Proračun čvrstoće vertikalnog silosa za žito

Perčinlić, Toni

Undergraduate thesis / Završni rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:652315

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-08-04**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Toni Perčinlić

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor: Student:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit, dipl. ing. Toni Perčinlić

Zagreb, 2018.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se svojemu mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu na svoj pruženoj pomoći tijekom izrade ovoga rada.

Na kraju bi se zahvalio svojoj obitelji na pruženoj podršci tijekom studiranja.

Toni Perčinlić

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum 21 -09- 2018	Prilog
Klasa: 602-04 / 18-6 / 3	
Ur.broj: 15-1708-18-318	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Toni Perčinlić** Mat. br.: 0035192207

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Proračun čvrstoće vertikalnog silosa za žito**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Strength Calculation of Grain Storage Silos**

Opis zadatka:

Razni spremnici su vjerojatno jedni od najraširenijih konstrukcija koje susrećemo svugdje oko nas. Proračun spremnika provodi se ovisno o namjeni na različite načine te se na kraju ako je potrebno dodatno provodi upotrebom raznih standardnih procedura.

Za definirane podatke o konstrukciji, dimenzijama te opterećenju i rubnim uvjetima vertikalnog silosa za žito potrebno je provjeriti da li silos zadovoljava uvjet čvrstoće tj. izvršiti kontrolni proračun silosa. Proračun provesti analitički i numerički te usporediti dobivene rezultate. Numerički proračun provesti primjenom programskog paketa Abaqus® koji se temelji na metodi konačnih elemenata. U numeričkim analizama koristiti dostupne konačne elemente iz baze programskog paketa. Potrebno je izvršiti verifikaciju primijenjenih konačnih elemenata i procedura na jednostavnijim problemima te rezultate usporediti s dostupnim analitičkim rezultatima.

U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:
30. studenog 2017.

Rok predaje rada:
1. rok: 23. veljače 2018.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2018.
3. rok: 21. rujna 2018.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 26.2. - 2.3. 2018.
2. rok (izvanredni): 2.7. 2018.
3. rok: 24.9. - 28.9. 2018.

Zadatak zadao:
Skozrit Ivica
Doc. dr. sc. Ivica Skozrit

Predsjednik Povjerenstva:
Balen
Prof. dr. sc. Igor Balen

SADRŽAJ

SADRŽAJ I
POPIS SLIKA II
POPIS TABLICA IV
POPIS OZNAKA V
SAŽETAK VII
SUMMARY VIII
1. UVOD 1
1.1. Procesi u silosima 1
1.2. Žitarice 3
1.3. Opis problema 3
1.4. Određivanje dimenzija silosa s obzirom na način protoka materijala 4
2. METODA KONAČNIH ELEMENATA 6
2.1. Programski paket *Abaqus* 6
2.2. Konačni elementi 7
2.2.1. Ljuskasti konačni elementi 7
2.2.2. Elementi za analizu 3D problema 8
3. VERIFIKACIJA 10
3.1. Cilindrični spremnik 10
3.1.1. Analitičko rješenje 11
3.1.2. Rješenje pomoću metode konačnih elemenata 14
3.2. Posuda 23
3.2.1. Analitičko rješenje 24
3.2.2. Rješenje pomoću metode konačnih elemenata 30
4. VERTIKALNI SILOS ZA ŽITO 34
4.1. Analitičko rješenje silosa 34
4.2. Rješenje pomoću metode konačnih elemenata 40
4.3. Numeričko rješenje silosa konstrukcijom bliskog realnom 42
ZAKLJUČAK 47
LITERATURA 48
PRILOZI 49

POPIS SLIKA

Slika 1. Silos [8] 2
Slika 2. Ulazni parametri geometrije silosa 4
Slika 3. Prikaz tipova konačnih ljuskastih elemenata 8
Slika 4. Često korišteni 3D elementi: a) heksaedarski element prvog reda, b) heksaedarski element drugog reda, c) tetraedarski element drugog reda 9
Slika 5. Uspravni cilindrični spremnik 10
Slika 6. Pretpostavljeni smjerovi djelovanja sile i momenta 12
Slika 7. Dijagram raspodjele radijalnog pomaka po visini ljuske 14
Slika 8. Rubni uvjeti i opterećenje modela cilindra 15
Slika 9. Prikaz mreže konačnih elemenata s četverokutnim ljuskastim elementima 16
Slika 10. Konvergencija ljuskastih konačnih elemenata prema maksimalnom radijalnom pomaku 17
Slika 11. Usporedba radijalnog pomaka po visini ljuske 17
Slika 12. Prikaz mreže konačnih elemenata s trostranim prizmatičnim elementima 18
Slika 13. Konvergencija 3D konačnih elementa prema maksimalnom radijalnom pomaku ... 19
Slika 14. Prikaz radijalnog pomaka C3D20R i C3D8R elemenata po visini ljuske 20
Slika 15. Prikaz radijalnog pomaka C3D20R i C3D15 elemenata po visini ljuske 20
Slika 16. Prikaz osnosimetričnog modela s rubnim uvjetima i opterećenjem 21
Slika 17. Konvergencija osnosimetričnih elemenata prema maksimalnom radijalnom pomaku 22
Slika 18. Prikaz radijalnog pomaka CAX4R i CAX8R elemenata po visini ljuske 22
Slika 19. Posuda opterećena unutarnjim tlakom [10] 23
Slika 20. Pretpostavljeni smjerovi djelovanja sila i momenata dijelova posude 24
Slika 21. Redukcija vanjskog opterećenja prstena na F_r i M_t 26
Slika 22. Radijalni pomak duž meridijana cilindrične ljuske 29
Slika 23. Kut zakreta duž meridijana cilindrične ljuske 29
Slika 24. Model posude sa rubnim uvjetima i opterećenjem 30
Slika 25. Prikaz mreže konačnih elemenata modela posude 31
Slika 26. Prikaz radijalnog pomaka posude 32
Slika 27. Prikaz naprezanja prema von Mises-u 32
Slika 28. Dijagramski prikaz radijalnog pomaka 33
Slika 29. Skica silosa 34

Slika 30. Pretpostavljeni smjerovi djelovanja sila i momenata dijelova silosa 36
Slika 31. Redukcija vanjskog opterećenja prstena na F_r i M_t 38
Slika 32. Prikaz pojednostavljenog silosa sa rubnim uvjetima i opterećenjem 41
Slika 33. Prikaz mreže konačnih elemenata 41
Slika 34. Dijagramski prikaz usporedbe rezultata radijalnog pomaka 42
Slika 35. Prikaz spoja cilindričnog dijela silosa i prstena s nogom [11] 42
Slika 36. Model silosa s rubnim uvjetima i opterećenjem 43
Slika 37. Mreža konačnih elemenata silosa 44
Slika 38. Prikaz maksimalnog naprezanja silosa po von Mises-u 45
Slika 39. Prikaz radijalnog pomaka silosa 46

POPIS TABLICA

Tablica 1. Osnovni parametri silosa 5

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
a	m	širina poprečnog presjek prstena
b	m	visina poprečnog presjeka prstena
D_c	Nm	fleksijska krutost cilindra
E	N/m^2	modul elastičnosti
H	m	visina ljuske
h	m	debljina ljuske
l	m	duljina
M_0	Nm/m	unutarnji moment
N_x, N_φ, N_ϑ	N/m	membranske sile
p	N/m^2	tlak
p_h	N/m^2	hidrostatski tlak
Q_0	N/m	unutarnja sila
Q_r^m	N/m	membranska poprečna sila
R	m	radijus ljuske
u_r	m	radijalni pomak
w	m	radijalni pomak
w_c	m	radijalni pomak cilindra
w_k	m	radijalni pomak konusa
w_c^m	m	membranski pomak cilindra
w_k^m	m	membranski pomak konusa
w_c^f	m	fleksijski pomak cilindra
w_k^f	m	fleksijski pomak konusa
α	rad	kut zakreta

α_c	rad	kut zakreta cilindra
α_k	rad	kut zakreta konusa
α_c^f	rad	fleksijski kut zakreta cilindra
α_k^f	rad	fleksijski kut zakreta konusa
α_c^m	rad	membranski kut zakreta cilindra
α_k^m	rad	membranski kut zakreta konusa
α_{11}, α_{12}, α_{22}	mm^2/N, mm/N, N^{-1}	uplivni koeficijenti
β	m^{-1}	geometrijsko materijalna značajka ljuske
ρ	kg/m^3	gustoća
ν	-	Poissonov faktor
ϑ_0	°	kut konusne ljuske
ϑ_{gr}	°	granični kut konusne ljuske

SAŽETAK

Glavni cilj ovoga rada je provesti numerički proračun vertikalnog silosa za žito koji je svojim dimenzijama i konstrukcijom vrlo sličan realnom silosu.

U prvom poglavlju pojašnjavaju se silosi i procesi koji se odvijaju u silosima te se opisuje problem kojega je potrebno riješiti. Prikazan je način na koji su se odredile dimenzije silosa s obzirom na način protoka materijala pri ispuštanju iz silosa.

Zatim se objašnjava metoda konačnih elemenata te se govori o elementima koji su se koristili u analizama ovoga rada.

Prikazani su verifikacijski primjeri koji su poslužili kao jednostavniji primjeri za rješavanje problematike silosa kako bi se utvrdila ispravnost elemenata potrebnih za analizu samoga silosa.

U četvrtom poglavlju, proveden je analitički proračun pojednostavljenog silosa te su rezultati uspoređeni s rezultatima koji su se dobili numeričkim putem. Na kraju se provodi analiza silosa s konstrukcijom koja je bliska realnoj te se daju rezultati analize i uspoređuju sa rezultatima koji su se dobili kod pojednostavljenog silosa.

Ključne riječi: vertikalni silos, metoda konačnih elemenata, žitarice, Abaqus

SUMMARY

The main goal of this thesis is to carry out a numerical calculation of the vertical grain storage silo, which is, by its dimensions and construction, close to a real silo.

In the first chapter, silos and processes that take place in silos are explained as well as the problem that needs to be solved. The method by which the silo dimensions were determined, with respect to the manner of material flow during silo discharge, is shown.

In addition, the finite element method as well as the elements that were used in analysis of this thesis are explained.

Verification examples that were used as simple examples for silo problematics solving are shown in order to determine correctness of the elements required for silo analysis.

In the fourth chapter, an analytical calculation of the simplified silo was performed and the results were compared with the results obtained by numerical method. Finally, an analysis of the silo with construction similar to the real silo is performed and the results of the analysis, as well as the results comparison with the simplified silo, are shown.

Key words: vertical silo, Finite Element Method, cereals, Abaqus

1. UVOD

Silosna postrojenja je naziv za postrojenja koja se u poljoprivredi koriste za prijam, predčišćenje, sušenje i skladištenje poljoprivrednih proizvoda, u ovom slučaju žitarica. Glavna namjena silosnih postrojenja je skladištenje zrna, koje je na oranici ubrano vlažno i onečišćeno, doraditi u kvalitetnu sirovinu. Kako bi ta sirovina postala standardni prehrambeni proizvod, potrebno je pri obradi poštivati propisane kriterije.

Silos je spremnik koji je vrlo visok, naspram svoje (relativno male) širine. Može biti izgrađen od betona, čelika, drva ili plastike, ovisno o potrebi. Može imati ravno ili konusno dno. Stavljanjem više skladišnih ćelija u građevnu cjelinu, nastaje postrojenje koje nazivamo silos, a pojedinačni spremnik tad nazivamo komorom silosa.

Prema namjeni, a ovisno o kapacitetu i trajanju skladištenja, dijele se na lučke silose, pretovarne silose, mlinske silose i poljoprivredne silose. Prema načinu gradnje, dijele se na kružne, kvadratne i poligonalne. Poligonalni silosi se još dijele na šesterokutne i osmerokutne.

Silosi s obzirom na klase pouzdanosti, ovisno o pouzdanosti konstrukcije i različitim utjecajima otkazivanja konstrukcije prema dijele se na [7]:

- klasa pouzdanosti 1 (silosi kapaciteta manjeg od 100 tona),
- klasa pouzdanosti 2 (svi silosi iz standarda koji nisu svrstani u druge klase),
- klasa pouzdanosti 3 (silosi sa kapacitetom većim od 10000 tona i silosi sa kapacitetom većim od 1000 tona kod kojih se pojavljuje ekscentrično pražnjenje s omjerom e_0/d_c (e_0 predstavlja ekscentričnost izlaznog otvora, dok d_c promjer cilindričnog dijela silosa) > 0,25 i zdepasti silos s ekscentricitetom gornje plohe e_t/d_c (e_t predstavlja ekscentričnost središta gornje površine materijala u slučaju kad je silos pun) > 0,25).

1.1. Procesi u silosima

Nakon sušenja, zrno se transporterima (elevatorima, spiralnim transporterima) doprema do skladišnog prostora – silosa ili komore silosa. Skladišni prostor za suho zrno je opremljen odgovarajućim instrumentima za praćenje promjena u zrnenoj masi, opremom za punjenje i pražnjenje, opremom za kontrolu sadržaja te opremom za dopunsko propuhivanje

uskladištene mase. Bez obzira na vrstu i konstrukciju, svaki silos mora imati sustav za početno hlađenje, koji hladi žitarice na temperaturi od 4°C do 10°C. Pravilno očišćena, osušena i ohlađena na 10°C, zrnena masa žita može se sigurno skladištiti od 6 do 10 mjeseci, uz najbolju održivost kakvoće. Temperatura se u silosu, nakon skladištenja, održava prirodnom i prisilnom ventilacijom. Prirodna ventilacija ostvaruje se provjetravanjem kroz otvore, provjetravanjem kroz okna ili ventiliranjem preko krovnih produžetaka, dok se prisilna ventilacija ostvaruje ventilatorima.

Ukoliko se detektira pojava rasta temperature u silosu ili komori silosa, pokreće se postupak eleviranja. Eleviranje je prebacivanje uskladištene mase iz punog u prazno skladište, kako bi se dio zrnja kojem je porasla temperatura pomiješao s zdravim dijelom. Na taj način se, miješanjem, sprečava samo zagrijavanje i samozapaljenje. Za potrebu eleviranja, barem jedno od skladišta mora biti prazno ili napola puno, kako bi postojao slobodan prostor za prebacivanje zrnja. Osim eleviranja iz jednog u drugo skladište, postoji i proces eleviranja posebnim elevatorom koji ima dugi puž, tako da vuče zrnje od dna skladišta prema vrhu, miješajući zrnje iz svih dijelova skladišta i izbacivajući ga na vrh uskladištene mase .

Slika 1. Silos [8]

1.2. Žitarice

Žitarice su jednogodišnje biljke iz porodice trava, čiji zrnati plodovi (žita) služe za prehranu ljudi i životinja i kao sirovina u prehrambenoj industriji. Žitarice u zrnu uzgajaju se u većim količinama i pružaju više energije od bilo koje druge vrste usjeva.

U prvom redu sistematike i podjele žitarica to su: pšenica, raž, ječam, riža, zob i kukuruz. Plod je žitarica zrno ili pšeno. Zrno je nekih žitarica sraslo s pljevicama (ječam, riža) ili ga one samo obavijaju (zob). Takva se zrna nazivaju pljevičastima, za razliku od zrna koja tijekom žetve ispadaju iz pljevica, a nazivaju se golima (pšenica, raž). Kemijski sastav zrna žitarica ovisi o vrsti, sorti, agroekološkim uvjetima uzgoja i tehnologiji proizvodnje. U zrnima svih žitarica prevladavaju tzv. nedušične ekstraktivne tvari (uglavnom škrob, zatim bjelančevine, celuloza, masti i mineralne tvari) te voda, enzimi i vitamini. Udjel je vode u suhom zrnu (sposobnom za duže skladištenje) oko 14% .

1.3. Opis problema

Projektirati silos ne znači samo proračunati dimenzije konstrukcijskih elemenata, nego i proučiti geometrijske oblike objekta, položaj i veličinu ispusnog otvora s opremom za punjenje i pražnjenje skladišnog prostora. Potrebno je adekvatno procijeniti statički pritisak i pritisak zbog protjecanja materijala tijekom pražnjenja, te dinamičke efekte. Nejednolika djelovanja, toplinske utjecaje i utjecaje zbog nestandardne tvorničke proizvodnje također treba uzeti u obzir.

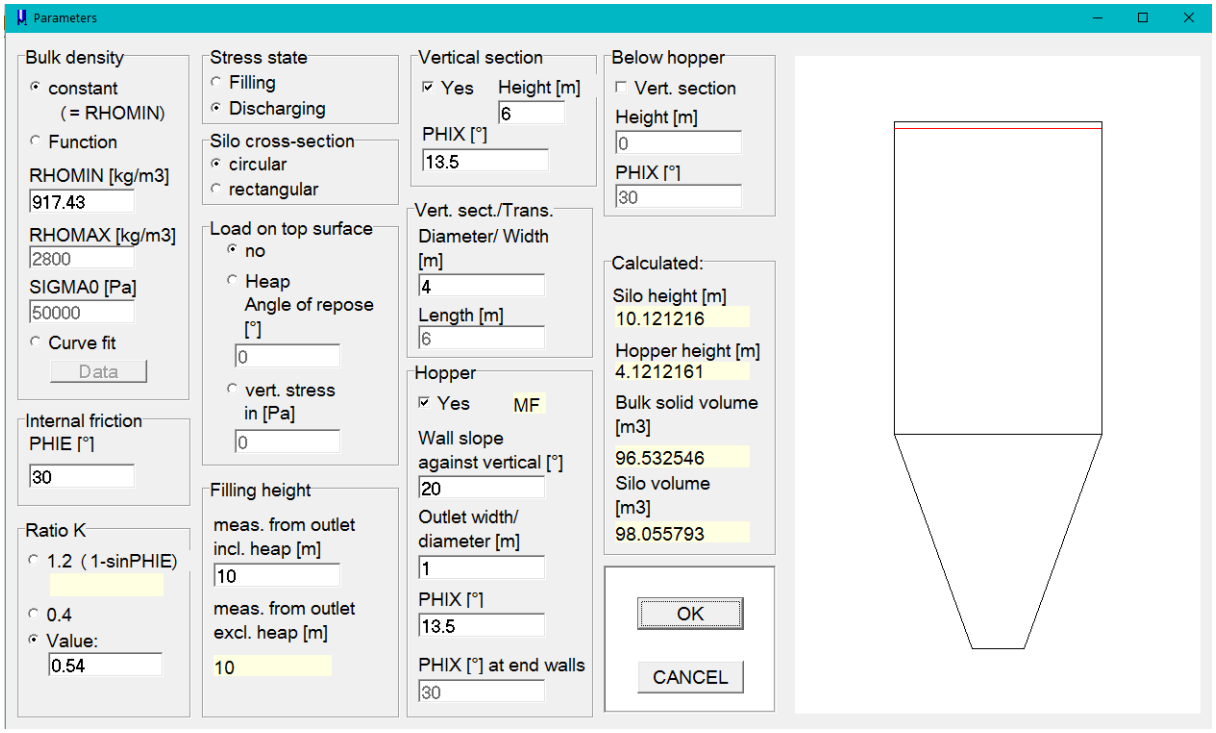
Jedan od najkritičnijih slučajeva opterećenja (djelovanja) na silos je opterećenje pri pražnjenju silosa. Način proračuna i uzimanja u obzir opterećenja pražnjenja uvelike ovisi o načinu protoka uskladištenog materijala koji se pojavljuje tijekom pražnjenja.

Uzimajući u obzir projektiranje geometrije silosa, potencijalni problemi uključuju stvaranje svoda (tzv. zasvođavanje, eng. *arching*) preko otvora ispusta, formiranje cjevaste rupe kroz materijal (eng. *ratholing/piping*) i sam način protoka tijekom pražnjenja. Sklonost rasutog materijala zasvođavanju ili formiranju cjevaste rupe je prvenstveno povezano s njegovom kohezivnošću, dok način protoka tijekom pražnjenja ovisi o kutu unutarnjeg trenja materijala i trenju koje se pojavljuje između materijala i stjenki silosa.

Masovni protok je moguć jedino u slučaju strmih i glatkih stjenki lijevka i ako se materijal prazni kroz cijeli otvor ispusta. Ako su stjenke lijevka plitke (ravne) i hrapave, pojavit će se dimnjački protok. U slučaju dimnjačkog protoka, u pokretu je jedino dio materijala koji se nalazi u području iznad ili u okolini ispusta. Materijal uz stjenke silosa miruje i naziva se „mrtva“ ili nepomična zona [1].

1.4. Određivanje dimenzija silosa s obzirom na način protoka materijala

U sklopu ovoga zadatka pomoću programa *Silostress tool* [9] određena je geometrija silosa kod koje se javlja masovni protok. Na slici 2. je prikazan način na koji se odredila geometrija silosa, tako da su se unosili različiti parametri kako bi se ostvario optimum između kapaciteta silosa do 100 tona i kako bi se ostvario masovni protok tijekom pražnjenja silosa. Kako silos ima ukupan kapacitet od 88,5 tona on pripada u klasu pouzdanosti 1. Iako se odredila geometrija silosa s obzirom na masovni protok u sklopu ovoga zadatka neće se razmatrati slučaj opterećenja pri pražnjenju silosa, već će se u sklopu ovoga zadatka razmatrati slučaj kada je ispust iz silosa zatvoren i napunjen do iskorištenja maksimalnog kapaciteta.



Slika 2. Ulazni parametri geometrije silosa

U razmatranju ovoga zadatka je uzeta pšenica jer ima najveću gustoću od ostalih žitarica koja iznosi 917,43 kg/m^3.

Tablica 1. Osnovni parametri silosa

Maksimalna visina punjenja	10 m
Visina cilindričnog djela	6 m
Promjer cilindričnog djela	4 m
Kut nagiba konusa	20°
Promjer izlaznog otvora	1 m
Kapacitet silosa	88584 kg

2. METODA KONAČNIH ELEMENATA

Metoda konačnih elemenata je numerička metoda koja se primjenjuje u mehanici deformabilnih tijela za rješavanje problema statike i dinamike. Razmatrani kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretnim modelom međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode. Drugim riječima, područje kontinuuma dijeli se na konačan broj podpodručja koja se nazivaju konačni elementi, pa se razmatrani kontinuum prikazuje kao mreža konačnih elemenata.

Konačni elementi međusobno su povezani u točkama na konturi elementa koje se nazivaju čvorovi. Stanje u svakom elementu, kao što je primjerice polje pomaka, deformacije, naprezanja, temperature te ostalih veličina u problemu polja, opisuje se pomoću interpolacijskih funkcija. Te funkcije moraju zadovoljavati odgovarajuće uvjete da bi se diskretizirani model što više približio ponašanju kontinuiranog sustava.

Budući da je metoda konačnih elemenata numerička metoda, sva dobivena rješenja su približna, odnosno realnim vrijednostima može se samo približiti uz pravilan odabir proračunskog modela i uz pravilno odabrane tipove konačnih elemenata. Zbog toga je naročito važno poznavati fizikalno ponašanje konstrukcije koja se analizira te poznavati teorijske osnove konačnih elemenata.

U vremenu kad se količina prirodnih resursa svakim danom smanjuje, od velike je važnosti i optimiranje količine materijala potrebnog za izradu konstrukcije. Bitno je naglasiti da je važnost metode konačnih elemenata došla do izražaja pojavom snažnijih računala, upravo zbog toga jer je broj jednadžbi često vrlo velik, pogotovo za složenije modele [2].

2.1. Programski paket *Abaqus*

Abaqus [3] je programski paket koji se zasniva na metodi konačnih elemenata koji se primjenjuje se za rješavanje različitih problema kao što su analiza pomaka i naprezanja, prijenos topline, difuzija mase, akustička analiza te mnogi drugi. *Abaqus* je proizvod tvrtke Dassault Systems i na tržištu se pojavio 1978. godine te od tada pa do danas postaje jedan od vodećih paketa za rješavanje problema metodom konačnih elemenata.

Abaqus se sastoji od dva osnovna proizvoda a to su: *Abaqus/Standard* i *Abaqus/Explicit. Abaqus/Standard* se koristi za rješavanja statičkih i dinamičkih slučajeva opterećenja raznih konstrukcija, dok se *Abaqus/Explicit* koristi kod simuliranja kratkih tranzijentnih dinamičkih slučajeva kao što je na primjer test sudara automobila.

Svi programski paketi koji služe za rješavanje problema koristeći metodu konačnih elemenata podijeljeni su u nekoliko radnih cjelina, kako bi se olakšalo upravljanje i kontrola podataka, a to su:

- učitavanje ulaznih podataka (pretprocesor),
- izračunavanje (procesor),
- prikaz rezultata (postprocesor).

U pretprocesoru se opisuje geometrija odabranog proračunskog modela. Geometrija proračunskog modela može biti napravljena u *Abaqus/CAE*-u, ali i u bilo kojem Computer-Aided Design (CAD) programskom paketu. U procesoru se pomoću algoritama rješava problem matematičkog modeliranja i stvaraju podatci za grafički prikaz rezultata koji se prikazuju u postprocesoru. U postprocesoru se prikazuju deformirani oblici proračunskog modela te raspodjela unutarnjih sila i naprezanja, itd.

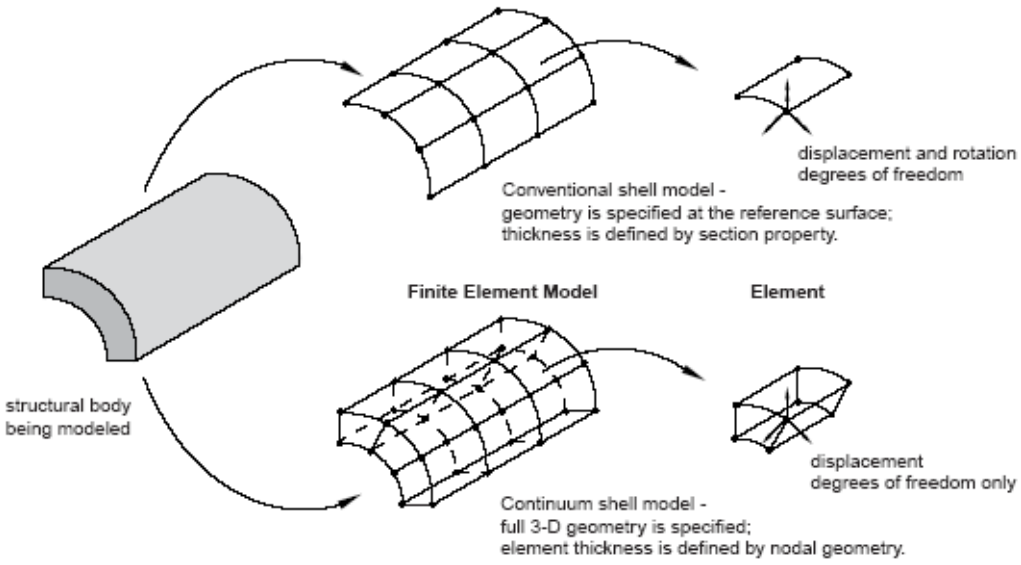
2.2. Konačni elementi

U ovom odlomku su prikazani elementi koji će se koristiti tijekom analize verifikacijskih primjera te tijekom analize silosa. Svi podaci o elementima su uzeti iz [6].

2.2.1. Ljuskasti konačni elementi

Ljuskasti konačni elementi se koriste kod modela kod kojih je jedna dimenzija (debljina) mnogo manja od ostalih dimenzija, te su naprezanja u smjeru debljine zanemariva. U *Abaqus*-u postoje tri vrste ljuskasti elemenata i to su elementi za općenitu upotrebu u analizi ljusaka (eng. *General-purpose conventional shell elements*), zatim elementi za tanke ljuske (eng. *Thin conventional shell elements*), te elementi za debele ljuske (eng. *Thick conventional shell element*).

Modelirajući konvencionalnim elementima diskretiziramo tijelo definirajući srednju plohu pa naknadno zadajemo debljinu elementa (*section property*). Primjenom 3D ljuskastih elemenata modeliramo čitavo tijelo i debljina je određena geometrijom čvorova. Osim toga razlikuju se i stupnjevi slobode. 3D ljuskasti element, kao i ostali 3D elementi koji su opisani u sljedećem poglavlju, ima samo translacijske stupnjeve slobode, dok konvencionalni ima i rotacijske – znači 6 stupnjeva slobode po čvoru. Osim toga konvencionalni ljuskasti elementi mogu imati i 5 stupnjeva slobode po čvoru. Na primjer, element S4R5 ima tri translacije i dva rotacijska stupnja slobode u ravnini elementa, odnosno nema rotacije oko normale elementa. Osnosimetrični ljuskasti elementi imaju 3 stupnja slobode i to translacije u *r* i *z* smjeru, te rotaciju u *r*-*z* ravnini.



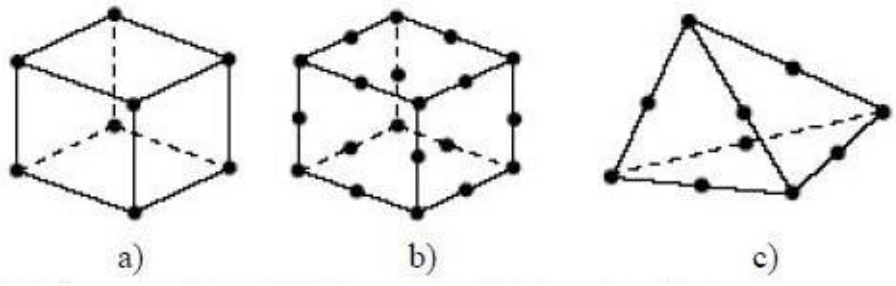
Slika 3. Prikaz tipova konačnih ljuskastih elemenata

2.2.2. Elementi za analizu 3D problema

Općenito se ovi elementi mogu iskoristiti za modeliranje dijelova najrazličitije geometrije izloženih različitim opterećenjima. Međutim, ovi se elementi koriste kada je geometrija i/ili opterećenje prekompleksno da bi se problem rješavao nekim drugim tipom elemenata s manje prostornih dimenzija jer je za postizanje iste točnosti kao za jednodimenzijske i dvodimenzijske probleme potreban mnogo veći broj stupnjeva slobode, što samu analizu čini dugotrajnijom i računalno skupljom. Ovom tipu elemenata naziv počinje sa slovom C, a mogu biti u obliku četverostrane prizme (eng. *hexaedra*), trostrane prizme (eng. *wedge*) ili

tetraedarski pa im u tom slučaju u nazivu slijedi 3D. Mogu biti osno simetrični pa u nazivu slijedi AX. Stupnjevi slobode kod elemenata za 3D probleme su 3 translacije u svakom čvoru (1, 2 i 3), dok su kod 2D elemenata aktivni samo stupnjevi slobode 1 i 2.

Kod ovih elemenata su izlazne varijable (npr. naprezanja i deformacije) vezane uz globalni Kartezijev koordinatni sustav, ali je kao i kod ljuskastih elementa izlazne varijable moguće vezati uz prethodno definirani lokalni koordinatni sustav.



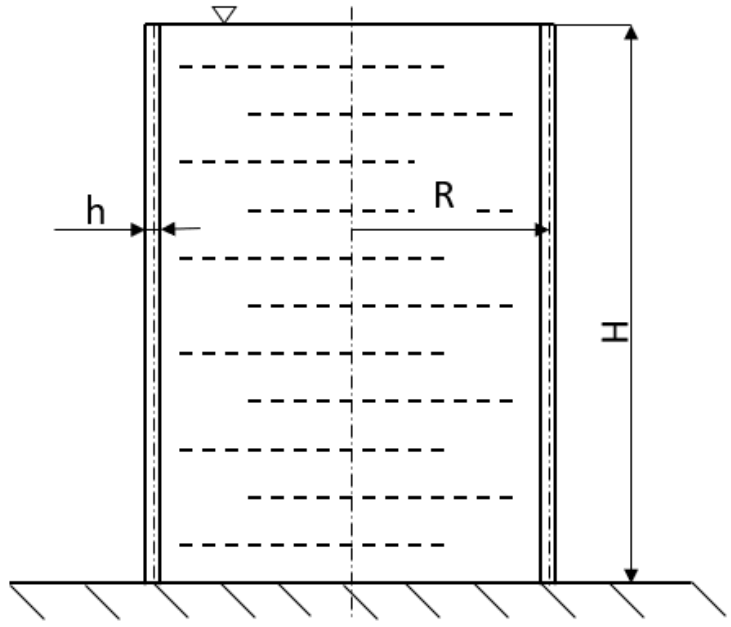
Slika 4. Često korišteni 3D elementi: a) heksaedarski element prvog reda, b) heksaedarski element drugog reda, c) tetraedarski element drugog reda

3. VERIFIKACIJA

Provjera učinkovitosti konačnih elemenata koji će se koristiti u daljnjem radu provest će se na jednostavnijim primjerima za koje je poznato analitičko rješenje. Cilj je identificirati one elemente koji najbolje mogu opisati naš problem. Provest ćemo nekoliko verifikacijskih problema i pokazati konvergenciju rješenja korištenjem različitih tipova konačnih elemenata.

3.1. Cilindrični spremnik

Uspravni cilindrični spremnik polumjera (R) 0,5 m napunjen je kapljevinom gustoće (ρ) 1000 kg/m^3 prema slici 5. Cilindrična spremnik je uklještena na dnu, dok je drugi kraj spremnika slobodan i nalazi se na visini (H) 0,5 m od uklještenja. Debljina stjenke (h) spremnika iznosi 10 mm, a materijal je čelik čiji modul elastičnosti (E) iznosi 210 GPa te Poissonov faktor (v) 0,3. Potrebno je odrediti raspodjelu radijalnog pomaka stjenke.



Slika 5. Uspravni cilindrični spremnik

3.1.1. Analitičko rješenje

Pri analitičkom rješavanju spremnika prikazanoga na slici 5. koristiti ćemo se formulacijama teorije tankih ljusaka koje su objašnjene u literaturi [5]. Kako se unutar spremnika nalazi tekućina na stjenku spremnika će djelovati hidrostatski tlak, potrebno je još obratiti pažnju na način na koji je spremnik oslonjen, u ovom primjeru je uspravljen na horizontalnoj podlozi pa iz toga razloga nema meridijanskih sila. Meridijanska sila kod cilindričnog spremnika, N_x, je paralelna osi x jer je izvodnica spremnika ravna, tj. meridijanski glavni polumjer zakrivljenosti, r_1, teži u beskonačnost.

Jednadžba za raspodjelu hidrostatskog tlaka po dužini izvodnice spremnika glasi:

$$p_h = \rho \cdot g \cdot x. \tag{3.1.1}$$

Iznos meridijanske sile je jednak za cijeli spremnik i iznosi:

$$N_x = 0. \tag{3.1.2}$$

Cirkularna sila nam ovisi o hidrostatskom tlaku te je općeniti izraz za nju:

$$N_\varphi = p \cdot r_2, \tag{3.1.3}$$

pri čemu r_2 predstavlja cirkularni glavni polumjer zakrivljenosti koji je za cilindrični spremnik konstantan i iznosi:

$$r_2 = R. \tag{3.1.4}$$

Ako izraz (3.1.1) i (3.1.4) uvrstimo u izraz (3.1.3) dobijemo izraz za cirkularnu silu:

$$N_\varphi = \rho \cdot g \cdot R \cdot x. \tag{3.1.5}$$

Izraz za radijalni membranski pomak [5]:

$$w^m = \frac{r}{E \cdot h}(N_\varphi - \nu \cdot N_x), \tag{3.1.6}$$

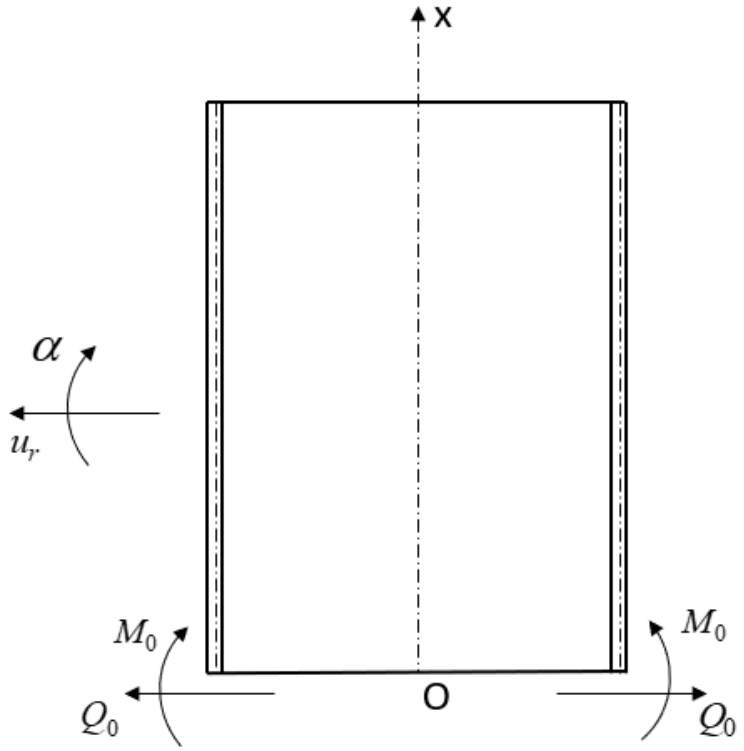
sređeni izraz za radijalni membranski pomak:

$$w_c{}^m = \frac{R^2 \cdot \rho \cdot g}{E \cdot h} \cdot x. \tag{3.1.7}$$

Derivacijom radijalnog membranskog pomaka po *x* dobije se kutni membranski pomak, α_p, pa deriviranjem izraza (3.1.7) po *x* dobijemo:

$$\alpha_c^{\,m} = \frac{R^2 \cdot \rho \cdot g}{E \cdot h}. \tag{3.1.8}$$

Slika 6. prikazuje spremnik rastavljen veza u uklještenju, gdje Q_0 predstavlja poprečnu silu, a M_0 moment savijanja. Pozitivan smjer radijalnog pomaka i kuta zakreta definirani su kako je prikazano na slici 6. Prikazani smjerovi poprečne sile i momenta savijanja samo su pretpostavljeni smjerovi, pravi smjerovi će se odrediti u daljnjem proračunu rješavanjem jednadžbi ukupnog radijalnog pomaka i kuta zakreta cilindrične ljuske.



Slika 6. Pretpostavljeni smjerovi djelovanja sile i momenta

Ukupni radijalni pomak i kut zakreta se sastoje od savojnih (fleksijskih) i membranskih pomaka i kuteva zakreta i oni su jednaki 0 jer je ljuska na dnu ukliještena:

$$w_c = w_c^{\,f} + w_c^{\,m} = 0, \tag{3.1.9}$$

$$\alpha_c = \alpha_c^{\,f} + \alpha_c^{\,m} = 0. \tag{3.1.10}$$

Pomak i zakret ljuske uslijed savijanja iznose:

$$w_c^{\,f} = \alpha_{11} \cdot Q_0 + \alpha_{12} \cdot M_0, \tag{3.1.11}$$

$$\alpha_c^{\,f} = \alpha_{21} \cdot Q_0 + \alpha_{22} \cdot M_0. \tag{3.1.12}$$

U izrazima (3.1.11) i (3.1.12) α_{11}, α_{12} i α_{22} predstavljaju uplivne koeficijente:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2 \cdot D_c \cdot \beta_c^{\,3}}, \tag{3.1.13}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{1}{2 \cdot D_c \cdot \beta_c^{\,2}}, \tag{3.1.14}$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{D_c \cdot \beta_c}, \tag{3.1.15}$$

gdje je D_c fleksijska krutos ljuske, a β_c geometrijsko-materijalna značajka ljuske i definirani su izrazima:

$$D_c = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)}, \tag{3.1.16}$$

$$\beta_c = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 \cdot h^2}}. \tag{3.1.17}$$

Rješavanjem gornjih izraza i uvrštavanjem u izraze (3.1.9) i (3.1.10) dobiju se dvije jednadžbe s dvije nepoznanice:

$$4{,}328 \cdot 10^{-3} \cdot Q_0 + 7{,}868 \cdot 10^{-5} \cdot M_0 + 5{,}8393 \cdot 10^{-4} = 0, \tag{3.1.18}$$

$$7{,}868 \cdot 10^{-5} \cdot Q_0 + 2{,}861 \cdot 10^{-6} \cdot M_0 + 1{,}1679 \cdot 10^{-6} = 0. \tag{3.1.19}$$

Izrazi (3.1.18) i (3.1.19) su dobiveni za $x = 0$, tj. u uklještenju cilindričnog spremnika.
Rješavanjem dvije jednadžbe s dvije nepoznanice dobiju se iznosi za silu i moment koji iznose:

$$Q_0 = -0{,}255 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}, \tag{3.1.20}$$

$$M_0 = 6{,}604 \ \frac{\mathrm{N \cdot mm}}{\mathrm{mm}}. \tag{3.1.21}$$

Iz izraza (3.1.20) se vidi da je unutarnja sila suprotnog smjera nego što je to bilo pretpostavljeno. Grafički prikaz radijalnog pomaka je napravljen u programskom paketu *Mathcad* [4] pri čemu se za raspodjelu radijalnog pomaka po visini ljuske koristi izraz [5]:

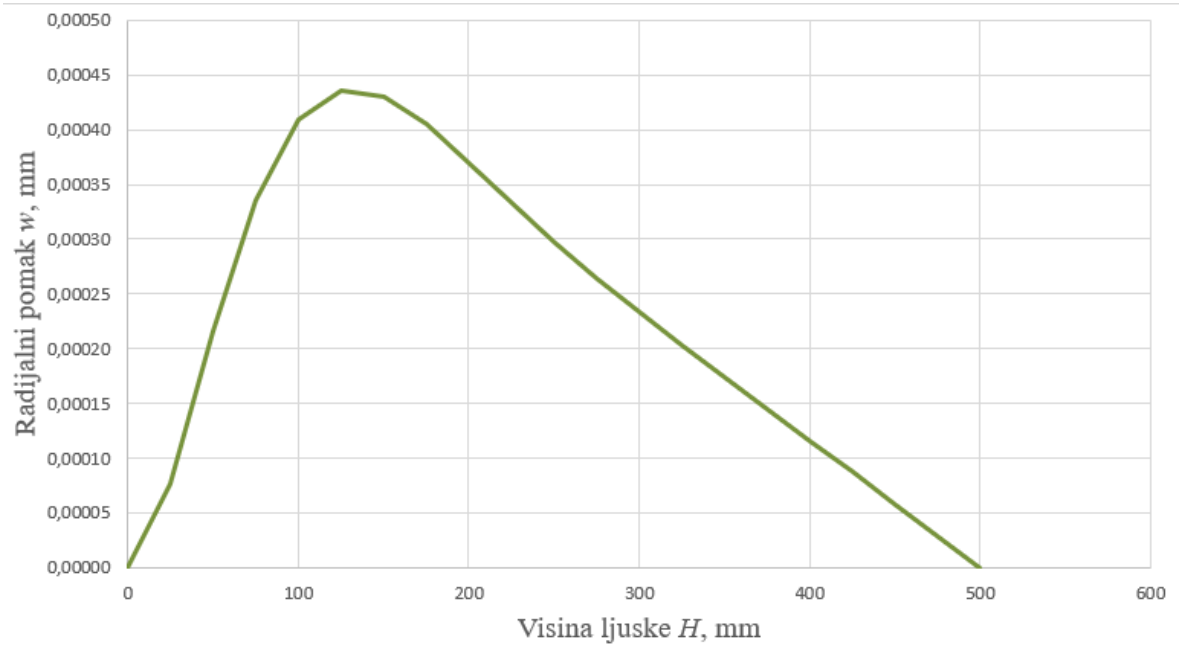
$$w_c(x) = \frac{Q_0}{2 \cdot D_c \cdot \beta_c^3} \cdot f_4(\beta_c x) + \frac{M_0}{2 \cdot D_c \cdot \beta_c^2} \cdot f_3(\beta_c x) + w_c^m. \tag{3.1.22}$$

U izrazu (3.1.22) $f_3(\beta_c x)$ i $f_4(\beta_c x)$ predstavljaju eksponencijalno-trigonometrijske funkcije koje glase:

$$f_3(\beta_c x) = e^{-\beta_c x} \cdot (\cos \beta_c x - \sin \beta_c x), \tag{3.1.23}$$

$$f_4(\beta_c x) = e^{-\beta_c x} \cdot \cos \beta_c x. \tag{3.1.24}$$

Raspodjela radijalnog pomaka po visini ljuske je prikazana na slici 7.



Slika 7. Dijagram raspodjele radijalnog pomaka po visini ljuske

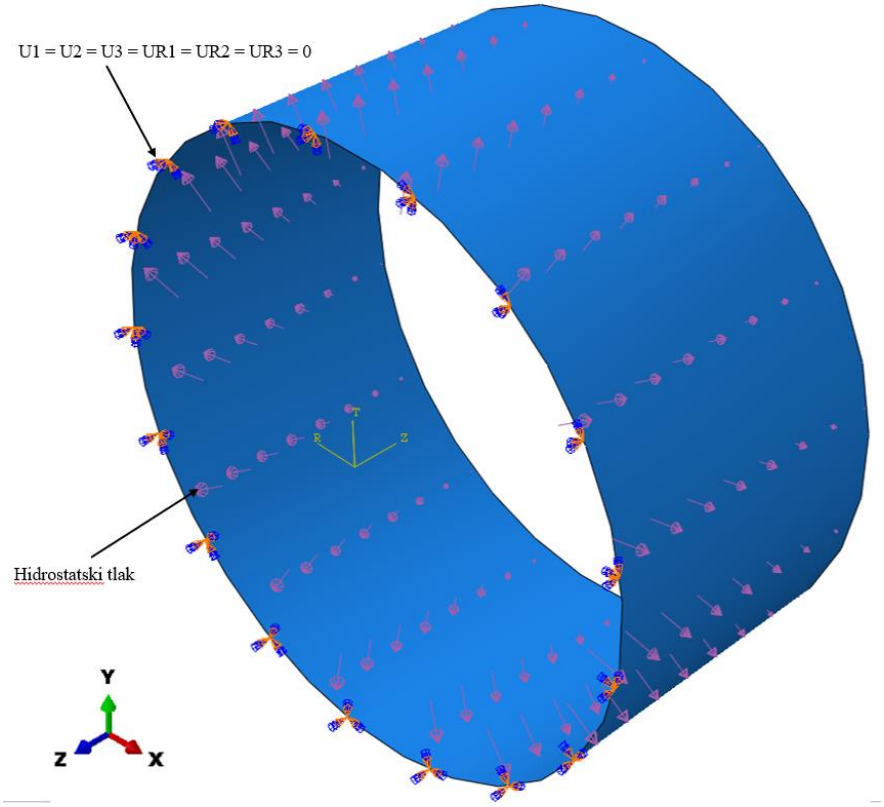
3.1.2. Rješenje pomoću metode konačnih elemenata

Analiza će se provesti sa tri vrste konačnih elemenata:

- Ljuskastim,
- 3D elementima,
- Osnosimetričnim.

Ljuskasti konačni elementi

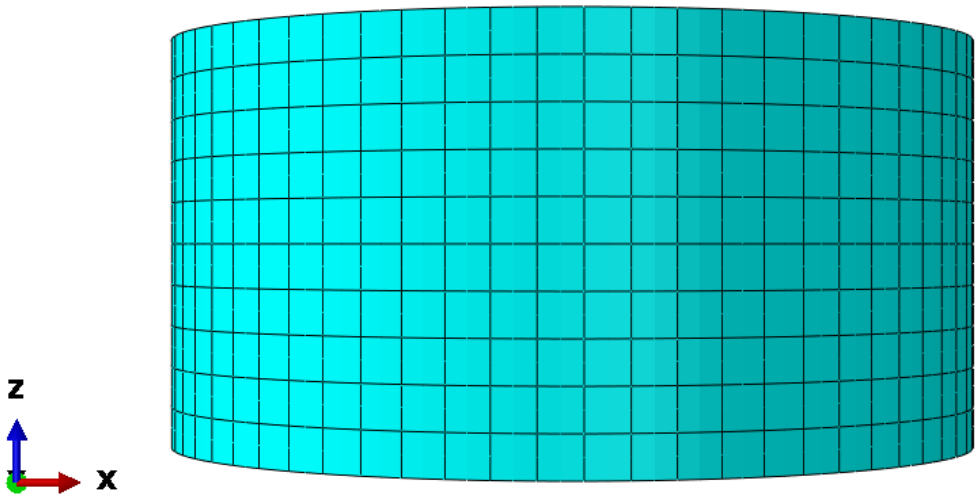
U sljedećoj analizi korišteni su različiti ljuskasti elementi kako bi se utvrdilo na koji način elementi konvergiraju te koji element najbrže konvergira k analitičkom rješenju. U tu svrhu u programskom paketu *Abaqus* [3] je modeliran cilindar s vrstom modela „*Shell*“ prema zadanim dimenzijama. Nakon toga potrebno je definirati materijal i njegova svojstva koja se pridodaju modelu u „*Property module-u*“ prilikom dodjeljivanja presjeka cilindru. Kao što se može vidjeti na slici 8. na dnu cilindra su zadani rubni uvjeti, za rubne uvjete po cijelom donjem rubu cilindra je stavljeno uklještenje te je na unutarnjoj stjenci cilindra kreirano opterećenje, odnosno hidrostatski tlak koji je na gornjem rubu cilindra jednak nuli dok na donjem rubu poprima maksimalnu vrijednost, tj. njegova raspodjela po visini stjenke cilindra je linearna.



Slika 8. Rubni uvjeti i opterećenje modela cilindra

Napravljena je mreža konačnih elemenata pri čemu se koristio različiti broj elemenata, krenuvši prvo od analize s manjim bojem elemenata koji su postupno povećavani kako bi se ispitala konvergencija određenih elemenata te utvrdilo koji su elementi najpogodniji za složenije probleme spremnika.

Na slici 9. je prikazan model sa kreiranom mrežom konačnih elemenata koju čine 660 ljuskastih elemenata tipa S8R5.



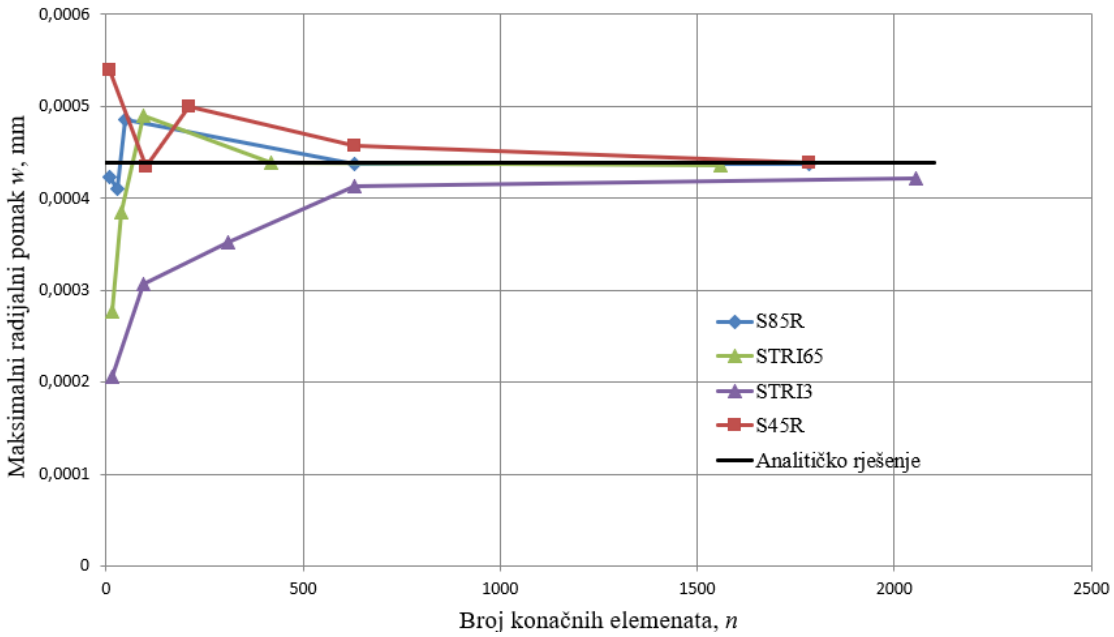
Slika 9. Prikaz mreže konačnih elemenata s četverokutnim ljuskastim elementima

Nakon provedenih analiza za različite konačne elemente i različiti broj elemenata dobivene se krivulje konvergencije. Rezultati analiza su uspoređeni s obzirom na maksimalni radijalni pomak cilindra koji je izračunat u analitičkom proračunu.

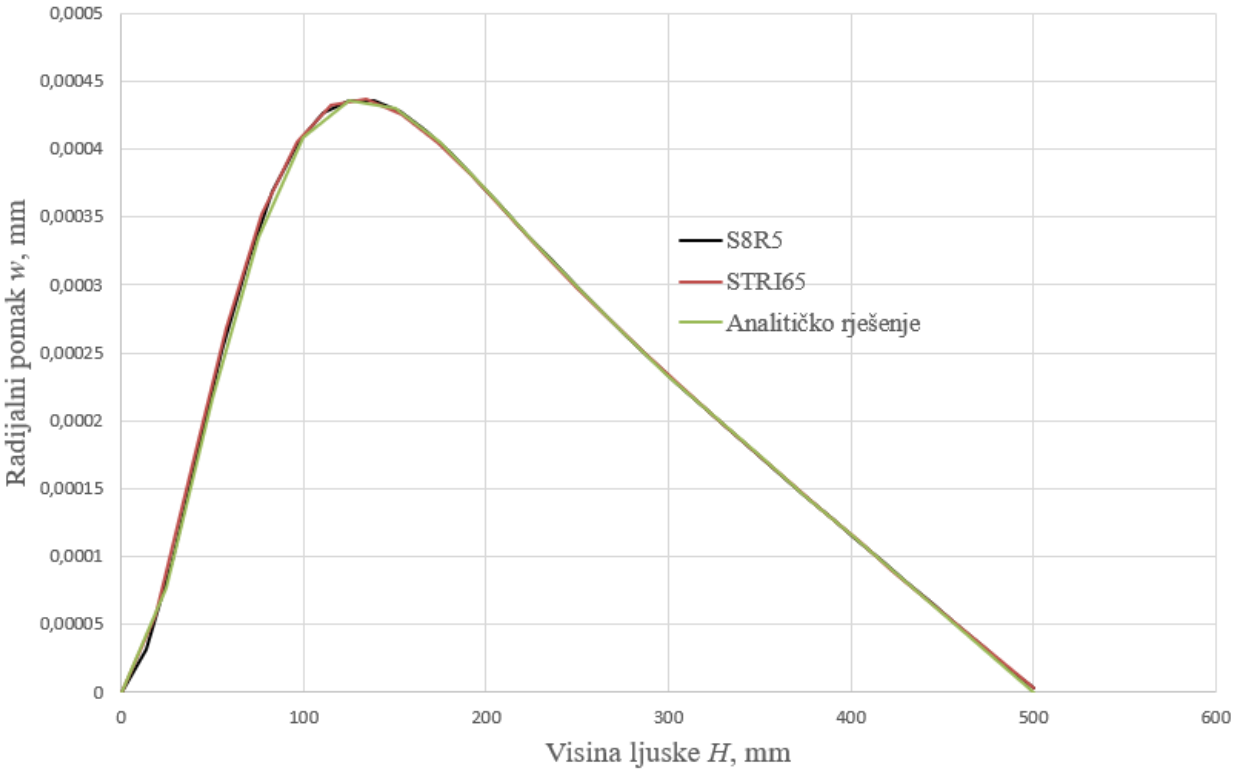
Slika 10. prikazuje konvergenciju ljuskastih konačnih elemenata prema maksimalnom radijalnom pomaku cilindra te se može uočiti da su najpogodnije konvergirali četverokutni ljuskasti elementi drugog reda s reduciranom integracijom (S8R5) te trokutni ljuskasti elementi drugoga reda. Kako se može uočiti i elementi S85R i STRI65 su nemonotono konvergirali, premda se s elementima S85R i kod malog broja konačnih elemenata dobije rezultat blizu rezultata analitičkog rješenja. Kod zadavanja većeg broja konačnih elemenata uočljivo je da i elementi S85R i STRI65 postižu zadovoljavajuće rezultate koji su gotovo identični analitičkom rješenju. Četverokutni ljuskasti elementi prvog reda (S45R) i trokutni ljuskasti elementi prvog reda (STRI3) se približavaju rezultatu analitičkog rješenja tek kod zadavanja 1500 konačnih elemenata te se stoga oni odbacuju, kao mogući elementi za provedbu analiza u daljnjim proračunima, jer je njihova konvergencija sporija te je potreban veći broj konačnih elemenata kako bismo dobili točne rezultate.

Na slici 11. su prikazana rješenja raspodjele radijalnog pomaka po visini ljuske. Prikazana su numerička rješenja u kojima su korišteni ljuskasti elementi S8R5 i STRI65 i analitičko rješenje. Prilikom numeričke analize korišteno je 2000 elemenata po modelu za obadvije vrste

ljuskastih elemenata te se može uočiti da obadva numerička rješenja jako malo odstupaju od analitičkog rješenja.



Slika 10. Konvergencija ljuskastih konačnih elemenata prema maksimalnom radijalnom pomaku

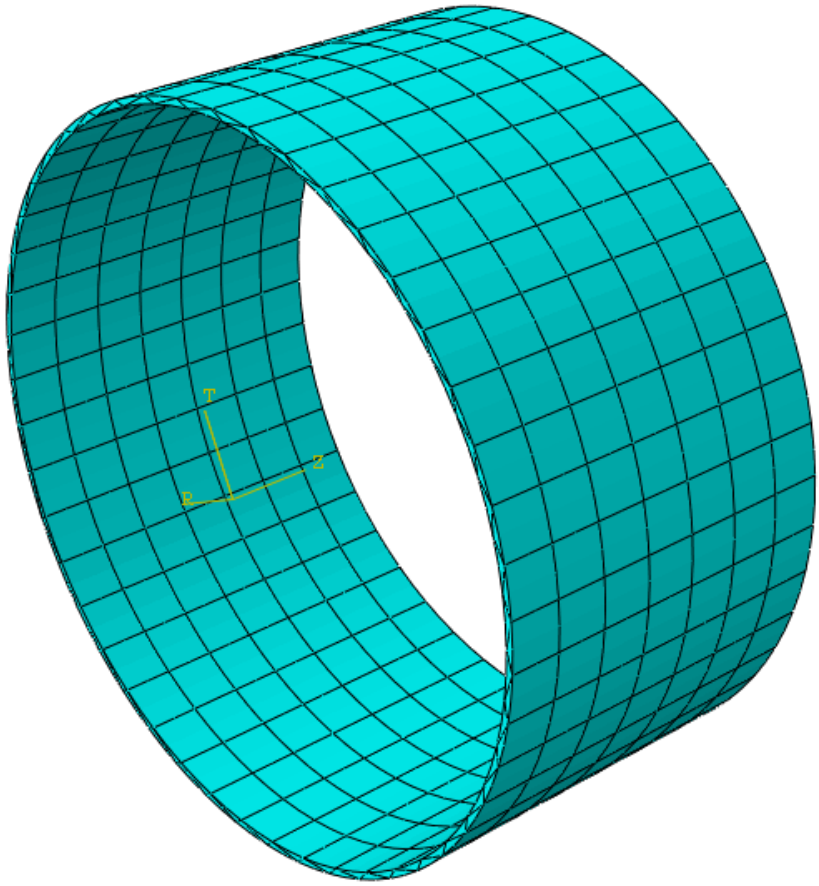


Slika 11. Usporedba radijalnog pomaka po visini ljuske

3D konačni elementi

Kod verifikacije 3D konačnih elemenata pri izradi modela korištena je „*Solid*“ vrsta modela, a ostalo parametri su dodani modelu kao i kod ljuskastih konačnih elemenata. Pri kreiranju mreže konačnih elemenata korišteni su prizmatični heksagonalni elementi prvog reda s reduciranom integracijom (C3D8R), prizmatični heksagonalni elementi drugog reda s reduciranom integracijom (C3D20R), trostrani prizmatični elementi drugoga reda (C3D15) i tetraedarski elementi drugoga reda (C3D10). Tijekom svih analiza korišten je jedan element po debljini stjenke.

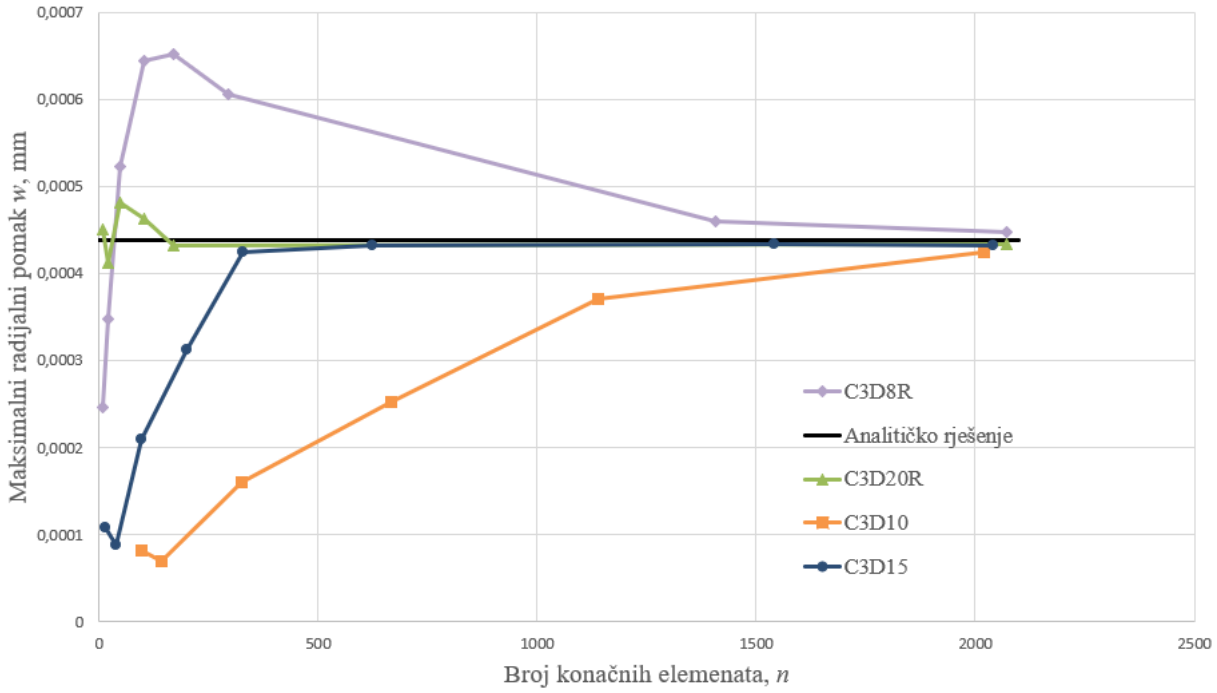
Na slici 12. je prikazan model s kreiranom mrežom konačnih elemenata koju čine 651 trostrani prizmatični element drugog reda (C3D15).



Slika 12. Prikaz mreže konačnih elemenata s trostranim prizmatičnim elementima

Na slici 13. je vidljivo da elementi C3D20R i C3D8R konvergiraju nemonotono k analitičkom rješenju, dok elementi C3D10 i C3D15 konvergiraju monotono. Prizmatični heksagonalni elementi drugog reda s reduciranom integracijom (C3D20R) i za mali broj konačnih

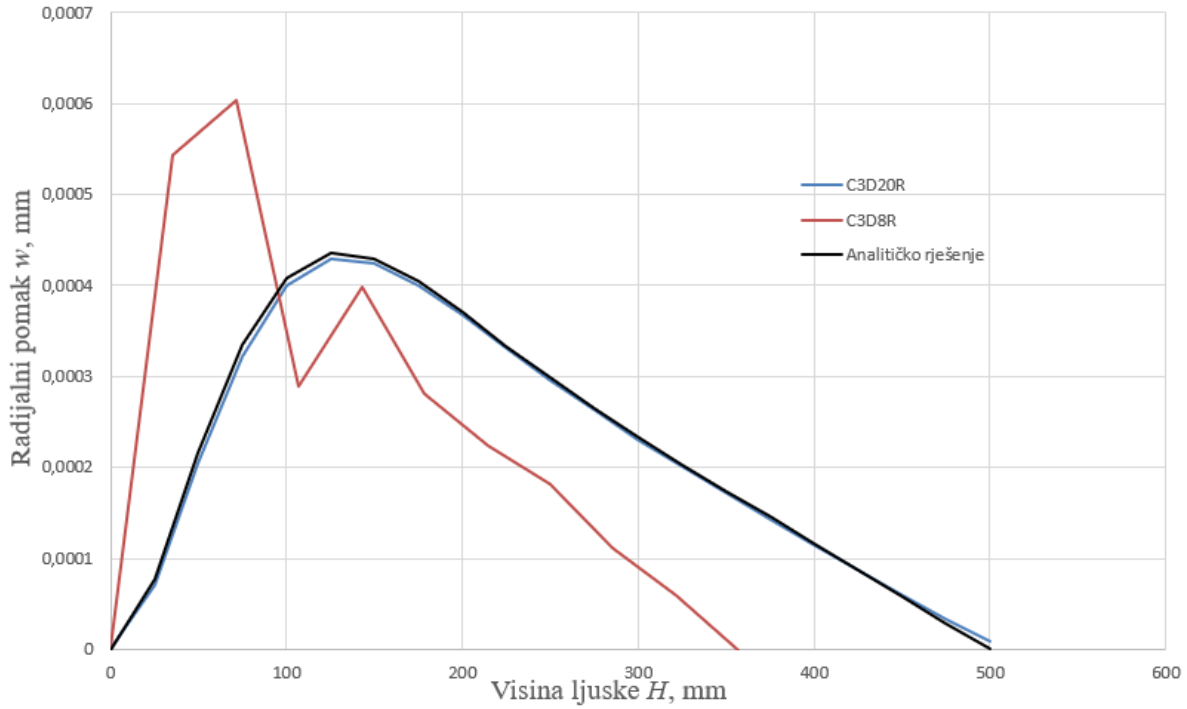
elemenata daju rješenje blizu analitičkim te brzo konvergiraju k analitičkom rješenju i nakon toga se dobivaju praktički jednaki rezultati koliko god povećavali mrežu konačnih elemenata. Od ostalih elemenata prihvatljivu konvergenciju pokazuje i trostrani prizmatični elementi drugog reda (C3D15) koji pri malom broju elemenata daju neprecizne rezultate, ali povećanjem elemenata brzo konvergiraju k analitičkom rješenju te nakon toga daju rezultate koji su jako blizu analitičkom rješenju.



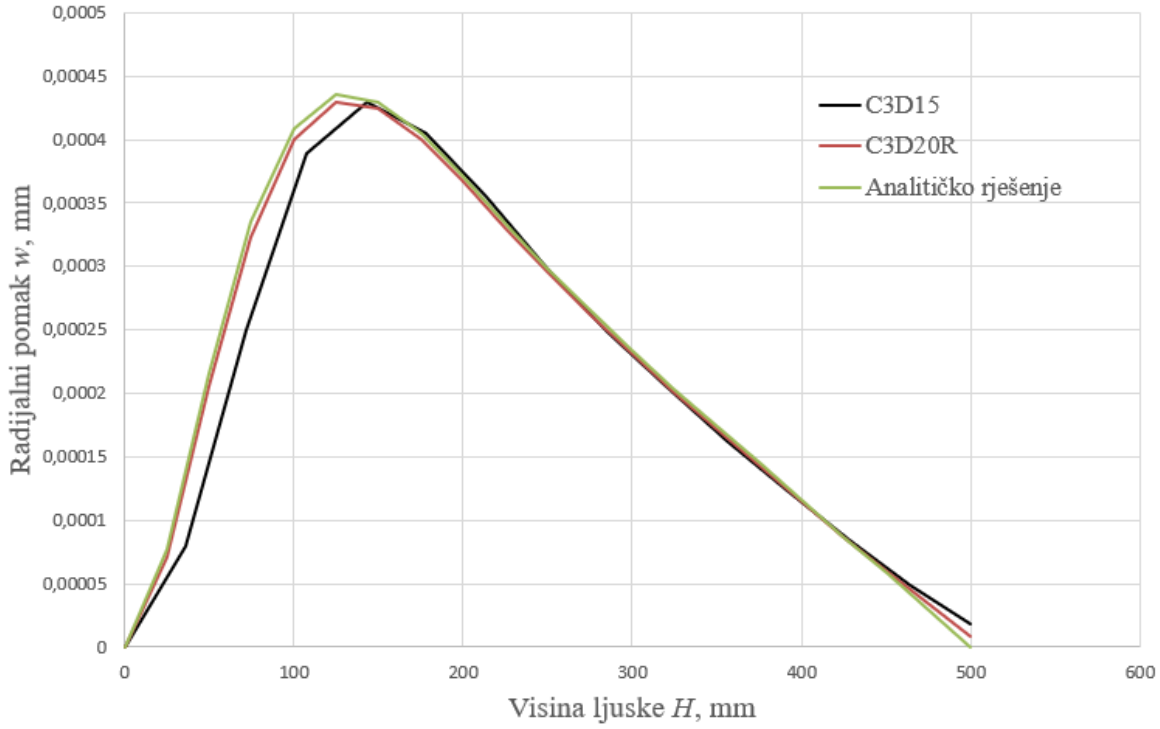
Slika 13. Konvergencija 3D konačnih elementa prema maksimalnom radijalnom pomaku

Slika 14. prikazuje usporedbu C3D20R i C3D8R elemenata po visini ljuske. Prilikom usporedbe korišteno je 660 elemenata za obadvije analize. Vidi se da elementi C3D20R minimalno odstupaju od analitičkog rješenja, dok elementi C3D8R imaju jako velika odstupanja po iznosu ali i po obliku krivulje, to nastaje zbog njihove spore konvergencije te je potreban puno veći broj konačnih elemenata kako bi se približilo analitičkom rješenju.

Na slici 15. su prikazani radijalni pomaci elemenata C3D20R i C3D15 po visini ljuske. U obadvije analize je korišteno 660 elemenata kako bi se ustanovilo koji elementi daju točnije rješenje u odnosu na analitičko pri istom broju elemenata. Sa slike 15. se može uočiti da u ovoj analizi elementi C3D20 daju rješenje bliže analitičkom.



Slika 14. Prikaz radijalnog pomaka C3D20R i C3D8R elemenata po visini ljuske

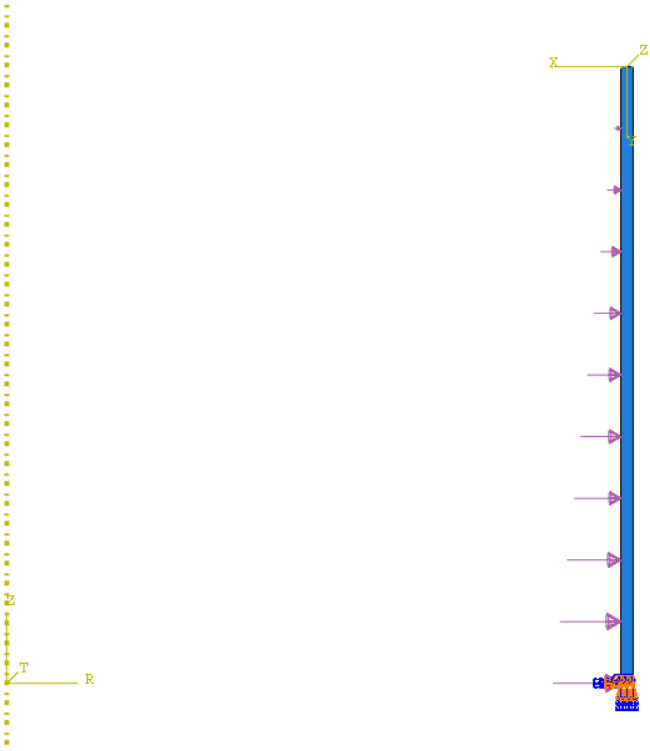


Slika 15. Prikaz radijalnog pomaka C3D20R i C3D15 elemenata po visini ljuske

Osnosimetrični konačni elementi

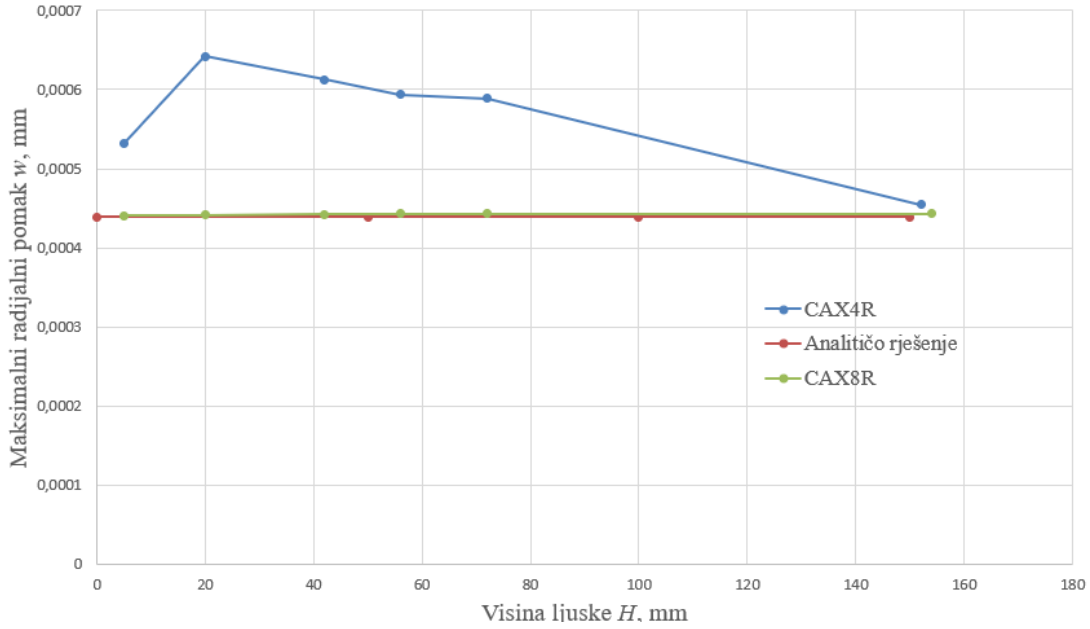
Kreiran je osnosimetrični model cilindra pomoću opcije „*Axysymmetric*“. Navedeni problem možemo rješavati pomoću osnosimetrični konančnih elemenata jer je cilindar osnosimetričan, osnosimetrično opterećen i osnosimetrično oslonjen. Za analizu su korišteni četverokutni osnosimetrični elementi prvog reda s reduciranom integracijom (CAX4R) i četverokutni osnosimetrični elementi drugog reda s reduciranom integracijom (CAX8R).

Na slici 16. je prikazan osnosimetrični model, kao što se može vidjeti iz slike model nema oblik cilindra, ali prikazan model se rotira za 360° oko uzdužne osi cilindričnog koordinatnog sustava prikazanog na slici 16.



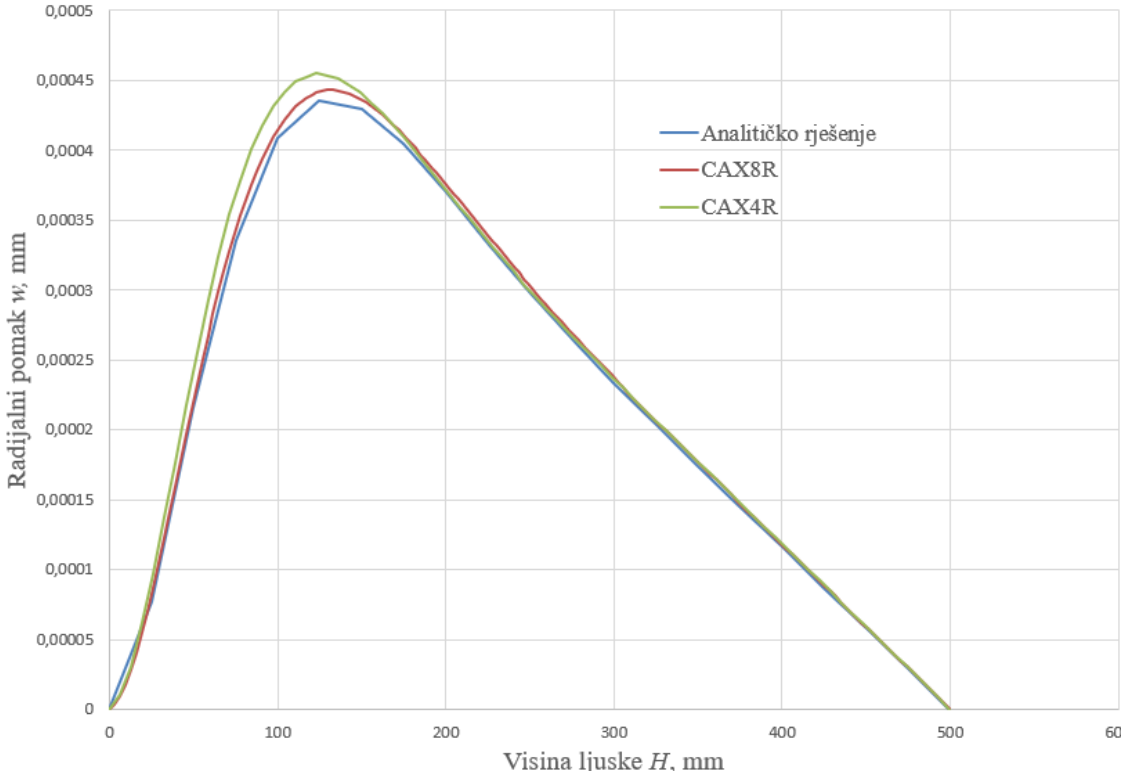
Slika 16. Prikaz osnosimetričnog modela s rubnim uvjetima i opterećenjem

Na slici 17. je prikazana konvergencija elemenata CAX4R i CAX8R k maksimalnom radijalnom pomaku cilindra. Kao što se može uočiti sa slike kod elemenata CAX8R gotovo da i nema konvergencije jer već za zadani mali broj konačnih elemenata se dobiju rješenja koja su gotovo identična analitičkom rješenju. Za razliku od CAX8R, CAX4R konvergira k analitičkom rješenju i tek se kod velikog broja konačnih elemenata dobije rješenje koje je iznosom blizu analitičkom.



Slika 17. Konvergencija osnosimetričnih elemenata prema maksimalnom radijalnom pomaku

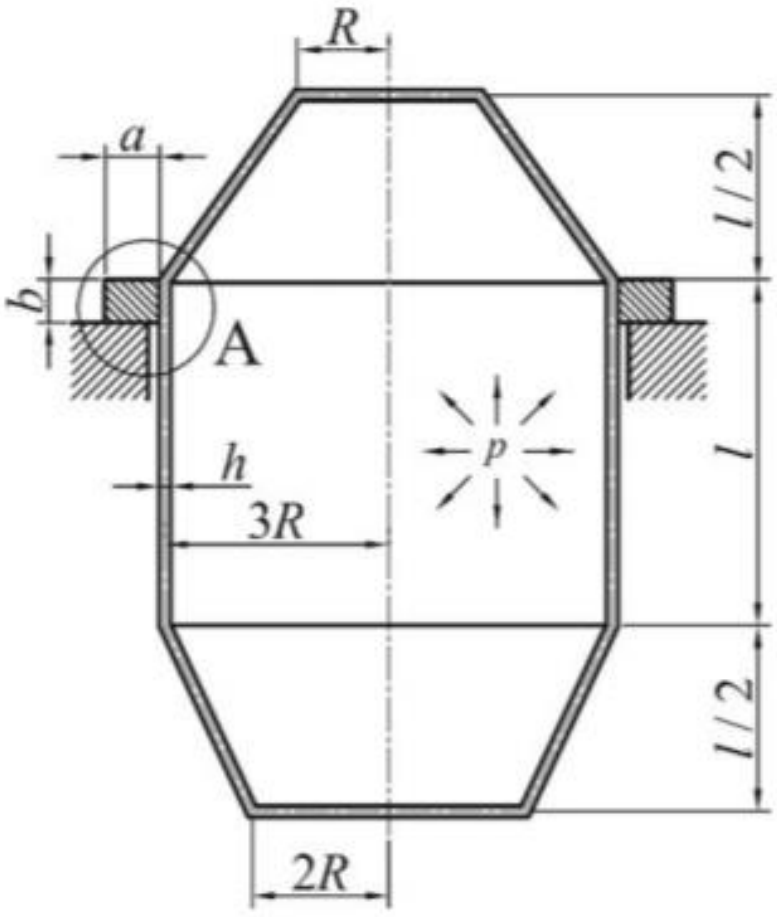
Na slici 18. je prikazana usporedba raspodjele radijalnog pomaka osnosimetričnih elemenata CAX4R i CAX8R. U obadvije analize je korišteno po 154 elementa.



Slika 18. Prikaz radijalnog pomaka CAX4R i CAX8R elemenata po visini ljuske

3.2. Posuda

Za zadanu posudu prema slici 19. potrebno je izračunati unutarnje sile i momente na mjestu spoja definiranog kružnicom te napisati izraze za raspodjelu radijalnog pomaka i kuta zakreta cilindrične ljuske na mjestu spoja. Posuda se sastoji od gornjeg i donjeg konusnog dijela, prstena i cilindra koji ima polumjer (R) 1,5 m i visinu (l) 3 m. Na vanjskom obodu cilindra nalazi se prsten koji je oslonjen na podlogu. Prsten ima pravokutni poprečni presjek pri čemu mu visina (b) iznosi 165 mm, a širina (a) 200 mm. Svi dijelovi posude imaju jednaku debljinu stjenke (h) od 50 mm. Materijal posude je čelik čiji modul elastičnosti (E) iznosi 210 GPa te Poissonov faktor (v) 0,3. Posuda je opterećena unutrašnjim tlakom (p) koji iznosi 0,13 MPa.



Slika 19. Posuda opterećena unutarnjim tlakom [10]

3.2.1. Analitičko rješenje

Posudu opterećenu unutarnjim tlakom ćemo rastaviti na gornji konus, prsten koji spaja konus i cilindar te na cilindar. Svaki od tih dijelova su opterećeni poprečnim silama i momentima savijanja na mjestima spoja te unutarnjim tlakom *p*.

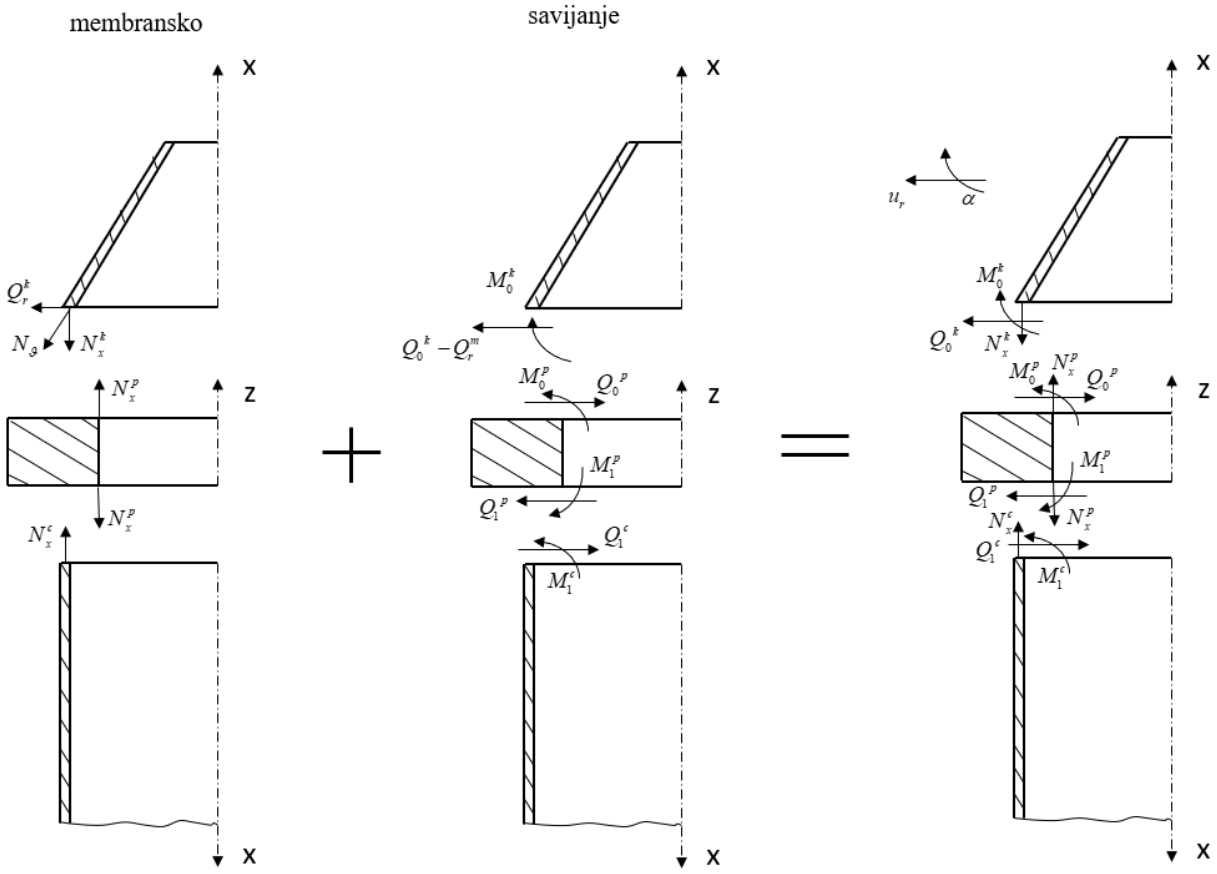
Uvjeti kompatibilnosti

$$Q_0^{\mathrm{k}} = Q_0^{\mathrm{p}} = X_1, \tag{3.2.1}$$

$$M_0^{\mathrm{k}} = M_0^{\mathrm{p}} = X_2, \tag{3.2.2}$$

$$Q_1^{\mathrm{c}} = Q_1^{\mathrm{p}} = X_3 \text{ i} \tag{3.2.3}$$

$$M_1^{\mathrm{k}} = M_1^{\mathrm{p}} = X_4. \tag{3.2.4}$$



Slika 20. Pretpostavljeni smjerovi djelovanja sila i momenata dijelova posude

Rubni uvjeti

Na mjestu spoja konusne ljuske i prstena radijalni pomak konusne ljuske označujemo s w_k, a radijalni pomak prstena u_{rG}^{p} pri čemu u indeksu oznaka G predstavlja gornji rub prstena. Na analogan način označujemo kut zakreta konusne ljuske α_k i kut zakreta prstena α^{p}_{G}.

Na spoju konusa i gornjeg ruba prstena rubni uvjeti su:

$$w_k = u_{rG}^{p} \text{ i} \tag{3.2.5}$$

$$\alpha_k = \alpha_G^{p}. \tag{3.2.6}$$

Kako se prsten zakreće kao kruta figura, njegov kut zakreta je jednak i na spoju konusne i na spoju cilindrične ljuske dok to ne vrijedi i za radijalni pomak.

Na mjestu spoja prstena i cilindrične ljuske radijalni pomak prstena označujemo s u_{rD}^{p} pri čemu u indeksu D označuje donji rub prstena, radijalni pomak cilindrične ljuske označujem s w_c. Na analogan način označujemo i kuteve zakreta, kut zakreta prstena na donjem rubu α_D^{p} te kut zakreta cilindrične ljuske α_c.

Na spoju donjeg ruba prstena i cilindrične ljuske rubni uvjeti su:

$$w_c = u_{rD}^{p} \text{ i} \tag{3.2.7}$$

$$\alpha_c = \alpha_D^{p}. \tag{3.2.8}$$

Cilindrična ljuska

Uvjet ravnoteže u smjeru koordinatne osi *x* za cilindričnu ljusku:

$$\sum F_x = 0,\ 2 \cdot (3R) \cdot \pi \cdot N_x - (3 \cdot R)^2 \cdot \pi \cdot p = 0. \tag{3.2.9}$$

Iz izraza (3.2.9) dobijemo iznos meridijanske sile pomoću koje možemo dobiti iznos cirkulane sile N_φ, nakon toga možemo izračunati membranski pomak i kut zakreta cilindrične ljuske prema postupku koji je proveden u poglavlju 3.2.1.

Membranski pomak i kut zakreta cilindrične ljuske iznose:

$$w_c^{m} = 0,2242 \text{ mm i} \tag{3.2.10}$$

$$\alpha_c^{m} = 0. \tag{3.2.11}$$

Kako se ukupni radijalni pomak cilindrične ljuske sastoji od pomaka uslijed savijanja i membranskog pomaka, stoga nam jednadžba za ukupni radijalni pomak glasi:

$$w_{\mathrm{c}} = -\alpha_{11}^{\mathrm{c}} \cdot X_3 + \alpha_{12}^{\mathrm{c}} \cdot X_4 + w_{\mathrm{c}}^{\mathrm{m}}. \tag{3.2.12}$$

Te kut ukupni kut zakreta cilindrične ljuske:

$$\alpha_{\mathrm{c}} = \alpha_{21}^{\mathrm{c}} \cdot X_3 - \alpha_{22}^{\mathrm{c}} \cdot X_4 + \alpha_{\mathrm{c}}^{\mathrm{m}}. \tag{3.2.13}$$

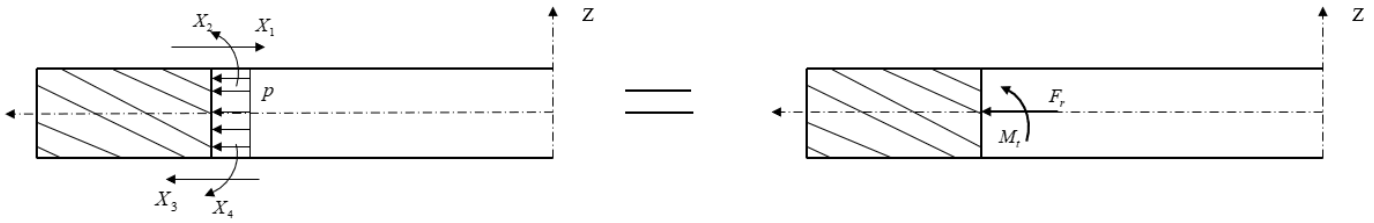
Nakon što riješimo nepoznate veličine dobijemo izraze:

$$w_{\mathrm{c}} = -0,01092 \cdot X_3 + 2,968 \cdot 10^{-5} \cdot X_4 + 0,2242, \tag{3.2.14}$$

$$\alpha_{\mathrm{c}} = 2,968 \cdot 10^{-5} \cdot X_3 - 1,614 \cdot 10^{-7} \cdot X_4. \tag{3.2.15}$$

Prsten

Za određivanje momenta savijanja M i normalne sile N prstena potrebno je prvo reducirati vanjsko opterećenje na radijalnu silu F_{r} i moment uvijanja M_{t} kako je to prikazano na slici 21.



Slika 21. Redukcija vanjskog opterećenja prstena na F_r i M_t

Izraz za radijalni pomak prstena glasi:

$$u_{\mathrm{r}}^{\mathrm{p}} = -\frac{M \cdot z}{E \cdot J_3} + \frac{N}{E \cdot J_1}. \tag{3.2.16}$$

Te za kut zakreta prstena:

$$\alpha^{\mathrm{p}} = -\frac{M}{E \cdot J_3} = 0. \tag{3.2.17}$$

Kut zakreta prstena jednak je nuli zbog načina oslanjanja posude.

Kad odredimo sve potrebne veličine možemo napisati jednadžbu za ukupni radijalni pomak prstena koja glasi:

$$u_{\mathrm{rG}}^{\mathrm{p}} = -3{,}105 \cdot 10^{-3} \cdot X_1 + 3{,}105 \cdot 10^{-3} \cdot X_3 + 0{,}066599 = u_{\mathrm{rD}}^{\mathrm{p}}. \tag{3.2.18}$$

Konusna ljuska

Prvo je potrebno ispitati da li je ljuska strma ili plitka:

$$\vartheta_0 = 26{,}57° \rangle \ \vartheta_{\mathrm{gr}} = 25{,}5°. \tag{3.2.19}$$

Uvjet strme ljuske je zadovoljen, još je potrebno ispitati da li je ljuska duga ili kratka. Uvjet za dugu ljusku:

$$\int_{s_1}^{s_2} \beta^{\mathrm{k}}(s)ds \rangle 3. \tag{3.2.20}$$

Rješavanjem izraza (3.2.20) dobijemo:

$$\int_{s_1}^{s_2} \beta^{\mathrm{k}}(s)ds = 25{,}49 \rangle 3. \tag{3.2.21}$$

Iz izraza (3.2.19) i (3.2.21) uočavamo da su obadva uvjeta zadovoljena, tj. konusna ljuska je strma i duga.

Uvjet ravnoteže u smjeru koordinatne osi *x* na proizvoljnom mjestu s za konusnu ljusku:

$$\sum F_x = 0, \ 2 \cdot r \cdot \pi \cdot N_{\mathrm{x}}^{\mathrm{k}} - r^2 \cdot \pi \cdot p = 0. \tag{3.2.22}$$

Ukupni radijalni pomak konusne ljuske se sastoji od membranskog pomaka te od pomaka uslijed savijanja. Općenite izraze, sa pretpostavljenim smjerovima poprečne sile i momenta savijanja, za radijalni pomak i kut zakreta konusne ljuske možemo izraziti kao:

$$w_{\mathrm{k}} = \alpha_{11}^{\mathrm{k}} \cdot (X_1 - Q_{\mathrm{r}}^{\mathrm{k}}) + \alpha_{12}^{\mathrm{k}} \cdot X_2 + w_{\mathrm{k}}^{\mathrm{m}}, \tag{3.2.23}$$

$$\alpha_{\mathrm{k}} = \alpha_{21}^{\mathrm{k}} \cdot (X_1 - Q_{\mathrm{r}}^{\mathrm{k}}) + \alpha_{22}^{\mathrm{k}} \cdot X_2 + \alpha_{\mathrm{k}}^{\mathrm{m}}. \tag{3.2.24}$$

Nakon izračunavanja uplivnih koeficijenata i membranskog pomaka i zakreta dobivamo dvije jednadžbe za konus:

$$w_{\mathrm{k}} = 7,302 \cdot 10^{-3} \cdot (X_1 - Q_{\mathrm{r}}^{\mathrm{k}}) + 2,968 \cdot 10^{-5} \cdot X_2 + 0,5, \tag{3.2.25}$$

$$\alpha_{\mathrm{k}} = 2,968 \cdot 10^{-5} \cdot (X_1 - Q_{\mathrm{r}}^{\mathrm{k}}) + 2,413 \cdot 10^{-7} \cdot X_2 + 2,613 \cdot 10^{-5}. \tag{3.2.26}$$

Nakon što smo dobili sve izraze za radijalne pomake i kuteve zakreta (3.2.14), (3.2.15), (3.2.17), (3.2.18), (3.2.25) i (3.2.26) možemo ih uvrstiti u izraze za rubne uvjete (3.2.5), (3.2.6), (3.2.7) i (3.2.8). Kada sredimo izraze za rubne uvjete dobijemo četiri jednadžbe sa četiri nepoznanice čijim rješavanjem dobijemo poprečne sile i momente savijanja:

$$X_1 = 2477 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}, \tag{3.2.27}$$

$$X_2 = -561900 \ \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{mm}}{\mathrm{mm}}, \tag{3.2.28}$$

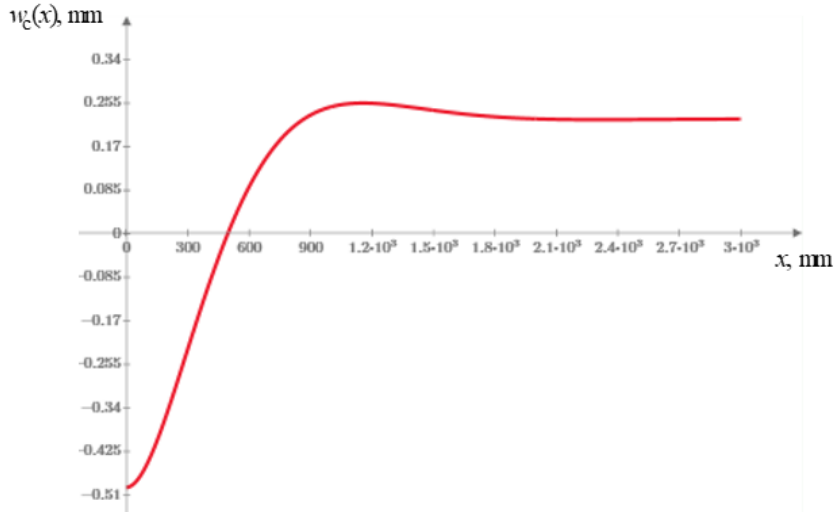
$$X_3 = 131,686 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}, \tag{3.2.29}$$

$$X_4 = 24220 \ \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{mm}}{\mathrm{mm}}. \tag{3.2.30}$$

Grafički prikaz – cilindrična ljuska

Izraz za raspodjelu radijalnog pomaka cilindrične ljuske [5]:

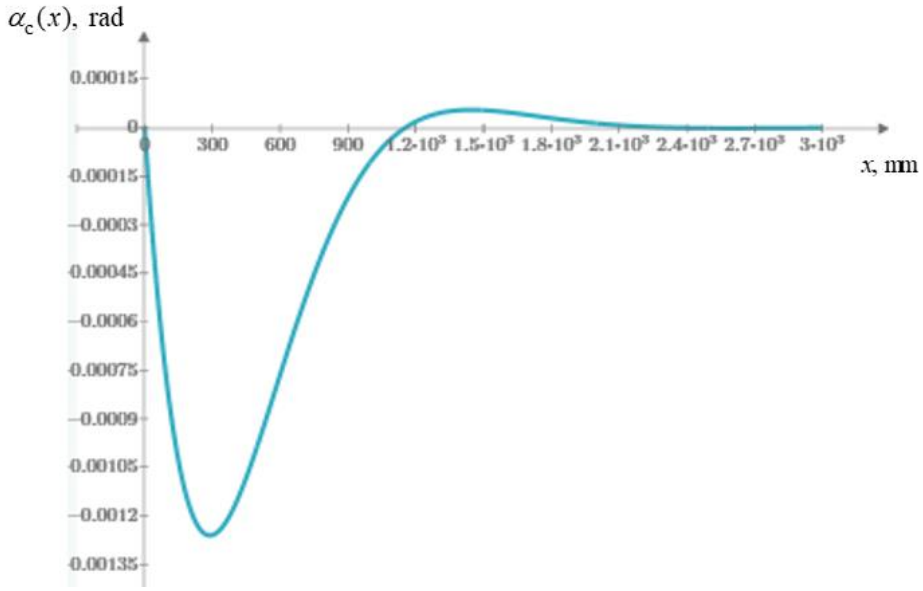
$$w_c(x) = -\frac{X_3}{2 \cdot D_c \cdot \beta_c^3} \cdot e^{-(\beta_c x)} \cdot \cos(\beta_c x) + \frac{X_4}{2 \cdot D_c \cdot \beta_c^2} \cdot e^{-(\beta_c x)} \cdot (\cos(\beta_c x) - \sin(\beta_c x)) + w_c^m. \quad (3.2.31)$$



Slika 22. Radijalni pomak duž meridijana cilindrične ljuske

Izraz za raspodjelu kuta zakreta cilindrične ljuske [5]:

$$\alpha_c(x) = -\frac{X_3}{2 \cdot D_c \cdot \beta_c^3} \cdot e^{-(\beta_c x)} \cdot (\cos(\beta_c x) + \sin(\beta_c x)) + \frac{X_4}{2 \cdot D_c \cdot \beta_c^2} \cdot e^{-(\beta_c x)} \cdot \cos(\beta_c x) + \alpha_c^m. \quad (3.2.32)$$

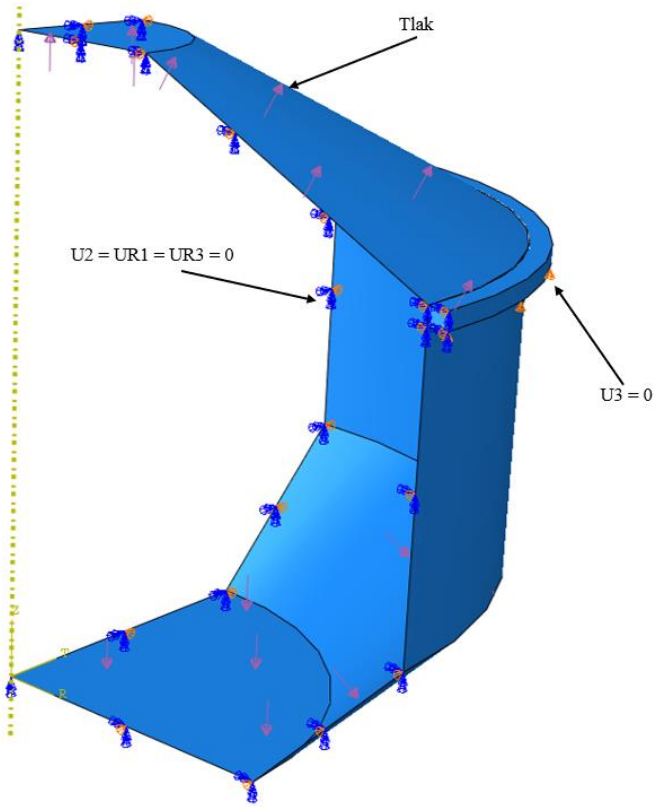


Slika 23. Kut zakreta duž meridijana cilindrične ljuske

3.2.2. Rješenje pomoću metode konačnih elemenata

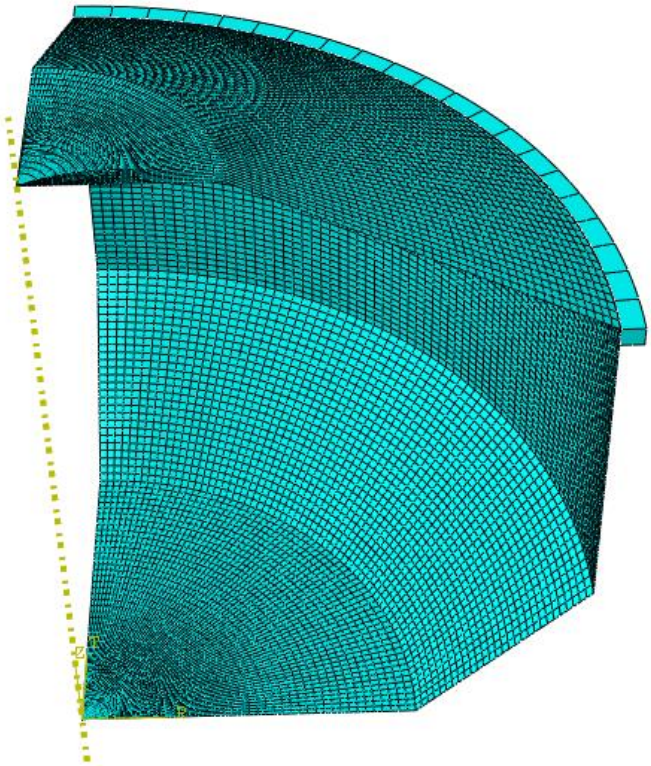
Posudu sa slike 19. potrebno je riješiti pomoću metode konačnih elemenata kako bismo mogli usporediti rezultate analitičkog i numeričkog rješenja te utvrditi ispravnost korištenih elemenata na zadanom primjeru posude. Numerička analiza je provedena u programskom paketu *Abaqus* [3].

Unutar programskog paketa prvo je potrebno napraviti model zadane geometrije i dimenzija prema slici 19. Model osnosimetričnog spremnika (dio bez prstena) je napravljen opcijom „*Shell*“ unutar izbornika za 3D modele, dok je model prstena napravljen opcijom „*Solid*“ unutar izbornika za 3D modele. Tako napravljenim modelima potrebno je dodijeliti materijal, te u slučaju osnosimetričnog spremnika i debljinu stjenke, kroz opciju „*Assign Section*“ unutar „*Property module-a“*. Za spajanje spremnika i prstena korištena je kinematska veza „*Tie“*. Zbog same geometrije posude i njezinog opterećenja možemo analizirati samo četvrtinu spremnika koristeći rubne uvjete simetrije, osim rubnog uvjeta simetrije postoji još i rubni uvjet oslonca samoga spremnika. Na slici 24. prikazani su rubni uvjeti i opterećenje posude definirani unutar cilindričnog koordinatnog sustava kojeg je bilo potrebno dodijeliti modelu posude.



Slika 24. Model posude sa rubnim uvjetima i opterećenjem

Na slici 25. prikazana je mreža konačnih elemenata pri čemu je za prsten korišten 21 element tipa C3D20R, dok je za spremnik generirana mreža konačnih elemenata sastavljena od dva tipa konačnih elemenata. U „*Mesh Module-u*“ pod opcijom „*Assign Mesh Controls*“ odabrano je heksagonalni oblik elemenata kao dominantni te se stoga generirala mreža konačnih elemenata koja je sastavljena od 11799 elemenata tipa S8R5 i 138 elemenata tipa STRI65.

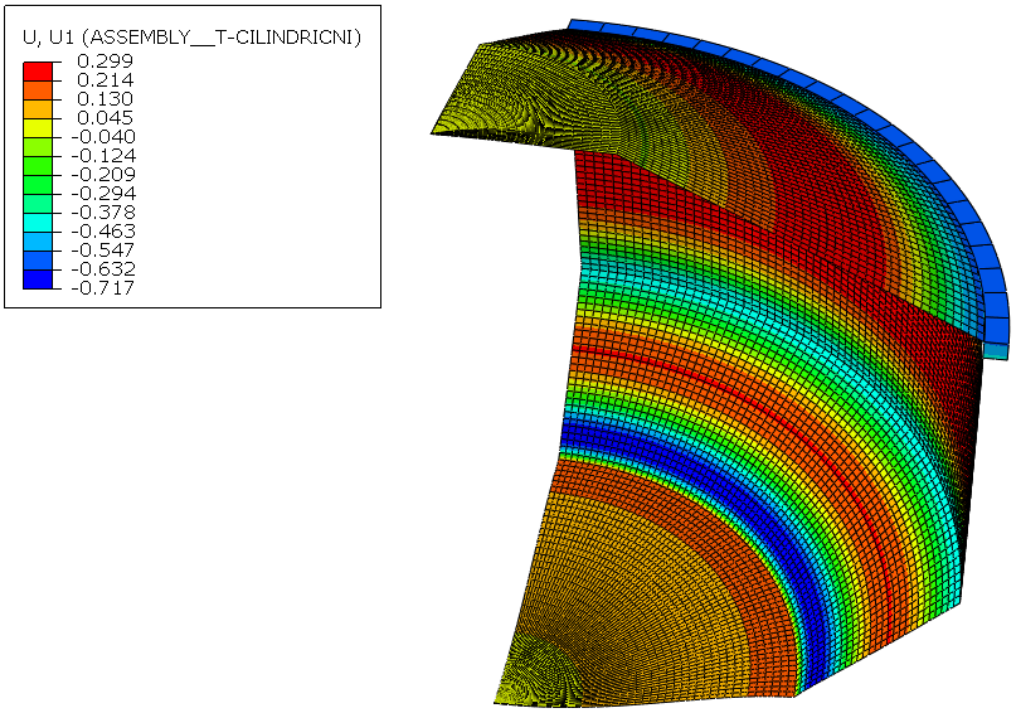


Slika 25. Prikaz mreže konačnih elemenata modela posude

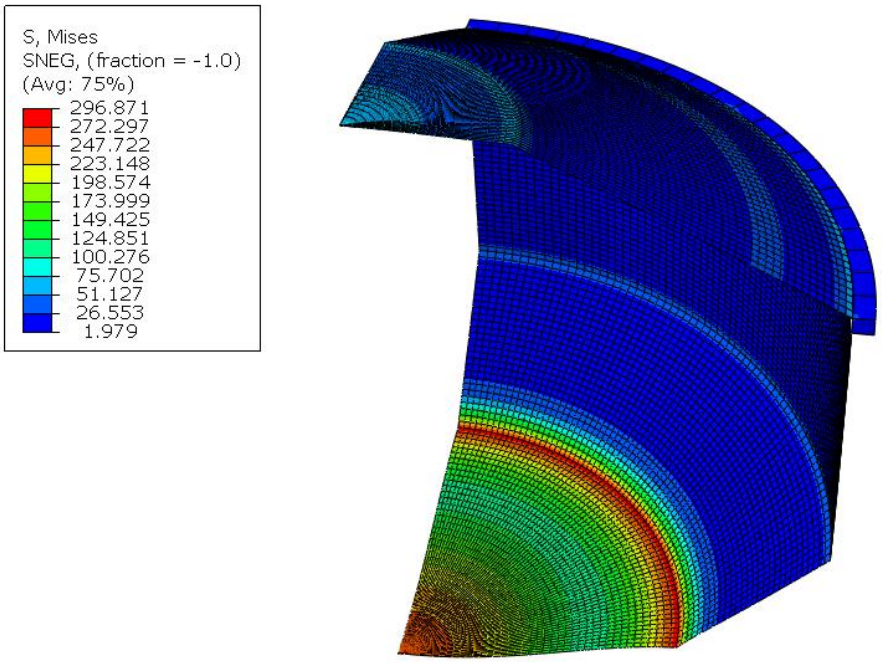
Nakon što su određeni i napravljeni svi koraci potrebni za provođenje analize u programskom paketu *Abaqus* [3], posudu podvrgnemo analizi u „*Job module-u*“.

Na slici 26. i 27. su prikazani rezultati koji se dobiju na kraju analize, pri čemu je na slici 26. prikazan radijalni pomak posude dok su na slici 27. prikazana naprezanja prema von Mises-u.

Kao što se može primijetiti na slikama da se ista boja, odnosno iznos pomaka ili naprezanja, proteže po čitavom obodu posude iz tog razloga što za osnosimetričnu geometriju posude, osnosimetrične rubne uvjete i opterećenje trebaju i rezultati biti osnosimetrični.

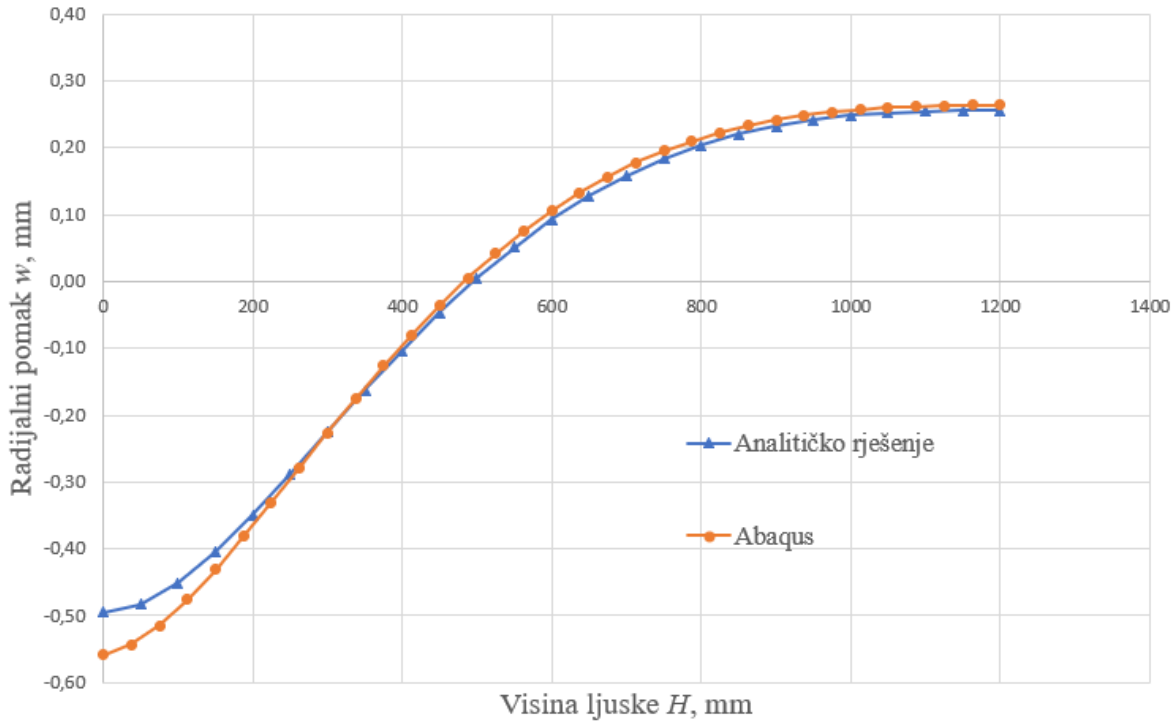


Slika 26. Prikaz radijalnog pomaka posude



Slika 27. Prikaz naprezanja prema von Mises-u

Na slici 28. su prikazani rezultati raspodjele radijalnog pomaka po visini cilindrične ljuske koji su se dobili analitičkim i numeričkim putem. Dijagram započinje od spoja cilindrične ljuske s konusnom i prikazuje raspodjelu do visine cilindrične ljuske od 1200 mm.

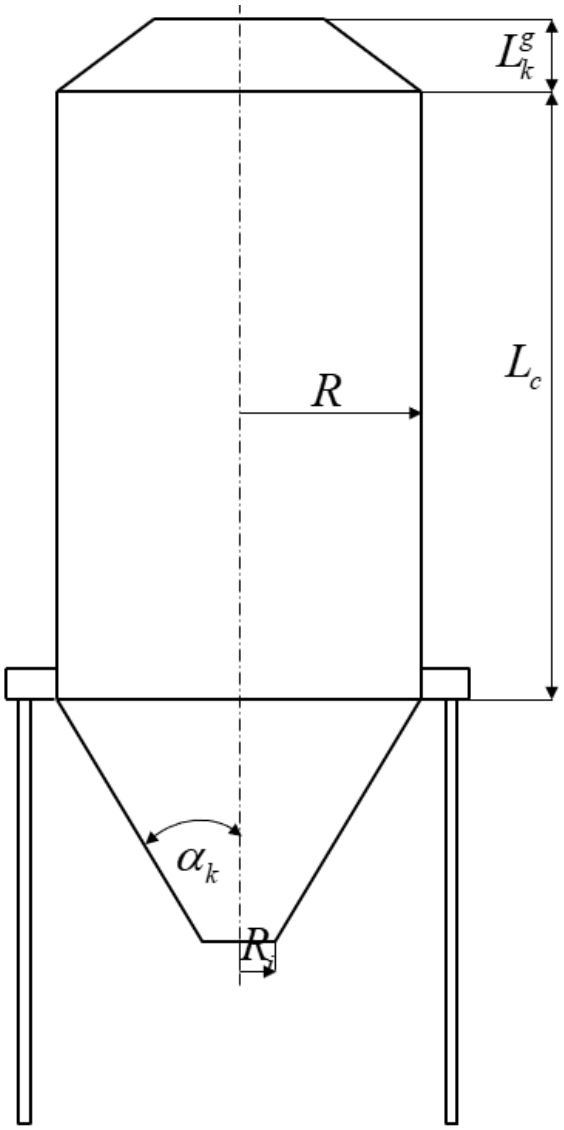


Slika 28. Dijagramski prikaz radijalnog pomaka

4. VERTIKALNI SILOS ZA ŽITO

Potrebno je izvršiti numerički proračun silosa za žito, ali prije toga je potrebno napraviti analitički proračun kako bi se usporedbom rješenja odredila ispravnost numeričkog proračuna. U tu svrhu prvo će se napraviti analitički izračun pojednostavljenog silosa, odnosno silos bez potpornih nogu na kojima je oslonjen, prema teoriji iz [5].

4.1. Analitičko rješenje silosa



Slika 29. Skica silosa

Silos se sastoji od 5 sastavnih dijelova, kao što se vidi na slici 29., a to su gornji i donji konus, cilindrični dio, prsten i potporne noge. Cilindrični dio polumjera (R) 2 m te visine (L_c) 6 m. Kut donjeg konusa (α_k^d) iznosi 20°, a polumjer otvora za ispust tvari (R_i) iznosi 0,5 m, dok je gornji konus visok (L_k^g) 1 m. Debljina stjenke (h) konusa i cilindričnog dijela iznosi 8 mm i sastavni dijelovi silosa su izrađeni od istog materijala, čelika, koji ima modul elastičnosti (E) 210 GPa i Poissonov faktor (v) 0,3. Unutar silosa se skladišti pšenica koja ima gustoću (ρ) 917,43 kg/m^3. Za zadani silos potrebno je izračunati unutarnje sile i momente kako bi se u daljnjem radu podaci mogli koristiti za usporedbu analitičkih i numeričkih rješenja.

Tijek proračuna je identičan kao i u poglavlju 3.2.1 gdje se je rješavao problem posude. Prvo je potrebno prikazati uvjete kompatibilnosti:

$$Q_0^c = Q_0^p = X_1, \tag{4.1.1}$$

$$M_0^c = M_0^p = X_2, \tag{4.1.2}$$

$$Q_1^k = Q_1^p = X_3 \text{ i} \tag{4.1.3}$$

$$M_1^c = M_1^p = X_4. \tag{4.1.4}$$

Rubni uvjeti

Na mjestu spoja cilindrične ljuske i prstena radijalni pomak cilindrične ljuske označujemo s w_c, a radijalni pomak prstena u_{rG}^p pri čemu u indeksu oznaka G predstavlja gornji rub prstena. Na analogan način označujemo kut zakreta cilindrične ljuske α_c i kut zakreta prstena α^p_G.

Na spoju cilindra i gornjeg ruba prstena rubni uvjeti su:

$$w_c = u_{rG}^p \text{ i} \tag{4.1.5}$$

$$\alpha_c = \alpha_G^p. \tag{4.1.6}$$

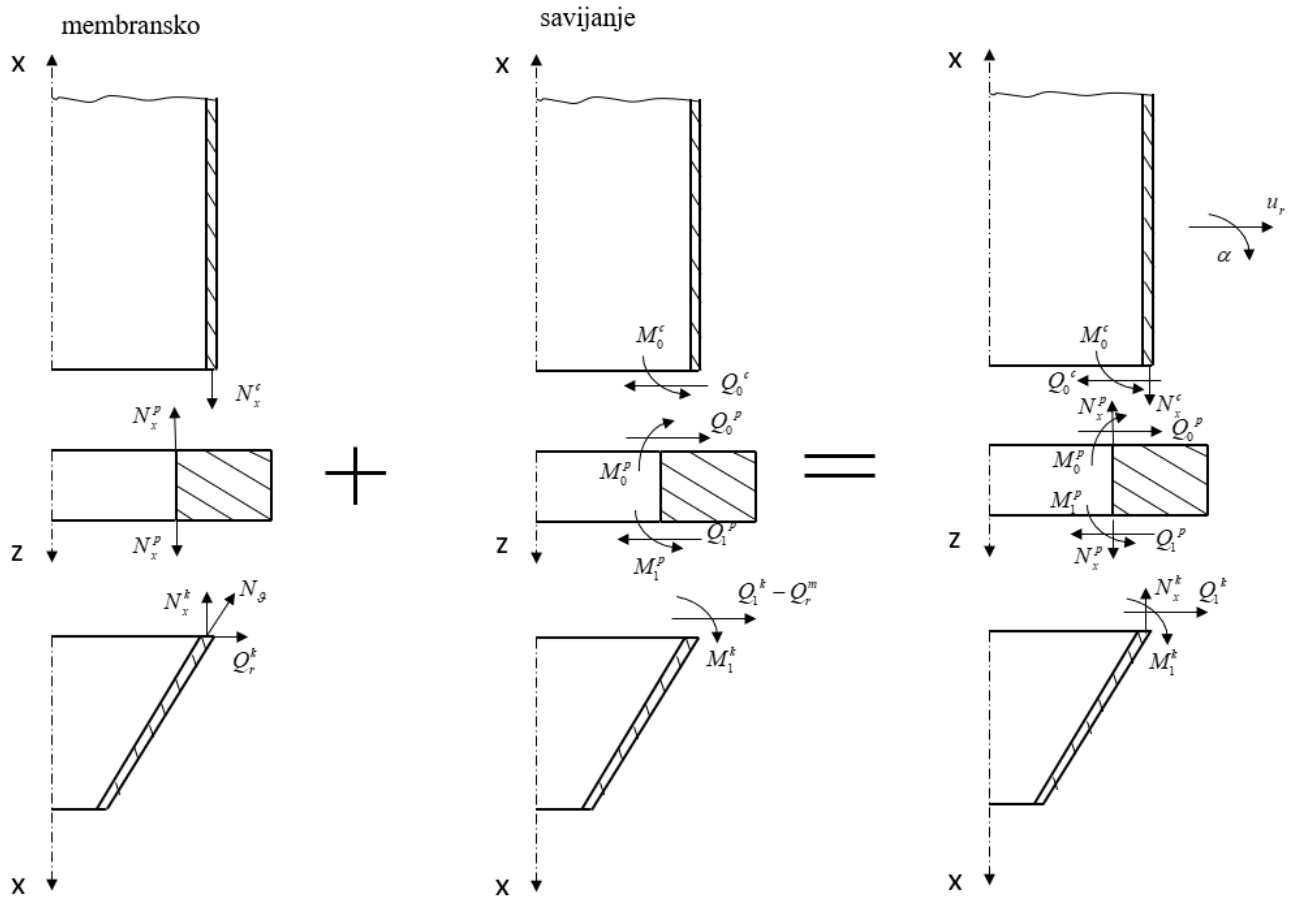
Kako se prsten zakreće kao kruta figura, njegov kut zakreta je jednak i na spoju konusne i na spoju cilindrične ljuske dok to ne vrijedi i za radijalni pomak.

Na mjestu spoja prstena i konusne ljuske radijalni pomak prstena označujemo s u_{rD}^p pri čemu u indeksu D označuje donji rub prstena, radijalni pomak konusne ljuske označujem s w_k. Na analogan način označujemo i kuteve zakreta, kut zakreta prstena na donjem rubu α_D^p te kut zakreta cilindrične ljuske α_k.

Na spoju donjeg ruba prstena i konusne ljuske rubni uvjeti su:

$$w_{\mathrm{k}} = u_{\mathrm{rD}}^{\mathrm{p}} \text{ i} \tag{4.1.7}$$

$$\alpha_{\mathrm{c}} = \alpha_{\mathrm{D}}^{\mathrm{p}}. \tag{4.1.8}$$



Slika 30. Pretpostavljeni smjerovi djelovanja sila i momenata dijelova silosa

Cilindrična ljuska

Uvjet ravnoteže u smjeru koordinatne osi x za cilindričnu ljusku:

$$\sum F_x = 0,\ 2 \cdot R \cdot \pi \cdot N_{\mathrm{x}} - \cdot R^2 \cdot \pi \cdot p - G = 0. \tag{4.1.9}$$

Pri čemu *p* predstavlja tlak koji se linearno mijenja i ima vrijednost nula na vrhu tereta.

Izraz za tlak glasi:

$$p = \rho \cdot g \cdot (L_{\mathrm{c}} - x). \tag{4.1.10}$$

U izrazu (4.1.9) *G* predstavlja težinu tereta unutar silosa:

$$G = \rho \cdot g \cdot V, \tag{4.1.11}$$

gdje V predstavlja volumen tereta:

$$V = R^2 \cdot \pi \cdot x. \tag{4.1.12}$$

Sređivanjem izraza (4.1.9) dobije se:

$$N_{\mathrm{x}}^{\mathrm{c}} = \frac{\rho \cdot g \cdot R^2 \cdot \pi \cdot x + \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot \pi \cdot (L_{\mathrm{c}} - x)}{2 \cdot R \cdot \pi}. \tag{4.1.13}$$

Određivanjem meridijanske sile, $N_{\mathrm{x}}^{\mathrm{c}}$, i cirkularne sile, N_{ρ}^{c}, može se odrediti radijalni pomak cilindrične ljuske uslijed membranskih sila koji ovisi o koordinati *x* cilindrične ljuske. Općeniti izraz za iznos radijalnog pomaka uslijed membranskih sila glasi [5]:

$$w_{\mathrm{c}}^{\mathrm{m}} = \frac{r}{E \cdot h} \cdot (N_{\varphi} - \nu \cdot N_{\mathrm{x}}), \tag{4.1.14}$$

kad sredimo izraz (4.1.14) te uvrstimo vrijednosti, dobijemo iznos radijalnog pomaka uslijed membranskih sila na mjestu spoja cilindrične ljuske i donjeg konusa. Potrebno je naglasiti da je u tom slučaju iznos *x*-a jednak nuli.

Iznos radijalnog pomaka na mjestu spoja:

$$w_{\mathrm{c}}{}^{\mathrm{m}} = 0{,}1093 \text{ mm}. \tag{4.1.15}$$

Kut zakreta cilindrične ljuske dobijemo kao prvu derivaciju radijalnog pomaka uslijed membranskih sila po *x*-u:

$$\alpha_{\mathrm{c}}^{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{d}w_{\mathrm{c}}^{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}x}, \tag{4.1.16}$$

kad sredimo izraz (4.1.16) i uvrstimo vrijednosti dobijemo:

$$\alpha_{\mathrm{c}}^{\mathrm{m}} = -1{,}2857 \cdot 10^{-7} \ \frac{\text{rad}}{\text{mm}}. \tag{4.1.17}$$

Kako se ukupni radijalni pomak cilindrične ljuske sastoji od pomaka uslijed savijanja i membranskog pomaka, stoga nam jednadžba za ukupni radijalni pomak glasi:

$$w_{\mathrm{c}} = \alpha_{11}^{\mathrm{c}} \cdot X_3 + \alpha_{12}^{\mathrm{c}} \cdot X_4 + w_{\mathrm{c}}^{\mathrm{m}}. \tag{4.1.18}$$

Te ukupni kut zakreta cilindrične ljuske:

$$\alpha_c = \alpha_{21}^c \cdot X_3 - \alpha_{22}^c \cdot X_4 + \alpha_c^m. \tag{4.1.19}$$

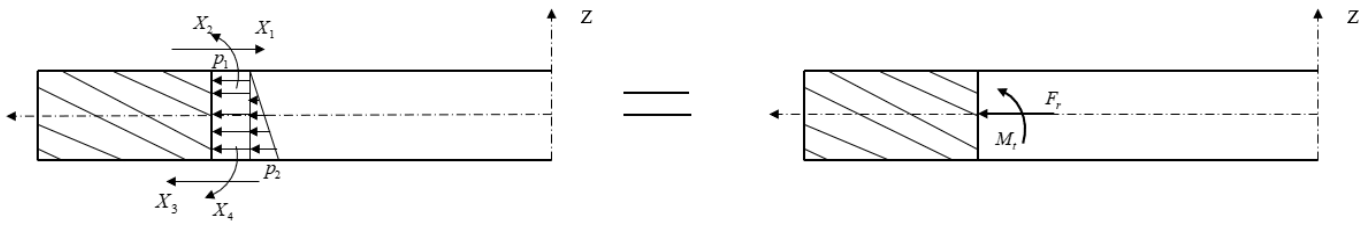
Nakon što riješimo nepoznate veličine dobijemo izraze:

$$w_c = 0,04842 \cdot X_1 + 4,9194 \cdot 10^{-4} \cdot X_2 + 0,1093, \tag{4.1.20}$$

$$\alpha_c = 4,9194 \cdot 10^{-4} \cdot X_1 + 9,9963 \cdot 10^{-6} \cdot X_2 - 1,2857 \cdot 10^{-7}. \tag{4.1.21}$$

Prsten

Za određivanje momenta savijanja M i normalne sile N prstena potrebno je prvo reducirati vanjsko opterećenje na radijalnu silu F_r i moment uvijanja M_t kako je to prikazano na slici 31.



Slika 31. Redukcija vanjskog opterećenja prstena na F_r i M_t

Izraz za radijalni pomak prstena glasi:

$$u_r^p = -\frac{M \cdot z}{E \cdot J_3} + \frac{N}{E \cdot J_1}. \tag{4.1.22}$$

Te za kut zakreta prstena:

$$\alpha^p = -\frac{M}{E \cdot J_3} = 0. \tag{4.1.23}$$

Kut zakreta prstena jednak je nuli zbog načina oslanjanja posude.

Kad odredimo sve potrebne veličine možemo napisati jednadžbu za ukupni radijalni pomak prstena koja glasi:

$$u_{rG}^p = 9,1259^{-4} \cdot X_3 - 9,1259^{-4} \cdot X_1 + 4,969 \cdot 10^{-3} = u_{rD}^p. \tag{4.1.24}$$

Konusna ljuska

Prvo je potrebno ispitati da li je ljuska strma ili plitka:

$$\vartheta_0 = 70° \rangle \vartheta_{gr} = 25,5°. \tag{4.1.25}$$

Uvjet strme ljuske je zadovoljen, još je potrebno ispitati da li je ljuska duga ili kratka. Uvjet za dugu ljusku:

$$\int_{s_1}^{s_2} \beta^k(s)ds \rangle 3. \tag{4.1.26}$$

Rješavanjem izraza (4.1.26) dobijemo:

$$\int_{s_1}^{s_2} \beta^k(s)ds = 99,774 \rangle 3. \tag{4.1.27}$$

Iz izraza (4.1.25) i (4.1.27) uočavamo da su obadva uvjeta zadovoljena, tj. konusna ljuska je strma i duga.

Uvjet ravnoteže u smjeru koordinatne osi *x* na proizvoljnom mjestu s za konusnu ljusku:

$$\sum F_x = 0,\ 2 \cdot r \cdot \pi \cdot N_x^k - p \cdot r^2 \cdot \pi - G = 0, \tag{4.1.28}$$

pri čemu izraz za tlak glasi:

$$p = \rho \cdot g \cdot L_c + \rho \cdot g \cdot (L_k^d - x). \tag{4.1.29}$$

Ukupni radijalni pomak konusne ljuske se sastoji od membranskog pomaka te od pomaka uslijed savijanja. Općenite izraze, sa pretpostavljenim smjerovima poprečne sile i momenta savijanja, za radijalni pomak i kut zakreta konusne ljuske možemo izraziti kao:

$$w_k = -\alpha_{11}^k \cdot (X_3 - Q_r^k) + \alpha_{12}^k \cdot X_4 + w_k^m, \tag{4.1.30}$$

$$\alpha_k = \alpha_{21}^k \cdot (X_3 - Q_r^k) - \alpha_{22}^k \cdot X_4 + \alpha_k^m. \tag{4.1.31}$$

Nakon izračunavanja uplivnih koeficijenata i membranskog pomaka i zakreta dobivamo dvije jednadžbe za konus:

$$w_k = -0,04691 \cdot (X_3 - Q_r^k) + 4,9175 \cdot 10^{-4} \cdot X_4 + 0,11, \tag{4.1.32}$$

$$\alpha_k = 4,9175 \cdot 10^{-4} \cdot (X_3 - Q_r^k) - 1,031 \cdot 10^{-5} \cdot X_4 - 5,342 \cdot 10^{-3}. \tag{4.1.33}$$

Nakon što smo dobili sve izraze za radijalne pomake i kuteve zakreta (4.1.20), (4.1.21), (4.1.23), (4.1.24), (4.1.32) i (4.1.33) možemo ih uvrstiti u izraze za rubne uvjete (4.1.5), (4.1.6), (4.1.7) i (4.1.8). Kada sredimo izraze za rubne uvjete dobijemo četiri jednadžbe sa četiri nepoznanice čijim rješavanjem dobijemo poprečne sile i momente savijanja:

$$X_1 = -21,452 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}, \tag{4.1.34}$$

$$X_2 = 1056 \ \frac{\mathrm{N \cdot mm}}{\mathrm{mm}}, \tag{4.1.35}$$

$$X_3 = -476,201 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}}, \tag{4.1.36}$$

$$X_4 = -22010 \ \frac{\mathrm{N \cdot mm}}{\mathrm{mm}}. \tag{4.1.37}$$

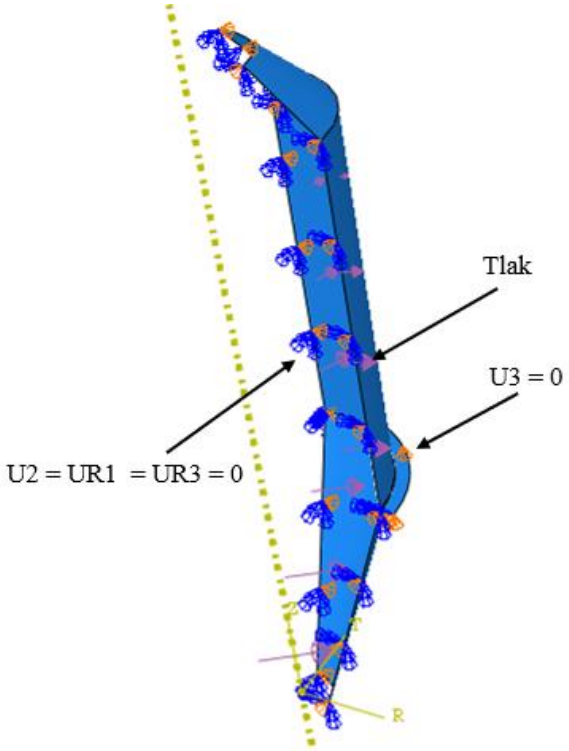
4.2. Rješenje pomoću metode konačnih elemenata

Problem je riješen na isti način kao i u poglavlju 3.2.2, jedina je razlika što je prsten modeliran kao 3D element ali opcijom „*Shell*“.

Na slici 32. je prikazan model pojednostavljenog silosa s opterećenjem i rubnim uvjetima. Kako je silos osnosimetričan, osnosimetrično opterećen i osnosimetrično oslonjen moguće je napraviti četvrtinu modela kako bismo smanjili opseg posla, ostatak modela mijenjamo sa rubnim uvjetima simetrije. Napravljeni su rubni uvjeti koji onemogućuju pomak modela u smjeru osi z, te opterećenje koje nastaje uslijed težine tereta.

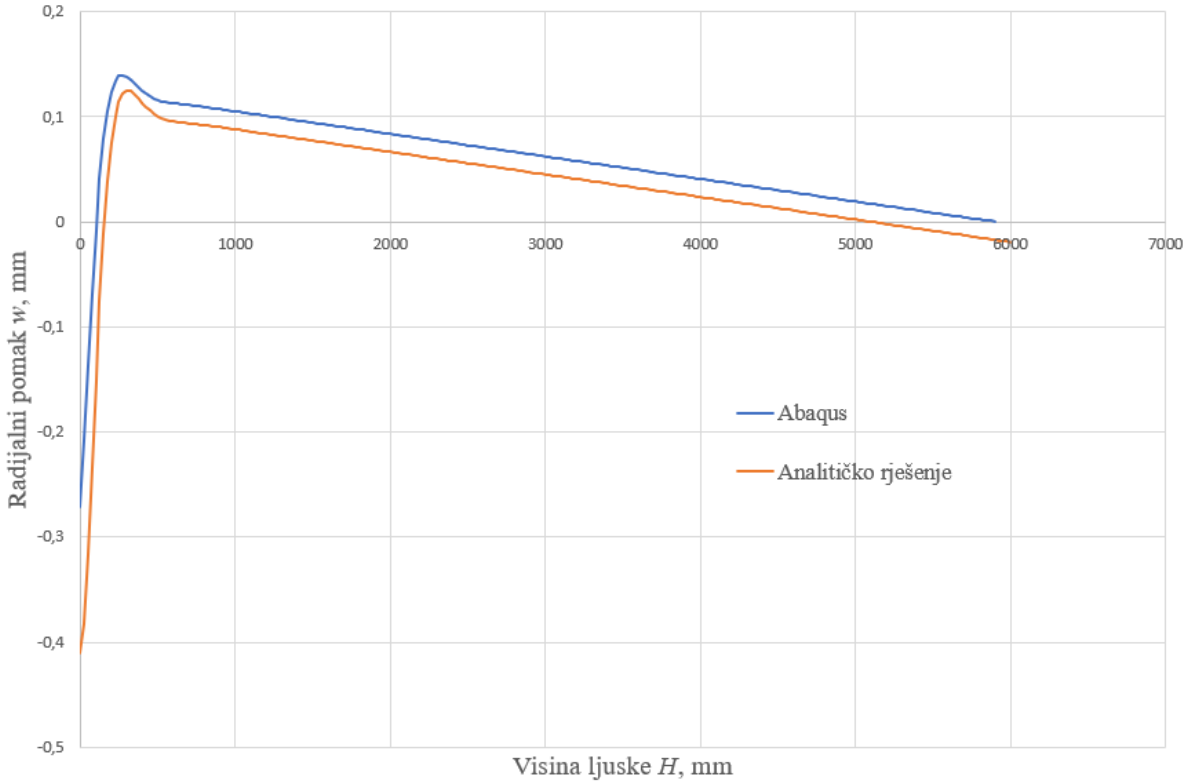
Na slici 33. je prikazana mreža konačnih elemenata. Za kreiranje mreže su korišteni ljuskasti konačni elementi tipa S8R5. Mreža je generirana s 15049 elementa.

Na slici 34. su prikazani rezultati koji su se dobili analitičkim i numeričkim putem. Kao što se može vidjeti iz slike, postoji razlika u iznosima radijalnih pomaka, ali se analizama dobiju isti oblici krivulja. Stoga možemo zaključiti da je rješenje koje se dobije numeričkim putem ispravno, a kako bismo dobili rezultate i po iznosu slične analitičkom rješenju trebali bismo povećavati broj konačnih elemenata.



Slika 32. Prikaz pojednostavljenog silosa sa rubnim uvjetima i opterećenjem

Slika 33. Prikaz mreže konačnih elemenata

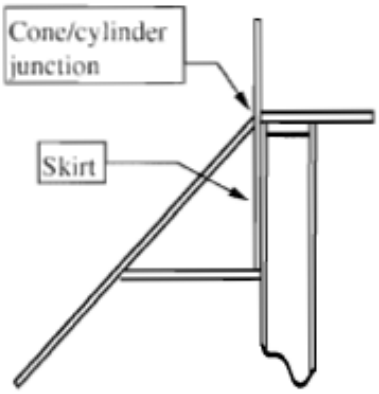


Slika 34. Dijagramski prikaz usporedbe rezultata radijalnog pomaka

4.3. Numeričko rješenje silosa konstrukcijom sličnog realnom

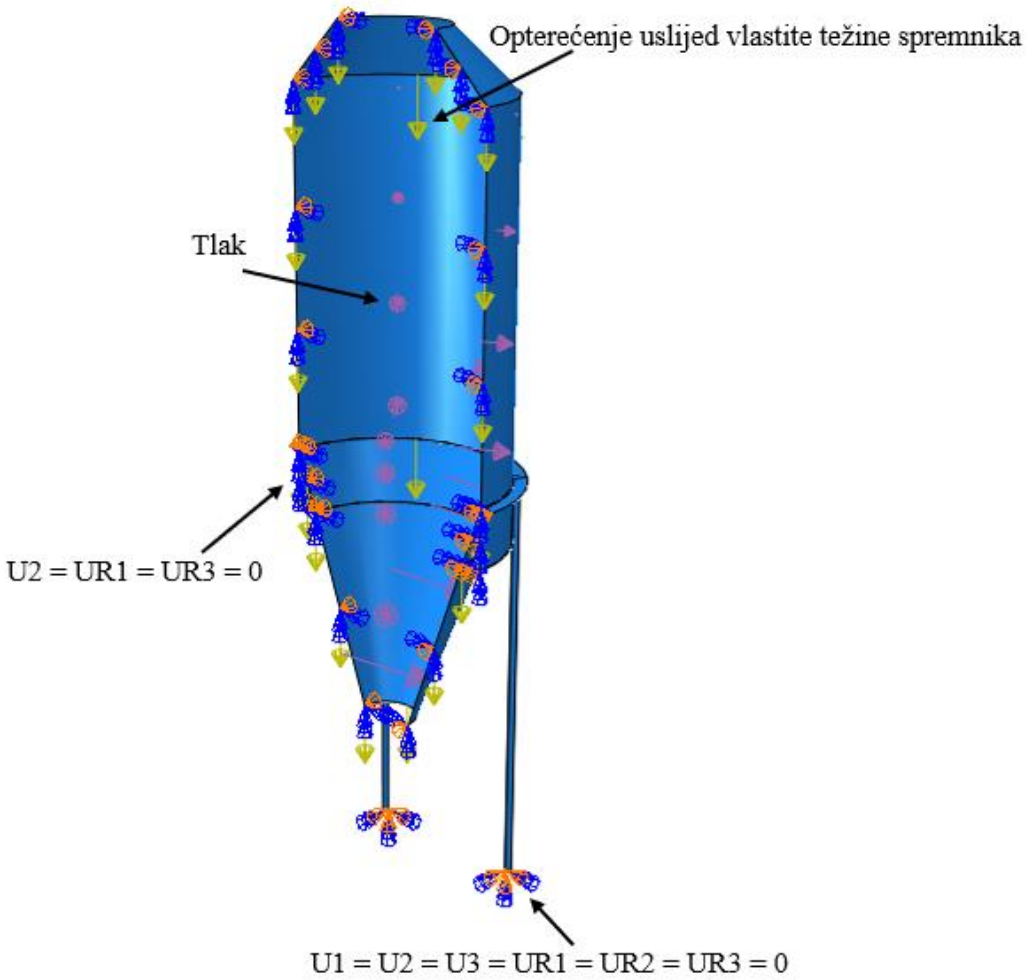
Modeliran je silos prema dimenzijama koje su napisane u poglavlju 4.1. i prikazane na slici 29. pri čemu je cijeli model kreiran u programskom paketu *Abaqus* [3]. Za kreiranje konstrukcije silosa poslužilo se različitim konstrukcijama prikazanim u [11].

Na slici 35. prikazan je primjer mogućeg spoja cilindričnog dijela silosa s prstenom koji se oslanja na potporne noge.



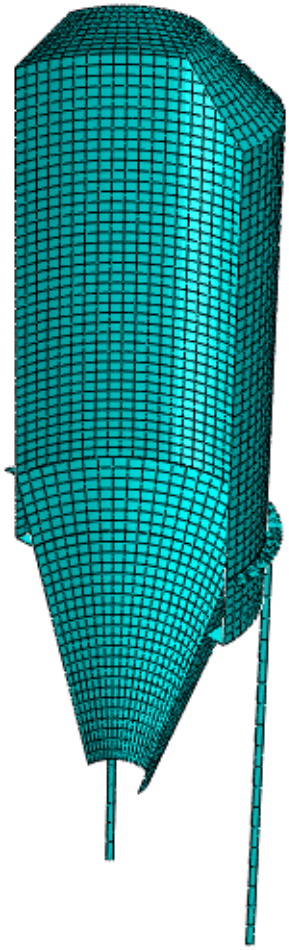
Slika 35. Prikaz spoja cilindričnog dijela silosa i prstena s nogom [11]

Na slici 36. je prikazan model silosa. Napravljeno je samo pola modela jer je silos osnosimetričan, osnosimetrično oslonjen i opterećen te je ostala polovica modela zamijenjena rubnima uvjetima simetrije kako bi se smanjio opseg posla. Potporne noge silosa su napravljene od šupljeg kvadratnog profila vanjske dimenzije 125 mm i unutarnje 75 mm. Drugi rubni uvjeti se uklještenje potpornih noga za podlogu. Na silos djeluju dva opterećenja, prvo opterećenje je od vlastite težine samoga silosa (žute vertikalne strelice na slici 36. usmjerene prema dole), dok drugo opterećenje predstavlja težina pohranjenoga materijala (ljubičaste strelice koje su raspoređene po unutarnjem obodu silosa i djeluju okomito na stjenku silosa) unutar silosa koje linearno raste od vrha materijala u silosu prema izlaznom otvoru.



Slika 36. Model silosa s rubnim uvjetima i opterećenjem

Na slici 37. je prikazana mreža konačnih elemenata silosa koja se sastoji od 2976 elemenata tipa S8R5 i 121083 elementa tipa S3. Elementi tipa S3 su korišteni za diskretizaciju prstena koji se oslanja na potporne noge.

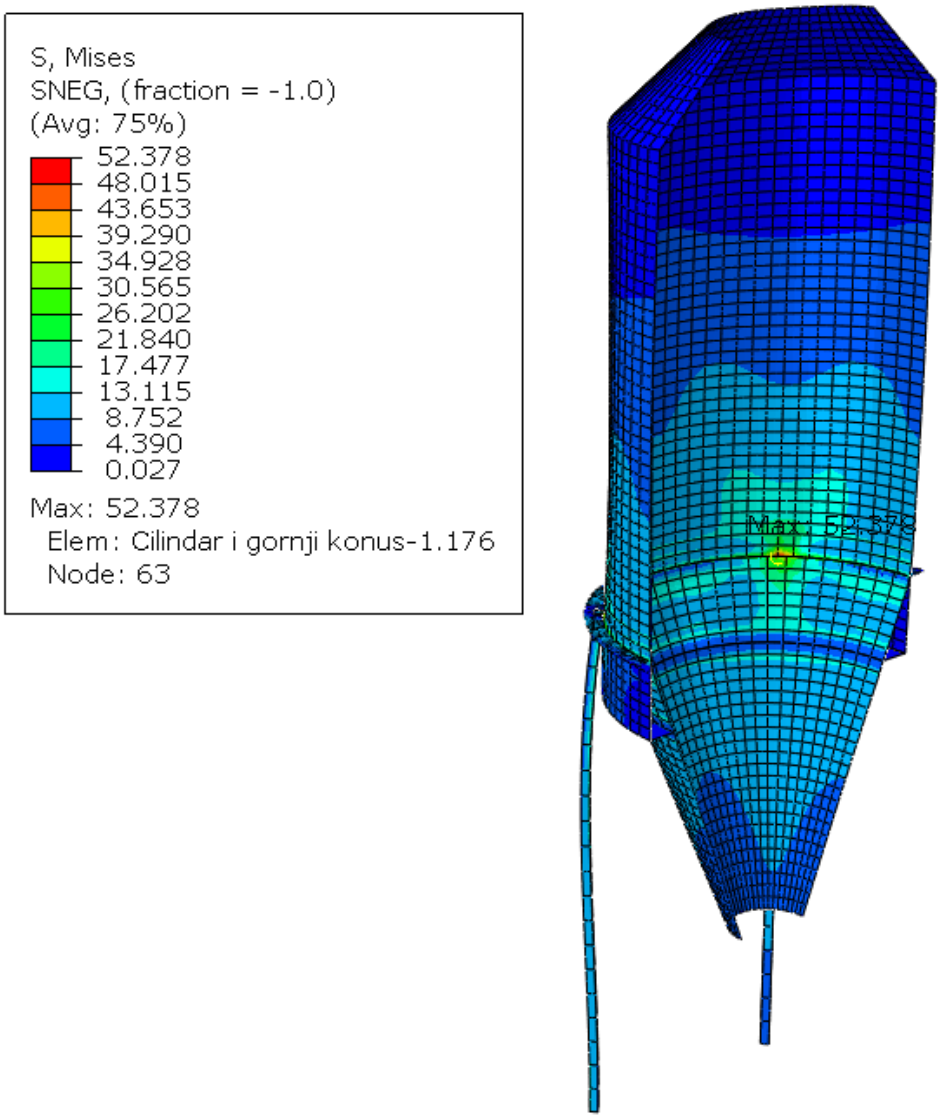


Slika 37. Mreža konačnih elemenata silosa

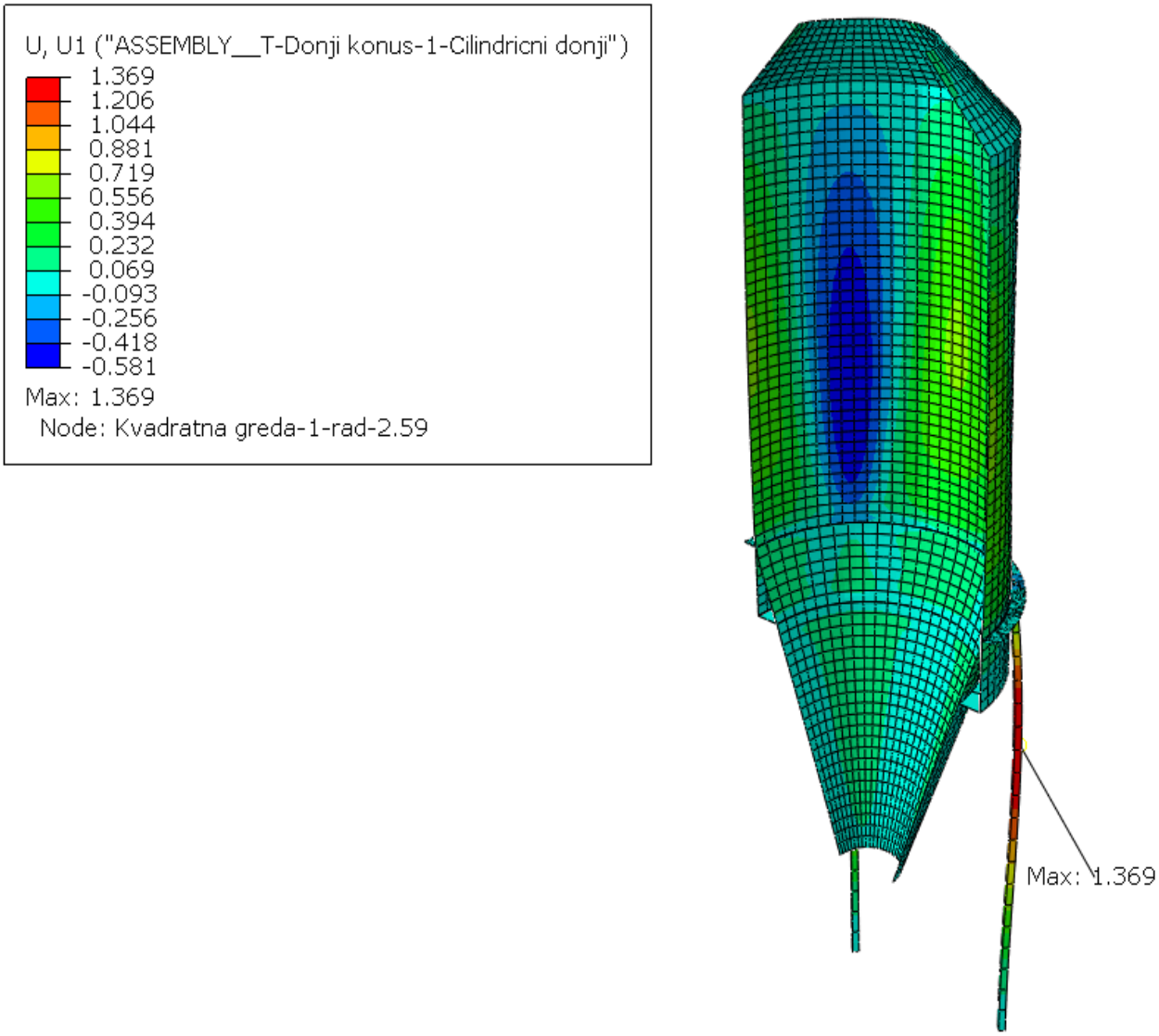
Na slici 38. je prikazana raspodjela naprezanja po von Mises-u. Najveće naprezanje se javlja na spoju cilindrične ljuske i donje konusne ljuske i to naprezanje iznosi 52,378 MPa

Na slici 39. je prikazana raspodjela radijalnog pomaka u silosu. Najveći pomak se javlja u potpornim nogama silosa, koje se izvijaju, i iznosi 1,369 mm. Usporedbom rezultata radijalnog pomaka dobivenih u poglavlju 4.1. i 4.2. sa rezultatima sa slike 39. može se uočiti da su pomaci u konstrukciji sličnoj realnoj istoga reda veličine. Postoje odstupanja u rezultatima iz toga razloga što ju u stvarnoj konstrukciji na mjestu spoja cilindrične i donje

konusne ljuske konstrukcija kruća pa se i za rezultat radijalnog pomaka dobije manja vrijednost.



Slika 38. Prikaz maksimalnog naprezanja silosa po von Mises-u



Slika 39. Prikaz radijalnog pomaka silosa

ZAKLJUČAK

U ovom radu je proračunat vertikalni silos za žito, razmatrajući gustoće različitih žitarica došlo se do zaključka da pšenica ima najveću gustoću od 917,43 kg/m^3, stoga se proračun vertikalnog silosa provodio s gustoćom pšenice.

U prvom verifikacijskom primjeru provedene su analize sa različitim skupinama elemenata i utvrdilo se da unutar svake skupine elemenata postoji tip elementa koji zadovoljava brzinom konvergencije k analitičkom rješenju maksimalnog radijalnog pomaka. Kao što je prikazano u drugom verifikacijskom primjeru odabrana je samo jedna skupina elemenata i to ljuskasti elementi te se u daljnjim analizama uglavnom koristio S8R5 tip elementa.

Proračunom silosa sa konstrukcijom sličnoj stvarnoj utvrđeno je da postoje odstupanja u rješenjima koja su se dobila pri analitičkom i numeričkom proračunu pojednostavljenog silosa. Razlike u rezultatima su nastupile jer je stvarni silos imao kruću konstrukciju te je imao drugačiji način oslanjanja, oslanjao se na potporne noge koje su bile ukliještene za podlogu, ali i osim opterećenja uslijed pšenice u proračun je uzeto i opterećenje uslijed vlastite težine silosa. Debljina stjenke od 8 mm je odabrana, kako bismo dobili optimalnu debljinu stjenke, tj. optimalni odnos dopuštenog naprezanja i naprezanja u materijalu trebali bismo provesti iteraciju debljine stjenke, no to nije bio cilj ovoga zadatka. Rezultati radijalnog pomaka nisu jednaki po cijelom obodu silosa, kao što je to bilo u drugom verifikacijskom primjeru, jer je kod silosa prisutno i izvijanje za koje se nije radio proračun u sklopu ovoga zadatka. Numeričkom analizom utvrdilo se da najveće naprezanje nastaje na mjestu spoja cilindrične ljuske i donje konusne ljuske i to naprezanje iznosi 52,378 MPa, dok je najveći pomak nastao u potpornim nogama silosa, koje su se izvile, i taj pomak iznosi 1,369 mm.

Rezultati koji su se dobili su istoga reda veličine kao i kod pojednostavljenoga silosa iz čega možemo zaključiti da je numerički proračun vertikalnog silosa s konstrukcijom sličnoj stvarnoj valjan.

LITERATURA

[1] Skejić, D., Bolanča, M.: Projektiranje silosa s aspekta načina protoka materijala pri pražnjenju, Građevinski fakultet, Zagreb 2013.

[2] Sorić, J.: Metoda konačnih elemenata, Golden marketing, Zagreb 2004.

[3] ABAQUS, „Abaqus Software“, Version 6.14, Dassault Systemes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2014.

[4] Programski paket *Mathcad*, PTC

[5] Alfirević, I.: Linearna analiza konstrukcija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb 2011.

[6] ABAQUS, „Abaqus Documentation“, Version 6.14, Dassault Systemes Corp., Providence, RI, USA, 2014.

[7] European Committee for Standardization (CEN) 2006. EN 1991-4: Eurocode 1 - Actions on structures - Part 4: Silos and tanks.

[8] www.casp.com

[9] Schulze, D. 2011. Software zum Herunterladen: Silo Stress Tool. Home Page http://www.dietmar-schulze.de/

[10] Skozrit, I.: Uvod u čvrstoću konstrukcija – vježbe, Zagreb, 2015.

[11] European Committee for Standardization (CEN) 2007. EN 1993-4-1: Eurocode 3: Design of steel structures - Part 4-1: Silos

PRILOZI

I. CD-R disc