

# Proračun nosivosti cilindričnih zupčanika s kosim zubima prema normi HRN ISO 6336:2009

---

Škvorc, Ivan

Undergraduate thesis / Završni rad

2018

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:504940>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-26**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Ivan Škvorc

Zagreb, 2018.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:  
Dr. sc. Krešimir Vučković, dipl. ing.

Student:  
Ivan Škvorc

Zagreb, 2018.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studiranja i navedenu literaturu.

Zahvaljujem mentoru Dr. sc. Krešimir Vučković, dipl. ing. na pomoći i smjernicama prilikom pisanja ovog rada.

Ivan Škvorc



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Ivan Škvorc** Mat. br.: 0035179579

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Proračun nosivosti cilindričnih zupčanika s kosim zubima prema normi HRN ISO 6336:2009**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Calculation of load capacity of helical gears according to HRN ISO 6336:2009 standard**

Opis zadatka:

Zupčanik je ozubljeni strojni element koji u paru s drugim takvim elementom ili ozubljenom letvom služi za mehanički prijenos snage i gibanja. Nosivost zupčanika određuje se na način da unutar predviđenog radnog vijeka ne dođe do oštećenja zubi i zupčanika koja mogu utjecati na funkcionalnost prijenosnika. Najčešća oštećenja zubi zupčanika su lomovi te rupičenje bokova zuba. Proračun nosivosti korijena te boka zuba s obzirom na pojavu rupičenja provodi se prema normi HRN ISO 6336:2009.

U radu je potrebno konstruirati i proračunati zupčani par jednostupanjskog reduktora prema normi HRN ISO 6336:2009 ako su poznati sljedeći parametri:

- ozubljenje: vanjsko evolventno s kosim zubima,
- snaga koja se prenosi: 22 kW,
- prijenosni omjer 3,35,
- brzina vrtnje pogonskog zupčanika:  $960 \text{ min}^{-1}$ ,
- broj zubi pogonskog zupčanika: 16,
- materijal pogonskog zupčanika: čelik C60E (Č 1731) - poboljšan,
- osnovni profil ozubljenja: ISO 53 profil A,
- kut nagiba boka zuba:  $10^\circ$ ,
- trajnost pogona: 100 %,
- vrsta pogona: ravnomjerno bez udara,
- torzijsko opterećenje: naizmjenično,
- potrebnu bočnu zračnost izvesti: stanjivanjem debljine zubi.

Vrijednosti potrebne za proračun i odabir pojedinih komponenti usvojiti iz postojećih rješenja sličnih uređaja, iskustvenih vrijednosti te u dogovoru s mentorom. Kompletno konstrukcijsko rješenje razraditi do razine radioničkih crteža. U radu navesti korištenu literaturu, norme i eventualnu pomoć.

Zadatak zadan:	Rok predaje rada:	Predviđeni datumi obrane:
30. studenog 2017.	<b>1. rok:</b> 23. veljače 2018. <b>2. rok (izvanredni):</b> 28. lipnja 2018. <b>3. rok:</b> 21. rujna 2018.	<b>1. rok:</b> 26.2. - 2.3. 2018. <b>2. rok (izvanredni):</b> 2.7. 2018. <b>3. rok:</b> 24.9. - 28.9. 2018.

Zadatak zadao:

Doc. dr. sc. Krešimir Vučković

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Igor Balen

**SADRŽAJ:**

POPIS SLIKA .....	III
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA .....	V
SAŽETAK .....	VII
SUMMARY .....	VIII
1. UVOD .....	1
1.1 Zupčanici .....	1
1.2 Osnovni zakon ozubljenja .....	1
1.3 Tipovi ozubljenja.....	1
1.4 ISO.....	1
1.5 Norma ISO 6336:2009.....	1
1.5.1 Ograničenja norme .....	2
1.6 Povijest korištenja zupčanika .....	2
1.7 Naprezanja u zupčaniku.....	3
2. SVRHA PRORAČUNA.....	4
2.1 Provjera rezultata .....	4
<b>3. PRORAČUN ZUPČANIKA PREMA ISO 6336:2009 .....</b>	<b>4</b>
3.1 Ulazne vrijednosti.....	5
3.1.1 Zadani podaci .....	5
3.1.2 Podaci o materijalu.....	5
3.1.3 Odabrani profil .....	6
3.1.4 Ostali uvjeti eksploatacije .....	6
3.2 Izračun orijentacijskog modula prema [7].....	7
3.2.1 Orijetacijski modul prema opteretivosti korijena zuba .....	7
3.2.2 Orijetacijski modul prema opteretivosti boka zuba.....	8
3.3 Određivanje geometrije zupčanika .....	9
3.3.1 Odabir osnovnog razmaka.....	9
3.3.2 Izračun pomaka profila.....	10
3.3.3 Izračun dimenzija zupčanika .....	11
3.4 Izračun općih pomoćnih faktora za proračun čvrstoće .....	12
3.4.1 Stupnjevi prekrivanja i virtualni zupčanici .....	12
3.4.2 Sile na zupčaniku .....	17
3.4.3 Izračun krutosti zupčanika.....	18

---

3.4.4	Izračun faktora $K_V$ .....	20
3.4.5	Izračun pomoćnih faktora $K_{H\beta}$ i $K_{F\beta}$ .....	21
3.4.6	Izračun pomoćnih faktora $K_{H\alpha}$ i $K_{F\alpha}$ .....	23
3.5	Izračun naprezanja u boku zuba (pitting) .....	23
3.5.1	Pomoćni faktori za računanje naprezanja u korijenu .....	23
3.5.2	Izračun naprezanja i faktora sigurnosti boka zuba .....	27
3.6	Izračun naprezanja korijena zuba .....	28
3.6.1	Pomoćni faktori za računanje naprezanja korijena zuba .....	28
3.6.2	Izračun naprezanja i faktora sigurnosti obzirom na savijanje korijena .....	31
4.	ZAKLJUČAK .....	32
5.	LITERATURA .....	33

**POPIS SLIKA:**

Slika 1. Model Antikythera mehanizma [16] .....	2
Slika 2. Naprezanja u zupčaniku [17] .....	3
Slika 3. Lom korjena zuba [18] .....	3
Slika 4. Rupičenje na boku zuba [19].....	4



**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Koeficijenti za izračun vrijednosti $q'$ prema [1] str. 72 .....	19
---	----

## **POPIS TEHNIČKE DOKUMENTACIJE**

- 001-01 Zahvat zupčanika
- 001-02 Zupčanik Z1
- 001-03 Zupčanik Z2

## POPIS OZNAKA

<i>Oznaka</i>	<i>Mjerna jedinica</i>	<i>Opis</i>
$P$	kW	snaga
$i$		prijenosni omjer
$n_1$	min <sup>-1</sup>	brzina vrtnje zupčanika
$z_{1,2}$		broj zubi zupčanika
$\beta$	°	kut nagiba boka
$K_A$		faktor opterećenja (ovisi o radnim strojevima)
$\lambda$		faktor širine zupčanika
$\sigma_{Flim}$	MPa	promjenjiva jednosmjerna čvrstoća korijena zuba
$\sigma_{Hlim}$	MPa	promjenjiva jednosmjerna čvrstoća boka zuba
$\nu$		Poissonov faktor
$S_F$		faktor sigurnosti na savijanje
$S_H$		faktor sigurnosti na površinski pritisak boka
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	gustoća materijala zupčanika
$d_{sh1,2}$	mm	promjer vratila
$E$	MPa	modul elastičnosti
$Q$		kvaliteta zupčanika
$R_z$	µm	hrapavost površine
$HB$	BHN	tvrdoća površine zupčanika po Brinellu
$Re$	MPa	granica razvlačenja materijala zupčanika
$\alpha_n$	°	kut zahvatne linije
$h_{aP}$	mm	visina podnožja zupčanika
$c$		dodatak na visinu zuba
$h_{fP}$	mm	visina zuba
$\rho_{fP}$		faktor radijusa podnožja zupčanika?
$T$	Nm	moment na vratilu
$\sigma_{FP}$	MPa	dopušteno naprezanje boka zupčanika
$\sigma_{HP}$	MPa	dopušteno naprezanje korijena zupčanika
$z$		broj zubi zupčanika
$u$		omjer broja zubi
$m_{nf}$	mm	orijentacijski modul prema naprezanju u korijenu
$m_{nh}$	mm	orijentacijski modul prema naprezanju boka
$m_n$	mm	modul zupčanika
$d_{1,2}$	mm	diobeni promjer zupčanika
$a$	mm	osni razmak
$a_d$	mm	proračunski osni razmak
$\alpha_t$	°	čelni kut zahvatne linije
$\alpha_{tw}$	°	pogonski kut zahvatne linije
$x_{1,2}$		faktor pomaka
$b$	mm	širina zupčanika
$d_{b1,2}$	mm	promjer temeljne kružnice zupčanika
$d_{a1,2}$	mm	tjemeni promjer zupčanika
$d_{f1,2}$	mm	podnožni promjer zupčanika
$d_{w1,2}$	mm	promjer kinematske kružnice zupčanika
$\beta_b$	°	kut boka na temeljnoj kružnici
$z_{n1,2}$		broj zubi virtualnog zupčanika
$p_{et}$	mm	korak zahvata u čelnoj ravnini
$\varepsilon_a$		stupanj prekrivanja profila

$\varepsilon_{\beta}$		stupanj prekrivanja boka
$\varepsilon_{\gamma}$		ukupni stupanj prekrivanja
$\varepsilon_{an}$		stupanj prekrivanja virtualnih zupčanika
$F_t$	N	obodna sila na zupčaniku
$F_a$	N	aksijalna sila
$F_r$	N	radijalna sila
$F_{norm}$	N	normalna sila na bok zupčanika
$d_{n1,2}$	mm	diobeni promjer virtualnog zupčanika
$d_{bn1,2}$	mm	temeljni promjer virtualnog zupčanika
$p_{bn1,2}$	mm	korak virtualnog zupčanika
$d_{an1,2}$	mm	tjemeni promjer virtualnog zupčanika
$d_{en1,2}$	mm	kinematski promjer virtualnog zupčanika
$\alpha_{en1,2}$	°	kut zahvatne linije virtualnog zupčanika
$\gamma_{e1,2}$		pomoćni faktor
$s_{fn1,2}$	mm	korak virtualnog zupčanika
$\theta_{1,2}$	rad	pomoćna varijabla
$G_{1,2}$		pomoćna varijabla
$H_{1,2}$		pomoćna varijabla
$E_a$	mm	pomoćna vrijednost
$T$		pomoćni faktor
$h_{Fe1,2}$	mm	visina zuba virtualnog zupčanika
$C_{1-10}$		koeficijent za jednadžbu
$q'$	Pa <sup>-1</sup>	minimalna vrijednost fleksibilnosti para zubi
$c_{th}'$	Pa	teoretska jedinična krutost zuba
$C_M$		korekcijski faktor razlike između izmjerenih i teoretskih vrijednosti
$b_s$	mm	širina glavine zupčanika
$s_R$	mm	veličina podnožja zuba
$C_R$		koeficijent početnog materijala
$C_B$		koeficijent osnovnog profila
$c'$	Pa	jedinična krutost
$c_{\gamma\alpha}$	Pa	krutost zupčanika u radijalnom smjeru
$c_{\gamma\beta}$	Pa	krutost zupčanika u aksijalnom smjeru
$d_{i1,2}$	mm	promjer šupljine obratka za zupčanik
$d_{m1,2}$	mm	srednji promjer zupčanika
$q_{1,2}$		omjer promjera šupljine i srednjeg promjera zupčanika
$m_{red}$	kg/m	relativna masa zupčaničkog para svedena na temeljnu kružnicu zupčanika Z1
$n_{E1}$	min <sup>-1</sup>	kritična brzina para zupčanika
$N$		omjer kritične i stvarne brzine vrtnje
$C_{V1}$		faktor odstupanja nagiba
$C_{V2}$		faktor odstupanja profila
$C_{V3-7}$		faktori jednadžbe
$C_{ay}$	μm	olakšanje vrha
$f_{pb}$	μm	odstupanje dijagonalnog nagiba
$f_{ia}$	μm	odstupanje oblika profila
$B_p, B_f, B_k$		bezdimenzijski parametri koji uzimaju u obzir efekt odstupanje zubi i modifikacije na dinamičko opterećenje
$K_V$		faktor dinamičkog opterećenja
$F_m$	N	srednje dijagonalno tangencijalno opterećenje na

		kinematskoj kružnici
$f_{bmax}$	$\mu\text{m}$	maksimalno savojno odstupanje pogonskog zupčanika
$f_{tmax}$	$\mu\text{m}$	maksimalno torzijsko odstupanje pogonskog zupčanika
$K_{H\beta}$		faktor opterećenja boka obzirom na nagib boka
$K_{F\beta}$		faktor opterećenja korijena obzirom na nagib boka
$y_{\alpha}$	$\mu\text{m}$	dozvoljeno trošenje
$h$	$\text{mm}$	ukupna visina zuba
$N_F$		eksponent jednadžbe
$y_{\alpha}$	$\mu\text{m}$	dozvoljeno trošenje
$F_{tH}$	$\text{N}$	determinantno tangentno opterećenje u dijagonalnoj ravnini
$K_{F\alpha}$		faktor dijagonalnog opterećenja za naprezanje u korijenu
$K_{H\alpha}$		faktor dijagonalnog opterećenja za naprezanje boka
$Z_H$		faktor zone
$Z_E$	$\sqrt{\text{N}/\text{mm}^2}$	faktor elastičnosti
$Z_{\varepsilon}$		faktor stupnja prekrivanja
$Z_{\beta}$		faktor nagiba boka
$Z_{NT}$		faktor životnog vijeka
$C_{ZL}$		koeficijent za određivanje faktora uljnog filma
$\nu_{40}$	$\text{mm}^2/\text{s}$	kinematska viskoznost ulja pri 40°C
$\nu_{50}$	$\text{mm}^2/\text{s}$	kinematska viskoznost ulja pri 50°C
$\nu_f$	$\text{mm}^2/\text{s}$	proračunska kinematska viskoznost ulja
$Z_L$		faktor podmazivanja
$C_{Zv}$		koeficijent za određivanje faktora brzine
$Z_V$		faktor brzine
$\rho_{1,2}$	$\text{mm}$	ekvivalentni radijus zakrivljenosti
$\rho_{red}$	$\text{mm}$	reducirani radijus zakrivljenosti
$R_{z10}$	$\mu\text{m}$	srednja hrapavost površine
$C_{ZR}$		koeficijent za izračun faktora površine
$Z_R$		faktor hrapavosti površine
$\nu$	$\text{m/s}$	obodna brzina na diobenom promjeru
$R_{ZH}$	$\mu\text{m}$	ekvivalentna hrapavost površine
$Z_W$		faktor radnog otvrdnuća
$Z_X$		faktor veličine
$Z_B$		faktor naprezanja manjeg zupčanika
$Z_D$		faktor naprezanja većeg zupčanika
$\sigma_{H0}$	$\text{MPa}$	opći pritisak u dodirnoj točki
$\sigma_{H1,2}$	$\text{MPa}$	naprezanje na boku zupčanika
$\sigma_{HP1,2}$	$\text{MPa}$	dozvoljeno naprezanje na boku zupčanika
$S_{H1,2}$		faktor sigurnosti za opterećenje boka
$Y_S$		faktor korekcije naprezanja
$q_s$		omjer koraka i radijusa korijena zuba virtualnog zupčanika
$\rho_{F1,2}$	$\text{mm}$	radijus zakrivljenosti korijena zuba virtualnog zupčanika
$L_{1,2}$		omjer koraka i visine zuba virtualnog zupčanika
$Y_{\beta}$		faktor nagiba boka
$Y_{F1,2}$		faktor oblika
$Y_{S1,2}$		faktor korekcije naprezanja
$q_{s1,2}$		omjer koraka i radijusa virtualnog zupčanika
$\rho_{F1,2}$		radijus zakrivljenosti korijena virtualnog zupčanika

---

$L_{1,2}$		omjer koraka i visine zuba virtualnog zupčanika
$Y_B$		faktor debljine obruča
$Y_{\delta_{relT}}$		faktor osjetljivosti zareza
$Y_{R_{relT}}$		relativni faktor površine
$Y_X$		faktor veličine
$Y_{DT}$		faktor dubine zuba
$Y_{NT1,2}$		faktor vijeka trajanja zupčanika
$\sigma_{F1,2}$	MPa	naprezanje na korijenu zupčanika
$\sigma_{FP1,2}$	MPa	dozvoljeno naprezanje na korijenu zupčanika
$S_{F1,2}$		faktor sigurnosti korijena zuba

## SAŽETAK

Tema ovog završnog rada je opis i proračun nosivosti para cilindričnih zupčanika s kosim zubima prema normi HRN ISO 6336:2009. Prilikom proračuna su korištene i druge ISO norme koje su potrebne za dimenzioniranje zupčanika.

U prvome dijelu rada opisan je postupak proračunavanja po normi ISO 6336:2009 i ograničenja koja vrijede za primjenu norme. Drugi dio rada sadrži proračun po navedenoj normi. Dobiveni rezultati su navedeni na kraju proračuna i iznesen je zaključak.

Ključne riječi: HRN ISO 6336:2009, zupčanik, MathCAD, Kissoft

## **SUMMARY**

The subject of this bachelor's thesis is the description and calculation of the load capacity of a helical gear pair in accordance with the norm HRN ISO 6336:2009. The calculations shown here have used other ISO norms which were necessary to determine the dimensions of the gearing.

The first part of the thesis describes the procedure for the calculation in accordance with the norm HRN ISO 6336:2009 and the limitations which accompany the application of the norm. The second part of the thesis contains the calculation done in accordance with the norm. The results are at the end of the calculation and a conclusion was put forward.

Keywords: HRN ISO 6336, gear, pinion, MathCAD, Kisoft



## 1. UVOD

### 1.1 Zupčanici

Zupčanici služe za prijenos snage i gibanja. Snagu i gibanje prenose oblikom na način da zubi para zupčanika cijelo vrijeme ulaze u zahvat i izlaze iz zahvata. Tokom zahvata se javlja sila na bokove zubi bez koje ne bi došlo do prijenosa snage. Svrstavanje pojedinog prijenosa u prijenos snage ili u prijenos gibanja se određuje uzimajući u obzir je li bitan samo prijenos gibanja ili istovremeni prijenos snage i gibanja. Primjer prijenosa snage bi bio mjenjač u automobilu, a prijenosa gibanja mehanički sat. [7], [8]

Uz mehaničke, danas se koriste i magnetski i elektromagnetski zupčanici. Prilikom prijenosa snage i gibanja pomoću magnetskih i elektromagnetskih zupčanika se prijenos ne vrši fizičkim zubima nego magnetskim poljima koja svojim oblikom i svrhom podsjećaju na zube i prilikom prijenosa takvi zupčanici imaju slično ponašanje kao klasični, mehanički zupčanici.

### 1.2 Osnovni zakon ozubljenja

„Bokovi zuba moraju biti oblikovani tako da pri međusobnom valjanju kinematskih kružnica prijenos okretnog gibanja bude ravnomjeran i kontinuiran.“ [7]

To znači da za prijenos snage i gibanja mogu poslužiti samo one geometrije zubi koji prilikom prijenosa neće imati velike varijacije u obodnoj brzini mjesta dodira pri konstantnoj kutnoj brzini.

### 1.3 Tipovi ozubljenja

Postoji više različitih vrsta ozubljenja s obzirom na postupak kojim se dobio osnovni profil i na međusobni kut pod kojim se nalaze vratila na kojima su zupčanici u paru.

### 1.4 ISO

ISO (Internacionalna organizacija za standardizaciju) je svjetska federacija nacionalnih standardnih organizacija. Rad na pripremi internacionalnih standarada se nominalno provodi kroz ISO tehnička vijeća. Svaka organizacija koja je član ISO koja je zainteresirana za neku temu u kojem je uspostavljeno tehničko vijeće ima pravo na predstavništvo u tome vijeću. Internacionalne, državne i ne-državne organizacije, u suradnji sa ISO, sudjeluju u radu. ISO blisko surađuje sa Internacionalnim Elektrotehničkim Vijećem (IEC) u svim područjima elektrotehničke standardizacije. [1]

Glavni zadatak tehničkih vijeća je priprema Internacionalnih Standarada. Prijedlozi Internacionalnih standarada koje tehnička vijeća se dostavljaju članskim tijelima za glasanje. Objavljivanje prijedloga kao službenog standarda zahtijeva odobrenje barem 75% članskih organizacija. [1]

### 1.5 Norma ISO 6336:2009

Norma ISO 6336:2006, nije namijenjena konstrukciji geometrije zupčanika nego se bavi provjerom čvrstoće već definiranih zupčanika. Zbog toga su korištene neke formule iz starije literature kao početna točka konstruiranja geometrije zupčanika. Nakon konstruiranja je navedena norma korištena u svrhu provjere dobivene geometrije za zadane uvjete rada. Sama norma sadrži tri različita načina provjere čvrstoće zupčanika koje su nazvane A, B i C. Metoda A se rijetko koristi, iako je najpreciznija zbog relativno visokih troškova i dugotrajnosti u usporedbi s metodama B i C. Metoda A se izvodi pomoću ispitivanja uvjeta opterećenja na modelima zupčanika u punoj veličini, gdje se izrađuje testno postrojenje i imitiraju se uvjeti rada. Zatim se rade precizna mjerenja, matematička analiza na bazi dokazanog iskustva

cjelokupnog sustava u kojem se zupčanički par nalazi ili kombinacija navedenog. Metoda B koristi faktore čijim se korištenjem dobiva dovoljno visoka preciznost za većinu primjena. Pretpostavke koje se koriste moraju biti navedene i mora se provjeriti vrijede li te pretpostavke za zupčanike koji se razmatraju. Metoda C koristi dodatna pojednostavljenja pri računanju nekih faktora čime se dodatno olakšava i ubrzava postupak proračuna. Metoda C se više ne koristi. [1]

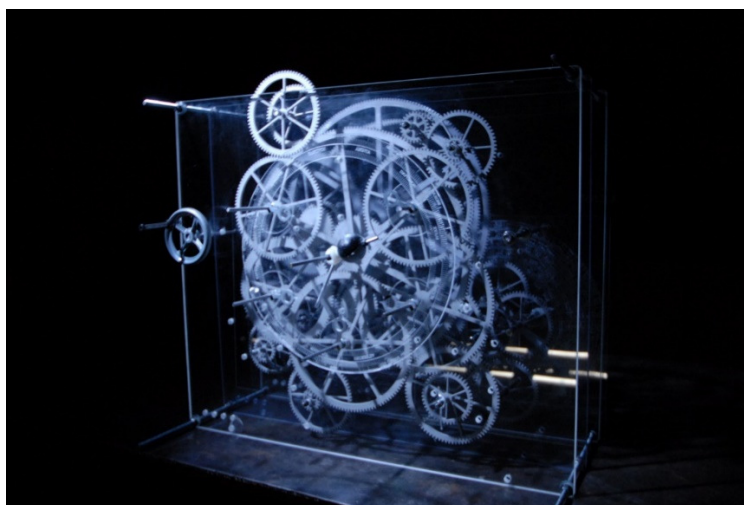
### 1.5.1 Ograničenja norme

Formule iz norme ISO 6336:2009 ne vrijede ukoliko zupčanički par ima stupanj prekrivanja manji od 1, za zupčanike s kosim zubima kojima je bočni stupanj prekrivanja veći od 2,5, za zupčaničke parove kojima se vrhovi i podnožja zubi preklapaju, ukoliko su zubi zašiljeni i ukoliko nema zračnosti. Ta ograničenja norme zapravo ne ograničavaju značajno primjenu norme jer, ukoliko zupčanički par ne zadovoljava te uvjete, ionako ne može kontinuirano prenositi snagu. [1]

Dodatna ograničenja norme se odnose na opterećenja zupčanika i tehnologiju izrade. Norma ne pokriva zatajenja zupčanika uzrokovana plastičnim deformacijama, uništenjem kućišta, zavarivanjem i trošenjem ili u uvjetima u kojima vibracije mogu uzrokovati nepredvidivi raspad profila. Norma je primjenjiva samo za kontinuirane materijale, što znači da ne pokriva zupčanike dobivene sinteriranjem ili kovanjem. Uz to, norma nije primjenjiva na zupčanike sa lošim rasporedom kontakta. [1]

## 1.6 Povijest korištenja zupčanika

Zupčanici se koriste za prijenos snage i gibanja još od antičkog doba. Tokom svoje duge povijesti su korišteni u mnogo različitih svrha, od prijenosa hidrauličke energije rijeke u mlin ili mijehu za održavanje vatre, pa sve do praćenja nebeskih pojava i toka vremena, gdje bi mehanizam služio kao djelomično automatizirani kalendar. Najbolji primjer kalendarskog mehanizma je djelomično sačuvan Antikythera mehanizam, koji je pratio cikličke pojave u Sunčevom sustavu. Uređaj je začuđujuće kompleksan kad se uzme u obzir vremenski period u kojem je izrađen i sadrži čak i planetarne zupčanike. Pretpostavlja se da je korišten za praćenje datuma održavanja olimpijskih igara. Obzirom na svrhu se može reći da je to najstariji poznati primjer mehaničkog računala. [11]



Slika 1. Model Antikythera mehanizma [16]

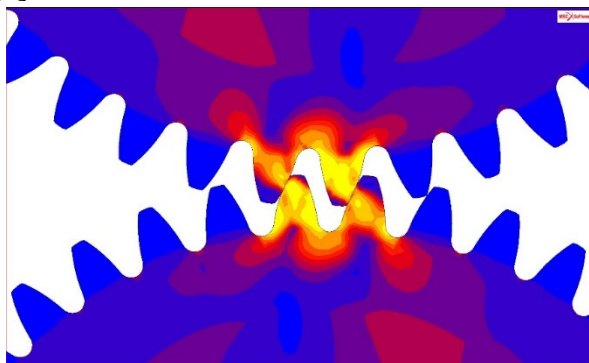
Charles Babbage, po mnogima otac modernog računala, je izradio nacрте za računalo koje je u potpunosti mehaničko i sadržalo je sve osnovne elemente modernih računala u obliku zupčanika i ostalih strojarskih elemenata. [12]

Zupčanici se i dalje koriste u satovima i analognim računalima koja moraju izdržati uvjete u kojima bi elektronička računala zakazala. Takvi uvjeti uključuju radijaciju u svemiru, zbog čega ih NASA i dalje koristi prilikom konstruiranja sonde za istraživanje svemira. [13]

Zbog svoje visoke iskoristivosti i poznatih eksploatacijskih svojstava su i danas u širokoj primjeni u području prijenosa snage i gibanja.

### 1.7 Naprezanja u zupčaniku

Prilikom prijenosa snage i uslijed sila na boku zupčanika se javlja naprezanje u zubima. U dodirnoj točki se javlja površinski pritisak koji se prenosi kroz zupčanik sve do vratila gdje prelazi u moment torzije vratila. U samom zubu to uzrokuje moment savijanja koji raste s udaljenošću od dodirne točke dva zupčanika. U zupčanicima su kritične dvije vrste naprezanja koja uzrokuju dvije vrste zakazivanja zupčanika; površinski pritisak na boku zuba i savojno naprezanje u korijenu. [7]



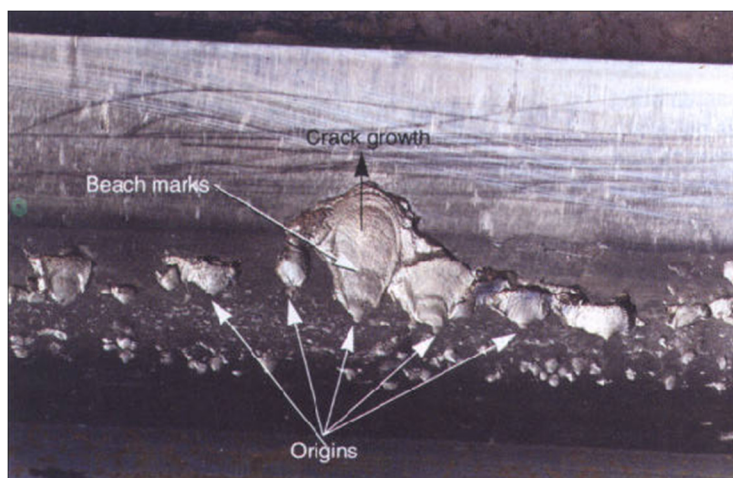
Slika 2. Naprezanja u zupčaniku [17]

Sukladno tome, na zupčanicima su najčešći lomovi koji odgovaraju tim naprezanjima, lom u korijenu zbog savojnog naprezanja korijena zuba i pucanje boka zbog rupičenja uslijed velikih sila na boku. Ukoliko dođe do zakazivanja zupčanika zbog prevelikog naprezanja u korijenu će se zub u zahvatu odlomiti i zupčanik više neće biti u mogućnosti prenositi snagu. [3]



Slika 3. Lom korijena zuba [18]

Ukoliko dođe do rupičenja, zupčanik će se oštećivati tokom rada i snaga koju može prenjeti će se smanjivati, ali neće doći do iznenadnog zakazivanja odmah nakon pojave što znači da se redovitom provjerom stanja zupčanika oštećenje može uočiti na vrijeme. [3]



Slika 4. Rupičenje na boku zuba [19]

## 2. SVRHA PRORAČUNA

Proračun se provodi zato da bi se maksimalno minimizirale dimenzije zupčanika kako bi se smanjili troškovi izrade i eksploatacije, bez da dođe do puknuća zuba. Kako je geometrija zupčanika komplicirana, tako je i točan proračun kompliciran. Obzirom da je tu prisutno i trošenje koje izaziva promjenu geometrije tokom korištenja zupčanika i moguće su greške u proizvodnji koje mogu izazvati koncentracije naprezanja različite od proračunatih, točan proračun postaje nemoguć. Zato se koriste faktori kojima se pokušava uzeti u obzir što je više moguće dodatnih utjecaja koji mogu dovesti do razilaženja između proračuna i stvarne situacije kako bi se spriječili lomovi zupčanika i točnije određivalo dozvoljeno vrijeme eksploatacije. Noviji proračuni postaju sve točniji i približavaju se točnim vrijednostima koje se javljaju u zupčanicima što nam omogućuje korištenje manjih faktora sigurnosti nego prije što za sobom dovodi smanjenje dimenzija zupčanika i samim time smanjenje cijene materijala, izrade i troškova energije tokom eksploatacije zupčanika.

### 2.1 Provjera rezultata

Rezultati dobiveni formulama iz norme ISO 6336:2009 su provjeravani korištenjem studentske verzije programskog paketa Kisoft koji koristi istu normu za proračunavanje zupčanika i ostalih strojnih elemenata za prijenos snage i gibanja. Program daje detaljan uvid u proračun za proizvoljne ulazne podatke i korištenje tog programa je omogućilo provjeru točnosti proračuna. [15]

## 3. PRORAČUN ZUPČANIKA PREMA ISO 6336:2009

Proračun zupčanika prema normi ISO 6336:2009 se vrši nakon orijentacijskog proračuna geometrije uz zadane podatke prema [7]. Kako je [7] rađen prema starim normama, dobivena geometrija nije u potpunosti zadovoljila novi postupak proračuna čvrstoće uz potrebne faktore sigurnosti, pa je izvršen iteracijski postupak. Iteracijski postupak je rađen pomoću programskog paketa MathCAD i nije sadržan u samom tekstu proračuna. U proračunu je korišten značajan

broj dodatnih varijabli čija vrijednost nije dana u zadatku niti u normi HRN ISO 6336:2009 a koje su potrebne za proračun. U programskom paketu MathCAD je proračun napravljen tako da omogućuje izračun zupčanika koji zadanim vrijednostima i izborom materijala odstupaju od zadanog zupčaničkog para u ovom radu.

### 3.1 Ulazne vrijednosti

Neke od ulaznih vrijednosti su dane u zadatku, ostale nisu mogle biti zadane jer se proizvoljno odabiru tokom samog proračuna i uvjetovane su faktorima koji se računaju u samom proračunu.

#### 3.1.1 Zadani podaci

$$P = 22\text{kW}$$

$P$  - snaga koja se prenosi, kW

$$i = 3,35$$

$i$  - prijenosni omjer

$$n_1 = 960\text{ min}^{-1}$$

$n_1$  - brzina vrtnje vratila pogonskog zupčanika

$$z_1 = 16$$

$z_1$  - broj zubi pogonskog zupčanika

$$\beta = 10^\circ$$

$\beta$  - kut nagiba boka zupčanika

$$K_A = 1,25$$

$K_A$  - faktor opterećenja prema [6], str. 15, očitano prema zadanim uvjetima opterećenja

$$\lambda = 25$$

$\lambda$  - faktor širine zupčanika, odabrano prema smjernicama iz [7] str. 197

#### 3.1.2 Podaci o materijalu

Zadan je materijal C60E (Č1731) – poboljšan. Materijal je po svojstvima svrstan u kategoriju toplinski obrađenih (kaljenih) ugljičnih čelika prema [4] i temeljem toga su odabrani faktori prilikom proračuna. Iako se na materijalu provodi popuštanje, to ne utječe na mikrostrukturu i ne utječe na biranje formula i vrijednosti tokom proračuna. Sama svojstva materijala se pojavljuju tek na kraju proračuna, nakon izračunavanja napreznja za usporedbu s dozvoljenim napreznjima i utvrđivanja hoće li zupčanik biti osjetljiv na neko od kritičnih slučajeva napreznja. Odabrane vrijednosti graničnih napreznja su preuzete iz svojstava materijala u programskom paketu KissSoft koja odgovaraju rasponima vrijednosti koji su dani u [4] i [14]. Iako je zadan samo materijal pogonskog zupčanika, pretpostavljeno je da će i gonjeni zupčanik

biti iz istog materijala. U proračunu rađenom u MathCAD-u je omogućen unos različitih materijala.

$$\sigma_{\text{Flim}} = 215 \text{MPa}$$

$\sigma_{\text{Flim}}$  - promjenjiva jednosmjerna čvrstoća korijena zuba prema [4], MPa

$$\sigma_{\text{Hlim}} = 560 \text{MPa}$$

$\sigma_{\text{Hlim}}$  - promjenjiva jednosmjerna čvrstoća boka zuba prema [4], MPa

$$\nu = 0,3$$

$\nu$  - Poissonov faktor za čelik prema [4]

$$E = 206000 \text{MPa}$$

$E$  - modul elastičnosti prema [4], MPa

### 3.1.3 Odabrani profil

U zOpće dimenzije za oblikovanje geometrije zupčanika su uzete iz [9] za profil A.

$$\alpha_n = 20^\circ$$

$\alpha_n$  - nagib zahvatne crte prema [9], °

$$h_{\text{ap}} = 1 * m_n$$

$h_{\text{ap}}$  - visina zuba prema [9], mm

$$c = 0.25 * m_n$$

$c$  - dodatak na visinu zuba za izbjegavanje kočenja prema [9], mm

$$h_{\text{fp}} = 1,25 * m_n$$

$h_{\text{fp}}$  - visina zuba iznad diobene kružnice prema [9], mm

$$\rho_{\text{fp}} = 0,38 * m_n$$

$\rho_{\text{fp}}$  - radijus zakrivljenosti u podnožju zuba prema [9], mm

### 3.1.4 Ostali uvjeti eksploatacije

Uz navedene podatke je proizvoljno odabrano podmazivanje zupčanika uranjanjem u ulje ISO kvalitete 320, čiji su podaci uzeti iz norme. U prijašnjim normama za proračunavanje zupčanika se ulje biralo nakon izračuna čvrstoće. U novoj ISO normi ulje je uračunato u naprezanje boka i zato mora biti prethodno poznato koji tip ulja će se koristiti.

### 3.2 Izračun orijentacijskog modula prema [7]

Kako norma ISO 6336:2009 u sebi ne sadrži smjernice za oblikovanje zupčanika nego samo postupak proračunavanja sigurnosti zupčanika na kritična naprezanja, pri početnom oblikovanju geometrije zupčanika su korištene druge reference. Prema [7] se računanje orijentacijskog modula može računati na opterećenje boka i na savijanje korijena. Ako je zupčanik rađen od kaljenog materijala se smatra da dobro podnosi opterećenje boka pa se dimenzionira samo na naprezanje u korijenu, te se pretpostavlja da će zupčanik od kaljenog materijala koji je dimenzioniran na savijanje korijena može podnijeti i odgovarajuće opterećenje boka. Kasnije se vrši kontrola na jedno i drugo naprezanje i najčešće je faktor sigurnosti veći za opterećenje boka nego za savijanje korijena. Suprotno vrijedi za čelike koji nisu kaljeni, orijentacijski modul se bira prema opterećenju boka i provjerom se dobivaju veći faktori sigurnosti na savijanje u korijenu nego opterećenje boka.

Kako se provjera naprezanja vrši prema [2] i [3] se aproksimirane vrijednosti pretpostavljene tokom odabira orijentacijskog modula neće točno računati.

#### 3.2.1 Orijetacijski modul prema opteretivosti korijena zuba

$$z_2 = z_1 * i \quad (3.1)$$

$z_2$  - broj zubi zupčanika Z2

$$z_2 = 16 * 3,35 = 53,6$$

Napomena: Uobičajeno se bira najbliži broj zubi da se postigne prijenosni omjer što bliže traženom, ali se u ovom slučaju bira 53 zato da bi se postiglo sparivanje različitog para zubi tokom prijenosa što je povoljnije jer se na taj način izbjegava nakupljanje oštećenja na manjem broju zubi.

Odabrano:  $z_2 = 53$

$$m_{nf} = \sqrt[3]{2 * T_1 * \frac{\cos(\beta)^2}{z_1 * \lambda * \sigma_{FP}} * Y_F * Y_e * Y_\beta * K_{F\alpha} * K_{F\beta}} \quad (3.2)$$

$m_{nf}$  - orijentacijski modul prema opteretivosti korijena prema [7] str. 255, mm

$T_1$  - moment na zupčaniku Z1 prema [1] str. 19, Nm

$$T_1 = \frac{P * 60}{2 * \pi * n_1} = \frac{22000}{2 * \pi * 960} = 218,84 \approx 219 \text{ Nm} \quad (3.3)$$

$Y_F$  - faktor oblika, orijentacijski  $Y_F \approx 2,2$  prema [7] str. 255

$Y_e$  - faktor stupnja prekrivanja, orijentacijski  $Y_e = 1$  prema [7] str. 255

$K_{F\alpha}$  - faktor raspodjele opterećenja, orijentacijski  $K_{F\alpha} = 1$  prema [7] str. 255

$K_{F\beta}$  - faktor raspodjele opterećenja po dužini ruba,  $K_{F\beta} = 1$  prema [7] str. 255

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim}}{S_F} \quad (3.4)$$

$\sigma_{FP}$  - dopušteno naprežanje korijena na savijanje, prema [8] str. 255, MPa

$S_F$  - faktor sigurnosti na savijanje korijena, orijentacijski uzeto  
 $S_F = 2$

$$\sigma_{FP} = \frac{215}{2} = 107,5 \text{ MPa}$$

$$m_{nf} = \sqrt[3]{2 * 219 * \frac{\cos(10)^2}{16 * 25 * 107,5} * 2,2 * 1 * 1 * 1 * 1} = 2,8 \text{ mm}$$

### 3.2.2 Orijetacijski modul prema opteretivosti boka zuba

$$m_{nh} = \sqrt[3]{\frac{u+1}{u} * \frac{2 * T_1 * \cos^2(\beta)}{z_1^2 * \lambda * \sigma_{HP}^2} * K_{H\alpha} * K_{H\beta} * Z_M^2 * Z_H^2 * Z_e^2} \quad (3.5)$$

$m_{nh}$  - orijentacijski modul za opteretivost boka zuba prema [7] str. 257, MPa

$u$  - stvarni omjer broja zubi

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{53}{16} = 3,3125 \quad (3.6)$$

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_H} \quad (3.7)$$

$\sigma_{HP}$  - dopušteno naprežanje boka prema [8] str. 257, MPa

$S_H$  - faktor sigurnosti na savijanje korijena, orijentacijski uzeto  
 $S_H = 2$

$$\sigma_{HP} = \frac{560}{2} = 280 \text{ MPa}$$

$K_{H\alpha}$  - faktor raspodjele opterećenja na pojedine zube za opterećenje bokova, orijentacijski  $K_{H\alpha} = 1$  prema [7] str. 257

$K_{H\beta}$  - faktor raspodjele opterećenja po širini zuba, orijentacijski  $K_{H\beta} = 1$  prema [7] str. 257



$Z_M$  - faktor materijala, orijentacijski za dodir čelik/čelik  $Z_M = 190\sqrt{\text{MPa}}$  prema [7] str. 257

$Z_H$  - faktor oblika, orijentacijski  $Z_H = 2,5$

$Z_\epsilon$  - faktor prekrivanja, orijentacijski  $Z_\epsilon = 1$  prema [7] str. 257

$$m_{nh} = \sqrt[3]{\frac{3,125 + 1}{3,125} * \frac{2 * 219 * \cos^2(10)}{16^2 * 25 * 280^2} * 1 * 1 * 190^2 * 2,5^2 * 1^2} = 6,287 \text{ mm}$$

### 3.3 Određivanje geometrije zupčanika

Nakon izračunavanja orijentacijskog modula se bira standardni modul prema kojemu se određuje geometrija zupčanika i na koji se primjenjuje pomak profila da bi se dobio najbliži standardni osni razmak. Osni razmak se namješta na standardne zato da bi zupčanički par odgovarao nekim postojećim kućištima i da bi se dobiveni reduktor mogao koristiti u postojećim postrojenjima.

Obzirom da je odabrani materijal osjetljiviji na naprezanje u korijenu se dimenzionira na taj orijentacijski modul, neovisno o tome što je orijentacijski modul za opterećenje boka veći.

$$m_n = 5 \text{ mm}$$

$m_n$  - odabrani standardni normalni modul prema [21], mm

#### 3.3.1 Odabir osnog razmaka

Osni razmak izračunat preko diobenih promjera se odabirom pomaka profila može promijeniti kako bi se dobio različit stvarni osni razmak. Stvarni osni razmak se bira prema tablicama standardnih osnih razmaka kako bi se dobiveni par zupčanika mogao ugraditi u već konstruirane strojeve.

$$d_1 = \frac{z_1 * m_n}{\cos(\beta)} \quad (3.8)$$

$$d_2 = \frac{z_2 * m_n}{\cos(\beta)} \quad (3.9)$$

$d_{1,2}$  - diobeni promjer zupčanika prema [8] str. 234, mm

$$d_1 = \frac{16 * 5}{\cos(10)} = 81,234 \text{ mm}$$

$$d_2 = \frac{53 * 5}{\cos(10)} = 269,088 \text{ mm}$$

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{81,23 + 269,09}{2} = 175,16 \text{ mm} \quad (3.10)$$

$a_d$  - proračunski osni razmak bez pomaka profila prema [8] str. 234, mm

$$a = 180 \text{ mm}$$

$a$  - odabrani osni razmak prema [8] str. 87, mm

### 3.3.2 Izračun pomaka profila

Prilikom odabira pomaka profila je uobičajeno svesti manji zupčanik iznad teoretske granice podrezanosti zbog boljih uvjeta opterećenja i pomoću pomaka profila većeg zupčanika dobiti traženi pomak profila, ali se u ovom proračunu odabrao veći pomak profila na manjem zupčaniku radi boljih uvjeta klizanja prilikom eksploatacije zupčanika. Izračun minimalnog pomaka profila za postizanje geometrije zupčanika bez podrezanosti je proveden orijentacijski.

$$x_1 = \frac{z_g - \frac{z_1}{\cos^3(\beta)}}{17} \quad (3.11)$$

$x_1$  - pomak profila na zupčaniku Z1 prema [8] str. 237

$z_g$  - broj zubi na koji se želi svesti zupčanik (17 za teoretsku granicu podrezanosti, 14 za praktičnu)

$$x_1 = \frac{17 - \frac{16}{\cos^3(10)}}{17} = 0,015$$

Odabire se  $x_1 = 0,7$ . Odabrani pomak profila za pogonski zupčanik Z1 je značajno veći od minimalnog potrebnog za izbjegavanje podrezanosti, ali je odabran takav da bi se povećale dimenzije zuba na manjem zupčaniku, čiji će se zubi češće nalaziti u zahvatu iz jednostavnog razloga što ih je manje nego na gonjenom zupčaniku.

$$x_1 + x_2 = (z_1 + z_2) \frac{ev(\alpha_{tw}) - ev(\alpha_t)}{2 * \tan(\alpha_n)} \quad (3.12)$$

$x_2$  - pomak profila na zupčaniku Z2

$x_1 + x_2$  - zbroj pomaka profila prema [8] str. 245

$\alpha_n$  - pogonski kut, za evolventno ozubljenje bez pomaka profila iznosi  $20^\circ$

$$\alpha_t = \arctan\left(\frac{\tan(\alpha_n)}{\cos(\beta)}\right) = \arctan\left(\frac{\tan(20)}{\cos(10)}\right) = 20,284^\circ \quad (3.13)$$

$\alpha_t$  - čelni kut zahvatne crte prema [8] str. 244, °

$$\alpha_{tw} = \arccos\left(\frac{a_d}{a} * \cos(\alpha_t)\right) \quad (3.14)$$

$\alpha_{tw}$  - pogonski kut zahvatne crte, [8] str. 244, °

$$\alpha_{tw} = \arccos\left(\frac{180}{175,16} * \cos(20,284)\right) = 24,108^\circ$$

$$x_1 + x_2 = (16 + 53) \frac{\text{ev}(24,108) - \text{ev}(20,284)}{2 * \tan(20)} = 1,0576$$

$$x_2 = 1,0576 - 0,7 = 0,3576$$

### 3.3.3 Izračun dimenzija zupčanika

$$b = m_n * \lambda = 5 * 25 = 125\text{mm} \quad (3.15)$$

$b$  - širina zupčanika prema [8] str. 196, mm

$$h_{fp} = 1,25 * m_n = 1,25 * 5 = 6,25\text{mm} \quad (3.16)$$

$h_{fp}$  - visina podnožja zupčanika prema [9] str. 9 za profil A, mm

$$d_{b1} = d_1 * \cos(\alpha_t) \quad (3.17)$$

$$d_{b2} = d_2 * \cos(\alpha_t) \quad (3.18)$$

$d_{b1,2}$  - temeljni promjer zupčanika prema [8] str. 238, mm

$$d_{b1} = 81,234 * \cos(20,284) = 76,197\text{mm}$$

$$d_{b2} = 269,088 * \cos(20,284) = 252,401\text{mm}$$

$$d_{a1} = d_1 + (x_1 + 1) * m_n * 2 \quad (3.19)$$

$$d_{a2} = d_2 + (x_2 + 1) * m_n * 2 \quad (3.20)$$

$d_{a1,2}$  - tjemeni promjer zupčanika prema [8] str. 238, mm

$$d_{a1} = 81,234 + (0,7 + 1) * 5 * 2 = 98,234\text{mm}$$

$$d_{a2} = 269,088 + (0,3576 + 1) * 5 * 2 = 282,664\text{mm}$$

$$d_{f1} = d_1 + 2 * x_1 * m_n - 2 * h_{fp} \quad (3.21)$$

$$d_{f2} = d_2 + 2 * x_2 * m_n - 2 * h_{fp} \quad (3.22)$$

$d_{f1,2}$  - podnožni promjer zupčanika prema [8] str. 238, mm

$$d_{f1} = 81,234 + 2 * 0,7 * 5 - 2 * 6,25 = 75,734 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = 269,088 + 2 * 0,3576 * 5 - 2 * 6,25 = 260,164 \text{ mm}$$

$$d_{w1} = d_1 * \frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{tw})} \quad (3.23)$$

$$d_{w2} = d_2 * \frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{tw})} \quad (3.24)$$

$d_{w1,2}$  - promjer kinematske kružnice zupčanika Z2 prema [8] str. 238, mm

$$d_{w1} = 81,234 * \frac{\cos(20,284)}{\cos(24,109)} = 83,478 \text{ mm}$$

$$d_{w2} = 269,088 * \frac{\cos(20,284)}{\cos(24,109)} = 276,522 \text{ mm}$$

### 3.4 Izračun općih pomoćnih faktora za proračun čvrstoće

#### 3.4.1 Stupnjevi prekrivanja i virtualni zupčanici

Prilikom izračunavanja stupnjeva prekrivanja i dimenzija virtualnih zupčanika su uz formule iz [1] korištene formule dobivene iz [8]. Iako su norme na kojima se [8] temelje zastarjele, evolventna geometrija na temelju koje su formule dobivene je konstantna što znači da formule i dalje vrijede.

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - 2 * a * \sin(\alpha_{tw})}{2 * p_{et}} \quad (3.25)$$

$\varepsilon_\alpha$  - stupanj prekrivanja profila prema [8] str. 227

$$p_{et} = \frac{m_n}{\cos(\beta)} * \pi * \cos(\alpha_t) = \frac{5}{\cos(10)} * \pi * \cos(20,284) = 14,961 \text{ mm} \quad (3.26)$$

$p_{et}$  - korak zahvata u čelnoj ravnini prema [8] str. 228, mm

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{98,234^2 - 76,197^2} + \sqrt{282,663^2 - 252,401^2} - 2 * 175,161 * \sin(24,109)}{2 * 14,961} = 1,41$$

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{b * \sin(\beta)}{m_n * \pi} = \frac{125 * \sin(10)}{5 * \pi} = 1,382 \quad (3.27)$$

$\varepsilon_{\beta}$  - stupanj prekrivanja bočne linije prema [8] str. 228

$$\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta} = 1,41 + 1,382 = 2,792 \quad (3.28)$$

$\varepsilon_{\gamma}$  - ukupni stupanj prekrivanja prema [1] str. 8

$$z_{n1,2} = \frac{z_{1,2}}{\cos(\beta) * \left( \frac{\sin(\alpha_n)}{\sin(\alpha_t)} \right)^2} \quad (3.29)$$

$z_{n1,2}$  - broj zubi virtualnog zupčanika prema [3] str. 12

$$z_{n1} = \frac{16}{\cos(10) * \left( \frac{\sin(20)}{\sin(20,284)} \right)^2} = 16,691$$

$$z_{n2} = \frac{53}{\cos(10) * \left( \frac{\sin(20)}{\sin(20,284)} \right)^2} = 55,290$$

$$\varepsilon_{an} = \frac{\varepsilon_{\alpha}}{\cos^2(\beta_b)} \quad (3.30)$$

$\varepsilon_{an}$  - stupanj prekrivanja virtualnih zupčanika prema [3] str. 12

$$\beta_b = \arccos\left(\sqrt{1 - (\sin(\beta) * \cos(\alpha_n))^2}\right) = \arccos\left(\sqrt{1 - (\sin(10) * \cos(20))^2}\right) = 9,391^{\circ} \quad (3.31)$$

$\beta_b$  - bočni kut projiciran na temeljnu kružnicu prema [3] str. 12, °

$$\varepsilon_{an} = \frac{1,41}{\cos^2(9,391)} = 1,45$$

$$d_{n1} = m_n * z_{n1} \quad (3.32)$$

$$d_{n2} = m_n * z_{n2} \quad (3.33)$$

$d_{n1,2}$  - diobeni promjer virtualnog zupčanika prema [3] str. 12, mm

$$d_{n1} = 5 * 16,691 = 83,456 \text{ mm}$$

$$d_{n2} = 5 * 55,29 = 276,449 \text{ mm}$$

$$p_{bn} = \pi * m_n * \cos(\alpha_n) = \pi * 5 * \cos(20) = 14,761 \text{ mm} \quad (3.34)$$

$p_{bn}$  - korak na temeljnoj kružnici virtualnog zupčanika prema [3] str. 12, mm

$$d_{bn1} = d_{n1} * \cos(\alpha_n) \quad (3.35)$$

$$d_{bn2} = d_{n2} * \cos(\alpha_n) \quad (3.36)$$

$d_{bn1,2}$  - temeljni promjer zupčanika prema [3] str. 12, mm

$$d_{bn1} = 83,456 * \cos(20) = 78,423 \text{ mm}$$

$$d_{bn2} = 276,449 * \cos(20) = 259,777 \text{ mm}$$

$$d_{an1} = d_{n1} + d_{a1} - d_1 \quad (3.37)$$

$$d_{an2} = d_{n2} + d_{a2} - d_2 \quad (3.38)$$

$d_{an1,2}$  - tjemeni promjer virtualnog zupčanika prema [3] str. 12, mm

$$d_{an1} = 83,456 + 98,234 - 81,234 = 100,456 \text{ mm}$$

$$d_{an2} = 276,449 + 282,664 - 269,088 = 290,025 \text{ mm}$$

$$d_{en1} = 2 * \frac{z_1}{|z_1|} * \sqrt{\left[ \sqrt{\left(\frac{d_{an1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{bn1}}{2}\right)^2} - \frac{\pi * d_1 * \cos(\beta) * \cos(\alpha_n)}{|z_1|} * (\varepsilon_{an} - 1) \right]^2 + \left(\frac{d_{bn1}}{2}\right)^2} \quad (3.39)$$

$$d_{en2} = 2 * \frac{z_2}{|z_2|} * \sqrt{\left[ \sqrt{\left(\frac{d_{an2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{bn2}}{2}\right)^2} - \frac{\pi * d_2 * \cos(\beta) * \cos(\alpha_n)}{|z_2|} * (\varepsilon_{an} - 1) \right]^2 + \left(\frac{d_{bn2}}{2}\right)^2} \quad (3.40)$$

$d_{en1,2}$  - kinematski promjer virtualnog zupčanika prema [3] str. 12, mm

$$d_{en1} = 2 * \frac{16}{|16|} * \sqrt{\left[ \sqrt{\left(\frac{100,456}{2}\right)^2 - \left(\frac{78,423}{2}\right)^2} - \frac{\pi * 81,234 * \cos(10) * \cos(20)}{|16|} * (1,51 - 1) \right]^2 + \left(\frac{259,777}{2}\right)^2} = 92,753 \text{ mm}$$

$$d_{en2} = 2 * \frac{53}{|53|} * \sqrt{\left[ \sqrt{\left(\frac{290,025}{2}\right)^2 - \left(\frac{259,777}{2}\right)^2} - \frac{\pi * 269,088 * \cos(10) * \cos(\alpha_n)}{|53|} * (1,49 - 1) \right]^2 + \left(\frac{269,777}{2}\right)^2} = 284,38 \text{ mm}$$

$$\alpha_{en1} = \arccos\left(\frac{d_{bn1}}{d_{en1}}\right) \quad (3.41)$$

$$\alpha_{en2} = \arccos\left(\frac{d_{bn2}}{d_{en2}}\right) \quad (3.42)$$

$\alpha_{en1,2}$  - kut zahvatne linije na virtualnom zupčaniku prema [3] str. 12

$$\alpha_{en1} = \arccos\left(\frac{78,423}{92,753}\right) = 32,274^\circ$$

$$\alpha_{en2} = \arccos\left(\frac{259,777}{284,38}\right) = 24,008^\circ$$

$$\gamma_{e1} = \frac{0,5 * \pi + 2 * \tan(\alpha_n) * x_1}{z_{n1}} + ev(\alpha_n) - ev(\alpha_{en1}) \quad (3.43)$$

$$\gamma_{e2} = \frac{0,5 * \pi + 2 * \tan(\alpha_n) * x_2}{z_{n2}} + ev(\alpha_n) - ev(\alpha_{en2}) \quad (3.44)$$

$\gamma_{e1,2}$  - pomoćna vrijednost prema [3] str. 12

$$\gamma_{e1} = \frac{0,5 * \pi + 2 * \tan(20) * 0,7}{16,691} + ev(20) - ev(32,274) = 0,07129$$

$$\gamma_{e2} = \frac{0,5 * \pi + 2 * \tan(20) * 0,3576}{55,29} + ev(20) - ev(24,008) = 0,02164$$

$$s_{Fn1} = m_n * \left( z_{n1} * \sin\left(\frac{\pi}{3} - \Theta_1\right) + \sqrt{3} * \left( \frac{G_1}{\cos(\Theta_1)} - \frac{\rho_{fp}}{m_n} \right) \right) \quad (3.45)$$

$$s_{Fn2} = m_n * \left( z_{n2} * \sin\left(\frac{\pi}{3} - \Theta_2\right) + \sqrt{3} * \left( \frac{G_2}{\cos(\Theta_2)} - \frac{\rho_{fp}}{m_n} \right) \right) \quad (3.46)$$

$s_{Fn1,2}$  - korak virtualnog zupčanika prema [3] str. 11, mm

$$\Theta_1 = \frac{2 * G_1}{z_{n1}} * \tan(\Theta_1) - H_1 \quad (3.47)$$

$$\Theta_2 = \frac{2 * G_2}{z_{n2}} * \tan(\Theta_2) - H_2 \quad (3.48)$$

$\Theta_{1,2}$  - pomoćna varijabla, dobiva se iterativnim postupkom prema [3] str. 11

$$G_1 = \frac{\rho_{\text{FP}}}{m_n} - \frac{h_{\text{FP}}}{m_n} + x_1 \quad (3.49)$$

$$G_2 = \frac{\rho_{\text{FP}}}{m_n} - \frac{h_{\text{FP}}}{m_n} + x_2 \quad (3.50)$$

$G_{1,2}$  - pomoćna varijabla prema [2] str. 11

$$G_1 = 0,38 - 1,25 + 0,7 = -0,17$$

$$G_2 = 0,38 - 1,25 + 0,3576 = -0,51243$$

$$H_1 = \frac{2}{z_{n1}} * \left( \frac{\pi}{2} - \frac{E_a}{m_n} \right) - T \quad (3.51)$$

$$H_2 = \frac{2}{z_{n2}} * \left( \frac{\pi}{2} - \frac{E_a}{m_n} \right) - T \quad (3.52)$$

$H_{1,2}$  - pomoćna varijabla prema [3] str. 11

$$E_a = \frac{\pi}{4} * m_n - h_{\text{FP}} * \tan(\alpha_n) + \frac{s_{\text{pr}}}{\cos(\alpha_n)} - (1 - \sin(\alpha_n)) * \frac{\rho_{\text{FP}}}{\cos(\alpha_n)} \quad (3.53)$$

$E_a$  - pomoćna vrijednost prema [3] str. 10, mm

$s_{\text{pr}}$  - pomak zbog podrezanosti, kako niti jedan

zupčanik nije podrezan je  $s_{\text{pr}} = 0$  prema [3] str. 9

$$E_a = \frac{\pi}{4} * 5 - 6,25 * \tan(20) - (1 - \sin(20)) * \frac{1,9}{\cos(20)} = 0,3218 \text{ mm}$$

$T$  - pomoćni faktor, za zupčanike s vanjskim ozubljenjem je

$$T = \frac{\pi}{3} \text{ prema [3] str. 11}$$

$$H_1 = \frac{2}{16,691} * \left( \frac{\pi}{2} - \frac{0,3218}{5} \right) - \frac{\pi}{3} = -0,867$$

$$H_1 = \frac{2}{55,29} * \left( \frac{\pi}{2} - \frac{0,3218}{5} \right) - \frac{\pi}{3} = -0,993$$



Napomena: Proračun faktora  $\Theta_{1,2}$  počinje u vrijednosti  $\frac{\pi}{3}$ . Iterativni postupak je proveden u MathCAD-u i nije uključen u tekst rada.

$$\Theta_1 = 0,84379$$

$$\Theta_2 = 0,96589$$

$$s_{Fn1} = 5 * \left( 16,691 * \sin\left(\frac{\pi}{3} - 0,84379\right) + \sqrt{3} * \left( \frac{-0,17}{\cos(0,84379 * 180 / \pi)} - 0,38 \right) \right) = 11,353 \text{ mm}$$

$$s_{Fn2} = 5 * \left( 55,29 * \sin\left(\frac{\pi}{3} - 0,96589\right) + \sqrt{3} * \left( \frac{-0,51243}{\cos(0,96589)} - 0,38 \right) \right) = 12,484 \text{ mm}$$

$$h_{Fe1} = m_n * \frac{1}{2} * \left[ \left( \cos(\gamma_{e1}) - \sin(\gamma_{e1}) * \tan(\alpha_{Fen1}) * \frac{d_{en1}}{m_n} - z_{n1} * \cos\left(\frac{\pi}{3} - \Theta_1\right) - \left( \frac{G_1}{\cos(\Theta_1)} - \frac{\rho_P}{m_n} \right) \right) \right] \quad (3.54)$$

$$h_{Fe2} = m_n * \frac{1}{2} * \left[ \left( \cos(\gamma_{e2}) - \sin(\gamma_{e2}) * \tan(\alpha_{Fen2}) * \frac{d_{en1}}{m_n} - z_{n1} * \cos\left(\frac{\pi}{3} - \Theta_1\right) - \left( \frac{G_1}{\cos(\Theta_1)} - \frac{\rho_P}{m_n} \right) \right) \right] \quad (3.55)$$

$h_{Fe1,2}$  - visina zuba virtualnog zupčanika prema [3] str. 12, mm

$$\alpha_{Fen1} = \alpha_{en1} - \gamma_{e1} \quad (3.56)$$

$$\alpha_{Fen2} = \alpha_{en2} - \gamma_{e2} \quad (3.57)$$

$\alpha_{Fen1,2}$  - pomoćni kut prema [3] str. 13, °

$$\alpha_{Fen1} = 32,274 - 0,07129 * \frac{180}{\pi} = 28,189^\circ$$

$$\alpha_{Fen2} = 24,008 - 0,02164 * \frac{180}{\pi} = 22,768^\circ$$

$$h_{Fe1} = 5 * \frac{1}{2} * \left[ \left( \cos(0,07129) - \sin(0,07129) * \tan(28,189) * \frac{92,753}{5} - 16,691 * \cos\left(\frac{\pi}{3} - 0,84379\right) - \left( \frac{-0,17}{\cos(0,84379)} - 0,38 \right) \right) \right] = 5,21 \text{ mm}$$

$$h_{Fe2} = 5 * \frac{1}{2} * \left[ \left( \cos(0,02164) - \sin(0,02164) * \tan(22,768) * \frac{284,38}{5} - 55,29 * \cos\left(\frac{\pi}{3} - 0,96589\right) - \left( \frac{-0,51243}{\cos(0,96589)} - 0,38 \right) \right) \right] = 6,300 \text{ mm}$$

### 3.4.2 Sile na zupčaniku

Kako svaka sila uzrokuje protusilu koja je po iznosu jednaka i po smjeru suprotna, tako su sile na zupčaniku Z2 iznosom jednake a po smjeru suprotne silama na zupčaniku Z1. Zbog toga će

se kao ulazni podaci za sile koristiti samo podaci vezani uz zupčanik Z1. Da se koriste podaci vezani uz zupčanik Z2 bi se dobili isti rezultati.

$$F_t = \frac{2000 * T_1}{d_1} \quad (3.58)$$

$F_t$  - obodna sila prema [1] str. 19, N

$$F_t = \frac{2000 * 219}{81,234} = 5388 \text{ N}$$

$$F_a = F_t * \tan(\beta) \quad (3.59)$$

$F_a$  - aksijalna sila prema [8] str. 250, N

$$F_a = 5388 * \tan(10) = 950 \text{ N}$$

$$F_r = F_t * \tan(\alpha_t) \quad (3.60)$$

$F_r$  - radijalna sila prema [8] str. 250, N

$$F_r = 5388 * \tan(20) = 1991 \text{ N}$$

$$F_{\text{norm}} = \sqrt{F_t^2 + F_a^2 + F_r^2} \quad (3.61)$$

$F_{\text{norm}}$  - normalna sila na površinu zuba prema , N

$$F_{\text{norm}} = \sqrt{5388^2 + 950^2 + 1991^2} = 5822 \text{ N}$$

### 3.4.3 Izračun krutosti zupčanika

Prilikom izračuna krutosti zupčanika se koriste aproksimacije koje uzimaju u obzir geometriju zupčanika i to svode na oprugu. Tako dobivene vrijednosti nisu točne ali su dovoljno blizu točnih vrijednosti da se kritične brzine dobivene njihovim korištenjem mogu potvrditi ispitivanjem.

$$c' = c_{\text{th}}' * C_M * C_R * C_B * \cos(\beta) * \left( \frac{F_t * K_A}{100 * b} \right)^{0,25} \quad (3.62)$$

$c'$  - jedinična krutost prema [1] str. 74 (za slučaj opterećenja  $(F_t * K_A / b) < 100 \text{ N/mm}$ )

$c_{\text{th}}'$  - teoretska jedinična krutost zuba prema [1] str. 72, Pa

$$c_{th}' = \frac{1}{q'} \quad (3.63)$$

$$q' = C_1 + \frac{C_2}{z_{n1}} + \frac{C_3}{z_{n2}} + C_4 * x_1 + \frac{C_5 * x_1}{z_{n1}} + C_6 * x_2 + \frac{C_7 * x_2}{z_{n2}} + C_8 * x_1^2 + C_9 * x_2^2 \quad (3.64)$$

$q'$  - minimalna vrijednost fleksibilnosti para zubi prema [1] str 72, Pa<sup>-1</sup>

Tablica 1. Koeficijenti za izračun vrijednosti  $q'$  prema [1] str. 72

Koeficijent jednadžbe	Vrijednost koeficijenta
C <sub>1</sub>	0,04723
C <sub>2</sub>	0,15551
C <sub>3</sub>	0,25791
C <sub>4</sub>	-0,00635
C <sub>5</sub>	-0,11654
C <sub>6</sub>	-0,00193
C <sub>7</sub>	-0,24188
C <sub>8</sub>	0,00529
C <sub>9</sub>	0,00182

$$q' = 0,04723 + \frac{0,15551}{16,691} + \frac{0,25791}{55,29} - 0,00635 * 0,3717 - \frac{0,11654 * 0,3717}{16,691} - 0,00193 * 0,6859 - \frac{0,24188 * 0,6859}{55,29} + 0,00529 * 0,3717^2 + 0,00182 * 0,6859^2 = 0,05245 \text{ Pa}^{-1}$$

$$c_{th}' = \frac{1}{0,05245} = 19,066 \text{ Pa}$$

$$C_M = 0,8$$

$C_M$  - korekcijski faktor koji računava razlike između izmjerenih i teoretskih izračunatih vrijednosti za zupčanike iz krutog diska prema [1] str.72

$$C_R = 1$$

$C_R$  -  $C_R$  računava fleksibilnost ruba i mreže zupčanika, za zupčanike iz diska vrijedi  $C_R = 1$  prema [1] str. 72

$$C_B = \left[ 1,0 + 0,5 * \left( 1,22 - \frac{h_{p}}{m_n} \right) \right] * \left[ 1,0 - 0,02 * (20^\circ - \alpha_{pn}) \right] \quad (3.65)$$

$C_B$  - faktor osnovne zubne letve prema [1] str. 72

$$C_B = \left[ 1,0 + 0,5 * \left( 1,2 - \frac{6,25}{5} \right) \right] * \left[ 1,0 - 0,02 * (20^\circ - 20,284) \right] = 0,975$$

$$c' = 19,065 * 0,8 * 1 * 0,975 * \cos(10) * \left( \frac{5388 * 1,25}{100 * 125} \right)^{0,25} = 12,548 \text{ Pa}$$

$$c_{\gamma\alpha} = c' * (0,75 * \varepsilon_{\alpha} + 0,25) \quad (3.66)$$

$c_{\gamma\alpha}$  - krutost zupčanika u radijalnom smjeru [1] str. 74, Pa

$$c_{\gamma\alpha} = 12,548 * (0,75 * 1,41 + 0,25) = 16,409 \text{ Pa}$$

$$c_{\gamma\beta} = 0,85 * c_{\gamma\alpha} \quad (3.67)$$

$c_{\gamma\beta}$  - krutost zupčanika u aksijalnom smjeru prema [1] str. 74, Pa

$$c_{\gamma\beta} = 0,85 * 16,409 = 13,948 \text{ Pa}$$

### 3.4.4 Izračun faktora $K_V$

Dinamički faktor opterećenja  $K_V$  proizlazi iz vibracijskog ponašanja sustava zupčanika u zahvatu pa je potrebno barem aproksimacijski poznavati masena i elastična svojstva zupčaničkog para. Da bi se znalo koje se formule koriste za izračun faktora, potrebno je znati hoće li se zupčanički par koristiti u podkritičnom, kritičnom ili nadkritičnom području rada s obzirom na rezonantnu brzinu.

$$n_{E1} = \frac{30000}{\pi * z_1} * \sqrt{\frac{c_{\gamma\alpha}}{m_{\text{red}}}} \quad (3.68)$$

$n_{E1}$  - kritična brzina para zupčanika prema [1] str. 25,  $\text{min}^{-1}$

$$m_{\text{red}} = \frac{\pi}{8} * \left( \frac{d_{m1}}{d_{b1}} \right)^2 * \frac{d_{m1}^2}{\frac{1}{(1-q_1^4) * \rho_1} + \frac{1}{(1-q_2^4) * \rho_2 * u^2}} \quad (3.69)$$

$d_m$  - srednji promjer zupčanika prema [1] str. 33, mm

$$d_{m1} = \frac{d_{a1} + d_{f1}}{2} \quad (3.70)$$

$$d_{m2} = \frac{d_{a2} + d_{f2}}{2} \quad (3.71)$$

$$d_{m1} = \frac{98,234 + 75,734}{2} = 86,984 \text{ mm}$$

$$d_{m2} = \frac{282,664 + 260,164}{2} = 271,414 \text{ mm}$$

$q$  - omjer promjera šupljine i srednjeg promjera zupčanika prema [1] str. 33

$$q_1 = \frac{d_{i1}}{d_{m1}} \quad (3.72)$$

$$q_2 = \frac{d_{i2}}{d_{m2}} \quad (3.73)$$

$$q_1 = 0$$

$$q_2 = 0$$

$$m_{\text{red}} = \frac{\pi}{8} * \left( \frac{86,984}{76,197} \right)^2 * \frac{86,984^2}{\frac{1}{(1-0^4)*7850} + \frac{1}{(1-0^4)*7850*3,3125^2}} = 27,851 \text{ kg/m}$$

$$n_{E1} = \frac{30000}{\pi * 16} * \sqrt{\frac{16,409}{27,851}} = 14487 \text{ min}^{-1}$$

$N$  - omjer brzine vrtnje i kritične brzine vrtnje prema [1] str. 25

$$N = \frac{n_1}{n_{E1}} = \frac{960}{14487} = 0,07$$

NAPOMENA: Kako je omjer stvarne brzine vrtnje i kritične brzine vrtnje jako malen, pretpostavlja se zanemariv utjecaj vibracija pa se u daljnjem proračunu pretpostavlja  $K_V = 1$ .

### 3.4.5 Izračun pomoćnih faktora $K_{H\beta}$ i $K_{F\beta}$

Faktori  $K_{H\beta}$  i  $K_{F\beta}$  se koriste da bi se množenjem sila dobila realnija slika naprežanja obzirom na utjecaj nagiba boka nego što se to može dobiti korištenjem samo evolventne geometrije.

Napomena: Kako je odabir formula za izračun faktora  $K_{H\beta}$  iznimno kompliciran i zahtjeva mnoge dodatne ulazne podatke, za izračun se koristilo pojednostavljenje sadržano u metodi C. Metode izračuna faktora  $K_{F\beta}$  prema metodama B i C se ne razlikuju.

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{2}{3} * \frac{c_{\gamma\beta}}{F_m / b} * \chi_{\beta} (f_{t\max} + f_{b\max}) * 1000 \quad (3.74)$$

$K_{H\beta}$  - faktor opterećenja boka obzirom na nagib boka prema [1] str. 87

$$\chi_{\beta} = \frac{\chi_{\beta1} + \chi_{\beta2}}{2} \quad (3.75)$$

$\chi_{\beta1,2}$  - pomoćni faktor materijala prema [1] str. 48

$$\chi_{\beta1} = 1 - \frac{320 \text{ MPa}}{\sigma_{Hlim1}} \quad (3.76)$$

$$\chi_{\beta2} = 1 - \frac{320 \text{ MPa}}{\sigma_{Hlim2}} \quad (3.77)$$

$$\chi_{\beta1,2} = 1 - \frac{320}{560} = 0,42857$$

$$\chi_{\beta} = \frac{0,42857 + 0,42857}{2} = 0,42857$$

$$f_{tmax} = \frac{4}{\pi} * \frac{F_m / b}{0,39 * E} \left( \frac{b}{d_1} \right)^2 \quad (3.78)$$

$f_{tmax}$  - maksimalni pomak zupčanika uslijed torzije prema [1] str. 85

$F_m$  - srednje dijagonalno tangencijalno opterećenje na referentnom krugu za računanje prema [1] str. 8, N

$$F_m = F_t * K_A * K_V = 5388 * 1,25 * 1 = 6735N$$

$$f_{tmax} = \frac{4}{\pi} * \frac{6735 / 125}{0,39 * 206 * 10^3} \left( \frac{125}{81,234} \right)^2 = 2,02 \mu m$$

$$f_{bmax} = \frac{2}{\pi} * \frac{F_m / b}{E} * \left( \frac{b}{d_1} \right)^4 * \left( \frac{l}{b} - \frac{7}{12} \right) \quad (3.79)$$

$f_{bmax}$  - maksimalni pomak zupčanika uslijed savijanja prema [1] str. 85

$$f_{bmax} = \frac{2}{\pi} * \frac{6735 / 125}{206000} * \left( \frac{125}{81,234} \right)^4 * \left( \frac{175}{125} - \frac{7}{12} \right) = 0,00076mm$$

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{2}{3} * \frac{14,583}{6735 / 125} * 0,4257 (0,00202 + 0,00076) * 1000 = 1,205$$

Napomena: Vrijednost faktora  $K_{H\beta}$  se razlikuje od vrijednosti koju je programski paket KissSoft izračunao. Razlika u vrijednosti je minimalna i krajnji rezultati dobiveni proračunom su približno jednaki vrijednostima koje je KissSoft izračunao.

$$K_{F\beta} = K_{H\beta}^{N_F}$$

$K_{F\beta}$  - faktor opterećenja korijena obzirom na nagib boka prema [1] str. 63

$N_F$  - eksponent za izračun faktora  $K_{F\beta}$  prema [1] str. 63

$$N_F = \frac{(b/h)^2}{1 + b/h + (b/h)^2} \quad (3.80)$$

$h$  - ukupna visina zuba, mm

$$h = (2 + c) * m_n = (2 + 0,25) * 5 = 11,25mm$$

$$N_F = \frac{(125/11,25)^2}{1+125/11,25+(125/11,25)^2} = 0,9107$$

$$K_{F\beta} = 1,205^{0,9107} = 1,186$$

### 3.4.6 Izračun pomoćnih faktora $K_{H\alpha}$ i $K_{F\alpha}$

Faktori  $K_{H\alpha}$  i  $K_{F\alpha}$  se koriste da bi se množenjem sila dobila realnija slika naprezanja obzirom na nagib zahvatne linije nego što se to može dobiti korištenjem samo evolventne geometrije.

$$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = 0,9 + 0,4 * \sqrt{\frac{2 * (\varepsilon_\gamma - 1)}{\varepsilon_\gamma} * \frac{c_{\gamma\alpha} * (f_{pb} - y_\alpha)}{F_{tH} / b}} \quad (3.81)$$

$K_{H\alpha}$  - faktor dijagonalnog opterećenja za naprezanje boka prema [1] str. 64

$K_{F\alpha}$  - faktor dijagonalnog opterećenja za naprezanje korijena prema [1] str. 64

$f_{pb}$  - odstupanje dijagonalnog nagiba prema [3],  $\mu\text{m}$

$$f_{pb} = 6,5 \mu\text{m}$$

$$y_\alpha = \frac{160}{\sigma_{Hlim}} * f_{pb} = \frac{160}{560} * 6,5 = 1,857 \mu\text{m} \quad (3.82)$$

$y_\alpha$  - dozvoljeno trošenje,  $\mu\text{m}$

$$F_{tH} = F_t * K_A * K_V * K_{H\beta} = 5388 * 1,25 * 1,0 * 1,205 = 9411 \text{ N} \quad (3.83)$$

$F_{tH}$  - determinatna tangentna sila u dijagonalnoj ravnini prema [1] str. 64, N

$$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = 0,9 + 0,4 * \sqrt{\frac{2 * (2,792 - 1)}{2,792} * \frac{16,409 * (6,5 - 1,857)}{9411/125}} = 1,527$$

## 3.5 Izračun naprezanja u boku zuba (pitting)

Naprezanje u boku zuba je jedno od kritičnih naprezanja u zupčaniku. Prilikom nastanka pukotina se smanjuje čvrstoća zuba i postepeno se povećava mogućnost zatajenja reduktora i zbog toga je potrebno provjeriti čvrstoću.

### 3.5.1 Pomoćni faktori za računanje naprezanja u korijenu

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 * \cos(\beta_b) * \cos(\alpha_{tw})}{\cos^2(\alpha_t) * \sin(\alpha_{tw})}} = \sqrt{\frac{2 * \cos(9,391) * \cos(24,108)}{\cos^2(20,284) * \sin(24,108)}} = 2,239 \quad (3.84)$$

$Z_H$  - faktor zone prema [2] str. 9

$$Z_E = \sqrt{0,175 * E} = \sqrt{0,175 * 206000} = 189,87 \sqrt{\frac{N}{\text{mm}^2}} \quad (3.85)$$

$Z_E$  - faktor elastičnosti prema [2] str. 12,  $\sqrt{\frac{N}{\text{mm}^2}}$

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1,41}} = 0,842 \quad (3.86)$$

$Z_\varepsilon$  - faktor faktora prekrivanja prema [2] str. 13 za slučaj  $\varepsilon_\beta > 1$

$$Z_\beta = \sqrt{\frac{1}{\cos(\beta)}} = \sqrt{\frac{1}{\cos(10)}} = 1,007 \approx 1 \quad (3.87)$$

$Z_\beta$  - faktor nagiba boka prema [2] str. 15

$$Z_{NT} = 0,95$$

$Z_{NT}$  - faktor životnog vijeka prema [2], str.18 za uvjete eksploatacije

$$Z_L = C_{ZL} + 4 * (1 - C_{ZL}) * v_f \quad (3.88)$$

$Z_L$  - faktor podmazivanja prema [2] str. 20

$C_{ZL}$  - koeficijent za određivanje faktora uljnog filma prema [2] str. 20

$$C_{ZL} = 0,83$$

$$v_f = \frac{1}{\left(1,2 + \frac{80\text{mm}^2/\text{s}}{v_{50}}\right)^2} \quad (3.89)$$

$v_f$  - faktor kinematske viskoznosti ulja u radnim uvjetima prema [2] str. 21

$v_{50}$  - nominalna viskoznost odabranog ulja pri 50°C prema [2] str. 21,  $\text{mm}^2/\text{s}$

$$v_{50} = 180\text{mm}^2/\text{s}$$



$$v_f = \frac{1}{\left(1,2 + \frac{80}{180}\right)^2} = 0,370$$

$$Z_L = 0,83 + 4 * (1 - 0,83) * 0,380 = 1,081$$

$$Z_v = C_{Zv} + \frac{2 * (1 - C_{Zv})}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{v}}} \quad (3.90)$$

$Z_v$  - faktor brzine prema [2] str. 21

$C_{Zv}$  - koeficijent za izračun faktora brzine prema [2] str. 21

$$C_{Zv} = C_{ZL} + 0,02 = 0,83 + 0,02 = 0,85$$

$v$  - obodna brzina na zupčanicima

$$v = \frac{d_{w1} * \pi * n_1}{60} = \frac{83,478 * 10^{-3} * \pi * 960}{60} = 4,196 \text{ m/s} \quad (3.91)$$

$$Z_v = 0,85 + \frac{2 * (1 - 0,85)}{\sqrt{0,8 + \frac{32}{4,196}}} = 0,953$$

$$Z_R = \left(\frac{3}{Rz_{10}}\right)^{C_{ZR}} \quad (3.92)$$

$Z_R$  - faktor hrapavosti površine prema [2] str. 23

$C_{ZR}$  - koeficijent za izračun faktora površine, za  $\sigma_{Hlim} < 850 \text{ MPa}$  je

$$C_{ZR} = 0,15 \text{ prema [2], str. 23}$$

$$Rz_{10} = Rz * \sqrt{\frac{10}{\rho_{red}}} \quad (3.93)$$

$Rz_{10}$  - srednja vrijednost hrapavosti površine prema [2], str. 23

$$\rho_{red} = \frac{\rho_1 * \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (3.94)$$

$\rho_{red}$  - reducirani radijus zakrivljenosti prema [2] str.

23, mm

$$\rho_1 = 0,5 * d_{b1} * \tan(\alpha_{tw}) \quad (3.95)$$

$$\rho_2 = 0,5 * d_{b2} * \tan(\alpha_{tw}) \quad (3.96)$$

$\rho_{1,2}$  - ekvivalentni radijus zakrivljenosti prema [2] str.  
23, mm

$$\rho_1 = 0,5 * 76,197 * \tan(24,109^\circ) = 17,049 \text{ mm}$$

$$\rho_2 = 0,5 * 252,402 * \tan(24,109^\circ) = 56,457 \text{ mm}$$

$$\rho_{\text{red}} = \frac{17,049 * 56,457}{17,049 + 56,457} = 13,096 \text{ mm}$$

$$Rz_{10} = 4,8 * \sqrt{\frac{10}{13,096}} = 4,387 \mu\text{m}$$

$$Z_R = \left( \frac{3}{4,387} \right)^{0,15} = 0,945$$

$$Z_W = \left( 1,2 - \frac{HB - 130}{1700} \right) * \left( \frac{3}{Rz_H} \right)^{0,15} \quad (3.97)$$

$Z_W$  - faktor radnog otvrdnuća prema [2] str. 26

$$Rz_H = \frac{Rz_1 * (10 / \rho_{\text{red}})^{0,33} * (Rz_1 / Rz_2)^{0,66}}{(v_{40} * v / 1500)^{0,33}} \quad (3.98)$$

$Rz_H$  - ekvivalentna hrapavost prema [2] str. 25

$v_{40}$  - nominalna viskoznost odabranog ulja pri 40°C prema [2] str.

$$21, \text{ mm}^2/\text{s}$$

$$v_{40} = 320 \text{ mm}^2/\text{s}$$

$$Rz_H = \frac{4,8 * (10 / 13,096)^{0,33} * (4,8 / 4,8)^{0,66}}{(320 * 4,083 / 1500)^{0,33}} = 4,596 \mu\text{m}$$

$$Z_W = \left( 1,2 - \frac{240 - 130}{1700} \right) * \left( \frac{3}{4,596} \right)^{0,15} = 1,076 \approx 1$$

$$Z_X = 1$$

$Z_X$  - faktor veličine prema [2] str. 29

### 3.5.2 Izračun naprezanja i faktora sigurnosti boka zuba

Nakon što su izračunati svi faktori utjecaja vezani uz naprezanje boka je moguće izračunati Hertzovo naprezanje boka zuba.

$$\sigma_{H0} = Z_H * Z_E * Z_\epsilon * Z_\beta * \sqrt{\frac{F_t * u + 1}{d_1 * b * u}} \quad (3.99)$$

$\sigma_{H0}$  - opće kontaktno naprezanje \*\*\*\*\* (pitch point) prema [2] str. 4, MPa

$$\sigma_{H0} = 2,239 * 189,87 * 0,825 * 1 * \sqrt{\frac{5388}{81,234 * 125} * \frac{3,3125 + 1}{3,3125}} = 299,76 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{H1} = Z_B * \sigma_{H0} * \sqrt{K_A * K_V * K_{H\beta} * K_{H\alpha}} \quad (3.100)$$

$\sigma_{H1}$  - naprezanje boka zupčanika 1 prema [2] str. 4, MPa

$Z_B$  - faktor naprezanja za manji zupčanik prema [2] str. 11

$Z_B = 1$  za zupčanike s kosim zubima i faktorima prekrivanja većima od 1

$$\sigma_{H1} = 1 * 299,76 * \sqrt{1,25 * 1 * 1,205 * 1,527} = 489,54 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{H2} = Z_D * \sigma_{H0} * \sqrt{K_A * K_V * K_{H\beta} * K_{H\alpha}} \quad (3.101)$$

$\sigma_{H2}$  - naprezanje boka zupčanika 2 prema [2] str. 4, MPa

$Z_D$  - faktor naprezanja za veći zupčanik prema [2] str. 11

$Z_D = 1$  za zupčanike s kosim zubima i faktorima prekrivanja većima od 1

$$\sigma_{H2} = 1 * 299,76 * \sqrt{1,25 * 1 * 1,205 * 1,527} = 489,54 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{HP1} = \sigma_{Hlim1} * \frac{Z_{NT1}}{S_{Hmin}} * Z_L * Z_V * Z_R * Z_W * Z_X \quad (3.102)$$

$\sigma_{HP1}$  - dozvoljeno naprezanje zupčanika Z1 prema [2] str. 3, MPa

$S_{Hmin}$  - minimalni faktor sigurnosti za opterećenje boka, ako nema posebnih uvjeta i dozvoljena je pojava pittinga je  $S_{Hmin} = 1$

$$\sigma_{HP1} = 560 * \frac{0,93}{1} * 1,081 * 0,953 * 0,945 * 1 * 1 = 474,47 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{HP2} = \sigma_{Hlim2} * \frac{Z_{NT2}}{S_{Hmin}} * Z_L * Z_V * Z_R * Z_W * Z_X \quad (3.103)$$

$\sigma_{HP2}$  - dozvoljeno naprezanje zupčanika Z2 prema [2] str. 3, MPa

$$\sigma_{HP2} = 560 * \frac{0,93}{1} * 1,081 * 0,953 * 0,945 * 1 * 1 = 474,47 \text{ MPa}$$

$$S_{H1} = \frac{\sigma_{HP1}}{\sigma_{H1}} \quad (3.104)$$

$S_{H1}$  - faktor sigurnosti na pogonskom zupčaniku prema [2] str. 3

$$S_{H1} = \frac{474,47}{489,54} = 0,969$$

$$S_{H2} = \frac{\sigma_{HP2}}{\sigma_{H2}} \quad (3.105)$$

$S_{H1}$  - faktor sigurnosti na pogonskom zupčaniku prema [2] str. 3

$$S_{H2} = \frac{474,47}{489,54} = 0,969$$

### 3.6 Izračun naprezanja korijena zuba

Naprezanje u korijenu zuba je jedno od kritičnih naprezanja koje se javlja u zupčaniku prilikom eksploatacije i opasnije je od Hertzovog naprezanja zato što u slučaju loma u korijenu zupčanički par više nije u mogućnosti prenositi snagu.

#### 3.6.1 Pomoćni faktori za računanje naprezanja korijena zuba

$$Y_{F1} = \frac{6 * h_{Fe1} * \cos(\alpha_{Fen1})}{m_n \left( \frac{S_{Fn1}}{m_n} \right)^2 * \cos(\alpha_n)} \quad (3.106)$$

$$Y_{F2} = \frac{6 * h_{Fe2} * \cos(\alpha_{Fen2})}{m_n \left( \frac{S_{Fn2}}{m_n} \right)^2 * \cos(\alpha_n)} \quad (3.107)$$

$Y_{F1,2}$  - faktor oblika prema [3] str. 10

$$Y_{F1} = \frac{6 * 5,21 * \cos(28,189)}{\left(\frac{11,353}{5}\right)^2 * \cos(20)} = 1,137$$

$$Y_{F2} = \frac{6 * 6,3 * \cos(22,768)}{\left(\frac{11,357}{5}\right)^2 * \cos(20)} = 1,438$$

$$Y_{S1} = (1,2 + 0,13L) * q_{s1} \left[ \frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L_1}} \right] \quad (3.108)$$

$$Y_{S2} = (1,2 + 0,13L) * q_{s2} \left[ \frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{L_2}} \right] \quad (3.109)$$

$Y_{S1,2}$  - faktor korekcije naprezanja prema [3] str. 14

$$q_{s1} = \frac{S_{Fn1}}{2 * \rho_{F1}} \quad (3.110)$$

$$q_{s2} = \frac{S_{Fn2}}{2 * \rho_{F2}} \quad (3.111)$$

$q_{s1,2}$  - omjer koraka i radijusa korijena zuba virtualnog zupčanika prema [3] str. 14

$$\rho_{F1} = \rho_{Fp} + \frac{2 * G_1^2 * m_n}{\cos(\Theta_1) * (z_{n1} * \cos^2(\Theta_1) - 2 * G_1)} \quad (3.112)$$

$$\rho_{F2} = \rho_{Fp} + \frac{2 * G_2^2 * m_n}{\cos(\Theta_2) * (z_{n2} * \cos^2(\Theta_2) - 2 * G_2)} \quad (3.113)$$

$\rho_{F1,2}$  - radijus zakrivljenosti korijena virtualnog zupčanika prema [3] str. 11, mm

$$\rho_{F1} = 1,9 + \frac{2 * (-0,17)^2 * 5}{\cos(0,84379) * (16,691 * \cos^2(0,84379) - 2 * (-0,17))} = 1,956 \text{ mm}$$

$$\rho_{F1,2} = 1,9 + \frac{2 * (-0,51243)^2 * 5}{\cos(0,96589) * (55,29 * \cos^2(0,96589) - 2 * (-0,51243))} = 2,144 \text{ mm}$$

$$q_{s1} = \frac{11,353}{2 * 1,956} = 2,901 \text{mm}$$

$$q_{s2} = \frac{11,357}{2 * 2,144} = 2,648 \text{mm}$$

$$L_1 = \frac{S_{Fn1}}{h_{Fe1}} \quad (3.114)$$

$$L_2 = \frac{S_{Fn2}}{h_{Fe2}} \quad (3.115)$$

$L_{1,2}$  - omjer koraka i visine zuba virtualnog zupčanika prema [3] str. 14

$$L_1 = \frac{11,353}{5,21} = 2,179$$

$$L_2 = \frac{11,357}{6,3} = 1,803$$

$$Y_{S1} = (1,2 + 0,13 * 2,179) * 2,901 \left[ \frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{2,179}} \right] = 2,374$$

$$Y_{S2} = (1,2 + 0,13 * 1,803) * 2,648 \left[ \frac{1}{1,21 + \frac{2,3}{1,803}} \right] = 2,122$$

$$Y_{\beta} = 1 - \varepsilon_{\beta} * \frac{\beta}{120^{\circ}} \quad (3.116)$$

$Y_{\beta}$  - faktor nagiba boka prema [3] str. 16

$$Y_{\beta} = 1 - 1 * \frac{10}{120} = 0,917$$

Napomena: Kako je  $\varepsilon_{\beta} > 1$  se umjesto  $\varepsilon_{\beta}$  unosi vrijednost 1 u jednadžbu za  $Y_{\beta}$ .

$$Y_B = 1$$

$Y_B$  - faktor debljine obruča, kako su oba zupčanika izrađena iz krutog diska se uzima  $Y_B = 1$  prema [3] str. 17

Ostali faktori se ne proračunavaju nego biraju po kriterijima. Kriteriji za odabir ostalih faktora su kvaliteta izrade zupčanika i očekivani broj ciklusa.

Očitano:  $Y_{\delta_{relT}} = 1$  - faktor osjetljivosti zareza prema [3] str. 24

$Y_{R_{relT}} = 1$  - relativni faktor površine prema [3] str. 29

$Y_X = 1$  - faktor veličine prema [3] str. 30

$Y_{DT} = 1$  - faktor dubine zuba prema [3] str. 18

$Y_{NT1} = 0,85$  - faktor vijeka trajanja pogonskog zupčanika prema [3] str. 21

$Y_{NT2} = 0,9$  - faktor vijeka trajanja gonjenog zupčanika prema [3] str. 21

### 3.6.2 Izračun naprežanja i faktora sigurnosti obzirom na savijanje korijena

$$\sigma_{F1} = \frac{F_t}{b * m_n} * Y_{F1} * Y_{S1} * Y_{\beta} * Y_B * Y_{DT} \quad (3.117)$$

$$\sigma_{F2} = \frac{F_t}{b * m_n} * Y_{F2} * Y_{S2} * Y_{\beta} * Y_B * Y_{DT} \quad (3.118)$$

$\sigma_{F1,2}$  - naprežanje korijena zuba prema [3] str. 3, MPa

$$\sigma_{F1} = \frac{5388}{125 * 5} * 1,137 * 2,374 * 0,917 * 1 * 1 = 21,335 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{F2} = \frac{5388}{125 * 5} * 1,438 * 2,122 * 0,917 * 1 * 1 = 24,113 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{FP1} = \sigma_{Flim1} * Y_{NT1} * Y_X * Y_{R_{relT}} * Y_{\delta_{relT}} \quad (3.119)$$

$$\sigma_{FP2} = \sigma_{Flim2} * Y_{NT2} * Y_X * Y_{R_{relT}} * Y_{\delta_{relT}} \quad (3.120)$$

$\sigma_{FP1,2}$  - dopušteno naprežanje korijena zuba prema [3] str. 7, MPa

$$\sigma_{FP1} = 215 * 0,85 * 1 * 1 * 1 = 182,75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{FP2} = 215 * 0,9 * 1 * 1 * 1 = 193,5 \text{ MPa}$$

$$S_{F1} = \frac{\sigma_{FP1}}{\sigma_{F1}} \quad (3.121)$$

$$S_{F2} = \frac{\sigma_{FP2}}{\sigma_{F2}} \quad (3.122)$$

$S_{F1,2}$  - faktor sigurnosti korijena zuba prema [3] str. 2

$$S_{F1} = \frac{182,75}{21,335} = 8,57$$

$$S_{F1} = \frac{193,5}{24,113} = 8,03$$

#### 4. ZAKLJUČAK

Proračunom je utvrđeno da je odabrana geometrija zupčanika zadovoljila kriterije čvrstoće. Obzirom na dobivene faktore sigurnosti se očekuje ograničeno javljanje rupičenja/pittinga na boku zuba pa se takav zupčanički par mora provjeravati nakon određenog perioda eksploatacije da se utvrdi stanje boka zuba i pravovremeno zamjene zupčanici kojima prijeti zatajenje.

Prilikom korištenja norme HRN ISO 6336:2009 je primijećeno više formula koje se ne podudaraju s primjerom koji je dan od strane ISO organizacije za olakšanje korištenja norme.



## 5. LITERATURA

- [1] ISO 6336-1:2009 [2009]
- [2] ISO 6336-2:2009 [2009]
- [3] ISO 6336-3:2009 [2009]
- [4] ISO 6336-5:2009 [2009]
- [5] ISO 6336-6:2009 [2009]
- [6] ISO 1328 [2013]
- [7] Eugen Oberšmit: Ozubljenja i zupčanici [1982]
- [8] Milan Opalić: Prijenosnici snage i gibanja [1998]
- [9] ISO 53:1998
- [10] DIN 780
- [11] [www.antikythera-mechanism.gr](http://www.antikythera-mechanism.gr)
- [12] The Modern History of Computing [2000]
- [13] [www.nasa.gov/feature/automaton-rover-for-extreme-environments-aree](http://www.nasa.gov/feature/automaton-rover-for-extreme-environments-aree)
- [14] [www.steel-grades.com](http://www.steel-grades.com)
- [15] KissSoft
- [16] [www.madsystems.com](http://www.madsystems.com)
- [17] [www.mscsoftware.com](http://www.mscsoftware.com)
- [18] [www.media.noria.com](http://www.media.noria.com)
- [19] [www.researchgate.net](http://www.researchgate.net)
- [20] J. Flašker, S. Glodež, Z. Ren: Zobniška Gonila [2010]
- [21] ISO 54:1996 [1996]