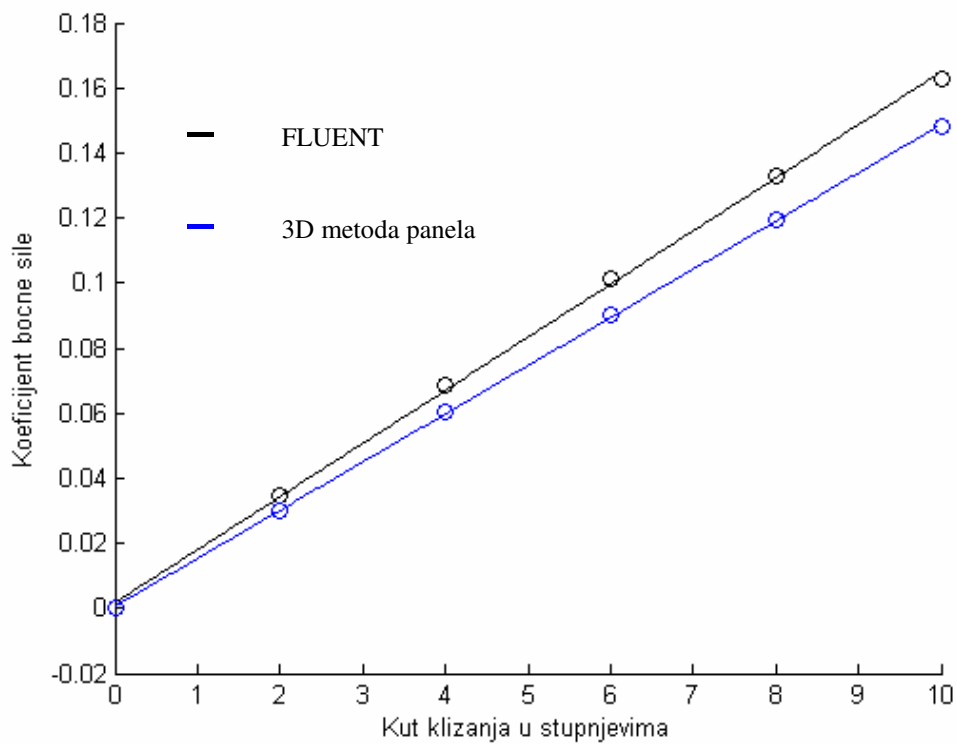
Dijagram 4-15 Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu



Dijagram 4-16 Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu

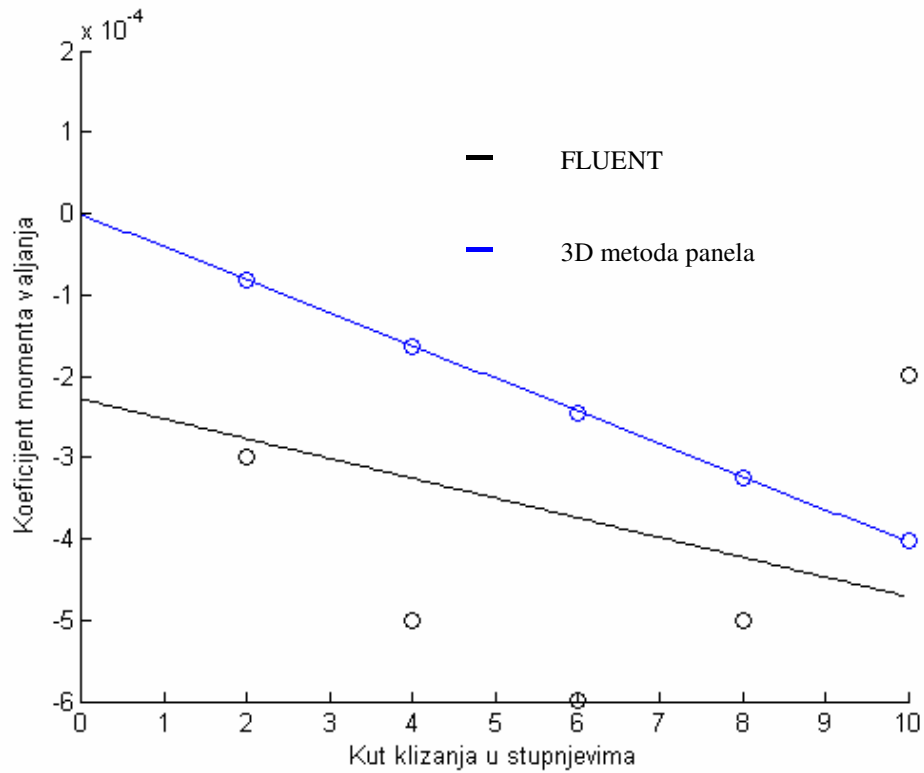


Dijagram 4-17 Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu

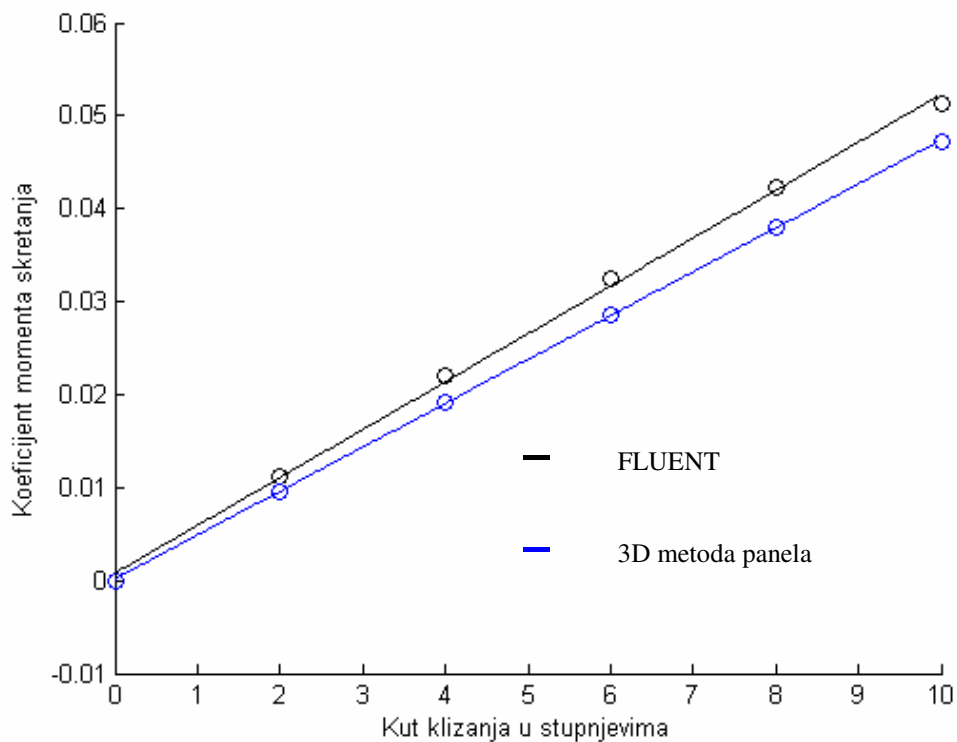


Dijagram 4-18 Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja





Dijagram 4-19 Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja



Dijagram 4-20 Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja

Iz prethodnih dijagrama se dodatno može zaključiti o ponašanju koeficijenata. Minimalni otpor za neviskozno strujanje u teoriji mora biti jednak nuli i to pri kutu na kojem je uzgon također jednak nuli. Iz prethodnog dijagrama (4-16) je uočljivo da metoda panela daje minimalni otpor bliži nuli, ali negativan, dok FLUENT daje povećani pozitivan minimalni otpor. Također bi se iz prethodnog dijagrama (4-19) moglo reći da je sličnost podudaranja rješenja koeficijenta momenta valjanja loša, no budući da je riječ o vrlo maloj veličini (vidljivo također u tablici 4-3) razlika se može zanemariti.

Da bi se stekao nešto bolji uvid u rješenja, usporedit će se sve ove veličine za svaku komponentu zrakoplova zasebno; tablično i kroz dijagrame koji su zbog svojeg velikog broja ostavljeni za kraj poglavlja.

	horizontalni stabilizator			vertikalni stabilizator			trup			krilo			TOTAL		
	FLUENT	3D MP	razlika [%]	FLUENT	3D MP	razlika [%]	FLUENT	3D MP	razlika [%]	FLUENT	3D MP	razlika [%]	FLUENT	3D MP	razlika [%]
$C_{L0}$	-0.0293	-0.0226	-23	-0.0001	0.0005	-633	0.0080	0.0012	-85	0.0939	0.0944	1	0.0725	0.0735	1
udio [%]	-40	-31		0	1		11	2		130	128				
$C_{L\alpha}$	0.8632	1.0026	16	-0.0018	-0.0019	6	0.9356	0.2969	-68	4.1944	4.4683	7	5.9915	5.7658	-4
udio [%]	14	17		0	0		16	5		70	77				
$C_{D0}$	0.0001	-0.0017	-2065	0.0015	0.0006	-61	0.0117	-0.0009	-107	0.0098	0.0000	-100	0.0231	-0.0020	\
udio [%]	0	85		6	-29		51	43		42	-1				
$e$	4.3499	4.2020	-3	382.3710	-1225.40	-420	2.8640	1.2529	-56	1.6895	8.6854	414	0.8544	0.8737	2
$C_{M0}$	0.1218	0.0906	-26	0.0015	-0.0012	-180	-0.0096	0.0089	-193	-0.0667	-0.0600	-10	0.0471	0.0383	-19
$C_{M\alpha}$	-3.6995	-4.2865	16	-0.0035	-0.0036	3	0.7238	2.4890	244	-1.5113	-1.5559	3	-4.4899	-3.3574	-25
udio [%]	82	128		0	0		-16	-74		34	46				

*Tablica 4-4 Aerodinamički koeficijenti pri uzdužnoj analizi za komponente zrakoplova*

	trup			vertikalni stabilizator			lijevi horizontalni stabilizator			desni horizontalni stabilizator		
	FLUENT	3D MP	razlika [%]	FLUENT	3D MP	razlika [%]	FLUENT	3D MP	razlika [%]	FLUENT	3D MP	razlika [%]
$C_{Y\beta}$	0.1698	0.1017	-40	0.7195	0.7014	-3	0.0035	0.0046	31	0.0169	0.0165	-2
udio [%]	18	12		77	83		0	1		2	2	
$C_{l\beta}$	0.0165	0.0126	-24	-0.0634	-0.0630	-1	-0.0161	-0.0143	-11	-0.0160	-0.0139	-13
$C_{n\beta}$	-0.0773	-0.0899	16	0.3529	0.3415	-3	0.0024	0.0029	21	0.0106	0.0108	2
udio [%]	-26	-33		120	126		1	1		4	4	

	lijevo krilo			desno krilo			UKUPNO		
	FLUENT	3D MP	razlika [%]	FLUENT	3D MP	razlika [%]	FLUENT	3D MP	razlika [%]
$C_{Y\beta}$	0.0150	0.0139	-7	0.0108	0.011	2	0.9351	0.8487	-9
udio [%]	2	2		1	1				
$C_{l\beta}$	0.0418	0.0412	-1	0.0354	0.0344	-3	-0.0014	-0.0023	64
$C_{n\beta}$	0.0025	0.0022	-12	0.0035	0.0029	-17	0.2952	0.2705	-8
udio [%]	1	1		1	1				

*Tablica 4-5 Aerodinamički koeficijenti pri bočnoj analizi za komponente zrakoplova*

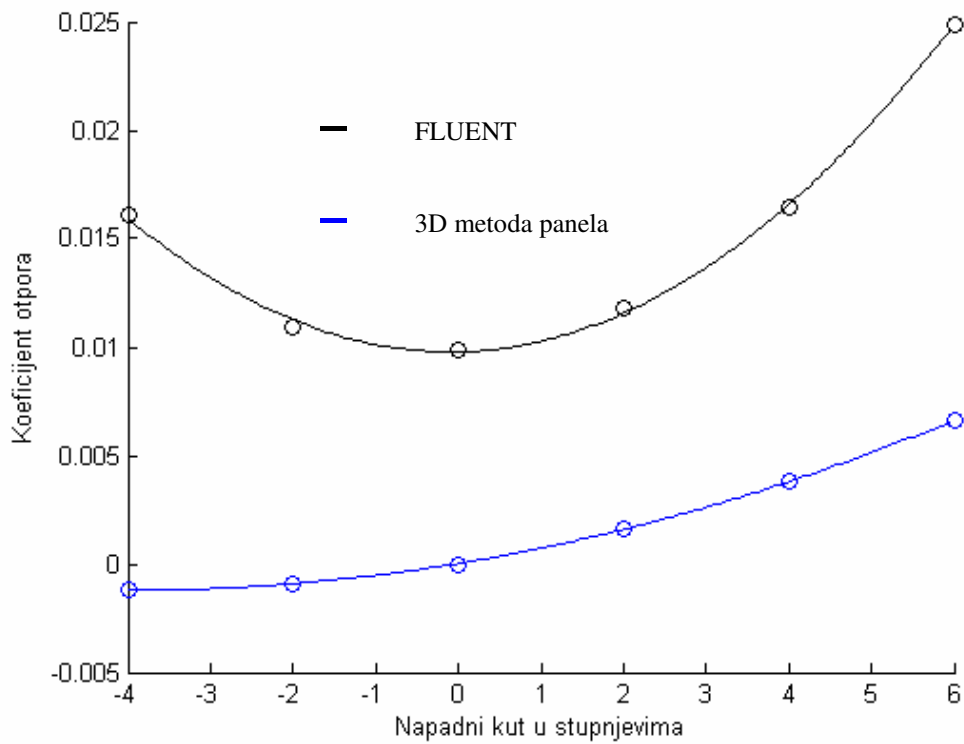
Promatrajući krilo, uočljivo je da se rezultati za uzgon i moment propinjanja vrlo dobro poklapaju dok su rezultati vezani uz otpor neusporedivi. Ako se promotre rezultati lijevog i desnog krila posebno pri bočnoj analizi, primjećuje se dobro poklapanje u svim veličinama bočne analize uključujući i gradijenta koeficijenta momenta valjanja. Budući da je i kod ostalih komponenata manje ili više poklapanje koeficijenta valjanja, razlog oblika dijagrama ovisnosti koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja pri analizi kompletne konfiguracije (Dijagram 4-19) leži u zbrajanju veličina svih komponenata čiji je rezultat blizak nuli. Fizički se to može objasniti utjecajem negativnog dijedra koji se poništava s utjecajem vertikalnog stabilizatora čineći gradijent koeficijenta valjanja o kutu bočnog nastrojavanja praktički nepostojećim. Ova pojava se također jasno uočava iz iznosa pojedinih komponenata (tablica 4.5).

Horizontalni stabilizator ima lošija poklapanja od krila koja bi se mogla povezati sa savijanjem struje koje odstupa od realnog uslijed ravnog vrtložnog traga.

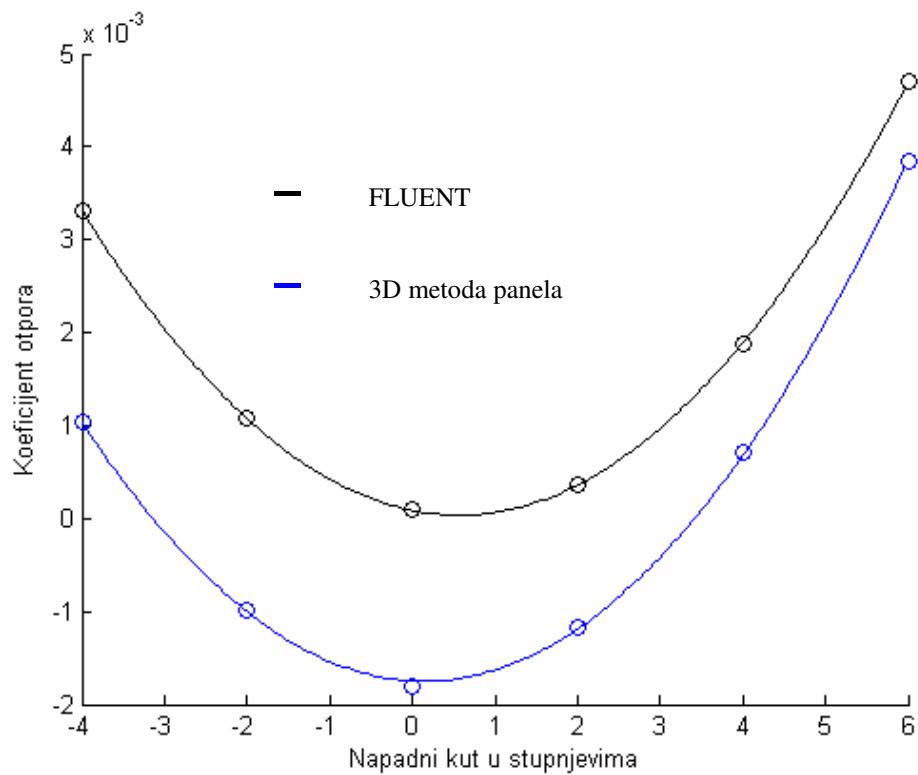
Vertikalni stabilizator pokazuje dobra poklapanja i u uzdužnoj i u bočnoj analizi, osim kod otpora.

Kod trupa su rezultati podosta različiti, ali ih se i moglo očekivati s obzirom na prirodu metoda. Dok kod FLUENT-a (neviskozno strujanje, metoda kontrolnih volumena) svako nesimetrično tijelo daje uzgon pa tako i trup u ovome slučaju, kod metode panela će se uzgon pojaviti samo u slučaju kada se postavi Kuttin uvjet (metoda panela izvedena u okviru ovoga rada daje vrlo mali uzgon i kada ne postoji Kuttin uvjet i ta pojava bi se mogla pripisati numeričkoj pogrešci). Time se rezultati za sile kod trupa izrazito razlikuju budući da je jedini razlog postojanja sile u metodi panela utjecaj drugih tijela (ponajviše krila) i već spomenuta numerička pogreška. Za razliku od sila, momenti kod neuzgonskog tijela su prisutni u metodi panela i ponešto veći uslijed antisimetrije polja tlaka po tijelu kod potencijalnog opstrujavanja, što je i vidljivo u rezultatima.

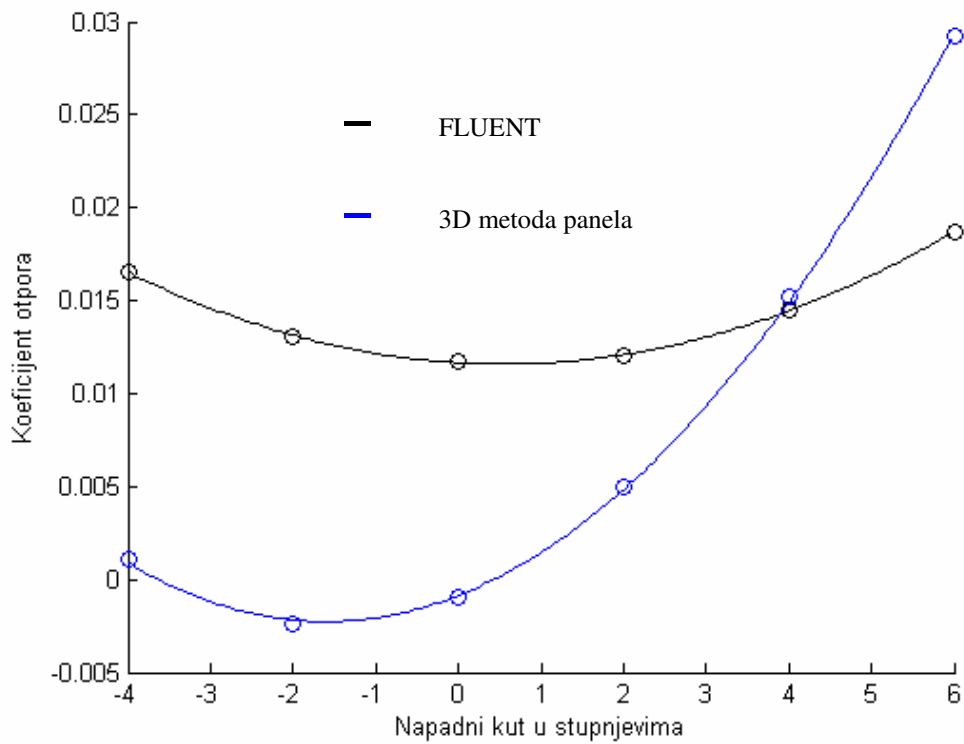
Pri usporedbi rezultata u dijagramima, potrebno je obratiti pažnju na redove veličina koeficijenata koji kod nekih komponenata mogu biti vrlo mali (na primjer koeficijent uzgona za vertikalni stabilizator), pa ne utječu značajnije u ukupnim veličinama.



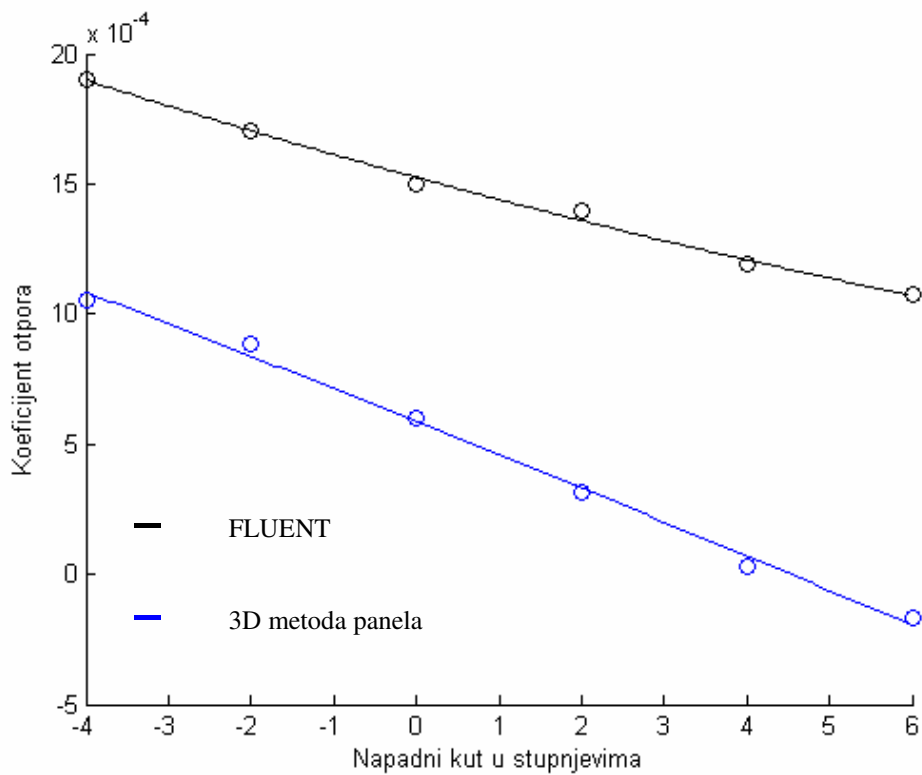
Dijagram 4-21 Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu za krilo



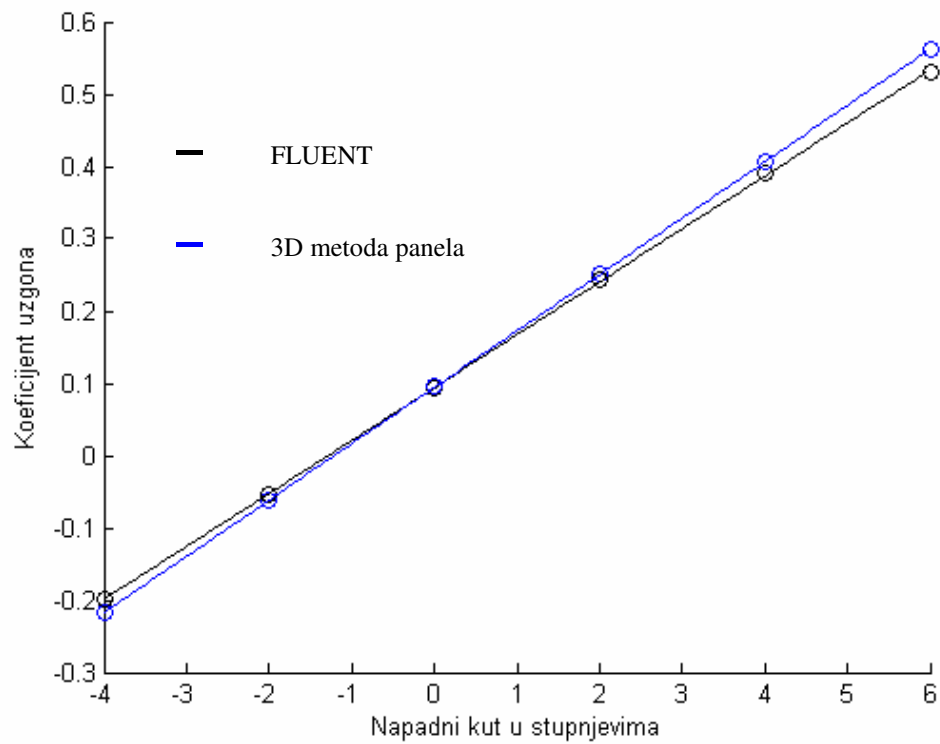
Dijagram 4-22 Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu za horizontalni stabilizator



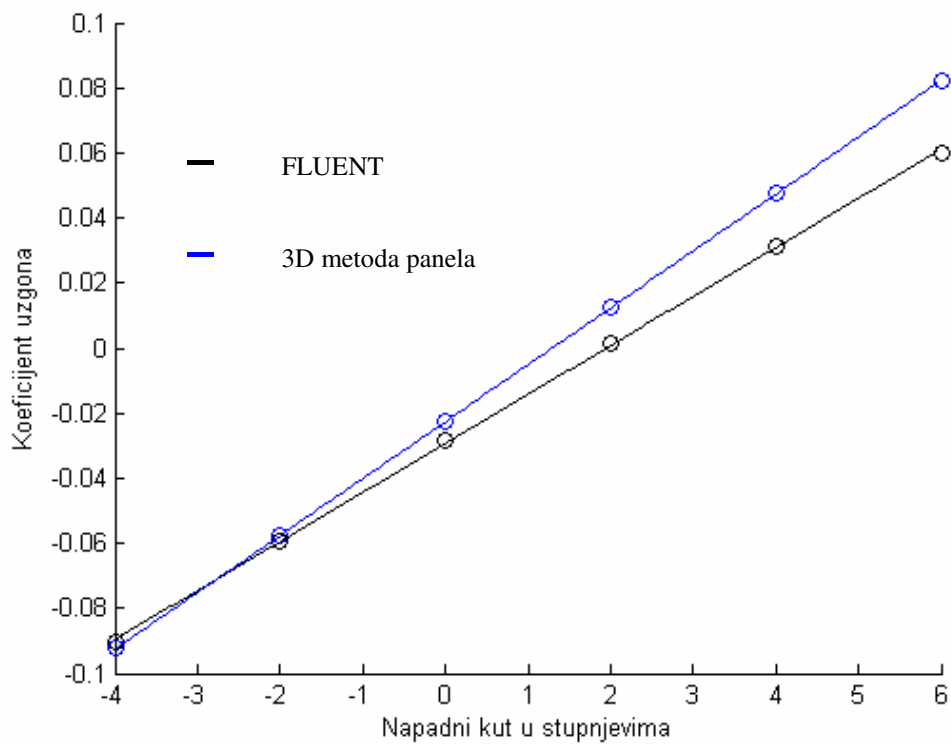
Dijagram 4-23 Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu za trup



Dijagram 4-24 Ovisnost koeficijenta otpora o napadnom kutu za vertikalni stabilizator

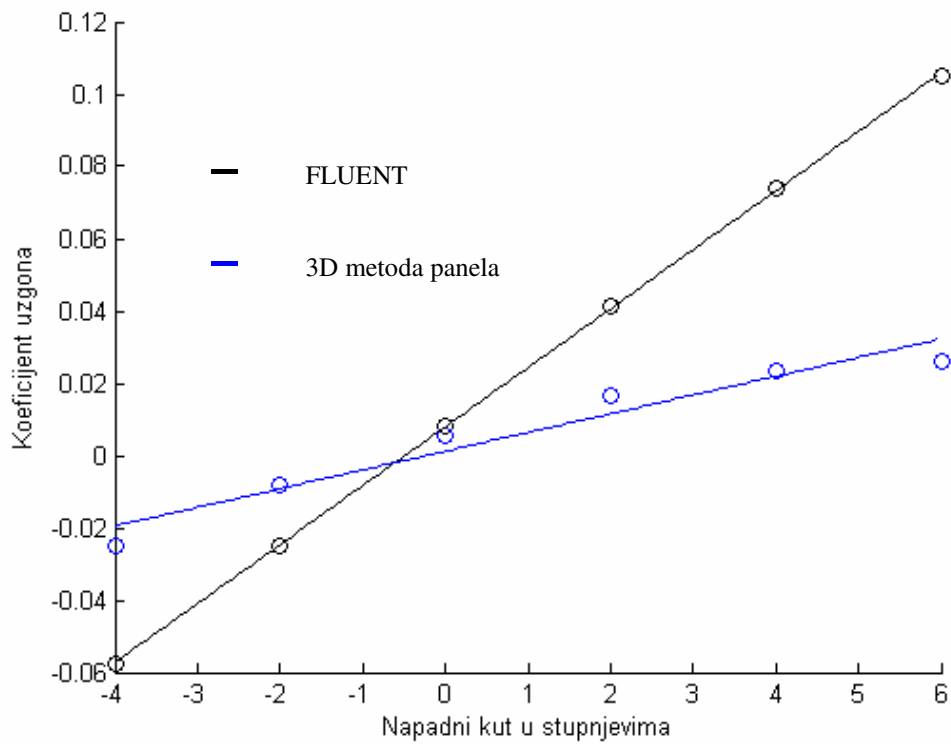


Dijagram 4-25 Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za krilo

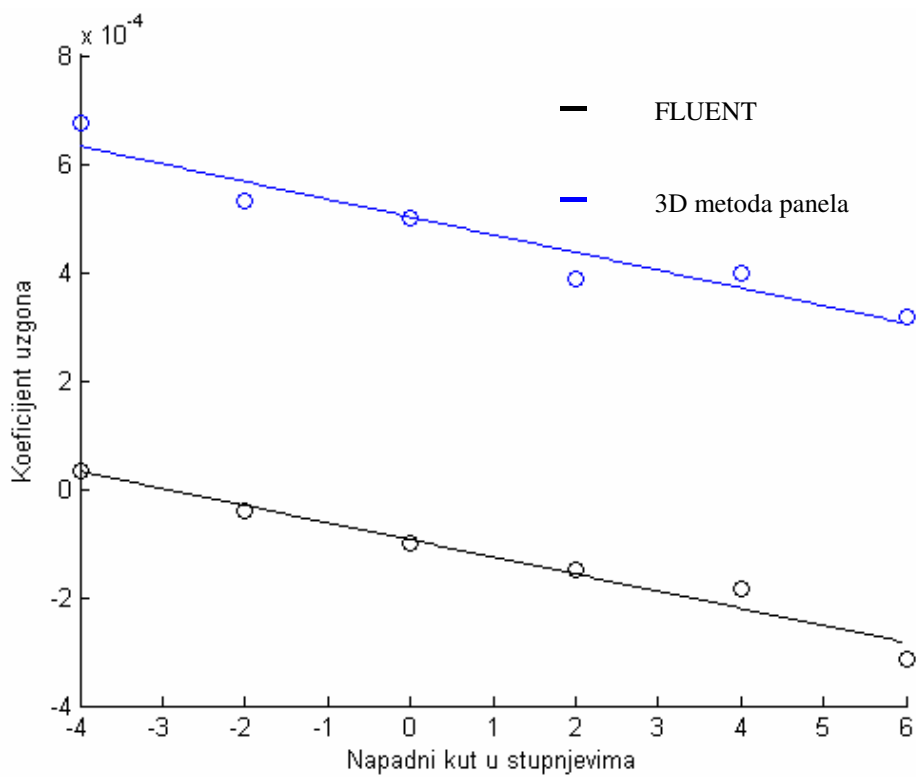


Dijagram 4-26 Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za horizontalni stabilizator

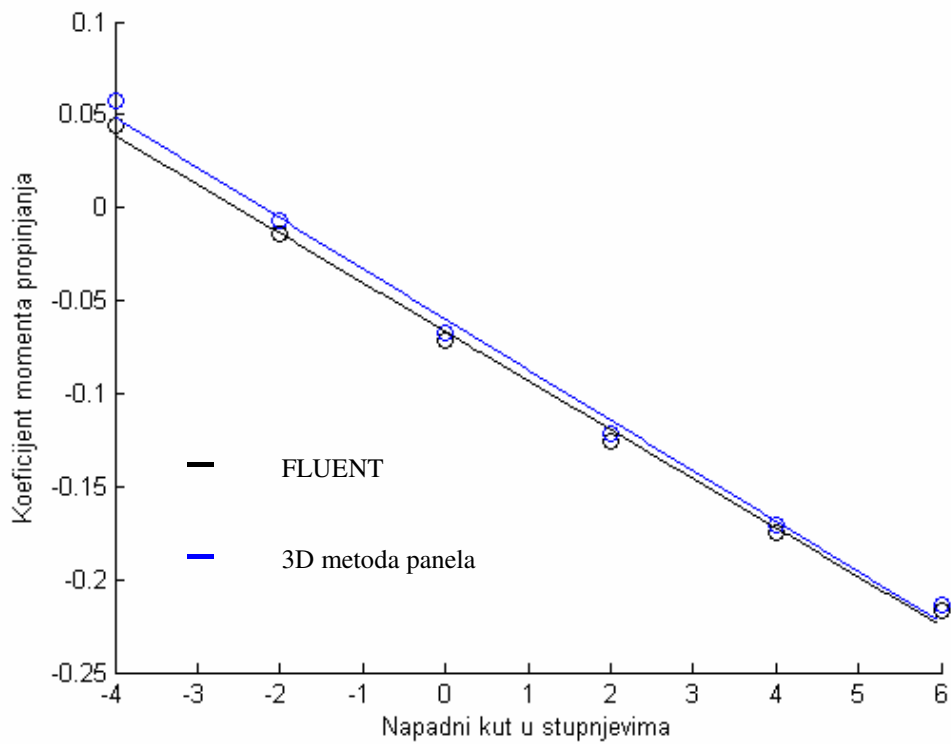




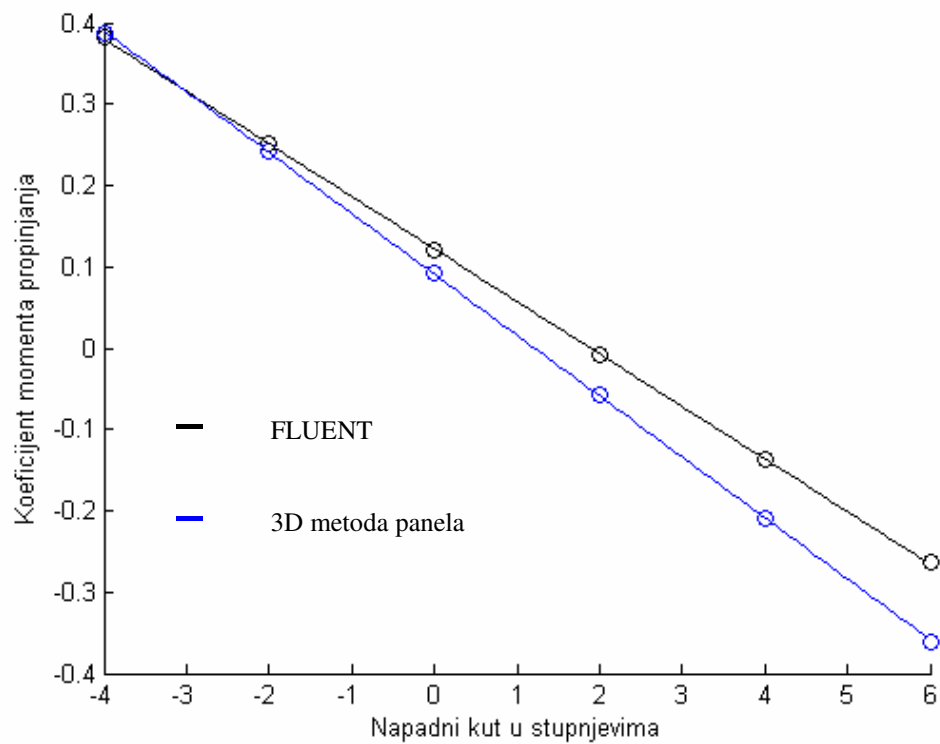
Dijagram 4-27 Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za trup



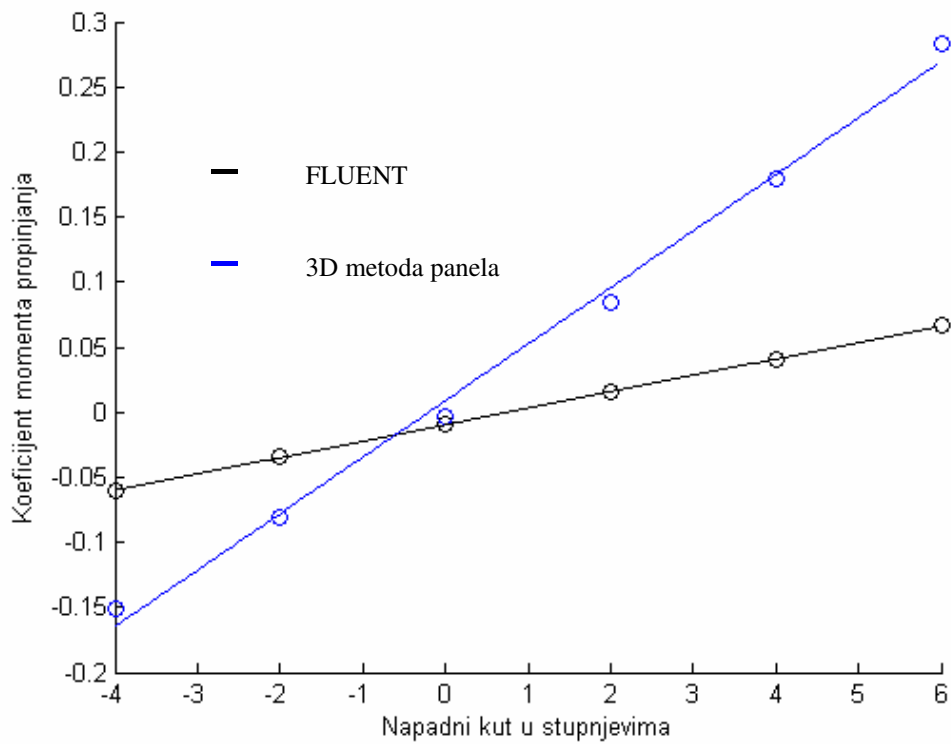
Dijagram 4-28 Ovisnost koeficijenta uzgona o napadnom kutu za vertikalni stabilizator



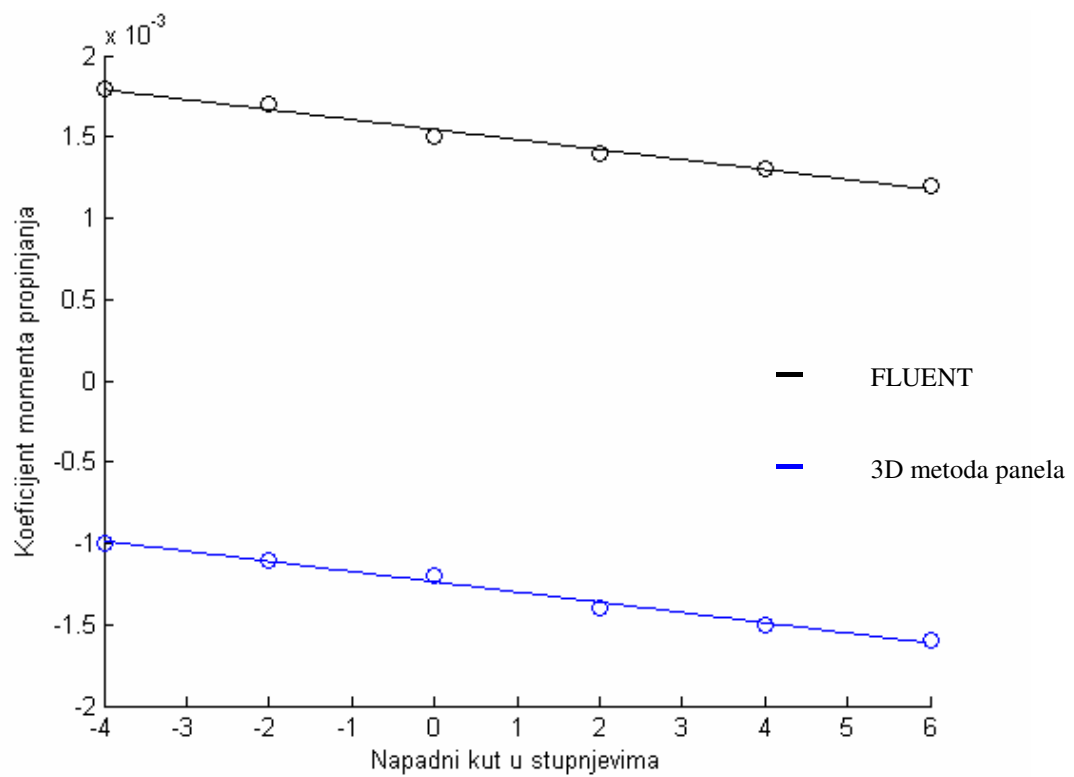
Dijagram 4-29 Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu za krilo



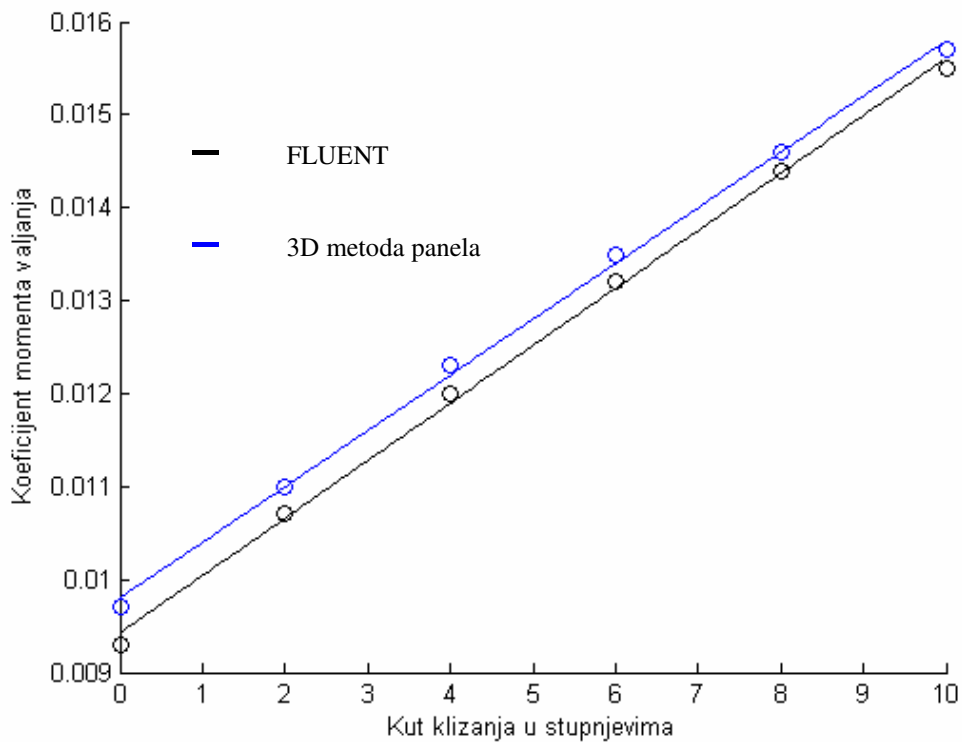
Dijagram 4-30 Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu za horizontalni stabilizator



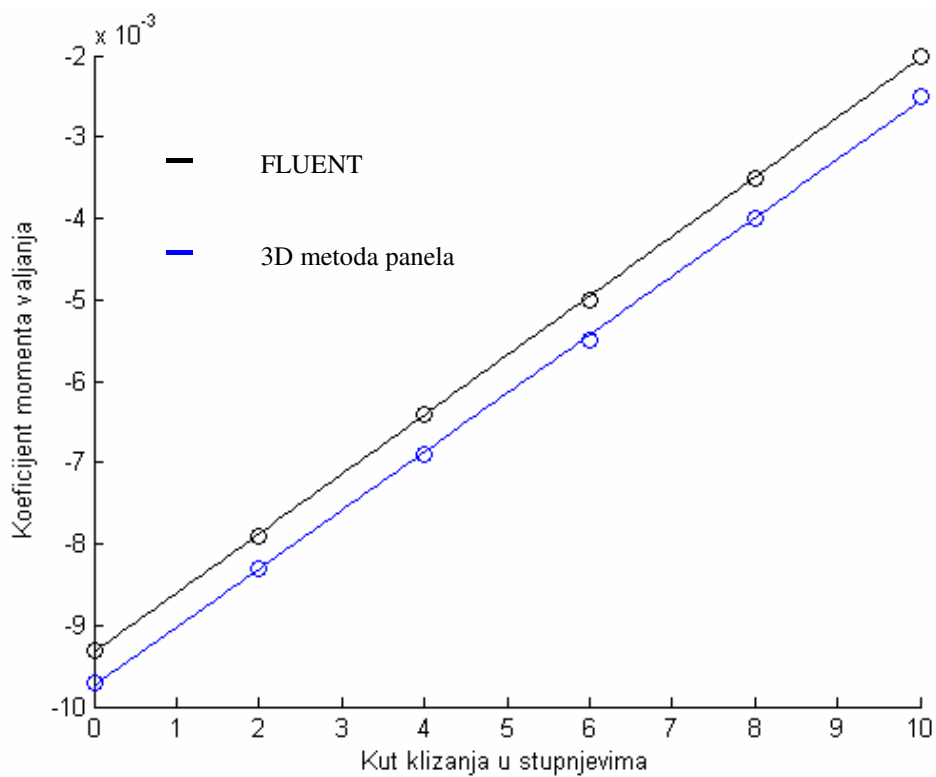
Dijagram 4-31 Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu za trup



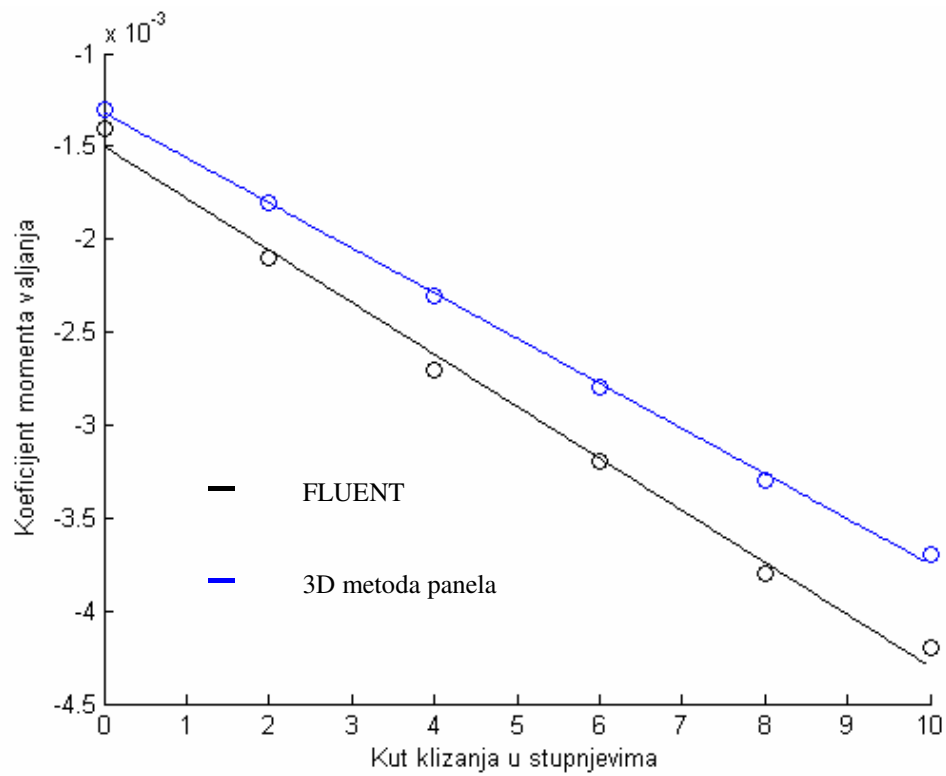
Dijagram 4-32 Ovisnost koeficijenta momenta propinjanja o napadnom kutu za vertikalni stabilizator



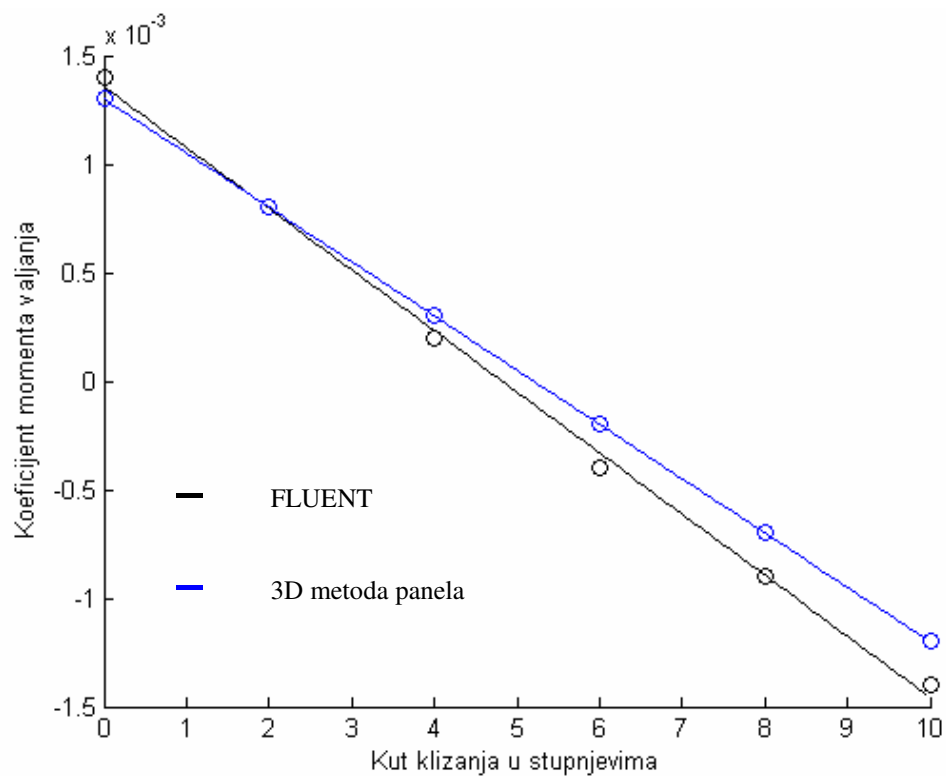
Dijagram 4-33 Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za desno krilo



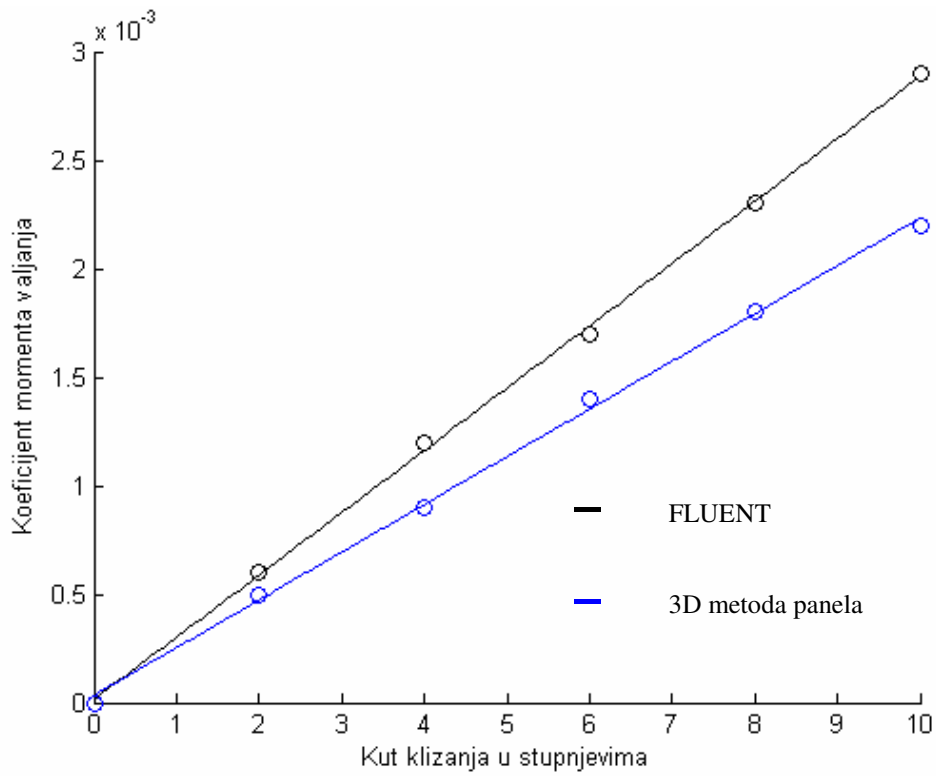
Dijagram 4-34 Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za lijevo krilo



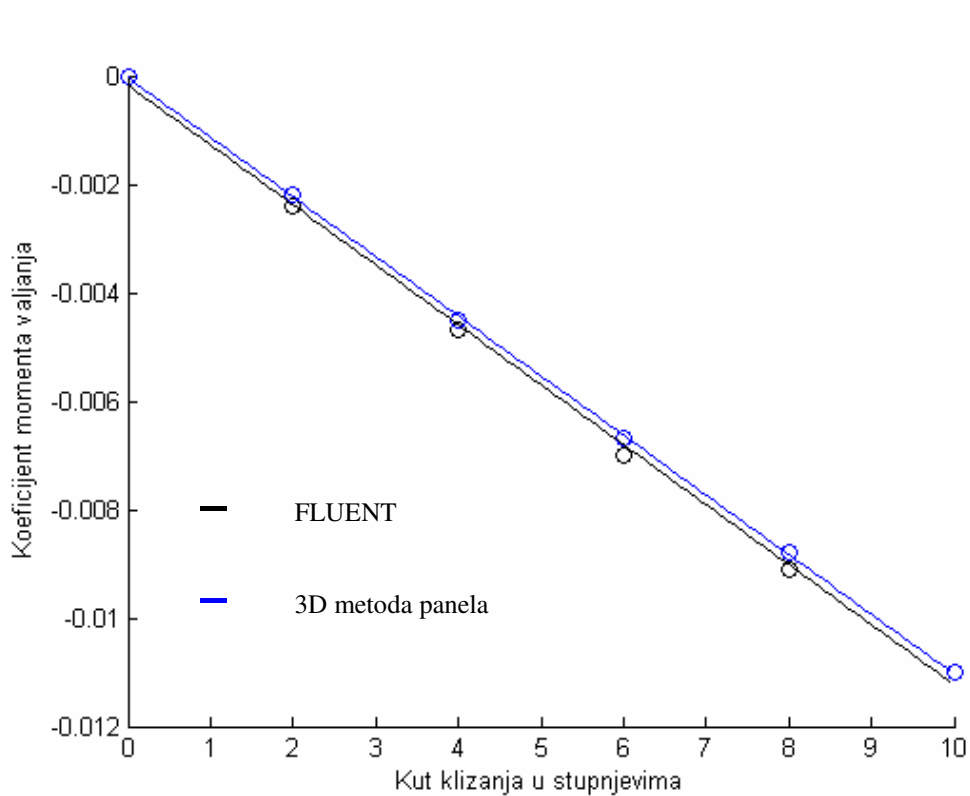
Dijagram 4-35 Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za desni horizontalni stabilizator



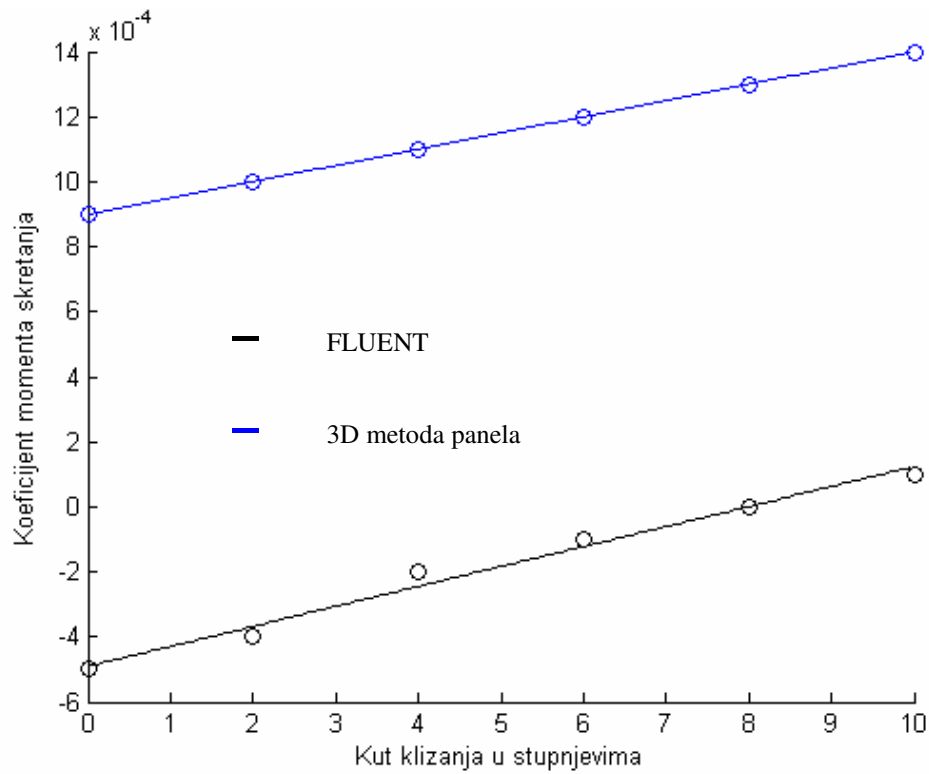
Dijagram 4-36 Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za lijevi horizontalni stabilizator



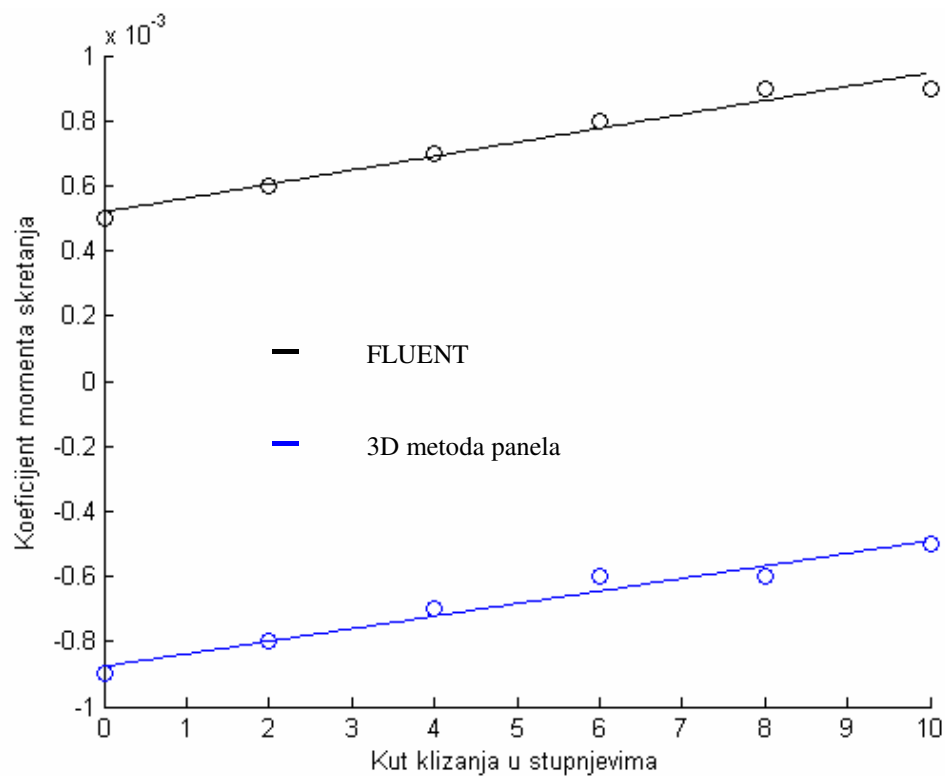
Dijagram 4-37 Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za trup



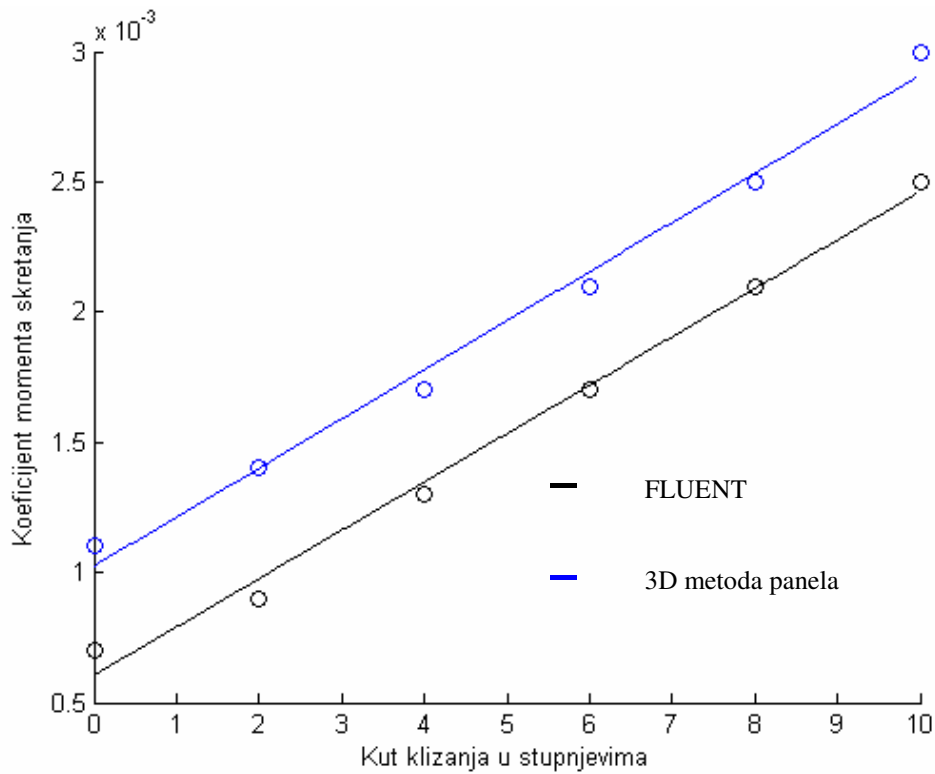
Dijagram 4-38 Ovisnost koeficijenta momenta valjanja o kutu klizanja za vertikalni stabilizator



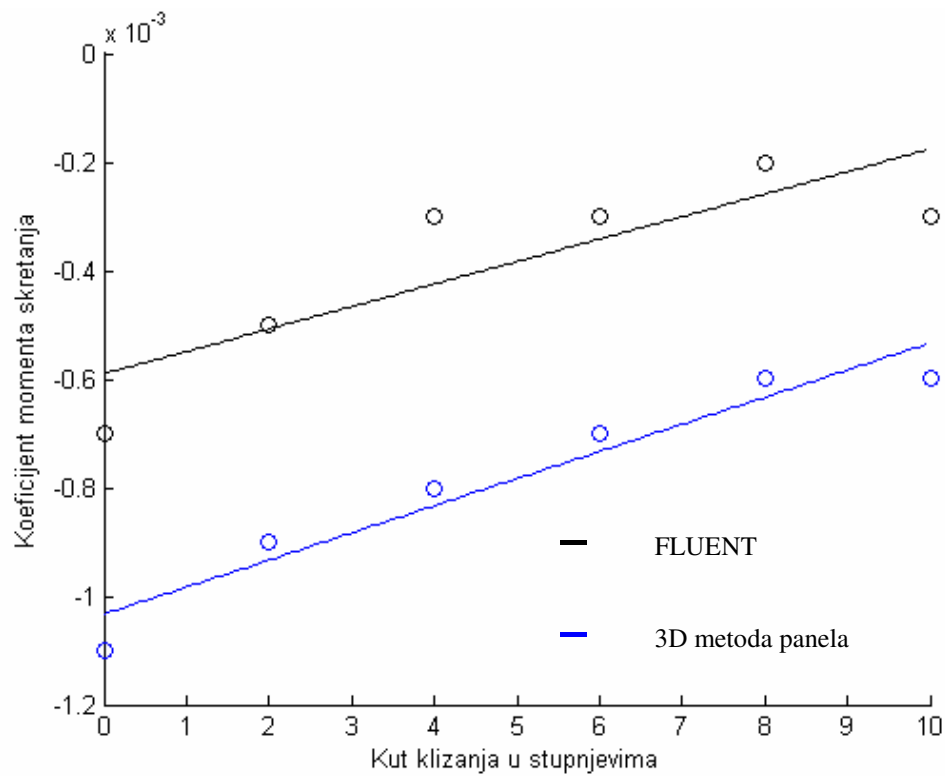
Dijagram 4-39 Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za desno krilo



Dijagram 4-40 Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za lijevo krilo

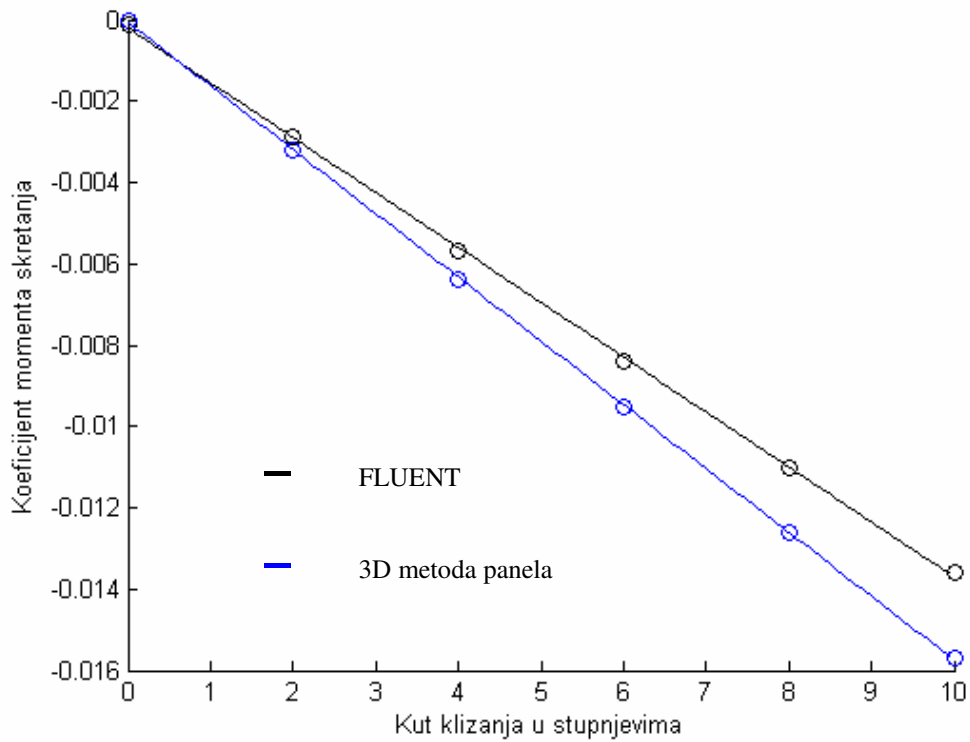


Dijagram 4-41 Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za desni horizontalni stabilizator

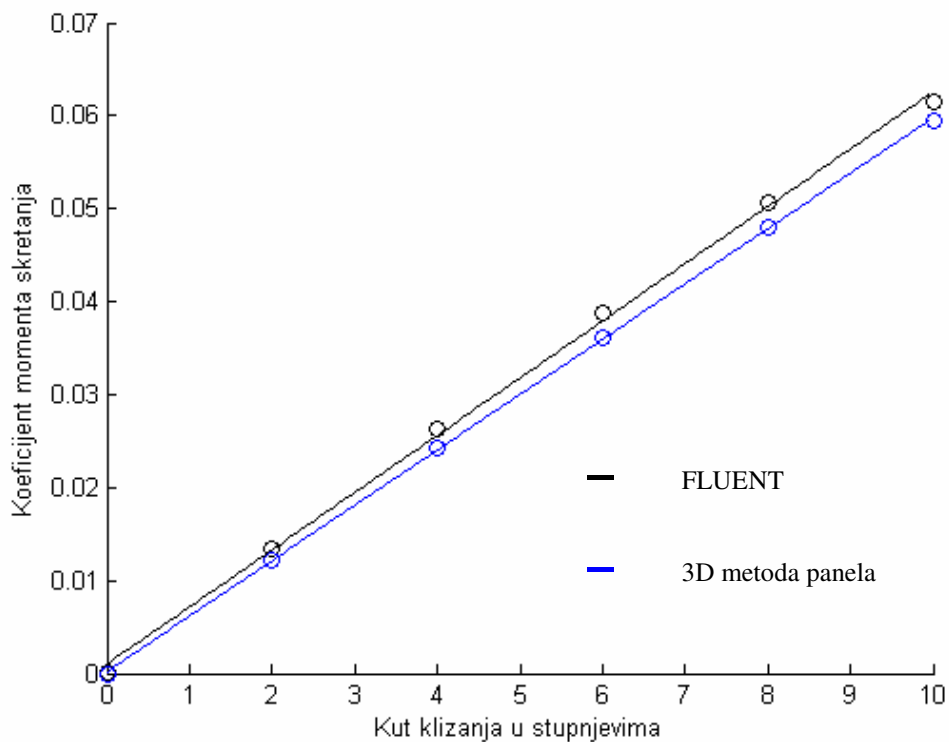


Dijagram 4-42 Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za lijevi horizontalni stabilizator

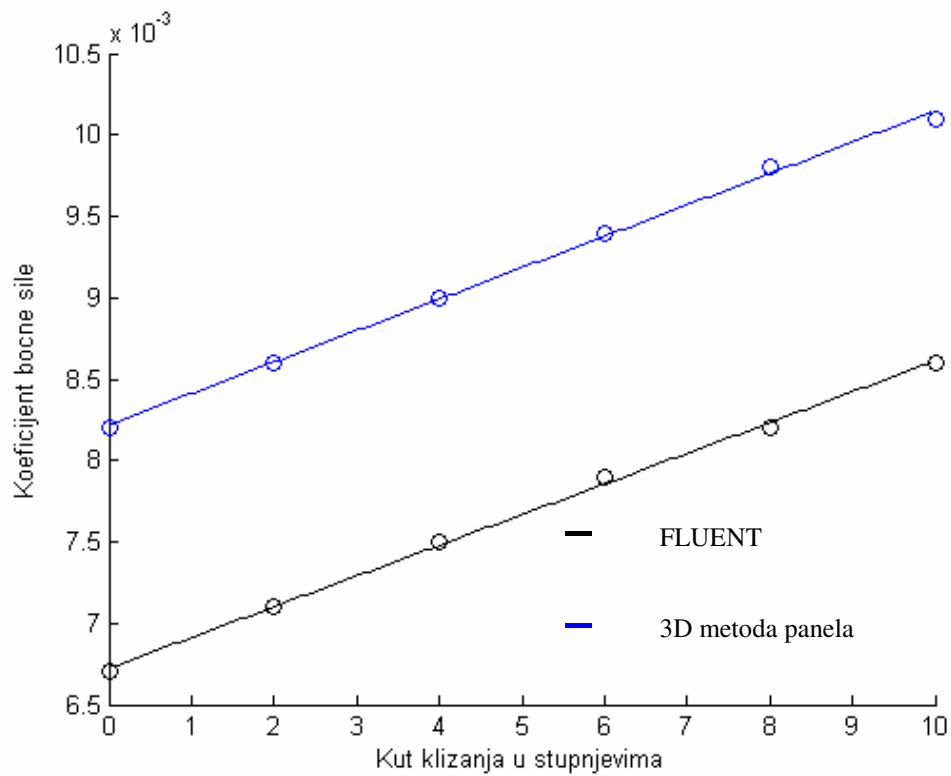




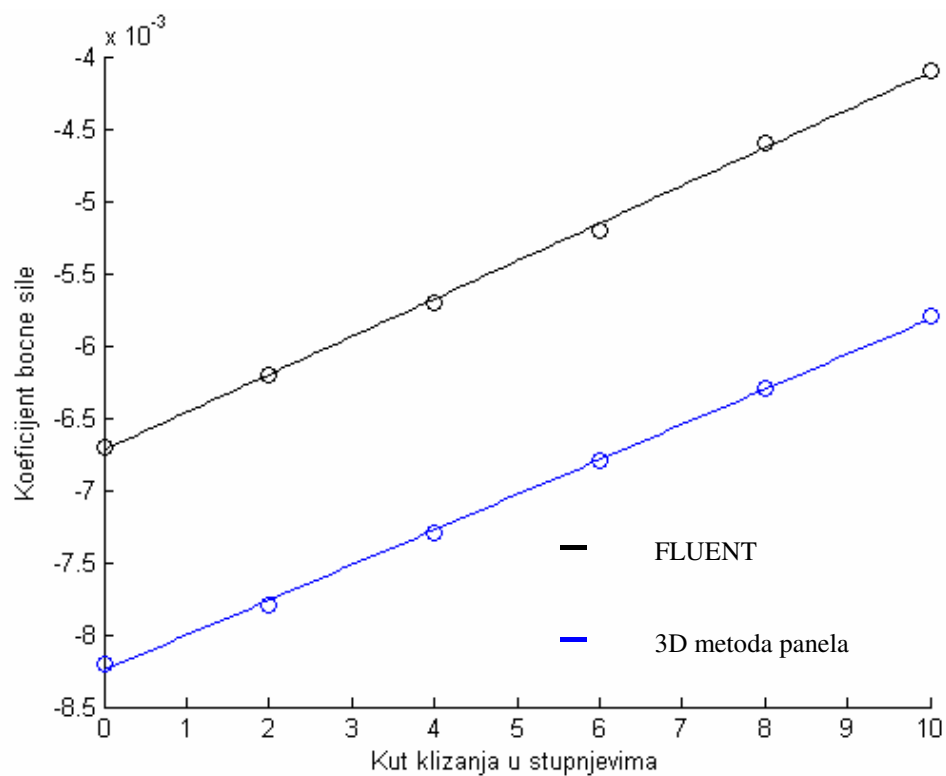
Dijagram 4-43 Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za trup



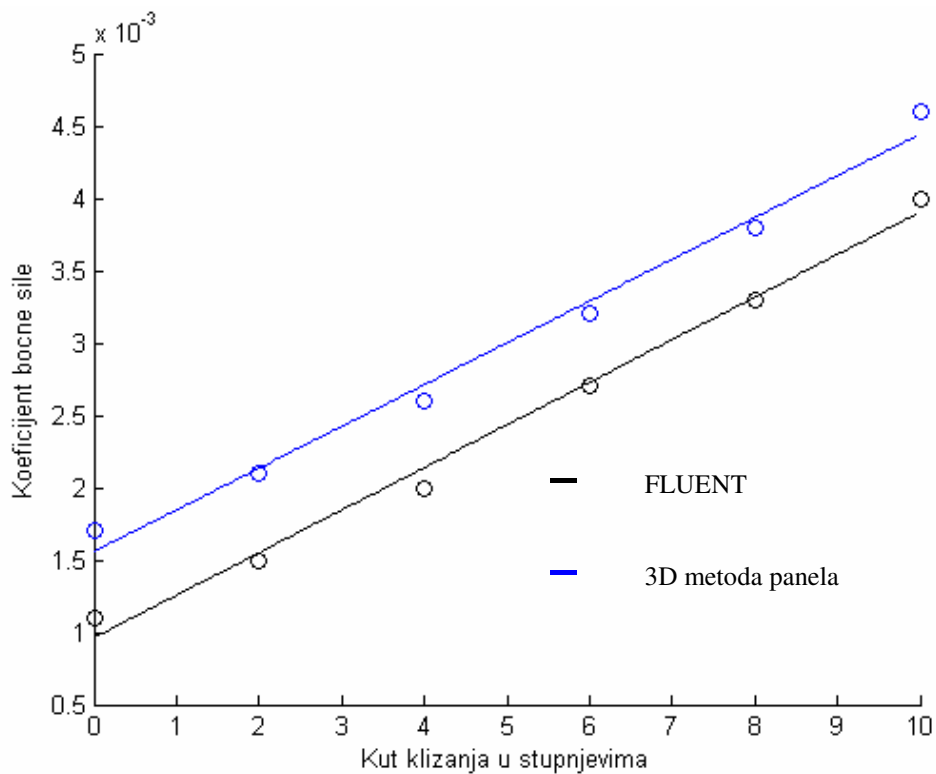
Dijagram 4-44 Ovisnost koeficijenta momenta skretanja o kutu klizanja za vertikalni stabilizator



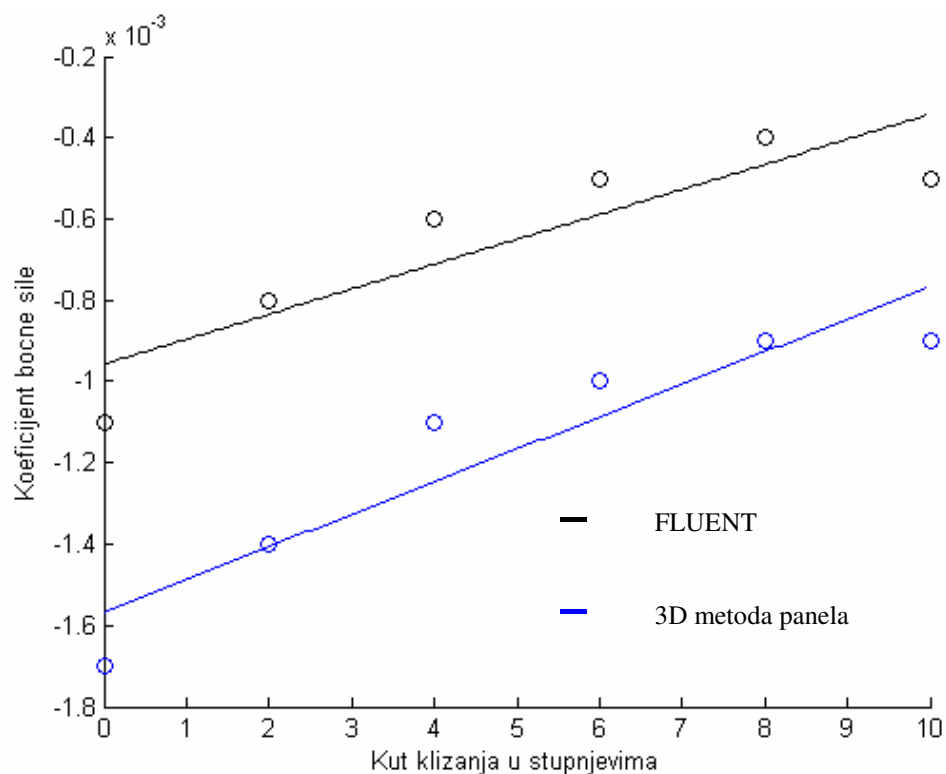
Dijagram 4-45 Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za desno krilo



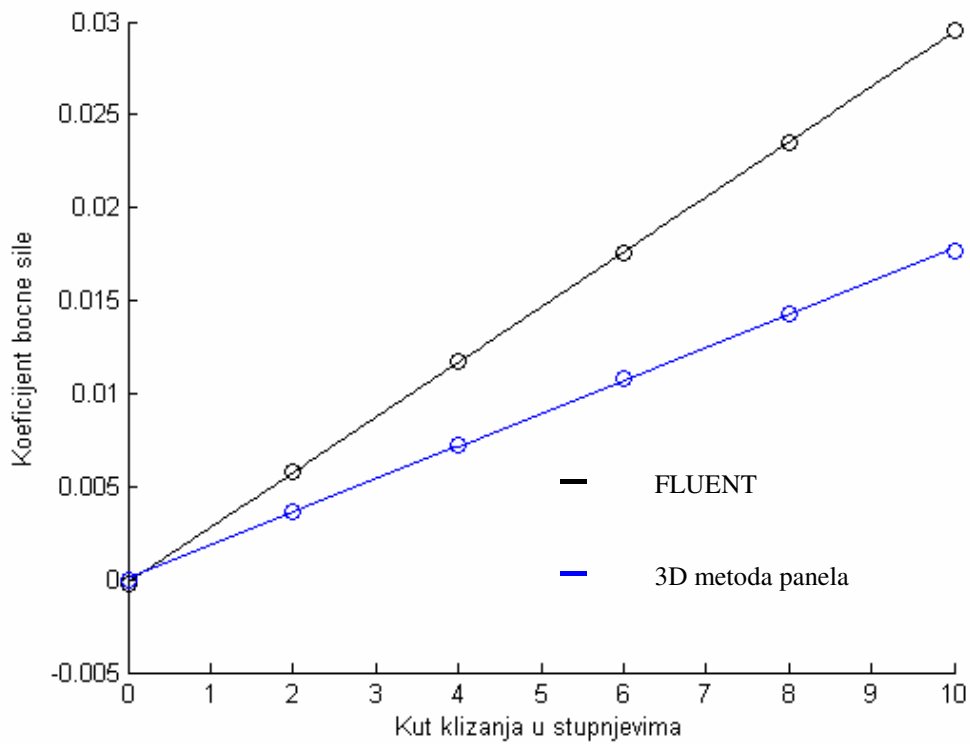
Dijagram 4-46 Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za lijevo krilo



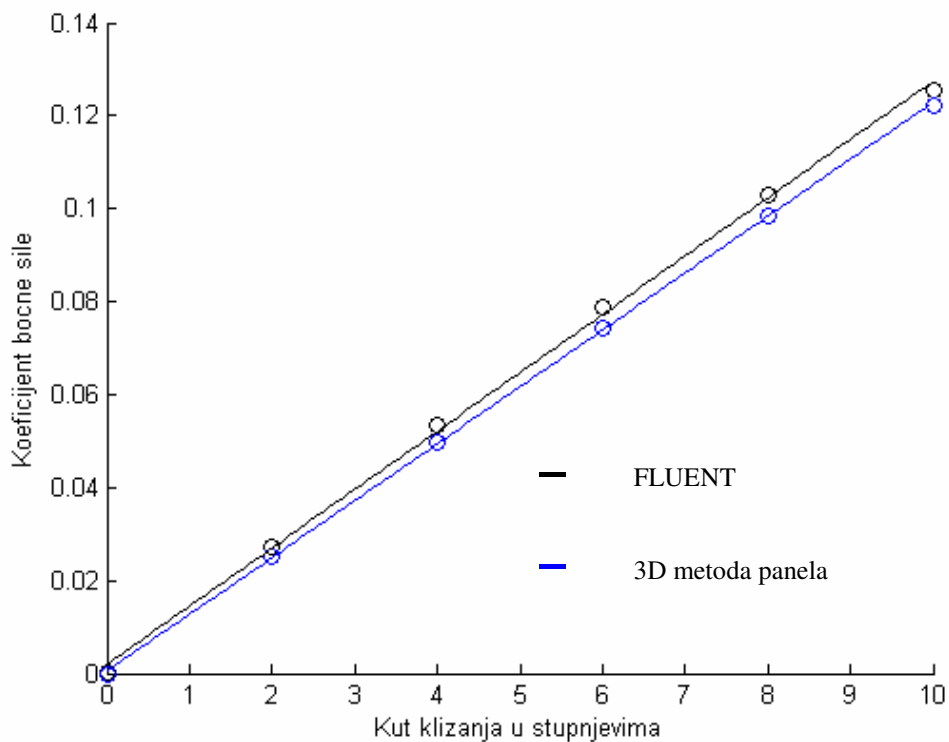
Dijagram 4-47 Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za desni horizontalni stabilizator



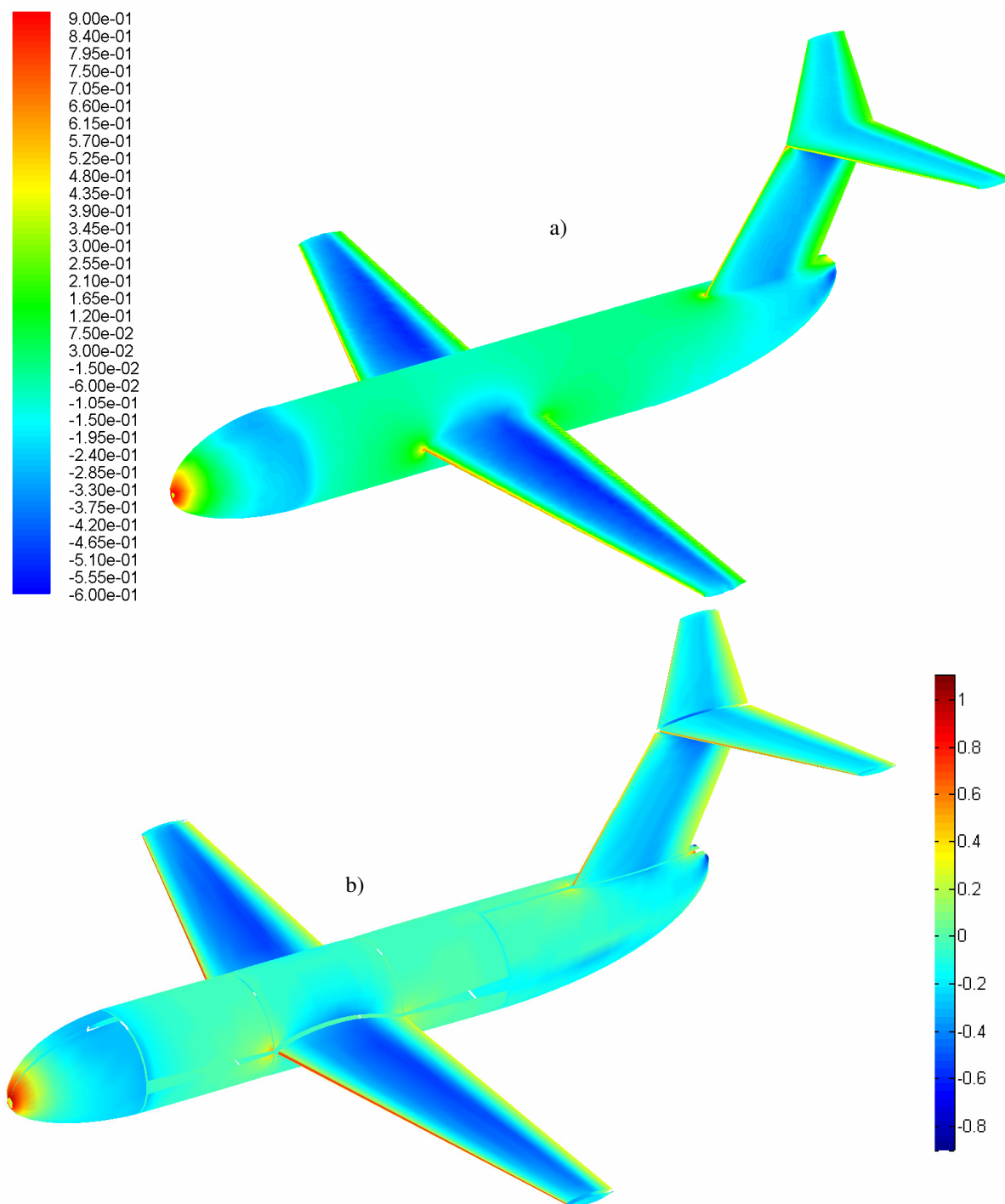
Dijagram 4-48 Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za lijevi horizontalni stabilizator



Dijagram 4-49 Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za trup



Dijagram 4-50 Ovisnost koeficijenta bočne sile o kutu klizanja za vertikalni stabilizator



Slika 4-8 Raspored koeficijenta tlaka za a) FLUENT i b) 3D Metodu Panela

## 5. ZAKLJUČAK

U ovom je radu prikazana mogućnost proračuna aerodinamičke konfiguracije zrakoplova 3D metodom panela. Rezultati su uspoređeni s rezultatima iz računalnog programa FLUENT te dani kroz dijagrame aerodinamičkih koeficijenata.

Može se zaključiti da, ukoliko se izuzmu rezultati vezani uz otpor, rezultati 3D metode panela se dobro podudaraju s rezultatima iz FLUENT-a. Vrlo dobra podudaranja vezana uz uzgon se dobivaju za krila, odnosno, općenito za sva tijela na kojima možemo postaviti Kuttin uvjet. Na temelju dobivenih rješenja može se reći da za sve koeficijente osim koeficijenta otpora i koeficijenta momenta propinjanja razlika pada ispod 10%, s time da je koeficijent otpora neusporediv, a rezultati za koeficijent momenta propinjanja se razlikuju oko 25% za kompletnu konfiguraciju.

Primijećeni nedostaci se mogu otkloniti:

- prilagođavanjem vrtložnog traga gdje su moguće dvije metode. Prvom metodom iterativno se pomiču točke vrtložnog traga preko u njima induciranih brzina, dok je druga metoda nestacionarna odnosno iterativni račun polazi iz stanja mirovanja te se zatim svakom sljedećom iteracijom stvaraju nove točke vrtložnog traga

Proširenje mogućnosti programa se može ostvariti:

- upotrebom druge metode prilagođavanja vrtložnog traga, budući da je pomoću nje moguće doći i do nestacionarnih aerodinamičkih koeficijenata
- dodavanjem graničnog sloja, pri čemu se polja brzine i tlaka kao ulaz koriste pri izračunu viskoznog trenja uz stjenku iz čega se dolazi do vrlo značajne komponente otpora – otpora trenja.

Uz prethodne dvije korekcije mogao bi se stvoriti alat za potpuno definiranje aerodinamičkog ponašanja zrakoplova u području linearnog ponašanja (napadni kut od približno -6 do +6 te kut bočnog nastrujavanja od -10 do +10 stupnjeva) za nestlačivo strujanje, dakle do  $\sim 0.3$  Ma. U tom slučaju metoda bi bila pouzdanija što bi tijelo bilo aerodinamičnije, odnosno što manje tupih tijela poput trupa gdje se ne može postaviti Kuttin uvjet ili njegovo postavljanje ne bi prikazalo pravu sliku strujanja.

**Literatura**

- [1] Katz J, Plotkin A, Low Speed Aerodynamics - Second edition, Cambridge University Press, New York, 2001.
- [2] Kesić P, Osnove aerodinamike, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2003.
- [3] Janković S, Mehanika leta zrakoplova, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2002.
- [4] Abbott I H, Doenhoff A E, Theory of wing sections, Dover Publications Inc, New York, 1959.
- [5] Aerodinamika I, Web materijali, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, [http://www.fsb.hr/hydro/web\\_sites/Popis%20predmeta/Aerodinaika1.htm](http://www.fsb.hr/hydro/web_sites/Popis%20predmeta/Aerodinaika1.htm)
- [6] The Naca Airfoil Ordinate Generation Program: <http://www.ae.uiuc.edu/m-selig/pub/NACA.BAS>