Elasto-plastični proračun maksimalne dopuštene nosivosti okvira kontejnerske cisterne

Jolić, Božidar

Undergraduate thesis / Završni rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:511270

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-25**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Božidar Jolić

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor: Student:

Izv.prof. dr. sc. Tomislav Jarak, dipl. ing. Božidar Jolić

Zagreb, 2019.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum: 22 -02- 2019	Prilog
Klasa: 602-04 / 19-6 / 3	
Ur.broj: 15-1703-19-129	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: Božidar Jolić Mat. br.: 0035192714

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Elasto-plastični proračun maksimalne dopuštene nosivosti okvira kontejnerske cisterne**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Elasto-plastic limit load calculation of storage tank frame**

Opis zadatka:
Potrebno je odrediti maksimalno dopušteno opterećenje okvira kontejnerske cisterne. Okvir predstavlja prostornu rešetku izrađenu iz cijevi pravokutnog poprečnog presjeka. Proračun provesti za najnepovoljniji slučaj opterećenja prema elastičnom proračunu.

Proračun provesti primjenom metode konačnih elemenata pomoću programskog paketa Abaqus®. Za primijenjene konačne elemente i tehnike modeliranja izvršiti verifikaciju na jednostavnijim problemima. Pri tome dobivene vrijednosti kontrolirati pomoću analitičkih rješenja. Podatke o geometriji, iznosima opterećenja i svojstvima materijala dostavit će mentor.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:
29. studenog 2018.

Rok predaje rada:
1. rok: 22. veljače 2019.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2019.
3. rok: 20. rujna 2019.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 25.2. - 1.3. 2019.
2. rok (izvanredni): 2.7. 2019.
3. rok: 23.9. - 27.9. 2019.

Zadatak zadao:
Izv. prof. dr. sc. Tomislav Jarak

Predsjednik Povjerenstva:
Prof. dr. sc. Igor Balen

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se prije svega svom mentoru izv.prof.dr.sc Tomislavu Jarku na svoj pruženoj pomoći, strpljenju, uloženom trudu i vremenu prilikom izrade ovog završnog rada.

Od srca se zahvaljujem svim prijateljima, ocu, bratu i sestri na pruženoj podršci tijekom cijelog preddiplomskg studija, a posebno mojoj premilujoj majci koja je od prvog dana vjerovala u mene i bila utjeha i podrška u svakom uspjehu i porazu te joj posvećujem ovaj završni rad.

I na kraju, najveće hvala mojoj djevojci Katarini koja je od prvog dana bila iznimna podrška, utjeha i snaga za svo vrijeme trajanja preddiplomskog studija.

Božidar Jolić

SADRŽAJ

1. UVOD 1
1.1. Teorija plastičnosti 1
1.2. Idealizacija ponašanja materijala 3
1.3. Plastična analiza konstrukcija 5
2. METODA KONAČNIH ELEMENATA 7
2.1. Općenito o metodi konačnih elemenata 7
2.2. Okvirni elementi 8
2.3. Primjena okvirnih elemenata 8
2.4. Poprečni presjek okvirnog elemenata 9
2.5. Elastični odziv okvirnih elemenata 9
2.6. Elastično-plastični odziv okvirnih elemenata 10
3. VERIFIKACIJSKI PRIMJERI 12
3.1. Programski paket Abaqus 12
3.2. Savijanje konzolne grede 13
3.2.1. Numerička analiza – Abaqus gredni konačni element 15
3.2.2. Numerička analiza – Abaqus okvirni konačni element 19
3.3. 2D Okvirni nosač 21
3.3.1. Numerička analiza 2D okvirnog nosača 25
4. ANALIZA ZADANOG MODELA 28
4.1. Opis problema 28
4.2. Promatrani model 28
4.3. Promatrani slučaj opterećenja 32
4.4. Podizanje za donje nauglice 33
4.5. Analiza čvrstoće konstrukcije 35
5. ZAKLJUČAK 45
6. LITERATURA 46
7. PRILOZI 47

POPIS SLIKA

Slika 1. 1 Konvencionalni dijagram rastezanja 2
Slika 1. 3 Linearno elastični-idealno plastični materijal 3
Slika 1. 4 Linearno elastično-očvršćujući materijal 4
Slika 1. 5 2D Okvirni konačni element 10
Slika 1. 6 3D Okvirni konačni element 11
Slika 1. 7 Konzolna greda 13
Slika 1. 8 Dijagram poprečnih sila i momenta savijanja 13
Slika 1. 9 Prikaz konzolne grede sa opterećenje i rubnim uvjetima 15
Slika 1. 10 Prikaz konzolne grede u početnom stanju 16
Slika 1. 11 Raspodjela naprezanja konzolne grede prilikom pojave prvih plastičnih deformacija pri iznosu sile F=3000 N. 17
Slika 1. 12 Raspodjela naprezanja konzolne grede prilikom graničnog stanja pri iznosu sile F=4500 N. 17
Slika 1. 13 Raspodjela prvih plastičnih deformacija pri iznosu sile F=3000 N. 18
Slika 1. 14 Raspodjela plastičnih deformacija u graničnom stanju pri iznosu sile F=4500 N. 18
Slika 1. 15 Pojava prvih plastičnih deformacija pri iznosu sile F=2750 N. 19
Slika 1. 16 Plastične deformacije u graničnom stanju konstrukcije pri iznosu sile F=4000 N. 20
Slika 1. 17 2D Okvirni nosač 21
Slika 1. 18 Momentni dijagram savijanja 22
Slika 1. 19 Idealizacija graničnog momenta 22
Slika 1. 20 Momentni dijagram-prvi plastični zglob 23
Slika 1. 21 Momentni dijagram-drugi plastični zglob 23
Slika 1. 22 Momentni dijagram-treći plastični zglob 23
Slika 1. 23 Momentni dijagram-četvrti plastični zglob 24
Slika 1. 24 2D Okvirni nosač 25
Slika 1. 25 Raspodjela plastičnih deformacija pri iznosu sile F=440000 N. 25
Slika 1. 26 Iznos opterećenja na okvir 26
Slika 1. 27 Raspodjela plastičnih deformacija pri iznosu sile F=560000 N. 26
Slika 1. 28 Iznos graničnog opterećenja 27

Slika 1. 29 Raspodjela plastičnih deformacija upotrebom 3D okvirnog elementa pri iznosu sile F=560000 N. 27
Slika 1. 30 Skica rešetke okvira kontejnerske cisterne 31
Slika 1. 31 Inercijsko opterećenje cisterne 32
Slika 1. 32 Prikaz opterećenja- podizanje za donje nauglice 33
Slika 1. 33 Podizanje za donje nauglice-odgovarajući rubni uvjeti i koncentrirane sile 34
Slika 1. 34 Nedeformirani oblik konstrukcije 35
Slika 1. 35 Raspodjela pomaka..... 36
Slika 1. 36 Raspodjela osnih sila 37
Slika 1. 37 Rapodjela plastičnih deformacija u slučaju opterećenja F=207.9 kN 37
Slika 1. 38 Raspodjela naprezanja prema von Misesu u slučaju opterećenja F=207,9 kN..... 38
Slika 1. 39 Rapodjela plastičnih deformacija u slučaju opterećenja F=214,2 kN 38
Slika 1. 40 Raspodjela naprezanja prema von Misesu u slučaju opterećenja F=214,2 kN..... 39
Slika 1. 41 Raspodjela osnih sila pri iznosu sile F=214,2 kN. 39
Slika 1. 42 Raspodjela pomaka..... 40
Slika 1. 43 Rapodjela plastičnih deformacija u slučaju opterećenja F=245,7 kN 40
Slika 1. 44 Raspodjela naprezanja prema von Misesu u slučaju opterećenja F=245,7 Kn..... 41
Slika 1. 45 Raspodjela osnih sila pri iznosu sile F=245,7 kN. 41
Slika 1. 46 Raspodjela pomaka..... 42
Slika 1. 47 Diskretizacija 3D okvirnim elementom- prikaz granične sila u trenutku kolapsa konstrukcije 43
Slika 1. 48 Slika 1. 49 Raspodjela osnih sila pri iznosu sile F=252,0 kN..... 43

POPIS TABLICA

Tablica 1. 1 Dimenzije profila cijevi korištenih u konstrukciji. 28
Tablica 1. 2 Dimenzije profila cijevi korištenih u konstrukciji. 28

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
a,b	mm	Dimenzije poprečnog presjeka
E	GPa	Modul elastičnosti
G	GPa	Modul smicanja
F,F_i	N	Koncentrirana sila opterećenja
F_{gr}	N	Sila koja uzrokuje plastični kolaps konstrukcije
F_T	N	Sila koja uzrokuje pojavu prvih plastičnih deformacija
I_x, I_y, I_p	mm^4	Momenti tromosti
W_y	mm^3	Aksijalni moment otpora
M_i	Nm	Momenti sila
$M_{y,pl}$	Nm	Moment koji uzrokuje pojavu plastičnih deformacija
$M_{y,gr}$	Nm	Moment koji uzrokuje potpunu plastifikaciju
L	mm	Duljina štapa
N	N	Osna sila u štapu
Q	N	Poprečna sila u štapu
q	N/mm	Kontinuirano opterećenje
R	N	Ukupna težina cisterne
R_O	N	Ukupna težina okvira
w	mm	Progib
σ_T	MPa	Granica tečenja
σ_M	MPa	Vlačna čvrstoća
v	-	Poissonov faktor
ϑ	rad/mm	Relativni kut zakreta

SAŽETAK

U ovom završnom radu proveden je elasto-plastični proračun maksimalne dopuštene nosivosti okvira kontejnerske cisterne. Proračuni su provedeni numerički pomoću programskog paketa Abaqus.

Prvo je dan kratki opis metoda teorije plastičnosti korištenih u ovom radu te njenu zadaću u analizi opterećivanja konstrukcija. Za proračun konstrukcija u našem slučaju koristili smo elastično idealno-plastično ponašanje materijala. U sljedećem poglavlju opisana je plastična analiza konstrukcija pomoću pristupa krutog plastičnog zgloba, zatim elasto-plastičnog zgloba te pristupa širenja plastičnih područja. Nakon toga opisali smo metodu konačnih elemenata te korištene konačne elemente u ovom radu, a to su okvirni konačni elementi. Ukratko smo objasnili i princip na koji način programski paket Abaqus rješava zadane probleme. Nakon toga provedena je verifikacija korištenih numeričkih metoda na jednostavnim primjerima kako bi utvrdili ispravnost odabranog konačnog elementa te dokazali ispravnost provedene analize u smislu poklapanja analitičkih rješenja sa numeričkim.

Nakon verifikacije provedena je elasto-plastična analiza deformacija, naprezanja i pomaka u prostornoj okvirnoj konstrukciji pomoću trodimenzijskih grednih i okvirnih konačnih elemenata.

Ključne riječi: granično opterećenje, plastične deformacije, plastični zglobovi, okvirni elementi, metoda konačnih elemenata, Abaqus

SUMMARY

In this work, an elasto-plastic calculation of the maximum permissible load capacity of the container tank frame has been performed. Calculations were executed in a numerical way by using the program package Abaqus.

Firstly, a short review of some basic approaches of theory of plasticity there were used in this work is given, and the application of the theory of plasticity in the structural analysis is explained. For the calculations, we used the elastic ideal plastic material behaviour. The next section describes elasto-plastic analyses by adopting the assumptions about the rigid plastic hinge, the elasto-plastic hinge and the method of expansion of plastic zones inside the material. Subsequently, we described the Finite element Method as well as the frame elements used in the work. We have briefly explained the principles how the Abaqus software package solves the problems.Afterwards, the verification on simple examples has been performed to determine the correctness of the selected finite elements and to prove the validity of the chosen analysis methods. The numerical solutions were compared to the relevant analytical solutions.

Finally, the elasto-plastic analysis of strains, stresses and displacements in a spatial three-dimensional frame construction is presented, executed by using three-dimensional beam and frame finite elements.

Key words: limit load, plastic strains, plastic hinges, frame elements, finite element method, Abaqus

1. UVOD

1.1. Teorija plastičnosti

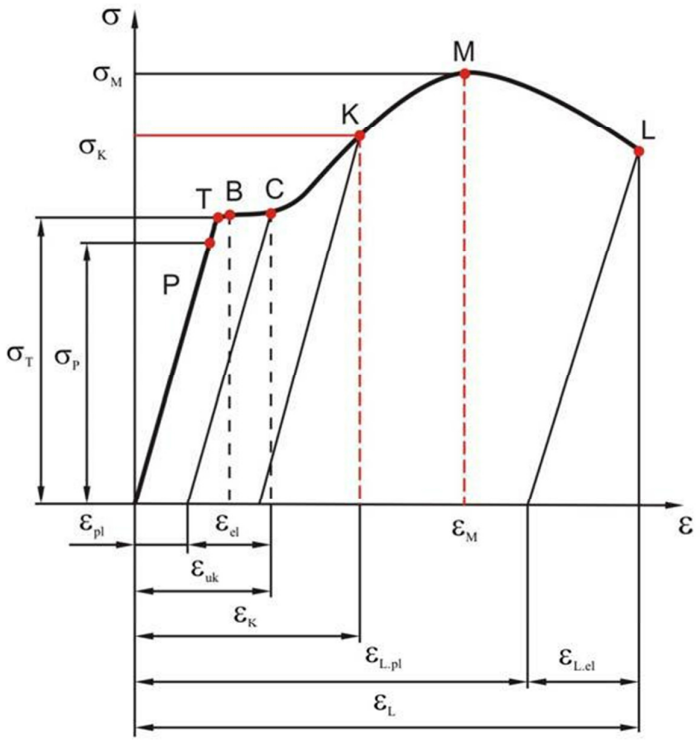
Plastične i elastične deformacije tijela su skleronomne pojave, što znači da odziv materijala na opterećenje ne ovisi o vremenu *t*, odnosno o brzini deformiranja. Ako takva ovisnost i postoji, možemo ju zanemariti. Uz ovu početnu pretpostavku na području teorije plastičnosti ograničili smo se na male pomake i male deformacije.

Zadatak teorije plastičnosti je da eksperimentalne podatke o plastičnom ponašanju materijala formulira u oblik općih matematičkih jednadžbi i formula te isto tako pokušati dati odgovor zašto nastaje i kako nastaje plastično deformiranje materijala. Teorija plastičnosti daje osnovne jednadžbe veza između deformacija i naprezanja u obliku fizikalnih zakona. Da bi došlo do plastične deformacije mora biti zadovoljen uvjet tečenja.

Elastičnost možemo pobliže opisati kao razmatranje gdje su u tijelu javljaju samo povrative deformacije, a kod potpunog rasterećenja tijelo se vraća u prvobitnu konfiguraciju. Veza između trenutnih naprezanja i deformacija je jednoznačno određena. Plastičnost opisujemo na način da se u tijelu prilikom opterećenja javljaju ovaj put i povrative i nepovrative deformacije, a nakon njegova rasterećenja možemo registrirati trajne deformacije na tijelu.

Često se mehanička, elastična i plastična svojstva materijala određuju pokusima rastezanja. Na osnovu tog pokusa dobiva se dijagram koji se općenito naziva dijagram deformiranja, odnosno u ovom slučaju dijagram rastezanja.

Plastična svojstva materijala prilikom jednoosnog rastezanja mogu se prikazati u dijgramu ovisnosti naprezanja i deformacija. Razlikujemo duktilne i krhke materijale. Kod duktilnih materijala do loma dolazi zbog pojave velikih plastičnih deformacija te je potrebno utrošiti puno energije da bi došlo do loma, dok za razliku krhki materijali pucaju uz pojavu vrlo malih plastičnih deformacija, ali ih odlikuje visoka vlačna čvrstoća. [4]



Slika 1. 1 Konvencionalni dijagram rastezanja

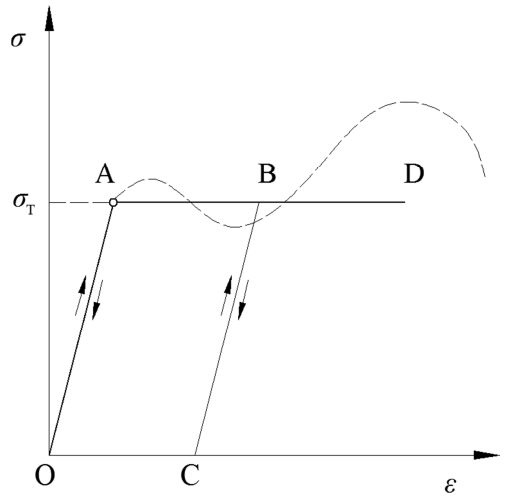
Dijagram iz ishodišta započinje pravcem koji se naziva Hookeov pravac i za koji vrijedi isti zakon: $\sigma=E*\varepsilon$. U pojednostavljenom dijagramu, u karakterističnoj točki σ-ε dijagrama, točki σ_T, završava linearno područje elastičnih deformacija opisanih Hooke-ovim zakonom te započinje područje plastičnih deformacija. Posljedica plastične deformacije na funkcijsku ovisnost naprezanja i deformacije je očvršćivanje materijala. Nakon svakog novog ciklusa opterećivanja i rasterećivanja nova granica razvlačenja postaje najveće naprezanje postignuto tijekom prethodnog ciklusa zbog čega se krivulja stvarnog naprezanja naziva i krivulja očvršćenja. [4]

1.2. Idealizacija ponašanja materijala

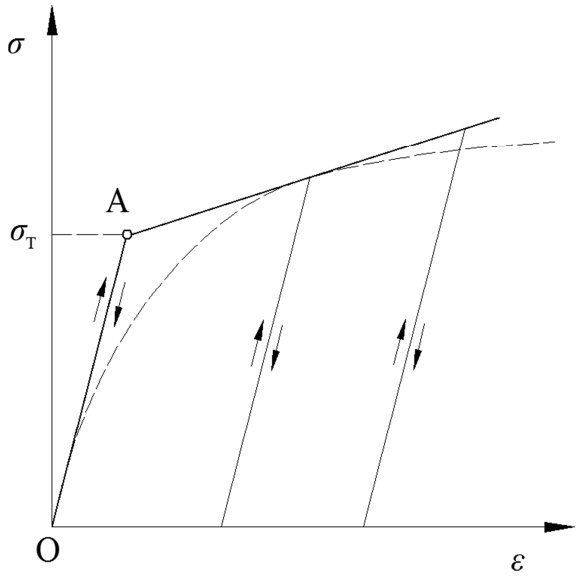
Dijagrami deformiranja metala su vrlo složeni, stoga da bismo pojednostavili analizu plastičnog deformiranja metala, stvarne dijagrame zamjenjujemo njihovom idealizacijom. Pri tome pazimo da zadržimo bitne značajke stvarnih dijagrama, dok su nebitne pojedinosti dijagrama izostavljene.

Za proračun konstrukcija često se koriste dva jednostavna pojednostavljena modela za opisivanje stvarnog dijagrama rastezanja, odnosno ponašanja materijala, čiji su dijagrami prikazani na slikama 1.3 i 1.4:

1. Linearno elastični-idealno plastični materijalni model
2. Linearno elastični-očvršćujući materijalni model



Slika 1. 2 Linearno elastični-idealno plastični materijal



Slika 1. 3 Linearno elastično-očvršćujući materijal

Možemo doći do određenih pretpostavki o ponašanju elastoplastičnih materijala prilikom jednoosnog stanja naprezanja.

Neke od pretpostavki su:

- Ukupnu deformaciju možemo podijeliti na elastične, odnosno povrative deformacije i na nepovrative plastične ili trajne deformacije.
- Za većinu materijala može se utvrditi postojanje granice tečenja σ_T. Ukoliko je naprezanje manje od granice tečenja, tada govorimo o elastičnom području. Naprotiv, dok naprezanje postigne granicu tečenja, govorimo o početku plastičnog deformiranja tijela.
- Materijal smatramo idealnoplastičnim ako pri konstantnom naprezanju $\sigma = \sigma_T$, plastična deformacija neprekidno raste, tada možemo reći da dolazi do tečenja materijala u kojem vrijede sljedeće relacije:

  $\sigma_T < \sigma_T$

  $\sigma = \sigma_T$

  U postupku rasterećenja ponašanje materijala se može opisati kao linearno i elastično, te se takvo stanje može uzeti i za postupak ponovnog opterećivanja sve dok se ne dostigne granica tečenja σ_T.

- Nakon postignute vrijednosti granice tečenja σ_T povećanje plastične deformacije moguće je samo uz povećanje naprezanja te se može reći da se tu radi o plastično-očvršćujućem materijalu pa prema tome uslijed plastičnog deformiranja raste i granica tečenja te i dalje vrijede iste relacije, samo što u ovom slučaju granica tečenja nije konstantna nego ona ovisi o plastičnoj deformaciji.
- Prilikom rasterećenja materijal se ponaša elastično i približno linearno. Pri ponovnom opterećenju materijal se ponovno ponaša elastično dok se ne postigne naprezanje σ_1, koje odgovara povećanoj granici tečenja $\sigma_{T1.}$
- Prilikom promjene predznaka deformiranja iz tlačnog opterećenja u vlačno ili obrnuto dolazi do pojave Bauschingerovog efekta.
- Prilikom plastičnog defomiranja plastična volumenska deformacija jednaka je nuli, odnosno ne dolazi do promjene volumena tijela. [7]

1.3. Plastična analiza konstrukcija

Uspoređujući elastoplastičnu analizu s elastičnom analizom možemo zaključiti kako je ona puno teža i složenija. Kod plastične analize nosivih konstrukcija moguće je uvesti pretpostavku da su plastične deformacije male te istog reda veličine kao i elastične, čime se znatno olakšava proračun.

Prilikom savijanja i uvijanja štapova pojavljuju se u stvarnosti dvoosna ili troosna stanja naprezanja, no kako je u pravilu jedno glavno naprezanje daleko veće od preostalih, može se uzeti u proračunu kao da se radi o jednoosnom naprezanju u slučaju savijanja i osnog opterećenja uz malu grešku u samom rezultatu.

Kada imamo primjer uvijanja štapova, prihvaća se pretpostavka o čistom smicanju. Kako bismo mogli provesti analizu naprezanja i deformacija uvodimo pretpostavke o deformiranju te pretpostavku o raspodjeli naprezanja umjesto uvjeta kompatibilnosti deformacija. Geometrijskom analizom dobivaju se kvalitativni izrazi za raspodjelu deformacija. Pomoću sustava konstitutivnih jednadžbi, koje opisuju vezu naprezanja i deforamcija, slijede izrazi za naprezanja. Na koncu se primjenom uvjeta ravnoteže određuju nepoznati parametri, a time i izrazi za dobivena naprezanja i deformacije.

U elasto-plastičnoj analizi štapnih konstrukcija koriste se tri pristupa:

1. Pristup krutog plastičnog zgloba
2. Pristup elastoplastičnog zgloba
3. Pristup analize širenja plastičnih područja

Metoda krutog plastičnog zgloba je jedan od pristupa za upotrebu u plastičnoj analizi konstrukcija za koji možemo reći da je najjednostavniji i u praksi se najviše primjenjuje. Ova metoda govori o tome da proučavamo idealiziranu konstrukciju kod koje se zanemaruju elastične deformacije u potpunosti dok konstrukcija ne dođe u granično stanje. Pretpostavlja se da su u graničnom stanju plastične deformacije lokalizirane u mjestima koji se nazivaju plastični zglobovi, koji se kod okvirnih konačnih elemenata javljaju na krajevima elementa. U graničnom stanju konstukcija postaje mehanizam, a do tog trenutka konstrukcija između plastičnih zglobova promatramo kao krutu.

Metoda elastoplastičnog zgloba u globalu je ista kao i prethodna metoda. Jedina razlika postoji u tome što se pretpostavlja da su dijelovi konstrukcije između plastičnih zglobova elastični, odnosno razmatra se elastično deformiranje. Ovakav pristup usvojen je kod okvirnih konačnih elemenata (tip FRAME) u programskom paketu Abaqus.

Metoda analize širenja plastičnog područja temelji se na tome da u obzir uzima tijek širenja plastičnih područja s povećanjem opterećenja te je najzahtjevnija metoda od svih navedenih. Ovakav pristup usvojen je kod grednih konačnih elemenata (tip BEAM) u programskom paketu Abaqus.

U svim navedenim metodama se pokušava procijeniti granično opterećenje na način da se prethodno analizira cijeli postupak deformiranja.

2. METODA KONAČNIH ELEMENATA

2.1. Općenito o metodi konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata rješava probleme numeričkom metodom temeljnom na diskretizaciji kontinuuma. Diskretni model međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode zamjenjuje kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja tako da sam razmatrani kontinuum postaje mreža konačnih elemenata.

Polje pomaka, naprezanja i deformacija opisano je interpolacijskim funkcijama kod svakog elementa, a sami elementi su međusobno povezani čvorovima. Metoda konačnih elemenata funkcionira na način da se povećavanjem broja elemenata postupno približavamo točnom rješenju. Pojava kada se numerička rješenja dobivena metodom konačnih elemenata sve više približavaju vrijednostima koje točno opisuju zadani problem, uz povećanje broja konačnih elemenata, naziva se konvergencija rješenja. Ona ovisi o konačnim elementima i formulaciji same metode konačnih elemenata te u tom slučaju razlikujemo monotonu i nemonotonu konvergenciju rješenja. Slučaj monotone konvergencije rješenja imamo prilikom izračunavanja pomaka koji su po apsolutnoj vrijednosti manji od točnih, a daljnjim usitnjavanjem mreže se stalno povećavaju i približavaju točnom rješenju. Kako bi to ostvarili, interpolacijske funkcije moraju moći opisati pomake krutog tijela i polje konstantnih deformacija, uz zadovoljavanje svih potrebnih uvjeta kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata. Ukoliko nisu ispunjeni svi potrebni uvjeti kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata konvergencija je nemonotona. [1]

2.2. Okvirni elementi

Okvirni elementi su elementi koji se sastoje od dva međusobno povezana čvora koji se u početku razmatraju kao ravni elementi. Namijenjeni su za upotrebu u elastičnoj ili elastično-plastičnoj analizi okvirnih konstrukcija. Razlikujemo okvirne elemente u dvije ili tri dimenzije. Oni elementi za elastični odziv koriste Euler-Bernoulijevu teoriju s interpolacijom četvrtog reda za poprečne pomake, dok se plastična deformacija može pojaviti samo u čvorovima elementa na krajevima elementa, odnosno u tzv. plastičnim zglobovima. Materijalni model plastičnosti uključuje nelinearno kinematičko očvršćenje. Okvirni elementi primjenjuju se za male ili velike pomake kao i za velike rotacije uz pretpostavku o malim deformacijama. Vanjske sile i momenti javljaju se na krajevima i u središnjoj točki elementa kao i elastične aksijalne deformacije i zakrivljenost, dok se plastični pomak i zakrivljenost javljaju samo na krajevima elementa. [2]

2.3. Primjena okvirnih elemenata

Okvirni elementi konstruirani su za uporabu u elastičnoj ili elastično-plastičnoj analizi konstrukcija u obliku okvira sastavljenih od tankih, u početku ravnih greda. Jedan okvirni element predstavljat će cijeli konstrukcijski element koji spaja dva čvora. Elastični odziv okvirnog elementa kao što smo to već spomenuli koristi Euler-Bernoulijevu teoriju grede, stoga kinematika elementa uključuje točno rješenje za koncentrirane sile, momente i kontinuirana opterećenja. Elementi se mogu upotrijebiti za rješavanje širokog raspona problema i u građevinarstvu, kao što su to konstrukcije s rešetkama, mostovi, unutarnje konstrukcije zgrada itd.

Plastični odziv okvirnog elementa modelira se plastičnim modelom u kojem se prve plastične deformacije pojavljuju u čvorovima na krajevima elementa koji simuliraju stvaranje plastičnih zglobova. Model s plastičnim zglobom uključuje nelinearno kinematičko očvršćenje te se elementi mogu koristiti za predviđanje plastičnog kolapsa konstrukcije na temelju formiranih plastičnih zglobova.

Okvirni elementi koji su prilikom tlačnog opterećenja podložni izvijanju često podržavaju samo aksijalnu silu dok su sve ostale sile i momenti u usporedbi zanemarivo mali.

Formulacija okvirnih elemenata uključuje utjecaj velikih pomaka kao i rotacija prilikom odabira nelinearne analize, a za plastične deformacije pretpostavljamo da ostaju male. [2]

2.4. Poprečni presjek okvirnog elemenata

Poprečni presjek okvirnog elementa zahtijeva definiranje odziva materijala, a za unutrašnjost elementa koristimo linearno elastično ponašanje te se uključuje i model plastičnosti za formiranje plastičnih zglobova na krajevima elementa.

Definiranje elastičnog ponašanja presjeka vrši se pomoću zadanih vrijednosti Youngovog modula elastičnosti, E, modula smicanja, G, koeficijenta toplinskog širenja i oblika poprečnog presjeka.

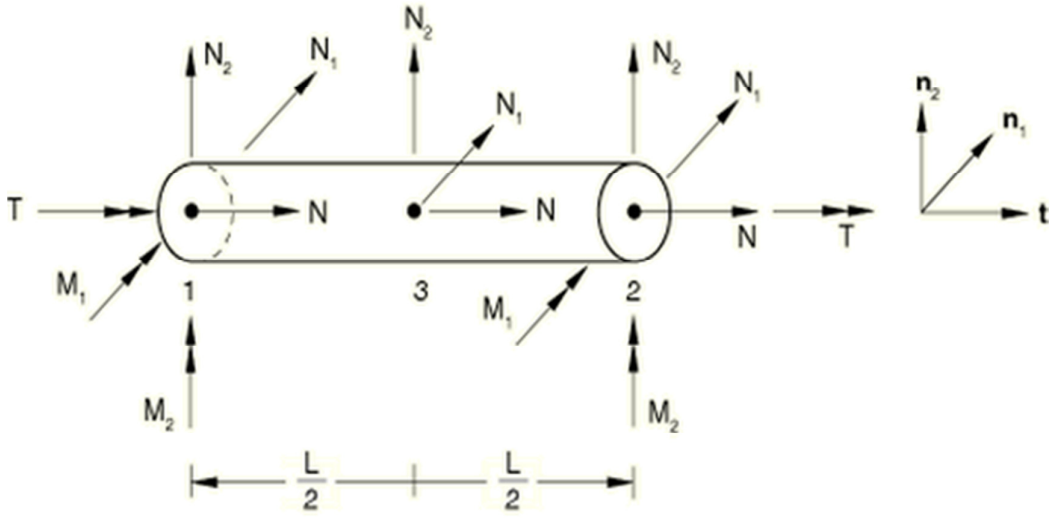
Geometrijska svojstva kao što su površina poprečnog presjeka ili momenti tromosti konstantni su duž elementa i tijekom analize.

Za definiranje elastično-plastičnog ponašanja materijala treba navesti vrijednost unutarnjih sila i momenata N, M1, M2, i T izravno kao funkcije konjugiranih plastičnih deformacijskih varijabli ili za neke oblike poprečnih presjeka možemo koristiti unaprijed zadani plastični odziv za N, M1, M2 i T koji je određen na temelju granice tečenja materijala. N predstavlja aksijalnu silu, M1 i M2 momente savijanja, a T moment uvijanja. Programski paket Abaqus koristi unaprijed specificirane vrijednosti za definiranje nelinearnog modela kinematičkog očvršćenja. U ovom modelu poopćene sile povezane su sa plastičnim pomacima, a ne deformacijama. U stvarnosti plastični zglob će imati konačnu veličinu određenu duljinom konstrukcijskog elementa i njegovim opterećenjem, što će utjecati na brzinu očvršćivanja, ali ne i na krajnje opterećenje. Ako je brzina očvršćenja, a time i plastična deformacija pri određenom opterećenju od važnosti, moramo provesti kalibraciju plastičnog odziva na odgovarajući način za različite duljine i različite situacije opterećenja. Da bi se opisalo ponašanje prilikom elasto-plastičnog očvršćenja potrebna su nam bar tri para podataka svake zasebne, prethodno spomenute varijable. Drugi način definiranja ponašanja materijala je na temelju granice tečenja specificirane konkretno za zadani materijal i slučaj opterećenja. [2]

2.5. Elastični odziv okvirnih elemenata

Za analiziranje elastičnog odziva okvirnih elemenata koristimo Euler-Bernoulijevu teoriju grede. Interpolacija pomaka za poprečni progib grede u odnosu na osi okvirnog elementa su polinomi četvrtog reda koji na taj način dopuštaju kvadratnu varijaciju zakrivljenosti uzduž osi samog elementa. Tako svaki pojedini okvirni element točno određuje statičko, elastično rješenje za silu i/ili moment koji se javljaju na krajevima elementa ili konstantno

kontinuirano opterećenje duž njegove osi. Interpolacija pomaka duž osi elementa je polinom drugog reda te on omogućuje linearnu varijaciju aksijalnog naprezanja. Matrica elastične krutosti numerički je integrirana i korištena za izračun petnaest čvornih sila i momenata kod slučaja trodimenzijske analize. Sastoji se od dvije aksijalne sile, dvije smične sile, dva momenta savijanja i jednog momenta uvijanja na svakom krajnjem čvoru, dok se u središnjem čvoru nalazi aksijalna i dvije smične sile. Kod dvodimenzijske analize postoji osam čvornih sila i momenata. Ona se sastoji od aksijalne sile, smične sile i momenata na svakom čvoru elementa te aksijalne i smične sile u čvoru na sredini elementa. [2]

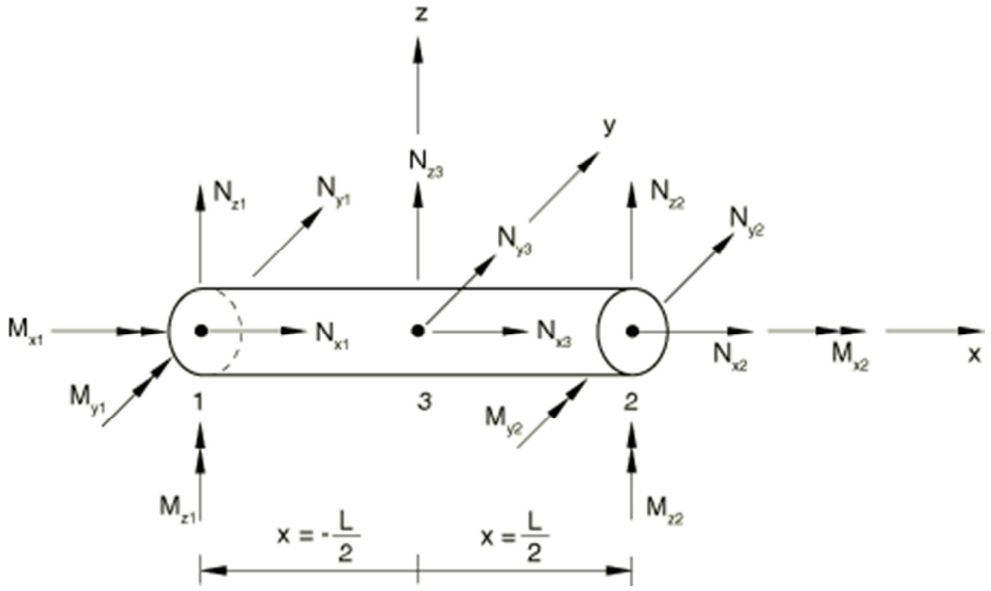


Slika 1. 4 2D Okvirni konačni element

2.6. Elastično-plastični odziv okvirnih elemenata

Plastični odziv elementa tretira se tako da se plastične rotacije i plastični aksijalni pomak mogu razviti samo na krajevima elemenata u plastičnim zglobovima. Rast plastičnih zona kroz poprečni presjek elementa od stanja u kojem se javljaju prve plastične deformacije materijala do potpuno izrađenog plastičnog zgloba opisano je modelom nelinearnog kinematičkog očvršćenja. Pretpostavlja se da na plastičnu deformaciju u krajnjem čvoru utječu momenti i aksijalna sila u tom čvoru. Funkciju tečenja materijala u svakom čvoru nazivamo još i plastičnom interakcijskom površinom koja je funkcija aksijalne sile tog čvora

i komponenti triju momenata. U stvarnosti plastični zglob imati će konačnu veličinu određenu duljinom elementa i specifičnim opterećenjem koje uzrokuje njegovo stvaranje. Veličina samog plastičnog zgloba utjecat će na brzinu očvršćenja, ali ne i na krajnje opterećenje, te ukoliko nam je bitna brzina očvršćenja, prema tome i plastična deformacija za određeno opterećenje, model s plastičnim zglobom treba kalibrirati s obzirom na dužinu elementa i stanje opterećenja. [2]



Slika 1. 5 3D Okvirni konačni element

3. VERIFIKACIJSKI PRIMJERI

Prilikom dimenzioniranja konstrukcija i njihovih dijelova u praksi smo inače učestalo koristili pojmove dopuštenog naprezanja i faktora sigurnosti. Cilj dimenzioniranja prema dopuštenom naprezanju provodi se prema određenom maksimalnom naprezanju σ_{max} , odnosno maksimalno ekvivalentno naprezanje $\sigma_{ekv,max}$ kad se radi o dvoosnom ili troosnom naprezanju.

Prema tom načinu pretpostavlja se da konstrukcija gubi svoju funkciju, odnosno svoju čvrstoću i krutost prilikom pojave prvih plastičnih deformacija, no to u stvarnosti nije tako.

Konstrukcija ne gubi svoju nosivost nakon pojave prvih plastičnih deformacija, odnosno kad opterećenje dostigne vrijednost opterećenja tečenja F_T. Maksimum nosivosti neke konstrukcije se postiže tek kada opterećenje dostigne graničnu vrijednost $F=F_{gr}$ kod koje dolazi do plastičnog kolapsa konstrukcije, što će na verifikacijskim primjerima biti pokazano.

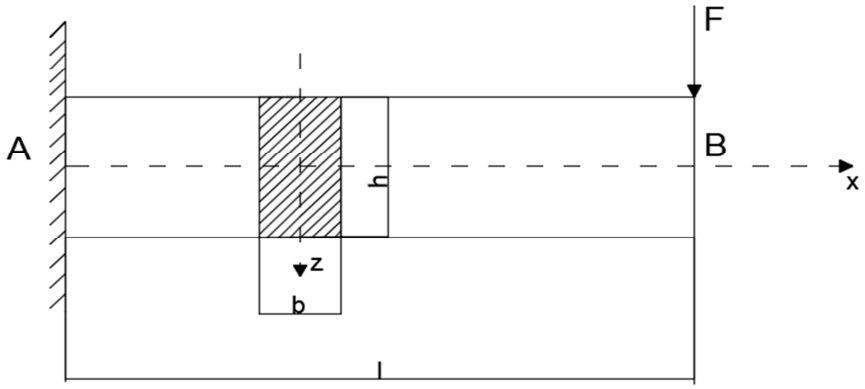
3.1. Programski paket Abaqus

U ovom radu biti će prikazana analiza pomoću programskog paketa Abaqus koji se temelji na metodi konačnih elemenata te je namijenjen numeričkoj analizi konstrukcija pri čemu je ista diskretizirana konačnim elementim. Konstrukcija se diskretizira kako bi se mogla dobiti rješenja u vidu polja traženih varijabli izračunatih u diskretnim dijelovima kontinuuma tj. njima pripadnim integracijskim točkama. Programskim paketom Abaqus pokazat ćemo konvergenciju rješenja i usporediti ih sa analitičkim rješenjima te prikazati u kojem trenutku i pri kojoj sili dolazi do pojave prvih plastičnih deformacija te pri kojem opterećenju dolazi do kolapsa konstrukcije, odnosno kada se to cijeli sustav počinje ponašati kao mehanizam. Temelj naše analize putem programskog paketa Abaqus je odrediti granično opterećenje konstrukcije koje dovodi do kolapsa iste.

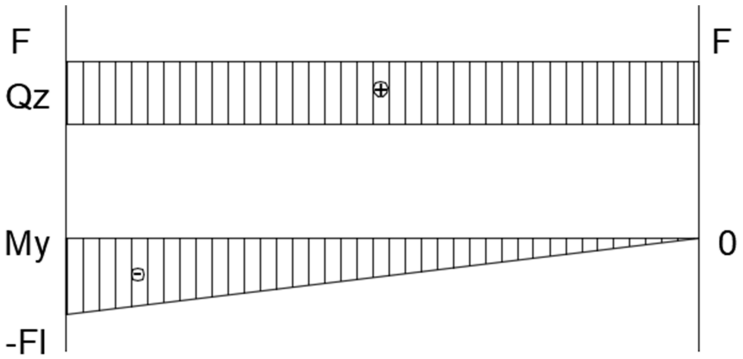
3.2. Savijanje konzolne grede

Za konzolnu gredu zadanu i opterećenu prema slici treba odrediti granično stanje konstrukcije!

Zadano: F=20000 N, l=500 mm, b=20 mm, h=45 mm, σ_T=200 N/mm^2, E=210000 N/mm^2, ν=0.3, ε_0=0, ε_1=0.02 .



Slika 1. 6 Konzolna greda



Slika 1. 7 Dijagram poprečnih sila i momenta savijanja

Prilikom rješavanja ovog primjera prvo razmatramo slučaj deformiranja konzolne grede u elastičnom području. Nakon izračunavanja rješenja analitičkim putem dobiveni rezultati će se kasnije koristiti za usporedbu sa rješenjima dobivenih pomoću metode konačnih elemenata.

Koristeći metodu presjeka krećemo od ruba A te dobivamo izraz za raspodjelu momenta savijanja duž grede koji glasi:

$$M_y = F(l - x).$$

Iz čega slijedi maksimalni moment savijanja koji se javlja u rubu A:

$$M_{max} = M_y(x = 0) = -Fl.$$

Za elasto-plastičnu analizu moramo prije svega definirati model materijala, što je u našem slučaju elastično-idealno plastičan materijal. Karakteristika ovog materijala je da se materijal ponaša linearno elastično sve dok naprezanje ne dostigne granicu tečenja σ_T. Nakon što je postignuta navedena vrijednost naprezanja kod ove vrste materijala dolazi do tečenja materijala, ali bez očvršćenja istog te možemo reći da plastična deformacija raste bez porasta naprezanja.
Iz do sada navedenog možemo zaključiti kako prve plastične deformacije nastaju na mjestu najvećeg momenta savijanja, odnosno u ovom slučaju u presjeku x=0. Za navedeni presjek postavljamo uvjet tečenja koji glasi:

$$\sigma_{max} = \sigma_T,$$
$$|\sigma_{max}(x = 0)| = \frac{|M_{max}|}{W_y} = \frac{F_T * l}{W_y} = \sigma_T,$$

gdje je σ_T granica tečenja, odnosno ono naprezanje kod kojeg se javljaju prve plastične deformacije.

$$F_T = \frac{\sigma_T W_y}{l} = \frac{\sigma_T b h^2}{6l},$$
$$F_T = 2700\ [N].$$
$$M_{y,T} = F_T l = \frac{\sigma_T b h^2}{6},$$
$$M_{y,T} = 1350000\ \text{Nmm}.$$

Izraz za moment savijanja u plastičnom području u ovisnosti o položaju elastične jezgre z_e glasi:

$$M_y = M_{y,T}\left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{2z_e}{h}\right)^2\right],$$

gdje je:

$$z_e(x) = \pm\sqrt{3 - 2\frac{F}{F_T}\frac{l-x}{l}}.$$

Kako u rubu A djeluje najveći moment savijanja, upravo tamo dolazi do pojave prvih plastičnih deformacije. Daljnjim razmatranjem dolazimo do zaključka kako je mjesto nastanka plastičnog zgloba upravo rub A zbog širenja plastičnih deformacija iz čega možemo odrediti izraz za graničnu silu ovog primjera.

$z_e(x = 0) = 0,$

slijedi da je granična sila jednaka:

$$F_{gr} = \frac{3}{2}F_T = \frac{\sigma_T b h^2}{4l}.$$

$F_{gr} = 4050$ N.

3.2.1. Numerička analiza – Abaqus gredni konačni element

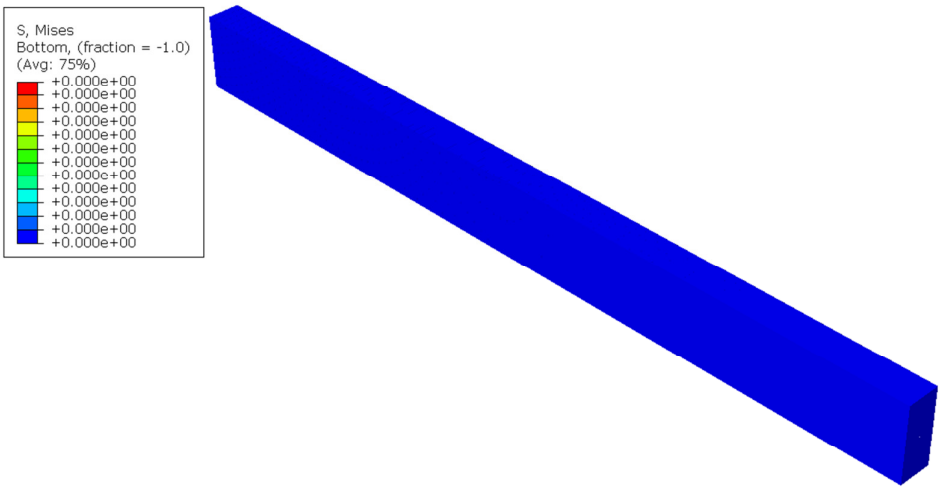
Pomoću programskog paketa Abaqus izradili smo 2D proračunski model pomoću grednih konačnih elemenata prikazanima na slici 1.9.

Slika 1. 8 Prikaz konzolne grede sa opterećenje i rubnim uvjetima

Zadajemo svojstva materijala za elastično i plastično područje, definiramo geometriju, rubne uvjete te opterećenje prema zadanim parametrima. Za kreiranje mreže konačnih elemenata koristimo gredne konačne elemente prema Euler-Bernoulijevoj teoriji.

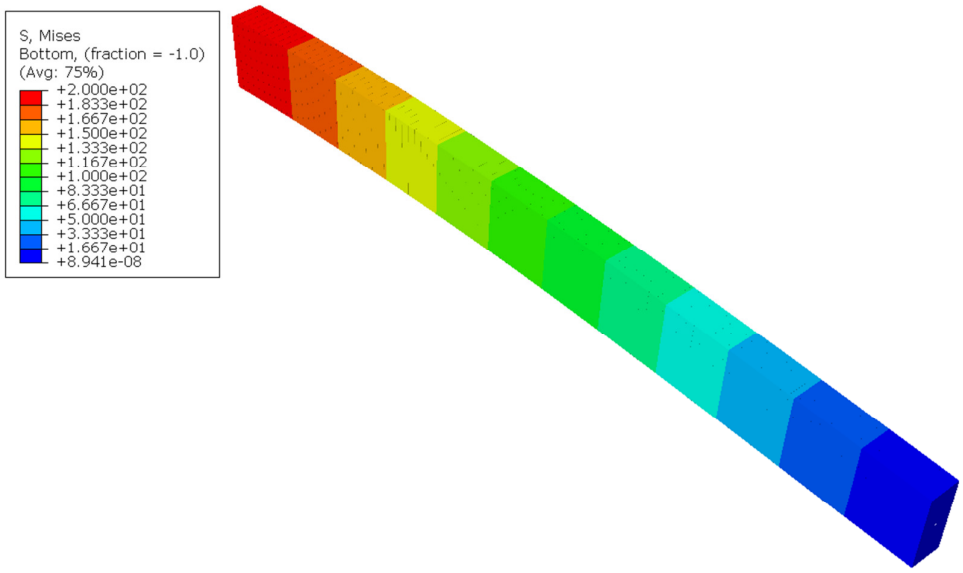
Kroz cijelu provedenu analizu koristimo inkrementalnu metodu sa fiksnim inkrementom kako bismo uočili pri kojem opterećenju dolazi do pojave prvih plastičnih deformacija i kolapsa konstrukcije.
Slijedi prikaz raspodjele naprezanja prema Von Misesu u ovisnosti o iznosu opterećenja po inkrementima. Možemo uočiti kako se maksimalno naprezanje širi od ruba A po duljini grede s porastom broja inkremenata, odnosno povećanjem koncentrirane sile koja djeluje na gredu.

Prvo je prikazan napravljeni model grede u početnom stanju dok na njega ne djeluje još nikakva sila. Model je diskretiziran sa 200 konačnih elemenata te je za diskretizaciju korišten B23 gredni konačni element koji se temelji na Euler-Bernoulijevoj teoriji.



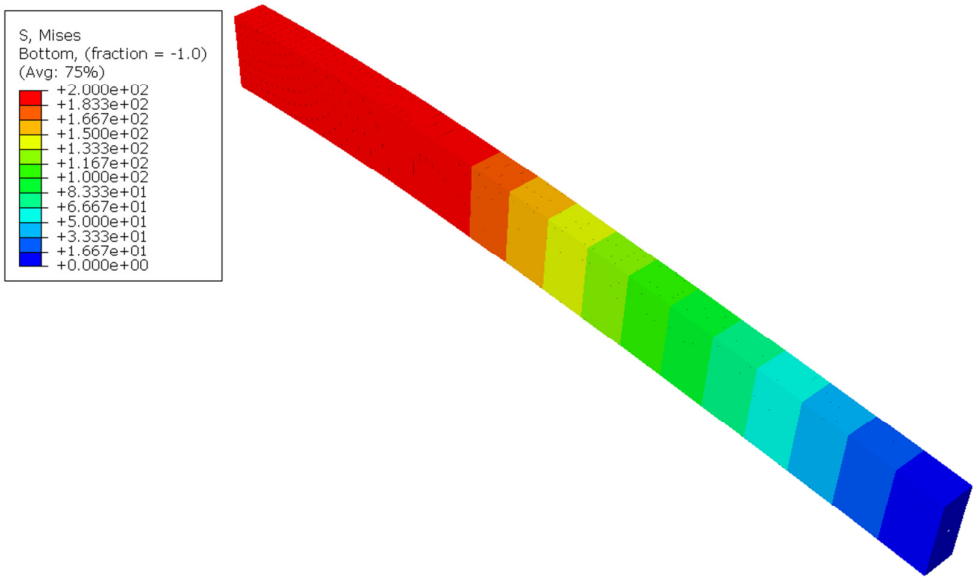
Slika 1. 9 Prikaz konzolne grede u početnom stanju

Pojava prvih plastičnih deformacija javlja se kada naprezanje dosegne granicu tečenja što bi u ovom slučaju iznosilo $\sigma_T = 200\ \mathrm{N/mm^2}$, a javlja se pri iznosu koncentrirane sile od F=3000N.



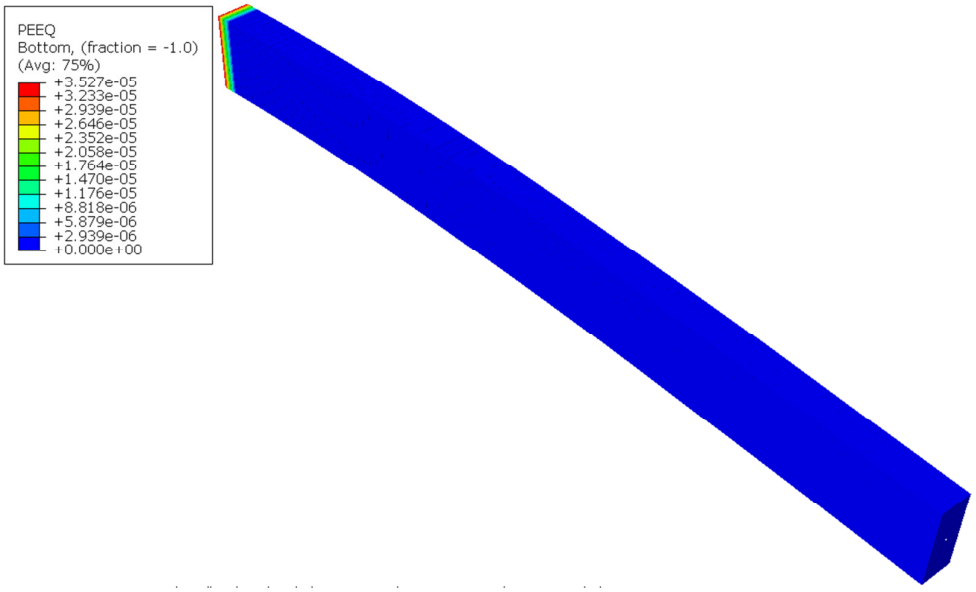
Slika 1. 10 Raspodjela naprezanja konzolne grede prilikom pojave prvih plastičnih deformacija pri iznosu sile *F*=3000 N.

Na sljedećoj slici je prikazana raspodjela naprezanja prema von Misesu kada konstrukcija postiže granično stanje, odnosno onu konfiguraciju tik prije kolapsa cijele konstrukcije, što se događa pri iznosu koncentrirane sile od *F*=4500 N.

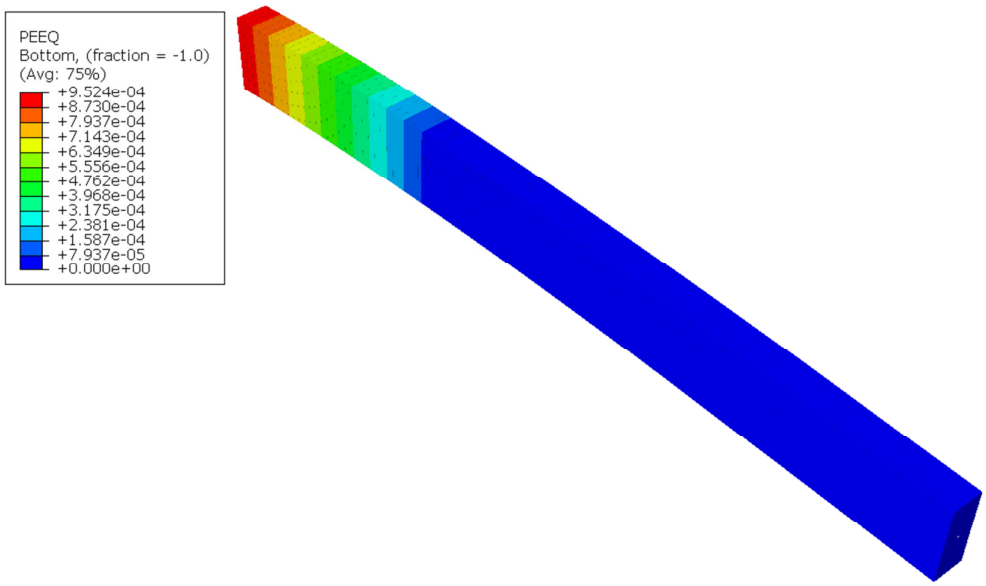


Slika 1. 11 Raspodjela naprezanja konzolne grede prilikom graničnog stanja pri iznosu sile *F*=4500 N.

Na sljedećoj slici prikazat ćemo rast plastičnih deformacija kao i širenje plastičnih zona s povećanjem koncentriane sile po inkrementima.



Slika 1. 12 Raspodjela prvih plastičnih deformacija pri iznosu sile *F*=3000 N.



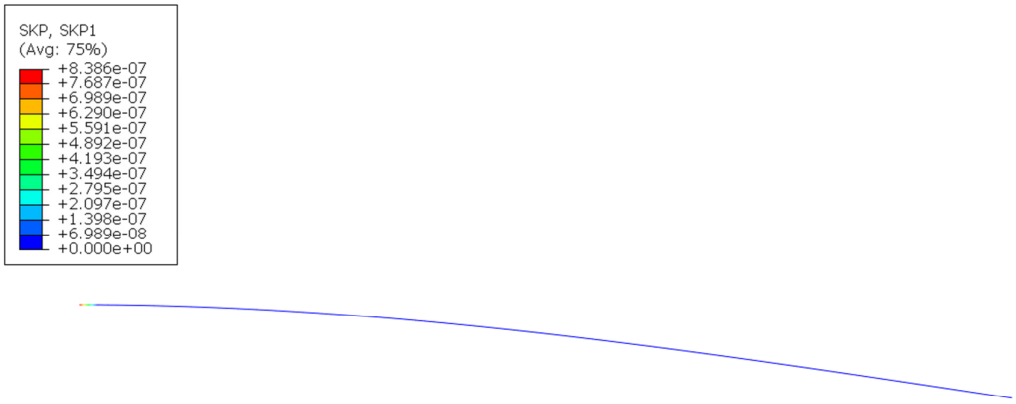
Slika 1. 13 Raspodjela plastičnih deformacija u graničnom stanju pri iznosu sile *F*=4500 N.

Na osnovu provedene analize vidimo kako granična sila izračunata analitičkim putem i putem programskog paketa Abaqus sa grednim konačnim elementom nije zadovoljavajuća iz

razloga jer dolazi do velike razlike u iznosu granične sile. U stvarnosti dolazi do kolapsa konstrukcije pri manjem iznosu sile te iz tog razloga moramo odabrati novu diskretizaciju metodom konačnih elemenata kako bi bolje opisali zadani problem te grešku u proračunu sveli na minimum. Za novi diskretizirani model odabiremo okvirni konačni element koji u odnosu na gredni element bolje opisuje ponašanje konstrukcije kada se ona nalazi u plastičnom području.

3.2.2. Numerička analiza – Abaqus okvirni konačni element

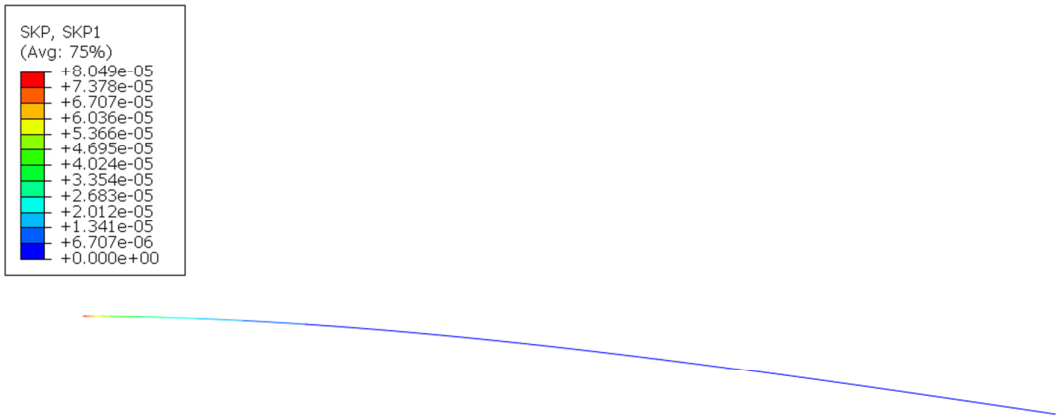
Slijedi prikaz plastičnih deformacija porastom opterećenja po inkrementima te možemo uočiti kako se maksimalno naprezanje širi od ruba A po duljini grede s porastom broja inkremenata, odnosno povećanjem koncentrirane sile koja djeluje na gredu.



Slika 1. 14 Pojava prvih plastičnih deformacija pri iznosu sile *F*=2750 N.

Prilikom provedbe analize putem Abaqus programskog paketa sa okvirnim elementom prve plastične deformacije se javljaju u 55 inkrementu analize pri iznosu koncentrirane sile na kraju konzolne grede od *F*=2750 N čime vidimo kako je poklapanje s analitičkim rješenjem postignuto. Također, ono što je bitno naglasiti je da su sve plastične deformacije koncentrirane u plastičnom zglobu u rubu A te daljnjim povećanjem opterećenja dolazi do propagacije plastičnog područja duž grede i rasta plastičnih deformacija u plastičnom zglobu

do kritične vrijednosti konačnog stanja prije samog kolapsa konstrukcije. Nadalje prikazujemo analizu sukladno sa povećanjem iznosa opterećenja.

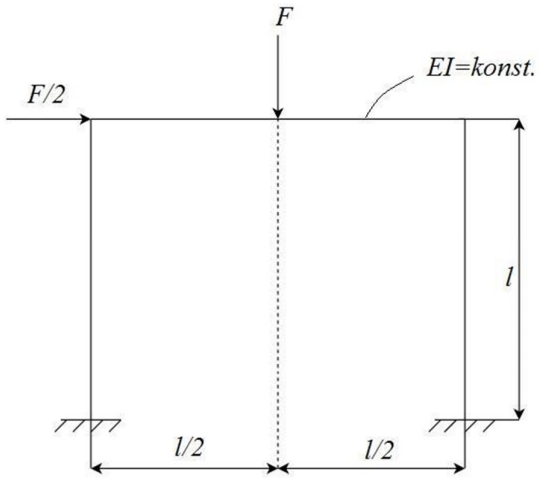


Slika 1. 15 Plastične deformacije u graničnom stanju konstrukcije pri iznosu sile *F*=4000 N.

Vidimo kako je u ovom slučaju granična sila manja nego što je to slučaj kod analize provedene sa grednim konačnim elementom. Sila pri kojoj dolazi do kolapsa konstrukcije u ovom slučaju iznosi F_{gr}=4000 N što također odgovara izračunatoj graničnoj sili analitičkim putem te možemo potvrditi kako je izbor okvirnog konačnog elementa za provedenu analizu bio ispravan.

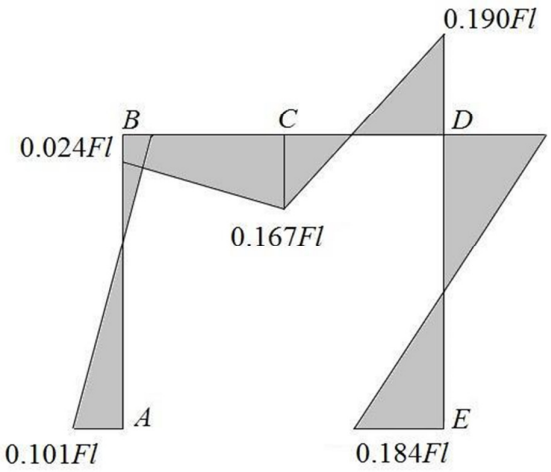
3.3. 2D Okvirni nosač

Za okvirni nosač zadanu i opterećenu prema slici treba odrediti granično stanje konstrukcije! Zadano:F=20000 N, l=500 mm, b=20 mm, h=45 mm, σ_1=200 N/mm^2, E=210000 N/mm^2, ν=0.3, ε_0=0, ε_1=0.02 .



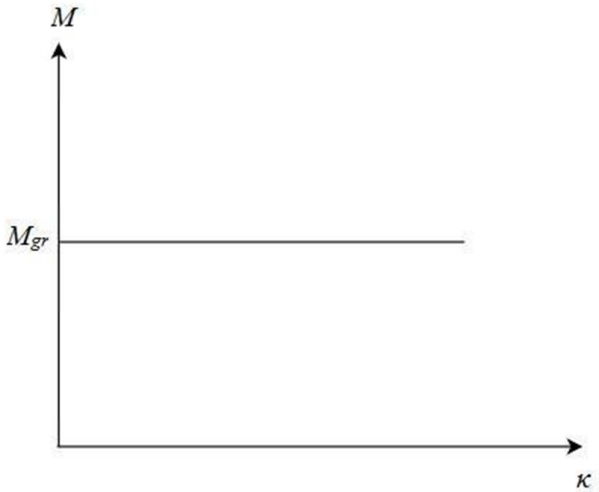
Slika 1. 16 2D Okvirni nosač

Prema slici vidimo kako je konstrukcija tri puta statički neodređena te da bi došlo do kolapsa konstrukcije, odnosno do onog stanja kada cijela konstrukcija postaje mehanizam moraju se po pravilu pojaviti četiri plastična zgloba. Plastični zglobovi pojaviti će se u kritičnim presjecima u kojima momenti savijanja dosegnu kritičnu vrijednost pri kojoj dolazi do širenja plastičnih deformacija po cijelom poprečnom presjeku.



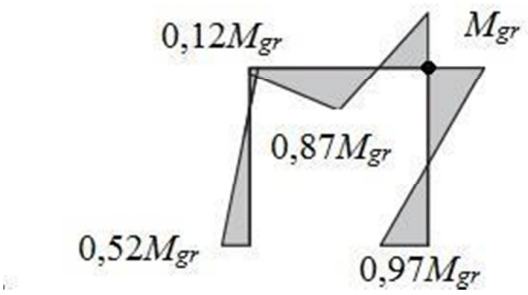
Slika 1. 17 Momentni dijagram savijanja

Za analitički izračun graničnog stanja konstrukcije i pojavu plastičnih zglobova koristit ćemo se metodom krutog plastičnog zgloba. Metoda se temelji na tome da se zanemaruju elastične deformacije te se konstrukcija smatra krutom sve do njezinog kolapsa kada postaje mehanizam. Za potrebe proračuna moramo pretpostaviti ovisnost graničnog momenta $_{Mgr}$ o zakrivljenosti κ što ćemo u ovom slučaju idealizirati na sljedeći način prikazanim na slici.



Slika 1. 18 Idealizacija graničnog momenta

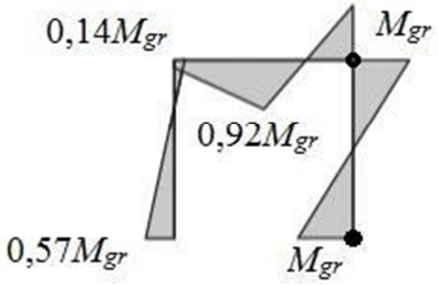
Gore prikazanim momentnim dijagramom savijanja vidimo kako je mjesto nastanka prvog plastičnog zgloba u točki D.



Slika 1. 19 Momentni dijagram-prvi plastični zglob

Nastajanje prvog plastičnog zgloba uzrokuje sila iznosa F_1=421052,63 N.

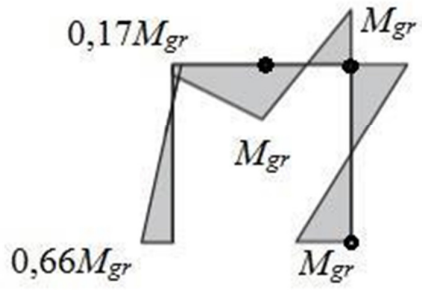
Iz gore navedene slike možemo uočiti kako je mjesto nastajanja drugog plastičnog zgloba u točki E. Za nastajanje drugog plastičnog zgloba dan je dijagram momenta savijanja u nastavku.



Slika 1. 20 Momentni dijagram-drugi plastični zglob

Sila koja uzrokuje pojavu drugog plastičnog zgloba iznosi F_2=484210,524 N.

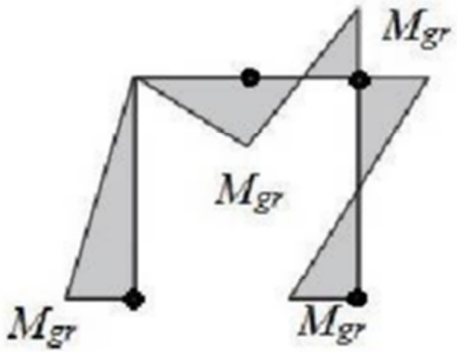
Treći plastični zglob prema gore navedenoj slici nastaje u točki C te je sukladno tome prikazan i odgovarajući momentni dijagram.



Slika 1. 21 Momentni dijagram-treći plastični zglob

Sila koja uzrokuje pojavu trećeg plastičnog zgloba iznosi F_3=526315,879 N.

Konačno, mjesto nastanka četvrtog plastičnog zgloba će biti u točki A što je prikazano i na sljedećem momentnom dijagramu. Momentni dijagram prikazuje stanje kada dolazi do kolapsa konstrukcije te ona postaje mehanizam, a sila pri kojoj se to događa iznosi F_4=526315,879 N.

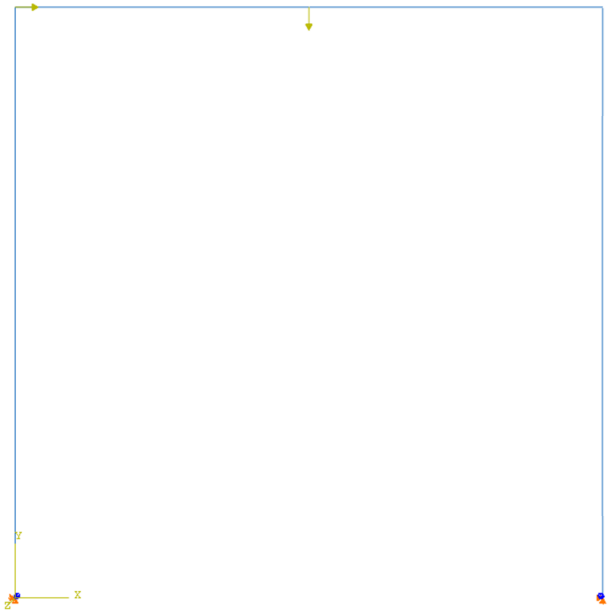


Slika 1. 22 Momentni dijagram-četvrti plastični zglob

U prethodnoj analitičkoj analizi prikazali smo sustavno nastajanje plastičnih zglobova po zadanoj konstrukciji s povećanjem opterećenja. Kako bi pravilno ispitali nosivosti konstrukcije odabiremo najnepovoljniji slučaj djelovanja opterećenja na nosač te kao graničnu silu odabiremo silu pri kojoj dolazi do pojave prvog plastičnog zgloba, a ona glasi: Fgr=421052,63 N.

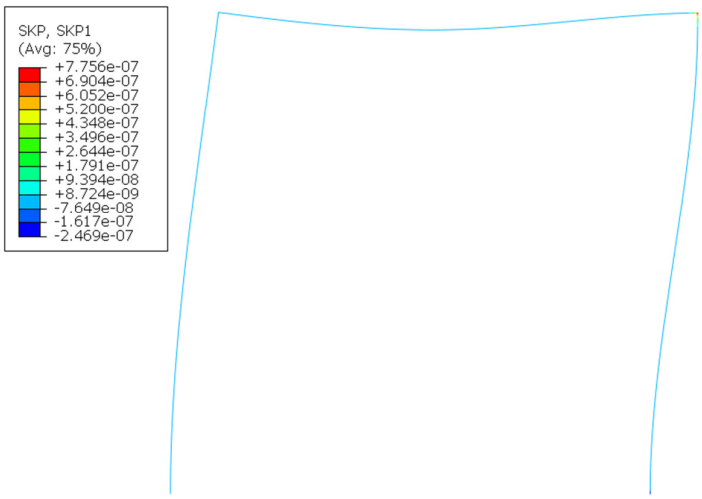
3.3.1. Numerička analiza 2D okvirnog nosača

Nakon provedene analitičke analize slijedi numerička analiza provedena putem programskog paketa Abaqus primjenom dvodimenzijskih okvirnih konačnih elemenata FRAME2D.

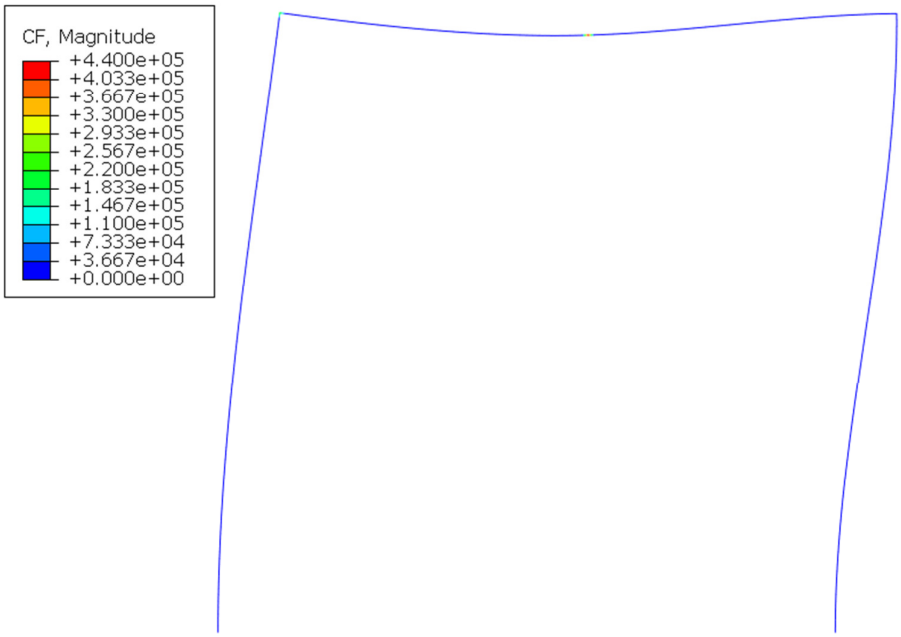


Slika 1. 23 2D Okvirni nosač

Na sljedećoj slici prikazano je kada dolazi do pojave prvih plastičnih deformacija, koje se u našem modelu pojavljuju pri iznosu sile F=440000 N. Vidimo kako se koncentracija plastičnih deformacija nalazi u točki D.

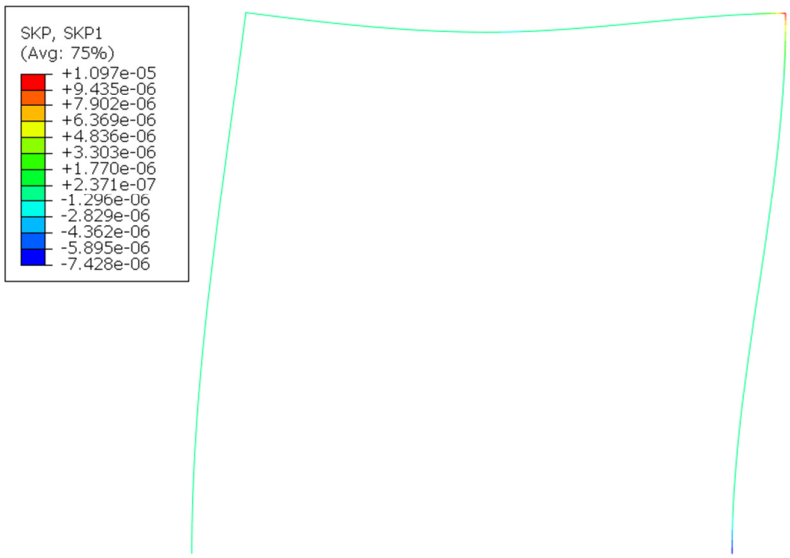


Slika 1. 24 Raspodjela plastičnih deformacija pri iznosu sile *F*=440000 N.

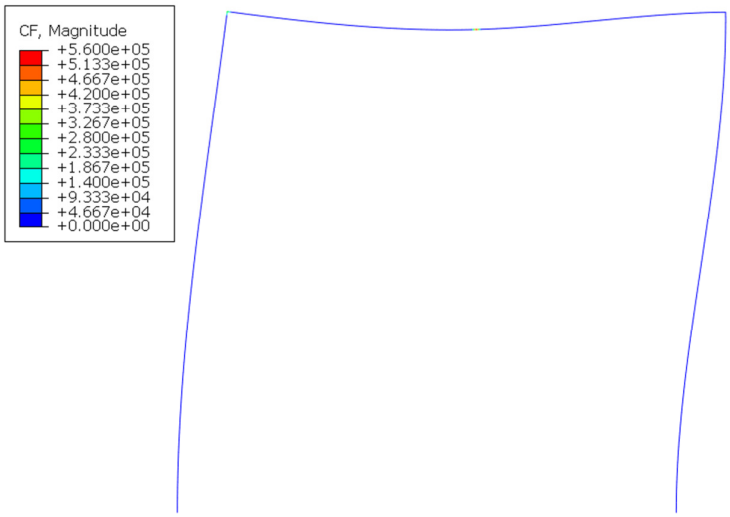


Slika 1. 25 Iznos opterećenja na okvir

Sljedeće prikazujemo granično stanje konstrukcije, a to se dešava pri graničnom iznosu sile od F=560000N.

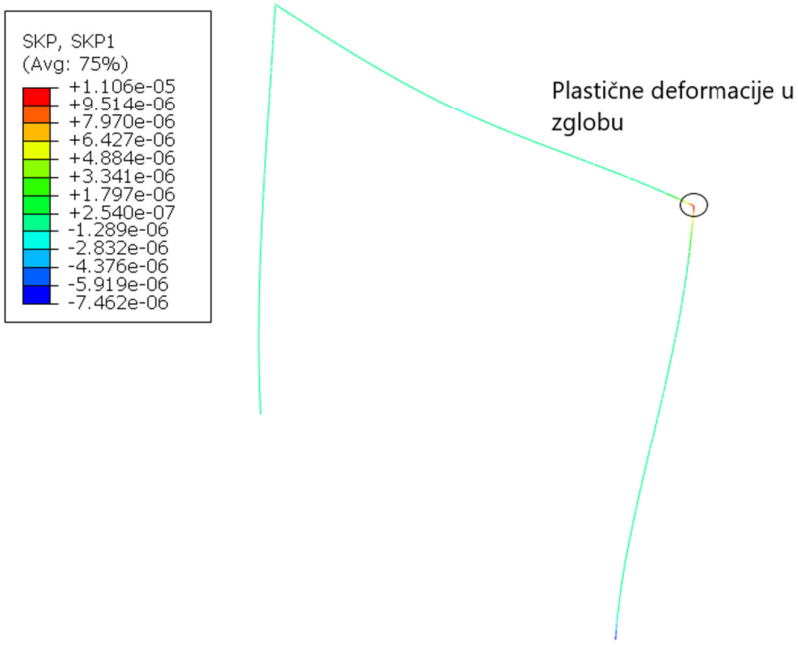


Slika 1. 26 Raspodjela plastičnih deformacija pri iznosu sile *F*=560000 N.



Slika 1. 27 Iznos graničnog opterećenja

Na sljedećoj slici prikazan je slučaj kada dolazi do kolapsa konstrukcije pri istom iznosu sile F=560000 N , ali je u ovom slučaju diskretizacija provedena sa 3D okvirnim konačnim elemntima FRAME3D. Iz poklapanja navedenih rješenja vidimo kako je verifikacija provedena uspješno te zadovoljava potreban uvjet za upotrebu u daljnjoj analizi.



Slika 1. 28 Raspodjela plastičnih deformacija upotrebom 3D okvirnog elementa pri iznosu sile F=560000 N.

4. ANALIZA ZADANOG MODELA

4.1. Opis problema

U ovom poglavlju prikazana je konstrukcija, definiran je materijal te je analiziran slučaj opterećenja konstrukcije kada se ona podiže za donje nauglice. Kontejnerska cisterna je cilindričnog oblika obujma 18 m^3 i ukupne težine 220 kN te je potrebno odrediti maksimalno dopušteno opterećenje okvira kontejnerske cisterne. Proračun je potrebno provesti za najnepovoljniji slučaj opterećenja prema elastičnom području.[3] Kako se najveća naprezanja i pomaci konstrukcije javljaju prilikom podizanja okvirne konstrukcije za donje nauglice, taj slučaj odabiremo kao kritični za daljnju analizu. Proračun je potrebno provesti primjenom metode konačnih elemenata pomoću programskog paketa Abaqus.

4.2. Promatrani model

Konstrukcija okvira kontejnerske cisterne sastoji se od prostorne rešetke izrađene od pravokutnih i kvadratnih čeličnih cijevi od konstrukcijskog čelika Č0363. Svojstva čelika dana su u sljedećoj tablici.

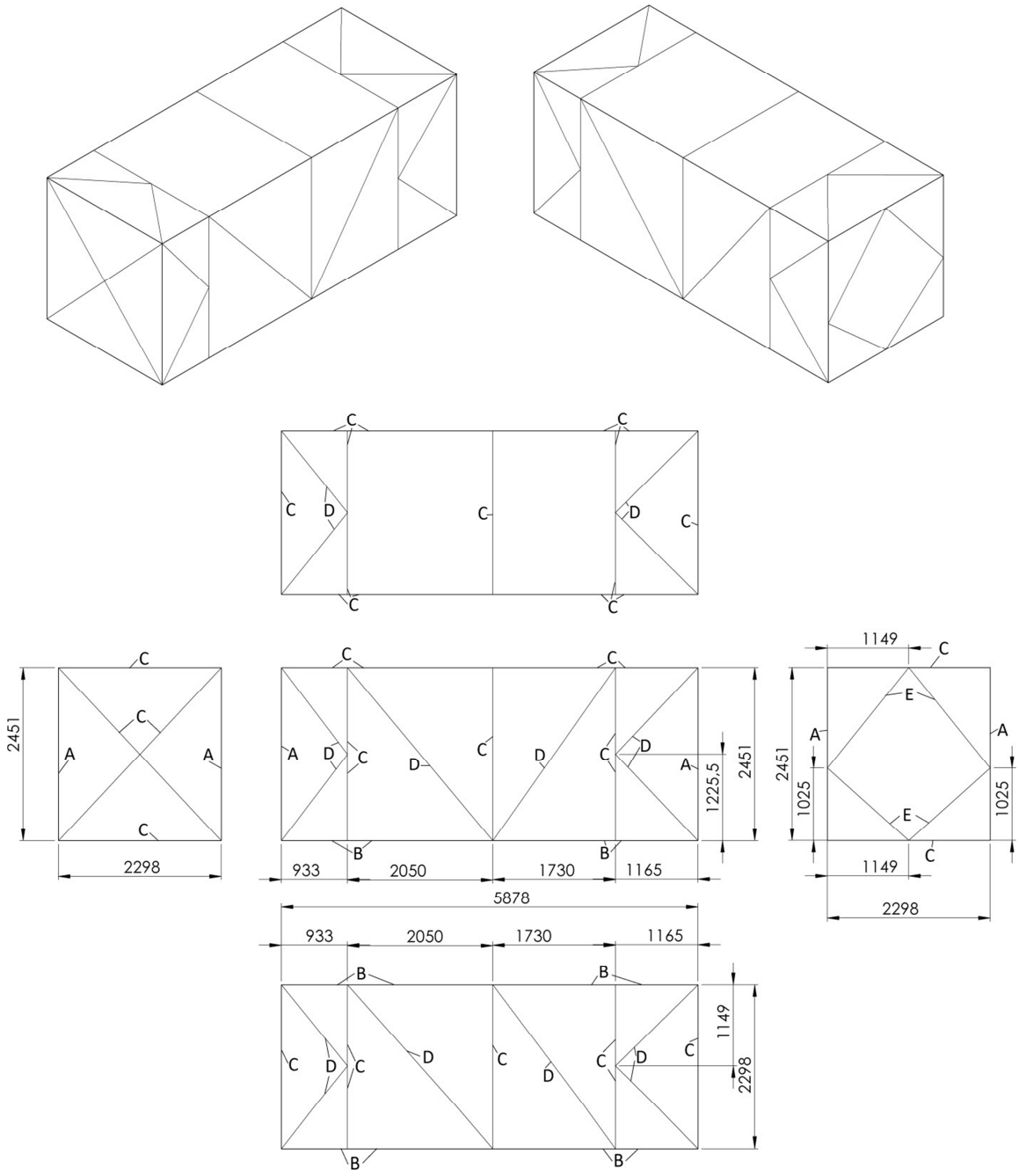
	Granica tečenja	Granica tečenja	Modul elastičnosti	Poissonov faktor
Konstrukcijski čelik Č 0363	σ_T=240 MPa	σ_M>370 MPa	E=200 GPa	ν=0,3

Tablica 1. 1 Dimenzije profila cijevi korištenih u konstrukciji.

Skica osnovne rešetke iz [3] s osnovnim dimenzijama prikazana je na Slici 1.29 koja je popraćena dimenzijama profila odnosno poprečnih presjeka cijevi zadanih na sljedeći način.

Ime profila	A	B	C	D	E
VxŠxD [mm]	160x160x7,1	150x150x5	100x100x4	70x70x3,5	100x60x5

Tablica 1. 2 Dimenzije profila cijevi korištenih u konstrukciji.



Slika 1. 29 Skica rešetke okvira kontejnerske cisterne

4.3. Promatrani slučaj opterećenja

Opterećenje okvira uslijed ukupne težine cisterne je preuzeto iz [3] gdje je proračunato na način kako je to prikazano na dolje navedenoj slici. Ukupna težina cisterne iznosi:

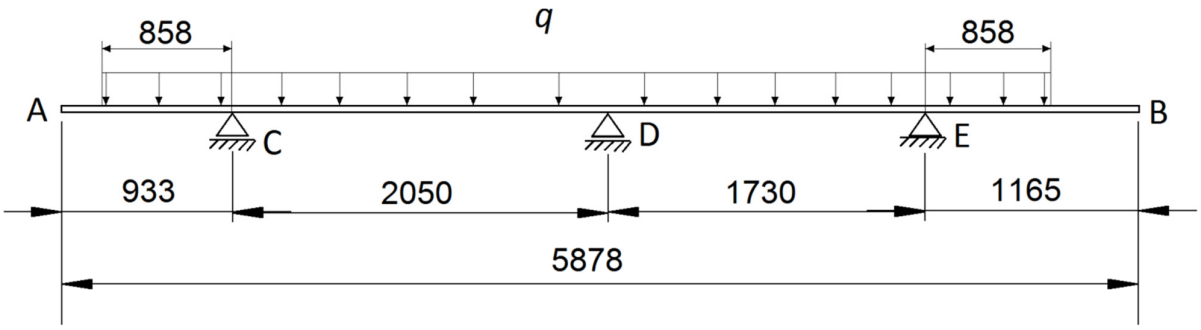
$$R_C=220 \text{ kN}.$$

Reakcije u osloncima uslijed težine cisterne, a time i sile kojima cisterna djeluje na okvir, su određene pomoću Castiglianova teorema u [3] i direktno su preuzete iz navedenog proračuna, a glase ovako:

$$F_C=77 \text{ kN},$$

$$F_D=71{,}1 \text{ kN},$$

$$F_E=71{,}9 \text{ kN}.$$



Slika 1. 30 Inercijsko opterećenje cisterne

Gore navedene izračunate sile uzimaju u obzir samo opterećenje izračunato uslijed kontinuiranog opterećenja težine cisterne. Proračun moramo provesti prema izračunatim silama koje uključuju i težinu same okvirne konstrukcije koja je zadana kao $G_0=20$ kN.

Nove izračunate sile na ovaj način razlikuje se od onih prethodno korištenih tako da je ukupna težina kontejnera dana s:

$$F_C=84 \text{ kN},$$

$$F_D=77{,}6 \text{ kN},$$

$$F_E=78{,}4 \text{ kN}.$$

U elasto-plastičnom proračunu našeg modela morali smo proporcionalno povećavati iznos sila sve dok ne dođe do plastičnog kolapsa konstrukcije kako bi ispitali granično stanje iste.

Korištene sile u elasto-plastičnoj analizi povećavane su proporcionalno te u graničnom stanju one iznose:

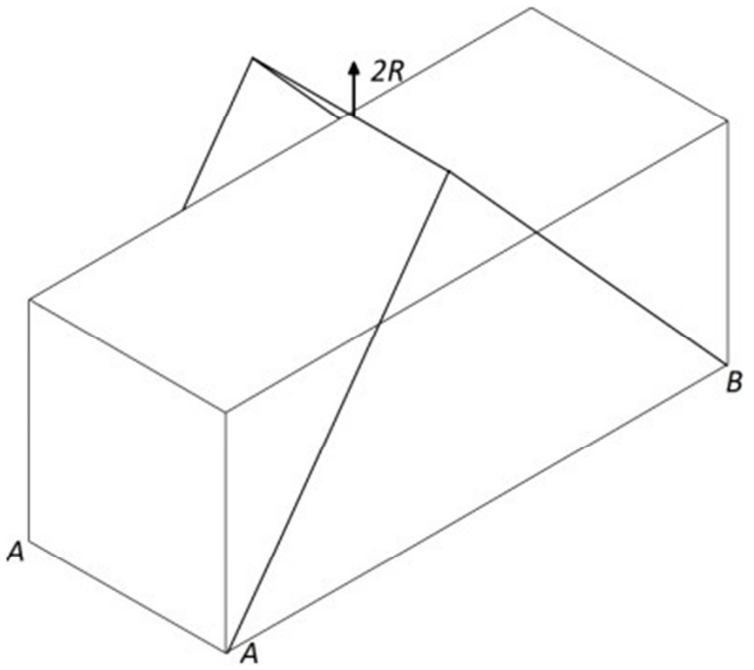
F_c'=252 kN,

F_D'==232,8 kN,

F_E'==235,2 kN.

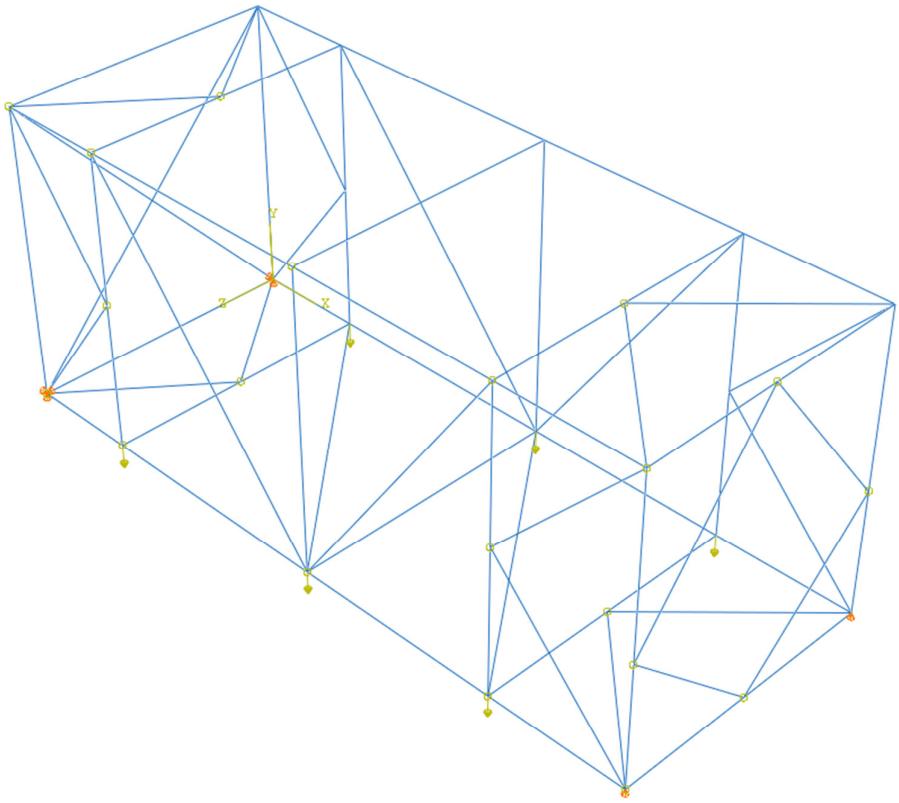
4.4. Podizanje za donje nauglice

Podizanje za donje nauglice vrši se prema slici 1.31. Da bi izbjegli nepotrebne rotacije kontejnera, sila podizanja *2R* mora biti iznad težišta. To se postiže na taj način da sile u točki *A* zatvaraju s horizontalnom osi kut od 45^0, a sile u točki *B* kut od $42{,}888^0$.



Slika 1. 31 Prikaz opterećenja- podizanje za donje nauglice

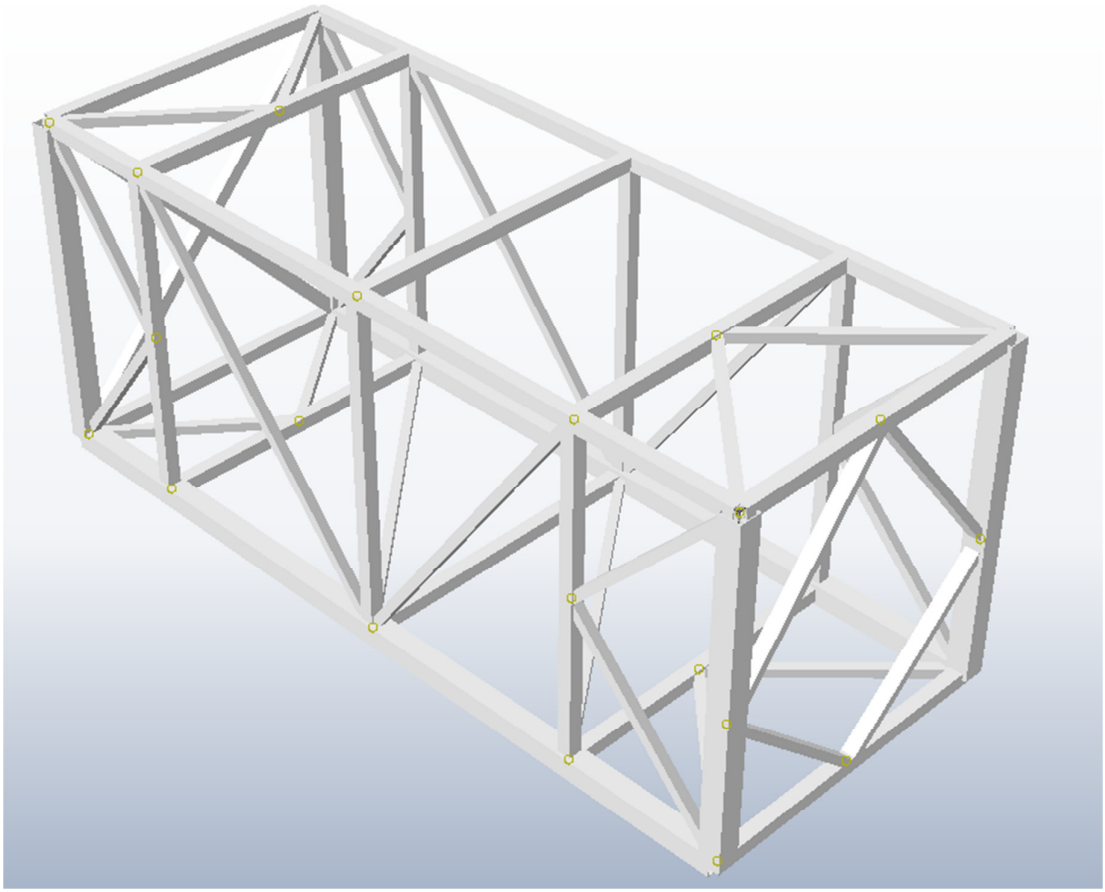
Kako bi izbjegli pomake krutog tijela, stavljamo ekvivalente rubne uvjete kako je prikazano na slici 1.33 te reakcijske sile koje ćemo dobiti moraju biti u ravnoteži s aktivnim sila prilikom dizanja kontejnera. Sile opterećenja koje djeluju na okvir su sile od ukupne težine cisterne sila te dvostruka težina samog okvira.



Slika 1. 32 Podizanje za donje nauglice-odgovarajući rubni uvjeti i koncentrirane sile

4.5. Analiza čvrstoće konstrukcije

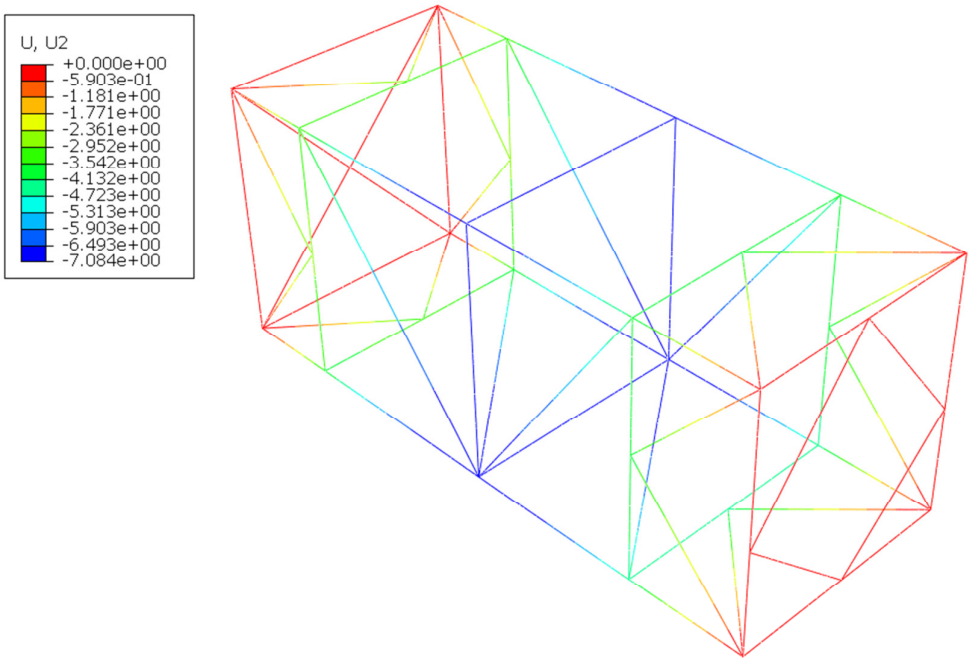
Promatrani slučaj opterećenja u ovoj analizi biti će podizanje okvirne konstrukcije za donje nauglice. Analiza je provedena pomoću programskog paketa Abaqus koristeći okvirne konačne elemente, konkretno 3D okvirne konačne elemente (FRAME3D) u Abaqusu. Opis samih konačni elemenata je dan u prethodnim poglavljima. Analiza provedena u nastavku nastavlja se analogno na analizu u elastičnom području za najnepovoljniji slučaj opterećenja. Oblik nedeformirane konstrukcije vidljiv je na slici .



Slika 1. 33 Nedeformirani oblik konstrukcije

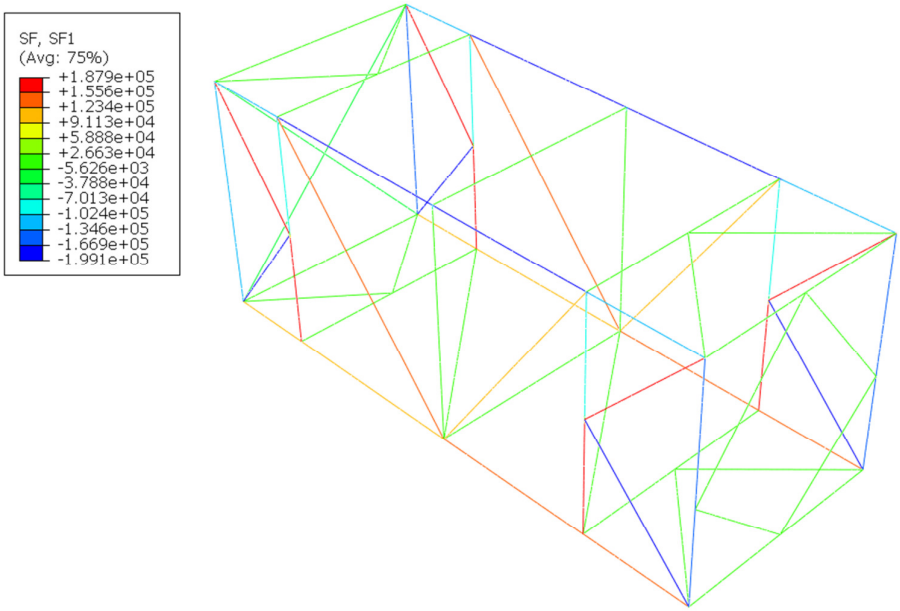
Kao što je već spomenuto kod slučaja podizanja za donje nauglice, sile podizanja su zamijenjene zglobnim i kliznim osloncima u tim točkama. Prvo smo razmatrani problem modelirali koristeći gredne konačne elemente te smo zadali opterećenje uzrokovano težinom cisterne i težinom same okvirne konstrukcije. Kako bi ispitali granično stanje konstrukcije morali smo sukladno opterećenju uzrokovano težinom cisterne i same okvirne konstrukcije, postepeno povećavati opterećenje na zadanu konstrukciju da bi došli do traženih rezultata. Kako bi što preciznije odredili trenutak u kojem dolazi do pojave prvih plastičnih deformacija i trenutka opterećenja prije samog kolapsa konstrukcije, odnosno stanja kada se konstrukcija počinje ponašati kao mehanizam te gubi svoju nosivost, koristili smo 3D okvirne konačne elemente.

Na slici je prikazan proračunski model i njegova raspodjela pomaka u trenutku prije same pojave plastičnih deformacija pri iznosu sile od F=207.9 kN.



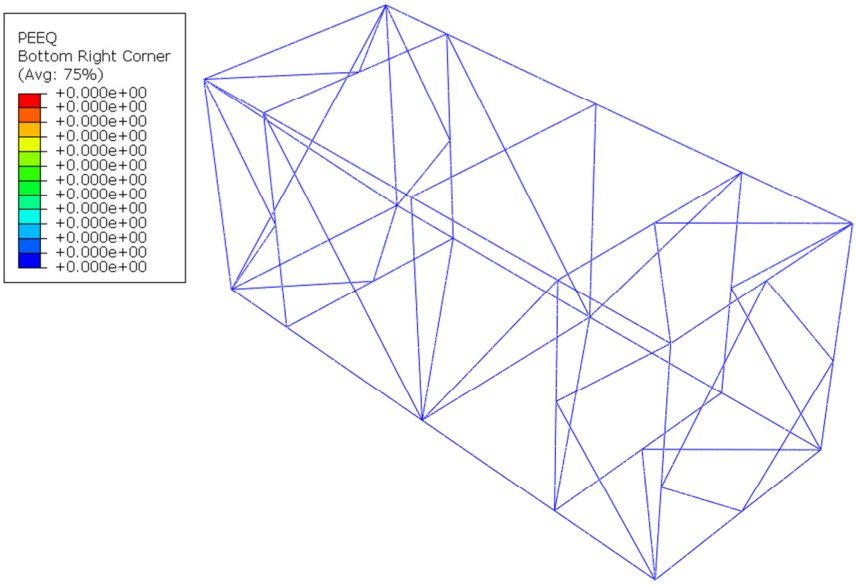
Slika 1. 34 Raspodjela pomaka

Zatim je pri istom opterećenju prikazana raspodjela osnih sila izraženih u N.



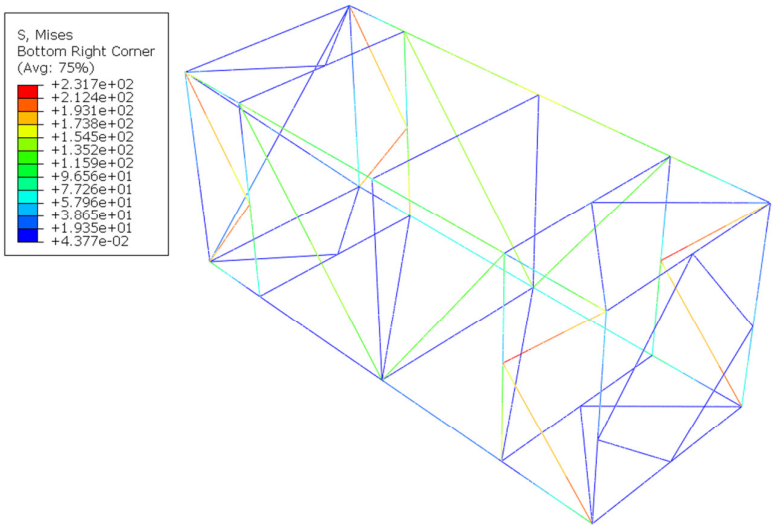
Slika 1. 35 Raspodjela osnih sila

Vidimo kako pri ovom iznosu opterećenja još ne dolazi do pojave plastičnih deformacija u konstrukciji te su one jednake nuli.



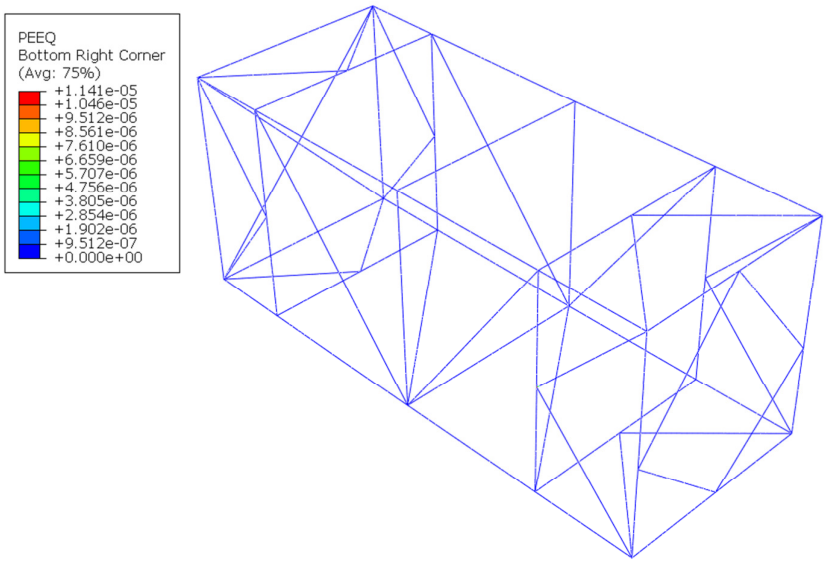
Slika 1. 36 Rapodjela plastičnih deformacija u slučaju opterećenja F=207.9 kN

Na sljedećoj slici navedeno je naprezanje konstrukcije prema von Misesu uslijed navedene sile *F*.



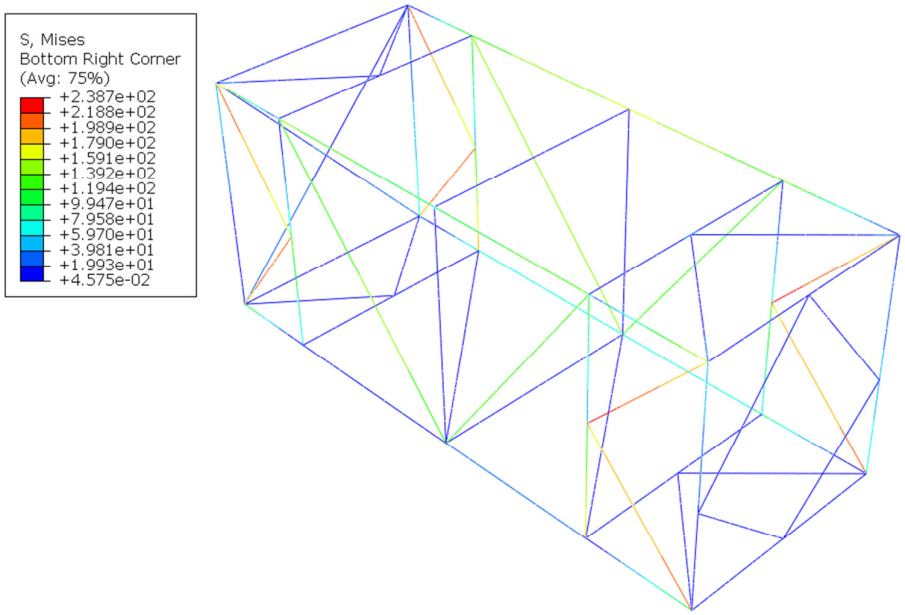
Slika 1. 37 Raspodjela naprezanja prema von Misesu u slučaju opterećenja F=207,9 kN

Sljedeći razmatrani slučaj je u trenutku kada se u konstrukciji povaljuju prve plastične deformacije, što znači da prelazimo iz elastičnog stanja deformiranja u plastično te prestaju vrijediti konstitutivne relacije za elastično područje. Prve plastične deformacije u konstrukciji se javljaju pri iznosu sile *F*=214,2 kN.



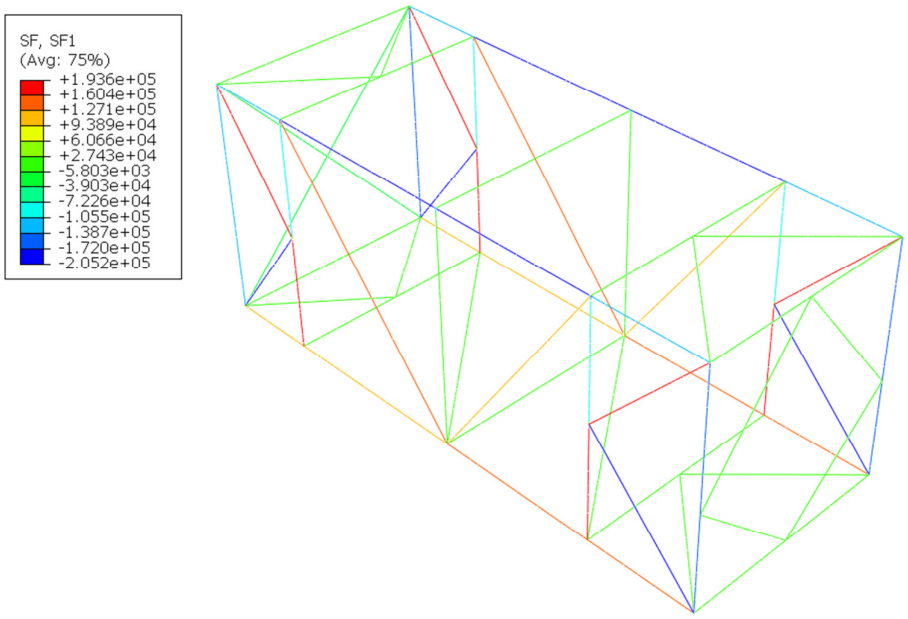
Slika 1. 38 Rapodjela plastičnih deformacija u slučaju opterećenja F=214,2 kN

Za navedeni slučaj prikazana je raspodjela naprezanja.

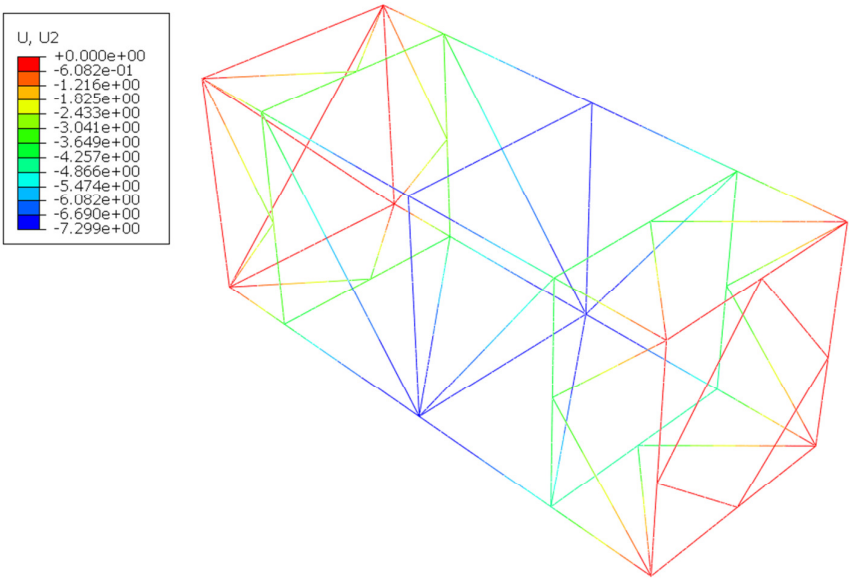


Slika 1. 39 Raspodjela naprezanja prema von Misesu u slučaju opterećenja F=214,2 kN

Nakon naprezanja, prikazat ćemo raspodjelu osnih sila te raspodjelu pomaka.

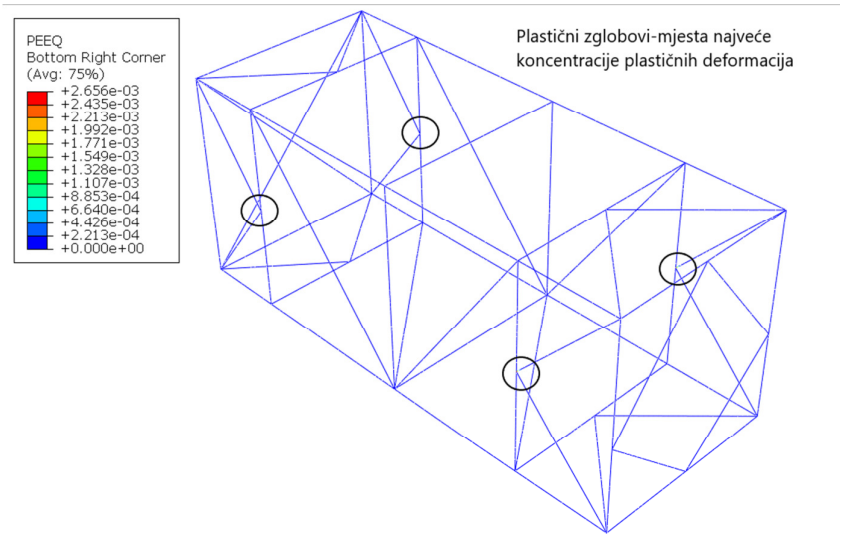


Slika 1. 40 Raspodjela osnih sila pri iznosu sile F=214,2 kN.

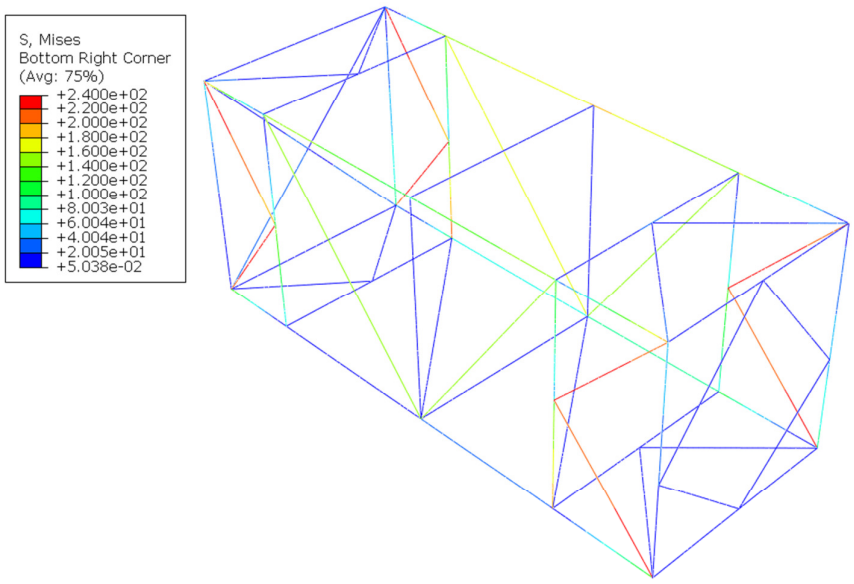


Slika 1. 41 Raspodjela pomaka

Sljedeće stanje konstrukcije je granično stanje kod kojeg su najveće plastične deformacije koncentrirane u plastičnim zglobovima na krajevima elementa, a naprezanja su maksimalna moguća. Razmatrano stanje konstrukcije je ono pri kojemu dolazi do kolapsa konstrukcije te se cijela konstrukcija počinje ponašati kao mehanizam te gubi svoju nosivost što je i bio krajnji cilj ove analize. Do kolapsa konstrukcije dolazi pri iznosu sile od F=245,7 kN.



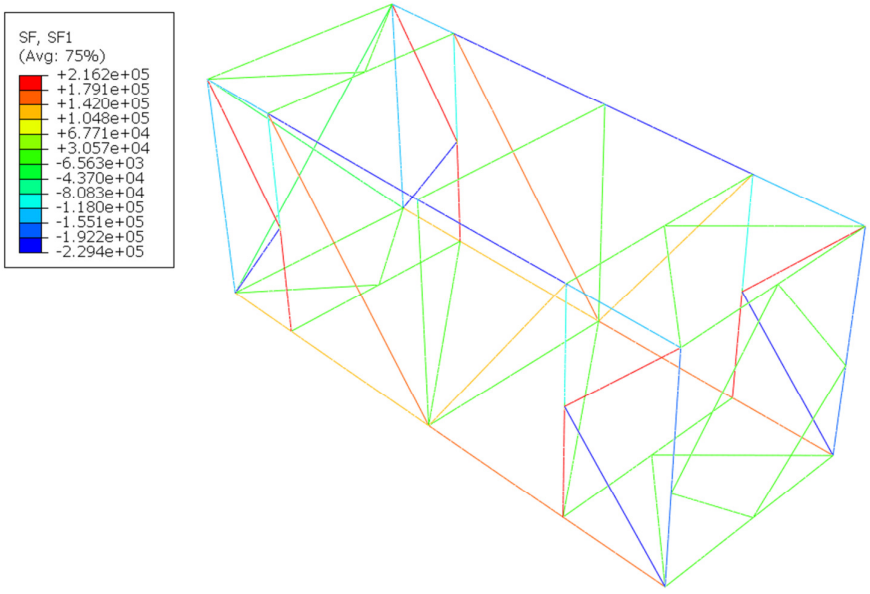
Slika 1. 42 Rapodjela plastičnih deformacija u slučaju opterećenja F=245,7 kN



Slika 1. 43 Raspodjela naprezanja prema von Misesu u slučaju opterećenja F=245,7 Kn

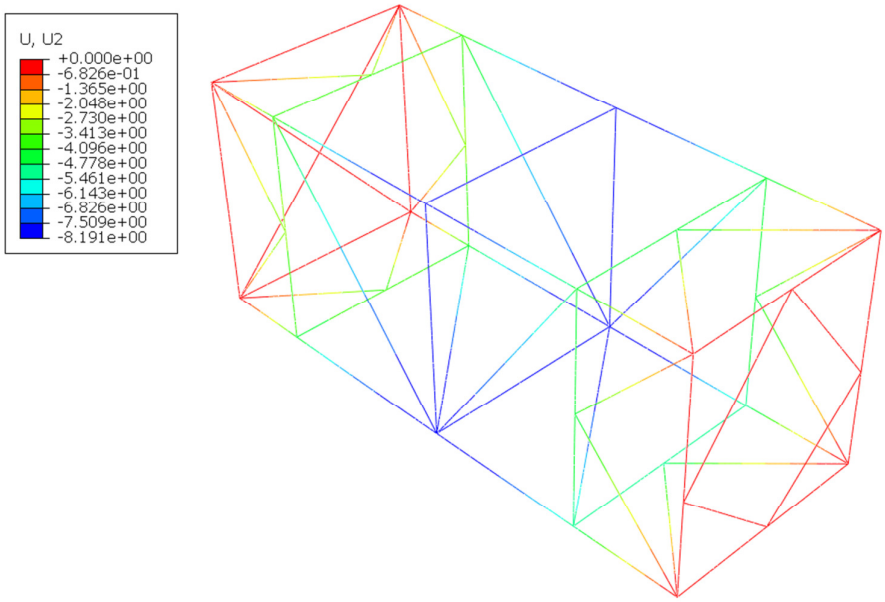
Iz prikazane analize vidimo kako su plastične deformacije koncentrirane u plastičnim zglobovima bočne strane okvirne konstrukcije. Sukladno tome i samom opterećenju maksimalna naprezanja se javljaju također na bočnim stranama konstrukcije.

Sljedeće smo prikazali raspored osnih sila pri danom opterećenju.



Slika 1. 44 Raspodjela osnih sila pri iznosu sile F=245,7 kN.

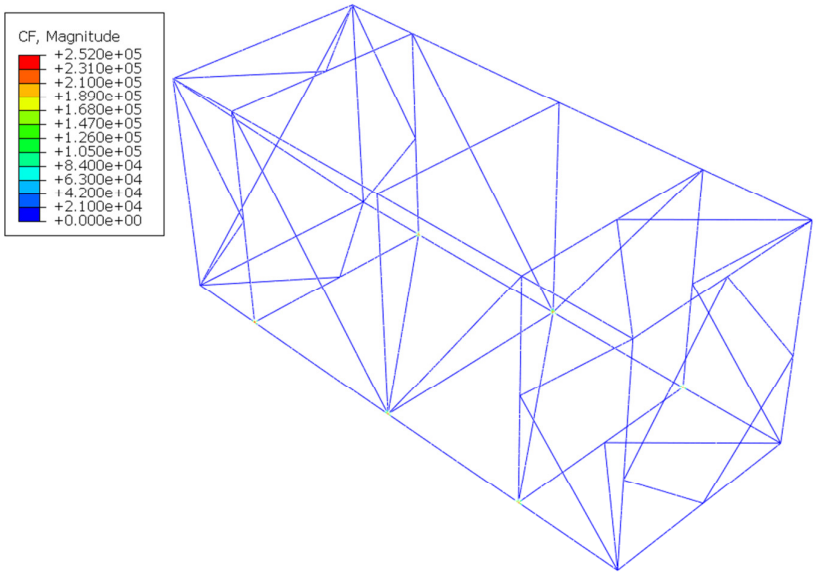
Na zadnjoj slici prikazana je raspodjela pomaka za navedeni slučaj i opterećenje u krajnjem stanju analize prije kolapsa konstrukcije.



Slika 1. 45 Raspodjela pomaka

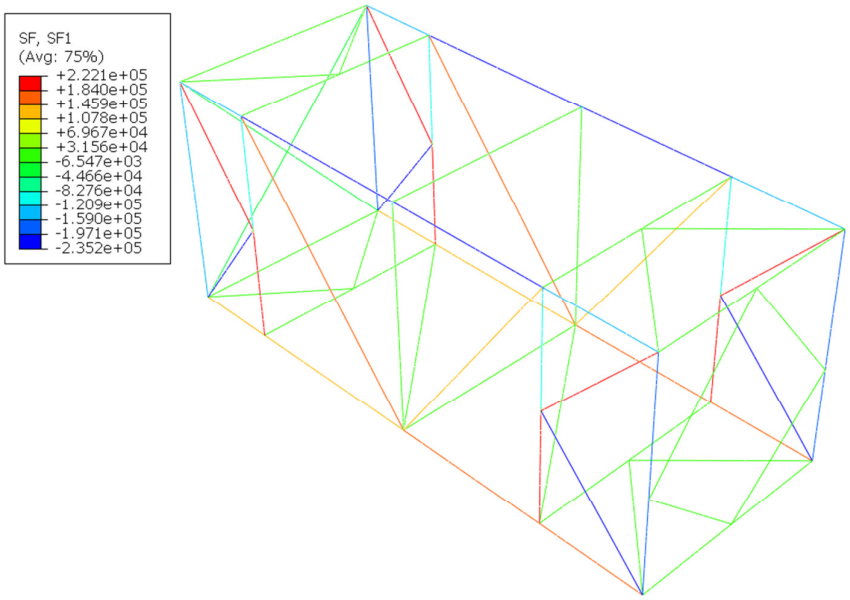
Provedenom analizom sa 3D okvirnim elementom vidimo kako se iznos granične sile povećao sa dosadašnjih F=245,7 kN izračunatih pomoću grednih konačnih elemenata na iznos konačne sile od F=252,0 kN. Preciznim izračunom granične sile možemo i za ostale slučajeve opterećenja možemo optimirati konstrukciju.

U nastavku ćemo prikazati izvršenu analizu diskretiziranu sa 3D okvirnim konačnim elementima. Na sljedećoj slici vidimo kako konačni iznos sile za naš promatrani model iznosi F=252,0 kN



Slika 1. 46 Diskretizacija 3D okvirnim elementom- prikaz granične sila u trenutku kolapsa konstrukcije

Na sljedećoj slici je prikazana raspodjela osnih sila po elementima promatrane konstrukcije u konačnom stanju opterećenja.



Slika 1. 47 Slika 1. 48 Raspodjela osnih sila pri iznosu sile F=252,0 kN.

Iz navedene analize vidimo kako promatrani model okvirne konstrukcije podnosi opterećenje sve do iznosa granične sile F=252,0 kN. Omjer granične sile i sile koja uzrokuje pojavu prvih plastičnih deformacija nazivamo faktor povećanja nosivosti k_f te se on može izračunati na sljedeći način:

$$k_f = \frac{F_{gr}}{F_T}.$$

Prilikom analize vidimo kako je iznos sile pri kojoj dolazi do pojave prvih plastičnih deformacija F_T=214,2 kN, dok je iznos granične sile F_{gr}=252,0 kN iz čega možemo odrediti faktor povećanja nosivost.

Faktor povećanja nosivosti glasi:

$$k_f = \frac{F_{gr}}{F_T} = \frac{252{,}0}{214{,}2} = 1{,}18.$$

5. ZAKLJUČAK

U ovom završnom radu provedena je analiza štapnih konstrukcija u elasto-plastičnom području. Promatrano je stanje nastanka prvih plastičnih deformacija te granično stanje prije samog kolapsa konstrukcije. Proračuni su provedeni na analitički i numerički način te smo se za numeričku analizu koristili programskim paketom Abaqusom 6.14-5 čija se analiza temelji na metodi konačnih elemenata.

Metodom konačnih elemenata u programskom paketu Abaqus napravili smo verifikaciju na jednostavnijim primjerima kako bi utvrdili ispravnost analize i odabira konačnog elementa za promatrani model. Prvo je verifikacija provedena na gredi pravokutnog poprečnog presjeka opterećenoj na savijanje koncentriranom silom, a numerička analiza je provedena prvo pomoću grednog, a zatim pomoću okvirnog konačnog elementa. Zatim smo napravili proračun 2D okvirnog nosača te također proveli analizu sa grednim i okvirnim konačnim elementom. Pratili smo trenutak nastajanja plastičnih deformacija te kontinuirano povećanje plastičnih deformacija elementa uzrokovanih povećanjem opterećenja te smo ispitivali stanje pojedine konstrukcije u trenutku kada dolazi do plastičnog kolapsa konstrukcije. Uspoređujući rješenja dobivena numeričkim putem sa onim izračunatih analitički dolazimo do zaključka kako je okvirni element pogodan za određivanje kolapsa konstrukcije u elasto-platičnom području te dolazi do bolje konvergencije rješenja.

Nakon verifikacije, izvršili smo analizu za prostornu okvirnu konstrukciju. Opterećenje okvirne konstrukcije je prikazano preko koncentriranih sila dobivenih Castiglianovim teoremom na način da je težina cisterne i težina samog okvira prikazana kao kontinuirano opterećenje. Numeričkim proračunom zadanog modela utvrđen je iznos sile pri kojem nastaju prve plastične deformacije te je opisano stanje neposredno prije pojave prvih plastičnih deformacija kao i ono kod kojeg dolazi do plastičnog kolapsa konstrukcije. Navedeno krajnje stanje je odabrano kao granično jer konstrukcija pri daljnjem povećanju sile gubi svoju nosivost i počinje se ponašati kao mehanizam. Određen je i faktor povećanja nosivosti konstrukcije.

Ovom numeričkom analizom konstrukcija, omogućena je daljnja optimizacija konstrukcija za njihovu bolju upotrebu u praksi.

6. LITERATURA

[1] Sorić, J., Metoda konačnih elemenata, Golden marketing, Zagreb, 2004.

[2] ABAQUS, „Abaqus Documentation“, Version 6.14, Dasssault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2014.

[3] Alfirević, I., Sorić, J.: Proračun čvrstoće cisterne-kontejnera V=18 m^3, FSB, Zagreb

[4] Pustaić, D., Cukor, I., Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti, sažetak predavanja, elektroničko izdanje, dostupno na web stranicama Zavoda za tehničku mehaniku, Zagreb, 2009.

[5] Alfirević, Ivo. Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma, Golden makreting, Zagreb,2003

[6] J. Chakrabarty, Theory of Plasticity, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 2006.

[7] J. Lubliner, Plasticity Theory, Dover Publication Inc., Mineola, New York, 1990.

[8] W.F Chen, D.J Han, Plasticity for Structural Engineers, Springer Verlag, New York, 1988.

7. PRILOZI

I. CD-R disc