

# Numeričko optimiranje geometrije kolagena za 3D ispis

---

Škugor, Toni

Master's thesis / Diplomski rad

2018

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:672183>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-20**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Toni Škugor**

Zagreb, 2018 godina.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Igor Karšaj

Student:

Toni Škugor

Zagreb, 2018 godina.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru, prof. dr. sc. Igoru Karšaju na korisnim savjetima, objašnjenjima i strpljenju prilikom izrade ovog rada.

Također, velike zahvale dugujem i dr.sc. Mariji Smoljkić na ukazanoj pomoći, vremenu i strpljenju tijekom izrade diplomskog rada.

Posebno se zahvaljujem mojoj obitelji i djevojci Mirjani na podršci tijekom čitavog studiranja.

Toni Škugor



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje
Datum: 5 -07- 2018 Prilog
Klasa: 602-04/18-6/3
Ur. broj: 13-1705-18-258

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Toni Škugor** Mat. br.: 0035193022

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Numeričko optimiranje geometrije kolagena za 3D ispis**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Numerical shape optimization of collagen for 3D printing**

Opis zadatka:

Trodimenzijski modeli krvnih žila sve se više koriste prilikom planiranja kardiovaskularnih medicinskih tretmana. Daljnji napredak može se postići izradom spomenutog modela tehnikom 3D ispisa pritom vodeći računa o korištenim materijalima. Pravilnom kombinacijom različitih polimernih materijala moguće je postići ponašanje približno jednako fiziološkom ponašanju krvne žile. Mehaničko ponašanje krvne žile proizlazi iz njene biološke strukture te stoga ispisani materijal mora oponašati izrazito elastično ponašanje elastina te kruće ponašanje kolagenskih vlakana.

U okviru ovog diplomskog rada potrebno je napraviti numeričku simulaciju vlačno opterećene epruvete izrađene od dva polimerna materijala. Kako bi polimerni materijal realno opisivao ponašanje biološkog materijala potrebno je odrediti optimalni:

- udio krućega materijala u odnosu na mekši materijal,
- oblik ispisa krućeg materijala koji će opisati fiziološko ponašanje krvne žile,
- prijelaz između krućeg i mekšeg materijala u ispisanj epruveti (numerički).

Dodatne informacije i nacrti dostupni su prema potrebi.

U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
3. svibnja 2018.

Datum predaje rada:  
5. srpnja 2018.

Predviđeni datum obrane:  
11., 12. i 13. srpnja 2018.

Zadatak zadao:

Predsjednica Povjerenstva:

Izv.prof.dr.sc. Igor Karšaj

Prof. dr. sc. Tatjana Jurčević Lulić

## SAŽETAK

Ključne riječi: Metoda konačnih elemenata, arterije, aditivna proizvodnja, hiperelastičnost

Razvoj moderne medicine sve više se oslanja na primjenu inženjerskih znanja i istraživanje u području biomehanike. Upotreba numeričkih metoda, poput metode konačnih elemenata i računalne dinamike fluida te korištenje računalnih simulacija uvelike doprinosi napretku u istraživanju i razumijevanju ponašanja bioloških sustava. Tehnologija aditivne proizvodnje, poznatija kao 3D ispis, osigurava brzu izradu prototipnih modela te eksperimentalno ispitivanje i provjeru numeričkih modela.

Jedno od područja istraživanja biomehanike je krvožilni sustav te bolesti vezane uz njega. Sa stajališta mehaničkih svojstava, glavni konstituenti stijenke arterija su kolagenska vlakna i elastinska matrica. U ovom radu, njihova mehanička svojstva nastoje se oponašati upotrebom dva elastomerna materijala.

U radu je dan pregled utjecaja različitih parametara na geometriju, a posljedično i mehanička svojstva elastomernih materijala. Prikazan je postupak njihova optimiranja za izradu epruvete putem 3D ispisa. Također prikazana je i usporedba ponašanja elastomernih materijala sa stvarnom stijenkom arterije na primjeru cilindrične geometrije.

Za izradu CAD modela korišten je programski paket *Catia V5R20* dok su numeričke analize provedene u programskom paketu *Abaqus*.

## SUMMARY

Key words: Finite element method, arteries, additive manufacturing, hyperelasticity

Nowadays, development of modern medicine is enhanced with use of engineering knowledge and research in the field of biomechanics. Implementation of numerical methods, such as finite element method and computational fluid dynamics with computational simulations is of great contribution in the research processes and understanding of biological systems. Additive manufacturing, also called 3D printing, assures quick production of prototypes and their experimental testing and validation.

One of research areas in biomechanics is cardiovascular system and its diseases. From mechanical point of view, the most important constituents of arteries are collagen fibers and elastin matrix. In this thesis, their mechanical properties are being mimicked by using two elastomer materials.

This thesis contains overview of effects on mechanical properties caused by changing geometry of collagen fiber mimic. Process of optimization is carried out for design of uniaxial tension testing specimen with 3D printing technology. In addition, comparison between cylindrical geometry elastomer model and really artery wall is presented.

CAD models are created with software *Catia V5R20* and numerical analysis is carried out in *Abaqus* software.

**SADRŽAJ**

SAŽETAK.....	I
SUMMARY .....	II
POPIS SLIKA .....	IV
POPIS TABLICA.....	VI
POPIS OZNAKA .....	VII
1. Uvod.....	1
1.1. Krvožilni sustav.....	1
1.2. Struktura stijenke arterija .....	3
1.3. Aditivna proizvodnja.....	5
1.3.1. <i>PolyJet Matrix</i> tehnologija (PJM) i uređaj za 3D ispis .....	7
2. Teorijske osnove .....	10
2.1. Mehanika i kinematika kontinuuma .....	10
2.1.1. Tenzori deformiranosti i tenzori deformacije .....	13
2.1.2. Tenzori naprezanja .....	14
2.2. Hiperelastični materijalni model .....	16
3. Metoda konačnih elemenata .....	18
3.1. Korišteni konačni elementi.....	19
4. Validacija modela konačnih elemenata.....	21
4.1. Primjer vlačnog opterećenja štapa.....	21
4.1.1. Analitičko rješenje .....	22
4.1.2. Rješavanje metodom konačnih elemenata.....	24
5. Jednoosno vlačno ispitivanje ravninske zavojnice .....	29
5.1. Postavke numeričke analize .....	30
5.2. Optimiranje promjera poprečnog presjeka ravninske zavojnice .....	34
5.3. Optimiranje frekvencije ravninske zavojnice.....	37
5.4. Optimiranje amplitude ravninske zavojnice.....	39
6. Jednoosni vlačni test epruvete s dva materijala .....	43
6.1. Numerička analiza epruvete s jednim materijalom .....	43
6.2. Numerička analiza epruvete s dva materijala.....	45
6.3. Analiza modela epruvete s dva materijala korištenjem različitih funkcija zavojnice ...	51
6.4. Aproksimacija prosječnog naprezanja poprečnog presjeka epruvete.....	53
7. Numerička analiza cilindričnog modela .....	57
8. Zaključak.....	62
LITERATURA.....	63



**POPIS SLIKA**

Slika 1 – Shematski prikaz srca i krvotoka [5].....	2
Slika 2 – Prikaz arterija u ljudskom tijelu [6] .....	3
Slika 3 – Ovisnost naprezanja i produljenja za različite vene i arterije [8].....	4
Slika 4 – Shematski prikaz slojevite strukture stijenke arterije.....	5
Slika 5 – Različite upotrebe 3D ispisa u medicini [11], [12], [13] .....	6
Slika 6 – 3D printer <i>Connex Objet350</i> [15] .....	7
Slika 7 – Ovisnost naprezanja o istezanju za dva korištena materijala .....	9
Slika 8 – Deformiranje tijela iz referentne u trenutnu konfiguraciju .....	10
Slika 9 – Heksaedarski konačni element prvog reda.....	19
Slika 10 – Tetraedarski konačni element drugog reda .....	20
Slika 11 – Jednoosno razvlačenje hiperelastičnog štapa .....	21
Slika 12 – Definiranje hiperelastičnog NeoHooke materijala .....	25
Slika 13 – Podjela geometrije štapa s ciljem izrade kvalitetne mreže .....	25
Slika 14 – Mreža s 1600 heksaedarskih konačnih elemenata .....	26
Slika 15 – Ograničenje pomaka u smjeru osi $z$ .....	26
Slika 16 – Postavljanje pomaka u iznosu 2 mm u smjeru osi $z$ .....	27
Slika 17 – Ograničenje pomaka u smjeru osi $x$ i $y$ .....	27
Slika 18 – Mreža s 1561 tetraedarskim konačnim elementom.....	28
Slika 19 – Dimenzije epruvete za ispitivanje .....	29
Slika 20 – Početna geometrija zavojnice $y=\cos(x)$ uz promjer poprečnog presjeka $D=1,5$ mm .....	30
Slika 21 – Rubni uvjet simetrije s obzirom na os $y$ .....	31
Slika 22 – Rubni uvjet simetrije s obzirom na os $x$ .....	31
Slika 23 – Rubni uvjet pomaka $u$ .....	32
Slika 24 – Mreža s 13500 konačnih elemenata .....	33
Slika 25 – Detalj raspodjele konačnih elemenata po poprečnom presjeku .....	33
Slika 26 – Raspodjela naprezanja $\sigma_1$ za zavojnicu s promjerom $D_1=1,5$ mm .....	34
Slika 27 – Ovisnost naprezanja o promjeru poprečnog presjeka .....	35
Slika 28 – Raspodjela naprezanja po poprečnom presjeku ravninske zavojnice $D_4$ .....	36
Slika 29 – Promjena naprezanja $\sigma_x$ po horizontalnoj osi poprečnog presjeka.....	37
Slika 30 – Ovisnost naprezanja u srednjem čvoru $\sigma_{x\ sr}$ o faktoru produljenja $\lambda_x$ uz različite frekvencije.....	38
Slika 31 – Ovisnost maksimalnog naprezanja $\sigma_{x\ max}$ o faktoru produljenja $\lambda_x$ .....	39
Slika 32 – Ovisnost naprezanja u srednjem čvoru $\sigma_{x\ sr}$ o faktoru produljenja $\lambda_x$ uz različite amplitude.....	40

Slika 33 – Ovisnost maksimalnog naprezanja $\sigma_{x \max}$ o faktoru produljenja $\lambda_x$ uz različite amplitude.....	41
Slika 34 – Prikaz ovisnosti naprezanja o faktoru produljenja uz 117 inkremenata .....	42
Slika 35 – Proračunski model epruvete s jednim materijalom.....	43
Slika 36 – Usporedni prikaz heksaedarske i tetraedarske mreže konačnih elemenata za epruvetu s jednim materijalom.....	44
Slika 37 – Prikaz deformiranog i nedeformiranog oblika epruvete s jednim materijalom .....	44
Slika 38 – Ovisnost naprezanja $\sigma_z$ epruvete s jednim materijalom o faktoru produljenja $\lambda_z$ ....	45
Slika 39 – Shematski prikaz segmenta poprečnog presjeka epruvete s dva materijala.....	45
Slika 40 – CAD modeli zavojnice i matrice za numeričku analizu.....	46
Slika 41 – <i>Master</i> površine na matrici .....	46
Slika 42 – Ukupna mreža konačnih elemenata za model 1 .....	47
Slika 43 – Detalj diskretizacije početka zavojnice.....	47
Slika 44 – Detalj mreže konačnih elemenata na granici modela.....	48
Slika 45 – Raspodjela Cauchyevog naprezanja $\sigma_x$ na deformiranom obliku za model 1.....	48
Slika 46 – Raspodjela ekvivalentnih naprezanja prema von Misesu na početku zavojnice.....	49
Slika 47 – Raspodjela Cauchyevog naprezanja $\sigma_x$ na karakterističnom presjeku epruvete .....	50
Slika 48 – Ovisnost Cauchyevog naprezanja $\sigma_x$ o faktoru produljenja $\lambda_x$ za model 1 .....	50
Slika 49 – Ovisnost Cauchyevog naprezanja $\sigma_x$ o faktoru produljenja $\lambda_x$ za model 2.....	52
Slika 50 - Ovisnost Cauchyevog naprezanja $\sigma_x$ o faktoru produljenja $\lambda_x$ za model 3.....	52
Slika 51 – Shematski prikaz slaganja zavojnica za koncept 1 .....	54
Slika 52 – Shematski prikaz slaganja zavojnica za koncept .....	55
Slika 53 – Usporedba aproksimiranog prosječnog naprezanja po poprečnom presjeku za koncepte 1 i 2 .....	56
Slika 54 – Shematski prikaz poprečnog presjeka modela cilindra.....	58
Slika 55 – Detalj mreže s 19992 konačnih elemenata prostorne zavojnice .....	58
Slika 56 – Mreža s 38661 konačnim elementom cilindrične matrice .....	59
Slika 57 – Rubni uvjeti cilindričnog modela.....	59
Slika 58 – Usporedba promjene unutarnjeg radijusa za arteriju i elastomerni model.....	60
Slika 59 – Usporedba promjene vanjskog radijusa za arteriju i elastomerni model .....	60
Slika 60 – Usporedba naprezanja elastomernog modela i stvarne arterije.....	61

**POPIS TABLICA**

Tablica 1 - Karakteristike uređaja za 3D ispis <i>Connex Objet350</i> .....	8
Tablica 2 – Mehanička svojstva korištenih materijala ispitanih jednoosnim vlačnim testom ...	8
Tablica 3 – Usporedba analitičkog rješenja i rješenja metodom konačnih elemenata .....	28
Tablica 4 - Modeli i dimenzije pri optimiranju poprečnog presjeka .....	34
Tablica 5 - Prikaz vrijednosti naprezanja za različite promjere .....	36
Tablica 6 - Podaci za modele s funkcijama različite frekvencije .....	38
Tablica 7 - Podaci za modele s funkcijama različite amplitude .....	40
Tablica 8 - Podaci proračunskih modela epruvete s jednim materijalom .....	44
Tablica 9 - Značajke modela 1 .....	48
Tablica 10 – Karakteristike modela 2 .....	51
Tablica 11 - Značajke modela 3 .....	51
Tablica 12 – Izračunate vrijednosti za dva različita koncepta.....	55
Tablica 13 - Prikaz podataka dobivenih pomoću [23] .....	57
Tablica 14 – Karakteristike geometrije prostorne zavojnice.....	57

**POPIS OZNAKA**

$A_1$	površina poprečnog presjeka materijala 1
$A_2$	površina poprečnog presjeka materijala 2
$A_{uk}$	ukupna površina poprečnog presjeka
$\mathbf{b}$	lijevi Cauchy – Green tenzor deformiranosti
$\mathbf{C}$	desni Cauchy – Green tenzor deformiranosti
$C_1$	materijalna konstanta u NeoHooke i Money – Rivlin materijalnom modelu
$C_2$	Materijalna konstanta u Money – Rivlin materijalnom modelu
$D$	promjer poprečnog presjeka
$\mathbf{e}$	Eulerov tenzor deformacije
$\mathbf{E}$	Lagrangeove tenzor deformacije
$\mathbf{F}$	tenzor gradijenta deformiranja
$f_1$	faktor udjela materijala 1
$f_2$	faktor udjel materijala 2
$\mathbf{I}$	jedinična matrica
$J$	Jakobijan
$\mathbf{K}$	globalna matrica krutosti konačnih elemenata
$\mathbf{K}_{eu}$	elastična matrica krutosti
$\mathbf{K}_T(\bar{\mathbf{V}})$	tangencijalna matrica krutosti
$\mathbf{K}_\sigma$	matrica početnih naprezanja
$l_0$	početna duljina
$l_k$	konačna duljina
$p$	hidrostatski tlak
$\mathbf{P}$	prvi Piola – Kirchoffov tenzor naprezanja
$\mathbf{R}$	tenzor zakreta

$\mathbf{R}_e$	vektor vanjskih sila
$\mathbf{R}_i(\bar{\mathbf{V}})$	vektor unutarnjih sila
$\mathbf{S}$	drugi Piola – Kirchoffov tenzor naprezanja
$\mathbf{U}$	desni tenzor izduženja
$\mathbf{V}$	lijevi tenzor izduženja
$W$	funkcija energije deformiranja
$\lambda$	faktor produljenja
$\lambda_x$	faktor produljenja u smjeru osi $x$
$\boldsymbol{\sigma}$	Cauchyev tenzor naprezanja
$\sigma_{an}$	Cauchyovo naprezanje određeno analitički
$\sigma_{hex}$	Cauchyovo naprezanje određeno heksaedarskim konačnim elementima
$\sigma_{sr}$	Cauchyovo naprezanje za srednji čvor poprečnog presjeka
$\sigma_{tet}$	Cauchyovo naprezanje određeno tetraedarskim konačnim elementima
$\sigma_x$	Cauchyovo naprezanje u smjeru osi $x$
$\sigma_{x \max}$	maksimalno Cauchyovo naprezanje u smjeru osi $x$
$\sigma_{x sr}$	prosječno Cauchyovo naprezanje u smjeru osi $x$

## 1. Uvod

Biomehanika je interdisciplinarna grana znanosti koja se bavi proučavanjem strukture i fizikalnih svojstava bioloških sustava. Područje biomehanike obuhvaća istraživanja od razine stanica preko tkiva, organa i organskih sustava sve do čitavih organizama [1].

Principi biomehanike počivaju na primjeni klasičnih inženjerskih znanja iz područja poput mehanike, dinamike, čvrstoće, analize mehanizama, mehanike fluida i ostalih područja na ponašanje bioloških sustava. Istraživanjima u području biomehanike dolazi do napretka moderne medicine te se putem inženjerskih znanja dolazi do generalno boljeg razumijevanja ponašanja bioloških sustava i paralelnog razvoja novih principa prilikom dijagnosticiranja i liječenja. U usporedbi s mehaničkim sustavima, biološki sustavi su znatno kompleksniji te je za njihovo razumijevanje neophodna upotreba numeričkih metoda i računalnih simulacija. Korištenje metode konačnih elemenata (*eng.* FEM – finite element method) i računalne dinamike fluida (*eng.* CFD – computational fluid dynamics) znatno olakšava i ubrzava procese razvoja u biomehanici. Pomoću računalnih simulacija moguće je ispitati veći broj različitih modela i odabrati onaj koji najbolje zadovoljava zadane kriterije te zatim eksperimentalnim ispitivanjem validirati rezultate numeričkih simulacija.

Jedno od brojnih područja primjene biomehanike je u istraživanju krvožilnog sustava gdje se nastoji objasniti interakcija između krvi, fluida, i krvnih žila različite biološke strukture, a time i različitih mehaničkih svojstava. Napredak razvoja različitih modela pospješuje i sve zastupljenija tehnologija 3D ispisa koja omogućuje brzu izradu različitih prototipova s različitim svojstvima.

U okviru ovog rada predstavljen je postupak optimiranja različitih parametara materijala i geometrije 3D modela elastomernih materijala. Također, prikazan je utjecaj promjene parametara na mehanička svojstva prototipa ispisanog pomoću uređaja za 3D ispis. Proveden je niz računalnih simulacija, koristeći metodu konačnih elemenata, kako bi se ispitalo mehanička svojstva te je dan sistematiziran pregled rezultata.

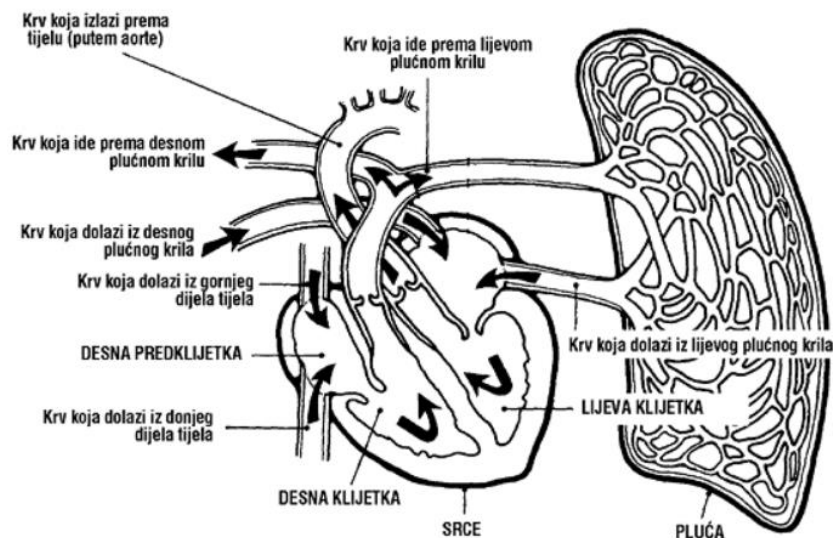
### 1.1. Krvožilni sustav

Krvožilni sustav (kardiovaskularni sustav) je sustav organa čija je glavna funkcija cirkuliranje krvi te posljedično prijenos hranjivih tvari i kisika do stanica te odvođenje ugljikovog dioksida iz stanica [2]. Uz svoju glavnu funkciju, krvožilni sustav, osigurava opskrbu svih dijelova tijela

potrebnim elektrolitima i hormonima, stabilnost tjelesne temperature i pH vrijednosti u tijelu te generalno nastoji održati stanje homeostaze.

Glavni dijelovi krvožilnog sustava su srce, krv i krvne žile. Pokretač krvožilnog sustava je srce, mišićni organ koji svojom kontrakcijom potiskuje krv kroz krvotok. Srce je podijeljeno na četiri dijela, po dvije klijetke i dvije pretklijetke koje se često grupiraju kao desna klijetka i pretklijetka te lijeva klijetka i pretklijetka. Klijetka i pretklijetka međusobno su odvojene srčanim zaliscima koji imaju ulogu ventila, po potrebi propuštaju krv te osiguravaju njen jednosmjernan protok.

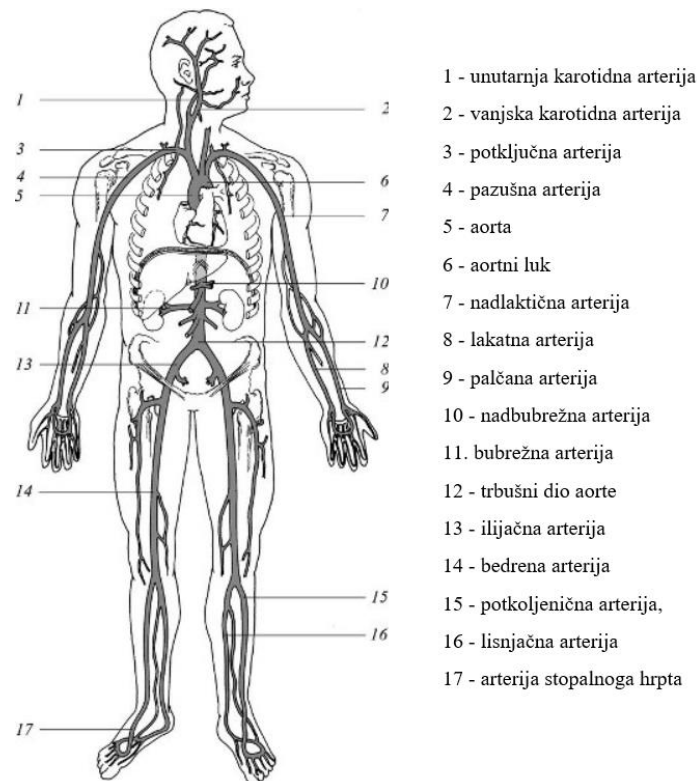
Krv je tjelesna tekućina kojom se do svih stanica u tijelu prenose neophodni nutrijenti i kisik te odvođe ugljikov dioksid i štetne tvari [3]. U tijelu odrasle osobe, prosječno se nalazi oko 5 litara krvi koja neprestano cirkulira kroz krvotok. Kod čovjeka se krvotok može podijeliti na dva glavna dijela. Mali krvotok ili plućni krvotok u kojem se krv odvodi iz desne klijetke do pluća gdje dolazi do otpuštanja ugljikovog dioksida i obogaćivanja krvi kisikom. Veliki krvotok ili sistemski krvotok počinje na izlazu iz lijeve klijetke s glavnom arterijom, aortom. Aorta se grana na arterije te odvodi krv bogatu kisikom do svih dijelova tijela [4].



Slika 1 – Shematski prikaz srca i krvotoka [5]

Krvne žile dijele se na arterije, vene i kapilare. Kapilare su najmanje krvne žile, prosječne veličine 5 do 10  $\mu\text{m}$ , čija je uloga izmjena tvari između krvi i stanica u tijelu. Vene, odvođe krv siromašnu kisikom iz tijela prema srcu gdje se prolaskom kroz plućni krvotok krv ponovo obogaćuje kisikom.

Arterije su krvne žile, koje krv bogatu kisikom iz srca odvođe u ostatak tijela. Krv u arterije dolazi kontrakcijama srca. Sistola je dio srčanog ciklusa u kojem se srčane klijetke stežu pri čemu dolazi do povećanja tlaka pa krv iz lijeve klijetke dolazi u aortu. U području luka aorte dolazi do grananja na brahiocefalično deblo, lijevu zajedničku karotidnu arteriju i lijevu potključnu arteriju. Brahiocefalično deblo se dalje dijeli na desnu zajedničku karotidnu arteriju i desnu potključnu arteriju. Uloga potključnih arterija je dovođenje krvi u gornje ekstremitete. Zajedničke karotidne arterije dijele se na unutarnju, koja krvlju opskrbljuje najveći dio mozga, i vanjsku koja dovodi krv u vratne organe, lice, nosnu i usnu šupljine, ždrijelo i grkljan [6]. U prsnom dijelu aorte (torakalna aorta) dolazi do grananja za organe prsne šupljine dok se u predjelu trbušne (abdominalne) aorte vrši odvajanje arterija za organe trbušne šupljine poput želuca, gušterače, slezene itd. Nakon područja abdomena slijedi grananje na ilijačne arterije čijom se daljnjom podjelom odvođi krv u donje ekstremitete.



Slika 2 – Prikaz arterija u ljudskom tijelu [6]

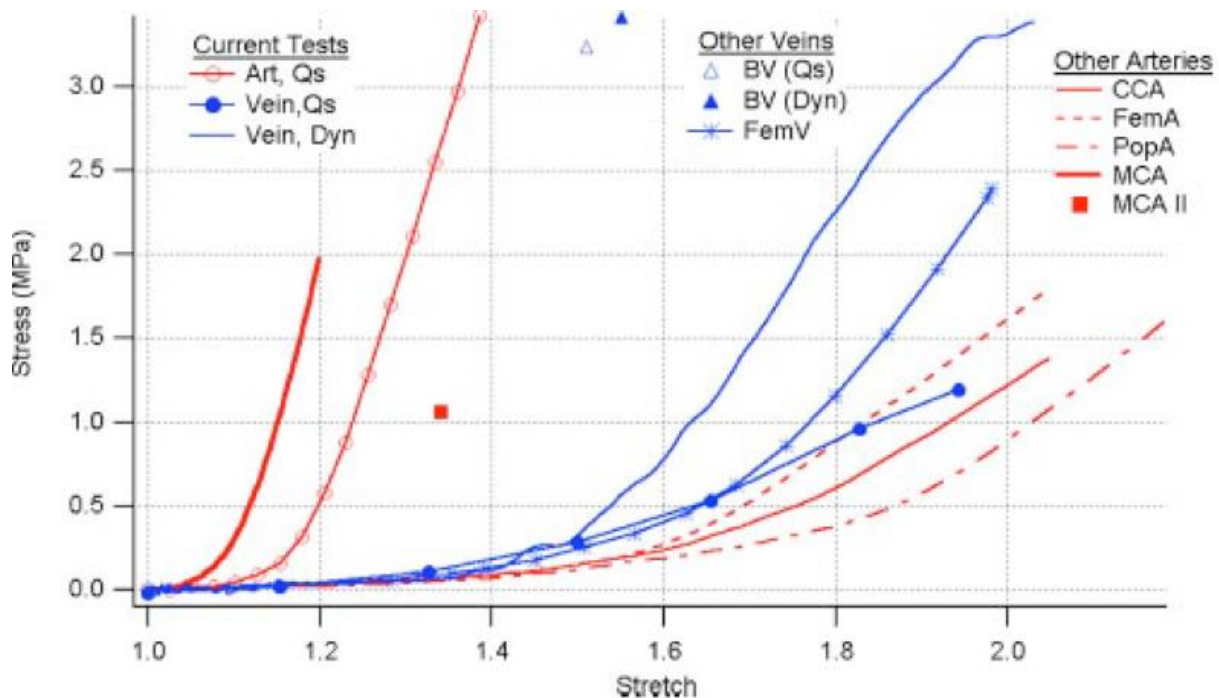
## 1.2. Struktura stijenke arterija

Struktura stijenke arterija može se podijeliti u tri karakteristična sloja: intimu (unutarnji sloj), mediju (srednji sloj) i adventiciju (vanjski sloj). Najznačajniji konstituenti od kojih je izgrađena stijenka arterije su kolagen, elastin i glatke mišićne stanice. Njihov udio se razlikuje u svakome



od slojeva te utječe na krutost stijenke. Također, udio konstituenata se razlikuje između pojedinih arterija što rezultira različitim krutostima. Generalno, arterije se mogu podijeliti na elastične arterije koje uključuju aortu, zajedničke karotidne arterije, ilijačne arterije i glavnu plućnu arteriju te mišićne arterije poput bedrene i bubrežne arterije [7]

Slikom 3 prikazana je ovisnost naprezanja o produljenju za različite arterije i vene. Crvenom bojom označene su krivulje koje prikazuju ponašanje zajedničke karotidne arterije (CCA), bedrene arterije (FemA), zakoljene arterije (PopA) i središnje moždane arterije (MCA). Iz slike 3 primjetna je razlika umehaničkim svojstvima između mišićnih i elastičnih arterija.

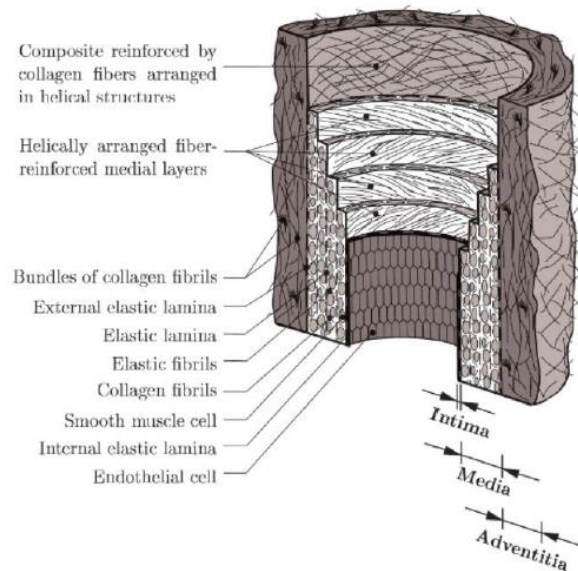


Slika 3 – Ovisnost naprezanja i produljenja za različite vene i arterije [8]

Intima, unutarnji sloj stijenke arterije uglavnom se sastoji od endotelnih stanica koje odvajaju stijenku arterije od krvi i podendotelno sloja. Uloga endotelnih stanica je kontrola izmjene tvari između krvi i stijenke aorte. Zbog svoje mikrostrukture endotelni sloj nema značajan utjecaj na mehaničko ponašanje arterija. Podendotelni sloj većinski se sastoji od kolagenskih vlakana u obliku mreže. Njegova u primarna uloga je pružanje strukturalne podrške endotelnim stanicama, ali manjim dijelom doprinosi krutosti stijenke arterije.

Medija predstavlja srednji sloj stijenke arterije koji je odvojen od intime i adventicije elastičnom opnom. Struktura medije se sastoji od glatkih mišićnih stanica umreženih u matricu elastina i kolagenskih vlakana. Ovisno o tipu arterije mijenja se i debljina elastičnog sloja što rezultira različitim mehaničkim svojstvima.

Adventicija se većinski sastoji od guste mreže kolagenskih vlakana položenih u aksijalnom smjeru koji značajno pridodaju krutosti stijenke. Uz kolagenska vlakna u adventiciji se još nalaze fibroblasti, fibrociti te živčane stanice, ali njihov utjecaj na mehanička svojstva stijenke arterije je zanemariv.



Slika 4 – Shematski prikaz slojevite strukture stijenke arterije

Iz biološke strukture stijenke arterije vidljivo je da se radi o heterogenoj strukturi koju karakterizira nelinearna elastičnosti i nestlačivost. Među konstituentima stijenke aorte najveći utjecaj na mehanička svojstva prema [7] imaju kolagen i elastin. U radu Wanga i suradnika [9] prikazano je modeliranje stijenke aorte korištenjem dva elastomerna materijala kojima se nastoji prikazati mehanička svojstva kolagena i elastina.

### 1.3. Aditivna proizvodnja

Aditivna proizvodnja, poznata i pod nazivom 3D ispis (eng. *3D printing*) zajednički je naziv za skup proizvodnih tehnologija koje se baziraju na dodavanju slojeva materijala kako bi se izradio trodimenzionalni proizvod. Proces aditivne proizvodnje se razlikuju od konvencionalnih procesa u industrijskoj proizvodnji, koji se većinom baziraju na uklanjanju materijala, što omogućuje izradu proizvoda zahtjevnih i složenih oblika te prilagodbu na specifične slučajeve izrade. Osnova za izradu proizvoda putem aditivne proizvodnje je CAD (eng. Computer aided design) model u obliku STL datoteke iz kojeg se prikupljaju potrebni podaci o geometriji proizvoda.

Iako relativno nova tehnologija, aditivna proizvodnja našla je svoju primjenu u različitim granama industrije i znanosti. Razvojem tehnologije omogućena je primjena sve šireg spektra materijala uključujući različite metale u obliku prašaka te širok spektar polimernih materijala. Unutar strojarstva i industrijske proizvodnje, aditivna proizvodnja se koristi za izradu prototipova (*eng.* rapid prototyping) koji omogućavaju vizualizaciju modela u različitim fazama razvoja ili pak izradu konstrukcija kompleksne geometrije koji nije moguće izraditi konvencionalnim proizvodnim postupcima. Također se koristi i u alatničarstvu tj. brzom izradi alata (*eng.* rapid tooling) pri izradi kalupa za alate i izradu gotovih alata.

Karakteristike aditivne proizvodnje čine ovu tehnologiju pogodnom za široku upotrebu u medicini jer omogućuju relativno nisku cijenu izrade pojedinačnih modela prilagođenih pacijentu. Samo jedna od primjena su izrada specifičnih tkiva, poput tkiva kostiju i replika tkiva [10]. Tehnologijom aditivne proizvodnje moguća je i izrada gotovih proizvoda (*eng.* direct digital manufacturing) poput zubi, umjetnih udova (proteza), implantanata, ortopedskih pomagala, stentova i prenosnica. Slikom 5 prikazane su neke od mogućnosti upotrebe aditivne proizvodnje unutar područja medicine.



Slika 5 – Različite upotrebe 3D ispisa u medicini [11], [12], [13]

Unutar aditivne proizvodnje postoji niz tehnologija koje omogućuju izradu modela različitih svojstava. Odgovarajuću primjenu određene tehnologije s obzirom na potrebna svojstva izrađenog modela opisali su u znanstvenom članku Garcia i suradnici [14]. Kao četiri glavne tehnologije aditivne proizvodnje za primjenu u medicini koriste se *Stereolithography*, *Digital Light processing*, *Fused Deposition Modeling* i *PolyJet Matrix*.

### 1.3.1. *PolyJet Matrix* tehnologija (PJM) i uređaj za 3D ispis

*PolyJet Matrix* tehnologija bazira se na raspršivanju sitnih kapljica polimera u tankim slojevima nakon čega sloj dolazi pod UV svjetlost čijim utjecajem dolazi do njegova skrućivanja. Zatim se postupak ponavlja, ponovno se nanosi novi sloj kapljica te slijedi njihovo skrućivanje. Takav postupak se ponavlja dok se ne izrade svi definirani slojevi.

Ključna prednost *PolyJet Matrix* tehnologije nad ostalim navedenim tehnologijama 3D ispisa je korištenje više materijala pri izradi modela. Takvim kombiniranjem različitih materijala moguće je utjecati na mehanička svojstva izrađenog modela što omogućuje veliku raznolikost pri dizajniranju modela. *PJM* tehnologijom mogu se nanositi veoma tanki slojevi što osigurava visoku preciznost izrađenog modela.

Uređaj koji je korišten pri izradi epruveta za jednoosni vlačni test je 3D printer *Connex Objet350* čiji je proizvođač tvrtka *Stratasys*.



Slika 6 – 3D printer *Connex Objet350* [15]

Njegove karakteristike preuzete od proizvođača [16] prikazane su u tablici 1.

Tablica 1 - Karakteristike uređaja za 3D ispis *Connex Obj350*

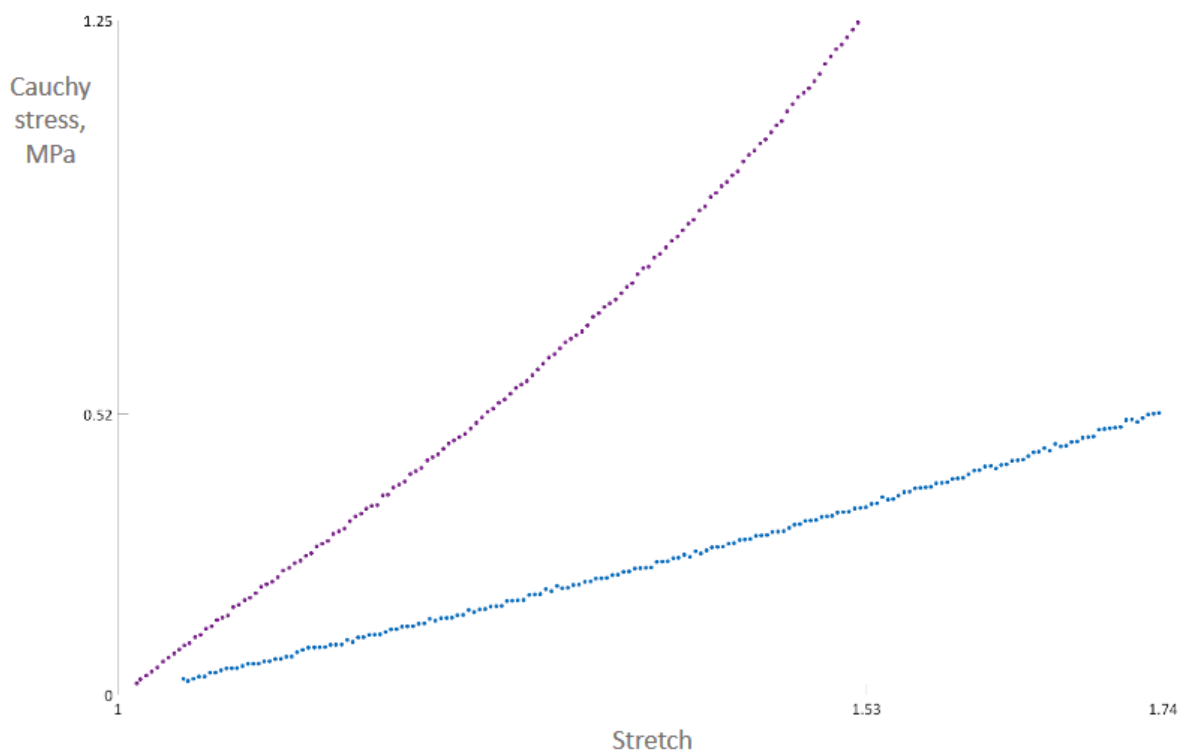
Maksimalne dimenzije komponente (duljina x širina x visina)	342 x 342 x 200mm
Minimalna debljina sloja	16 $\mu$ m
X i Y rezolucija	600 dpi (točaka po inču)
Z rezolucija	1600 dpi (točaka po inču)
Dimenzije uređaja	1420 x 1120 x 1130 mm
Broj glava za ispis	8

Dva su osnovna elastomerna materijala korištena u izradi epruveta za jednoosno vlačno ispitivanje koje prema proizvođaču nose ime *TangoBlackPlus FLX930* i *VeroWhitePlus RGD830*. Kombiniranjem navedenih materijala s različitim udjelima u smjesi moguće je dobiti novi materijal s novim mehaničkim svojstvima koja ovise o udjelu pojedinog materijala. Za korištenje u ovom radu bilo je isprintano više različitih kombinacija materijala no većinom su se u računalnim simulacijama pokazali prekrutima. Najmekša izrađena epruveta izrađena je od materijala *TangoBlackPlus FLX930*, koji u okviru ovog rada nosi naziv *materijal 1*. Druga korištena epruveta izrađena je kombinacijom *TangoBlackPlus FLX930* i *VeroWhitePlus RGD830* prema oznaci proizvođača DM9860 Shore te se u ovom radu naziva *materijal 2*. Prikaz svojstava ispitanih materijala dan je u tablici 2.

Tablica 2 – Mehanička svojstva korištenih materijala ispitanih jednoosnim vlačnim testom

Naziv materijala	NeoHooke materijalna konstanta $C_1$ [MPa]	Cauchyovo naprezanje $\sigma_{\max}$ [MPa]	Produljenje
materijal 1	0,10606	0,52	1,74
materijal 2	0,3593	1,25	1,53

Slikom 7 prikazane su krivulje naprezanje – istežanje za navedene materijale dobivene jednoosnim vlačnim ispitivanjem.



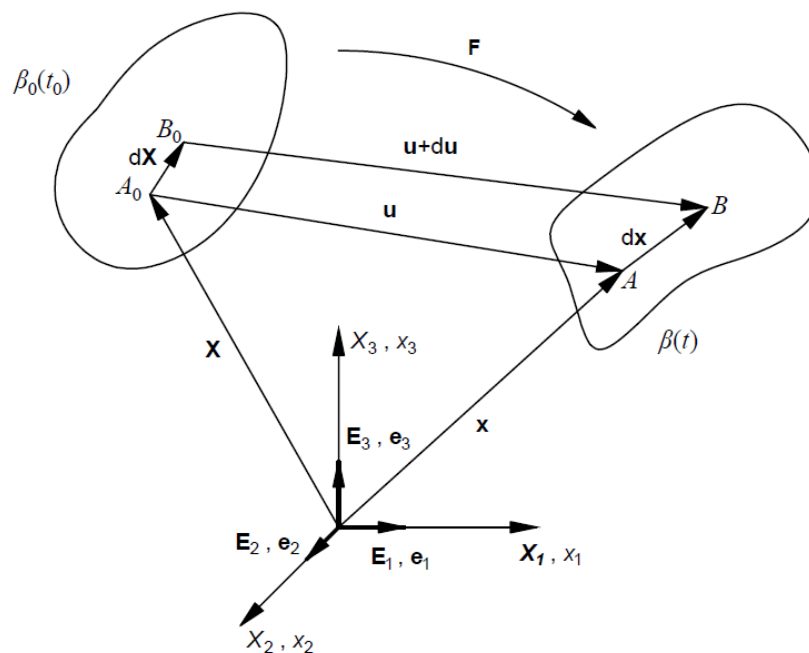
Slika 7 – Ovisnost naprezanja o istežanju za dva korištena materijala

## 2. Teorijske osnove

### 2.1. Mehanika i kinematika kontinuuma

Prema [17], kinematika je dio mehanike koji proučava gibanje tijela ne vodeći računa o uzrocima gibanja tj. silama. Materijalno tijelo dio je prostora, kontinuuma koje ima volumen te je omeđen plohom koja ga odvaja od ostatka kontinuuma i u potpunosti je ispunjeno materijom koja mu daje masu. Materijalno tijelo sastoji se od čestica, infinitezimalno malih elemenata čije su karakteristike obujam  $dV$  i masa  $dm$ .

Uslijed djelovanja opterećenja na tijelo, dolazi do njegova gibanja te promjene položaja i oblika. Kako bi se takvo gibanje u određenom trenutku  $t$  moglo opisati potrebno je pratiti njegovu konfiguraciju  $\beta(t)$  u odnosu na početnu konfiguraciju  $\beta_0(t_0)$  u trenutku  $t_0$ . Pri tome je položaj svake čestice unutar tijela opisan s tri koordinate. Takav pristup naziva se Lagrangeovim opisom gibanja. Slikom 8 prikazan je proces deformiranja nekog materijalnog tijela.



Slika 8 – Deformiranje tijela iz referentne u trenutnu konfiguraciju

Prilikom razmatranja krutih deformabilnih tijela kao početna odnosno referentna konfiguracija uzima se njegov prirodni, nedeformirani oblik u takozvanim materijalnim koordinatama. Početni vektor položaja neke čestice unutar tijela definiran je pomoću tri koordinate  $X_1$ ,  $X_2$  i  $X_3$ ,

u referentom ili materijalnom koordinatnom sustavu, s jediničnim vektorima  $E_1$ ,  $E_2$  i  $E_3$ , te se odnosi na početni trenutak  $t_0$ .

Deformiranjem, čestica prelazi u novi položaj definiran vektorom položaja  $\mathbf{x}$  koji je funkcija vremena i početnog vektora položaja te se zapisuje prema izrazu:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t). \quad (2.1)$$

Gornji izraz može se zapisati i u indeksnom zapisu, pri čemu vrijedi  $i=1,2,3$ .

$$x_i = x(X_i, t). \quad (2.2)$$

Iz slike 8 lako je uočljivo da se vektor pomak  $\mathbf{u}$  može definirati kao:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{x} - \mathbf{X} \\ \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) &= \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{X}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Veza između elementarne dužine u referentnoj konfiguraciji  $d\mathbf{X}$  i elementarne dužine u trenutnoj konfiguraciji  $d\mathbf{x}$  zapisuje se kao:

$$\begin{aligned} d\mathbf{x} &= \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} d\mathbf{X} \\ d\mathbf{x} &= \mathbf{F} d\mathbf{X}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

U prethodnom izrazu,  $\mathbf{F}$  predstavlja gradijent deformiranja koji se može zapisati u indeksnom i dijadnom zapisu:

$$\begin{aligned} F_{ij} &= \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \\ \mathbf{F} &= x_{i,j} e_i \otimes E_j = F_{ij} e_i \otimes E_j. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Kad se prethodni vektor raspiše po indeksima  $i=1,2,3$  te  $j=1,2,3$  dobije se:



$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Jedna od bitnih karakteristika tenzora deformiranja  $\mathbf{F}$ , je da se može odrediti njegov inverzni tenzor  $\mathbf{F}^{-1}$  koji omogućuje definiranje referentne konfiguracije uz poznatu trenutnu konfiguraciju te prema tome slijedi svojstvo gradijenta deformiranja:

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^{-1} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{F} = \mathbf{I}, \quad (2.7)$$

gdje  $\mathbf{I}$  označava jediničnu matricu dimenzija 3 x 3.

Prema Cauchyevom teoremu, tenzori drugog reda mogu se podijeliti na simetrični i ortogonalni dio putem polarne dekompozicije pa tako za gradijent deformiranja vrijedi:

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} \quad \text{i} \\ \mathbf{F} &= \mathbf{V} \cdot \mathbf{R}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

U prethodnom izrazu  $\mathbf{R}$  označava tenzor zakreta čije je svojstvo ortogonalnost te je njegov dijadni zapis:

$$\mathbf{R} = R_{ij} e_i \otimes E_j. \quad (2.9)$$

Preostala dva člana iz izraza 2.8 su  $\mathbf{U}$  – desni tenzor izduženja i  $\mathbf{V}$  – lijevi tenzor izduženja. Oba tenzora karakterizira svojstvo simetričnosti. Desni tenzor izduženja  $\mathbf{U}$  odnosi se na referentnu konfiguraciju dok se lijevi tenzor izduženja  $\mathbf{V}$  odnosi na trenutnu konfiguraciju. Njihovi dijadni zapisi su:

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= U_{ij} E_i \otimes E_j, \\ \mathbf{V} &= V_{ij} e_i \otimes e_j \end{aligned} \quad (2.10)$$

Gradijent deformiranja  $\mathbf{F}$  i njegov inverzni tenzor  $\mathbf{F}^{-1}$  su dvostruki tenzori (*eng.* two point tensor) što znači da se istovremeno odnose na trenutnu i referentnu konfiguraciju što ih čini nepraktičnima za upotrebu. Iz tog razloga uvode se tenzori deformiranosti i tenzori deformacije.

### 2.1.1. Tenzori deformiranosti i tenzori deformacije

Zbog prethodno opisanog problema gradijenta deformiranja  $\mathbf{F}$ , uvode se desni Cauchy – Greenov tenzor deformiranosti  $\mathbf{C}$  i lijevi Cauchy – Greenov tenzor deformiranosti  $\mathbf{b}$ . Oba tenzora deformiranosti dobiju se izvodom iz kvadrata elementarne duljine u referentnoj i trenutnoj konfiguraciji, prikazanima na slici 8. Desni Cauchy – Greenov tenzor deformiranosti odnosi se na referentnu konfiguraciju te se može zapisati kao:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \quad (2.11)$$

Ukoliko se izraz 2.11 raspiše pomoću izraza 2.8, slijedi:

$$\mathbf{C} = (\mathbf{R} \cdot \mathbf{U})^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} \quad (2.12)$$

Zbog svojstva ortogonalnosti tenzora zakreta vrijedi da je  $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}$  dok zbog svojstva simetričnosti desnog tenzora izduženja vrijedi da je  $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{U}^2$  pa se u konačnici može zapisati jednakost:

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}^2 \quad (2.13)$$

Lijevi Cauchy – Greenov tenzor deformiranosti odnosi se na trenutnu konfiguraciju te je definiran kao:

$$\mathbf{b} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T \quad (2.14)$$

Analognim postupkom kao i kod desnog Cauchy – Greenovog tenzora deformiranosti dolazi se do jednakosti:

$$\mathbf{b} = \mathbf{V}^2 \quad (2.15)$$

Tenzori deformacije izvode se iz razlike kvadrata elementarnih duljina u referentnoj i trenutnoj konfiguraciji. Lagrangeov tenzor deformacije definiran je kao:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (2.16)$$

dok je Eulerov tenzor deformacije definiran kao:

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}) \quad (2.17)$$

Za razliku od tenzora malih deformacija  $\boldsymbol{\varepsilon}$  opisanog i korištenog u nauci o čvrstoći, Lagrangeov i Eulerov tenzor deformacija mogu opisati ponašanje tijela pri kojem dolazi do velikih pomaka i deformacija.

### 2.1.2. Tenzori naprezanja

Površinska i volumenska opterećenja koja djeluju na tijelo uzrokuju pojavu naprezanja koja se opisuju pomoću tenzora naprezanja. Najčešće je u upotrebi Cauchyev tenzor naprezanja  $\boldsymbol{\sigma}$  koji raspisan po komponentama glasi:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

odnosno, u skraćenom dijadnom zapisu:

$$\boldsymbol{\sigma} = \sigma_{ab} \mathbf{e}_a \otimes \mathbf{e}_b. \quad (2.19)$$

Cauchyev tenzor naprezanja  $\boldsymbol{\sigma}$  je simetričan tenzor koji se odnosi na trenutnu konfiguraciju. Prikazuje stvarno naprezanje jer u obzir uzima trenutnu površinu poprečnog presjeka te je zbog toga pogodan za korištenje pri eksperimentalnom ispitivanju poput vlačnog testa u kojem se mjeri sila i poprečni presjek.

Prvi Piola – Kirchoffov tenzor naprezanja  $\mathbf{P}$  ima dvojnu konfiguraciju što znači da se odnosi na opterećenje u trenutnoj konfiguraciji i površinu u referentnoj konfiguraciji te se u dijadnom zapisu prikazuje kao:

$$\mathbf{P} = P_{Ab} \mathbf{E}_a \otimes \mathbf{e}_b. \quad (2.20)$$

S Cauchyevim tenzorom naprezanja povezan je izrazom:

$$\mathbf{P} = \mathbf{J}\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}, \quad (2.21)$$

pri čemu  $J$  predstavlja skalarnu veličinu, Jakobijan definiranu kao:

$$J = \frac{dV}{dV_0} = \det \mathbf{F}. \quad (2.22)$$

Prvi Piola – Kirchoffov tenzor naprezanja predstavlja stvarno opterećenje po početnoj površini što omogućuje njegovu široku primjenu pri eksperimentalnom ispitivanju. Nedostatak ovog tenzora naprezanja je što nije simetričan te se ne može povezati s tenzorom deformacije u konstitutivnim jednadžbama pa je time nepogodan za numeričke proračune.

Drugi Piola – Kirchoffov tenzor naprezanja  $\mathbf{S}$  ispravlja nedostatak prvog Piola – Kirchoffovog tenzora naprezanja tako da se definira u referentnoj konfiguraciji što rezultira njegovom simetričnošću. Drugi Piola – Kirchoff tenzor naprezanja u dijadnom zapisu glasi:

$$\mathbf{S} = S_{Ab} \mathbf{E}_a \otimes \mathbf{E}_b. \quad (2.23)$$

Veza između prvog i drugog Piola – Kirchoff tenzora naprezanja prikazana je kao:

$$\mathbf{S} = \mathbf{P}\mathbf{F}^{-T}, \quad (2.24)$$

a kad se uvrsti izraz 2.21 dobije se veza s Cauchyevim tenzorom naprezanja:

$$\mathbf{S} = \mathbf{J}\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T}. \quad (2.25)$$

Tenzor naprezanja  $\boldsymbol{\sigma}$  može se rastaviti na sferno i devijatorsko naprezanje. Sferno dio naprezanja predstavlja hidrostatski tlak te utječe na promjenu obujma, ali ne i oblika. Izraz kojim se definira sferno naprezanje glasi:

$$\boldsymbol{\sigma}_s = \frac{\sigma_{ii}}{3} \cdot \mathbf{I} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} \cdot \mathbf{I}. \quad (2.26)$$

Devijatorski dio naprezanja utječe na deformiranje tijela te se izračunava putem izraza:

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{dev}} = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_s. \quad (2.27)$$

## 2.2. Hiperelastični materijalni model

Hiperelastični materijalni model opisuje materijale koji se ponašaju elastično prilikom pojave velikih deformacija [18]. Ovaj materijalni model koristi se ponajprije za opisivanje ponašanja elastomera i bioloških mekih tkiva. Unatoč elastičnosti materijala, ovisnost napreznja o deformaciji je izrazito nelinearna. Budući da svojstva ovakvih materijala uvelike ovise o temperaturi hiperelastični materijalni model vrijedi samo pri izotermnim i adijabatskim procesima deformiranja.

Ponašanje hiperelastičnih materijala opisuje se pomoću funkcije energije deformiranja  $W$  (eng. strain energy function) koja je funkcija desnog Cauchyevog tenzora deformiranosti  $W=W(\mathbf{C})$ . Cauchyev tenzor napreznja izražen preko funkcije energije deformiranja glasi:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{2}{J} \mathbf{F} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} \mathbf{F}^T. \quad (2.28)$$

Općenito, realno ponašanje bioloških mekih tkiva i elastomera je nestlačivo što znači da prilikom deformiranja ne dolazi do promjene volumena pa vrijedi:

$$J = \det \mathbf{F} = 1. \quad (2.29)$$

U slučaju kad je tenzor gradijenta deformiranja  $\mathbf{F}$  simetričan vrijedi jednakost  $\mathbf{C}=\mathbf{b}$  pa se  $\boldsymbol{\sigma}$  može prikazati kao:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2 \frac{\partial W}{\partial I_{1b}} \mathbf{b} - 2 \frac{\partial W}{\partial I_{2b}} \mathbf{b}^{-1} - p \mathbf{I}, \quad (2.30)$$

pri čemu su  $I_{1b}$  i  $I_{2b}$  prva i druga invarijanta desnog Cauchyevog tenzora deformiranosti  $\mathbf{b}$  dok je  $p$  hidrostatski tlak.

Nestlačivi materijali opisuju se NeoHooke i Mooney – Rivlin materijalnim modelima koji se razlikuju u definiranju funkcije energije deformiranja  $W$ . NeoHooke materijalni model definira funkciju energije deformiranja kao:

$$W = C_1 \cdot (I_{1c} - 3), \quad (2.31)$$

dok je u Mooney – Rivlin modelu  $W$  definirana kao:

$$W = C_1 \cdot (I_{1C} - 3) + C_2 \cdot (I_{2C} - 3). \quad (2.32)$$

U izrazu 2.30 članovi  $\frac{\partial W}{\partial I_{1b}}$  i  $\frac{\partial W}{\partial I_{2b}}$  predstavljaju dvije nepoznanice koje se određuju eksperimentalnim ispitivanjem. Pri jednoosnom vlačnom opterećenju, nije moguće definirati dvije materijalne konstante iz Mooney – Rivlin modela te se stoga koristi NeoHooke materijalni model. Parcijalnim deriviranjem izraza 2.31 slijedi:

$$\frac{\partial W}{\partial I_{1C}} = C_1 \text{ i } \frac{\partial W}{\partial I_{2C}} = 0. \quad (2.33)$$

Uvrštavanjem izraza 2.33 u izraz 2.30 slijedi Cauchyev tenzor naprezanja  $\boldsymbol{\sigma}$  za NeoHooke materijalni model:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2C_1 \mathbf{b} - p\mathbf{I}. \quad (2.34)$$

### 3. Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata numerička je metoda koja se temelji na fizičkoj diskretizaciji kontinuuma [19]. Tijelo prilikom deformiranja ima beskonačan broj stupnjeva slobode gibanja. Deformiranje je opisano diferencijalnim jednadžbama za koje je samo u malom broju jednostavnih primjera moguće odrediti analitičko rješenje. Pomoću metode konačnih elemenata uvodi se diskretizacija kontinuuma. Vršiti se podjela tijela na konačan broj potpodručja koji nose naziv konačni elementi. Polje pomaka, deformacije i naprezanja u svakom se konačnom elementu opisuje pomoću interpolacijskih funkcija koje povezuju varijable s njihovim iznosima u čvorovima elementa. Interpolacijske funkcije predstavljaju aproksimaciju rješenja diferencijalne jednadžbe. te se na taj način diferencijalne jednadžbe zamjenjuju sustavom algebarskih jednadžbi.

Složene konstrukcije zahtjevaju podjelu na velik broj sitnih konačnih elemenata kako bi se dovoljno dobro mogle opisati sve pojave prilikom analize konstrukcije. Time se dobije sustav s velikim brojem algebarskih jednadžbi za čije rješavanje je potrebno koristiti računalne programe. U okviru ovog rada korišteni programski paket za numeričku analizu metodom konačnih elemenata je *Abaqus*.

U linearnoj statičkoj analizi za rješavanje problema pomoću metode konačnih elemenata koristi se eksplicitna jednadžba krutosti za ukupan proračunski model, koja je izvedena u [19] te glasi:

$$\mathbf{KV} = \mathbf{R}. \quad (3.1)$$

Pri statičkoj analizi hiperelastičnih materijala dolazi do velikih pomaka i deformacija te se uvodi pojam geometrijske nelinearnosti što znači da se ravnoteža unutarnjih i vanjskih sila postavlja na deformiranom obliku. Za rješavanje problema geometrijske nelinearnosti koriste se inkrementalno – iterativne metode, među kojima je najzastupljenija Newton – Rhapsonova metoda [20]. Ukupan proračunski model opisan je sustavom jednadžbi prema izrazu:

$$\mathbf{K}_T(\bar{\mathbf{V}}) \cdot \bar{\mathbf{V}} = \mathbf{R}_e - \mathbf{R}_i(\bar{\mathbf{V}}). \quad (3.2)$$

Članovi u izrazu 3.2 predstavljaju:

$$\mathbf{K}_T(\bar{\mathbf{V}}) = \mathbf{K}_{eu} + \mathbf{K}_\sigma - \text{tangencijalnu matericu krutosti koja se sastoji od elastične matrice krutosti } \mathbf{K}_{eu} \text{ i matrice početnih naprezanja } \mathbf{K}_\sigma$$

$\bar{\mathbf{V}}^+$  - inkrement pomaka

$\mathbf{R}_e$  - vektor vanjskih sila

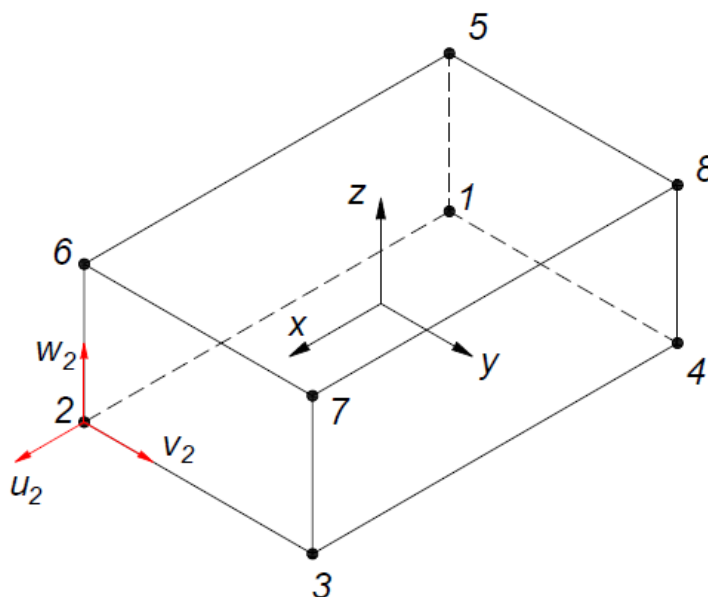
$\mathbf{R}_i(\bar{\mathbf{V}})$  - vektor unutarnjih sila.

Kako je prethodno opisano, meka biološka tkiva i elastomerni materijali, opisani su hiperelastičnim materijalnim modelom te za njih vrijedi pretpostavka o nestalčivosti. Konačni elementi koji se koriste za opis nestlačivog ponašanja materijala izvedeni su pomoću hibridne formulacije [21].

### 3.1. Korišteni konačni elementi

U sklopu ovog rada korištena su dva tipa konačnih elemenata, heksaedarski konačni elementi prvog reda i tetraedarski konačni elementi drugog reda.

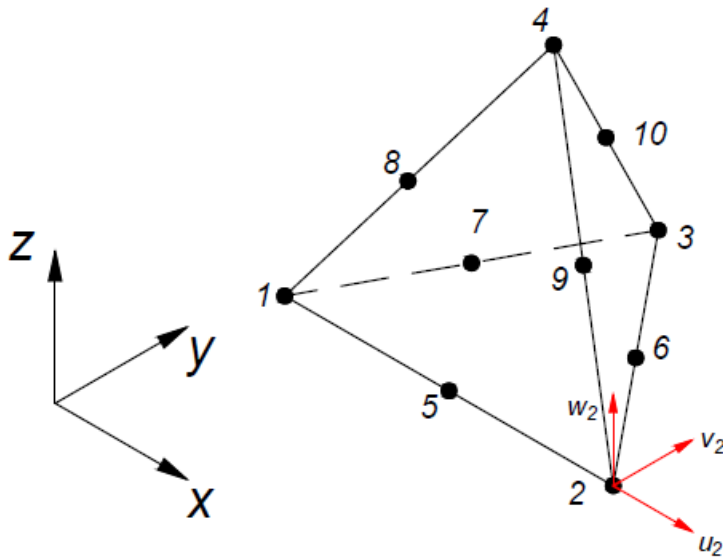
Heksaedarski konačni element koji se koristi pri trodimenzijskoj analizi ima osam čvorova te u svakom čvoru sadrži tri stupnja slobodne gibanja. Stupnjevi slobode gibanja predstavljaju pomake u smjeru koordinatnih osi  $u$ ,  $v$  i  $w$ . Ukupan broj stupnjeva slobode ovog elementa iznosi 24. Oznaka ovog elementa izvedenog hibridnom formulacijom u programskom paketu *Abaqus* je C3D8H. Slikom 9 prikazan je heksaedarski konačni element s pripadnim stupnjevim slobode za čvor 2.



Slika 9 – Heksaedarski konačni element prvog reda



Drugi korišteni element je tetraedarski konačni element drugog reda koji ima deset čvorova. Uz čvorove u vrhovima elementa, kod konačnih elemenata drugog reda po jedan dodatan čvor se nalazi na polovini duljine svake stranice. Svaki čvor ima tri stupnja slobode gibanja, pomake u smjeru koordinatnih osi te je ukupan broj stupnjeva slobode ovog konačnog elementa jednak 30. Ovaj konačni element s hibridnom simulacijom u *Abaqus*-u se naziva C3D10H.



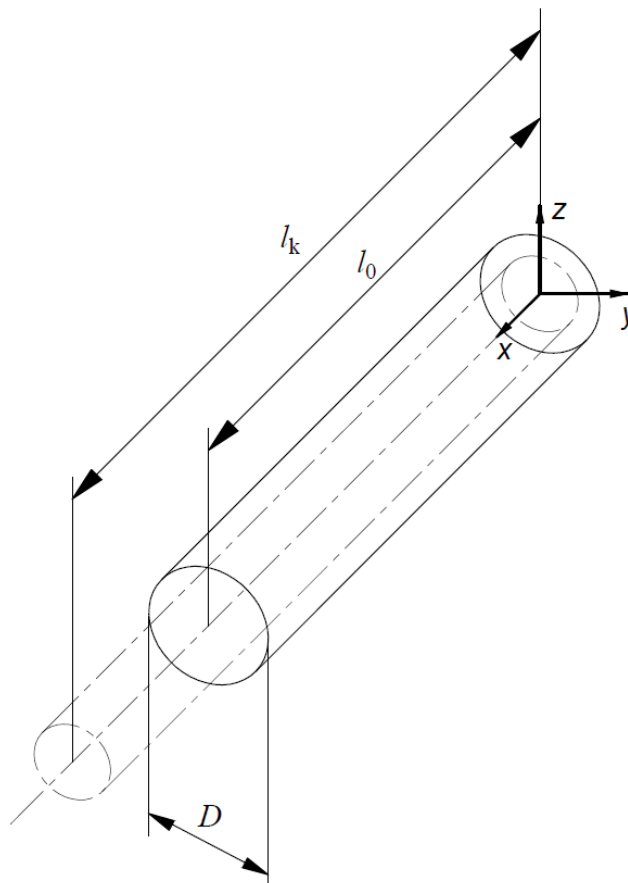
Slika 10 – Tetraedarski konačni element drugog reda

## 4. Validacija modela konačnih elemenata

### 4.1. Primjer vlačnog opterećenja štapa

Kako bi se usporedili opisani konačni heksaedarski i tetraedarski konačni elementi s analitičkim rješenjem prikazan je jednostavan primjer jednoosnog vlačno opterećenog štapa.

Početne dimenzije štapa su proizvoljno odabrane pa prema tome početni promjer štapa iznosi  $D=1$  mm dok je početna duljina štapa  $l_0=10$  mm. Produljenje štapa također je proizvoljno odabrano te iznosi 20% što daje konačnu duljinu štapa  $l_k=12$  mm. Odabrani materijal štapa je jedan od eksperimentalno ispitanih materijala s vrijednošću materijalne konstante  $C_1=31,67$  MPa. Deformiranje je prikazano slikom 11, na kojoj su naznačeni početni i krajnji oblik štapa.



Slika 11 – Jednoosno razvlačenje hiperelastičnog štapa

### 4.1.1. Analitičko rješenje

Uz poznatu početnu i konačnu duljinu štapa izračunava se faktor produljenja u smjeru osi  $x$  prema izrazu:

$$\lambda_x = \frac{l_k}{l_0} = \frac{12}{10} = 1,2. \quad (4.1)$$

Gradijent deformiranja pri jednoosnom vlačnom opterećenju zapisuje se kao:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Pretpostavi li se izotropno ponašanje materijala vrijedi  $\lambda_y = \lambda_z = \lambda$  te tad gradijent deformiranja glasi:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1,2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Budući da je materijal štapa hiperelastičan i nestlačiv vrijedi jednakosti  $\det \mathbf{F} = 1$  koja se može raspisati kao:

$$\det \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = \lambda_x \cdot \lambda \cdot \lambda = 1. \quad (4.4)$$

Iz jednakosti u izrazu 4.4 može se izraziti  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\lambda_x}}. \quad (4.5)$$

Tensor naprezanja pri hiperelastičnom ponašanju materijala definiran je prethodno u poglavlju 2.2, izrazom 2.30 te ovisi o funkciji energije deformiranja  $W$ , ali je zbog preglednosti ponovno zapisan.

$$\boldsymbol{\sigma} = 2 \cdot \frac{\partial W}{\partial I_{1C}} \cdot \mathbf{b} - 2 \cdot \frac{\partial W}{\partial I_{2C}} \cdot \mathbf{b}^{-1} - p \mathbf{I}. \quad (4.6)$$

Za definiranje ponašanja hiperelastičnih materijala pri jednoosnom opterećenje pogodan je NeoHooke materijalni model u kojem je funkcija energije deformiranja definirana kao:

$$W = C_1 \cdot (I_{1C} - 3). \quad (4.7)$$

Parcijalnim deriviranjem funkcije energije deformiranja  $w$  po prvoj invarijanti desnog Cauchy – Greenova tenzora deformiranosti slijedi:

$$\frac{\partial W}{\partial I_{1C}} = C_1. \quad (4.8)$$

Budući da u NeoHookeovom materijalnom modelu funkcija energije deformiranja  $w$  nije funkcija druge invarijante desnog Cauchy – Greenova tenzora deformiranosti vrijedi:

$$\frac{\partial W}{\partial I_{2C}} = 0. \quad (4.9)$$

Lijevi Cauchy – Greenov tenzor deformiranosti definiran je izrazom 2.14 u poglavlju 2.1 te uvrštavanjem vrijednosti glasi:

$$\mathbf{b} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \lambda_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^2 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Također, zbu simetričnosti tenzora gradijenta deformiranja može se koristiti jednakost  $\mathbf{C} = \mathbf{b}$ .

Uvrštavanjem izraza 4.7, 4.8 i 4.9 u izraz, za tenzor Cauchyevog naprezanja, 4.6 slijedi:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2 \cdot C_1 \cdot \mathbf{b} - p \mathbf{I},$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = 2 \cdot C_1 \cdot \begin{bmatrix} \lambda_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^2 \end{bmatrix} - p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Izraz 4.10 predstavlja tri jednačbe:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= 2 \cdot C_1 \cdot \lambda_x^2 - p, \\ \sigma_{yy} &= 2 \cdot C_1 \cdot \lambda^2 - p, \\ \sigma_{zz} &= 2 \cdot C_1 \cdot \lambda^2 - p.\end{aligned}\tag{4.12}$$

Budući da u smjeru osi  $y$  i  $z$  ne djeluje vanjsko opterećenje, plašt cilindra predstavlja slobodnu površinu te vrijedi da je naprezanje  $\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0$  te se iz tog uvjeta može izračunati Lagrangeov faktor  $p$  prema izrazu:

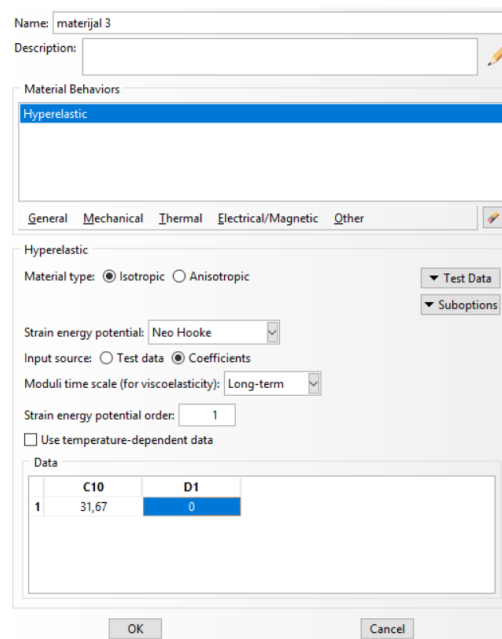
$$\begin{aligned}\sigma_{yy} &= 2 \cdot C_1 \cdot \lambda^2 - p = 0, \\ p &= 2 \cdot C_1 \cdot \lambda^2 = 2 \cdot C_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_x^2}}.\end{aligned}\tag{4.13}$$

Uvrštavanjem izraza 4.13 za Lagrangeov multiplikator u izraz 4.11 za tenzor naprezanja slijedi naprezanje u smjeru osi  $x$ :

$$\sigma_{xx} = 2 \cdot C_1 \cdot \lambda_x^2 - 2 \cdot C_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_x^2}} = 38,426 \text{ MPa}.\tag{4.14}$$

#### 4.1.2. Rješavanje metodom konačnih elemenata

Za rješavanje problema metodom konačnih elemenata korišten je programski paket *Abaqus* u kojem je prvo kreirana geometrija štapa. Zatim je kreiran *materijal 3* te su njegova svojstva dodijeljena geometriji štapa. Na slici 12 vidljive su postavke za definiranje hiperelastičnog materijala prema NeoHooke materijalnom modelu.

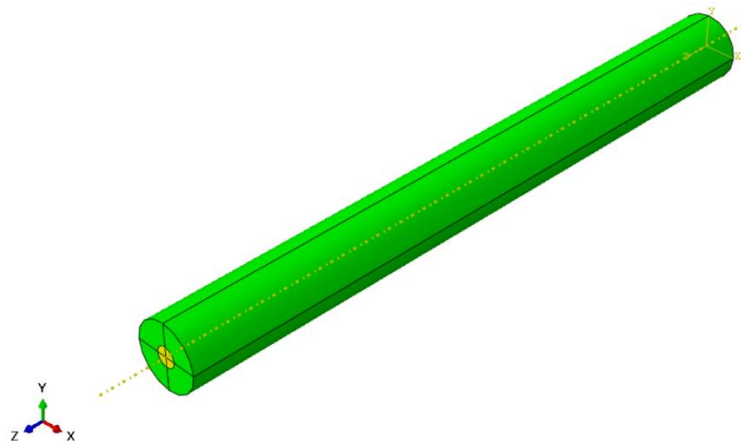


Slika 12 – Definiranje hiperlastičnog NeoHooke materijala

Budući da se analizira problem u kojem dolazi do velikih pomaka u postavkama je za rješavanje uključena je opcija *nlgeom* koja označava geometrijsku nelinearnost. Na taj način aktiviran je Newton – Rhapsionov iteracijski postupak. Za veličinu početnog inkrementa odabrano je  $\lambda_{\text{poč}}=0,01$  dok je za najveći dozvoljeni inkrementalni korak odabrano  $\lambda_{\text{max}}=0,1$ .

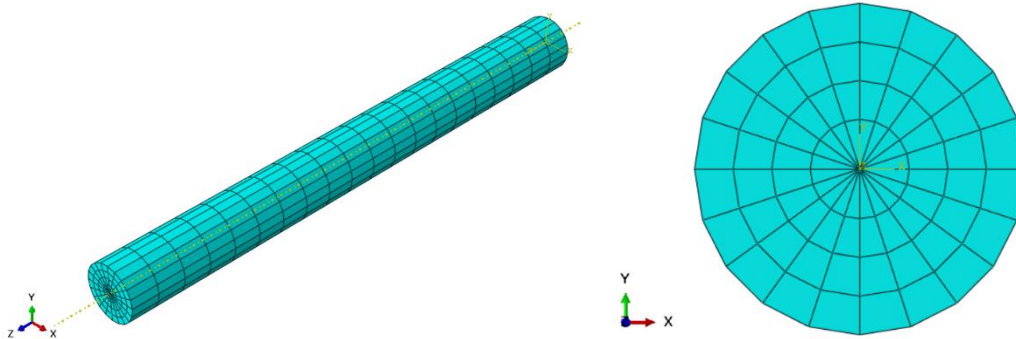
U svrhu izrade pravilne heksaedarske mreže geometrija štapa podijeljena je na particije kako prikazuje slika 13. Žutom bojom na slici 13 označena su područja u kojima su odabrani heksaedarski *wedge* elementi [22] koji se u *Abaqus*-u nalaze pod imenom C3D6H pri čemu slovo H u imenu konačnog elementa označava hibridnu formulaciju.

U područjima označenim zelenom bojom na slici 13 dodijeljeni su heksaedarski konačni elementi prvog reda C3D8H.



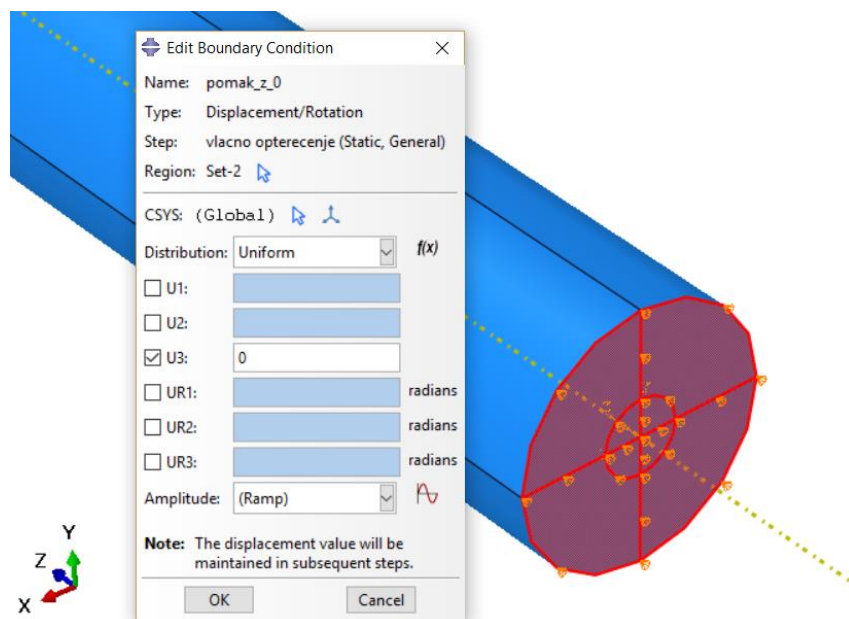
Slika 13 – Podjela geometrije štapa s ciljem izrade kvalitetne mreže

Izrađena je mreža s 1600 konačnih elemenata. Slikom 14 prikazana je cijela mreža konačnih elemenata te je dan detalj koji prikazuje mrežu konačnih elemenata na poprečnom presjeku štapa.



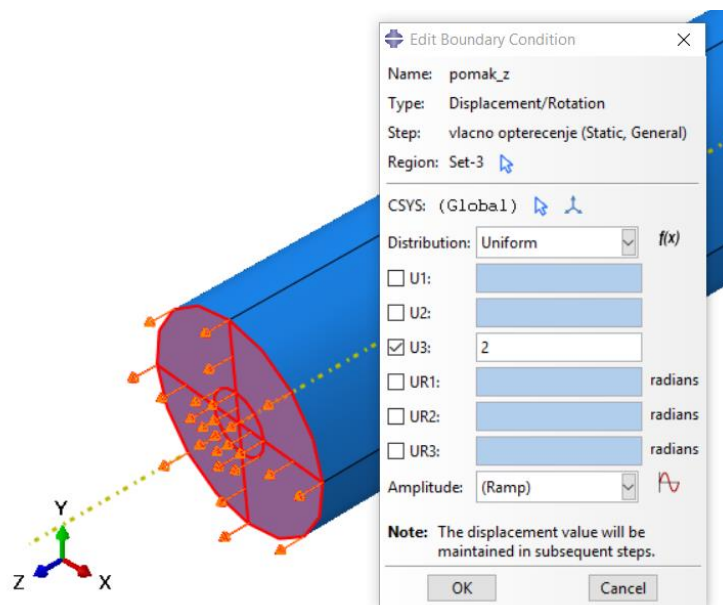
Slika 14 – Mreža s 1600 heksaedarskih konačnih elemenata

Prilikom postavljanja rubnih uvjeta na plohu u kojoj se nalazi ishodište koordinatnog sustava, na slici 15 označenoj crvenom bojom, dodijeljeno je ograničenje pomaka u smjeru osi  $z$ , koja je uzdužna os štapa, što je analogno osi  $x$  pri analitičkom rješavanju problema.



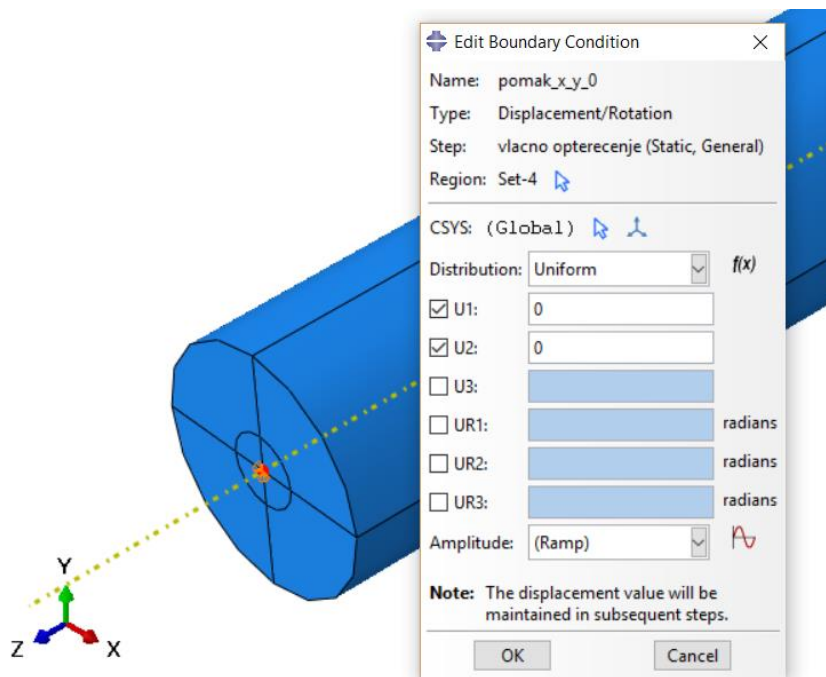
Slika 15 – Ograničenje pomaka u smjeru osi  $z$

Analogno, na suprotnoj plohi štapa dodijeljen je pomak u smjeru osi  $z$  koji uzrokuje deformiranje konstrukcije što je prikazano slikom 16.



Slika 16 – Postavljanje pomaka u iznosu 2 mm u smjeru osi z

Kako bi se izbjeglo pomicanje štapa kao krutog tijela na središte ploha prikazanih slikama 15 i 16 postavljeno je ograničenje pomaka u smjeru osi x i y prema slici 17.



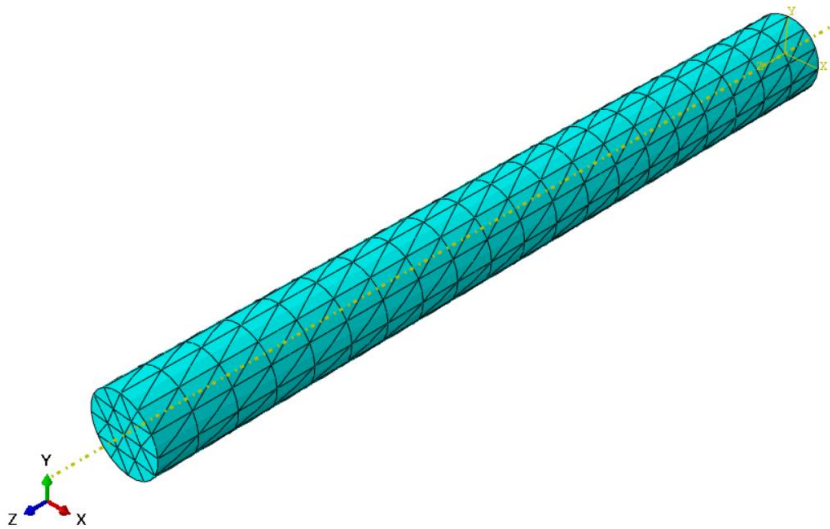
Slika 17 – Ograničenje pomaka u smjeru osi x i y

Provedenom analizom izračunata je vrijednosti Cauchyevog napreznja u smjeru osi z, koje je jednoliko raspoređeno po čitavom štapu, te iznosi:

$$\sigma_{\text{hex}} = 38,43 \text{ MPa} . \quad (4.15)$$



U svrhu usporedbe različitih konačnih elemenata kreirana je i mreža tetraedarskih elemenata drugog reda. Izrađena je mreža s 1561 konačnim elementom te je prikazana slikom 18.



Slika 18 – Mreža s 1561 tetraedarskim konačnim elementom

Provedenom analizom izračunata je identična vrijednost naprežanja kao i s heksaedarskim konačnim elementima te ono iznosi:

$$\sigma_{\text{tet}} = 38,43 \text{ MPa} . \quad (4.15)$$

Tablicom 3 prikazana je usporedba analitičkog rješenja, rješenja dobivenog heksaedarskim konačnim elementima i rješenja dobivenog pomoću tetraedarskih konačnih elemenata. Lako uočljivo da nema razlike između rezultata što omogućuje korištenje oba tipa konačnih elemenata.

Tablica 3 – Usporedba analitičkog rješenja i rješenja metodom konačnih elemenata

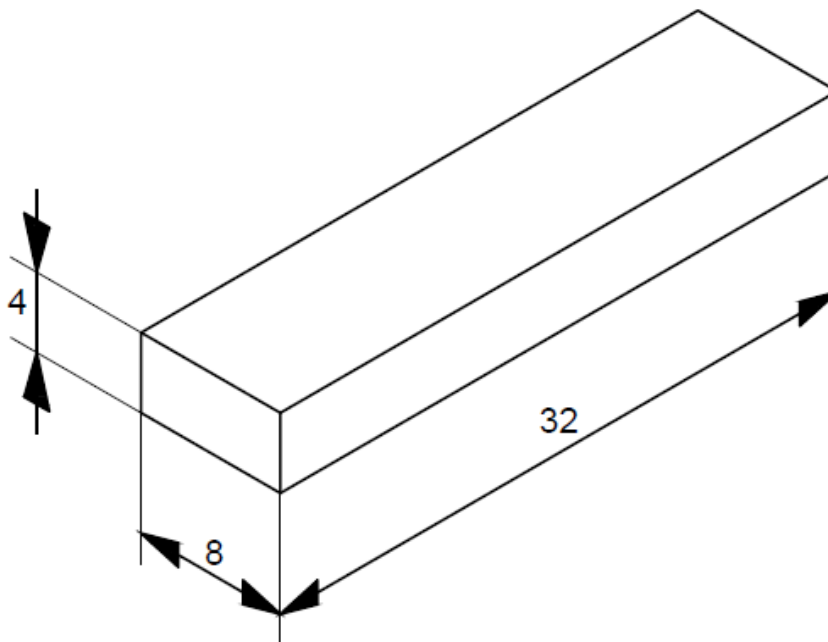
Analitičko rješenje	$\sigma_{\text{an}} = 38,43 \text{ MPa}$
Heksaedarski konačni elementi	$\sigma_{\text{hex}} = 38,43 \text{ MPa}$
Tetraedarski konačni elementi	$\sigma_{\text{tet}} = 38,43 \text{ MPa}$

## 5. Jednoosno vlačno ispitivanje ravninske zavojnice

Prethodnim primjerom pokazalo se da i pri produljenju u smjeru osi  $x$  od samo 20% dolazi do naprezanja koja su znatno viša od naprezanja koja se javljaju unutar arterija. Naprezanje koje se javlja također uvelike ovisi o korištenom materijalu. Tijekom izrade numeričkih analiza korišteno je više dostupnih materijala, ali se pokazalo kako samo materijal 1 i materijal 2, iz tablice 2, mogu približno opisati željeno ponašanje. Materijal 2 ima veću krutost, odnosno ima veću vrijednost konstante  $C_1$ , te je korišten kao materijal koji treba opisati ponašanje kolagenoskog vlakna dok materijal 1 predstavlja matricu od elastina

Iz navedenih razloga bilo je potrebno osmisliti dizajn kod kojeg će pri jednoosnom razvlačenju doći do pojave manjih naprezanja. Koncept koji je iskorišten je zavojnica sa srednjom osi u obliku kosinusne funkcije  $y = A \cdot \cos(B \cdot x)$  pri čemu  $A$  predstavlja amplitudu, a  $B$  frekvenciju funkcije. Amplituda i frekvencija funkcije korišteni su kao dva parametra čije su vrijednosti mijenjane kako bi se dobila različita ponašanja zavojnice. Uz njih, treći parametar koji je mijenjan je promjer poprečnog presjeka zavojnice  $D$ .

Ograničenje pri odabiru dimenzija zavojnice predstavljaju dimenzije epruvete za jednoosno vlačno ispitivanje na kidalici. Slika 19 daje shematski prikaz bitnih dimenzija epruvete.



Slika 19 – Dimenzije epruvete za ispitivanje

## 5.1. Postavke numeričke analize

Numerička analiza provedena na ravninskoj zavojnici veoma je slična prethodno opisanoj analizi iz poglavlja 4.1.2.

Kao početna funkcija odabrana je  $y=\cos(x)$  što znači da su početni parametri zavojnice sljedeći:

amplituda  $A=1$  mm

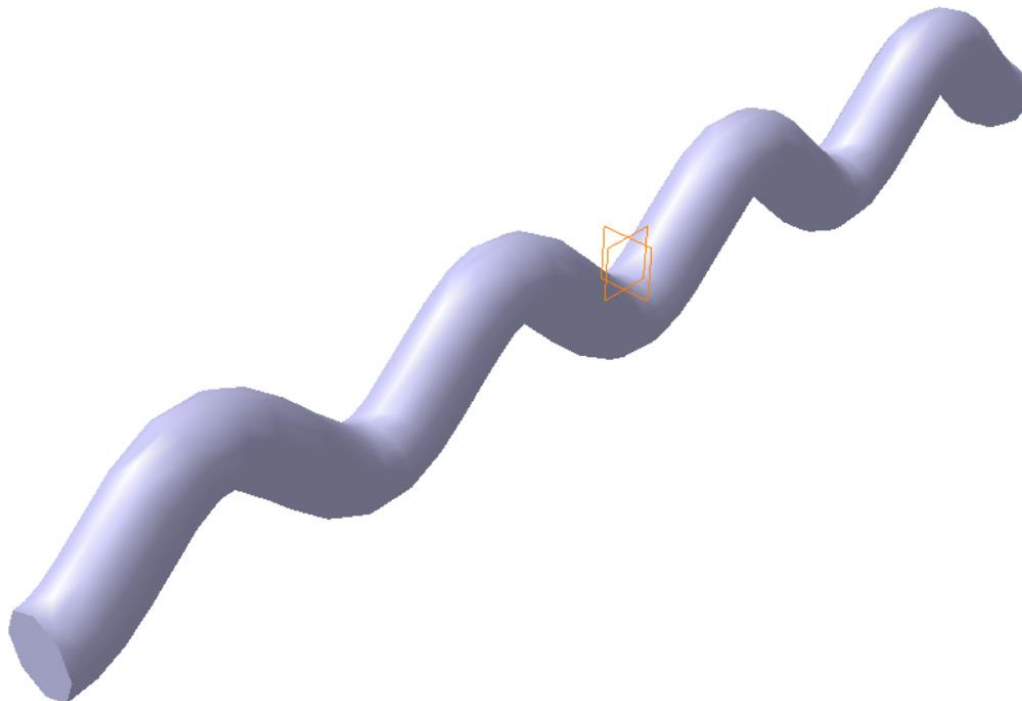
frekvencija  $B=1$

promjer poprečnog presjeka  $D_1=1,5$  mm

S obzirom na duljinu epruvete, koja iznosi 32 mm, odabrana je početna duljina zavojnice duž osi  $x$ :

$$l_0 = 8\pi = 25,13 \text{ mm} . \quad (5.1)$$

CAD model geometrije izrađen je pomoću programskog paketa *Catia V5R20* te prikazan slikom 20.

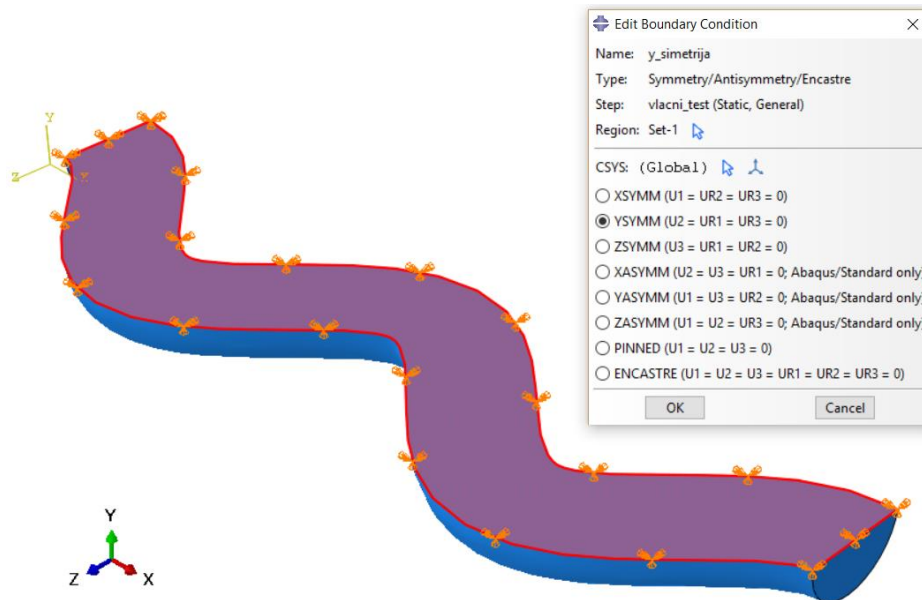


**Slika 20 – Početna geometrija zavojnice  $y=\cos(x)$  uz promjer poprečnog presjeka  $D=1,5$  mm**

Iz slike 20 lako je uočljivo da je geometrija dvostruko simetrična oko ravnina naznačenih narančastom bojom. Budući da su rubni uvjeti i opterećenje također simetrični, što je prikazano u daljnjem tekstu, pri numeričkoj analizi je korištena jedna četvrtina modela. Na taj se način

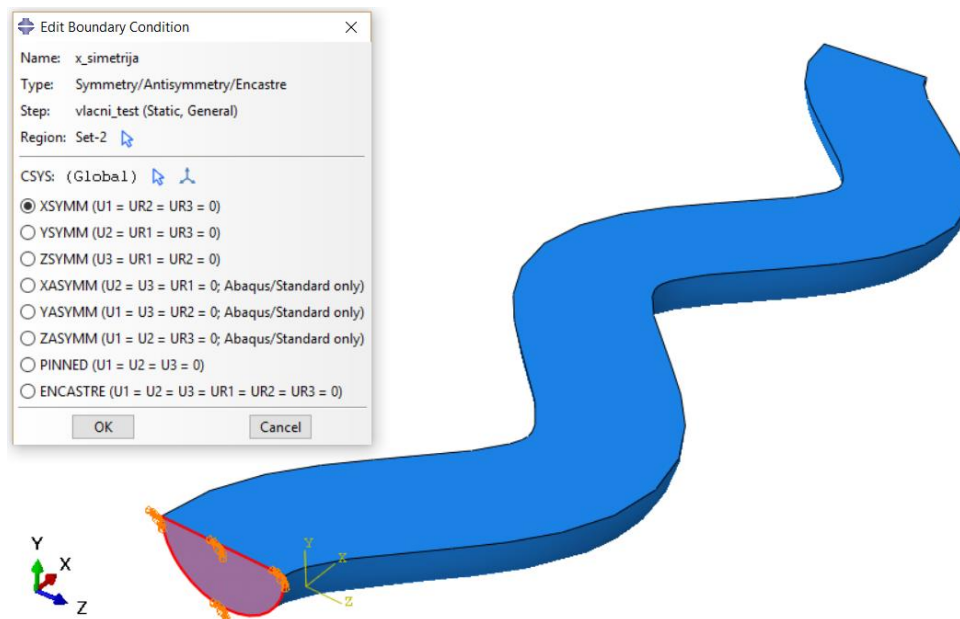
smanjio broj korištenih konačnih elemenata i uvelike ubrzalo vrijeme potrebno za provođenje analiza.

Zbog korištenja jedne četvrtine modela potrebno je dodijeliti rubne uvjete simetrije. Slika 21 prikazuje postavljanje rubnog uvjeta simetrije, na plohu naznačenu crvenom bojom, s obzirom na y os u *Abaqus*-u.



Slika 21 – Rubni uvjet simetrije s obzirom na os y

Potrebno je također dodijeliti i rubni uvjet simetrije prema osi x što je prikazano slikom 22 gdje je crvenoj bojom naznačena odabrana ploha.



Slika 22 – Rubni uvjet simetrije s obzirom na os x

Produljenje uzduž osi  $x$ , za koje se željelo prikazati ponašanje zavojnice iznosi 80% pa prema tome slijedi faktor produljenja u smjeru osi  $x$ :

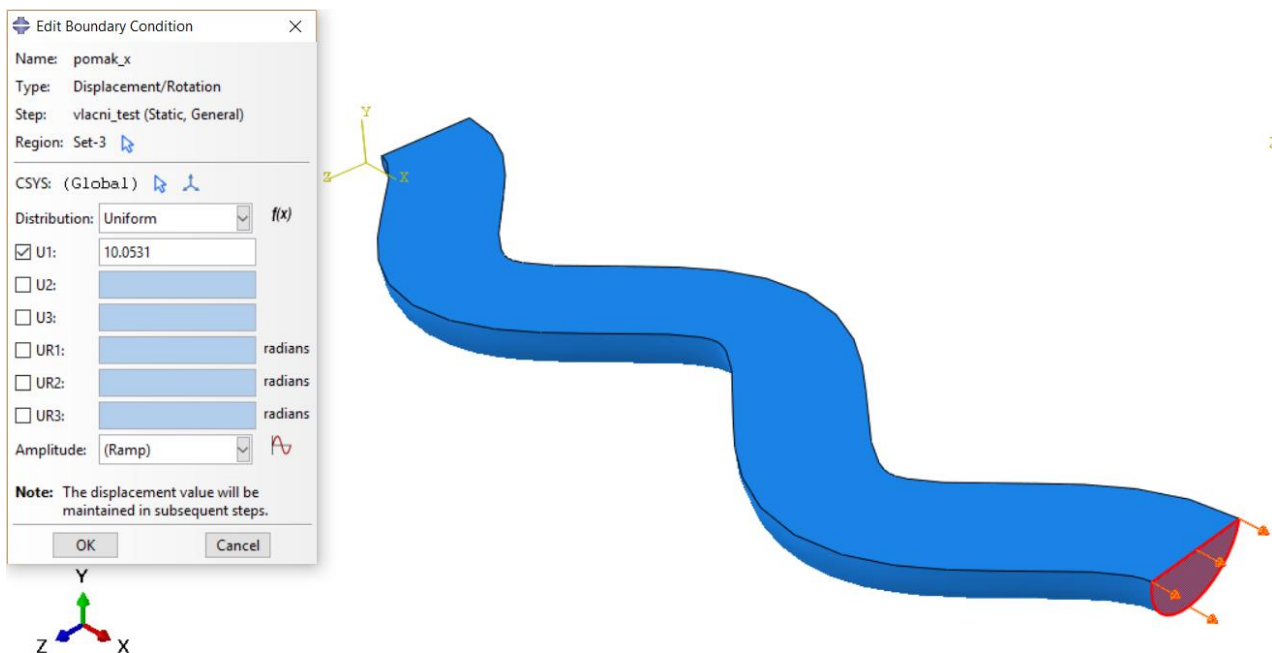
$$\lambda_x = \frac{l_0 + u}{l_0} = 1,8. \quad (5.2)$$

Kad se iz izraza 5.2 eksplicitno prikaže pomak  $u$  slijedi:

$$u = l_0 \cdot (\lambda_x - 1),$$

$$u = 8\pi \cdot (1,8 - 1) = \frac{32}{5}\pi = 20,106 \text{ mm}. \quad (5.3)$$

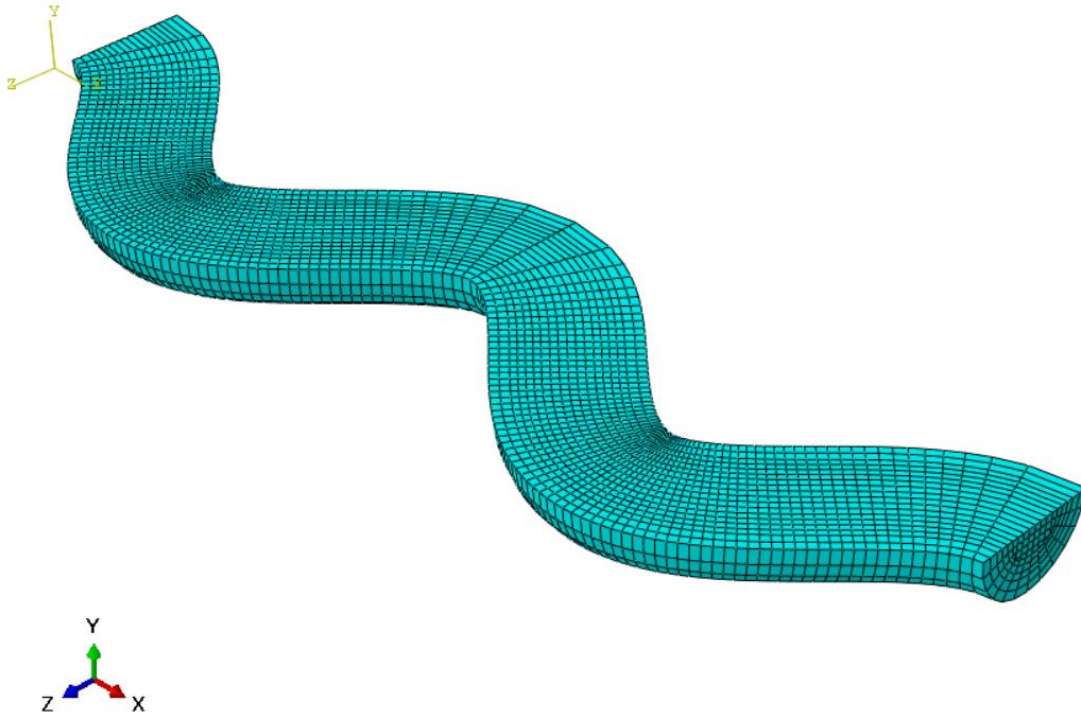
Zbog korištenja rubnih uvjeta simetrije dodijeljena je polovina vrijednosti izračunate u 5.3 odnosno  $\frac{u}{2} = 10,053 \text{ mm}$  što je prikazano slikom 23.



Slika 23 – Rubni uvjet pomaka  $u$

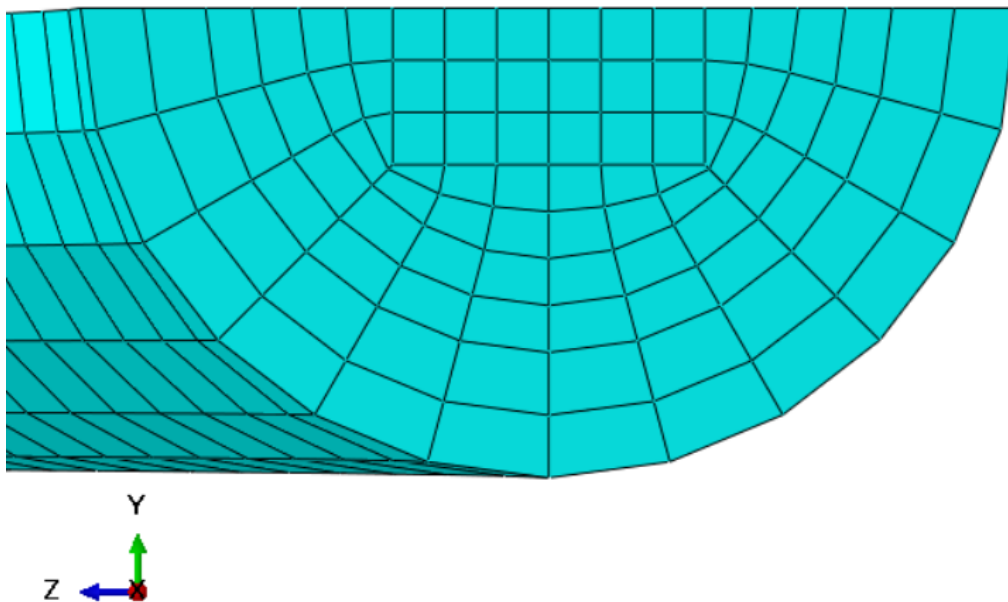
Da bi se pri analizi izbjegli pomaci modela kao krutog tijela korištena je ista ideja kao i u poglavlju 4.1.2. Čvoru u središtu poprečnog presjeka zavojnice ograničeni su pomaci u smjeru osi  $y$  i  $z$ , odnosno  $v=0$  i  $w=0$ .

Prilikom diskretizacije konstrukcije korištena su C3D8H konačni elementi te je izrađena mreža s 13500 konačnih elemenata prikazana slikom 24.



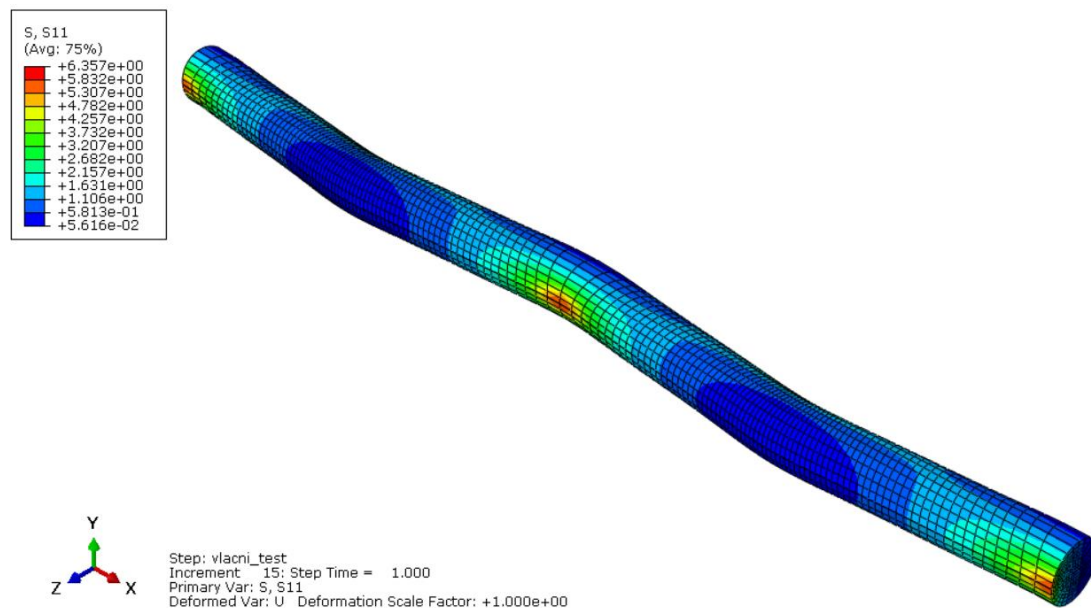
Slika 24 – Mreža s 13500 konačnih elemenata

Slikom 25 prikazan je detalj mreže konačnih elemenata po poprečnom presjeku.



Slika 25 – Detalj raspodjele konačnih elemenata po poprečnom presjeku

Slikom 26 prikazana je raspodjela Cauchyevog naprezanja u smjeru osi  $x$  nakon provedene analize. U svrhu bolje preglednosti, prikazani su rezultati samo na jednoj polovini zavojnice. Maksimalna vrijednosti naprezanja iznosi  $\sigma_{x \max} = 6,357 \text{ MPa}$ .



Slika 26 – Raspodjela naprezanja  $\sigma_1$  za zavojnicu s promjerom  $D_1=1,5$  mm

Lako je uočljivo da na mjestima s najmanjim radijusom zakrivljenosti dolazi do značajne koncentracije naprezanja te vrijednosti naprezanja u tom području uvelike odstupaju od prosječnih vrijednosti na ostatku zavojnice. Vrijednost maksimalnog naprezanja također uvelike prelazi vrijednosti koje se javljaju unutar arterija.

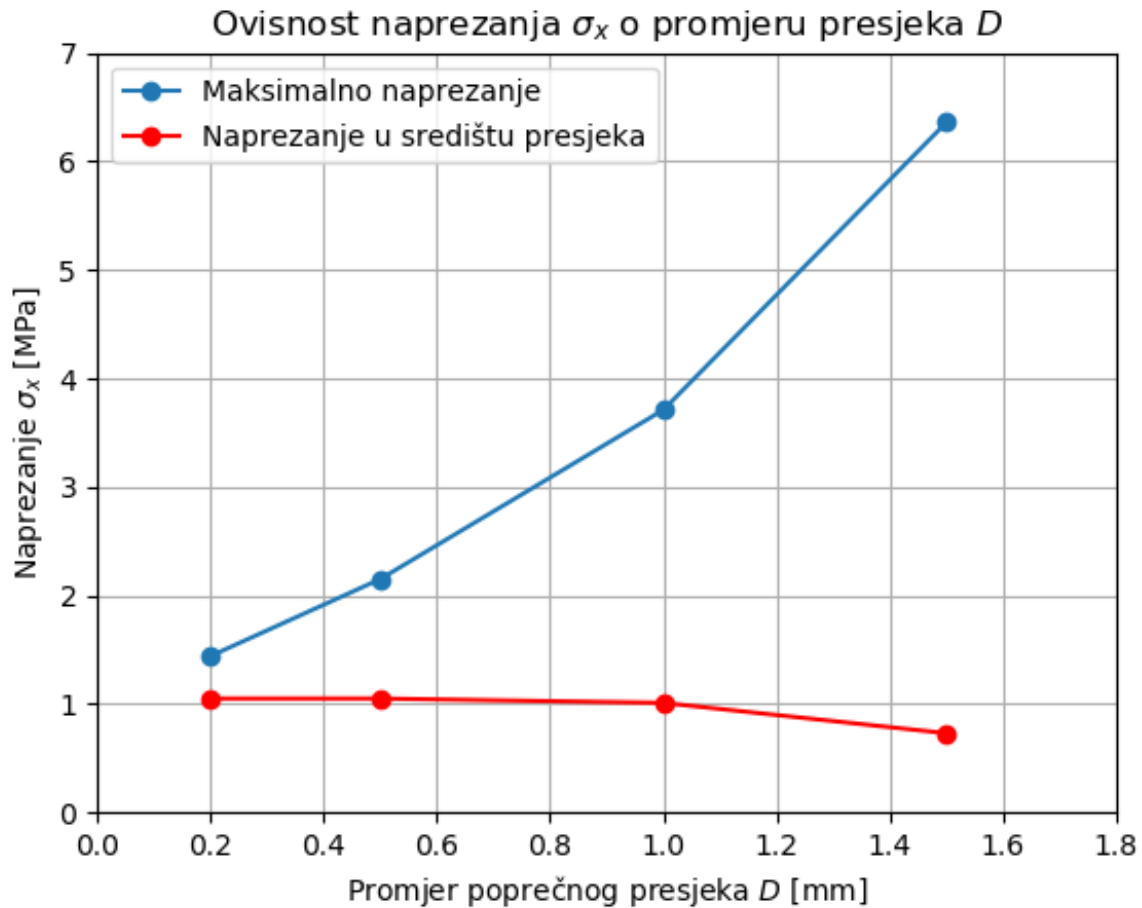
## 5.2. Optimiranje promjera poprečnog presjeka ravninske zavojnice

Kako bi se riješio problem velike koncentracije naprezanja pristupilo se optimiranju promjera poprečnog presjeka. Smanjenjem poprečnog presjeka porasti će zakrivljenost zavojnice u kritičnom području te će se tako smanjiti koncentracija naprezanja. Izrađeni su istovjetni modeli zavojnica s promijenjenim poprečnim presjekom. Postavke numeričke simulacije identične su kao i u poglavlju 5.1 te se ovdje neće detaljno opisivati. Tablica 4 prikazuje ime modela zajedno s promjerom poprečnog presjeka.

Tablica 4 - Modeli i dimenzije pri optimiranju poprečnog presjeka

Ime modela	Promjer poprečnog presjeka $D$ [mm]
zavojnica $D_1$	1,5
zavojnica $D_2$	1
zavojnica $D_3$	0,5
zavojnica $D_4$	0,2

Nakon provedenih analiza prikupljeni su podaci za iznos maksimalnog naprezanja te za naprezanje u središtu poprečnog presjeka. Slika 19 prikazuje promjenu vrijednosti naprezanja s promjenom promjera poprečnog presjeka.



Slika 27 – Ovisnost naprezanja o promjeru poprečnog presjeka

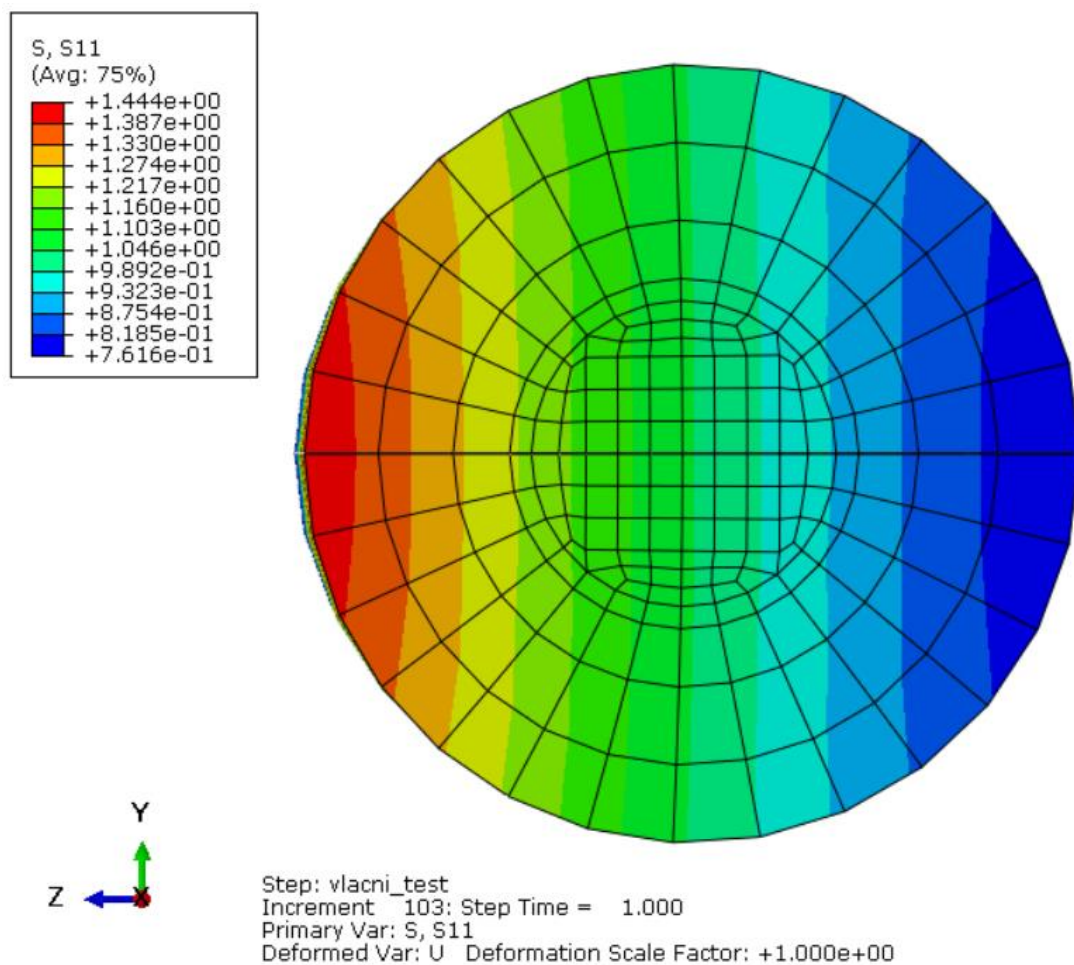
Plavom linijom povezane su vrijednosti maksimalnog naprezanja  $\sigma_{x \max}$  kod različitih promjera dok su crvenom linijom povezane vrijednosti naprezanja u središtu poprečnog presjeka  $\sigma_{x \text{ sred.}}$ . Iz slike 27 lako je uočljivo da se smanjenjem promjera poprečnog presjeka smanjuje i koncentracija naprezanja, a time i maksimalno naprezanje. Za razliku od maksimalnog naprezanja, vrijednost naprezanja u središtu poprečnog presjeka sa smanjenjem promjera raste, ali su promjene vrijednosti znatno manje. Prikaz rezultata, zaokruženih na dvije decimale, za modele dan je tablicom 5.



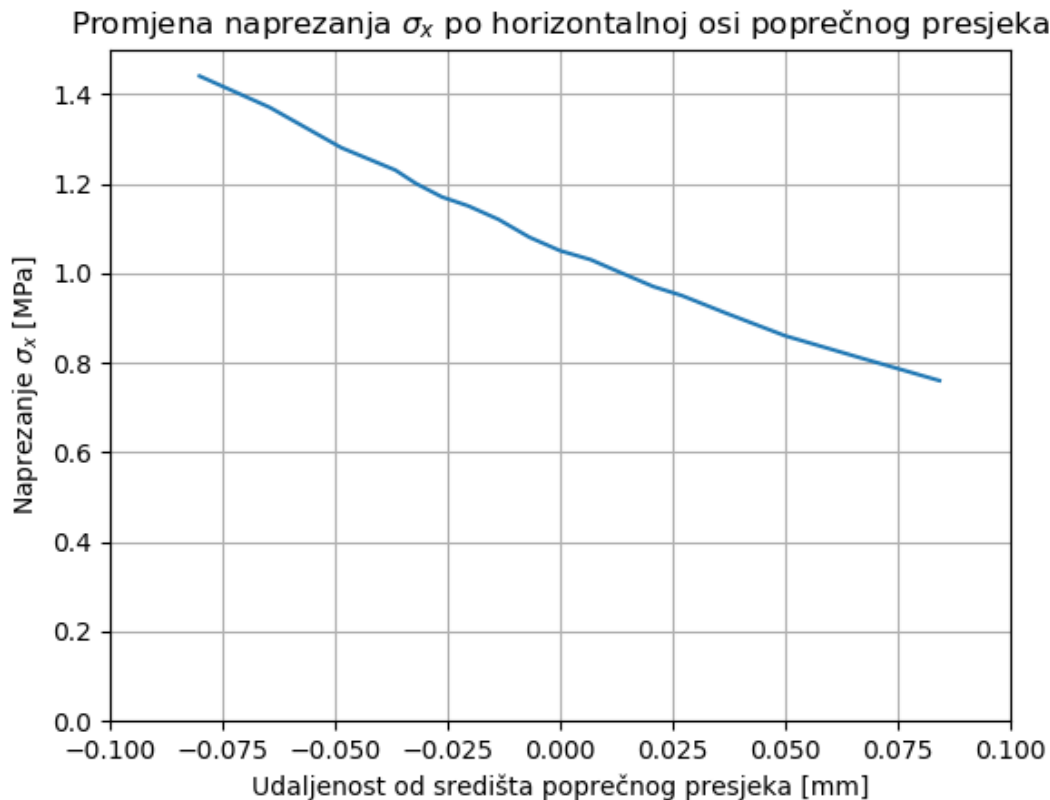
Tablica 5 - Prikaz vrijednosti naprezanja za različite promjere

Ime modela	Promjer poprečnog presjeka $D$ [mm]	Maksimalno naprezanje $\sigma_{x \max}$ [MPa]	Naprezanje u središtu $\sigma_{x \text{ sred}}$ [MPa]
zavojnica D <sub>1</sub>	1,5	6,36	0,73
zavojnica D <sub>2</sub>	1	3,71	1,01
zavojnica D <sub>3</sub>	0,5	2,15	1,05
zavojnica D <sub>4</sub>	0,2	1,44	1,05

Vrijednosti naprezanja kod zavojnice s D<sub>4</sub> s promjerom  $D=0,2$  mm približno se poklapaju s maksimalnim vrijednostima naprezanja koje se javljaju kod arterija. Slikom 28 prikazana je raspodjela Cauchyevog naprezanja  $\sigma_x$  na deformiranom poprečnom presjeku zavojnice.

Slika 28 – Raspodjela naprezanja po porečnom presjeku ravninske zavojnice D<sub>4</sub>

Promjena vrijednosti naprezanja  $\sigma_x$  duž osi  $z$  sa slike 28 prikazana je slikom 29 te je uočljivo da naprezanje koje se javlja u čvoru u središtu poprečnog presjeka može približno dobro opisati prosječnu vrijednost naprezanja poprečnog presjeka zavojnice.



Slika 29 – Promjena naprezanja  $\sigma_x$  po horizontalnoj osi poprečnog presjeka

### 5.3. Optimiranje frekvencije ravninske zavojnice

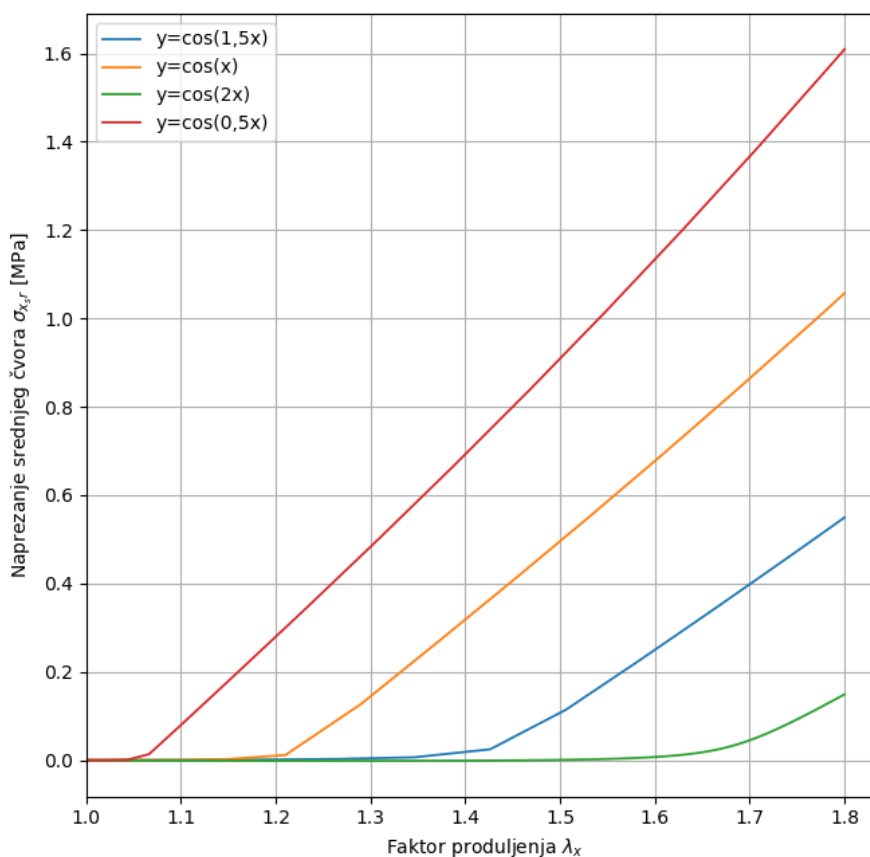
Budući da su naprezanja za zavojnicu s funkcijom  $y=\cos(x)$  i promjerom  $D=0,2$  mm još uvijek prevelika u odnosu na naprezanja u stijenci arterija pristupilo se procesu optimiranja frekvencije ravninske zavojnice. Uz poznati model s funkcijom  $y=\cos(x)$  izrađena su još tri modela kojima je promijenjena frekvencija kosinusne funkcije. Postavke numeričke analize i izrađene mreže konačnih elemenata su u skladu s postavkama u poglavlju 5.1.

Tablica 6 prikazuje podatke za pojedini model i izračunata naprezanja u srednjem čvoru te maksimalna naprezanja nakon provedenih analiza.

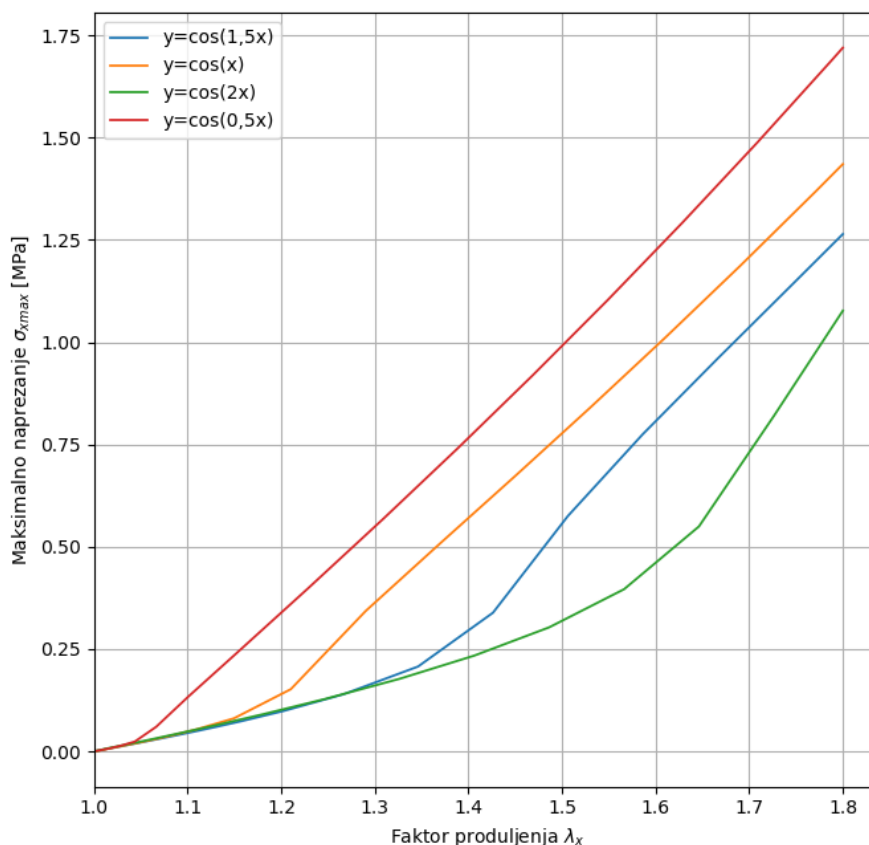
Tablica 6 - Podaci za modele s funkcijama različite frekvencije

Funkcija zavojnice	Naprezanje srednjeg čvora $\sigma_{x\ sr}$ [MPa]	Maksimalno naprezanje $\sigma_{x\ max}$ [MPa]
$y=\cos(x)$	1,059	1,449
$y=\cos(0,5x)$	1,609	1,723
$y=\cos(2x)$	0,227	1,103
$y=\cos(1,5x)$	0,564	1,288

Slika 30 prikazuje ovisnost naprezanja srednjeg čvora  $\sigma_{x\ sr}$  o faktoru produljenja  $\lambda_x$ . Iz slike je lako uočljivo kako povećanjem frekvencije, zavojnica može podnijeti sve veće produljenje prije nego dođe do naglog porasta u naprezanju. Analogno tome, smanjenjem frekvencije pri manjem produljenju zavojnice dolazi do skoka u porastu naprezanja. Također, povećanjem frekvencije zavojnice smanjuje se vrijednost naprezanja u središnjem čvoru.

Slika 30 – Ovisnost naprezanja u srednjem čvoru  $\sigma_{x\ sr}$  o faktoru produljenja  $\lambda_x$  uz različite frekvencije

Slikom 31 prikazan je dijagram promjene maksimalnog naprezanja  $\sigma_{x \max}$  s promjenom faktora produljenja  $\lambda_x$ . Za razliku od naprezanja u središnjem čvoru kod kojeg se do određene granice zavojnica produljuje praktički bez prirasta naprezanja, maksimalno naprezanje odmah raste s porastom faktora produljenja. Porast maksimalnog naprezanja u početku je približno linearan te do njegova naglog porasta dolazi pri manjem faktoru produljenja nego kod naprezanja u srednjem čvoru.



Slika 31 – Ovisnost maksimalnog naprezanja  $\sigma_{x \max}$  o faktoru produljenja  $\lambda_x$

Točke u kojima dolazi do loma krivulje odnosno skoka javljaju se zbog relativno velikog inkrementalnog porasta pomaka u smjeru osi  $x$ . Kako bi se preciznije definirale krivulje promjene naprezanja potrebno je postaviti manju vrijednost inkrementalnog pomaka, ali bi se time znatno povećalo potrebno računalno vrijeme za provođenje analize.

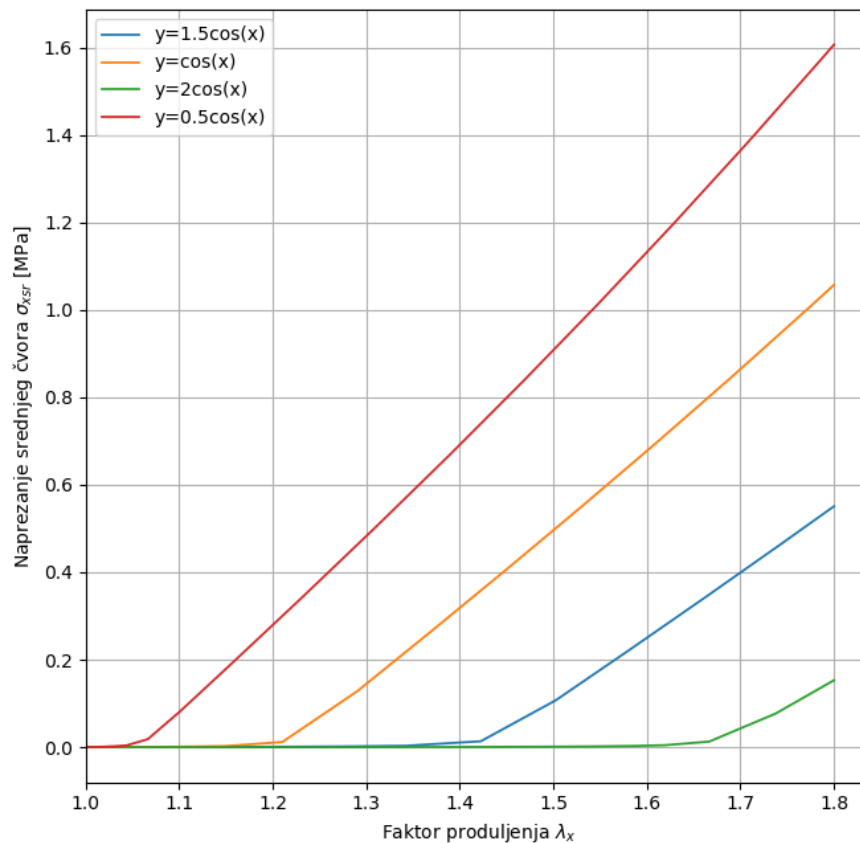
#### 5.4. Optimiranje amplitude ravninske zavojnice

Drugi provedeni pristup optimiranju parametara ravninske zavojnice je promjenom parametra amplitude zavojnice. Uz poznato ponašanje zavojnice s funkcijom  $y = \cos(x)$  provedene su analize za još tri zavojnice s različitom amplitudom funkcije. Tablica 7 daje prikaz korištenih funkcija zavojnice i izračunatih vrijednosti naprezanja.

Tablica 7 - Podaci za modele s funkcijama različite amplitude

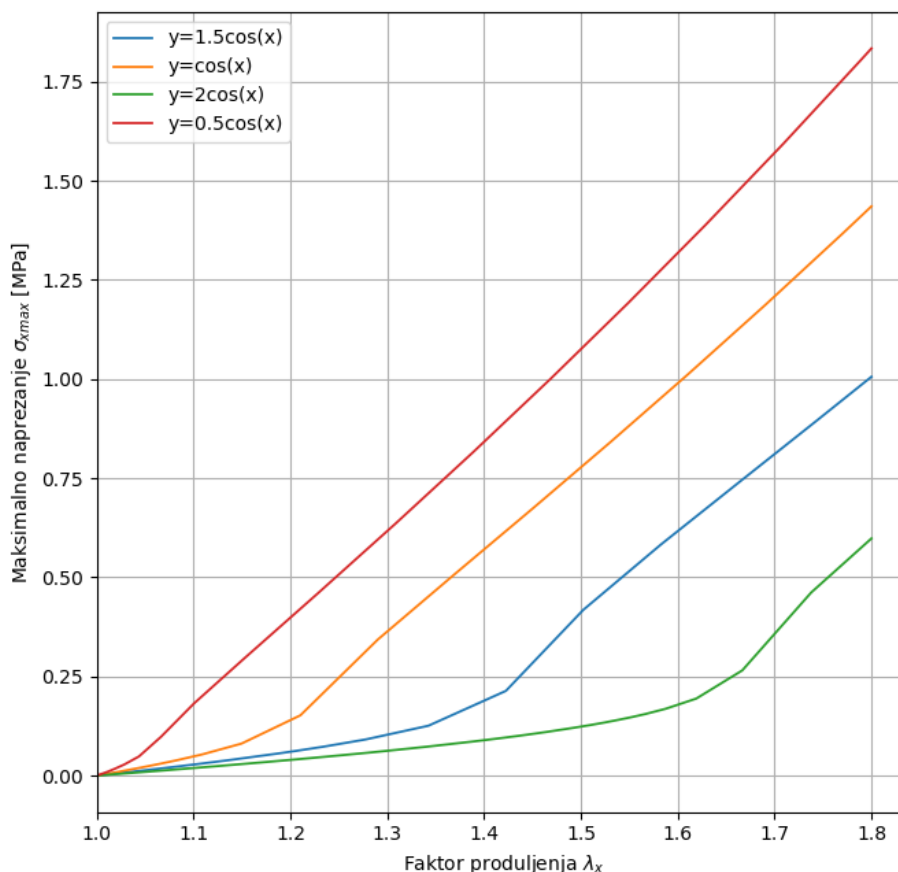
Funkcija zavojnice	Naprezanje srednjeg čvora $\sigma_{x\ sr}$ [MPa]	Maksimalno naprezanje $\sigma_{x\ max}$ [MPa]
$y=\cos(x)$	1,059	1,449
$y=0,5\cos(x)$	1,606	1,840
$y=2\cos(x)$	0,175	0,614
$y=1,5\cos(x)$	0,558	1,022

Slikom 32 prikazana je promjena naprezanja središnjeg čvora u ovisnosti o produljenju zavojnice za modele zavojnica s različitim amplitudama.

Slika 32 – Ovisnost naprezanja u srednjem čvoru  $\sigma_{x\ sr}$  o faktoru produljenja  $\lambda_x$  uz različite amplitude

Usporedbom slika 30 i 32 primjetno je približno isto ponašanje zavojnica s različitim funkcijama.

Slika 33 prikazuje ovisnost maksimalnog naprezanja  $\sigma_{x\ max}$  o faktoru produljenja  $\lambda_x$  uz različite amplitude funkcija zavojnice.

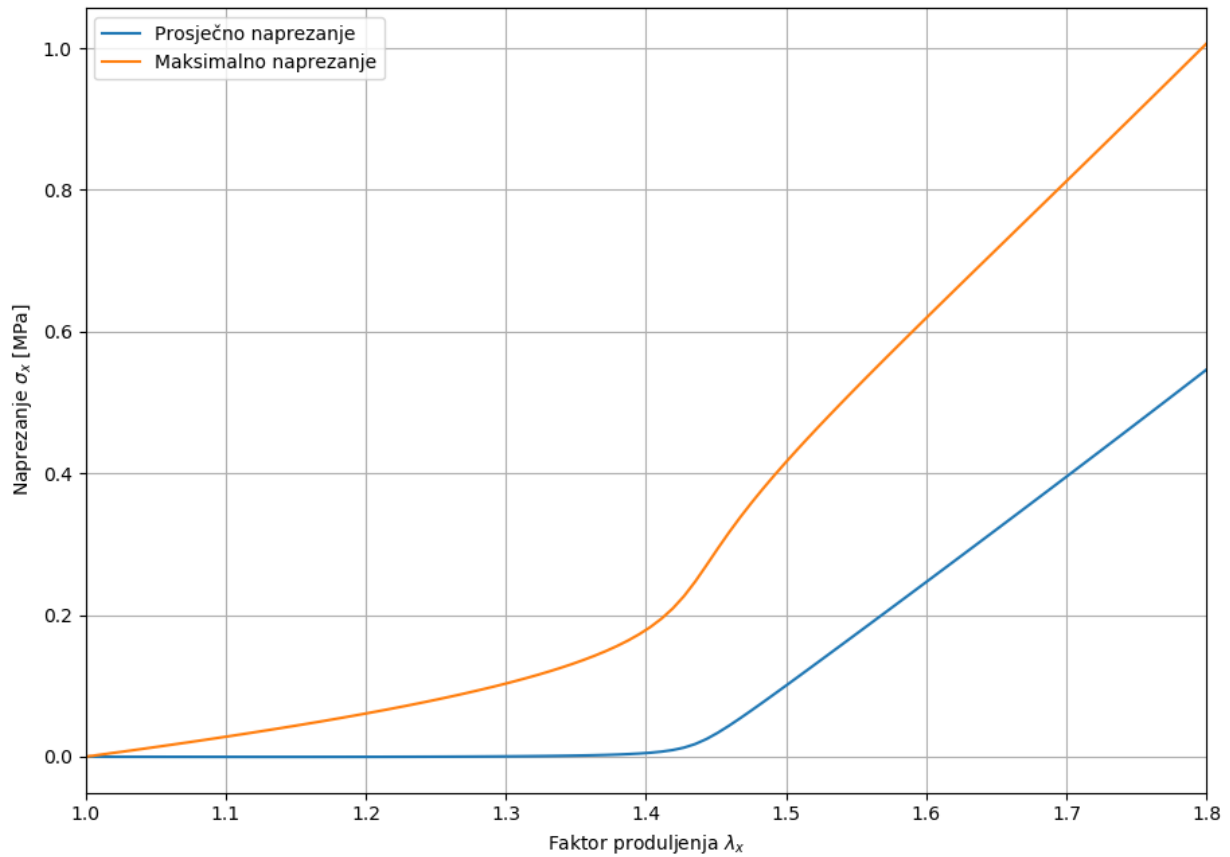


Slika 33 – Ovisnost maksimalnog naprezanja  $\sigma_{x \max}$  o faktoru produljenja  $\lambda_x$  uz različite amplitude

Usporedbom slike 31 sa slikom 33 primjetno je da uz porast amplitude do porasta maksimalnog naprezanja dolazi pri većem faktoru produljenja. Kao i u poglavlju 5.3 porast maksimalnog naprezanja u početku je približno linearan, ali za razliku od slučajeva s različitim frekvencijama krivulje u slučajevima s promjenom amplitude imaju manji nagib.

Iako obje funkcije,  $y=1,5\cos(x)$  i  $y=\cos(1,5x)$ , približno opisuju željeno ponašanje, za daljnji rad korištena je funkcija  $y=1,5\cos(x)$  budući da kod nje dolazi do manje pojave koncentracije naprezanja.

Za odabranu funkciju  $y=1,5\cos(x)$  provedena je nova analiza, ali je ovaj put ograničena veličina inkrementalnog prirasta pomaka na  $\lambda_{\max}=0,01$ . Smanjenjem veličine inkrementalnog koraka povećava se broj potrebnih inkremenata za provođenje analize te se dobije veći broj koraka odnosno točaka u dijagramu što rezultira detaljnijim prikazom ponašanja zavojnice. Za provođenje analize bilo je potrebno 117 inkrementalnih koraka.



Slika 34 – Prikaz ovisnosti naprezanja o faktoru produljenja uz 117 inkremenata

Povećanjem broja inkremenata dobiven je detaljniji prikaz promjene naprezanja s produljenjem.

Analizom rezultata pokazalo se da nema značajnije promjene naprezanja u središnjem čvoru do trenutka u kojem dolazi do približnog izravnavanja zavojnice kojem približno odgovara faktor produljenja od  $\lambda_x=1,4$ . Nakon toga daljnje produljivanje zavojnice dovodi do sužavanja poprečnog presjeka što rezultira porastom vrijednosti naprezanja.

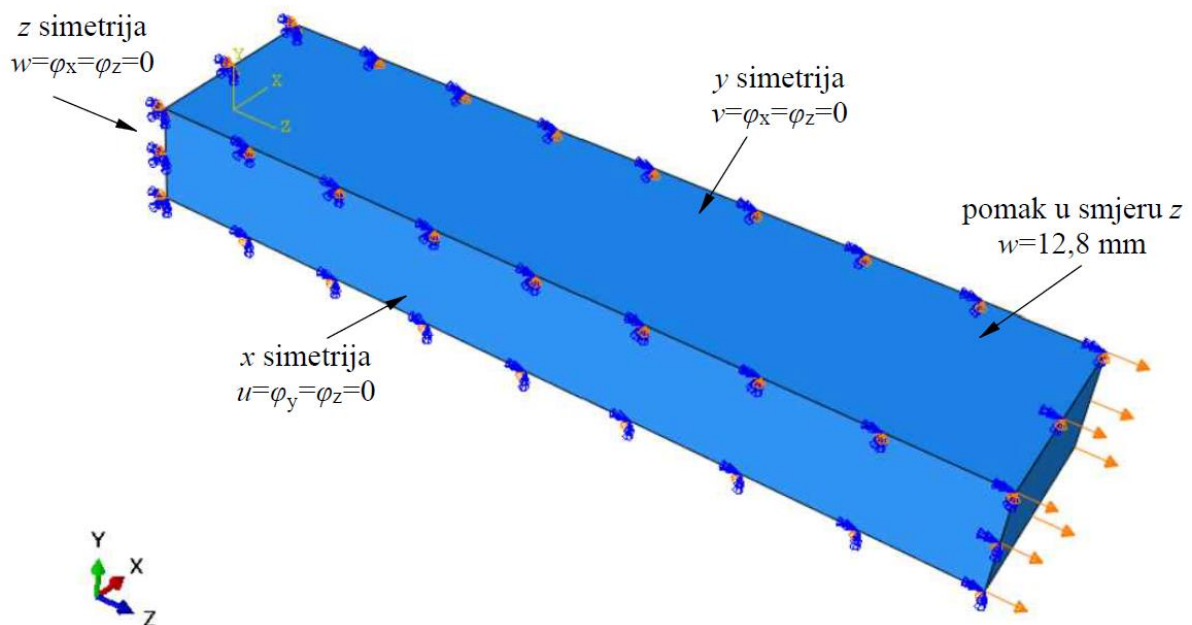
## 6. Jednoosni vlačni test epruvete s dva materijala

Za nastavak analize epruvete pri jednoosnom vlačnom testu korištena je zavojnica s funkcijom  $y=1,5\cos(x)$ . Pokazalo se da naprezanje središta poprečnog presjeka zavojnice s funkcijom  $y=1,5\cos(x)$  približno dobro opisuje ponašanje karotidne arterije pri razvlačenju, poglavito u području faktora produljenja  $1,4 < \lambda_x < 1,6$ .

### 6.1. Numerička analiza epruvete s jednim materijalom

Prije analize epruvete s dva materijala provedena je analiza epruvete samo s jednim materijalom. Iskorištena je pojednostavljena geometrija kvadra bez praznog područja u kojem se nalazi zavojnica. Dimenzije epruvete za ispitivanje jednoosnim vlačnim testom prethodno su dane slikom 19. Geometrija i rubni uvjeti simetrični su s obzirom na sve tri osi te je stoga iskorištena jedna osmina kao proračunski model. Mehanička svojstva kvadra trebaju opisivati mehanička svojstva elastina, koji je 'mekši' materijal u usporedbi s kolagenom te je stoga korišten materijal 1 s manjom vrijednosti  $C_1$ .

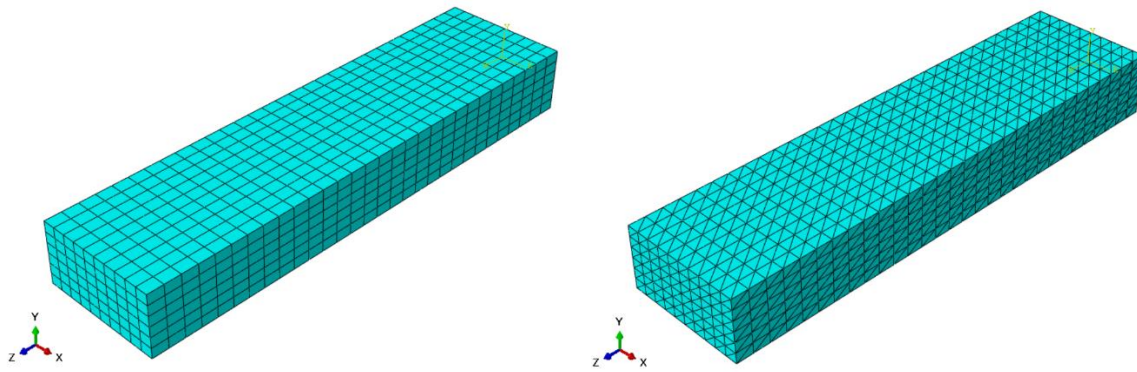
Sam proračunski model veoma je sličan proračunskom modelu opisanom u poglavlju 5.1. te ovdje neće biti detaljno opisivan već samo prikazan slikom 35.



Slika 35 – Proračunski model epruvete s jednim materijalom

Diskretizacija modela napravljena je s mrežom heksaedarskih konačnih elemenata C3D8H i s mrežom tetraedarskih konačnih elemenata drugog reda C3D10H. Obje mreže prikazane su na slici 36.





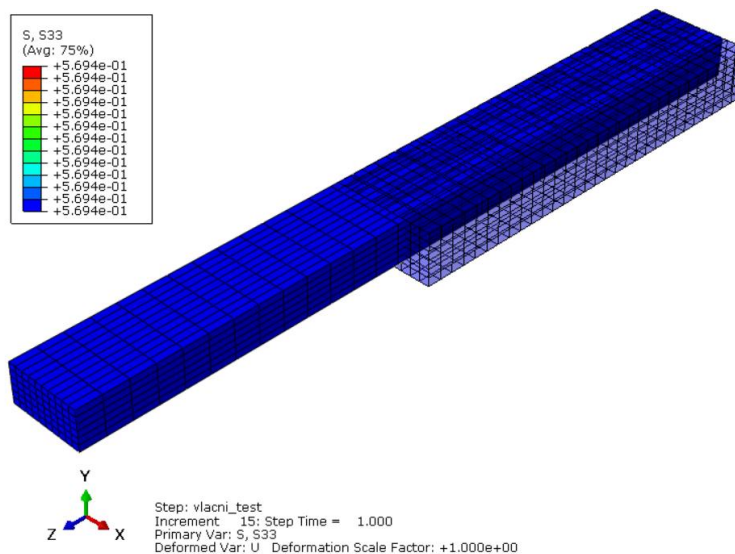
Slika 36 – Usporedni prikaz heksaedarske i tetraedarske mreže konačnih elemenata za epruvetu s jednim materijalom

Podaci o proračunskim modelima i izračunate vrijednosti naprezanja s obzirom na koordinatni sustav sa slike 36 prikazane su u tablici 8.

Tablica 8 - Podaci proračunskih modela epruvete s jednim materijalom

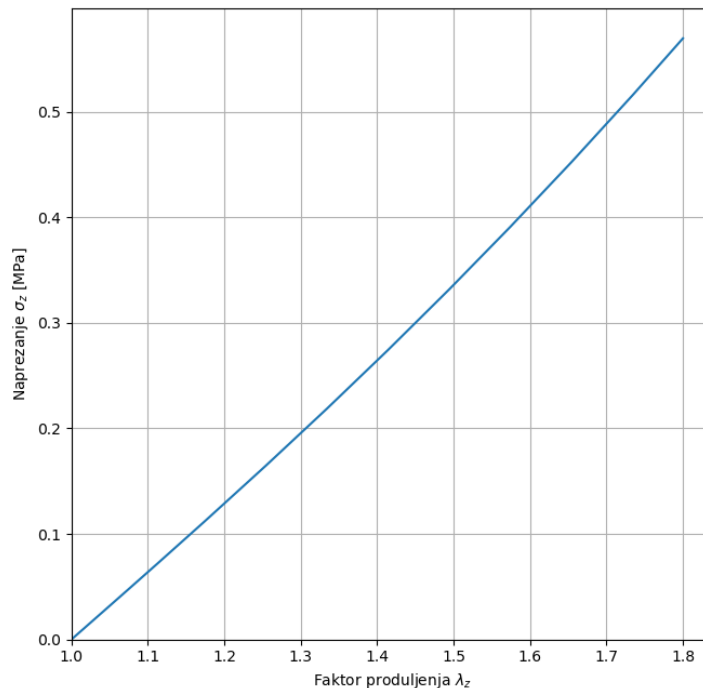
Korišteni konačni elementi	Broj konačnih elemenata	Naprezanje $\sigma_z$ [MPa]
C3D8H	1800	0,569
C3D10H	9862	0,569

Iz tablice 8 vidljivo je da se rezultati naprezanja za korištene različite konačne elemente ne razlikuju. Također, kao i u primjeru u poglavlju 5.1, naprezanje je jednoliko raspodijeljeno po cijelom modelu epruvete. Slikom 37 prikazani su deformirani i nedeformirani oblik jedne osmine epruvete za mrežu heksaedarskih konačnih elemenata.



Slika 37 – Prikaz deformiranog i nedeformiranog oblika epruvete s jednim materijalom

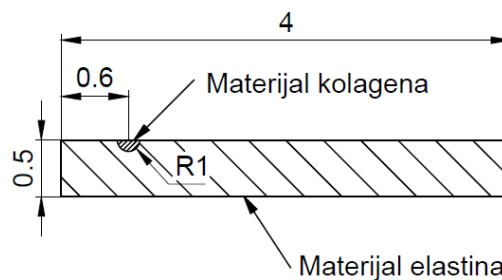
Produljenjem epruvete, sužava se poprečni presjek epruvete te je krivulja naprezanje u ovisnosti o produljenju identična kao i kod eksperimentalnog ispitivanja epruvete za materijal 1.



Slika 38 – Ovisnost naprezanja  $\sigma_z$  epruvete s jednim materijalom o faktoru produljenja  $\lambda_z$

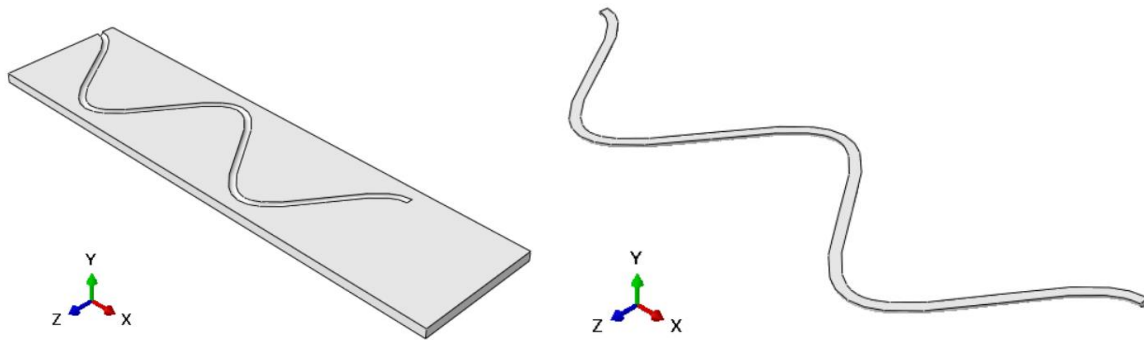
## 6.2. Numerička analiza epruvete s dva materijala

S obzirom na velike razlike u dimenzijama epruvete i promjera zavojnice, izrađena geometrija za analizu predstavlja samo jedan segment epruvete s dva materijala. S obzirom da je promjer zavojnice za red veličine manji od visine epruvete prema njemu je i prilagođena visina segmenta na kojem je provedena numerička analiza. Na područjima segmenta epruvete dovoljno udaljenim od zavojnice pokazalo se da korištenje dva materijala nema utjecaja te bi korištenje ukupne geometrije povećalo broj konačnih elemenata i vrijeme potrebno za analizu. Slikom 39 shematski je prikazan poprečni presjek epruvete s dva materijala u numeričkoj analizi.



Slika 39 – Shematski prikaz segmenta poprečnog presjeka epruvete s dva materijala

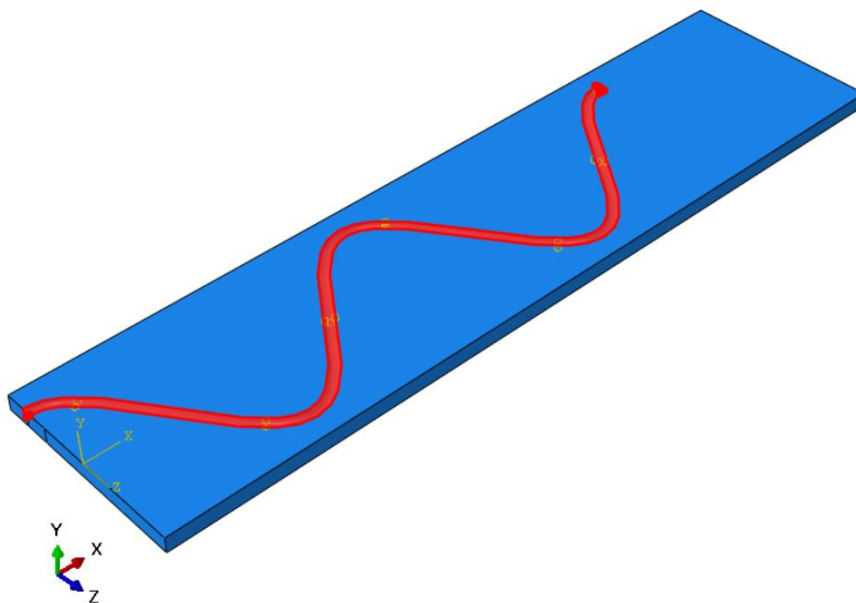
Slikom 40 prikazan je CAD model zavojnice i matrice koji su korišteni u provođenju numeričke analize. Korišteni materijali prethodno su opisani u poglavlju 1.3.1. pri čemu je materijal 2 dodijeljen zavojnici kojom se pokušava opisati ponašanje kolagenskog vlakna dok je materijal 1 dodijeljen segmentu epruvete koji predstavlja matricu od elastina.



Slika 40 – CAD modeli zavojnice i matrice za numeričku analizu

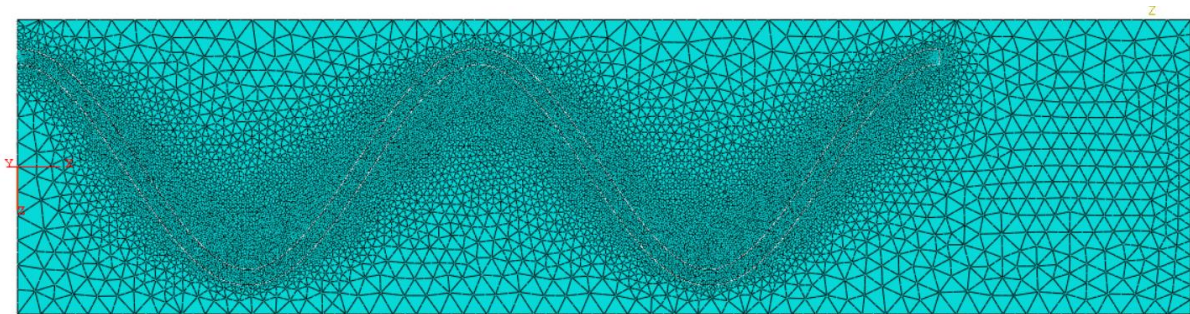
Rubni uvjeti u numeričkoj analizi postavljeni su analogno kao i kod već opisanih primjera

S obzirom na korištenje dvaju različitih modela koji predstavljaju dva različita materijala bilo je potrebno definirati njihovu međusobnu interakciju. Kao što je već navedeno, prilikom *PJM* postupka 3D ispisa oba materijala se istovremeno ispisuju te skrućuju pod utjecajem UV svjetlosti. Stoga je za definiranje interakcije između dva modela korištena opcija *Tie* koja predstavlja svojevrsnu krutu vezu što znači da nema relativnih pomaka između *master* i *slave* površina. Kao *master* površina odabrane su plohe u matrici prikazane crvenom bojom na slici 41 dok je su za *slave* površine odabrani njihovi 'negativi' na modelu zavojnice.



Slika 41 – Master površine na matrici

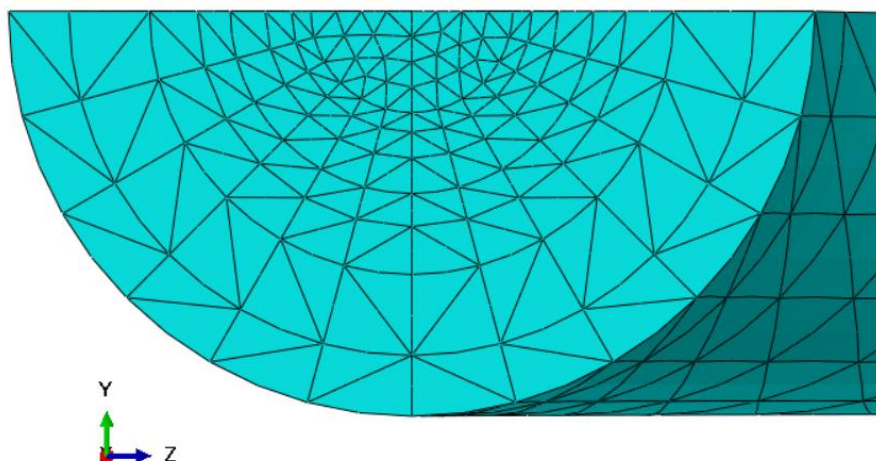
Geometrija modela relativno je kompleksna za izradu mreže heksaedarskih konačnih elemenata te su u analizi korišteni tetraedarski elementi drugog reda C3D10H. U prethodnim jednostavnijim analizama tetraedarski konačni elementi pokazali su jednaku točnost kao i heksaedarski konačni elementi te se stoga smatra da se njihovim korištenjem neće narušiti točnosti analize. Model zavojnice diskretiziran je s mrežom od 23296 konačnih elemenata dok je mreža matrice sadržavala 51977 konačnih elemenata. Slikom 42 prikazana je mreža konačnih elemenata za ukupan proračunski model.



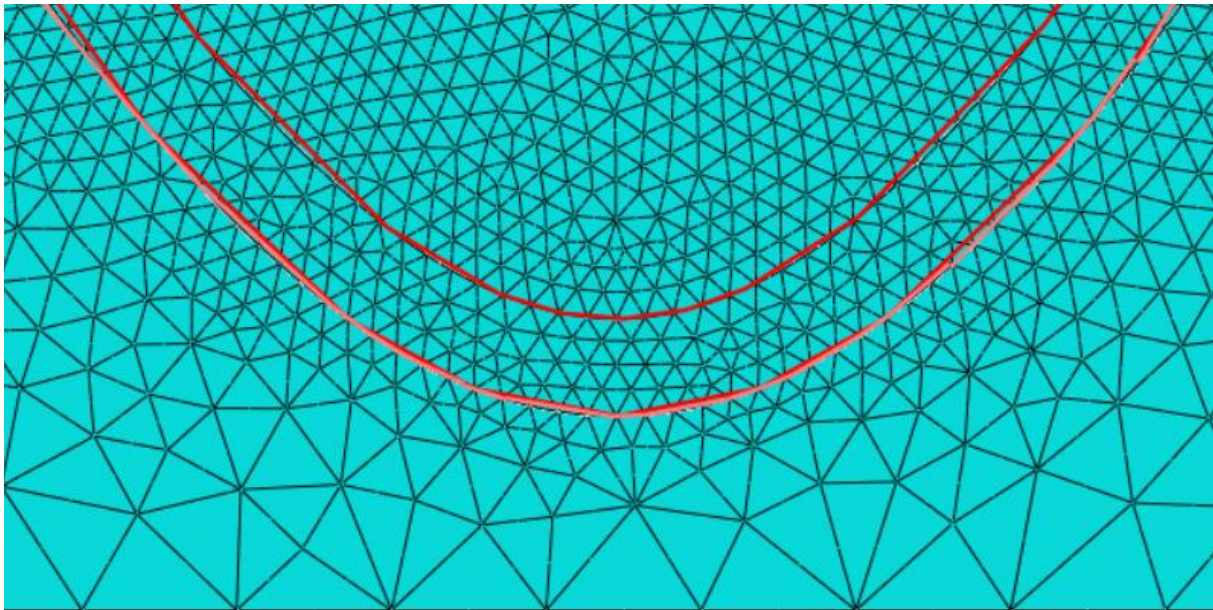
Slika 42 – Ukupna mreža konačnih elemenata za model 1

Iz slike 42 vidljivo je kako je u području zavojnice i njejoj okolici veća gustoća konačnih elemenata. Time se u analizi želi dobiti što detaljniji prikaz ponašanja modela u području od značaja. Udaljavanjem od zavojnice povećavaju se dimenzije konačnih elemenata jer na tom području ne dolazi do utjecaja zavojnice na matricu.

Iako se koristi samo segment epruvete, razlika u dimenzijama u usporedbi sa zavojnicom je još uvijek velika, te slika 42 nije dovoljno pregledna. Slikom 43 prikazana je detalj diskretizacije početka zavojnice dok je slikom 44 prikazan detalj na poveznici zavojnice i matrice pri čemu je crvenom bojom naznačena granica između modela.



Slika 43 – Detalj diskretizacije početka zavojnice



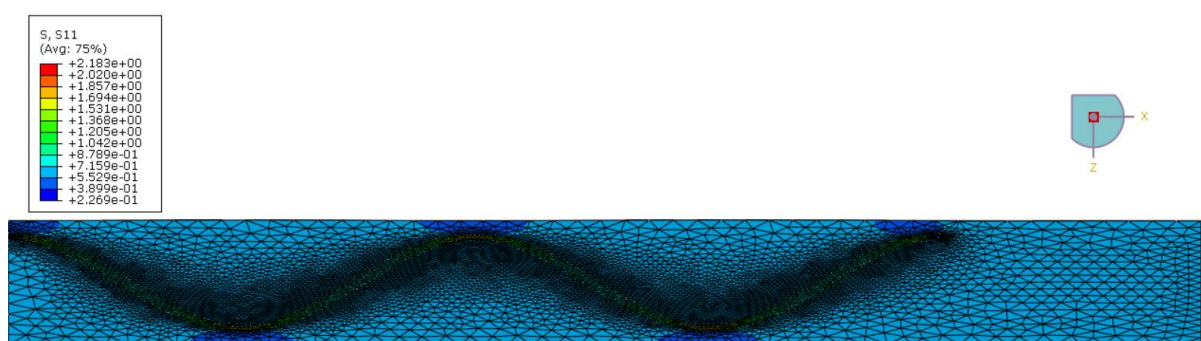
Slika 44 – Detalj mreže konačnih elemenata na granici modela

Opisani model u kojem je korištena zavojnica s funkcijom  $y=1,5\cos(x)$  imenovan je kao model 1 te su njegove značajne karakteristike prikazane tablicom 9.

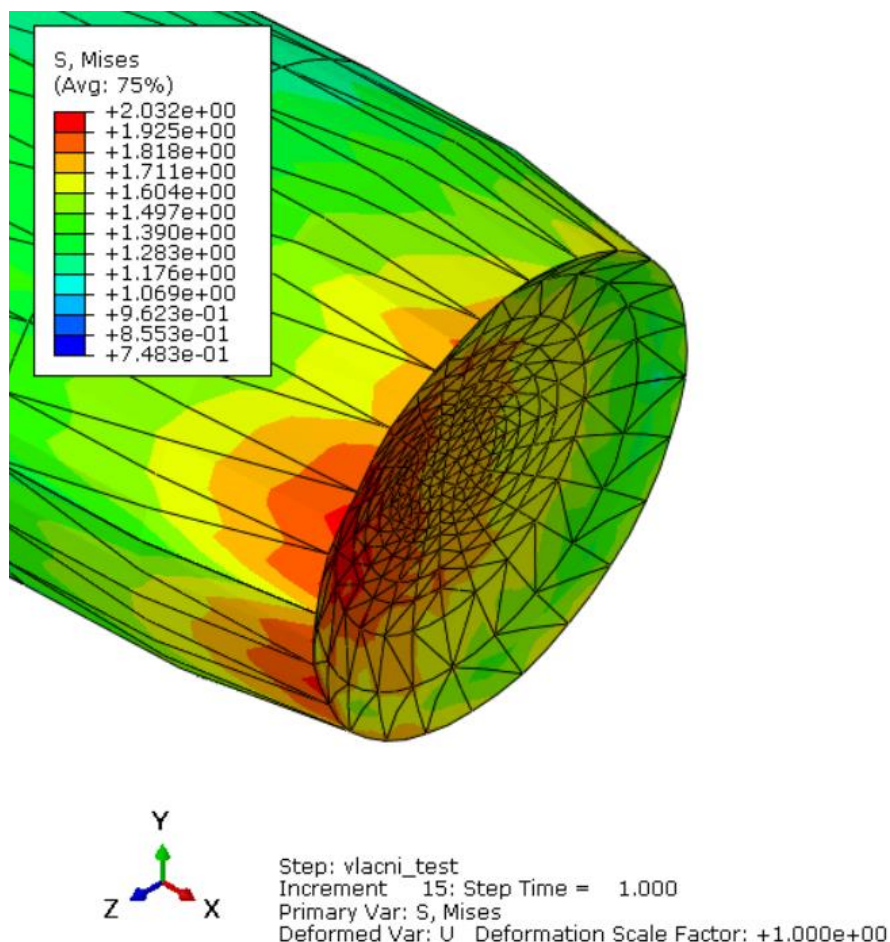
Tablica 9 - Značajke modela 1

Ime modela	Korištena funkcija	Broj KE zavojnice	Broj KE matrice	Širina segmenta epruvete
Model 1	$y=1,5\cos(x)$	23296	51977	4 mm

Nakon provedene numeričke analize uočeno je da unutar matrice ne dolazi do potpunog izravnjanja zavojnice što je vidljivo na deformiranom obliku jedne četvrtine epruvete prikazanom slikom 45.

Slika 45 – Raspodjela Cauchyevog napreznja  $\sigma_x$  na deformiranom obliku za model 1

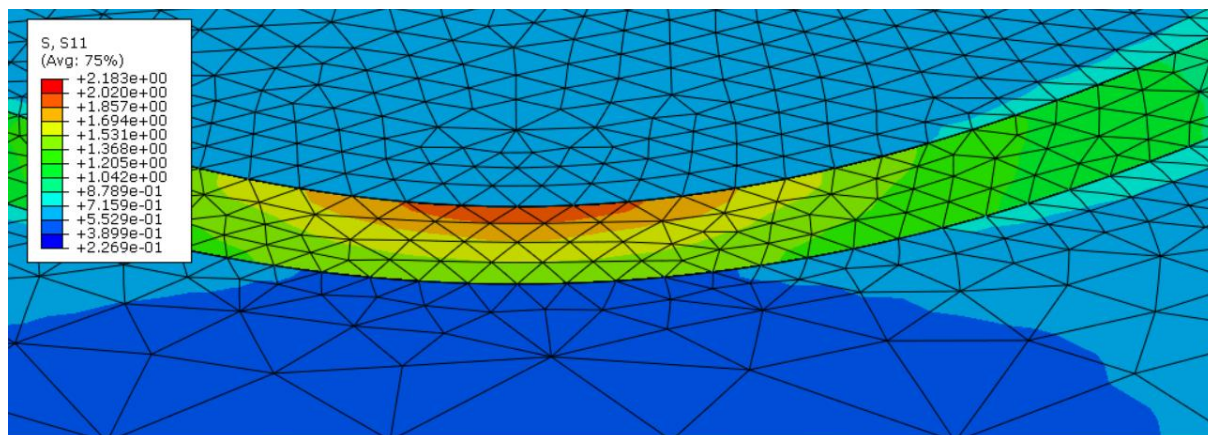
Na mjestu spoja početka zavojnice i matrice zbog međusobne veze između dva različita materijala dolazi do sužavanja i deformiranja poprečnog presjeka zavojnice što za posljedicu ima pojavu tangencijalnih napreznja. Zbog toga na ovom području nije ispravno promatrati samo Cauchyovo napreznje  $\sigma_x$  već je potrebno promatrati ekvivalentno napreznje po von Misesu. Maksimalna vrijednost napreznja koja se javlja iznosi  $\sigma_{ekv}=2,032$  MPa. Velika deformiranost konačnih elemenata može imati utjecaja pri ekstrapolaciji rezultata iz točaka integracije u čvorove te je za čvor s najvećim napreznjem provedena provjera rezultata. Odgovarajuća vrijednost ekvivalentnog napreznja u točki integracije iznosi  $\sigma_{ekv}=1,903$  MPa. Pojavom sužavanja i deformiranja poprečnog presjeka dolazi do povećanog napreznja na početku zavojnice te se na tom mjestu spoja dva materijala može očekivati kako će doći do pucanja epruvete pri eksperimentalnom ispitivanju.



Slika 46 – Raspodjela ekvivalentnih napreznja prema von Misesu na početku zavojnice

Slikom 47 dan je detalj prikaza raspodjele Cauchyevog napreznja  $\sigma_x$  na karakterističnom presjeku. Iz slike je vidljiva raspodjela napreznja po presjeku zavojnice. Također je vidljivo da na području matrice u blizini zavojnice nema značajnijeg povećanja napreznja. Uzduž

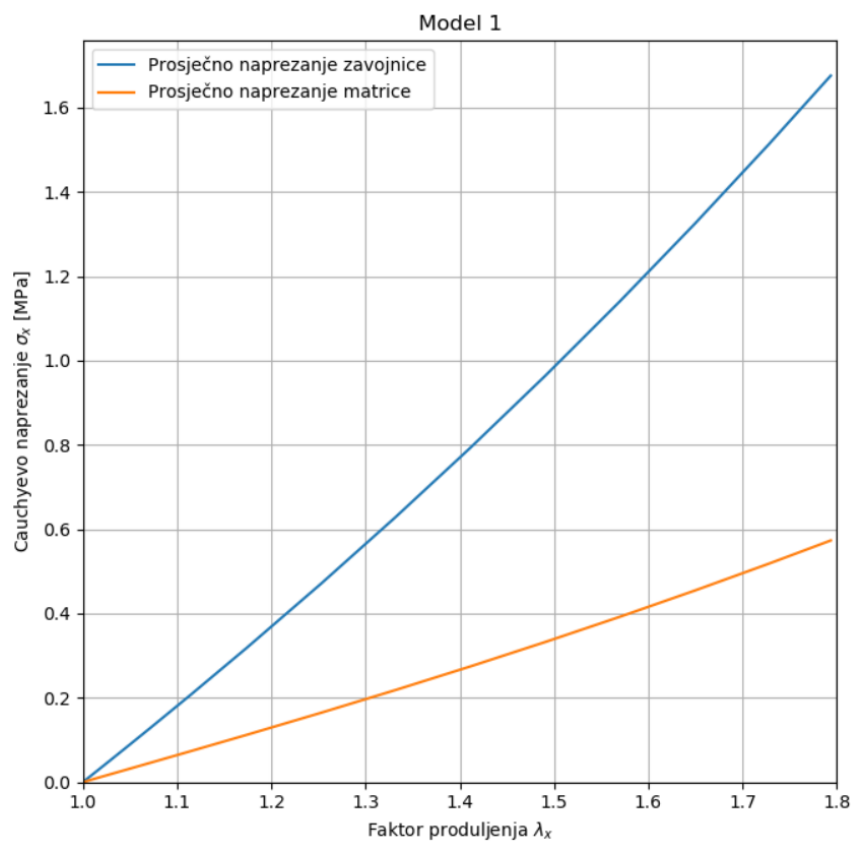
poprečnog presjeka zavojnice raspodjela naprezanja je u principu ista kao na slici 47 te se kao prosječno naprezanje može koristiti vrijednost iz srednjeg čvora poprečnog presjeka.



Slika 47 – Raspodjela Cauchyevog naprezanja  $\sigma_x$  na karakterističnom presjeku epruvete

Naprezanje matrice je većinskim djelom jednoliko raspoređeno osim u područjima na kojima zavojnica dolazi do ruba segmenta epruvete.

Slikom 48, prikazana je prosječna vrijednost Cauchyevog naprezanja  $\sigma_x$  za zavojnicu i matricu u ovisnosti o faktoru produljenja  $\lambda_x$ .



Slika 48 – Ovisnost Cauchyevog naprezanja  $\sigma_x$  o faktoru produljenja  $\lambda_x$  za model 1

Pri usporedbi s analizama provedenim za zavojnice u poglavlju 5, vidljivo je da od početka produljivanja epruvete dolazi do porasta naprezanja. Matrica u koju je postavljena zavojnica onemogućuje njeno slobodno deformiranje pri kojem ne bi došlo do porasta naprezanja.

### 6.3. Analiza modela epruvete s dva materijala korištenjem različitih funkcija zavojnice

Provjera utjecaja geometrije zavojnice, na ovisnost naprezanja o produljenju, provedena je korištenjem različitih funkcija koje opisuju srednju liniju zavojnice. Izrađena su dva modela, jedan s povećanom i jedan sa smanjenom amplitudom funkcije srednje linije zavojnice. Zbog promjene amplitude zavojnice potrebno je promijeniti širinu segmenta epruvete.

U tablicama 10 i 11 prikazane su bitne karakteristike modela 2 i 3.

**Tablica 10 – Karakteristike modela 2**

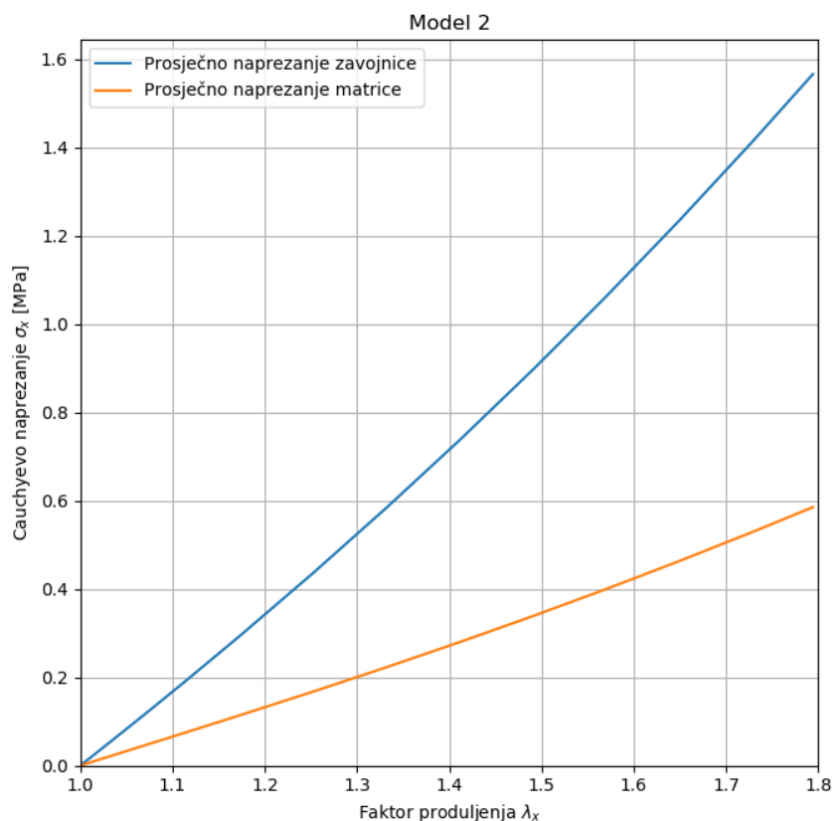
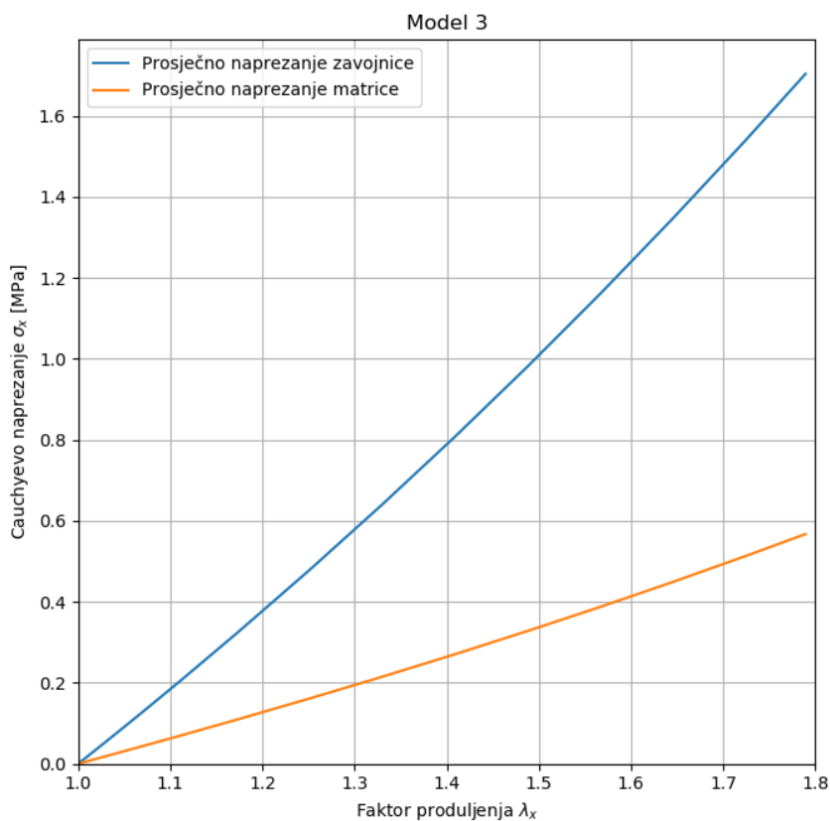
Ime modela	Korištena funkcija	Broj KE zavojnice	Broj KE matrice	Širina segmenta epruvete
Model 2	$y=2\cos(x)$	21359	57870	5 mm

**Tablica 11 - Značajke modela 3**

Ime modela	Korištena funkcija	Broj KE zavojnice	Broj KE matrice	Širina segmenta epruvete
Model 3	$y=\cos(x)$	19109	55759	3 mm

Numeričke analize provedene na novim modelima istovjetne su analizi opisanoj u poglavlju 6.2 te su prikazani dijagrami ovisnosti Cauchyevog naprezanja  $\sigma_x$  o faktoru produljenja  $\lambda_x$  za karakterističan presjek slikama 49 i 50.



Slika 49 – Ovisnost Cauchyevog naprezanja  $\sigma_x$  o faktoru produljenja  $\lambda_x$  za model 2Slika 50 - Ovisnost Cauchyevog naprezanja  $\sigma_x$  o faktoru produljenja  $\lambda_x$  za model 3

Iz priloženih dijagrama vidljivo je da promjenom funkcije zavojnice ne dolazi do promjene u generalnom odzivu epruvete pri produljenju. Unatoč tome, pri povećanju amplitude dolazi do manjih promjena u vrijednosti naprezanja za oba materijala.

#### 6.4. Aproximacija prosječnog naprezanja poprečnog presjeka epruvete

Na primjeru modela 1 iz poglavlja 6.3. bit će prikazana aproksimacija prosječnog naprezanja na poprečnom presjeku epruvete.

Prilikom eksperimentalnog jednoosnog vlačnog testa na kidalici, nije moguće mjeriti silu odnosno naprezanje za pojedini materijal unutar epruvete. Kako bi se dobilo prosječno naprezanje na poprečnom presjeku utjecaj pojedinog materijala provest će se aproksimacija preko njegovog udjela u površini poprečnog presjeka. Za poprečni presjek prikazan slikom 47 prosječno naprezanje  $\sigma_{sr}$  pri faktoru istežanja  $\lambda_x=1,8$  se aproksimira prema teoriji smjesa izrazom:

$$\sigma_{sr} = f_1 \cdot \sigma_{x1} + f_2 \cdot \sigma_{x2}, \quad (6.1)$$

pri čemu su:

$\sigma_{x1} = 0,573$  MPa - prosječno naprezanje materijala 1 (zavojnica)

$\sigma_{x2} = 1,676$  MPa - prosječno naprezanje materijala 2 (matrica)

$f_1$  - faktor udjela površine materijala 1 u ukupnom poprečnom presjeku

$f_2$  - faktor udjela površine materijala 2 u ukupnom poprečnom presejku

Faktori  $f_1$  i  $f_2$  izračunavaju se kao omjeri površine materijala i ukupne površine poprečnog presjeka prema izrazima:

$$f_1 = \frac{A_1}{A_{uk}}, \quad (6.2)$$

$$f_2 = \frac{A_2}{A_{uk}}. \quad (6.3)$$

Ukupna površina poprečnog presjeka segmenta epruvete iznosi:

$$A_{uk} = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ mm}^2. \quad (6.4)$$

Površina poprečnog presjeka materijala 2,  $A_2$  iznosi:

$$A_2 = \frac{r^2 \pi}{2} = \frac{0,1^2 \pi}{2} = 0,0156 \text{ mm}^2. \quad (6.5)$$

Površina poprečnog presjeka koju zauzima materijal 1 jednaka je razlici ukupne površine  $A_{uk}$  i površine materijala 2,  $A_2$  pa slijedi:

$$A_1 = A_{uk} - A_2 = 2 - 0,0156 = 1,984 \text{ mm}^2. \quad (6.6)$$

Kad se vrijednosti iz 6.4, 6.5 i 6.6 uvrste u izraze 6.2 i 6.3 slijede faktori udjela površine za pojedine materijale:

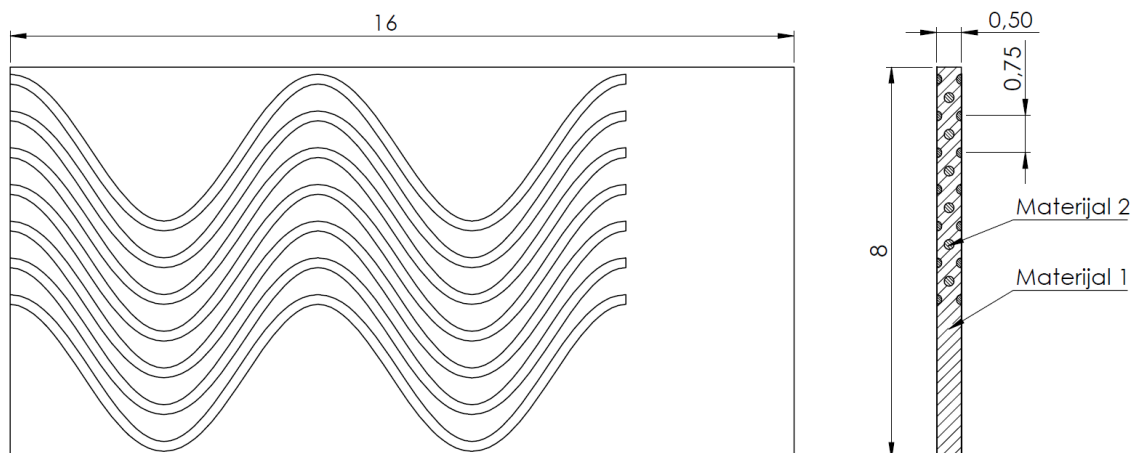
$$f_1 = \frac{1,984}{2} = 0,992, \quad (6.7)$$

$$f_2 = \frac{0,0156}{2} = 0,0078. \quad (6.83)$$

U konačnici aproksimirano srednje naprezanje prema izrazu 6.1 za model 1 iznosi:

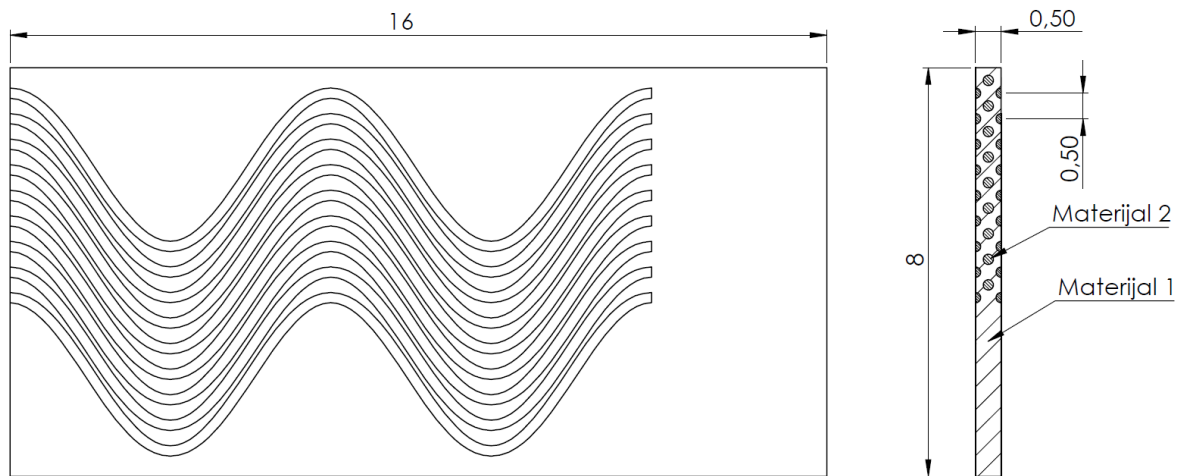
$$\sigma_{sr} = 0,992 \cdot 0,573 + 0,0156 \cdot 1,676 = 0,5946 \text{ MPa}. \quad (6.6)$$

Zbog velikog udjela materijala 1 u poprečnom presjeku, prosječno naprezanje poprečnog presjeka ne razlikuje se znatno od naprezanja materijala 1. Kako bi se dobio porast prosječnog naprezanja potrebno je unutar segmenta epruvete postaviti više zavojnica. Slikom 51 prikazan je shematski raspored slaganja zavojnica nazvan koncept 1.



Slika 51 – Shematski prikaz slaganja zavojnica za koncept 1

Smanjenjem razmaka između postavljenih zavojnica može se progustiti njihov raspored te se na taj način dobije shematski raspored nazvan koncept 2.



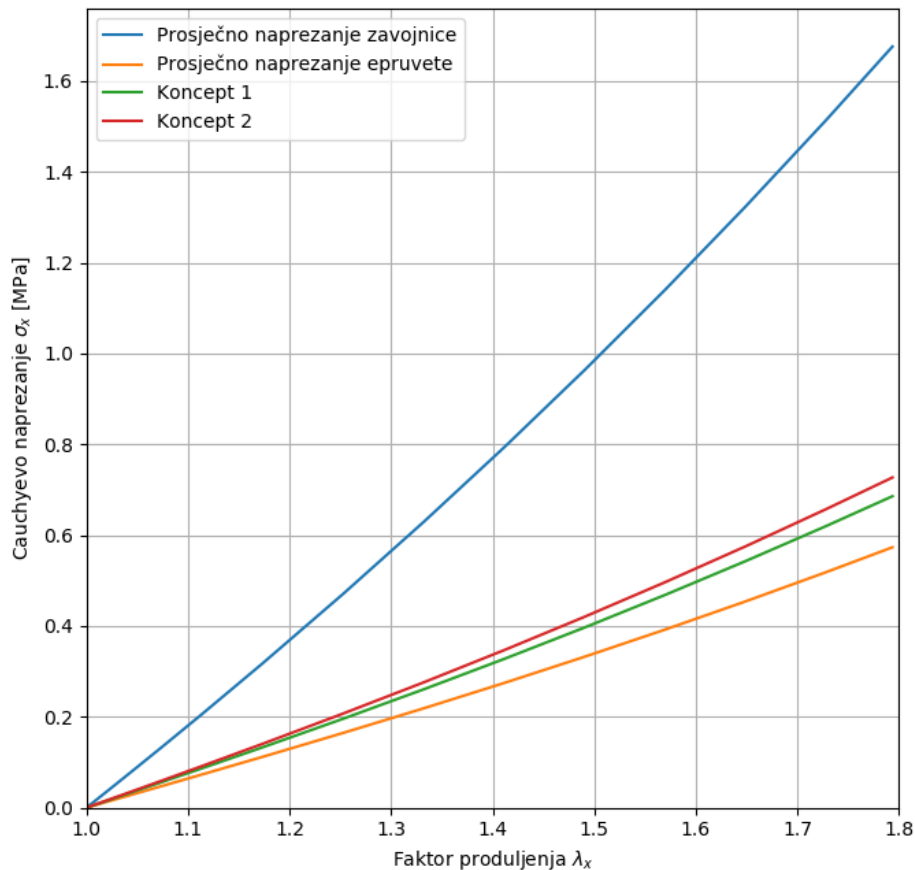
Slika 52 – Shematski prikaz slaganja zavojnica za koncept

Tablicom 12 prikazana su izračunate vrijednosti potrebne za aproksimaciju prosječnog napreznja na poprečnom presjeku za oba koncepta.

Tablica 12 – Izračunate vrijednosti za dva različita koncepta

	$A_{uk}$ [mm <sup>2</sup> ]	$A_1$ [mm <sup>2</sup> ]	$A_2$ [mm <sup>2</sup> ]	$f_1$	$f_2$	$\sigma_{apr}$ [MPa]
Koncept 1	4	3,592	0,408	0,898	0,102	0,685
Koncept 2	4	3,425	0,565	0,856	0,141	0,726

Slikom 53 usporedno su prikazane vrijednosti prosječnog napreznja po poprečnom presjeku za koncepte 1 i 2.



Slika 53 – Usporedba aproksimiranog prosječnog naprezanja po poprečnom presjeku za koncepte 1 i 2

Iz priloženog dijagram vidljivo je da s povećanjem udjela materijala 2 dolazi do porasta naprezanja. Pri manjem produljenju razlike između naprezanja praktički nema, ali povećanjem produljenja dolazi do sve veće razlike među naprezanjima za različite koncepte. Koncept 2 predstavlja najveću gustoću slaganja zavojnica s funkcijom  $y=1,5\cos(x)$ . U prethodnom poglavlju pokazano je da promjena amplitude funkcije zavojnice ne utječe znatno na promjenu naprezanja. Ako se upotrijebi funkcija zavojnice  $y=\cos(x)$  s manjom amplitudom moguće je povećati gustoću slaganja zavojnica te na taj način povećati prosječno naprezanje.

Postupak izračuna prosječnog naprezanja poprečnog presjeka predstavlja približnu vrijednost te ga je potrebno potvrditi eksperimentalnim ispitivanjem.

## 7. Numerička analiza cilindričnog modela

Korištenjem numeričkog modela opisanog u [23], koji realno opisuje ponašanje arterija, izgenerirani su podaci za stijenku arterije pri različitim produljenjima produljenju prikazani tablicom 13.

**Tablica 13 - Prikaz podataka dobivenih pomoću [23]**

Aksijalno produljenje	Unutarnji radijus stijenke $R_i$ [mm]	Debljina stijenke $t$ [mm]	Duljina stijenke $L$ [mm]	Cauchyovo naprezanje $\sigma_x$ [ $10^{-2}$ MPa]
0%	6,81	1,67	100	4,53...4,91
5%	6,6	1,63	105	21,5...19,6
10%	6,5	1,58	110	214..179
15%	6,53	1,35	115	454..403

U tablici 13 produljenje od 0% predstavlja *in vivo* stanje u kojem postoje zaostala naprezanja uzrokovana biološkom strukturom stijenke arterije.

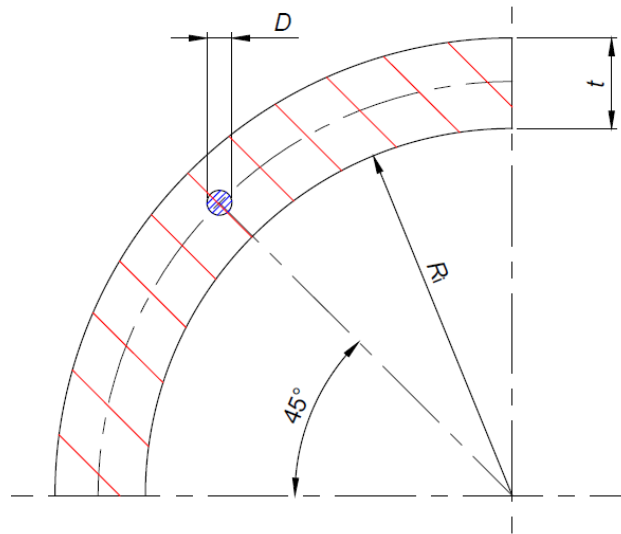
U sklopu ovog rada provedene su numeričke analize za više koncepata, ali će biti prikazani rezultati samo za najbolji model.

Kako bi u 3D ispisanom modelu došlo pojave zaostalih naprezanja odabrana je početna duljina  $L=86$  mm. Za unutarnji promjer stijenke uzeta je vrijednosti  $R_i=7,31$  mm dok je debljina stijenke  $t=1,8$  mm. Elastomer koji nastoji oponašati kolagensko vlakno definiran je prostornom zavojnicom pomoću značajke *helix* u programskom paketu *Catia V5R20*. Parametri kojima se može utjecati na geometriju prostorne zavojnice su promjer poprečnog presjeka, promjer *helix*-a i korak. Tablicom 14 prikazane su karakteristike spiralne zavojnice

**Tablica 14 – Karakteristike geometrije prostorne zavojnice**

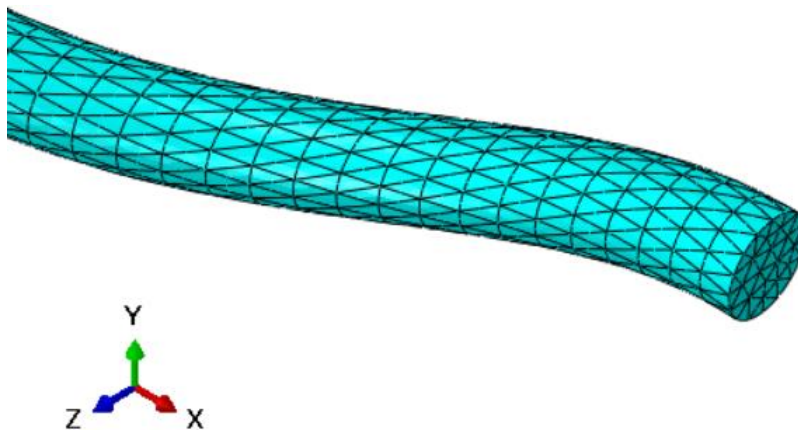
Početna duljina [mm]	Korak [mm]	Broj navoja	Promjer zavojnice [mm]	Promjer poprečnog presjeka [mm]
40	8	5	1	0,5

Poprečni presjek modela shematski je prikazan slikom 54. Crvenom bojom označeno je područje materijala 1 dok je plavo bojom označeno područje materijala 2.

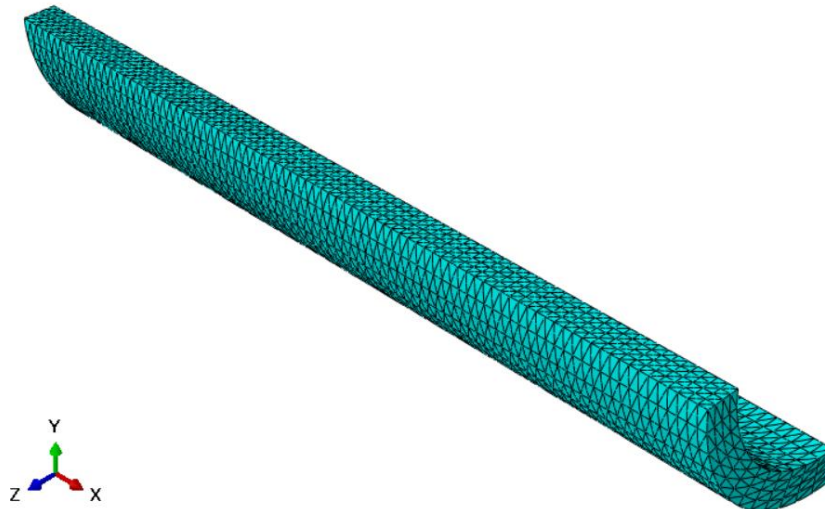


Slika 54 – Shematski prikaz poprečnog presjeka modela cilindra

Diskretizacija modela provedena je pomoću tetraedarskih elemenata drugog reda C3D10H. Slikom 55 prikazan je dio mreže konačnih elemenata prostorne zavojnice dok se na slici 56 nalazi mreža konačnih elemenata cilindrične matrice.

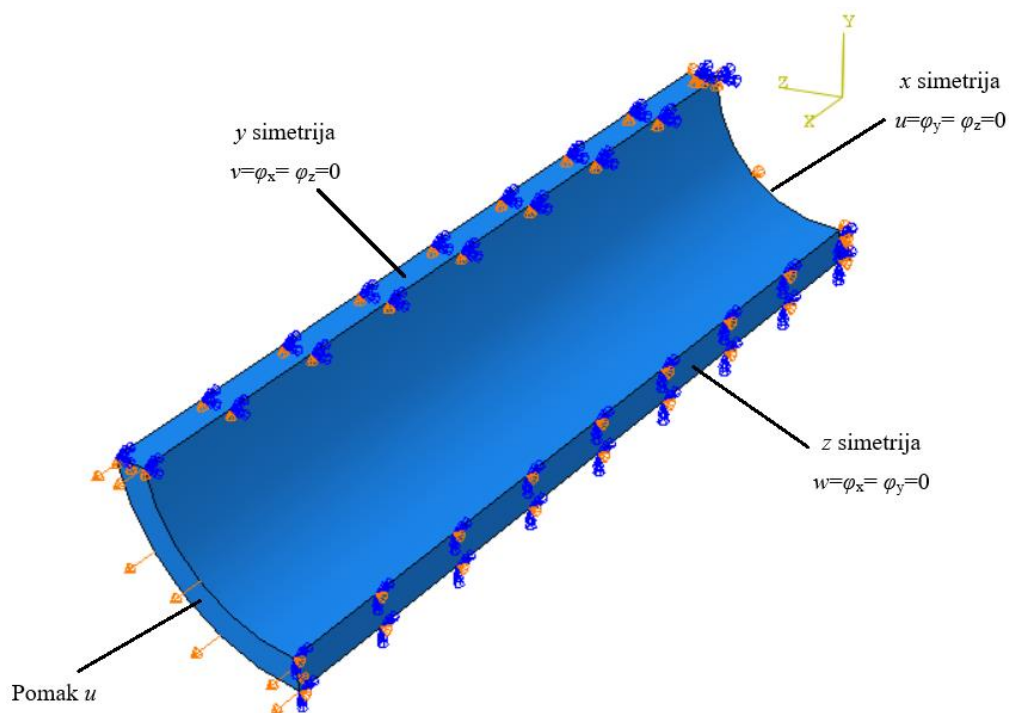


Slika 55 – Detalj mreže s 19992 konačnih elemenata prostorne zavojnice



Slika 56 – Mreža s 38661 konačnim elementom cilindrične matrice

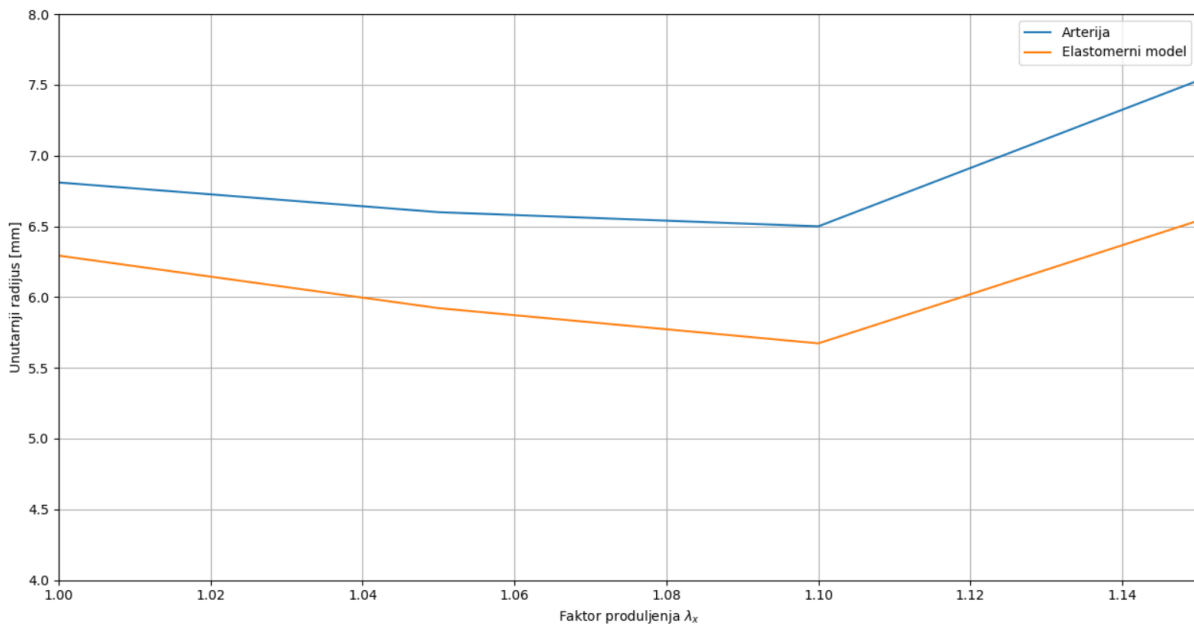
Računalna simulacija podijeljena je u četiri koraka. U prvom koraku zadan je aksijalni pomak  $u=7$  mm čime se nastoji postići *in vivo* stanje. U svakom idućem koraku pomak je povećavan kako bi se dobila produljenja od 5%, 10% i 15%. Budući da je model simetričan korištena je samo osmina ukupnog modela te su dodijeljeni potrebni rubni uvjeti simetrije. Proračunski model prikazan je slikom 57.



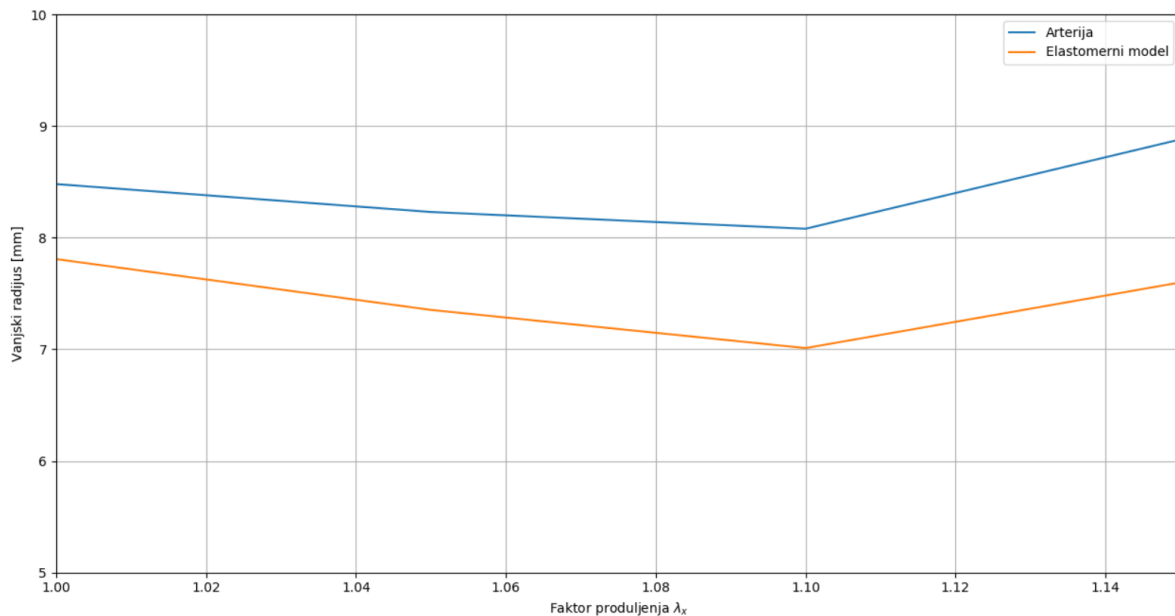
Slika 57 – Rubni uvjeti cilindričnog modela



Slikama 58 prikazana je usporedba promjene unutarnjeg radijusa za model arterije prema [23] i elastomerni model dok je na slici 59 usporedba vanjskih radijusa za navedene modele. Iz priloženih slika je vidljivo da dolazi do odstupanja između vrijednosti, ali je elastomernim modelom dobro opisan trend promjene unutarnjeg i vanjskog radijusa.

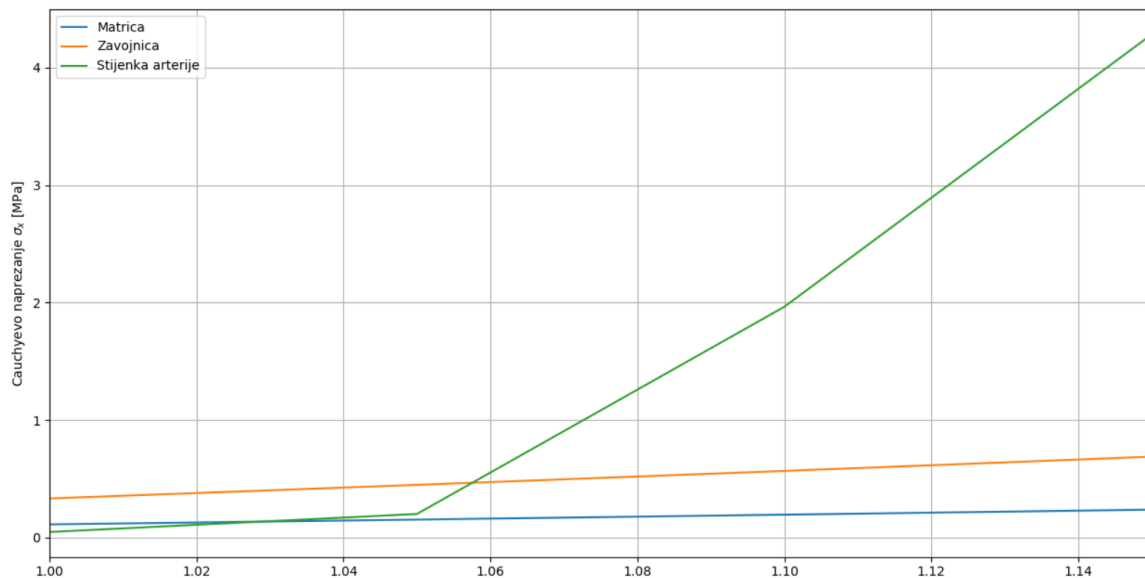


Slika 58 – Usporedba promjene unutarnjeg radijusa za arteriju i elastomerni model



Slika 59 – Usporedba promjene vanjskog radijusa za arteriju i elastomerni model

Iako elastomerni model dobro opisuje promjene unutarnjeg i vanjskog radijusa odnosno suženje arterije pri produljenju, nije uspješno opisao promjenu naprezanja s produljenjem. Slikom 60 prikazana je usporedba naprezanja zavojnice i matrice s stvarnom arterijom. Kao i kod modela epruvete, matrica u koju je uronjena prostorna zavojnica ograničava njeno deformiranje.



Slika 60 – Usporedba naprezanja elastomernog modela i stvarne arterije

Prikazani dijagram ograničen je na područje faktora produljenja  $1 < \lambda < 1,15$  što znači da počinje od *in vivo* stanja naprezanja. Vrijednosti naprezanja matrice i zavojnice pri *in vivo* stanju veće su od naprezanja stvarna arterije. Daljnjim porastom produljenja ne dolazi do pojave u skoku krutosti elastomernog modela.

## 8. Zaključak

U okviru ovog diplomskog rada bilo je potrebno koristeći elastomerne materijale opisati mehaničko ponašanje stijenke aorte pri jednoosnom aksijalnom opterećenju. U modelima su korištena dva materijala kako bi se opisalo ponašanje glavnih konstituenata stijenke aorte, kolagena i elastina. Provedenim numeričkim simulacijama prikazan je utjecaj promjene pojedinih parametara na različite ispitane modele. U svrhu bolje sistematizacije i preglednosti rada, numeričke analize provedene su za produljenje u iznosu od 80% pri čemu se javljaju veća naprezanja od graničnih naprezanja korištenih materijala određenih eksperimentalnim ispitivanjem. S obzirom na granično naprezanje, predstavljeni modeli se pri eksperimentalnom ispitivanju mogu koristiti za iznose produljenja od približno 60%. Također, eksperimentom bi se trebalo provjeriti pri kojoj vrijednosti naprezanja dolazi do trganja na granici dva materijala.

Računalnom simulacijom segmenta epruvete i simulacijom na modelu cilindra vidljivo je da pri jednoosnom aksijalnom opterećenju ne dolazi do izravnavanja zavojnice uronjene u matricu mekšeg materijala, nakon čega bi daljnjim produljenjem došlo do naglog porasta naprezanja. U skladu s navedenim, pokazalo se da prosječno naprezanje u manjem dijelu ovisi o odabiru funkcije zavojnice. Glavni parametar kojim se mogu mijenjati mehanička svojstva epruvete je udio pojedinog materijala čijom se promjenom može postići približno odgovarajuće ponašanje 3D modela u usporedbi s odabranom arterijom čija se mehanička svojstva nastoje oponašati.

Iz prikazanih modela vidljivo je da od samog početka istezanja modela epruvete i cilindra dolazi do porasta naprezanja unutar oba materijala što nije slučaj kod stijenke elastičnih arterija. Prijedlog za nastavak istraživanja je izraditi zavojit model epruvete ili cilindra kojim bi se pri početku istezanja, produljivao bez prirasta opterećenja. U trenutku kad bi došlo do izravnavanja modela, predviđa se da bi nastavkom istezanja došlo do značajnog prirasta naprezanja.

Važno je napomenuti da bi se upotrebom materijala s manjom materijalnom konstantom  $C_1$  iz NeoHooke materijalnog modela, proširilo područje u kojem bi se moglo opisati mehaničko ponašanje stijenke za različite arterije.

## LITERATURA

- [1] <https://en.wikipedia.org/wiki/Biomechanics>
- [2] [https://en.wikipedia.org/wiki/Circulatory\\_system](https://en.wikipedia.org/wiki/Circulatory_system)
- [3] <https://en.wikipedia.org/wiki/Blood>
- [4] <http://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=67730>
- [5] <https://sites.google.com/site/hdugwedji/>
- [6] <http://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=67730>
- [7] Jay D. Humphrey – Cardiovascular solid mechanics – cells, tissues and organs
- [8] Monson et al. – Axial mechanical properties of fresh human cerebral blood vessels
- [9] Wang et al. – Dual-material 3D printed metamaterials with tunable mechanical properties for patient specific tissue-mimicking phantoms
- [10] <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S136970211300401X>
- [11] [https://d1o50x50snmhul.cloudfront.net/wp-content/uploads/2015/10/dn28353-1\\_1200.jpg](https://d1o50x50snmhul.cloudfront.net/wp-content/uploads/2015/10/dn28353-1_1200.jpg)
- [12] <https://thumbor.forbes.com/thumbor/960x0/https%3A%2F%2Fblogs-images.forbes.com%2Ftjmccue%2Ffiles%2F2014%2F09%2Fnatasha-long-prosthetic-leg-by-melissa-ng.jpg>
- [13] <http://www.3ders.org/images2016/japanese-medical-insurance-cover-cost-3d-printed-organ-models.jpg>
- [14] <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC5765850/>
- [15] [http://www.smg3d.co.uk/images/connex350-3d-printer-open\\_resized.jpg](http://www.smg3d.co.uk/images/connex350-3d-printer-open_resized.jpg)
- [16] <http://www.stratasys.com/3d-printers/objet-350-500-connex3>
- [17] Ivo Alfirević – Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma
- [18] - [http://solidmechanics.org/text/Chapter3\\_5/Chapter3\\_5.htm](http://solidmechanics.org/text/Chapter3_5/Chapter3_5.htm)
- [19] Jurica Sorić – Metoda konačnih elemenata
- [20] Jurica Sorić – Nelinearna numerička analiza – Podloge za predavanja
- [21] Abaqus theory guide – 3.2.3. Hybrid incompressible solid element formulation

[22] Abaqus Analysis User's Guide – Section 28.1.1. Solid (continuum elements)

[23] Karšaj, Humphrey – A multilayered wall model of arterial growth and remodeling