

# Usporedba pomorstvenih karakteristika regatnih jedrilica

---

**Petrović, Dino**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2018**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:640859>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-25**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

**Dino Petrović**

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Ivan Čatipović, dipl. ing.

Student:

Dino Petrović

Zagreb, 2018.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem mentoru doc. dr. sc. Ivanu Čatipoviću, dipl. ing. na strpljenju, susretljivosti, savjetima te prenesenom znanju prilikom izrade ovog rada. Također zahvaljujem Brittonu Wardu na pruženim preporukama i podacima za Volvo Ocean 60.

Dino Petrović



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**  
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne i diplomske ispite studija brodogradnje



Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Dino Petrović**

Mat. br.: 42735166277

Naslov rada na hrvatskom jeziku:

**USPOREDBA POMORSTVENIH KARAKTERISTIKA REGATNIH JEDRILICA**

Naslov rada na engleskom jeziku:

**COMPARISON OF SEAKEEPING CHARACTERISTICS OF RACING SAILBOATS**

Opis zadatka:

Tema završnog rada je usporedba pomorstvenih značajki različitih regatnih jedrilica. Proračuni se trebaju temeljiti na teoriji potencijalnog strujanja uz primjenu trodimenzijske metode rubnih elemenata (eng. boundary element method).

Proračun provesti za zadane:

- brzine napredovanja pojedinog broda,
- smjerove nailaska valova,
- stanja valovitog mora.

U okviru završnog rada potrebno je:

1. Proračunati prijenosne funkcije odziva pojedinog broda.
2. Proračunati spektre odziva pojedinog broda te značajne vrijednosti odziva.
3. Napraviti sistematičan prikaz dobivenih rezultata.

U radu treba koristiti programski paket HydroSTAR (Bureau Veritas) dostupan na FSB-u.

Zadatak zadan:

30. studenog 2017.

Zadatak zadao:

*Ćatipović*

Doc. dr. sc. Ivan Ćatipović

Rok predaje rada:

1. rok: 23. veljače 2018.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2018.
3. rok: 21. rujna 2018.

Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 26.2. - 2.3. 2018.
2. rok (izvanredni): 2.7. 2018.
3. rok: 24.9. - 28.9. 2018.

Predsjednica Povjerenstva:

*Nastia Degiuli*

Prof. dr. sc. Nastia Degiuli

## SADRŽAJ

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VII
SUMMARY .....	VIII
1. UVOD.....	1
2. POMORSTVENOST BRODA.....	2
2.1. Valovi.....	2
2.2. Linearna teorija valova.....	3
2.2.1. Harmonijski progresivni val.....	3
2.2.2. Potencijalna teorija.....	4
2.2.3. Uvjeti potencijalne teorije valova .....	11
2.3. Morski valovi .....	12
2.4. Interakcija broda i valova.....	13
2.5. Potencijal brzine strujanja u valu .....	14
2.5.1. Model nepomičnog tijela na valu.....	14
2.5.2. Model njihanja tijela u mirnoj tekućini.....	15
2.6. Susretni kut i susretna frekvencija .....	16
2.7. Stupnjevi slobode gibanja broda .....	17
2.7.1. Translacijska gibanja.....	17
2.7.2. Rotacijska gibanja .....	17
2.8. Odziv broda na valovima .....	18
2.9. Odabrano područje .....	20
3. ODABRANI BRODOVI.....	22
3.1. Volvo Ocean 60 – „Amer Sports Too“ (Farr, 2001.).....	22
3.2. Volvo Open 70 – „ABN Amro One“ (Juan-K, 2005.).....	24
4. PRORAČUN .....	27
4.1. Princip rada programskog paketa HydroSTAR .....	27
4.2. Priprema podataka i proračun .....	27
4.3. Prikaz rezultata.....	28
4.3.1. Spektri odziva za $\alpha_1$ i $U_1$ .....	29
4.3.2. Spektri odziva za $\alpha_1$ i $U_2$ .....	30
4.3.3. Spektri odziva za $\alpha_1$ i $U_3$ .....	32
4.3.4. Spektri odziva za $\alpha_2$ i $U_1$ .....	33
4.3.5. Spektri odziva za $\alpha_2$ i $U_2$ .....	35
4.3.6. Spektri odziva za $\alpha_2$ i $U_3$ .....	36
4.3.7. Spektri odziva za $\alpha_3$ i $U_1$ .....	38
4.3.8. Spektri odziva za $\alpha_3$ i $U_2$ .....	39
4.3.9. Spektri odziva za $\alpha_3$ i $U_3$ .....	41

---

5. ZAKLJUČAK.....	44
LITERATURA.....	45

**POPIS SLIKA**

Slika 1.	Pravilni ravninski val.....	4
Slika 2.	Venturijeva cijev .....	6
Slika 3.	Prirast $v_x$ po $dx$ .....	7
Slika 4.	Vektorsko polje s izraženom vrtložnosti (1) .....	8
Slika 5.	Vektorsko polje s izraženom vrtložnosti (2) .....	9
Slika 6.	Prirast $v_x$ po $dz$ .....	9
Slika 7.	Prijenos energije nailaznog vala.....	13
Slika 8.	Susretni ili kursni kut .....	16
Slika 9.	Susretni ili kursni kut .....	18
Slika 10.	Planetarni vjetrovi .....	20
Slika 11.	Amer Sports Too u blizini rta Dobre nade, [10].....	22
Slika 12.	Nacrt linija, [8] .....	23
Slika 13.	ABN Amro One „glisira“ niz vjetar, [10] .....	24
Slika 14.	Nacrt linija, [8] .....	25
Slika 15.	Nacrt jedara, [8].....	26



## **POPIS TABLICA**

Tablica 1. Značajne vrijednosti amplitude odziva, [m].....	42
Tablica 2. Značajne vrijednosti amplitude odziva, [m].....	43

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$M_{ij}$	kg	matrica vlastite mase broda
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća morske vode
$p$	Pa	tlak
$g$	m/s <sup>2</sup>	ubrzanje zemljine sile teže
$A_{jk}$		matrica dodatne mase
$B_{jk}$		matrica prigušenja
$C_{jk}$		matrica hidrostatske krutosti
$H_{1/3}$	m	značajna valna visina
$x,y,z$		translacijski koordinatni sustav
$x_0,y_0,z_0$		nepomični koordinatni sustav
$x_b,y_b,z_b$		koordinatni sustav broda
$H_{Ra}$		prijenosna funkcija
$R_a$		amplituda odziva
$T_z$	s	nulti period vala
$T_m$	s	modalni period vala
$U$	m/s	brzina broda
$L$	m	duljina broda
$\omega$	rad/s	frekvencija vala
$\omega_e$	rad/s	susretna frekvencija

$\Phi$	$m^2/s$	potencijal brzine strujanja
$\Phi_0$	$m^2/s$	potencijal nailaznog vala
$\Phi_7$	$m^2/s$	difrakcijski potencijal
$\zeta$	m	elevacija vala
$\zeta_a$	m	amplituda vala
$\lambda$	m	valna duljina
$RAO$		operator amplitude odziva
$S_\zeta$	$m^2s$	spektar valova
$S_R$	$m^2s$	spektar odziva
<b>i, j, k</b>		jedinični vektori u smjeru osi $x, y$ i $z$ redosljedno
$m_n$	$m^2s^n$	n-ti moment spektra
$t$	s	vrijeme
$u, v_x$	m/s	komponenta brzine čestice fluida u smjeru osi $x$
$w, v_z$	m/s	komponenta brzine čestice fluida u smjeru osi $z$
$a_{ij}$	kg/m	dvodimenzijaska dodatna masa u smjeru $i$ , uslijed njihanja u smjeru $j$
$b_{ij}$	kg/ms	dvodimenzijaski koeficijent prigušenja u smjeru $i$ , uslijed njihanja u smjeru $j$
$\eta_{ai}$	m	amplituda $i$ -tog oblika njihanja ( $i=1,2,3$ )
$\eta_{ai}$	rad	amplituda $i$ -tog oblika njihanja ( $i=4,5,6$ )

## **SAŽETAK**

Cilj ovog završnog rada je usporedba pomorstvenih karakteristika dvije regatne jedrilice. U svrhu usporedbe, forme su modelirane te su proračunate prijenosne funkcije i spektri odziva za zadane kutove nailaska vala, zadane brzine i zadane kutove bočnog nagiba. U obzir su uzeti svi stupnjevi slobode gibanja, ali je proračun izvršen samo za posrtanje.

Forme jedrilica modelirane su u programskom paketu Rhinoceros 5. Proračun prijenosnih funkcija izveden je u programskom paketu HydroSTAR (Bureau Veritas) metodom rubnih elemenata (eng. boundary element method), a temelji se na potencijalnom strujanju i trodimenzionalnoj diskretizaciji broskog trupa na velik broj pločastih rubnih elemenata.

Rezultati su pokazali da dizajni novijeg datuma imaju malo lošije pomorstvene karakteristike za zadane uvjete.

Ključne riječi: pomorstvenost, jedrilica, regata, potencijalno strujanje, metoda rubnih elemenata

## **SUMMARY**

The objective of this final assignment is to analyse and compare seakeeping characteristics of two racing sailboats. To compare these designs, the hulls were modelled and transfer functions calculated, as well as response spectrums for each angle of approach, speed and heel angle. All six degrees of freedom were considered, but the calculation was carried out just for pitch.

The hulls were modelled in Rhinoceros 5. The calculation of transfer functions was carried out in HydroSTAR (Bureau Veritas) software using the boundary element method based on potential flow and three-dimensional discretization of hulls with a large number of boundary elements.

The results have shown that contemporary designs have worse seakeeping characteristics for given conditions.

Key words: seakeeping, racing sailboat, yacht, potential flow, boundary element method

## 1. UVOD

Volvo Ocean Race najveća je i najznačajnija ekipna jedriličarska regata oko svijeta. Jedri se u više etapa, a ruta može biti i do 39 000 nautičkih milja duga. Regata se održava svake tri godine i jedan je od najvažnijih događaja u jedriličarskom svijetu, kako za natjecatelje, tako i za brodograditelje. Od 1997. godine, regata se jedri kao one-design natjecanje, a mnogi konstrukcijski uredi natječu se međusobno za prestiž da upravo njihov projekt bude službeno odabran za natjecanje. Po broju prihvaćenih projekata, a i po uspjehu istih, najznačajniji projektanti su Farr Yacht Design iz Sjedinjenih Američkih Država i Juan-K Yacht Design iz Španjolske. Za ovaj završni rad odabrao sam dvije po meni značajne regatne jedrilice sa Volvo Ocean Race-a, koje su upravo ranije navedeni konstrukcijski uredi projektirali i koje su postigle zapažene rezultate.

Promatrajući razvoj oblika trupa jedrilica kroz godine, primijetio sam naglasak na povećanju brzine kroz smanjenje oplakane površine i otpora oblika trupa. Zbog toga, jedrilice novije proizvodnje mahom su većih širina i manjega gaza, sa širokim U rebrima velikih radijusa zakrivljenosti ispod vodne linije od jedrilica slične veličine i namjene projektiranih 20-ak ili više godina ranije. Nesumnjivo je da je djelomični uzrok tome napredak na polju materijala i mogućnosti koje novi i bolji materijali pružaju, ali smatram da je tu vrlo važan i ljudski faktor. Želja da se ide brže, više, jače uvijek je bila pokretač napretka tehnologije. Ipak, moramo se zapitati, jesmo li stalnim ispitivanjem granica broda i čovjeka dostigli prag nakon kojeg brod može više od čovjeka koji njime upravlja? Na ovogodišnjem (2018.) izdanju regate jedan jedriličar je izgubljen na moru, u južnom dijelu Tihog oceana. U tom području oceana, jedriličari su suočeni sa najtežim uvjetima na moru koji vladaju općenito na Zemlji, a istovremeno su udaljeniji od najbližeg kopna i pomoći više od 2500 kilometara, što ih čini bližima orbiti Međunarodne svemirske postaje. U takvim uvjetima svatko bi pristao na sporiji i sigurniji brod umjesto superbrze jurilice koja vas na svakom većem valu može izbaciti iz kokpita.

Zbog ovog, ali i, nažalost, mnogih sličnih događaja javila se ideja za ispitivanjem razlike u pomorstvenim karakteristikama jedrilica.

## 2. POMORSTVENOST BRODA

Pomorstvenost broda je znanstvena disciplina koja proučava odzive plovnih objekata na uzbuđu uzrokovanu valovima. Valovi na slobodnoj površini nastaju zbog velikog broja različitih vanjskih poremećaja, a možemo ih grupirati u tri skupine: gravitacijske, kapilarne i elastične.

### 2.1. Valovi

Gravitacijski valovi nastaju zbog pomaka čestica fluida iz njihovog ravnotežnog položaja (mirne slobodne površine). U mnogočemu su ti valovi analogni titranju mase na opruzi ako zamislimo gibanje čestice fluida samo u vertikalnom smjeru i zanemarimo stvarno kružno gibanje koje se događa u valu. Čestica izdignuta iznad slobodne površine dobila je kinetičku energiju da bi prevalila put od ravnotežnog položaja (opruga u kojoj nema sile) do ekstremnog položaja iznad ili ispod slobodne površine (u opruzi postoji sila). U toj točki vertikalnog gibanja, čestica ima maksimalnu potencijalnu energiju dok je kinetička energija jednaka nuli. Zbog sadržane potencijalne energije, čestica se kreće gibati prema ravnotežnom položaju (u slučaju čestice iznad ravnotežnog položaja to se događa zbog gravitacije, a u slučaju čestice ispod ravnotežnog položaja zbog hidrostatskog tlaka). Prolazeći kroz ravnotežni položaj, čestica ga zbog inercije premašuje te se titranje nastavlja. Takve oscilacije slobodne površine (mase na opruzi) mogle bi se nastaviti u beskonačnost. Međutim, realni fluid je viskozan, zbog čega dolazi do gubitka energije na trenje među česticama pa val zamire nakon nekog vremena. Gravitacijski valovi nastaju djelovanjem vjetra, uronjenog tijela, potresa, kao plimni valovi, kao unutrašnji valovi nastali između područja fluida različitih gustoća i sl.

Kapilarni valovi nastaju zbog površinske napetosti fluida. Također mogu biti uzrokovani vjetrom i uronjenim tijelom te se mogu pojaviti zajedno sa gravitacijskim valovima. Ovakav tip valova daje slobodnoj površini namreškani izgled.

Elastični valovi nastaju zbog stlačivosti fluida, npr zvučni valovi u zraku.

U okvirima pomorstvenosti proučavaju se samo gravitacijski valovi.

## 2.2. Linearna teorija valova

Linearna teorija valova najjednostavnija je teorija kojom se opisuje dvodimenzijski površinski val. Model harmonijskog progresivnog vala najjednostavniji je model kojim se definiiraju pojave i strujanja unutar vala.

### 2.2.1. Harmonijski progresivni val

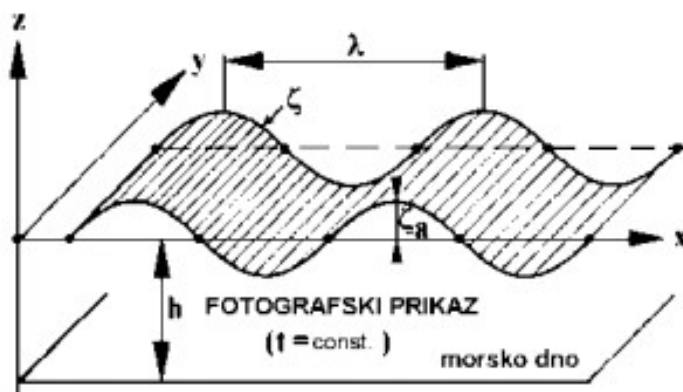
Harmonijski val je val kojemu se svojstva periodički ponavljaju u vremenu i prostoru. Ako val napreduje (promatramo li izdvojeni brijeg ili dol) nazivamo ga progresivnim valom. Ako je slika vala jednaka u svim presječnim ravninama okomitim na smjer kretanja vala, takav val nazivamo i ravninskim valom. Najvažnija svojstva i značajke harmonijskog progresivnog ravninskog vala su:

- Ishodište koordinatnog sustava smješteno je na mirnu slobodnu površinu; os  $x$  je usporedna sa smjerom kretanja vala, a os  $z$  usmjerena okomito na mirnu slobodnu površinu prema gore.
- Valni brijeg je najviša točka vala.
- Valni dol je najniža točka vala.
- $h$  – dubina vode. Mjeri se od dna do mirne slobodne površine. Uvijek je pozitivna vrijednost. Za dno vrijedi  $z = -h$ .
- $\zeta_a$  – valna amplituda. Udaljenost od mirne slobodne površine do valnog brijega ili dola.
- $H$  – valna visina. Udaljenost od valnog brijega do valnog dola. Kod valova opisanih harmonijskim funkcijama vrijedi:

$$H = 2 * \zeta_a \quad (1)$$

- $\lambda$  – valna duljina. Horizontalna udaljenost između dva susjedna brijega ili dola.
- $T$  – valni period. Vrijeme potrebno da nakon prolaska jednog valnog brijega ili dola naiđe sljedeći valni brijeg ili dol.
- $\frac{H}{\lambda}$  – strmina vala. Računa se kao omjer visine vala i valne duljine.





Slika 1. Pravilni ravninski val

### 2.2.2. Potencijalna teorija

Teorija potencijalnog strujanja najvažnija je teorija u dinamici fluida i pronalazi široku primjenu. Koristi se za opisivanje strujanja oko hidroprofila, u teoriji valova, kod elektroosmotskog strujanja i u mnogim drugim. Postoji analogija s elektromagnetizmom budući da potencijalna teorija proizlazi iz Maxwellovih jednačbi.

Strujanje u potencijalnoj teoriji definirano je preko **potencijala brzine**. Potencijal brzine  $\Phi$  je skalarno polje definirano u svakoj točki prostor-vremena, pa možemo pisati:

$$\Phi = \Phi(x, y, z; t) \quad (2)$$

gdje su  $x, y, z$  prostorne koordinate, a  $t$  vrijeme. Potencijal brzine je matematička veličina i ne možemo ju mjeriti. Analogna je električnom potencijalu u elektrostatici. Ono što možemo mjeriti u strujanju nekog fluida je brzina. Brzina  $\mathbf{v}$  je vektorsko polje definirano u svakoj točki prostor-vremena. Vektor brzine  $\mathbf{v}$  u svakoj točki definiran je sa tri prostorne komponente, odnosno tri vektora usmjerena prema koordinatnim osima

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad (3)$$

pri čemu su  $v_x$ ,  $v_y$  i  $v_z$  vektori brzine u smjeru koordinatnih osi,  $v_x$ ,  $v_y$  i  $v_z$  njihovi moduli, a  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  jedinični vektori u smjeru koordinatnih osi. Vektor  $v_x$  je definiran kao parcijalna derivacija potencijala brzine u smjeru osi  $x$ . To znači da razlika potencijala brzine, odnosno promjena potencijala brzine od jedne točke u prostoru do druge rezultira pojavom brzine. Ukupni vektor brzine definiran je kao vektorski zbroj parcijalnih derivacija potencijala brzine po tri prostorne varijable:

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} = \frac{\partial \Phi(x, y, z; t)}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \Phi(x, y, z; t)}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \Phi(x, y, z; t)}{\partial z} \mathbf{k} \quad (4)$$

Ovaj izraz možemo zapisati i na slijedeći način:

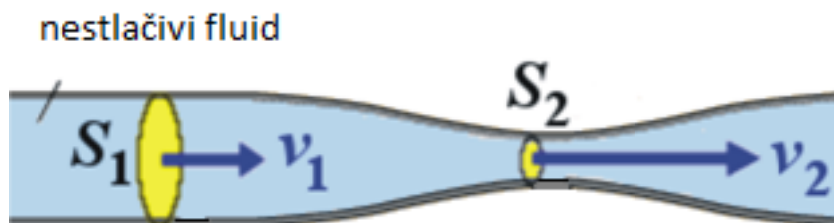
$$\mathbf{v} = \frac{\partial \Phi(x, y, z; t)}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \Phi(x, y, z; t)}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \Phi(x, y, z; t)}{\partial z} \mathbf{k} = \quad (5)$$

$$= \nabla \Phi(x, y, z; t) = \mathbf{grad} \Phi \quad (6)$$

Dobiveni izraz izriče da je brzina gradijent potencijala brzine. Gradijent je vektor usmjerene derivacije, a usmjeren je u smjeru najvećeg prirasta funkcije u toj točki. To govori da će fluid u nekoj proizvoljnoj točki prostora  $T(x, y, z; t)$  strujati u smjeru gradijenta potencijala brzine, odnosno u smjeru najvećeg prirasta potencijala brzine. Na taj način možemo lako definirati polje strujanja u cijelom prostoru proučavanja uz uvjet poznavanja funkcije potencijala brzine. Kako bilo, u realnim slučajevima, potencijal brzine ne može se mjeriti, pa je funkcija potencijala brzine nepoznata.

Potencijalna teorija primjenjuje se uz nekoliko pretpostavki. Gustoća fluida  $\rho$  je konstantna te se fluid smatra nestlačivim. Zanemarena je viskoznost fluida, a samim time zanemarena je i pojava turbulencije u strujanju. Polje brzina smatra se bezvrtložnim.

Pretpostavka o nestlačivom fluidu omogućava pojednostavljenu formulaciju jednadžbe kontinuiteta. Jednadžba kontinuiteta govori da je protok mase kroz pojedine kontrolne površine okomite na smjer vektora brzine jednak. Jednostavan primjer primjene jednadžbe kontinuiteta je pri izračunavanju brzina strujanja u cijevima različitih presjeka (uz pretpostavku konstantnog profila brzine po presjeku cijevi). Jedan takav slučaj je Venturijeva cijev.



Slika 2. Venturijeva cijev

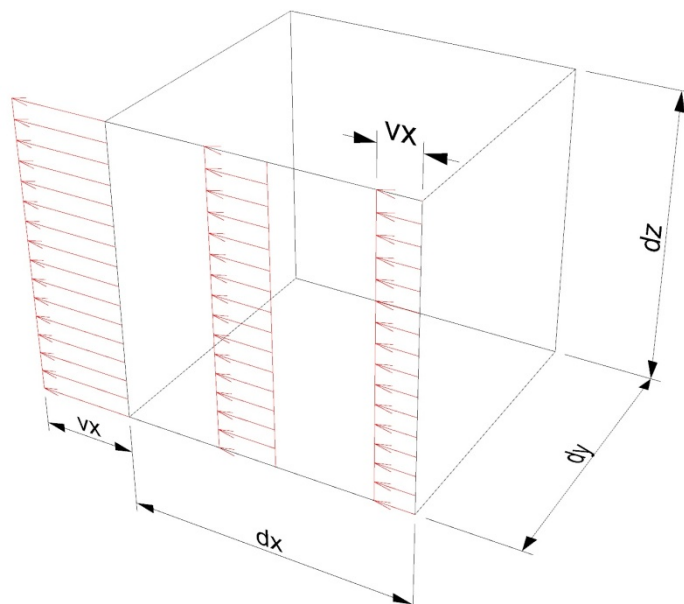
Protok mase na presjeku 1 možemo izraziti kao

$$Q_1 = \frac{m}{t} = \frac{\rho \cdot V}{t} = \frac{\rho \cdot S_1 \cdot l}{t} = \rho \cdot S_1 \cdot v_1 \quad (7)$$

Pri čemu je  $m$  masa fluida koja kroz kontrolnu površinu  $S_1$  prođe u vremenu  $t$ ,  $\rho$  gustoća fluida,  $l$  duljina cilindričnog volumena  $V=S_1 \cdot l$ , a  $v_1$  brzina strujanja fluida na presjeku  $S_1$ . Postavljajući jednadžbu kontinuiteta za dva različita presjeka ( $\frac{m}{t} = konst$ ), dobije se veza između brzina  $v_1$  i  $v_2$ . Volumen fluida koji protiče u vremenu nije ništa drugo do brzine pomicanja površine presjeka. Volumen mora ostati jednak, što znači da će se smanjenjem površine brzina povećati. Zamislimo li strujanje fluida koje opisuje neko vektorsko polje u trodimenzionalnom prostoru, jednadžbu kontinuiteta formuliramo na slijedeći način:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (8)$$

pri čemu je  $\frac{\partial v_x}{\partial x}$  prirast brzine  $v_x$  po koordinati  $x$ , a  $\frac{\partial v_y}{\partial y}$  i  $\frac{\partial v_z}{\partial z}$  analogno tome prirasti odgovarajućih brzina po koordinatama  $y$  i  $z$ .

Slika 3. Prirast  $v_x$  po  $dx$ 

Ako je prirast brzine protoka mase po nekoj koordinati pozitivan (npr. masa sve brže teče u smjeru  $x$ ), po nekoj drugoj koordinati prirast brzine protoka mora biti negativan (masa koja sve više teče u smjeru  $x$ , sve manje teče u smjeru npr.  $y$ ) jer kroz diferencijalni volumen konstantne veličine uvijek može teći samo konstantna količina nestlačivog fluida. Ova jednadžba govori da je prirast protoka mase unutar diferencijalnog volumena  $dx dy dz$  jednak nuli, što možemo interpretirati kao nemogućnost stvaranja viška ili manjka mase u bilo kojem djelu prostora. Budući da za nestlačivi fluid ne možemo govoriti o stvaranju viška ili manjka mase unutar konstantnog volumena, te fenomene objašnjavamo pomoću izvora i ponora. Ako iz diferencijalnog volumena ističe više fluida nego što ga utječe (manjak fluida u diferencijalnom volumenu) možemo govoriti o postojanju izvora unutar diferencijalnog volumena. Ako iz diferencijalnog volumena ističe manje fluida nego što ga utječe (višak fluida u diferencijalnom volumenu), govorimo o postojanju ponora. Jednadžba kontinuiteta govori da unutar bilo kojeg djela prostora ne postoje ni izvori ni ponori. Veličina koja opisuje izvornost polja unutar nekog djela prostora naziva se divergencija. Ako je divergencija pozitivna, unutar tog djela prostora postoji izvor, a ako je negativna, ponor. Divergencija vektorskog polja  $\mathbf{v}$  računa se kao:

$$\operatorname{div}(\mathbf{v}) = \nabla \cdot \mathbf{v} = \left( \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i}, \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j}, \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \right) \cdot (v_x \mathbf{i}, v_y \mathbf{j}, v_z \mathbf{k}) = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (9)$$

pri čemu je

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = |\mathbf{i}| \cdot |\mathbf{i}| \cdot \cos\varphi = 1 \cdot 1 \cdot \cos(0^\circ) = 1 \quad (10)$$

Vektorsko polje u kojem ne postoje ni izvori ni ponori naziva se solenoidalno ili bezizvorno polje.

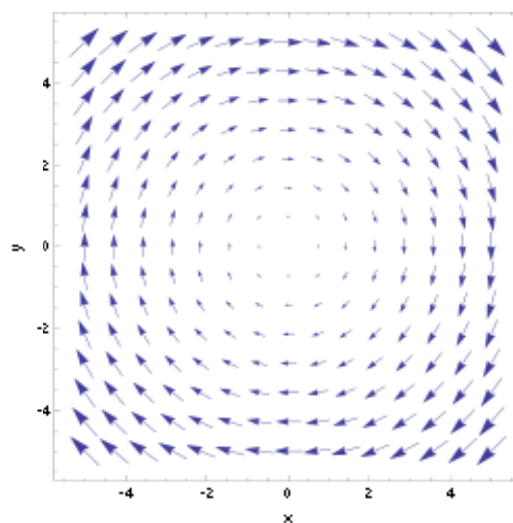
Bezvrtložnost polja brzina možemo izraziti kao:

$$\text{rot } \mathbf{v} = \nabla \times \mathbf{v} = 0 \quad (11)$$

Što možemo raspisati kao

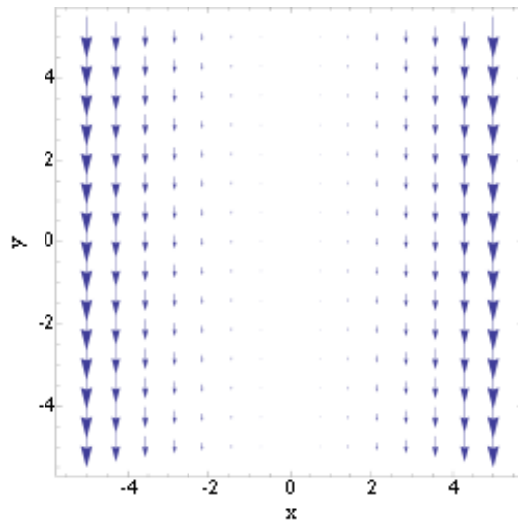
$$\nabla \times \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{bmatrix} = \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \mathbf{i} - \left( \frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \mathbf{j} + \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \mathbf{k} \quad (12)$$

U bezvrtložnom polju brzina, ne postoji prirast brzine okomito na smjer vektora brzine ( $\frac{\partial v_x}{\partial y}$  je prirast brzine okomito na smjer vektora brzine jer je  $v_x$  usmjeren u smjeru  $x$ , a promjena se dešava po smjeru  $y$ , vidi Slika ) u bilo kojoj točki. Na slici ispod prikazano je vektorsko polje čiji vektor vrtložnosti nije jednak nuli. Ako zamislimo da vektori predstavljaju brzinu fluida, kruto tijelo uronjeno u takvo polje strujanja fluida rotiralo bi se.



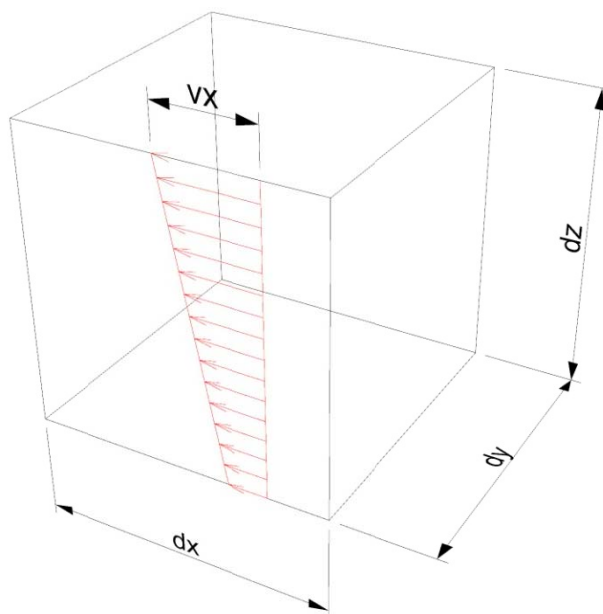
Slika 4. Vektorsko polje s izraženom vrtložnosti (1)

Na sljedećoj slici također je polje čija vrtložnost nije jednaka nuli. Zamislimo li opet da vektori predstavljaju brzinu fluida, tijelo uronjeno na položaju  $x=3$  rotiralo bi oko svoje osi uz translatorno gibanje, budući da bi sile s desne strane bile malo veće od sila s lijeve strane.



Slika 5. Vektorsko polje s izraženom vrtložnosti (2)

Možemo zaključiti da se u bezvrtložnim poljima strujanja kruto tijelo ne bi rotiralo, već samo transliralo, što je ostvarivo samo ako su prirasti brzina po osima okomitima na vektor brzine jednaki nuli.



Slika 6. Prirast  $v_x$  po  $dz$

Bezvrtložno polje naziva se i potencijalnim, a vektorsko polje koje je i bezizvorno i bezvrtložno naziva se Laplaceovo polje. Zbog uvjeta da polje brzina u potencijalnoj teoriji mora biti Laplaceovo polje, jednadžba kontinuiteta naziva se i Laplaceovom jednadžbom

$$\operatorname{div}(\mathbf{v}) = \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \Delta \Phi = 0 \quad (13)$$

gdje je  $\Delta = \nabla^2$  Laplaceov operator.

Uz jednadžbu kontinuiteta, Eulerova i Bernoullijeva jednadžba temeljne su jednadžbe u linearnoj teoriji valova. Eulerova jednadžba zapravo je Drugi Newtonov zakon primijenjen na neviskozne nestlačive fluide i glasi

$$\nabla p = \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \quad (14)$$

pri čemu je  $\frac{D\mathbf{v}}{Dt}$  operator materijalne derivacije (koliko se neko svojstvo fluida mijenja kroz materijalni volumen).

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \frac{Dv_x}{Dt} + \frac{Dv_y}{Dt} + \frac{Dv_z}{Dt} \quad (15)$$

$$\frac{Dv_x}{Dt} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \quad (16)$$

gdje je  $\frac{\partial v_x}{\partial t}$  promjena brzine  $v_x$  u vremenu (pravocrtna akceleracija zbog vremena),  $v_x \frac{\partial v_x}{\partial x}$  umnožak brzine  $v_x$  i promjene brzine  $v_x$  po  $x$  (pravocrtna akceleracija zbog pomaka), a  $v_y \frac{\partial v_x}{\partial y}$  akceleracija koja doprinosi promjeni smjera mase koja se kreće brzinom  $v_y$ . Ova komponenta „skreće“ masu oko osi  $z$  (u smjeru  $x$ ;  $\frac{\partial v_x}{\partial y}$ ). Analogno tome može se protumačiti i član  $v_z \frac{\partial v_x}{\partial z}$ . Eulerova jednadžba izriče da je promjena brzine u vremenu unutar materijalnog volumena jednaka gradijentu tlaka (promjeni tlaka) i da se dešava u smjeru najveće promjene tlaka. Tlak koji djeluje na površinu diferencijalnog volumena je sila koja uzrokuje promjenu brzine (akceleraciju) mase koja se giba (fluid koji struji) u smjeru najveće promjene tlaka (u tom smjeru djeluje sila).

Bernoullijeva jednadžba predstavlja zakon očuvanja energije strujanja fluida po jedinici mase fluida i za nestacionarna strujanja pišemo ju u obliku

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2}v^2 + \frac{p}{\rho} + gz = C(t) \quad (17)$$

gdje je  $z$  geodetska visina, a  $g$  ubrzanje zemljine sile teže.

### 2.2.3. Uvjeti potencijalne teorije valova

U potencijalnoj teoriji valova, potencijal brzine mora zadovoljiti četiri uvjeta.

1. Jednadžba kontinuiteta (Laplaceova jednadžba) koja kaže da je polje strujanja solenoidalno (nema izvora ni ponora).

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \Delta \Phi = 0 \quad (18)$$

2. Rubni uvjet nepromočivosti dna, definiran kao nepostojanje brzine okomite na dno za čestice na samom dnu ( $z = -d$ )

$$w = v_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (19)$$

3. Dinamički rubni uvjet na slobodnoj površini koji kaže da je tlak na valovitoj slobodnoj površini jednak atmosferskom ( $z = \zeta$ )

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\zeta = 0 \quad (20)$$

4. Kinematički rubni uvjet na slobodnoj površini koji izriče da je vertikalna komponenta brzine slobodne površine jednaka vertikalnoj komponenti brzine čestice fluida na slobodnoj površini ( $z = \zeta$ )

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (21)$$

Zadovoljenjem svih navedenih uvjeta moguće je formulirati izraz za potencijal brzine strujanja u ravninskog vala koji za ograničenu vodu glasi:

$$\Phi(x, z; t) = \frac{\zeta_a g \cdot \cosh[k(d+z)]}{\omega \cdot \cosh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad (22)$$



gdje je:

$\zeta_a$  – valna amplituda

$\omega$  – valna frekvencija

$z$  – vertikalna koordinata

$d$  – dubina vode

$k$  – valna amplituda

Za duboku vodu ( $d \rightarrow +\infty$ ), potencijal brzine poprima oblik

$$\Phi(x, z; t) = \frac{\zeta_a g}{\omega} e^{kz} \sin(kx - \omega t) \quad (23)$$

### 2.3. Morski valovi

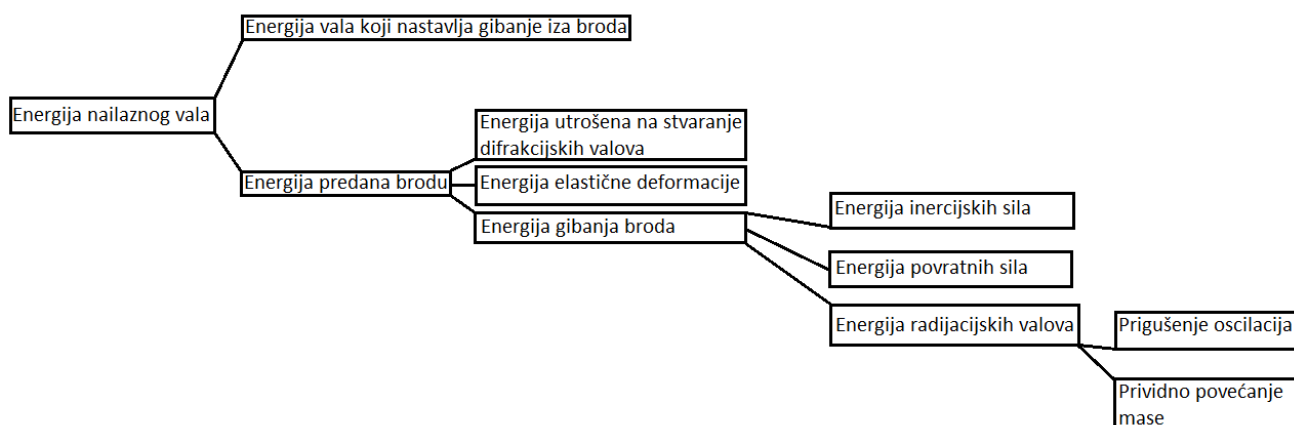
Već je rečeno da se u pomorstvenosti proučavaju samo gravitacijski valovi. Gravitacijski valovi se mogu podijeliti na tri podvrste valova:

- plimni valovi - nastaju zbog gravitacijskog privlačenja Sunca i Mjeseca.
- seizmički valovi (tsunami) – nastaju zbog pomaka morskog dna zbog potresa ili erupcije vulkana.
- vjetrovni valovi – nastaju na morskoj površini zbog djelovanja vjetra.

U inženjerskoj praksi proučavaju se samo vjetrovni valovi. Plimni valovi nemaju utjecaj na plovidbu broda, a seizmički valovi su rijetki i na otvorenom moru nemaju izraženu visinu. Budući da vjetar može mijenjati smjer puhanja ili može puhati na već uzburkanu slobodnu površinu (mrtvo more), slika valova na moru može postati, a i u pravilu jest, vrlo složena. Stoga se stanje na morskoj površini simulira uz pomoć principa superpozicije, gdje se slike valova različitih visina i frekvencija „preklope“ i daju složenu sliku koja je bliža stvarnoj. Alat pomoću kojega se analiziraju superponirane pojave ovoga tipa naziva se spektralna analiza.

## 2.4. Interakcija broda i valova

Brod koji plovi morem njiše se zbog utjecaja valova. Valovi nailaze na brodski trup i preko tlakova na brodsku oplatu prenose energiju na brod. Val koji nailazi na tijelo koje miruje na slobodnoj površini predaće dio svoje energije tijelu, a ostatak energije nastavit će gibanje iza tijela u valu manje energije. Energija koja je predana tijelu očitovat će se kao uzbuda te kao elastična deformacija tijela. Osim oscilacija i deformacije, energija će biti utrošena i na stvaranje nove valne komponente. Budući da se energija ne može izgubiti, razlika energije vala prije sudara sa plutajućim tijelom i nakon sudara utrošena je na elastičnu deformaciju tijela, na izazivanje oscilacija i na stvaranje nove valne komponente. Ako zanemarimo elastičnu deformaciju, energija predana tijelu utrošena na gibanje tijela očituje se kao energija inercijskih sila (mase koje se gibaju), energija povratnih sila i momenata (naizmjenični višak i manjak uzgona zbog kojeg se brod izdiže ili spušta; brod se na slobodnoj površini njiše kao na opruzi, a slobodna površina je ravnotežni položaj) te energija radijacijskih valova. Radijacijski valovi nastaju zbog njihanja tijela na slobodnoj površini i šire se u svim smjerovima. Primjer radijacijskih valova je sudar kapljice vode sa slobodnom površinom, nakon kojeg nastaju koncentrični kružni radijacijski valovi koji se šire slobodnom površinom. Zbog nastanka radijacijskih valova, njihanje tijela se prigušuje jer se sve više energije inercijskih sila troši na stvaranje novih radijacijskih valova. Drugi način očitovanja energije radijacijskih valova je prividno povećanje mase tijela prilikom njihanja. Val nakon sudara sa tijelom ne nastavlja gibanje kao neporemećeni val. Osim smanjenja visine vala, nastala je i nova, difrakcijska komponenta vala, zbog loma vala na oplati broda.



Slika 7. Prijenos energije nailaznog vala

U linearnoj teoriji valova, val je definiran kao harmonijski, a zbog toga i njihanje broda na valovima možemo opisati harmonijskim funkcijama. Jednadžba harmonijskog oscilatora glasi

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (24)$$

pri čemu je  $F(t)$  harmonijska uzbuda. Budući da brod ima 6 stupnjeva slobode, jednadžba dinamičke ravnoteže za brod glasi će:

$$([M_{jk}] + [A_{jk}])\{\ddot{\eta}_j\} + [B_{jk}]\{\dot{\eta}_j\} + [C_{jk}]\{\eta_j\} = \zeta_a\{F_j(t)\} \quad (25)$$

gdje je  $[M_{jk}]$  matrica masa i momenata inercije,  $[A_{jk}]$  koeficijent pridružene mase,  $[B_{jk}]$  koeficijent hidrodinamičkog prigušenja,  $[C_{jk}]$  koeficijent povratnih sila,  $\{\eta_j\}$  vektor pomaka, a  $\{F_j(t)\}$  vektor uzbuđe.

## 2.5. Potencijal brzine strujanja u valu

Da bi mogli odrediti sliku strujanja oko uronjenog dijela tijela koje se njiše na valovima, potrebno je poznavati potencijal brzine strujanja oko tog tijela. Budući da je tijelo uronjeno u tekućinu na čijoj su slobodnoj površini valovi, za proračun je bitno poznavati potencijal brzine strujanja u valovima, a određuje se u dva koraka. Prvo se opisuje strujanje oko nepomičnog tijela koje nastaje uslijed nailazećeg vala i njegove difrakcijske komponente. U drugom koraku opisuje se strujanje oko tijela koje prisilno oscilira na mirnoj slobodnoj površini stvarajući radijacijske valove.

### 2.5.1. Model nepomičnog tijela na valu

Strujanje oko nepomičnog tijela opisujemo dvama potencijalima brzina: potencijalom brzine nailaznog vala  $\Phi_0$  i potencijalom brzine njegove difrakcijske komponente  $\Phi_7$ .

$$\Phi(x, y, z; t) = \Phi_0(x, y, z; t) + \Phi_7(x, y, z; t) \quad (26)$$

pri čemu je  $\Phi$  ukupni potencijal strujanja oko nepomičnog tijela na koje nailazi val ( $\Phi_0$  i  $\Phi_7$  mogu se zbrojiti jer u linearnoj teoriji vrijedi superpozicija potencijala brzina). Potencijal brzine strujanja difrakcijske komponente mora zadovoljiti uvjete idealnog fluida (nestlačivost, zanemarena viskoznost) i uvjete potencijalnog strujanja. Uz to, mora zadovoljiti dodatne rubne uvjete: nepromočivost oplakane površine i uvjet radijacije u beskonačnosti. Uvjet

nepromočivosti oplakane površine može se izraziti kao nepostojanje brzine okomite na oplakanu površinu

$$v_n = \mathbf{n} \text{ grad}\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}} = 0 \quad (27)$$

pri čemu je  $v_n$  brzina u smjeru normale na površinu. Zbog linearnosti teorije, iz gornje jednadžbe možemo izvesti slijedeći odnos

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}} = \frac{\partial}{\partial\mathbf{n}}(\Phi_0 + \Phi_7) \rightarrow \frac{\partial\Phi_7}{\partial\mathbf{n}} = -\frac{\partial\Phi_0}{\partial\mathbf{n}} \quad (28)$$

Potencijal difrakcijske komponente bit će prikazan kao realni dio kompleksne funkcije

$$\Phi_7 = \text{Re}[\zeta_a \Phi_7 e^{-i\omega t}] \quad (29)$$

Uvjet radijacije u beskonačnosti govori da će valna amplituda u beskonačnosti biti jednaka nuli. U trodimenzionalnom modelu, valna amplituda se smanjuje zbog neprestanog povećanja radijusa vala zbog čega se masa vode koja je bila u prvotnom valu „raspršila“. U trodimenzijskoj domeni, uvjet radijacije u beskonačnosti glasi

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \Phi_7 = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{e^{-ikR}}{\sqrt{R}} \quad (30)$$

dok u dvodimenzijskoj domeni glasi

$$\lim_{r \rightarrow \pm\infty} \Phi_7 = \lim_{r \rightarrow \pm\infty} e^{\mp ikr} \quad (31)$$

### 2.5.2. Model njihanja tijela u mirnoj tekućini

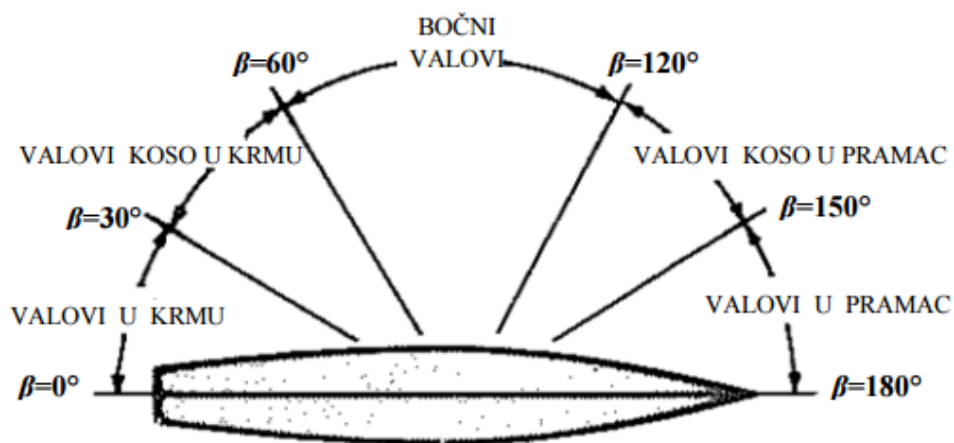
U ovom modelu razmatra se strujanje oko tijela koje se prisilno njiše na mirnoj slobodnoj površini. Tijelo koje tako oscilira stvara radijacijske valove pa će se pomoću ovog koraka moći odrediti potencijal brzine radijacijske komponente valova. Radijacijski potencijal brzine mora zadovoljiti iste rubne uvjete kao i difrakcijski potencijal. Razlika koja se javlja kod zadovoljavanja rubnih uvjeta radijacijskog potencijala nastaje zbog gibanja tijela. Budući da strujanje kroz nepromočivu površinu ne postoji, čestice fluida koje su u dodiru sa samom površinom imat će istu brzinu kao i oplakana površina. To znači da će se rubni uvjet nepromočivosti slobodne površine formulirati kao

$$v_{nj} = n \operatorname{grad} \Phi_j = \frac{\partial \Phi_j}{\partial n} \quad (32)$$

gdje je  $v_{nj}$  normalna komponenta brzine oplakane površine broda za pomak  $j$ ,  $j=1\dots6$ .

## 2.6. Susretni kut i susretna frekvencija

Valovi mogu nailaziti na brod iz mnogo različitih smjerova, ali razlikujemo neke glavne smjerove nailaska valova.



Slika 8. Susretni ili kursni kut

Zbog različitog smjera nailaska valova, a i gibanja broda određenom brzinom, u pomorstvenosti broda govori se o susretnoj frekvenciji valova ( $\omega_e$ ). Ako brod pramcem nailazi na valove koji se gibaju prema njemu ( $\beta=180^\circ$ ), jasno je da će susretna frekvencija biti veća od frekvencije valova. Nasuprot tome, ako valovi brodu dolaze s krme i samo su malo brži od broda, susretna frekvencija će biti manja. Susretna frekvencija je frekvencija uzbude koja uzrokuje gibanje broda.

## 2.7. Stupnjevi slobode gibanja broda

Pri razmatranju broda na valovima, pretpostavlja se da je brod kruto tijelo; zanemaruju se pomaci koji se u stvarnosti dešavaju zbog savijanja i uvijanja broskog trupa. Pod utjecajem vanjskih sila i momenata, brod se giba kao kruto tijelo sa šest stupnjeva slobode koje, ovisno o vrsti pomaka, dijelimo na dvije vrste.

### 2.7.1. Translacijska gibanja

Tri su translacijska gibanja:

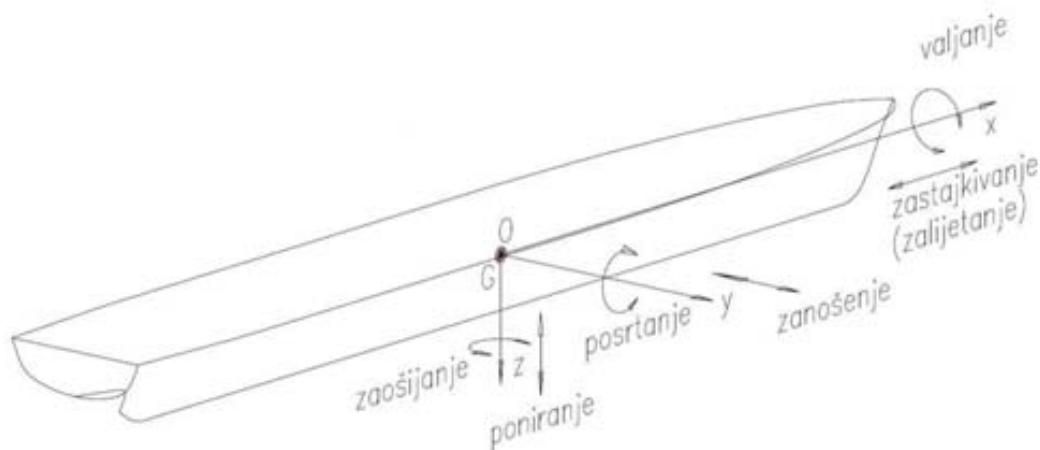
- Zalijetanje (eng. surge):  $\eta_1$  – pozitivno prema naprijed.
- Zanošenje (eng. sway):  $\eta_2$  – pozitivno prema desno.
- Poniranje (eng. heave) :  $\eta_3$  – pozitivno prema dolje.

### 2.7.2. Rotacijska gibanja

Tri su rotacijska gibanja:

- Ljuljanje/valjanje (eng. roll):  $\eta_4$  – pozitivan nagib u desno.
- Posrtanje (eng. pitch):  $\eta_5$  – pozitivno izranjanje pramca.
- Zaošijanje (eng. yaw) :  $\eta_6$  – pozitivno zanošenje pramca u desno.

Na slijedećoj slici prikazani su stupnjevi slobode gibanja.



Slika 9. Susretni ili kursni kut, [1]

## 2.8. Odziv broda na valovima

Odziv broda na valovima određuje spektar gustoće energije valova. Spektar valova omogućuje samo približan matematički opis valova zbog nepravilnosti valova u prirodi. Nepravilnost valova je rezultat interakcije mnogo različitih valnih sustava, bilo da je riječ o vjetrovnim valovima koji nailaze na brod, o valovima mrtvog mora koji su nastali negdje drugdje, o difrakcijskim valovima samog broda ili valovima koji se odbijaju od obale, ako se proučava zatvoreni dio mora. Pomoću spektra valova, nepravilni morski val može se opisati superpozicijom više jednostavnih valova. Zbog toga je od velike važnosti poznavanje funkcije gustoće spektra valova u svakom proračunu pomorstvenosti, ali i opterećenja, brodova i ostalih pomorskih konstrukcija.

Spektar energije valova  $S_{\zeta}(\omega)$  ovisi o kvadratu valne amplitude za određenu frekvenciju i definira se kao

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{1}{2} \zeta_a^2(\omega) \quad (33)$$

Spektar valova moguće je odrediti pomoću mjerenja, ali uobičajeno je korištenje nekog od teorijskih spektara valova (ITTC spektar, Tabainov spektar...). Teorijski spektri valova definirani su pomoću malog broja parametara slučajnog stanja mora. Karakteristični parametri

koršteni za definiranje teorijskih spektara su značajna valna visina  $H_{1/3}$  (srednja visina jedne trećine najviših valova) i multi valni period  $T_z$ .

Važno je razlikovati susretni spektar energije valova  $S_\zeta(\omega_e)$  i spektar energije valova  $S_\zeta(\omega)$  zbog različitog frekvencijskog raspona i oblika. Susretni spektar ovisi o susretnoj frekvenciji  $\omega_e$  i to je spektar energije valova kojem je brod izložen; susretna frekvencija se razlikuje od frekvencije valova zbog brzine napredovanja broda. Spektar energije valova obuhvaća frekvencijski raspon valova. Površina ispod krivulja susretnog spektra i spektra valova mora biti ista zbog zakona očuvanja energije, tj. sva energija koju valovi sadrže (površina ispod krivulje  $S_\zeta(\omega)$ ) bit će prenesena na brod (površina ispod krivulje  $S_\zeta(\omega_e)$ ).

Susretni spektar valova definiran je kao:

$$S_\zeta(\omega_e) = \frac{S_\zeta(\omega)}{1 - \frac{2\omega U \cos(\beta)}{g}} \quad (34)$$

pri čemu je  $U$  brzina broda, a  $\beta$  kursni kut.

Spektar odziva broda  $S_{R\zeta}(\omega_e)$  može se odrediti poznavajući susretni spektar energije valova  $S_\zeta(\omega_e)$  i prijenosnu funkciju  $H_{R\zeta}(\omega_e)$ . Spektar odziva određuje se na sljedeći način:

$$S_{R\zeta}(\omega_e) = RAO \cdot S_\zeta(\omega_e) = |H_{R\zeta}(\omega_e)|^2 \cdot S_\zeta(\omega_e) = \left| \frac{R_a(\omega_e)}{\zeta_a} \right|^2 \cdot S_\zeta(\omega_e) \quad (35)$$

Prijenosna funkcija je funkcija koja povezuje nailazni spektar energije sa ponašanjem broda. Izračun prijenosne funkcije kompleksan je postupak te se za njen izračun koriste računalni programi poput HydroSTAR-a. Prijenosna funkcija prikazuje omjer amplitude odziva  $R_a$  i amplitude vala  $\zeta_a$ . Operator amplitude odziva RAO (eng. response amplitude operator) definiran je na sljedeći način:

$$RAO = \left| \frac{R_a}{\zeta_a} \right|^2 = H_{Ra}^2 \quad (36)$$

U proračunu je korišten ITTC (International Towing Tank Conference) spektar formuliran za otvoreni ocean s neograničenim privjetrištem i formuliran je kao:

$$S_\zeta(\omega) = \frac{A}{\omega^5} e^{-\frac{B}{\omega^4}} \quad (37)$$



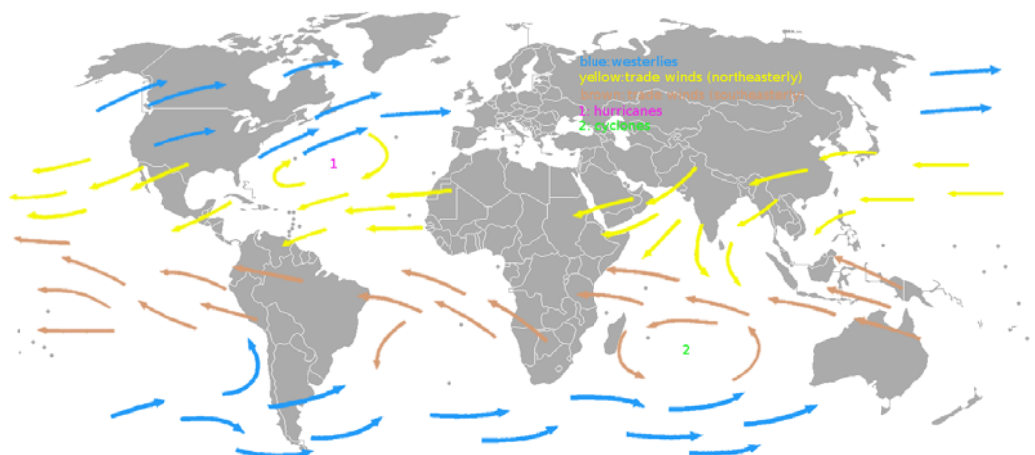
pri čemu vrijedi:

$$A = \frac{173H_{1/3}^2}{T_S^4} \quad \text{i} \quad B = \frac{691}{T_S^4} \quad (38)$$

gdje je  $T_S$  srednji period za koji vrijedi da je  $T_S = 1.086 T_Z$ .

## 2.9. Odabrano područje

Odabrano područje interesa je područje oko rta Horn. Volvo Ocean Race jedna je od regata oko svijeta čija ruta uključuje obilazak tog rta, što se smatra jednim od najvećih izazova u modernom jedriličarstvu, za posadu, ali i za brodove. Drakeov prolaz smatra se jednim od za plovību najzahtjevnijih područja na svijetu i to zbog niza čimbenika. Rt Horn nalazi se na  $56^\circ$  južne geografske širine i time čini najjužniju kopnenu točku, ako se izuzme Antarktika. Na tim geografskim širinama pušu stalni planetarni polarni vjetrovi od zapada prema istoku. Budući da se nijedno kopno ne proteže na jug toliko kao Južna Amerika, ti vjetrovi relativno neometano pušu oko cijele Zemlje.



Slika 10. Planetarni vjetrovi, [7]

Približavanjem Drakeovom prolazu, vjetar nailazi na dvije značajne prepreke: sjeverno je Južna Amerika i sam kraj Anda, a južno Antarktički poluotok. Na obje strane tjesnaca reljef je gorskog tipa i vrlo strm, što dodatno pojačava efekt lijevka. Isti vjetrovi na južnim geografskim širinama stvaraju velike valove koji se također zbog nepostojanja nekog značajnijeg kopna nesmetano gibaju od zapada prema istoku preko svih oceana. Dubina mora se u Drakeovom prolazu naglo smanjuje (u odnosu na dubinu u južnom Pacifiku) zbog hrpta

što spaja Južnu Ameriku i Antarktiku. Smanjenje dubine valovima povećava visinu te dovodi do loma valova i uz jake vjetrove smanjuje vidljivost. Zbog toga se Drakeov prolaz smatra najzahtjevnijim pomorskim plovnim putem za bilo koju vrstu plovila. Jedrilice koje se natječu na regatama oko svijeta na tom području plove u vjetar, ususret valovima, što je uzeto u obzir kod izbora kursnih kuteva u proračunu.

### 3. ODABRANI BRODOVI

Cilj ovog završnog rada je ispitati razlike pomorstvenih karakteristika različitih jedrilica. Odabrao sam jedrilice koje su se natjecale u Volvo Ocean Race-u zbog toga što podliježu istim pravilima regate prema kojima su projektirane i zato što imaju istu namjenu. To ih čini utoliko sličnijima zbog čega smatram da će razlike u rezultatima biti prouzročene jedino razlikom oblika trupa. Ispitivanje bi izgubilo na važnosti kad bih uspoređivao laku sportsku jedrilicu sa luksuznom jahtom od 30-ak metara ili više. Jasno je koja bi se brodica ponašala bolje na uzburkanom moru.

Značajke koje su zadovoljene u ovom ispitivanju bile su:

- Istisnina ( $\Delta$ )
- Duljina vodne linije (LWL)

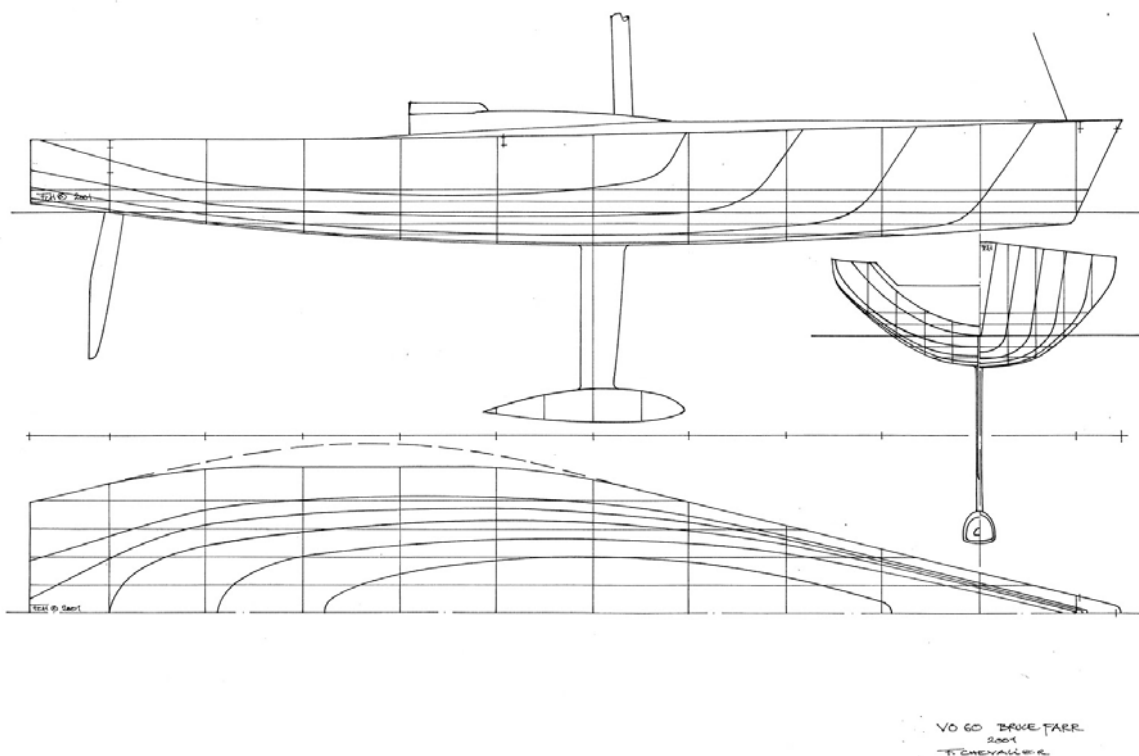
Oba broda imaju istisninu od 14 000 kilograma i duljinu vodne linije od 70 stopa (21.336 metara)

#### 3.1. Volvo Ocean 60 – „Amer Sports Too“ (Farr, 2001.)



Slika 11. Amer Sports Too u blizini rta Dobre nade, [10]

Amer Sports Too za Volvo Ocean Race 2001. godine projektirao je Bruce Farr, osnivač konstrukcijskog ureda Farr Yacht Design iz SAD-a. Prema tadašnjem pravilu, Volvo Ocean 60 jedrilice morale su bez posade imati istisninu od 13 500 kilograma i duljinu vodne linije od 60 stopa (18.288 m).



**Slika 12. Nacrt linija, [8]**

Pramac ove jedrilice karakteriziraju vrlo uska V rebra do vodne linije što je osiguravalo mali otpor u uvjetima velikih valova u pramac. Mali napadni kut vodne linije i razmjerno sporo širenje prema krmi osiguravalo je dobru otpornost na posrtanje kao i manji otpor oblika forme. Prema krmi kut rebara iznad vodne linije postaje sve manji kako bi se osiguralo brzo premještanje težišta istisnine i što veću polugu statičkog stabiliteta. Dio trupa ispod vodne linije oblikovan je vrlo glatko kako bi se smanjila oplakana površina i iskoristio dinamički uzgon za jedrenja niz vjetar i „glisiranje“ niz valove (veći dio rute 2001. godine jedrio se niz vjetar). Brod je opremljen balansnim kormilom s jednim dubokim listom i s nepomičnom kobilicom na čijem se kraju nalazi bulb balasta koji je također oblikovan kako bi generirao hidrodinamički uzgon u smjeru kobilice čime se smanjilo uranjanje pramca za vrijeme jedrenja niz vjetar. Pramčani greben je veći nego u drugim VO60 jedrilica koje su se natjecale na tom izdanju regate povećavajući oplakanu površinu, ali i povećavajući podvodni lateralni

plan zbog težišta jedara koje je bilo pomaknuto više prema pramcu u odnosu na druge brodove.

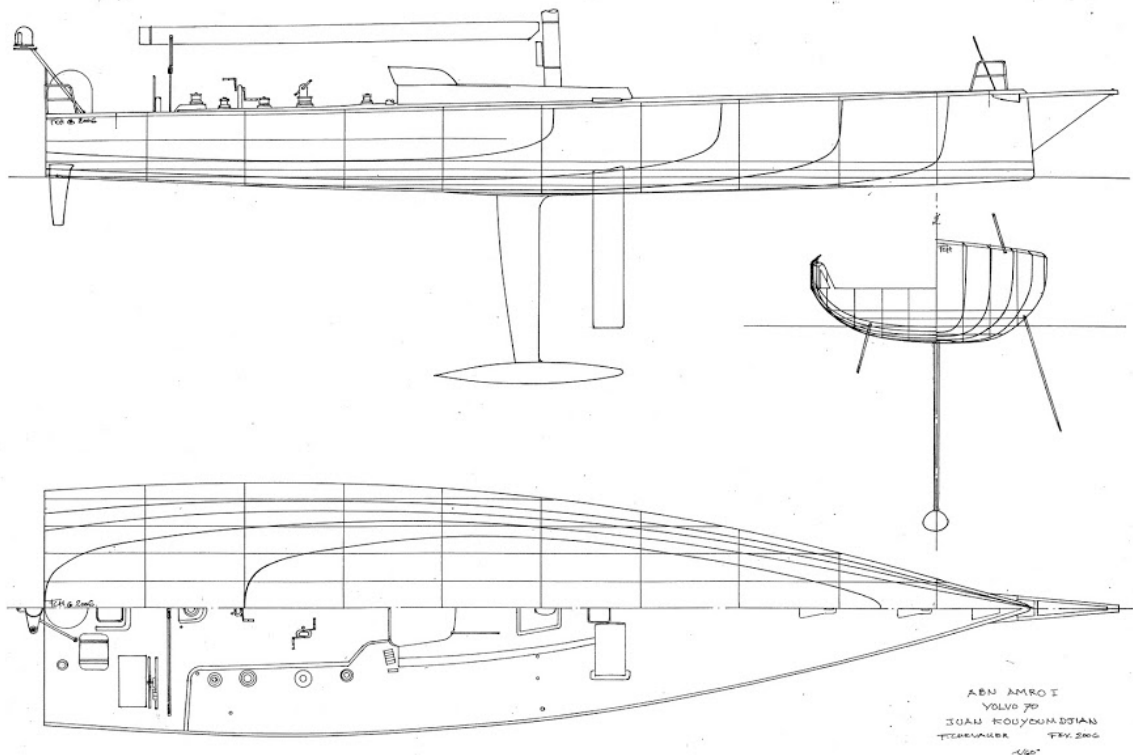
Zbog potreba ovog rada te ograničenih resursa i podataka, nacrt ove jedrilice uvećan je tako da duljina vodne linije iznosi 70 stopa te istisnina 14 000 kilograma kao i na sljedećoj jedrilici koja je korištena za ovu usporedbu.

### 3.2. Volvo Open 70 – „ABN Amro One“ (Juan-K, 2005.)



Slika 14. ABN Amro One „glisira“ niz vjetar, [10]

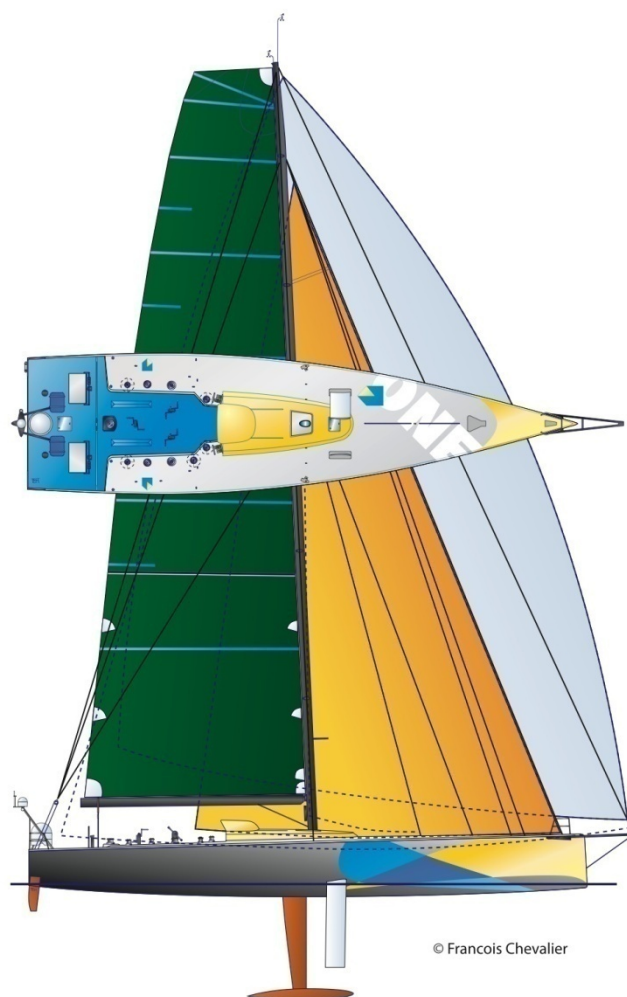
Za sljedeće izdanje prestižne regate promjenjena su pravila projektiranja. Duljina vodne linije povećana je na 70 stopa (21.336 m) te su uvedene moderne nagibne kobilice koje su osiguravale pomicanje težišta broda na privjetrinsku stranu i time povećavajući prekretni moment. To je rezultiralo manjim nagibom pri jedrenju te većom bočnom projekcijom jedrilja što je jedrilicama klase VO70 osiguravalo postizanje veće brzine. Ovu jedrilicu projektirao je konstrukcijski ured Juan Kouyoumdjian Naval Architecture iz Španjolske i odnijela je ukupnu pobjedu.



Slika 14. Nacrt linija, [8]

Iz nacрта možemo vidjeti zaokret u projektiranju. Sva rebra imaju potpuno vertikalni dio, a pramčana rebra nisu ni približno uska kao na VO60 jedrilicama. Veća širina vodne linije osigurava manji gaz trupa bez privjesaka čime se smanjuje oplakana površina, ali se i povećava utjecaj dinamičkog uzgona. Razma ima suprotni nagib kako bi se smanjio otpor bočnog vjetra i smanjile turbulencije nailaznog vjetra u donje djelove jedara. Krmena rebra ne šire se kao u slučaju prethodnog broda jer se povećanje poluge statičkog stabiliteta više ne postiže toliko premještanjem težišta istisnine, već premještanjem težišta sistema pomoću nagibne kobilice. Zbog toga što takva kobilica u stanju nagiba ne pruža gotovo nikakav lateralni otpor zbog smanjenja poprečne projekcije, na brodu postoje dvije peraje (eng. daggerboard) koje preuzimaju ulogu kobilice kao lateralne površine. Za vrijeme jedrenja niz vjetar obje peraje su podignute iz vode, a za vrijeme jedrenja u bok ili oštro u vjetar, uranja se zavjetrinska peraja. Jedrilica je također opremljena s dva plitka lista kormila od kojih je zavjetrinsko uvijek uronjeno, a zbog pomaka težišta podvodnog lateralnog plana prema naprijed (uranjanjem daggerboarda) nije bilo potrebe za većim kormilima. S težištem jedara pomaknutim prema glavnom rebru (u odnosu

na VO60), ova jedrilica favorizira jedrenje u vjetar, dok je niz vjetar nešto manje stabilna na kormilu, ali s povećanjem brzine zbog oblika trupa, to je bio potpuno opravdan kompromis.



Slika 15. Nacrt jedara, [8]



## 4. PRORAČUN

Za proračun odziva brodova na valovima korišten je programski paket HydroSTAR.

### 4.1. Princip rada programskog paketa HydroSTAR

Programski paket HydroSTAR temelji se na potencijalnoj teoriji i panelnoj metodi. Potencijalna teorija omogućuje izračun sila prvog i drugog reda na temelju modela i parametara valova te izračun difrakcijske i refrakcijske komponente otpora valova broda.

### 4.2. Priprema podataka i proračun

Prema nacrtima linija modelirane su forme jedrilica u programskom paketu Rhinoceros i podijeljene su na 10 rebara. Na pramčanom dijelu forme dodana su rebra na petinama razmaka rebara kako bi se bolje opisala forma za unos u HydroSTAR. Iz krivulja rebara dobivene su tekstualne datoteke s točkama koje su potom uređene u programskom paketu Microsoft Office Excell. Nakon uređenja u Excell-u, nove tekstualne datoteke su bile generirane prema predlošcima za unos u HydroSTAR. Definirane su koordinate točaka rebara, gaz, bočni nagib i trim broda. Također su bili potrebni podaci o masi, težištu i radijusima tromosti brodova. Provjera istisnine i gaza, zbog postojanja bočnog nagiba, izvedena je u HydroSTAR-u i Rhinocerosu. Nakon definiranja forme, HydroSTAR generira mrežu panela do vodne linije te se karakterističnim naredbama programa izvode proračuni za radijacijsko prigušenje, gibanje plovnog objekta i prijenosne funkcije.

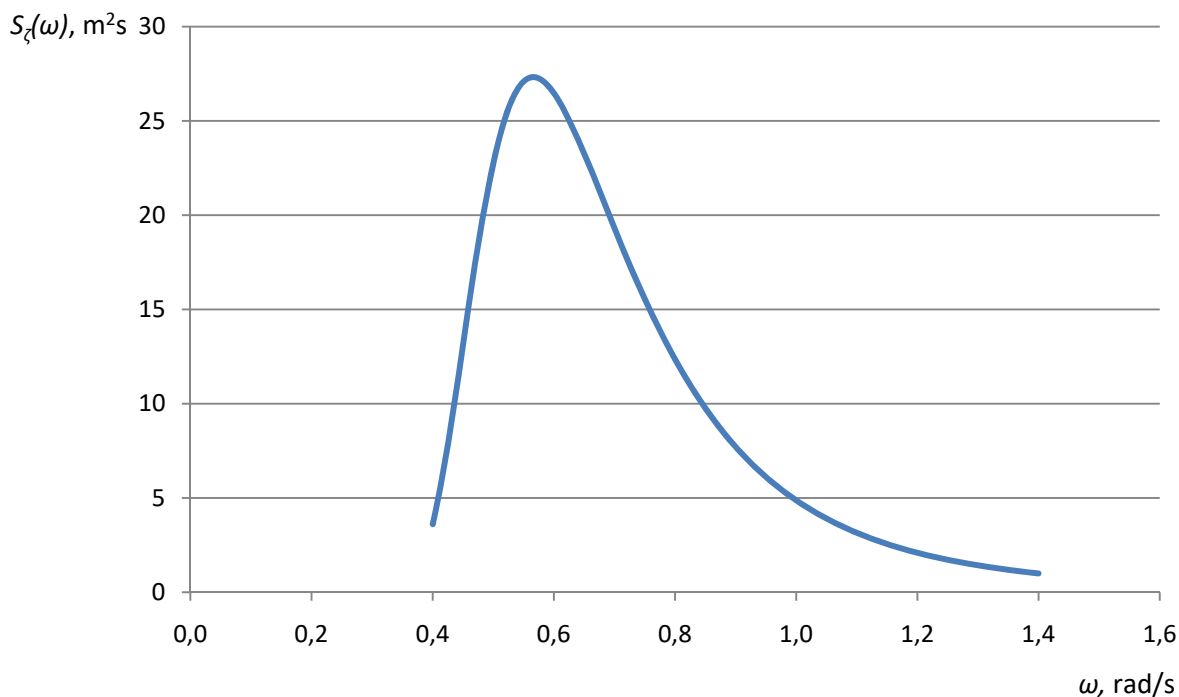
Nakon dobivenih prijenosnih funkcija, proračun se nastavio u Excell-u. Izračunat je spektar gustoće energije valova prema jednadžbi (37), nailazni spektri i spektri odziva za svaki brod, kursni kut, brzinu i kut bočnog nagiba broda.

Za kursne kuteve odabrani su kutevi  $90^\circ$ ,  $135^\circ$  i  $180^\circ$  budući da na promatranom području jedrilice plove u vjetar, prema valovima. Za kuteve bočnog nagiba odabrani su kutevi od  $10^\circ$ ,  $15^\circ$  i  $20^\circ$  jer nagib jedrilice varira ovisno o vjetru. Također, nagibi su zadani tako da uranja zavjetrinski bok. Za brzine brodova odabrane su brzine od 10, 15 i 20 čvorova kao brzine postizive u uvjetima srendje jakog i jakog vjetra kakav prevladava na promatranom području.



### 4.3. Prikaz rezultata

Na slijedećem grafu prikazan je spektar gustoće energije valova dobiven prema izrazu (37).



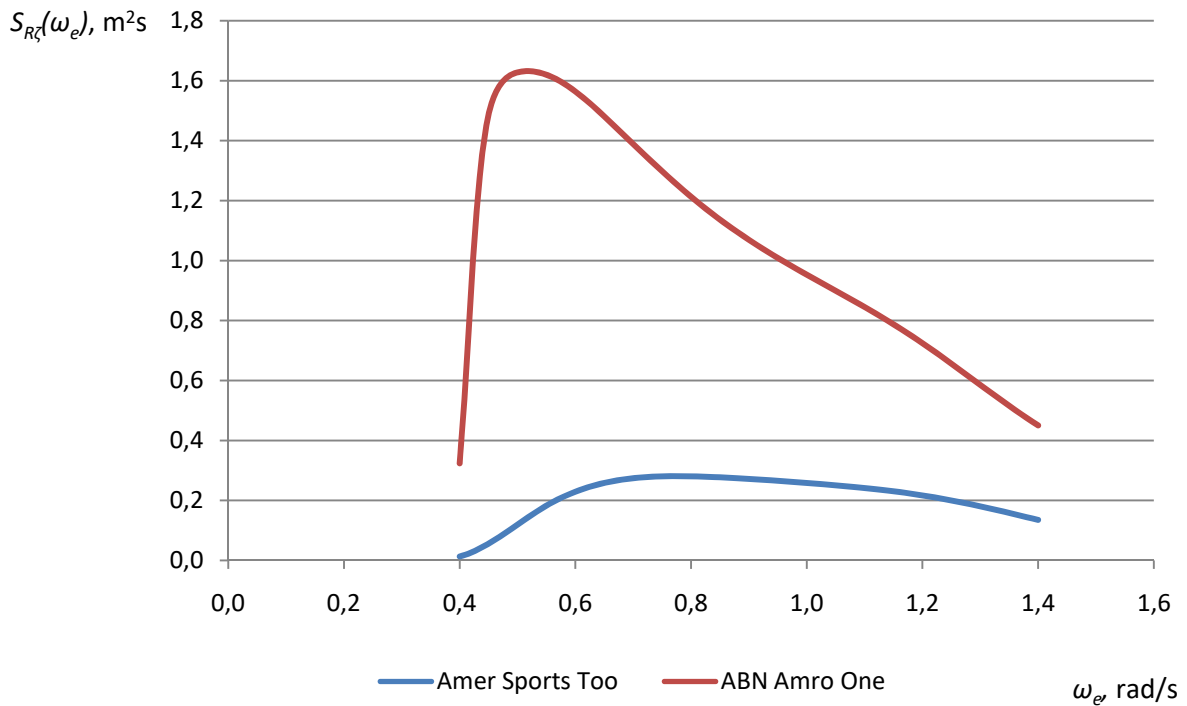
**Dijagram 1. Spektar gustoće energije valova**

Prilikom proračuna spektara odziva brodova uzeta su u obzir tri kursna kuta, tri brzine i tri kuta bočnog nagiba. Uspoređeni su spektri odziva dvije jedrilice za isti kursni kut ( $\beta$ ), kut bočnog nagiba ( $\alpha$ ) i istu brzinu ( $U$ ).

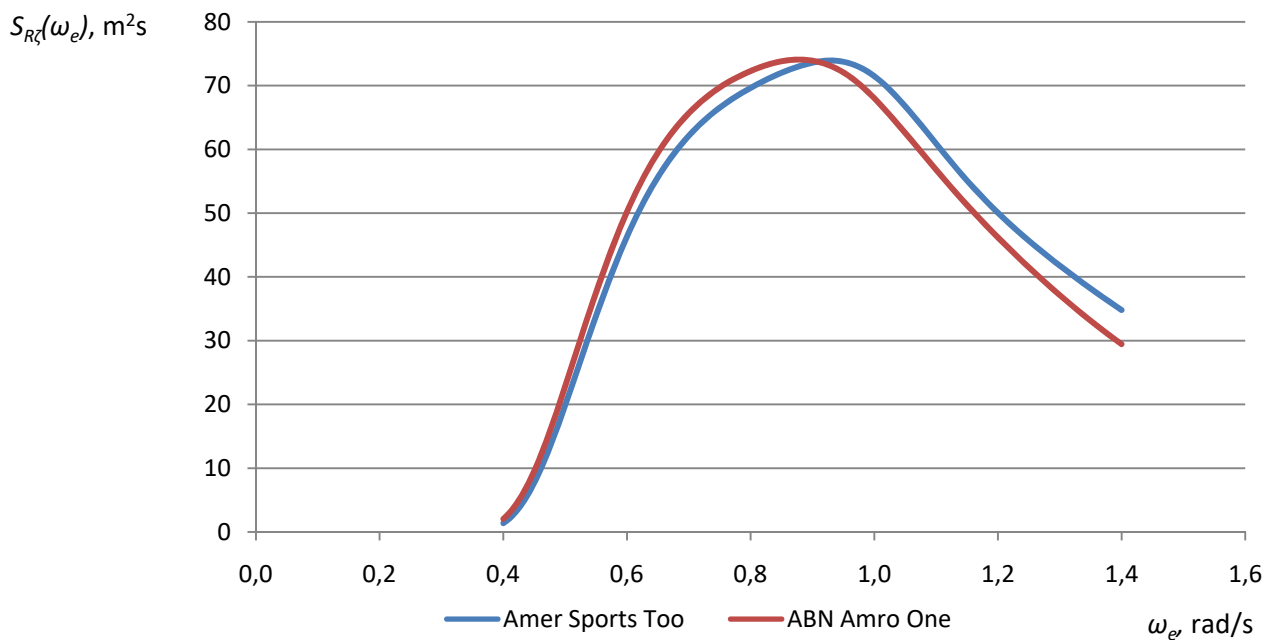
$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$U_1$	$U_2$	$U_3$
10°	15°	20°	90°	135°	180°	10 čv	15 čv	20 čv

Dok jedrilica jedri, najosjetljivija je na posrtanje. Ljuljanje i zaošinjanje ne dolaze toliko do izražaja zbog velike lateralne površine koja stabilizira brodicu. Na slijedećim dijagramima prikazana je usporedba spektara odziva obaju jedrilica.

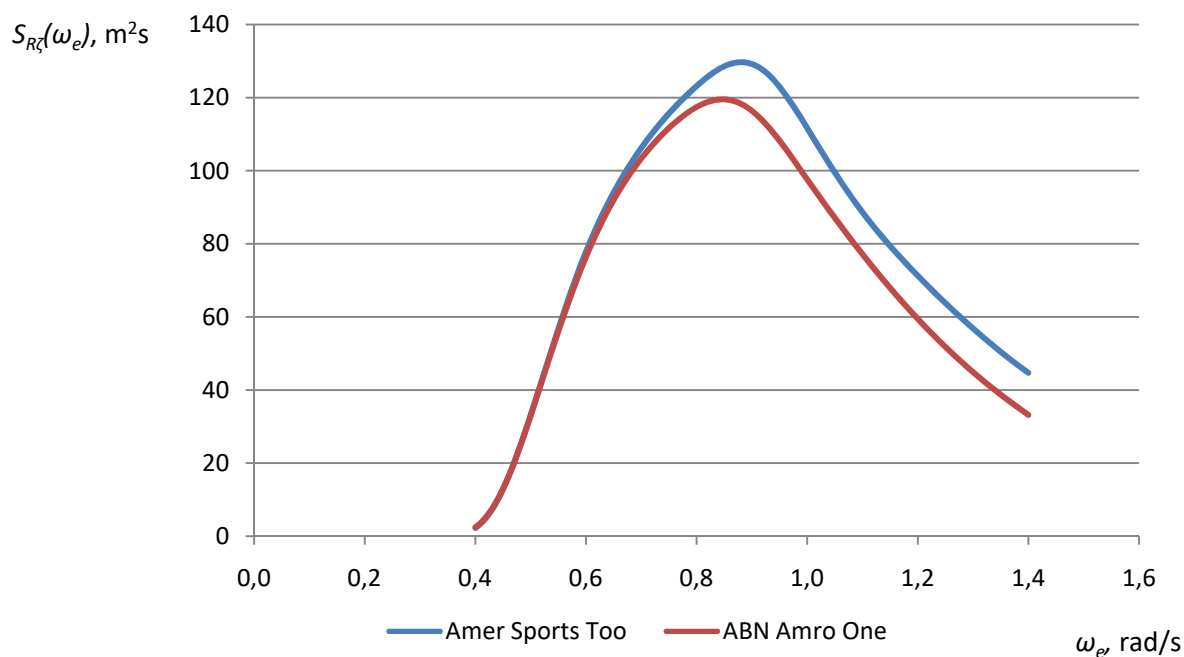
4.3.1. Spektri odziva za  $\alpha_1$  i  $U_1$



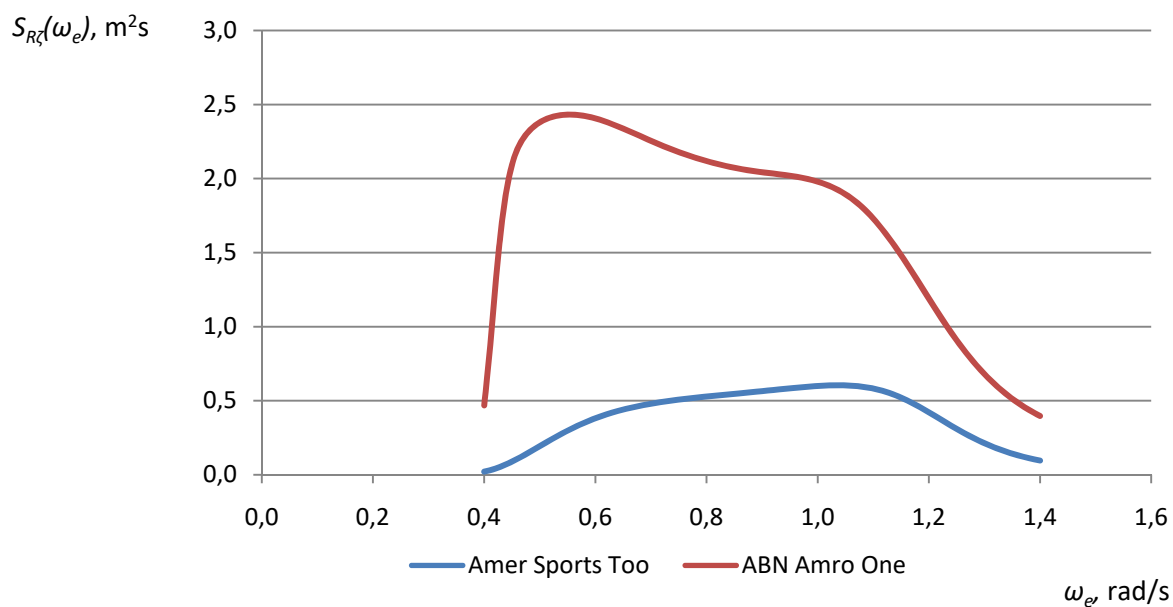
Dijagram 2. Spektri odziva za  $\beta_1$

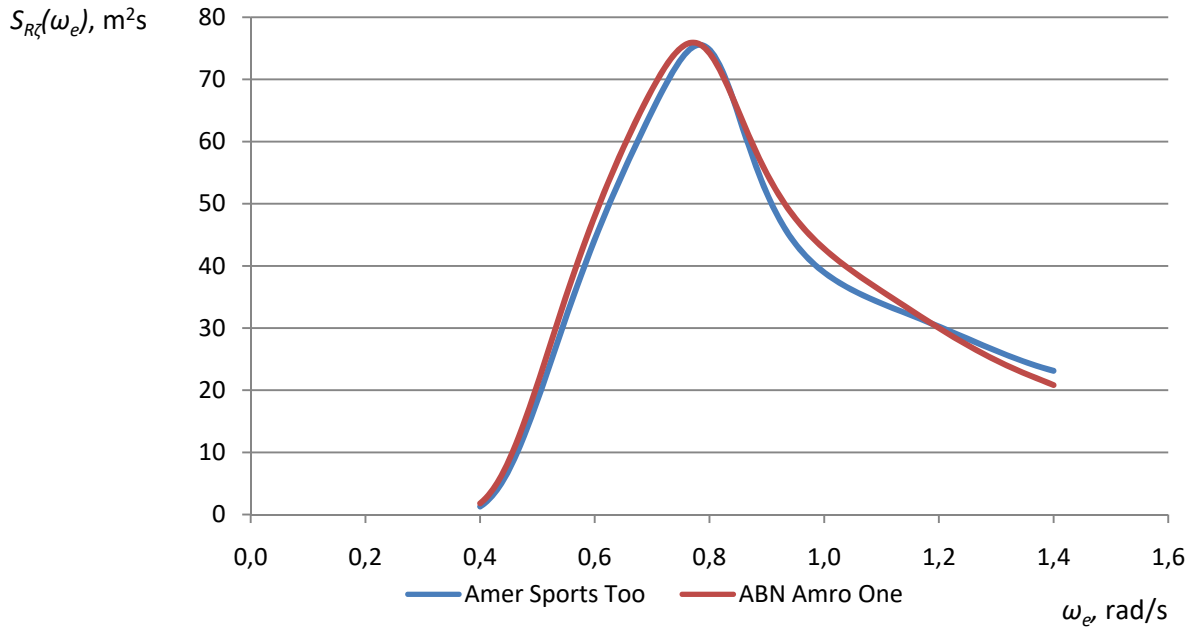


Dijagram 3. Spektri odziva za  $\beta_2$

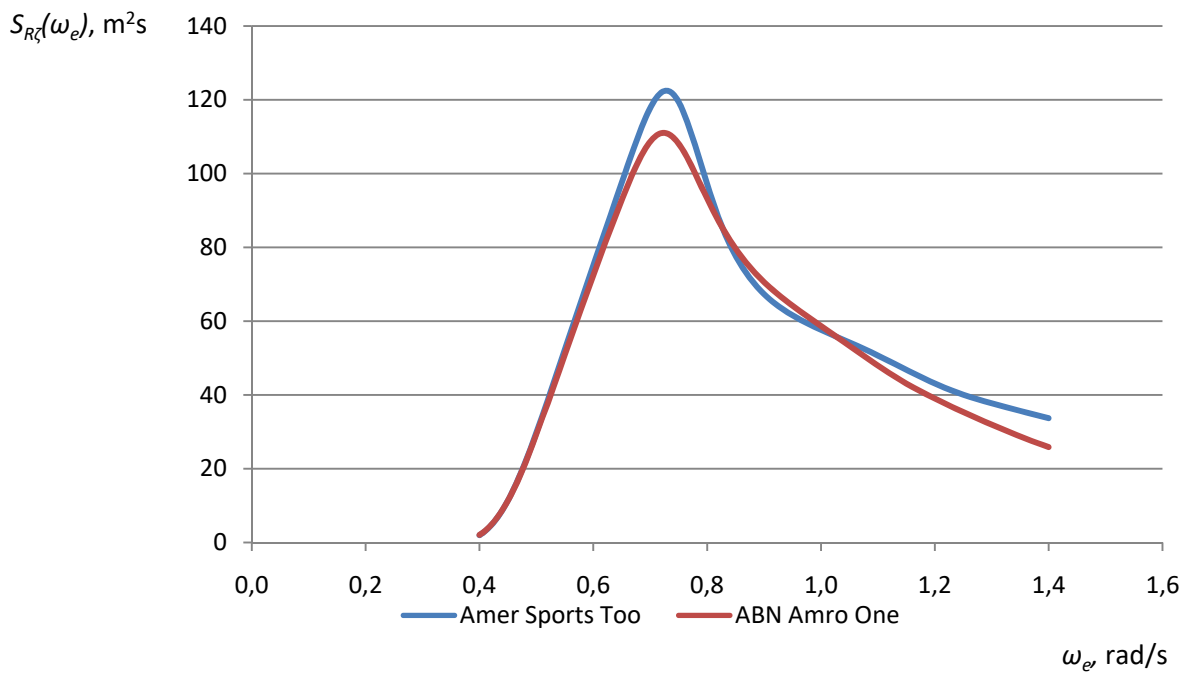
Dijagram 4. Spektri odziva za  $\beta_3$ 

#### 4.3.2. Spektri odziva za $\alpha_1$ i $U_2$

Dijagram 5. Spektri odziva za  $\beta_1$

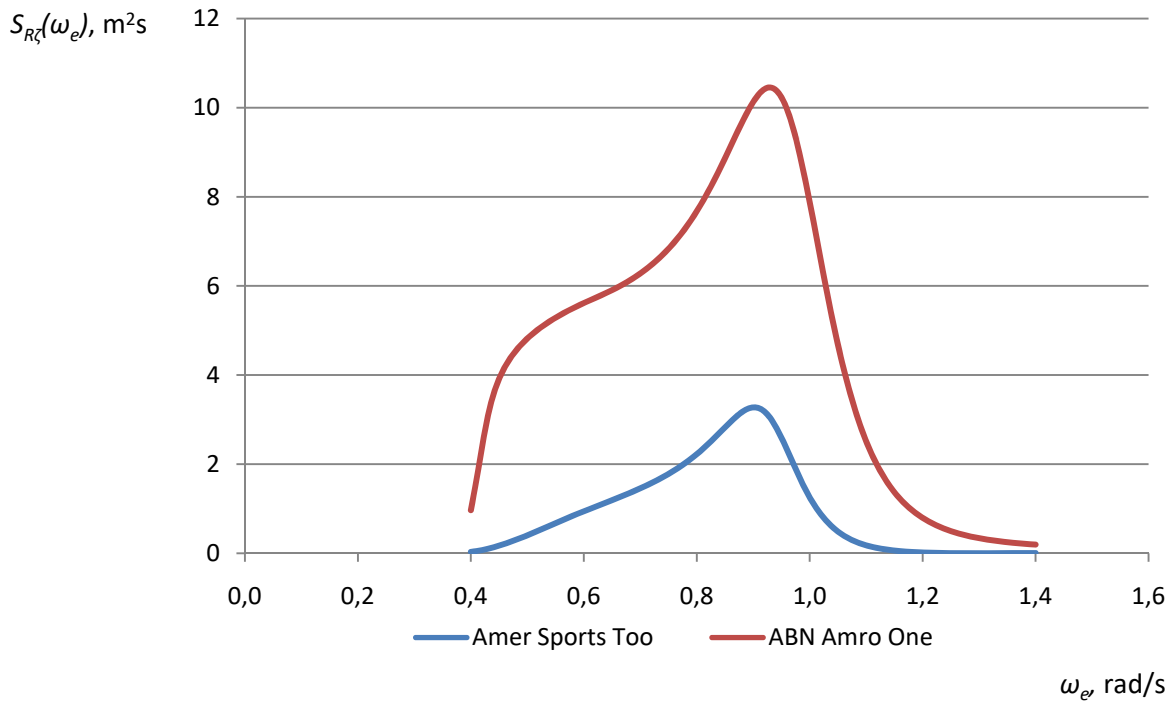


Dijagram 6. Spektri odziva za  $\beta_2$

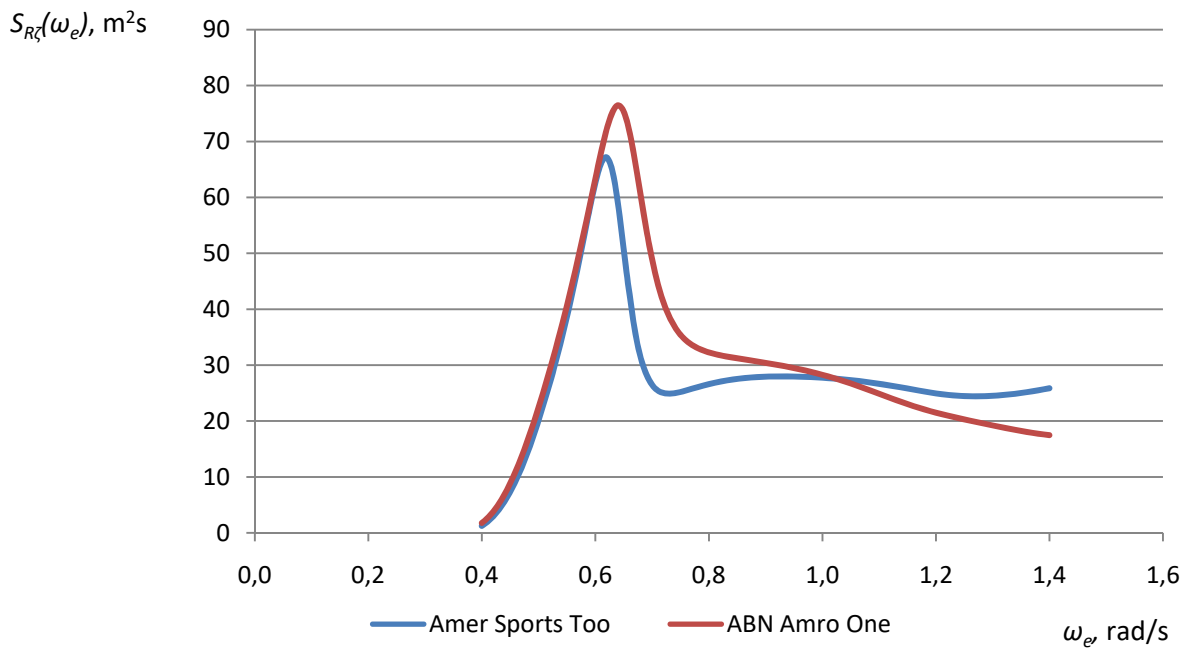


Dijagram 7. Spektri odziva za  $\beta_3$

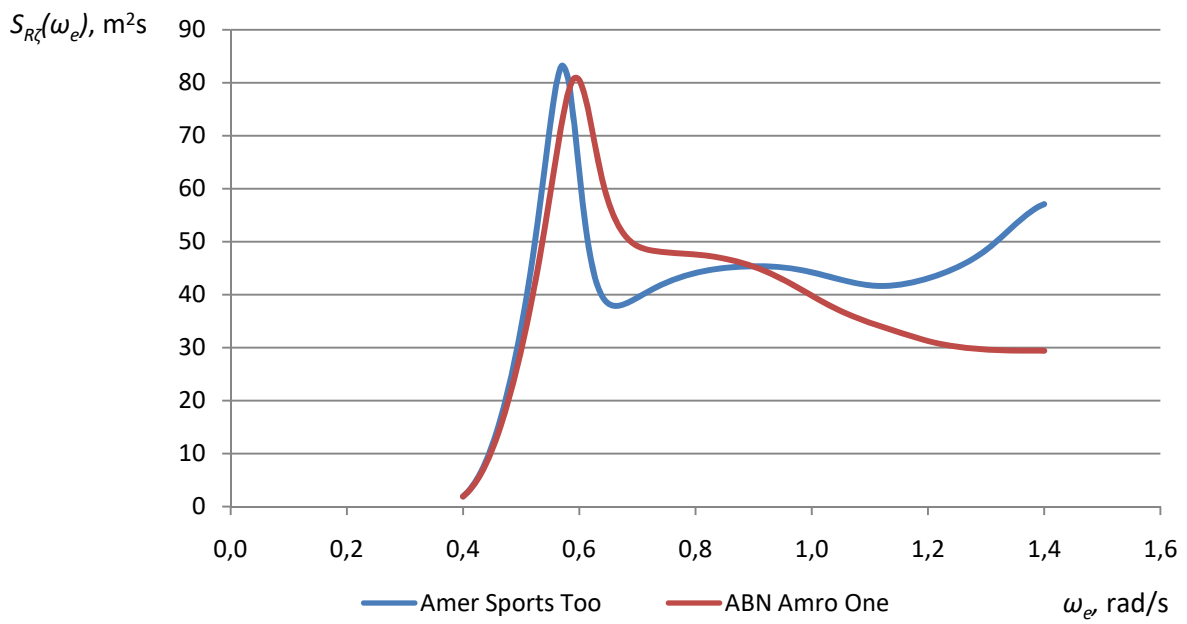
4.3.3. Spektri odziva za  $\alpha_1$  i  $U_3$



Dijagram 8. Spektri odziva za  $\beta_1$

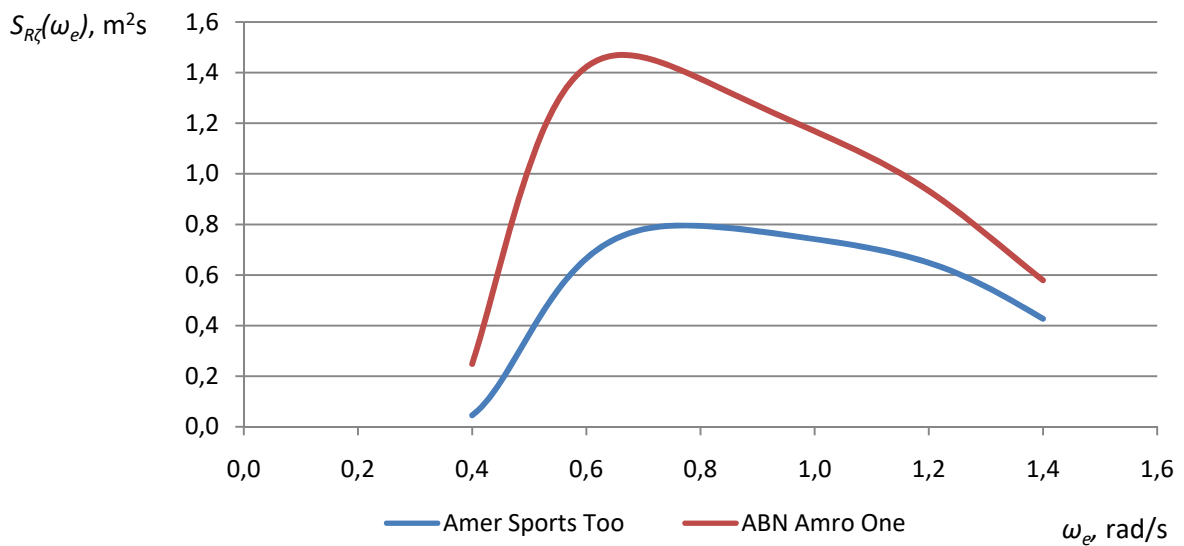


Dijagram 9. Spektri odziva za  $\beta_2$

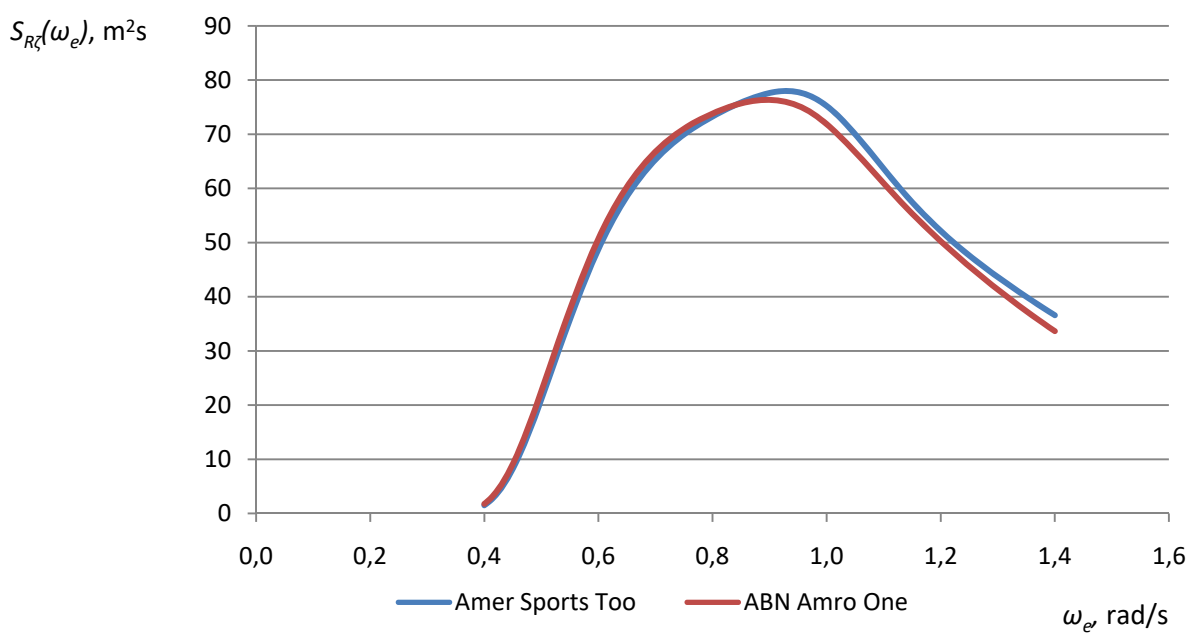


Dijagram 10. Spektri odziva za  $\beta_3$

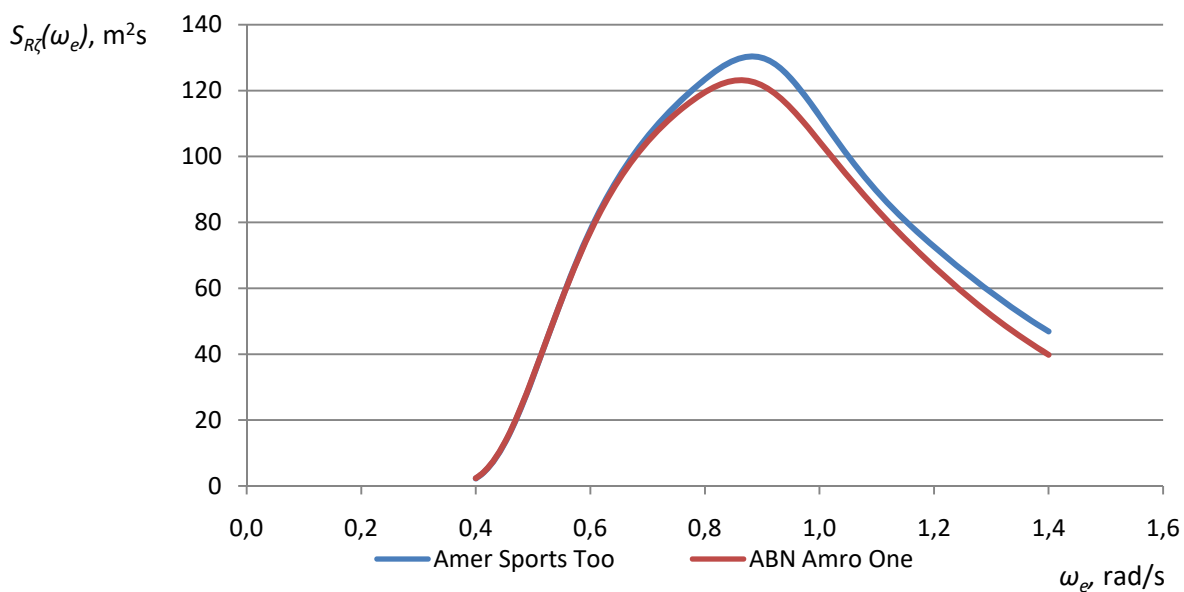
4.3.4. Spektri odziva za  $\alpha_2$  i  $U_1$



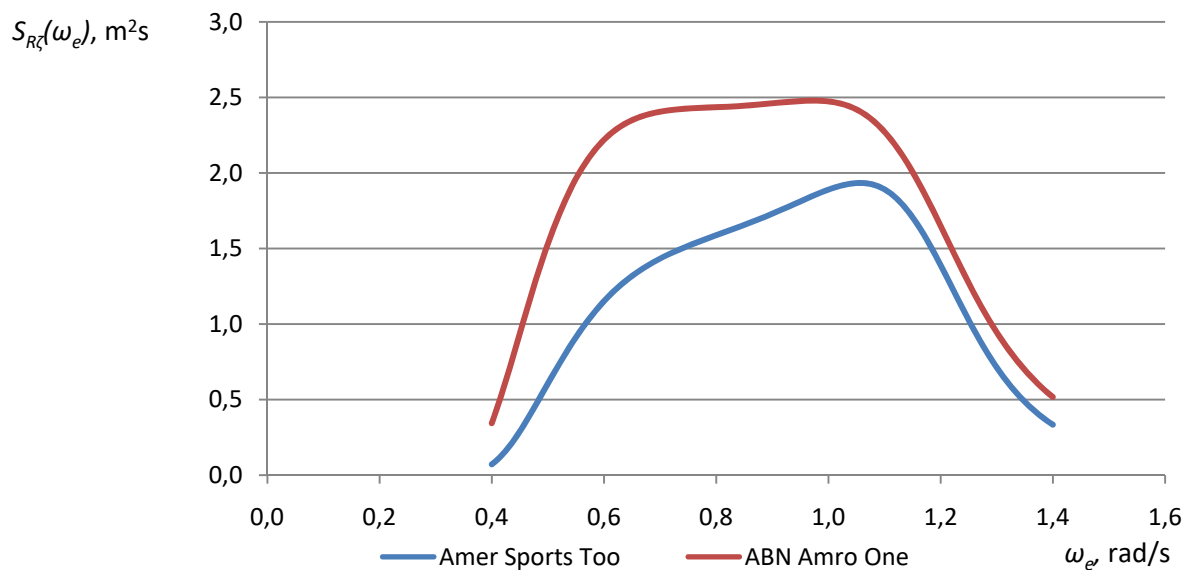
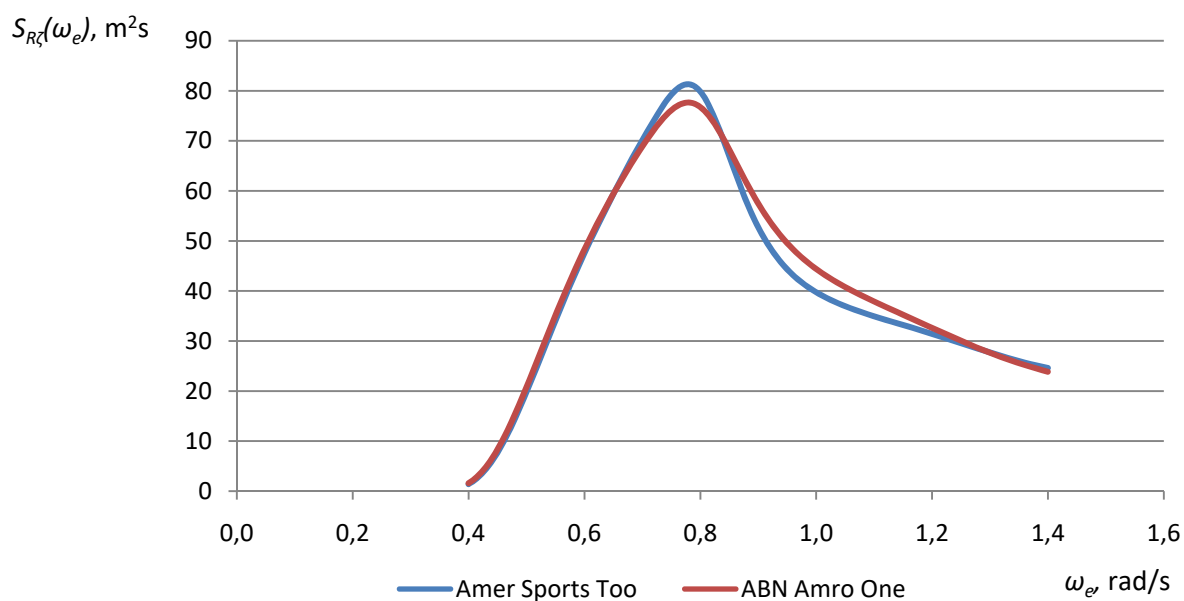
Dijagram 11. Spektri odziva za  $\beta_1$



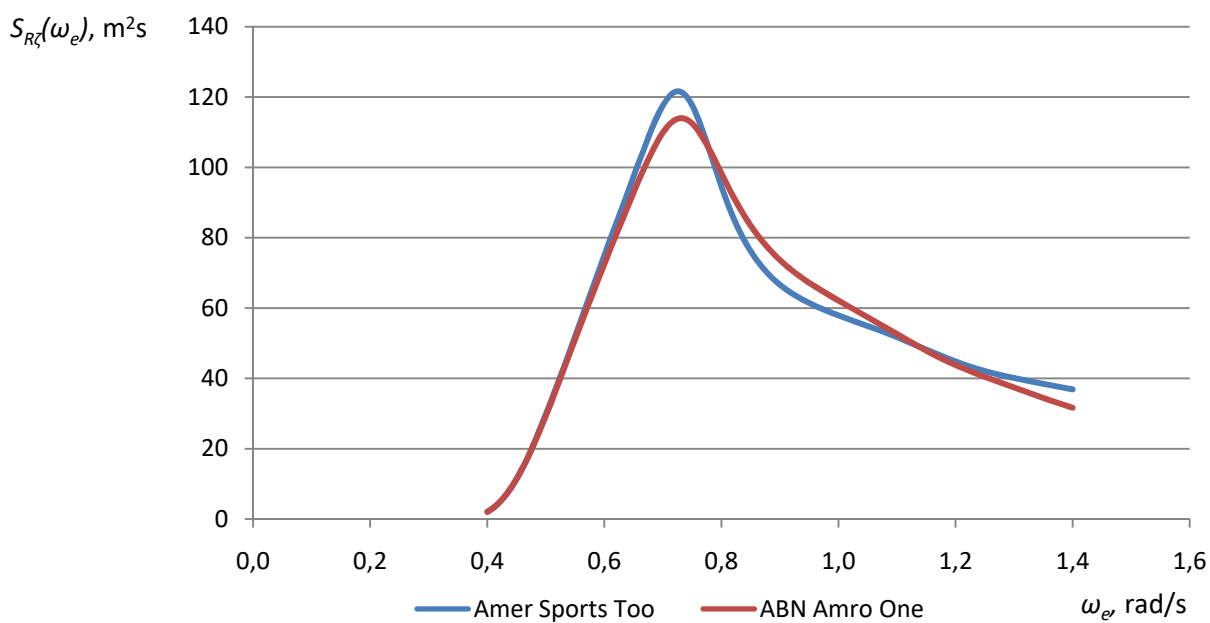
Dijagram 12. Spektri odziva za  $\beta_2$



Dijagram 13. Spektri odziva za  $\beta_3$

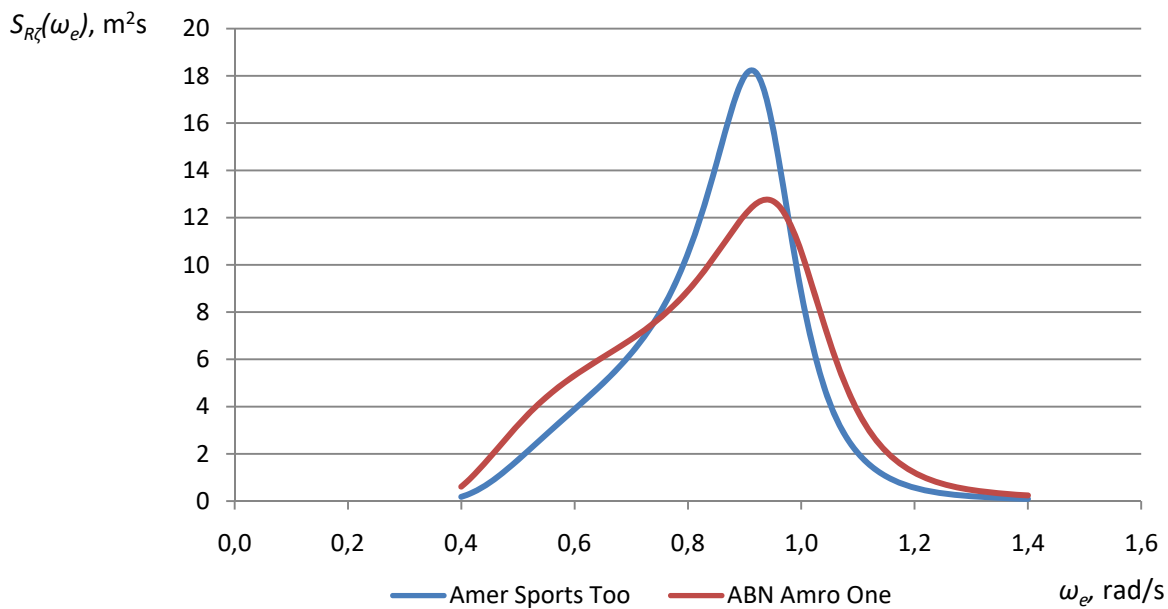
4.3.5. Spektri odziva za  $a_2$  i  $U_2$ Dijagram 14. Spektri odziva za  $\beta_1$ Dijagram 15. Spektri odziva za  $\beta_2$



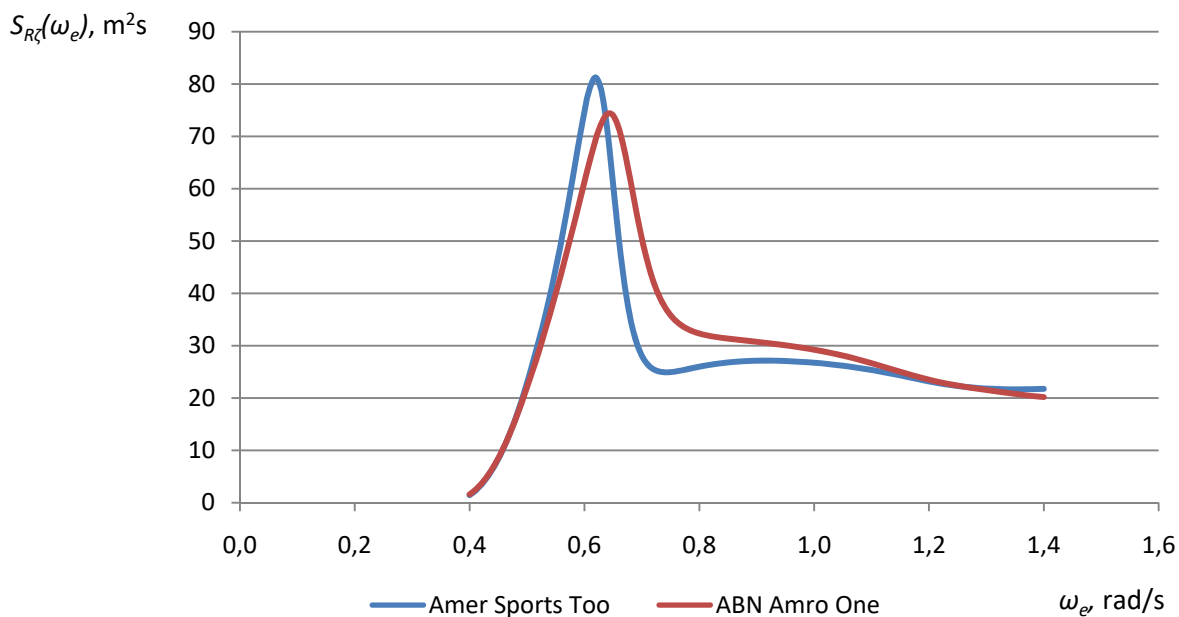


Dijagram 16. Spektri odziva za  $\beta_3$

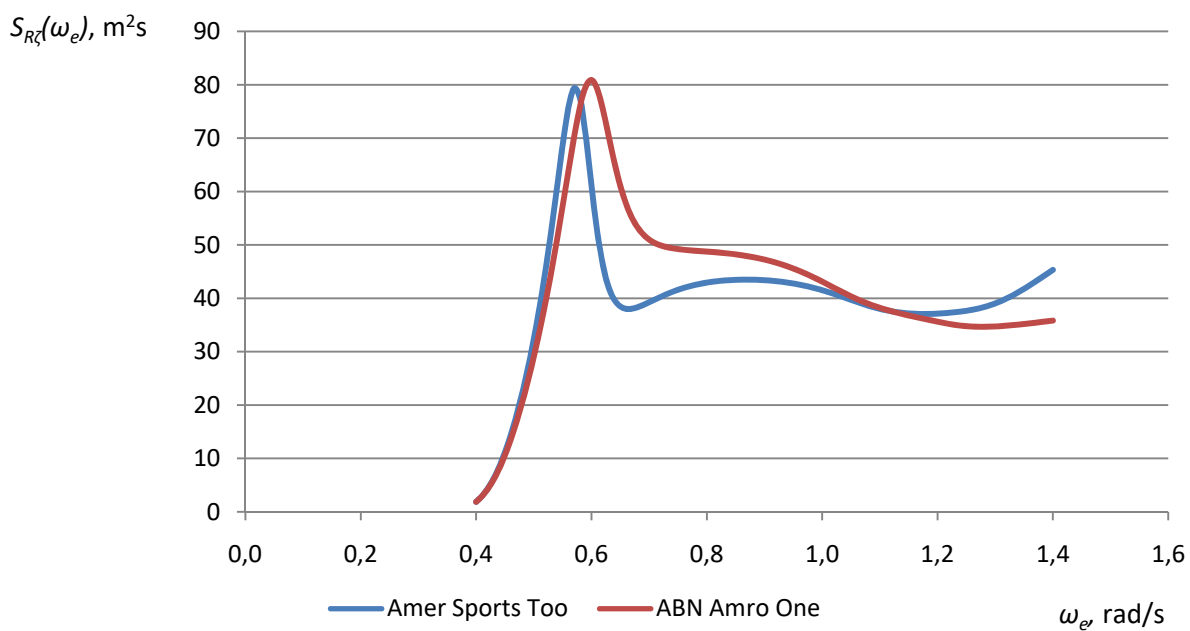
4.3.6. Spektri odziva za  $\alpha_2$  i  $U_3$



Dijagram 17. Spektri odziva za  $\beta_1$

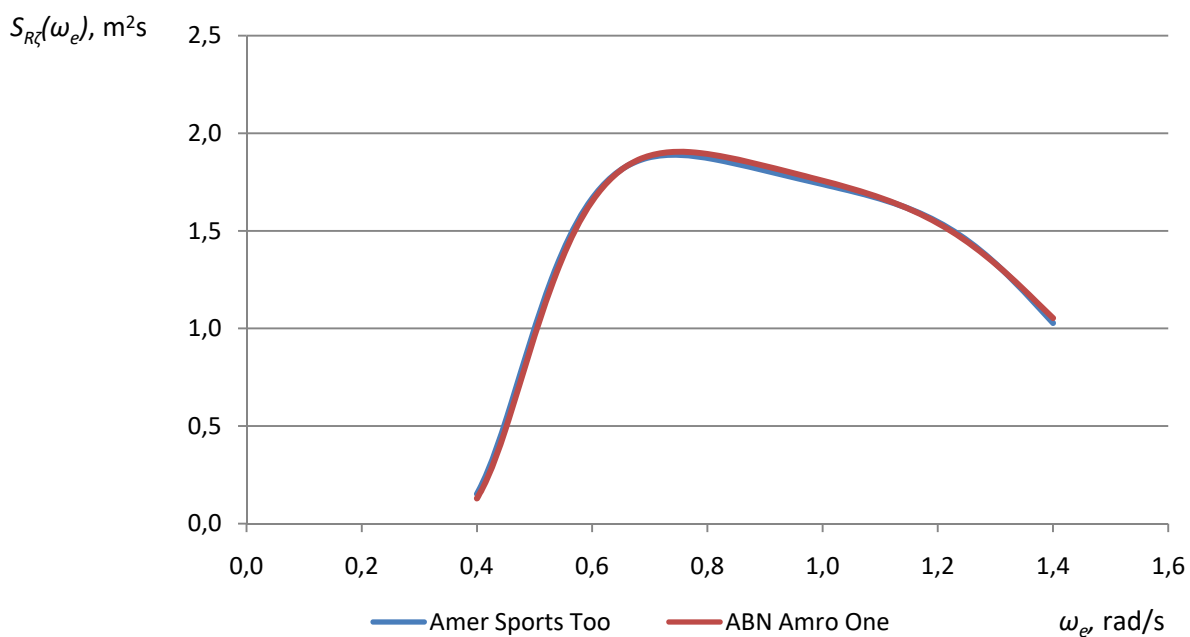


**Dijagram 18. Spektri odziva za  $\beta_2$**

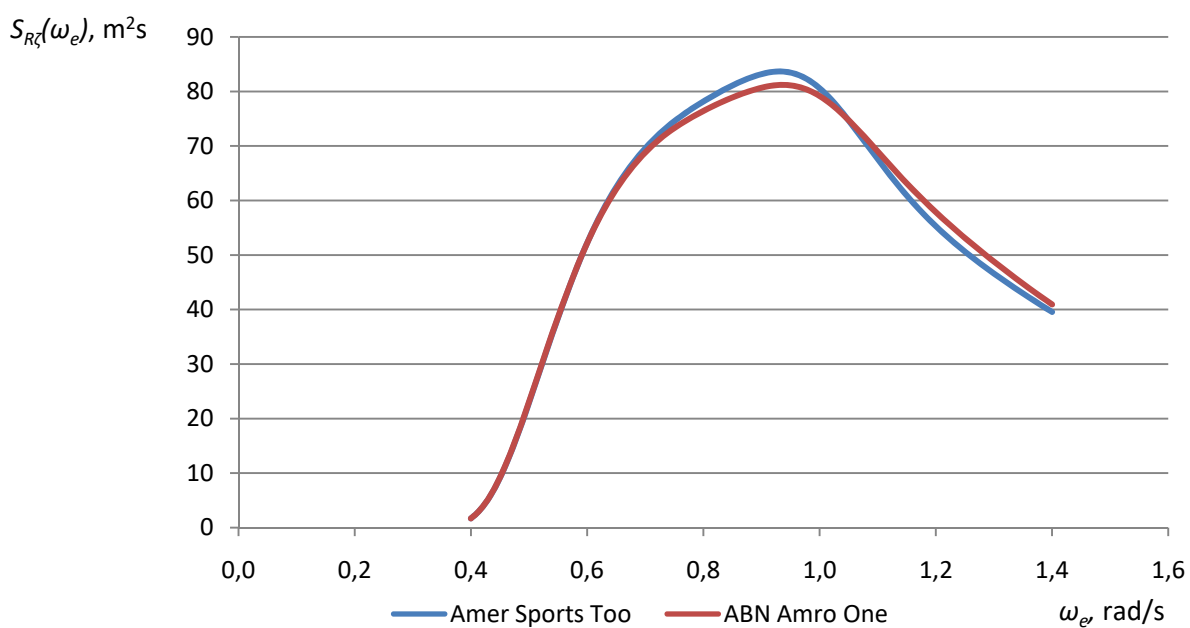


**Dijagram 19. Spektri odziva za  $\beta_3$**

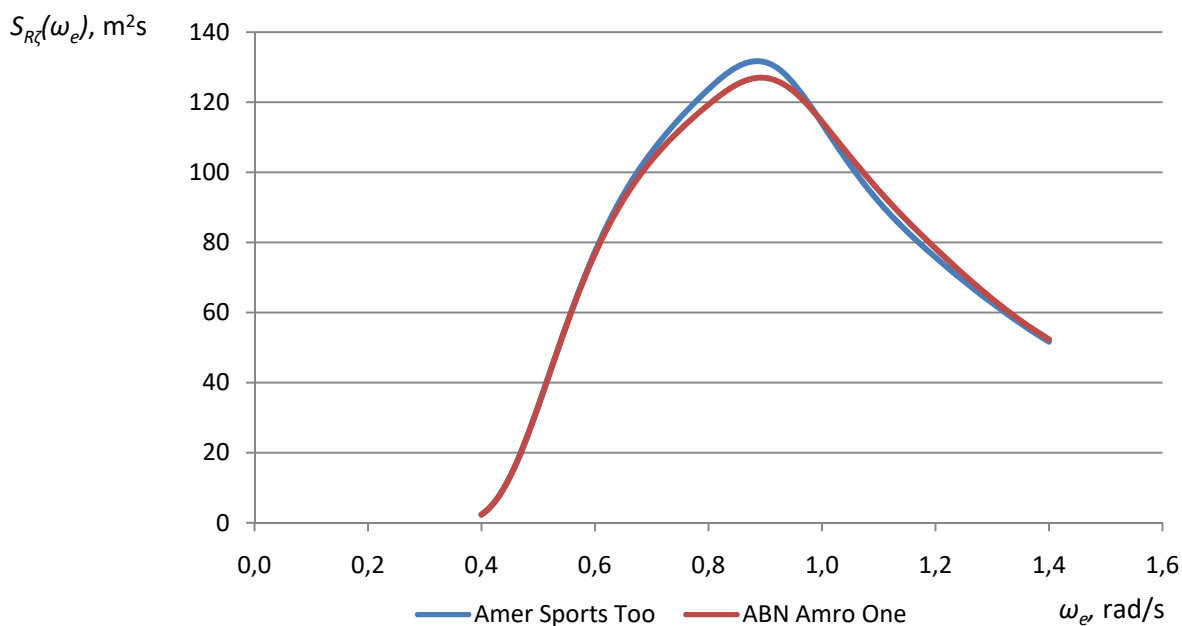
4.3.7. Spektri odziva za  $\alpha_3$  i  $U_1$



Dijagram 20. Spektri odziva za  $\beta_1$

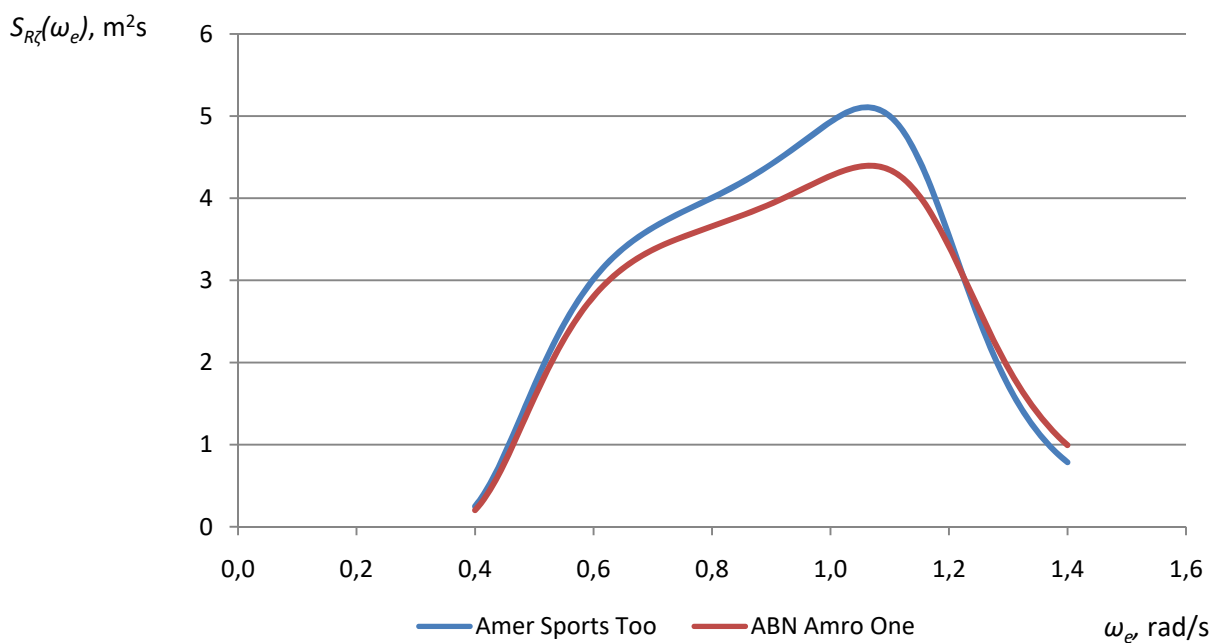


Dijagram 21. Spektri odziva za  $\beta_2$

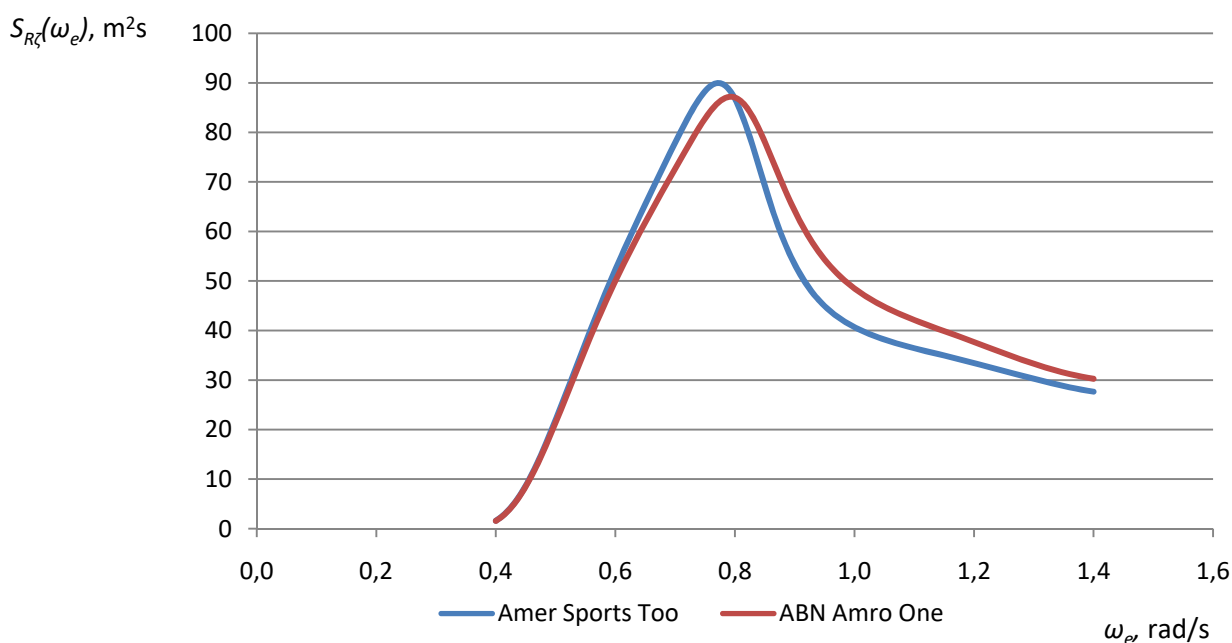


Dijagram 22. Spektri odziva za  $\beta_3$

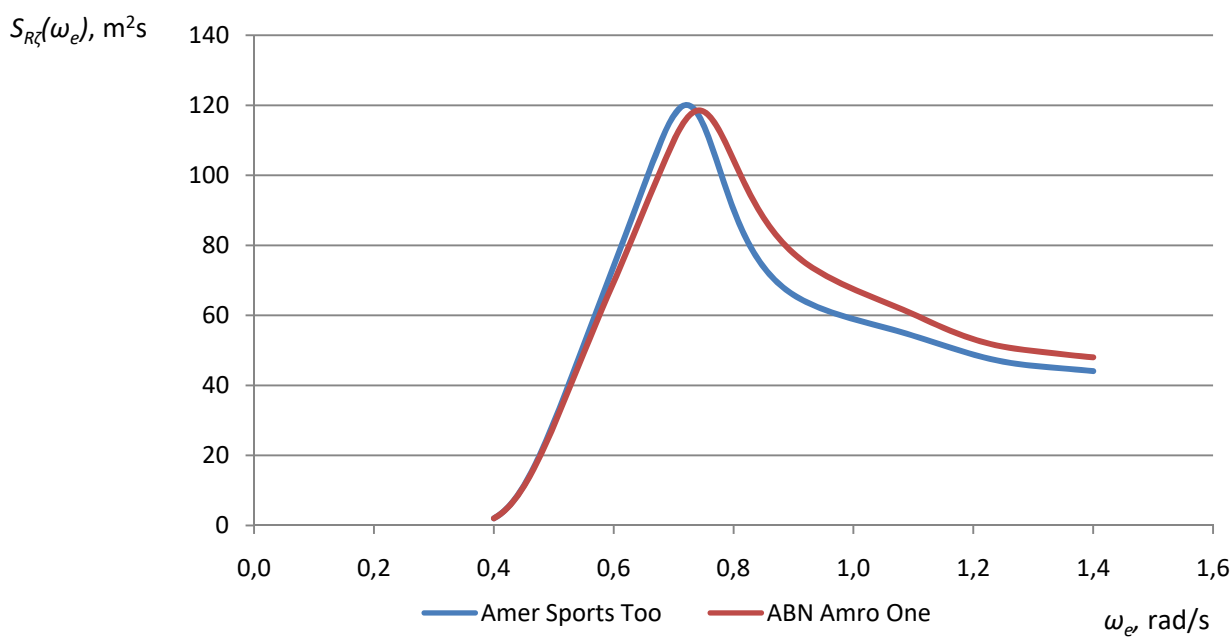
4.3.8. Spektri odziva za  $\alpha_3$  i  $U_2$



Dijagram 23. Spektri odziva za  $\beta_1$

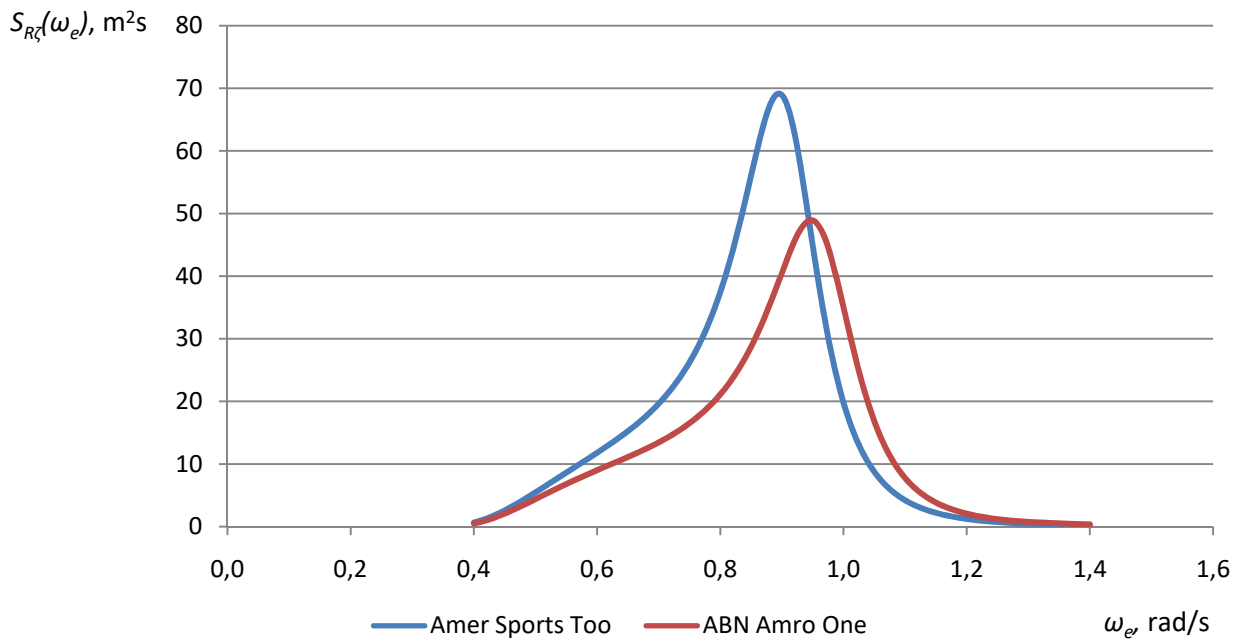


Dijagram 24. Spektri odziva za  $\beta_2$

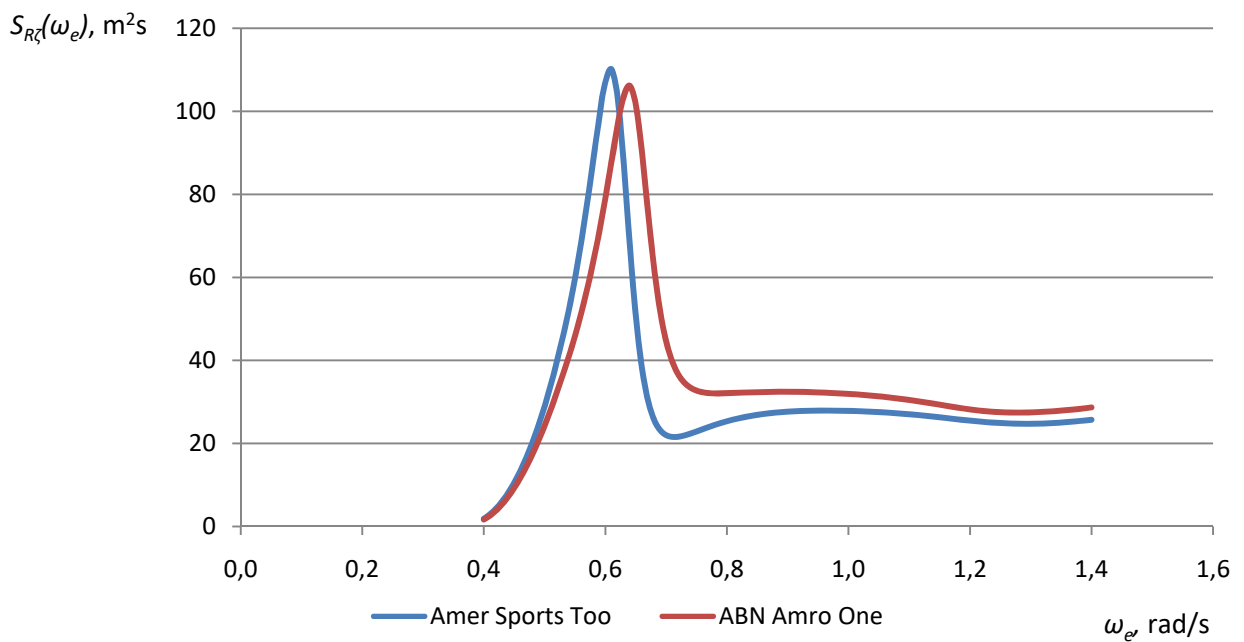


Dijagram 25. Spektri odziva za  $\beta_3$

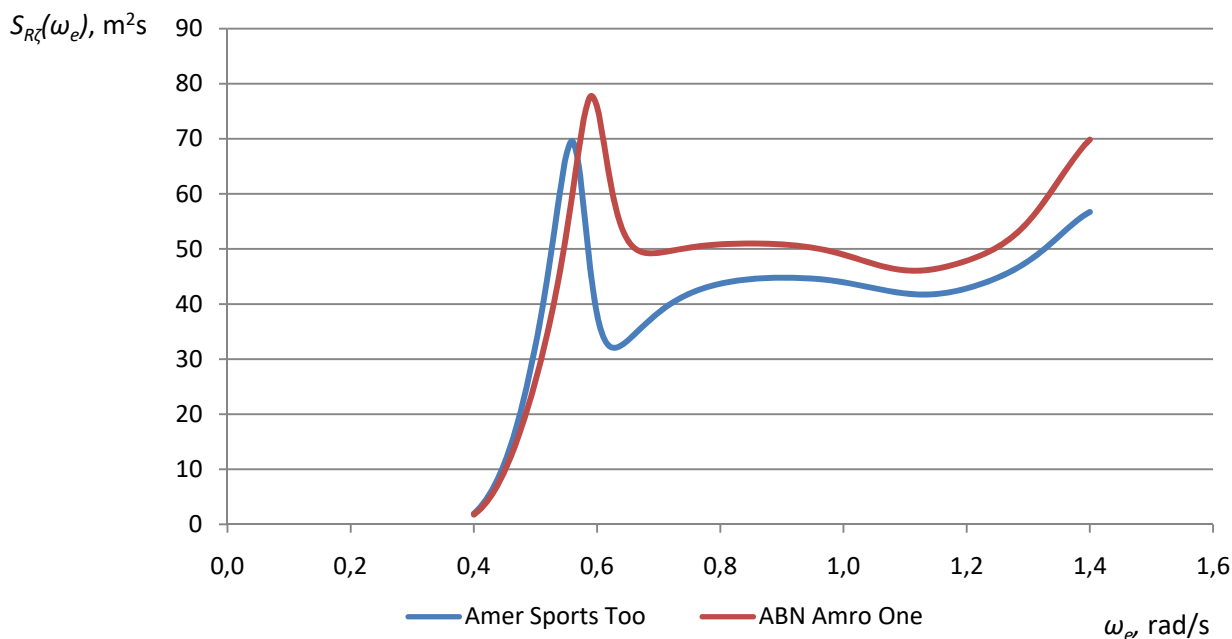
4.3.9. Spektri odziva za  $\alpha_3$  i  $U_3$



Dijagram 26. Spektri odziva za  $\beta_1$



Dijagram 27. Spektri odziva za  $\beta_2$

Dijagram 28. Spektri odziva za  $\beta_3$ 

Značajne vrijednosti amplitude odziva računaju se prema

$$R_{a1/3} = 2\sqrt{m_{0R}} \quad (7)$$

pri čemu je  $m_{0R}$  nulti moment spektra odziva, zapravo površina ispod krivulje spektra odziva. Površine ispod spektara odziva izračunate su numeričkom integracijom po trapeznom pravilu. U sljedećim tablicama prikazane su vrijednosti značajnih amplituda odziva za pojedini brod i zadane parametre.

Tablica 1. Značajne vrijednosti amplitude odziva, [m]

	Amer Sports Too								
	$\beta_1$			$\beta_2$			$\beta_3$		
	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
<i>U1</i>	0.928145	1.586082	2.463508	14.35308	14.70829	15.20341	18.1451	18.21417	18.37677
<i>U2</i>	1.270583	2.248877	3.612296	12.58766	12.92055	13.38694	15.44133	15.4768	15.60221
<i>U3</i>	1.981128	4.571337	8.188185	10.60331	10.7309	11.26725	13.20667	12.66819	12.87027

Tablica 2. Značajne vrijednosti amplitude odziva, [m]

ABN Amro One									
$\beta_1$			$\beta_2$			$\beta_3$			
$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	
U1	2.067141	2.094878	2.46401	14.28626	14.61001	15.21149	17.26616	17.72655	18.33824
U2	2.657872	2.752448	3.465448	12.83919	13.08806	13.75993	15.06355	15.46305	16.09078
U3	4.353347	4.604998	7.364715	11.04833	11.18073	11.96069	12.63127	13.01245	13.83878



## **5. ZAKLJUČAK**

Iz dobivenih rezultata vidljivo je da značajna amplituda odziva posrtanja raste s porastom bočnog nagiba što je očekivano budući da plovila s pretežito ravnim bokovima nagnuta imaju veću projekciju na slobodnu površinu. Značajna amplituda opada s porastom brzine osim u slučaju kursnog kuta  $90^\circ$ .

Rezultati su pokazali kako novija jedrilica „ABN Amro One“ nema znatno lošije pomorstvene karakteristike od starije jedrilice „Amer Sports Too“ osim u slučaju nailaska valova na bok.

**LITERATURA**

- [1] Čorić, V.; Prpić-Oršić J. : *Pomorstvenost plovnih objekata*; Zigo, Rijeka, 2006.
- [2] Tanocki, E. : *Završni rad*; Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016.
- [3] Prosinečki, T. : *Diplomski rad*; Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2016.
- [4] Perry, R.H. : *Yacht Design According to Perry*, International Marine/McGraw-Hill, New York, 2008.
- [5] Bureau Veritas : *HydroSTAR for Experts– User Manual*; 2013
- [6] Cengel, Y.A.; Cimbala, J.M. : *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*, McGraw-Hill, New York, 2006.
- [7] <https://en.wikipedia.org>
- [8] <http://chevaliertaglang.blogspot.com/>
- [9] [www.youtube.com/3Blue1Brown](http://www.youtube.com/3Blue1Brown)
- [10] [www.google.com/images](http://www.google.com/images)