

# Realizacija malog kuta pomoću sinus lineala i planparalelnih graničnih mjerki

---

**Kovačević, Mario**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2018**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:874050>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-03**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# **DIPLOMSKI RAD**

**Mario Kovačević**

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:

doc. dr. sc. Vedran Šimunović, dipl. ing.

Student:

Mario Kovačević

Zagreb, 2018.

*Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.*

*Zahvaljujem se svim djelatnicima Laboratorija za precizna mjerenja dužina FSB-a, a najviše svom mentoru Vedranu Šimunoviću na stručnim savjetima, prenesenom znanju i pomoći pri izradi ovog rada.*

*Osobito se zahvaljujem svojoj obitelji – ocu Miroslavu, majci Dušici te sestri Marini na potpori tijekom cijelog studija.*

*Naposljetku se zahvaljujem svojim prijateljima na pomoći i podršci tijekom cijelog studija.*

Mario Kovačević



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske radove  
Povjerenstvo za diplomske radove studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment,  
inženjerstvo materijala te mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum:	Prilog:
Klasa:	
Ur. broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **MARIO KOVAČEVIĆ** Mat. br.: 0035187892

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **REALIZACIJA MALOG KUTA POMOĆU SINUS LINEALA I PLANPARALELNIH GRANIČNIH MJERKI**

Naslov rada na engleskom jeziku: **SMALL ANGLE REALIZATION USING SINE BAR AND GAUGE BLOCKS**

Opis zadatka:

Realizacija malog kuta nužna je u cilju umjeravanja elektroničkih i koincidentnih libela visokih rezolucija. Klasično umjeravanje libela provodi se korištenjem planparalelnih graničnih mjerki i sinus lineala gdje točnost uvelike ovisi o poznavanju konstante sinus lineala, duljina planparalelnih graničnih mjerki kao i o vještini mjeritelja prilikom izmjene planparalelnih graničnih mjerki. Cilj ovog rada je povećati točnost generiranja malog kuta kroz razvoj metode za mjerenje konstante sinus lineala te primjenu kutnog interferometara za mjerenje ostvarenog kuta.

U radu je potrebno:

1. Osmisliti mjernu metodu za mjerenje konstante sinus lineala.
2. Utvrditi konstantu sinus lineala.
3. Osmisliti način lakše izmjene planparalelnih graničnih mjerki koji omogućuje primjenu kutnog interferometra.
4. Provesti umjeravanje koincidentne libele upotrebom osmišljenog mjernog sustava.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
18. siječnja 2018.

Rok predaje rada:  
22. ožujka 2018.

Predvideni datum obrane:  
28. ožujka 2018.  
29. ožujka 2018.  
30. ožujka 2018.

Zadatak zadao:

doc. dr. sc. Vedran Šimunović

Predsjednica Povjerenstva:

prof. dr. sc. Biserka Runje

**SADRŽAJ**

SADRŽAJ .....	I
POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK.....	VI
SUMMARY .....	VII
1. UVOD.....	1
2. KUT .....	3
3. SINUS LINEAL .....	5
3.1. Princip rada sinus lineala .....	6
4. LASER.....	8
4.1. Princip kutne interferometrije .....	9
5. LIBELA .....	14
5.1. Koincidentne libele .....	15
6. MJERNA NESIGURNOST .....	17
6.1. Općenito o mjernoj nesigurnosti .....	18
6.2. Proračun mjerne nesigurnosti GUM metodom .....	19
6.2.1. Mjerni model.....	19
6.2.2. Proračun standardne nesigurnosti A-vrste .....	21
6.2.3. Proračun standardne nesigurnosti B-vrste.....	23
6.2.4. Određivanje sastavljene standardne nesigurnosti .....	24
6.2.5. Određivanje proširene nesigurnosti .....	26
6.3. Proračun mjerne nesigurnosti Monte Carlo metodom .....	27
7. SLIJED ISPITIVANJA .....	32
8. UTVRĐIVANJE KONSTANTE SINUS LINEALA.....	33
8.1. Mjerni sustav.....	33
8.2. Postupak mjerenja .....	35
8.3. Mjerna nesigurnost.....	40
9. GENERIRANJE MALIH KUTOVA SINUS LINEALOM I PLANPARALELNIM GRANIČNIM MJERKAMA.....	43

---

9.1. Pogreška generiranja kuta pomoću planparalelnih graničnih mjerki i sinus lineala..	46
10. MJERENJE GENERIRANIH KUTA POMOĆU LASERSKE INTERFEROMETRIJE	52
10.1. Mjerni sustav.....	52
10.2. Postupak mjerenja.....	53
11. UMJERAVANJE KOINCIDENTNE LIBELE POMOĆU OSMIŠLJENOG MJERNOG SUSTAVA.....	62
11.1. Mjerni sustav.....	62
11.2. Postupak mjerenja.....	63
11.3. Mjerna nesigurnost.....	69
12. ZAKLJUČAK.....	72
LITERATURA.....	74
PRILOZI.....	75

## POPIS SLIKA

Slika 1.	Slijed mjerenja i ispitivanja [1] .....	1
Slika 2.	Prikaz ravninskog kuta [3] .....	3
Slika 3.	Sinus lineal [4].....	5
Slika 4.	Dijelovi sinus lineala .....	5
Slika 5.	Princip sinus metode [5].....	6
Slika 6.	Osnovni dijelovi lasera [6] .....	8
Slika 7.	Princip kutne interferometrije 1/4 [7].....	9
Slika 8.	Princip kutne interferometrije 2/4 [7].....	10
Slika 9.	Princip kutne interferometrije 3/4 [7].....	11
Slika 10.	Princip kutne interferometrije 4/4 [7].....	12
Slika 11.	Prikaz cijevne (lijevo) i kružne (desno) libele [8].....	14
Slika 12.	Koincidentna libela.....	16
Slika 13.	Vidno polje koincidentne libele .....	16
Slika 14.	Prikaz intervala mjerne nesigurnosti u procjeni mjerene veličine [10].....	18
Slika 15.	Skalarni odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine [3].....	20
Slika 16.	Faze Monte Carlo metode [12].....	29
Slika 17.	Sinus lineal $200 \times \sin \alpha$ .....	33
Slika 18.	Jednoosni modificirani uređaj .....	34
Slika 19.	Laserski mjerni sustav HP 5528A .....	35
Slika 20.	Postavljanje sinus lineala na jednoosni modificirani uređaj .....	36
Slika 21.	Postavljeni laserski mjerni sustav.....	37
Slika 22.	Postavljanje ticala.....	37
Slika 23.	Put ticala s jednog ruba do drugoga .....	38
Slika 24.	Generiranje kuta .....	43
Slika 25.	Monte Carlo simulacija za male kutove .....	48
Slika 26.	Monte Carlo simulacije za veće kutove .....	50
Slika 27.	Uređaj za izmjenu planparalelnih graničnih mjerki .....	53
Slika 28.	Postavljanje mjerki i sinus lineala .....	54
Slika 29.	Postavljeni laserski mjerni sustav.....	55
Slika 30.	Odstupanje izmjerenih kutova od izračunatih za manje kutove.....	57
Slika 31.	Odstupanje izmjerenih kutova od izračunatih za veće kutove .....	60
Slika 32.	Koincidentna libela <i>LIB 3-263</i> .....	62
Slika 33.	Postavljanje mjernog sustava za umjeravanje libele .....	63
Slika 34.	Odstupanje izmjerenog kuta libele i lasera za manje kutove .....	65
Slika 35.	Odstupanje izmjerenog kuta libele i lasera za veće kutove.....	68
Slika 36.	Odstupanja libele za manje kutove.....	71
Slika 37.	Odstupanje libele za veće kutove .....	71



**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Odnos stupnja, minute i sekunde s radijanom .....	4
Tablica 2. Mjerne pogreške zbog pokretnog interferometra [7] .....	12
Tablica 3. Shema uređenoga prikaza veličina, procjena, standardnih nesigurnosti, koeficijenta osjetljivosti i doprinosa nesigurnosti koji se upotrebljavaju u analizi nesigurnosti mjerenja .....	27
Tablica 4. Pojedine raspodjele gustoće vjerojatnosti .....	31
Tablica 5. Mjerenje konstante sinus lineala .....	39
Tablica 6. Mjerna nesigurnost određivanja konstante sinus lineala .....	42
Tablica 7. Generiranje manjih kutova (pozitivno) .....	44
Tablica 8. Generiranje manjih kutova (negativno) .....	44
Tablica 9. Generiranje većih kutova (pozitivno) .....	45
Tablica 10. Generiranje većih kutova (negativno) .....	45
Tablica 11. Sastavnice mjerne nesigurnosti generiranja kuta .....	47
Tablica 12. Izmjereni manji kutovi (pozitivno) primjenom kutnog interferencijskog sustava .....	56
Tablica 13. Izmjereni manji kutovi (negativno) primjenom kutnog interferencijskog sustava .....	56
Tablica 14. Ponovljivost uz korištenje kraćih mjerki .....	58
Tablica 15. Izmjereni veći kutovi (pozitivno) primjenom kutnog interferencijskog sustava ..	59
Tablica 16. Izmjereni veći kutovi (negativno) primjenom kutnog interferencijskog sustava ..	59
Tablica 17. Ponovljivost uz korištenje duljih mjerki .....	61
Tablica 18. Rezultati umjeravanja libele na manjim kutovima (pozitivno) .....	64
Tablica 19. Rezultati umjeravanja libele s manjim kutovima (negativno) .....	64
Tablica 20. Ponovljivost koincidentne libele .....	66
Tablica 21. Rezultati umjeravanja libele s većim kutovima (pozitivno) .....	67
Tablica 22. Rezultati umjeravanja libele s većim kutovima (negativno) .....	67
Tablica 23. Mjerna nesigurnost umjeravanja libele .....	70

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
$\alpha$	rad	Postavljeni kut na sinus linealu
$\delta A_1$	$\mu\text{m}$	Sastavnica mjerne nesigurnosti zbog poravnanja oko osi $z$
$\delta A_2$	$\mu\text{m}$	Sastavnica mjerne nesigurnosti zbog poravnanja oko osi $y$
$C$	mm	Konstanta sinus lineala
$C_i$	mm	Izmjerena konstanta sinus lineala
$\delta C_i$	$\mu\text{m}$	Sastavnica mjerne nesigurnost ponovljivosti mjerenja konstante sinus lineala
$c_i$	-	Koeficijent osjetljivosti
$\varphi$	rad	Centralni kut libele
$H$	mm	Visina jedne ili kombinacija PGM
$k$	-	Faktor pokrivanja
$kl$	mm/m	Očitavanje na skali koincidentne libele
$\Delta kl$	mm	Odstupanje nagiba koincidentne libele
$L$	mm	Luk libele
$\Delta L$	mm	Relativna promjena optičkih putova 1 i 2
$M$	-	Broj pokusa Monte Carlo simulacije
$m_1$	mm	PGM ispod jednog valjčića
$m_2$	mm	PGM ispod drugog valjčića
$p$	%	Vjerojatnost pokrivanja
$\delta_{pon}$	mm/m, "	Sastavnica mjerne nesigurnosti ponovljivosti mjerenja
$\Delta_{pgm}$	mm	Sastavnica mjerne nesigurnosti visine $H$ pri generiranju kuta
$R$	mm	Radijus zakrivljenosti libele
$S$		Duljina kružnog luka libele
$s$		Procijenjeno standardno odstupanje
$\Delta T$	$^{\circ}\text{C}$	Odstupanje temperature od $20^{\circ}\text{C}$
$\Delta T_{pgm}$	$^{\circ}\text{C}$	Utjecaj temperaturne razlike mjerke od $20^{\circ}\text{C}$
$\Delta T_c$	$^{\circ}\text{C}$	Utjecaj temperaturne razlike sinus lineala od $20^{\circ}\text{C}$
$\theta$	rad	Kut reflektora
$u(y)$		Sastavljena standardna nesigurnost
$U(Y)$		Proširena mjerna nesigurnost
$v_1$	mm	Promjer jednog valjčića
$v_2$	mm	Promjer drugog valjčića

## SAŽETAK

Tema ovog rada je realizacija malog kuta pomoću sinus lineala i planparalelnih graničnih mjerki. Precizno mjerenje kuta vrlo je važno u dimenzionalnom mjeriteljstvu. U strojarstvu, ali i u drugim industrijskim granama neophodno je korištenje libela, koje se upotrebljavaju za određivanje nagiba ispitivane površine prema horizontali ili vertikali. Pomoću sinus lineala i planparalelnih graničnih mjerki moguće je ostvariti male kutove kako bi se umjerile elektroničke i koincidentne libele visokih rezolucija. Ovdje točnost generiranja kuta uvelike ovisi o poznavanju konstante sinus lineala, duljini planparalelnih graničnih mjerki kao i o vještini mjeritelja prilikom izmjene planparalelnih graničnih mjerki.

Cilj ovog rada je povećati točnost generiranja malog kuta kroz razvoj metode za mjerenje konstante sinus lineala te primjenu kutnog interferometra za mjerenje ostvarenog kuta.

U prvom dijelu rada dan je teorijski pregled glavnih stavki koje čine mjerni sustav, a to su sinus lineal, planparalelne granične mjerke, laser i koincidentna libela, te je opisan način izračuna mjerne nesigurnosti kao važan podatak u prikazivanju rezultata mjerenja.

U drugom dijelu rada prikazane su i opisane metode mjerenja konstante sinus lineala i način izmjene planparalelnih graničnih mjerki koja omogućuje primjenu kutnog interferometra. Provedeni su setovi ispitivanja koja prikazuju primjenjivost metoda. Na kraju je provedeno umjeravanje koincidentne libele upotrebom osmišljenog mjernog sustava.

Ključne riječi: sinus lineal, kutna mjerenja, interferometrija

## **SUMMARY**

The subject of this paper is the realization of a small angle using a sine bar and gauge blocks. Precise angle measurement is very important in dimensional metrology. In mechanical engineering as well as in other industrial branches it is necessary to use levels, which are used to determine the inclination of the examined surface, horizontally or vertically. Sine bars and gauge blocks are used to calibrate electronic and coincidence levels of high resolution. The accuracy of the angle generation depends largely on determining the sine bar constant, the length of the gauge blocks as well as the skill of the measurer when exchanging the gauge blocks.

The aim of this paper is to increase the accuracy of small angle generation through the development of a method for measuring the sine bar constant and the application of an angular interferometer to measure the angle obtained.

The first part of the paper gives a theoretical overview of the main elements that makes the measurement system, namely the sine bar, gauge blocks, laser and coincidence level, and the method of estimation of uncertainty in measurements as an important data in the measurement results is described.

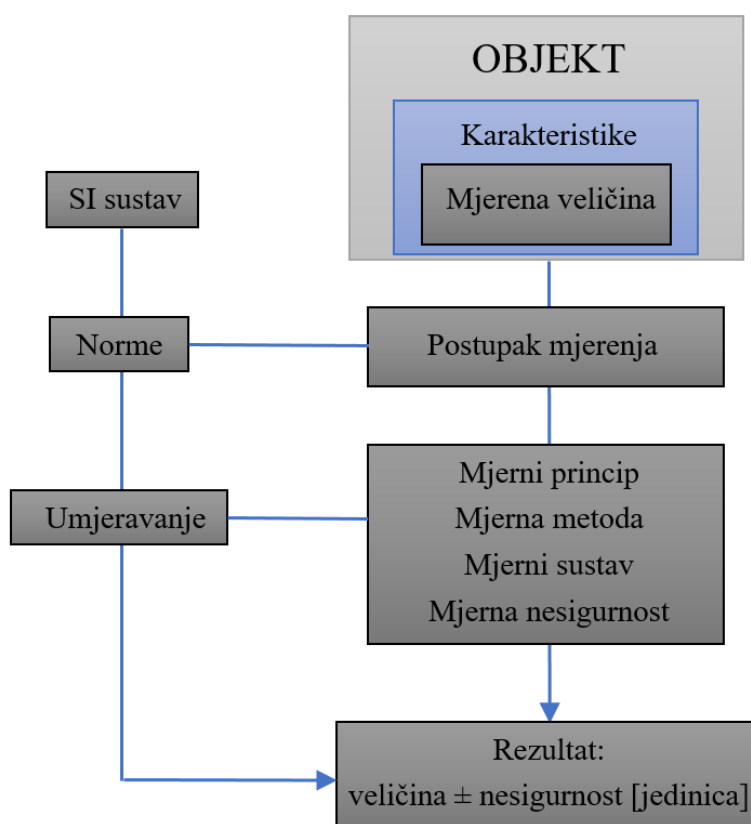
The second part of the paper describes the method for measuring the sine bar constant and the method with which the gauge blocks are exchanged that allows the application of the angular interferometer. Sets of measurements were performed to demonstrate the applicability of the methods. In the end, calibration of the coincidence level was performed using the designed measuring system.

Key words: sine bar, angle measurement, interferometry

## 1. UVOD

U znanosti i inženjerstvu predmeti od interesa moraju biti karakterizirani mjerenjem i ispitivanjem. S tom svrhom kroz povijest se razvijalo mjeriteljstvo ili metrologija. Potreba za sve točnijim i boljim mjerenjima proizlazi iz razvoja proizvoda. Tržište određuje razinu kvalitete proizvoda, a mjeriteljstvo i kontrola kvalitete osiguravaju da proizvodni proces traženu kvalitetu može zadovoljiti.

Mjeriteljstvo ili metrologija je znanost o mjerenju. Riječ metrologija potječe od grčkih riječi „metron“ što znači mjera i riječi „logos“ što znači znanost. Mjerenje je proces eksperimentalnog dobivanja količinske vrijednosti koje se razumno mogu pripisati predmetu, objektu ili supstanci. Ispitivanje je tehnički postupak čiji je glavni cilj određivanje karakteristika ispitivanog predmeta ili procesa, u skladu s određenom metodom. Slijed provođenja mjerenja i ispitivanja za određivanje karakteristike pojedinog objekta ilustrirane su na slici 1 [1].



Slika 1. Slijed mjerenja i ispitivanja [1]

Mjerenje započinje određivanjem mjerene veličine ili konstante koja se namjerava mjeriti. To zahtjeva poznavanje mjenog predmeta kako bi ga se moglo opisati pomoću sustava mjernih jedinica (skraćeno SI prema francuskom nazivu *Système International d'Unités*). Zatim je potrebno povezati mjerenu veličinu s mjernim etalonom koji predstavlja realizaciju definicije veličine koja se mjeri. Postupak mjerenja je detaljan opis mjerenja prema određenom principu mjerenja i određenom metodom mjerenja. Temelji se na mjernom sustavu koji postavlja i određuje sam mjeritelj. Rezultat mjerenja treba izraziti kao količinsku vrijednost zajedno sa svojom nesigurnošću, uključujući mjerne jedinice.

Osnovne značajke postupka mjerenja su sljedeće [1]:

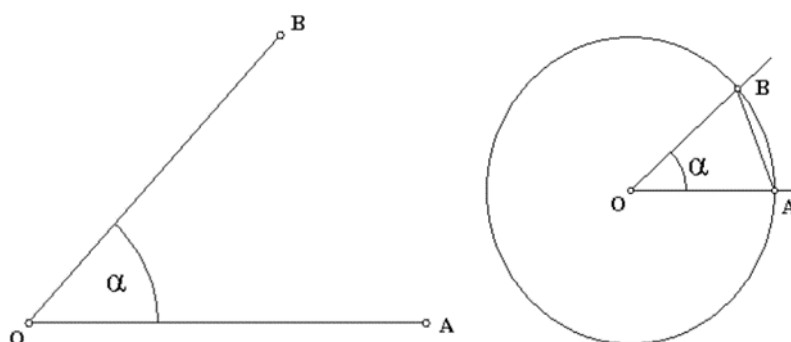
- mjerni princip: fenomen koji služi kao temelj mjerenja,
- mjerna metoda: opći opis logičke organizacije operacija korištena u mjerenju,
- mjerni sustav: skup jednog ili više mjernog instrumenta ili pomagala, sastavljenih da daju podatke koje se koriste za generiranje izmjerenih vrijednosti,
- mjerna nesigurnost: parametar koji karakterizira raspon vrijednosti pripisane mjernom rezultatu.

Dok je osnovni cilj mjerenja osigurati potrebnu točnost za minimalni trošak, u inženjerskoj organizaciji daljnji ciljevi bi bili sljedeći [2]:

- 1) Temeljita evaluacija novo razvijenih proizvoda kako bi se osiguralo da su dijelovi unutar mogućnosti procesa i sposobnosti mjernog uređaja u postrojenju.
- 2) Utvrditi procesne sposobnosti i osigurati da su one bolje od relevantnih tolerancija proizvoda.
- 3) Utvrditi sposobnosti mjernog uređaja i osigurati da su oni primjereni za mjerenja.
- 4) Kako bi se smanjili troškovi inspekcija, odbijanja i prerade proizvoda, učinkovito korištenje dostupnih ustanova i primjena statističke kontrole kvalitete.
- 5) Standardizacija metoda mjerenja.
- 6) Održavanje točnosti mjerenja što se postiže redovitim umjeravanjem mjernih uređaja u postrojenju.
- 7) Rješavanje problema koji proizlaze iz eksploatacije u vezi s metodama mjerenja.

## 2. KUT

Ravninski kut dio je ravnine kojega omeđuju dvije zrake (ili dužine) koje se sastaju u zajedničkoj točki koju tada nazivamo vrhom kuta. Na slici 2, prikazan je kut kojeg čine dvije dužine OA i OB. Te dvije dužine tada nazivamo kracima kuta. Ovako definiran kut zapisujemo sa AOB ili BOA (slovo koje označava vrh kuta je uvijek u sredini) ili malim grčkim slovima  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ , a u općem slučaju najčešće grčkim slovom  $\varphi$ . Na slikama se krakovi kuta spajaju malim kružnim lukom pri vrhu kuta. Odredimo li točku O (vrh kuta) za središte neke kružnice određenog promjera, a na kružnici naznačimo dvije točke (A i B), te spojimo sjedište kružnice s točkom A, odnosno točkom B, tada taj kut nazivamo središnjim kutom i primjećujemo da on iz te kružnice „izrezuje“ jedan njen dio koji nazivamo luk AB, te tetivu AB (spojnica točaka A i B, slika 2) [3].



Slika 2. Prikaz ravninskog kuta [3]

Pojam (ravninskog) kuta u fizikalnom smislu definira se jednadžbom:

$$kut = \frac{\text{duljina kružnog luka}}{\text{duljina polumjera kružnice}} \quad (1)$$

odnosno:

$$\varphi = \frac{S}{r} \quad (2)$$

Radijan je prema međunarodnom SI sustavu jedinica izvedena jedinica ravninskog kuta s posebnim nazivom i znakom (rad). Mjerna jedinica ravninskog kuta od jednog radijana može se ovako definirati riječima [3]:

*Jedan radijan (1 rad) je kut u ravnini između dva polumjera kružnice koji na toj kružnici zahvaćaju luk čija je duljina jednaka polumjeru te kružnice.*

Izražena s pomoću osnovnih SI jedinica mjerna jedinica ravninskog kuta jest: m/m.

Jedan od vrlo raširenih načina izražavanja mjere kuta je u stupnjevima, te u dijelovima jednog stupnja (minute i sekunde). Stupanj, minuta i sekunda su jedinice izvan SI sustava, a koje se upotrebljavaju s Međunarodnim sustavom jedinica. Kod ovog načina izražavanja veličine kuta, pun krug je podijeljen na 360 jednakih dijelova – stupnjeva. Jedan stupanj se dalje dijeli na 60 minuta, a jedna minuta na 60 sekundi [3].

Odnos stupnja, minute i sekunde s radijanom je kako slijedi u tablici 1.

**Tablica 1. Odnos stupnja, minute i sekunde s radijanom**

Naziv jedinice	Znak	Vrijednost u SI jedinicama
Stupanj	°	$1^\circ = (\pi/180) \text{ rad}$
Minuta	'	$1' = (1/60)^\circ = (\pi / 10\ 800) \text{ rad}$
Sekunda	"	$1'' = (1/60)' = (\pi / 648\ 000) \text{ rad}$



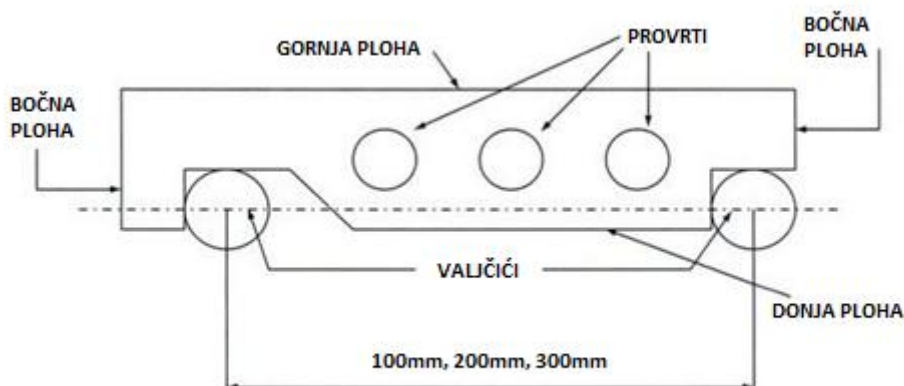
### 3. SINUS LINEAL

Jedna od najpoznatijih trigonometrijskih metoda za mjerenja kutova je „sinus metoda“. Ova metoda omogućava postavljanje bilo kojeg kuta korištenjem sinus lineala i planparalelnih graničnih mjerki (PGM). Sinus lineal izrađen je od visokolegiranog čelika, otpornog na koroziju te je nakon fine obrade odvajanjem čestica podvrgnut procesu kaljenja. Na slici 3 je prikazan sinus lineal.



Slika 3. Sinus lineal [4]

Na krajevima tijela sinus lineala pričvršćena su dva valjčića. Osi tih valjčića međusobno su paralelne, te su paralelne i jednako udaljene od gornje plohe sinus lineala. Udaljenost između osi valjaka naziva se konstanta sinus lineala. Ona mora biti točno određena i nepromjenjiva. Na tijelu sinus lineala nalaze se provrti koji služe za lakše rukovanje te smanjuju masu lineala (slika 4). Ovisno o izvedbama samog lineala najčešći tipovi su s konstantom sinus lineala od 100 mm, 200 mm i 300 mm. Ovisno o točnosti konstante sinus lineala klasificiraju se u dva razreda: A (točnost do 0,01 mm/m) i B (točnost do 0,02 mm/m).



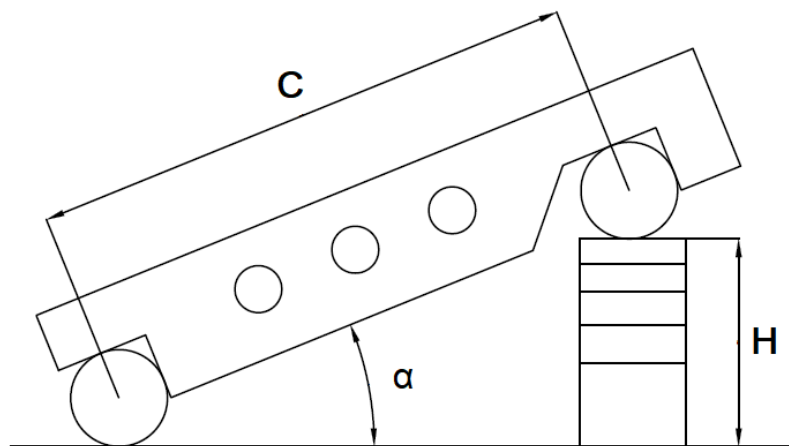
Slika 4. Dijelovi sinus lineala

Sinus lineali klase A nazivaju se i laboratorijski sinus lineali, dok se sinus lineali B klase nazivaju i radionički sinus lineali. Normama propisana odstupanja odnose se na nekoliko funkcionalno važnih elemenata sinus lineala:

- ravnost radne površine, paralelnost i okomitost funkcionalno povezanih površina sinus lineala;
- kružnost i cilindričnost podupirućih valjčića;
- međusobna paralelnost valjčića i paralelnost valjčića u odnosu na radnu površinu sinus lineala;
- točnost nazivnog promjera podupirućih valjčića.

### 3.1. Princip rada sinus lineala

Zakoni trigonometrije su osnova za korištenje sinus lineala za kutna mjerenja. Pomoću mjerne ploče, sinus lineala i planparalelnih graničnih mjerki formira se pravokutan trokut (slika 5).



Slika 5. Princip sinus metode [5]

Trokut se ostvari tako da se jedan kraj sinus lineala, koji leži na valjku, postavi na mjernu ploču a drugi kraj na planparalelnu graničnu mjerku. Konstanta sinus lineala predstavlja hipotenuzu, dok planparalelna granična mjerka predstavlja visinu trokuta. Ovisno o kutu koji se želi ostvariti odabiru se i po potrebi kombiniraju planparalelne granične mjerke.

S tako dobivenom trigonometrijskom relacijom kut se može izraziti kao:

$$\begin{aligned}\sin(\alpha) &= \frac{H}{C} \\ H &= \sin(\alpha) * C \\ \alpha &= \sin^{-1}\left(\frac{H}{C}\right)\end{aligned}\tag{3}$$

Gdje je:

- $\alpha$  - postavljeni kut, rad;
- $C$  - konstanta sinus lineala, mm;
- $H$  - visina jedne ili kombinacije planparalelne granične mjerke, mm.

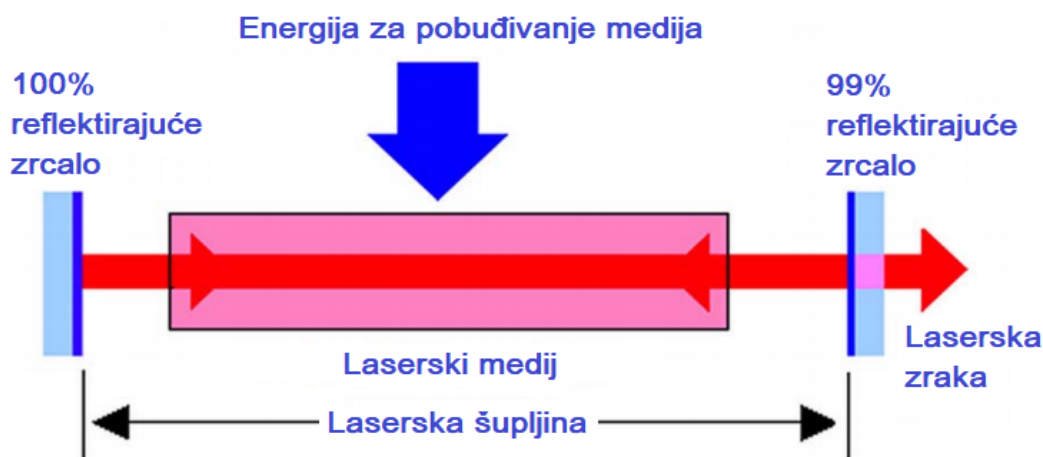
#### **Ograničenja sinus lineala:**

Generiranje kuta sinus metodom u principu je postupak mjerenja duljine. Stoga je točnost u praksi ograničena utvrđivanjem konstante sinus lineala (udaljenost između osi valjčića). Geometrijski gledano, mjerenje točne udaljenosti središta između dvaju valjčića je vrlo složeni problem. Ovo temeljno ograničenje isključuje korištenje sinus lineala kao primarni etalon za mjerenje kutova. Uređaji koji djeluju na principu sinus metode prilično su pouzdani za kutove manje od  $15^\circ$ , ali postaju sve netočniji kada se kut povećava. Sinus lineali postaju sve nepraktičniji i netočniji kada kut prelazi  $45^\circ$ . Razlog leži u činjenici da je tijelom sinus lineala nespretno rukovati, poprilično je težak za ovako mala mjerenja te je time otežano slaganje i korištenje planparalelnih graničnih mjerki koje moraju biti postavljene ispod valjčića. Pozicione pogreške nastale rukovanjem sinus linealom uzrokuju velika kutna odstupanja. Razlika u deformaciji nastupa na mjestu dodirivanja valjčića na podlozi i na planparalelnim graničnim mjerkama jer se pri većim kutovima težina opterećenja prebacuje na donji valjčić. Sama veličina tijela sinus lineala ograničuje veličinu uređaja, objekata ili dijelova koji se mogu postaviti na njega, budući da nije namijenjen za velike i teške objekte.

## 4. LASER

Riječ laser je akronim preuzet s engleskog jezika i znači „*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*“, što u prijevodu znači pojačavanje stimulirane emisije zračenja. Laser je uređaj za stvaranje i pojačavanje koherentnog elektromagnetskog, najčešće monokromatskog, usko usmjerenog zračenja. Osniva se na kvantnim pojavama pri prijenosu energije zračenjem. Izmjena energije zračenja s atomima ili molekulama aktivnoga medija u laseru (plin, kristal, plazma), umjesto apsorpcijom i spontanom emisijom zračenja, odvija se stimuliranom emisijom. Uvjet za stimuliranu emisiju, odnosno za rad lasera, je veći broj atoma u pobuđenom stanju od broja atoma u nepobuđenom stanju. Laserski dobiveni fotoni imaju jednak smjer, frekvenciju (zbog međudjelovanja atoma u laseru frekvencije fotona nisu potpuno jednake, frekvencijski opseg je manji od 1 kHz), polarizaciju i energiju. Time se dobiva monokromatsko elektromagnetsko zračenje uskoga paralelnog snopa praktički identičnih fotona i velike gustoće energije po širini spektralne linije. To znači da za razliku od svjetlosti koju emitiraju uobičajeni izvori, kao što su žarulje, laserska je svjetlost redovito gotovo monokromatična, to jest samo jedne valne duljine (boje) i usmjerena je u uskom snopu. Snop je koherentan, što znači da su elektromagnetski valovi međusobno u istoj fazi i šire se u istom smjeru [6].

Na slici 6 su shematski prikazani funkcionalni dijelovi lasera.

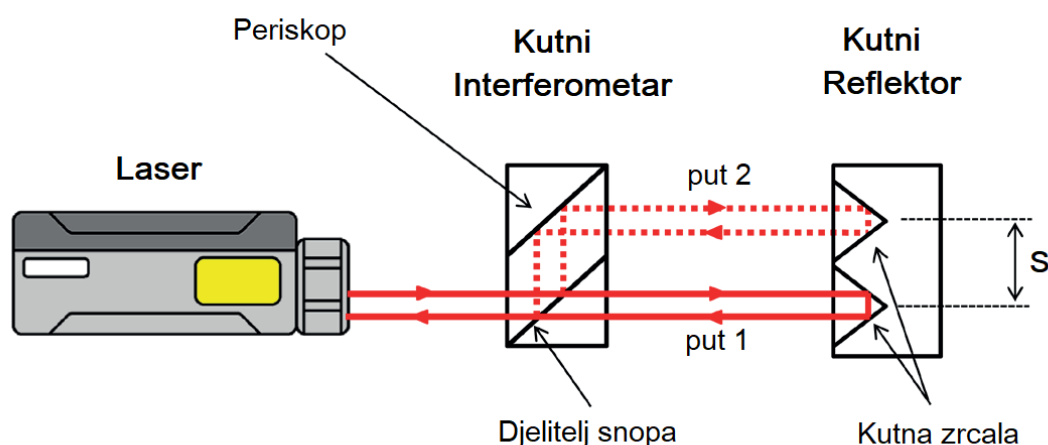


Slika 6. Osnovni dijelovi lasera [6]

Prethodno spomenuta svojstva laserskih zraka čine laser vrlo moćnim optičkim mjernim uređajem u dimenzionalnom mjeriteljstvu. Beskontaktna metoda mjerenja, koja laser omogućava, pruža osjetljiva i precizna dimenzionalna mjerenja. Širok je raspon metoda i tehnika za laserska mjerenja, kao na primjer triangulacija, TOF metoda, metoda pomaka faze itd., no u ovom radu koristit će se kutna interferometrija.

#### 4.1. Princip kutne interferetrije

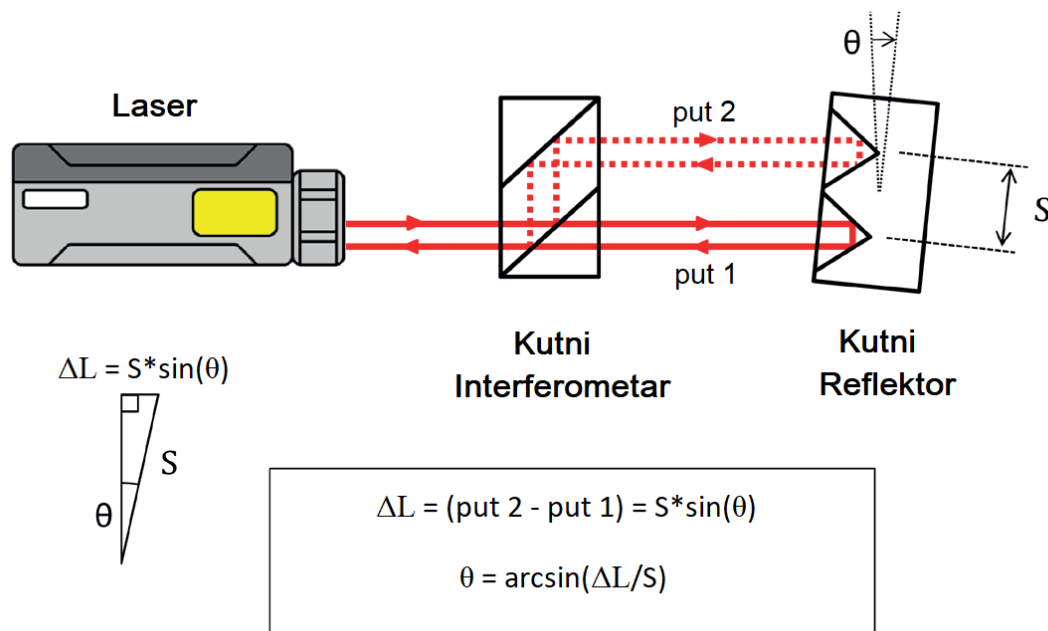
Laserska interferometrija predstavlja izvrsno rješenja za precizna dimenzionalna mjerenja. Osnovne primjene su za mjerenje pravocrtnosti, ravnosti te kutna mjerenja. Da bi razumjeli kako kutni interferometar radi, potrebno je proučiti prijedene putove zraka na slici 7.



Slika 7. Princip kutne interferetrije 1/4 [7]

U ovom primjeru pretpostavka je da je optika savršeno poravnata. Kutni interferometar sadrži kombinaciju djelitelja snopa i periskopskog zrcala, a kutni reflektor sadrži dva kutna zrcala sa središtima između njih udaljena za vrijednost  $S$ . Kada izlazna zraka lasera dosegne kutni interferometar, podijeljena je u dvije odvojene zrake pomoću djelitelja snopa. Jedna zraka (puna crvena) nastavlja ravno prema donjem zrcalu kutnog reflektora i tvori „put 1“ interferometra. Druga zraka (isprekidano crvena) se reflektira prema gore pomoću djelitelja snopa, a periskopsko zrcalo ju odbija prema gornjem zrcalu kutnog reflektora, tvoreći „put 2“

interferometra. Obje zrake su zatim reflektirane nazad istim putem kojim su došle. Kada dosegnu kutni interferometar ponovno budu ujedinjene prije povratka u detekcijski dio glave lasera gdje interferiraju i tvore mjerni signal. Na slici 8 je prikazan slučaj kada je kutni reflektor pod nekim kutom  $\theta$ .



Slika 8. Princip kutne interferometrije 2/4 [7]

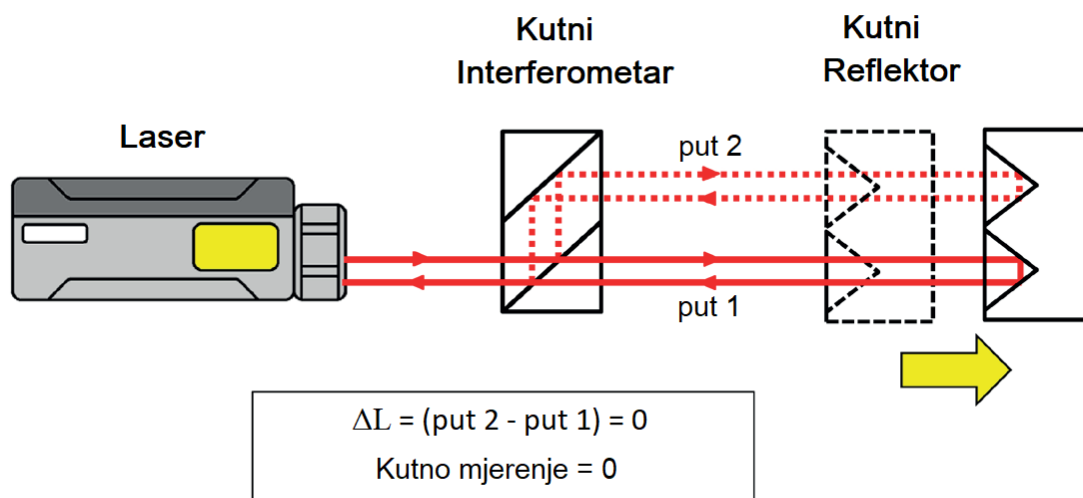
Laserski sustav mjeri promjene u kutu otkrivanjem duljine relativne promjene između optičkih putova 1 i 2 ( $\Delta L$ ). Nagnućem kutnog reflektora, put zrake na putu 1 će se smanjiti za  $\frac{1}{2}S \cdot \sin(\theta)$ , dok će se put zrake na putu 2 povećati za  $\frac{1}{2}S \cdot \sin(\theta)$ . Tako nastaje relativna promjena duljine puta zraka 1 i 2 te iznosi  $S \cdot \sin(\theta)$ . Ne treba zaboraviti da se zrake kreću naprijed-nazad između interferometra i reflektora, pa se ukupna promjena duljine udvostručuje. Ta razlika je otkrivena pomoću brojača prolaza/interpolatora u detekcijskom dijelu glave lasera i pretvorena u linearnu udaljenost  $\Delta L$  prema formuli:

$$\Delta L = \text{broj prolaza} * \frac{\text{valna duljina}}{2} \quad (4)$$

Zatim softver laserskog sustava pretvara promjenu duljine u kut prema formuli:

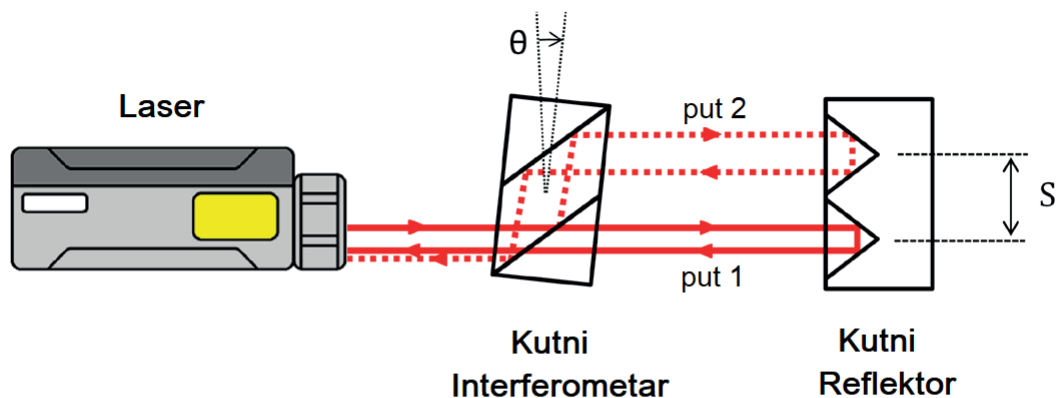
$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{\Delta L}{S}\right) \quad (5)$$

Na slici 9 prikazan je slučaj kada se kutni reflektor pomiče horizontalno po podlozi.



**Slika 9. Princip kutne interferometrije 3/4 [7]**

Kako se reflektor udaljava putovi zraka 1 i 2 će se istovremeno produljivati. Stoga će relativna promjena duljine puta između putova 1 i 2 biti nula, i neće biti promjene u prikazanom kutu. Time se može pokazati da je kutni interferometar uglavnom neosjetljiv na male promjene u poravnavanju lasera u odnosu na optiku. Kutna mjerenja gotovo posve ovise o promjene u relativnom kutu između interferometra i reflektora. Osjetljivost kutnog interferometra na promjenu kuta između interferometra i reflektora, dok je neosjetljiv na linearnu translaciju i precizno poravnavanje lasera, čini ga iznimno pogodnim za otkrivanje pogrešaka nagiba u linearnim osima. Na slici 10 se može vidjeti što se događa kada se interferometar namjesti na neki kut  $\theta$ , umjesto reflektora.



$$\Delta L \approx S \cdot \sin(\theta) + 4 \cdot S^2 \cdot (1 - \cos(\theta)) / 3$$

$$\theta \approx \arcsin(\Delta L / S - 0,0056 \cdot \Delta L^2 / S)$$

Slika 10. Princip kutne interferometrije 4/4 [7]

Relativna promjena duljine putova 1 i 2 je ista kao prije, ali sa suprotnim predznakom, tj.  $-2S \cdot \sin(\theta)$ . Međutim, sveukupna promjena duljine puta 2 je sada složenija nego prije jer se put prolaskom periskopa promijenio. To uzrokuje mali porast duljine puta 2, koji je približno  $2S \cdot n \cdot [1 - \cos(\theta/n)]$ , gdje n predstavlja indeks loma stakla. To daje ukupnu relativnu promjenu duljine puta 1 i 2 naprijed i nazad od približno  $-2S \cdot \sin(\theta) + 2S \cdot n \cdot [1 - \cos(\theta/n)]$ . Budući da ova dodatna promjena duljine puta nije uračunata u softveru laserskog sustava, uvedena je pogreška u mjerenju, čije veličine su prikazane u tablici 2.

Tablica 2. Mjerne pogreške zbog pokretnog interferometra [7]

Izmjereni kut [°]	Mjerna pogreška [%]
0	0,00
0,01	0,006
0,1	0,06
1	0,6
2	1,2
5	3
10	Nema signala



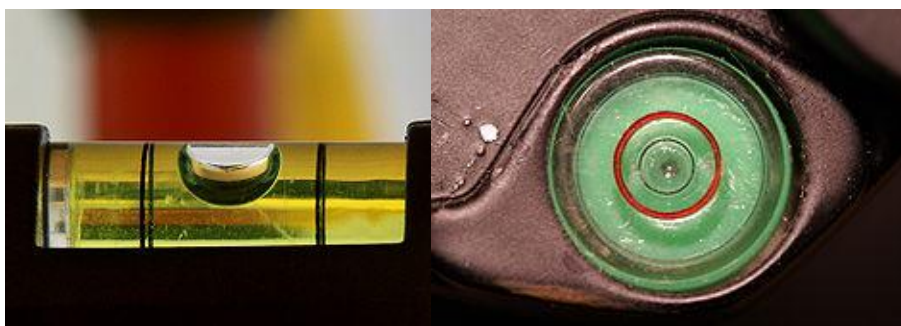
Tablica pokazuje kada se koristi laserski uređaj za mjerenje kutova manjih od  $0,1^\circ$ , s pomicanjem interferometra, mjerna pogreška je beznačajna. Međutim kod mjerenja većih kutova, kutni reflektor mora biti optički pokretni dio. Također treba napomenuti da je kutni raspon mjerenja značajno smanjen ako je interferometar pokretni dio, jer povratna zraka iz puta 2 postaje više neusklađena što je kut veći (slika 10).

## 5. LIBELA

Libela je mjerni uređaj koji se upotrebljava za određivanje nagiba ispitivane površine prema horizontali ili vertikali, to jest koliko je odstupanje promatrane površine od idealne ravnine. Različiti tipovi libela primjenjuju se u raznim granama industrije: strojarstvu, građevini, geodeziji itd., te se često koriste kao dio nekog drugog uređaja ili naprave [8].

Prema obliku libele se dijele na (slika 11):

- cijevne,
- kružne.



**Slika 11. Prikaz cijevne (lijevo) i kružne (desno) libele [8]**

Glavni dio libele je staklena cijev (cijevna libela) djelomično ispunjena tekućinom vrlo niskog ledišta (eter, alkohol) tako da u ostatku prostora ostaje zračni mjehur. Staklena cijev je savinuta po strogo definiranom radijusu. Pošto zračni mjehur želi zauzeti najvišu točku, ukoliko je cijevna libela postavljena horizontalno, krajevi mjehurića će se postaviti simetrično s obzirom na okomicu spuštenu na horizontalnu ravninu.

Pomoću izraza  $\varphi=L/R$  definira se osjetljivost libele, koja se mjeri centralnim kutom  $\varphi$ , koji odgovara luku od 1 parsu (pomak od 2 mm, tj.  $L = 2$  mm). Osjetljivost libele to je veća (kut  $\varphi$  manji) što je radijus veći, tj. pomak mjehura uz istu promjenu nagiba veći (libela brže i uočljivije reagira na promjene mjernog položaja, pa se njom preciznije vrši horizontiranje). Cijevne libele, koje se upotrebljavaju kod ispitivanja nagiba u metaloprerađivačkoj industriji, nemaju veću osjetljivost od  $10''$ . Razmak  $L$  između ucrtanih linija tj. vrijednost skale može biti dana u sljedećim mjernim veličinama:

- kutnim jedinicama
- vrijednostima nagiba mm/m.

Radijus zakrivljenosti postiže se savijanjem cjevčice ili kod preciznijih libela brušenjem s unutarnje strane. Inače su cijevne libele osjetljive na uvjete okoline, tj. povećanje temperature uvjetuje da se tekućina rasteže smanjujući tako prostor za mjehurić i obratno. To se kompenzira tako da su glavne podijele (obično veće dužine) koje pokazuju središnji položaj mjehura postavljene na većem razmaku nego dužina mjehura kod  $-10^{\circ}$  C. Za otklanjanje rastezanja stakla cjevčice libele promjenom temperature, finije graduirane libele imaju elastično postolje za otklanjanje napetosti.

Prema konstrukcijskoj izvedbi libele se dijele na:

- koincidentne libele
- tehničke libele
- kutne libele
- elektroničke libele.

### 5.1. Koincidentne libele

Koincidentne libele su precizne libele za točna mjerenja nagiba ravnih i cilindričnih površina u odnosu na horizontalnu ravninu s mogućnošću očitavanja nagiba od 0,01 mm/m što odgovara kutu od približno 2".

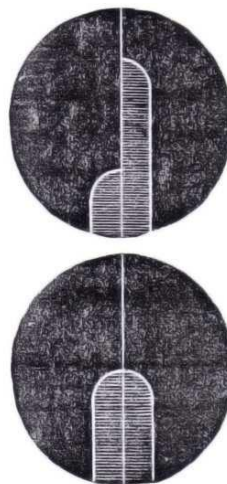
One se upotrebljavaju za mjerenje nagiba na šablonama, kutnicima, kutomjerima i sl., kao i za ispitivanje točnosti libela, horizontiranje radnih stolova, postolja, vodilica itd. Tom je libelom moguće mjerenje nagiba površine koja ne prelazi vrijednost  $\pm 10$  mm/m.

Konstrukcijska izvedba koincidentne libele dana je slikom 12.



**Slika 12. Koincidentna libela**

Mjerenje se vrši pomoću metode koincidencije i optičkog povećanja što omogućuje da se najosjetljivija mjerenja izvode brzo i lako. Metoda koincidencije ostvaruje se pomoću specijalnog optičkog sustava koji se sastoji od dvije prizme koje preslikavaju krajeve mjehurića u kontinuiranu polukružnu liniju. Kada je libela postavljena horizontalno dolazi do zatvaranja konture slike krajeva mjehurića u kontinuiranu polukružnu liniju (slika 13). Libela se u horizontalni položaj dovodi pomoću mikrometarskog vijka, na kojem se nalazi fina skala za očitavanje nagiba, i poluge koja je vezana za cijevnu libelu. Gruba skala nalazi se na prednjoj strani koincidentne libele, a njezina marka je vezana za polugu za naginjanje cijevne libele.



**Slika 13. Vidno polje koincidentne libele**

## 6. MJERNA NESIGURNOST

Pri pisanju izvješća o rezultatima mjerenja fizikalne veličine obavezno je dati kvantitativne naznake o kvaliteti rezultata, tako da se može procijeniti pouzdanost rezultata i mjerenja. Bez takvih kvantitativnih naznaka, rezultati mjerenja se ne mogu usporediti, međusobno ili s referentnim vrijednostima danim u certifikatima ili normama. Stoga je neophodno provesti lako izvediv i općeprihvatljiv postupak za obilježavanje kakvoće rezultata mjerenja, to jest za procjenu i izražavanje mjerne nesigurnosti.

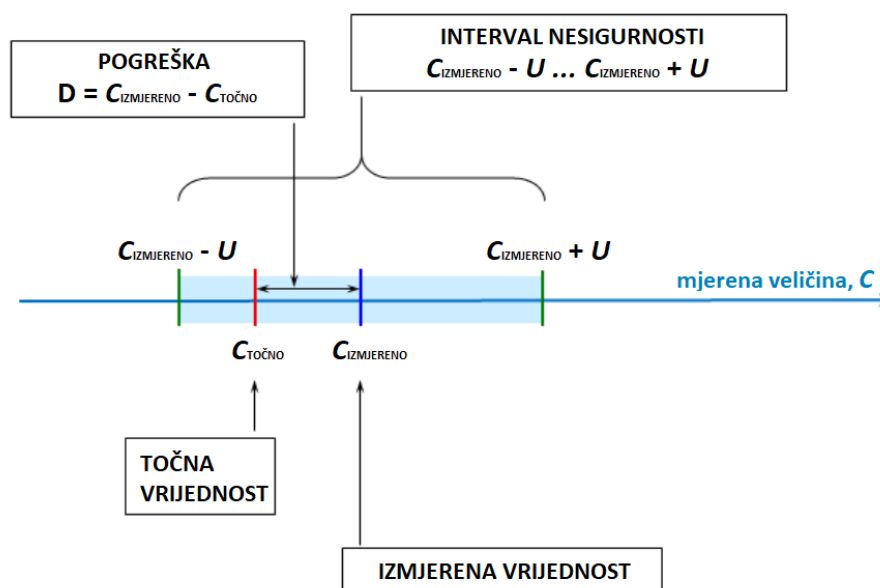
Zbog toga je 1993. godine skupina međunarodnih organizacija s područja mjeriteljstva (BIPM, IECC, IFCC, ISO, OIML, IUPAP, IUPAC), u skladu s zahtjevima od strane CIPM-a, izradila upute za iskazivanje mjerne nesigurnosti, pod nazivom *ISO Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (GUM). Prihvaćanjem međunarodnog dogovora za iskazivanje mjerne nesigurnosti omogućeno je nedvosmisleno iskazivanje i usporedba mjernih rezultata dobivenih u različitim institutima, mjeriteljskim i ispitnim laboratorijima. U skladu s GUM-om, godine 1999. europska organizacija European cooperation for Accreditation (EA) izdaje dokument EA-4/02: *Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration*. Dok je GUM utemeljio opća pravila za proračun i iskazivanje mjerne nesigurnosti sa svrhom da budu primjenjiva na širokom spektru mjerenja, EA dokument koncentrirao se na metode koje se koriste u umjernim laboratorijima, te nedvosmisleno opisao i uskladio način proračuna i iskazivanja nesigurnosti rezultata mjerenja prema GUM-u [9].

Uz GUM metodu, u ovom radu korištena je Monte Carlo metoda procjene mjerne nesigurnosti. Europska organizacija, *Joint Committee for Guides in Metrology* (JCGM), 2006. godine izdaje dokument JCGM YYY/2006 : *Evaluation of measurement data - Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" - Propagation of distributions using a Monte Carlo method*. Dok je GUM utemeljio opća pravila za proračun i iskazivanje mjerne nesigurnosti sa svrhom da budu primjenjiva na širokom spektru mjerenja, JCGM dokument koncentrirao se na alternativnu Monte Carlo metodu koja se, također, koristi za lakši i jednostavniji proračun i iskazivanje mjerne nesigurnosti.

## 6.1. Općenito o mjernoj nesigurnosti

Mjerna nesigurnost je pozitivan parametar koji karakterizira rasipanje vrijednosti koje bi se razumno mogle pripisati mjernoj veličini. Procjena mjerne nesigurnosti temelji se na procjenama iz nepoznatih razdioba vjerojatnosti koje su određene s pomoću ponovljenih odnosno obnovljenih mjerenja, ili iz subjektivnih ili apriornih razdioba koje se temelje na sveukupnim raspoloživim podacima [3].

Međusobna povezanost pojmova točne vrijednosti, izmjerene vrijednosti, pogreške i nesigurnosti ilustrirano je na slici 14.



Slika 14. Prikaz intervala mjerne nesigurnosti u procjeni mjerene veličine [10]

Nesigurnost se iskazuje statistički određenim područjem ili intervalom u kojem se s navedenom vjerojatnošću (razinom povjerenja) očekuje da leži vrijednost mjerene veličine. U statistici se takav odsječak naziva intervalom povjerenja (također se naziva i područjem mjerne nesigurnosti). Te se granice intervala povjerenja oko procjene  $c$  (mjerene veličine  $C$ ) izražavaju kao  $C \pm u(c)$ . Pogreške u mjerenju su neizbježne, te ih se raznim idealizacijama i teorijama nastoji odrediti i time korigirati mjerni rezultat, kako bi dobili stvarnu vrijednost. Pogreške čije vrijednosti ne znamo, postaju izvor mjerne nesigurnosti. Bitno je razlikovati

pogreške od nesigurnosti. Pogreške su razlike između izmjerene vrijednosti i točne vrijednosti, nesigurnost je kvantifikacija sumnje u rezultat mjerenja.

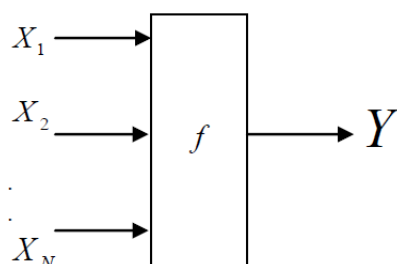
Nesigurnost mjernog rezultata odražava pomanjkanje potpuna znanja o vrijednosti mjerene veličine. Potpuno znanje zahtijeva beskonačan broj podataka. Pojave koje pridonose nesigurnosti i prema tomu činjenici da se mjerni rezultat ne može opisati jednom vrijednošću nazivaju se izvorima nesigurnosti. U stvarnosti postoje mnogi mogući izvori mjerne nesigurnosti, koji uključuju [11]:

- nepotpunu definiciju mjerene veličine
- nesavršeno ostvarenje definicije mjerene veličine
- nereprezentativno uzorkovanje – mjerni uzorak može ne predstavljati određenu mjerenu veličinu
- nedostatno poznata djelovanja uvjeta okoliša ili njihovo nesavršeno mjerenje
- osobnu pristranost pri očitavanju analognih mjerila
- konačno razlučivanje mjerila ili prag pokretljivosti
- netočne vrijednosti mjernih etalona i referentnih tvari
- netočne vrijednosti stalnica i drugih parametra koji se dobivaju iz vanjskih izvora i upotrebljavaju u algoritmima za smanjenje podataka
- približenja i pretpostavke ugrađene u mjernu metodu i postupak
- promjene opetovanih opažanja mjerene veličine pod očigledno istovjetnim uvjetima.

## 6.2. Proračun mjerne nesigurnosti GUM metodom

### 6.2.1. Mjerni model

U većini slučajeva mjerena veličina  $Y$  ne mjeri se izravno nego se određuje iz  $N$  drugih veličina  $X_1, X_2, \dots, X_N$  na temelju funkcijskog odnosa ( $f$ ) koji predstavlja osnovni matematički model za potpuno određenje mjerene veličine (slika 15).



**Slika 15. Skalarni odnos između ulaznih veličina i mjerene veličine [3]**

Takav matematički model može se izraziti na temelju tog funkcijskog odnosa  $f$ :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (6)$$

gdje  $X$  predstavlja  $N$  ulaznih veličina, dok je  $Y$  izlazna veličina. Svaki  $X_i$  se promatra kao slučajna varijabla, a njena procjena je  $x_i$ .  $Y$  je, također, slučajna izlazna varijabla, a njena procjena se označava s  $y$ .

Funkcija modela  $f$  prikazuje mjerni postupak i metodu određivanja vrijednosti izlazne veličine. Ona opisuje kako se izlazna veličina  $Y$  dobiva iz vrijednosti ulaznih veličina  $X_i$ . U većini slučajeva to će biti analitički izraz, ali to također može biti skupina takvih izraza koji obuhvaćaju ispravke i faktore ispravka zbog sustavnih djelovanja, što dovodi do složenijeg odnosa koji se ne može opisati jednom eksplicitno definiranom funkcijom. Nadalje, funkcija  $f$  može se odrediti pokusom ili postojati samo kao računalni algoritam koji se može određivati brojačno ili pak može biti kombinacija toga dvoga [11].

Ulazne veličine  $X_i$  mogu se razvrstati u dva razreda prema načinu na koji se određuje vrijednost veličine i njezina nesigurnost [11]:

- Veličine čija se procjena i njoj pridružena nesigurnost određuju izravno mjerenjem. Te se vrijednosti mogu dobiti na primjer pojedinačnim opažanjem, opetovanim opažanjima ili prosudbom koja se temelji na iskustvu. One mogu uključivati određivanje ispravaka očitavanja mjerila i ispravaka zbog utjecajnih veličina, na primjer temperature okoliša, barometarskoga tlaka ili vlažnosti.



- Veličine čija se procjena i njoj pridružena nesigurnost unose u mjerenje iz vanjskih izvora (na primjer veličine pridružene umjeravanju mjernih etalona, potvrđenih referencijskih tvari ili referencijskih podataka koji se uzimaju iz priručnika)

Procjena mjerene veličine  $Y$ , koja se označuje s  $y$ , dobiva se iz navedene jednadžbe (6) uporabom procjena  $x_i$  ulaznih veličina za vrijednosti ulaznih veličina  $X_i$ . Prema tome, procjena izlazne veličine  $y$  tog mjernog rezultata daje se izrazom [11]:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (7)$$

U nekim slučajevima ta procjena se uzima kao aritmetička sredina ili prosjek  $n$  neovisnih određivanja  $Y_j$  veličine  $Y$  [11]:

$$y = \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_j = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f(X_{1,j}, X_{2,j}, \dots, X_{n,j}) \quad (8)$$

Procijenjeno standardno odstupanje pridruženo procjeni izlazne veličine ili mjernog rezultata  $y$ , koje se naziva sastavljenom standardnom nesigurnošću i označuje se  $u(y)$ , određuje se iz procijenjenog standardnog odstupanja pridruženog procjeni ulazne veličine  $x_i$ , koje se naziva standardnom nesigurnošću i označuje s  $u(x_i)$ . Svaka procjena ulazne veličine  $x_i$  i njezina pridružena standardna nesigurnost  $u(x_i)$  dobivaju se iz razdiobe mogućih vrijednosti ulazne veličine  $X_i$ . Ta razdioba vjerojatnosti može se temeljiti na frekvenciji, tj. na nizu opažanja  $X_{i,k}$  veličine  $X_i$ , ili to može biti kakva apriorna razdioba. Proračuni sastavnica A-vrste standardne nesigurnosti nalaze se iz funkcije gustoće vjerojatnosti izvedeni iz promatrane distribucije učestalosti ponavljanja, dok se proračuni B-vrste nalaze iz pretpostavljenih funkcija gustoće vjerojatnosti baziranih na stupnju vjerovanja da će se slučaj dogoditi. Mora se shvatiti da su u oba slučaja te razdiobe modeli koji služe za prikaz stanja našeg znanja [12].

### 6.2.2. Proračun standardne nesigurnosti A-vrste

Određivanje vrijednosti standardne nesigurnosti metodom A-vrste može se primjenjivati kad je provedeno više neovisnih opažanja jedne ulazne veličine pod istim mjernim uvjetima. Ako postoji dostatno razlučivanje u mjernom procesu, postojat će primjetno rasipanje ili raspršenje dobivenih vrijednosti.

Pretpostavimo da je opetovano mjerena ulazna veličina  $X_i$  jednaka veličini  $Q$ . S  $n$  statistički neovisnih opažanja ( $n > 1$ ) procjena veličine  $Q$  jednaka je  $\bar{q}$ , aritmetičkoj sredini ili prosjeku tih pojedinačnih opaženih vrijednosti  $q_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) [11]:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j \quad (9)$$

Mjerna nesigurnost pridružena procjeni  $\bar{q}$  određuje se u skladu s jednom od ovih metoda [11]:

- a) Procjena varijancije navedene razdiobe vjerojatnosti jednaka je eksperimentalnoj varijanciji  $s^2(q)$  vrijednosti  $q_j$  koja je dana izrazom:

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (10)$$

Njezin (pozitivni) drugi korijen naziva se eksperimentalnim standardnim odstupanjem. Najveća procjena varijancije aritmetičke sredine  $\bar{q}$  jednaka je eksperimentalnoj varijanciji srednje vrijednosti:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \quad (11)$$

Njezin (pozitivni) drugi korijen naziva se eksperimentalnim standardnim odstupanjem srednje vrijednosti. Standardna nesigurnost  $u(\bar{q})$  pridružena procjeni ulazne veličine  $\bar{q}$  eksperimentalno je standardno odstupanje srednje vrijednosti:

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \quad (12)$$

- b) Za mjerenja koja su dobro opisana i pod statističkim nadzorom može biti na raspolaganju sastavljena procjena varijancije dobivena iz skupa podataka  $s_p^2$  koja prikazuje rasipanje bolje od procijenjenoga standardnog odstupanja dobivena iz ograničena broja opažanja. Ako se u tom slučaju vrijednost ulazne veličine  $Q$  određuje kao aritmetička sredina  $\bar{q}$  maloga broja  $n$  neovisnih opažanja, varijancija srednje

vrijednosti može se procijeniti s pomoću izraza:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} \quad (13)$$

### 6.2.3. Proračun standardne nesigurnosti B-vrste

Određivanje standardne nesigurnosti B vrste određivanje je nesigurnosti pridružene kakvoj procjeni  $x_i$  ulazne veličine  $X_i$  s pomoću metoda različitih od statističke analize niza opažanja. Standardna nesigurnost  $u(x_i)$  određuje se znanstvenom prosudbom koja se temelji na svim raspoloživim podacima o mogućoj promjenljivosti veličine  $X_i$ . Vrijednosti koje pripadaju toj kategoriji mogu se izvoditi iz [11]:

- podataka dobivenih iz prijašnjih mjerenja
- iskustva s gradivima i mjerilima ili poznavanja ponašanja i svojstava bitnih gradiva i mjerila otprije
- proizvođačkih specifikacija
- podataka dobivenih umjeravanjem i podataka iz drugih potvrda o umjeravanju
- nesigurnosti pridruženih referencijskim podacima uzetim iz priručnika.

Ispravna uporaba dostupnih podataka za određivanje standardne mjerne nesigurnosti B vrste zahtijeva oštroumnost koja se temelji na iskustvu i općem znanju. To je vježba koja se stječe praksom. Postoje nekoliko slučajeva procjene i izračuna standardne nesigurnosti B-vrste, od kojih su svi podjednako točni, te ne postoji klasifikacija procjene prema kvaliteti proračuna, već ovise o načinu iskaza. Ti slučajevi su[11]:

- a) Kad je poznata samo jedna vrijednost veličine  $X_i$ , npr. jedna izmjerena vrijednost, vrijednost kojeg rezultata prijašnjeg mjerenja, kakva referencijska vrijednost iz literature ili vrijednost ispravka, ta se vrijednost upotrebljava za procjenu  $x_i$  ulaznih veličina. Standardna nesigurnost  $u(x_i)$  pridružena  $x_i$  mora se prihvatiti gdje je dana. Inače se ona treba izračunati iz nedvosmislenih podataka o nesigurnosti. Ako podaci te vrste ne postoje, nesigurnost treba odrediti na temelju iskustva.
- b) Kad se na temelju teorije ili iskustva za veličinu  $X_i$  može pretpostaviti razdioba vjerojatnosti, tada kao procjenu  $x_i$  ulazne veličine i pridruženu standardnu nesigurnost

$u(x_i)$  treba uzeti redom odgovarajuće očekivanje ili očekivanu vrijednost i drugi korijen varijancije te razdiobe.

- c) Ako se mogu procijeniti samo gornja i donja granica  $a_+$  i  $a_-$  vrijednosti veličine  $X_i$  (npr. proizvođačke specifikacije mjerila, temperaturno područje, zaokruživanje ili odbacivanje automatskim smanjenjem podataka), za moguće vrijednosti ulazne veličine  $X_i$  treba se pretpostaviti razdioba vjerojatnosti sa stalnom gustoćom vjerojatnosti između tih granica (pravokutna razdioba vjerojatnosti). U skladu s (b) za procijenjenu se vrijednost dobiva:

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ - a_-) \quad (14)$$

a za kvadrat standardne nesigurnosti:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2 \quad (15)$$

Ako se s  $2a$  označi razlika između graničnih vrijednosti, dobije se:

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \quad (16)$$

Pravokutna razdioba razuman je vjerojatnosni opis neodgovarajućeg znanja o ulaznoj veličini  $X_i$  u nedostatku drugih podataka osim njezinih granica promjenljivosti. Ali ako je poznato da su vrijednosti te veličine koje su bliže središtu intervala promjenljivosti vjerojatnije od vrijednosti bližih granicama, bolji model može biti trokutna ili normalna razdioba. S druge strane, ako su vrijednosti bliže tim granicama vjerojatnije od vrijednosti koje su bliže središtu, može biti prikladnija razdioba koja ima oblik slova U.

#### 6.2.4. Određivanje sastavljene standardne nesigurnosti

Sastavljena standardna nesigurnost  $u_c(y)$ , određuje se odgovarajućim sastavljanjem standardnih nesigurnosti  $u(x_i)$  procjena ulaznih veličina  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Ulazne veličine  $X_1, X_2, \dots, X_N$  mogu biti:

- međusobno neovisne (nekorelirane),
- međusobno ovisne (korelirane).

Ako promjena jedne ulazne veličine ne izaziva promjenu niti jedne druge, kvadrat sastavljene standardne nesigurnosti procjene izlazne veličine  $y$  dan je izrazom [11]:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (17)$$

Standardna nesigurnost  $u_i(y)$  pridružena procjeni izlazne veličine dobiva se iz standardne nesigurnosti pridružene procjeni  $x_i$  ulazne veličine, a njen kvadrat se računa prema sljedećem izrazu [11]:

$$u_i^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) \quad (18)$$

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (19)$$

gdje je  $c_i$  - koeficijent osjetljivosti. Ovaj koeficijent osjetljivosti opisuje u kojoj mjeri na procjenu  $y$  izlazne veličine utječe promjena procjene  $x_i$  ulazne veličine.

U slučaju kada je nelinearnost funkcije  $f$  značajna u izraz za sastavljenu varijancu moraju se uključiti i članovi višeg reda njezina razvoja u Taylerov red prema izrazu [11]:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left( \frac{1}{2} c_{ij}^2 + c_i * c_{ijj} \right) u^2(x_i) u^2(x_j) \quad (20)$$

gdje su  $c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$ ,  $c_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$ ,  $c_{ijj} = \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j^2}$  koeficijenti osjetljivosti.

Kada su ulazne veličine korelirane, u proračun se moraju uzeti i te korelacije. Tada se sastavljenoj varijanci dodaju i kovarijantni članovi pa se sastavljena standardna nesigurnost procjene izlazne veličine računa prema izrazu [11]:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (21)$$

gdje su  $x_i$  i  $x_j$  procjene veličina  $X_i$  i  $X_j$ , a  $u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$  procijenjena je kovarijanca pridružena procjenama  $x_i$  i  $x_j$ . Stupanj međusobne ovisnosti ulaznih veličina određuje procijenjeni korelacijski koeficijent  $r(x_i, x_j)$  [11]:

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i)u(x_j)} \quad (22)$$

S pomoću korelacijskih koeficijenata  $r$  i koeficijenta osjetljivosti  $c_i$  izraz (gore) postaje [11]:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j) \quad (23)$$

Ove korelacije ne smiju se neoprezno zanemarivati i treba ih procjenjivati na temelju iskustva ili ispitivanja njihovog stvarnog djelovanja, pri čemu je potrebno rabiti sve raspoložive podatke.

### 6.2.5. Određivanje proširene nesigurnosti

Dodatna mjera nesigurnosti koja zadovoljava zahtjev za osiguranje kojeg intervala te vrste naziva se proširenom nesigurnošću i označuje s  $U$ . Proširena nesigurnost dobiva se množenjem složene standardne nesigurnosti  $u_c(y)$  s faktorom proširenja  $k$  [11]:

$$U = k * u_c(y) \quad (24)$$

Mjerni rezultat tada se dogovorno izražava kao  $Y = y \pm U$ , čime se želi reći da je  $y$  najbolja procjena vrijednosti koja se može pripisati mjerenoj veličini  $Y$  i da je  $y - U$  do  $y + U$  interval za koji se može očekivati da obuhvaća velik dio razdiobe vrijednosti koje bi se mogle razumno pripisati veličini  $Y$ . Takav interval također se izražava kao [11]:

$$y - U \leq Y \leq y + U \quad (25)$$

U slučajevima kad se mjerenoj veličini može pridružiti normalna (Gaussova) razdioba, a standardna nesigurnost pridružena procjeni izlazne veličine ima dostatnu pouzdanost, upotrebljavat će se uobičajeni faktor pokrivanja  $k=2$ . Pridijeljena povećana nesigurnost odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %. Pri umjeravanju ti su uvjeti u većini nabrojanih slučajeva ispunjeni.

Analiza nesigurnosti mjerenja – katkad se naziva budžetom nesigurnosti – treba obuhvaćati popis svih izvora nesigurnosti zajedno s pridruženim standardnim nesigurnostima i metodama njihova određivanja. Za opetovana mjerenja također treba navesti broj opažanja  $n$ . Radi jasnoće preporučuje se da se podaci bitni za analizu prikazuju u obliku tablice. Uobičajeni primjer takva uređenja dan je u tablici 3.

**Tablica 3. Shema uređenoga prikaza veličina, procjena, standardnih nesigurnosti, koeficijena osjetljivosti i doprinosa nesigurnosti koji se upotrebljavaju u analizi nesigurnosti mjerenja**

Veličina $X_i$	Procjena $x_i$	Standardna nesigurnost $u(x_i)$	Koeficijent osjetljivosti $c_i$	Doprinosa standardnoj nesigurnosti $u_i(y)$
$X_1$	$x_1$	$u(x_1)$	$c_1$	$u_1(y)$
$X_2$	$x_2$	$u(x_2)$	$c_2$	$u_2(y)$
$X_N$	$x_N$	$u(x_N)$	$c_N$	$u_N(y)$
$Y$	$y$			$u(y)$

### 6.3. Proračun mjerne nesigurnosti Monte Carlo metodom

Metoda Monte Carlo pruža općeniti pristup dobivanja numeričke aproksimacije izlazne funkcije  $G$ . Glavni princip dobivanja aproksimacije jest ponovljeno skupljanje funkcije gustoće vjerojatnosti za  $X_i$ , te procjenu modela u svakom slučaju skupljanja [12].

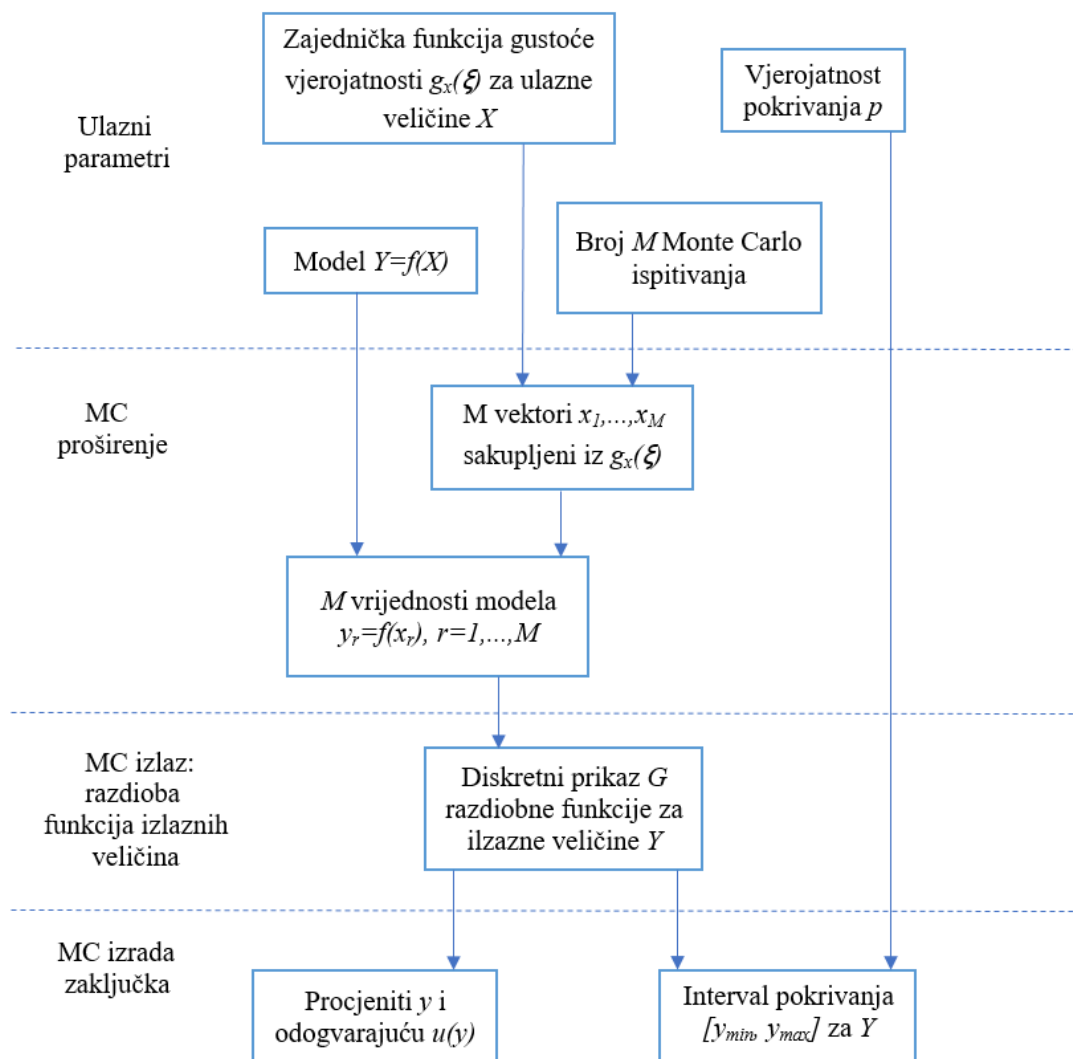
Kako distribucijska funkcija  $G_Y(\eta)$  pruža sve informacije o  $Y$ , svako obilježje vrijednosti  $Y$ , kao očekivanje, varijanca i interval proširenja, se može aproksimirati koristeći  $G$ . Kvaliteta tih obilježja se poboljšava s većim brojem aproksimacija.

Ako  $y_r$ , za  $r = 1, \dots, M$  predstavlja vrijednosti modela  $M$  nezavisno prikupljenih iz raspodjele vjerojatnosti izlazne varijable  $Y$ , tada se njeno očekivanje  $E(Y)$ , i varijanca  $V(Y)$  može aproksimirati koristeći vrijednost  $y_r$ .

Svaki  $y_r$  dobiva se slučajnim skupljanjem iz funkcije gustoće vjerojatnosti za ulazni parametar  $X_i$ , te procjenom modela iz sakupljenih vrijednosti.

Primarna izlazna funkcija  $G$  je sačinjena od  $y_r$  svrstanih u rastućem poretku. Na slici 16 dijagramom je prikazana implementacija propagacije distribucija Monte Carlo metodom.





Slika 16. Faze Monte Carlo metode [12]

Metoda Monte Carlo se može navesti prema sljedećim koracima [12]:

- 1) odabere se broj  $M$  pokusa Monte Carlo koje je potrebno izvesti
- 2) uzorkovanjem se generira  $M$  vektora iz dodijeljenih funkcija gustoće vjerojatnosti kao ostvarenja (skupa od  $N$ ) ulaznih veličina  $X_i$
- 3) za svaki takav vektor odredi se odgovarajuća vrijednost modela  $Y$  čiji je rezultat  $M$  vrijednosti modela
- 4) tih  $M$  vrijednosti modela razvrsta se strogo rastućim poretkom, uporabom tih razvrstanih vrijednosti modela dobiva se prikaz  $G$

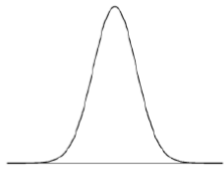
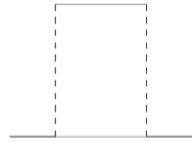

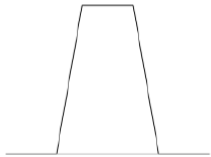
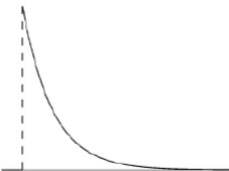
- 5) prikaz  $G$  upotrebljava se za određivanje procjene  $y$  izlazne veličine  $Y$  i standardne nesigurnosti  $u(y)$  pridružene procjeni  $y$
- 6) prikaz  $G$  upotrebljava se za određivanje odgovarajućeg intervala pokrivanja izlazne veličine  $Y$  za dogovorenu vjerojatnost pokrivanja  $p$

Pouzdanost MCM metode za određivanje izlazne veličine  $Y$  s njenom procjenom  $y$  i nesigurnosti  $u(y)$  ovisi o broju pokusa  $M$  (korak 1). Broj pokusa  $M$  se odabire tako da bude znatno veći od vrijednosti  $1/(1-p)$ , tj. barem [12]:

$$M > 10^4 * \frac{1}{1-p} \quad (26)$$

Tada se može očekivati pouzdan prikaz funkcije raspodjele  $G_Y$  izlazne veličine s razinom povjerenja  $p$ . Funkcije raspodjele vjerojatnosti mogu biti normalne, pravokutne, trokutaste, eksponencijalne, i mnoge druge, a one glavne opisane su u tablici 4.

Tablica 4. Pojedine raspodjele gustoće vjerojatnosti

Funkcija gustoće vjerojatnosti	Dostupni podaci	Slika
Normalna (Gaussova) $N(x, 2u(x))$	najbolja procjena $x$ i pridružena standardna nesigurnost $u(x)$	
Pravokutna $R(a, b)$	donja i gornja granica $a$ i $b$	
Trokutasta $T(a, b)$ uz: $a = a_1 + a_2,$ $b = b_1 + b_2$	zbroj dviju veličina kojima su dodijeljene pravokutne razdiobe s donjim $a_1, b_1$ i gornjim granicama $a_2, b_2$ i s istom poluširinom ( $b_1 -$ $a_1 = b_2 - a_2$ )	
Trapezna $Trap(a, b, \beta)$ uz: $a = a_1 + a_2,$ $b = b_1 + b_2,$ $\beta = (b_1 - a_1) - (b_2 - a_2) / (b - a)$	zbroj dviju veličina kojima su dodijeljene pravokutne razdiobe s donjim $a_1, b_1$ i gornjim granicama $a_2, b_2$	
Eksponecijalna $Ex(1/x)$	najbolja procjena $x$ apsolutne veličine	

## 7. SLIJED ISPITIVANJA

Cilj ovog rada je povećati točnost generiranja malog kuta kroz razvoj metode za mjerenje konstante sinus lineala uz primjenu kutnog interferometra za mjerenje ostvarenog kuta. Osmišljenim mjernim sustavom postupak umjeravanja koincidentnih libela bio bi znatno olakšan.

Ispitivanja su provedena u Laboratoriju za precizna mjerenja dužina Fakulteta strojarstva i brodogradnje te se koristila sva potrebna raspoloživa oprema Laboratorija.

Tijek ispitivanja je sljedeći:

- 1) Utvrđivanje konstante sinus lineala
- 2) Generiranje malih kutova sinus linealom i planparalelnim graničnim mjerkama
- 3) Mjerenje generiranih kutova pomoću laserske interferometrije
- 4) Umjeravanje koincidentne libele pomoću osmišljenog mjernog sustava

## 8. UTVRĐIVANJE KONSTANTE SINUS LINEALA

Kao što je bilo prethodno obrazloženo, poznavanje duljine konstante sinus lineala je „kamen temeljac“ primjenjivanja sinus metode za kutna mjerenja. Naravno da je poznavanje točnog promjera valjčića također izrazito bitno, ali zbog postojanja rezultata njihovih stvarnih promjera iz prijašnjih mjerenja laboratorija, ti podaci su preuzeti za potrebe ovog rada.

### 8.1. Mjerni sustav

Mjerni sustav sastoji se od:

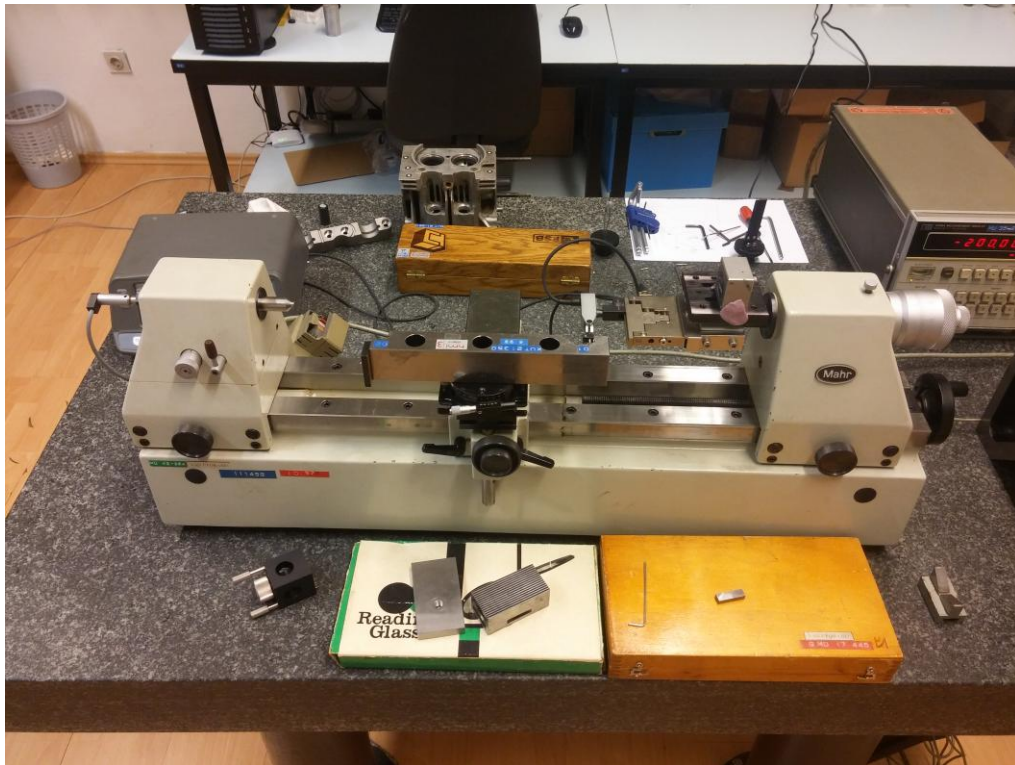
- 1) Sinus lineal proizvođača MAHR, oznake  $200 \times \sin \alpha$ , nazivne dužine  $l = 200$  mm. (slika 17).



Slika 17. Sinus lineal  $200 \times \sin \alpha$

## 2) Jednoosni modificirani uređaj

Uređaj ima precizni horizontalni hod u X osi od 200 mm, te vertikalni hod u Z osi na stalku uređaja koji se može pozicionirati i fiksirati željeno po X osi (slika 18).



**Slika 18. Jednoosni modificirani uređaj**

## 3) Uređaj s ticalom

Sastoji se od uređaja za očitavanje vrijednosti i ticala rezolucije od  $0,1 \mu\text{m}$ .

## 4) Laserski mjerni sustav HP 5528A

Ovaj laserski mjerni sustav konstruiran je kako bi mogao izvršiti pouzdana mjerenja u laboratorijskom ali i industrijskom okruženju. Sustav je lagan i prenosiv te pruža mogućnosti mjerenja udaljenosti, brzine, kuta, ravnosti, pravocrtnosti, okomitosti i paralelnosti.

Oprema potrebna za postavljanje laserskog sustava u utvrđivanju konstante sinus lineala je sljedeća (slika 19):

- a) HP 5528A upravljačka i mjerna jedinica.
- b) HP 5528A laserska glava
- c) HP 10753A tronožac
- d) HP 10766A linearni interferometar
- e) HP 10767A linearni reflektor
- f) Oprema za postavljanje i pričvršćivanje optike.



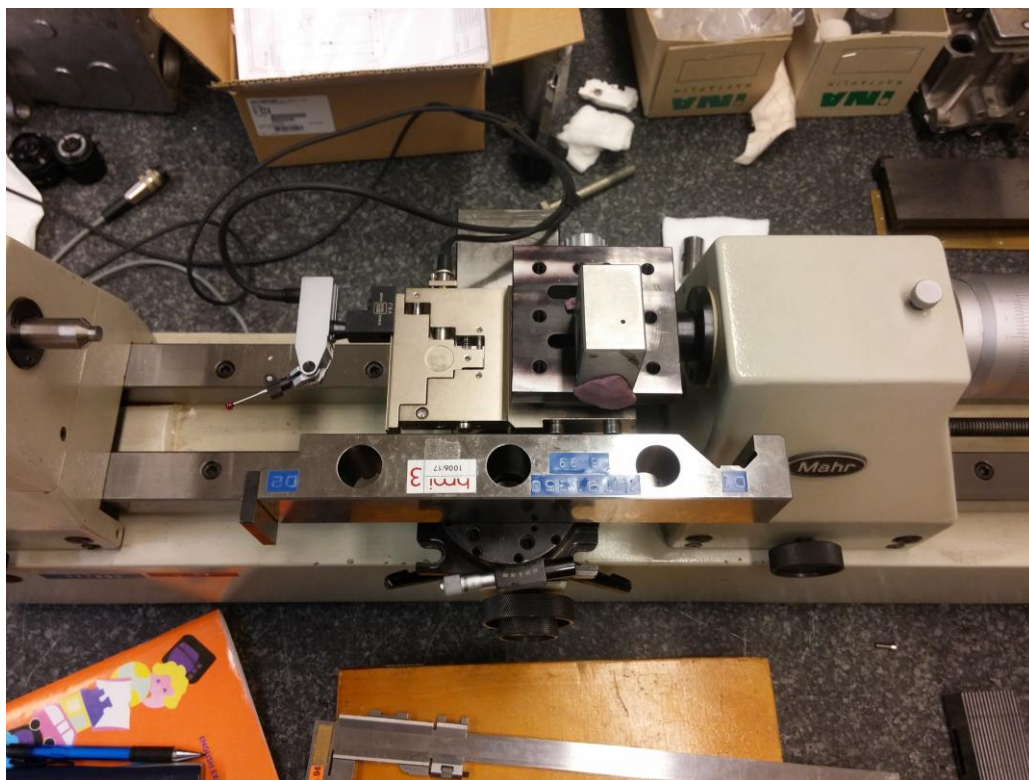
Slika 19. Laserski mjerni sustav HP 5528A

## 8.2. Postupak mjerenja

Postupak mjerenja je sljedeći:

- 1) Čišćenje i odmašćivanje sinus lineala – prije svega potrebno je dobro očistiti sinus lineal od raznih nečistoća i masti. Kod ovako preciznih mjerenja i najmanje čestice prašine ili raznovrsnih vlakana mogu uzrokovati greške. Pri rukovanju s linealom koriste se pamučne rukavice, a čišćenje se obavlja s pamučnom krpicom koja se natopi u medicinski alkohol (>70 % Etanol).

- 2) Postavljanje sinus lineala na jednoosni modificirani uređaj (slika 20) – jednoosni modificirani uređaj dozvoljava pozicioniranje translacijom po  $X$  osi i  $Z$  osi. Kako je potrebna i rotacija oko  $Z$  osi, dodana je oprema koja to omogućava. Oko  $X$  osi nije potrebno vršiti rotaciju zato što se jednoosni modificirani uređaj nalazi na granitnom mjernom stolu koji je horizontalno podešen, tako da i sinus lineal koji se nalazi na uređaju zadržava horizontalni položaj. Za potrebe ovog mjerenja uklonjeni su valjčići kako bi se ticalom moglo doći do unutarnjih površina sinus lineala.



**Slika 20. Postavljanje sinus lineala na jednoosni modificirani uređaj**

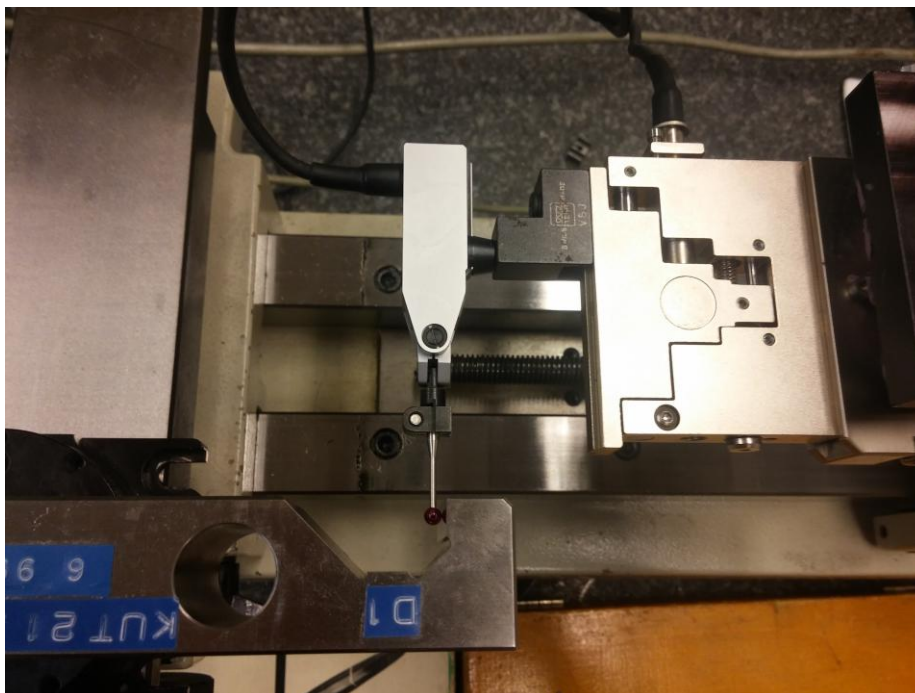
- 3) Postavljanje laserskog mjernog sustava (slika 21) – sustav se postavlja s navedenim dijelovima prema uputama u priručniku za upravljanje ovim laserskim sustavom. Postavljanje laserske glave, interferometra i reflektora zahtijeva određenu osposobljenost mjeritelja.





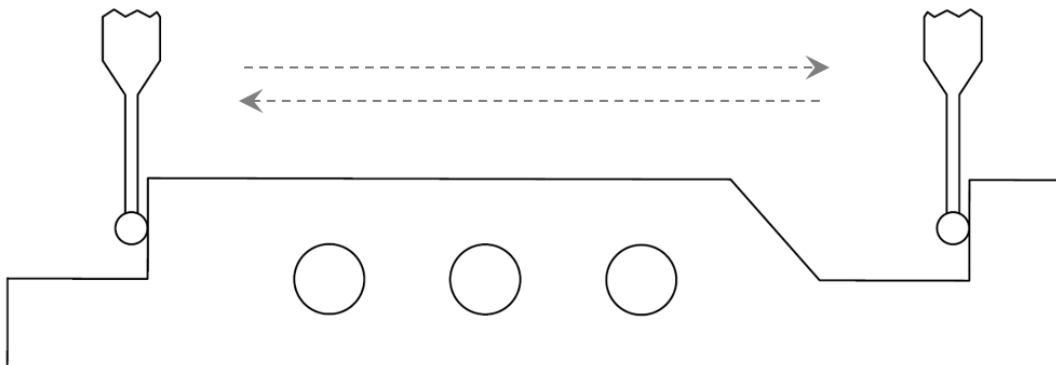
**Slika 21. Postavljeni laserski mjerni sustav**

- 4) Postavljanje uređaja s ticalom – ticalo se pričvršćuje na pomični dio jednoosnog modificiranog uređaja i zajedno s njim se giba duž mjernog područja po  $X$  osi (slika 22)



**Slika 22. Postavljanje ticala**

- 5) Poravnanje sinus lineala – prije samog mjerenja potrebno je sinus lineal poravnati po X i Z osi. To se radi pomoću ticala tako da se prolazi ticalom duž donji brid sinus lineala te bočni brid. Procijenjeno je da je točnost poravnavanja od  $10\ \mu\text{m}$  na 200 mm dovoljno za donju površinu, dok za bočni od  $3\ \mu\text{m}$  na 40 mm.
- 6) Mjerenje prolazom ticala od jednog kraja sinus lineala do drugog – kada je sinus lineal zadovoljavajuće poravnat, prolaskom ticala s jednog kraja sinus lineala do drugoga, laserskim sustavom, metodom interferometrije provodi se mjerenja konstante sinus lineala (slika 23). Provedena su tri seta mjerenja. Prvi set od 20 mjerenja napravljen je u središnjem dijelu sinus lineala, a druga dva seta od 3 mjerenja provedena su na donjem i gornjem dijelu sinus lineala. Rezultati su prikazani u tablici 5.



**Slika 23. Put ticala s jednog ruba do drugoga**

Tablica 5. Mjerenje konstante sinus lineala

Br. mjerjenja	Konstanta sinus lineala Srednji dio [mm]	Konstanta sinus lineala Donji dio [mm]	Konstanta sinus lineala Gornji dio [mm]
1.	199,9996	199,9996	199,9999
2.	199,9995	200,0000	199,9997
3.	199,9998	199,9994	199,9995
4.	199,9999		
5.	200,0002		
6.	199,9999		
7.	199,9999		
8.	200,0003		
9.	199,9998		
10.	199,9996		
11.	199,9997		
12.	199,9997		
13.	199,9993		
14.	199,9999		
15.	199,9995		
16.	200,0001		
17.	199,9998		
18.	199,9996		
19.	199,9999		
20.	199,9994		

Aritmetička sredina: 199,9997 mm

Procijenjeno standardno odstupanje: 0,2577  $\mu\text{m}$

Utvrđena konstanta sinus lineala:

$$C = C_i + \frac{v_2}{2} - \frac{v_1}{2} \quad (27)$$

$$C = 199,9997 + \frac{20,000237}{2} - \frac{19,9989}{2} = 200,0004 \text{ mm}$$

### 8.3. Mjerna nesigurnost

Matematički model određivanja konstante sinus lineala dan je u nastavku:

$$C = C_i + \delta C_i + \delta L + \delta A_1 + \delta A_2 + \delta tic + C_i \alpha \Delta T + \frac{v_2}{2} - \frac{v_1}{2} \quad (28)$$

Gdje je:

- $C_i$  - izmjerena vrijednost konstante sinus lineala, mm;
- $\delta C_i$  - ponovljivost mjerenja,  $\mu\text{m}$ ;
- $\delta L$  - točnost lasera,  $\mu\text{m}$ ;
- $\delta A_1$  - poravnavanje oko osi z,  $\mu\text{m}$ ;
- $\delta A_2$  - poravnavanje oko osi y,  $\mu\text{m}$ ;
- $\delta tic$  - rezolucija ticala,  $\mu\text{m}$ ;
- $\alpha$  - koeficijent toplinskog širenja za čelik,  $\text{K}^{-1}$ ;
- $\Delta T$  - odstupanje temperature od  $20^\circ \text{C}$ ,  $^\circ \text{C}$ ;
- $v_1$  - promjer prvog valjčića, mm;
- $v_2$  - promjer drugog valjčića, mm.

Sastavnice nesigurnosti:

$\delta C_i$  – ponovljivost mjerenja određena je temeljem 20 ponovljenih mjerenja iz tablice 5 uz procijenjeno standardno odstupanje od  $0,2577 \mu\text{m}$ . Sastavnica mjerne nesigurnosti, uz tri ponovljena mjerenja u postupku umjeravanja, računa se prema:

$$u(c_i) = \frac{0,2577}{\sqrt{3}} = 0,15 \mu\text{m}$$

$\delta L$  – sastavnica mjerne nesigurnosti zbog točnosti lasera izračunata je pomoću granične pogreške navedene od proizvođača (Privitak 1), te uz pretpostavku pravokutne razdiobe iznosi:

$$u(l) = \frac{0,3}{\sqrt{3}} = 0,17 \mu\text{m}$$

$\delta A_1$  – sastavnica zbog poravnanja oko osi  $z$  uz pretpostavku pravokutne razdiobe iznosi:

$$u(a_1) = \frac{0,00015}{\sqrt{3}} = 0,000087 \mu m$$

$\delta A_2$  – sastavnica zbog poravnanja oko osi  $y$  uz pretpostavku pravokutne razdiobe iznosi:

$$u(a_2) = \frac{0,000055}{\sqrt{3}} = 0,000032 \mu m$$

$\delta tic$  – sastavnica nesigurnosti zbog rezolucije nultog položaja ticala uz pretpostavku pravokutne razdiobe iznosi:

$$u(tic) = \frac{0,05}{\sqrt{3}} = 0,03 \mu m$$

$\delta T$  – okolna temperatura prostora u kojem se mjeri je  $20^\circ \text{C}$ . Procjenjuje se da je dozvoljena razlika temperature  $\pm 0,5^\circ \text{C}$ . Nesigurnost zbog utjecaja temperature uz pretpostavku pravokutne razdiobe iznosi:

$$u(T) = \frac{0,5}{\sqrt{3}} = 0,2887^\circ \text{C}$$

$\delta v_1, \delta v_2$  – nesigurnost mjerenja za oba valjčića su ista i preuzeta su iz potvrde o umjeravanju, a iznose  $0,3 \mu m$ .

Tablica 6. Mjerna nesigurnost određivanja konstante sinus lineala

Veličina $X_i$	Procjena $x_i$	Standardna nesigurnost $u(x_i)$	Koeficijent osjetljivosti $c_i$	Doprinos standardnoj nesigurnosti $u_i(y)$
$C_i$	0	0,15 $\mu\text{m}$	1	0,15 $\mu\text{m}$
$\delta L$	0	0,17 $\mu\text{m}$	1	0,17 $\mu\text{m}$
$\delta A_1$	0	0,000087 $\mu\text{m}$	1	0,000087 $\mu\text{m}$
$\delta A_2$	0	0,000032 $\mu\text{m}$	1	0,000032 $\mu\text{m}$
$\delta rez$	0	0,03 $\mu\text{m}$	1	0,03 $\mu\text{m}$
$\delta v_1$	0	0,30 $\mu\text{m}$	1	0,30 $\mu\text{m}$
$\delta v_2$	0	0,30 $\mu\text{m}$	1	0,30 $\mu\text{m}$
$\delta T$	0	0,2887° C	2,3 $\mu\text{m}$	0,664 $\mu\text{m}$
				0,82 $\mu\text{m}$

Proširena nesigurnost:

$$u(y) = 0,82 \mu\text{m}$$

$$U(Y) = k * u(y) = 2 * 0,82 = 1,64 \mu\text{m}$$

Proširena mjerna nesigurnost iskazuje se kao standardna mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja  $k = 2$ , koji za normalnu razdiobu odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %.

Iskazivanje rezultata:

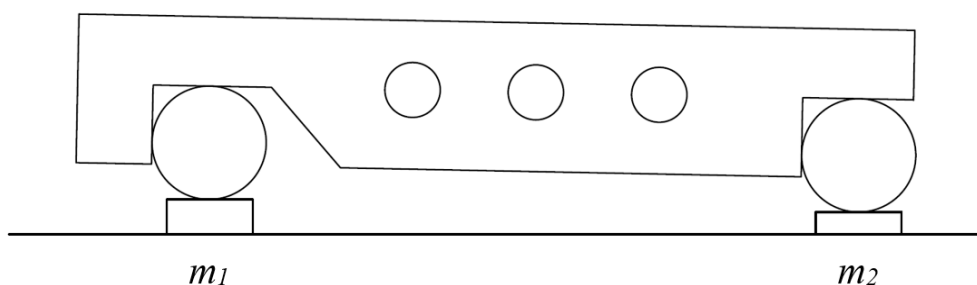
Mjerena vrijednost konstante sinus lineala nazivne vrijednosti od 200 mm jednaka je 200,0004 mm  $\pm$  1,64  $\mu\text{m}$ .

## 9. GENERIRANJE MALIH KUTOVA SINUS LINEALOM I PLANPARALELNIM GRANIČNIM MJERKAMA

Radi generiranja kutova pomoću sinus lineala upotrijebljena su dva seta planparalelnih graničnih mjerki:

- prvi set: CE JOHANSSON, model GMD 8-231, serijski broj 840074, 2016. godina
- drugi set: IKI, model GMD 4-227, serijski broj 031588, 2016. godina

Ove mjerke koriste se u Laboratoriju kao radni etaloni za umjeravanje graničnih mjerki usporedbenom metodom. Princip generiranja kutova je geometrijski jednostavan, ispod jednog valjčića se postavlja mjerka koja se ne pomjera do kraja provođenja seta mjerenja ( $m_2$ ), dok se ispod drugog valjčića postavlja druga mjerka ( $m_1$ ) čime se ostvari visina  $H$ . Ta mjerka se izmjenjuje s drugima različite duljine ovisno o kutu koji se želi ostvariti. Prema principu objašnjenom u poglavlju 3.1. *Princip rada sinus lineala* i jednadžbi (3) izračunava se kut (slika 24).



$$H = m_1 - m_2$$

$$\sin \alpha = \frac{H}{C}$$

Slika 24. Generiranje kuta

U tablici 7 kut se ostvario tako da se ispod desnog valjčića postavila mjerka od 1,00 mm, dok su se ispod lijevog valjčića postavljale mjerke od 1,01 mm do 1,10 mm. Razlika između njih je visina  $H$  u formuli (3).

Tablica 7. Generiranje manjih kutova (pozitivno)

Nazivna duljina mjerke [mm]	Duljina mjerke [mm]	$(m_1 - m_2)$ [mm]	Izračunati kut prema (3) ["]
1,01	1,00995	0,00990	10,21
1,02	1,01997	0,01992	20,54
1,03	1,03001	0,02996	30,90
1,04	1,04004	0,03999	41,24
1,05	1,04998	0,04993	51,49
1,06	1,05999	0,05994	61,82
1,07	1,06996	0,06991	72,10
1,08	1,07994	0,07989	82,39
1,09	1,08990	0,08985	92,66
1,10	1,09999	0,09994	103,07

Poslije toga pristupilo generiranju negativnih kutove tako da se ispod desnog valjčića postavila mjerka od 1,10 mm ( $m_2$ ), dok su se ispod lijevog valjčića postavljale mjerke od 1,09 mm do 1,00 mm ( $m_1$ ). Tablica 8 prikazuje izračunate kutove.

Tablica 8. Generiranje manjih kutova (negativno)

Nazivna duljina mjerke [mm]	Duljina mjerke [mm]	$(m_1 - m_2)$ [mm]	Izračunati kut prema (3) ["]
1,09	1,08990	-0,01013	-10,45
1,08	1,07994	-0,02009	-20,72
1,07	1,06996	-0,03007	-31,01
1,06	1,05999	-0,04004	-41,29
1,05	1,04998	-0,05005	-51,62
1,04	1,04004	-0,05999	-61,87
1,03	1,03001	-0,07002	-72,21
1,02	1,01997	-0,08006	-82,57
1,01	1,00995	-0,09008	-92,90
1,00	1,00002	-0,10001	-103,14



U ovom setu mjerenja generirali su se kutovi do 103". Dodatno su provedena mjerenja s većim mjerkama tj. kutovima do 1030". U tablici 9 prikazani su izračunati kutovi tako da se visina  $H$  ostvarila pomoću mjerke od 1,0 mm ( $m_2$ ) ispod desnog valjčića i izmjenom mjerki od 1,2 mm do 2,0 mm ( $m_1$ ) ispod lijevog valjčića.

**Tablica 9. Generiranje većih kutova (pozitivno)**

Nazivna duljina mjerke [mm]	Duljina mjerke [mm]	$(m_1 - m_2)$ [mm]	Izračunati kut prema (3) ["]
1,2	1,19998	0,20000	206,26
1,4	1,40006	0,40008	412,61
1,6	1,60001	0,60003	618,83
1,8	1,80005	0,80007	825,13
2,0	1,99992	0,99994	1031,26

Kao i kod manjih mjerki, nakon toga su se generirali negativni kutove. U tablici 10 su prikazani izračunati kutovi.

**Tablica 10. Generiranje većih kutova (negativno)**

Nazivna duljina mjerke [mm]	Duljina mjerke [mm]	$(m_1 - m_2)$ [mm]	Izračunati kut prema (3) ["]
1,8	1,80005	-0,19992	-206,18
1,6	1,60001	-0,39996	-412,49
1,4	1,40006	-0,59991	-618,70
1,2	1,19998	-0,79999	-825,05
1,0	1,00005	-0,99992	-1031,24

Može se uočiti da iako je nazivna visina  $H$  jednaka u pozitivnim i negativnim kutovima, postoji razlika u izračunatim kutovima. Razlog je taj što se ispod desnog valjčića mjerka  $m_2$  mijenja ovisno da li želimo pozitivno ili negativno generirati kut, i tu dolazi do razlike jer stvarna duljina tih mjerki nije jednaka.

### 9.1. Pogreška generiranja kuta pomoću planparalelnih graničnih mjerki i sinus lineala

Kao i kod svakog mjerenja postoje sastavnice koje čine malu, ali ne zanemarivu pogrešku pri mjerenju. Zato treba u jednadžbu za izračun kutova uzeti u obzir te sastavnice:

$$\sin \alpha = \frac{\Delta p_{gm} + \alpha L \Delta T_{pgm} + \delta_{pon}}{C + \alpha L \Delta T_c} \quad (29)$$

Gdje je:

- $\Delta p_{gm}$  - visina  $H$  koja se dobije oduzimanjem desno postavljene mjerke od lijevo postavljene mjerke, mm
- $\alpha L \Delta T_{pgm}$  - utjecaj temperaturne razlike mjerke od 20° C, mm
- $\delta_{pon}$  - ponovljivost mjernog sustava, mm
- $C$  - utvrđena konstanta sinus lineala, mm
- $\alpha L \Delta T_c$  - utjecaj temperaturne razlike lineala od 20° C, mm

Sastavnice nesigurnosti:

$\Delta p_{gm}$  – ova sastavnica prati normalnu razdiobu čija aritmetička sredina je razlika dviju mjerki, tj. visina  $H$ , a pridružena standardna nesigurnost računa se iz certifikata umjeravanja mjerki:

$$u(m_1) = u(m_2) = \frac{(0,05 + 1,1 * L)}{2} \mu m$$

gdje je  $L$  duljina mjerki, koja je u ovom proračunu uzeta kao 1 mm. Sastavnica mjerne nesigurnosti se zatim računa prema:

$$u(\Delta p_{gm}) = \sqrt{u(m_1)^2 + u(m_2)^2}$$

$\alpha L \Delta T_{pgm}$  – utjecaj temperaturne razlike mjerki kao sastavnica nesigurnosti slijedi pravokutnu razdiobu sa srednjom vrijednosti 0° C i procijenjenim standardnim odstupanjem  $\pm 0,5^\circ$  C.  $\alpha$  je konstanta toplinskog širenja i za čelik iznosi  $11,5 * 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

$\delta_{pon}$  – ponovljivost mjernog sustava ponaša se prema normalnoj razdiobi te je iskazana kao procijenjeno standardno odstupanje dobiveno iz seta od 20 mjerenja posebno za kraće i veće mjerke. Ponovljivost je ispitna pomoću laserskog interferencijskog sustava te su rezultati dani u tablici 14 i tablici 17 kasnije u radu (Poglavlje 10.2.).

$C$  – ova sastavnica prati normalnu razdiobu a vrijednosti su uzeti iz poglavlja ranije.

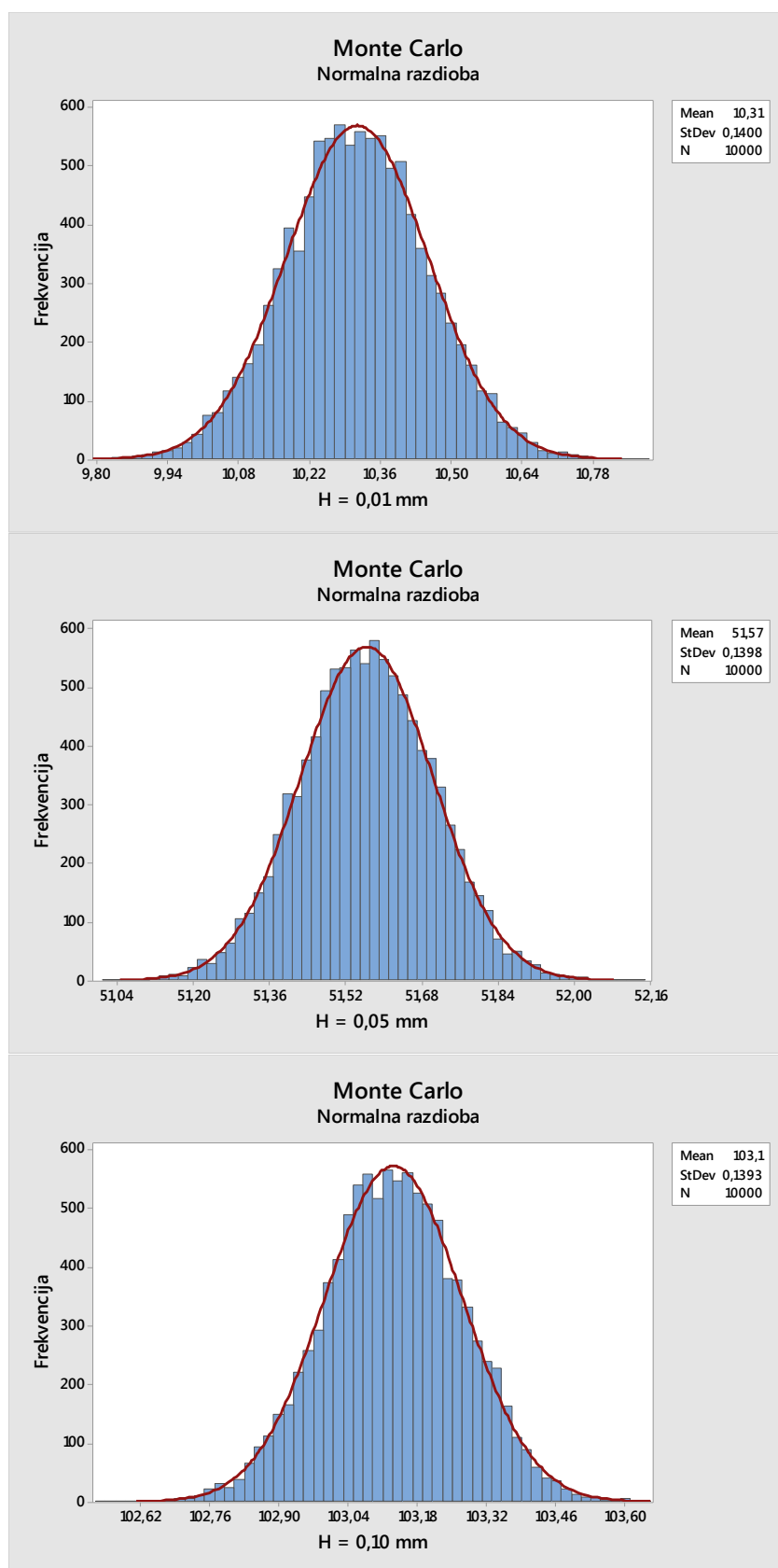
$\alpha L \Delta T_c$  – pošto su mjerke i lineal izrađeni od sličnih čelika, ova sastavnica nesigurnosti će imati isti izračun kao za  $\alpha \Delta T_{pgm}$ .

Mjerna nesigurnost procijenjena je pomoću Monte Carlo metode uz 10000 simuliranih mjerenja. U tablici 11 prikazane su sastavnice nesigurnosti koje ulaze u jednadžbu (29) kako bi se mogla procijeniti pogreška generiranja kuta.

**Tablica 11. Sastavnice mjerne nesigurnosti generiranja kuta**

Sastavnica	Razdioba	Srednja vrijednost	Procijenjeno odstupanje
$\Delta_{pgm}$	Normalna	$(m_1 - m_2)$	0,036 $\mu\text{m}$
$\alpha L \Delta T_{pgm}$	Pravokutna	0	0,5° C
$\delta_{pon}$	Normalna	0	0,13" za kraće mjerke 0,26" za dulje mjerke
$C$	Normalna	200,0004 mm	0,821 $\mu\text{m}$
$\alpha L \Delta T_c$	Pravokutna	0	0,5° C

Slika 25 prikazuje tri provedene simulacije kako bi obuhvatili cijelo mjerno područje za male kutove. Mjerke korištene kao  $m_1$  su bile 1,01 mm, 1,05 mm i 1,10 mm. Dok se kao mjerka  $m_2$  koristila mjerka 1,00 mm. Uz to dobiveni kutovi su 10,31", 51,57" i 103,10".



Slika 25. Monte Carlo simulacija za male kutove

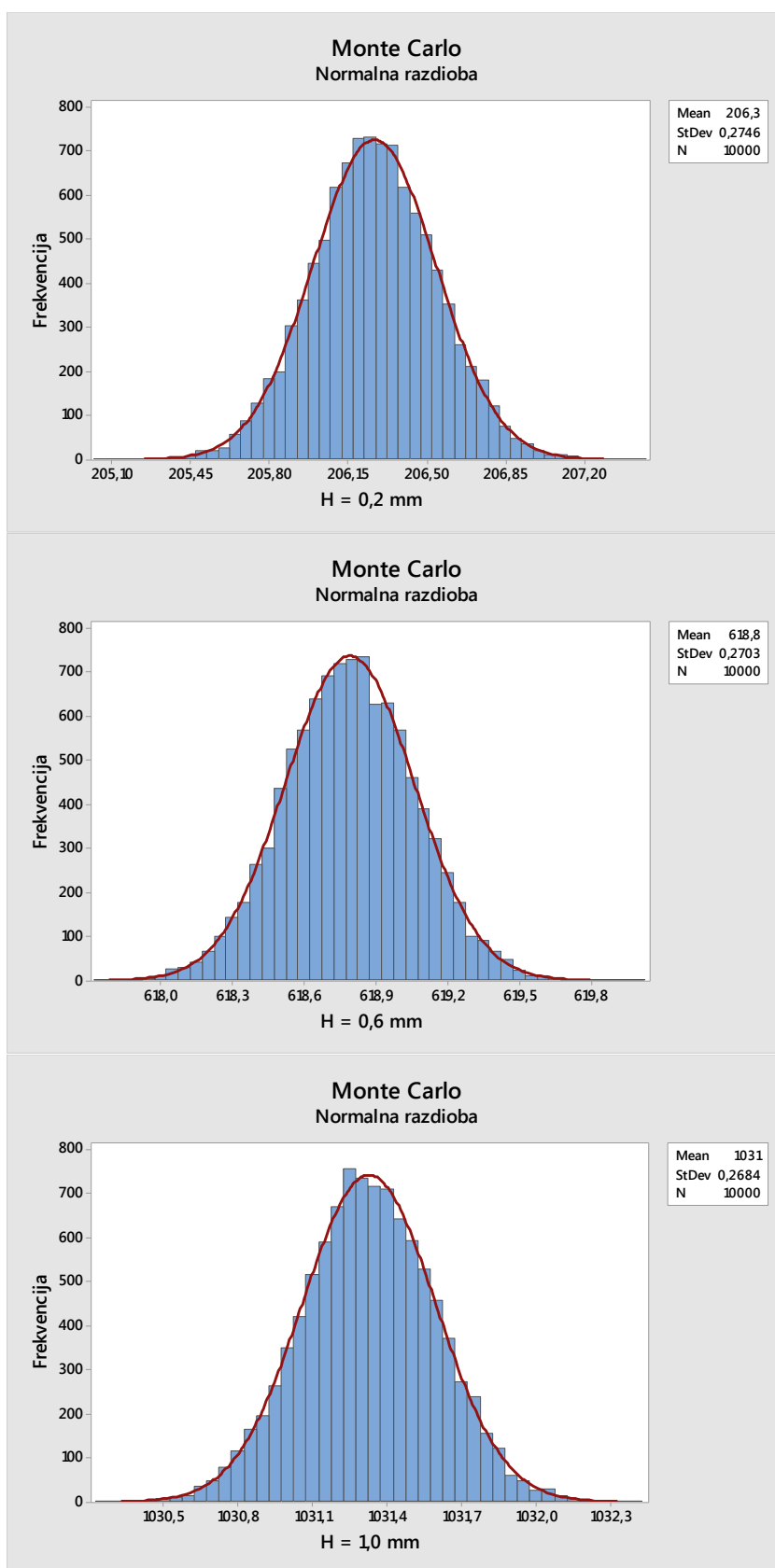
Iz rezultata simulacije može se uočiti da je mjerna nesigurnost generiranja malih kutova :

$$u = 0,14''$$

A proširena nesigurnost je:

$$U = 2 * u = 0,28''$$

Slika 26 prikazuje tri provedene simulacije kako bi obuhvatili cijelo mjerno područje za veće kutove. Mjerke korištene kao  $m_1$  su bile 1,2 mm, 1,6 mm i 2,0 mm. Dok se kao mjerka  $m_2$  koristila mjerka 1,00 mm. Uz to dobiveni kutovi su 206,3", 618,8" i 1031,0".



Slika 26. Monte Carlo simulacije za veće kutove

Iz provedenih simulacija može se vidjeti da je mjerna nesigurnost generiranja većih kutova:

$$u = 0,27''$$

A proširena nesigurnost je:

$$U = 2 * u = 0,54''$$

## 10. MJERENJE GENERIRANIH KUTA POMOĆU LASERSKE INTERFEROMETRIJE

Kada su definirani kutovi koje se želi izmjeriti, moguće je početi s postavljanjem mjernog sustava. Laserska kutna interferometrija je alat koji može pružiti potrebnu točnost i preciznost u radu s tako malim nagibima.

### 10.1. Mjerni sustav

Mjerni sustav se sastoji od:

1) Sinus lineala

S utvrđenom konstantom sinus lineala sada ga se može koristiti u mjerenju kuta.

2) Planparalelnih graničnih mjerki

Koriste se dva seta mjerki koji su spomenuti u prethodnom poglavlju.

3) Uređaj za lakšu izmjenu mjerki

Postoji nekoliko problema s kojima se mjeritelj suočava prilikom korištenja sinus lineala pri ovakvim ispitivanjima. Nakon što su se sinus lineal, mjerke i mjerna ploča očistili mjeritelj više ne bi smjelo dirati sinus lineal i mjerke kako ne bi došlo do kontaminacije mjernih površina s nečistoćama u vidu prašine ili ulja, te dodatno sami dodir utjecao bi na povećanje temperature što pak može utjecati na rezultate ispitivanja. Prilikom mjerenja, na tijelo sinus lineala postavlja se optika lasera, u ovom slučaju kutni reflektor, a kasnije i koincidentna libela. Ako se kutni reflektor pomakne tijekom mjerenja može doći do prekida laserske zrake a time i gubitkom signala mjerenja. Također, i sama težina sinus lineala zajedno s optičkim elementima uzrokuju otežano baratanje i podizanje ukoliko se odvija ručno. Uzimajući u obzir da je potrebno pažljivo postavljanje mjerki tako da linija dodira s valjčićima bude u njihovom središtu, očito je da postoji potreba za pomagalom za podizanje sinus lineala. Stalak prikazan na slici 27 omogućava kontrolirano podizanje sinus lineala kako bi se izvršila zamjena mjerki. Navojno vreteno u stupu stalka pretvara rotaciju



kotačića u translaciju po Z osi. Pločica koja je vijčano pričvršćena zahvaća lijevi kraj sinus lineala i tako ga podiže i spušta.



**Slika 27. Uređaj za izmjenu planparalelnih graničnih mjerki**

#### 4) Laserski mjerni sustav

Razlika u postavljanju lasera za mjerenje konstante sinus lineala i kutna mjerenja je ta da se umjesto linearnog interferometra i reflektora koriste kutni interferometar HP 10770A i kutni reflektor HP 10771A. Na upravljačkoj jedinici lasera potrebno je postaviti opciju mjerenja na kutna mjerenja.

## 10.2. Postupak mjerenja

Postupak mjerenja je sljedeći:

- 1) Čišćenje i odmašćivanje sinus lineala, mjerki i mjerne ploče – prije svega potrebno je dobro očistiti ove elemente od nečistoća i masti, jer iste mogu uzrokovati greške.

Također je potrebno sinus lineal i mjerke temperirati na okolišnu temperaturu laboratorija (20° C).

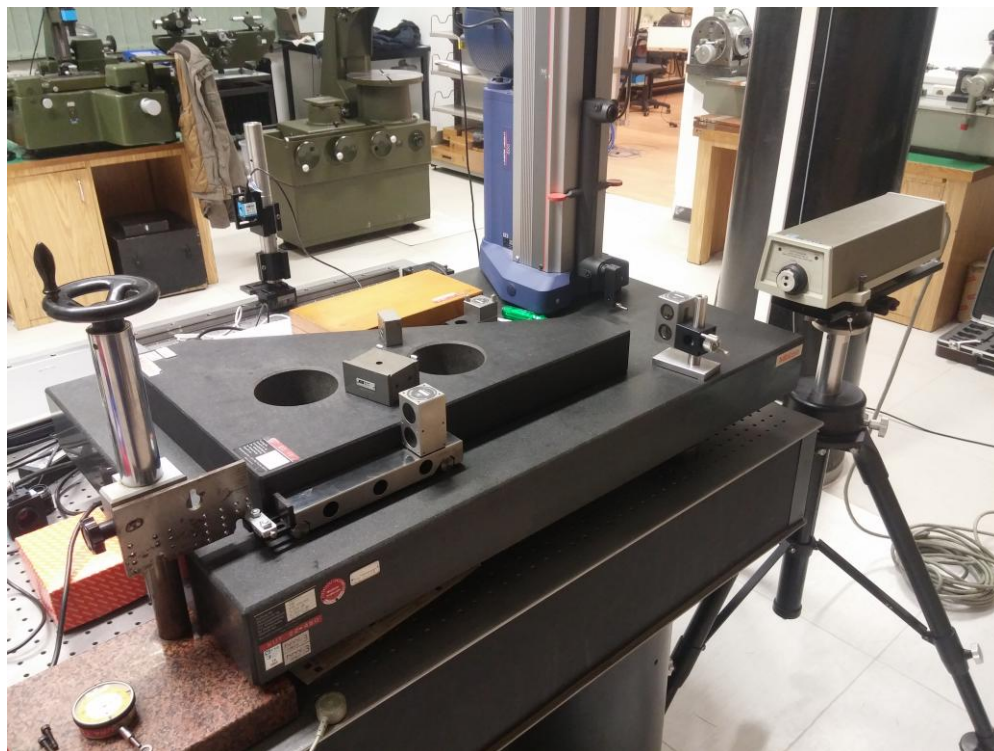
- 2) Postavljanje sinus lineala – sinus lineal je naslonjen s jedne strane na granitni kutnik koji sprječava njegovo pomicanje po  $Y$  osi tijekom izmjene mjerki. Granitni kutnik ujedno pruža liniju po kojoj se jednostavno poravna laserska zraka.
- 3) Postavljanje mjerki (slika 28) – ispod desnog valjčića lineala podmeće se mjerka koja ostaje nepomična do kraja seta ispitivanja. Kod generiranje manjih kutova to su mjerke od 1,00 mm i 1,10 mm, a kod generiranja većih kutova to su mjerke od 1,0 mm i 2,0 mm.

Ispod lijevog valjčića, pomoću osmišljenog načina izmjene mjerki, ovisno o kutu koji mjerimo mijenjamo mjerke koje su navedene u prošlom poglavlju.



Slika 28. Postavljanje mjerki i sinus lineala

- 4) Postavljanje lasera – sustav je postavljen prema uputama u priručniku za korištenje laserskog sustava (slika 29). Razlika između mjerenja konstante sinus lineala odnosi se na set-up za kutna mjerenja i kutni reflektor postavljen na tijelo sinus lineala. Kod ovih mjerenja reflektor je nepomičan duž laserske zrake čime je povećana točnost mjerenja.



**Slika 29. Postavljeni laserski mjerni sustav**

Za manje kutove provedena su dva seta mjerenja. U tablici 12 mogu se vidjeti rezultati mjerenja.

**Tablica 12. Izmjereni manji kutovi (pozitivno) primjenom kutnog interferencijskog sustava**

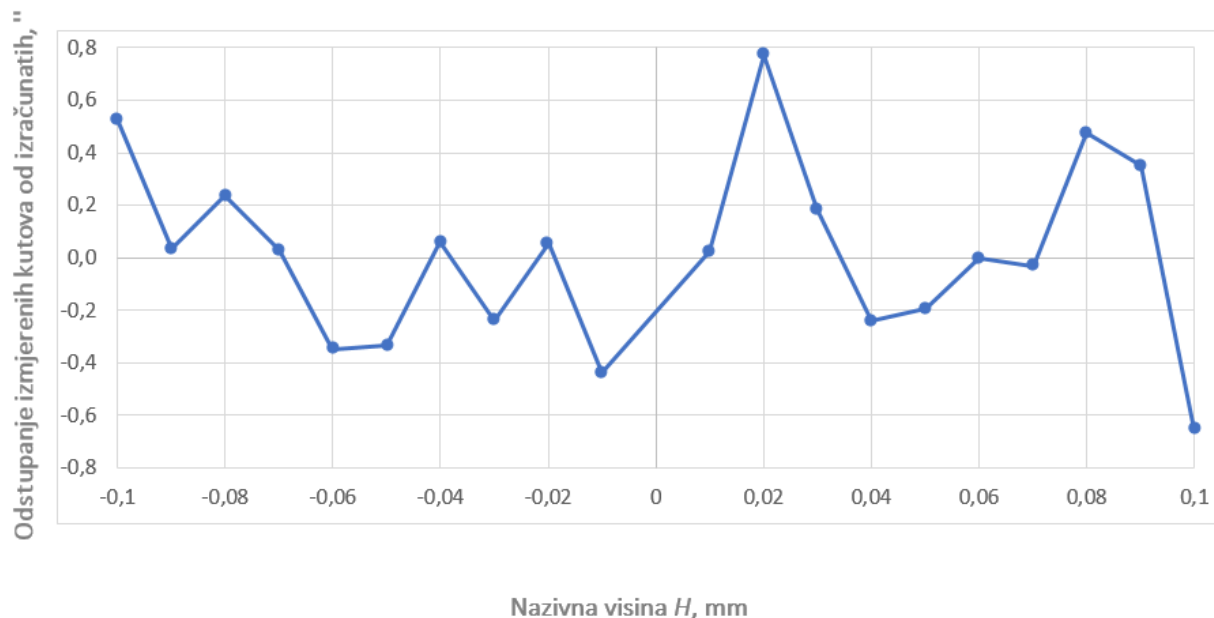
Nazivna visina $H$ [mm]	Prvi set [']			Drugi set [']			Aritmetička sredina [']
0,01	10,4	10,3	10,1	10,1	10,3	10,2	10,23
0,02	21,5	22,2	21,3	20,8	21,0	21,1	21,32
0,03	31,0	31,1	31,3	31,0	31,1	31,0	31,08
0,04	40,9	41,0	40,9	41,1	41,1	41,0	41,00
0,05	51,4	51,3	51,4	51,2	51,1	51,4	51,30
0,06	61,4	61,8	61,9	61,9	62,0	61,9	61,82
0,07	71,8	72,2	72,1	72,2	72,1	72,0	72,07
0,08	82,6	82,6	82,6	83,1	83,2	83,1	82,87
0,09	92,8	92,9	93,0	93,0	93,2	93,2	93,02
0,10	102,1	102,3	101,9	102,8	102,7	102,7	102,42

U tablici 13 su rezultati mjerenja manjih kutova s negativnim predznakom.

**Tablica 13. Izmjereni manji kutovi (negativno) primjenom kutnog interferencijskog sustava**

Nazivna visina $H$ [mm]	Prvi set [']			Drugi set [']			Aritmetička sredina [']
-0,01	-10,9	-11,0	-11,0	-10,7	-10,9	-10,8	-10,88
-0,02	-20,5	-20,4	-20,5	-20,8	-20,9	-20,9	-20,67
-0,03	-31,4	-31,5	-31,7	-31,1	-30,9	-30,9	-31,25
-0,04	-40,9	-41,0	-41,0	-41,4	-41,5	-41,6	-41,23
-0,05	-52,1	-52,3	-52,4	-51,8	-51,6	-51,5	-51,95
-0,06	-62,4	-62,6	-62,6	-61,8	-62,0	-61,9	-62,22
-0,07	-72,2	-72,3	-72,2	-72,1	-72,2	-72,1	-72,18
-0,08	-82,1	-82,4	-82,2	-82,6	-82,4	-82,3	-82,33
-0,09	-93,0	-93,1	-93,4	-92,6	-92,6	-92,5	-92,87
-0,10	-102,5	-102,9	-103,0	-102,5	-102,4	-102,4	-102,62

Na slici 30 može se grafički vidjeti razlika između izračunatih kutova i izmjerenih primjenom kutnog interferencijskog sustava.



**Slika 30. Odstupanje izmjerenih kutova od izračunatih za manje kutove**

Prema slici 30 vidljivo je da su pogreške generiranja kuta nalaze unutar  $1,3''$ . Dobiveni rezultati ukazuju na dobru stabilnost mjere ostvarene sustavom i sustav bez primjene laserskog interferometra moguće je primijeniti za umjeravanje mjernih uređaja s rezolucijama iznad  $2''$  u mjernom području od  $\pm 10''$ .

Ponovljivost mjernog sustava ispitana je provedbom 20 mjerenja nazivne visinu  $H = 1,1$  mm-1,0 mm, a rezultati su prikazani u tablici 14.

**Tablica 14. Ponovljivost uz korištenje kraćih mjerki**

Br. mjerjenja	Kut ["]
1.	103,0
2.	103,1
3.	103,1
4.	103,2
5.	103,2
6.	103,2
7.	103,1
8.	102,9
9.	103,2
10.	102,8
11.	103,0
12.	103,2
13.	103,1
14.	103,3
15.	103,1
16.	103,2
17.	103,2
18.	103,0
19.	102,9
20.	103,1

Aritmetička sredina: 103,10"

Procijenjeno standardno odstupanje: 0,13"

Dobiveni rezultati ukazuju na visoku ponovljivost pri generiranju malih kutova.

Nakon toga provedena su mjerenja većih kutova. Napravljena su tri seta mjerenja. U tablici 15 prikazani su izmjereni kutovi za pozitivni nagib.

**Tablica 15. Izmjereni veći kutovi (pozitivno) primjenom kutnog interferencijskog sustava**

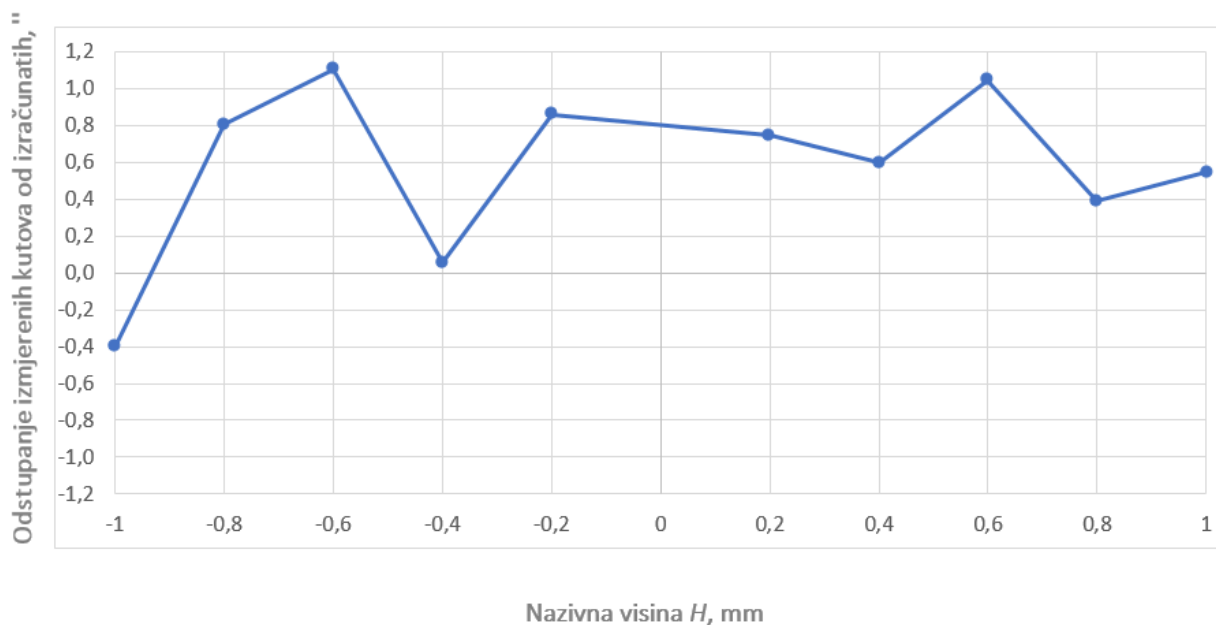
Nazivna visina $H$ [mm]	Prvi set ["]			Drugi set ["]			Treći set ["]			Aritmetička sredina ["]
0,2	207,8	206,5	205,9	206,5	207,9	207,7	206,8	207,1	206,9	207,0
0,4	414,8	413,9	413,4	413,1	412,4	412,3	412,7	413,0	413,3	413,2
0,6	620,8	621,3	619,4	619,5	619,3	618,9	620,8	619,6	619,2	619,9
0,8	826,3	826,1	825,9	824,3	825,2	824,8	825,3	826,0	825,8	825,5
1,0	1032,0	1030,8	1030,4	1032,1	1031,8	1032,3	1032,5	1032,1	1032,3	1031,8

U tablici 16 su rezultati mjerenja većih kutova s negativnim predznakom.

**Tablica 16. Izmjereni veći kutovi (negativno) primjenom kutnog interferencijskog sustava**

Nazivna visina $H$ [mm]	Prvi set ["]			Drugi set ["]			Treći set ["]			Aritmetička sredina ["]
-0,2	-205,3	-205,1	-205,4	-205,6	-205	-205,2	-205,1	-205,4	-205,8	-205,3
-0,4	-413,0	-413,5	-413,7	-412,0	-412,2	-411,9	-412,3	-411,7	-411,6	-412,4
-0,6	-618,1	-619,2	-618,2	-616,0	-616,8	-616,6	-617,7	-617,8	-618,0	-617,6
-0,8	-824,7	-824,6	-824,4	-824,8	-824,5	-824,6	-823,4	-823,7	-823,5	-824,2
-1,0	-1031,6	-1031,6	-1032,2	-1031,4	-1031,2	-1031,5	-1031,6	-1031,9	-1031,8	-1031,6

Na slici 31 može se grafički vidjeti odstupanje izmjerenih kutova od izračunatih.



**Slika 31. Odstupanje izmjerenih kutova od izračunatih za veće kutove**

Prema slici 31 vidljivo je da su pogreške generiranja kuta nalaze unutar  $1,6''$ . Dobiveni rezultati ukazuju na dobru stabilnost mjere ostvarene sustavom i sustav bez primjene laserskog interferometra moguće je primijeniti za umjeravanje mjernih uređaja s rezolucijama iznad  $2''$  u mjernom području od  $\pm 1000''$ .

S obzirom na rezultate mjerenja kuta prikazane slikama 30 i 31, te uzimajući u obzir izračunatu pogrešku generiranja kuta u ovom poglavlju može se zaključiti da je generiranje kuta pomoću planparalelnih graničnih mjerki točnije nego li sama točnost mjerenja laserskim sustavom. Ipak, u prethodnim simulacijama pogreške koje mogu nastati zbog onečišćenja površina, razlike u deformaciji mjerki i utjecaja samog mjeritelja nisu uzete u obzir iako značajno doprinose pogreškama generiranog kuta. Rezultati dobiveni simulacijama odnose se na mjerenja u gotovo pa idealnim uvjetima uz vrlo iskusnog mjeritelja koje je moguće postići ali uz dugotrajan mjerni postupak.

Ponovljivost mjernog sustava ispitana je temeljem 20 mjerenja nazivne visine  $H = 2,0$  mm- $1,0$  mm, a rezultati su prikazani u tablici 17.



Tablica 17. Ponovljivost uz korištenje duljih mjerki

Br. mjerjenja	Kut ["]
1.	1031,4
2.	1031,5
3.	1031,2
4.	1031,3
5.	1031,6
6.	1031,5
7.	1031,8
8.	1031,6
9.	1031,9
10.	1031,5
11.	1031,4
12.	1031,1
13.	1032,0
14.	1031,4
15.	1031,7
16.	1031,3
17.	1031,5
18.	1031,1
19.	1031,8
20.	1031,9

Aritmetička sredina: 1031,5"

Procijenjeno standardno odstupanje: 0,26"

Ponovljivost mjernog sustava pri korištenju duljih mjerki za ostvarenje kuta očekivano je nešto lošija. Razlog leži u graničnoj pogrešci kutnog interferometra od 0,2 %. Tako da, pri mjerenjima većeg kuta greška mjerenja raste.

U sljedećem poglavlju opisan je postupak za umjeravanja koincidentnih libeli korištenjem ovog sustava, ali kao referentna mjera neće se koristiti izračunati kut preko sinus lineala i PGM, već će se referentnim smatrati laserski sustav. Na taj način isključene su pogreške zbog eventualnih mehaničkih i toplinskih utjecaja i sam postupak mjerenja bitno je ubrzan.

## 11. UMJERAVANJE KOINCIDENTNE LIBELE POMOĆU OSMIŠLJENOG MJERNOG SUSTAVA

Kako su rezultati iz prethodnih poglavlja pokazali da je mjerni sustav za generiranje kutova zadovoljavajući, može se s njime umjeravati koincidentne libele.

### 11.1. Mjerni sustav

Mjerni sustav se sastoji od:

- 1) Koincidentna libela

U radu korištena je koincidentna libela *LIB 3-263* rezolucije 0,01 mm/m (slika 32).



Slika 32. Koincidentna libela *LIB 3-263*

- 2) Sinus lineal
- 3) Planparalelnih graničnih mjerki
- 4) Uređaj za izmjenu mjerki
- 5) Laserski mjerni sustav

## 11.2. Postupak mjerenja

Postupak mjerenja je sljedeći:

- 1) Čišćenje i odmašćivanje sinus lineala, planparalelnih graničnih mjerki, mjerne ploče i libele – uvijek prije mjerenja treba očistiti sve elemente mjernog sustava prema prije opisanom postupku.
- 2) Postavljanje mjernog sustava (slika 33) – kao i prethodno, s jednog boka sinus lineala postavlja se granitni kutnik koji sprječava pomicanje lineala u  $Y$  osi. Pomoću uređaja za izmjenu mjerki provodi se izmjenjivanje kutova. Na tijelo sinus lineala se postavljaju kutni reflektor i koincidentna libela. Laserski sustav je namješten isto kao i pri generiranju kuta.



Slika 33. Postavljanje mjernog sustava za umjeravanje libele

- 3) Umjeravanje koincidentne libele pomoću laserskog interferometra  
Nakon što se pomoću mjerki postavi željeni kut, na koincidentnoj libeli okretanjem mikrometarskog vijaka, mjehurić libele dovodi se u sredinu dok lijeva i desna strana

mjhurića tvore kontinuiranu polukružnu liniju. Sa skale se očita nagib u mm/m. Na laseru se očita kut u stupnjevima koji se zatim preračunaju mm/m.

Prvi set mjerenja proveden je postavljanjem manjih mjerka u tri ponavljanja. Prvo su se generirali pozitivni kutovi i u tablici 18 prikazani su rezultati mjerenja.

**Tablica 18. Rezultati umjeravanja libele na manjim kutovima (pozitivno)**

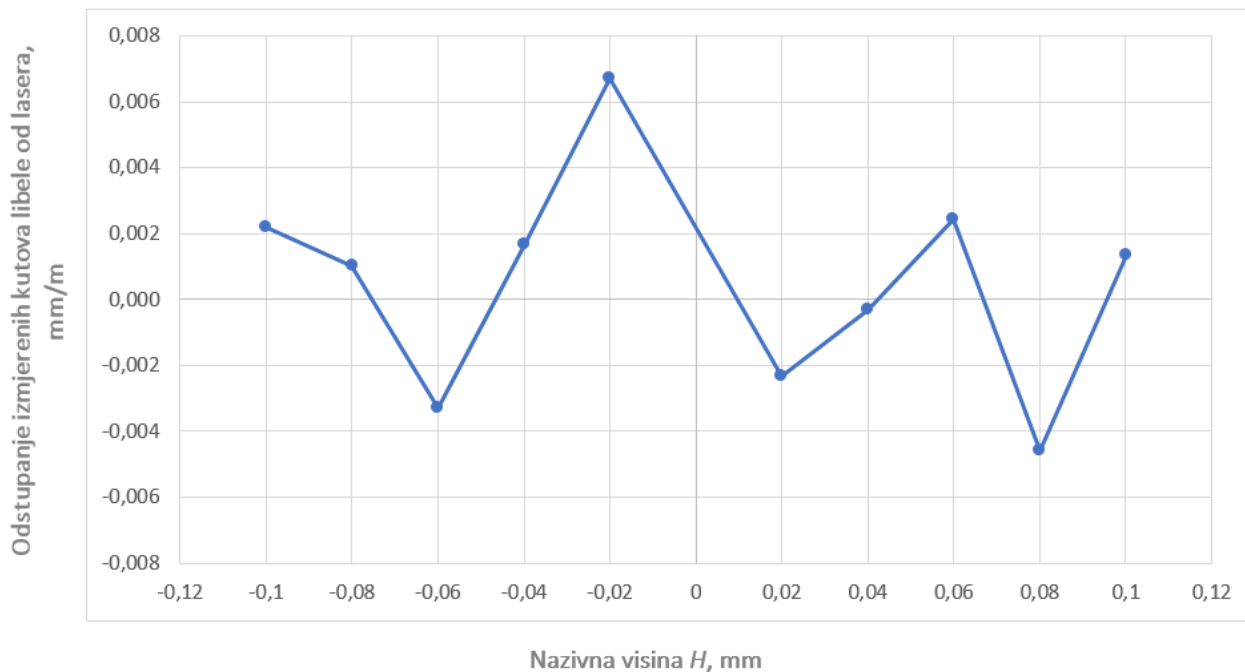
Prvi set [mm/m]				
Nazivna visina $H$ [mm]				Aritmetička sredina [mm/m]
0,00	0,014	0,010	0,009	0,011
0,02	0,114	0,112	0,116	0,114
0,04	0,216	0,213	0,211	0,213
0,06	0,309	0,308	0,310	0,309
0,08	0,413	0,410	0,414	0,412
0,10	0,511	0,509	0,507	0,509

Zatim se koincidentna libela okrenula za  $180^\circ$  kako bi se ostvarili negativni kutovi. U tablici 19 prikazani su rezultati mjerenja.

**Tablica 19. Rezultati umjeravanja libele s manjim kutovima (negativno)**

Prvi set [mm/m]				
Nazivna visina $H$ [mm]				Aritmetička sredina [mm/m]
0,00	-0,008	-0,001	-0,004	-0,004
0,02	-0,107	-0,110	-0,109	-0,109
0,04	-0,208	-0,206	-0,210	-0,208
0,06	-0,302	-0,306	-0,308	-0,305
0,08	-0,405	-0,404	-0,406	-0,405
0,10	-0,508	-0,505	-0,509	-0,507

Na slici 34 mogu se vidjeti odstupanja koincidentne libele.



**Slika 34. Odstupanje izmjerenog kuta libele i lasera za manje kutove**

Prema slici 34 vidljivo je da se odstupanja koincidentne libele od referentne vrijednosti izmjerene laserskim sustavom nalaze unutar 0,008 mm/m. Dobiveni rezultati ukazuju na dobru stabilnost sustava te se pokazalo da se umjeravanje libele s rezolucijom do 0,01 mm/m može raditi bez PGM. Mjerke služe samo za postavljanje kuta i iz rezultata se vidi da je libela točna u mjernom području od  $\pm 10''$ .

Ponovljivost mjernog sustava ispitana je s 20 mjerenja za nazivnu visinu  $H = 1,1 \text{ mm} - 1,0 \text{ mm}$ , a rezultati su prikazani u tablici 20.

**Tablica 20. Ponovljivost koincidentne libele**

Br. mjerenja	Kut ["]
1.	0,467
2.	0,469
3.	0,467
4.	0,468
5.	0,469
6.	0,468
7.	0,467
8.	0,469
9.	0,467
10.	0,468
11.	0,469
12.	0,469
13.	0,467
14.	0,468
15.	0,469
16.	0,468
17.	0,468
18.	0,469
19.	0,468
20.	0,467

Aritmetička sredina: 0,468 mm/m

Procijenjeno standardno odstupanje: 0,00083 mm/m

Nakon toga provedeno je umjeravanje koincidentne libele na većim kutovima. U tablici 21 prikazani su rezultati za pozitivne nagibe.

**Tablica 21. Rezultati umjeravanja libele s većim kutovima (pozitivno)**

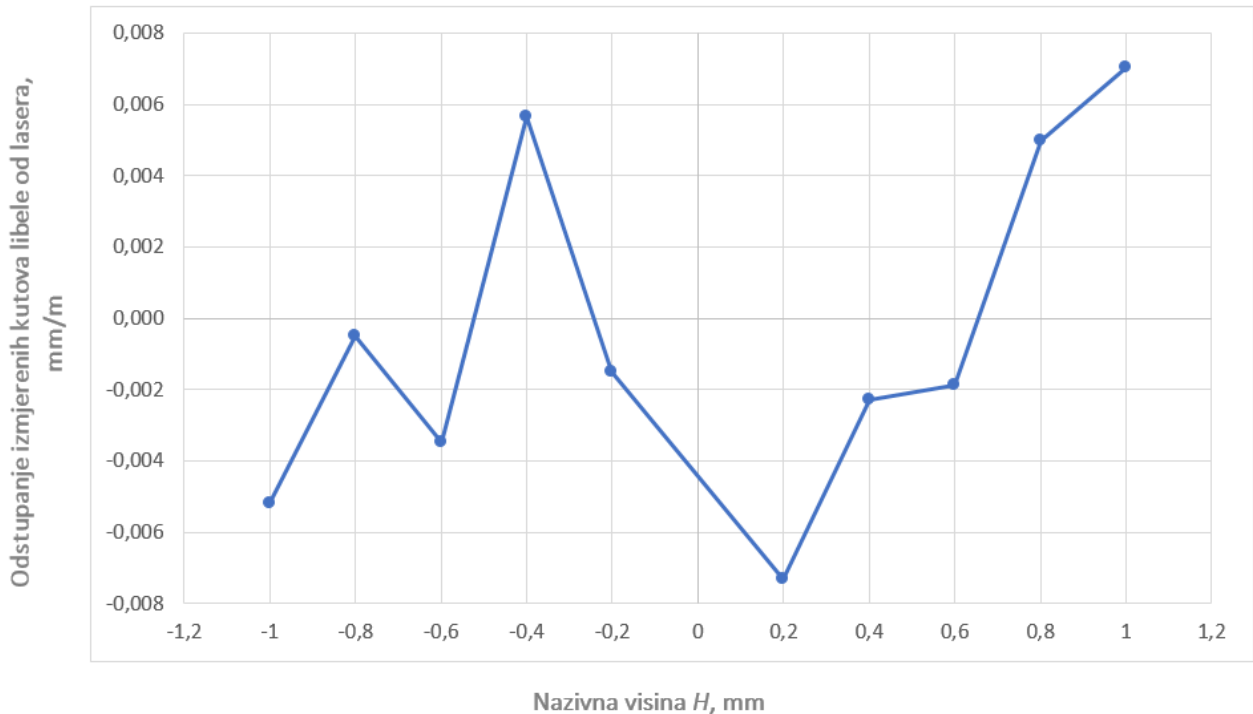
Prvi set [mm/m]				
Nazivna visina $H$ [mm]				Aritmetička sredina [mm/m]
0,0	0,009	0,015	0,011	0,012
0,2	1,021	1,019	1,018	1,019
0,4	2,014	2,012	2,015	2,014
0,6	3,026	3,029	3,025	3,027
0,8	4,006	4,009	4,011	4,009
1,0	5,004	5,007	5,008	5,006

Zatim se koincidentna libela okrenula za  $180^\circ$  kako bi se dobili negativni kutovi. U tablici 22 su rezultati mjerenja.

**Tablica 22. Rezultati umjeravanja libele s većim kutovima (negativno)**

Prvi set [mm/m]				
Nazivna visina $H$ [mm]				Aritmetička sredina [mm/m]
0,0	-0,016	-0,019	-0,015	-0,017
0,2	-1,022	-1,021	-1,02	-1,021
0,4	-2,028	-2,029	-2,026	-2,028
0,6	-3,011	-3,008	-3,009	-3,009
0,8	-4,013	-4,014	-4,013	-4,013
1,0	-5,021	-5,019	-5,018	-5,019

Na slici 35 mogu se vidjeti razlike između kuta izmjerenog s libelom i laserom.



**Slika 35. Odstupanje izmjerenog kuta libele i lasera za veće kutove**

Kao i na prethodnoj slici, na slici 35 vidljivo je da se odstupanja koincidentne libele od referentne vrijednosti izmjerene laserskim sustavom nalaze unutar 0,008 mm/m. Dobiveni rezultati ukazuju na dobru stabilnost sustava te se pokazalo da se umjeravanje libele s rezolucijom do 0,01 mm/m može raditi bez PGM. Mjerke služe samo za postavljanje kuta i iz rezultata se vidi da je libela točna u mjernom području od  $\pm 1000''$ .



### 11.3. Mjerna nesigurnost

Matematički model:

$$\Delta kl = kl + \delta rez_{kl} + \delta pon + \delta rez_l \quad (30)$$

Gdje je:

- $\Delta kl$  - odstupanje nagiba koincidentne libele, mm/m;
- $kl$  - očitavanje sa skali koincidentne libele, mm/m;
- $\delta rez_{kl}$  - rezolucija libele, mm/m;
- $\delta pon$  - ponovljivost nultog položaja libele, mm/m;
- $\delta rez_l$  - rezolucija lasera, mm/m.

Sastavnice nesigurnosti:

$\delta rez_{kl}$  – rezolucija libele je 0,01 mm/m, uz pretpostavku pravokutne razdiobe iznosi:

$$u(rez_{kl}) = \frac{0,01}{2 * \sqrt{3}} = 0,003 \text{ mm/m}$$

$\delta pon$  – ponovljivost utvrđena je temeljem 20 ponovljenih mjerenja (Tablica 20) te procijenjeno standardno odstupanje iznosi 0,0008 mm/m. S obzirom na tri ponovljena mjerenja pri umjeravanju koincidentne libele ova sastavnica iznosi:

$$u(pon) = \frac{0,0008}{\sqrt{3}} = 0,000462 \text{ mm/m}$$

$\delta rez_l$  – proizvođač lasera deklarira graničnu pogrešku kutnog interferometra od 0,2 %. Za izračun standardnog odstupanja pretpostavljen je maksimalni kut koji se mjeri (1032"), te uz pretpostavku pravokutne razdiobe iznosi:

$$u(rez_l) = \frac{0,002 * L}{\sqrt{3}} = 0,001155 * L \text{ mm/m}$$

U tablici 23, prikazane su vrijednosti sastavnica mjerne nesigurnosti te ukupna standardna nesigurnost.

**Tablica 23. Mjerna nesigurnost umjeravanja libele**

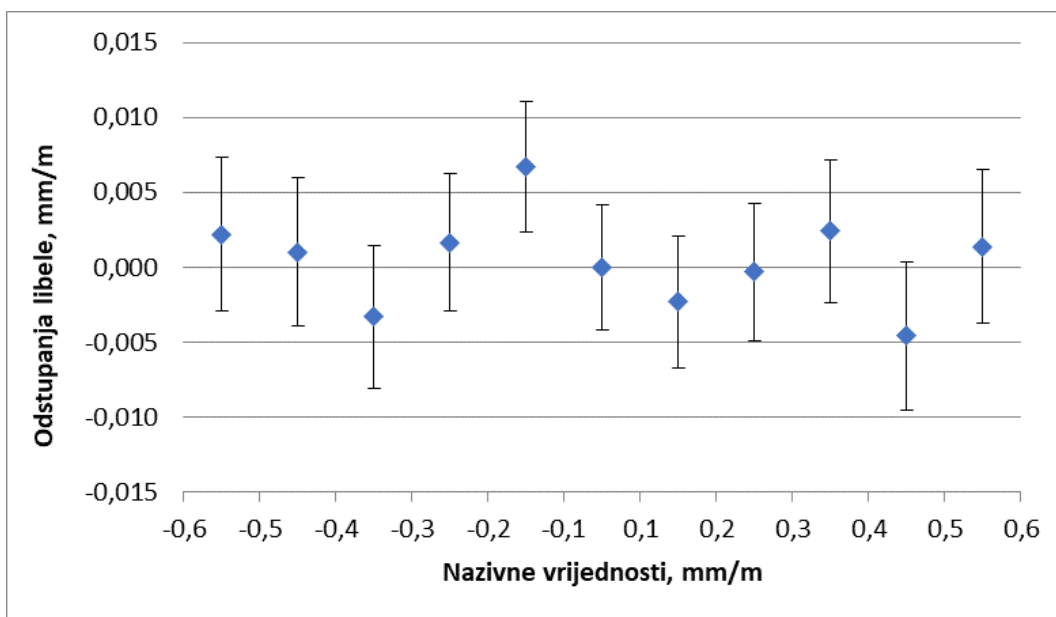
Veličina $X_i$	Procjena $x_i$	Standardna nesigurnost $u(x_i)$	Koeficijent osjetljivosti $c_i$	Doprinos standardnoj nesigurnosti $u_i(y)$
$\delta rez_{kl}$	0	0,003 mm/m	1	0,003 mm/m
$\delta pon$	0	0,000462 mm/m	1	0,000462 mm/m
$\delta rez_l$	0	0,001155*L mm/m	1	0,001155*L mm/m
				0,0021+0,0009*L mm/m

Proširena nesigurnost iznosi:

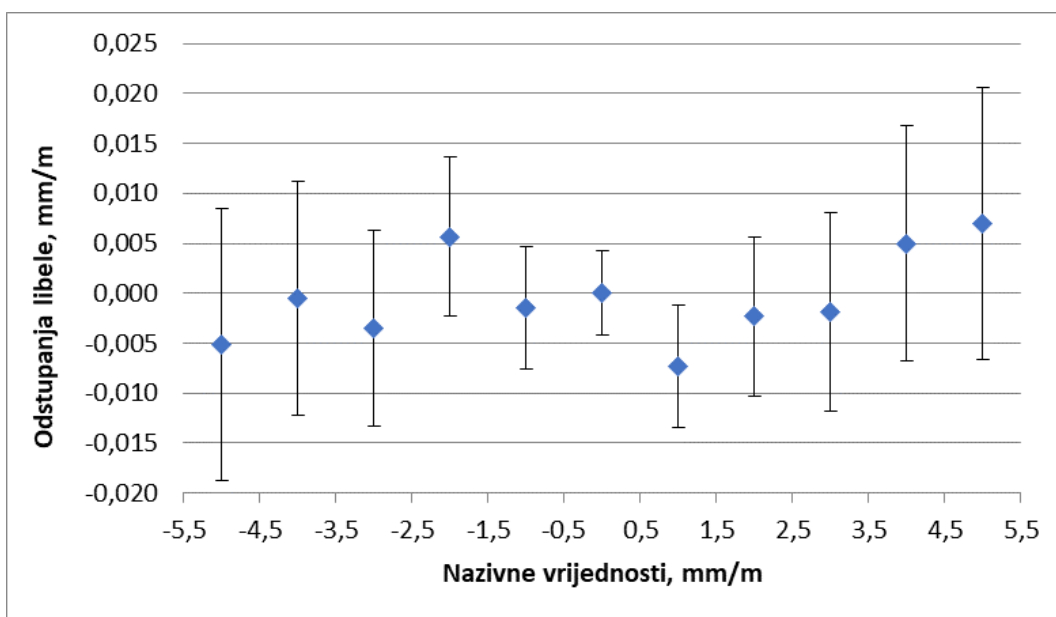
$$U = 2 * u$$

$$U = 0,0042 + 0,0018 * L \text{ mm/m}$$

Kada se za  $L$  uvrste aritmetičke sredine izmjerenih nagiba na koincidentnoj libeli dobije se mjerna nesigurnost pomnožena faktorom pokrivanja  $k = 2$ , koja za normalnu razdiobu odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %. Rezultati umjeravanja uz pripadajuću mjernu nesigurnost prikazani su slikama 36 i 37.



Slika 36. Odstupanja libele za manje kutove



Slika 37. Odstupanje libele za veće kutove

Rezultati ispitivanja pokazali su da je sustav primjenjiv za postupak umjeravanja koincidentnih libela mjernog područja  $\pm 10$  mm/m rezolucije do 0,01 mm/m uz mjernu nesigurnost od  $0,0042 + 0,0018 \cdot L$  mm/m.

## 12. ZAKLJUČAK

U izradi ovog rada težište je stavljeno na povećanje točnosti generiranja malog kuta kroz razvoj metode za mjerenje konstante sinus lineala te primjenu kutne interferometrije za mjerenje ostvarenog kuta. U dimenzionalnom mjeriteljstvu postoje brojni mjerni uređaji i instrumenti za mjerenje kuta, no u ovom radu razvijan je postupak za umjeravanje libela koje su pogodne za primjerice ispitivanje točnosti radnih stolova, postolja, vodilica i slično. U svrhu umjeravanju koincidentnih libela koristi se sinus metoda. Jednostavna trigonometrijska metoda izračuna kuta koju čine sinus lineal i planparalelne granične mjerke.

U radu su opisane najčešće korištene metode za procjenu mjerne nesigurnosti: GUM i Monte Carlo metoda.

Korištenjem mjerne opreme kojom Laboratorij za precizna mjerenja dužine FSB-a raspolaže, u okviru ovog rada, razrađen je postupak za utvrđivanje konstante sinus lineala. Setom ispitivanja na odabranom sinus linealu nazivne dužine od 200 mm, utvrđeno je da konstanta sinus lineala iznosi 200,0004 mm, a korištenjem GUM metode procijenjeno je da se taj rezultat nalazi u granici od  $\pm 1,64 \mu\text{m}$  uz pretpostavku normalne razdiobe koja odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %. Potvrđeno je da je odabrana sinus metoda pogodna za umjeravanje libele.

Kako bi se proveo eksperimentalni dio rada, odabrana su dva mjerna područja, koja se u ovom radu zbog jednostavnosti, nazivaju manji kutovi i veći kutovi. Manji koji se kreću od 0" do 100", ostvareni su pomoću PGM dimenzija od 1,00 mm do 1,10 mm, a veći kutovi od 100" do 1000" ostvareni su pomoću PGM dimenzija od 1,00 mm do 2,00 mm. U nastavku rada, uz korištenje Monte Carlo metode, procijenjena je pogreška generiranja malog kuta sinus linealom i PGM-ama koja iznosi 0,28" za mjerno područje do 100", te 0,54" za mjerno područje do 1000" (s pretpostavkom normalne razdiobe koja odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %) uz zanemarivanje mehaničkih i toplinskih utjecaja. Pokazano je da se pomoću sinus lineala i mjerki može ostvariti dovoljno točan kut pogodan za umjeravanje uređaja najviše rezolucije od 2" tj. 0,01 mm/m.

Nakon toga cilj je bio osmisлити i primijeniti laserski mjerni sustav za mjerenje generiranih kutova pomoću sinus lineala i PGM-ama. Prvi problem, a ujedno i najvažniji, je kako osigurati veću točnost sustava. S planparalelnim graničnim mjerkama potrebno je vrlo oprezno rukovati kako bi se smanjio prijenos topline na mjerke od samog mjeritelja, te spriječilo onečišćenje mjerke česticama prašine. S druge strane, sinus lineal je relativno težak mjerni element, i prilikom ručnog pomicanja gotovo je nemoguće ostvariti dovoljno kontroliran mali pomak kako bi se ispod njega podmetnula mjerka. Kako bi se osigurala lakša izmjena mjerki osmišljen je prihvat za kontrolirano podizanje sinus lineala čime je mjeritelju omogućeno više vremena i prostora za bolje pozicioniranje mjerki ispod valjčića sinus lineala. Time se u potpunosti uklonila opasnost od prekida laserske zrake djelovanjem mjeritelja jer su elementi laserskog sustava koji se nalaze na tijelu sinus lineala, nepomični u odnosu na sinus lineal.

Generirani kutovi mjereni su pomoću laserskog mjernog sustava, te dobiveni rezultati mjerenja pokazuju da je odstupanje izmjerenih kutova od izračunatih unutar 2", što znači da je moguće primijeniti sustav za umjeravanje mjernih uređaja za mjerenje kuta primjenom laserskog interferencijskog sustava u mjernom području od  $\pm 1000''$  te s rezolucijama do 2". Usporedivši rezultate mjerenja kuta prikazane na slikama 30 i 31, s izračunatom pogreškom generiranja kuta može se reći da je generiranje kuta pomoću planparalelnih graničnih mjerki točnije nego li sama točnost mjerenja laserskim sustavom, uz pretpostavku idealnih uvjeta mjerenja. Treba ukazati da proizvođač laserskog sustava deklarira pogrešku od 0,2 % što ima za posljedicu da će pri mjerenjima većih kutova rasti i pogreška mjerenja.

U zadnjem poglavlju opisan je postupak za umjeravanje koincidentne libele *LIB 3-263* korištenjem ovog sustava, ali kao referentna mjera nije se koristio izračunati kut preko sinus lineala i PGM, već se referentnim smatrao laserski sustav. Na taj način isključene su pogreške zbog eventualnih mehaničkih i toplinskih utjecaja i sam postupak mjerenja bitno je ubrzan. Rezultati mjerenja pokazali su da je sustav primjenjiv za postupak umjeravanja libela mjernog područja  $\pm 10$  mm/m rezolucije do 0,01 mm/m uz mjernu nesigurnost od  $0,0042 + 0,0018 \cdot L$  mm/m uz pretpostavku normalne razdiobe koja odgovara vjerojatnosti pokrivanja od približno 95 %.

## LITERATURA

- [1] Czichos, H.; Saito, T.; Smith, L.: *Introduction to metrology and testing*, Springer, 2011.
- [2] *Mechanical Measurement & Metrology*, Darshan Institute of Engineering & Technology,  
[http://www.darshan.ac.in/Upload/DIET/Documents/ME/2141901\\_MMM\\_E-Note\\_22032016\\_031012AM.pdf](http://www.darshan.ac.in/Upload/DIET/Documents/ME/2141901_MMM_E-Note_22032016_031012AM.pdf), 15.12.2017.
- [3] Runje, B.; Baršić, G.; Šimunović, V.: *TTM praktikum*, Katedra za mjerenje i kontrolu FSB, Zagreb, 2014.
- [4] [https://images-na.ssl-images-amazon.com/images/I/61ofPP99R0L.\\_SL1500\\_.jpg](https://images-na.ssl-images-amazon.com/images/I/61ofPP99R0L._SL1500_.jpg), 15.12.2017.
- [5] Virasak, L.: *Manufacturing proces 4-5*,  
<https://openoregon.pressbooks.pub/manufacturingprocesses45/chapter/unit-3-sine-bar/>, 15.12.2017.
- [6] *Laser Interferometry*, California Institute of Technology,  
<http://newtonianlabs.com/ifo/InterferometryHandout.pdf>, 21.12.2017.
- [7] Technical white paper: TE326 *Interferometric angle measurement and the hardware options available from Renishaw*, RENISHAW, 2016.
- [8] [https://en.wikipedia.org/wiki/Spirit\\_level](https://en.wikipedia.org/wiki/Spirit_level), 22.12.2017.
- [9] Alar, Ž.: *Analiza utjecajnih faktora na mjernu nesigurnost etalonskog tvrdomjera*, doktorska disertacija, FSB, Zagreb, 2008.
- [10] <https://sisu.ut.ee/measurement/introduction-concept-measurement-uncertainty>, 27.2.2018.
- [11] EA-4/02: *Izražavanje mjerne nesigurnosti pri umjeravanju*, Državni zavod za mjeriteljstvo, Zagreb, 2008.
- [12] JCGM 100:2008: *Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement*,  
[https://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM\\_100\\_2008\\_E.pdf](https://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf), 27.2.2017.

## **PRILOZI**

### **I. Priloga 1. Izračun greške lasera**

**Privitak 1. Izračun greške lasera**

Model 5528A  
Distance Measurements

<b>ERROR BUDGET WORKSHEET</b>			
	A Accuracy (ppm)	B Accuracy (Absolute) ("A" × length of travel) <small>[mm]</small>	C  TOTAL
<b>REQUIRED ACCURACY</b>			
1. Measurement Axis: <u>X</u>			
2. Length of travel: <u>200 mm</u>			
3. Required Laser System accuracy:	xxxxxx	xxxxxxxx	/
<b>MAXIMUM ERROR MAGNITUDES</b>			
4. Velocity of Light Compensation	<u>1,5</u>	<u>0,00030</u>	
Column "A" values for HP 10751 Air Sensor <hr/> 1.3 ppm for 19.5 to 20.5°C 1.5 ppm for 15 to 25°C 2.8 ppm for 0 to 40°C			
5. Material Temp Compensation	<u>1,2</u>	<u>0,00024</u>	
Column "A" values for HP 10757 Material Sensor <hr/> ±0.10°C when cal match adjusted ±0.35°C when unadjusted  Type of material: <u>steel</u> K = Material Expansion coeff: <u>11,7 ppm/°C</u>			
6. Deadpath (assume none)	<u>(0)</u>	<u>(0)</u>	
7. Laser System Limitations (0.1 ppm)	<u>0,1</u>	<u>0,00002</u>	
8. Cosine Error (S <sup>2</sup> /8D <sup>2</sup> ) ppm	<u>0,195</u>	<u>0,00004</u>	
9. Total Errors ("4" through "9")	xxxxxx	<u>0,0006</u>	<u>0,0006</u>
10. Difference between Required accuracy and Total Errors (Line 3 — Line 9)	xxxxxx	xxxxxxxx	/