

Kvantitativna analiza procesa skrućivanja vode Neumannovom metodom

Voda, Marta

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:139339>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-02**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering
and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Marta Voda

Zagreb, 2019. godina.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Antun Galović dipl. ing.

Student:

Marta Voda

Zagreb, 2019. godina.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradila samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svome mentoru prof. dr.sc. Antunu Galoviću za iznimnu pomoć i podršku prilikom izrade rada te svojim roditeljima, mami Heleni i tati Mariju za sve što su mi u životu omogućili i razumijevanje koje imaju za mene.

Marta Voda



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Marta Voda** Mat. br.:0035194488

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Kvantitativna analiza procesa skrućivanja vode Neumannovom metodom**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Quantitative analysis of water freezing process using Neumann's method**

Opis zadatka:

U radu je prvo potrebno izvesti algoritam, u bezdimenzijskom obliku, skrućivanja kapljevine po tzv. kvazistacionarnoj Neumannovoj metodi i to za skrućivanje kapljevine izvan stijenke cilindra. Potom je potrebno analizirati proces skrućivanja vode oko vertikalne stijenke čelične cijevi promjera 21/25 mm, odnosno 40/45 mm. Temperatura vode oko cijevi je 0 °C, a kao rashladni medij koristi se u prvom slučaju paroviti amonijak, tlaka 1,19 bara i temperature -20 °C koji struji kroz cijev brzinom strujanja 15 m/s. U drugom je slučaju rashladni medij kapljeviti amonijak tlaka 2 bar i također temperature -20 °C, koji kroz cijev struji brzinom 0,5 odnosno 1 m/s. Analiza za sve zadane uvjete treba obuhvatiti sljedeće:

- prikaz vremenske zavisnosti debljine nastalog leda oko cijevi za 30 min trajanja procesa;
- za sve slučajeve prikazati temperaturni profil voda-sloj leda-stijenka cijevi- rashladni medij;
- određivanje vremena potrebnih za nastajanje debljine sloja leda koji je jednak polovici debljine određenoj pod a).

Dobivene rezultate potrebno je komentirati u smislu utjecaja navedenih zadanih veličina kako na debljinu formiranog leda u zadanom vremenskom intervalu tako na vrijeme potrebno za stvaranje zadane debljine leda.

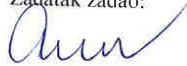
U radu navesti korištenu literaturu i eventualnu pomoć mentora!

Zadatak zadan:
29. studenog 2018.


Rok predaje rada:
1. rok: 22. veljače 2019.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2019.
3. rok: 20. rujna 2019.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 25.2. - 1.3. 2019.
2. rok (izvanredni): 2.7. 2019.
3. rok: 23.9. - 27.9. 2019.

Zadatak zadao:


Prof. dr. sc. Antun Galović

Predsjednik Povjerenstva:


Prof. dr. sc. Igor Balen

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA	IV
SAŽETAK.....	V
SUMMARY	VI
1. UVOD	1
2. KVAZISTACIONARNA NEUMANNOVA METODA.....	2
2.1. OPIS I GEOMETRIJA PROBLEMA	2
2.2. BEZDIMENZIJSKI PRORAČUN.....	3
3. TERMODINAMIČKI PRORAČUN	5
3.1. ZADANI PODATCI	5
3.2. KOEFICIJENT PRIJELAZA TOPLINE	5
3.3. VREMENSKA ZAVISNOST DEBLJINE NASTALOG LEDA.....	7
3.4. TEMPERATURNI PROFIL	17
4. ZAKLJUČAK	25
LITERATURA.....	26

POPIS SLIKA

Slika 1. Temperaturno polje kod kvazistacionarnog modela pri procesu skrućivanja oko vanjskog promjera cijevi [1]	2
Slika 2. Ovisnost vremena skrućivanja o zadanoj debljini leda pri promjenjivim promjerima cijevi – paroviti amonijak pri 15 m/s	8
Slika 3. Ovisnost vremena skrućivanja pri debljini leda $s < 10$ mm i promjenjivim promjerima cijevi	9
Slika 4. Ovisnost vremena skrućivanja o zadanoj debljini leda pri promjenjivim promjerima cijevi – kapljeviti amonijak pri 1 m/s	10
Slika 5. Ovisnost vremena skrućivanja o zadanoj debljini leda pri promjenjivim promjerima cijevi – kapljeviti amonijak pri 0,5 m/s	11
Slika 6. Zajednički prikaz ovisnosti debljine skrućivanja leda o vremenu	12
Slika 7. Ovisnost vremena skrućivanja pri debljini leda jednako polovici prijašnje određene debljine	14
Slika 8. Ovisnost vremena skrućivanja pri debljini leda jednako polovici prijašnje određene debljine	15
Slika 9. Ovisnost vremena skrućivanja pri debljini leda jednako polovici prijašnje određene debljine	16
Slika 10. Temperaturni profil za prvi slučaj	17
Slika 11. Temperaturni profil za drugi slučaj	18
Slika 12. Temperaturni profil za treći slučaj	20
Slika 13. Temperaturni profil za četvrti slučaj	22
Slika 14. Temperaturni profil za peti slučaj	23
Slika 15. Temperaturni profil za šesti slučaj	24

POPIS TABLICA

Tablica 1. Slučajevi za proračun	5
Tablica 2. Svojstva amonijaka	6
Tablica 3. Koeficijenti prijelaza topline	7
Tablica 4. Debljina sloja leda	13

POPIS OZNAKA

Latinične oznake

Oznaka	Jedinica	Opis
ϑ_s	$^{\circ}\text{C}$	temperatura stijenke
s	mm	debljina skrutnutog sloja
q_s	J/kg	toplina skrućivanja leda
λ_{stj}	W/mK	toplinska provodnost stijenke cijevi
λ	W/K	toplinska provodnost skrutnutog sloja
c_p	J/(kg·K)	specifični toplinski kapacitet pri konst. tlaku
D	mm	promjer cijevi
ΔR	mm	debljina stijenke cijevi
d_u	mm	unutarnji promjer cijevi
d_v	mm	vanjski promjer cijevi
α	W/m ² K	koeficijent prijelaza topline s unutrašnje površine cijevi na rashladni fluid
ρ	kg/m ³	gustoća skrutnutog sloja
ϑ_s	$^{\circ}\text{C}$	temperatura kapljevine
ϑ_0	$^{\circ}\text{C}$	temperatura rashladnog fluida u cijevi
L	m	duljina
Pr	-	Prandtlov broj
Q	J	toplina
Re	-	Reynoldsov broj
R_2	mm	vanjski polumjer
R_1	mm	unutarnji polumjer
β	-	pomoćni parametar
t	sec	vrijeme skrućivanja leda
p	Pa	tlak
Nu	-	Nusseltov broj
w	m/s	brzina strujanja rashladnog fluida u cijevi
ν	m ² /s	kinematička viskoznost
η	Ns/m ²	dinamička viskoznost

SAŽETAK

U završnom radu je izveden algoritam za skrućivanje kapljevite vode po tzv. kvazistacionarnoj Neumannovoj metodi oko vanjske stijenke cilindra. Proces skrućivanja analiziran je za slučajeve da se kao rashladni medij koristi kapljeviti i paroviti amonijak koji struji kroz cijev različitim (zadanim) brzinama. Ukratko je objašnjena fizika iza procesa skrućivanja te za taj proces skrućivanja su pojašnjeni relevantni načini prijenosa topline. U prvom dijelu rada izvedena je, u bezdimenzijskom obliku, jednadžba vremena skrućivanja zadane debljine leda, te su u dijelu rada izračunati su svi potrebni ulazni parametri za proračun dotične debljine: koeficijenti prijelaza topline i pripadajući bezdimenzijski parametri koji strukturiraju izraz za bezdimenzijsko vrijeme. Nadalje su u radu dijagramski prikazani rezultati proračuna za svih zadanih slučajeva. Potom se daje proračun potrebnih vremena za stvaranje polovice debljine leda izračunatih u prethodnom slučaju, da bi se na kraju rada prikazao za svaki od tih šest slučajeva temperaturni profil voda – sloj leda – stijenka cijevi – rashladni medij.

Ključne riječi: Neumannova metoda, skrućivanje leda, bezdimenzijski oblik, temperaturni profil

SUMMARY

This bachelor's degree thesis carries out an algorithm for liquid solidification based on the so-called quasistationary Neumann's method for the outside wall of a cylinder. The crushing process was analyzed for cases when the liquid and steamy ammonia are flowing through the tube at different (set) speeds. The physics behind the solidification process and heat exchange process are briefly explained. In the first part of the thesis, a non-dimensional algorithm was carried out and all necessary input parameters were calculated for further calculation. (heat transfer coefficient and non-dimensional parameters). Thereafter, a diagrammatic analysis of the formation of a certain thickness of ice is performed for all six cases in the task and the analysis of the time required to create the ice thickness equal to one half of the thickness defined in the first part of the task is described. The final part of the thesis contains a diagrammatic analysis of the water temperature profile - the ice layer - the wall of the pipe - the refrigerant medium.

Keywords: Neumann method, ice solidification, non-dimensional shape, the temperature profile

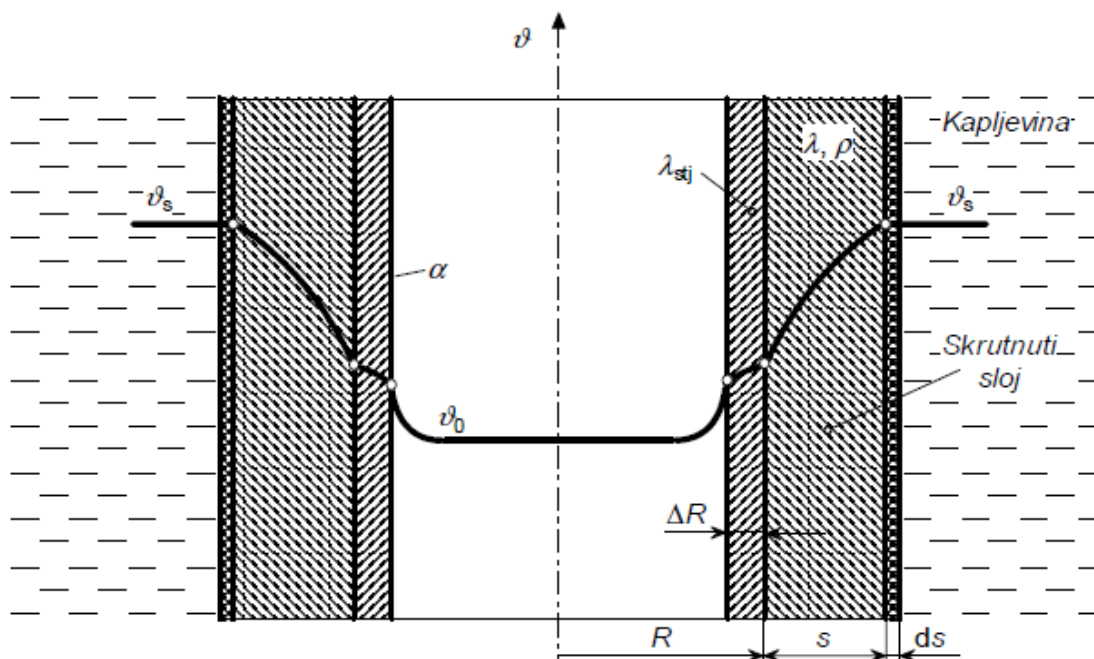
1. UVOD

Toplina se uvijek spontano prenosi s toplijeg tijela na hladnije tijelo pomoću tri osnovna načina: provođenjem, konvekcijom i zračenjem. Fizikalnost prijenosa topline provođenjem ima svoju izvornost na molekularnoj razini i javlja se u krutinama, kapljevinama i plinovima (parama). [3] Prijenos topline provođenjem jedini je mogući kod neprozirnih krutina. Ako čista tvar mijenja svoje agregatno stanje, tada pri tome dolazi do oslobađanja ili trošenja topline fazne pretvorbe. Takvi su procesi uglavnom nestacionarni i nelinearni, budući da se radi o pomičnoj faznoj granici, a također dolazi do skokovite promjene fizikalnih svojstava tvari na faznoj granici. Kako je egzaktno Neumannovo rješenje skrućivanja krutine dosta komplicirano, u okviru ovog se razradio tzv. pojednostavljeni kvazistacionarni Neumannov model proračuna skrućivanja kapljevite vode oko vertikalne stijenke čelične. Razrađeni su slučajevi kod kojih paroviti i kapljeviti amonijak služe kao rashladni medij koji struji kroz cijev promjera 21/25 mm odnosno 40/45 mm brzinom 15 m/s odnosno 1 m/s i 0,5 m/s. Amonijak se prije koristio kao rashladno sredstvo u rashladnim uređajima no danas se rijetko koristi zbog štetnog utjecaja na okoliš.

2. KVAZISTACIONARNA NEUMANNOVA METODA

2.1. OPIS I GEOMETRIJA PROBLEMA

U industriji se najčešće susrećemo s problemom skrućivanja kapljevite radne tvari oko (ili unutar) cilindrične cijevne stijenke. Stoga se u okviru ovog rada prvo pokazuje izvod kvazistacionarnog (Neumannovog) modela za slučaj skrućivanja radne tvari oko cilindrične cijevne stijenke. Ako kapljevina u trenutku $t = 0$ na po cijelom svojem volumenu, po modelu polubeskonačnog tijela, ima upravo temperaturu skrućivanja ϑ_s , onda sustav ima zatvoreno Neumannovo rješenje. Aproximacija procesa skrućivanja kapljevine provodi se uz pretpostavku konstantnih fizikalnih svojstava krute i kapljevite faze koje su temperaturno neovisne te uz zanemarenje utjecaja konvekcije u kapljevitoj fazi. [1] U sklopu rada analiziran je proces skrućivanja vode prema kvazistacionarnoj Neumannovoj metodi oko vertikalne čelične cijevi pri čemu je rashladni medij koji struji kroz cijev u prvom slučaju paroviti amonijak tlaka 1,19 bara i temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ a u drugom slučaju kapljeviti amonijak tlaka 2 bara i temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Paroviti amonijak struji brzinom od 15 m/s a kapljeviti amonijak struji brzinom od 0,5 m/s i 1 m/s.



Slika 1. Temperaturno polje kod kvazistacionarnog modela pri procesu skrućivanja oko vanjskog promjera cijevi [1]

2.2. Bezdimenzijski proračun

Ako sa ds definiramo debljinu skrnutog sloja, vid Sliku 1., tada diferencijal oslobođene topline iznosi:

$$\delta Q = q_s dm = q_s \rho dV = q_s \rho 2\pi(R + s)L ds \quad (1)$$

Gore navedeni diferencijalni iznos topline mora biti jednak diferencijalu topline koji se preda rashladnom fluidu u kvazistacionarnom stanju, pa stoga vrijede sljedeće diferencijalne jednadžbe:

$$\delta Q = \Phi dt = \frac{\vartheta_s - \vartheta_0}{\frac{1}{2\pi L \lambda_{stj}} \ln \frac{R}{R - \Delta R} + \frac{1}{2\pi L \lambda} \ln \frac{R + s}{R} + \frac{1}{2\pi \alpha L (R - \Delta R)}} \quad (2)$$

Kako bi se pojednostavilo pisanje jednadžbi uvodimo parametar β :

$$\beta = \frac{\lambda}{\lambda_{stj}} \ln \frac{R}{R - \Delta R} + \frac{\lambda}{\alpha(R - \Delta R)} \quad (3)$$

kojeg se uvodi u jed.(2), te se separacijom varijabli diferencijalnu jednadžbu (2) prevodi u oblik:

$$dt = \frac{q_s \rho s^2}{\lambda(\vartheta_s - \vartheta_0)} \left[(R + s) \ln \frac{R + s}{R} + (R + s)\beta \right] ds \quad (4)$$

Integracijom se dobiva opće rješenje:

$$q_s = \frac{q_s \rho}{\lambda(\vartheta_s - \vartheta_0)} \left[\frac{1}{2} (R + s)^2 \ln \left(\frac{R + s}{R} \right) - \frac{1}{4} (R + s)^2 + \frac{\beta}{2} (R + s)^2 \right] + C \quad (5)$$

Konstantna C dobije se uvrštavanjem početnih uvjeta $t=0$ i $s=0$

$$C = \frac{q_s \rho s^2}{\lambda(\vartheta_s - \vartheta_0)} \left(-\frac{1}{4} R^2 + \frac{\beta}{2} R^2 \right) \quad (6)$$

Uvrštavanjem konstante C dobiva se partikularno rješenje u obliku:

$$q_s = \frac{q_s \rho}{\lambda(\vartheta_s - \vartheta_0)} \left[\frac{1}{2} (R + s)^2 \ln \left(\frac{R + s}{R} \right) - \frac{1}{4} (R + s)^2 + \frac{\beta}{2} (R + s)^2 \right] - \frac{q_s \rho s^2}{\lambda(\vartheta_s - \vartheta_0)} \left(-\frac{1}{4} R^2 + \frac{\beta}{2} R^2 \right) \quad (7)$$

koje se nakon relativno jednostavnog preuređenja može napisati:

$$t = \frac{q_s \rho}{2\lambda(\vartheta_s - \vartheta_0)} \left[(R^2 + 2Rs + s^2) \ln \left(1 + \frac{s}{R} \right) - \frac{1}{2} R^2 \left(1 + \frac{s}{R} \right)^2 + \beta R^2 \left(1 + \frac{s}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} - \beta \right]$$

$$t = \frac{q_s \rho}{2\lambda(\vartheta_s - \vartheta_0)} \left[s^2 \left(\frac{R^2}{s^2} + 2 \frac{R}{s} + 1 \right) \ln \left(1 + \frac{s}{R} \right) - R^2 \left(1 + \frac{s}{R} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \right]$$

$$t = \frac{q_s \rho}{2\lambda(\vartheta_s - \vartheta_0)} \left[s^2 \left(1 + \frac{1}{\frac{s}{R}} \right)^2 \ln \left(1 + \frac{s}{R} \right) - R^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) + \left(1 + 2 \frac{s}{R} + \frac{s^2}{R^2} - 1 \right) \right]$$

Ako se u gornju jednadžbu uvede bezdimenzijsku debljinu skrutnutog sloja:

$$s^* = \frac{s}{R}$$

dobiva se sljedeći oblik jednadžbe:

$$t = \frac{q_s \rho s^2}{2\lambda(\vartheta_s - \vartheta_0)} \left[\left(1 + \frac{1}{s^*} \right)^2 \ln(1 + s^*) - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \left(1 + \frac{2}{s^*} \right) \right] \quad (8)$$

te uvođenjem u istu bezdimenzijske vremenske veličine t^* :

$$t^* = \frac{q_s \rho s^2}{2\lambda(\vartheta_s - \vartheta_0)}$$

dobiva se bezdimenzijski oblik jednadžbe [1]:

$$\Theta = \frac{t}{t^*} = \left(1 + \frac{1}{s^*} \right)^2 \ln(1 + s^*) - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \left(1 + \frac{2}{s^*} \right) \quad (9)$$

U gornjoj jednadžbi pojedine oznake znače:

- ϑ_s – temperatura kapljevine (temperatura skrućivanja) (°C)
- ϑ_0 – temperatura rashladnog fluida u cijevi (°C)
- R – radijus vanjske stjenke cijevi (m)
- ΔR – debljina stjenke cijevi (m)
- s – debljina skrutnutog sloja (m)
- ds – diferencijalna debljina skrutnutog sloja (m)
- α – koeficijent prijelaza topline s unutrašnje površine cijevi na rashladni fluid (W/m²K)
- λ_{stj} – toplinska provodnost stjenke cijevi (W/mK)
- λ – toplinska provodnost skrutnutog sloja (W/mK)
- ρ – gustoća skrutnutog sloja (kg/m³)

3. TERMODINAMIČKI PRORAČUN

3.1. ZADANI PODATCI

U radu je analiziran proces skrućivanja vode oko vertikalne stijenke čelične cijevi za slučajeve navedene u Tablici 1.

Slučaj 1 se odnosi na proces skrućivanja leda kada se kao rashladni medij koristi paroviti amonijak tlaka 1,19 bara i temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ koji struji brzinom 15 m/s kroz cijev promjera 21/25 mm.

Slučaj 2 obuhvaća paroviti amonijak tlaka 1,19 bara i temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ koji struji brzinom 15 m/s kroz cijev promjera 40/45 mm.

Slučaj 3 obuhvaća proces skrućivanja s kapljevitim amonijakom tlaka 2 bara i temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ koji struji brzinom 1 m/s kroz cijev promjera 21/25 mm.

Slučaj 4 prikazuje proces skrućivanja s kapljevitim amonijakom tlaka 2 bara i temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ koji struji brzinom 1 m/s kroz cijev promjera 40/45 mm.

Slučaj 5 se odnosi na proces skrućivanja s kapljevitim amonijakom tlaka 2 bara i temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ koji struji brzinom 0,5 m/s kroz cijev promjera 21/25 mm.

Slučaj 6 prikazuje proces skrućivanja s kapljevitim amonijakom, kao rashladnim sredstvom, tlaka 2 bara i temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ koji struji brzinom 0,5 m/s kroz cijev promjera 40/45 mm.

Slučaj	Rashladni medij	Brzina	d_w/d_v	Temperatura	Tlak
Slučaj 1	Paroviti NH_3	15 m/s	21/25 mm	$-20\text{ }^{\circ}\text{C}$	1,19 bar
Slučaj 2	Paroviti NH_3	15 m/s	40/45 mm	$-20\text{ }^{\circ}\text{C}$	1,19 bar
Slučaj 3	Kapljeviti NH_3	1,0 m/s	21/25 mm	$-20\text{ }^{\circ}\text{C}$	2,0 bar
Slučaj 4	Kapljeviti NH_3	1,0 m/s	40/45 mm	$-20\text{ }^{\circ}\text{C}$	2,0 bar
Slučaj 5	Kapljeviti NH_3	0,5 m/s	21/25 mm	$-20\text{ }^{\circ}\text{C}$	2,0 bar
Slučaj 6	Kapljeviti NH_3	0,5 m/s	40/45 mm	$-20\text{ }^{\circ}\text{C}$	2,0 bar

Tablica 1. Slučajevi za proračun

3.2. KOEFICIJENT PRIJELAZA TOPLINE

Koeficijent prijelaza topline izračunati je prema jednadžbi prisilne konvekcije izobraženog turbulentnog strujanja tekućine kroz cijev. Tablica 2. prikazuje fizikalna svojstva parovitog i kapljevito amonijaka koja se koristi u proračunu koeficijenta konvektivnog prijelaza topline između unutrašnje površine cijevi i amonijaka koji struji kroz cijev.

p , kPa	ϑ , °C	ρ , kg/m ³	λ , W/(m·K)	c_p , kJ/(kg·K)	ν , m ² /s
120	-20	0,996	0,02167	2,268	8,523E-06
200	-20	665,1	0,622	4,514	3,223E-07

Tablica 2. Svojstva amonijaka

Za izračun koeficijenta prijelaza topline na unutrašnjoj površini polazi se od izračuna Reynoldsovog broja, da bi se odredio režim rashladnog fluida u cijevi:

$$Re = \frac{w \cdot d_u}{\nu}$$

gdje je:

- w – brzina strujanja rashladnog fluida u cijevi (m/s)
- d_u – unutarnji promjer cijevi, (m)
- ν – kinematička viskoznost rashladnog fluida (amonijaka), (m²/s)

Ako se u izraz za Reynoldsov broj za svih 6 slučajeva uvrste vrijednosti odnosnih veličina, tad se može vidjeti da je uvijek $Re > 3000$, vidi Tablicu 3, pa se zaključuje da je strujanje rashladnog fluida u cijevi turbulentno i izobraženo, pa se koeficijent konvektivnog prijelaza topline računa prema sljedećoj modelnoj jednadžbi

$$Nu = \frac{\alpha_u \cdot d_u}{\lambda} = \frac{0,0398 \cdot Pr \cdot Re^{0,75}}{1 + 1,74 \cdot Re^{-0,125} \cdot (Pr - 1)}$$

gdje je:

- λ – koeficijent toplinske provodnosti amonijaka, W/(mK)
- $Pr = \frac{\nu \cdot \rho \cdot c_p}{\lambda}$ – Prandtlov broj
- α_u – koeficijent konvektivnog prijelaza topline na unutarnjoj stijenci cijevi, W/(m² K)
- d_u – unutarnji promjer cijevi, m
- ρ – gustoća amonijaka, kg/m³
- c_p – specifični toplinski kapacitet amonijaka, J/(kgK)

- η - dinamički viskozitet amonijaka, Ns/m²
- $\nu = \eta/\rho$ - kinematički viskozitet amonijaka, m²/s
- $a = \lambda/(\rho c_p)$ – temperaturna provodnost amonijaka, m²/s

Dakle, prvo se prema navedenim izrazima izračunaju Reynoldsov i Prandtlov broj, te se nakon toga prema modelnoj jednadžbi izračuna Nusseltov broj a iz njega se konačno izračuna koeficijent konvektivnog prijelaza topline prema jednadžbi:

$$\alpha_u = \frac{Nu \cdot \lambda}{d_u}$$

a rezultate proračuna svih tih veličina za svih 6 slučajeva prikazuje Tablica 3.

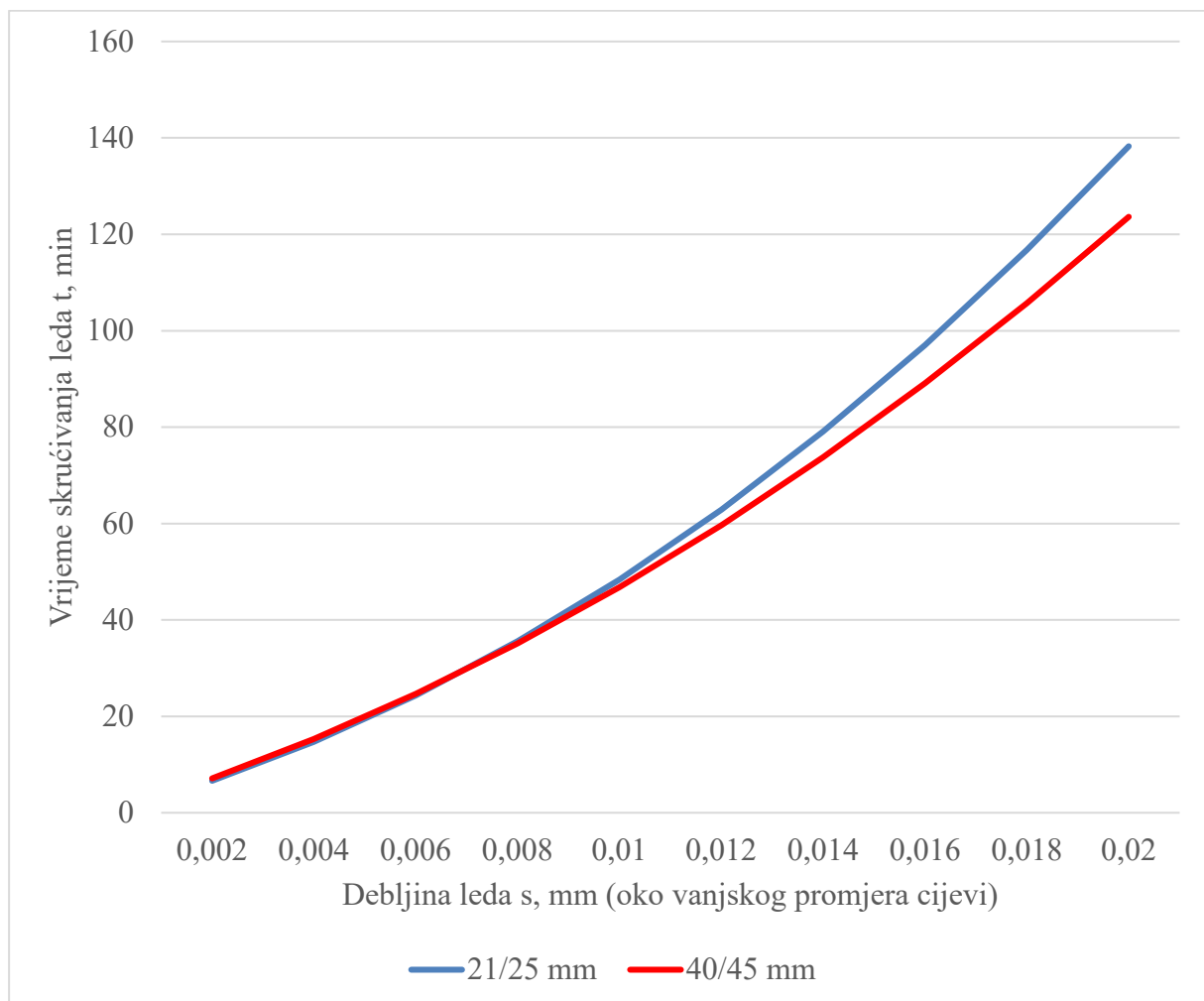
Slučaj	Re (-)	Pr (-)	Nu (-)	α (W/m ² K)
Slučaj 1	36958,8	0,88846	99,43875	102,6
Slučaj 2	70397,7	0,88846	160,5432	87,0
Slučaj 3	65156,7	1,55567	203,323	6022,2
Slučaj 4	124108,0	1,55567	334,7056	5204,7
Slučaj 5	32578,3	1,55567	118,8022	3518,8
Slučaj 6	62054,0	1,55567	195,784	3044,4

Tablica 3. Koeficijenti prijelaza topline

3.3. VREMENSKA ZAVISNOST DEBLJINE NASTALOG LEDA

Nakon proračuna koeficijenta kovektivnog prijelaza topline moguće je shodno prikazanom algoritmu pod 2.2 izračunati vrijeme nastajanja određene debljine s leda oko vanjskog promjera vertikalne cijevi D_2 i dobivene rezultate proračuna grafički prikazati za svih šest slučajeva kako slijedi.

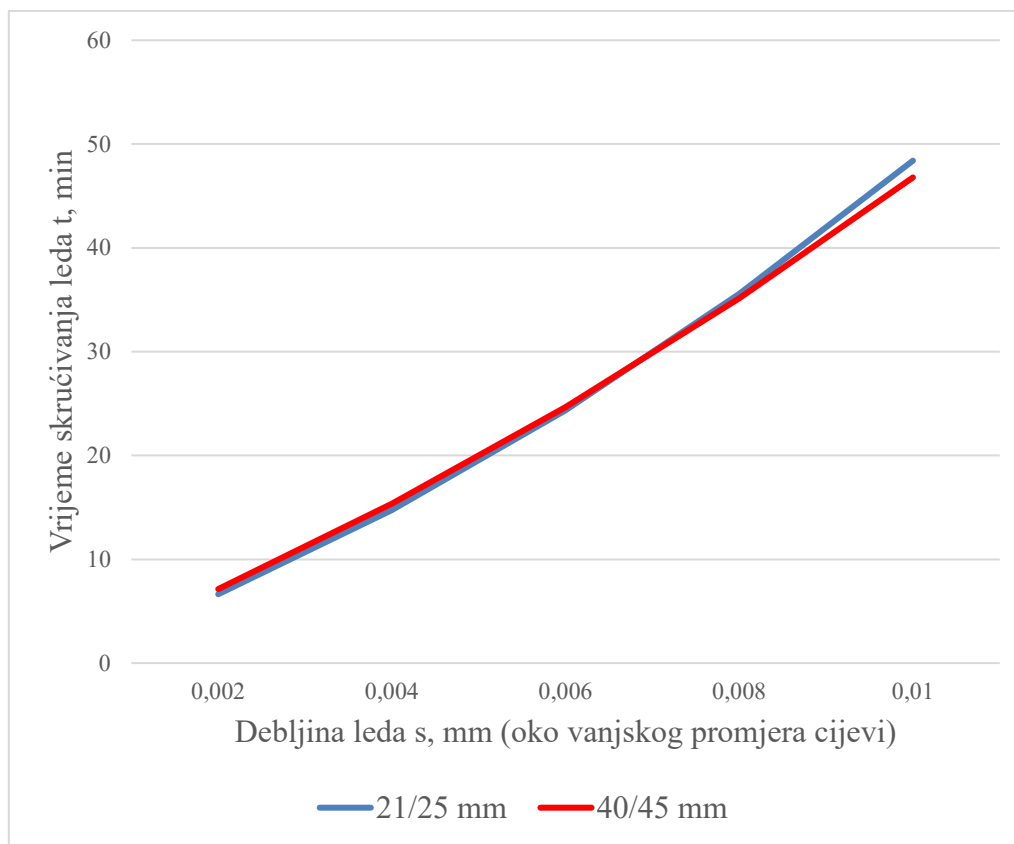
Dijagram na Slici 2. prikazuje zavisnost vremena formiranja leda o njegovoj debljini s i to za slučaj hlađenja parovitim amonijakom temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ koji kroz cijev struji brzinom 15 m/s . (Plava boja se odnosi na cijev $21/25\text{ mm}$, dok se crvena boja odnosi na cijev $40/45\text{ mm}$)



Slika 2 Ovisnost vremena skrućivanja o zadanoj debljini leda pri promjenjivim promjerima cijevi – paroviti amonijak pri 15 m/s

Iz dijagrama vidimo da debljina skrućivanja leda nelinearno raste s vremenom. Povećanjem debljine leda raste toplinski otpor a samim tim i smanjuje se toplinski tok prema rashladnom mediju. Iz dijagrama također vidimo da je vrijeme skrućivanja za cijevi u oba slučaja isto do

otprilike $s = 9\text{ mm}$ (jasno prikazano na slici 3) te nakon toga se razlika sve više i više povećava dok ne dođe do određene maksimalne razlike pri debljini leda od otprilike $s = 20\text{ mm}$.



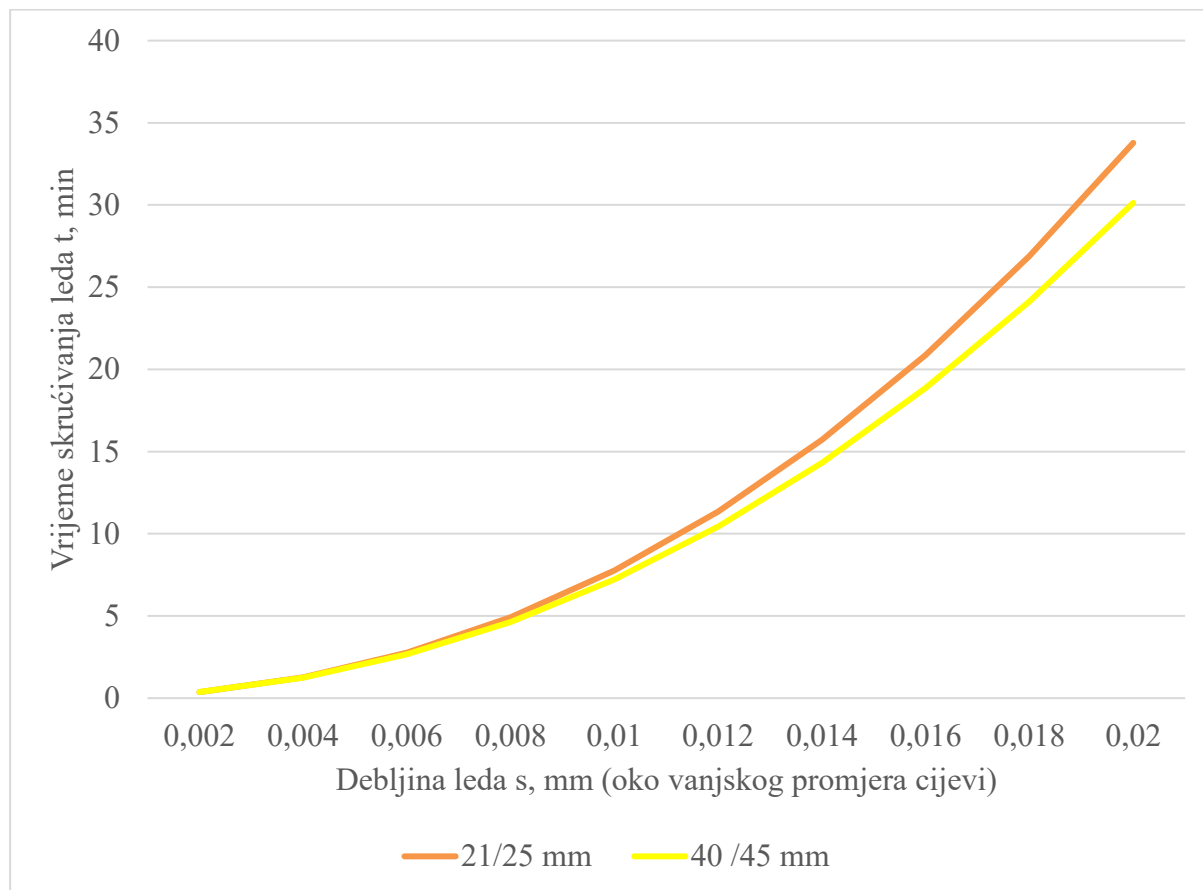
Slika 3 Ovisnost vremena skrućivanja pri debljini leda $s < 10\text{ mm}$ i promjenjivim promjerima cijevi

Dijagram na Slici 3. jasno prikazuje slučaj za debljinu leda manju od 9 mm pri čemu su vremena formiranja leda za oba promjera gotovo jednaka. U zadanom intervalu vremena formiranja leda za cijev promjera 40/45 mm su neznatno veća nego za cijevi promjera 21/25 mm što se debljine leda od 9 mm mijenja.

Dijagram na Slici 4. (ispod) prikazuje ovisnost vremena skrućivanja leda o zadanoj debljini leda kada kroz cijevi promjera 21/25 mm (smeđa boja) i 40/45 mm (žuta boja) struji kapljeviti amonijak temperature -20 °C brzinom od 1 m/s. Na dijagramu vidimo da kao i za slučaj parovitog amonijaka koji struji brzinom 15 m/s do debljine leda otprilike 9 mm su vremena skrućivanja ista za obje cijevi. Nakon $s=9\text{ mm}$ možemo primjeriti da je vrijeme skrućivanja za cijev promjera 21/25 mm veće negoli za cijev promjera 40/45 mm što je sukladno s zaključkom uz dijagram na slici 2.

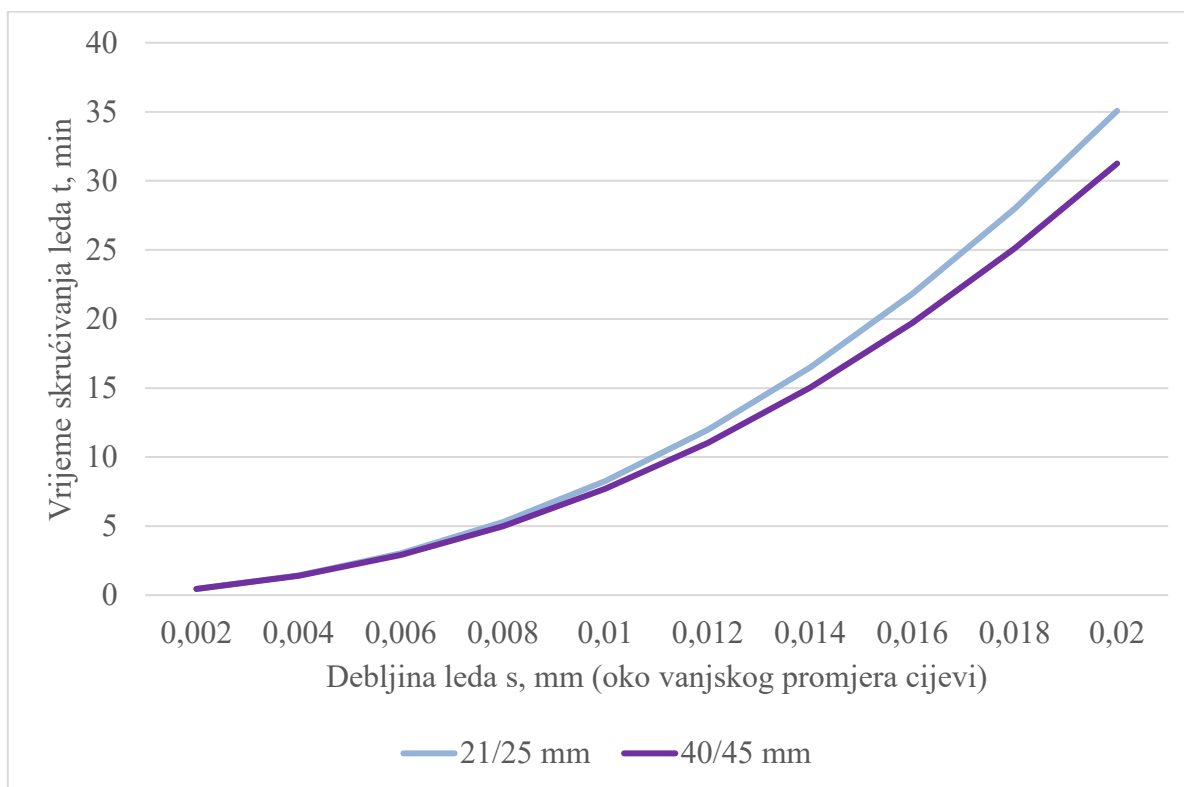
Možemo primijetiti da za istu debljinu leda od $s = 20\text{ mm}$ je vrijeme skrućivanja leda za cijevi kroz koje struji kapljeviti amonijak znatno manje nego vrijeme skrućivanja leda za cijevi kroz

koje struji paroviti amonijak. Led će se stvoriti u kraćem vremenu oko cijevi unutar koje struji kapljeviti amonijak. To je izravna posljedica hlađenja kapljevitim agregatnim stanjem rashladnog medja (kapljeviti amonijak) što bitno utječe na povećanje vrijednosti koeficijenta konvektivnog prijelaza topline u odnosu na hlađenje parovitim amonijakom. Kvantitativne vrijednosti tih koeficijenata prijelaza topline lijepo se vide u Tablici 3.



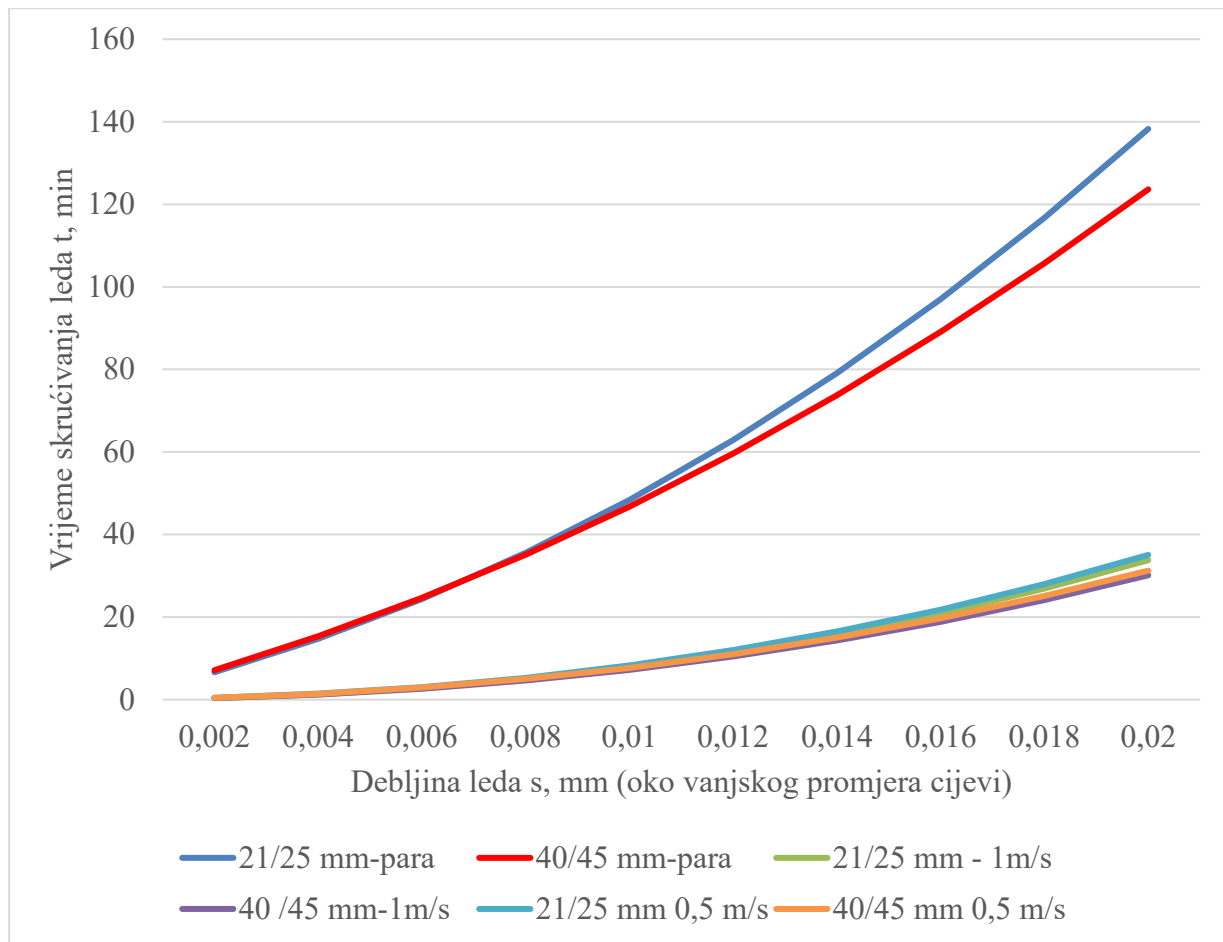
Slika 4 Ovisnost vremena skrućivanja o zadanoj debljini leda pri promjenjivim promjerima cijevi – kapljeviti amonijak pri 1 m/s

Dijagram na Slici 5. prikazuje ovisnost vremena skrućivanja leda o zadanoj debljini leda kada kroz cijev promjera 21/25 mm odnosno 40/45 mm struji kapljeviti amonijak brzinom 0,5 m/s. Kao na slikama 4 i 2 do otprilike $s = 9$ mm vremena skrućivanja leda su jednaka za obje cijevi no nakon toga vrijeme skrućivanja za cijev promjera 21/25 mm postaje veće nego za cijev promjera 40/45 mm. Na slici 5 je vidljivo da je su vremena skrućivanja cijevi kroz koje struji kapljeviti amonijak brzinom 0,5 m/s otprilike jednaka kao vremena skrućivanja za cijevi kroz koje struji kapljeviti amonijak brzine 1 m/s (jasnije prikazano na zajedničkom dijagramu tj. slici 6) što nas dovodi do zaključka da pri istom agregatnom stanju radne tvari promjena brzine strujanja nema nužno značajan utjecaj na vrijeme skrućivanja leda oko cijevi.



Slika 5 Ovisnost vremena skrućivanja o zadanoj debljini leda pri promjenjivim promjerima cijevi – kapljeviti amonijak pri 0,5 m/s

Na Slici 6. vidimo zajednički prikaz svih slučajeva zadanih u zadatku gdje je jasno da su vremena skrućivanja leda znatno veća kada kroz cijev struji paroviti amonijak nego za slučaj kada kroz cijev struji kapljeviti amonijak. Budući da su temperature amonijaka iste za oba agregatna stanja vidi se da same temperature nemaju utjecaj (u ovom slučaju) na vremena skrućivanja već samo agregatno stanje radne tvari znatno utječe na povećanje ili smanjenje vremena skrućivanja.



Slika 6 Zajednički prikaz ovisnosti debljine skrućivanja leda o vremenu

Sljedeći dio zadatka je obuhvaćao određivanje vremena potrebnih za nastajanje debljine sloja leda koji je jednak polovici debljine određene za 30 minuta trajanja procesa.

Po slučajevima debljina leda za $t=30$ minuta iznosi:

Slučaj 1 (paroviti amonijak struji kroz cijev promjera 21/25 mm)

U konačni oblik jednadžbe (8) uvrstimo $t=30$ minuta te dobijemo debljinu leda koja iznosi $s=7,03$ mm

Slučaj 2 (paroviti amonijak struji kroz cijev promjera 40/45 mm)

U konačni oblik jednadžbe (8) uvrstimo $t=30$ minuta te dobijemo debljinu leda koja iznosi $s=7,05$ mm što je sukladno prije navedenim zaključcima da su do $s=9$ mm vremena skrućivanja za oba slučaja u kojima paroviti amonijak struji kroz cijev različitih promjera otprilike jednaka.

Slučaj 3 (kapljeviti amonijak struji kroz cijev promjera 21/25 mm brzinom od 1 m/s).

U konačni oblik jednadžbe (8) uvrstimo $t=30$ minuta te dobijemo debljinu leda koja iznosi $s=18,93$ mm pri čemu potvrđujemo zaključak da u istom vremenskom intervalu se stvori duplo veći sloj leda oko cijevi unutar koje struji kapljeviti amonijak.

Slučaj 4 (kapljeviti amonijak struji kroz cijev promjera 40/45 mm brzinom od 1 m/s)

U konačni oblik jednadžbe (8) uvrstimo $t = 30$ minuta te dobijemo debljinu leda koja iznosi $s = 19,96$ mm što je sukladno prije navedenim zaključcima da su do $s = 9$ mm vremena skrućivanja za oba slučaja u kojima kapljeviti amonijak struji kroz cijev različitih promjera otprilike jednaka bez obzira na agregatno stanje radne tvari.

Slučaj 5 (kapljeviti amonijak struji kroz cijev promjera 21/25 mm brzinom od 0,5 m/s)

U konačni oblik jednadžbe (8) uvrstimo $t=30$ minuta te dobijemo debljinu leda koja iznosi $s=18,59$ mm što potvrđuje zaključak da brzina strujanja pri istom agregatnom stanju nema značajnog utjecaja na debljinu formiranja leda oko cijevi.

Slučaj 6 (kapljeviti amonijak struji kroz cijev promjera 40/45 mm brzinom od 0,5 m/s)

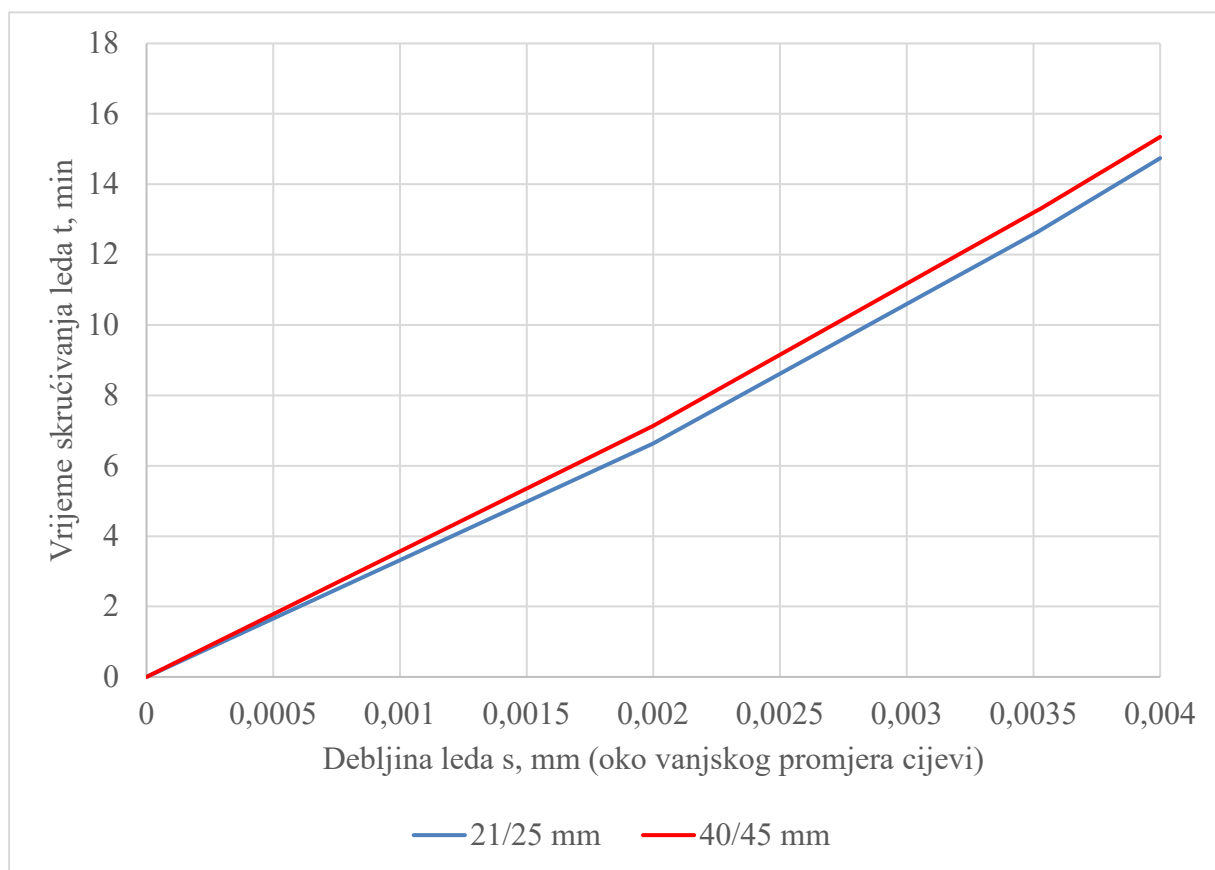
U konačni oblik jednadžbe (8) uvrstimo $t=30$ minuta te dobijemo debljinu leda koja iznosi $s=19,6$ mm.

Tablici 4 prikazane su sve nastale debljine odnosno njihove poludebljine skrutnutog leda.

Slučaj	t, s	s, mm	$s/2, mm$
Slučaj 1	1800	7,03	3,515
Slučaj 2	1800	7,05	3,525
Slučaj 3	1800	18,93	9,465
Slučaj 4	1800	19,96	9,98
Slučaj 5	1800	18,59	9,295
Slučaj 6	1800	19,6	9,8

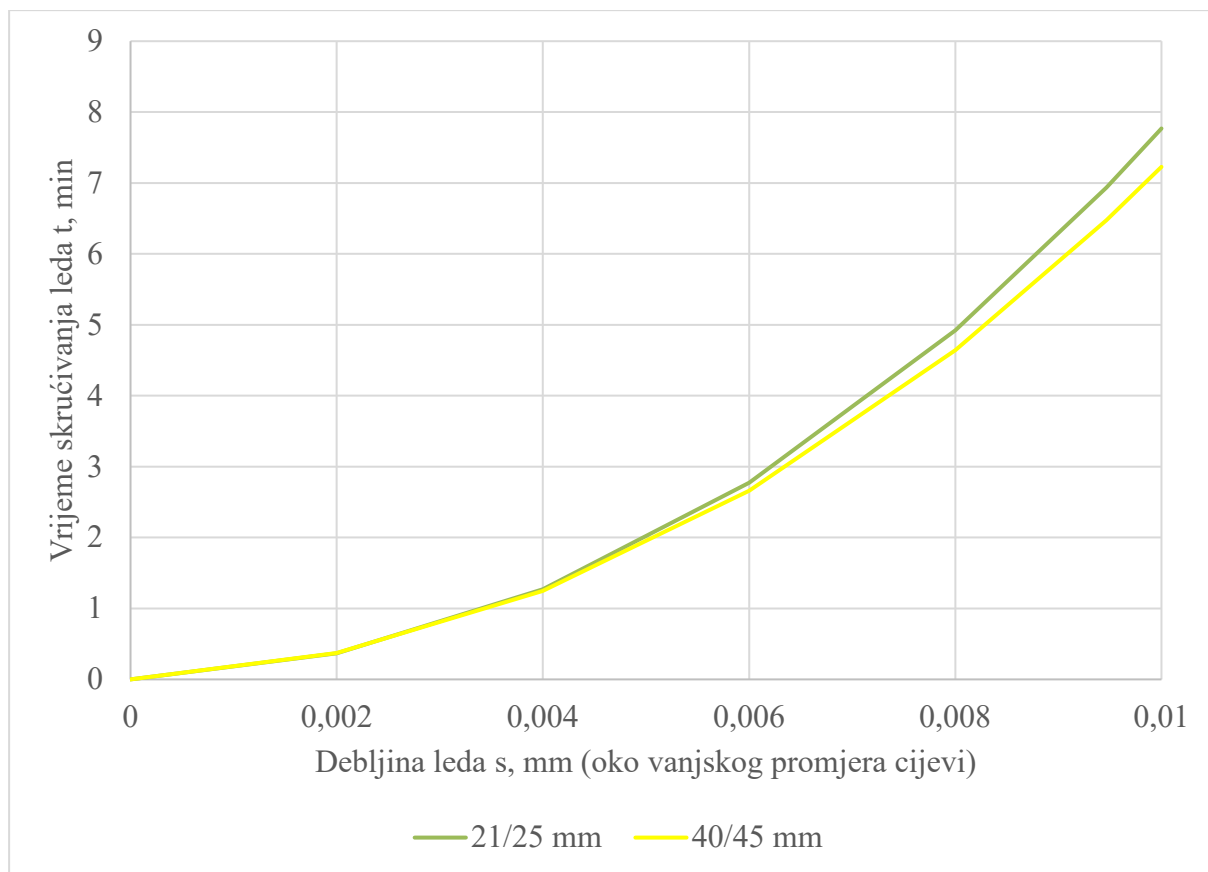
Tablica 4. Debljina sloja leda

Iznosi vremena potrebnih za nastajanje traženih poludebljina slojeva leda danim u Tablici 4 jasno su prikazani i interpretirani na dijagramskim prikazima na slikama 7 – 9, a sam je postupak proračuna proveden izravnim uvrštavanjem tih zadanih poludebljina u jed.(8)



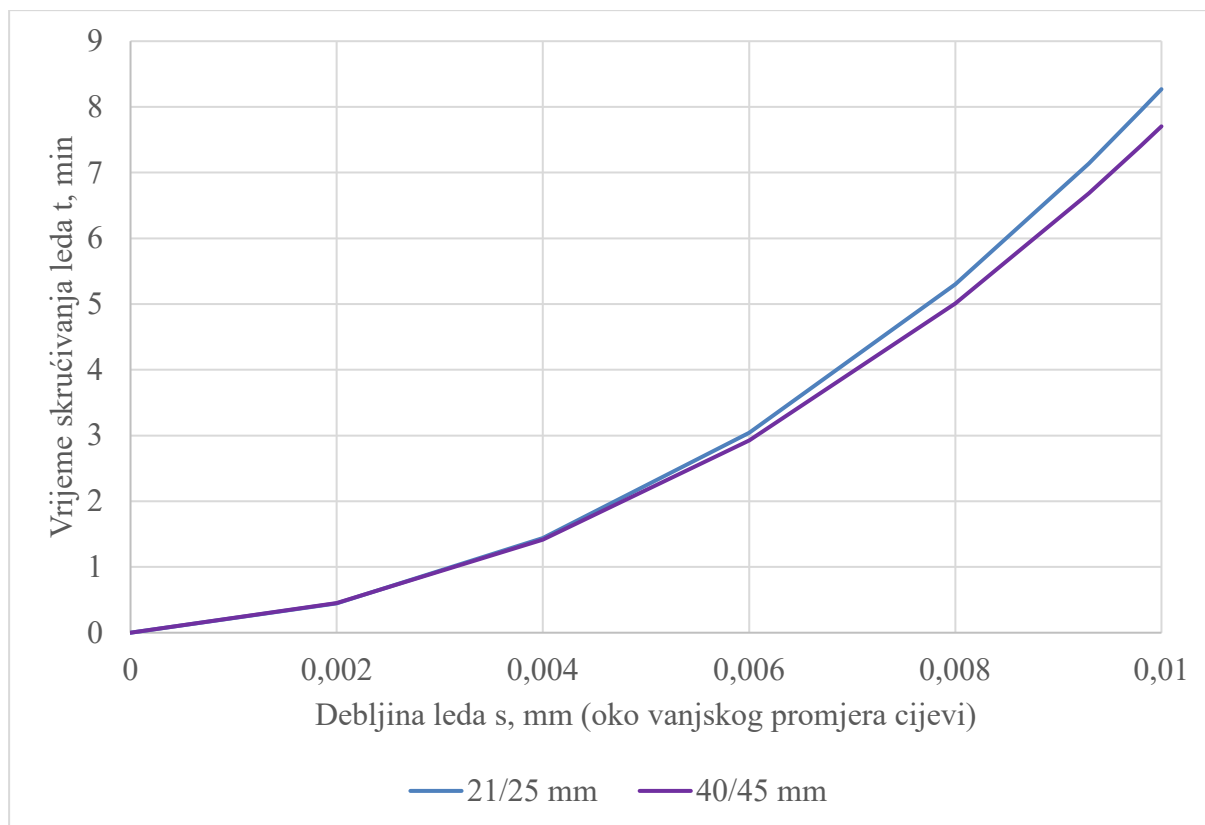
Slika 7 Ovisnost vremena skrućivanja pri debljini leda jednako polovici prijašnje određene debljine

Dijagram na Slici 7. prikazuje ovisnost vremena skrućivanja o debljini leda pri čemu je zadana debljina leda od $s = 3,515$ mm za cijev promjera 21/25 mm i $s = 3,525$ mm za cijevi promjera 40/45 mm. Radna tvar koja struji kroz cijev je paroviti amonijak temperature -20 °C i brzine 15 m/s. Kao početni uvjet zadatka zadano je da je za $t=0$ $s=0$. Primjećujemo da su karakteristike za obje cijevi skoro paralelne i da je razlika između karakteristika minimalna ($s=3,515$ mm cijev promjera 21/25 mm $t=758,1577$ s a za cijev 40/45 mm je $t=795,0669$ s pa razlika iznosi samo $795,0669 - 758,1577 = 36,9092$ s). Također je vidljivo su karakteristike linearne do određene točke nakon čega se karakteristike sijeku i počinju nelinearno rasti. Unutar zadanog vremenskog intervala se vremena skrućivanja veća za cijev promjera 40/45 mm nego za cijev promjera 21/25 mm.



Slika 8 Ovisnost vremena skrućivanja pri debljini leda jednakoj polovici prijašnje određene debljine

Dijagram na Slici 8. prikazuje ovisnost vremena skrućivanja o debljini leda pri čemu je zadana debljina leda od $s = 9,465$ mm za cijev promjera 21/25 mm i $s = 9,98$ mm za cijevi promjera 40/45 mm. Radna tvar koja struji kroz cijev je kapljeviti amonijak temperature -20 °C i brzine 1 m/s. Primjećujemo da je razlika između karakteristika minimalna ($s = 9,465$ mm cijev promjera 21/25 mm $t = 416,248$ s a za cijev 40/45 mm je $t = 388,52$ s pa razlika iznosi samo $416,25 - 388,52 = 27,73$ s).

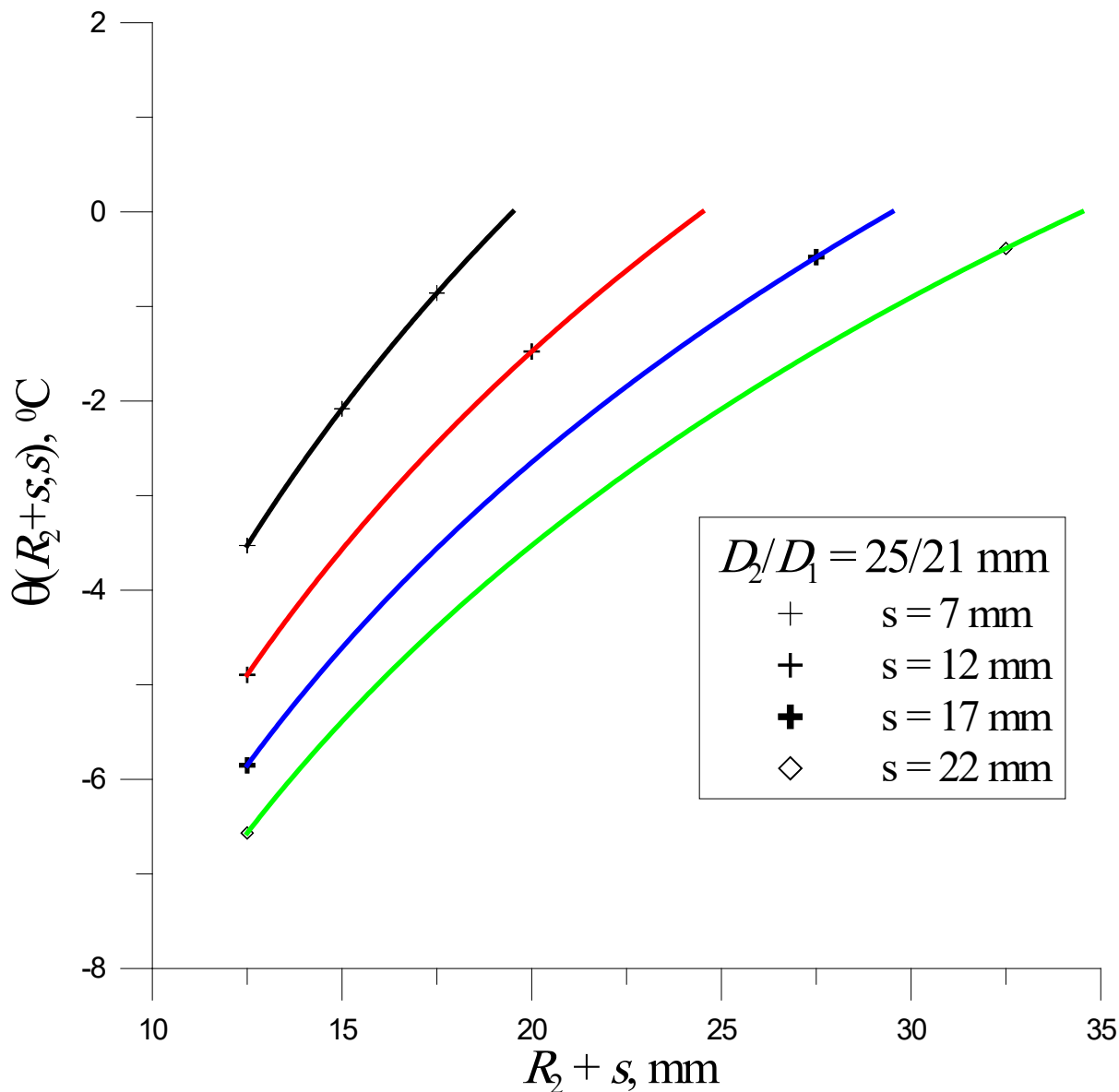


Slika 9 Ovisnost vremena skrućivanja pri debljini leda jednakoj polovici prijašnje određene debljine

Dijagram na Slici 9. prikazuje ovisnost vremena skrućivanja o debljini leda pri čemu je zadana debljina leda od $s = 9,295$ mm za cijev promjera 21/25 mm i $s = 9,98$ mm za cijevi promjera 40/45 mm. Radna tvar koja struji kroz cijev je kapljevit amonijak temperature -20 °C i brzine 0,5 m/s. Primjećujemo da je razlika između karakteristika minimalna ($s=9,295$ mm cijev promjera 21/25 mm $t=428,43$ s a za cijev 40/45 mm je $t = 401$ s pa razlika iznosi samo $428,43 - 401,0 = 27,43$ s). Na ovom dijagramskom prikazu primjećujemo da su vremena gotovo jednaka kao u slučajevima 3 i 4 što je u skladu s već navedenim zaključkom.

3.4. TEMPERATURNI PROFIL

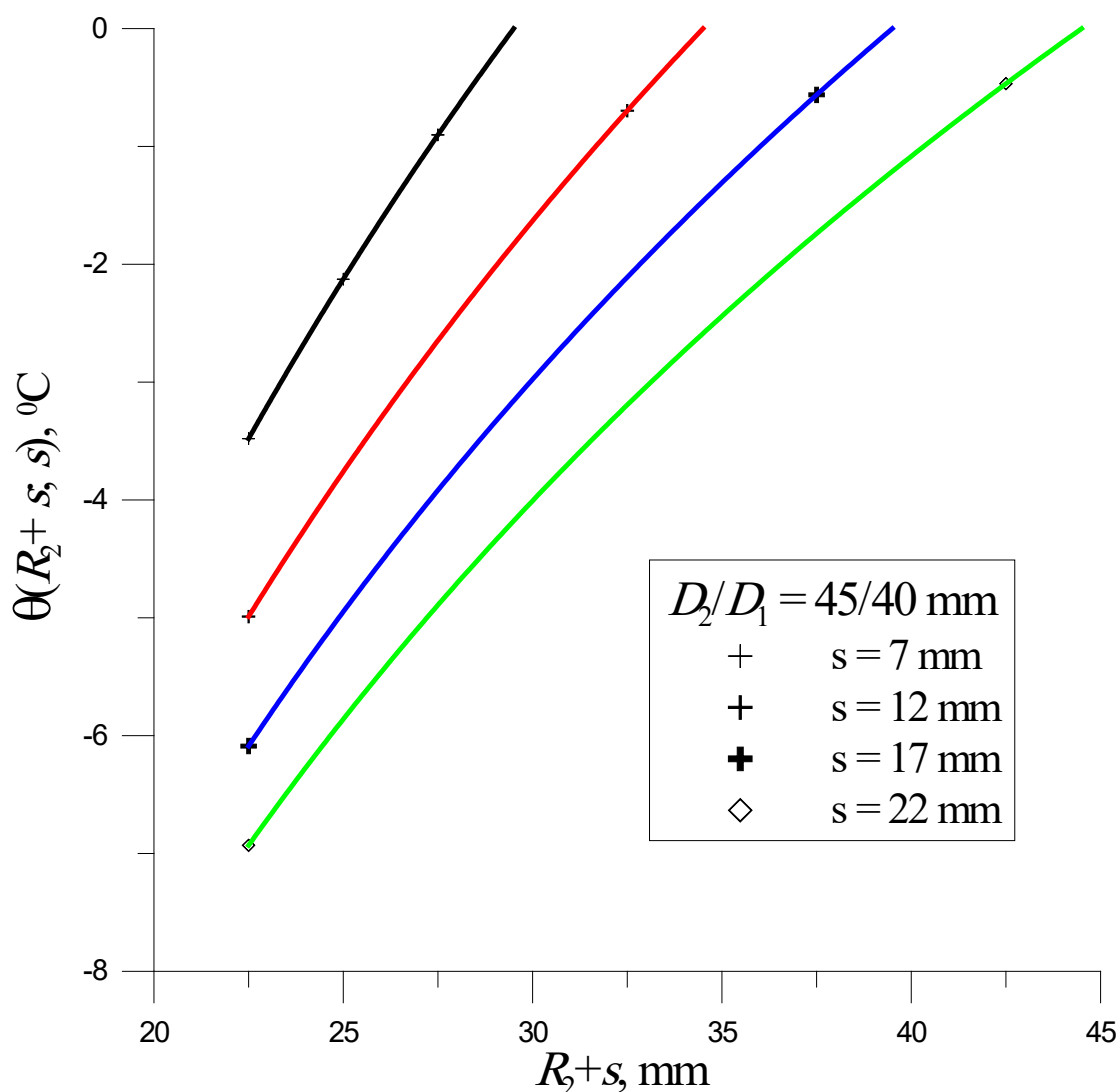
Posljednji dio proračuna obuhvaćao je prikaz temperaturnog profila za svih šest slučajeva zadanih u zadatku. Ukupni toplinski tok dobiven je iz jednadžbe (2) te iz tog podatka je dobivena temperatura unutarnje stijenke cijevi kroz koju struji ili paroviti ili kapljeviti amonijak a pomoću temperature unutarnje stijenke cijevi izračunate su ostale temperature u profilu.



Slika 10 Temperaturni profil za prvi slučaj

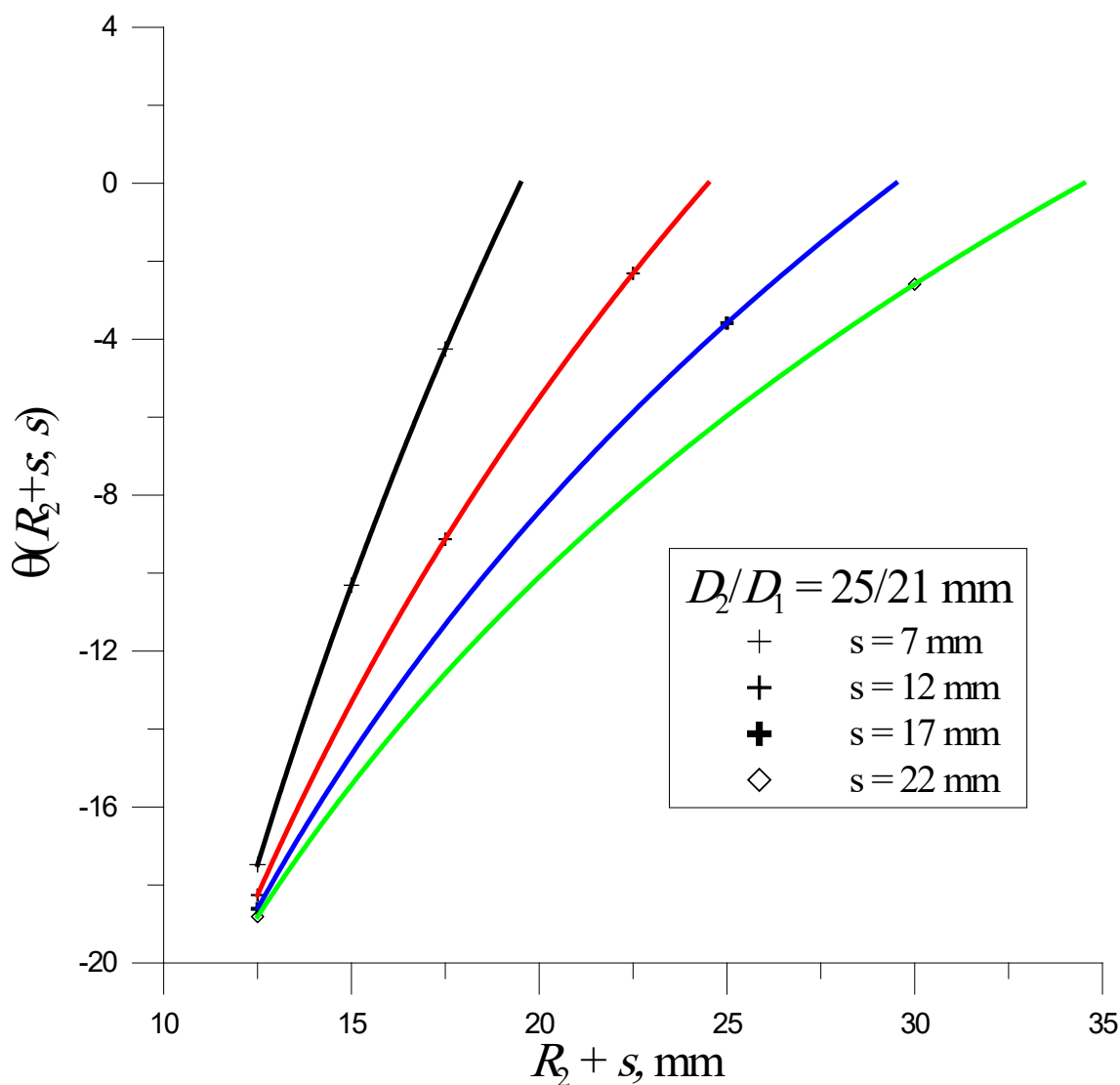
Dijagram na Slici 10. prikazuje temperaturni profil za prvi slučaj tj. slučaj u kojemu paroviti amonijak temperature -20 °C i tlaka 1,19 bara struji kroz cijev promjera 21/25 mm brzinom 15 m/s. Linije različitih boja prikazuju temperaturni profil pri različitim debljinama leda pri čemu crna boja označava debljinu leda od 7 mm, crvena boja debljinu leda od 12 mm, plava boja

debljinu leda od 17 mm a zelena boja debljinu leda od 22 mm kao što je naznačeno na krivuljama. Debljina leda je uzeta proizvoljno kako bi pokazali kako debljina leda utječe na granične temperature. Vrijeme skrućivanja leda ($t_{\text{skruć}}$) za zadanu debljinu skrućivanja (s_L) od 7mm iznosi 30,24 min, za $s_L=12$ mm $t_{\text{skruć}}=63,93$ min, za $s_L=17$ mm $t_{\text{skruć}}=108,47$ min za $s_L=22$ mm $t_{\text{skruć}}=164,39$ min. Sve vrijednosti temperature završavaju u 0°C što je zadano kao granični uvjet zadatka. Početne temperature prikazuju vrijednosti na $r=R_2$ koji se razlikuje od slučaja do slučaja. Iz dijagrama je vidljivo da s povećanjem sloja leda raste i pada površinska temperatura leda. Toplinski tok se s povećanjem debljine sloja leda smanjuje jer povećanje debljine sloja leda uvjetuje povećanje toplinskog otpora a samim tim se smanjenje toplinskog toka.



Slika 11 Temperaturni profil za drugi slučaj

Dijagram na Slici 11. prikazuje temperaturni profil za drugi slučaj tj. slučaj u kojemu paroviti amonijak temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ i tlaka 1,19 bara struji kroz cijev promjera 40/45 mm brzinom 15 m/s. Linije različitih boja prikazuju temperaturni profil pri različitim debljinama leda pri čemu crna boja označava debljinu leda od 7 mm, crvena boja debljinu leda od 12 mm, plava boja debljinu leda od 17 mm a zelena boja debljinu leda od 22 mm. U usporedbi sa slikom 10 dijagramski prikaz za drugi slučaj je translaticiran prema dolje tj. toplinski tok se malo povećao ali neznatno. Vrijeme skrućivanja leda ($t_{\text{skruć}}$) za zadanu debljinu skrućivanja (s_L) od 7mm iznosi 30,22 min, za $s_L=12\text{ mm}$ $t_{\text{skruć}}=60,60\text{ min}$, za $s_L=17\text{ mm}$ $t_{\text{skruć}}=98,83\text{ min}$ za $s_L=22\text{ mm}$ $t_{\text{skruć}}=145,31\text{ min}$. . Toplinski tok se s povećanjem debljine sloja leda smanjuje jer povećanje debljine sloja leda uvjetuje povećanje toplinskog otpora a samim tim se smanjenje toplinskog toka.



Slika 12 Temperaturni profil za treći slučaj

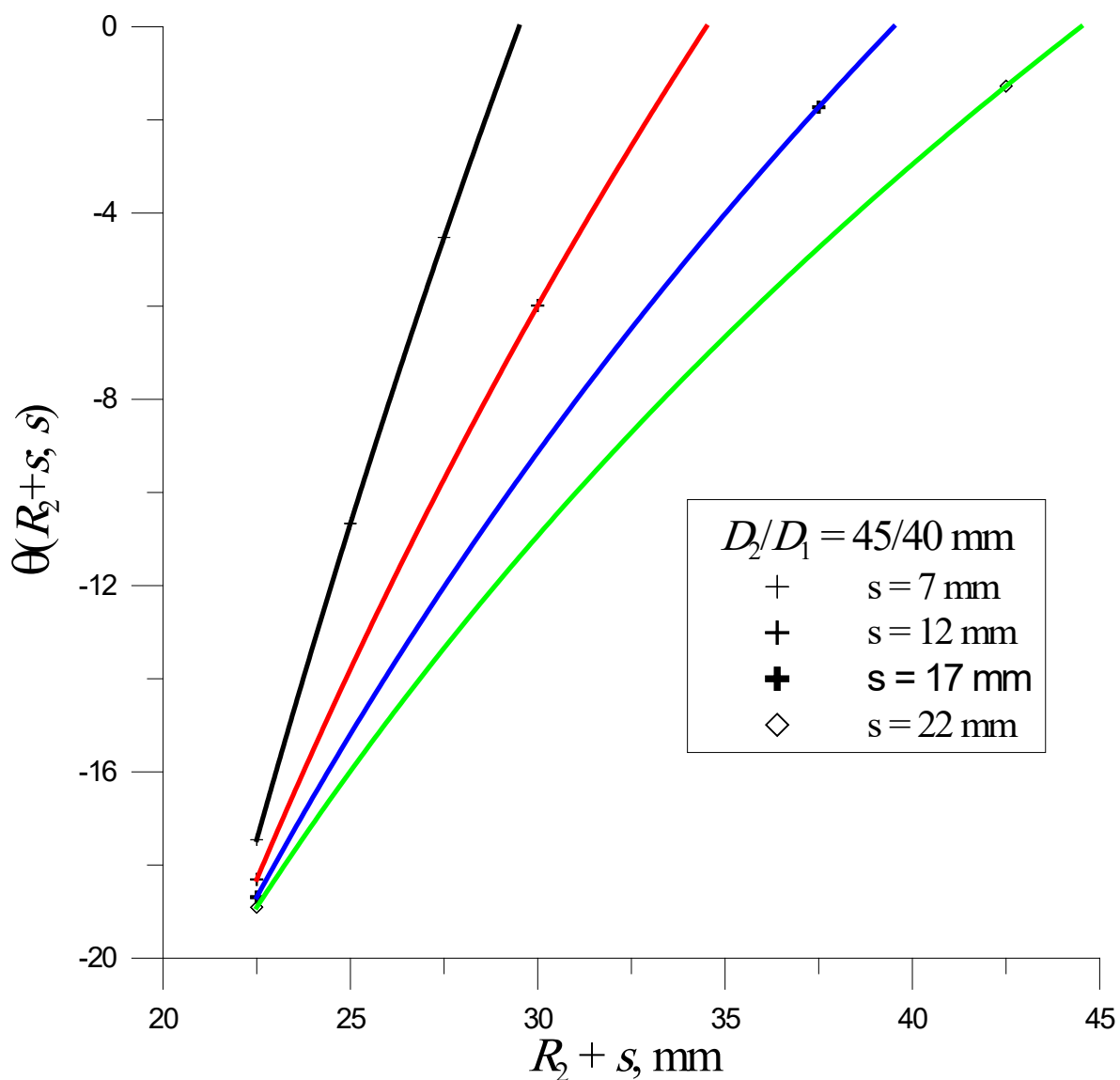
Dijagram na Slici 12. prikazuje temperaturni profil za treći slučaj tj. slučaj u kojemu kapljeviti amonijak temperature -20 °C i tlaka 2 bara struji kroz cijev promjera 21/25 mm brzinom 0,5 m/s. Linije različitih boja prikazuju temperaturni profil pri različitim debljinama leda pri čemu crna boja označava debljinu leda od 7 mm, crvena boja debljinu leda od 12 mm, plava boja debljinu leda od 17 mm a zelena boja debljinu leda od 22 mm. Debljina leda je uzeta proizvoljno kako bi pokazali kako debljina leda utječe na granične temperature. Vrijeme skrućivanja leda ($t_{\text{skruć}}$) za zadanu debljinu skrućivanja (s_L) od 7mm iznosi 4,14 min, za $s_L=12$ mm $t_{\text{skruć}}=12,19$ min, za $s_L=17$ mm $t_{\text{skruć}}=25,26$ min za $s_L=22$ mm $t_{\text{skruć}}=43,88$ min.

Agregatno stanje radne tvari se promijenilo iz parovitog stanja u kapljevito stanje a direktna posljedica toga je promjena fizikalnih svojstava tvari. Koeficijent prijelaza topline s unutrašnje

strane cijevi se znatno povećao a samim tim i toplinski tok a površinska temperatura stijenke se znatno smanjila u usporedbi sa prvim i drugim slučajem.

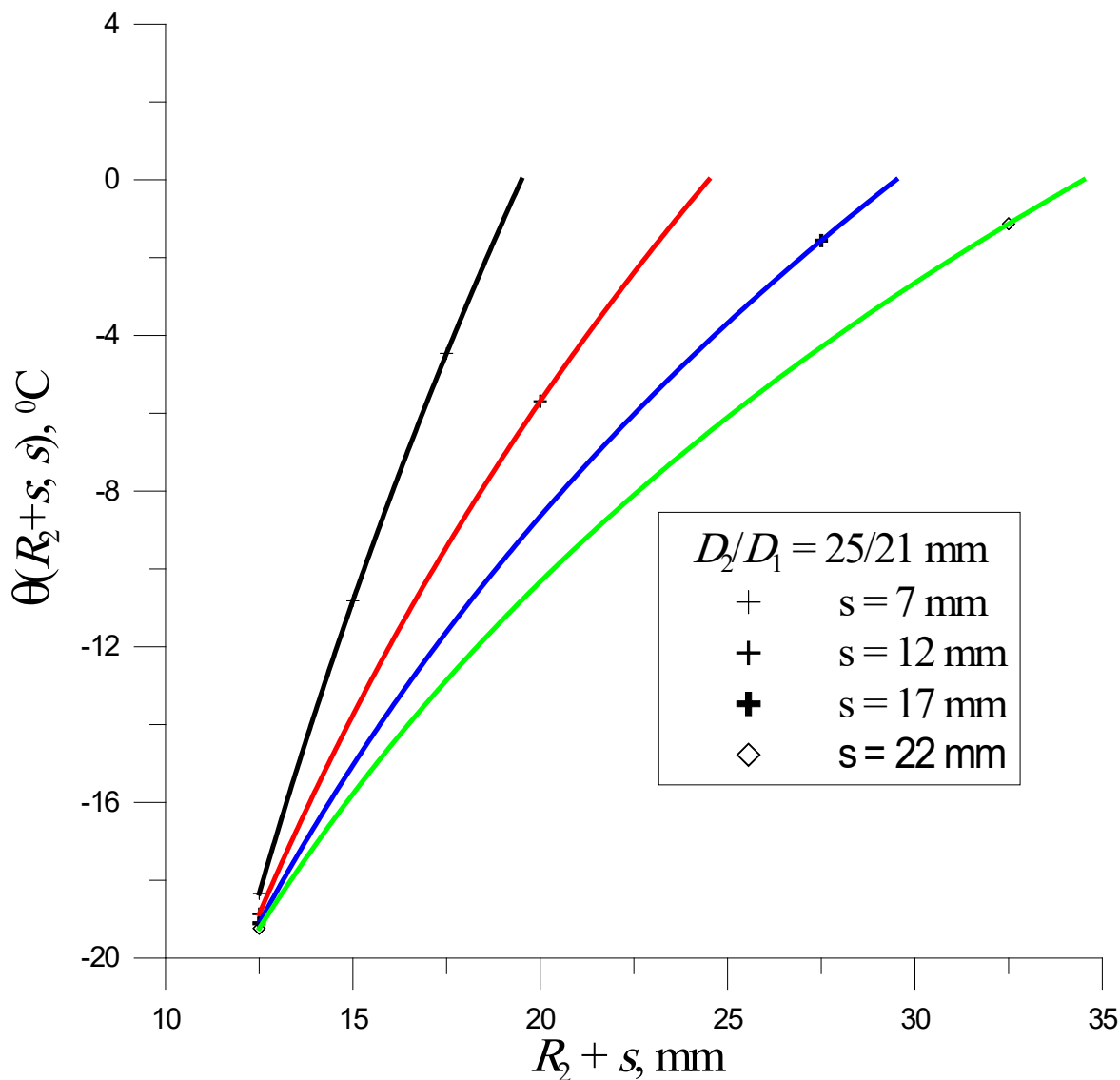
Kao što vidimo na svim dijagramskim prikazima krivulje temperaturnih profila imaju konveksan oblik što je u skladu s već dosada naučenim gradivom iz kolegija Termodinamike koje govori da ukoliko toplinski tok prolazi izvana prema unutra krivulje temperaturnog profila moraju poprimiti konveksan oblik.

Temperaturni profili za četvrti, peti i šesti slučaj minimalno odstupaju od trećeg slučaja stoga će biti prikazani samo u dijagramskom obliku.



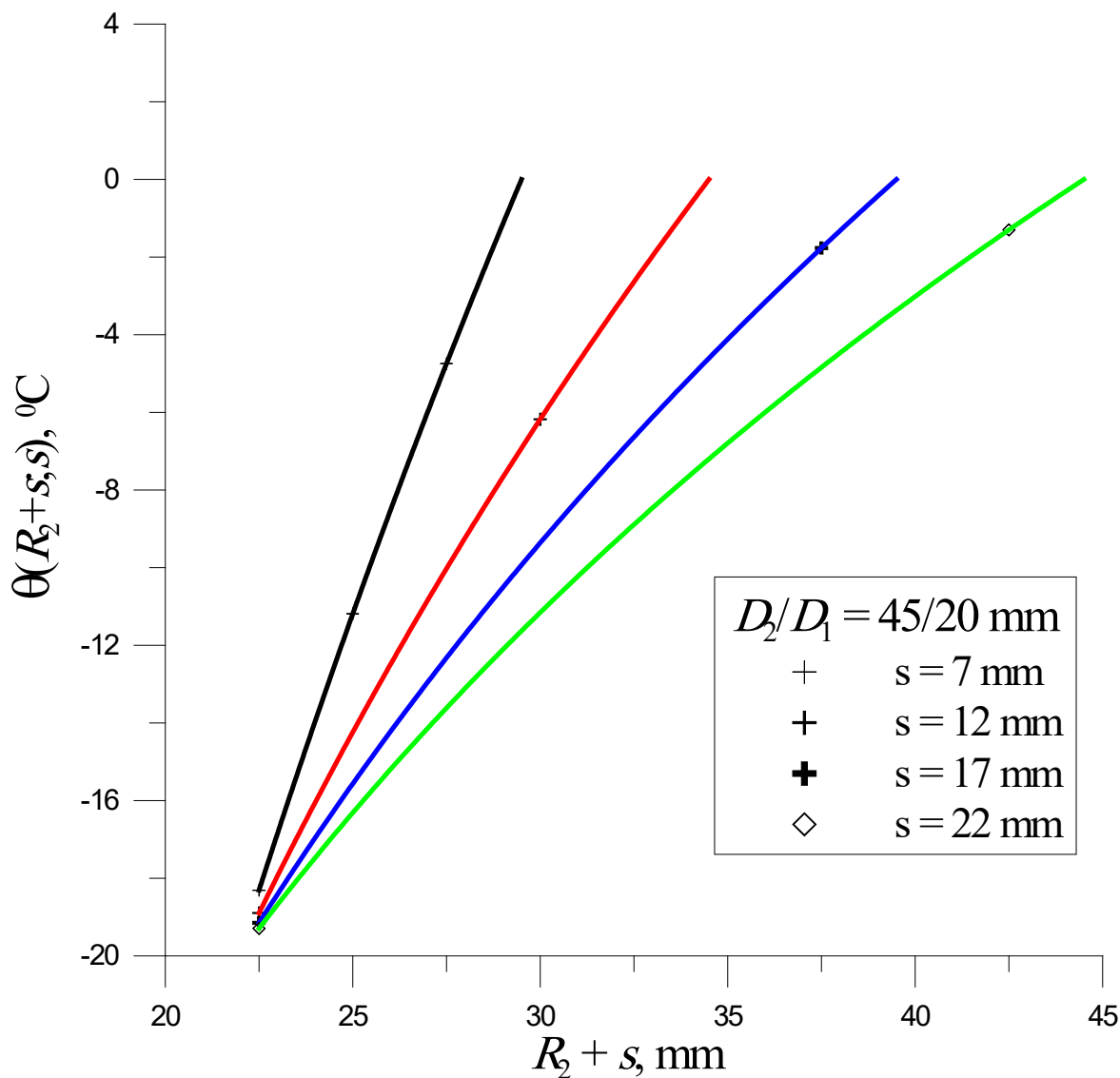
Slika 13 Temperaturni profil za četvrti slučaj

Dijagram na Slici 13. prikazuje temperaturni profil za četvrti slučaj tj. slučaj u kojemu kapljevit amonijak temperature -20 °C i tlaka 2 bara struji kroz cijev promjera 45/40 mm brzinom 0,5 m/s. Linije različitih boja prikazuju temperaturni profil pri različitim debljinama leda pri čemu crna boja označava debljinu leda od 7 mm, crvena boja debljinu leda od 12 mm, plava boja debljinu leda od 17 mm a zelena boja debljinu leda od 22 mm. Debljina leda je uzeta proizvoljno kako bi pokazali kako debljina leda utječe na granične temperature. Vrijeme skrućivanja leda ($t_{\text{skruć}}$) za zadanu debljinu skrućivanja (s_L) od 7mm iznosi 3,94 min, za $s_L=12$ mm $t_{\text{skruć}}=11,22$ min, za $s_L=17$ mm $t_{\text{skruć}}=22,74$ min za $s_L=22$ mm $t_{\text{skruć}}=38,90$ min.



Slika 14 Temperaturni profil za peti slučaj

Dijagram na Slici 14. prikazuje temperaturni profil za peti slučaj tj. slučaj u kojemu kapljeviti amonijak temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ i tlaka 2 bara struji kroz cijev promjera 21/25 mm brzinom 1 m/s. Linije različitih boja prikazuju temperaturni profil pri različitim debljinama leda pri čemu crna boja označava debljinu leda od 7 mm, crvena boja debljinu leda od 12 mm, plava boja debljinu leda od 17 mm a zelena boja debljinu leda od 22 mm. Debljina leda je uzeta proizvoljno kako bi pokazali kako debljina leda utječe na granične temperature. Vrijeme skrućivanja leda ($t_{\text{skruć}}$) za zadanu debljinu skrućivanja (s_L) od 7mm iznosi 3,51 min, za $s_L=12\text{ mm}$ $t_{\text{skruć}}=11,57\text{ min}$, za $s_L=17\text{ mm}$ $t_{\text{skruć}}=24,27\text{ min}$ za $s_L=22\text{ mm}$ $t_{\text{skruć}}=42,46\text{ min}$.



Slika 15 Temperaturni profil za šesti slučaj

Dijagram na Slici 15. prikazuje temperaturni profil za peti slučaj tj. slučaj u kojemu kapljeviti amonijak temperature $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ i tlaka 2 bara struji kroz cijev promjera 40/45 mm brzinom 1 m/s. Linije različitih boja prikazuju temperaturni profil pri različitim debljinama leda pri čemu crna boja označava debljinu leda od 7 mm, crvena boja debljinu leda od 12 mm, plava boja debljinu leda od 17 mm a zelena boja debljinu leda od 22 mm. Debljina leda je uzeta proizvoljno kako bi pokazali kako debljina leda utječe na granične temperature. Vrijeme skrućivanja leda ($t_{\text{skruć}}$) za zadanu debljinu skrućivanja (s_L) od 7mm iznosi 3,34 min, za $s_L=12$ mm $t_{\text{skruć}}=10,65$ min, za $s_L=17$ mm $t_{\text{skruć}}=21,86$ min za $s_L=22$ mm $t_{\text{skruć}}=37,66$ min

4. ZAKLJUČAK

Za zadanih šest stanja kapljevito i parovito amonijaka proveden je proračun bezdimenzijskih značajki potrebnih za izračun koeficijenta prijelaza topline. Potom je izračunati koeficijent prijelaza topline za svih šest zadanih stanja amonijaka budući da nam je to jedan od ključnih ulaznih podataka. Uz sve ostale zadane ulazne podatke izračunata su vremena potrebna za postizanje proizvoljno odabranih debljina leda i te vrijeme potrebno za postizanje polovine prvotno izračunate debljine leda. Nakon toga je dijagramski prikazana ovisnost vremena o debljini leda te također temperaturni profil voda – sloj leda – stijenka cijevi - rashladni medij. Promjena agregatnog stanja radne tvari iz parovito u kapljevito za sobom povlači značajnu promjenu koeficijenta prijelaza topline a samim tim i iznosa toplinskog toka i površinske temperature unutrašnje stijenske cijevi.

Povećanje debljine leda također utječe na veličine stanja u procesu i to na način da povećana debljina sloja leda povećava toplinski otpor, a povećanjem otpora se smanjuje toplinski tok a čime se povećava i vrijeme skrućivanja veće debljine leda. U razrađenim slučajevima je najutjecajniji čimbenik glede smanjenja vremena procesa skrućivanja leda bilo rashladno sredstvo, pri čemu je pokazano da su i male brzine, 0,5 i 1,0 m/s, strujanja kapljevito amonijaka višestruko puta smanjile vrijeme skrućivanja iste debljine leda u odnosu na paroviti amonijak koji je s isto temperaturom – 20 °C strujao kroz cijev bitno većom brzinom 15 m/s.

LITERATURA

- [1] Odabrana poglavlja iz kondukcije: A. Galović, FSB, Zagreb, 2003.
- [2] Termodinamika 1: A. Galović, FSB, Zagreb, 2002.
- [3] Termodinamika 2: A. Galović, FSB, Zagreb, 2003.
- [4] Predlošci za vježbe iz termodinamike 2; B. Halasz, Zagreb, 2012.
- [5] Toplinske tablice: B.Halaz, A.Galović, I.Boras, FSB Zagreb