

Mikromehaničko modeliranje vlačnog testa nodularnog lijeva

Jurčević, Ante

Master's thesis / Diplomski rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:274726>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-09-15**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Ante Jurčević

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković

Student:

Ante Jurčević

Zagreb, 2018.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

U prvom planu se zahvaljujem svojem mentoru, prof. dr. sc. Zdenku Tonkoviću na pruženoj prilici te ukazanom povjerenju, potpori i stručnom vođenju tijekom izrade ovog rada.

Ovom prilikom bi se također htio zahvaliti i asistentu dr. sc. Tomislavu Lesičaru na pomoći, strpljenju, izdvojenom vremenu i brojnim korisnim savjetima koji su mi omogućili izradu ovog rada.

Hvala i dr. sc. Predragu Čanžaru na materijalima bez kojih ovaj rad ne bi bilo moguće izraditi.

Hvala i svim mojim prijateljima sa smjera IMRS koji su ovo dugo putovanje učinili puno lakšim i jednostavnijim.

Na kraju se najiskrenije zahvaljujem svojoj obitelji. Ocu Stipanu, majci Mariji i sestri Ivi, na pruženoj ljubavi i potpori tijekom cjelokupnog studija.

Ante Jurčević



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum: 07-2018	Prilog
Klasa: 602-04/18-6/3	
Ur. broj: 15-1705-18-221	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Ante Jurčević** Mat. br.: 0035194815

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Mikromehaničko modeliranje vlačnog testa nodularnog lijeva**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Micromechanical Modeling of Nodular Cast Iron Tensile Test**

Opis zadatka:

U okviru eksperimentalnih ispitivanja provedenih na Zavodu za tehničku mehaniku Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu istražen je utjecaj mikrostrukture na kvazistatičko, cikličko i zamorno ponašanje nodularnog lijeva EN-GJS-400-18-LT. Zahvaljujući izraženoj duktilnosti i visokoj zamornoj čvrstoći, čemu doprinose grafitne nodule u feritnoj mikrostrukturnoj matrici, ovaj materijal sve više se koristi za izradu ključnih komponenata dinamički opterećenih konstrukcija kao što su Končarov vjetroagregat, tramvaj i prigradski vlak. Da bi se numeričke simulacije što više približile realnom ponašanju konstrukcije te da bi se razvili materijali sa što boljim mehaničkim svojstvima potrebno je provesti modeliranje na više razina, koje omogućuje procjenu ponašanja materijala na makrorazini iz poznatih svojstava konstituenata i geometrije mikrostrukture.

Na temelju rezultata metalografske analize u radu je potrebno definirati reprezentativni volumenski element (RVE) materijala. Pritom je potrebno pojednostaviti geometriju grafitnih nodula, zanemariti sadržaj perlita te analizirati više različitih veličina RVE-a. RVE na mikro razini, kao i ispitnu epruvetu na makro razini diskretizirati dvodimenzijskim konačnim elementima. Za provedbu analize na mikrorazini na rubove RVE-a dodijeliti rubne uvjete pomaka, odnosno periodične rubne uvjete. Pretpostaviti elastoplastično ponašanje feritne matrice te linearno elastično ponašanje grafitnih nodula. Primjenjujući u radovima već objavljeni algoritam računalne homogenizacije prvog reda provesti višerazinsku mikro-makro analizu vlačnog testa. Numeričke rezultate simulacije usporediti s eksperimentalnim mjerenjima. Istražiti utjecaj veličine RVE-a, rubnih uvjeta na RVE-u i parametara materijala u konstitutivnim modelima na točnost numeričke simulacije. Za numeričke analize primijeniti program *Abaqus* koji se temelji na metodi konačnih elemenata.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

3. svibnja 2018.

Datum predaje rada:

5. srpnja 2018.

Predviđeni datum obrane:

11., 12. i 13. srpnja 2018.

Zadatak zadao:

Prof. dr. sc. Zdenko Tonković

Predsjednica Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

Sadržaj

Popis slika	III
Popis tablica	V
Popis oznaka.....	VI
Sažetak	VII
Summary	IX
1. Uvod.....	1
2. O nodularnom lijevu i postupcima proizvodnje.....	3
2.1 Postupak proizvodnje nodularnog lijeva EN-GJS-400-18-LT	5
2.1.1 Tundish postupak proizvodnje	6
2.1.2 Inmould postupak proizvodnje.....	6
3. Višerazinske (<i>multiscale</i>) metode	7
3.1 Računalna homogenizacija prvog reda.....	8
3.1.1 Rubni uvjeti periodičnih pomaka i antiperiodičnog površinskog opterećenja	9
3.1.2 Reprezentativni volumenski element	14
4. Definiranje geometrije i mreže konačnih elemenata RVE – ova za analizu.....	16
4.1 Definiranje RVE – ova	17
4.2 Generiranje mreže konačnih elemenata.....	25
4.2.1 Provjera konvergencije mreže konačnih elemenata	25
5. Određivanje utjecaja veličine RVE – a	29
5.1 Minimalna veličina RVE – a za slučaj Inmould serije proizvodnje	30
5.2 Minimalna veličina RVE – a za slučaj Tundish serije proizvodnje	33
6. Modeliranje vlačnog testa primjenom rubnih uvjeta periodičnih pomaka	37
6.1 Modeliranje vlačnog testa primjenom rubnih uvjeta periodičnosti – Inmould serija proizvodnje	37
6.2 Modeliranje vlačnog testa primjenom rubnih uvjeta periodičnosti – Tundish serija proizvodnje	39

7. Zaključak.....	41
Literatura	42
Prilozi	43

Popis slika

Slika 1.1 Mikrostruktura nodularnog lijeva [6].....	3
Slika 2.1 Utjecaj oblika grafita na koncentraciju naprežanja [2]	5
Slika 3.1 Višerazinske (<i>multiscale</i>) metode [13].....	7
Slika 3.2 Označavanje rubova RVE – a [14].....	9
Slika 3.3 Shema Računalne homogenizacije prvog reda [1].....	15
Slika 4.1 Priprema uzorka za metalografsku analizu [15]	16
Slika 4.2 Mikroskopske snimke nodularnog lijeva dobivenog Inmould postupkom za tri različita povećanja: a) 50x, b) 100x, c) 500x [18]	17
Slika 4.3 Mikrostruktura nodularnog lijeva nakon obrade u programskom paketu CorelDRAWX6, Inmould_2	19
Slika 4.4 Položaji RVE – ova za slučaj mikrostrukture Inmould_2.....	20
Slika 4.5 Udjeli grafitnih nodula za slučaj Tundish serije proizvodnje i minimalne veličine RVE - a.....	21
Slika 4.6 Udio grafitnih nodula za slučaj Tundish serije proizvodnje i srednje veličine RVE-a	21
Slika 4.7 Udio grafitnih nodula za slučaj Tundish serije proizvodnje i maksimalne veličine RVE – a	21
Slika 4.8 Udio grafitnih nodula za slučaj Inmould serije proizvodnje i minimalne veličine RVE – a	22
Slika 4.9 Udio grafitnih nodula za slučaj Inmould serije proizvodnje i srednje veličine	22
Slika 4.10 Udio grafitnih nodula za slučaj Inmould serije proizvodnje i maksimalne veličine RVE – a	22
Slika 4.11 Konačan izgled RVE – a: a) Inmould_1_min_1, b) Tundish_1_min_1	24
Slika 4.12 Konačan izgled RVE – a: a) Inmould_1_sred_1, b) Tundish_1_sred_1	24
Slika 4.13 Konačan izgled RVE – a: a) Inmould_1_max_1, b) Tundish_1_max_1	25
Slika 4.14 Proračunski model vlačnog testa, RVE Tundish_1_max_1.....	26
Slika 4.15 Mreža konačnih elemenata RVE – ova: a) Inmould_1_min_1, b) Tundish_1_min_1	27
Slika 4.16 Mreža konačnih elemenata RVE – ova: a) Inmould_1_sred_1, b) Tundish_1_sred_1	28

Slika 4.17 Mreža konačnih elemenata RVE – ova: a) Inmould_1_max_1, b) Tundish_1_max_1	28
Slika 5.1 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE –a: Inmould_1_min_1, Inmould_1_sred_1 i Inmould_1_max_1	30
Slika 5.2 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE –a: Inmould_1_min_2, Inmould_1_sred_2 i Inmould_1_max_2	30
Slika 5.3 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Inmould_2_min_1, Inmould_2_sred_1 i Inmould_2_max_1	31
Slika 5.4 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Inmould_2_min_2, Inmould_2_sred_2 i Inmould_2_max_2	31
Slika 5.5 Raspodjela normalnog naprezanja za RVE Inmould_1_min_1	32
Slika 5.6 Raspodjela normalnog naprezanja za RVE Inmould_1_sred_1	32
Slika 5.7 Raspodjela normalnog naprezanja za RVE Inmould_1_max_1	33
Slika 5.8 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Tundish_1_min_1, Tundish_1_sred_1 i Tundish_1_max_1	33
Slika 5.9 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Tundish_1_min_2, Tundish_1_sred_2 i Tundish_1_max_2	34
Slika 5.10 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Tundish_1_min_2, Tundish_1_sred_2 i Tundish_1_max_2	34
Slika 5.11 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Tundish_1_min_2, Tundish_1_sred_2 i Tundish_1_max_2	35
Slika 5.12 Raspodjela normalnog naprezanja za RVE Tundish_1_min_1	35
Slika 5.13 Raspodjela normalnog naprezanja za RVE Tundish_1_sred_1	36
Slika 5.14 Raspodjela normalnog naprezanja za RVE Tundish_1_max_1	36
Slika 6.1 Konvergencija modula elastičnosti za RVE Inmould_1_min_1	38
Slika 6.2 Konvergencija modula elastičnosti za RVE Tundish_1_min_1	39

Popis tablica

Tablica 2.1 Preporučeni kemijski sastav bazne taline [2]	5
Tablica 4.1 Prosječni udjeli grafitnih nodula nodularnog lijeva [2].....	18
Tablica 4.2 Dimenzije RVE – ova	20
Tablica 4.3 Prosječne vrijednosti udjela grafitnih nodula serije RVE – ova	23
Tablica 4.4 Provjera konvergencije mreže RVE – ova	27
Tablica 6.1 Modul elastičnosti ferita – Inmould serija proizvodnje	38
Tablica 6.2 Modul elastičnosti ferita – Tundish serija proizvodnje	40

Popis oznaka

Oznaka	Jedinica	Opis
A	mm^2	Površina
CSF	–	Faktor kružnosti
$\bar{\mathbf{C}}$	–	Matrica tangentne krutosti na makrorazini
dA	mm^2	Diferencijal površine
\mathbf{D}_q	–	Koordinatna matrica pojedinog čvora
E	GPa	Modul elastičnosti
E_{ferit}	GPa	Modul elastičnosti ferita
\mathbf{f}	–	Vektor čvornih sila
\mathbf{f}_a	–	Vektor unutarnjih čvornih sila
\mathbf{f}_b	–	Vektor vanjskih čvornih sila
\mathbf{K}	–	Globalna matrica krutosti konačnog elementa
$\hat{\mathbf{K}}$	–	Matrica efektivne krutosti
P	mm	Opseg
\mathbf{P}	–	Globalna topološka matrica periodičnosti
\mathbf{P}_a	–	Topološka matrica aktivnih utjecaja
\mathbf{P}_b	–	Topološka matrica vanjskih utjecaja
\mathbf{Q}	–	Globalna koordinatna matrica
\mathbf{t}	–	Vektor površinskog opterećenja
\mathbf{u}	–	Vektor pomaka
\mathbf{u}_q	–	Vektor pomaka rubnih čvorova
\mathbf{x}_q	–	Vektor položaja rubnih čvorova
V	mm^3	Volumen
$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$	–	Tenzor deformacije na makro razini
π	J	Ukupna potencijalna energija konačnog elementa
$\boldsymbol{\pi}$	–	Tenzor Lagrangeovih multiplikatora
ν	–	Poissonov faktor
$\bar{\boldsymbol{\sigma}}$	–	Tenzor naprezanja na makrorazini

Sažetak

U modernom vremenu težnja za što učinkovitijom izradom proizvoda i konstrukcija uz što veće iskorištavanje materijala nameće se kao jedan od osnovnih zahtjeva u proizvodnji. Razvoj numeričkih algoritama i alata te sve snažnijih računala inženjerima omogućuje da na kvalitetan način predvide fizikalno ponašanje materijala, tj. proizvoda prilikom eksploatacije bez vrlo skupe eksperimentalne analize. Na području mehanike deformabilnih tijela, Metoda konačnih elemenata (MKE) predstavlja najznačajniju numeričku metodu čiji korijeni sežu od 50-ih godina 20. stoljeća. Tijekom tog vremena inženjeri su razvili brojne algoritme za rješavanje širokog spektra problema, od vrlo jednostavnih pa sve do jako kompleksnih. Tijekom većine svoje povijesti, MKE je djelovala isključivo na makroskopskom nivou, tj. mikro i nano razina na kojoj svaki materijal počiva nije bila dio proračunskog modela. Za kvalitetno opisivanje fizikalnog ponašanja bilo kojeg materijala, nužno je poznavanje i opisivanje njegove mikro, tj. nano strukture. Sama ideja analize utjecaja mikrostrukture na mehaničko ponašanje materijala potječe još iz 19. stoljeća, a u zadnjih dvadesetak godina, prvenstveno rastom računalnih resursa, dolazi do intenzivnog razvoja numeričkih metoda za modeliranje mehaničkog ponašanja materijala na mikro razini.

Na nano, ali i mikro razini nijedan materijal nije homogen, već predstavlja heterogenu strukturu nekoliko konstituenata različitih mehaničkih svojstava. Čelik naprimjer, na mikro razini je heterogena struktura koja se sastoji od tri konstituenta: perlita (koji pridonosi čvrstoći i tvrdoći), ferita (koji pridonosi duktilnosti i istezljivosti), te grafitnih nodula, dok se na makro razini on modelira kao homogen i izotropan materijal. Pretpostavka homogenosti i izotropnosti kod statičkih opterećenja (čeličnih konstrukcija), gdje se naprezanja i deformacije nalaze u linearno – elastičnom području neće dovesti do značajne pogreške. No, za konstrukcije koje su izložene dinamičkim opterećenjima, gdje se javlja povećani rizik od pojave i rasta pukotine, sama heterogenost materijala će imati ključan utjecaj na ponašanje konstrukcije.

Ovaj rad obuhvaća mikromehaničko modeliranje vlačnog testa nodularnog lijeva – konstrukcijskog materijala koji se u današnje vrijeme sve više koristi za izradu dinamički opterećenih konstrukcija zbog izražene duktilnosti i visoke zamorne čvrstoće. Analizirani su nodularni ljevovi dobiveni pomoću sljedeća dva postupka proizvodnje: Tundish i Inmould. Na temelju rezultata metalografske analize, dobivene eksperimentalnim ispitivanjima provedenih na Zavodu za tehničku mehaniku Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, u radu su definirana tri reprezentativna volumenska elementa (RVE), odnosno uzorka materijala,

pomoću kojih je provedena numerička analiza. Pokazano je kako veličina RVE – a utječe na krajnji rezultat i koliko je dobro poklapanje numeričke analize i samog eksperimenta. Analiza obuhvaća linearno – elastičnost ponašanje nodularnog lijeva, a sam proračun proveden je primjenom programskog paketa Abaqus

Ključne riječi:

Nodularni lijev, mikrostruktura, homogenizacija prvog reda, Metoda konačnih elemenata, reprezentativni volumenski element, Tundish, Inmould

Summary

In modern times, the aspiration to make products and designs more efficiently with the utmost utilization of materials is one of the basic requirements in production. The development of numerical algorithms and tools as well as increasingly powerful computers, allow engineers to very accurately predict the physical behavior of the material, ie the product during the exploitation, without the use of highly expensive experimental analysis. In the field of mechanics of deformable bodies, the Finite Element Method (FEM) is the most significant numerical method, whose roots date back to the 1950s. During this time, engineers have developed a number of algorithms to solve a broad spectrum of problems, from very simple ones to very complex ones. During most of its history, FEM acted exclusively on a macroscopic level, ie the micro and nano level on which each material rests was not part of the calculation model. For a good description of the physical behavior of any material, it is necessary to know and describe its micro, ie nano structure. The very idea of an analysis of the influence of microstructure on the mechanical behavior of materials dates back to the 19th century, and in the past twenty years, primarily with the development and growth of computer resources, there is an intense development of numerical methods for modeling the mechanical behavior of materials at the micro level.

At nano, but also at the micro level, no material is homogeneous, instead, it represents a heterogeneous structure of several constituents of different mechanical properties. Steel, for example, is on a micro level a heterogeneous structure which consists of three constituents: perlite (which contributes to strength and hardness), ferrite (which contributes to ductility and toughness), and graphite nodules, while modeling on the macro level as homogenous and isotropic material. This assumption of homogeneity and isotropism for static loads (steel constructions), where stresses and strains are in linear – elastic area will not lead to significant error. But for structures that are exposed to dynamic loads, where there is a great risk of crack formation and crack propagation, the heterogeneity of the material will have a major impact on the behavior of the structure.

This paper will include a micromechanical modeling of uniaxial tensile test of nodular cast iron – a design material which in these days is frequently used on constructions which are exposed to dynamic loads due to its high ductility and fatigue strength. The analysis will be performed on nodular cast obtained by two different production processes: Tundish and Inmodul. Based on the result of metallographic analysis, obtained by experimental studies conducted at the

Office of technical mechanics of the Faculty of mechanical engineering and naval architecture University of Zagreb, three Representative Volumetric Elements (RVE) will be created on which the numerical analysis will be performed. It will be shown how the size of the RVE affects the final result, and how well the numerical analysis and experiment itself coincide. The analysis will include the linear – elastic area of the nodular cast iron, and the calculation itself will be carried out with the Abaqus program package.

Key words:

Nodular cast iron, Microstructure, First order homogenization, Finite element method, representative volumetric element, Tundish, Inmould

1. Uvod

Broj različitih vrsta materijala od 1940. godine do danas eksponencijalno raste. Procjenjuje se da je na raspolaganju oko 100000 različitih vrsta materijala. Broj osnovnih vrsta materijal je znatno manji, a raznovrsnost se postiže variranjem sastava i strukture. Razlikuju se sljedeće grupe tehničkih materijala:

- Metali i legure
- Polimeri
- Keramika i staklo
- Kompoziti

Materijali iz svake skupine imaju različit kemijski sastav i strukturu koji utječu na njihova fizikalna svojstva i ponašanje tijekom eksploatacije. Svojstva svakog materijala moguće je mijenjati i prilagođavati kontrolom njegovog kemijskog sastava i strukture. Proizvodnja i prerada materijala u gotove proizvode čine velik dio inženjerske djelatnosti. Inženjeri kreiraju većinu proizvoda i proizvodnih sustava, te iz tog razloga trebaju poznavati strukturu i svojstva materijala. Struktura materijala se može istraživati i opisivati na četiri razine:

- makrostruktura;
- mikrostruktura;
- nanostruktura;
- struktura na razini atoma.

Mikrostruktura materijala predstavlja veličinu i oblik kristalnih zrna, njihovu orijentaciju i raspodjelu. Tako naprimjer legure istog sastava mogu imati vrlo različita svojstva, a veliku ulogu u tome ima njihova mikrostruktura. U novije vrijeme pridaje se posebna pažnja istraživanju utjecaja mikrostrukture materijala na njegovo ponašanje prilikom eksploatacije. Heterogenost materijala pri tome ima značajnu ulogu, budući da su gotovo svi materijali zbog svoje prirodne građe na mikrorazini heterogeni.

Kako klasična mehanika kontinuuma ne razmatra heterogenost, tj. strukturne pojave u materijalu na mikrorazini, za modeliranje makroskopskog ponašanja heterogenih materijala koriste se različite matematičke tehnike osrednjavanja, odnosno homogenizacije [1]. Međutim ove su metode ograničene na jednostavne mikroskopske geometrije i linearno – elastični konstitutivni model. Kako bi se spomenuti problemi zaobišli, u posljednje se vrijeme razvijaju metode modeliranja na više razina odnosno skala (*multiscale* metode) kod kojih rezultati dobiveni simulacijom modela na mikrorazini, odnosno reprezentativnom volumenskom

elementu (RVE) služe kao ulaz u model na kontinuumskoj (makro) razini. Na taj način moguće je procijeniti ponašanje materijala na makro razini iz poznatih svojstava i geometrije konstituenata. Razvoj i primjena višerazinskih metoda doživjeli su nagli procvat u zadnjih nekoliko desetaka godina s povećanjem računalnih resursa, čime je otvoren novi spektar primjene metode konačnih elementa i ostalih numeričkih metoda analize deformabilnih tijela.

Cilj ovog rada je upotrebom metode konačnih elemenata, računalne homogenizacije prvog reda te RVE – ova različita veličina provesti mikromehaničko modeliranje vlačnog testa nodularnog lijeva, EN-GJS-400-18-LT, te usporediti dobivene rezultate s eksperimentalnim istraživanjem koje je provedeno na Zavodu za tehničku mehaniku Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu u okviru doktorske disertacije dr. Predraga Čanžara [2]. Eksperimentalna istraživanja provedena su na nodularnom lijevu za četiri različita postupka proizvodnje, a to su:

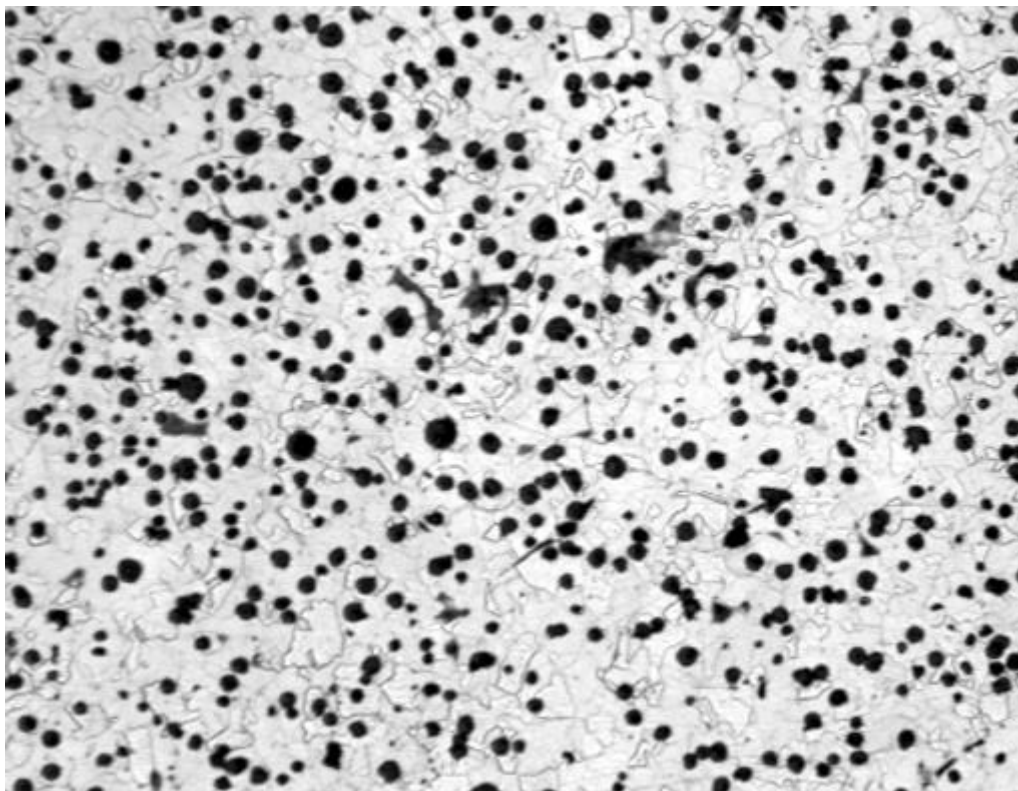
- Flotret postupak
- nestandardni postupak
- Inmould postupak
- Tundish postupak

Zadnja dva postupka su dala nodularne lijevove sa znatno višom zamornom čvrstoćom i otpornosti propagiranju pukotine u odnosu na prva dva postupka proizvodnje, što je razlog provođenja analize i korištenja eksperimentalnih rezultata za Inmould i Tundish postupak. Analiza će biti vršena s tri različite veličine RVE – a kvadratnog oblika. Proračunom će se obuhvatiti samo linearno – elastično ponašanje nodularnog lijeva, i njegova svrha će biti određivanje minimalne veličine RVE – a te vrijednosti modula elastičnosti ferita.

Do danas je objavljen velik broj radova na temu mikromehaničkog modeliranja vlačnog testa heterogenih materijala. U većini radova modeliranje se provodilo u ravnini, ali u [3], proces mikromehaničkog modeliranja vlačnog testa nodularnog lijeva proveden je u prostoru s ciljem numeričkog određivanja vrijednosti Poissonovog faktora i modula elastičnosti nodularnog lijeva. Numerički rezultati su pokazali da oblik grafitne nodule, koja je u ovom slučaju bila aproksimirana elipsoidom, i njena orijentacija u prostoru uvelike utječe na vrijednost Poissonovog faktora i modula elastičnosti na makrorazini. U [4] i [5] mikromehaničko modeliranje provedeno je u 2D ravnini, te je u oba slučaja aproksimacija grafitnih nodula pojednostavljenim oblicima izostala, s time da se u [4] numeričkom analizom odredio modul elastičnosti ferita i perlita kao i njihova granica tečenja. Dobiveni rezultati pokazali su da se vrijednosti modula elastičnosti ferita, odnosno perlita razlikuju za svega 4,6 %, a njihove granice tečenja još manje, odnosno 4,1 %.

2. O nodularnom lijevu i postupcima proizvodnje

Nodularni lijev pripada ljevovima na bazi željeza (čelični lijev ČL, bijeli tvrdi lijev BTL, sivi lijev SL, nodularni lijev NL, temper lijev – bijeli BTEL, crni feritni FTEL i crni perlitni PTEL) koja ostvaruju širok spektar svojstava kontroliranom strukturom [2]. Kao što sam naziv govori jedna od njegovih najvažnijih karakteristika jest prisustvo grafitnih kuglica – nodula. Nodule grafita su raspršene u mikrostrukturi lijeva (Slika 1.1) koja se može postupkom lijevanja, kemijskim elementima i/ili toplinskom obradom mijenjati s ciljem postizanja optimalnih svojstava nodularnog lijeva.



Slika 1.1 Mikrostruktura nodularnog lijeva [6]

Glavna svojstva nodularnog lijeva prema [2] su:

- grafit prisutan u obliku nodula djeluje kao zaustavljač pukotina,
- povećana duktilnost i žilavost u odnosu na druge ljevove na bazi željeza, no jednaka kao kod mnogih lijevanih i kovanih čelika,
- mogućnost odabira tipa NL optimalnih svojstava, kombiniranjem kemijskog sastava i toplinske obrade,
- mehanička svojstva bolja nego kod sivog lijeva (SL) (grafiti u obliku listića), slabija nego kod čeličnog lijeva (ČL),

- otpornost na trošenje i korozijska postojanost bolja nego kod SL,
- visoka dinamička izdržljivost kao i vlačna čvrstoća (preko 620 MPa za martenzitni NL) posebno u poboljšanom stanju,
- prigušivanje vibracija – povećava otpornost na zamor (2 puta niže nego kod SL, viša nego kod čelika),
- toplo i ograničeno hladno oblikovljiv,
- dobro se obrađuje odvajanjem čestica,
- bolja ljevačka svojstva od čelika (skupljanje oko skrućivanja manje nego kod SL),
- zavarljivost (uvjetna) – za razliku od SL ima veliku istezljivost A (kod SL $< 1\%$, kod SL s feritnom osnovom od 30%),
- smanjeni troškovi proizvodnje – unutarnja ekspanzija stvaranjem grafita tijekom skrućivanja.

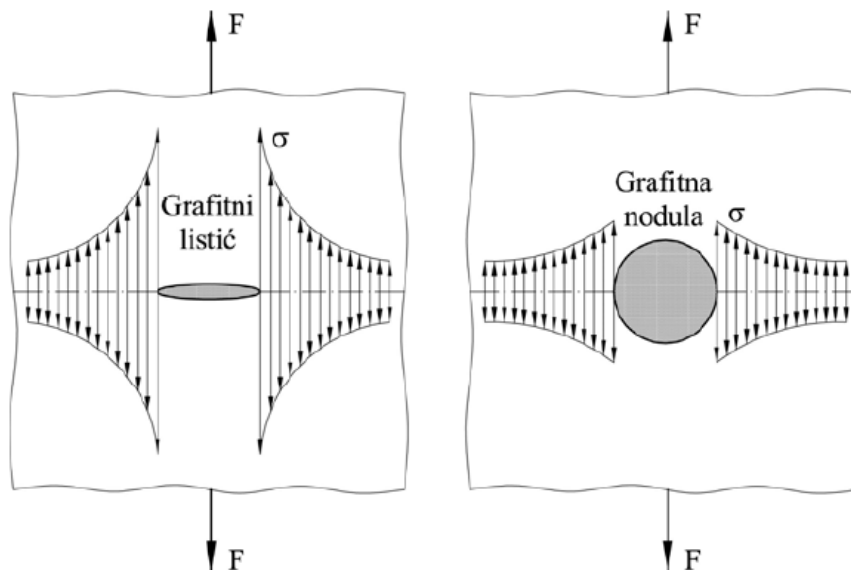
Spomenuta svojstva direktna su posljedica odgovarajuće mikrostrukture lijeva, koja se sastoji od tri glavna konstituenta – grafitnih nodula, perlitne, tj. feritne matrice. Svaki od prethodno navedenih konstituenata donosi odgovarajuća svojstva u nodularni lijev. Grafitne nodule pozitivno utječu na otpornost nastanku i rastu pukotina, ali zbog malog modula elastičnosti negativno utječu na vlačnu čvrstoću i granicu tečenja. Ferit poboljšava istezljivost, tj. duktilnost lijeva. Tako npr. nodularni lijev s feritnom matricom i zanemarivim udjelom perlita postiže istezljivost i do 30%, dok s druge strane, nodularni lijev perlitne matrice postiže vrlo visoku vrijednost vlačne čvrstoće – preko 800 MPa.

Osim samog sastava, istraživanja su pokazala da na mehanička svojstva nodularnog lijeva pogotovo pri dinamičkim opterećenjima utječe veličina, oblik i raspodjela grafitnih nodula. Što veća kružnost i pravilnija raspodjela grafitnih nodula u mikrostrukтури nodularnog lijeva značit će višu dinamičku čvrstoću i bolju otpornost nastanku i propagaciji pukotina. Kružnost, tj. oblik grafitne nodule brojčano je izražena prema definiciji Russ – a [7], odstupanjem od oblika savršene kružnice, definiran je kao faktor kružnosti (CSF – *circular shape factor*) sljedećim izrazom

$$CSF = \frac{4\pi A}{P^2}, \quad (2.1)$$

gdje A predstavlja površinu, a P opseg grafitne nodule. Faktor kružnosti može poprimiti vrijednost od 0 do 1, gdje 1 predstavlja savršenu kružnicu, a 0 beskonačno izdužen poligon. Nodule u nodularnom lijevu posjeduju puno veći faktor kružnosti nego listići grafita u sivom

lijevu. Iz tog se razloga javlja puno manja koncentracija naprezanja, što je jedan od rizičnih faktora pri nastanku i rasu pukotine, oko grafitnih nodula o odnosu na grafitne listiće, slika 2.2.



Slika 2.1 Utjecaj oblika grafitna na koncentraciju naprezanja [2]

2.1 Postupak proizvodnje nodularnog lijeva EN-GJS-400-18-LT

Nodularni lijev je ljevačka pseudobinarna legura željeza i ugljika u kojoj se ugljik izlučuje pretežno u obliku grafitnih nodula (kuglica) [2]. Nodularni lijev se dobiva taljenjem specijalnog sivog sirovog željeza u elektropećima, dok se talina dodatno obrađuje globuratorima – kemijskim elementima koji pridonose izlučivanju grafitna u matrici lijeva u obliku kuglica. Prilikom proizvodnje potrebno je voditi računa o udjelima pojedinih elemenata kao što su: ugljik, silicij, mangan, sumpor i fosfor, jer imaju bitnu ulogu na izlučivanje grafitna u obliku nodula, mehanička svojstva nodularnog lijeva, njegovu zavarljivost i pojavu mjehurića i tvrdih uključina. Kemijski sastav taline nodularnog lijeva definiran je ili prema normi ili prema zahtjevima kupca. Preporučeni kemijski sastav bazne taline za nodularni lijev EN-GJS-400-18-LT dan je sljedećom tablicom.

Tablica 2.1 Preporučeni kemijski sastav bazne taline [2]

Kemijski element	Udjel (%)
Ugljik	3,5 – 3,8
Silicij	0,8 – 1,0
Mangan	0,1 – 0,15
Fosfor	Maksimalno 0,04
Sumpor	Maksimalno 0,01

2.1.1 Tundish postupak proizvodnje

Tundish postupak proizvodnje nodularnog lijeva je suvremena bezdimna tehnologija koja se temelji na principu prelijevanja taljevine s niskim sadržajem sumpora preko nodulatora spremljenog u zatvorenom ljevačkom loncu, a primjenjuje se pri ručnom ukapljivanju. Priprema za lijevanje obuhvaća izradu obzida za ljevački lonac vatrostalnom opekam kao i izradu specijalnog vatrostalnog poklopca termobetonom. Nakon izrade lonca potrebno je prirodno sušenje dva do tri dana te naknadno sinteriranje plinom. Tundish postupak omogućava: visok stupanj nodulacije, manju potrošnju nodulatora (oko 1,5 %), manji pad temperature, nema isijavanja i blještavosti za vrijeme obavljanja nodulacije, nema oštećenja radne okoline, veću produktivnost te ekonomičnost za pojedinačnu i maloserijsku proizvodnju odljevaka. [2]

Prednost Tundish postupka očituje se u manjoj potrošnji nodulatora (za 0,7 % u odnosu na Osmoza postupak), postupak osigurava reakciju nodulatora i taline u zatvorenom ljevačkom loncu, nema dimnih plinova, nema svjetlosnog efekta i isijavanja magnezijevih para, manje šljake, manji pad temperature, te radni prostor i okoliš bez dimnih plinova i prašine. [8]

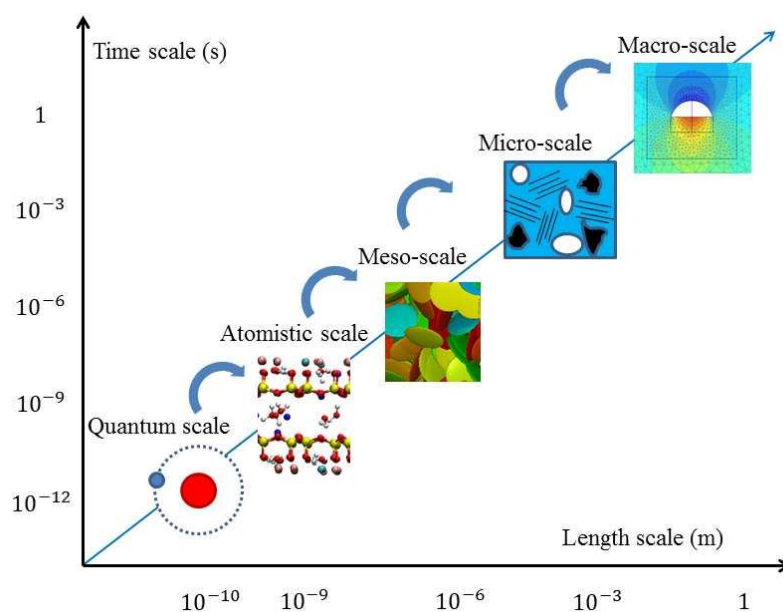
2.1.2 Inmould postupak proizvodnje

Inmould postupak također predstavlja bezdimnu tehnologiju proizvodnje nodularnog lijeva, a provodi se stavljanjem nodulatora u komoru preko kojeg se prelijeva talina koja troši određenu količinu nodulatora, te obavlja nodulaciju bazne taline. Sam postupak zahtjeva usku koordinaciju između odjela metalurgije, konstrukcije ulijevnog sustava i nadzora kvalitete. Unutarnja reakcijska komora mora biti konstruirana tako da je odnos između mase taline i kalupa i brzine lijevanja optimalan. Ako je komora prevelika, postoji mogućnost da se nodulator potroši prije nego što se ispuni cijeli kalup, dok ako je komora premala, bit će nedovoljno nodulatora i neće se moći dobiti potpuna nodularna struktura.

Prednosti Inmould postupka proizvodnje su: bezdimna tehnologija, postupak se provodi na principu prelijevanja bazne taline preko nodulatora spremljenog u komori kalupa, visok stupanj nodulacije, manja potrošnja nodulatora, manji pad temperature, nema isijavanja i blještavosti za vrijeme obavljanja nodulacije, manje onečišćenje radne okoline, veća produktivnost, ekonomičnost za veliko serijsku proizvodnju odljevaka, nodulacije se postiže s 0,9 do 1,1 % nodulatora, postoji mogućnost kao i kod nodulacije u loncu dodatne modifikacije u obliku cijepljenja taline.[2]

3. Višerazinske (*multiscale*) metode

Metoda homogenizacije predstavlja skupni naziv za svaku metodu matematičkog osrednjavanja, kojoj je cilj opisivanje mehaničkog ponašanja heterogenog materijala. U ranijim fazama razvoja, metode homogenizacije su se temeljile na traženju rješenja u zatvorenoj formi za ponašanje heterogenih materijala. Zbog egzaktnosti rješenja, takve metode su opisivale samo linearno elastično ponašanje materijala, jednostavne geometrijske modele mikrostrukture te su većinom bile ograničene na male deformacije. Neke od ovih metoda su Voigt – Reuss – Hillova ograničenja, Hashin – Strikmanov varijacijski princip, samokonzistentna metoda, i sl.[9] Važnu ulogu u razvoju homogenizacije imaju i metode matematičke i asimptotske homogenizacije. Za postizanje boljih rješenja razvijene su metode homogenizacije s proširenom formulacijom, kao što je Cosserat – ov kontinuum [10] i teorija višeg reda [11, 12]. Nažalost, velik broj metoda homogenizacije se temelji na *a priori* pretpostavkama o konstitutivnoj relaciji, što dovodi do nemogućnosti kvalitetnog opisivanja nelinearnih konstitutivnih relacija, odnosno, velikih deformacija. U posljednje se vrijeme intenzivno razvijaju višerazinske (*multiscale*) metode modeliranja materijala, Slika 3.1, koje se općenito dijele na konkurentne, sekvencijalne, homogenizacijske, paralelne i hibridne metode. U ovim metodama razine su međusobno ovisne, odnosno rješenja dobivena analizom jedne razine prenose se na drugu razinu na odgovarajući način. Prenos rješenja s jedne razine na drugu jedan je od ključnih koraka višerazinske analize.



Slika 3.1 Višerazinske (*multiscale*) metode [13]

Najčešće se razmatraju dvije razine: makro i mikrorazina. Ove metode uzimaju u obzir utjecaj mikrostrukture materijala korištenjem homogeniziranih rezultata dobivenih analizom reprezentativnih volumenskih uzoraka mikrostrukture, poznate geometrije i mehaničkih svojstava konstituenata. Pritom način opterećenja mikrostrukture ovisi o stanju deformiranja na makrorazini. U posljednjih 30 – tak godina pojavili su se prvi radovi temeljeni na računalnoj homogenizaciji prvog reda, što je u kasnijim godinama potaknulo primjenu i razvitak ove metode u brojnim istraživanjima.

3.1 Računalna homogenizacija prvog reda

Računalna homogenizacija prvog reda predstavlja višerazinsku numeričku metodu za analizu mehaničkog ponašanja heterogenih materijala. Ova metoda nadilazi brojna ograničenja koja su se javljala u ranim fazama razvoja metoda homogenizacije. Velika prednost jest ta da pri proračunu nema potrebe za nikakvim pretpostavkama o konstitutivnoj relaciji na makrorazini te stoga ograničenja na određene materijalne modele i na male deformacije ne postoje. Matematički model računalne homogenizacije prvog reda temelji se na osrednjavanju tenzora makrodeformacije ili makrogradijenta deformiranja i virtualnog rada po volumenu RVE – a . Polje pomaka na mikrorazini sastoji se od dva dijela: jedan dio ovisi o makrodeformaciji, dok je drugi neovisan o makrorazini i predstavlja mikrofluktuacije, odnosno doprinos mirkorazine polju pomaka. Da bi se zadovoljila jednakost volumenskog presjeka mikrodeformacije i makrodeformacije, polje mikrofluktuacije mora zadovoljiti dodatnu integralnu relaciju, čime se ujedno osigurava da mikrofluktuacije nemaju utjecaj na makrovarijable. Jednakost volumenskog presjeka mikrodeformacija i makrodeformacija predstavlja osnovu za definiranje rubnih uvjeta koji se koriste na RVE – u, uz dodatno zadovoljavanje integralnog uvjeta mikrofluktuacija.

Rubni uvjeti koji se najčešće primjenjuju u računalnoj homogenizaciji prvog reda prema [14] glase:

- rubni uvjeti linearnih pomaka,
- periodični pomaci i antiperiodično površinsko opterećenje te
- rubni uvjeti površinskog opterećenja.

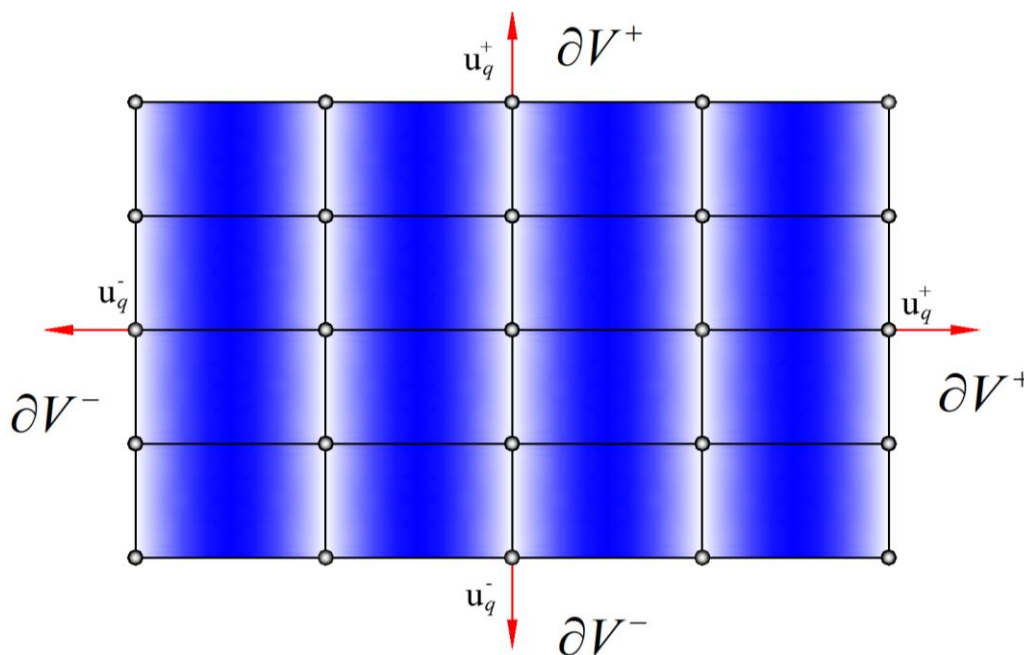
Konačna rezultat provedene analize će ovisiti o primjenjenim rubnim uvjetima, a danas se zbog pokazane točnosti najčešće primjenjuju periodički pomaci i antiperiodično površinsko opterećenje. Razlog tome jest ponašanje RVE – a, koje je kod rubnih uvjeta linearnih pomaka

previše kruto, dok je kod rubnih pomaka ono pre podatljivo. Iz navedenog će se razloga u ovom radu primjeniti rubni uvjeti periodičnih pomaka i antiperiodičnog opterećenja.

Na kraju je bitno istaknuti da je računalnom homogenizacijom prvog reda mogu opisivati samo jednostavni slučajevi opterećenja, bez pojave velikih gradijenata. Osim toga, ova se metoda uklapa u lokalne teorije standardne mehanike kontinuuma, što znači da apsolutna veličina mikrokonstituenta nema utjecaja na dobivene rezultate. Unatoč ograničenjima, računalna homogenizacija prvog reda predstavlja često korištenu metodu u brojnim istraživanjima, poput modeliranja postupka ispitivanja mehaničkog ponašanja heterogenih materijala, mehanike oštećenja i loma, tankostjenih konstrukcija, kontaktnih i multidisciplinarnih problema.

3.1.1 Rubni uvjeti periodičnih pomaka i antiperiodičnog površinskog opterećenja

U ovom će se poglavlju dati detaljniji opis rubnih uvjeta periodičnih pomaka i antiperiodičnog površinskog opterećenja. Periodičnost pomaka znači da su pomaci jednog brida analogni pomacima brida na suprotnoj strani RVE – a gledano zrcaljeno. Dakle, za poznavanje ponašanja RVE – a u 2D problemu dovoljno je poznavati pomake na 2 brida koji su međusobno okomiti. Da bi bilo moguće primijeniti rubne uvjete periodičnosti, nužna je pravilna diskretizacija RVE -a , gdje se rubovi RVE – a dijele na dva područja, ∂V^+ i ∂V^- , prema slici 3.2. Pritom svaki čvor na rubu ∂V^+ ima odgovarajući čvor na dijelu ruba ∂V^- .



Slika 3.2 Označavanje rubova RVE – a [14]

Izraz za rubne uvjete periodičnih pomaka glasi

$$\mathbf{u}_q = \bar{\boldsymbol{\epsilon}} \mathbf{x}_q, q = 1, 2 \dots P, \quad (3.1)$$

gdje je \mathbf{u}_q vektor pomaka jednog para rubnih čvorova, $\bar{\boldsymbol{\epsilon}}$ označava tenzor deformacije na makroskopskoj razini, a $\mathbf{x}_q = \mathbf{x}_q^+ - \mathbf{x}_q^-$ vektor položaja para čvorova q . Gornji se izraz raspisuje za parove čvorova $q = 1, 2 \dots P$, gdje za P vrijedi relacija $P = M/2 + 2$, pri čemu M predstavlja ukupan broj čvorova na rubu RVE – a .

Izraz (3.1) se može napisati na sljedeći način

$$\mathbf{u}_q = \mathbf{u}_q^+ - \mathbf{u}_q^- = (\mathbf{D}_q^{T+} - \mathbf{D}_q^{T-}) \bar{\boldsymbol{\epsilon}}, q = 1, 2 \dots P, \quad (3.2)$$

gdje su \mathbf{D}_q^+ i \mathbf{D}_q^- koordinatne matrice rubnih čvorova na bridovima koji čine + – par, i za njih vrijedi

$$\mathbf{D}_q^+ - \mathbf{D}_q^- = \mathbf{D}_q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2x_1 & 0 \\ 0 & 2x_2 \\ x_1 & x_2 \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Da bi se jednadžba (3.2) raspisala u globalnom obliku potrebno je definirati globalnu koordinatnu matricu u općem obliku

$$\mathbf{Q} = \mathbf{D}^+ - \mathbf{D}^-, \mathbf{Q} \in \{3 \times 2 \cdot P\}, \quad (3.4)$$

za matrice \mathbf{D}^+ i \mathbf{D}^- vrijedi

$$\mathbf{D}^+ = (\mathbf{D}_1^+, \mathbf{D}_2^+ \dots \mathbf{D}_P^+), \mathbf{D}^+ \in \{3 \times 2 \cdot P\}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{D}^- = (\mathbf{D}_1^-, \mathbf{D}_2^- \dots \mathbf{D}_P^-), \mathbf{D}^- \in \{3 \times 2 \cdot P\}.$$

Uvođenjem globalne topološke matrice periodičnosti \mathbf{P} , $\mathbf{P} \in \{P \cdot n_{dim} \times M \cdot n_{dim}\}$, koja se sastoji od topološke matrice aktivnih utjecaja – \mathbf{P}_a i topološke matrice vanjskih utjecaja – \mathbf{P}_b , slijede rubni uvjeti periodičnih pomaka po rubu RVE – a u obliku

$$\mathbf{d}(\mathbf{u}_q, \bar{\boldsymbol{\epsilon}}) = \mathbf{P} \mathbf{u}_q - \mathbf{Q}^T \bar{\boldsymbol{\epsilon}} = \mathbf{0}. \quad (3.6)$$

Globalan topološka matrica periodičnosti povezuje stupnjeve slobode čvorova na suprotnim bridovima i sastoji se od članova 1, -1 i 0. Svaki red matrice ima broj 1 na mjestu stupnja slobode čvora na + bridu i -1 na mjestu stupnja slobode čvora na – bridu, dok su ostali članovi jednaki nuli.

Jednadžba ravnoteže na mikrorazini u općem obliku glasi

$$\mathbf{K}(\mathbf{u}) = \partial_u \mathbf{f}(\mathbf{u}). \quad (3.7)$$

Vektor čvornih sila, \mathbf{f} moguće je rastaviti na vektor unutarnjih (aktivnih) i rubnih (vanjskih) sila u obliku

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_a \\ \mathbf{f}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_a \mathbf{f} \\ \mathbf{P}_b \mathbf{f} \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Na analogan način rastavlja se i vektor pomaka

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_a \mathbf{u} \\ \mathbf{P}_b \mathbf{u} \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

a na vrlo sličan način i matrica krutosti

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Primjenom metode Lagrangeovih multiplikatora na izraz (3.7) uz uvrštavanje rubnog uvjeta periodičnosti (3.6) slijedi jednadžba

$$L(\mathbf{u}_a, \mathbf{u}_b, \boldsymbol{\delta}) = \mathbf{u}_a^T \mathbf{f}_a - \mathbf{u}_b^T \mathbf{f}_b + \boldsymbol{\pi}(\mathbf{P}\mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) = \mathbf{0}, \quad (3.11)$$

gdje $\boldsymbol{\pi} \in \{M \cdot n_{dim} \times 1\}$ predstavlja Lagrangeov multiplikator. Parcijalnim deriviranjem izraza (3.11) dobiva se sustav jednadžbi

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}_a} &= \mathbf{f}_a(\mathbf{u}) = \mathbf{0}, \\ \frac{\partial L}{\partial \mathbf{u}_b} &= \mathbf{f}_b(\mathbf{u}) - \mathbf{P}^T \boldsymbol{\pi} = \mathbf{0}, \\ \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\pi}} &= \mathbf{P}\mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Razvojem sustava jednadžbi (3.12) u Taylorov red u obliku $f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{df}{dx} \Delta x$ slijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_a + \frac{\partial \mathbf{f}_a}{\partial \mathbf{u}_a} \Delta \mathbf{u}_a + \frac{\partial \mathbf{f}_a}{\partial \mathbf{u}_b} \Delta \mathbf{u}_b &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{f}_b - \mathbf{P}^T \boldsymbol{\pi} + \frac{\partial \mathbf{f}_b}{\partial \mathbf{u}_a} \Delta \mathbf{u}_a + \frac{\partial \mathbf{f}_b}{\partial \mathbf{u}_b} \Delta \mathbf{u}_b - \mathbf{P}^T \Delta \boldsymbol{\pi} &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{P}\mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{P} \Delta \mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T \Delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Uvrštavanjem submatrica krutosti, pomaka i čvornih sila u jednadžbu ravnoteže na mikrorazini slijedi sustav jednadžbi

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ab} \\ \mathbf{K}_{ba} & \mathbf{K}_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_a \\ \mathbf{f}_b \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Parcijalnim deriviranjem gornje jednadžbe po \mathbf{u}_a i \mathbf{u}_b moguće je doći do sljedećih jednadžbi

$$\frac{\partial \mathbf{f}_a}{\partial \mathbf{u}_a} = \mathbf{K}_{aa}, \quad \frac{\partial \mathbf{f}_b}{\partial \mathbf{u}_b} = \mathbf{K}_{bb}, \quad \frac{\partial \mathbf{f}_a}{\partial \mathbf{u}_b} = \mathbf{K}_{ab}, \quad \frac{\partial \mathbf{f}_b}{\partial \mathbf{u}_a} = \mathbf{K}_{ba}, \quad (3.16)$$

te njihovim uvrštavanjem u sustav (3.13) slijedi

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_a + \mathbf{K}_{aa}\Delta\mathbf{u}_a + \mathbf{K}_{ab}\Delta\mathbf{u}_b &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{f}_b - \mathbf{P}^T\boldsymbol{\pi} + \mathbf{K}_{ba}\Delta\mathbf{u}_a + \mathbf{K}_{bb}\Delta\mathbf{u}_b - \mathbf{P}^T\Delta\boldsymbol{\pi} &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{P}\mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{P}\Delta\mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Ako se iz prve jednadžbe sustava (3.17) izrazi $\Delta\mathbf{u}_a$, te se dobiveni izraz uvrsti u preostale dvije jednadžbe dobit će se

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_b - \mathbf{P}^T\boldsymbol{\pi} - \mathbf{K}_{ba}\mathbf{K}_{aa}^{-1}(\mathbf{f}_a + \mathbf{K}_{ab}\Delta\mathbf{u}_b) + \mathbf{K}_{bb}\Delta\mathbf{u}_b - \mathbf{P}^T\Delta\boldsymbol{\pi} &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{P}\mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{P}\Delta\mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Uvođenjem kondenziranog vektora čvornih sila i matrice kondenzirane krutosti u obliku

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}}_b &= \mathbf{f}_b - \mathbf{K}_{ba}\mathbf{K}_{aa}^{-1}\mathbf{f}_a, \\ \tilde{\mathbf{K}}_{bb} &= \mathbf{K}_{bb} - \mathbf{K}_{ba}\mathbf{K}_{aa}^{-1}\mathbf{K}_{ab}, \\ \tilde{\mathbf{f}}_b - \mathbf{P}^T\boldsymbol{\pi} + \tilde{\mathbf{K}}_{bb}\Delta\mathbf{u}_b - \mathbf{P}^T\Delta\boldsymbol{\pi} &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{P}\mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbf{P}\Delta\mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Ako se iz treće jednadžbe sustava (3.19) izrazi $\Delta\mathbf{u}_b$, te se dobiveni izraz uvrsti u drugu jednadžbu sustava (3.18) moguće je dobiti prirast Lagrangeovog multiplikatora $\Delta\boldsymbol{\pi}$ kao

$$\Delta\boldsymbol{\pi} = -[\mathbf{P}\tilde{\mathbf{K}}_{bb}^{-1}\mathbf{P}^T]^{-1}[(\mathbf{P}\mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \mathbf{P}\tilde{\mathbf{K}}_{bb}^{-1}(\tilde{\mathbf{f}}_b - \mathbf{P}^T\boldsymbol{\pi}) - \mathbf{Q}^T\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}]. \quad (3.20)$$

Kako unutar jednog inkrementa vrijedi da je $\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{0}$, te se s tim uvjetom računaju prirasti varijabli $\Delta\boldsymbol{\pi}$, $\Delta\mathbf{u}_a$ i $\Delta\mathbf{u}_b$, odnosno dobivaju se nove vrijednosti varijabli

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\pi} &= \boldsymbol{\pi} + \Delta\boldsymbol{\pi}, \\ \mathbf{u}_b &= \mathbf{u}_b + \Delta\mathbf{u}_b, \\ \mathbf{u}_a &= \mathbf{u}_a + \Delta\mathbf{u}_a, \end{aligned} \quad (3.21)$$

uz uvjet da je norma vektora \mathbf{r} uzetog iz (3.20) manja od tolerancije

$$\mathbf{r} = (\mathbf{P}\mathbf{u}_b - \mathbf{Q}^T\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \mathbf{P}\tilde{\mathbf{K}}_{bb}^{-1}(\tilde{\mathbf{f}}_b - \mathbf{P}^T\boldsymbol{\pi}), |\mathbf{r}| < tol. \quad (3.22)$$

Za definiranje veze naprezanja na makro, tj. mikro razini polazi se od Hill – Mandelovog uvjeta koji nalaže da je snaga unutarnjih sila na makrorazini jednaka prosječnoj vrijednosti snage unutarnjih sila na mikrorazini

$$\bar{\sigma} : \dot{\bar{\epsilon}} = \frac{1}{|V|} \int_{\partial V} \mathbf{t} \cdot \dot{\mathbf{u}} dA, \quad (3.23)$$

gdje je \mathbf{t} vektor površinskog opterećenja.

Ako se na podintegralni izraz primjeni jednačba (3.1) dobit će se

$$\bar{\sigma} : \dot{\bar{\epsilon}} = \frac{1}{|V|} \int_{\partial V} \mathbf{t} \cdot \dot{\bar{\epsilon}} \mathbf{x} dA, \quad (3.24)$$

odnosno

$$\bar{\sigma} : \dot{\bar{\epsilon}} = \frac{1}{|V|} \int_{\partial V} \mathbf{t} \cdot \mathbf{x} dA : \dot{\bar{\epsilon}}, \quad (3.25)$$

iz čega slijedi da je naprezanje na makrorazini

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{|V|} \int_{\partial V} \mathbf{t} \mathbf{x} dA. \quad (3.26)$$

Diskretizacijom volumena vektor površinskog opterećenja prelazi u $\mathbf{t} dA \rightarrow \boldsymbol{\pi}_q$, pa izraz za naprezanje glasi

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{|V|} \sum_{q=1}^P \boldsymbol{\pi}_q (\mathbf{x}_q^+ - \mathbf{x}_q^-), \quad (3.27)$$

odnosno prikazano preko koordinatne matrice

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{|V|} \sum_{q=1}^P \mathbf{Q}_q \boldsymbol{\pi}_q, \quad (3.28)$$

te na kraju prikazano pomoću globalnih matrica

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{|V|} \mathbf{Q} \boldsymbol{\pi}. \quad (3.29)$$

Za dobivanje tangentne matrice krutosti, ($\bar{\mathbf{C}} = \partial \bar{\sigma} / \partial \bar{\epsilon}$) u diskretiziranom obliku potrebno je dobiti sljedeću relaciju

$$\bar{\mathbf{C}} = \frac{\Delta \bar{\sigma}}{\Delta \bar{\epsilon}}. \quad (3.30)$$

Prirast naprezanja na makrorazini slijedi iz izraza (3.29)

$$\Delta \bar{\sigma} = \frac{1}{|V|} \mathbf{Q} \Delta \boldsymbol{\pi}. \quad (3.31)$$

Za konvergirano rješenje zadovoljeni su uvjeti ravnoteže – izraz (3.12). Njihovim uvrštavanjem u jednadžbu (3.20) slijedi

$$\Delta \boldsymbol{\pi} = [\mathbf{P}\tilde{\mathbf{K}}_{bb}^{-1}\mathbf{P}^T]^{-1}\mathbf{Q}^T\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (3.32)$$

gdje je $\hat{\mathbf{K}} = [\mathbf{P}\tilde{\mathbf{K}}_{bb}^{-1}\mathbf{P}^T]^{-1}$ matrica efektivne krutosti.

Uvrštavanjem (3.32) u (3.31) dobiva se

$$\Delta\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{|V|}\mathbf{Q}[\mathbf{P}\tilde{\mathbf{K}}_{bb}^{-1}\mathbf{P}^T]^{-1}\mathbf{Q}^T\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}, \quad (3.33)$$

iz čega slijedi da je tangentna matrica krutosti jednaka

$$\bar{\mathbf{C}} = \frac{\Delta\bar{\boldsymbol{\sigma}}}{\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}} = \frac{1}{|V|}\mathbf{Q}[\mathbf{P}\tilde{\mathbf{K}}_{bb}^{-1}\mathbf{P}^T]^{-1}\mathbf{Q}^T. \quad (3.34)$$

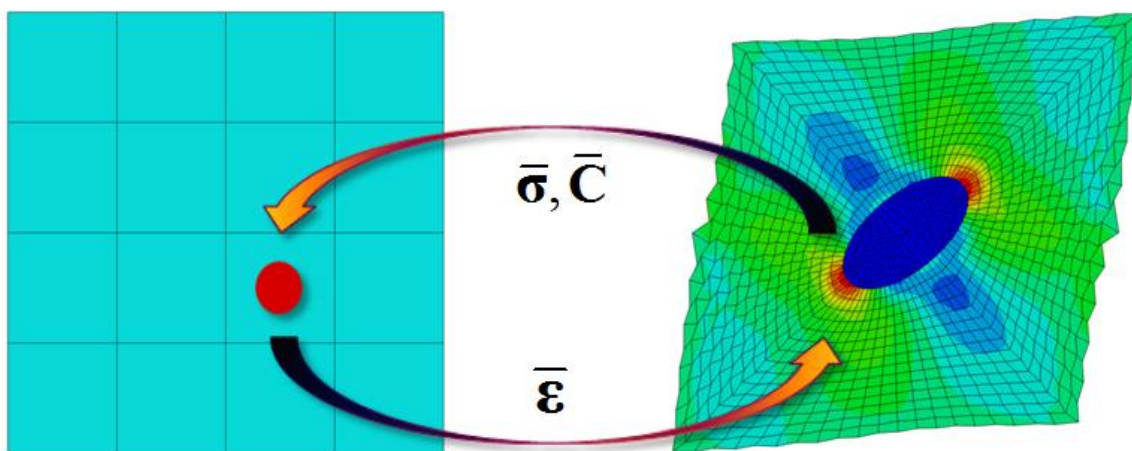
Nakon definiranja svih potrebnih relacija algoritam računalne homogenizacije prvog reda uz primjenu rubnih periodičkih pomaka i antiperiodičnog površinskog opterećenja glasi:

1. definiranje topoloških i koordinatnih matrica te sastavljanje matrice krutosti i periodičnosti na mikrorazini,
2. izračunavanje kondenzirane matrice krutosti i kondenziranog vektora sila,
3. izračunavanje vektora čvornih sila: $\boldsymbol{\pi}^{i+1} = \boldsymbol{\pi}^i - \hat{\mathbf{K}}\mathbf{r}$,
4. izračunavanje vektora pomaka vanjskih čvorova: $\mathbf{u}_b^{i+1} = \mathbf{u}_b^i - \tilde{\mathbf{K}}_{bb}^{-1}(\tilde{\mathbf{f}}_b - \mathbf{P}^T\boldsymbol{\pi})$,
5. izračunavanje vektora pomaka unutarnjih čvorova: $\mathbf{u}_a^{i+1} = \mathbf{u}_a^i - \mathbf{K}_{aa}^{-1}(\mathbf{f}_a + \mathbf{K}_{ab}\Delta\mathbf{u}_b)$
6. provjera konvergencije: $|\mathbf{r}| < tol$, ako uvjet nije zadovoljen povratak na korak 2,
7. izračunavanje naprezanja na makrorazini prema (3.29) i matrice elastičnosti prema (3.34).

3.1.2 Reprezentativni volumenski element

Iako je do sada već nekoliko puta bio spomenut, pojam Reprezentativni volumenski element, tj. RVE nije bio detaljnije obrađen. Ovo poglavlje dat će zorniji prikaz važnosti RVE – a i njegovu definiciju. RVE predstavlja najmanji dio mikrostrukture materijala koji sadrži sve osnovne informacije koje su potrebne za opisivanje ponašanja materijala. Kod odabira veličine RVE – a, treba ispuniti uvjet da on mora biti statistički reprezentativan uzorak mikrostrukture,

što je posebno pogodno za materijale s pravilnijom mikrostrukturom. Pritom RVE mora biti dovoljno velik da obuhvati sva potrebna makroskopska svojstva, a da pri tome ne inducira neželjena svojstva, poput anizotropije. Pošto RVE predstavlja mikroskopski uzorak, njegove se dimenzije broje u desetcima mikrometara, pri čemu je cilj da je njegova veličina što manja. Provedba analize na mikrorazini provodi se korištenjem algoritma opisanog u prethodnom potpoglavlju na način da se kao ulazni parametar s makrorazine na rubne čvorove RVE – a dodijeli tenzor deformacije $\bar{\epsilon}$, te se primjenom rubnih uvjeta transformira u pomake rubnih čvorova. Tangentna matrica krutosti \bar{C} na makrorazini nije poznata *a priori*, budući da se ona dobiva iz analize RVE – a koja se provodi u svakoj točki integracije na makrorazini, Slika 3.3.



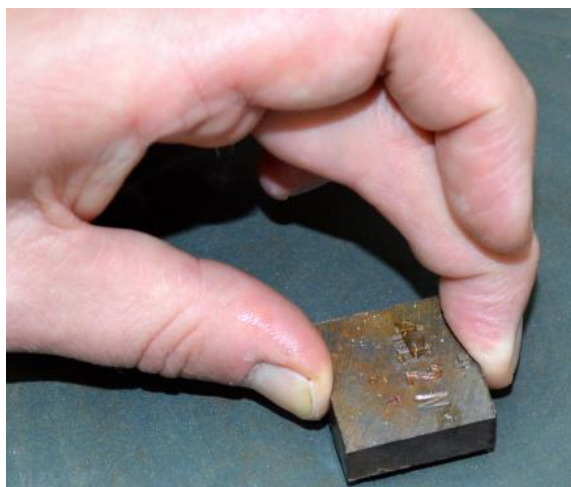
Slika 3.3 Shema Računalne homogenizacije prvog reda [1]

Osim tangentne krutosti, s mikrorazine na makrorazinu prenosi se i tenzor naprezanja $\bar{\sigma}$ uprosječen po volumenu RVE – a.

Na kraju valja spomenuti da se kod materijala s pravilnom mikrostrukturom, kod kojih se može pretpostaviti pravilan raspored heterogenosti u materijalu često umjesto RVE – a primjenjuje jedinična ćelija (*unit cell*), koja je računalno znatno manje zahtjevna. Istraživanja su pokazala da prostorna nejednolikost mikrostrukture ima značajan utjecaj na svojstva materijala, osobito za vrijeme plastičnog deformiranja, kao i u procesu akumuliranja oštećenja.

4. Definiranje geometrije i mreže konačnih elemenata RVE – ova za analizu

Prilikom mikrostrukturne analize bilo kojeg materijala iz bilo kojih razloga nužno je uzeti nekoliko uzoraka i nad njima provesti ispitivanja. Iz Slike 1.1 je vidljivo da je mikrostruktura nodularnog lijeva, ali i svakog drugog materijala, vrlo nepravilna, te da su konstituenti raspoređeni nasumično i bez ikakvog pravila. Upravo zbog spomenutog razloga nikad nije moguće dati egzaktnu vrijednost udjela nekog konstituenta, njegov oblik, veličinu ili fizikalno svojstvo, već je potrebno odgovarajuću metalografsku analizu provesti na nekoliko uzoraka, (u pravilu je to nekoliko desetaka), kako bi se na kvalitetan način mogle definirati reprezentativne vrijednosti odgovarajućeg svojstva. Uzorci se uzimaju nasumično na različitim mjestima, te se nad njima vrši analiza. Dimenzije uzoraka za mikrostrukturnu analizu najčešće se kreću od dvadeset do pedeset centimetara, kako bi se mogla provesti obrada i poliranje uzorka, ali također i kvalitetna mikroskopska analiza, Slika 4.1. Nakon obavljene analize, podatke je poželjno i statistički obraditi, s ciljem prikazivanja prosječnih, maksimalnih i minimalnih vrijednosti mjenog fizikalnog svojstva, ali i nekih drugih kao što su: standardna devijacija, varijanca itd.



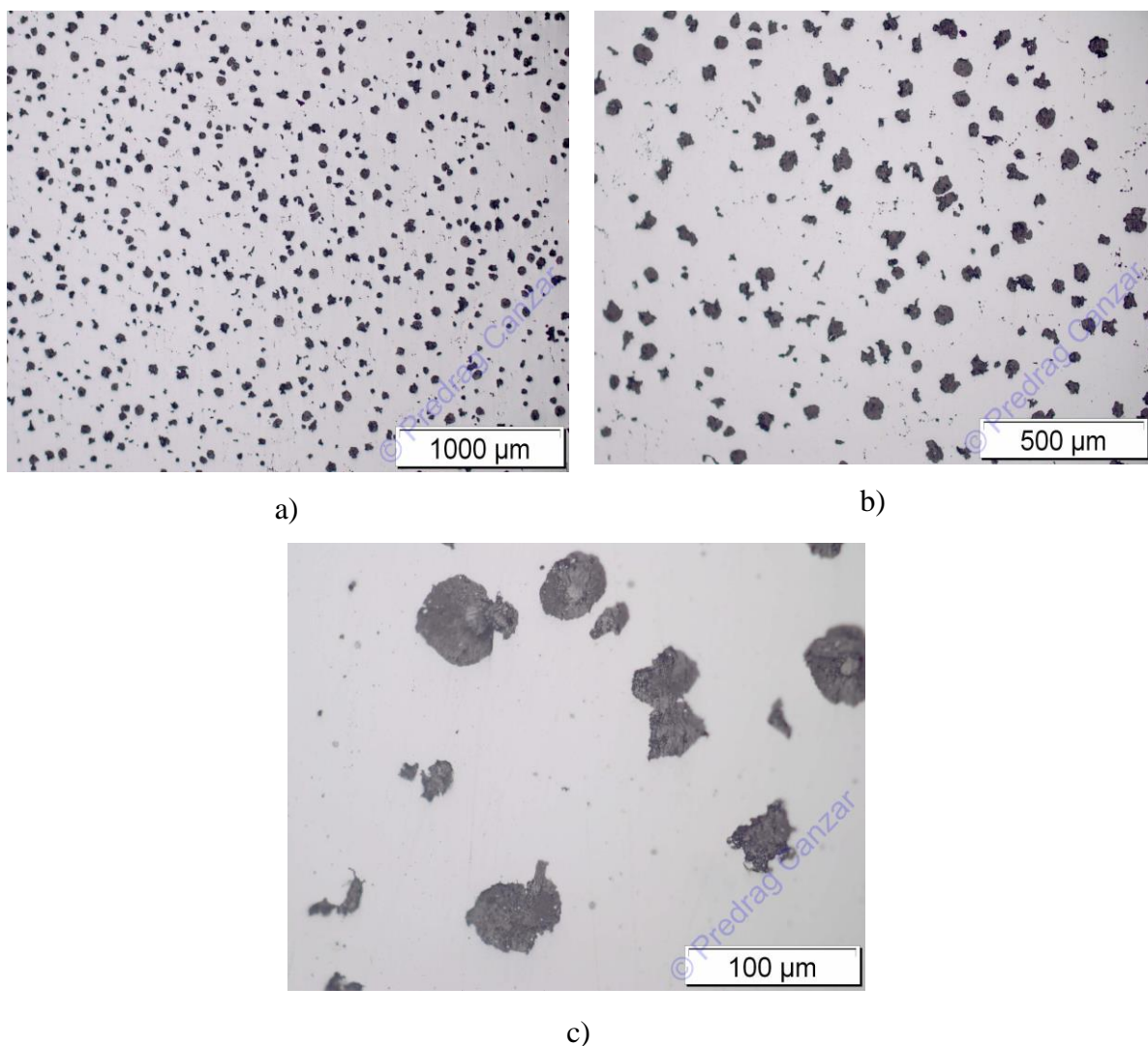
Slika 4.1 Priprema uzorka za metalografsku analizu [15]

U sklopu eksperimentalnog istraživanja zamornog ponašanja nodularnog lijeva, provedenog na Zavodu za tehničku mehaniku Fakulteta strojarstva i brodogradnje od strane dr. sc. Predraga Čanžara, provedeno je i ispitivanje mikrostrukture nodularnog lijeva za sva četiri postupka proizvodnje, navedenih u prvom poglavlju. Pošto se ovaj radi bavi samo Tundish i Inmould postupkom proizvodnje, za definiranje geometrije, pa nakon toga i mreže konačnih elemenata poslužit će mikroskopske snimke nodularnog lijeva dobivenog Tundish, tj. Inmould postupkom proizvodnje.

4.1 Definiranje RVE – ova

Prvi korak koji je nužno napraviti prije provođenja numeričke analize jest definirati geometriju RVE – ova. Kao što je u samom sažetku rečeno, ukupno će biti definirane tri različite veličine RVE – ova, kako bi se provjerila konvergencija i sam utjecaj veličine RVE – a. Definiranje geometrije provelo se pomoću programskih paketa CorelDRAWX6 [16] i AutoCAD Mechanical 2018 [17].

Na raspolaganju je bio dostupan velik broj mikroskopskih snimaka [18] nodularnog lijeva dobivenog postupkom Tundsih, odnosno Inmould. Po 15 snimaka bilo je prisutno za povećanje od 50, 100, tj. 500 puta, što je prikazano Slikom 4.2.



Slika 4.2 Mikroskopske snimke nodularnog lijeva dobivenog Inmould postupkom za tri različita povećanja:

a) 50x, b) 100x, c) 500x [18]

Ukupan broj mikroskopskih snimaka za oba postupka iznosi 90, a iz slika 4.2 je vidljivo da povećanje od 50 puta pruža najpotpuniju sliku mikrostrukture nodularnog lijeva. Iz toga razloga za definiranje geometrije RVE – ova koristile su se snimke dobivene povećanjem od 50 puta. Sada je broj snimaka sveden na 30 (po 15 za svaki postupak proizvodnje), što je i dalje značajan broj, uzevši u obzir da postupak generiranja geometrije RVE – ova nije automatiziran. Broj od 30 mikroskopskih snimaka na kraju je sveden na 8 (po četiri za svaki postupak), time je ostvarena značajna ušteda na vremenu, ali je sačuvana raznolikost – koja će biti nužna za kvalitetnu statističku analizu. U potpoglavlju 3.1.2 bila je detaljnije objašnjena važnost RVE – a i njegova uloga u mikromehaničkom modeliranju. Na temelju definicije i svih činjenica iznesenih u spomenutom poglavlju, odabiru veličine RVE – a pristupilo se vrlo pažljivo. Jedan od osnovnih parametara koji je bilo nužno zadovoljiti jest udio grafitnih nodula u nodularnom lijevu. U tablici 4.1 prikazane su mikrostrukturne karakteristike nodularnog lijeva, točnije udjeli grafitnih nodula.

Tablica 4.1 Prosječni udjeli grafitnih nodula nodularnog lijeva [2]

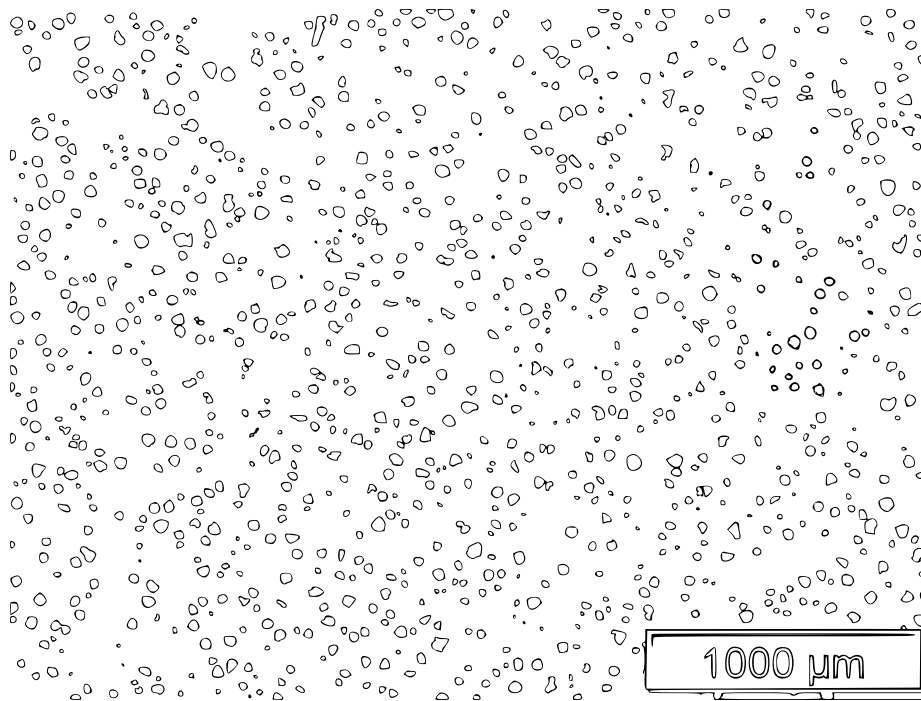
Udio grafitnih nodul, %	Serija proizvodnje	
	Tundish	Inmould
Minimalna vrijednost	5,91	5,69
Maksimalna vrijednost	7,09	7,02
Prosječna vrijednost	6,64	6,78

Karakteristike koje svaki RVE mora zadovoljiti su sljedeće:

- svaki RVE je kvadratnog oblika,
- u svakom RVE – u udio grafitnih nodula po mogućnosti treba biti između maksimalne i minimalne vrijednosti, a ako to nije moguće dopušta se odstupanje od svega 5%,
- svaki RVE mora u potpunosti obuhvaćati grafitne nodule, tj. ne smije ih presijecati,
- svaka grafitna nodula zamijenit će se kružnicom jednake površine čije se središte nalazi u težištu nodule.

Za svaki postupka proizvodnje su prisutne po četiri mikroskopske snimke nodularnog lijeva. U svakoj od njih će se definirati tri različite veličine RVE – a, a radi mogućnosti kvalitetne statističke analize svaka od tri različite veličine RVE – a će biti prisutna na četiri različite lokacije. Iz navedenog slijedi da će se za svaku mikroskopsku snimku definirati sveukupno 12 RVE – ova, što dovodi do brojke od ukupno 96 RVE – ova za svih 8 mikroskopskih snimaka. Prvi korak u generiranju RVE – ova jest upotreba programskog paketa CorelDRAWX6. Svaka mikroskopska snimka, tj slika, će se prvo obraditi u spomenutom programskom paketu. Cilj je iz jednostavnih slika koje predstavljaju *jpg* format, dobiti *dwg* format, koji se može bez ikakvih

problema otvoriti programskim paketom AutoCAD Mechanical 2018. Nakon što je svaka slika obrađena i pretvorena u *dwg* tip, slijedi njeno „importiranje“ u programski paket AutoCAD Mechanical 2018. Iz slike 4.2 je vidljivo da je prilikom modificiranja mikroskopskih snimaka, mikrostruktura ostala očuvana, što će dodatno pridonijeti točnosti krajnjeg rezultata.



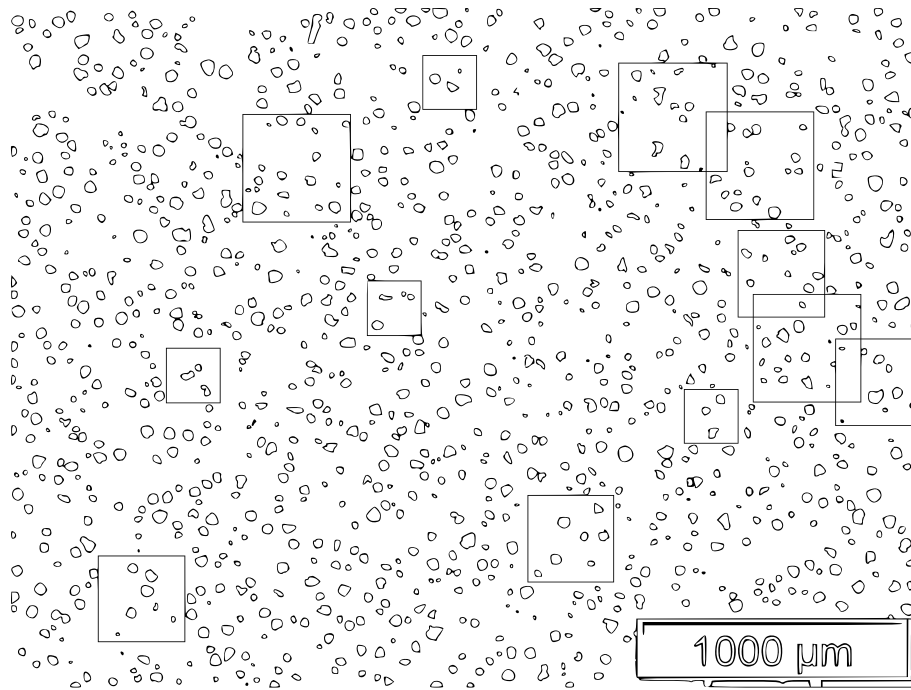
Slika 4.3 Mikrostruktura nodularnog lijeva nakon obrade u programskom paketu CorelDRAWX6, Inmould_2

Zbog jednostavnosti, uvest će se sljedeće pravilo za označavanje RVE – ova:

Prva riječ označavat će seriju proizvodnje, broj do nje redni broj mikroskopske snimke, oznaka min, sred ili max radi li se o RVE – u minimalne, srednje ili maksimalne veličine, dok će zadnji broj označavati redni broj RVE – a . Tako naprimjer, oznaka Inmould_3_max_1, označava RVE nodularnog lijeva dobivenog Inmould postupkom proizvodnje maksimalne veličine koji je nastao od treće mikroskopske snimke, a posjeduje redni broj 1.

Na pogodnim mjestima, uz zadovoljavanje sva četiri kriterija, u mikrostrukturi nodularnog lijeva definirane su tri različite veličine RVE – ova, slika 4.4. Iz slike je jasno vidljivo da je ukupno prisutno 12 RVE – ova (po četiri za svaku od tri veličine), od kojih je svaki kvadratnog oblika. Ono što je bitno napomenuti, a vidljivo je i sa slike, jest činjenica da se neki RVE – ovi preklapaju. Spomenuta pojava neće biti problem jer se na prethodnoj stranici nigdje nije spomenuo uvjet koji govori o međusobnom preklapanju RVE – ova. Za svaku od osam mikroskopskih snimaka (po četiri za svaku seriju proizvodnje) definirano je 12 RVE – ova, a način na koji se to radilo je identičan za svaku mikroskopsku snimku.

U programskom paketu AutoCAD Mechanical 2018, dimenzije RVE – ova su definirane u milimetrima (Tablica 4.2), to naravno u stvarnosti nije slučaj, te je iz tog razloga nužno upotrijebiti mjerilo koje se nalazi u donjem desnom uglu. Pomoću njega, moguće je dobiti stvarne veličine RVE – ova, Tablica 4.1.

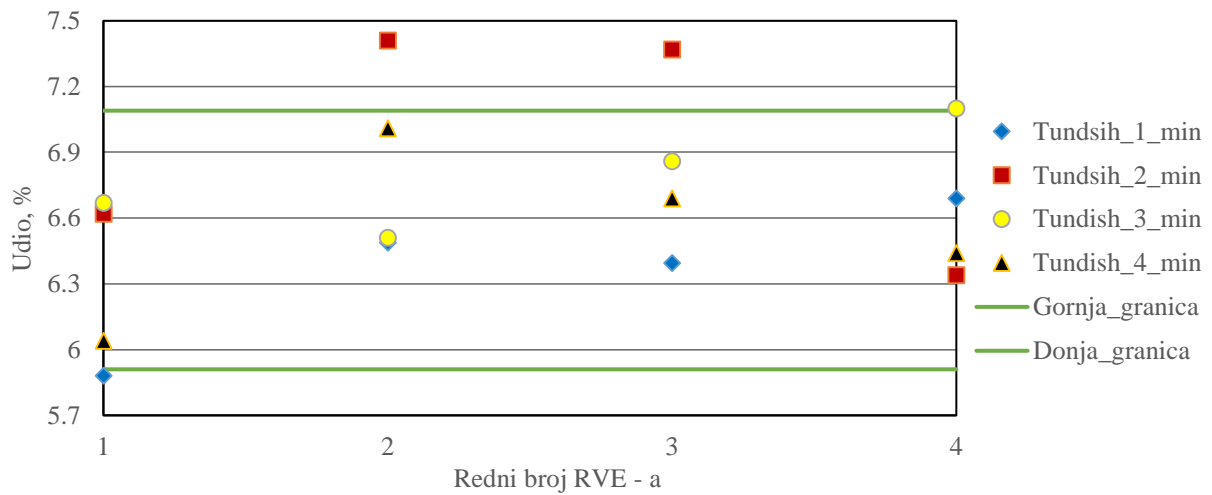


Slika 4.4 Položaji RVE – ova za slučaj mikrostrukture Inmould_2

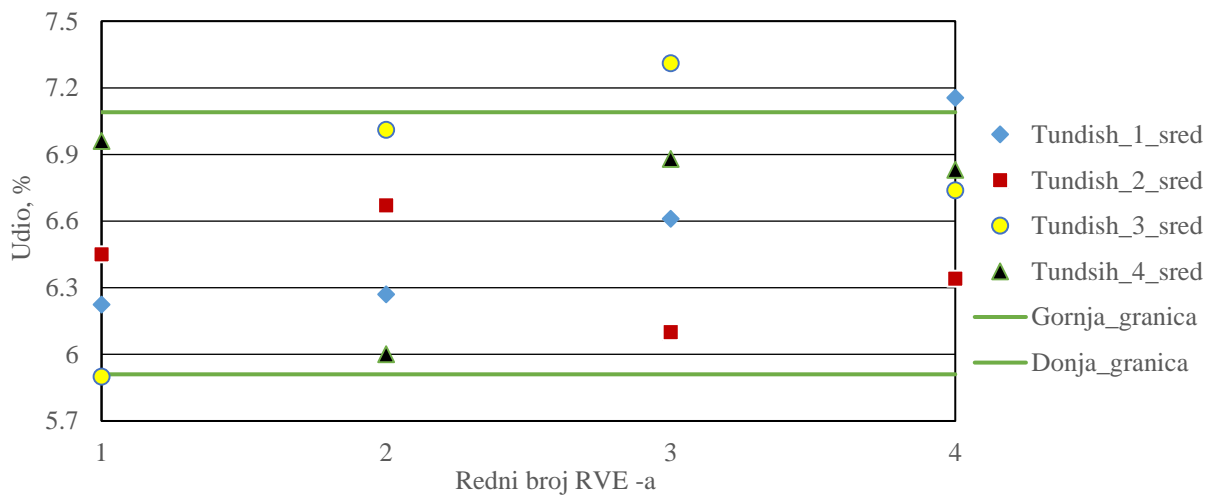
Tablica 4.2 Dimenzije RVE – ova

Veličine RVE – a	Dimenzije RVE – ova	
	Dimenzije u AutoCAD Mechanical 2018, mm	Stvarna vrijednost, μm
Minimalna	10×10	161,7×161,7
Srednja	16×16	258,7×258,7
Maksimalna	20×20	323,4×323,4

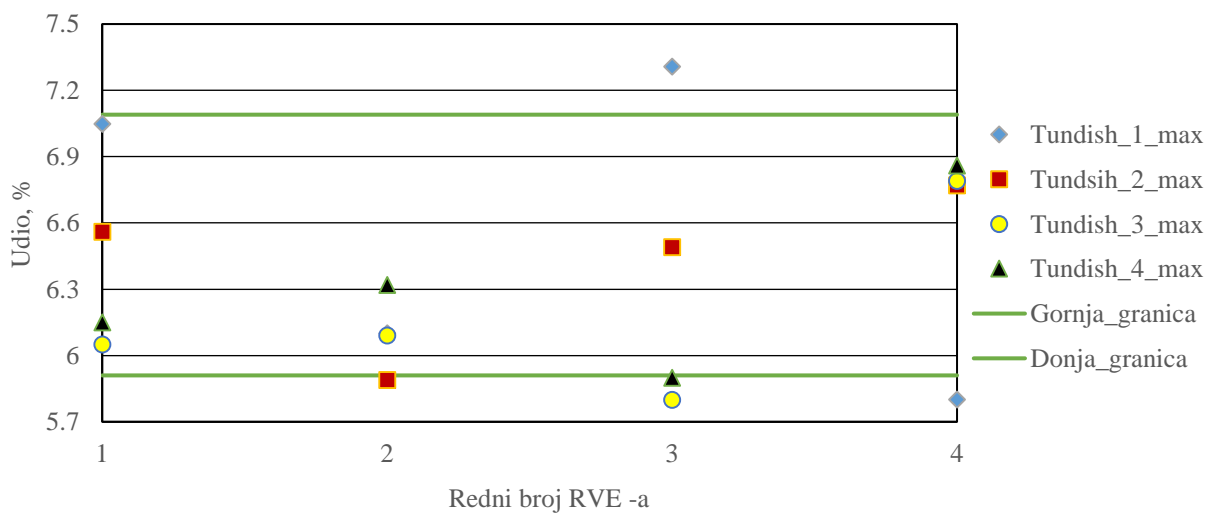
Na sljedećih šest dijagrama prikazani su udjeli grafitnih nodula za slučaj sve tri veličine RVE – a, tj. minimalnu, srednju i maksimalnu. Iz slika je moguće jasnije vidjeti na koji način se kreću udjeli grafitnih nodula unutar svakog RVE – a, te u kolikoj mjeri se udjeli grafitnih nodula u RVE – ovima nalaze unutar krajnjih granica definiranih tablicom 4.1.



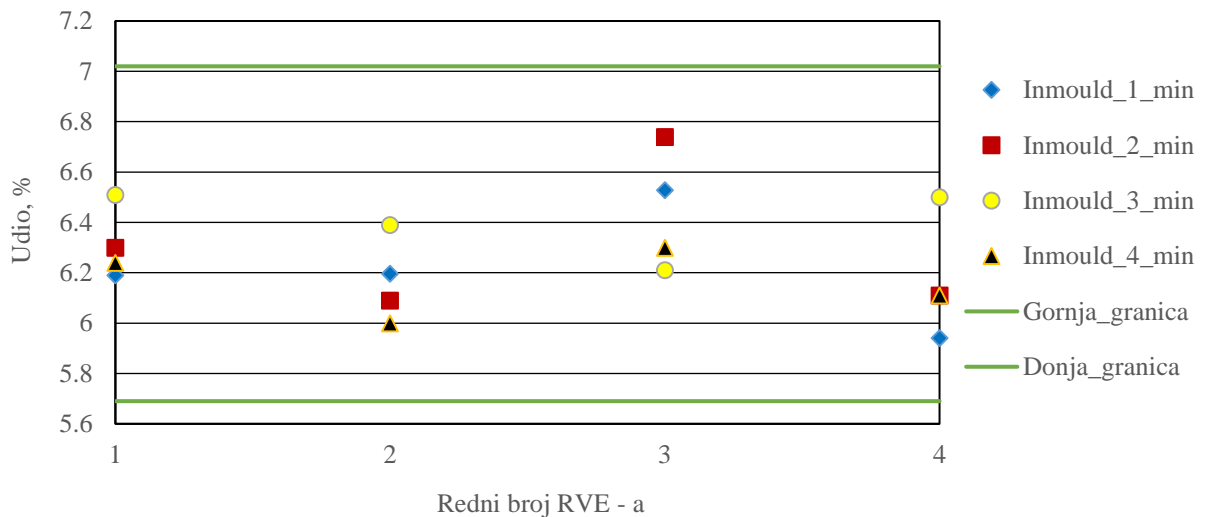
Slika 4.5 Udjeli grafitnih nodula za slučaj Tundish serije proizvodnje i minimalne veličine RVE - a



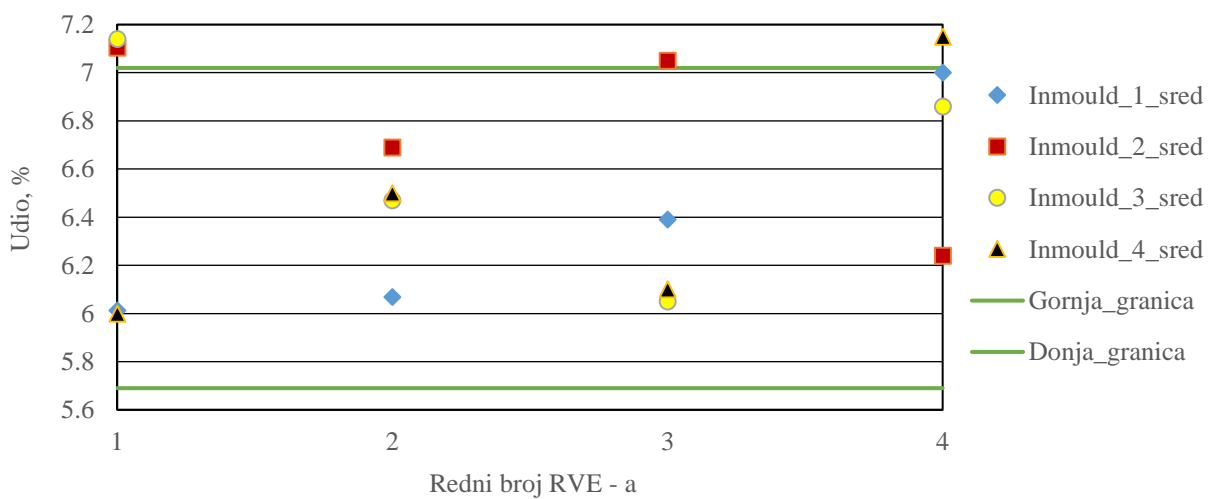
Slika 4.6 Udio grafitnih nodula za slučaj Tundish serije proizvodnje i srednje veličine RVE-a



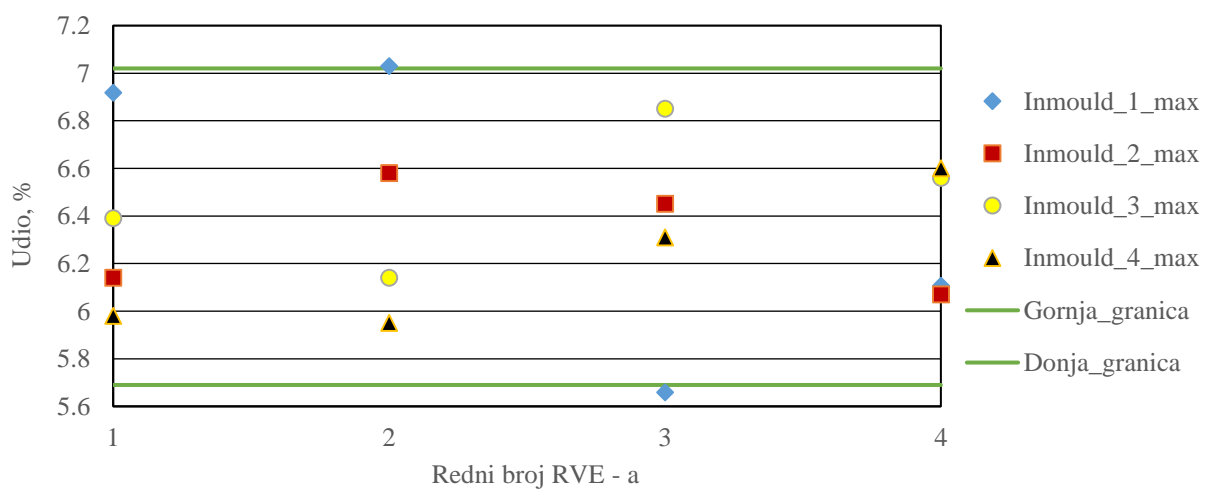
Slika 4.7 Udio grafitnih nodula za slučaj Tundish serije proizvodnje i maksimalne veličine RVE - a



Slika 4.8 Udio grafitnih nodula za slučaj Inmould serije proizvodnje i minimalne veličine RVE - a



Slika 4.9 Udio grafitnih nodula za slučaj Inmould serije proizvodnje i srednje veličine RVE - a



Slika 4.10 Udio grafitnih nodula za slučaj Inmould serije proizvodnje i maksimalne veličine RVE - a

Iz prethodnih je dijagrama moguće zaključiti da jedino za slučaj RVE – a minimalne veličine i Inmould serije proizvodnje, udio grafitnih nodula ostao unutar granica. Za sve druge slučajeve, barem je jedan ili više RVE – ova izašlo izvan „primarnih“ granica, no greška od 5% nije prekršena.

Prije nego što se prikaže konačan izgled pojedinih RVE – ova, u Tablici 4.3 prikazane su prosječne vrijednosti udjela grafitnih nodula.

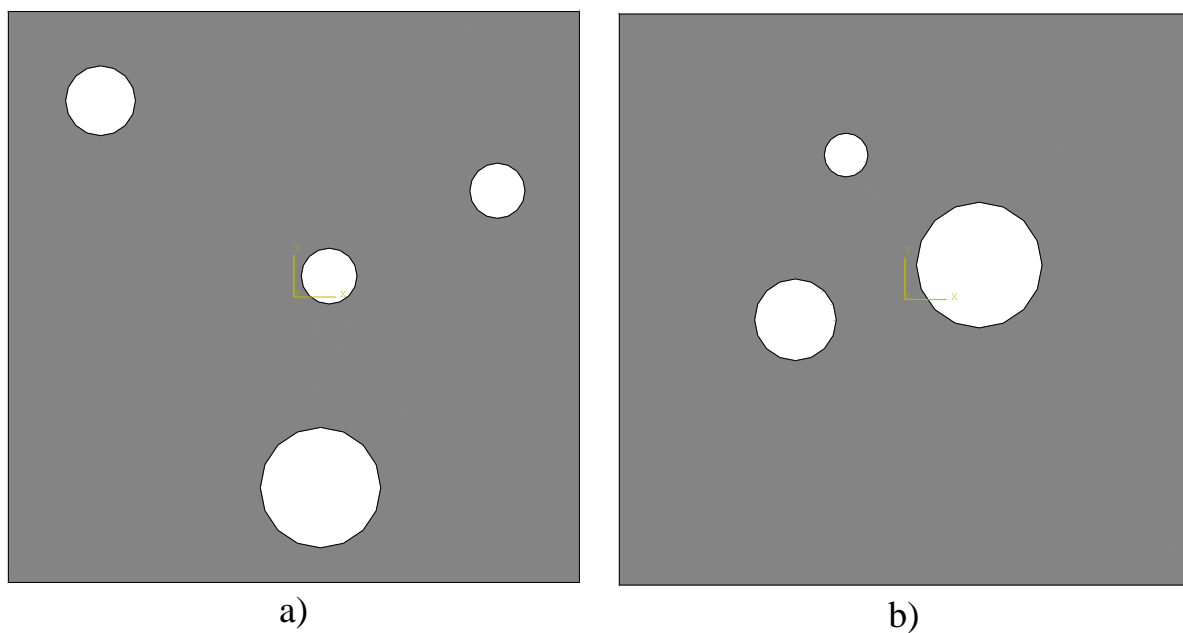
Tablica 4.3 Prosječne vrijednosti udjela grafitnih nodula serije RVE – ova

Seriya RVE – ova	Udio, %	Seriya RVE – ova	Udio, %
Tundish_1_min	6,36	Inmould_1_min	6,21
Tundish_1_sred	6,56	Inmould_1_sred	6,36
Tundish_1_max	6,56	Inmould_1_max	6,42
Tundish_2_min	6,93	Inmould_2_min	6,31
Tundish_2_sred	6,39	Inmould_2_sred	6,77
Tundish_2_max	6,42	Inmould_2_max	6,31
Tundish_3_min	6,78	Inmould_3_min	6,40
Tundish_3_sred	6,73	Inmould_3_sred	6,63
Tundish_3_max	6,18	Inmould_3_max	6,48
Tundish_4_min	6,54	Inmould_4_min	6,16
Tundish_4_sred	6,66	Inmould_4_sred	6,43
Tundish_4_max	6,30	Inmould_4_max	6,21

Iz Tablice 4.3 nije teško zaključiti da se sve prosječne vrijednosti udjela grafitnih nodula nalaze unutar granica propisanih Tablicom 4.1.

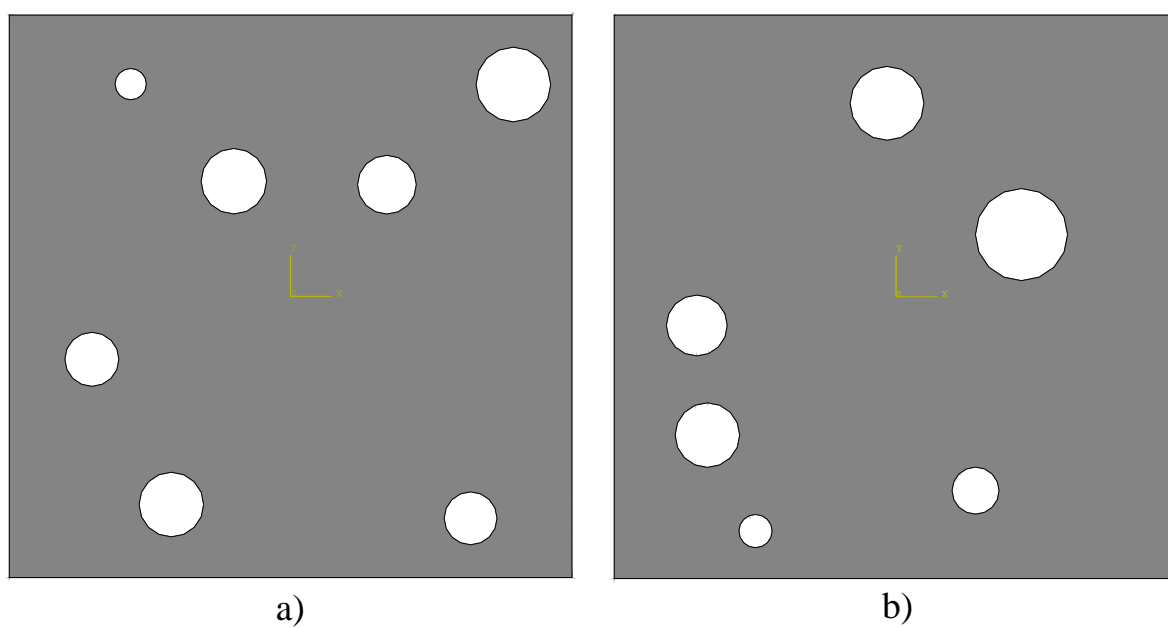
Prije nego što se slikom pokaže izgled pojedinih RVE – ova, u ovom je trenutku važno istaknuti sljedeće činjenice:

- zbog niske vrijednosti udjela i modula elastičnosti u iznosu od 10000 MPa [19], materijalna svojstva grafitnih nodula aproksimiranih odgovarajućim kružnicama će se zanemariti tijekom analize, tj. sve grafitne nodule u proračunskom modelu predstavljat će praznine – odnosno pore,
- perlit – kao još jedan konstituent u mikrostrukturi nodularnog lijeva odlikuje se vrlo visokom vrijednošću modula elastičnosti, kojim pridonosi svojstvima čvrstoće i granice tečenja, no, njegov je prosječni udio u mikrostrukturi nodularnog lijeva 7,64 % za Tundish seriju proizvodnje, tj. 6,97 % za Inmould seriju proizvodnje, pa će se kao i za slučaj materijalnih svojstva grafita njegov utjecaj zanemariti,
- uvedena pojednostavljena dovela su do reduciranja mikrostrukture materijala na feritnu matricu te praznine u obliku kružnica kao što je to prikazano na Slikama 4.11 do 4.13.



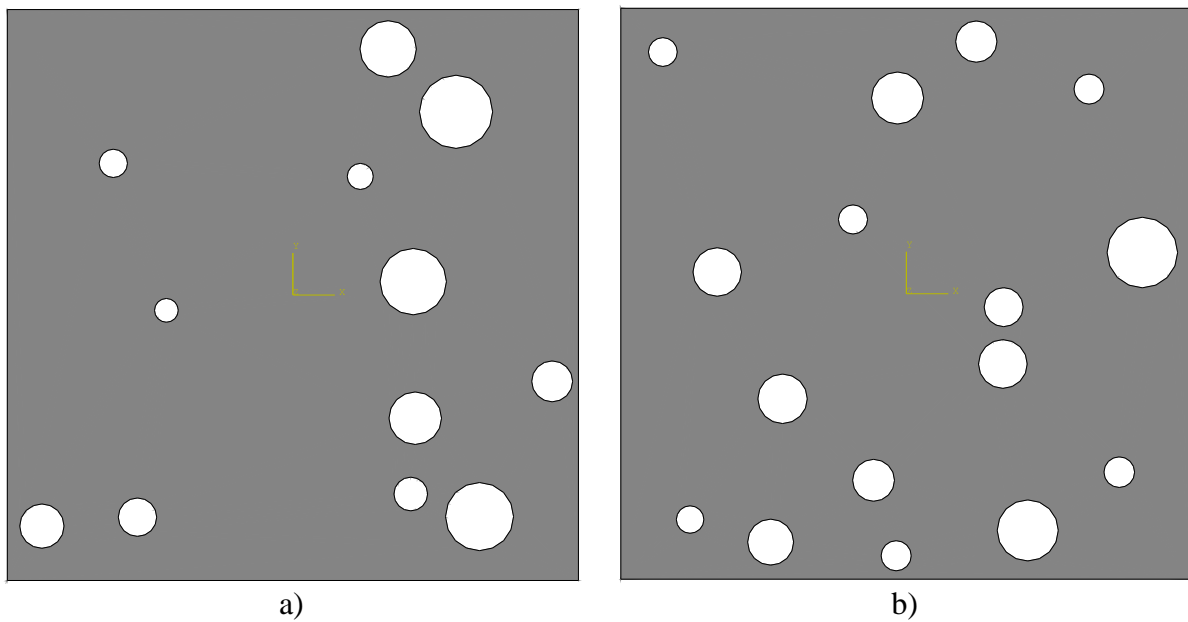
Slika 4.11 Konačan izgled RVE – a:

a) Inmould_1_min_1, b) Tundish_1_min_1



Slika 4.12 Konačan izgled RVE – a:

a) Inmould_1_sred_1, b) Tundish_1_sred_1



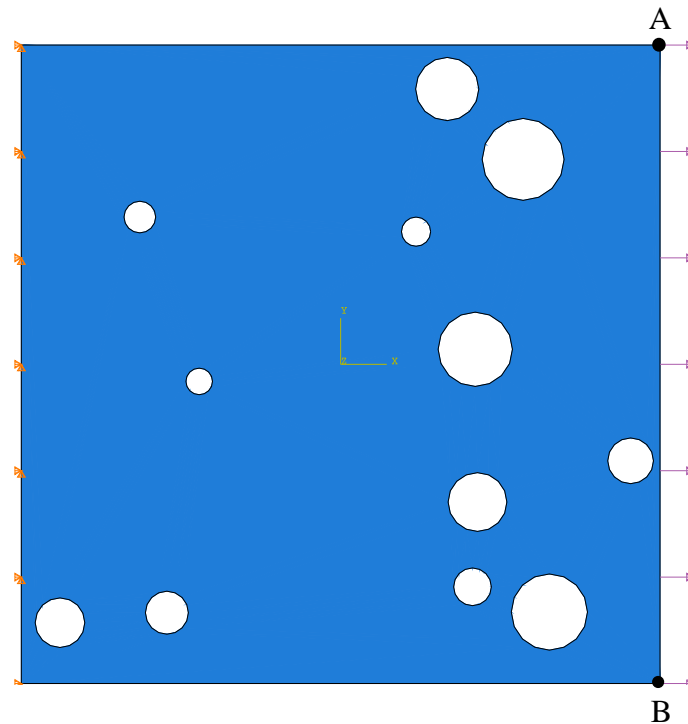
Slika 4.13 Konačan izgled RVE – a:
a) Inmould_1_max_1, b) Tundish_1_max_1

4.2 Generiranje mreže konačnih elemenata

Iz slika koje prikazuju geometriju RVE – a nije teško zaključiti da bi se za dobivanje realne slike naprezanja, u slučaju analize na makrorazini, trebala napraviti vrlo gusta, tj. fina mreža konačnih elemenata. Oko kružnih otvora dolazilo bi do visokih koncentracija, tj. gradijenata naprezanja, a za njihovo bi kvalitetno opisivanje trebalo upotrijebiti konačne elemente višeg reda. No, proračun na mikrorazini ne zahtijeva takvu mrežu, pošto će maksimalne vrijednosti naprezanja u postupku homogenizacije iščeznuti, te će krajnji rezultat predstavljati prosječnu vrijednost. Kako određivanje broja elemenata, tj. gustoće mreže ne bi bilo nasumično, provest će se konvergencija mreže konačnih elemenata, s ciljem definiranja minimalnog broja konačnih elemenata, pri čemu će na makrorazini referentna vrijednost biti iznos pomaka, a ne naprezanja.

4.2.1 Provjera konvergencije mreže konačnih elemenata

U ovom će se potpoglavlju provesti određivanje minimalnog broja konačnih elemenata potrebnih za analizu RVE – ova. Konvergencija će se provesti praćenjem promjene pomaka točaka A i B, tj. vrhova RVE – ova prilikom provođenja jednoosnog vlačnog testa, Slika 4.14.



Slika 4.14 Proračunski model vlačnog testa, RVE Tundish_1_max_1

Kako je ukupan broj RVE – ova značajan (96), konvergencija mreže provest će se za slučaj sljedećih RVE – ova:

- Inmould_1_max_1
- Inmould_1_min_1
- Inmould_1_sred_1
- Tundish_1_max_1
- Tundish_1_min_1
- Tundish_1_sred_1

Ovim postupkom redukcije broja RVE – ova doći će do značajne uštede na vremenu, a pri tome se informacija o minimalnom broju konačnih elemenata može primijeniti i na ostale RVE – ove. Za potrebe analize korištena su „klasična“ svojstva čelika – modul elastičnosti E , u iznosu od 210000 MPa – a , i Poissonov faktor ν , u iznosu od 0,3. Na desnom rubu svakog RVE – a zadano je vlačno opterećenje u iznosu od 200 MPa – a.

Prilikom generiranja mreže konačnih elemenata potrebno je poštivati sljedeća tri pravila:

- svaki RVE mora imati jednak broj elemenata na sva četiri ruba,
- prilikom generiranja mreže konačnih elemenata potrebno je osigurati da je koordinatni sustav u središtu kvadrata, odnosno u težištu RVE – a,
- elementi moraju na kvalitetan način opisivati kružne otvore.

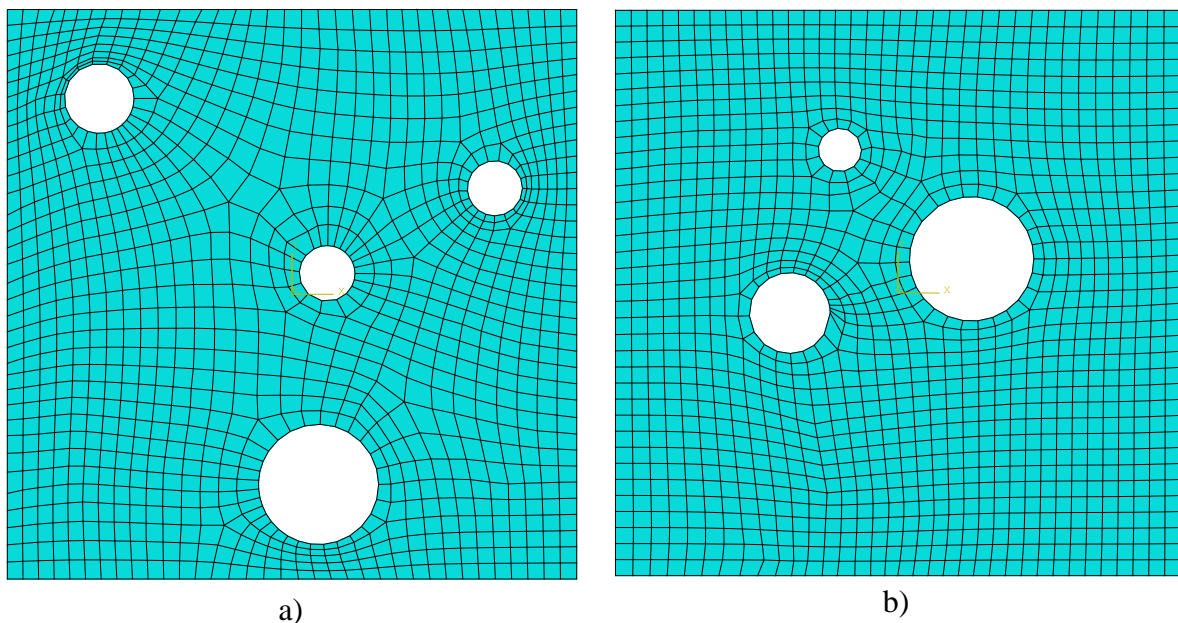
Rezultati provedene analize prikazani su Tablicom 4.4.

Tablica 4.4 Provjera konvergencije mreže RVE – ova

RVE	Broj elemenata na rubu	Pomak točke A, μm	Pomak točke B, μm
Inmould_1_max_1	35	0,3502	0,3407
	40	0,3514	0,3417
	45	0,3542	0,3418
Inmould_1_min_1	35	0,1417	0,1956
	40	0,1416	0,1962
	45	0,1417	0,1964
Inmould_1_sred_1	35	0,2469	0,2676
	40	0,2478	0,2678
	45	0,2477	0,2682
Tundish_1_max_1	35	0,3614	0,4251
	40	0,3632	0,4244
	45	0,3631	0,4256
Tundish_1_min_1	35	0,1497	0,1391
	40	0,1498	0,1392
	45	0,1500	0,1392
Tundish_1_sred_1	35	0,2516	0,2522
	40	0,2520	0,2527
	45	0,2526	0,2525

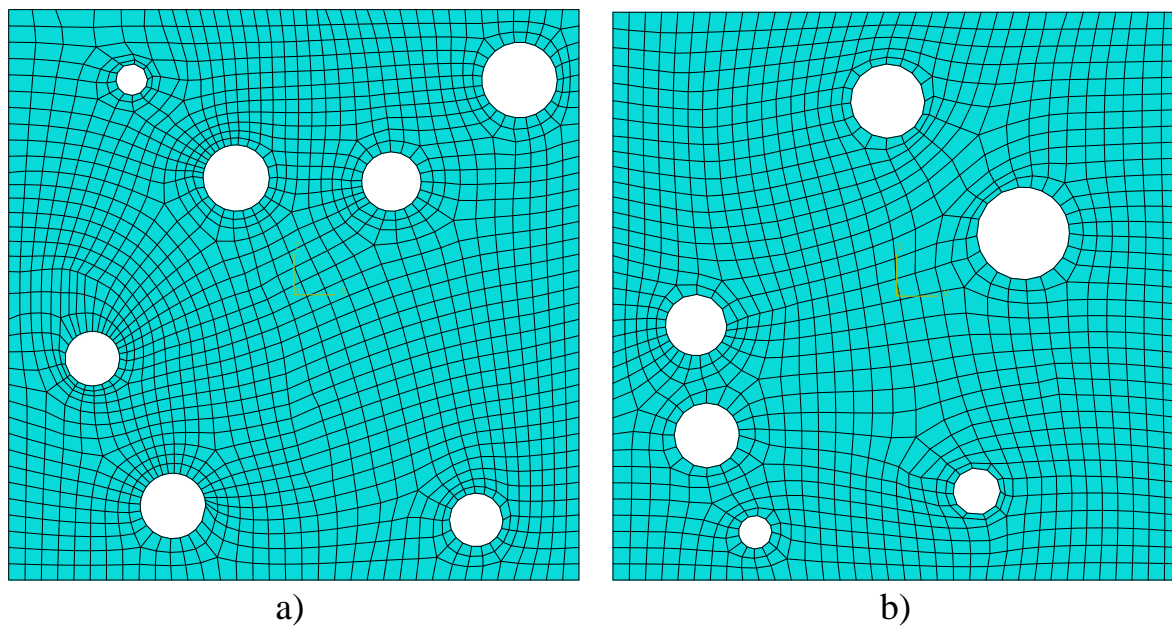
Iz gornje tablice nije teško zaključiti da već minimalan broj elemenata, u vrijednosti od 35, po rubu RVE daje više nego zadovoljavajuće rezultate pomaka, stoga će svaki RVE biti *meshiran* s 35 konačnih elemenata po rubu.

Na Slikama 4.15 do 4.17 prikazan je izgled mreže konačnih elemenata pojedinih RVE – ova.



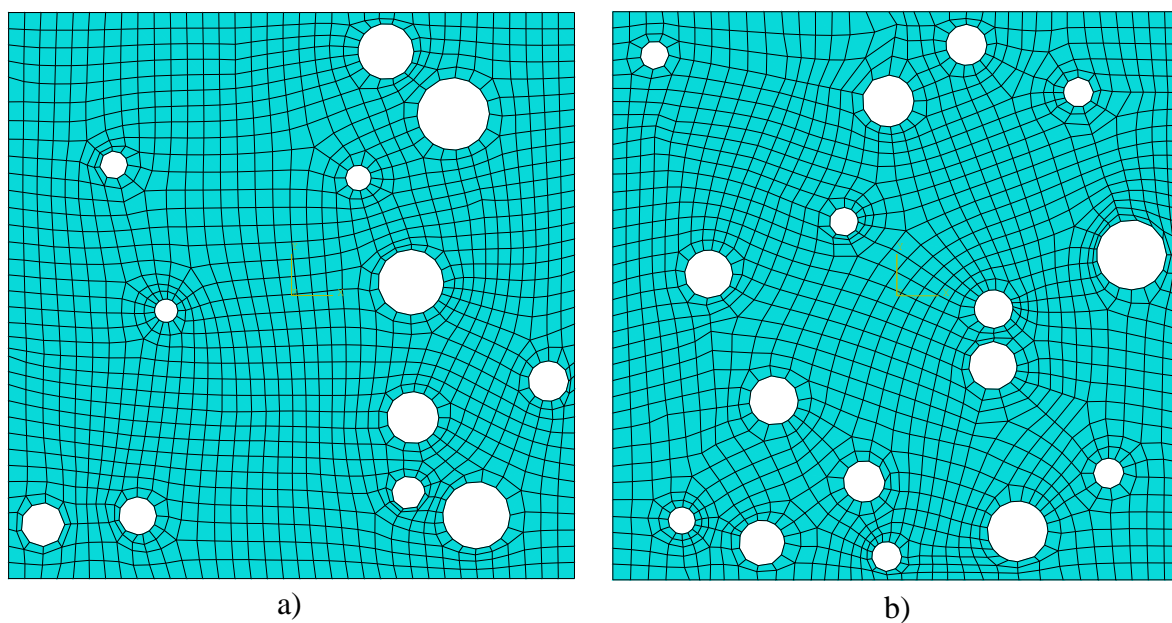
Slika 4.15 Mreža konačnih elemenata RVE – ova:

a) Inmould_1_min_1, b) Tundish_1_min_1



Slika 4.16 Mreža konačnih elemenata RVE – ova:

a) Inmould_1_sred_1, b) Tundish_1_sred_1



Slika 4.17 Mreža konačnih elemenata RVE – ova:

a) Inmould_1_max_1, b) Tundish_1_max_1

5. Određivanje utjecaja veličine RVE – a

Kao što je već rečeno u poglavlju 4, definirane su tri različite veličine RVE – ova – minimalna, srednja i maksimalna. U ovom će se poglavlju provesti proračun – točnije vlačni test nodularnog lijeva, s ciljem utvrđivanja utjecaja veličine RVE na krajnji rezultat analize. Time će se doći do zaključka o minimalnoj veličini RVE – a koja je potrebna za kvalitetno opisivanje vlačnog testa nodularnog lijeva. Sam proračun provesti će se upotrebom rubnih uvjeta linearnih pomaka. Rubni uvjet linearnih pomaka u praksi se koriste rjeđe, pošto rubni uvjeti periodičnih pomaka daju kvalitetnije rezultate.

Tri osnovne razlike između spomenutih rubnih uvjeta su:

- vektor \mathbf{u}_q za slučaj rubnih uvjeta linearnih pomaka označava pomak rubnih čvorova, dok za slučaj periodičnih rubnih uvjeta on predstavlja pomak para čvorova $\rightarrow + -$ par,
- za rubne uvjete linearnih pomaka vektor \mathbf{x}_q predstavlja vektor položaja čvora q , za razliku od rubnih uvjeta periodičnosti gdje je vektor \mathbf{x}_q vektor položaja para čvorova, te za njega vrijedi $\mathbf{x}_q = \mathbf{x}_q^+ - \mathbf{x}_q^-$,
- koordinatna matrica \mathbf{D}_q za slučaj rubnih uvjeta linearnih pomaka definirana je za jedan čvor, dok je za slučaj rubnih uvjeta periodičnosti ona vezana za par rubnih čvorova na bridovima koji čine $+ -$ par, tj. $\mathbf{D}_q = \mathbf{D}_q^+ - \mathbf{D}_q^-$.

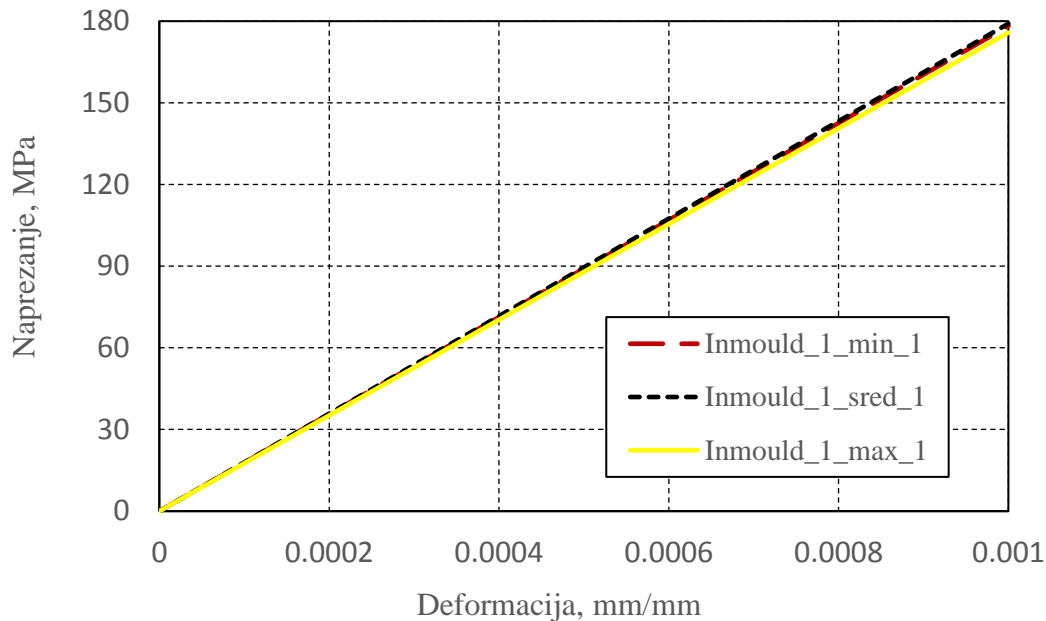
Cjelokupna analiza vlačnog testa primjenom rubnih uvjeta linearnih pomaka provodit će se na sljedeći način:

- 1) na makrorazini, proračunskom modelu dodijelit će se deformacija ε_x u iznosu od 0,001 mm/mm, te „klasična“ svojstva čelika tj. modul elastičnosti E u iznosu od 210 GPa i Poissonov faktor ν u iznosu od 0,3,
- 2) odgovarajućim algoritmima provodi se analiza pojedinog RVE – a na mikrorazini, a naprezanje koje vlada na makrorazini određuje se preko vrijednosti određene na mikrorazini,
- 3) nakon provedene analize crta se $\sigma - \varepsilon$ dijagram, te se provjerava postojanje značajne razlike između minimalne, srednje, tj. maksimalne veličine RVE – a .

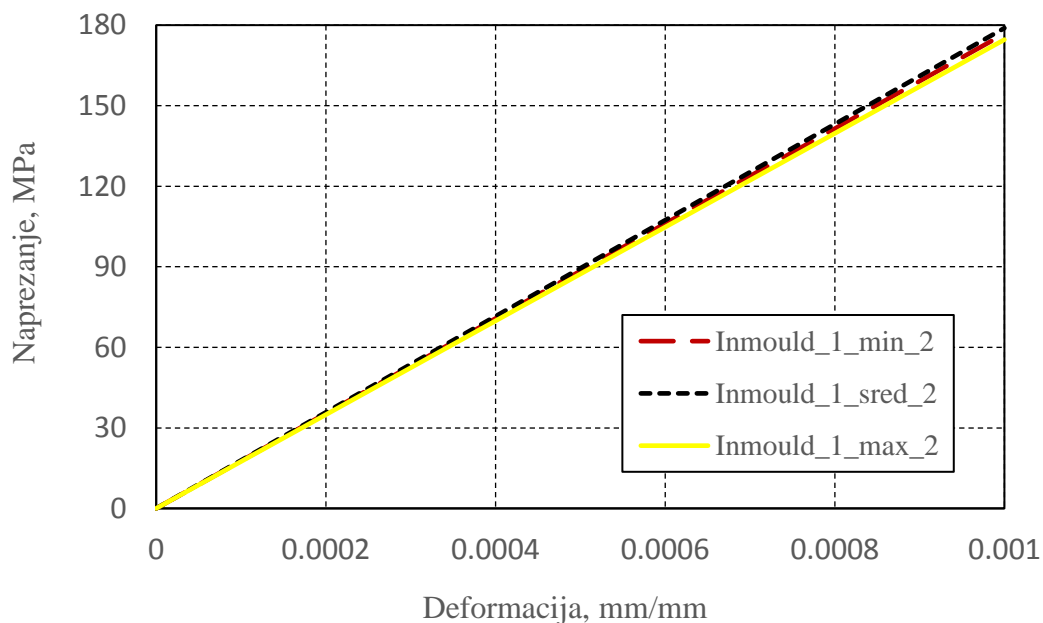
Analiza će se provoditi „po redu“, tj. od serije mikrostruktura Inmould_1 pa na dalje. Ako se uoči da veličina RVE – a bitno ne utječe na krajnji rezultat unutar prve serije mikrostruktura, analiza se prekida i kreće se na sljedeću seriju, a u slučaju da veličina RVE – a bitno ne utječe na krajnji rezultat unutar i druge serije mikrostruktura, kreće se na sljedeću seriju proizvodnje, tj. Tundish.

5.1 Minimalna veličina RVE – a za slučaj Inmould serije proizvodnje

Na Slikama 5.1 i 5.2 prikazani su $\sigma - \varepsilon$ dijagrami iz kojih će biti vidljivo da li, i u kojoj mjeri veličina RVE – a utječe na vrijednost naprezanja na makrorazini. Korisno je još jednom napomenuti da je cilj ovog poglavlja bio samo i isključivo odrediti minimalnu veličinu RVE – a.

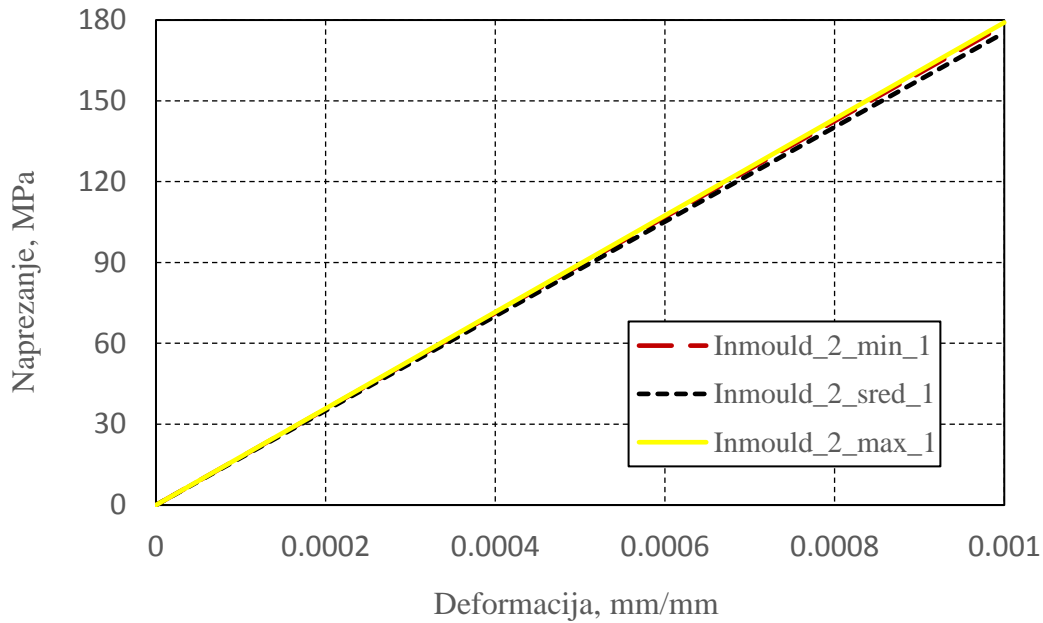


Slika 5.1 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE –a: Inmould_1_min_1, Inmould_1_sred_1 i Inmould_1_max_1

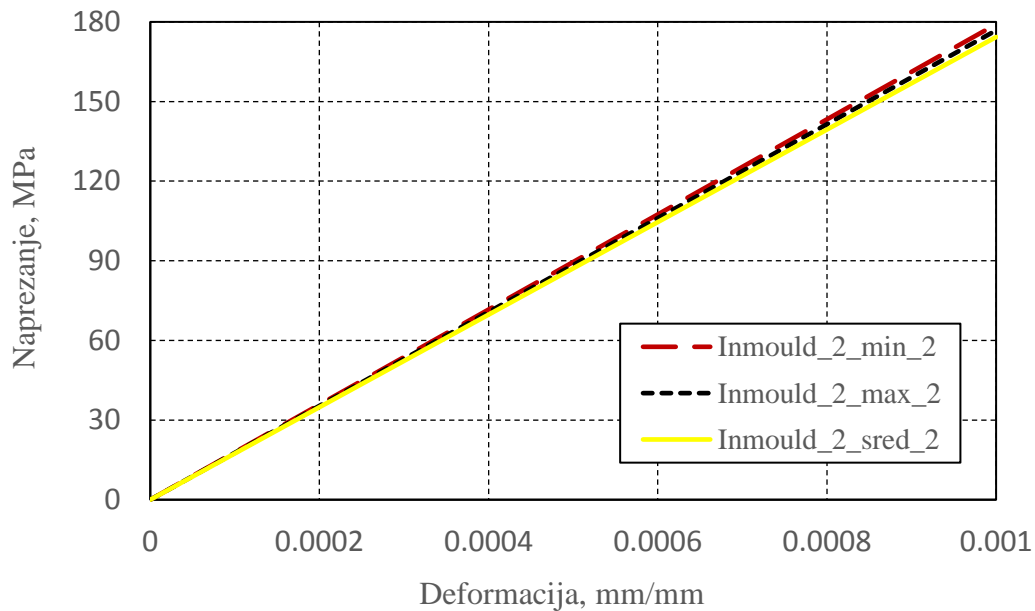


Slika 5.2 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE –a: Inmould_1_min_2, Inmould_1_sred_2 i Inmould_1_max_2

Iz gornjih dijagrama je moguće zaključiti da veličina RVE – a nema značajan utjecaj na vrijednost naprezanja na makrorazini, za slučaj deformacije od 0,001 mm/mm. Kako veličina RVE bitno ne utječe na krajnji rezultat mikrostrukturne serije Inmould_1, sljedeći korak jest analiza druge mikrostrukturne serije, tj. Inmould_2, Slika 5.3 i 5.4.

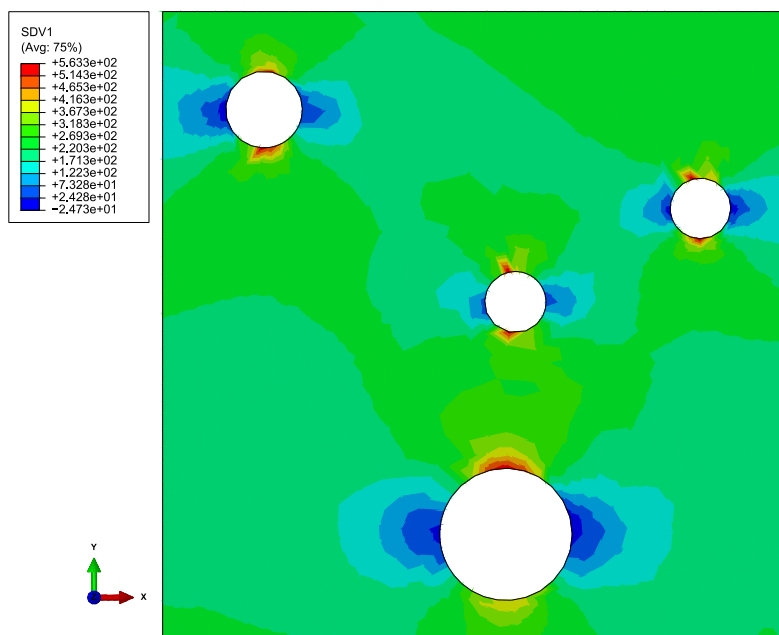


Slika 5.3 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Inmould_2_min_1, Inmould_2_sred_1 i Inmould_2_max_1

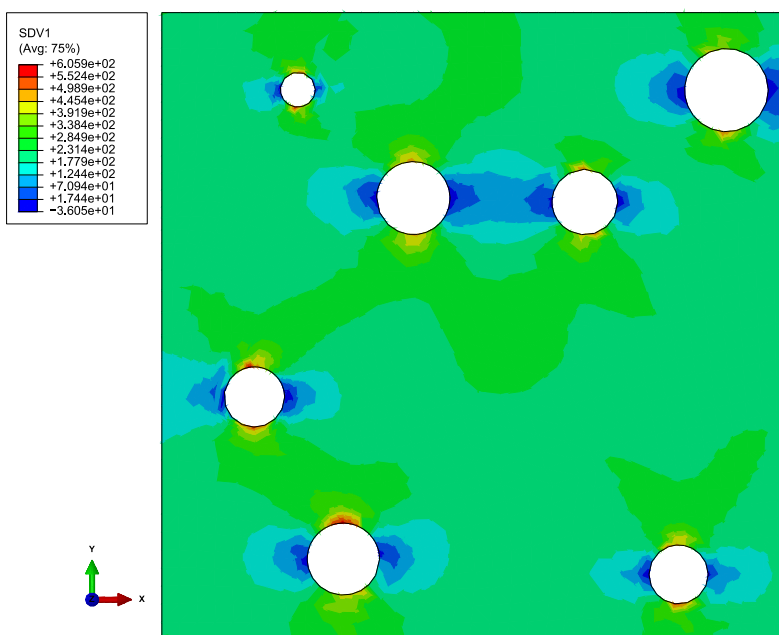


Slika 5.4 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Inmould_2_min_2, Inmould_2_sred_2 i Inmould_2_max_2

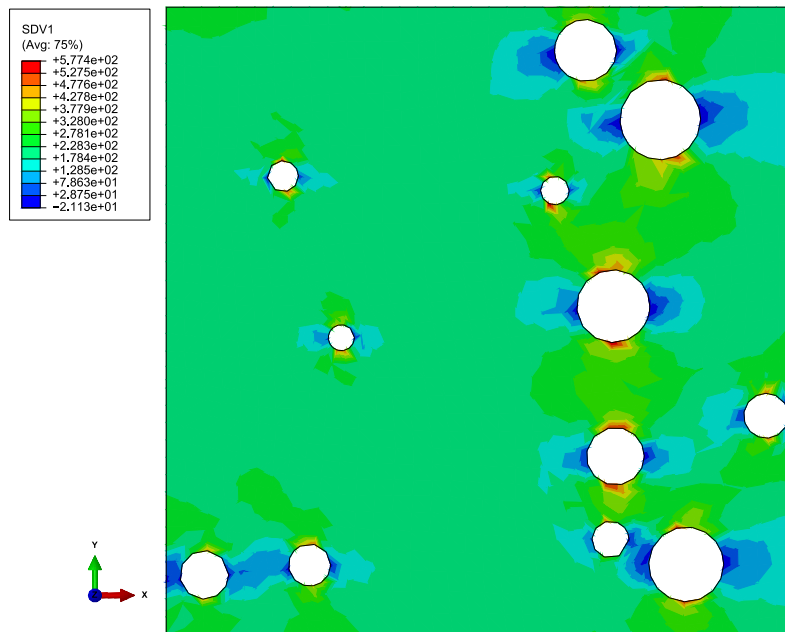
Iz prikazanih dijagrama nije teško zaključiti da za slučaj vlačnog testa nodularnog lijeva dobivenog Inmould načinom lijevanja, veličina RVE –a nema značajan utjecaj na krajnji rezultat mikromehaničke analize. Iz tog će se razloga modeliranje vlačnog testa nodularnog lijeva, za slučaj Inmould serije proizvodnje, pomoću rubnih uvjeta periodičnih pomaka, provesti pomoću najmanje od tri veličine RVE – a. Kako sve ne bi ostalo samo na dijagramskom prikazu, na Slikama 5.5 do 5.7 prikazana je raspodjela normalnog naprezanja σ_x na tri različita RVE – a.



Slika 5.5 Raspodjela normalnog naprezanja za RVE Inmould_1_min_1



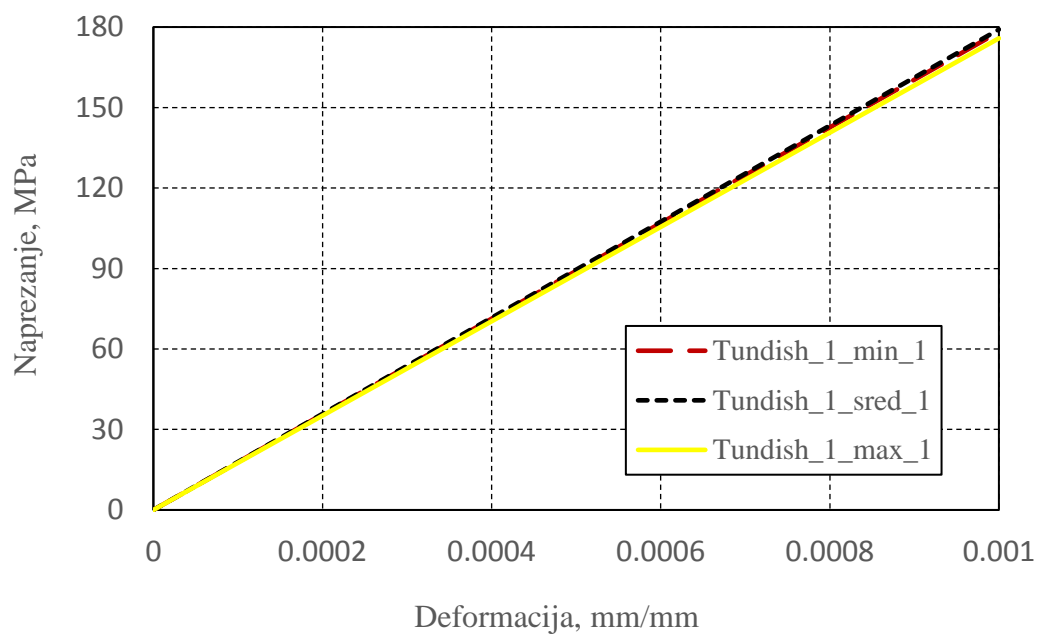
Slika 5.6 Raspodjela normalnog naprezanja za RVE Inmould_1_sred_1

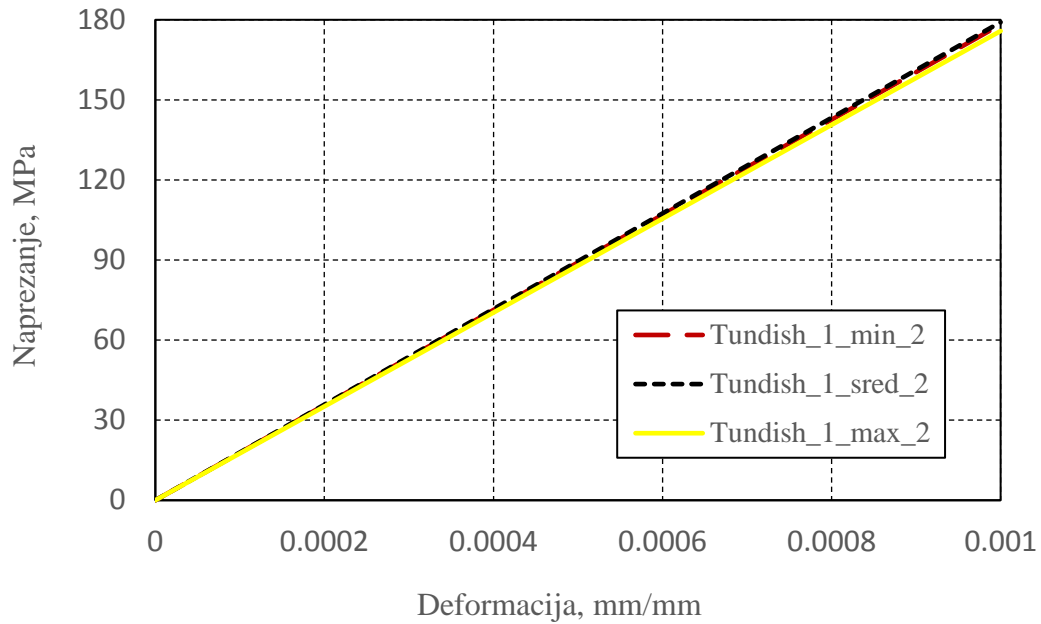


Slika 5.7 Raspodjela normalnog napreznja za RVE Inmould_1_max_1

5.2 Minimalna veličina RVE – a za slučaj Tundish serije proizvodnje

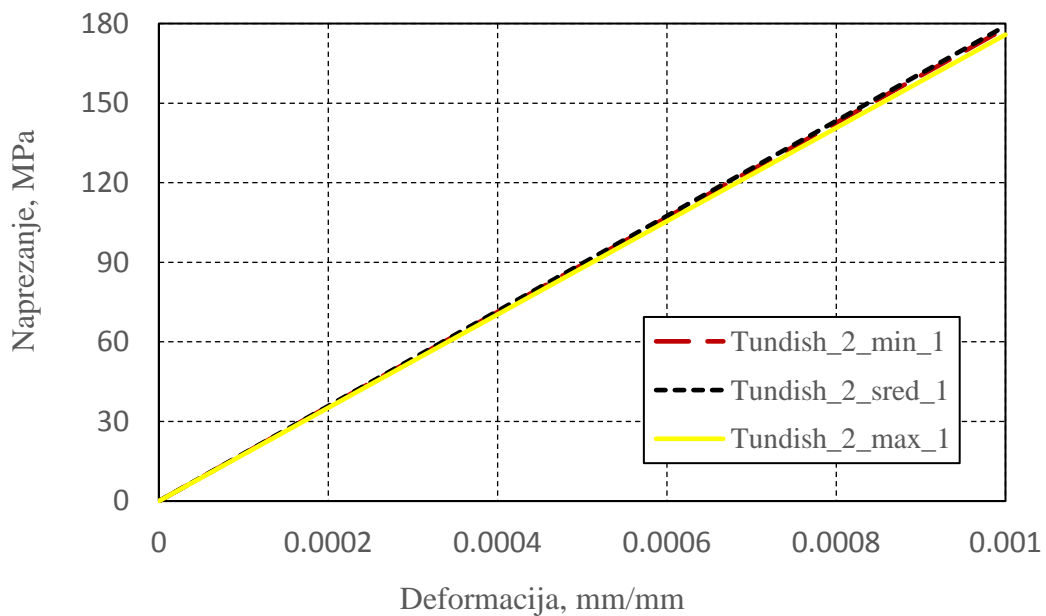
Nakon što je za Inmould seriju proizvodnje ustanovljeno da veličina RVE – a ne utječe na vrijednost napreznja prilikom jednoosnog vlačnog testa, ista analiza provesti će se i za Tundish seriju proizvodnje, a njeni rezultati prikazani su sljedećim dijagramima.

Slika 5.8 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Tundish_1_min_1, Tundish_1_sred_1 i Tundish_1_max_1

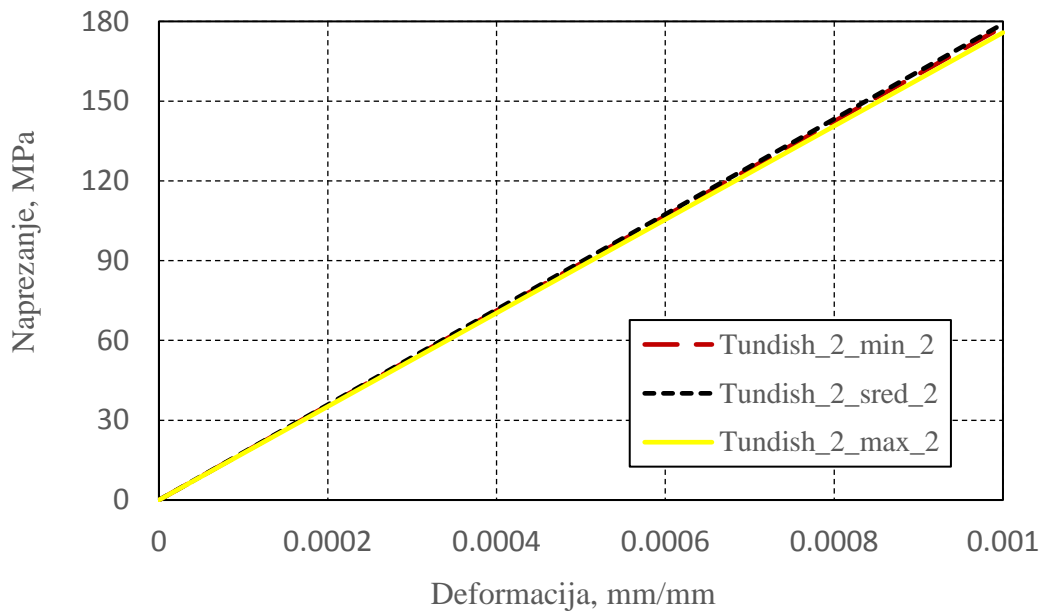


Slika 5.9 $\sigma - \epsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Tundish_1_min_2, Tundish_1_sred_2 i Tundish_1_max_2

Iz Slika 5.8 i 5.9 nije teško zaključiti da za slučaj prve serije mikrostrukture, tj. Tundish_1, veličina RVE – a nema značajnu ulogu na konačnu vrijednost naprezanja. Nakon prve serije slijede rezultati druge serije mikrostrukture, tj. Tundish_2 – Slika 5.10 i 5.11.



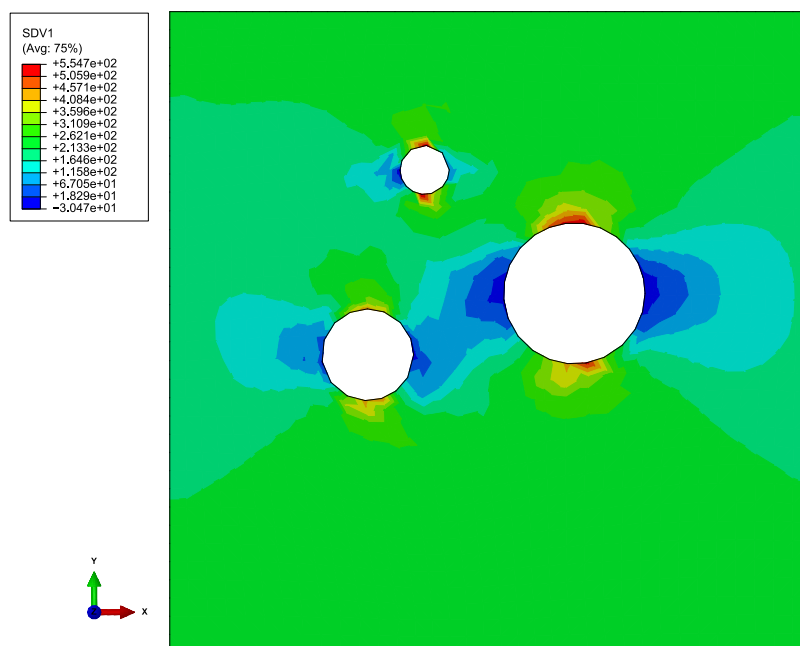
Slika 5.10 $\sigma - \epsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Tundish_1_min_2, Tundish_1_sred_2 i Tundish_1_max_2



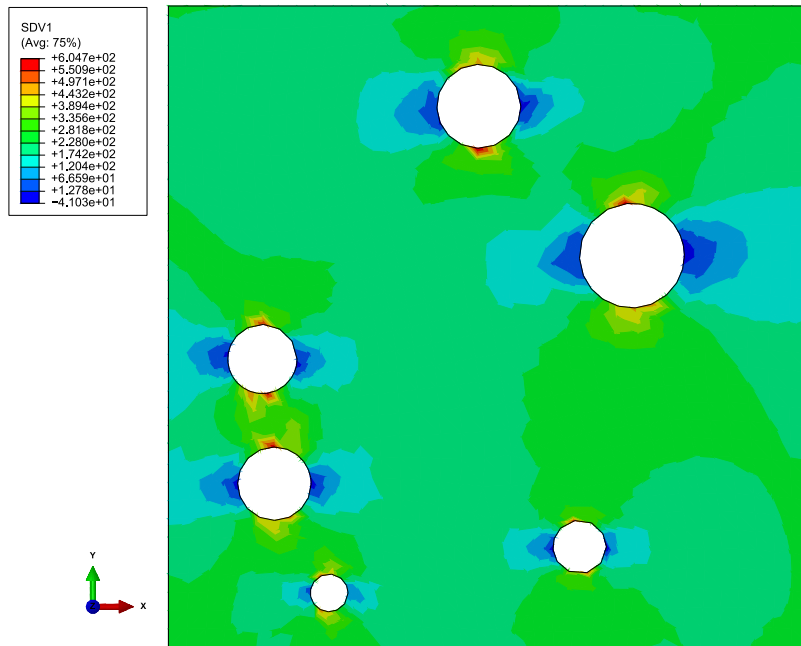
Slika 5.11 $\sigma - \varepsilon$ dijagram za slučaj tri RVE – a: Tundish_1_min_2, Tundish_1_sred_2 i Tundish_1_max_2

Iz prethodna četiri dijagrama može se donijeti zaključak da ni Tundish serija proizvodnje ne podliježe veličini RVE – a, pa će se iz tog razloga mikromehaničko modeliranje vlačnog testa nodularnog lijeva, upotrebom rubnih uvjeta periodičnosti, i za slučaj Tundish, ali i Inmould serije proizvodnje provesti na najmanjoj od tri postojeće veličine RVE – a.

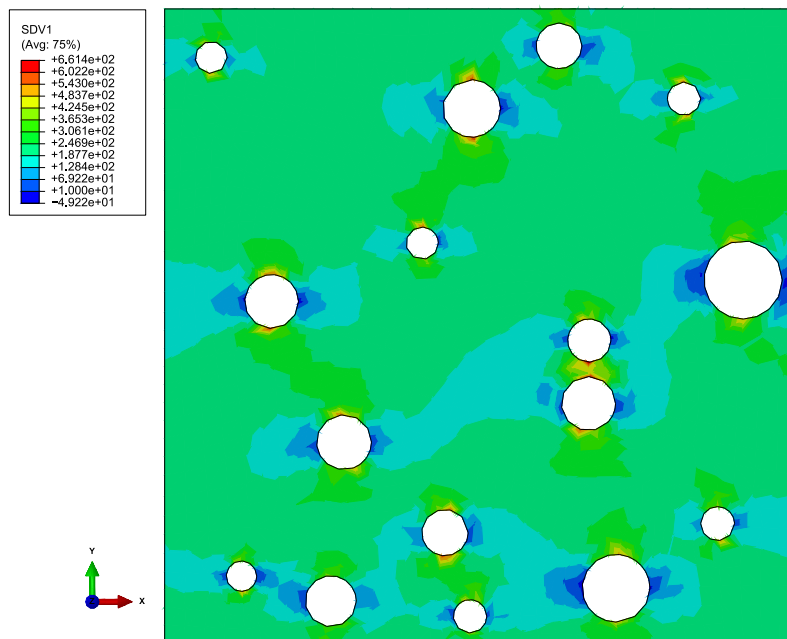
Kao i u prethodnom potpoglavlju, slijedi prikaz raspodjele normalnog naprezanja, σ_x , za odgovarajuće RVE – ove, Slike 5.12 do 5.14.



Slika 5.12 Raspodjela normalnog naprezanja za RVE Tundish_1_min_1



Slika 5.13. Raspodjela normalnog naprezanja za RVE Tundish_1_sred_1



Slika 5.14 Raspodjela normalnog naprezanja za RVE Tundish_1_max_1

6. Modeliranje vlačnog testa primjenom rubnih uvjeta periodičnih pomaka

U poglavlju 4 detaljno se prikazalo generiranje geometrije i mreže konačnih elemenata RVE – ova. Također je bilo rečeno da je ukupan broj RVE – ova pripremljenih za analizu 96. Kako je u prethodnom poglavlju dokazano da veličina RVE – a bitno ne utječe na vrijednost naprezanja prilikom simulacije vlačnog testa nodularnog lijeva dobivenog Tundish, tj. Inmould serijom proizvodnje, taj broj je sveden na svega 32 – najmanja veličina RVE – a (Tablica 4.2).

Cilj ovog poglavlja bit će postupkom mikromehaničkog modeliranja uz upotrebu rubnih uvjeta periodičnosti i RVE – ova minimalne veličine dobiti pravac, tj. krivulju naprezanje – deformacija koja odgovara eksperimentalnim rezultatima. Drugim riječima, u ovom će se poglavlju nastojati doći do modula elastičnosti ferita. Eksperimentalno istraživanje vlačnog testa nodularnog lijeva dovelo je sljedećih vrijednosti modula elastičnosti

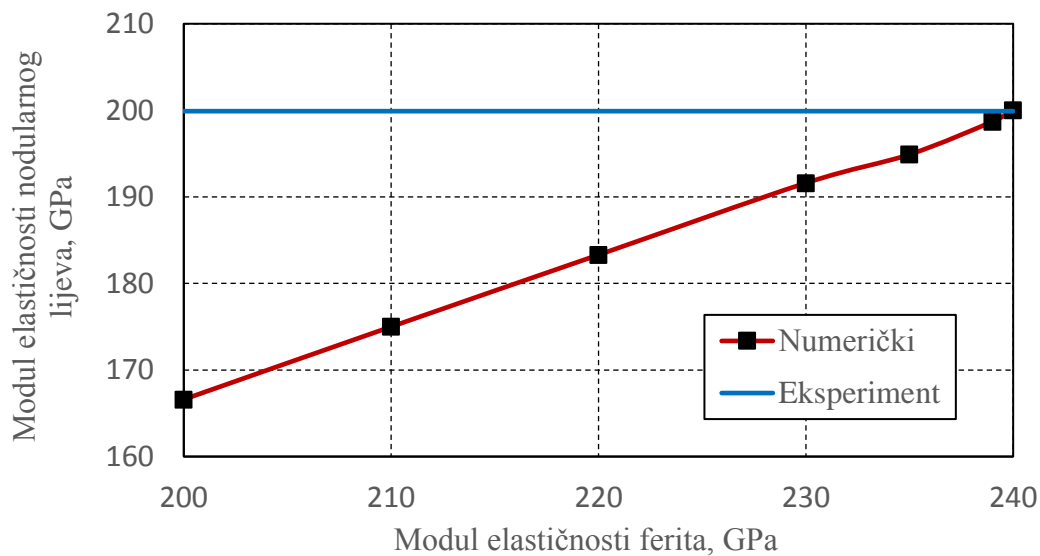
$$\begin{aligned} \text{Inmould serija proizvodnje} &\rightarrow E = 200 \text{ GPa, [2]}, \\ \text{Tundish serija proizvodnje} &\rightarrow E = 216 \text{ GPa, [2]}. \end{aligned} \tag{6.1}$$

Razlog relativno velikih razlika između modula elastičnosti istog materijala leži u činjenici da je prosječni udio Perlita, mikrostrukturnog konstituenta koji pridonosi čvrstoći i krhkosti nodularnog lijeva, nešto veći za Tundish seriju proizvodnje nego za Inmould seriju. Iz spomenute činjenice za očekivati je da će modul elastičnosti ferita dobiven preko RVE – ova za Inmould seriju proizvodnje biti manji u odnosu na onaj dobiven preko Tundish serije proizvodnje. Također je za očekivati da će dobiveni moduli elastičnosti „oscilirati“, pošto udio ugljika u svim RVE –ovima varira.

6.1 Modeliranje vlačnog testa primjenom rubnih uvjeta periodičnosti – Inmould serija proizvodnje

Kao i kod rubnih uvjeta linearnih pomaka, i u ovom će se proračunu na makrorazini dodijeliti deformacija u iznosu od 0,001 mm/mm. Kako je modul elastičnosti nodularnog lijeva 200, tj. 216 GPa – a, sijedi da je cilj numeričke analize dobiti naprezanje na makrorazini koje odgovara spomenutim vrijednostima – Hookeov zakon. Kako modul elastičnosti ferita nije poznat, na prvom RVE – u, (Inmould_1_min_1), potrebno je provesti iteracijski postupak u kojem će se za nekoliko različitih vrijednosti modula elastičnosti ferita provesti mikromehaničko modeliranje, pri čemu će se pratiti konvergencija modula elastičnosti. Za početnu vrijednost

modula elastičnosti uzeta je eksperimentalna vrijednost u iznosu od 200 GPa – a, dok je za vrijednost Poissonovog faktora (koji se za slučaj ovog rada uzeo kao konstantna vrijednost), uzeta vrijednost 0,29 prema [20]. Ovisnost naprezanja na makrorazini o različitim vrijednostima modula elastičnosti ferita je prikazana dijagramom na Slici 6.1.



Slika 6.1 Konvergencija modula elastičnosti za RVE Inmould_1_min_1

Iz dijagrama je moguće zaključiti da za slučaj RVE – a Inmould_1_min_1, u kojem je udio ugljika 6,19 % vrijednost modula elastičnosti ferita jednaka 240 GPa – a. Nakon analize provedene na prvom RVE – u, Tablicom 6.1 prikazat će se vrijednosti modula elastičnosti ferita za sve RVE – ove minimalne veličine.

Tablica 6.1 Modul elastičnosti ferita – Inmould serija proizvodnje

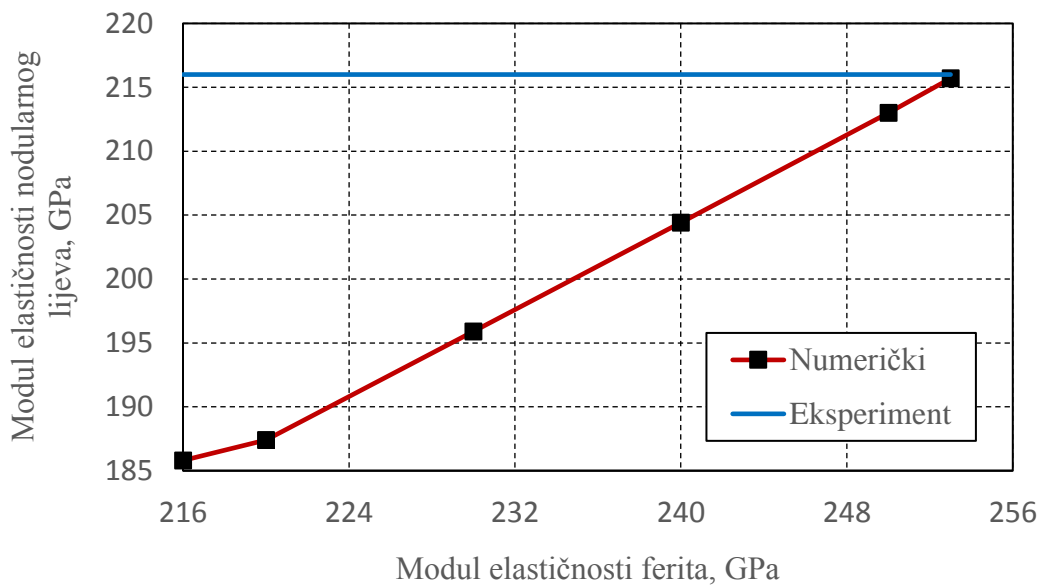
RVE	Udio grafitnih nodula, %	Modul elastičnosti ferita, GPa
Inmould_1_min_1	6,19	240
Inmould_1_min_2	6,19	240
Inmould_1_min_3	6,52	242
Inmould_1_min_4	5,94	238,5
Inmould_2_min_1	6,30	241,5
Inmould_2_min_2	6,09	238
Inmould_2_min_3	6,74	244
Inmould_2_min_4	6,11	239,5
Inmould_3_min_1	6,51	242
Inmould_3_min_2	6,39	241,5
Inmould_3_min_3	6,21	240
Inmould_3_min_4	6,50	242
Inmould_4_min_1	6,24	240
Inmould_4_min_2	6,00	239
Inmould_4_min_3	6,3	241
Inmould_4_min_4	6,11	239,5

Preko upotrebe vrijednosti iz Tablice 6.1 moguće je doći do prosječne vrijednosti modula elastičnosti ferita kao

$$\bar{E}_{ferit}^I = \frac{\sum_i E_{ferita_i}}{n} = \frac{3848500}{16} = 240,53 \text{ GPa.} \quad (6.1)$$

6.2 Modeliranje vlačnog testa primjenom rubnih uvjeta periodičnosti – Tundish serija proizvodnje

Nakon što je određen modul elastičnosti ferita za Inmould seriju proizvodnje, u ovom će se poglavlju na identičan način odrediti modul elastičnosti ferita za Tundish seriju proizvodnje, Slika 6.2 i Tablica 6.2.



Slika 6.2 Konvergencija modula elastičnosti za RVE Tundish_1_min_1

Tablica 6.2 Modul elastičnosti ferita – Tundish serija proizvodnje

RVE	Udio grafitnih nodula, %	Modul elastičnosti ferita, GPa
Tundish_1_min_1	5,882	253
Tundish_1_min_2	6,49	259
Tundish_1_min_3	6,40	258
Tundish_1_min_4	6,70	259,5
Tundish_2_min_1	6,62	259
Tundish_2_min_2	7,41	264,5
Tundish_2_min_3	7,37	265
Tundish_2_min_4	6,34	260,5
Tundish_3_min_1	6,67	259,5
Tundish_3_min_2	6,51	259
Tundish_3_min_3	6,86	260,5
Tundish_3_min_4	7,1	262
Tundish_4_min_1	6,04	254
Tundish_4_min_2	7,01	263
Tundish_4_min_3	6,69	259,5
Tundish_4_min_4	6,44	258,5

Iz Tablice 6.2 slijedi da je prosječni modul elastičnosti ferita za Tundish seriju proizvodnje jednak

$$\bar{E}_{ferit}^T = \frac{\sum_i E_{ferita_i}}{n} = \frac{4154500}{16} = 259,65 \text{ GPa.} \quad (6.2)$$

Iz (6.1) i (6.2) slijedi da je modul elastičnosti ferita jednak

$$E_{ferit} = \frac{\bar{E}_{ferit}^T + \bar{E}_{ferit}^I}{2} = \frac{240,53 + 259,65}{2} = 250,09 \text{ GPa.} \quad (6.3)$$

7. Zaključak

Ovaj rad obuhvaćao je mikromehaničko modeliranje vlačnog testa nodularnog lijeva primjenom rubnih uvjeta periodičnosti i računalne homogenizacije prvog reda. Sam proces modeliranja proveo se nad reprezentativnim volumenskim elementima, dobivenim preko mikrostrukturnih snimaka nodularnog lijeva. U radu su također korišteni i rubni uvjeti linearnih pomaka, ali samo radi određivanja minimalne veličine RVE – a potrebne za kvalitetno opisivanje procesa deformiranja. Analiza je provedena za dva različita postupka lijevanja – Tundish i Inmould postupak. Iz rezultata koji su bili prikazani slikom i dijagramima moguće je donijeti sljedeća tri zaključka:

- Prilikom mikromehaničkog modeliranja jednoosnog vlačnog testa nodularnog lijeva, primjenom računalne homogenizacije prvog reda, veličina RVE –a neće igrati bitnu ulogu na krajnji rezultat. Nužno je samo zadovoljiti udio grafitnih nodula koji se po mogućnosti treba nalaziti unutar granica definiranih eksperimentom.
- Zbog udjela perlita, koji je u slučaju Tundish serije proizvodnje za 9,6% veći u odnosu na Inmould seriju proizvodnje, modul elastičnosti ferita, dobiven mikromehaničkim modeliranjem, poprima za 7,95% veću vrijednost kod Tundish serije proizvodnje u odnosu na Inmould seriju.
- Kako se za dvije različite serije proizvodnje dobio različit modul elastičnosti ferita, njegova se numerička vrijednost može dobiti kao aritmetička sredina modula elastičnosti za Tundish, tj. Inmould seriju proizvodnje.

Nadalje, za bolju procjenu modula elastičnosti feritne matrice potrebno je provesti opterećivanje RVE-a sa slike 4.14 u smjeru osi y . Isto tako, potrebno je modelirati grafitne nodule s pripadnim mehaničkim karakteristikama materijala. Numerički modeli razvijeni u okviru ovog rada predstavljaju dobru osnovu za analizu elastoplastičnog procesa deformiranja nodularnog lijeva.

Iako utjecaj heterogenosti materijala na mikrorazini kao ideja postoji već od kraja 19. stoljeća, tek u zadnjih desetak godina dolazi do intenzivnijeg razvoja numeričkih alata i algoritama za modeliranje spomenute pojave. Za očekivati je da će područje modeliranja na mikro ali i nano razini doživjeti još veći napredak u sljedećih nekoliko godina zbog sve većih potreba tržišta za što boljim i jeftinijim proizvodima, ali i sve intenzivnijeg razvoja računalnih resursa.

Literatura

- [1.] Lesičar, T., Tonković, Z., Sorić, J., Mikromehaničko modeliranje procesa deformiranja, Četvrti susret Hrvatskog društva za mehaniku, Slavonski Brod, 2011.
- [2.] Čanžar, P. Eksperimentalno i numeričko modeliranje zamornog ponašanja nodularnog lijeva, Doktorski rad, Zagreb, 2012.
- [3.] Gaudig, W., Mellert, R., Weber, U., Schmauder, S., Self – consistent one – particle 3D unit cell model for simulation of the effect of graphite aspect ration on Young's modulus of cast – iron .
- [4.] Kasvayee, K., A., Microstructural and deformation behaviour of ductile iron under tensile loading, Sweden 2015.
- [5.] Collini, L., Micromechanical modeling of the elasto – plastic behavior of heterogeneous nodular cast iron, Doktorski rad, 2004.
- [6.] <https://www.dura-barms.com/dura-bar/ductile-iron/65-45-12.cfm>
- [7.] Russ, J., C., The Image Processing Handbook. FL: CRC Press, Boca Raton, 1995.
- [8.] Časopis Ljevarstvo br. 2/2008.
- [9.] Lesičar, T., Mikromehaničko modeliranje heterogenih materijala primjenom računalne homogenizacije drugog reda, Zagreb, 2013.
- [10.] Forest, S., Pradel, F., Sab, K., Asymptotic analysis of heterogeneous Cosserat media, International Journal of Solids and Structures, **38**:4585-4608, 2001.
- [11.] Smyshlayaev, V.P., Fleck, N.A., Bounds and estimates for linear composites with strain gradient effects, Journal of the Mechanical nad Physics of Solids, **42**:1851-1882, 1994.
- [12.] Peerlings, R.H.J., Fleck, N.A., Numerical analysis of strain gradient effects in periodic media, Journal de Physique IV, **11**:153-160, 2001.
- [13.] <https://ajw-group.mit.edu/multiscale-modeling-clays>
- [14.] Lesičar, T., Tonković, Z., Metoda numeričkog modeliranja heterogenih materijala na mikrorazini primjenom rubnih uvjeta linearnih i periodičnih pomaka
- [15.] <https://skveranka.com/2016/02/29/brodosplit-laboratorij/>
- [16.] Programski paket CoreIDRAW X6.
- [17.] Programski paket AutoCAD Mechanical 2018.
- [18.] Predrag, Č., Mikroskopske snimke nodularnog lijeva
- [19.] <https://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=516>
- [20.] <https://www.makeitfrom.com/material-properties/Ductile-Nodular-Spheroidal-Cast-Iron>

Prilozi

1. CD – R disc