Procjena cjelovitosti i radnog vijeka posude pod tlakom

Vračarić, Marko

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:366043

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-19**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Marko Vračarić

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentor:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit, dipl. ing.

Student:

Marko Vračarić

Zagreb, 2017.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Ivici Skozritu na prenesenom znanju, korisnim savjetima, strpljivosti, potpori i stručnom vođenju tijekom izrade diplomskog rada.

Također, zahvaljujem se Damjanu Čakmaku, mag. ing. i doc. dr. sc. Ivici Galiću na korisnim savjetima tijekom izrade diplomskog rada.

Veliko hvala Bogu na obilnom blagoslovu, mojoj obitelji i zaručnici.

Marko Vračarić

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur. broj:	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Marko Vračarić** Mat. br.: 0035187936

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Procjena cjelovitosti i radnog vijeka posude pod tlakom**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Structural Integrity Assessment and Life Prediction of Pressure Vessel**

Opis zadatka:

Procjena cjelovitosti (integriteta) i radnog vijeka posude pod tlakom s pukotinom provodi se primjenom određenih normi ili u zadnje vrijeme primjenom numeričke analize metodom konačnih elemenata u kombinaciji s određenim normama, kako npr. preporuča norma API 579. Dobro je poznato da su eksplozije tj. havarije posuda pod tlakom vrlo opasne po ljudski život, a u zadnje vrijeme također je jako bitan utjecaj na okoliš.

Za proizvoljno odabrane dimenzije konstrukcijskog elementa i pukotina potrebno je:
- primjenom metode konačnih elemenata tj. programskog paketa Abaqus® provesti verifikaciju tj. određivanje koeficijenata intenzivnosti naprezanja i *J*-integrala na vlačno opterećenoj ploči s polueliptičkom površinskom pukotinom i usporediti s dostupnim analitičkim izrazima,
- modelirati i analizirati pukotine u modelu zatvorene debelostijene i tankostijene cijevi opterećene unutarnjim tlakom, te izračunati: granični tlak, tlak plastičnog kolapsa, koeficijent intenzivnosti naprezanja, *J*-integral primjenom GE/EPRI metode i metode referentnog naprezanja, te procjenu cjelovitosti u dijagramu procjene loma (FAD),
- usporediti rezultate dobivene metodom konačnih elemenata i upotrebom dostupnih standarda,
- procijeniti životni vijek uslijed cikličkog opterećenja, tj. simulirati rast pukotine do kritične veličine pomoću programskog paketa FE-Safe®.

Za diskretizaciju modela koristiti dostupne konačne elemente iz korištenog programskog paketa. Za sve primijenjene konačne elemente izvršiti verifikaciju na jednostavnijim problemima te rezultate usporediti s pripadnim analitičkim rješenjima. Osim toga, za proračunski model potrebno je odrediti optimalnu mrežu konačnih elemenata te prikazati konvergenciju rješenja.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:	Datum predaje rada:	Predviđeni datum obrane:
28. rujna 2017.	30. studenog 2017.	6., 7. i 8. prosinca 2017.

Zadatak zadao: Predsjednica Povjerenstva:

Doc. dr. sc. Ivica Skozrit Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

SADRŽAJ

SADRŽAJ I
POPIS SLIKA III
POPIS TABLICA IX
POPIS OZNAKA X
SAŽETAK XIV
SUMMARY XV
1. UVOD 1
2. MEHANIKA LOMA 4
2.1. Koeficijent intenzivnosti naprezanja 5
2.2. *J*-integral 6
2.3. Metoda konačnih elemenata u mehanici loma 8
2.3.1. Klasični izoparametrijski konačni elementi 9
2.3.2. Singularni kondenzirani element s međučvorom na ¼ stranice 11
2.3.2.1. Singularni konačni elementi za 3D analizu 12
2.3.3. X-FEM formulacija 14
2.4. Zamor materijala 15
2.4.1. Visokociklički zamor – velik broj ciklusa do loma (N > 100 000) 16
2.4.2. Niskociklički zamor – mali broj ciklusa do loma (100 < N < 100 000) 18
2.4.2.1. $\varepsilon - N$ metoda 18
2.4.2.2. da / dN metoda – metoda brzine rasta zamorne pukotine 21
3. ANALIZA CJELOVITOSTI I ŽIVOTNOG VIJEKA VLAČNO OPTEREĆENE PLOČE S RAVNOM SREDIŠNJOM PUKOTINOM DUŽ CIJELE DEBLJINE PLOČE 24
3.1. Materijal ploče 24
3.2. Proračun inicijacije pukotine ε–N metodom i broja ciklusa do loma S-N metodom 27
3.2.1. Vlačno opterećena ploča bez pukotine 27
3.2.2. Rastezanje ploče s centralnim kružnim provrtom 32
3.3. Empirijsko rješenje koeficijenata intenzivnosti naprezanja ploče sa središnjom pukotinom 36
3.4. Numerička rješenja parametara mehanike loma ploče sa središnjom pukotinom 37
3.5. Numerička rješenja X-FEM analize 42
3.6. Određivanje *J*-integrala i procjena cjelovitosti u FAD i CDF dijagramu 44
3.7. Rast pukotine i broj ciklusa do loma ploče sa središnjom pukotinom 53
4. VERIFIKACIJA VLAČNO OPTEREĆENE PLOČE S CENTRALNOM POLUELIPTIČNOM PUKOTINOM 58
4.1. Empirijska analiza 58
4.2. Numerička analiza ploče s centralnom polueliptičnom pukotinom 63
5. ANALIZA CJELOVITOSTI I ŽIVOTNOG VIJEKA POSUDE POD TLAKOM 66
5.1. Materijal posude pod tlakom 66
5.2. Inicijacija pukotine u tlačnoj cijevi bez oštećenja 67
5.3. Određivanje koeficijenata intenzivnosti naprezanja 72

5.3.1. Empirijsko određivanje koeficijenata intenzivnosti naprezanja 75
5.3.2. Numeričko određivanje koeficijenata intenzivnosti naprezanja 78
5.3.3. Primjena tehnike podmodeliranja u određivanju koeficijenata intenzivnosti naprezanja 85
5.4. Plastični kolaps (slom) posude pod tlakom 88
5.4.1. Određivanje graničnog tlaka i tlaka plastičnog kolapsa 90
5.4.1.1. Granični tlak i plastični kolaps posude pod tlakom bez pukotine 90
5.4.1.2. Granični tlak i plastični kolaps posude pod tlakom s pukotinom 92
5.4.2. Određivanje J-integrala 100
5.4.2.1. Određivanje J-integrala GE/EPRI metodom 100
5.4.2.2. Određivanje J-integrala metodom referentnog naprezanja 105
5.5. FAD i CDF dijagrami za analizu cjelovitosti posude pod tlakom 106
5.6. Broj ciklusa do loma uslijed rasta polueliptične pukotine kod posude pod tlakom. 113
6. ZAKLJUČAK 119
LITERATURA 123
PRILOZI 125

POPIS SLIKA

Slika 1. Slom cijevi uslijed propagacije pukotine (lijevo) i slom cijevi uslijed naglog preopterećenja (desno) [1] 1
Slika 2. Propuštanje prije loma instalacije tlačnog cjevovoda [2] 1
Slika 3. Dijagram propuštanja prije loma [4, 5] 2
Slika 4. Krhki lom posude pod tlakom [3] 2
Slika 5. Usporedba stvarnih i idealiziranih pukotina [6] 3
Slika 6. Odcijepni (lijevo), smični (sredina) i vijčani (desno) način otvaranja pukotine [10] ... 5
Slika 7. Kontura Γ oko vrha pukotine za izračunavanje *J*-integrala [7] 6
Slika 8. Područje integracije *J*-integrala za 2D slučaj kada obuhvaća vrh (lijevo) i kada ne obuhvaća vrh pukotine (desno) [7] 7
Slika 9. Težinska funkcija (lijevo) i područje integracije *J*-integrala za 3D slučaj (desno) [7] . 8
Slika 10. Tetraedarski konačni element C3D4 (lijevo) i C3D10 (desno) [12] 10
Slika 11. 20-čvorni prizmatični izoparametrijski konačni element C3D20R (lijevo) i razmještaj točaka reducirane integracije po presjeku (desno) [7] 10
Slika 12. Četverokutni ljuskasti konačni elementi S4R5 (lijevo), S8R5 (sredina) i položaj točaka integracije za S8R5 konačni element (desno) [11, 21] 11
Slika 13. Prsten konačnih elemenata oko vrha pukotine [7] 11
Slika 14. Sažimanje prizmatičnog konačnog elementa za 3D analizu [7] 12
Slika 15. Konture u vrhu pukotine za 2D analizu [7] 13
Slika 16. Selekcija "obogaćenih" čvorova 2D analize s pukotinom za jednoliku mrežu (a) i nejednoliku mrežu (b) [4] 15
Slika 17. Mehanizam inicijacije mikropukotine na slobodnoj površini materijala [10] 16
Slika 18. Dijagram amplitude naprezanja ovisno o broju ciklusa do loma [4] 16
Slika 19. Utjecaj srednjeg naprezanja na zamornu čvrstoću [4] 17
Slika 20. Cikličko očvršćivanje (lijevo) i cikličko omekšavanje materijala (desno) [4] 19
Slika 21. Stabilizirane histereze za slučaj cikličkog opterećivanja s povećanjem amplitude deformacije (lijevo) i krivulja cikličko naprezanje-deformacija (desno) [4, 13] .. 19
Slika 22. Odnos ukupne amplitude deformacije ovisno o broju ciklusa do iniciranja pukotine [4] 20
Slika 23. Dijagram za pojašnjenje Neuberovog pravila [13] 21
Slika 24. Krivulja dinamičkog rasta pukotine (lijevo) i utjecaj faktora asimetrije (desno) [4, 13] 22
Slika 25. Dijagram naprezanje-deformacija za konstrukcijski čelik S355J2+N 26
Slika 26. Dimenzije vlačno opterećene ploče bez pukotine 27
Slika 27. Rubni uvjeti geometrije i opterećenja numeričkog proračunskog modela ploče 27
Slika 28. Polje naprezanja prema Von Misesu za ploču diskretiziranu s 16 C3D20R konačnih elemenata 28
Slika 29. Dinamička uzbuda čistog istosmjernog opterećenja $\Delta\sigma$ = 400 MPa 28
Slika 30. Rezultati analize zamora do iniciranja pukotine u $\log_{10}$ mjerilu za zadanu ploču 29
Slika 31. Vlačno opterećena tanka ploča s centralnim kružnim provrtom 32
Slika 32. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu na ploči diskretiziranoj s 6291 CPS8R konačnih elemenata (na donjem dijelu slike nalaze se uvećani prikazi domene provrta) 33
Slika 33. Konvergencija naprezanja ploče s kružnim provrtom diskretizirane ravninskim KE za ravninsko stanje naprezanja (RSN) i ravninsko stanje deformacija (RSD) 34

Slika 34. Geometrija vlačno opterećene ploče sa središnjom pukotinom [6, 22] 36
Slika 35. Omjer koeficijenta intenzivnosti naprezanja i vlačnog opterećenja ovisno o omjeru duljine pukotine i širine ploče prema empirijskom izrazu i norme [6] 37
Slika 36. Linija vrha pukotine i vektor smjera širenja pukotine (lijevo) i rubni uvjeti geometrije i opterećenja ploče sa središnjom pukotinom za 1/8 proračunskog modela (desno) 38
Slika 37. Diskretizacija ploče s 4724 konačna elementa i prikaz polja ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu u MPa oko vrha pukotine za opterećenje σ = 100 MPa 38
Slika 38. Konvergencija koeficijenta intenzivnosti naprezanja po debljini ploče t = 10 mm, duljine pukotine $2a$ = 20 mm i opterećene σ = 100 MPa..... 39
Slika 39. Raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja po debljini ploče t = 10 mm za različite duljine pukotina pri opterećenju σ = 200 MPa..... 39
Slika 40. Raspodjela koeficijenata intenzivnosti naprezanja za različite debljine ploča pri duljini središnje pukotine $2a$ = 20 mm i opterećenju σ = 200 MPa 40
Slika 41. Usporedba empirijskih i numeričkih rezultata dobivenih 3D konačnim elementima 40
Slika 42. 3D zona plastičnosti po debljini ploče (lijevo) i veličine plastičnih zona i stanja naprezanja: plastična zona veličine reda debljine ploče (a), mala zona plastičnosti (b) i srednja veličina zone plastičnosti (c) [23] 41
Slika 43. Definiranje modela i plohe pukotine za X-FEM analizu (lijevo) i rubni uvjeti geometrije i opterećenja proračunskog modela ploče sa središnjom pukotinom (desno) 42
Slika 44. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu u MPa dobiveno X-FEM analizom za ploču diskretiziranu s 69808 C3D8R KE (prijelaz na rjeđu mrežu izveden je C3D4 KE) 43
Slika 45. Konvergencija koeficijenata intenzivnosti naprezanja duž debljine ploče za X-FEM analizu i usporedba s rezultatom analize singularnim konačnim elementima (t = 10 mm, a = 10 mm, σ = 200 MPa) 43
Slika 46. Usporedba analitičkog i numeričkog rješenja graničnog opterećenja ploče sa središnjom pukotinom ovisno o duljini pukotine 44
Slika 47. Polje ekvivalentnog naprezanja oko vrha pukotine za slučaj elastoplastične analize (t = 10 mm, a = 10 mm, σ = 350 MPa, 4724 KE , GE/EPRI metoda)..... 45
Slika 48. Polje plastičnih deformacija oko vrha pukotine za slučaj elastoplastične analize (t = 10 mm, a = 10 mm, σ = 350 MPa, 4724 KE , GE/EPRI metoda) 45
Slika 49. Topografski dijagram ukupnog J-integrala s obzirom na opterećenje i duljinu pukotine 46
Slika 50. Omjer ukupnog i elastičnog J-integrala ovisno o naprezanju koji je dobiven numeričkom analizom i prikaz "grafičke" metode određivanja referentnog opterećenja..... 48
Slika 51. Bezdimenzijska utjecajna funkcija plastičnog dijela J-integrala ovisno o omjeru opterećenja i graničnog opterećenja za ploču sa središnjom pukotinom (a = 10 mm , t = 10 mm , GE/EPRI metoda)..... 49
Slika 52. Usporedba prirasta opterećenja u FAD dijagramu za referentno naprezanje određeno "grafički", GE/EPRI metodom i MRN metodom (a = 10 mm, t = 10 mm, $0 < \sigma <$ 500 MPa) 50
Slika 53. Usporedba GE/EPRI metode i MRN metode s obzirom na ukupni J-integral i omjer opterećenja (a = 10 mm, t = 10 mm) 50
Slika 54. Optimirano referentno opterećenje za različite duljine pukotina prema GE/EPRI metodi 51

Slika 55. Pravci prirasta opterećenja za različite duljine središnjih pukotina u ploči (FAD dijagram, GE/EPRI metoda)..... 51
Slika 56. Rast pukotine pri jednakom opterećenju (FAD dijagram, GE/EPRI metoda)..... 52
Slika 57. Prirast opterećenja za različite duljine pukotina (CDF dijagram)..... 52
Slika 58. Rast pukotine s obzirom na pojedini slučaj konstantnog opterećenja (CDF dijagram) 53
Slika 59. Raspon koeficijenta intenzivnosti naprezanja ovisno o duljini pukotine ($R = 0$) 54
Slika 60. Krivulja brzine rasta pukotine pri linearno-elastičnom ponašanju materijala za empirijsko i numeričko rješenje koeficijenta intenzivnosti naprezanja 55
Slika 61. Broj ciklusa do loma uslijed rasta pukotine od početne duljine a = 1 mm do duljine a = 40 mm prema Parisovu modelu za linearno-elastično ponašanje materijala... 55
Slika 62. Usporedba elastičnog, plastičnog i ukupnog raspona J-integrala ovisno o duljini pukotine za ploču sa središnjom pukotinom 56
Slika 63. Krivulje brzine rasta za elastični, plastični i ukupni J-integral..... 57
Slika 64. Usporedba broja ciklusa do loma za elastični, plastični i ukupni J-integral..... 57
Slika 65. Dimenzije polueliptične površinske pukotine vlačno opterećene ploče [22] 58
Slika 66. Koordinatni sustav za definiranje parametarskog kuta polueliptične pukotine [22] 58
Slika 67. Raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja po polueliptičnoj površinskoj pukotini ovisno o omjeru a/c uz konstantnu dubinu pukotine (a/t = 0,4) 60
Slika 68. Raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja po polueliptičnoj površinskoj pukotini ovisno o omjeru a/t uz konstantnu duljinu pukotine (a/c=0,4) 60
Slika 69. Koeficijent intenzivnosti naprezanja K_I (ϕ = 90°) za različite omjere dimenzija polueliptične pukotine na vlačno opterećenoj ploči (σ = 100 MPa)..... 61
Slika 70. Koeficijent intenzivnosti naprezanja K_I (ϕ = 0°) za različite omjere dimenzija polueliptične pukotine na vlačno opterećenoj ploči (σ = 100 MPa)..... 61
Slika 71. Raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja K_I po polueliptičnoj pukotini za različite omjere a/c (σ = 100 MPa, a/t = 0,4)..... 62
Slika 72. Raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja K_I po polueliptičnoj pukotini za različite omjere a/t (σ = 100 MPa, a/c = 0,4)..... 62
Slika 73. Definiranje normale na liniju pukotine (lijevo) i rubni uvjeti geometrije i opterećenja ¼ proračunskog modela ploče s polueliptičnom pukotinom (desno)..... 63
Slika 74. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu u MPa za ¼ proračunskog modela s 7859 KE (područje oko vrha pukotine diskretizirano je singularnim 3D konačnim elementima) 64
Slika 75. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu nakon X-FEM analize proračunskog modela diskretiziranog s 29123 KE..... 64
Slika 76. Usporedba empirijskog i numeričkog rješenja koeficijenta intenzivnosti naprezanja uslijed propagacije pukotine ovisno o kutu polueliptične pukotine 65
Slika 77. Usporedba numeričkih rezultata koeficijenata intenzivnosti naprezanja po polueliptičnoj pukotini primjenom singularnih 3D konačnih elemenata i X-FEM analize..... 65
Slika 78. Krivulje naprezanje-deformacija za austenitni čelik 08X18H10T 67
Slika 79. Zatvorena cijev pod tlakom bez oštećenja 68
Slika 80. Utjecaj omjera R_u/t na granični tlak 69
Slika 81. Raspodjela naprezanja po debljini stijenke (t = 2 mm) tanke i debele cijevi..... 69
Slika 82. Raspodjela omjera radijalnog pomaka i unutarnjeg polumjera cijevi po debljini stijenke tanke i debele cijevi 70
Slika 83. Rubni uvjeti geometrije i opterećenja za 1/8 proračunskog modela cijevi 70
Slika 84. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu u MPa za cijev R_u/t = 10 diskretiziranu s 5400 C3D20R KE..... 71

Slika 85. Polje broja ciklusa do iniciranja pukotine u logaritamskom mjerilu za debelostjenu cijev $R_u/t = 10$ (lijevo) i tankostjenu cijev $R_u/t = 60$ (desno) (dinamička uzbuda je $\Delta\sigma/2 = p_L$) 71
Slika 86. Ovisnost broja ciklusa do iniciranja pukotine o omjeru R_u/t (numerički rezultati) .. 71
Slika 87. Posuda pod tlakom s unutarnjom uzdužnom polueliptičnom pukotinom i pripadajućim dimenzijama [7]..... 73
Slika 88. Uzdužna unutarnja (a), uzdužna vanjska (b), cirkularna unutarnja (c), cirkularna vanjska (d) površinska polueliptična pukotina [6] 73
Slika 89. Rast kratke (a) i duge (b) polueliptične pukotine za vlačno opterećenje ploče ili opterećenje cijevi unutarnjim tlakom [5] 74
Slika 90. Rast kratke (a) i duge (b) polueliptične pukotine za opterećenje savijanjem po dužini geometrijskog modela s pripadajućom pukotinom [5]..... 74
Slika 91. Usporedba empirijskih rezultata omjera koeficijenta intenzivnosti naprezanja i tlaka opterećenja ovisno o omjeru dimenzija polueliptične pukotine..... 77
Slika 92. Usporedba empirijskih rezultata omjera koeficijenta intenzivnosti naprezanja i tlaka opterećenja ovisno o kutu polueliptične pukotine ($a/t = 0{,}4$ i $c/a = 8$)..... 77
Slika 93. Usporedba empirijskih rezultata omjera koeficijenta intenzivnosti naprezanja i tlaka opterećenja ovisno o kutu polueliptične pukotine tijekom propagacije pukotine u dubinu..... 78
Slika 94. Rubni uvjeti geometrije i opterećenja posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom pukotinom za 1/4 proračunskog modela 79
Slika 95. Rubni uvjeti geometrije i opterećenja oko linije vrha polueliptične pukotine: uzdužna unutarnja (a), uzdužna vanjska (b), cirkularna unutarnja (c), cirkularna vanjska (d) 79
Slika 96. Diskretizacija posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom pukotinom $R_u/t = 10$ (lijevo) i $R_u/t = 60$ (desno) 80
Slika 97. Diskretizacija oko linije vrha pukotine za posudu pod tlakom $R_u/t = 10$ s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom s omjerom dimenzija $a/t = 0{,}2$ i $c/a = 16$ (a), $a/t = 0{,}4$ i $c/a = 8$ (b), $a/t = 0{,}6$ i $c/a = 5{,}33$ (c), $a/t = 0{,}8$ i $c/a = 4$ (d)..... 80
Slika 98. σ_{ekv} u MPa ($R_u/t = 10$, $p = 100$ MPa, $a/t = 0{,}6$ i $c/a = 5{,}33$): uzdužna unutarnja (a), uzdužna vanjska (b), cirkularna unutarnja (c), cirkularna vanjska (d) polueliptična pukotina..... 81
Slika 99. σ_{ekv} u MPa ($R_u/t = 10$, $p = 100$ MPa, $a/t = 0{,}6$ i $c/a = 5{,}33$): uzdužna unutarnja (a), uzdužna vanjska (b), cirkularna unutarnja (c), cirkularna vanjska (d) polueliptična pukotina (uvećan deformirani prikaz područja oko linije vrha pukotine)..... 81
Slika 100. σ_{ekv} u MPa ($R_u/t = 10$, $p = 100$ MPa, uzdužna unutarnja polueliptična pukotina): $a/t = 0{,}2$ i $c/a = 16$ (a), $a/t = 0{,}4$ i $c/a = 8$ (b), $a/t = 0{,}6$ i $c/a = 5{,}33$ (c), $a/t = 0{,}8$ i $c/a = 4$ (d) 82
Slika 101. Usporedba empirijskih i numeričkih rješenja koeficijenata intenzivnosti naprezanja 82
Slika 102. Topografski dijagram koeficijenta intenzivnosti naprezanja ($\phi = 90°$) ovisno o tlaku opterećenja i omjeru a/t za posudu pod tlakom $R_u/t = 10$ s uzdužnom unutarnjom (lijevo) i uzdužnom vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom 83
Slika 103. Topografski dijagram koeficijenta intenzivnosti naprezanja ($\phi = 90°$) ovisno o tlaku opterećenja i omjeru a/t za posudu pod tlakom $R_u/t = 10$ s cirkularnom unutarnjom (lijevo) i cirkularnom vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom 84
Slika 104. Topografski dijagram bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja ($\phi = 90°$) ovisno o omjeru a/t i c/a za posudu pod tlakom $R_u/t = 10$ (lijevo) i $R_u/t = 60$ (desno) s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom..... 84

Slika 105. Utjecaj lokalnog savijanja posude pod tlakom bez pukotine kod *shell-to-solid* tipa podmodeliranja: shema [7] (a) i numerički primjer za cijev $R_u/t = 10$ i $p = 100$ MPa (b) 85
Slika 106. Shema i dimenzije podmodela u odnosu na globalni model [7] 86
Slika 107. Diskretizirani ljuskasti globalni model $R_m = 21$ mm (a) i veličina podmodela posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom ($R_u/t = 10$; $a/t = 0{,}4$ i $c/a = 8$) za $s/c = 1{,}37$ (b), $s/c = 2{,}16$ (c), $s/c = 2{,}94$ (d), $s/c = 3{,}72$ (e) i $s/c = 4{,}5$ (f) 86
Slika 108. Razlika u % koeficijenata intenzivnosti naprezanja podmodela i cijelog modela s 3D KE ovisno o veličini podmodela za različite omjere dimenzija pukotina ($R_u/t = 10$) 87
Slika 109. Polje ekvivalentnog naprezanja za različite veličine podmodela posude pod tlakom ($R_u/t = 10$, $a/t = 0{,}6$ i $c/a = 5{,}33$) za $s/c = 1{,}36$ (a) i $s/c = 2{,}92$ (b) 88
Slika 110. Usporedba plastičnog kolapsa eksperimenta i simulacije: plastični kolaps dobiven eksperimentom [28, 1] (a), simulacija graničnog tlaka (elastično-idealno plastičan materijal) (b), simulacija plastičnog kolapsa (stvarni materijal) (c), plastični kolaps nakon ekstremne točke (*snap-through*) za stvarni materijal (d) 91
Slika 111. Topografski dijagrami graničnog tlaka s obzirom na omjere dimenzija polueliptične pukotine za posudu pod tlakom s uzdužnom unutarnjom pukotinom $R_u/t = 10$ empirijskih izraza prema Carteru (a), Stattu (b), Battelleu (c) i MKE interpolaciji (d) [29] 94
Slika 112. Usporedba empirijskog i numeričkog rješenja graničnog tlaka posude pod tlakom $R_u/t = 10$ s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom tijekom propagacije 95
Slika 113. Topografski dijagrami graničnog tlaka s obzirom na omjere dimenzija polueliptične pukotine za posudu pod tlakom s uzdužnom vanjskom pukotinom $R_u/t = 10$ empirijskih izraza prema Carteru (a), Stattu (b), Kimu (c) i Skozritu (d) [7, 30] 96
Slika 114. Usporedba empirijskog i numeričkog rješenja graničnog tlaka ovisno o omjerima dimenzija polueliptične pukotine za posudu pod tlakom $R_u/t = 10$ s uzdužnom vanjskom pukotinom 97
Slika 115. Numerička rješenja graničnog tlaka ovisno o omjeru dimenzija pukotine za različite položaje pukotina kod posude pod tlakom $R_u/t = 10$ 97
Slika 116. Usporedba tlakova plastičnog kolapsa dobivenih numeričkim simulacijama ovisno o omjeru dimenzija pukotine za različite položaje pukotina kod posude pod tlakom $R_u/t = 10$ 98
Slika 117. Granični tlak i tlak plastičnog kolapsa ovisno o omjeru dimenzija pukotine tijekom propagacije za posudu pod tlakom $R_u/t = 60$ s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom 98
Slika 118. Deformirani oblici posude pod tlakom $R_u/t = 10$ s uzdužnom unutarnjom (a), uzdužnom vanjskom (b), cirkularnom unutarnjom (c), cirkularnom vanjskom (d) pukotinom 99
Slika 119. Polja ekvivalentnog naprezanja oko linije vrha polueliptične pukotine tlačne posude 99
Slika 120. Topografski dijagram ukupnog *J*-integrala za posudu pod tlakom s uzdužnom unutarnjom (lijevo) i uzdužnom vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom 102
Slika 121. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela *J*-integrala tlačne posude s uzdužnom unutarnjom (lijevo) i vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom ovisno o omjeru tlaka opterećenja i graničnog tlaka 104

Slika 122. Topografski dijagrami bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela *J*-integrala tlačne posude s uzdužnom unutarnjom (lijevo) i uzdužnom vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom ovisno o tlaku opterećenja i omjerima dimenzija pukotina 104
Slika 123. Usporedba GE/EPRI metode i MRN metode za tlačnu posudu s uzdužnom unutarnjom (lijevo) i uzdužnom vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom 105
Slika 124. Modeli i metode za proračun različitih krivulja FAD dijagrama [17] 106
Slika 125. Omjer ukupnog i elastičnog *J*-integrala ovisno o tlaku opterećenja dobiven numeričkom analizom i prikaz "grafičke" metode određivanja referentnog opterećenja za zadani materijal tlačne posude (R_u/t = 10, uzdužna unutarnja pukotina, a/t = 0,6 i c = konst.) 107
Slika 126. Usporedba "grafičke", GE/EPRI i MRN metode u FAD dijagramu za prirast opterećenja zadane uzdužne unutarnje polueliptične pukotine (R_u/t = 10, a/t = 0,6 i c = konst.) 108
Slika 127. Usporedba "grafičke", GE/EPRI i MRN metode u FAD dijagramu za rast pukotine uslijed konstantnog tlaka opterećenja (R_u/t = 10, uzdužna unutarnja pukotina, p = 10 MPa) 108
Slika 128. Prirast opterećenja u FAD dijagramu za različite dimenzije uzdužnih unutarnjih polueliptičnih pukotina kod posude pod tlakom (MRN metoda) 109
Slika 129. Propagacija uzdužnih unutarnjih polueliptičnih pukotina kroz debljinu stijenke tlačne posude za različite tlakove opterećenja u FAD dijagramu (MRN metoda) 109
Slika 130. Prirast tlaka opterećenja u CDF dijagramu za različite veličine uzdužnih unutarnjih polueliptičnih pukotina uslijed propagacije kod posude pod tlakom (MRN metoda) 110
Slika 131. Propagacija uzdužne unutarnje polueliptične pukotine kroz stijenku posude pod tlakom u CDF dijagramu za različite tlakove opterećenja (MRN metoda) 110
Slika 132. Usporedba "grafičke", GE/EPRI i MRN metode u određivanju optimiranog referentnog tlaka ovisno o dimenzijama uzdužne unutarnje polueliptične pukotine 111
Slika 133. Usporedba prirasta tlaka opterećenja za uzdužnu unutarnju i vanjsku polueliptičnu pukotinu tlačne posude (R_u/t = 10, a/t = 0,6 i c = konst., MRN metoda) 111
Slika 134. Usporedba rasta uzdužne unutarnje i vanjske polueliptične pukotine kod posude pod tlakom pri jednolikom tlaku opterećenja (R_u/t = 10 , p = 10 MPa, MRN metoda) 112
Slika 135. Promjena raspona koeficijenata intenzivnosti naprezanja ovisno o dubini polueliptične pukotine za različite položaje pukotina kod posude pod tlakom 114
Slika 136. Krivulje brzine stabilnog rasta različitih položaja polueliptičnih pukotina kod posude pod tlakom (Parisov model: linearno-elastično ponašanje materijala) 114
Slika 137. Broj ciklusa do loma uslijed propagacija različitih položaja polueliptičnih pukotina ovisno o dubini pukotine (Parisov model: linearno-elastično) 115
Slika 138. Usporedba raspona elastičnog, plastičnog i ukupnog *J*-integrala ovisno o dubini uzdužne unutarnje (lijevo) i vanjske (desno) polueliptične pukotine kod posude pod tlakom 117
Slika 139. Krivulje brzine rasta uzdužne unutarnje (lijevo) i vanjske(desno) polueliptične pukotine kod posude pod tlakom ovisno o rasponu *J*-integrala u elastoplastičnom području 117
Slika 140. Usporedba broja ciklusa do loma ovisno o dubini uzdužne unutarnje i vanjske polueliptične pukotine za elastični, plastični i ukupni dio *J*-integrala 118

POPIS TABLICA

Tablica 1. Svojstva materijala S355 J2+N [18, 19] 24
Tablica 2. Usporedba analitičkog i numeričkog rješenja broja ciklusa do inicijacije pukotine i broja ciklusa do loma 31
Tablica 3. Usporedba numeričkih rezultata broja ciklusa do inicijacije pukotine i broja ciklusa do loma za 3D i 2D statičku analizu ploče 31
Tablica 4. Broj ciklusa do iniciranja pukotine za ploču s kružnim provrtom za ravnisnko stanje naprezanja i ravninsko stanje deformacije 34
Tablica 5. Usporedba empirijskog i numeričkog rješenja koeficijenta intenzivnosti naprezanja uslijed propagacije pukotine kroz zadanu ploču 64
Tablica 6. Svojstva materijala 08X18H10T [7, 25] 66
Tablica 7. Usporedba rezultata za debele cijevi (R_u/t = 10) i tanke cijevi (R_u/t = 60) 72
Tablica 8. Četiri omjera dimenzija polueliptične pukotine tijekom propagacije kroz debljinu stijenke (primijenjeno na sve naredne simulacije) 75
Tablica 9. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja i bezdimenzijske utjecajne funkcije posude pod tlakom R_u/t = 10 opterećene s p = 10 MPa tijekom propagacije polueliptične pukotine 83
Tablica 10. Usporedba analitičkog (jednadžbom (87)) i numeričkog (graničnom analizom) rješenja graničnog tlaka 92
Tablica 11. Usporedba tlaka plastičnog kolapsa dobivenog analitički (uvrštavanjem naprezanja tečenja u (87)) i numerički (inkrementalnom teorijom plastičnosti) .. 92
Tablica 12. Numerički rezultati graničnog tlaka i tlaka plastičnog kolapsa za posudu pod tlakom R_u/t = 10 i R_u/t = 60 s polueliptičnim pukotinama 100
Tablica 13. Ukupni, elastični i plastični dio J-integrala za različite tlakove opterećenja posude pod tlakom R_u/t = 10 s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom za ϕ = 90° 101
Tablica 14. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu elastičnog dijela J-integrala tlačne posude R_u/t = 10 s uzdužnom unutarnjom i vanjskom polueliptičnom pukotinom 103
Tablica 15. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela J-integrala tlačne posude s uzdužnom unutarnjom i vanjskom polueliptičnom pukotinom ovisno o tlaku 103
Tablica 16. Brzine rasta pukotine i prirasti broja ciklusa do loma za različite položaje polueliptičnih pukotina (p = 10 MPa, c = konst., R_u/t = 10, Parisov model: linearno-elastično) 115
Tablica 17. Usporedba brzine rasta i prirasta broja ciklusa do loma elastoplastične analize posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom i vanjskom polueliptičnom pukotinom 118

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
a	mm	Dubina polueliptične pukotine
a	mm	Duljina središnje pukotine ploče
A	mm^2	Površina poprečnog presjeka
b	mm	Eksponent zamorne čvrstoće
b	mm	Širina ploče
B	mm	Debljina ploče
$\mathbf{B}$		Matrica prelogaritamskih energetskih koeficijenata
$B(x)$		Asimptotsko polje pomaka
$2c$	mm	Duljina polueliptične pukotine
c	-	Eksponent zamorne duktilnosti
C_{DB}	$\dfrac{\mathrm{mm}}{ciklus \cdot (\mathrm{MPa} \cdot \mathrm{mm})^{m_{DB}}}$	Dowling-Begleyeva konstanta (koeficijent)
C_{P}	$\dfrac{\mathrm{mm}}{ciklus \cdot (\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}})^{m_P}}$	Parisova konstanta (koeficijent)
$\mathrm{d}s$		Diferencijalna duljina konture Γ
D	-	Oštećenje
e	-	Nominalna deformacija
E	MPa	Youngov modul elastičnosti
E'	MPa	Ciklički modul elastičnosti
F_{a}	N	Aksijalno opterećenje cijevi
F_{y}	MPa	Opterećenje plastičnog tečenja
f_{w}	-	Funkcija oblika
G	MPa	Modul smicanja
G_i		Geometrijske funkcije
H	mm	Visina ploče
h_1	-	Bezdimenzijska utjecajna funkcija
$H(x)$	-	Heavisideova funkcija
J	$\mathrm{MPa} \cdot \mathrm{mm}$	*J*-integral
J_{e}	$\mathrm{MPa} \cdot \mathrm{mm}$	Elastični dio *J*-integrala
J_{mat}	$\mathrm{MPa} \cdot \mathrm{mm}$	Lomna žilavost materijala
J_{p}	$\mathrm{MPa} \cdot \mathrm{mm}$	Plastični dio *J*-integrala
J_{r}		Ordinata CDF dijagrama
k_1	-	Faktor naprezanja tečenja
$\mathbf{K}$	$\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}}$	Matrica koeficijenta intenzivnosti naprezanja

K_{I}	$\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}}$	Koeficijent intenzivnosti naprezanja za odcijepni način otvaranja pukotine
K'	MPa	Koeficijent cikličkog očvršćenja
K_{C}	$\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}}$	Lomna žilavost materijala
K_{f}	-	Faktor zamora
K_{IC}	$\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}}$	Kritični koeficijent intenzivnosti naprezanja
K_{r}	-	Ordinata FAD dijagrama
K_{t}	-	Faktor koncentracije naprezanja
L	mm	Širina ploče
L	mm	Duljina cijevi
L_{r}	-	Apscisa FAD dijagram (omjer opterećenja)
$L_{\mathrm{r}}^{\max}$	-	Granica plastičnog kolapsa
M_2	-	Foliasov faktor
m_{DB}	-	Dowling-Begleyeva konstanta (eksponent)
m_{P}	-	Parisova konstanta (eksponent)
n	-	Ramberg-Osgoodov eksponent očvršćenja
n'	-	Eksponent cikličkog očvršćenja
n_i	-	Broj ponavljanja *i*-tog ciklusa
N_{i}	-	Broj ciklusa do iniciranja pukotine
N_{f}	-	Broj ciklusa do loma
p	MPa	Tlak
P	MPa	Opterećenje
p_{L}	MPa	Granični tlak
p_{C}	MPa	Tlak plastičnog kolapsa
p_{OR}	MPa	Optimirani referentni tlak
p_{ref}	MPa	Referentni tlak
P_{ref}	MPa	Referentno opterećenje
q	-	Zarezna osjetljivost
q	-	Težinska funkcija kod 3D formulacije *J*-integrala
Q	-	Empirijski izraz
r	-	Koordinata u polarnom koordinatnom sustavu
r	-	Udaljenost od vrha pukotine
R	-	Polumjer provrta
R	-	Omjer naprezanja (asimetrija ciklusa opterećenja)
R_{m}	mm	Srednji polumjer cijevi
$R_{\mathrm{m}}, \sigma_{\mathrm{uts}}$	MPa	Vlačna čvrstoća materijala
$R_{\mathrm{p0,2}}, R_{\mathrm{e}}$	MPa	Granica tečenja (razvlačenja) materijala
$R_{\mathrm{u}} \equiv R_{\mathrm{i}}$	mm	Unutarnji polumjer cijevi
$R_{\mathrm{v}} \equiv R_{\mathrm{o}}$	mm	Vanjski polumjer cijevi
$2s$	mm	Veličina podmodela

S	MPa	Nominalno naprezanje
S_a	MPa	Amplituda naprezanja
S_{a0}	MPa	Amplituda naprezanja uz utjecaj srednjeg naprezanja
S'_f	MPa	Koeficijent zamorne (dinamičke) čvrstoće
S_m	MPa	Srednje naprezanje
S_{ult}	MPa	Vlačna čvrstoća
t	mm	Debljina stijenke
u	mm	Pomak u x smjeru Kartezijevog koordinatnog sustava
U	J	Unutarnja energija
U_0	MPa	Gustoća potencijalne energije deformiranja
u_r	mm	Radijalni pomak
v	mm	Pomak u y smjeru Kartezijevog koordinatnog sustava
w	mm	Pomak u z smjeru Kartezijevog koordinatnog sustava
Y	-	Bezdimenzijska funkcija oblika
α	-	Ramberg-Osgoodov parametar materijala
β	-	Faktor oblika
δ_{1j}	-	Kroneckerov delta
ΔJ	$\mathrm{MPa}\cdot\mathrm{mm}$	Raspon J-integrala
ΔK_{th}	$\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}}$	Minimalni propagacijski raspon koeficijenta intenzivnosti naprezanja
$\Delta\sigma$	MPa	Raspon naprezanja
$\Delta\sigma_\infty$	MPa	Raspon nominalnog naprezanja
$\Delta\varepsilon$	-	Raspon deformacija
$\Delta\varepsilon_e$	-	Raspon elastičnih deformacija
$\Delta\varepsilon_p$	-	Raspon plastičnih deformacija
ΔK	$\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}}$	Raspon koeficijenta intenzivnosti naprezanja
ΔK_C	$\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}}$	Raspon lomne žilavosti
ε	-	Deformacija
ε_0	-	Deformacija kod granice tečenja
ε_a	-	Amplituda deformacija
ε_e	-	Konvencionalna deformacija
ε'_f	-	Koeficijent zamorne duktilnosti
ε_{min}	-	Minimalna deformacija
ε_{max}	-	Maksimalna deformacija
ε_{ref}	-	Referentna deformacija
ε_t	-	Stvarna deformacija
ϕ	°	Kut polueliptične pukotine
Γ	-	Kontura oko vrha pukotine

η	-	Relativna greška unutarnje energije deformiranja
ν	-	Poissonov faktor
θ	-	Koordinata u polarnom koordinatnom sustavu
ρ	-	Normalizirana duljina pukotine
σ	MPa	Naprezanje
σ_a	MPa	Amplituda naprezanja
σ_c	MPa	Cirkularno naprezanje
σ_e	MPa	Konvencionalno naprezanje
σ_f	MPa	Naprezanje tečenja
σ'_f	MPa	Koeficijent zamorne čvrstoće
σ_{HMH}	MPa	Ekvivalentno naprezanje
σ_L	MPa	Granično opterećenje
σ_m	MPa	Srednje naprezanje
σ_{max}	MPa	Maksimalno naprezanje
σ_{min}	MPa	Minimalno naprezanje
σ_r	MPa	Radijalno naprezanje
σ_t	MPa	Stvarno naprezanje
σ_y, σ_{ys}	MPa	Granica tečenja
σ_z	MPa	Aksijalno naprezanje
σ_∞	MPa	Nominalno naprezanje

SAŽETAK

U diplomskom radu opisane su teorijske osnove mehanike loma prema kojima se procjenjuje cjelovitost i životni vijek konstrukcijske komponente. Procjena cjelovitosti za tlačnu opremu opisana je normom API 579. Verifikacija analize zamora provedena je na ploči s kružnim provrtom, a za debelostjenu i tankostjenu posudu pod tlakom uspoređen je broj ciklusa do iniciranja pukotine. X-FEM formulacija i singularni konačni elementi verificirani su na vlačno opterećenoj ploči sa središnjom pukotinom i ploči s centralnom polueliptičnom pukotinom, pri čemu su proračunati koeficijenti intenzivnosti naprezanja. Koeficijent intenzivnosti naprezanja opisuje polje naprezanja oko vrha pukotine za linearno-elastično ponašanje materijala, a *J*-integral za elastoplastično. Za posudu pod tlakom uspoređeni su sljedeći slučajevi: uzdužna unutarnja, uzdužna vanjska, cirkularna unutarnja i crikularna vanjska polueliptična pukotina. Parametre mehanike loma moguće je odrediti *shell-to-solid* podmodeliranjem uz pravilno odabranu veličinu podmodela. Najveće opterećenje posude pod tlakom određeno je graničnim tlakom ili plastičnim kolapsom. Određivanje *J*-integrala računa se GE/EPRI metodom i metodom referentnog naprezanja. Uslijed prirasta opterećenja ili rasta pukotine, dijagramom procjene loma (FAD) i dijagramom razvoja pukotine (CDF) može se analizirati cjelovitost posude pod tlakom. Stabilan rast pukotine unutar posude pod tlakom opisan je Parisovim modelom za linearno-elastično ponašanje materijala i Dowling-Begleyevim modelom za elastoplastično.

Ključne riječi: mehanika loma, metoda konačnih elemenata, koeficijent intenzivnosti naprezanja, *J*-integral, granično opterećenje, plastični kolaps, GE/EPRI metoda, metoda referentnog naprezanja, procjena cjelovitosti posude pod tlakom.

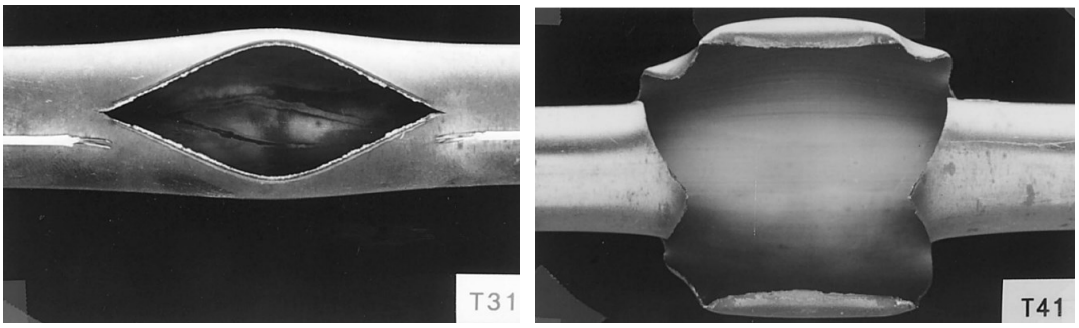
SUMMARY

In graduate thesis are described theoretical bases of fracture mechanics which enable life assessment and structural integrity assessment for structural components. The structural integrity assessment is described by API 579 design codes and standards for pressurized equipment. Fatigue analysis verification is obtained on the circular bore plate and the number of cycle to initiate the crack are compared for thick-walled and thin-walled pressure vessel. X-FEM formulation and singular finite elements are verified on the finite-width plate with centar crack and semi-elliptical centar crack under tensile load, stress intensity factors included. The stress intensity factor describes a stress field around the crack tip for linear-elastic material behaviours and the *J*-integral for elastic-plastic material behaviours. The following cases are compared for the pressure vessel: longitudinal inner and outer, circular inner and outer semi-elliptical cracks. Fracture mechanics parameters can be determined by *shell-to-solid* sub-modelling with a properly selected sub-model size. Maximal load of pressure vessel is defined by limit load or plastic collapse. *J*-integral is calculated by GE/EPRI method or reference stress method. Failure assessment diagram (FAD) and crack driving diagram (CDF) can be used for pressure vessel structural integrity assessment due to crack growth or load increase. Stable crack growth inside the pressure vessel is described by the Paris model for linear-elastic material behaviours and Dowling-Begley's model for elastic-plastic material behaviours.

Key words: fracture mechanics, finite element method, stress intensity factor, *J*-integral, limit load, plastic collapse, GE/EPRI method, reference stress method, structural integrity assessment of pressure vessel.

1. UVOD

Tijekom eksploatacije posuda pod tlakom može doći do pojava pukotina ili oštećenja koja ako se inspekcijskim intervalima pravovremeno ne utvrde, pukotine se mogu proširiti i uzrokovati lom. Ako dođe do oštećenja posude pod tlakom metodama mehanike loma moguće je utvrditi daljnji životni vijek i cjelovitost za pojedina opterećenja i veličine pukotina. Proces otvaranja i širenja pukotine sve do gubitka cjelovitosti ovisi o tlaku i načinu opterećenja, okolnim uvjetima, materijalu itd. Na slici 1. prikazana je tlačna cijev kod koje je došlo do gubitka cjelovitosti uslijed propagacije pukotine i uslijed preopterećenja. Eksperimenti i rezultati preuzeti su prema literaturi [1].



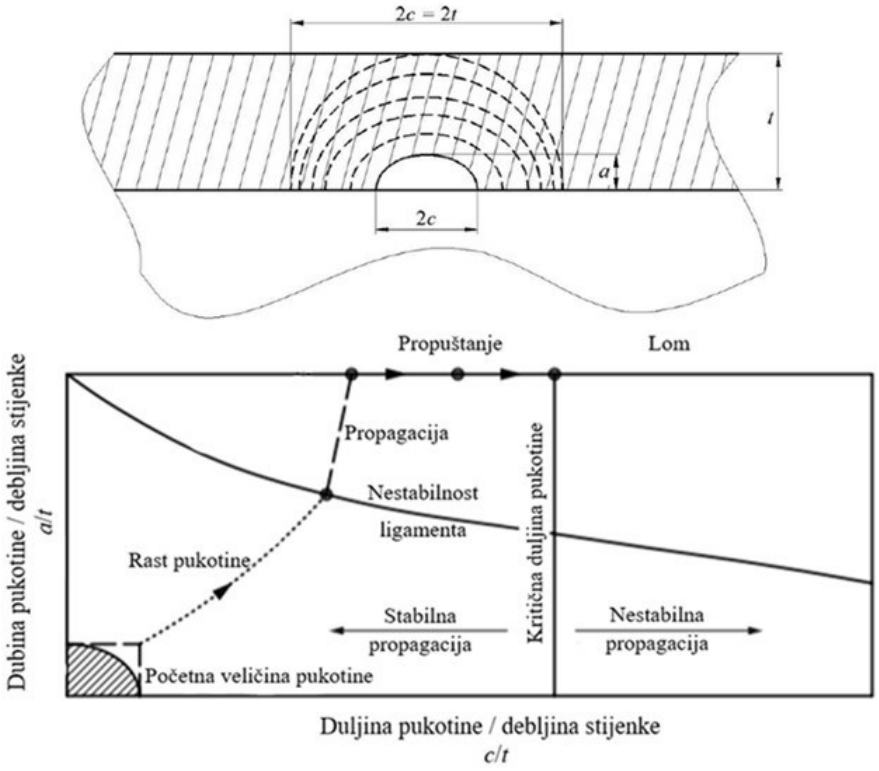
Slika 1. Slom cijevi uslijed propagacije pukotine (lijevo) i slom cijevi uslijed naglog preopterećenja (desno) [1]

Kod posuda pod tlakom koje su izrađene iz duktilnog[1] materijala omogućen je princip propuštanja prije loma[2], tako da umjesto krhkog loma nastupi otvaranje pukotine na lokalnom djelu kroz koji će medij strujati van posude. Na slici 2. prikazan je tlačni cjevovod na kojem je došlo do pojave propuštanja [2].

Slika 2. Propuštanje prije loma instalacije tlačnog cjevovoda [2]

[1] Prema [4] približno je navedeno da takvi materijali imaju nisku granicu tečenja (R_e < 600 MPa).
[2] Propuštanje prije loma (eng. *Leak before break*).

Prema predavanjima iz mehanike loma [4] potrebno je osigurati uvjete takve da i ako postoji pukotina ona prvo raste u dubinu a zatim u duljinu. Pretpostavlja se da će pukotina zadržati polueliptičan oblik sve dok ne dosegne vanjsku stijenku posude pod tlakom, a kada se to dogodi duljina pukotine jednaka je dvostrukoj debljini stijenke ($2a = 2t$) [4]. Na slici 3. prikazana je shema propagacije pukotine po debljini stijenke i dijagram propuštanja koji prikazuje ovisnost rasta pukotine o omjerima dimenzija polueliptične pukotine [5].



Slika 3. Dijagram propuštanja prije loma [4, 5]

Na slici 4. prikazan je gubitak cjelovitosti koji se manifestira krhkim lomom u slučaju da se koristi materijal visoke čvrstoće[3] [3].

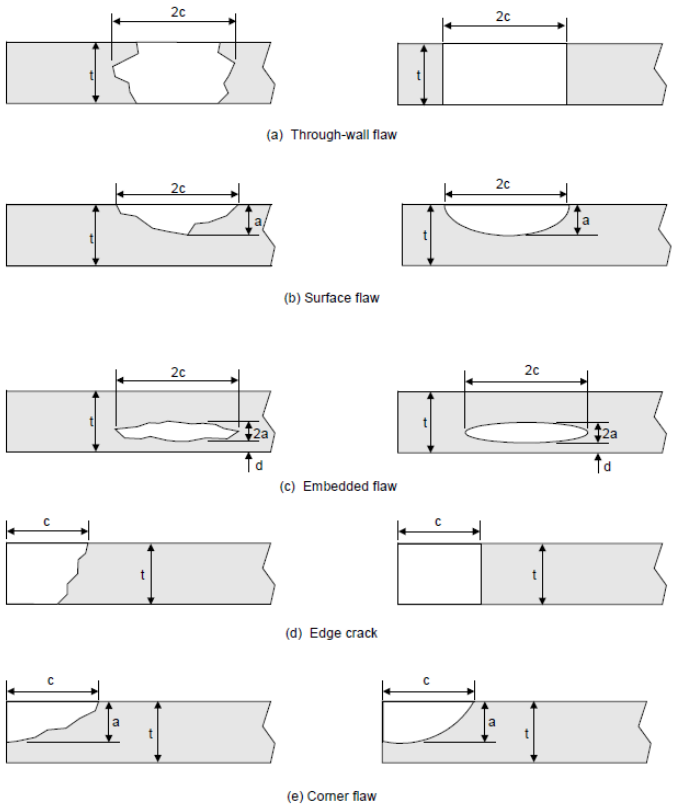
Slika 4. Krhki lom posude pod tlakom [3]

[3] Prema [3] približno je navedeno da takvi materijali imaju visoku granicu tečenja (1200 MPa < R_e < 2000 MPa).

Najčešće pojave pukotina u tlačnim cjevovodima i posudama pod tlakom su:

1) pukotine uz mjesta zavara - najčešće se javljaju u korijenu zavara,
2) korozijski utjecaji - korozija uslijed vlage zbog nedovoljne površinske zaštite, korozija uslijed agresivne atmosfere itd.,
3) uslijed strujanja fluida u cijevi - ako se radi o hidrauličkim sustavima gdje su moguće pojave nečistoća u radnoj tekućini, pa nečistoće mogu djelovati kao abrazivno sredstvo,
4) pukotine uslijed zaostalih naprezanja, uslijed poroznosti unutar materijala itd.

Na slici 5. prikazane su idealizirane krivulje stvarnih pukotina koje se često analiziraju [6].



Slika 5. Usporedba stvarnih i idealiziranih pukotina [6]

Kako bi se na adekvatan način pristupilo konstruiranju posuda pod tlakom u radu će se ispitat različiti položaji polueliptičnih pukotina i utjecaj debljine stijenke na procjenu cjelovitosti. Numeričko određivanje parametara mehanike loma provest će se primjenom metode konačnih elemenata[4].

Za računalne simulacije koristit će se dostupni programski paketi:

SIMULIA Abaqus CAE 14.1 i *FE-Safe 6.9.*

[4] MKE – metoda konačnih elemenata (eng. *FEM – Finite Element Method*)

2. MEHANIKA LOMA

Za razliku od klasične mehanike gdje naprezanja moraju biti manja od dopuštenog naprezanja koje se računa prema granici tečenja i vlačnoj čvrstoći, u mehanici loma relevantni utjecaj objedinjuju: veličina pukotine, iznos naprezanja i lomna žilavost materijala[5] [6].

Lomna žilavost materijala predstavlja otpornost materijala prema krhkom lomu. Prema predavanjima iz mehanike loma [4] na lomnu žilavost utječu temperatura i brzina deformiranja. Kod niskih temperatura granica tečenja materijala je visoka a lomna žilavost vrlo niska, a povećanjem temperature smanjuje se granica tečenja i povećava lomna žilavost [4]. Što je brzina deformiranja veća lomna žilavost je manja jer se onemogućava razvoj plastične deformacije za koju je potrebno određeno vrijeme, te je veća sklonost pojave krhkog loma [4].

Prema predavanjima [4] mehanika loma dijeli se na dva pdručja s obzirom na ponašanje materijala i s obzirom na vanjske utjecaje.

Podjela mehanike loma s obzirom na ponašanje materijala prema literaturi [4] dijeli se na:

1) mehaniku loma pri linearno-elastičnom ponašanju materijala[6] (krhki lom),
2) mehaniku loma pri elastoplastičnom ponašanju materijala[7] (iznad granice tečenja, duktilni lom).

Linearno-elastična i elastoplastična mehanika loma uključuju vremenski neovisno ponašanje materijala [7].

Podjela mehanike loma s obzirom na vanjske utjecaje prema [4] dijeli se na:

1) lom uslijed cikličkih opterećenja – zamorni lom,
2) lom uslijed korozijskih utjecaja.

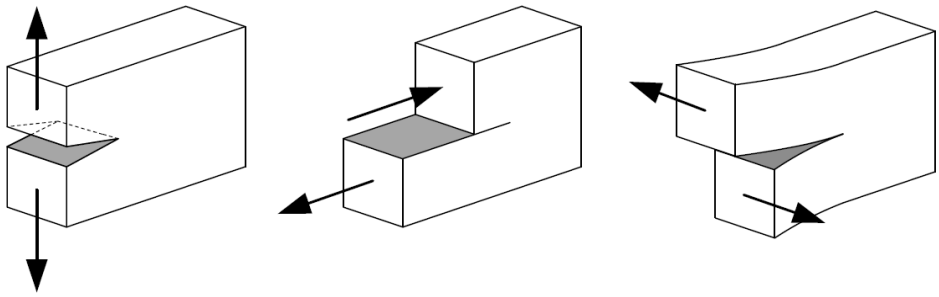
Za linearno-elastično ponašanje materijala parametar mehanike loma je koeficijent intenzivnosti naprezanja, a za elastoplastično *J*-integral [7]. Krhki materijali zadržavaju svoju cjelovitost ako je koeficijent intenzivnosti naprezanja manji od lomne žilavosti materijala, a duktilni materijal ako je opterećenje manje od opterećenja plastičnog kolapsa [7]. Na taj način procjena cjelovitosti svodi se na dvoparametarsku analizu u kojoj se primjenjuju dvije metode: dijagram procjene loma (FAD) i dijagram sile razvoja pukotine (CDF) [7].

[5] Lomna žilavost (eng. *Fracture toughness*) određuje se eksperimentalno za pojedini materijal prema normi ASTM E1820 pri čemu se koriste točno definirane ispitne epruvete sa zarezom [3].
[6] Eng. *LEFM – Linear Elastic Fracture Mechanics*.
[7] Eng. *PYFM – Post Yield Fracture Mechanics*.

2.1. Koeficijent intenzivnosti naprezanja

Koeficijent intenzivnosti naprezanja[8] povezuje promjenu elastične energije deformiranja s promjenom naprezanja i pomaka pri vrhu pukotine, te služi za opisivanje polja naprezanja i pomaka oko vrha (2D slučaj) ili linije (3D) pukotine [8]. Za linearno-elastično ponašanje materijala pretpostavlja se da plastičnost pukotine ostaje lokalizirana tijekom cijelog procesa propagacije pukotine, a plastična zona utječe na zatupljivanje vrha pukotine [7].

Na slici 6. prikazana su tri osnovna načina otvaranja pukotine prema literaturi [10].



Slika 6. Odcijepni (lijevo), smični (sredina) i vijčani (desno) način otvaranja pukotine [10]

Oko vrha pukotine može se definirati zona singularnosti koja opisuje stanje blizu vrha pukotine, a koeficijent intenzivnosti naprezanja proporcionalan je naprezanju blizu vrha pukotine [7].

Izvođenjem formulacije prema literaturi [7] koeficijent intenzivnosti naprezanja za odcijepni način otvaranja pukotine koji vrijedi za jednostavne geometrije kao što je ploča s pukotinom definira se sljedećim izrazom [7]:

$$K_{\mathrm{I}} = \sigma \cdot Y(a) \cdot \sqrt{\pi \cdot a},\ \mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}}\,, \tag{1}$$

gdje je σ u MPa - naprezanje (opterećenje), a u mm - karakteristična dimenzija pukotine i $Y(a)$ - bezdimenzijska utjecajna funkcija (faktor oblika) koja ovisi o duljini i orijentaciji pukotine, geometriji i opterećenju konstrukcijske komponente [7]. Faktori oblika mogu se očitati iz priručnika i udžbenika mehanike loma za jednostavnije geometrije i oblike pukotina. Krhki lom nastaje kada vrijednost koeficijenta intenzivnosti naprezanja dosegne vrijednost lomne žilavosti materijala kako je opisano jednadžbom (2) [4].

$$K_{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{IC}}\,, \tag{2}$$

gdje je K_{IC} u $\mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}}$ - lomna žilavost materijala.

[8] Eng. *SIF – Stress Intensity Factor*

2.2. *J*-integral

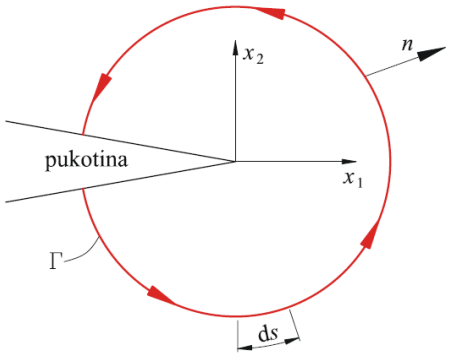
Prema literaturi [4] *J*-integral parametar je elastoplastične mehanike loma pogodan za primjenu nelinearnog ponašanja materijala, a kod linearnog-elastičnog ponašanja materijala direktno je povezan s koeficijentom intenzivnosti naprezanja. *J*-integral kao takav povezan je s oslobođenom energijom prilikom rasta pukotine i mjera je intenziteta deformacija pri vrhu pukotine [7].

Karakteristike *J*-integrala prema predavanjima iz mehanike loma [4] su:

1) nezavisnost od konture integracije,
2) mogućnost opisivanja elastoplastičnog polja naprezanja i deformacija oko vrha pukotine,
3) mogućnost izjednačavanja s brzinom oslobađanja energije, što omogućava njegovo tumačenje kao energetskog parametra [7].

Prema literaturi [8] vrijednosti *J*-integrala iz različitih kontura mogu se razlikovati zbog aproksimativnih rješenja dobivenih metodom konačnih elemenata, a velike razlike u tim vrijednostima predstavljaju ovisnost domene tj. konture [8]. Razlike u vrijednostima ukazuju na potrebu bolje diskretizacije kao i za pojavu većih pukotina kod kojih kontura ne obuhvaća cijelo plastično područje oko vrha pukotine. Ako je prva kontura definirana odabirom čvorova na vrhu pukotine, prvih nekoliko kontura može biti netočno [8]. Obično se računa vrijednost na šest do osam kontura od kojih se rezultati s prve dvije konture odbacuju, dok se ostali rezultati uprosječuju.

Na slici 7. prikazana je kontura oko vrha pukotine za izračunavanje *J*-integrala [7].



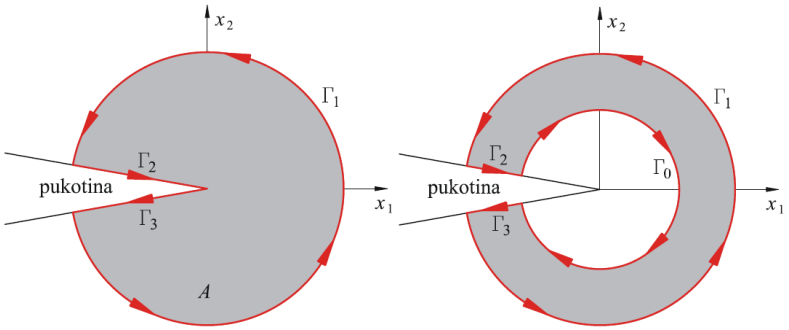
Slika 7. Kontura Γ oko vrha pukotine za izračunavanje *J*-integrala [7]

Nakon izvoda *J*-integrala koji je opisan u literaturi [7] slijedi formulacija *J*-integrala za 2D slučaj [4]:

$$J = \int_A \left(\sigma_{ij} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_1} - U_0 \cdot \delta_{1j} \right) \cdot \frac{\partial q}{\partial x_j} \cdot \mathrm{d}A, \quad j = 1,2, \tag{3}$$

gdje je U_0 - gustoća potencijalne energije deformiranja (kod elastičnih materijala to je gustoća elastične energije deformiranja, dok je kod elastoplastičnih materijala zbroj gustoće energije deformiranja i plastičnog rasipanja energije), dA – diferencijalna površina integracije, δ_{1j} - Kronecker delta, q - proizvoljna glatka težinska funkcija definirana na području integracije (normalizirani virtualni pomak: $q = \Delta x / \Delta a$), σ_{ij} - komponenta tenzora naprezanja, u_i - komponenta pomaka i x_j - komponenta koordinate u Kartezijevom koordinatnom sustavu [7].

Za zatvorenu konturu koja ne obuhvaća vrh pukotine *J*-integral jednak je nuli, što može poslužiti kao kriterij točnosti metode proračuna: $J = J_0 + J_1 + J_2 + J_3 = 0$. Na slici 8. prikazana su područja integracije *J*-integrala za 2D slučaj kada obuhvaća vrh pukotine i kada ga ne obuhvaća [7].



Slika 8. Područje integracije *J*-integrala za 2D slučaj kada obuhvaća vrh (lijevo) i kada ne obuhvaća vrh pukotine (desno) [7]

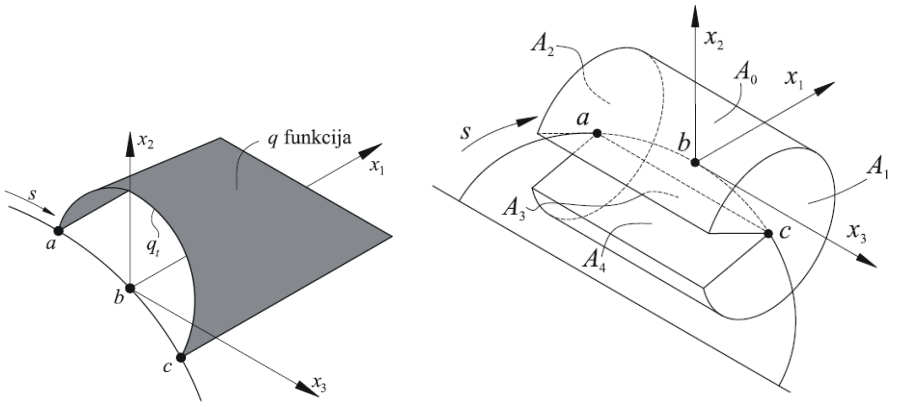
Za 3D slučaj volumni *J*-integral definira se sljedećim izrazom [7]:

$$J = \int_V \left(\sigma_{ij} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_1} - U_0 \cdot \delta_{1j} \right) \cdot \frac{\partial q}{\partial x_j} \cdot \mathrm{d}V, \quad j = 1,2,3, \tag{4}$$

gdje je q – funkcija koja se definira zadavanjem čvornih vrijednosti koje se interpoliraju po elementima primjenom standardnih funkcija oblika:

$$q = \sum_i^n N_i \cdot q_i, \tag{5}$$

gdje je n - broj čvorova po elementu, q_i - vrijednost proizvoljne glatke funkcije u *i*-tom čvoru i N_i - funkcija oblika konačnog elementa [7]. Na slici 9. prikazano je područje integracije *J*-integrala za 3D slučaj i oblik težinske funkcije [7].



Slika 9. Težinska funkcija (lijevo) i područje integracije *J*-integrala za 3D slučaj (desno) [7]

Veza između *J*-integrala i koeficijenta intenzivnosti naprezanja za linearno elastičnu mehaniku loma može se izraziti sljedećim izrazom [8]:

$$J = \frac{1}{8 \cdot \pi} \cdot \mathbf{K}^T \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{K}, \tag{6}$$

gdje je $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{\mathrm{I}} & K_{\mathrm{II}} & K_{\mathrm{III}} \end{bmatrix}^T$ - matrica koeficijenta intenzivnosti naprezanja, $\mathbf{B}$ - matrica prelogaritamskih energetskih koeficijenata [8].

Za homogene, izotropne materijale matrica $\mathbf{B}$ je dijagonalna, a pojednostavljeni oblik jednadžbe glasi [8]:

$$J = \frac{K_{\mathrm{I}}^2 + K_{\mathrm{II}}^2}{\bar{E}} + \frac{K_{\mathrm{III}}^2}{2 \cdot G}, \tag{7}$$

gdje je $\bar{E} = E$ - za ravninsko stanje naprezanja, a $\bar{E} = \frac{E}{1 - \nu^2}$ - za ravninsko stanje deformacija[9], simetriju i trodimenzijski slučaj [8].

2.3. Metoda konačnih elemenata u mehanici loma

Klasične metode rješavanja problema kontinuiranih sustava temelje se na rješavanju diferencijalnih jednadžbi čije je točno analitičko rješenje moguće dobiti samo za jednostavnije proračunske modele, stoga se rabe približne numeričke metode koje se temelje na diskretizaciji kontinuiranog sustava gdje se diferencijalne jednadžbe zamjenjuju algebarskim sustavom jednadžbi koje se matričnim operacijama elegantnije računaju [11]. Razmatrani kontinuum s beskonačno stupnjeva slobode gibanja zamjenjuje se s diskretnim modelom međusobno povezanih elemenata s ograničenim brojem stupnjeva slobode, tj. razmatrani kontinuum postaje mreža konačnih elemenata [11]. Konačni elementi međusobno su povezani

[9] Youngov modul elastičnosti za ravninsko stanje deformacija koristi se u programskom paketu *Abaqus*.

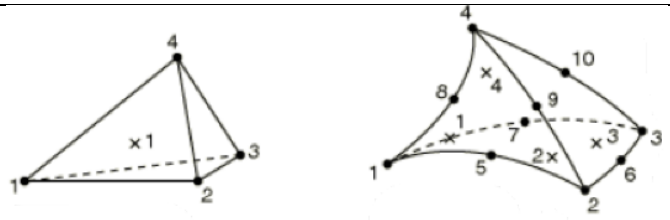
čvorovima, a stanje u svakom elementu, kao što je npr. polje pomaka, deformacije, naprezanja, opisuje se pomoću interpolacijskih funkcija [11].

Počeci primjene metode konačnih elemenata za rješavanje problema mehanike loma vezani su za uporabu običnih izoparametrijskih konačnih elemenata [4]. Pokazalo se da je primjenjivost izoparametrijskih konačnih elemenata ograničena samo na jednostavnije probleme, dok se za složene probleme ne postiže dovoljna točnost te su radi takvih nedostataka razvijeni brojni specijalizirani konačni elementi od kojih će biti spomenuti singularni kondenzirani element s međučvorom na ¼ stranice i X-FEM formulacija [4].

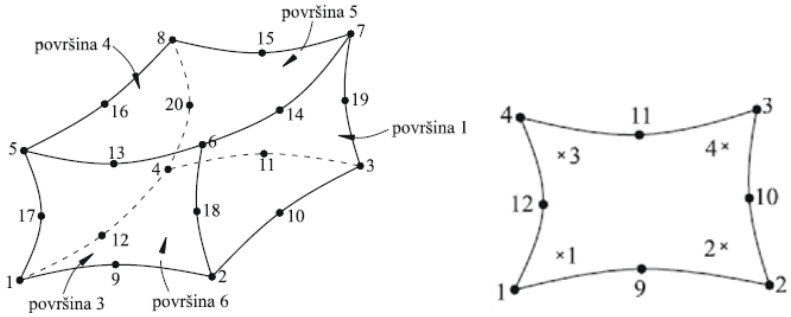
2.3.1. Klasični izoparametrijski konačni elementi

Ako je polje pomaka u elementu opisano pomoću istih interpolacijskih funkcija kao i geometrija elementa, konačni elementi nazivaju se izoparametrijski [11]. Geometrija elementa u globalnom Kartezijevom sustavu opisana je pomoću interpolacijskih funkcija u prirodnim koordinatama. Derivacije funkcija oblika u Kartezijevim koordinatama (globalne) međusobno su povezane s derivacijama funkcija oblika u prirodnom bezdimenzijskim koordinatama (lokalne) preko Jacobijeve matrice [11]. Izoparametrijskim elementima lako je opisati zakrivljenu geometriju, ali treba voditi računa da elementi diskretizirane mreže ne budu distordirani, tj. da ne bude narušena jednoznačnost preslikavanja. U numeričkim simulacijama najčešće se primjenjuju trodimenzijski elementi u obliku tetraedra i heksaedra, a stupnjevi slobode tri su komponente pomaka [11].

Prema literaturi [11] tetraedarski konačni elementi kao i prizmatični konačni elementi mogu biti izvedeni tako da interpolacijske funkcije polje pomaka opisuju polinomom prvog reda ili polinomom drugog reda. Za razliku od polinoma prvog reda koji opisuje linearnu raspodjelu pomaka tj. konstantnu raspodjelu deformacije i naprezanja duž ruba konačnog elementa, polinomom drugog reda opisuje se kvadratna raspodjela pomaka, tj. linearna raspodjela polja naprezanja i deformacije. Kod formulacija metode konačnih elemenata moraju biti ispunjeni svi potrebni uvjeti monotone konvergencije, tj. moguće je opisati pomake krutog tijela i stanje konstantnih deformacija i zadovoljen je uvjet kompatibilnosti duž rubova susjednih elemenata [11]. Tetraedarski i prizmatični konačni elementi imaju tri komponente pomaka (tri translacije) u svakom čvoru. Na slici 10. Prikazani su tetraedarski konačni elementi prvog i drugog reda s naznačenim čvorovima i točkama integracije [12]. Na slici 11. prikazan je prizmatični izoparametrijski konačni element drugog reda i razmještaj točaka reducirane integracije po presjeku [7].



Slika 10. Tetraedarski konačni element C3D4[10] (lijevo) i C3D10[11] (desno) [12]



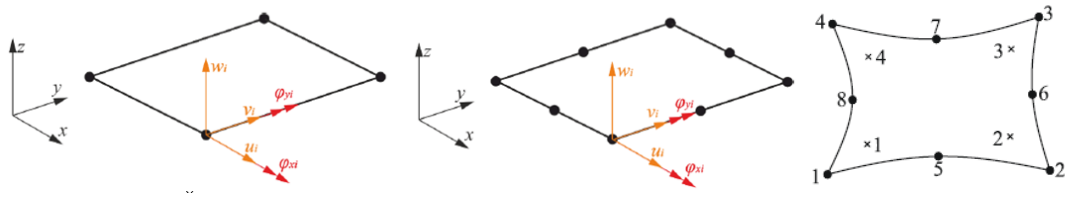
Slika 11. 20-čvorni prizmatični izoparametrijski konačni element C3D20R[12] (lijevo) i razmještaj točaka reducirane integracije po presjeku (desno) [7]

Prednost korištenja reducirane integracije leži u jednostavnoj implementaciji. Formulacija elemenata se ne mijenja a smanjivanjem točaka integracije povećava se brzina računanja [11]. Najčešće se reducirana integracija koristi kod debelih ploča ili ljusaka kada velik utjecaj unutar matrice krutosti predstavljaju posmična naprezanja, jer kod klasične formulacije konačnih elemenata može doći do "*shear-lockinga"* [21]. Potpunom reduciranom integracijom ("*full*") smanjuje se red integracije matrice krutosti za jedan red u odnosu na potpunu integraciju. Najčešće se primjenjuje Gaussov postupak numeričke integracije opisan u literaturi [21]. Numeričkom integracijom mogu se dobiti i neželjeni rezultati kao što je pojava "*Hourglass mode"* efekta prema kojem se progresivnim integriranjem može narušiti uvjetovanost matrice krutosti, te se može dogoditi da matrica krutosti ima više nultih vlastitih vrijednosti nego što odgovara pomacima krutog tijela, stoga ako se ti deformacijski oblici ne spriječe dolazi do stvaranja tzv. unutarnjeg kinematičkog mehanizma [21].

U radu su za diskretizaciju ploče korišteni i 2D konačni elementi za ravninsko stanje deformacija (CPE4 i CPE8R[13]) i ravninsko stanje naprezanja (CPS4 i CPS8R[14]). Takvi ravninski elementi imaju dvije komponente pomaka u svakom čvoru (dvije translacije).

[10] C3D4 - *Continuum 3D finite element with four nodes.*
[11] C3D10 - *Continuum 3D finite element with 10 nodes.*
[12] C3D20R – *Continuum 3D finite element with 20 nodes and reduced integration.*
[13] CPE8R – *Continuum plane strain finite element with eight nodes and reduced integration.*
[14] CPS8R – *Continuum plane stress finite element eith eight nodes and reducet integration.*

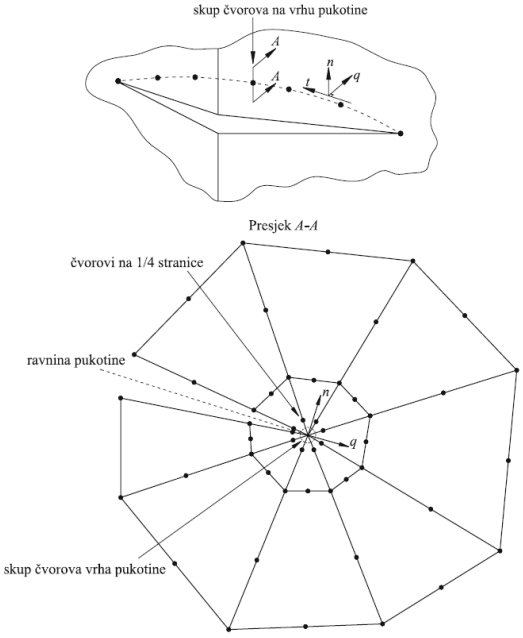
Kod podmodeliranja globalni model diskretizira se četverokutnim ljuskastim konačnim elementima. Takvi elementi imaju u svakom čvoru šest stupnjeva slobode (tri komponente pomaka i tri komponente zakreta u ravnini), dok je za tanke ljuske dovoljno koristiti 5 stupnjeva slobode (tri komponente pomaka i dvije komponente zakreta u ravnini) [11]. Na slici 12. prikazani su četverokutni ljuskasti konačni elementi i razmještaj točaka reducirane integracije [4, 11, 21].



Slika 12. Četverokutni ljuskasti konačni elementi S4R5 (lijevo), S8R5[15] (sredina) i položaj točaka integracije za S8R5 konačni element (desno) [11, 21]

2.3.2. Singularni kondenzirani element s međučvorom na ¼ stranice

Kod singularnih 2D konačnih elemenata dolazi do sažimanja (kolabiranja) četverokutnog u trokutasti konačni element [4]. Kod takvog trokutastog konačnog elementa međučvor na stranicama koje se sastaju u vrhu pukotine ostaje na sredini stranice ili se pomiče iz sredine na ¼ stranice elementa ovisno o željenom tipu singularnosti [7]. Na slici 13. prikazan je prsten konačnih elemenata oko vrha pukotine s prikazom međučvora i ravnine pukotine [7].



Slika 13. Prsten konačnih elemenata oko vrha pukotine [7]

[15] S8R5 – *Shell finite element with eight nodes, reduced integration and five degrees od freedom.*

Prema literaturi [7] teorijska rješenja za naprezanja oko vrha pukotine u izrazu sadrže član $1/\sqrt{r}$ za linearno-elastično ponašanje materijala, dok za elastoplastično ponašanje taj član iznosi $1/r$ [7]. U vrhu pukotine ($r = 0$) dolazi do pojave singularnosti.

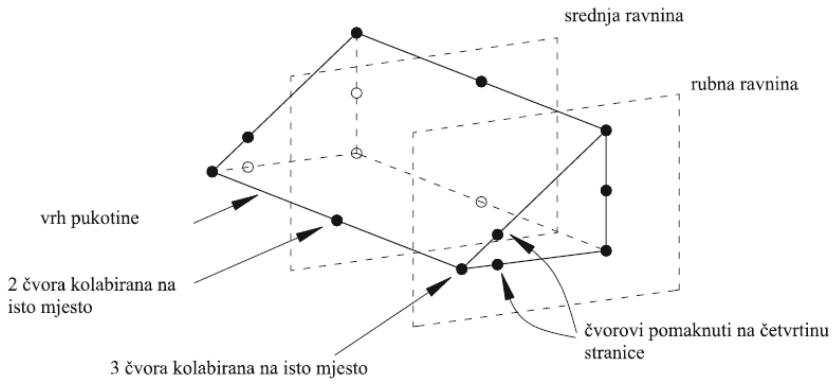
Prema [4] vrste singulariteta podijeljene su na tri dijela ovisno o materijalnom modelu

1. $\varepsilon \propto r^{-1/2}$ - za linearno elastične materijale,
2. $\varepsilon \propto r^{-1}$ - za elastično-idealno plastične materijale,
3. $\varepsilon \propto r^{-n/(n+1)}$ - za elastično-nelinearno očvršćujuće materijale,

gdje je r - udaljenost od vrha pukotine, ε - deformacija i n - parametar očvršćenja materijala [7].

2.3.2.1. Singularni konačni elementi za 3D analizu

Za postizanje singulariteta u vrhu pukotine kod 3D analize koriste se 20-čvorni konačni elementi C3D20R koji u svakom čvoru imaju 60 stupnjeva slobode. Prilikom sažimanja elementa na rubnoj ravnini elementa, element se sažima tako da tri čvora jednog brida poprimaju isti geometrijski položaj (linija vrha pukotine), a na srednjoj ravnini elementa element kolabira tako da dva čvora poprimaju isti geometrijski položaj (vrh pukotine) [7]. Na slici 14. prikazano je sažimanje prizmatičnog konačnog elementa za 3D analizu [7].



Slika 14. Sažimanje prizmatičnog konačnog elementa za 3D analizu [7]

Središnji čvorovi na stranicama konačnog elementa koji se nalaze na rubnim ravninama i sastaju u liniji vrha pukotine mogu se nalaziti na četvrtini ili polovini stranice od linije vrha pukotine ovisno o vrsti singularnosti koja je prema [4] podijeljena na tri vrste.

1. Singularnost $\varepsilon \propto r^{-1/2}$ - dobije se ako su dva kolabirana čvora na srednjoj ravnini, kao i tri kolabirana čvora na rubnim ravninama povezani zajedno tj. prilikom deformiranja konačnog elementa mogu se micati samo kao jedan čvor [7]. Pomicanje čvorova na

stranicama konačnog elementa na rubnim ravninama elementa koje se sastaju u liniji vrha pukotine mora biti na četvrtinu duljine stranice od vrha pukotine [7].

2. Singularnost $\varepsilon \propto r^{-1}$ - dobije se ako su dva kolabirana čvora na srednjoj ravnini kao i tri kolabirana čvora na rubnim ravninama slobodni tj. prilikom deformiranja konačnog elementa mogu se micati neovisno jedni od drugih [7]. Pomicanja čvorova na stranicama konačnog elementa, na rubnim ravninama elementa koje se sastaju u vrhu pukotine nema tj. čvorovi ostaju na sredini stranice [7].
3. Singularnost $\varepsilon \propto r^{-n/(n+1)}$ - dobije se ako su dva kolabirana čvora na srednjoj ravnini kao i tri kolabirana čvora na rubnim ravninama slobodni tj. prilikom deformiranja konačnog elementa mogu se micati neovisno jedni od drugih [7]. Pomicanja čvorova na stranicama konačnog elementa na rubnim ravninama elementa koje se sastaju u vrhu pukotine nema tj. čvorovi ostaju na sredini stranice [7].

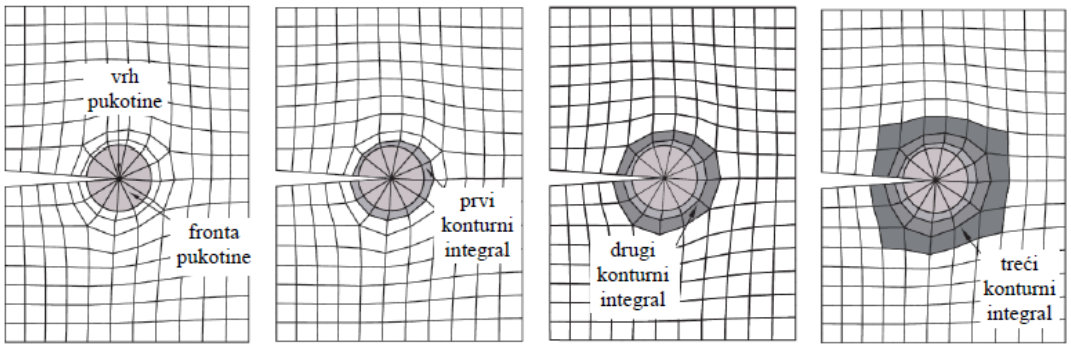
Matrica krutosti singularnog konačnog elementa izvodi se na isti način kao i za standardni izoparametrijski element.

Za razliku od konačnog elementa s čvorovima na ½ stranice, element s čvorovima na ¼ stranice osjetljiv je na promjene singularnosti u vrhu pukotine uzrokovane malim geometrijskim devijacijama (ako čvor nije na ¼ stranice) [4].

Prema literaturi [4] područje u blizini vrha pukotine podijeljeno je na tri dijela:

1) zona dominantne singularnosti (dominantno singularno naprezanje),
2) zona dominantne nesingularnosti (područje udaljeno od vrha pukotine u kojem nema singularnog naprezanja),
3) zona dvojne dominantnosti (područje između prethodne dvije zone).

Na slici 15. prikazane su konture oko vrha pukotine za 2D slučaj [7].



Slika 15. Konture u vrhu pukotine za 2D analizu [7]

2.3.3. X-FEM[16] formulacija

Proširena metoda konačnih elemenata numerička je metoda namijenjena za modeliranje unutarnjih granica, kao što su: otvori, pukotine, uključci i sl., bez potrebe da pri modeliranju mreže konačnih elemenata postoji komforno preslikavanje između elemenata i diskontinuiteta [4]. Pukotina je specificirana kao nezavisni geometrijski entitet koji može mijenjati svoj oblik na fiksnoj mreži [4]. X-FEM formulacija omogućava korištenje proizvoljnog oblika pukotine u mreži konačnih elemenata, stoga se simulacija kvazi-statičkog ili zamornog rasta pukotine može izvršiti bez promjene mreže konačnih elemenata oko pukotine. Za modeliranje pukotine u X-FEM-u standardne interpolacijske funkcije za pomake "obogaćuju" se generaliziranim Heavisideovim funkcijama $H(x)$ i asimptotskim funkcijama pomaka oko vrha pukotine $B(x)$ gdje se funkcija oblika obogaćenog čvora može razlikovati od funkcije oblika običnog čvora [4]. Prema [4] $B(x)$ predstavlja asimptotsko polje pomaka u blizini vrha pukotine, a Heavisideova funkcija određuje se uvjetom prema formuli (8).

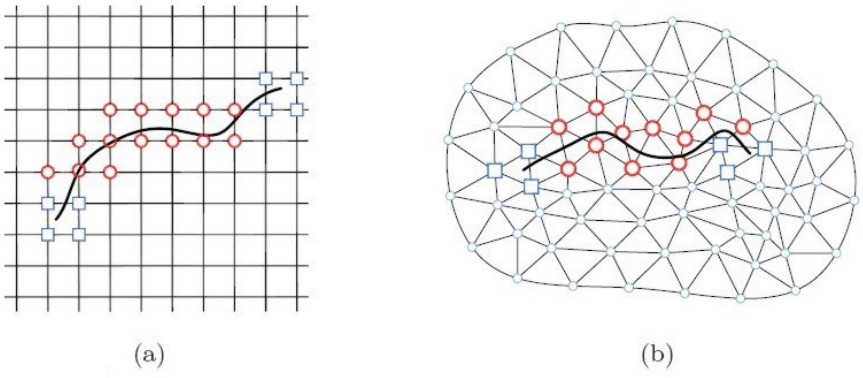
$$H(x)=\begin{cases}-1 & \rightarrow x<0 \quad (\text{ispod pukotine})\\ +1 & \rightarrow x>0 \quad (\text{iznad pukotine})\end{cases} \tag{8}$$

Prema literaturi [4] razlikuju se tri tipa čvorova X-FEM formulacije:

1. klasični K-čvorovi koji imaju po dva stupnja slobode. Koriste se u domeni gdje elementi nisu presječeni s pukotinom [4],
2. H-čvorovi su poboljšani s Heavisideovom odskočnom funkcijom $H(x)$ [4]. Čvorovi se poboljšavaju s $H(x)$ funkcijom ukoliko je bar jedan pripadajući element presječen pukotinom, a ni u jednom od pripadajućih elemenata se ne nalazi vrh pukotine [4]. H čvorovi imaju ukupno po četiri stupnja slobode (od toga dva stupnja su posljedica dodavanja $H(x)$ funkcije u tom čvoru) [4].,
3. NT-čvorovi poboljšani su sa skupom od četiri funkcije asimptotskog polja pomicanja oko vrha pukotine [4]. NT čvorovi su oni čvorovi u čijem se barem jednom pripadajućem elementu nalazi vrh pukotine i imaju ukupno po 10 stupnjeva slobode (od toga osam stupnjeva slobode su posljedica NT funkcija) [4].

Na slici 16. prikazani su "obogaćeni" čvorovi X-FEM formulacije za jednoliku i nejednoliku mrežu konačnih elemenata 2D analize [4].

[16] X-FEM (eng. *eXtended Finite Element Method*).



Slika 16. Selekcija "obogaćenih" čvorova 2D analize s pukotinom za jednoliku mrežu (a) i nejednoliku mrežu (b) [4]

Crveni kružići na gornjoj slici predstavljaju H čvorove, dok plavi kvadratići predstavljaju NT čvorove. Tako se razlikuju elementi koje pukotina presijeca od elemenata u kojima se nalazi vrh pukotine [4].

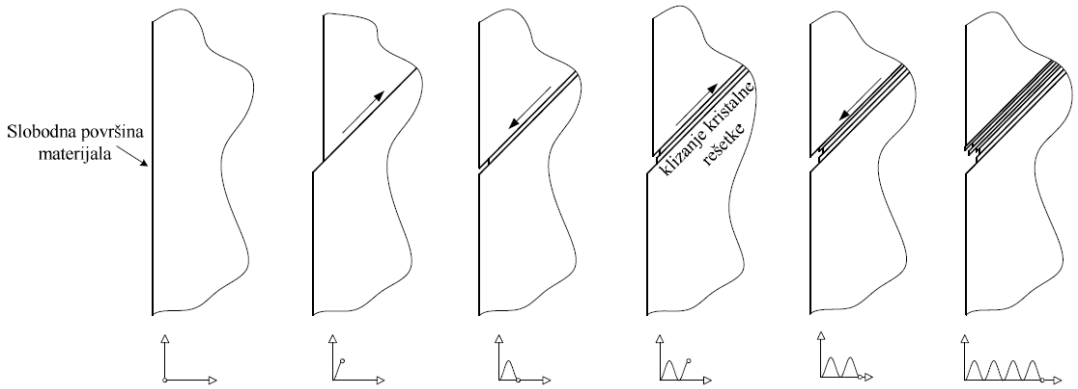
2.4. Zamor materijala

Zamor materijala predstavlja gubitak cjelovitosti komponenti do kojeg dolazi uslijed djelovanja vremenski promjenjivog opterećenja [13]. Konstruiranje s obzirom na ukupni životni vijek svodi se na niskociklički zamor[17] i visokociklički zamor[18] [4]. Ukupan broj ciklusa do loma zbroj je broja ciklusa do iniciranja pukotine i broja ciklusa sve do nestabilnog rasta pukotine.

Zamorno oštećenje uzrokuje smične pukotine na kliznim ravninama kristalne strukture i to obično na slobodnim površinama materijala budući da na tom mjestu lakše dolazi do klizanja osnovne rešetke materijala, jer deformacija na površini nije ograničena susjednim zrnima [10]. Na slobodnoj površini materijala lakšem stvaranju pukotina pridonose razni faktori kao što su geometrija konstrukcije, postojanje utora na površini, gruba završna obrada površine, korozija na površini materijala itd. [10]. Pri rastu mikroskopskih pukotina rast pukotine nije konstantan nego najprije ubrzava a kada naiđe na granicu zrna tada uspori, pa se može reći da granice zrna predstavljaju barijere za daljnju propagaciju mikro pukotine, a vrijeme inicijacije varira ovisno o mikrostrukturi materijala [10]. Na slici 17. prikazan je proces inicijacije mikropukotine na slobodnoj površini materijala [10]. Kvaliteta površinske obrade posebno je značajna u konstrukcijama od kojih se zahtijeva dugi životni vijek jer broj ciklusa do inicijacije pukotine čini najveći dio životnog vijeka [10]. Kod grublje tj. mikroskopski

[17] Eng. *Low Cycle Fatigue - LCF.*
[18] Eng. *High Cycle Fatigue - HCF.*

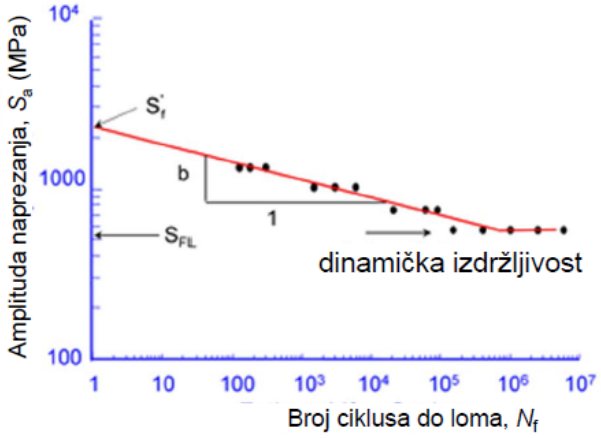
nepravilne površine pojavljuju se koncentracije naprezanja koje pospješuju cikličko klizanje rešetke materijala i stvaranje površinske pukotine [10].



Slika 17. Mehanizam inicijacije mikropukotine na slobodnoj površini materijala [10]

2.4.1. Visokociklički zamor – velik broj ciklusa do loma (N > 100 000)

Pretpostavlja se da su naprezanja i deformacije u linearno-elastičnom području, a razmatraju se nominalna naprezanja i faktori koncentracije naprezanja [4]. Za proračun se koristi *S-N* metoda koja je utemeljena na W¨ ›j krivulji, koja određuje najveće naprezanje kod kojeg neće doći do loma pri velikom broju ciklusa opterećenja. Prema zakonu sličnosti[19] broj ciklusa do loma konstrukcijske komponente jednak je broju ciklusa do loma ispitne epruvete, ako u konstrukcijskoj komponenti i epruveti vlada jednako nominalno naprezanje (*S*) [4]. Na slici 18. prikazan je dijagram amplitude naprezanja koji ovisi o broju ciklusa do loma [4].



Slika 18. Dijagram amplitude naprezanja ovisno o broju ciklusa do loma [4]

Jednadžba koja povezuje amplitudu naprezanja i broj ciklusa do loma dana je Basquinovim zakonom prema literaturi [4]:

[19] Eng. *Principe of similtude.*

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_a = \sigma'_f \cdot (N_f)^b, \tag{9}$$

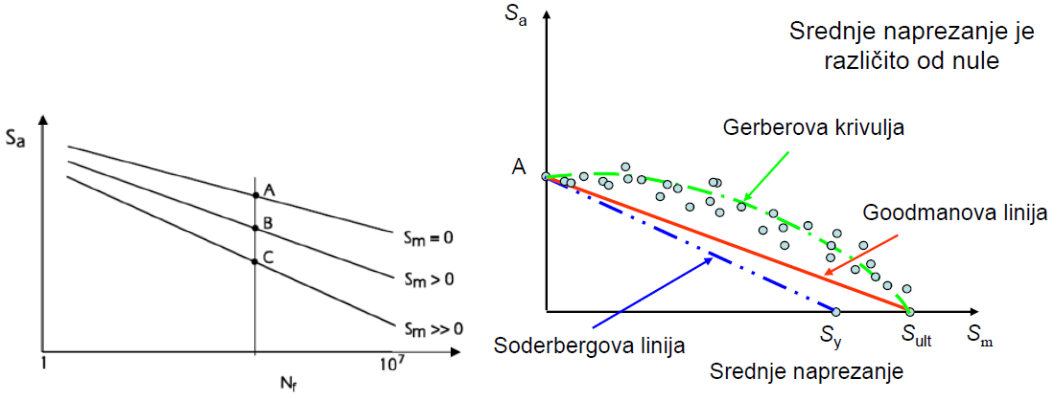
gdje je σ'_f u MPa - koeficijent zamorne (dinamičke) čvrstoće, b - eksponent zamorne (dinamičke) čvrstoće ili Basquinov eksponent [4].

U stvarnosti se na konstrukcijama javljaju ciklusi promjenjive amplitude, te dolazi do gomilanja (kumulacije) oštećenja koje može izazvati gubitak cjelovitosti uslijed zamora [15]. Najčešće primjenjivan način određivanja gomilanja oštećenja temelji se na Palmgren-Minerovom pravilu prema kojem do gubitka cjelovitosti dolazi ako se zadovolji uvjet prikazan nejednadžbom (10) [15].

$$D_{uk} = \sum_{i=1}^{n} \frac{n_i}{N_{fi}} \geq 1, \tag{10}$$

gdje je D_{uk} - oštećenje, n_i - broj ponavljanja *i*-tog ciklusa i N_{fi} - broj ciklusa do loma uslijed *i*-tog ciklusa opterećenja [15].

Prednost Palmgren-Minerovog pravila nezavisnost je vijeka trajanja o redoslijedu opterećivanja konstrukcijske komponente i mogućnost primjene *S-N* metode [15]. Kako bi se pravilo moglo primijeniti na složeni ciklus promjenjive amplitude potrebno je odrediti broj jednostavnih ciklusa konstantne amplitude kojima se isti može zamijeniti [15]. Najpoznatija i najčešće korištena metoda brojanja ciklusa metoda je toka kiše[20]. Brojanje ciklusa naziva se jednoparametarsko ako se kod brojanja bilježe samo razlike naprezanja, a ako se ciklusi razvrstavaju po razlikama naprezanja i po srednjem naprezanju brojanje se naziva dvoparametarskim [15].



Slika 19. Utjecaj srednjeg naprezanja na zamornu čvrstoću [4]

Prilikom određivanja broja ciklusa do loma uslijed utjecaja srednjeg naprezanja prema literaturi [4] postoje tri različita izraza, a to su Soderbergov (najkonzervativniji), Gerberov (za

[20] Eng. *Rainflow counting.*

duktilne materijale) i Goodmanov (za krhke materijale) [4]. Povećanjem srednjeg naprezanja smanjuje se broj ciklusa do loma tj. prije dolazi do loma konstrukcijske komponente [4]. Na slici 19. prikazan je utjecaj srednjeg naprezanja na broj ciklusa do loma [4].

Prednost Palmgren-Minerovog pravila nezavisnost je vijeka trajanja o redoslijedu opterećivanja konstrukcijske komponente i mogućnost primjene *S-N* metode [15]. Kako bi se pravilo moglo primijeniti na složeni ciklus promjenjive amplitude potrebno je odrediti broj jednostavnih ciklusa konstantne amplitude kojima se isti može zamijeniti [15]. Najpoznatija i najčešće korištena metoda brojanja ciklusa metoda je toka kiše[21]. Brojanje ciklusa naziva se jednoparametarsko ako se kod brojanja bilježe samo razlike naprezanja, a ako se ciklusi razvrstavaju po razlikama naprezanja i po srednjem naprezanju brojanje se naziva dvoparametarskim [15].

2.4.2. Niskociklički zamor – mali broj ciklusa do loma (100 < N < 100 000)

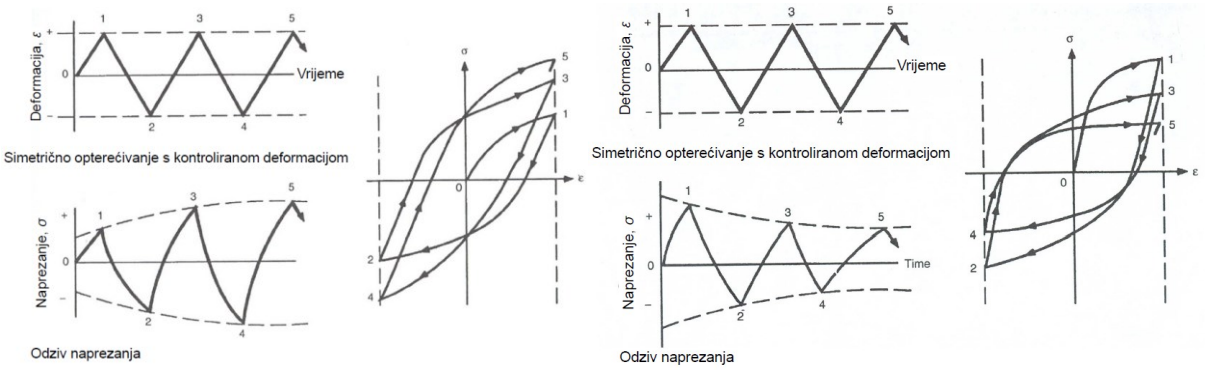
Pretpostavlja se da su naprezanja i deformacije u elastoplastičnom području te se određuju elastične i plastične deformacije na lokaliziranim mjestima [4]. Prema literaturi [4] ukupan broj ciklusa čini zbroj ciklusa do iniciranja pukotine (N_i) koji se određuje $\varepsilon - N$ metodom i broj ciklusa rasta pukotine do kritične veličine (N_f) koji se određuje $\mathrm{d}a / \mathrm{d}N$ metodom.

2.4.2.1. $\varepsilon - N$ metoda

Pri proračunu je potrebno uzeti u obzir cikličku petlju histereze koja se dobiva eksperimentalnim ispitivanjem materijala na cilindričnom uzorku epruvete koja se naizmjenično opterećuje na vlak i tlak, uz uvjet da pri svakom ciklusu opterećenja materijal ulazi u plastično područje [4]. Ponašanje realnih materijala karakterizira prolazak kroz početno očvršćivanje ili omekšavanje prije no što se njihova petlja histereze stabilizira [13]. Petlja histereze dobiva se ispitivanjem materijala kontroliranom konstantnom deformacijom prema normi ASTM E606. Prema ispitivanjima okvirno se može reći da kod $R_m / R_{p0,2} > 1,4$ - materijal očvršćuje, a kod $R_m / R_{p0,2} < 1,2$ - materijal omekšava [13]. Pri cikličkom očvršćivanju može su uočiti Bauschingerov efekt prema kojem se nakon ulaska materijala u plastično područje pri zadanom simetričnom opterećivanju s kontroliranom deformacijom uočava smanjenje ili povećanje granice tečenja materijala [13]. Na slici 20. prikazano je

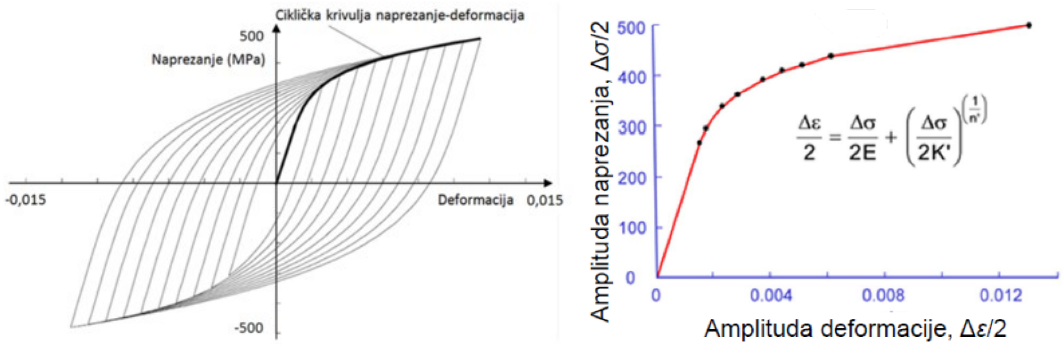
[21] Eng. *Rainflow counting.*

cikličko očvršćivanje i omekšavanje materijala na kojima se može uočiti pojava Bauschingerovog efekta [4].



Slika 20. Cikličko očvršćivanje (lijevo) i cikličko omekšavanje materijala (desno) [4]

Na slici 21. prikazana je ciklička krivulja naprezanje-deformacija koja je dobivena za slučaj cikličkog opterećivanja s povećanjem amplitude deformacije [4].



Slika 21. Stabilizirane histereze za slučaj cikličkog opterećivanja s povećanjem amplitude deformacije (lijevo) i krivulja cikličko naprezanje-deformacija (desno) [4, 13]

Jednadžba koja opisuje krivulju cikličke petlje histereze sastoji se od elastične i plastične komponente deformacije koja je opisana jednadžbom (11) [13].

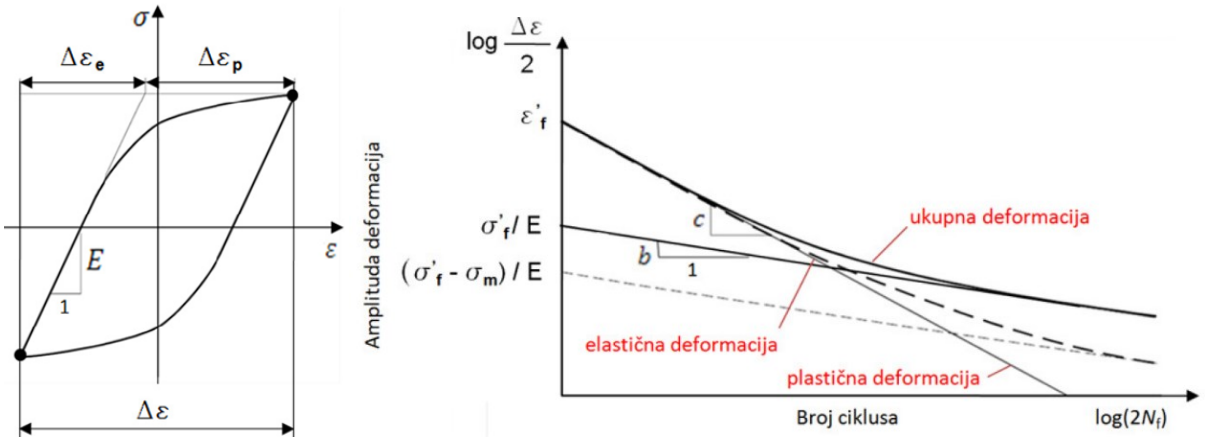
$$\frac{\Delta\varepsilon}{2}=\frac{\Delta\sigma}{2\cdot E^{*}}+\left(\frac{\Delta\sigma}{2\cdot K'}\right)^{\frac{1}{n'}}, \tag{11}$$

gdje je E^{*} u MPa - ciklički modul elastičnosti (općenito vrijedi $E^{*}=E$), K' u MPa - koeficijent cikličkog očvršćivanja i n' - eksponent cikličkog očvršćivanja.

Prema literaturi [4] ukupna amplituda cikličke deformacije materijala opisana je *Coffin-Mansonovom* relacijom prema jednadžbi (12).

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2}=\frac{\Delta\varepsilon_{\mathrm{e}}}{2}+\frac{\Delta\varepsilon_{\mathrm{p}}}{2}=\frac{\sigma'_{\mathrm{f}}}{E}\cdot\left(2\cdot N_{\mathrm{f}}\right)^{b}+\varepsilon'_{\mathrm{f}}\cdot\left(2\cdot N_{\mathrm{f}}\right)^{c}, \tag{12}$$

gdje je σ_f' u MPa - koeficijent zamorne čvrstoće, b - eksponent zamorne čvrstoće (Basquinov eksponent), ε_f' - koeficijent cikličkih deformacija, c - eksponent cikličkih deformacija (Coffin-Mansonov eksponent) i $2N_f$ - broj promjena opterećenja do loma (1ciklus = 2 promjene). Na slici 22. prikazan je odnos ukupne amplitude deformacije ovisno o broju ciklusa do iniciranja pukotine [4].



Slika 22. Odnos ukupne amplitude deformacije ovisno o broju ciklusa do iniciranja pukotine [4]

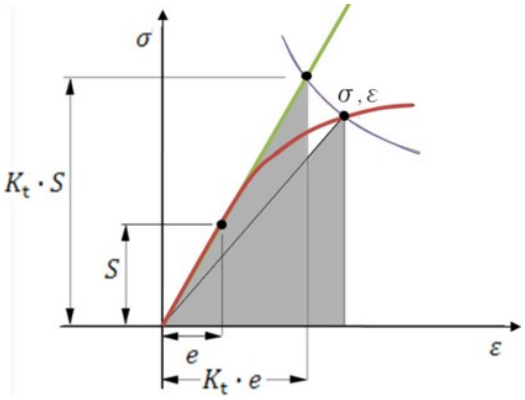
Ukoliko se radi o omjeru naprezanja koji je različit od nule potrebno je uzeti u obzir utjecaj srednjeg naprezanja na zamornu čvrstoću, a ono smanjuje životni vijek konstrukcijske komponente. Za materijale od čelika *Morrowa* relacija opisana jednadžbom (13) definira broj ciklusa do nastanka mikropukotine na glatkoj cilindričnoj epruveti kod koje utjecaj srednjih naprezanja smanjuje broj ciklusa do iniciranja pukotine i postaje izraženije pri većem broju ciklusa [13].

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{(\sigma_f' - \sigma_m)}{E} \cdot (2 \cdot N_f)^b + \varepsilon_f' \cdot (2 \cdot N_f)^c . \qquad (13)$$

Kod analitičkog proračuna potrebno je na temelju izračunatih faktora koncentracije naprezanja za slučaj linearno-elastičnog ponašanja materijala odrediti koncentraciju naprezanja za slučaj elastoplastičnog ponašanja materijala. To se može odrediti pomoću **Neuberovog pravila** koje izjednačava energiju deformiranja za linearno-elastičan i elastoplastičan materijal jer je umnožak naprezanja i deformacija proporcionalan energiji deformiranja na mjestu koncentracije naprezanja [13]. Na takav način moguće je jednadžbom (14) odrediti lokalno naprezanje σ i lokalnu deformaciju ε pomoću faktora koncentracije naprezanja iz poznatih nominalnih naprezanja (S) i nominalnih deformacija (e) koje vladaju dalje od diskontinuiteta na kojem se javlja koncentracija naprezanja [13]. Na slici 23. prikazan je dijagram koji pojašnjava Neuberovo pravilo [13].

$$\Delta\sigma \cdot \Delta\varepsilon = K_t^2 \cdot \frac{\Delta S^2}{E}, \tag{14}$$

gdje je K_t - faktor koncentracije naprezanja.



Slika 23. Dijagram za pojašnjenje Neuberovog pravila [13]

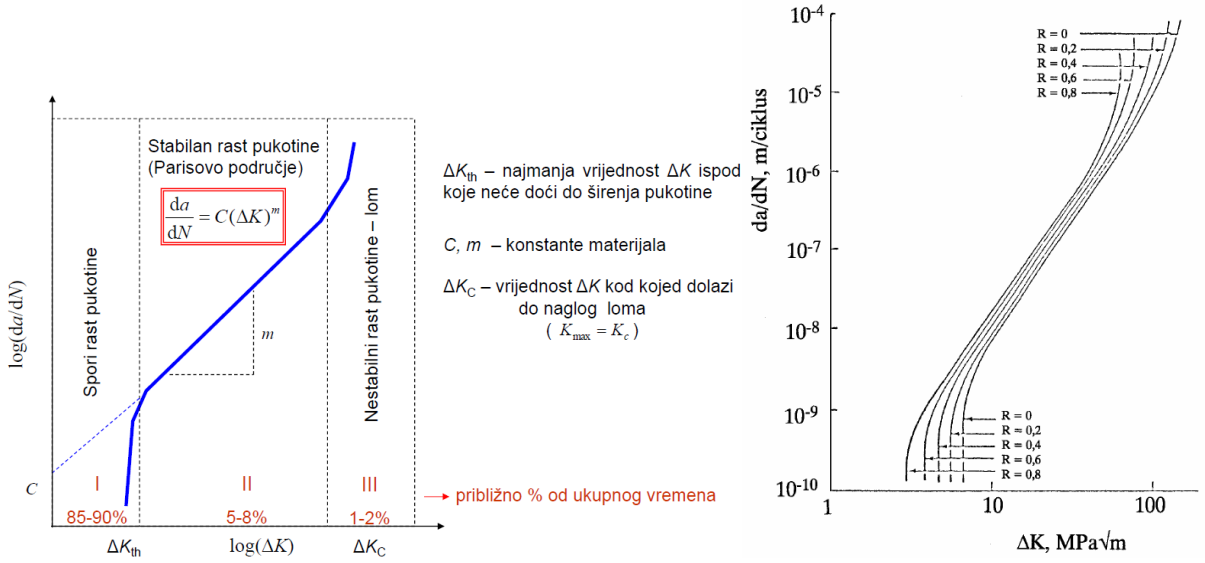
Prema literaturi [13] za inicijaciju pukotine postoje razni kriteriji prema kojima se određuju položaj i smjer pukotine. U ovom radu koristit će se Brown-Millerov algoritam metode kritične ravnine pri numeričkoj analizi broja ciklusa do iniciranja pukotine. U realnosti opterećenja koja djeluju na konstrukcijske komponente uzrokuju složena stanja naprezanja koja se mogu s obzirom na kritičnu ravninu rastaviti na normalne i posmične komponente čiji iznos i međusobni fazni odnos nisu konstantni [9]. Ako se analiza zamora provede preko glavnih deformacija primjerice za vratilo kod kojeg se javlja savojno i torzijsko opterećenje s različitim frekvencijama, ravnina na kojoj glavne deformacije djeluju mijenja svoju orijentaciju tijekom ciklusa opterećivanja [13]. Metodom kritične ravnine vrši se rotacija kritične ravnine i traži ravnina u kojoj oštećenje ima najveću vrijednost za jedan ciklus rotacije [9].

2.4.2.2. d*a* / d*N metoda – metoda brzine rasta zamorne pukotine*

Što je brzina rasta zamorne pukotine veća, manji je broj ciklusa do loma. Brzina rasta pukotine predstavlja nagib krivulje rasta pukotine za određeni broj ciklusa, te se njezina vrijednost može odrediti iz eksperimentalnih podataka prirasta duljine pukotine [10]. Jednadžbe takvog oblika daju prirast duljine pukotine s brojem promjena opterećenja, te se nazivaju jednadžbe dinamičkog rasta pukotine [10]. Ako je plastična zona ispred vrha pukotine velika u usporedbi s veličinom pukotine ne mogu se primijeniti principi linearno-elastične mehanike loma, već elastoplastične [10]. Koeficijent intenzivnosti naprezanja

mijenja se ciklički pri vrhu pukotine. Tlačna naprezanja ne pridonose rastu pukotine osim što se kod jako duktilnih materijala javlja efekt zatvaranja pukotine[22] [4].

Lomu konstrukcijske komponente prethodi rast pukotine koji se prema literaturi [4] dijeli na tri područja. Na slici 24. prikazana je krivulja dinamičkog rasta pukotine u log-log mjerilu i prikazana je ovisnost krivulje o faktoru asimetrije opterećenja [4].



Slika 24. Krivulja dinamičkog rasta pukotine (lijevo) i utjecaj faktora asimetrije (desno) [4, 13]

I. **Područje** (Spori rast pukotine)

U prvoj fazi na površini materijala primjećuju se klizne ravnine kao udubljenja ili ispupčenja, a brzina napredovanja pukotine iznosi reda veličine $\mathrm{d}a/\mathrm{d}N \leq 10^{-6}$ mm/ciklusu. Područje je vrlo osjetljivo s obzirom na mikrostrukturu materijala, srednje naprezanje primijenjenog opterećenja, radnu temperaturu itd. Najvažnija značajka ovog područja postojanje je raspona koeficijenta intenzivnosti naprezanja u kojem se zamorne pukotine ne bi trebale širiti, te se ta vrijednost raspona naziva minimalni propagacijski raspon koeficijenta intenzivnosti naprezanja[23] (prag koeficijenta intenzivnosti naprezanja) i označava se s ΔK_{th} [10]. Ako je faktor asimetrije $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} > 0$ vrijednost se smanjuje [10].

II. **Područje** (Stabilan rast pukotine)

Pukotina stabilno raste u smjeru okomitom na opterećenje, a osnovni model opisuje stabilni rast pukotine Parisovim zakonom opisanim jednadžbom (15) koji vrijedi za linearno-elastično ponašanje materijala [13]. Integracijom Parisovog zakona moguće je odrediti broj ciklusa do loma, tj. kritičnu duljinu pukotine uslijed konstantne amplitude opterećenja.

[22] Eng. *Crack Closure Effects.*
[23] Eng. *Threshold stress intensity factor range.*

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = C_{\mathrm{P}} \cdot \left(\Delta K\right)^{m_{\mathrm{P}}}, \tag{15}$$

gdje su C_{P} i m_{P} empirijske konstante dobivene prilagođavanjem Parisove jednadžbe eksperimentalnim podacima [10].

III. Područje (Nestabilan rast pukotine)

Zbog nestabilnosti rasta treće područje smatra se već lomom konstrukcije, a krivulja dinamičkog rasta asimptotski se približava vrijednosti lomne žilavosti ΔK_{C} [10].

Zbog linearne veze Parisovog modela rast pukotine u područjima I i III nije točno modeliran, odnosno model linearno ekstrapolira krivulju za ta područja, a to ima za posljedicu da u području I model precjenjuje brzinu rasta pukotine, te u području III je podcjenjuje [10]. Postoje mnogi drugi modeli koje pobliže opisuju krivulju dinamičkog rasta među kojima se ističe Formanov model opisan jednadžbom (16) koji u obzir uzima faktor asimetričnosti opterećenja i lomnu žilavost [10].

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = \frac{C_{\mathrm{F}} \cdot \left(\Delta K\right)^{m_{\mathrm{F}}}}{\left(1-R\right) \cdot K_{\mathrm{C}} - \Delta K}, \tag{16}$$

gdje su C_{F} i m_{F} Formanove empirijske konstante.

Kod modela u kojima je prisutno veliko tečenje materijala koeficijent intenzivnosti naprezanja nije više ispravan parametar, već je potrebno koristiti *J*-integral. Prema literaturi [10] Dowling-Begleyev model opisan jednadžbom (17) koristi se za analizu stabilnog rasta pukotine u elastoplastičnom području.

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}N} = C_{\mathrm{DB}} \cdot \left(\Delta J\right)^{m_{\mathrm{DB}}}, \tag{17}$$

gdje se konstante materijala Dowling-Begleyevog modela računaju sljedećim izrazima:

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{DB}} &= \frac{m_{\mathrm{P}}}{2}, \\ C_{\mathrm{DB}} &= \left(\frac{E}{\beta}\right)^{\frac{m_{\mathrm{P}}}{2}} \cdot C_{\mathrm{P}}, \\ \beta &= \frac{1+R}{1-R}. \end{aligned} \tag{18}$$

3. ANALIZA CJELOVITOSTI I ŽIVOTNOG VIJEKA VLAČNO OPTEREĆENE PLOČE S RAVNOM SREDIŠNJOM PUKOTINOM DUŽ CIJELE DEBLJINE PLOČE

Simulacija propagacije pukotine do kritične veličine provodi se nizom analiza svake pukotine zasebno, te se za svaku pukotinu bilježe rezultati. Analiza cjelovitosti procjenjuje se u FAD dijagramu, a rast pukotine u $a-N$ dijagramu (ovisnost duljine pukotine o broju ciklusa do loma). Parametre mehanike loma dobivene simulacijom potrebno je usporediti s empirijskim rezultatima analitičke forme. Također, zanimljivo je uočiti razliku između rezultata parametara mehanike loma za različite debljine ploča. U svrhu proučavanja X-FEM analize potrebno je usporediti parametre mehanike loma dobivene korištenjem 3D i 2D singluranih konačnih elemenata i X-FEM formulacije.

3.1. Materijal ploče

Za materijal ploče odabran je konstrukcijski čelik S355 J2+N[24] prema normi EN 10025-2. U tablici 1. definirana su svojstva odabranog materijala.

Tablica 1. Svojstva materijala S355 J2+N [18, 19]

Naziv	Oznaka	Iznos	Mjerna jedinica
Mehanička svojstva materijala			
Youngov modul elastičnosti	E	206000	MPa
Poissonov faktor	ν	0,3	-
Gustoća	ρ	$7{,}861\cdot10^{-6}$	kg/mm^3
Granica tečenja (razvlačenja)	R_e	355	MPa
Vlačna čvrstoća	R_m	523 (510…620)	MPa
Ramberg-Osgoodov materijalni model			
Eksponent očvršćenja	n	8,07	-
Parametar materijala	α	1,1606	-
Parametri mehanike loma			
Lomna žilavost	K_C	3478,5	$MPa\sqrt{mm}$
Prag intenzivnosti naprezanja	ΔK_{th}	316,2	$MPa\sqrt{mm}$
Lomna žilavost (Rav. stanje def.)	J_C	53,45	$MPa\cdot mm$
Prag J-integrala (Rav. stanje def.)	ΔJ_{th}	0,4417	$MPa\cdot mm$

[24] Prema normi EN 10025 oznaka je S355J22G4, a prema normi DIN 17100 oznaka je St52-3.

Niskociklične karakteristike			
Koeficijent cikličkog očvršćenja	K'	1412	MPa
Eksponent cikličkog očvršćenja	n'	0,21	-
Koeficijent zamorne čvrstoće	σ_f'	1081	MPa
Eksponent zamorne čvrstoće	b	-0,122	-
Koeficijent zamorne duktilnosti	ε_f'	0,182	-
Eksponent zamorne duktilnosti	c	-0,598	-
Parisove konstante materijala za omjer naprezanja R=0			
	C_p	$7{,}822 \cdot 10^{-11}$	$\frac{\text{mm}}{ciklus \cdot \left(\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}\right)^{m_p}}$
	m_p	3,07	-
Dowling i Begleyeve konstante materijala za R=0			
	C_{DB}	0,01297	$\frac{\text{mm}}{ciklus \cdot \left(\text{MPa} \cdot \text{mm}\right)^{m_{DB}}}$
	m_{DB}	1,535	-

Konvencionalnu krivulju naprezanje-deformacija potrebno je preračunati u stvarnu krivulju ponašanja materijala tako da se u obzir uzme suženje poprečnog presjeka i produljenje epruvete tijekom statičkog vlačnog pokusa. Materijal se do granice tečenja ponaša linearno-elastično, a nakon granice tečenja izrazito nelinearno. Veza između stvarne i konvencionalne deformacije i naprezanja može se prikazati sljedećim izrazima pretvorbe prema literaturi [7].

$$\varepsilon_t = \ln\left(1+\varepsilon_e\right), \tag{19}$$

$$\sigma_t = \sigma_e \cdot \left(1+\varepsilon_e\right), \tag{20}$$

gdje su ε_t - stvarna deformacija, ε_e - konvencionalna deformacija, σ_t - stvarno naprezanje, σ_e - konvencionalno naprezanje [7].

Za aproksimaciju krivulje naprezanje-deformacija kod GE/EPRI metode primjenjuje se Ramberg-Osgoodov materijalni model deformacijske teorije plastičnosti, a značajan utjecaj na točnost rješenja ima odabir vrijednosti eksponenta očvršćenja materijala [7]. Prema literaturi [7] izvedeni oblik Ramberg-Osgoodove jednadžbe opisan je jednadžbom (21).

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \cdot \frac{\sigma}{E} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^{n-1}, \tag{21}$$

gdje je α – parametar materijala i n – eksponent materijala [7].

Parametar i eksponent materijala dobiveni su interpolacijom eksperimentalno dobivene krivulje naprezanje-deformacija. Primijenjeni materijalni model uključuje deformacijsku teoriju plastičnosti i male deformacije [7].

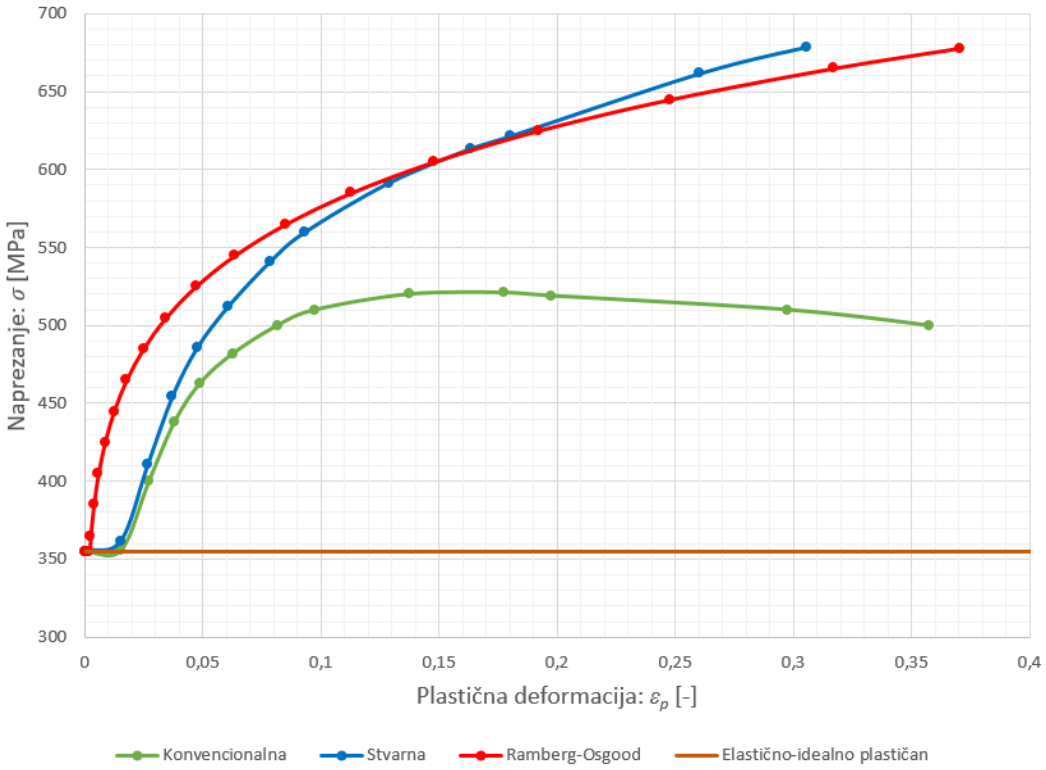
Ako nisu drugačije zadani parametar materijala i eksponent materijala mogu se izračunati prema normi [6] sljedećim izrazima

$$\alpha = \frac{0,002 \cdot E}{R_e}, \tag{22}$$

$$\frac{R_m}{R_e} = \frac{\left(\frac{1}{0,002 \cdot n}\right)^{\frac{1}{n}}}{e^{\frac{1}{n}}}, \tag{23}$$

gdje se 0,002 odnosi na pomak tečenja od 0,2% kod granice tečenja [6].

Na slici 25. prikazan je dijagram naprezanje-plastična deformacija u kojem su uspoređeni konvencionalni, stvarni, elastično-idealno plastični i Ramberg-Osgoodov materijalni model.

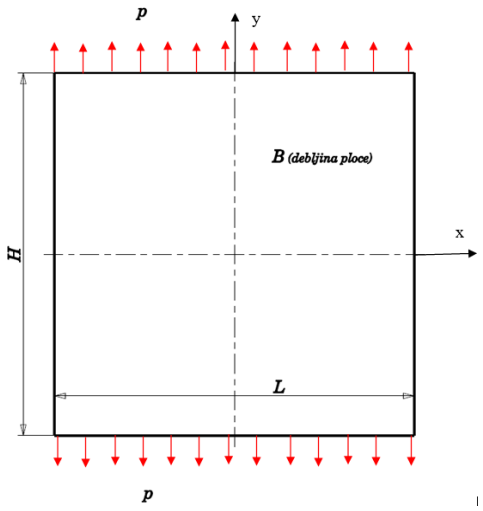


Slika 25. Dijagram naprezanje-deformacija za konstrukcijski čelik S355J2+N

3.2. Proračun inicijacije pukotine *ε–N* metodom i broja ciklusa do loma *S-N* metodom

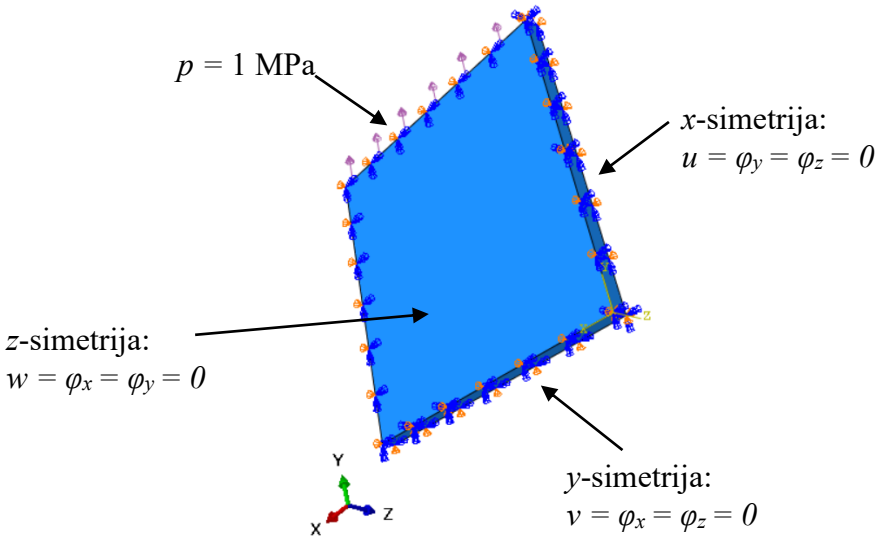
3.2.1. Vlačno opterećena ploča bez pukotine

Za provedbu analize zamora i inicijacije pukotine u programskom paketu *FE-Safe 6.9* potrebni su rezultati statičke analize spremljeni u *.odb izlaznu datoteku. Statička analiza provodi se u programskom paketu *Abaqus CAE 14.1* za zadani proračunski model. Na slici 26. prikazana ja vlačno opterećena ploča sa zadanim dimenzijama.



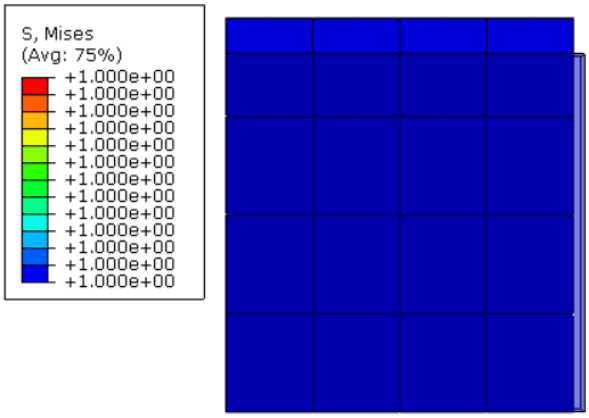
Slika 26. Dimenzije vlačno opterećene ploče bez pukotine

Zadane dimenzije i vlačno opterećenje ploče iznose: H = 200 mm, L = 200 mm, B = 10 mm, p = 1 MPa. Za 3D numeričku analizu proračunski model ploče ima tri ravnine simetrije, stoga je dovoljno analizirati 1/8 proračunskog modela. Na slici 27. prikazani su rubni uvjeti geometrije i opterećenja za numerički proračunski model.



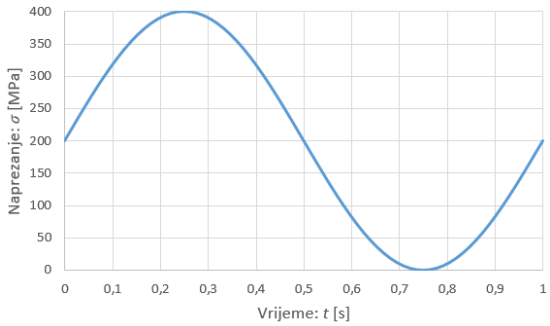
Slika 27. Rubni uvjeti geometrije i opterećenja numeričkog proračunskog modela ploče

Na slici 28. prikazana je mreža ploče diskretizirana C3D20R konačnim elementima i polje naprezanja prema von Misesu za zadano opterećenje prema kojem se može uočiti da je naprezanje konstantno po cijeloj ploči.



Slika 28. Polje naprezanja prema Von Misesu za ploču diskretiziranu s 16 C3D20R konačnih elemenata

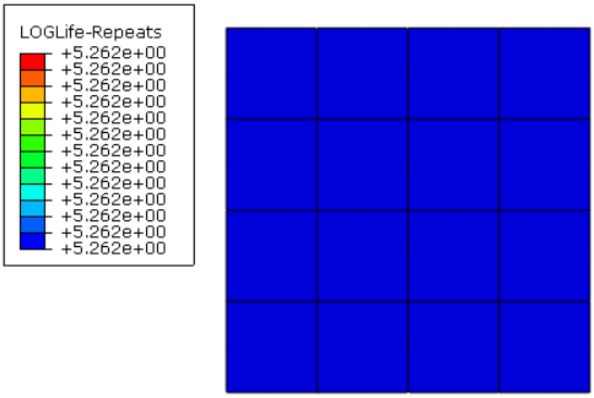
Rezultate statičke analize potrebno je učitati u programski paket *FE-Safe* na način da se u proračunu koriste rezultati u čvorovima a ne u točkama integracije, jer se inicijacija pukotine većinom javlja na površini konstrukcijskog elementa stoga su od većeg značaja naprezanja koja se ekstrapoliraju na vanjske čvorove konačnog elementa, uz uvjet monotone konvergencije. Nakon učitavanja *.odb datoteke potrebno je zadati dinamičku uzbudu, tj. povijest naprezanja za koje je pretpostavljeno da predstavlja kompleksan ciklus koji se u vremenu ponavlja periodički, te ga je potrebno rastaviti na niz manjih ciklusa [4]. U ovom primjeru zadan je jednostavan slučaj istosmjernog sinusoidalnog opterećenja za koji je omjer naprezanja $R = 0$ (čisto istosmjerno opterećivanje). Na slici 29. prikazano je sinusoidalno čisto istosmjerno opterećenje.



Slika 29. Dinamička uzbuda čistog istosmjernog opterećenja $\Delta\sigma$ = 400 MPa

Simulacija broja ciklusa do iniciranja zamorne pukotine određuje se *Brown-Miller-Morrowim* algoritmom prema kriteriju kritične ravnine, te ima mogućnost rotacije kritične ravnine i

traženja ravnine u kojoj oštećenje ima najveću vrijednost za jedan ciklus opterećenja [9, 14]. Nakon provedene simulacije broj ciklusa do iniciranja pukotine iznosi $N_{\mathrm{i}}^{\text{FE-Safe}} = 182920$ ciklusa. Rezultati analize zamora mogu se eksportirati u *.odb datoteku i prikazati u Abaqus post-procesoru u kojem je broj ciklusa do iniciranja pukotine prikazan u $\log_{10}$ mjerilu. Na slici 30. za zadanu ploču prikazano je polje broja ciklusa do iniciranja pukotine u log10 mjerilu.



Slika 30. Rezultati analize zamora do iniciranja pukotine u $\log_{10}$ mjerilu za zadanu ploču

Analitičko rješenje zadatka dobiva se rješavanjem Morrowe jednadžbe koja u obzir uzima korekciju srednjeg naprezanja i opisana je jednadžbom (24) prema literaturi [13].

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \varepsilon_{\mathrm{a}} = \frac{\left(\sigma_{\mathrm{f}}' - \sigma_{\mathrm{m}}\right)}{E} \cdot \left(2 \cdot N_{\mathrm{i}}\right)^{b} + \varepsilon_{\mathrm{f}}' \cdot \left(2 \cdot N_{\mathrm{i}}\right)^{c}. \tag{24}$$

Prije rješavanja Morrowe jednadžbe potrebno je riješiti sustav dvije jednadžbe s dvije nepoznanice kako bi se odredilo najveće naprezanje i deformacija.

$$\Delta\sigma \cdot \Delta\varepsilon = \frac{K_{\mathrm{f}}^{2} \cdot \left(\Delta\sigma_{\infty}\right)^{2}}{E}, \tag{25}$$

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2 \cdot \left(\frac{\Delta\sigma}{2 \cdot K'}\right)^{\frac{1}{n'}}. \tag{26}$$

Prva jednadžba (25) označava Neuberovu krivulju a druga jednadžba (26) cikličku krivulju $\sigma - \varepsilon$ [13]. U zadanom primjeru ploče nema otvora ili zareza, stoga faktor koncentracije naprezanja iznosi $K_{\mathrm{t}} = 1$, dok je faktor zamora uvijek nešto manji i ovisi o materijalu ($K_{\mathrm{f}} < K_{\mathrm{t}}$). Naprezanje je zadano kao $\sigma_{\infty} = 200 \pm 200$ MPa te se postavljene jednadžbe rješavaju se za slučaj kada je $\Delta\sigma_{\infty} = 400$ MPa i $\Delta\sigma_{\infty} = 0$ MPa. Izrazom (27) ispisan je slijed rezultata analitičkih rješenja te je izračunat broj ciklusa do inicijacije pukotine.

$$
\begin{aligned}
&K_{\mathrm{f}} = 1, \\
&\varepsilon_{\max} = 2,01867 \cdot 10^{-3}, \\
&\sigma_{\max} = 384,757 \text{ MPa}, \\
&\varepsilon_{\min} = 0, \\
&\sigma_{\min} = 0 \text{ MPa}, \\
&\sigma_{\mathrm{m}} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = 192,38 \text{ MPa}, \\
&\varepsilon_{\mathrm{a}} = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{2} = 1,00934 \cdot 10^{-3}, \\
&N_{\mathrm{i}}^{\text{analiticko}} = 162267 \text{ ciklusa}.
\end{aligned}
\tag{27}
$$

gdje je σ_{m} u MPa – srednje naprezanje i ε_{a} - amplituda deformacija.

Ukoliko se želi izračunati broj ciklusa do loma konstrukcije, to se može odrediti *S-N* metodom visoko-cikličkog zamora koja obuhvaća iniciranje pukotine, propagaciju i lom [4]. Usporedit će se metoda bez korekcije srednjeg naprezanja, a zatim metode s korekcijom srednjeg naprezanja prema Gerberu i Goodmanu.

Analitički izraz za metodu bez korekcije srednjeg naprezanja prikazan je jednadžbom (28) prema literaturi [4].

$$
S_{\mathrm{a}} = S_{\mathrm{f}}' \cdot \left(N_{\mathrm{f}} \right)^{b} \rightarrow N_{\mathrm{f}} = \left(\frac{S_{\mathrm{a}}}{S_{\mathrm{f}}'} \right)^{\frac{1}{b}},
\tag{28}
$$

gdje je $S_{\mathrm{a}} = 200$ MPa - amplituda naprezanja zadane sinusoidalne dinamičke uzbude.

Analitički izraz Gerberove metode za proračun broja ciklusa do loma uz korekciju srednjeg naprezanja prema [4] glasi

$$
\begin{aligned}
&\frac{S_{\mathrm{a}}}{S_{\mathrm{a0}}} + \left(\frac{S_{\mathrm{m}}}{S_{\mathrm{ult}}} \right)^{2} = 1 \rightarrow S_{\mathrm{a0}} = \frac{S_{\mathrm{a}}}{1 - \left(\frac{S_{\mathrm{m}}}{S_{\mathrm{ult}}} \right)^{2}}, \\
&N_{\mathrm{f}}^{\text{Gerber}} = \left(\frac{S_{\mathrm{a0}}}{S_{\mathrm{f}}'} \right)^{\frac{1}{b}},
\end{aligned}
\tag{29}
$$

gdje je $S_{\mathrm{ult}} = R_{\mathrm{m}}$ u MPa - vlačna čvrstoća, a $S_{\mathrm{m}} = 200$ MPa - srednje naprezanje za zadanu dinamičku uzbudu.

Goodmanov analitički izraz amplitude naprezanja prema [4] glasi

$$
\frac{S_{\mathrm{a}}}{S_{\mathrm{a0}}} + \frac{S_{\mathrm{m}}}{S_{\mathrm{ult}}} = 1 \rightarrow S_{\mathrm{a0}} = \frac{S_{\mathrm{a}}}{1 - \frac{S_{\mathrm{m}}}{S_{\mathrm{ult}}}}.
\tag{30}
$$

U tablici 2. usporedno su prikazana analitička i numerička rješenja broja ciklusa do inicijacije pukotine i broja ciklusa do loma.

Tablica 2. Usporedba analitičkog i numeričkog rješenja broja ciklusa do inicijacije pukotine i broja ciklusa do loma

	Broj ciklusa do iniciranja pukotine N_i	Broj ciklusa do loma N_f (bez σ_m)	Broj ciklusa do loma N_f (Gerber)	Broj ciklusa do loma N_f (Goodman)
FE-Safe	182920	1015128	277787	19541
Analitički	162267	1015131	277788	19541
Razlika	-11,29 %	0,0002 %	0,00036 %	0 %

U tablici 3. usporedno su prikazani numerički rezultati broja ciklusa do inicijacije pukotine i broja ciklusa do loma za 3D i 2D statičke analize ploče.

Tablica 3. Usporedba numeričkih rezultata broja ciklusa do inicijacije pukotine i broja ciklusa do loma za 3D i 2D statičku analizu ploče

FE-Safe	Broj ciklusa do iniciranja N_i	Broj ciklusa do loma N_f (bez σ_m)	Broj ciklusa do loma N_f (Gerber)	Broj ciklusa do loma N_f (Goodman)
3D KE	182920	1015128	277787	19541
2D KE - RSN[25]	182920	1015128	277787	19541
2D KE - RSD[26]	801841	1015227	277824	19544

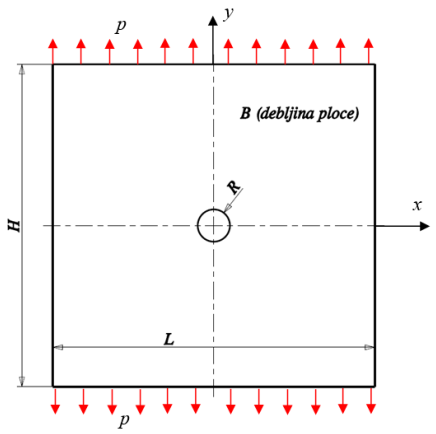
Iz rezultata može se uočiti da je odstupanje broja ciklusa do inicijacije pukotine $\varepsilon - N$ metodom analitičkog i numeričkog rješenja oko 11 %, a najviše na to utječe odabir faktora zamora. Ako se odabere faktor zamora $K_f = 0,99$, greška iznosi -4 %, što je značajno smanjenje greške. Kod $\varepsilon - N$ metode broj ciklusa do inicijacije vrlo je osjetljivo na razliku naprezanja jer za male promjene naprezanja mogu se dobiti velike razlike u broju ciklusa do inicijacije. Korištenjem *S-N* metode za određivanje broja ciklusa do loma dobivaju se identični rezultati između numeričke simulacije i analitičkog rješenja. Može se uočiti da kod *S-N* metode Goodmanov izraz daje puno manji broj ciklus do loma od stvarnog, a razlog je taj što Goodmanov izraz bolje opisuje krhke materijale te za duktilne daje konzervativna rješenja,

[25] KE – RSN: Konačni elementi za ravninsko stanje naprezanje.
[26] KE – RSD: Konačni elementi za ravninsko stanje deformacija.

dok Gerberov izraz dobro opisuje duktilne materijale. Također, usporedbom 3D i 2D statičke analize ploče može se uočiti da se za ravninsko stanje deformacija dobivaju manja naprezanja u ploči te samim time veći broj ciklusa do loma i broj ciklusa do inicijacije pukotine.

3.2.2. Rastezanje ploče s centralnim kružnim provrtom

Na slici 31. prikazana je tanka ploča s kružnim provrtom čije su dimenzije širine i visine mnogo veće nego promjer otvora tako da dimenzije ploče ne utječu na rezultate lokalnog naprezanja. Traženi faktor koncentracije naprezanja biti će manji za deblje ploče jer će u sredini debelih ploča vladati ravninsko stanje deformacija, stoga će se razmatrati slučaj jako tanke ploče kada vlada ravninsko stanje naprezanja.



Slika 31. Vlačno opterećena tanka ploča s centralnim kružnim provrtom

Dimenzije ploče i iznos naprezanja iznose $H = L = 200$ mm, $R = 0{,}5$ mm, $p = 1$ MPa, ($B = 1$ mm). Analitičko rješenje faktora koncentracije naprezanja za zadani slučaj prema [20] iznosi

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\infty}} = 3\,. \tag{31}$$

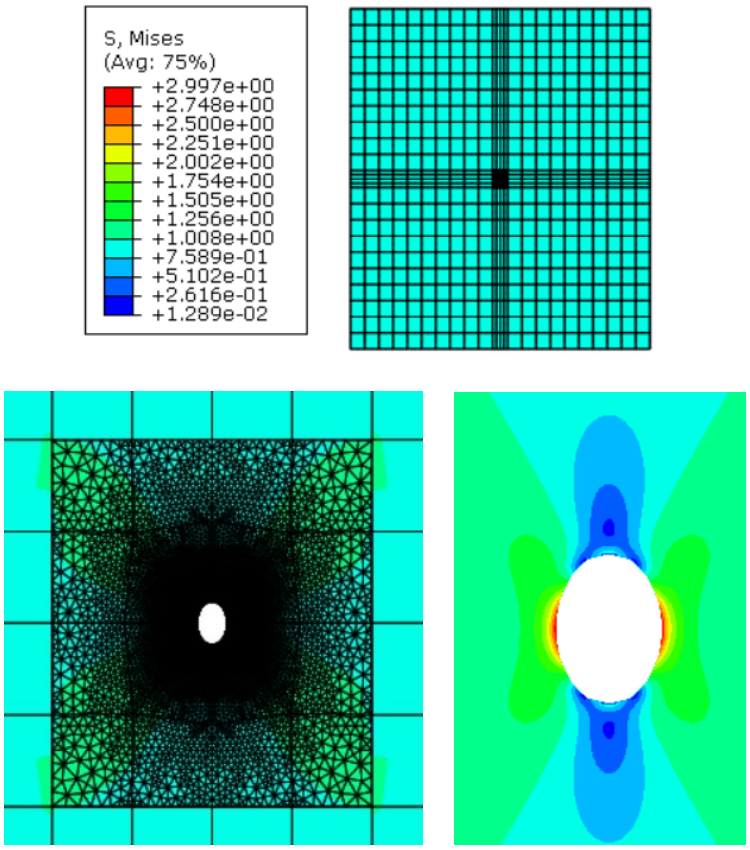
Da bi se numeričkom analizom dobilo približno točno rješenje lokalna naprezanja oko kružnog otvora moraju konvergirati, a konvergencija će se provesti adaptivnom analizom u ovom slučaju. Adaptivno umrežavanje potrebno je provesti na početnoj mreži koja je gruba i u kojoj se javlja relativna greška unutarnje energije deformiranja [21]. Adaptivno umrežavanje automatsko je usitnjavanje mreže konačnih elemenata pri čemu se procjena valjanosti mreže vrši na temelju izračunavanja energije deformiranja [21]. Prema [21] usitnjavanje mreže može se provesti na tri različita načina ili njihovom kombinacijom te se razlikuju 1) h-usitnjavanje (smanjuje se veličina, a povećava broj elemenata istog tipa), 2) p-usitnjavanje (povećava se stupanj polinoma interpolacijske funkcije uz nepromijenjen broj

elemenata) i 3) r-usitnjavanje (razmještaj čvorova uz nepromijenjen broj stupnjeva slobode). Prema [21] osnovni cilj primjene adaptivnog umrežavanja smanjenje je greške nastale diskretizacijom a relativna greška unutarnje energije deformiranja računa se izrazom

$$\eta = \sqrt{\frac{U_{\mathrm{E}}}{U - U_{\mathrm{E}}}}, \tag{32}$$

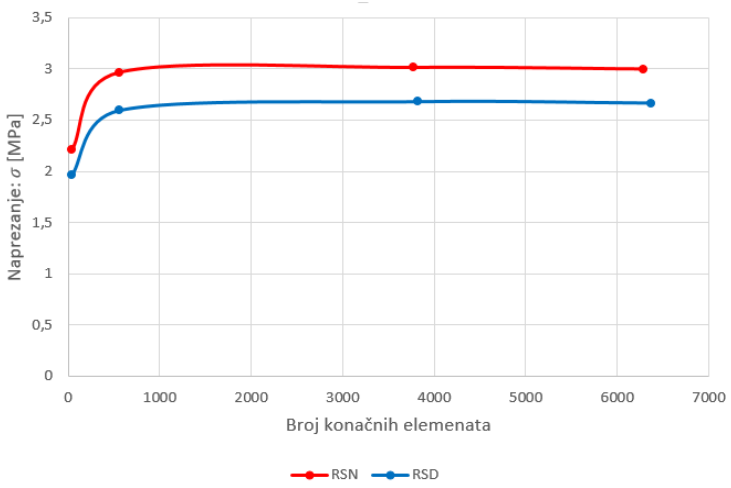
gdje je η – relativna greška unutarnje energije deformiranja u elementima, U u J – unutarnja energija deformiranja i U_{E} u J – razlika između unutarnje energije deformiranja u elementima i uprosječene energije deformiranja u elementima [21].

Postupak adaptivnog umrežavanja svodi se na nekoliko koraka, a u svakom koraku izračunava se parametar relativne greške η te je namjera dobiti unutarnju energiju za pojedini element koja je približno jednaka za sve elemente, a postupak se prekida kada je η manji od tražene vrijednosti (obično 5%) [21]. U programskom paketu *Abaqus* adaptivnu analizu moguće je provesti samo tetraedarskim konačnim elementima. Slikom 32. za numerički proračunski model prikazana je diskretizacija ploče s kružnim provrtom te je prikazano polje ekvivalentnog naprezanja oko provrta.



Slika 32. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu na ploči diskretiziranoj s 6291 CPS8R konačnih elemenata (na donjem dijelu slike nalaze se uvećani prikazi domene provrta)

Na slici 33. prikazana je konvergencija naprezanja uslijed adaptivnog umrežavanja ploče s kružnim provrtom diskretizirane ravninskim konačnim elementima za ravninsko stanje deformacija (RSD) i za ravninsko stanje naprezanja (RSN).



Slika 33. Konvergencija naprezanja ploče s kružnim provrtom diskretizirane ravninskim KE za ravninsko stanje naprezanja (RSN) i ravninsko stanje deformacija (RSD)

Iz navedenih rezultata može se uočiti da je numeričko rješenje jednako analitičkom ($K = 3$) ukoliko se radi o tankoj ploči u kojoj vlada ravninsko stanje naprezanja. Što je ploča deblja smanjuje se faktor koncentracije naprezanja te za debele ploče iznosi $K = 2,664$. Sukladno prethodnom primjeru, na temelju statičke analize provesti će se analiza životnog vijeka zadane ploče gdje će biti primijenjen isti materijal i ista dinamička uzbuda kao u prethodnom primjeru ploče bez kružnog provrta. U tablici 4. uspoređen je broj ciklusa do iniciranja pukotine za RSN i RSD s obzirom na polazište ulaznih podataka naprezanja u programskom paketu *FE-Safe*.

Tablica 4. Broj ciklusa do iniciranja pukotine za ploču s kružnim provrtom za ravnisnko stanje naprezanja i ravninsko stanje deformacije

FE-Safe (s obzirom na polazište ulaznih podataka)	Broj ciklusa do iniciranja pukotine N_i (RSN)	Broj ciklusa do iniciranja pukotine N_i (RSD)
Elemental	603,5	1198,4
Nodal	604,5	1223,8
Integration points	622,2	1250,8
Centroidal	635,8	1286,5

Kod tankih ploča u kojima vlada ravninsko stanje naprezanja doći će do iniciranja pukotine kod manjeg broja ciklusa jer je veće lokalno naprezanje, a time i faktor koncentracije naprezanja. Iz tablice 4. može se uočiti da se manji broj ciklusa do iniciranja pukotine dobiva ako se odaberu naprezanja u čvorovima konačnih elemenata nego u točkama integracije, jer se pukotine javljaju na vanjskim površinama modela. Iako se metodom konačnih elemenata najtočnija rješenja dobivaju u točkama integracije, za proračun broja ciklusa do iniciranja pukotine ekstrapolirana naprezanja u čvorovima igraju važniju ulogu. Kod analitičkog proračuna faktor koncentracije naprezanja iznosi $K_t = 3$ dok faktor zamora ovisi o veličini i obliku kružnog provrta, te o svojstvu materijala. Zadano cikličko naprezanje iznosi $\sigma_\infty = 200 \pm 200$ MPa . Prema literaturi [14] općenito faktor zamora može se izračunati ovisno o zareznoj osjetljivosti koja se izražava kao

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}, \tag{33}$$

gdje je $q = 0,9...1$ - zarezna osjetljivost ovisna o materijalu (konzervativno).

Prema [14] za proračun faktora zamora korištena je Petersonova formula

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{a}{r \cdot 0,03937}}, \tag{34}$$

gdje je r u mm - polumjer provrta ili žlijeba i a – svojstvo materijala (za zadani materijal $a = 0,002$ a za krhke materijale iznos se povećava).

Pretpostavkama i odabirom faktora zamora u analitički proračun unosi se određena greška koja će rezultirati određenim odstupanjem od stvarnog i numeričkog rješenja.

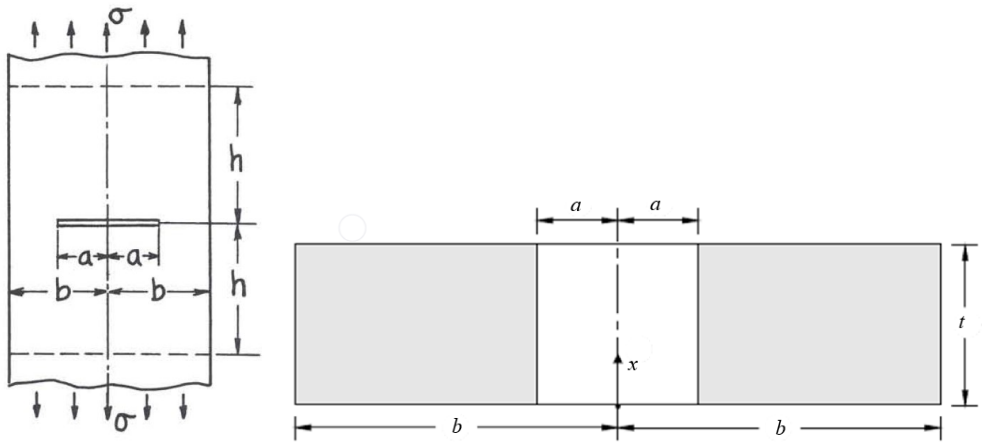
Analitički slijed rješenja za određivanje broja ciklusa do iniciranja pukotine prema Morrowu za ploču s kružnim provrtom ispisan je izrazom (35).

$$\begin{aligned}
&K_f = 2,8155,\\
&\varepsilon_{max} = 7,957764 \cdot 10^{-3},\\
&\sigma_{max} = 773,7 \text{ MPa},\\
&\varepsilon_{min} = 0,\\
&\sigma_{min} = 0 \text{ MPa},\\
&\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = 386,85 \text{ MPa},\\
&\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}}{2} = 3,9789 \cdot 10^{-3},\\
&N_i^{analiticko} = 622 \text{ ciklusa.}
\end{aligned} \tag{35}$$

Analitičko rješenje odstupa 2,8 % od numeričkog rješenja što je unutar zadovoljavajućih granica, a razlika koja se javlja odnosi se na računanje faktora zamora koji ovisi o materijalu i geometriji koja utječe na koncentraciju naprezanja. Numeričko rješenje daje dovoljno točne rezultate broja ciklusa do inicijacije pukotine.

3.3. Empirijsko rješenje koeficijenata intenzivnosti naprezanja ploče sa središnjom pukotinom

Empirijski izrazi koeficijenta intenzivnosti naprezanja dobiveni su aproksimacijom rezultata eksperimentalnih ispitivanja. Za vlačno opterećenu ploču sa središnjom pukotinom usporedit će se empirijski i numerički rezultati koeficijenta intenzivnosti naprezanja. Na slici 34. prikazana je vlačno opterećena ploča sa središnjom pukotinom i pripadajućim dimenzijama.



Slika 34. Geometrija vlačno opterećene ploče sa središnjom pukotinom [6, 22]

Zadane dimenzije ploče iznose $h = 150$ mm, $b = 50$ mm.

Prema normi [6] empirijski izraz koeficijenta intenzivnosti naprezanja definira se kao

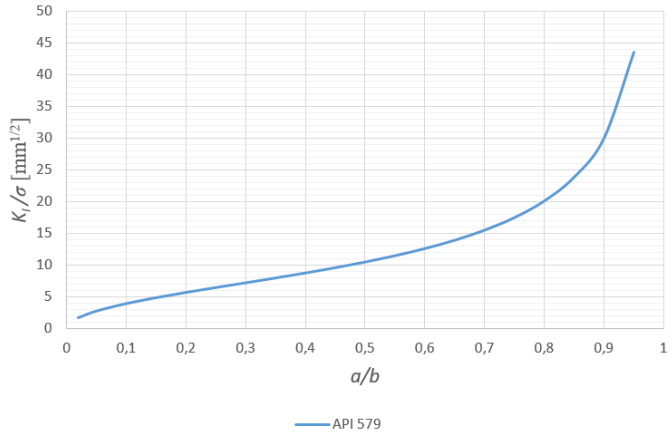
$$K_{\mathrm{I}} = \left(\sigma_{\mathrm{m}} + M_{\mathrm{b}} \cdot \sigma_{\mathrm{b}}\right) \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot f_{\mathrm{w}}, \text{ u MPa}\sqrt{\text{mm}}, \tag{36}$$

$$f_{\mathrm{w}} = \left[\sec\left(\frac{\pi \cdot a}{2 \cdot b}\right)\right]^{0,5}, \tag{37}$$

gdje je σ_{m} u MPa - membransko naprezanje ploče, f_{w} - funkcija oblika ovisna o geometriji pukotine, $M_{\mathrm{b}} \cdot \sigma_{\mathrm{b}}$ u MPa - naprezanje uslijed savijanja ploče (u ovom primjeru nije uzeto u obzir), a u mm - duljina pukotine i ograničenje formule vrijedi za $0 < a/b < 1$ [6].

Za različite debljine ploče javlja se različita raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja duž debljine ploče, a iz navedenog empirijskog izraza može se uočiti kako nije u obzir uzeta debljina ploče te će empirijski rezultati biti konstantni po debljini ploče.

Na slici 35. prikazana je prema normi [6] raspodjela omjera koeficijenta intenzivnosti naprezanja i opterećenja ploče u ovisnosti o omjeru duljine pukotine i širine ploče.



Slika 35. Omjer koeficijenta intenzivnosti naprezanja i vlačnog opterećenja ovisno o omjeru duljine pukotine i širine ploče prema empirijskom izrazu i norme [6]

Za zadanu geometriju pukotine sa dijagrama se može očitati željeni omjer te pomnožiti sa bilo kojim zadanim opterećenjem te se lako izračuna koeficijent intenzivnosti naprezanja koji za vlačno opterećenu ploču linearno ovisi o opterećenju.

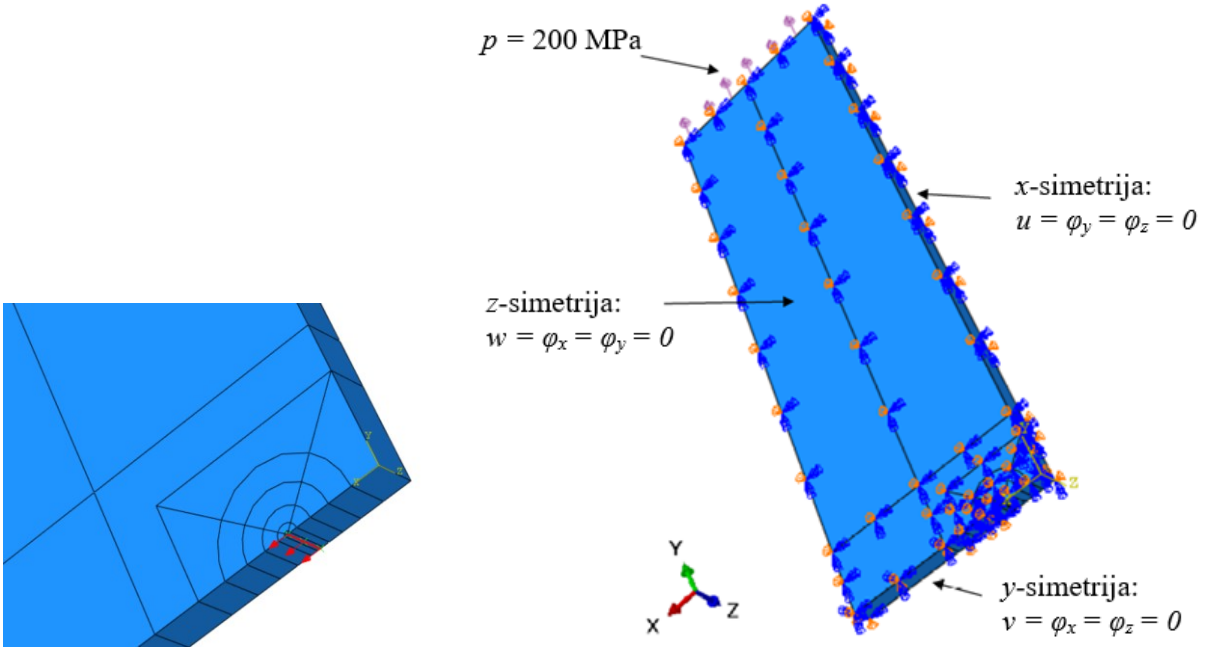
3.4. Numerička rješenja parametara mehanike loma ploče sa središnjom pukotinom

U ovom primjeru pokazat će se usporedba rješenja kada se koriste klasični singularni konačni elementi mehanike loma i kada se koristi X-FEM[27]. Kako bi se dobila što točnija raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja po debljini ploče koristit će se 3D konačni elementi s gustom mrežom oko linije vrha pukotine. Određivanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja provodi se linearno-elastičnom analizom dok se za elastoplastičnu analizu računa *J*-integral, a ponašanje materijala opisuje Ramberg-Osgoodovim materijalnim modelom [7].

Prikazat će se usporedbe empirijskog i numeričkog rješenja za ploču debljine $t = 10$ mm. Zadana ploča ima tri ravnine simetrije te je potrebno diskretizirati samo 1/8 proračunskog modela. Nakon što se definira linija vrha pukotine potrebno je definirati vektor smjera širenja pukotine i za linearno-elastičnu analizu mehanike loma međučvor na udaljenosti ¼ stranice singularnog konačnog elementa od vrha pukotine [4]. Model ploče sa središnjom pukotinom diskretiziran je gustom mrežom 3D singularnih konačnih elemenata oko linije vrha pukotine na koje se nadovezuju prizmatični izoparametrijski konačni elementi drugog reda, a prijelaz s guste na rijetku mrežu prizmatičnih konačnih elemenata izveden je tetraedarskim konačnim

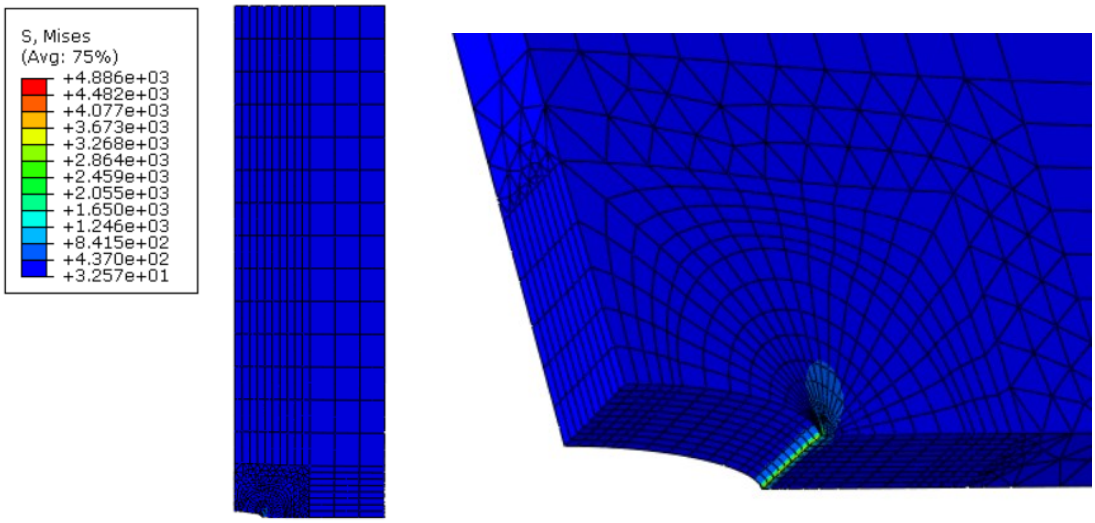
[27] Eng. *eXtended Finite Element Method*

elementima drugog reda. Na slici 36. prikazan je vektor smjera širenja ravne pukotine duž cijele debljine ploče i prikazani su rubni uvjeti geometrije i opterećenja za 1/8 proračunskog modela ploče sa središnjom pukotinom.



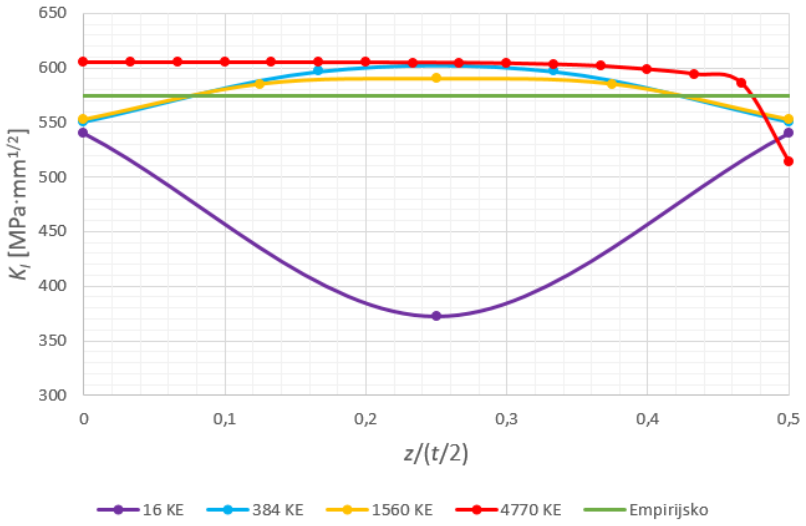
Slika 36. Linija vrha pukotine i vektor smjera širenja pukotine (lijevo) i rubni uvjeti geometrije i opterećenja ploče sa središnjom pukotinom za 1/8 proračunskog modela (desno)

Na slici 37. prikazana je diskretizacija ploče debljine $t = 10$ mm sa središnjom pukotinom duljine $2a = 20$ mm te je prikazano polje naprezanja prema Von Misesu oko vrha pukotine za opterećenje $\sigma = 100$ MPa .



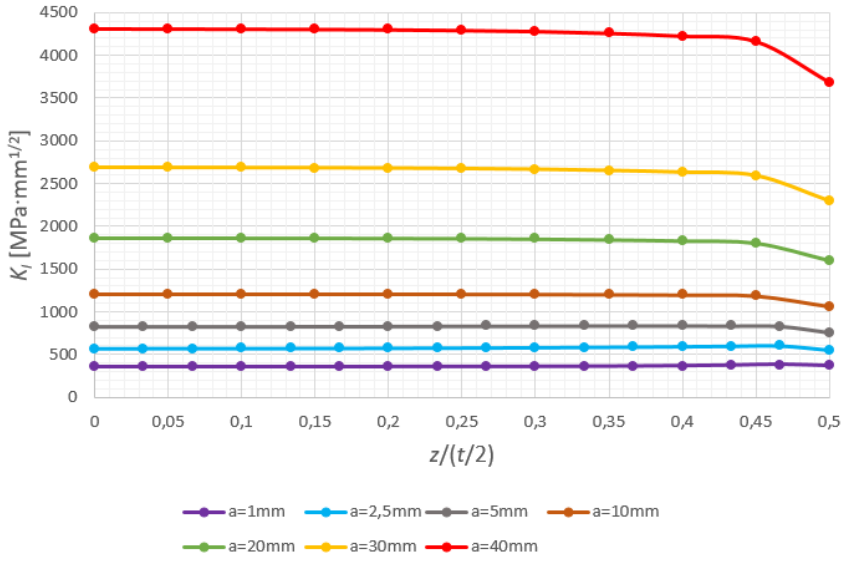
Slika 37. Diskretizacija ploče s 4724 konačna elementa i prikaz polja ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu u MPa oko vrha pukotine za opterećenje $\sigma = 100$ MPa

Na slici 38. prikazana je konvergencija koeficijenata intenzivnosti naprezanja po debljini ploče debljine $t = 10$ mm s duljinom središnje pukotine $2a = 20$ mm i opterećenjem $\sigma = 100$ MPa .



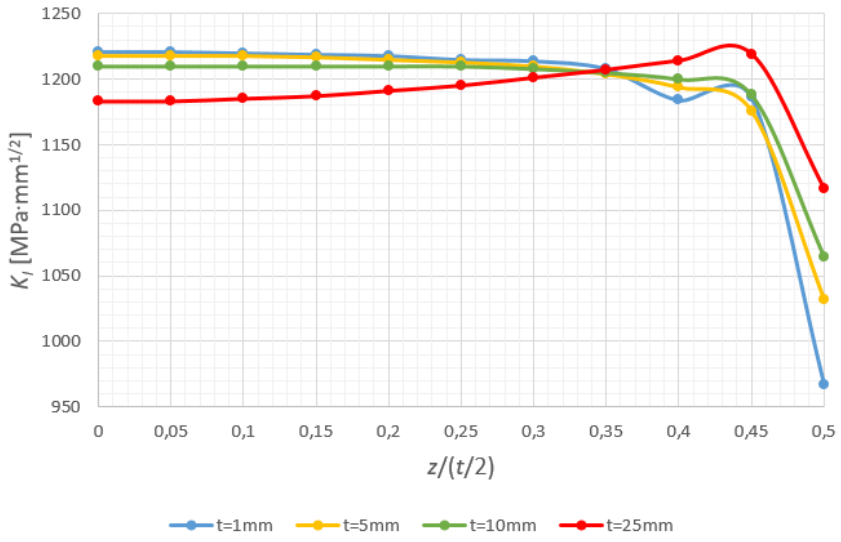
Slika 38. Konvergencija koeficijenta intenzivnosti naprezanja po debljini ploče t = 10 mm, duljine pukotine $2a$ = 20 mm i opterećene σ = 100 MPa

Koeficijent intenzivnosti naprezanja najveći je na sredini ploče a najmanji na vanjskim plohama ploče te se može zaključiti da će otvaranje pukotine krenuti od sredine ploče gdje vlada ravninsko stanje deformacija, jer je onemogućeno širenje srednjeg dijela ploče zbog okolnog materijala. Na slici 39. prikazana je raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja po debljini ploče $t = 10$ mm za različite duljine pukotina pri opterećenju $\sigma = 200$ MPa .



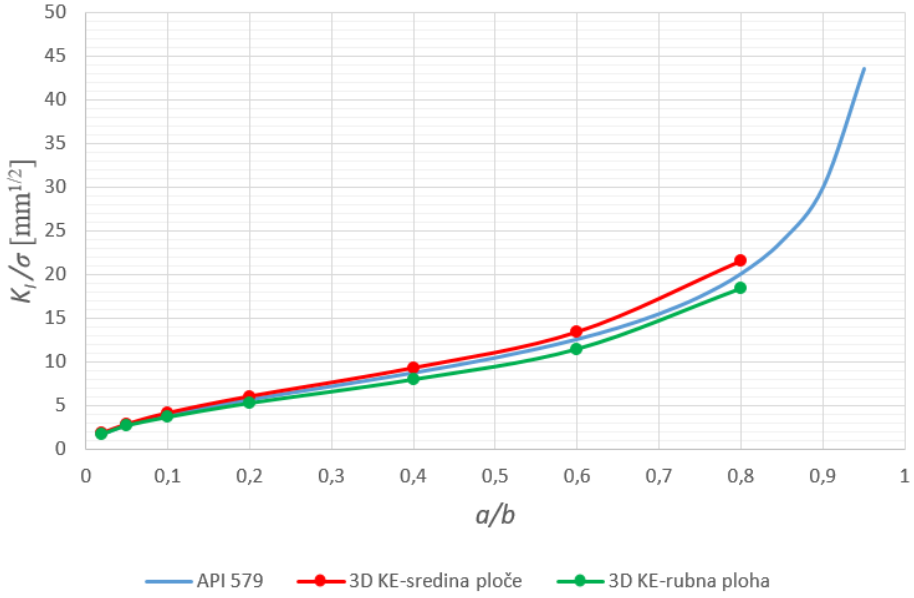
Slika 39. Raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja po debljini ploče t = 10 mm za različite duljine pukotina pri opterećenju σ = 200 MPa

Na slici 40. prikazana je raspodjela koeficijenata intenzivnosti naprezanja duž različitih debljina ploča za duljinu središnje pukotine $2a = 20$ mm i opterećenje $\sigma = 100$ MPa .



Slika 40. Raspodjela koeficijenata intenzivnosti naprezanja za različite debljine ploča pri duljini središnje pukotine $2a = 20$ mm i opterećenju $\sigma = 200$ MPa

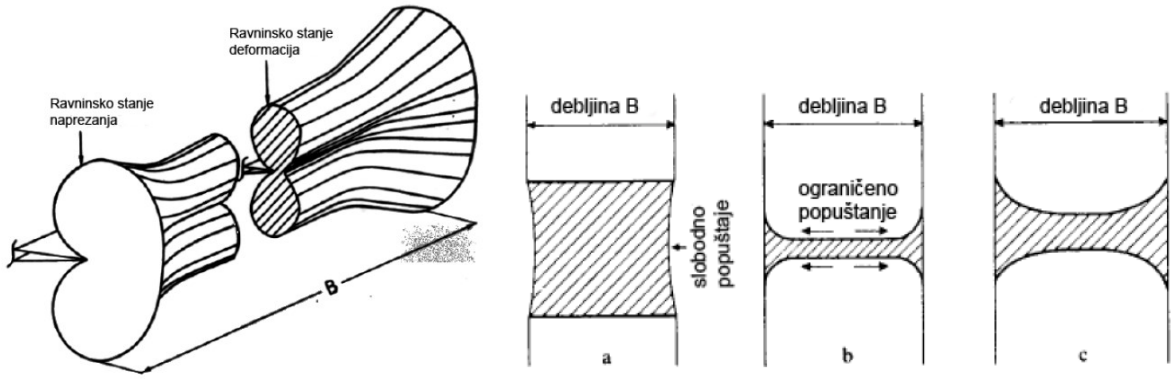
Na slici 41. uspoređena je empirijska krivulja s krivuljom numeričkih 3D rezultata kada su koeficijenti intenzivnosti naprezanja očitani na sredini ploče i na krajnjoj plohi ploče.



Slika 41. Usporedba empirijskih i numeričkih rezultata dobivenih 3D konačnim elementima

Sa slike 41. može se uočiti da empirijski izraz daje vrijednost koeficijenta intenzivnosti naprezanja koji je nešto manji nego na sredini ploče i nešto veći nego na krajnjoj plohi ploče. Kod velikih debljina ploča veća je vjerojatnost pojave kliznih ravnina zbog smičnih naprezanja unutar materijala. Kod ploča se može zaključiti da postoji raspodjela pojave

plastičnosti po debljini ploče. Na slici 42. prikazana je zona plastičnosti po debljini ploče i veličine plastičnih zona sa stanjima naprezanja.



Slika 42. 3D zona plastičnosti po debljini ploče (lijevo) i veličine plastičnih zona i stanja naprezanja: plastična zona veličine reda debljine ploče (a), mala zona plastičnosti (b) i srednja veličina zone plastičnosti (c) [23]

Stanje naprezanja utječe na veličinu plastične zone te kad je plastična zona velika naspram debljine ploče može slobodno doći do popuštanja vanjskih ploha prema unutrašnjosti [23]. Velike zone plastičnosti podupiru postojanje ravninskog stanja naprezanja, a male zone plastičnosti kod tankih ploča ravninsko stanje deformacija [23]. Velika naprezanja i mala granica tečenja materijala djeluju na rast velike plastične zone, stoga je potrebna velika debljina ploče za očuvanje dominantnog ravninskog stanja naprezanja [23]. Kako bi ravninsko stanje deformacija moglo postojati u većem dijelu debljine ploče, područje ravninskog stanja naprezanja na površini trebalo bi biti što manje [23]. Zona plastifikacije predstavlja zonu unutar koje će naprezanje biti veće od granice tečenja materijala. Plastično tečenje materijala znatno je otežano u svim smjerovima za troosno stanje naprezanja kao što je na sredini ploče gdje vlada ravninsko stanje deformacija [23]. Iako je materijal duktilan u središtu ploče javlja se otpor tečenju materijala, pa se tamo materijal ponaša krhko te obično kod srednje debelih ploča na sredini dolazi do krhkog loma a na rubovima do duktilnog loma [23]. Krhki lom se brže širi nego duktilni i fronta propagacije pukotine nije ravna [23].

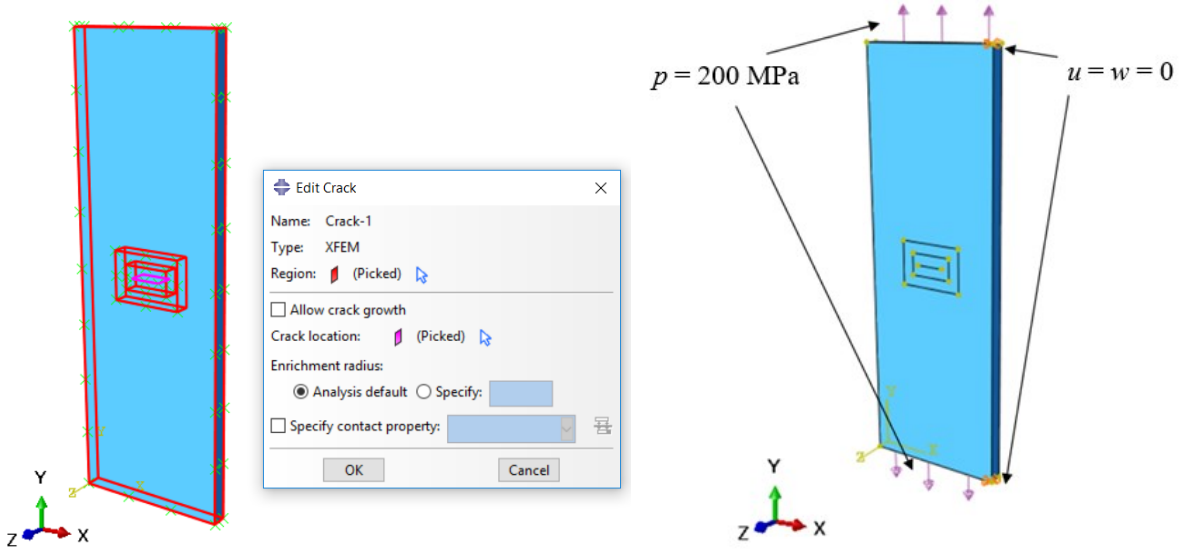
Za ravninsko stanje deformacija vrijedi izraz (41) jer je na sredini ploče zbog okolnog materijala onemogućena deformacija *z* komponente te se javlja troosno stanje naprezanja.

$$\begin{aligned} \sigma_z &\neq 0, \\ \varepsilon_z &= 0. \end{aligned} \tag{38}$$

Kod ravninskog stanja naprezanja vrijedi obratna definicija jer je na rubnim plohama ploče omogućena deformacija *z* komponente te ne dolazi do pojave troosnog stanja naprezanja.

3.5. Numerička rješenja X-FEM analize

Prednost X-FEM analize je u tome da se za svaki novi omjer geometrije pukotine ne mora iznova raditi mreža konačnih elemenata oko vrha pukotine, nego se zadanom plohom definira oblik pukotine. Tijekom simulacije propagacije pukotine mreža konačnih elemenata modela ostaje jednaka a mijenja se samo ploha koja definira oblik pukotine. X-FEM analiza u programskom paketu *Abaqus* provedena je prema smjernicama literature [12]. Na slici 43. prikazano je definiranje proračunskog modela i plohe pukotine preko koje se "obogaćuju" standardne interpolacijske funkcije pomaka oko vrha pukotine i prikazani su rubni uvjeti geometrije i opterećenja ploče.

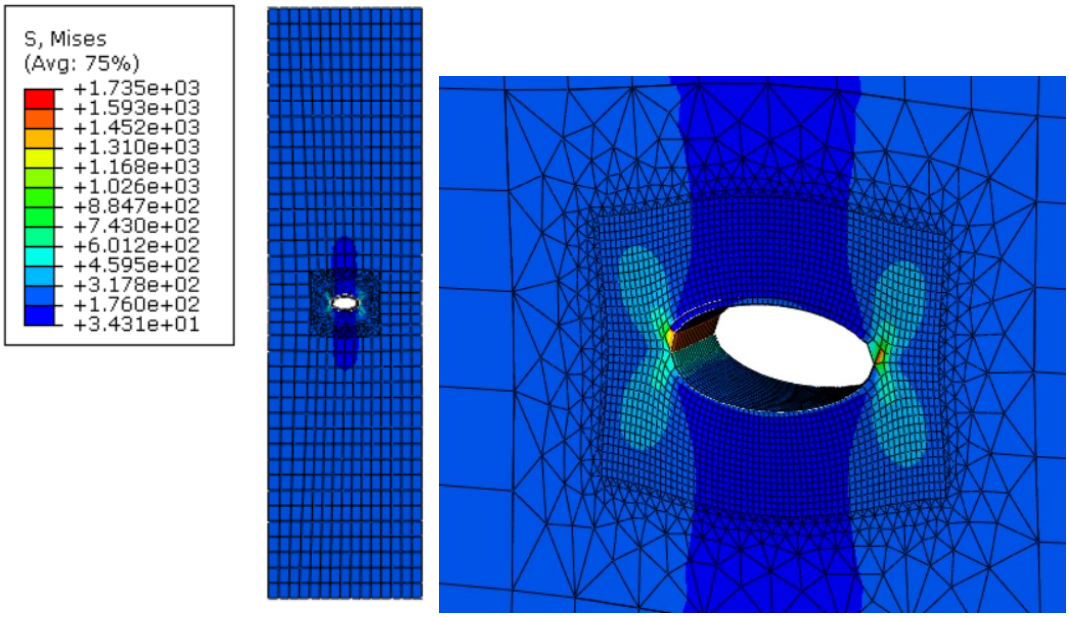


Slika 43. Definiranje modela i plohe pukotine za X-FEM analizu (lijevo) i rubni uvjeti geometrije i opterećenja proračunskog modela ploče sa središnjom pukotinom (desno)

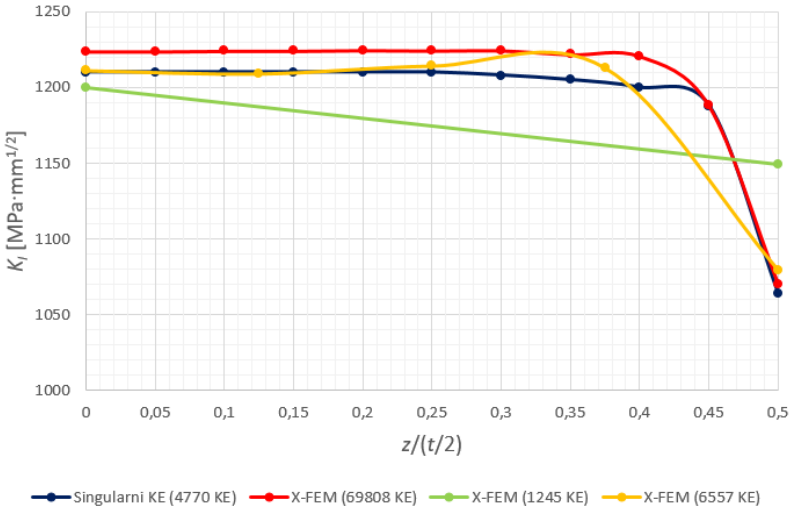
Kod X-FEM analize nije moguće primijeniti uvjete simetrije te se stoga diskretizira cijeli proračunski model. Prilikom diskretizacije konačnim elementima za X-FEM analizu u programskom paketu *Abaqus 6.14-1* moguće je koristiti samo konačne elemente prvog reda koji polje pomaka opisuju polinomom prvog reda te samim time opisuju linearnu raspodjelu pomaka, tj. deformacije i naprezanja konstanti su duž ruba konačnog elementa. Za jednostavne geometrije koje sadrže ravnine simetrije potrebno je stoga više računalne memorije nego korištenjem singularnih konačnih elemenata.

Na slici 44. prikazano je polje ekvivalentnih naprezanja prema Von Misesu za područje oko vrha pukotine koje je dobiveno statičkom analizom uz korištenje X-FEM formulacije konačnih elemenata. Na slici 45. prikazana je konvergencija koeficijenata intenzivnosti naprezanja po debljini ploče $t = 10$ mm sa središnjom pukotinom $2a = 20$ mm i opterećenjem

$\sigma = 200$ MPa za X-FEM analizu i rezultati su uspoređeni s analizom singularnim konačnim elementima.



Slika 44. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu u MPa dobiveno X-FEM analizom za ploču diskretiziranu s 69808 C3D8R KE (prijelaz na rjeđu mrežu izveden je C3D4 KE)



Slika 45. Konvergencija koeficijenata intenzivnosti naprezanja duž debljine ploče za X-FEM analizu i usporedba s rezultatom analize singularnim konačnim elementima (t = 10 mm, a = 10 mm, σ = 200 MPa)

Za provedene analize X-FEM daje nešto veće rezultate koeficijenta intenzivnosti naprezanja nego analiza singularnim konačnim elementima, a to odstupanje iznosi najviše do 3 % što je prihvatljivo. Kod rezultata X-FEM analize također se odbacuju rezultati unutar prve dvije konture oko vrha pukotine jer daju puno veće rezultate i dosta odstupaju od uprosječenog

rješenja unutar ostalih kontura. X-FEM analizom za izrazito točne rezultate potrebno je oformiti dovoljno gustu mrežu oko pukotine.

3.6. Određivanje *J*-integrala i procjena cjelovitosti u FAD i CDF dijagramu

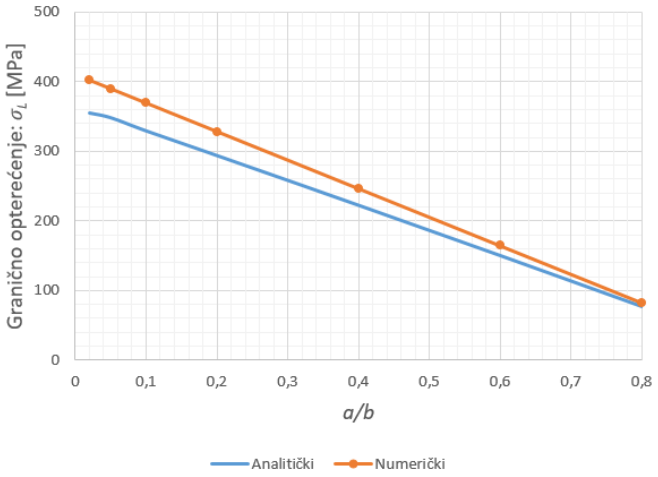
Kako bi se analizirala cjelovitost tj. integritet konstrukcijske komponente potrebno je provesti ne samo statičku analizu u linearno-elastičnom području ponašanja materijala, već i u elastoplastičnom području. U elastoplastičnom području koristi se Ramberg-Osgoodov materijalni model i kao parametar mehanike loma računa se *J*-integral [7]. U FAD i CDF dijagramu potrebno je prikazati ponašanje pukotine tijekom porasta opterećenja i uslijed rasta pukotine pri jednakom opterećenju.

Ponajprije je potrebno odrediti granično opterećenje koje predstavlja ono stanje opterećenja kada se čitavi presjek oko vrha pukotine plastificira, a opterećenje ima maksimalni dopušteni iznos prije pojave plastičnog kolapsa konstrukcijske komponente.

Prema [24] analitički izraz graničnog opterećenja za ploču sa središnjom pukotinom glasi

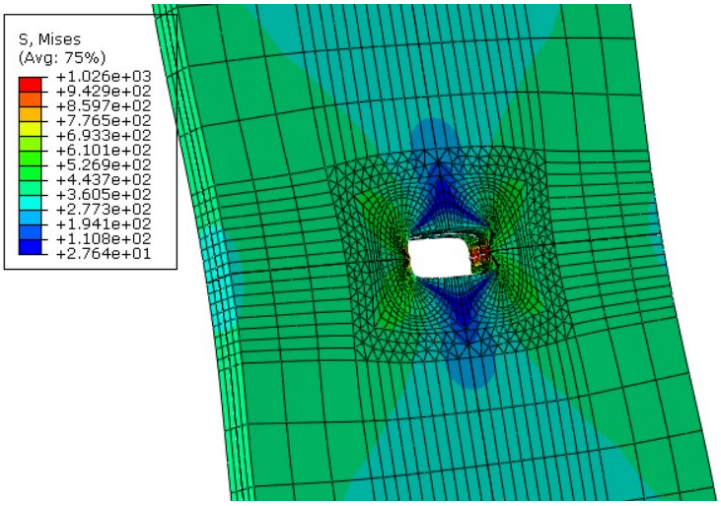
$$\sigma_{\mathrm{L}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_y \cdot \left(\frac{b-a}{b} \right), \text{ u MPa.} \tag{39}$$

Granična analiza numeričke simulacije provedena je za elastično-idealno plastični materijalni model, a polje naprezanja oko vrha pukotine opisuje se singularnim konačnim elementima singularnosti 1/*r* [7]. Na slici 46. uspoređeni su analitički i numerički rezultati graničnog opterećenja ovisno o duljini pukotine ploče sa središnjom pukotinom.



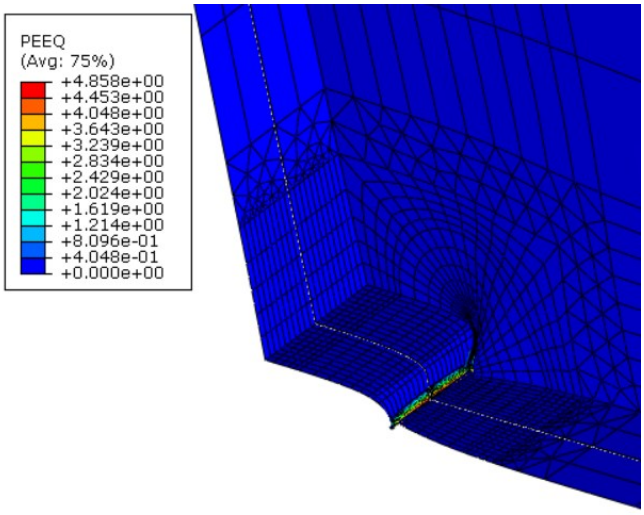
Slika 46. Usporedba analitičkog i numeričkog rješenja graničnog opterećenja ploče sa središnjom pukotinom ovisno o duljini pukotine

Za razliku od granične analize, elastoplastična analiza provodi se za Ramberg-Osgoodov materijalni model u kojem je uzeto u obzir očvršćenje materijala i diskretizacija se provodi singularnim konačnim elementima singularnosti $1/r^{n/n+1}$ [7]. Elastoplastičnom analizom dobivaju se nešto veći iznosi opterećenja plastičnog kolapsa nego graničnom analizom jer se u obzir uzima očvršćenje materijala, pa se može reći da se pretpostavkom elastično-idealno plastičnog materijala unosi određena sigurnost u proračun. Na slici 47. prikazano je polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu oko vrha pukotine za slučaj elastoplastične analize.



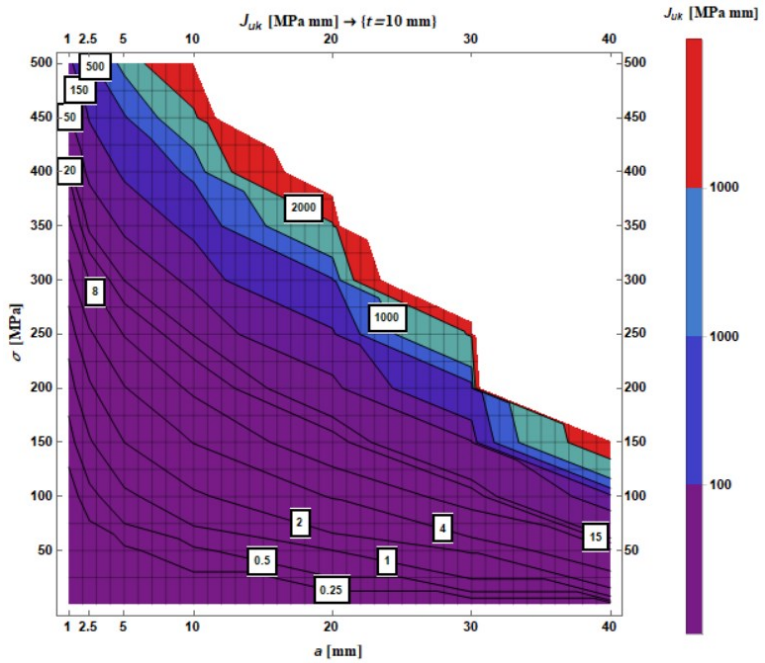
Slika 47. Polje ekvivalentnog naprezanja oko vrha pukotine za slučaj elastoplastične analize (*t* = 10 mm, *a* = 10 mm, *σ* = 350 MPa, 4724 KE , GE/EPRI metoda)

Na slici 48. prikazano je polje plastičnih deformacija oko vrha pukotine za slučaj elastoplastične analize.



Slika 48. Polje plastičnih deformacija oko vrha pukotine za slučaj elastoplastične analize (*t* = 10 mm, *a* = 10 mm, *σ* = 350 MPa, 4724 KE , GE/EPRI metoda)

Sa slika 47. i 48. može se uočiti da razvlačenjem ploče koja sadrži pukotinu dolazi do sužavanja debljine ploče oko vrha pukotine čime nastaju plastične deformacije, ali i suženje cijele širine ploče čime ploča počinje gubiti svoju cjelovitost propagacijom pukotine. Na slici 49. prikazan je topografski dijagram raspodjele ukupnog *J*-integrala s obzirom na opterećenje i duljinu pukotine.



Slika 49. Topografski dijagram ukupnog *J*-integrala s obzirom na opterećenje i duljinu pukotine

Analitički izraz za elastični dio *J*-integrala ploče sa središnjom pukotinom modificiran je u odnosu na izraz izveden za polueliptičnu pukotinu prema literaturi [25] i glasi

$$J_{\mathrm{e}} = \alpha \cdot \frac{\sigma_y^2}{E} \cdot a \cdot h_1\left(a/b, n=1\right) \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_L}\right)^2, \text{ u MPa} \cdot \text{mm}, \tag{40}$$

dok za plastični dio *J*-integrala vrijedi

$$J_{\mathrm{p}} = \alpha \cdot \frac{\sigma_y^2}{E} \cdot a \cdot h_1\left(a/b, n\right) \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_L}\right)^{n+1}, \text{ u MPa} \cdot \text{mm} \tag{41}$$

Ukupni *J*-integral određuje se superpozijcijom elastičnog i plastičnog dijela [7].

FAD dijagramom analiza cjelovitosti konstrukcijske komponente svodi se na dvoparametarsku analizu u kojoj je potrebno zadovoljiti kriterij loma predstavljen ordinatom i kriterij plastičnog kolapsa predstavljena apscisom [7]. Ako se zadana veličina pukotine nalazi unutar krivulje FAD dijagrama cjelovitost će biti u sigurnom području, tj. neće doći do sloma. Ako K_{IC} (lomna žilavost) materijala nije poznata moguće je koristiti Rolfe-Novakovu

korelaciju prema literaturi [6] kako bi se utvrdila donja granica lomne žilavosti materijala, ali je relacija dosta konzervativna.

$$K_{\mathrm{IC}} = 8,47 \cdot \left(CVN\right)^{0,63} \text{ u MPa}\sqrt{\text{m}}\,, \tag{42}$$

gdje je *CVN* u J – energija potrebna za lom prema eksperimentu Charpyevim batom.

Prema normi [6] empirijski izraz za krivulju FAD dijagrama glasi

$$K_{\mathrm{r}} = \left[1 - 0,14 \cdot \left(L_{\mathrm{r}}^{\mathrm{P}}\right)^2\right] \cdot \left\{0,3 + 0,7 \cdot \exp\left[-0,65 \cdot \left(L_{\mathrm{r}}^{\mathrm{P}}\right)^6\right]\right\}, \tag{43}$$

gdje je K_{r} - os ordinata FAD dijagrama i $L_{\mathrm{r}}^{\mathrm{P}}$ - os apscisa FAD dijagrama.

Za zadanu veličinu pukotine i zadano opterećenje točka na osi ordinata FAD dijagrama nakon provedene numeričke analize lako se može odrediti formulom prema [7]

$$K_{\mathrm{r}} = \frac{K}{K_{\mathrm{C}}} = \sqrt{\frac{J_{\mathrm{el}}}{J_{\mathrm{uk}}}}\,. \tag{44}$$

Točka na osi apscisa koja predstavlja omjer opterećena određuje se prema [7] izrazom

$$L_{\mathrm{r}} = \frac{F}{F_{\mathrm{y}}} = \frac{P}{P_{\mathrm{ref}}} = \frac{\sigma_{\mathrm{ref}}}{\sigma_{\mathrm{y}}}\,, \tag{45}$$

gdje je P i F u MPA - opterećenje, F_{y} u MPa - opterećenje plastičnog tečenja koje se određuje na temelju granične analize primjenom teorije malih deformacija i pretpostavke elastično-idealno plastičnog ponašanja materijala [7], P_{ref} u MPa - referentno opterećenje koje se najčešće očita iz dijagrama dobivenih rezultata za zadani materijal, σ_{ref} u MPa – referentno naprezanje opisano jednadžbom (46) i σ_{y} u MPa – granica tečenja.

Prema literaturi [7] referentno naprezanje pri određivanju točke na osi apscise FAD dijagrama određuje se jednadžbom

$$\sigma_{\mathrm{ref}} = \frac{\sigma}{\sigma_{\mathrm{OR}}} \cdot \sigma_{\mathrm{y}}\,, \tag{46}$$

gdje je σ u MPa – opterećenje i σ_{OR} u MPa - optimirano referentno opterećenje [7].

Referentno opterećenje moguće je računati na tri različita načina od kojih je jedan "grafički", takav da se referentno opterećenje očita iz dijagrama pripadajućih numeričkih rezultata za zadani materijal, dok se druga dva načina računaju za optimirano referentno opterećenje koje se može dobiti GE/EPRI metodom i MRN[28] metodom.

[28] MRN - Metoda referentnog naprezanja.

Optimirano referentno opterećenje prema [7] opisano je jednadžbom (48), a omjer pripadnih bezdimenzijskih utjecajnih funkcija jednadžbom (47).

$$\gamma = \left(\frac{h_1\left(a/b, n=1\right)}{h_1\left(a/b, n\right)} \right)^{\frac{1}{n-1}}, \tag{47}$$

$$\sigma_{\mathrm{OR}} = \gamma \cdot \sigma_{\mathrm{L}}, \text{ u MPa}, \tag{48}$$

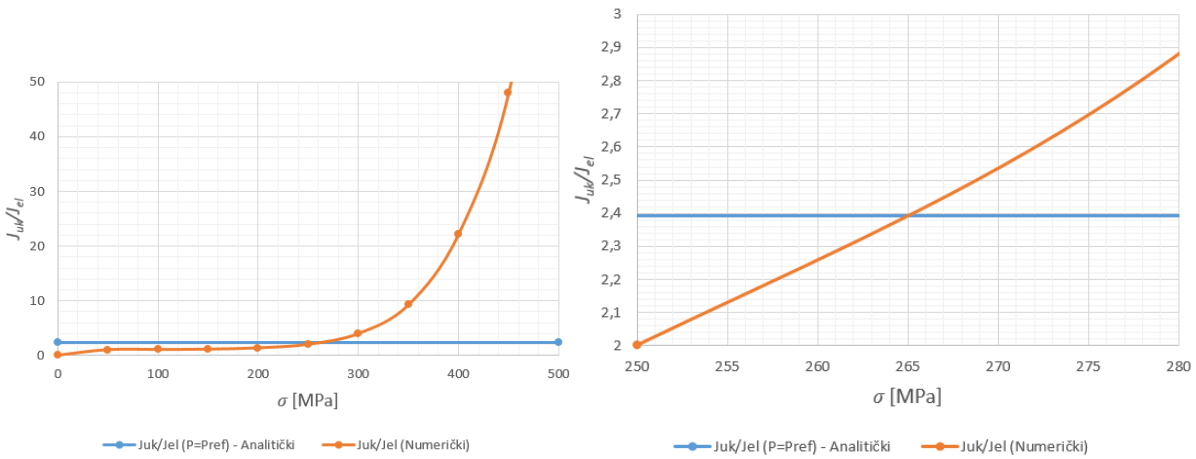
gdje je σ_{L} u MPa – granično opterećenje prema jednadžbi (39) i γ - omjer elastične i plastične bezdimenzijske utjecajne funkcije ovisno o očvršćenju materijala prema [7].

"Grafički" pristup određivanja referentnog opterećenja temelji se na očitavanju vrijednosti presjecišta dvaju krivulja. Prva krivulja tj. pravac zadan je analitički prema normi [6] i ovisi o karakteristikama materijala te je opisan izrazom

$$\left.\frac{J_{\mathrm{uk}}}{J_{\mathrm{el}}}\right|_{P=P_{\mathrm{ref}}} = 1 + \frac{0{,}002 \cdot E}{\sigma_{\mathrm{ys}}} + \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{0{,}002 \cdot E}{\sigma_{\mathrm{ys}}} \right)^{-1} \tag{49}$$

gdje je σ_{ys} u MPa – granica tečenja [6].

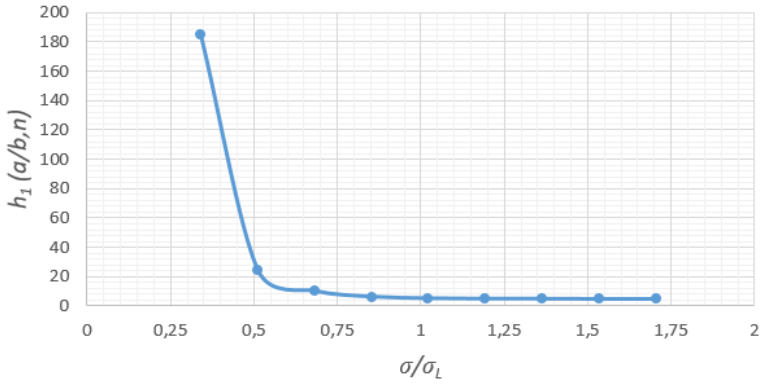
Druga krivulja predstavlja omjer ukupnog i elastičnog *J*-integrala dobivenog numeričkim analizama ovisno o naprezanju. Na slici 50. prikazano je "grafičko" određivanje referentnog opterećenja kako je prethodno definirano, a primjer je napravljen na ploči sa središnjom pukotinom ($t = 10$ mm i $2a = 20$ mm).



Slika 50. Omjer ukupnog i elastičnog *J*-integrala ovisno o naprezanju koji je dobiven numeričkom analizom i prikaz "grafičke" metode određivanja referentnog opterećenja

Ukoliko se referentni tlak određuje GE/EPRI ili MRN metodom kod koje je potrebno odrediti optimirani referentni tlak, bezdimenzijsku utjecajnu funkciju plastičnog dijela *J*-integrala potrebno je odabrati za što viši omjer opterećenja i graničnog opterećenja kada se iznos

funkcije ustali, dok je bezdimenzijska utjecajna funkcija elastičnog dijela *J*-integrala približno jednaka za sve omjere opterećenja i graničnog opterećenja. Na slici 51. prikazana je bezdimenzijska utjecajna funkcija plastičnog dijela *J*-integrala ovisno o omjeru opterećenja i graničnog opterećenja.



Slika 51. Bezdimenzijska utjecajna funkcija plastičnog dijela *J*-integrala ovisno o omjeru opterećenja i graničnog opterećenja za ploču sa središnjom pukotinom (*a* = 10 mm , *t* = 10 mm , GE/EPRI metoda)

Ukupni *J*-integral za različita opterećenja i duljine pukotina dobiva se računalnim simulacijama GE/EPRI metodom, a metodom referentnog naprezanja izraz za ukupni *J*-integral koji je izveden prema [7] glasi

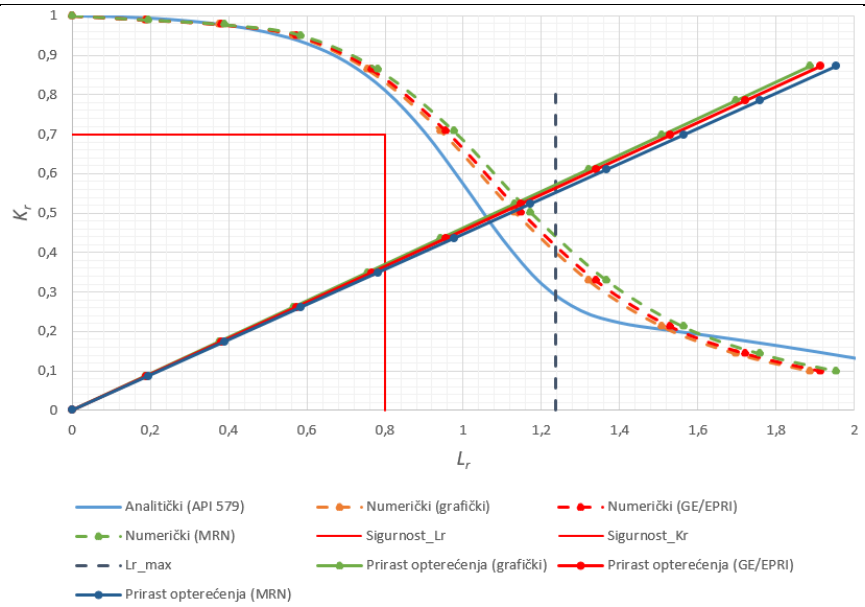
$$\frac{J_{\mathrm{uk}}}{J_{\mathrm{e}}} = \frac{E \cdot \varepsilon_{\mathrm{ref}}}{\alpha \cdot \sigma_{\mathrm{ref}}} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sigma_{\mathrm{ref}}}{\sigma_{\mathrm{y}}} \right)^2 \cdot \frac{\sigma_{\mathrm{ref}}}{E \cdot \varepsilon_{\mathrm{ref}}}, \tag{50}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{ref}} = \alpha \cdot \frac{\sigma_{\mathrm{ref}}}{E} \cdot \left(\frac{\sigma_{\mathrm{ref}}}{\sigma_{\mathrm{y}}} \right)^{n-1}, \tag{51}$$

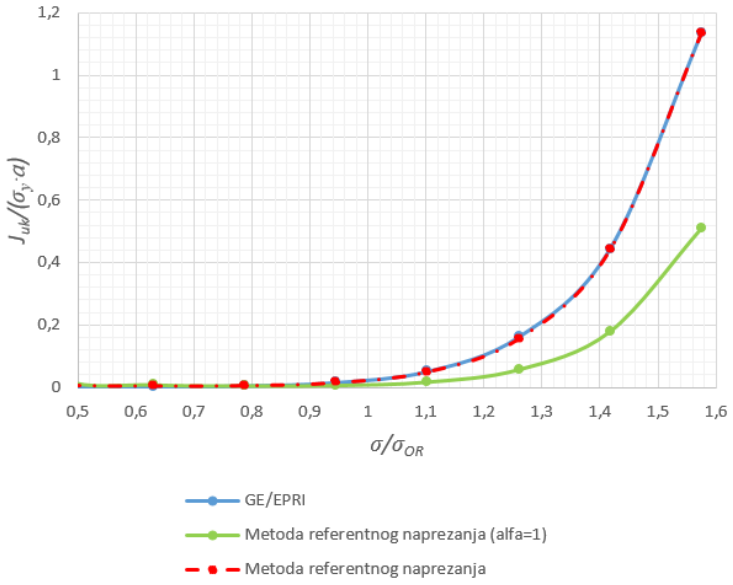
gdje je $\varepsilon_{\mathrm{ref}}$ - referentno naprezanje prema literaturi [7].

Na slici 52. uspoređen je pravac prirasta opterećenja na ploči sa središnjom pukotinom za tri različita načina određivanja referentnog naprezanja, a to su "grafički", GE/EPRI metodom i MRN metodom. Kako se metodom referentnog naprezanja dobivaju rješenja približno jednaka inkrementalnoj teoriji plastičnosti [7], prema slici 52. može se uočiti da se prema MRN metodi za određeno opterećenje i veličinu pukotine postiže najmanja cjelovitost ploče sa središnjom pukotinom.

Na slici 53. prikazana je usporedba GE/EPRI i MRN metode s obzirom na ukupni *J*-integral i omjer opterećenja.

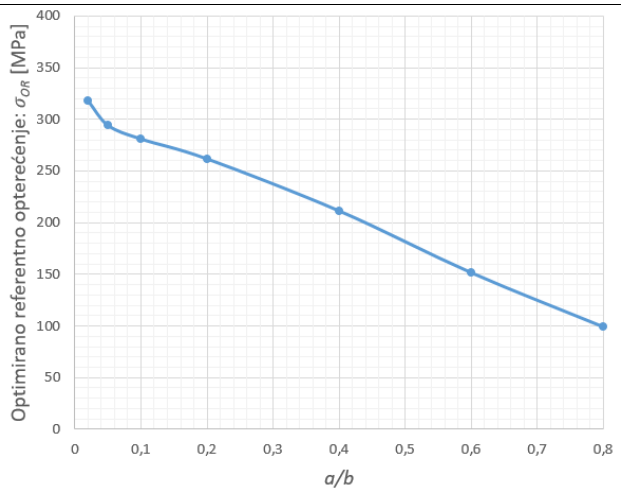


Slika 52. Usporedba prirasta opterećenja u FAD dijagramu za referentno naprezanje određeno "grafički", GE/EPRI metodom i MRN metodom (a = 10 mm, t = 10 mm, 0 < σ < 500 MPa)



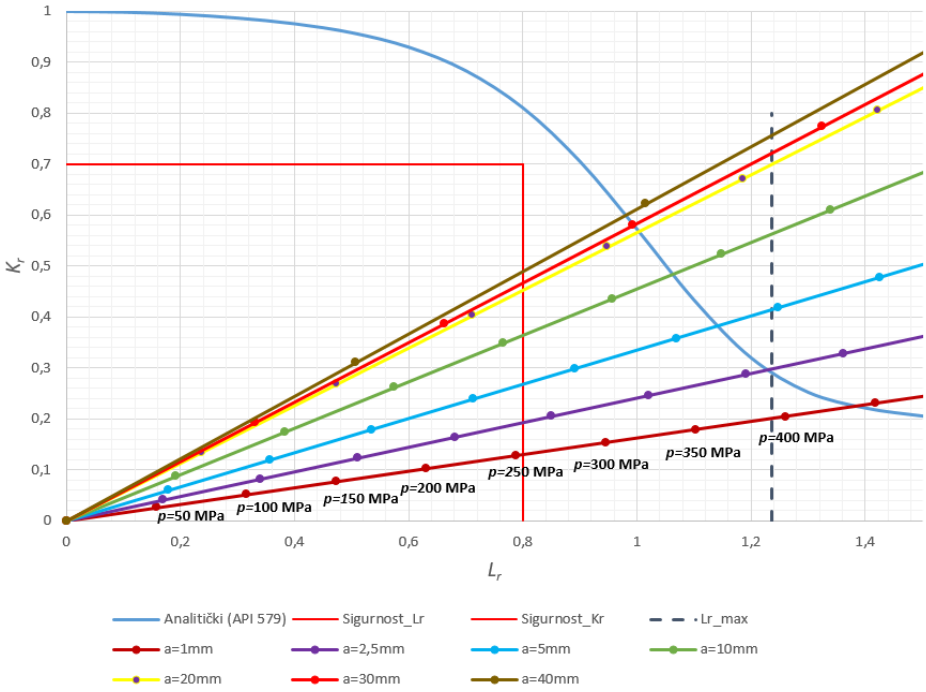
Slika 53. Usporedba GE/EPRI metode i MRN metode s obzirom na ukupni *J*-integral i omjer opterećenja (a = 10 mm, t = 10 mm)

Usporedbom GE/EPRI metode i MRN metode može se uočiti kako se MRN metodom za ploču sa središnjom pukotinom dobivaju manji rezultati ukupnog *J*-integrala kada se u jednadžbi (50) računa sa parametrom materijala α = 1, jer se MRN metodom upravo nastoji eliminirati njegov utjecaj te točnost uvjetovati odabirom optimiranog referentog opterećenja. Ako se u jednadžbu (50) uvrsti vrijednosti parametra materijala α za zadani materijal neće se dobiti nikakve razlike ukupnog *J*-integrala. Na slici 54. prikazana je promjena optimiranog refrentnog opterećenja ovisno o duljini pukotine prema GE/EPRI metodi.



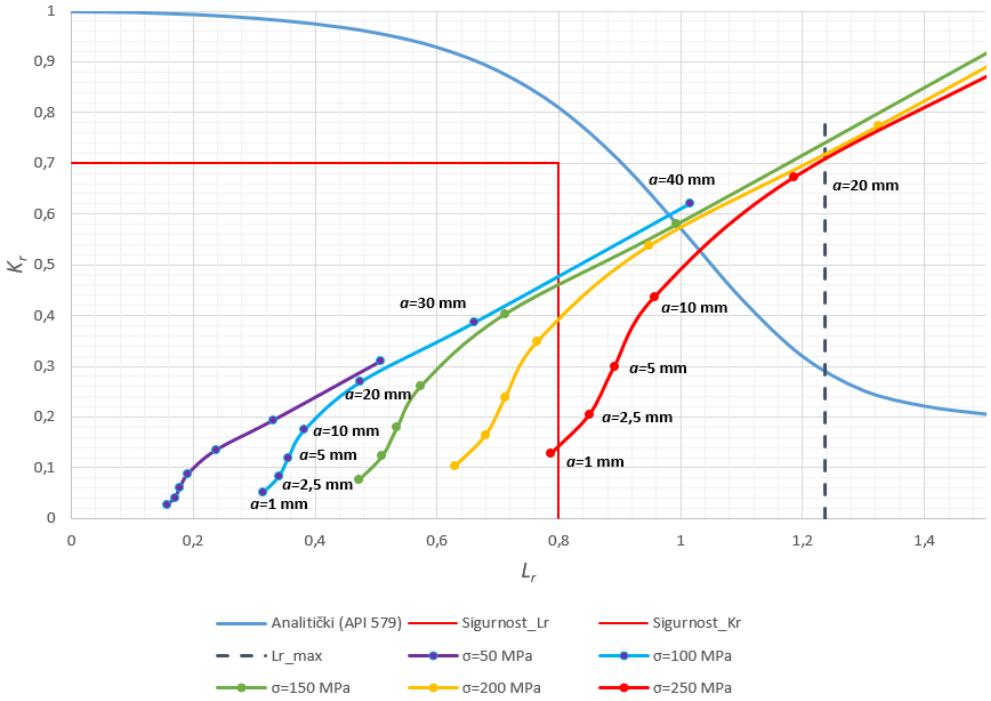
Slika 54. Optimirano referentno opterećenje za različite duljine pukotina prema GE/EPRI metodi

Na slici 55. u FAD dijagramu prikazani su pravci prirasta opterećenja za različite duljine pukotina prema GE/EPRI metodi, te se može uočiti kako pravac porastom pukotine sve više prelazi u područje mješovite cjelovitosti, jer se dovoljnim smanjenjem poprečnog presjeka može dogoditi krhki lom.



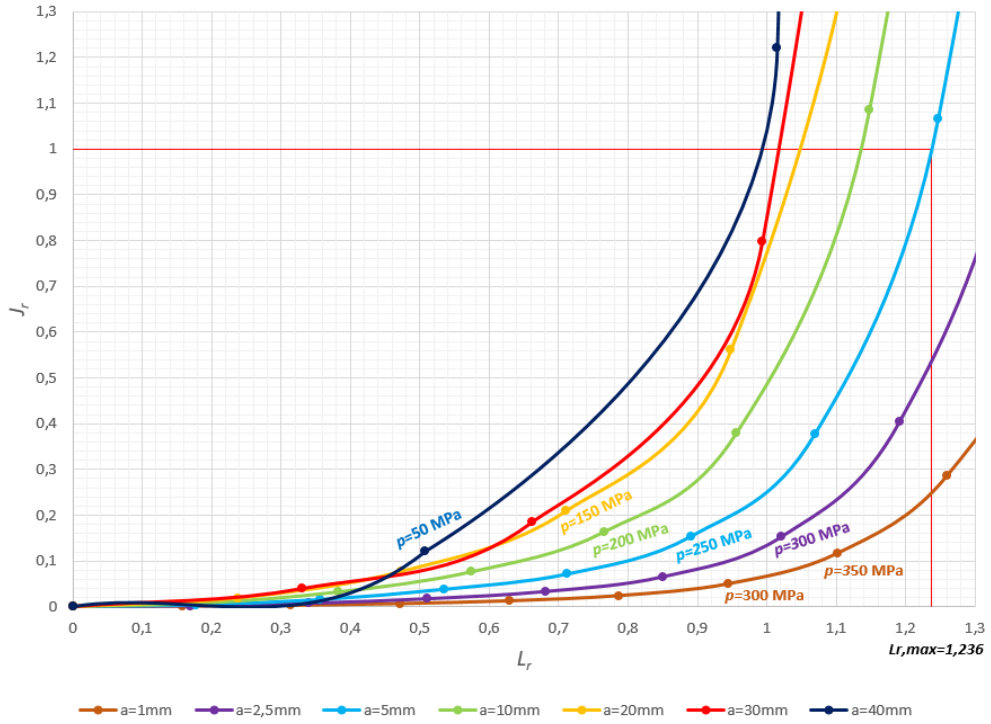
Slika 55. Pravci prirasta opterećenja za različite duljine središnjih pukotina u ploči (FAD dijagram, GE/EPRI metoda)

Na slici 56. u FAD dijagramu prikazan je rast duljine pukotine pri jednakom opterećenju te se može uočiti da pri većim pukotinama i većim opterećenjima cjelovitost ploče sa središnjom pukotinom može biti narušena.



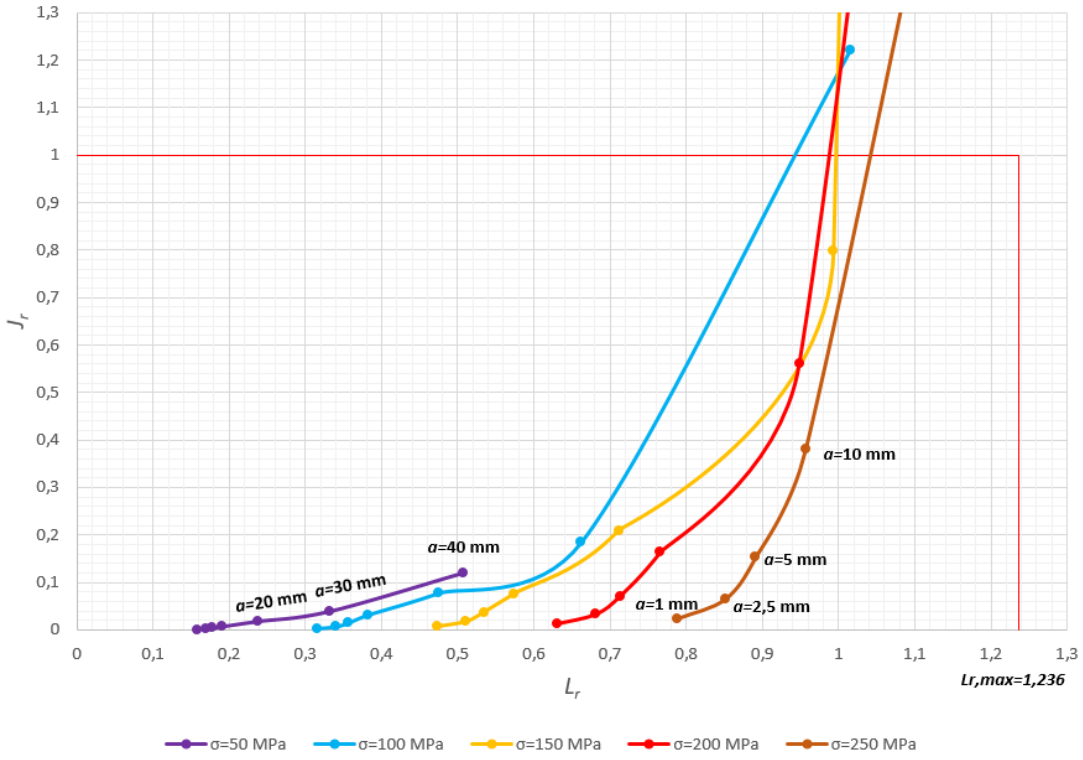
Slika 56. Rast pukotine pri jednakom opterećenju (FAD dijagram, GE/EPRI metoda)

Na slici 57. u CDF dijagramu prikazani su prirasti opterećenja za različite duljine pukotina, te se može uočiti da je kod manjih pukotina karakterističan plastični kolaps ploče, dok je kod većih pukotina veća vjerojatnost pojave krhkog loma.



Slika 57. Prirast opterećenja za različite duljine pukotina (CDF dijagram)

Na slici 58. u CDF dijagramu prikazan je rast pukotine za pojedine slučajeve opterećenja ploče sa središnjom pukotinom.



Slika 58. Rast pukotine s obzirom na pojedini slučaj konstantnog opterećenja (CDF dijagram)

3.7. Rast pukotine i broj ciklusa do loma ploče sa središnjom pukotinom

U zadanom primjeru ploče početna duljina pukotine iznosi 1 mm te se prema Parisovom modelu može odrediti broj ciklusa do loma uslijed zamornog rasta pukotine od početne do kritične duljine kod koje dolazi do nestabilnog rasta pukotine i loma. Takav zamorni rast pukotine računat će se za čisto istosmjerno opterećenje (R = 0) s rasponom naprezanja $\Delta\sigma$ = 200 MPa. Za zadano cikličko opterećenje koeficijent intenzivnosti naprezanja pri vrhu pukotine mijenja se ciklički te se prema [4] može izraziti kao

$$\Delta K = Y(a)\cdot\Delta\sigma\cdot\sqrt{\pi\cdot a},\ \text{u MPa}\sqrt{\text{mm}}, \tag{52}$$

gdje je $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ u MPa$\sqrt{\text{mm}}$ - raspon koeficijenta intenzivnosti naprezanja i $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$ u MPa – raspon naprezanja za faktor asimetrije opterećenja $R \geq 0$ ili $\Delta\sigma = \sigma_{max}$ za $R < 0$ [4]. Ukoliko bi se koristio Formanov model tada bi se i u obzir trebala uzeti lomna žilavost ovisna o faktoru asimetrije opterećenja koja prema [4] glasi $\Delta K_C = (1-R)\cdot K_C$.

Integracijom Parisovog modela opisanog jednadžbom (15), te uvrštavanjem izraza raspona koeficijenta intenzivnosti naprezanja ploče sa središnjom pukotinom (52) slijedi izraz

$$\int_{N_{i-1}}^{N_i} \mathrm{d}N = \int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{\mathrm{d}a}{C_\mathrm{P} \cdot \left(\Delta K(a)\right)^{m_\mathrm{P}}} = \int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{\mathrm{d}a}{C_\mathrm{P} \cdot \left(\Delta\sigma \cdot Y(a) \cdot \sqrt{\pi \cdot a}\right)^{m_\mathrm{P}}} . \tag{53}$$

Sređivanjem izraza (53) u konačnici broj ciklusa do loma za svaki prirast iznosi

$$N_i - N_{i-1} = \frac{\dfrac{1}{a_{i-1}^{\frac{m_\mathrm{P}}{2}-1}} - \dfrac{1}{a_i^{\frac{m_\mathrm{P}}{2}-1}}}{\left(\dfrac{m_\mathrm{P}}{2}-1\right) \cdot \left(C_\mathrm{P} \cdot \Delta\sigma^{m_\mathrm{P}} \cdot Y_\mathrm{sr}^{m_\mathrm{P}} \cdot \pi^{\frac{m_\mathrm{P}}{2}}\right)} . \tag{54}$$

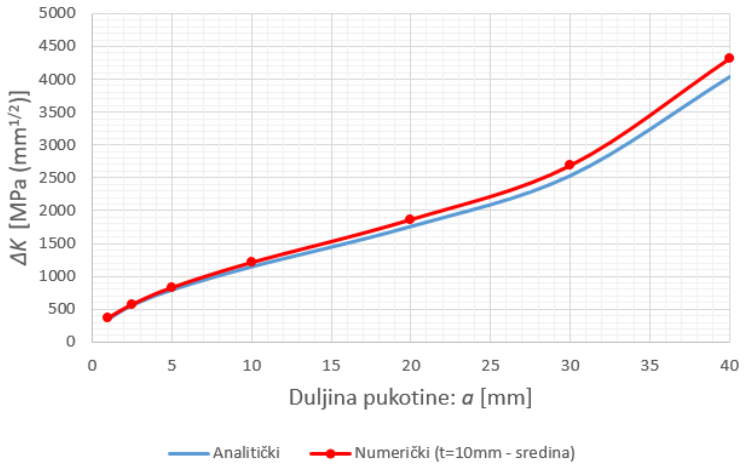
U jednadžbi (54) uvedeno je pojednostavljenje funkcije oblika koje ovisi o geometriji modela i pukotine. Funkcija oblika ima složen oblik za integraciju te se stoga uzima srednja vrijednost funkcije oblika za jedan prirast pukotine pri čemu srednja funkcija oblika glasi

$$Y_\mathrm{sr}(a_i) = \frac{\beta(a_i) + \beta(a_{i-1})}{2} . \tag{55}$$

Ukoliko se odredi broj ciklusa do inicijacije pukotine i broj ciklusa do loma uslijed rasta pukotine (spori, stabilan i nestabilan rast), ukupan životni vijek konstrukcijske komponente iznosi

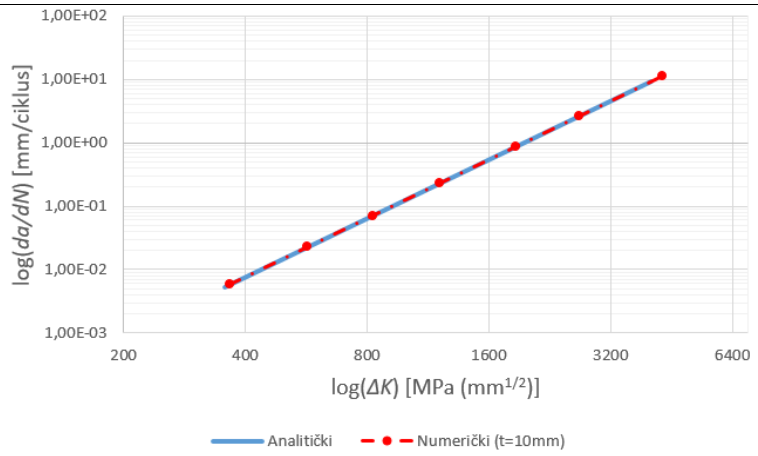
$$N_\mathrm{f} = N_\mathrm{inicijacija} + N_\mathrm{prirast} = N_\mathrm{inicijacija} + \sum_{i=1}^{n} \left(N_i - N_{i-1}\right) . \tag{56}$$

Na slici 59. prikazan je raspon koeficijenta intenzivnosti naprezanja za čisto istosmjerno opterećenje ovisno o duljini pukotine za empirijski izraz i numeričko rješenje na sredini ploče.



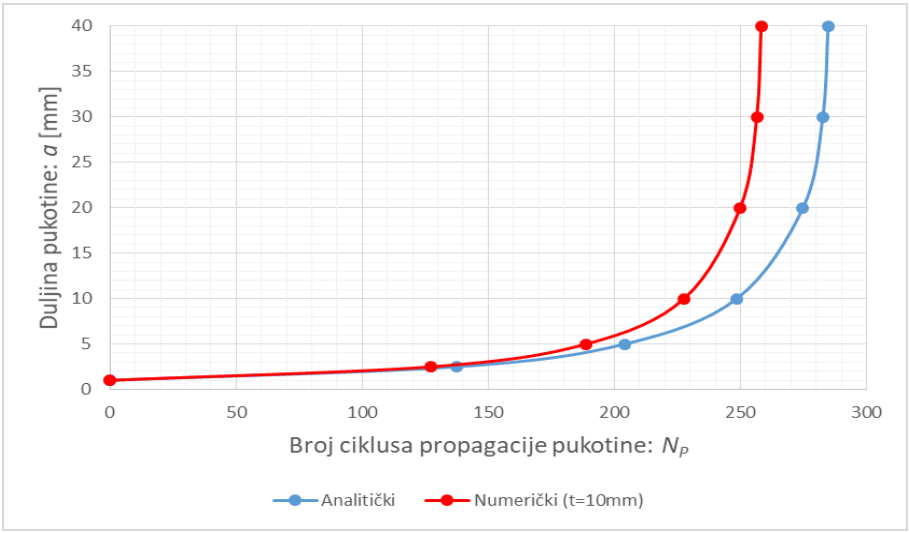
Slika 59. Raspon koeficijenta intenzivnosti naprezanja ovisno o duljini pukotine (*R* = 0)

Na slici 60. prikazane su krivulje brzine rasta pukotine u linearno-elastičnom području za empirijsko i numeričko rješenje, prikazane u logaritamskom mjerilu.



Slika 60. Krivulja brzine rasta pukotine pri linearno-elastičnom ponašanju materijala za empirijsko i numeričko rješenje koeficijenta intenzivnosti naprezanja

Na slici 61. prikazana je usporedba broja ciklusa do loma uslijed stabilnog rasta pukotine prema Parisovom modelu pri linearno-elastičnom ponašanju materijala za empirijsko i numeričko rješenje.



Slika 61. Broj ciklusa do loma uslijed rasta pukotine od početne duljine a = 1 mm do duljine a = 40 mm prema Parisovu modelu za linearno-elastično ponašanje materijala

Ukoliko su ciklička naprezanja zadane ploče blizu granice tečenja ili veća potrebno je rast pukotine odrediti za elastoplastično ponašanje materijala, te se prema [4] zamorni rast u elastoplastičnom području opisuje Dowling-Begleyevim modelom prema jednadžbi (17).

Integracijom jednadžbe (17) i uvrštavanjem modificiranih jednadžbi (40) i (41) za cikličko opterećenje dobiva se izraz (57) koji predstavlja prirast broja ciklusa do loma za linearno-elastično ponašanje materijala i izraz (58) za plastično ponašanje materijala. Ukoliko se prilikom integracije jednadžbe (17) uvrsti raspon ukupnog J-integrala, sređivanjem se dobiva

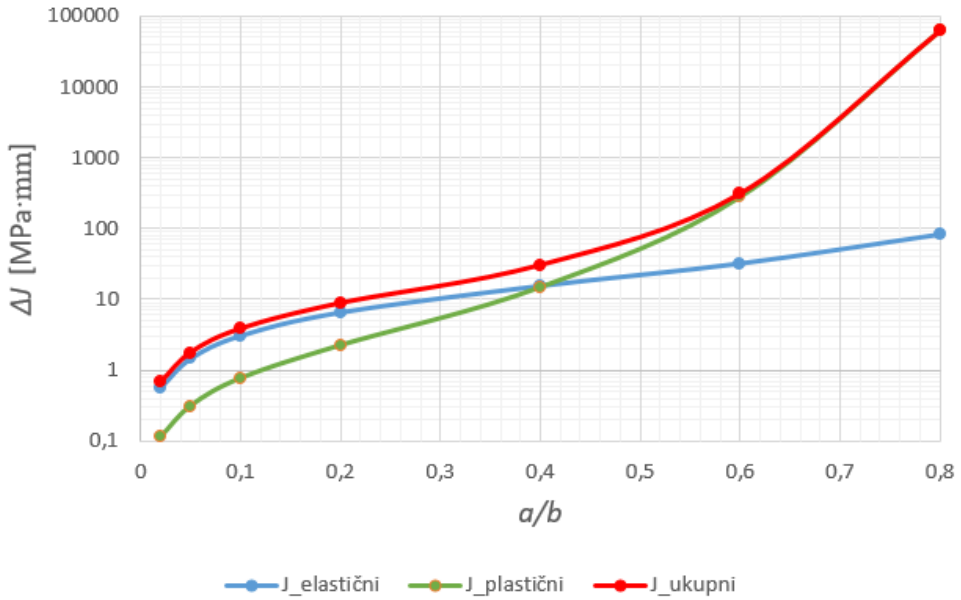
jednadžba (59) kojom se izračunava prirast broja ciklusa do loma za elastoplastično ponašanje materijala.

$$N_i - N_{i-1} = \frac{\dfrac{1}{a_{i-1}^{m_{\mathrm{DB}}-1}} - \dfrac{1}{a_i^{m_{\mathrm{DB}}-1}}}{\left(m_{\mathrm{DB}}-1\right)\cdot C_{\mathrm{DB}}\cdot\left(\alpha\cdot\dfrac{\sigma_y^2}{E}\cdot h_{1,\mathrm{sr}}\left(a/b, n=1\right)\cdot\left(\dfrac{\Delta\sigma}{\sigma_{\mathrm{L,sr}}}\right)^2\right)^{m_{\mathrm{DB}}}}, \tag{57}$$

$$N_i - N_{i-1} = \frac{\dfrac{1}{a_{i-1}^{m_{\mathrm{DB}}-1}} - \dfrac{1}{a_i^{m_{\mathrm{DB}}-1}}}{\left(m_{\mathrm{DB}}-1\right)\cdot C_{\mathrm{DB}}\cdot\left(\alpha\cdot\dfrac{\sigma_y^2}{E}\cdot h_{1,\mathrm{sr}}\left(a/b, n\right)\cdot\left(\dfrac{\Delta\sigma}{\sigma_{\mathrm{L,sr}}}\right)^{n+1}\right)^{m_{\mathrm{DB}}}}, \tag{58}$$

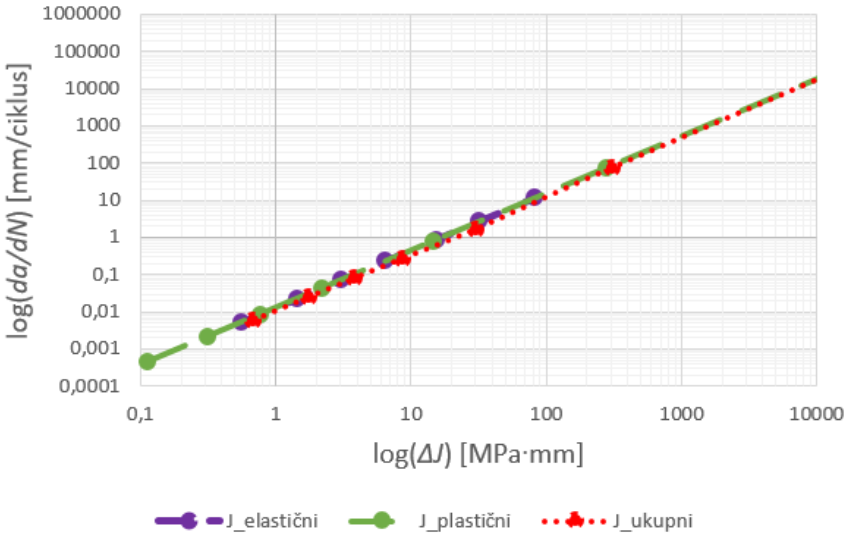
$$N_i - N_{i-1} = \frac{\dfrac{1}{\left(m_{\mathrm{DB}}-1\right)}\cdot\dfrac{1}{a_{i-1}^{m_{\mathrm{DB}}-1}} - \dfrac{1}{a_i^{m_{\mathrm{DB}}-1}}}{C_{\mathrm{DB}}\cdot\left(\alpha\cdot\dfrac{\sigma_y^2}{E}\cdot\left(h_{1,\mathrm{sr}}\left(n\right)\cdot\left(\dfrac{\Delta\sigma}{\sigma_{\mathrm{L,sr}}}\right)^{n+1} + h_{1,\mathrm{sr}}\left(n=1\right)\cdot\left(\dfrac{\Delta\sigma}{\sigma_{\mathrm{L,sr}}}\right)^2\right)\right)^{m_{\mathrm{DB}}}}. \tag{59}$$

Na slici 62. uspoređene su krivulje raspona elastičnog, plastičnog i ukupnog *J*-integrala ovisno o duljini pukotine u logaritamskom mjerilu.



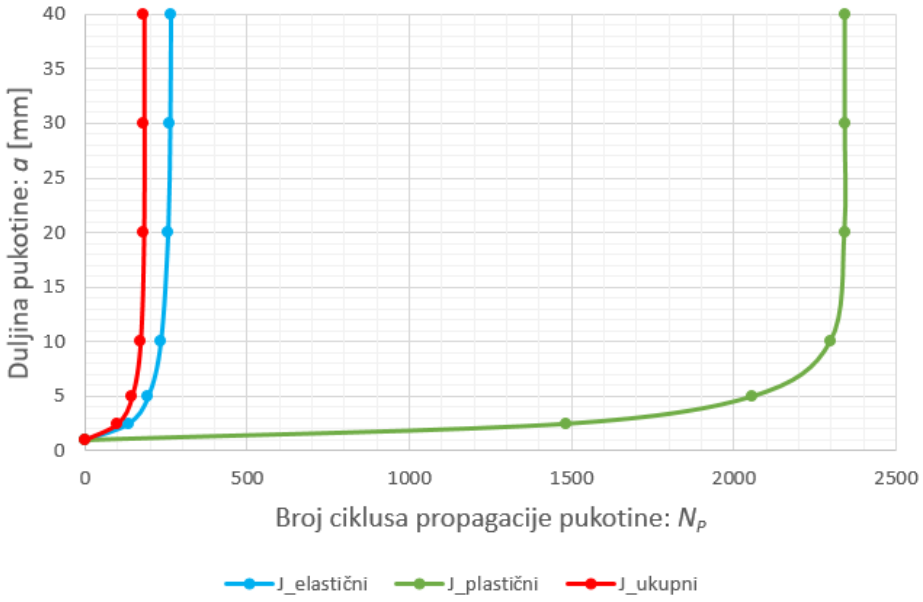
Slika 62. Usporedba elastičnog, plastičnog i ukupnog raspona *J*-integrala ovisno o duljini pukotine za ploču sa središnjom pukotinom

Na slici 63. prikazane su krivulje brzine rasta pukotine za elastični, plastični i ukupni *J*-integral u logaritamskom mjerilu.



Slika 63. Krivulje brzine rasta za elastični, plastični i ukupni *J*-integral

Na slici 64. prikazana je usporedba broja ciklusa do loma za elastični, plastični i ukupni *J*-integral ovisno o duljini pukotine za ploču sa središnjom pukotinom.

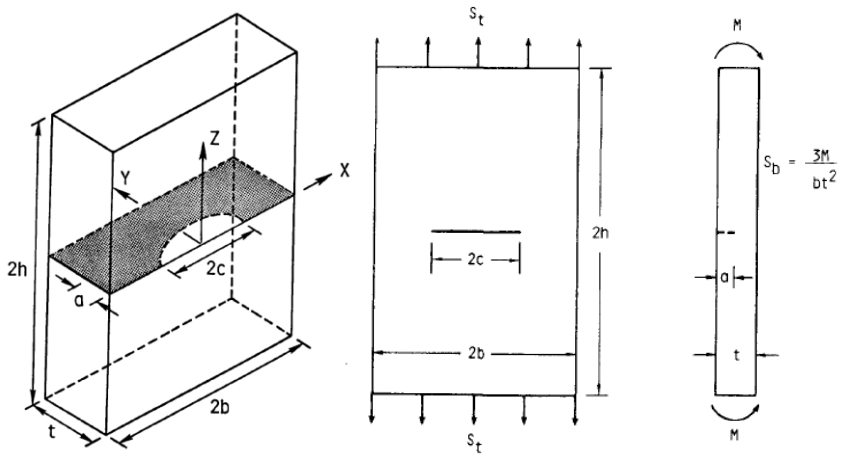


Slika 64. Usporedba broja ciklusa do loma za elastični, plastični i ukupni *J*-integral

Kada se računa broj ciklusa do loma za elastoplastično ponašanje materijala može se uočiti da pukotina brže raste u linearno-elastičnom području nego u plastičnom, jer stvaranje plastične zone oko vrha pukotine zatupljuje pukotinu te usporava njen rast. Za male pukotine dominantan je elastični dio *J*-integrala dok za veće pukotine dominira plastični dio *J*-integrala koji tada pospješuje brzinu rasta pukotine.

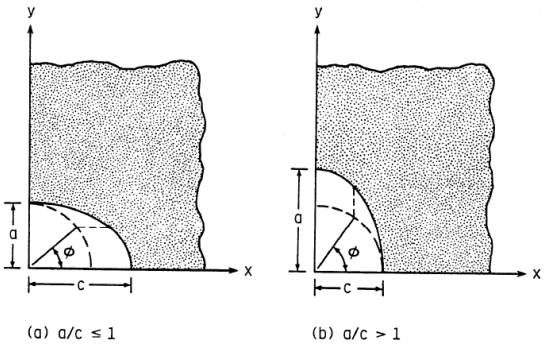
4. VERIFIKACIJA VLAČNO OPTEREĆENE PLOČE S CENTRALNOM POLUELIPTIČNOM PUKOTINOM

Na slici 65. prikazana je geometrija ploče s centralnom polueliptičnom pukotinom i pripadajućim dimenzijama i opterećenjima.



Slika 65. Dimenzije polueliptične površinske pukotine vlačno opterećene ploče [22]

Na slici 66. prikazan je koordinatni sustav koji je korišten za definiranje parametarskog kuta polueliptične pukotine.



Slika 66. Koordinatni sustav za definiranje parametarskog kuta polueliptične pukotine [22]

4.1. Empirijska analiza

Prema [22, 6] empirijsko analitički izraz za izračunavanje koeficijenta intenzivnosti naprezanja ploče konačnih dimenzija s polueliptičnom pukotinom glasi

$$K_{\mathrm{I}} = \left(S_{\mathrm{t}} + H_{\mathrm{S}} \cdot S_{\mathrm{b}}\right) \cdot \sqrt{\pi \cdot \frac{a}{Q}} \cdot F_{\mathrm{S}}\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \phi\right), \text{ u } \mathrm{MPa}\sqrt{\mathrm{mm}}, \tag{60}$$

gdje je S_t u MPa - vlačno opterećenje ploče, $H_S \cdot S_b$ u MPa - opterećenje uslijed savijanja ploče po njenoj visini (u ovom primjeru neće biti razmatrano), Q - empirijski izraz, a u mm - dubina pukotine, $2 \cdot c$ - duljina pukotine i $F_S\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \phi\right)$ - funkcija oblika pukotine ovisna o omjerima dimenzija razmatrane pukotine [22].

Jednadžba (60) ograničena je za omjere polueliptičnih pukotina što je prikazano izrazom (61).

$$0 \le \frac{a}{c} \le 0,2 \ \rightarrow \frac{a}{t} < 1,25 \cdot \left(\frac{a}{c} + 0,6\right) \ , \ 0,2 < \frac{a}{c} < \infty \ \rightarrow \frac{a}{t} < 1 \ ,$$
$$\frac{c}{b} < 0,5 \ , \ 0 \le \phi \le \pi \ . \tag{61}$$

Prema [22] funkcija oblika glasi

$$F_S\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{c}{b}, \phi\right) = \left[M_1 + M_2 \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_3 \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^4\right] \cdot g \cdot f_\phi \cdot f_w \ . \tag{62}$$

Geometrijske funkcije u jednadžbi (62) prema literaturi [22, 6] definiraju se izrazima (63) ako je ispunjen uvjet $a/c \le 1$, te izrazima (64) ako je ispunjen uvjet $a/c > 1$.

$$Q = 1 + 1,464 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^{1,65} \ , \ M_1 = 1,13 - 0,09 \cdot \left(\frac{a}{c}\right) \ , \ M_2 = -0,54 + \frac{0,89}{0,2 + \frac{a}{c}} \ ,$$
$$M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + \frac{a}{c}} + 14 \cdot \left(1 - \frac{a}{c}\right)^{24} \ , \ g = 1 + \left[0,1 + 0,35 \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^2\right] \cdot \left(1 - \sin\phi\right)^2 \ , \tag{63}$$
$$f_\phi = \left[\left(\frac{a}{c}\right)^2 \cdot \cos^2\phi + \sin^2\phi\right]^{0,25} \ , \ f_w = \left[\sec\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{c}{b} \cdot \sqrt{\frac{a}{t}}\right)\right]^{0,5} \ .$$

$$Q = 1 + 1,464 \cdot \left(\frac{c}{a}\right)^{1,65} \ , \ M_1 = \sqrt{\frac{c}{a}} \cdot \left(1 + 0,04 \cdot \frac{c}{a}\right) \ , \ M_2 = 0,2 \cdot \left(\frac{c}{a}\right)^4 \ ,$$
$$M_3 = -0,11 \cdot \left(\frac{c}{a}\right)^4 \ , \ g = 1 + \left[0,1 + 0,35 \cdot \left(\frac{c}{a}\right) \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^2\right] \cdot \left(1 - \sin\phi\right)^2 \ , \tag{64}$$
$$f_\phi = \left[\left(\frac{c}{a}\right)^2 \cdot \sin^2\phi + \cos^2\phi\right]^{0,25} \ , \ f_w = \left[\sec\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{c}{b} \cdot \sqrt{\frac{a}{t}}\right)\right]^{0,5} \ .$$

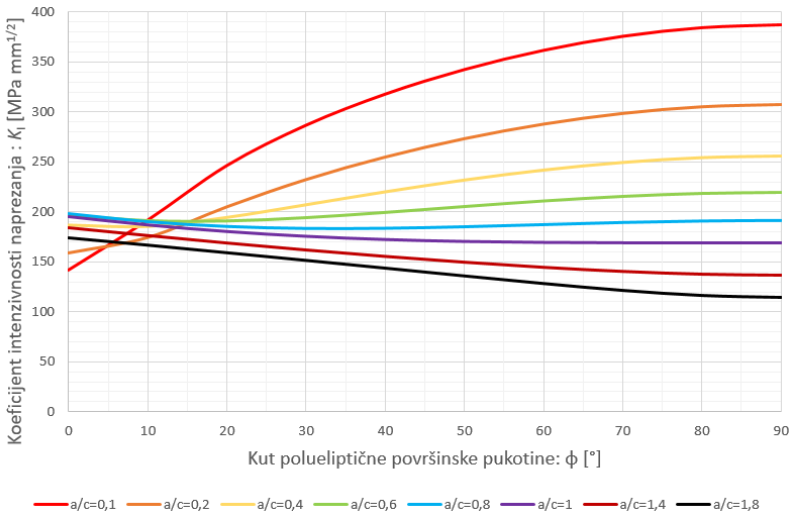
Za empirijski proračun zadana širina ploče iznosi $b = 50$ mm a debljina ploče $t = 5$ mm te je proveden proračun za različite omjere pukotina a/c i a/t. U razmatranom slučaju kada je ploča opterećena samo vlačno naprezanje je proporcionalno koeficijentu intenzivnosti naprezanja pa porastom opterećenja linearno raste i koeficijent intenzivnosti naprezanja.

Rezultati koeficijenta intenzivnosti naprezanja biti će prikazani za vlačno opterećenje ploče $\sigma = 100$ MPa pa se koeficijent intenzivnosti naprezanja ostalih opterećenja može računati prema izrazu

$$K_I(\sigma) = \frac{K_I(\sigma = 100\ \text{MPa})}{100} \cdot \sigma \tag{65}$$

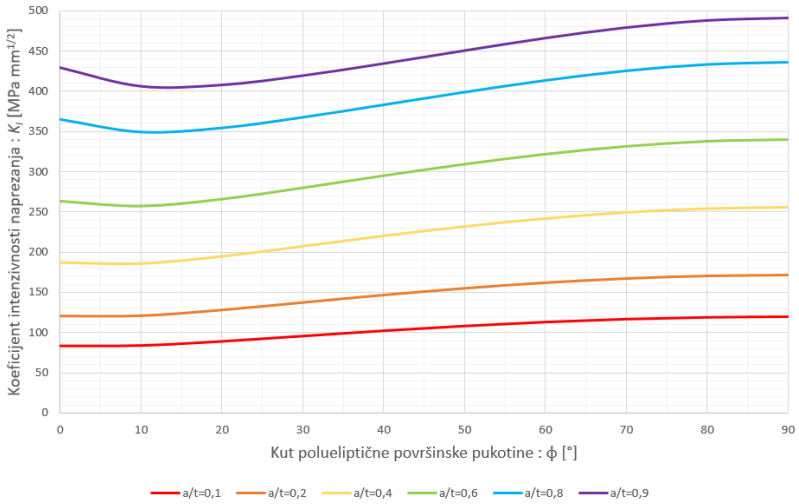
gdje je σ u MPa - vlačno opterećenje ploče.

Na slici 67. prema empirijskom izrazu (60) prikazana je raspodjela koeficijenata intenzivnosti naprezanja s obzirom na kut polueliptične pukotine za razne omjere *a*/*c* pri omjeru *a*/*t* = 0,4.



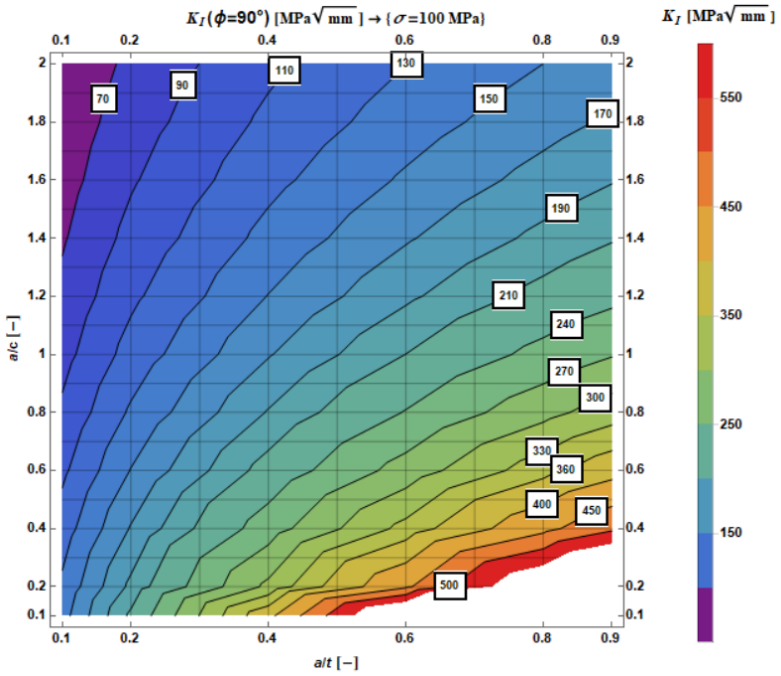
Slika 67. Raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja po polueliptičnoj površinskoj pukotini ovisno o omjeru *a/c* uz konstantnu dubinu pukotine (*a/t* = 0,4)

Na slici 68. prikazana je raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja ovisno o kutu poluelitpične pukotine za različite omjere *a*/*t* pri omjeru *a*/*c* = 0,4.



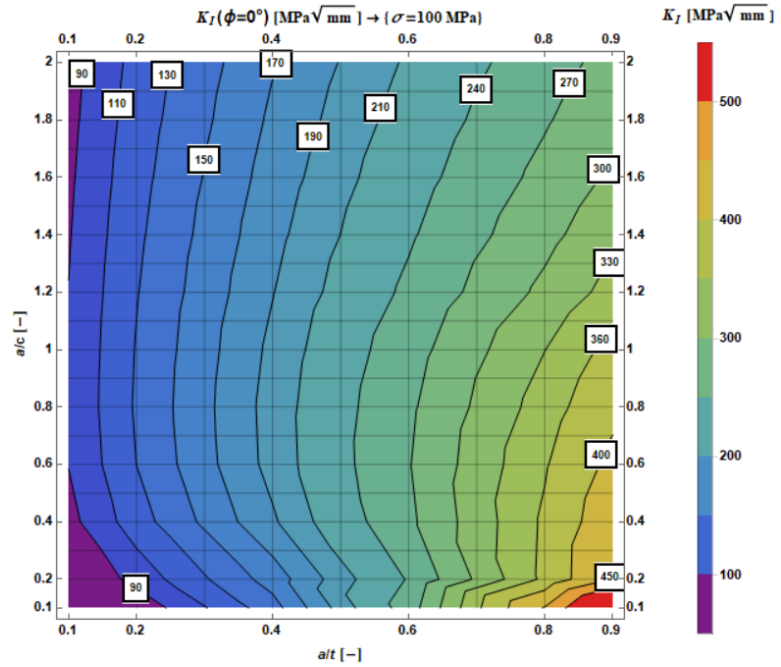
Slika 68. Raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja po polueliptičnoj površinskoj pukotini ovisno o omjeru *a/t* uz konstantnu duljinu pukotine (*a/c*=0,4)

Na slici 69. topografski dijagram prema empirijskoj formuli (60) prikazuje koeficijent intenzivnosti naprezanja za sve omjere duljine i dubine polueliptične pukotine za kut $\phi = 90°$.



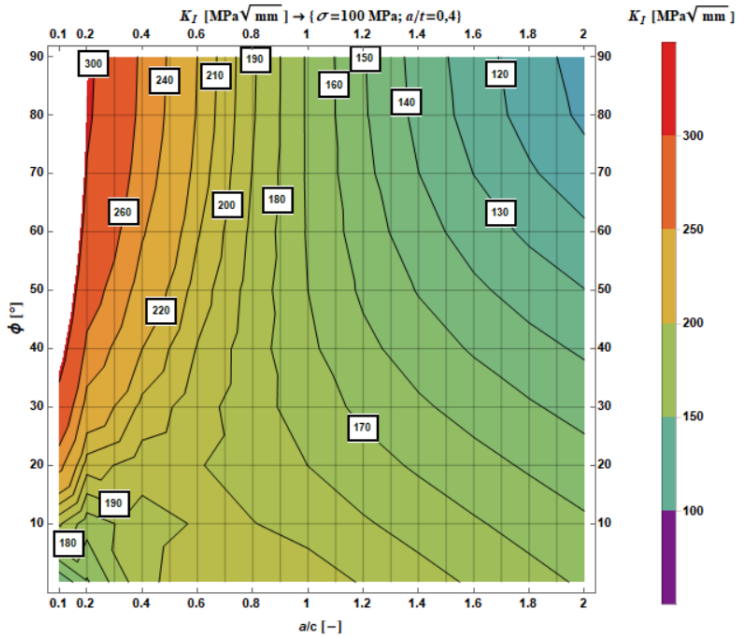
Slika 69. Koeficijent intenzivnosti naprezanja K_I ($\phi = 90°$) za različite omjere dimenzija polueliptične pukotine na vlačno opterećenoj ploči ($\sigma = 100$ MPa)

Na slici 70. prikazan je topografski dijagram koeficijenta intenzivnosti naprezanja za različite omjere duljine i dubine polueliptične pukotine za kut $\phi = 0°$.



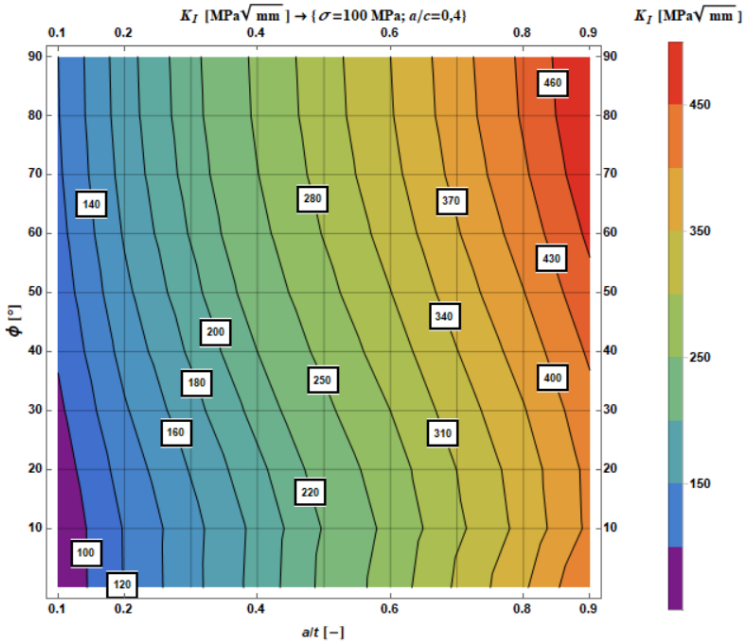
Slika 70. Koeficijent intenzivnosti naprezanja K_I ($\phi = 0°$) za različite omjere dimenzija polueliptične pukotine na vlačno opterećenoj ploči ($\sigma = 100$ MPa)

Na slici 71. prikazan je topografski dijagram koeficijenta intenzivnosti naprezanja ovisno o kutu polueliptične pukotine i omjeru a/c uz omjer $a/t = 0{,}4$.



Slika 71. Raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja K_I po polueliptičnoj pukotini za različite omjere a/c (σ = 100 MPa, a/t = 0,4)

Na slici 72. prikazan je topografski dijagram koeficijenta intenzivnosti naprezanja ovisno o kutu polueliptične pukotine i omjeru a/t uz omjer a/c = 0,4.

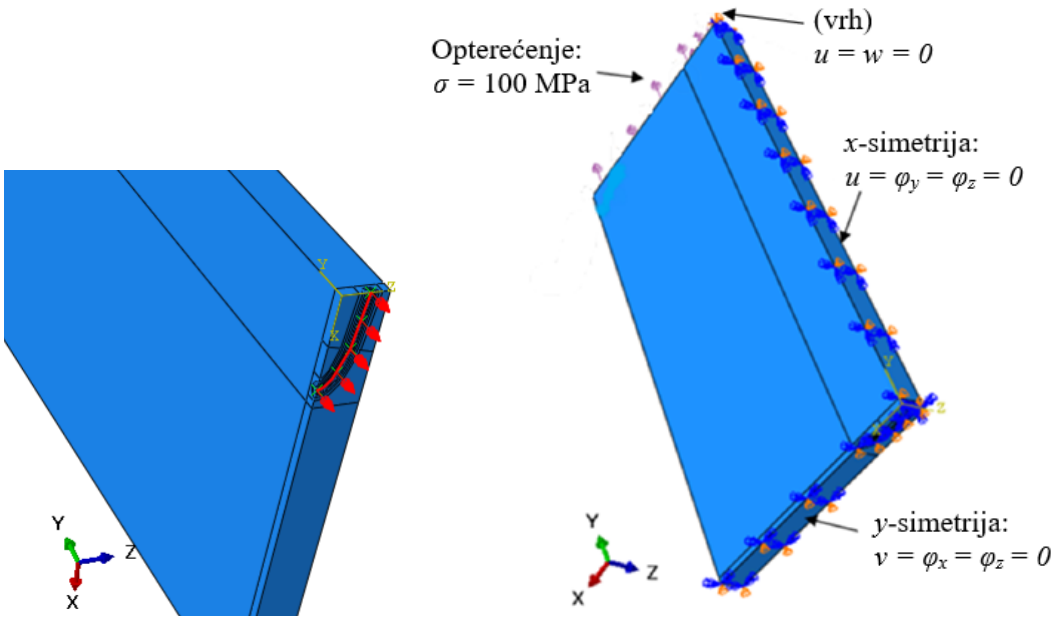


Slika 72. Raspodjela koeficijenta intenzivnosti naprezanja K_I po polueliptičnoj pukotini za različite omjere a/t (σ = 100 MPa, a/c = 0,4)

4.2. Numerička analiza ploče s centralnom polueliptičnom pukotinom

Numerička analiza provedena je za parametre materijala E = 209000 MPa i ν = 0,3 . Usporedit će se rezultati numeričke analize koeficijenta intenzivnosti naprezanja primjenom singularnih 3D konačnih elemenata i primjenom X-FEM analize za ploču s polueliptičnom pukotinom koja propagira u dubinu pri konstantnoj duljini pukotine $2c$ = 20 mm i konstantnoj debljini ploče t = 5 mm. Koeficijent intenzivnosti naprezanja računa se za linearno-elastično ponašanje materijala pri čemu se kod singularnih konačnih elemenata primjenjuje singularnost $1/r^{1/2}$.

Na slici 73. prikazana je normala na liniju pukotine prema kojoj se određuje tangenta smjera propagacije pukotine i prikazani su rubni uvjeti geometrije i opterećenja prilikom korištenja singularnih 3D konačnih elemenata kod ¼ proračunskog modela ploče.

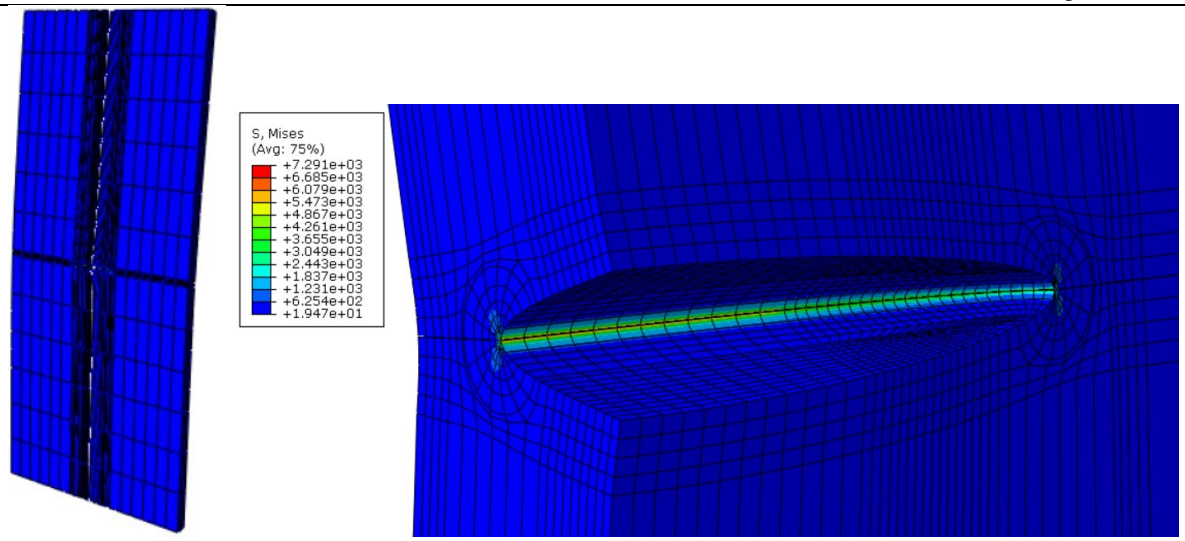


Slika 73. Definiranje normale na liniju pukotine (lijevo) i rubni uvjeti geometrije i opterećenja ¼ proračunskog modela ploče s polueliptičnom pukotinom (desno)

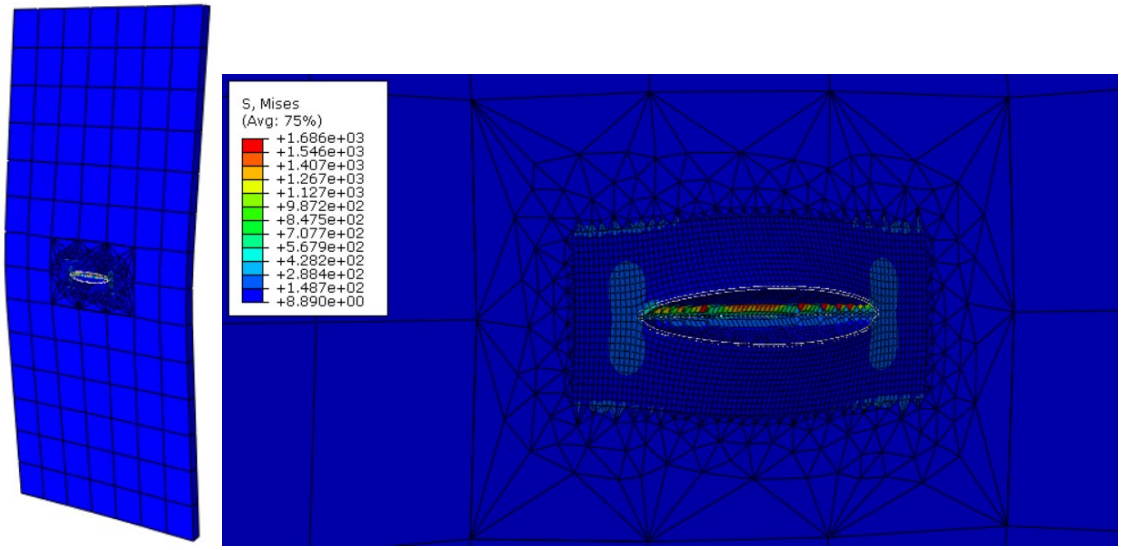
Na slici 74. prikazano je polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu za ¼ proračunskog modela diskretiziranog singularnim konačnim elementima.

Na slici 75. prikazano je polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu dobiveno X-FEM analizom za proračunski model.

U tablici 5. uspoređena su empirijska i numerička rješenja koeficijenta intenzivnosti naprezanja uslijed propagacije polueliptične pukotine u dubinu zadane ploče i navedena je razlika u postotcima, a rješenja su prikazana za kut $\phi = 90°$.



Slika 74. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu u MPa za ¼ proračunskog modela s 7859 KE (područje oko vrha pukotine diskretizirano je singularnim 3D konačnim elementima)

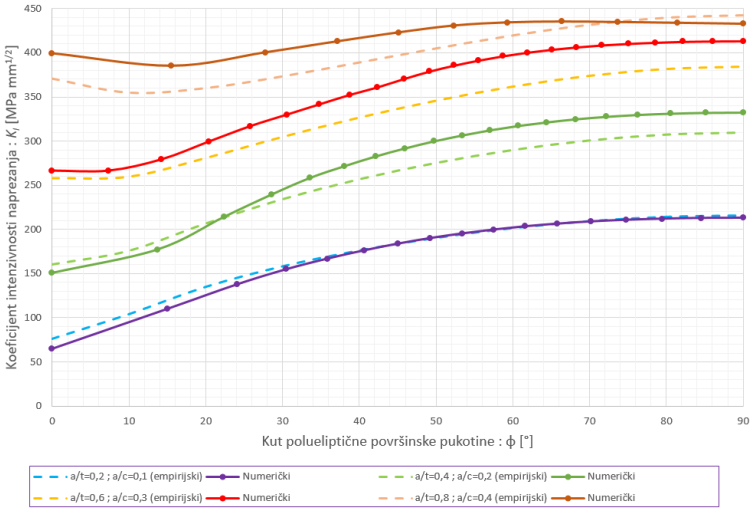


Slika 75. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu nakon X-FEM analize proračunskog modela diskretiziranog s 29123 KE

Tablica 5. Usporedba empirijskog i numeričkog rješenja koeficijenta intenzivnosti naprezanja uslijed propagacije pukotine kroz zadanu ploču

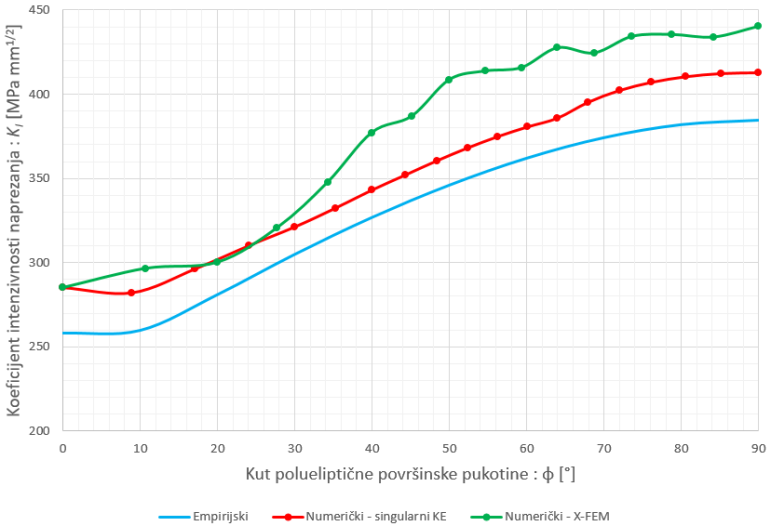
a/t	*a/c*	*a* u mm	K_I u MPa $mm^{1/2}$ (empirijski)	K_I u MPa $mm^{1/2}$ (numerički)	Razlika [%]
0,2	0,1	1	215,5	212,9	-1,21
0,4	0,2	2	309,5	332,4	6,88
0,6	0,3	3	384,3	412,8	6,9
0,8	0,4	4	442,8	432,5	-2,4

Na slici 76. prikazana je usporedba empirijskog i numeričkog rješenja koeficijenta intenzivnosti naprezanja ovisno o kutu polueliptične pukotine za različite omjere dimenzija pukotine uslijed propagacije.



Slika 76. Usporedba empirijskog i numeričkog rješenja koeficijenta intenzivnosti naprezanja uslijed propagacije pukotine ovisno o kutu polueliptične pukotine

Na slici 77. prikazana je usporedba numeričkih rezultata koeficijenata intenzivnosti naprezanja po polueliptičnoj pukotini primjenom singularnih 3D konačnih elemenata i primjenom X-FEM analize za slučaj kada je $a/t = 0{,}6$ i $a/c = 0{,}1$.



Slika 77. Usporedba numeričkih rezultata koeficijenata intenzivnosti naprezanja po polueliptičnoj pukotini primjenom singularnih 3D konačnih elemenata i X-FEM analize

Sa slike 77. vidljivo je kako se X-FEM analizom dobivaju nešto veći rezultati koeficijenata intenzivnosti naprezanja koji su diskontinuirano raspodijeljeni po polueliptičnoj pukotini zbog toga što konačni elementi neadekvatno diskretiziraju područje oko zakrivljene linije pukotine.

5. ANALIZA CJELOVITOSTI I ŽIVOTNOG VIJEKA POSUDE POD TLAKOM

U uvodnom dijelu prikazat će se svojstva odabranog duktilnog materijala posude pod tlakom, a zatim naprezanja debelostjenih i tankostjenih posuda pod tlakom bez oštećenja na temelju kojih se u programskom paketu *FE-Safe* može odrediti broj ciklusa do iniciranja pukotine. Nakon toga potrebno je provesti analizu kada u posudi pod tlakom postoji pukotina te odrediti parametre mehanike loma, granični tlak i opterećenje plastičnog kolapsa, a zatim analizirati cjelovitost u FAD dijagramu.

5.1. Materijal posude pod tlakom

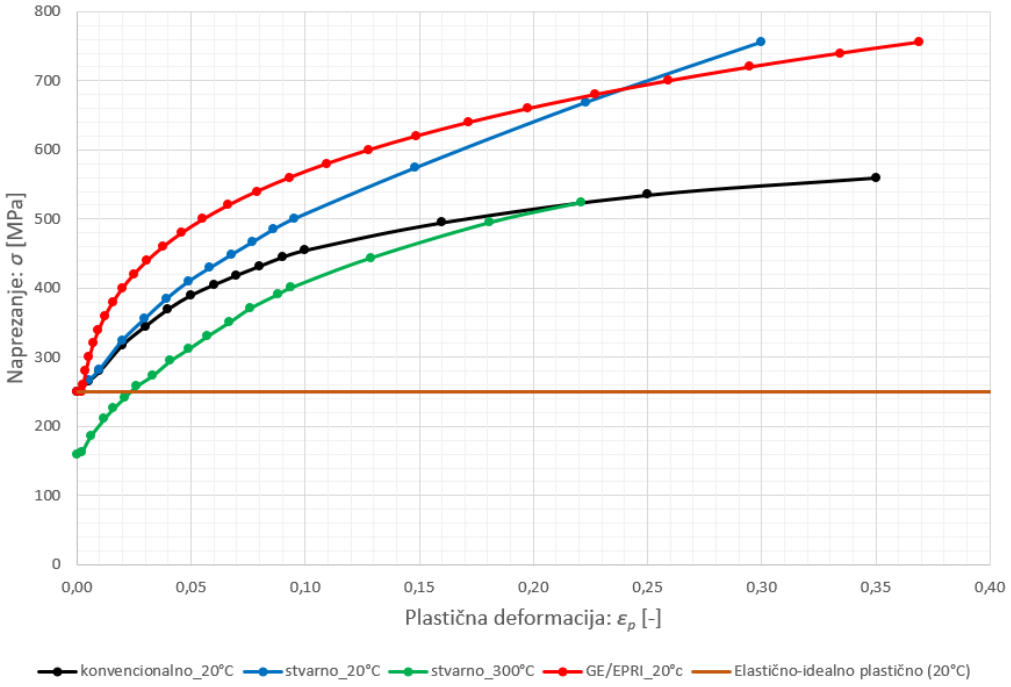
Materijal posude pod tlakom austenitni je čelik 08X18H10T. U tablici 6. prikazana su svojstva zadanog materijala.

Tablica 6. Svojstva materijala 08X18H10T [7, 25]

Naziv	Oznaka	Iznos	Mjerna jedinica
Mehanička svojstva materijala			
Youngov modul elastičnosti	E	209000	MPa
Poissonov faktor	ν	0,3	-
Gustoća	ρ	$7{,}861 \cdot 10^{-6}$	kg/mm^3
Granica tečenja (razvlačenja)	R_e	250	MPa
Vlačna čvrstoća	R_m	560	MPa
Ramberg-Osgoodov materijalni model			
Eksponent očvršćenja	n	4,59	-
Parametar materijala	α	1,92	-
Parametri mehanike loma			
Lomna žilavost	K_C	4700	$MPa\sqrt{mm}$
Prag intenzivnosti naprezanja	ΔK_{th}	316,2	$MPa\sqrt{mm}$
Lomna žilavost (Rav. stanje def.)	J_C	96,2	$MPa \cdot mm$
Prag J-integrala (Rav. stanje def.)	ΔJ_{th}	0,4417	$MPa \cdot mm$
Niskociklične karakteristike			
Koeficijent cikličkog očvršćenja	K'	354,27	MPa
Eksponent cikličkog očvršćenja	n'	0,1523	-

Koeficijent zamorne čvrstoće	σ_f'	586,06	MPa
Eksponent zamorne čvrstoće	b	-0,0757	-
Koeficijent zamorne duktilnosti	ε_f'	0,2406	-
Eksponent zamorne duktilnosti	c	-0,4814	-
Parisove konstante materijala za omjer naprezanja $R = 0$			
	C_p	$7{,}3818 \cdot 10^{-11}$	$\frac{\text{mm}}{ciklus \cdot \left(\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}\right)^{m_p}}$
	m_p	3,111	-
Dowling-Begleyeve konstante materijala za $R = 0$			
	C_{DB}	0,013835	$\frac{\text{mm}}{ciklus \cdot \left(\text{MPa} \cdot \text{mm}\right)^{m_{DB}}}$
	m_{DB}	1,555	-

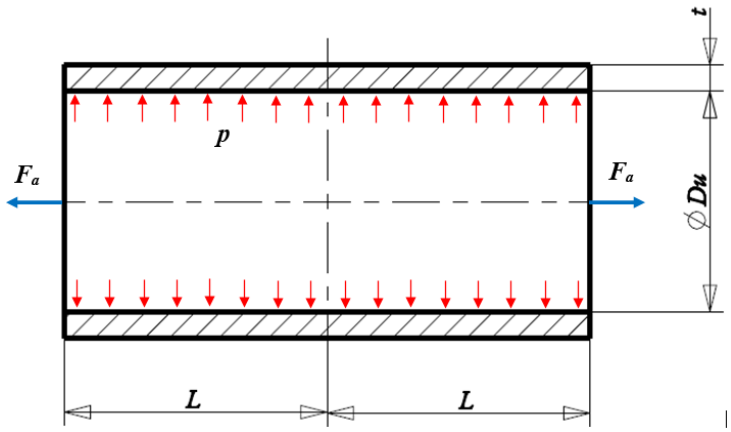
Na slici 78. prikazana je konvencionalna, stvarna, elastično-idealno plastična i Ramberg-Osgoodova krivulja naprezanje-deformacija u plastičnom području za austenitni čelik.



Slika 78. Krivulje naprezanje-deformacija za austenitni čelik 08X18H10T

5.2. Inicijacija pukotine u tlačnoj cijevi bez oštećenja

Na slici 79. prikazana je zatvorana cjev opterećena unutranjim tlakom s ucrtanim karakterističnim dimenzijama. Zatvorena cijev simulira se tako da se aksijalno optereti silom ili tlakom koji bi djelovao na bočne ploče koje zatvaraju cijev.



Slika 79. Zatvorena cijev pod tlakom bez oštećenja

Aksijalni tlak koji djeluje na cijev određuje se jednostavnim izrazom

$$p_{\mathrm{a}} = \frac{F_{\mathrm{a}}}{A_{\mathrm{p}}} = \frac{p \cdot R_{\mathrm{u}}^2}{R_{\mathrm{v}}^2 - R_{\mathrm{u}}^2},\ \text{u MPa}, \tag{66}$$

gdje je A_{p} u mm^2 - površina poprečnog presjeka cijevi.

Statičkom analizom može se utvrditi kako su ekvivalentna naprezanja prema Von Misesu najveća na unutarnjoj stijenci cijevi a opadaju prema vanjskoj stijenci [26]. Za različite omjere R_{u} / t, tj. od debelostjenih do tankostjenih cijevi teško je naći usporedni parametar jer debelostjene cijeni podnose veća opterećenja. Ako se usporede debelostjena i tankostjena cijev opterećene jednakim unutarnjim tlakom manja naprezanja javljat će se kod debelostjenih cijevi. Dovoljno dobra usporedba može se napraviti ako se izračuna granični tlak[29] debelostjene i tankostjene cijevi te se usporede naprezanja i broj ciklusa do iniciranja pukotine za opterećenje graničnim tlakom.

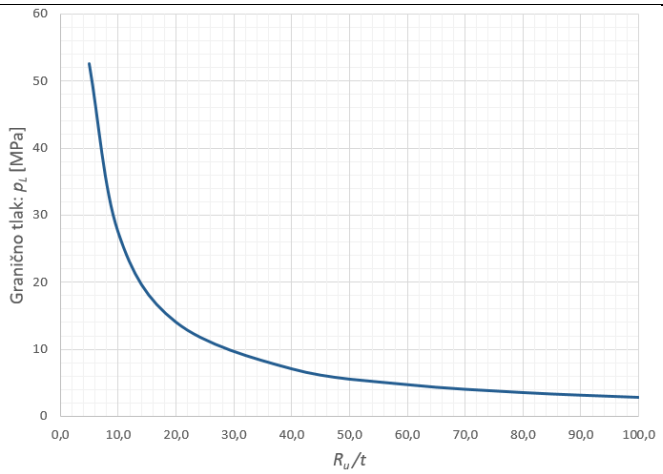
Prema literaturi [7] analitički izraz za granični tlak cijevi opterećene unutarnjim tlakom računa se prema Von Misesovom kriteriju, a glasi

$$p_{\mathrm{L}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_{\mathrm{y}} \cdot \ln \frac{R_{\mathrm{v}}}{R_{\mathrm{u}}},\ \text{u MPa}, \tag{67}$$

gdje je σ_{y} u MPa - granica tečenja, R_{u} u mm - unutarnji polumjer cijevi i R_{v} u mm - vanjski polumjer cijevi [7].

Na slici 80. prikazan je omjer unutarnjeg polumjera i debljine stijenke ovisno o graničnom tlaku. Sa slike 80. može se uočiti kako granični tlak logaritamski opada za tankostjene cijevi. Taj tlak koristit će se kao amplituda dinamičke sinusoidalne uzbude pri analizi iniciranja pukotine.

[29] Granični tlak (eng. *Limit load*) računa se graničnom analizom.



Slika 80. Utjecaj omjera R_u/t na granični tlak

Prema literaturi [26] analitički izrazi za radijalno, cirkularno i aksijalno naprezanje glase:

$$\sigma_r = \frac{p \cdot R_u^2}{R_v^2 - R_u^2} \cdot \left[1 - \left(\frac{R_v}{r}\right)^2\right], \text{ u MPa,}$$

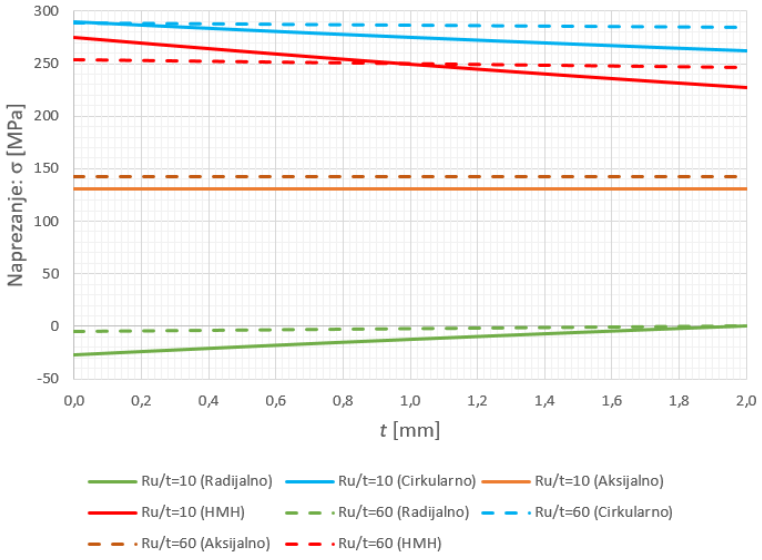
$$\sigma_\varphi = \frac{p \cdot R_u^2}{R_v^2 - R_u^2} \cdot \left[1 + \left(\frac{R_v}{r}\right)^2\right], \text{ u MPa,} \tag{68}$$

$$\sigma_z = \frac{p \cdot R_u^2}{R_v^2 - R_u^2}, \text{ u MPa.}$$

Ekvivalentno naprezanje prema energetskoj teoriji čvrstoće [26] glasi

$$\sigma_{HMH} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_\varphi)^2}, \text{ u MPa .} \tag{69}$$

Slika 81. prikazuje raspodjelu naprezanja po debljini stijenke za debelu i tanku cijev kada je svaka opterećena vlastitim graničnim tlakom.

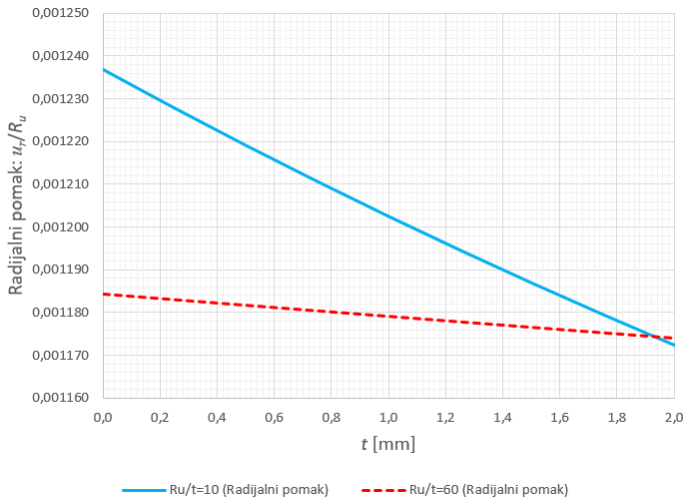


Slika 81. Raspodjela naprezanja po debljini stijenke (t = 2 mm) tanke i debele cijevi

Izraz za radijalni pomak prema [26] glasi

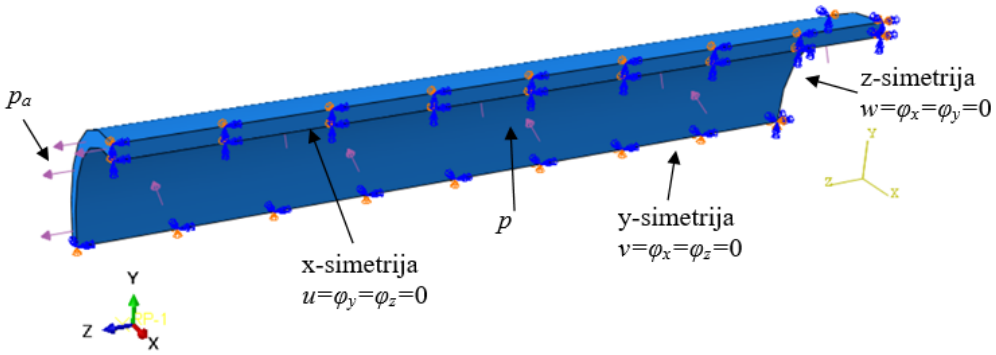
$$u_r = \frac{p \cdot R_u^2}{E \cdot \left(R_v^2 - R_u^2\right)} \cdot \left[\left(1-\nu\right) \cdot r + \left(1+\nu\right) \cdot \frac{R_v^2}{r} \right] - \frac{\nu}{E} \cdot \sigma_z \cdot \mathrm{r}\ ,\ \mathrm{u\ mm}\ . \tag{70}$$

Slika 82. prikazuje raspodjelu omjera radijalnog pomaka i unutarnjeg polumjera cijevi po debljini stijenke tanke i debele cijevi.



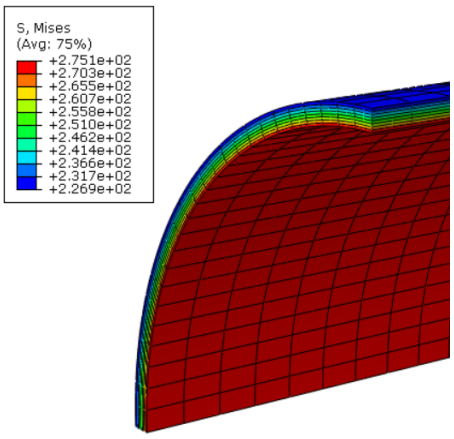
Slika 82. Raspodjela omjera radijalnog pomaka i unutarnjeg polumjera cijevi po debljini stijenke tanke i debele cijevi

Prije analize zamora u programskom paketu *FE-Safe* provest će se statička numerička analiza naprezanja debelostjene i tankostjene cijevi u programskom paketu *Abaqus*. Na slici 83. prikazani su rubni uvjeti geometrije i opterećenja za 1/8 proračunskog modela cijevi.

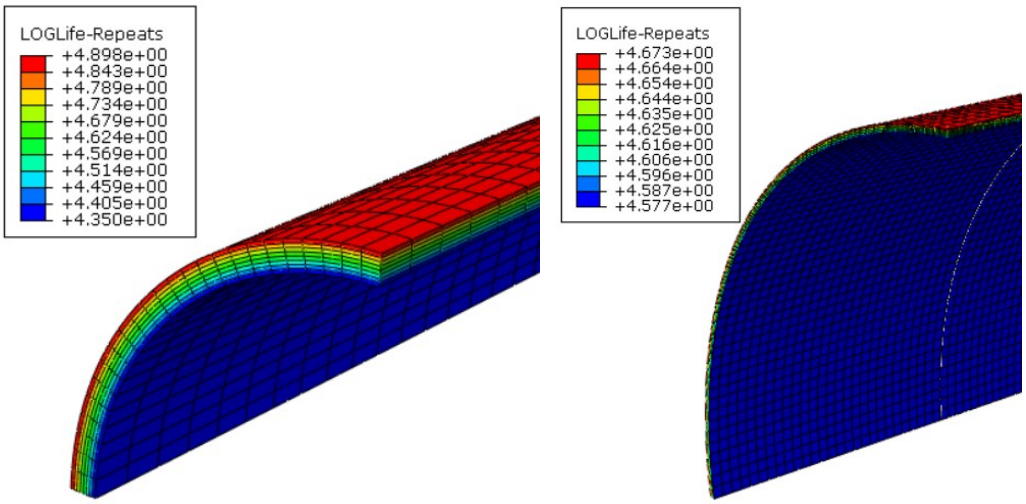


Slika 83. Rubni uvjeti geometrije i opterećenja za 1/8 proračunskog modela cijevi

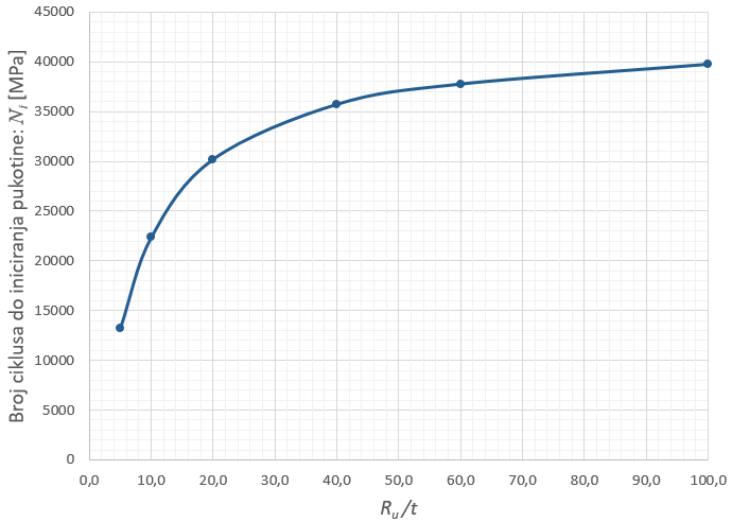
Cijev je diskretizirana C3D20R konačnim elementima. Na slici 84. prikazano je polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu za debelostjenu cijev R_u/t = 10. Na slici 85. uspoređeno je polje broja ciklusa do iniciranja pukotine debelostjene R_u/t = 10 i tankostjene cijevi R_u/t = 60 pri čistoj istosmjernoj dinamičkoj uzbudi $\Delta\sigma/2 = p_L$. Na slici 86. prikazani su numerički rezultati ovisnosti broja ciklusa do iniciranja pukotine o omjeru R_u/t.



Slika 84. Polje ekvivalentnog naprezanja prema Von Misesu u MPa za cijev $R_u/t = 10$ diskretiziranu s 5400 C3D20R KE



Slika 85. Polje broja ciklusa do iniciranja pukotine u logaritamskom mjerilu za debelostjenu cijev $R_u/t = 10$ (lijevo) i tankostjenu cijev $R_u/t = 60$ (desno) (dinamička uzbuda je $\Delta\sigma/2 = p_L$)



Slika 86. Ovisnost broja ciklusa do iniciranja pukotine o omjeru R_u/t (numerički rezultati)

U tablici 7. uspoređeni su podaci naprezanja, graničnog tlaka i broja ciklusa do iniciranja pukotine za debelostjenu i tankostjenu cijev s obzirom na unutarnju i vanjsku stijenku cijevi.

Tablica 7. Usporedba rezultata za debele cijevi ($R_u/t = 10$) i tanke cijevi ($R_u/t = 60$)

	$R_u/t = 10$ (unut. stij.)	$R_u/t = 10$ (vanj. stij.)	$R_u/t = 60$ (unut. stij.)	$R_u/t = 60$ (vanj. stij.)
Ekvivalentno naprezanje: σ_{HMH} u MPa	274,6	226,9	254,16	245,9
Granični tlak: p_L u MPa	27,51		4,77	
Broj ciklusa do iniciranja pukotine N_i	22372	78073	37758	57850
Razlika broja ciklusa na unutarnjoj i vanjskoj stij.	71,35 %		34,73 %	

Iz navedenih slika i tablice 7. može se zaključiti da je kod debelostjenih cijevi veća razlika naprezanja koja se javljaju na unutarnjoj i vanjskoj stijenci, dok je kod tankostjenih ta razlika jako mala. Što su veća naprezanja na unutarnjoj stijenci cijevi to će biti manji broj ciklusa do iniciranja pukotine. Debele cijevi podnose veći tlak, ali s obzirom na granični tlak prije dolazi do iniciranja pukotine na unutarnjoj stijenci.

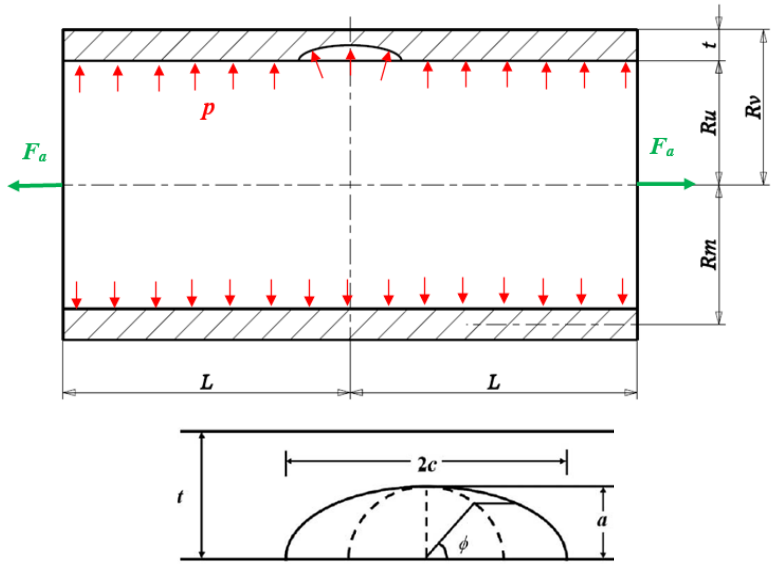
5.3. Određivanje koeficijenata intenzivnosti naprezanja

Za četiri različita položaja pukotina u posudi pod tlakom potrebno je provesti linearno-elastičnu statičku analizu proračuna koeficijenata intenzivnosti naprezanja. Proračunski model numeričke analize potrebno je diskretizirati C3D20R konačnim elementima a područje oko linije vrha pukotine singularnim 3D konačnim elementima. Za linearno-elastično ponašanje materijala potrebno je poznavati Youngov modul elastičnosti i Poissonov faktor. Proračunom koeficijenata intenzivnosti naprezanja dobiva se tek jedan parametar kao kriterij cjelovitosti posude pod tlakom te je kriterij loma zadovoljen ako je koeficijent intenzivnosti naprezanja manji od lomne žilavosti materijala $K \leq K_C$ [7].

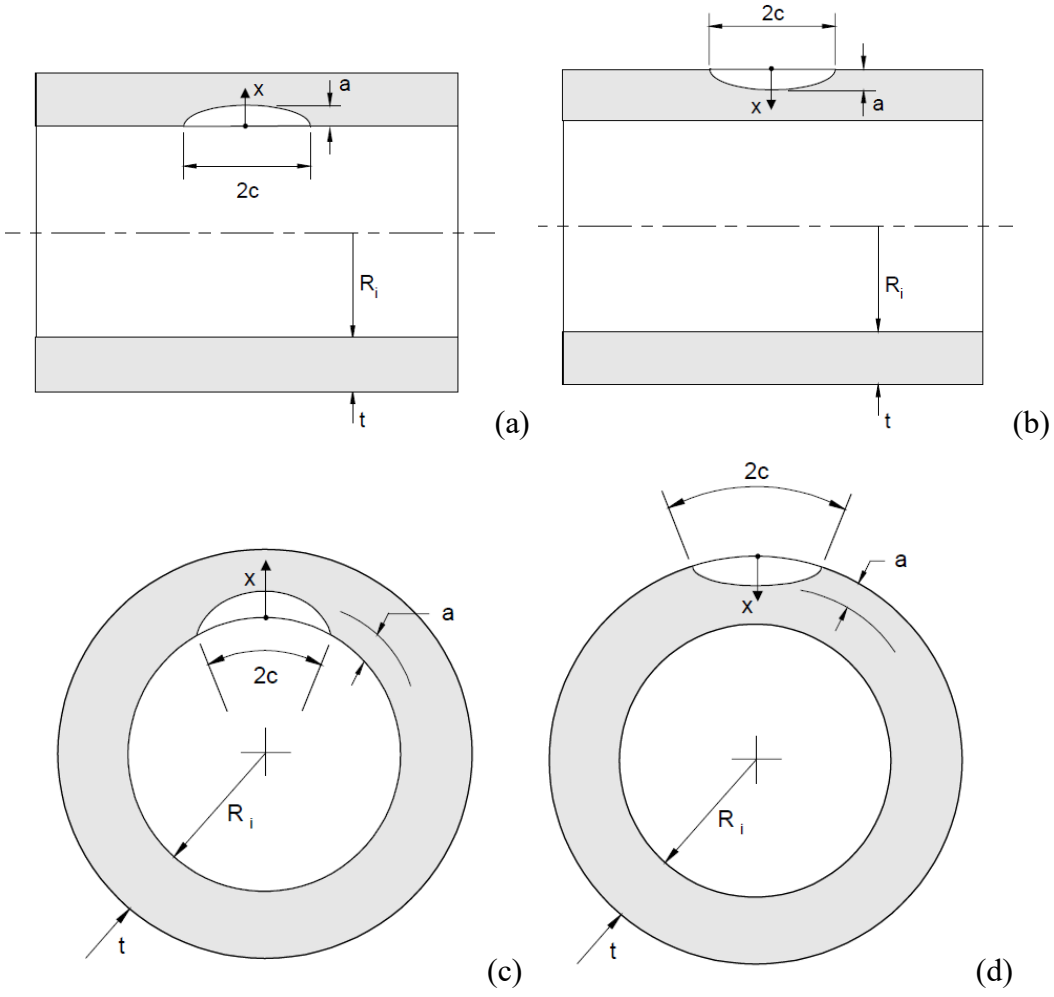
Na slici 87. prikazana je posuda pod tlakom s unutarnjom uzdužnom polueliptičnom pukotinom i pripadajućim dimenzijama.

Na slici 88. uspoređeno su prikazane skice četiri položaja polueliptičnih pukotina za posudu pod tlakom prema normi [6].

Koeficijenti intenzivnosti naprezanja biti će uspoređeni za sva četiri navedena položaja polueliptičnih pukotina prema empirijskim i numeričkim proračunima za $R_u / t = 10$ i opterećenje $p = 100$ MPa .



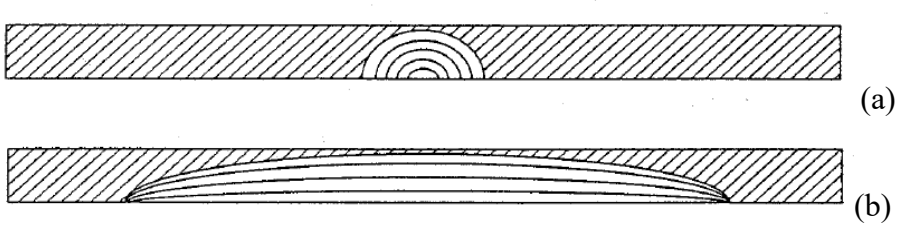
Slika 87. Posuda pod tlakom s unutarnjom uzdužnom polueliptičnom pukotinom i pripadajućim dimenzijama [7]



Slika 88. Uzdužna unutarnja (a), uzdužna vanjska (b), cirkularna unutarnja (c), cirkularna vanjska (d) površinska polueliptična pukotina [6]

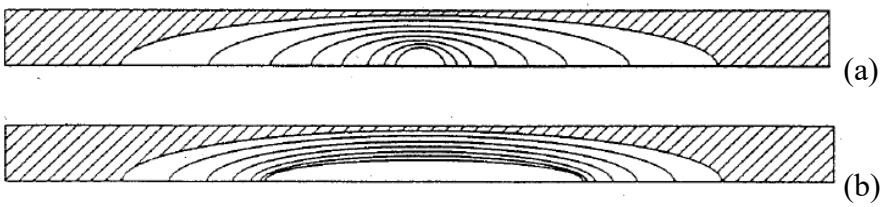
Rast pukotine kroz debljinu stijenke cijevi poprima različite oblike s obzirom na geometriju cijevi i pukotine i s obzirom na opterećenje. Kod vrlo malih pukotina koje se ističu nakon inicijacije, pukotina raste u smjeru dubine i smjeru duljine. Princip propuštanja prije loma uzima u obzir da se polueliptična pukotina stabilno širi sve dok ne poprimi polukružan oblik. Pema [5] općenito postoji pretpostavka da kratke polueliptične pukotine propagiraju po duljini i dubini, dok duge polueliptične pukotine propagiraju samo u dubinu.

Na slici 89. prikazana je shema rasta kratke i duge polueliptične pukotine za vlačno opterećenje ploče ili opterećenje cijevi unutarnjim tlakom.



Slika 89. Rast kratke (a) i duge (b) polueliptične pukotine za vlačno opterećenje ploče ili opterećenje cijevi unutarnjim tlakom [5]

Na slici 90. usporedno je prikazana shema rasta kratke (a) i duge (b) polueliptične pukotine za opterećenje savijanjem po dužini pripadajuće geometrije s uzdužnom pukotinom.



Slika 90. Rast kratke (a) i duge (b) polueliptične pukotine za opterećenje savijanjem po dužini geometrijskog modela s pripadajućom pukotinom [5]

U narednim proračunima posude pod tlakom izvršit će se računalne simulacije za duge polueliptične pukotine na kojima će tijekom rasta duljina pukotine biti konstantna, a polueliptična pukotina će se produbljivati. Zadana duljina pukotine iznosi $2c$ = 12,8 mm, a debljina stijenke t = 2mm. Također, prema zadanom materijalu može se pretpostaviti da će prije doći do procurivanja medija iz posude pod tlakom jer je materijal jako duktilan te je sklon plastičnom kolapsu, a ne krhkom lomu kao kod visoko čvrstih čelika.

U tablici 8. navedeni su omjeri dimenzija polueliptične pukotine tijekom propagacije kroz debljinu stijenke uz konstantnu duljinu pukotine.

*U narednim dijagramima koji se odnose na posude pod tlakom, radi jednostavnijeg zapisa uz os apscisa navodit će se samo omjer polueliptične pukotine a/t, iako se mijenja i omjer c/a.

Tablica 8. Četiri omjera dimenzija polueliptične pukotine tijekom propagacije kroz debljinu stijenke (primijenjeno na sve naredne simulacije)

	c [mm]	*a* [mm]	*a/t*	*c/a*
1.	6,4	0,4	0,2	16
2.	6,4	0,8	0,4	8
3.	6,4	1,2	0,6	5,3333
4.	6,4	1,6	0,8	4

5.3.1. Empirijsko određivanje koeficijenata intenzivnosti naprezanja

Empirijski izrazi koeficijenata intenzivnosti naprezanja za pukotine u posudama pod tlakom preuzeti su iz norme prema literaturi [6].

Prema [6] za uzdužnu unutarnju površinsku polueliptičnu pukotinu koeficijent intenzivnosti naprezanja glasi

$$K_I = \frac{p \cdot R_v^2}{R_v^2 - R_u^2}\left[2G_0 - 2G_1\left(\frac{a}{R_u}\right) + 3G_2\left(\frac{a}{R_u}\right)^2 - 4G_3\left(\frac{a}{R_u}\right)^3 + 5G_4\left(\frac{a}{R_u}\right)^4\right]\cdot\sqrt{\frac{\pi \cdot a}{Q}} \tag{71}$$

Za uzdužnu vanjsku površinsku polueliptičnu pukotinu prema [6] glasi

$$K_I = \frac{p \cdot R_u^2}{R_v^2 - R_u^2}\left[2G_0 + 2G_1\left(\frac{a}{R_u}\right) + 3G_2\left(\frac{a}{R_u}\right)^2 + 4G_3\left(\frac{a}{R_u}\right)^3 + 5G_4\left(\frac{a}{R_u}\right)^4\right]\cdot\sqrt{\frac{\pi \cdot a}{Q}} \tag{72}$$

Za cirkularnu unutarnju površinsku polueliptičnu pukotinu prema [6] računa se kao

$$K_I = G_0 \cdot \left(\frac{p \cdot R_v^2}{R_v^2 - R_u^2}\right)\cdot\sqrt{\frac{\pi \cdot a}{Q}}\,. \tag{73}$$

Za cirkularnu vanjsku površinsku polueliptičnu pukotinu prema [6] iznosi

$$K_I = G_0 \cdot \left(\frac{p \cdot R_u^2}{R_v^2 - R_u^2}\right)\cdot\sqrt{\frac{\pi \cdot a}{Q}}\,. \tag{74}$$

Prema [6] za funkciju *Q* koja je ovisna o omjeru pukotine može se pisati

$$Q = 1 + 1,464 \cdot \left(\frac{a}{c}\right)^{1,65} \rightarrow \frac{a}{c} \le 1\ ,\ Q = 1 + 1,464 \cdot \left(\frac{c}{a}\right)^{1,65} \rightarrow \frac{a}{c} > 1\,. \tag{75}$$

Prema [6] G_i predstavljaju geometrijske funkcije koje se iščitavaju iz tablica [6] za željeni omjer geometrije modela i željeni omjer dimenzija pukotine.

Pripadajuće geometrijske funkcije prema kojima se računa koeficijent intenzivnosti naprezanja ovisno o kutu polueliptične pukotine definirane su jednadžbama od (76) do (84).

$$
\begin{aligned}
&G_0 = A_{0,0} + A_{1,0}\beta + A_{2,0}\beta^2 + A_{3,0}\beta^3 + A_{4,0}\beta^4 + A_{5,0}\beta^5 + A_{6,0}\beta^6 \ , \\
&G_1 = A_{0,1} + A_{1,1}\beta + A_{2,1}\beta^2 + A_{3,1}\beta^3 + A_{4,1}\beta^4 + A_{5,1}\beta^5 + A_{6,1}\beta^6 \ , \\
&\beta = \frac{2\cdot\phi}{\pi} \ ,
\end{aligned}
\tag{76}
$$

$$
\begin{aligned}
&G_2 = \frac{\sqrt{Q}}{945\cdot\pi}\left(G_{12} + G_{22}\right) \ , \\
&G_{21} = 108 + 180z + 576z^2 - 864z^3 + \left(1056 + 128M_1\right)\delta z^{2,5} \ , \\
&G_{22} = M_3\left(45\eta + 54\eta z + 72\eta z^2 - 315\omega z^{2,5} + 144\eta z^3\right) \ ,
\end{aligned}
\tag{77}
$$

$$
\begin{aligned}
&G_3 = \frac{\sqrt{Q}}{13860\cdot\pi}\left(G_{31} + G_{32}\right) \ , \\
&G_{31} = 880 + 1232z + 2112z^2 + 7040z^3 - \left(13056 + 1280M_1\right)\delta z^{3,5} \ , \\
&G_{32} = M_3\left(385\eta + 440\eta z + 528\eta z^2 + 704\eta z^3 - 3465\omega z^{3,5} + 1408\eta z^4\right) \ ,
\end{aligned}
\tag{78}
$$

$$
\begin{aligned}
&G_4 = \frac{\sqrt{Q}}{45045\cdot\pi}\left(G_{41} + G_{42}\right) \ , \\
&G_{41} = 1820 + 2340z + 3328z^2 + 5824z^3 + 19968z^4 \\
&\qquad - 33280z^5 + \left(37376 + 3072M_1\right)\delta z^{4,5} \ , \\
&G_{42} = M_3\begin{pmatrix} 819\eta + 909\eta z + 1040\eta z^2 + 1248\eta z^3 \\ + 1664\eta z^4 - 9009\omega z^{4,5} + 3328\eta z^5 \end{pmatrix} \ ,
\end{aligned}
\tag{79}
$$

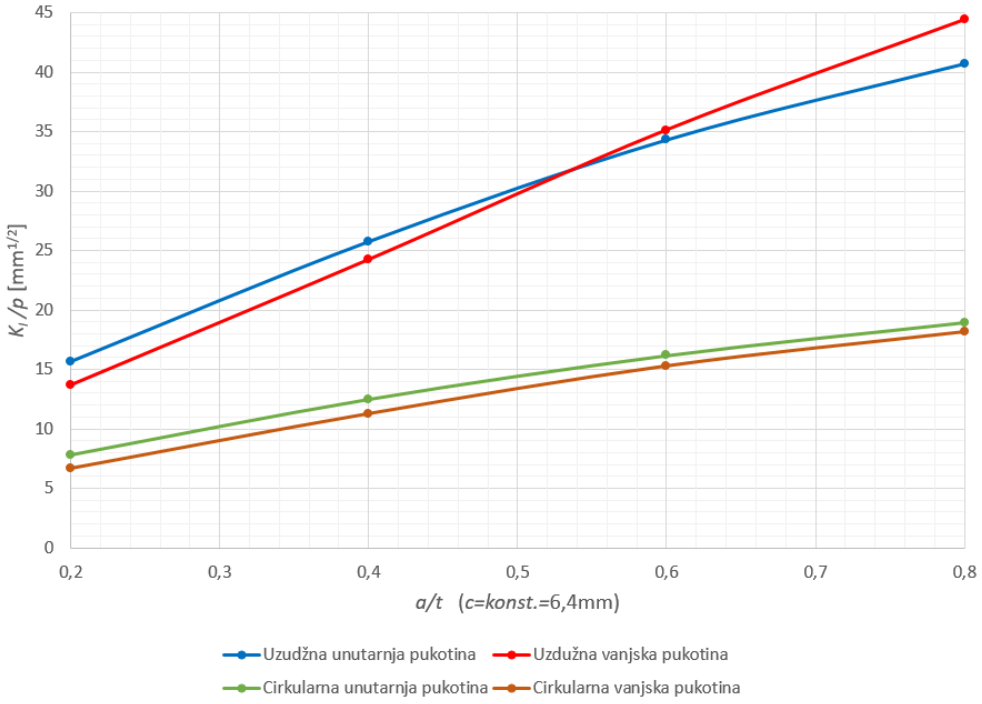
$$
M_1 = \frac{105\pi G_0\left(3 + 7z\right) - 1050\pi G_1 - 4\sqrt{Q}\left(35 - 70z + 35z^2 + 189\delta z^{0,5} + 61\delta z^{1,5}\right)}{\sqrt{Q}\left(168 + 152z\right)z^{0,5}\delta} \ ,
$$

$$
\begin{aligned}
&M_2 = \frac{1}{3}\left(M_1 - 3\right) \ , \\
&M_3 = \frac{2\left(-105\pi G_1 + 45\pi G_0 z + \sqrt{Q}\left(28 + 24z - 52z^2 + 44\delta z^{1,5}\right)\right)}{\sqrt{Q}\left(-21 + 2z + 19z^2\right)\eta} \ , \\
&M_4 = \frac{\left(1 + M_3\eta\right)z}{z - 1} \ ,
\end{aligned}
\tag{80}
$$

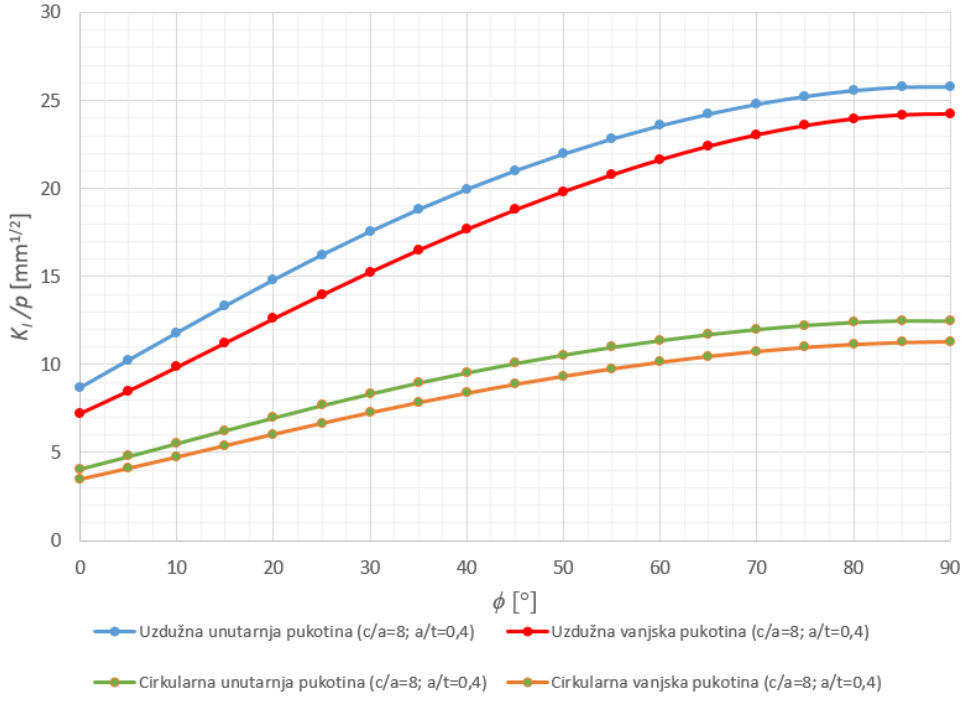
$$
\begin{aligned}
&z = \sin\left(\phi\right) \ , \ \delta = \sqrt{1 + z} \ , \\
&\omega = \sqrt{1 - z} \ , \ \eta = \sqrt{\frac{1}{z} - 1} \ .
\end{aligned}
\tag{81}
$$

Na slici 91. za četiri različita položaja pukotina kod posude pod tlakom uspoređeni su empirijski omjeri koeficijenta intenzivnosti naprezanja i tlaka opterećenja ovisno omjeru dimenzija polueliptičnih pukotina tijekom pretpostavljene propagacije.

Na slici 92. za četiri različita položaja pukotina kod posude pod tlakom uspoređene su empirijske krivulje omjera koeficijenta intenzivnosti naprezanja i tlaka opterećenja s obzirom na kut polueliptične pukotina omjera dimenzija $a/t = 0{,}4$ i $c/a = 8$.

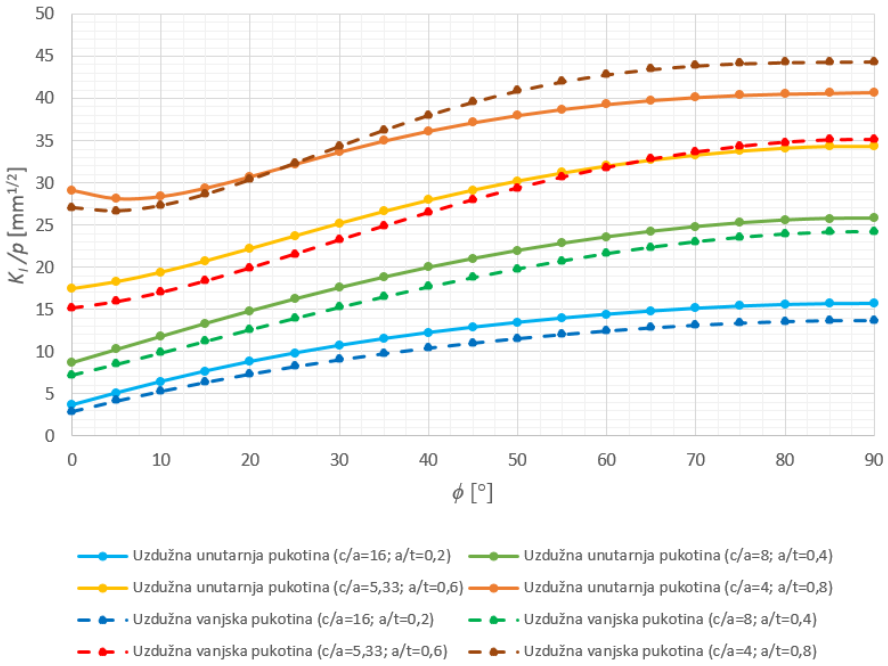


Slika 91. Usporedba empirijskih rezultata omjera koeficijenta intenzivnosti naprezanja i tlaka opterećenja ovisno o omjeru dimenzija polueliptične pukotine



Slika 92. Usporedba empirijskih rezultata omjera koeficijenta intenzivnosti naprezanja i tlaka opterećenja ovisno o kutu polueliptične pukotine ($a/t = 0{,}4$ i $c/a = 8$)

Na slici 93. za uzdužnu unutarnju i uzdužnu vanjsku polueliptičnu pukotinu uspoređen je empirijski omjer koeficijenta intenzivnosti naprezanja i tlaka opterećenja s obzirom na kut polueliptične pukotine uslijed pretpostavljene propagacije.



Slika 93. Usporedba empirijskih rezultata omjera koeficijenta intenzivnosti naprezanja i tlaka opterećenja ovisno o kutu polueliptične pukotine tijekom propagacije pukotine u dubinu

5.3.2. Numeričko određivanje koeficijenata intenzivnosti naprezanja

Koeficijent intenzivnosti naprezanja direktno je povezan s *J*-integralom preko promjene oslobođene energije deformiranja za linearno-elastično ponašanje materijala prema [4, 8], a za odcijepni način otvaranja pukotine slijedi izraz prema [7]

$$K_I(\phi) = \sqrt{E' \cdot J_e(\phi)}, \tag{82}$$

gdje je $E' = \dfrac{E}{1-\nu^2}$ - za ravninsko stanje deformacija [7].

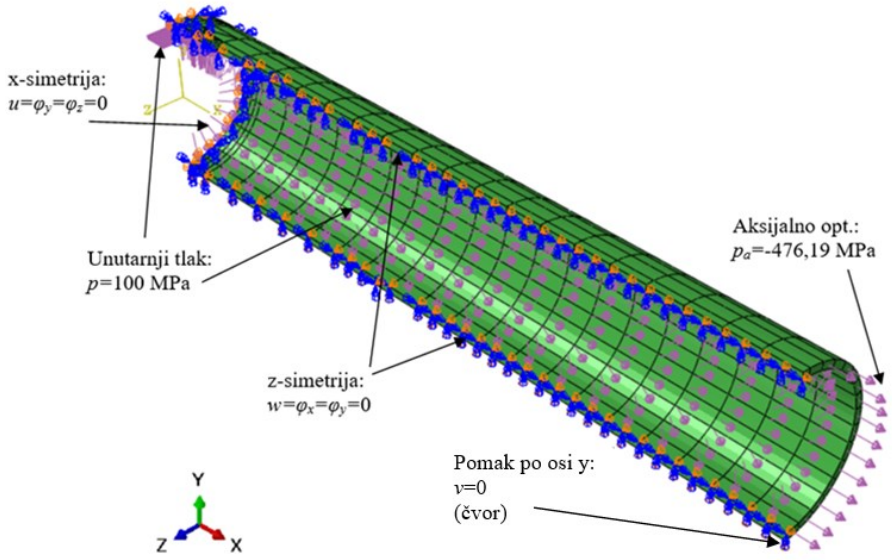
Prema [7] koeficijent intenzivnosti naprezanja za odcijepni način otvaranja pukotine kod posuda pod tlakom i cijevi opterećenih unutranjim tlakom glasi

$$K_I(\phi) = \frac{p \cdot R_u}{t} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot F\left(\frac{R_u}{t}, \frac{a}{t}, \frac{c}{a}, \phi\right), \text{ u MPa}\sqrt{\text{mm}}, \tag{83}$$

gdje je a u mm - dubina pukotine, $2 \cdot c$ u mm - duljina pukotine, $F\left(\dfrac{R_u}{t}, \dfrac{a}{t}, \dfrac{c}{a}, \phi\right)$ - bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja, ϕ u ° -

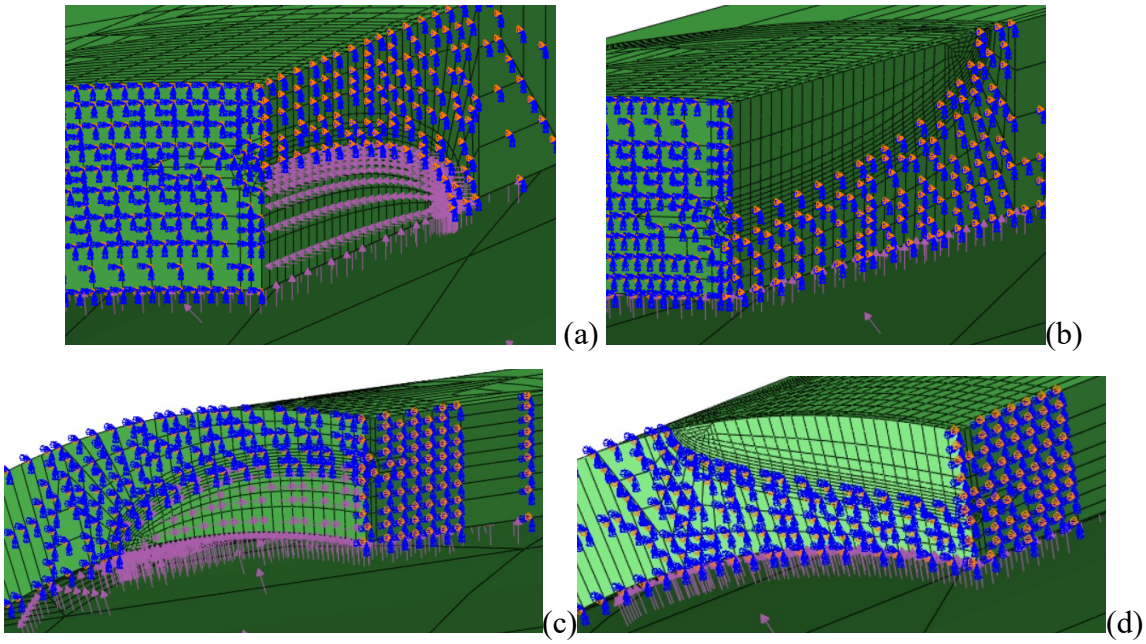
kut površinske polueliptične pukotine, t u mm – debljina stijenke cijevi i R_u u mm – unutarnji polumjer cijevi [7].

Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja ovisi o dimenzijama cijevi, dimenzijama i obliku pukotine, položaju i kutu polueliptične pukotine [7]. Na slici 94. prikazani su rubni uvjeti geometrije i opterećenja posude pod tlakom.



Slika 94. Rubni uvjeti geometrije i opterećenja posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom pukotinom za 1/4 proračunskog modela

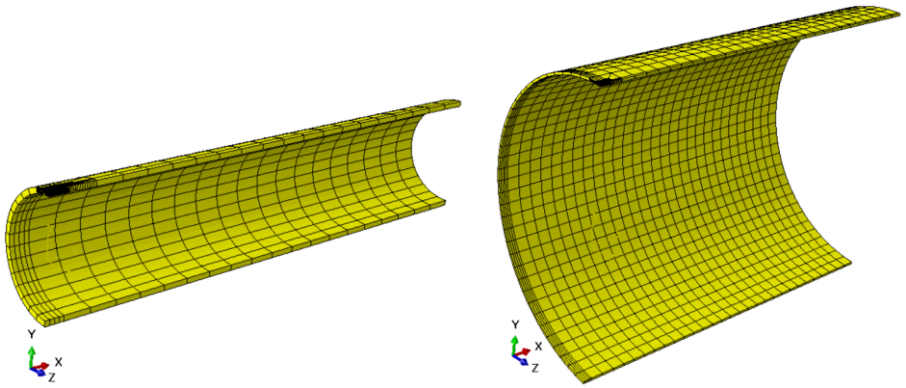
Na slici 95. prikazani su rubni uvjeti geometrije i opterećenja oko linije vrha polueliptične pukotine za četiri različita položaja kod posude pod tlakom.



Slika 95. Rubni uvjeti geometrije i opterećenja oko linije vrha polueliptične pukotine: uzdužna unutarnja (a), uzdužna vanjska (b), cirkularna unutarnja (c), cirkularna vanjska (d)

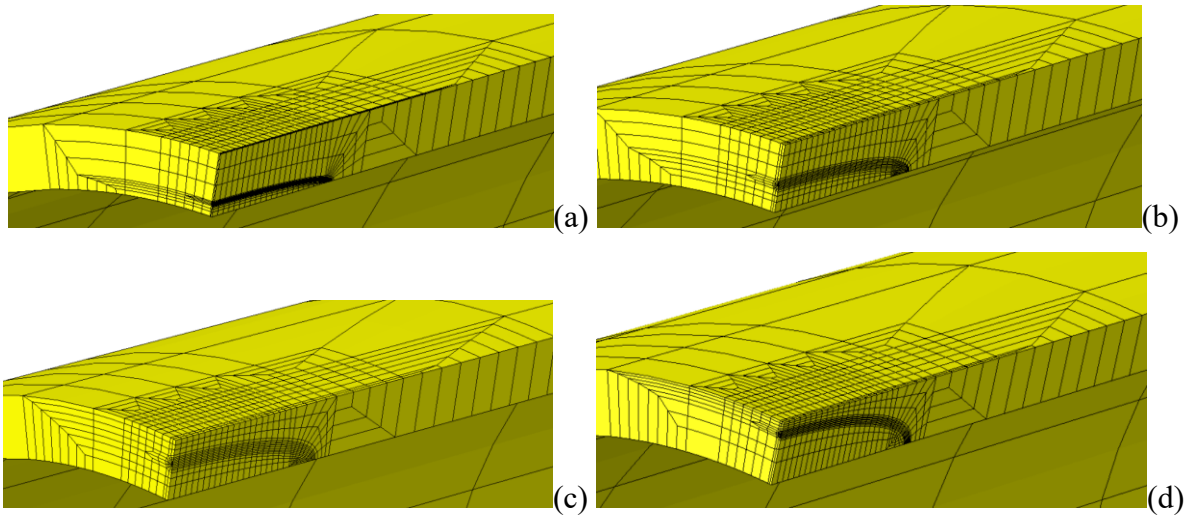
Kod polueliptičnih pukotina na unutarnjoj stijenci unutarnji tlak djeluje i na površine otvorene pukotine te dodatno djeluje na propagaciju za razliku od pukotina na vanjskoj stijenci.

Na slici 96. prikazana je diskretizacija debelostjene i tankostjene posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom pukotinom.



Slika 96. Diskretizacija posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom pukotinom $R_u/t = 10$ (lijevo) i $R_u/t = 60$ (desno)

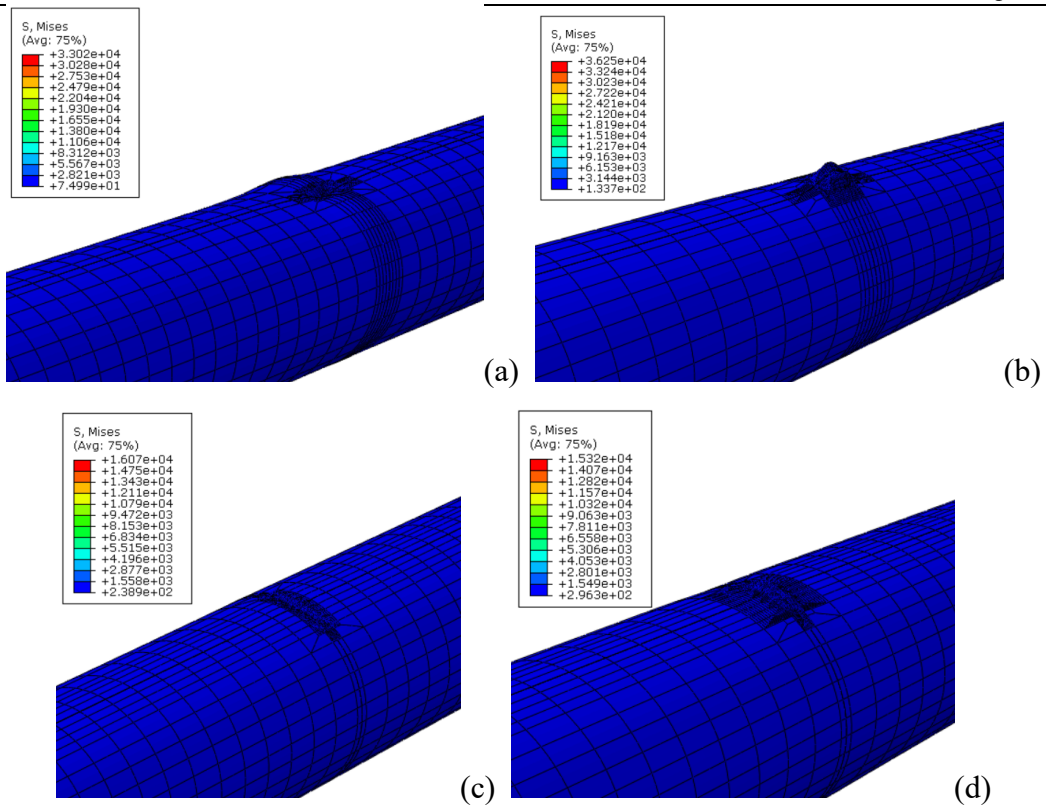
Na slici 97. prikazana su diskretizirana područja oko linije vrha pukotine kod posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom pukotinom za četiri različita omjera dimenzija pukotina tijekom pretpostavljene propagacije.



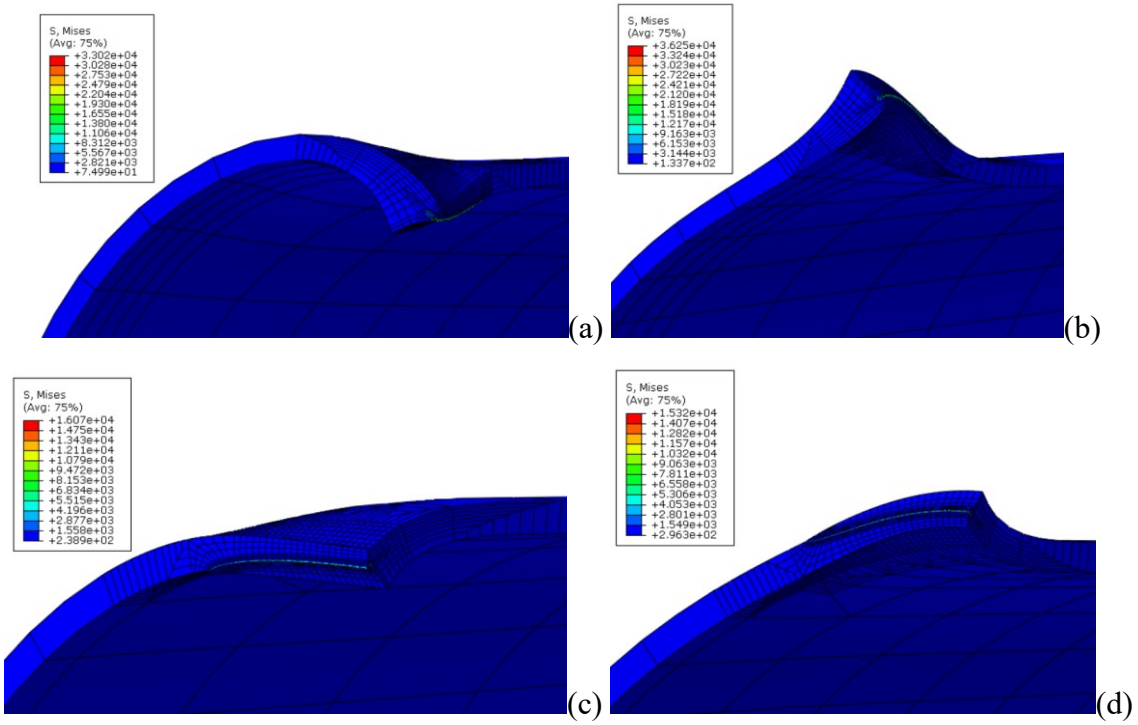
Slika 97. Diskretizacija oko linije vrha pukotine za posudu pod tlakom $R_u/t = 10$ s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom s omjerom dimenzija $a/t = 0{,}2$ i $c/a = 16$ (a), $a/t = 0{,}4$ i $c/a = 8$ (b), $a/t = 0{,}6$ i $c/a = 5{,}33$ (c), $a/t = 0{,}8$ i $c/a = 4$ (d)

Na slici 98. prikazan je deformirani oblik posuda pod tlakom s poljem ekvivalentnih naprezanja prema Von Misesu u MPa za četiri različita položaja polueliptičnih pukotina.

Na slici 99. uvećano je prikazan deformirani oblik područja oko linije vrha pukotine posude pod tlakom za četiri različita položaja polueliptične pukotine.

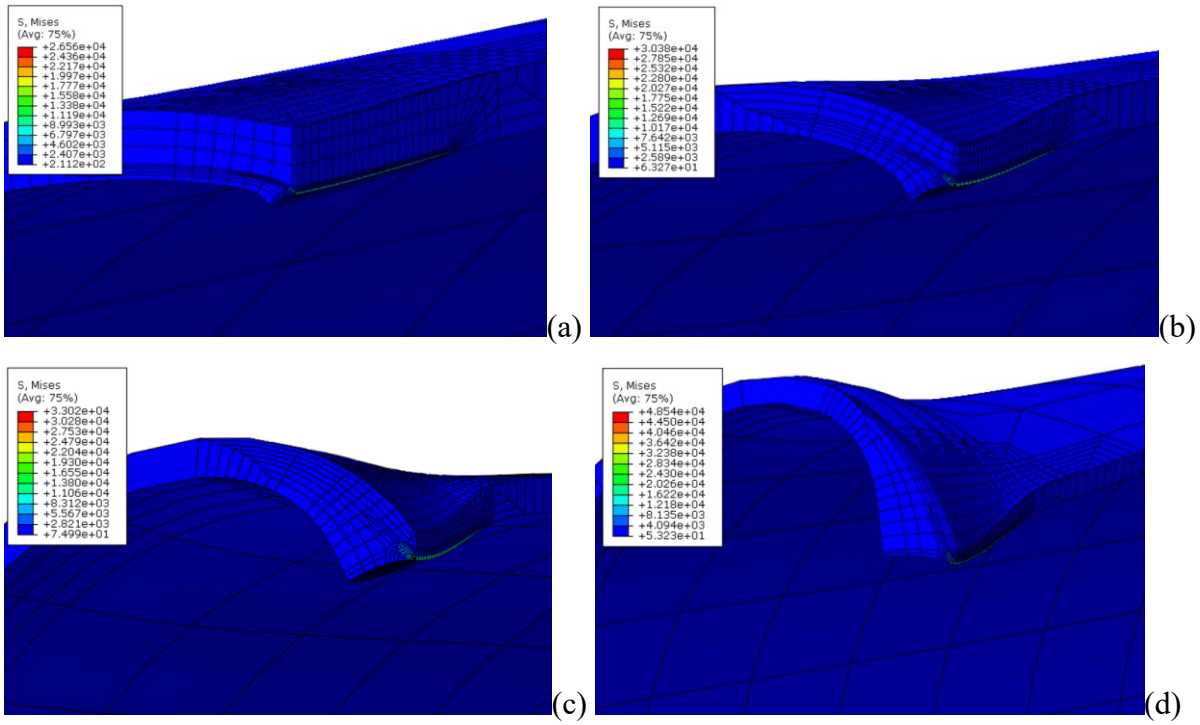


Slika 98. σ_{ekv} u MPa ($R_u/t = 10$, $p = 100$ MPa, $a/t = 0{,}6$ i $c/a = 5{,}33$): uzdužna unutarnja (a), uzdužna vanjska (b), cirkularna unutarnja (c), cirkularna vanjska (d) polueliptična pukotina



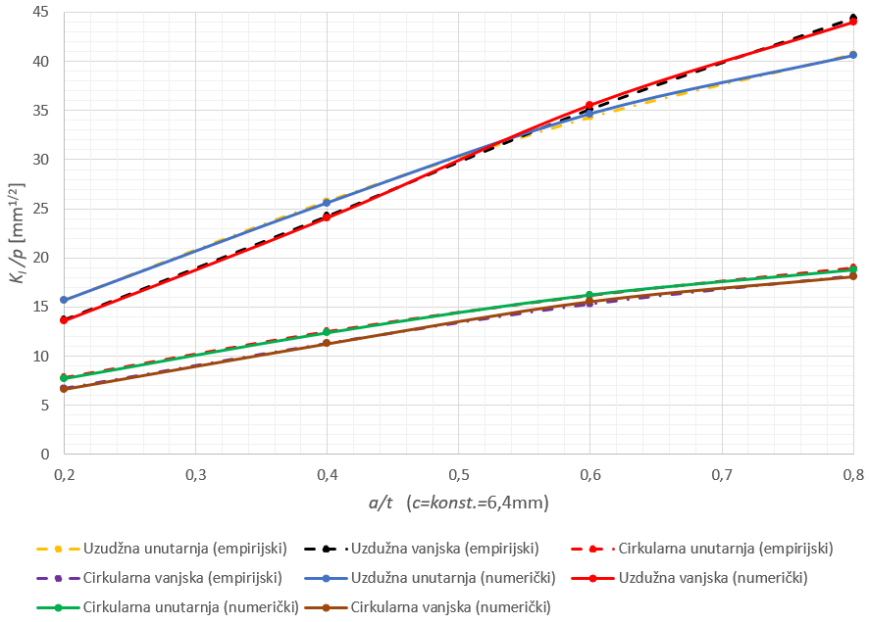
Slika 99. σ_{ekv} u MPa ($R_u/t = 10$, $p = 100$ MPa, $a/t = 0{,}6$ i $c/a = 5{,}33$): uzdužna unutarnja (a), uzdužna vanjska (b), cirkularna unutarnja (c), cirkularna vanjska (d) polueliptična pukotina (uvećan deformirani prikaz područja oko linije vrha pukotine)

Na slici 100. uvećano je prikazan deformirani oblik područja oko linije vrha pukotine posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom pukotinom za četiri različita omjera dimenzija polueliptične pukotine tijekom propagacije.



Slika 100. σ_{ekv} u MPa ($R_u/t = 10$, $p = 100$ MPa, uzdužna unutarnja polueliptična pukotina): a/t = 0,2 i c/a = 16 (a), a/t = 0,4 i c/a = 8 (b), a/t = 0,6 i c/a = 5,33 (c), a/t = 0,8 i c/a = 4 (d)

Na slici 101. uspoređena su empirijska i numerička rješenja koeficijenata intenzivnosti naprezanja ovisno o omjerima dimenzija polueliptične pukotine tijekom propagacije.



Slika 101. Usporedba empirijskih i numeričkih rješenja koeficijenata intenzivnosti naprezanja

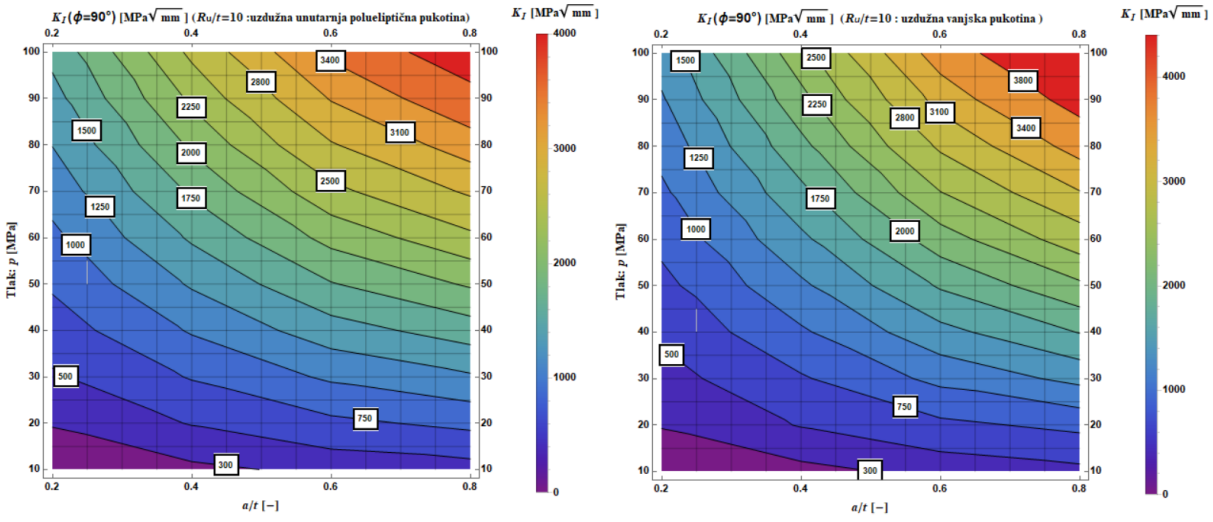
Empirijska i numerička rješenja koeficijenata intenzivnosti naprezanja dobro se poklapaju, stoga se može zaključiti da su empirijski izrazi zadovoljavajući za upotrebu u općoj praksi.

U tablici 9. ispisana su numerička rješenja koeficijenata intenzivnosti naprezanja posude pod tlakom tijekom propagacije polueliptične pukotine te su na temelju toga izračunate bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu koeficijenata intenzivnosti naprezanja.

Tablica 9. Koeficijenti intenzivnosti naprezanja i bezdimenzijske utjecajne funkcije posude pod tlakom $R_u/t = 10$ opterećene s $p = 10$ MPa tijekom propagacije polueliptične pukotine

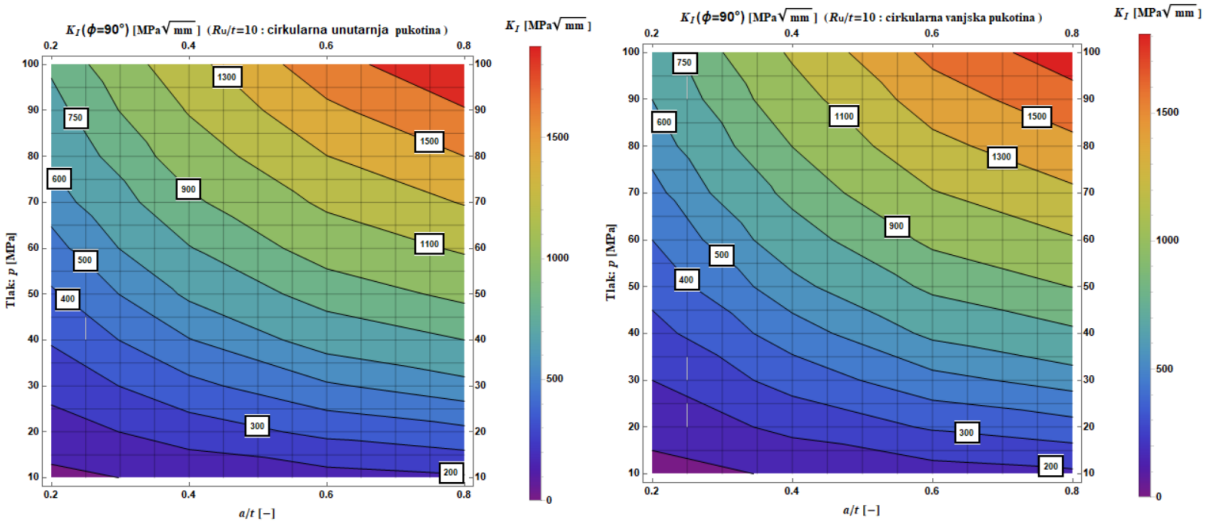
a/t	c/a	K_I ($\phi = 90°$) u MPa mm$^{1/2}$			
0,2	16	156,78	135,86	77,305	66,7
0,4	8	256,06	240,8	123,75	112,72
0,6	5,333	346,72	355,72	162,1	155,44
0,8	4	406,04	440,2	187,456	180,655
		$F(a/t, c/a, R_u/t, \phi = 90°)$			
0,2	16	1,3986	1,212	0,6896	0,595
0,4	8	1,6152	1,5189	0,7806	0,711
0,6	5,333	1,78572	1,8321	0,8348	0,8006
0,8	4	1,8111	1,9634	0,8361	0,80578

Na slici 102. uspoređeni su topografski dijagrami koeficijenta intenzivnosti naprezanja ($\phi = 90°$) za posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom i vanjskom polueliptičnom pukotinom.



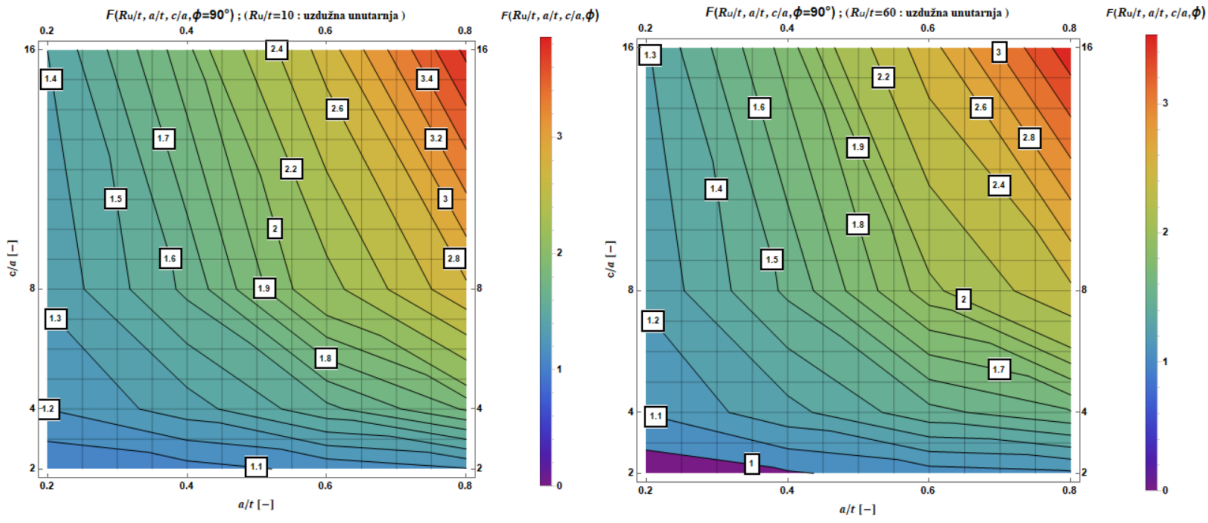
Slika 102. Topografski dijagram koeficijenta intenzivnosti naprezanja ($\phi = 90°$) ovisno o tlaku opterećenja i omjeru a/t za posudu pod tlakom $R_u/t = 10$ s uzdužnom unutarnjom (lijevo) i uzdužnom vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom

Na slici 103. uspoređeni su topografski dijagrami koeficijenta intenzivnosti naprezanja (ϕ = 90°) za posude pod tlakom s cirkularnom unutarnjom i vanjskom polueliptičnom pukotinom.



Slika 103. Topografski dijagram koeficijenta intenzivnosti naprezanja (ϕ = 90°) ovisno o tlaku opterećenja i omjeru a/t za posudu pod tlakom R_u/t = 10 s cirkularnom unutarnjom (lijevo) i cirkularnom vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom

Na slici 104. uspoređeni su topografski dijagrami bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu koeficijenata intenzivnosti naprezanja ovisno o omjerima dimenzija a/t i c/a polueliptične pukotine za debelostjene i tankostjene posude pod tlakom, a rezultati su dobiveni za slučaj kada je svaka posuda opterećena vlastitim graničnim tlakom te se može uočiti kako su funkcije nešto većeg iznosa ukoliko se radi o debelostjenim posudama.

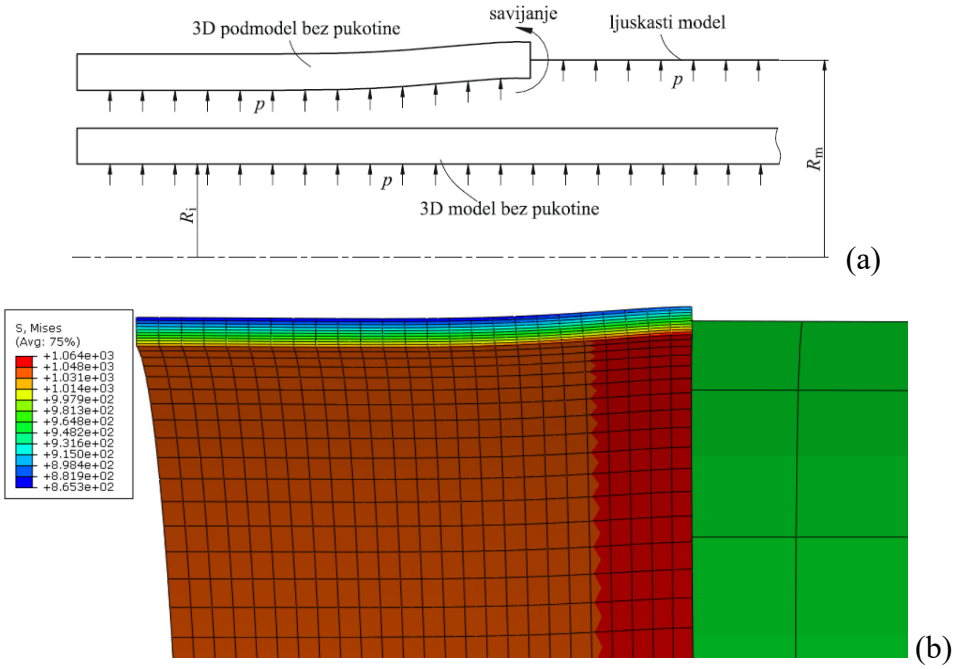


Slika 104. Topografski dijagram bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu koeficijenta intenzivnosti naprezanja (ϕ = 90°) ovisno o omjeru a/t i c/a za posudu pod tlakom R_u/t = 10 (lijevo) i R_u/t = 60 (desno) s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom

5.3.3. Primjena tehnike podmodeliranja u određivanju koeficijenata intenzivnosti naprezanja

Najjednostavniji pristup pri numeričkoj analizi tlačnih posuda primjena je *shell-to-solid* tipa podmodeliranja prema kojem je globalni model diskretiziran ljuskastim konačnim elementima s 8 čvorova i reduciranom integracijom (S8R), a podmodel prizmatičnim izoparametrijskim konačnim elementima s 20 čvorova i reduciranom integracijom (C3D20R). Kod globalnog modela ploha ljuskastog cilindra definirana je srednjim promjerom te na tom promjeru djeluje tlak za razliku od podmodela gdje tlak djeluje na unutarnjem promjeru. Kako je srednji promjer veći od unutarnjeg promjera cilindrične posude, na globalnom modelu javljat će se nešto veća naprezanja te će doći do lokalnog savijanja na spoju podmodela i globalnog modela. Što je posuda deblja to će biti veća razlika među naprezanjima između globalnog modela i podmodela [7]. Kod jako tankih posuda ta razlika približno je zanemariva.

Na slici 105. prikazana je shema lokalnog savijanja na spoju podmodela s globalnim modelom prema [7] i problem je prikazan rezultatom na temelju numeričke simulacije naprezanja posude pod tlakom uz primjenu *shell-to-solid* tipa podmodeliranja.

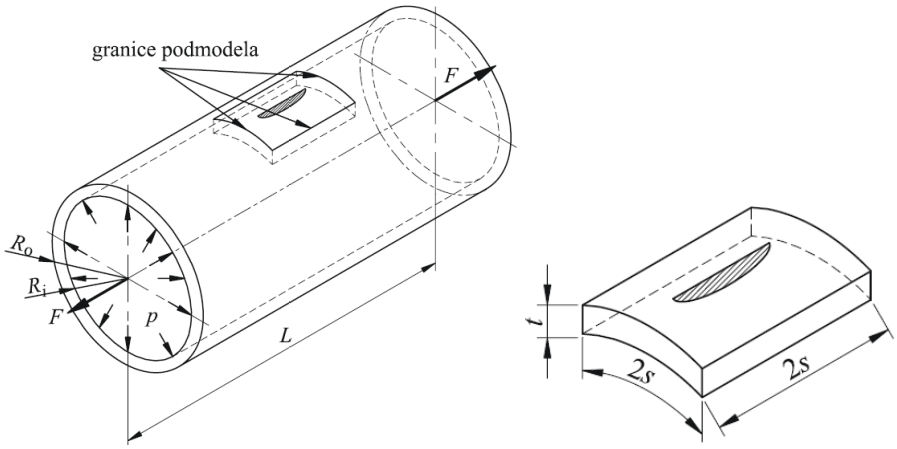


Slika 105. Utjecaj lokalnog savijanja posude pod tlakom bez pukotine kod *shell-to-solid* tipa podmodeliranja: shema [7] (a) i numerički primjer za cijev $R_u/t = 10$ i $p = 100$ MPa (b)

U konačnici, potrebno je provesti nekoliko analiza s različitim veličinama podmodela kako bi se odabrala optimalna veličina podmodela kod kojeg lokalno savijanje *shell-to-solid*

podmodeliranja ne utječe na rezultate parametara mehanike loma oko vrha pukotine. Detaljan pristup podmodeliranju opisan je u literaturi [7, 8, 12].

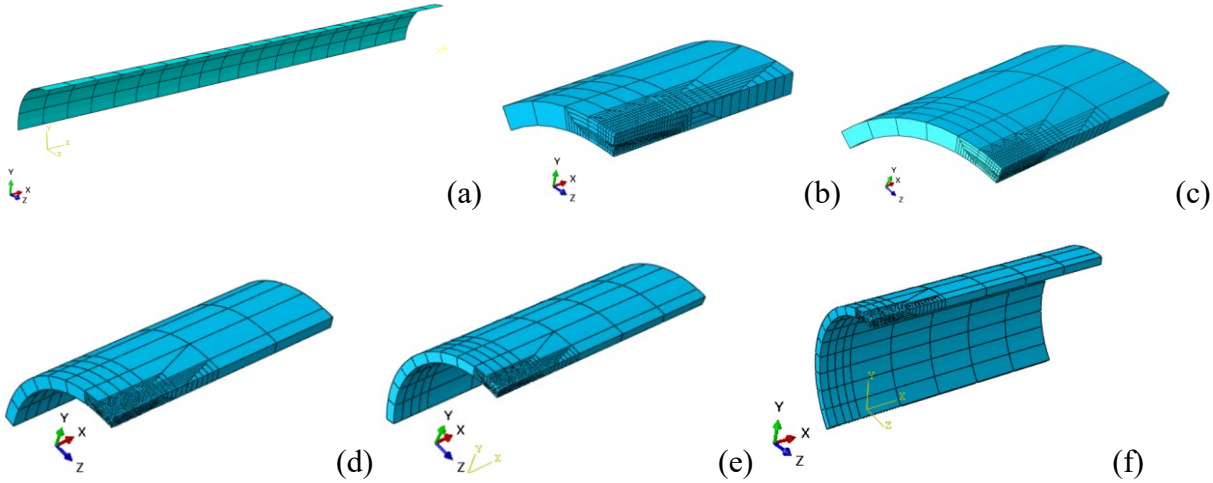
Na slici 106. prema [7] prikazane su dimenzije i položaj podmodela s polueliptičnom pukotinom u odnosu na globalni model.



Slika 106. Shema i dimenzije podmodela u odnosu na globalni model [7]

Utjecaj podmodeliranja provest će se samo za posudu pod tlakom R_u/t = 10 s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom i odabrat će se optimalna veličina podmodela sa što manjim brojem konačnih elemenata kod kojeg se javlja najmanje odstupanje rezultata, tj. odstupanje unutar 5 % s obzirom na rezultate proračunskog modela koji je cijeli diskretiziran 3D konačnim elementima.

Na slici 107. prikazana je diskretizacija globalnog modela i podmodela različitih veličina za proračunski model posude pod tlakom R_u/t = 10.

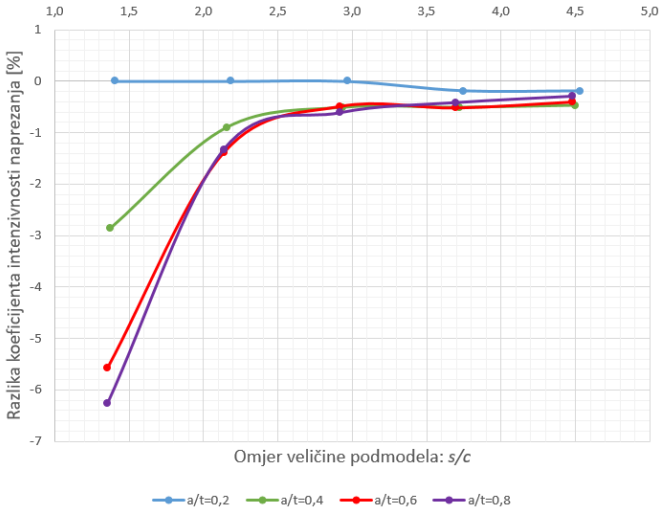


Slika 107. Diskretizirani ljuskasti globalni model R_m = 21 mm (a) i veličina podmodela posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom (R_u/t = 10; a/t = 0,4 i c/a = 8) za s/c = 1,37 (b), s/c = 2,16 (c), s/c = 2,94 (d), s/c = 3,72 (e) i s/c = 4,5 (f)

Prema [12] s*hell-to-solid* tehnika podmodeliranja u programskom paketu *Abaqus* primjenjuje se na način da se ponajprije izvrši statička analiza globalnog ljuskastog modela bez pukotine. Nakon toga se izrađuje podmodel diskretiziran 3D konačnim elementima na kojem je potrebno definirati plohe za pogonjene čvorove preko kojih će se podmodel vezati na globalni model [6]. Rezultati analize globalnog modela koji se nalaze oko ruba podmodela interpoliraju se na rub podmodela [8]. Veličina podmodela ima značajan utjecaj na točnost dobivenih rješenja, tj. na premalom podmodelu utjecaj lokalnog savijanja je prevelik i time se unosi greška u dobiveno rješenje [7]. Prilikom spajanja globalnog modela i podmodela potrebno je zadati geometrijsku toleranciju koja može biti apsolutna i relativna [12].

Geometrijska tolerancija definira se kao mjera koja izražava koliko daleko rubni čvor podmodela smije ležati izvan vanjske površine globalnog modela te se obično čvorovi podmodela moraju nalaziti unutar udaljenosti koja se računa množeći prosječnu veličinu elementa globalnog modela sa 0,05 (5 %) [8]. Apsolutna tolerancija predstavlja apsolutnu vrijednost područja u kojem "pogonjen" čvor podmodela smije ležati izvan elementa globalnog modela [8].

Na slici 108. uspoređene su razlike koeficijenata intenzivnosti naprezanja dobivene podmodeliranjem i cijelim modelom s 3D KE za različite omjere dimenzija polueliptične pukotine tijekom propagacije, u svrhu određivanja optimalne veličine podmodela.



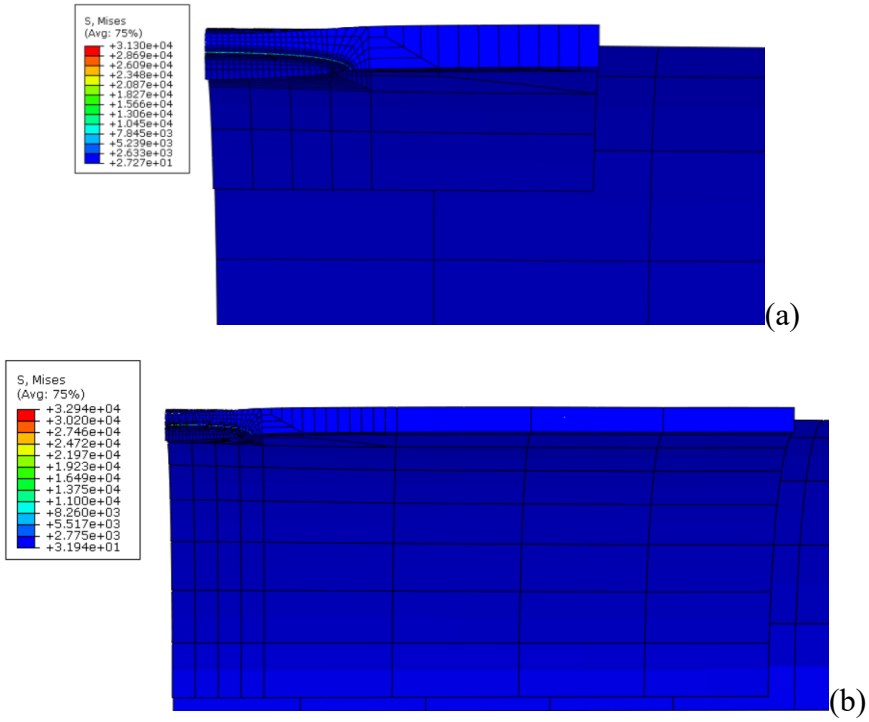
Slika 108. Razlika u % koeficijenata intenzivnosti naprezanja podmodela i cijelog modela s 3D KE ovisno o veličini podmodela za različite omjere dimenzija pukotina ($R_u/t = 10$)

Razlika koeficijenata intenzivnosti naprezanja dobivenih podmodeliranjem i cijelim modelom diskretiziranim 3D konačnim elementima računa se prema izrazu [7]

$$\text{Razlika} = \frac{K_{\text{PM}} - K_{\text{3D}}}{K_{\text{3D}}} \cdot 100 \text{ , u \% ,} \tag{84}$$

gdje je K_{PM} – koeficijent intenzivnosti naprezanja dobiven podmodeliranjem i K_{3D} – koeficijent intenzivnosti naprezanja prema modelu s 3D konačnim elementima [7].

Na slici 109. prikazana su polja ekvivalentnih naprezanja za različite veličine podmodela posude pod tlakom $R_u/t = 10$ s uzdužnom unutarnjom pukotinom.



Slika 109. Polje ekvivalentnog naprezanja za različite veličine podmodela posude pod tlakom ($R_u/t = 10$, $a/t = 0{,}6$ i $c/a = 5{,}33$) za $s/c = 1{,}36$ (a) i $s/c = 2{,}92$ (b)

Prema slici 108. optimalno je koristiti podmodel veličine $s/c = 3$ jer je tada razlika rezultata manja od 1 %. Također, može se uočiti da su za velike pukotine mnogo veća odstupanja nego za male pukotine.

5.4. Plastični kolaps (slom) posude pod tlakom

Drugi parametar određivanja cjelovitosti konstrukcijske komponente svodi se na određivanje opterećenja plastičnog tečenja[30] ili graničnog opterećenja[31] i opterećenja plastičnog kolapsa[32] ili plastične nestabilnosti[33] [7]. Opterećenje plastičnog tečenja određuje se na osnovu granične

[30] Eng. *Plastic yield load*
[31] Eng. *Plastic limit load*
[32] Eng. *Plastic collapse*
[33] Eng. *Plastic instability*

analize (eng. *limit analysis*) primjenom teorije malih deformacija i uz pretpostavku elastično-idealno plastičnog ponašanja materijala [7]. Granični tlak u tom slučaju predstavlja tlak koji cijev od elastično-idealno plastičnog materijala može podnijeti tj. koji dovodi do sloma konstrukcije (pojava plastičnih deformacija po čitavom presjeku). Za razliku od tlaka plastičnog kolapsa, granični tlak je puno manji i na strani je sigurnosti jer ne uzima u obzir nelinearno očvršćenje materijala [7]. Određivanje graničnog tlaka svrstava se u nelinearnu numeričku analizu konstrukcija pri čemu se za proračunski model primjenjuje Riksov iteracijski postupak[34] [7]. Riksova metoda za razliku od klasične Newton-Raphsonove metode iterira istovremeno inkrementalni pomak i parametar opterećenja, što ju čini kompleksnijom za izvedbu [27]. Riksovom metodom moguće je korektno opisati *snap-through* problem, dok N-R metodom nije, a u programskom paketu *Abaqus* za nelinearne probleme potrebno je uključiti opciju NLGEOM[35] [27]. Proračunski model *Static, General* može opisati geometrijsku nelinearnost no ne dalje od točke ekstrema na krivulji sila-pomak, dok drugi proračunski model *Static, Riks* korektno opisuje navedeni problem te rješava *snap-through* fenomen tijekom kojeg sila nelinearno ovisi o pomaku i nakon postignutog ekstrema [12]. Također, bitno je napomenuti da Riksova metoda numerički nikada ne konvergira točno do zadane sile već je umanjena faktorom λ [27]. Za Riksov iterativni postupak potrebno je zadati mali početni inkrement, a postupak se prekida kada inkrement postane premalen ili manji od željene točnosti [27]. Također, zaustavljanje iteracije može se odrediti zadavanjem konačnog faktora proporcionalnosti opterećenja LPF[36] [27].

Prema [7] plastični kolaps dijeli se na lokalni i globalni. Lokalni plastični kolaps predstavlja kolaps preostalog ligamenta (preostali dio poprečnog presjeka konstrukcijske komponente na kojem se nalazi pukotina), a globalni plastični kolaps od većeg je značaja jer predstavlja kolaps cijele konstrukcije te opterećenje primjerice posude pod tlakom mora biti manje od opterećenja plastičnog kolapsa [7]. Stvarni proračun tlaka plastičnog kolapsa koji predstavlja maksimalni iznos tlaka kojeg posuda pod tlakom ili konstrukcijska komponenta može podnijeti zasniva se na inkrementalnoj teoriji plastičnosti velikih deformacija i modeliranju realnog očvršćenja materijala u plastičnom području [7].

Često se uvode razna pojednostavljenja za određivanje plastičnog kolapsa kako bi se izbjegla kompleksnija numerička analiza, ali ta pojednostavljenja ne vrijede za sve materijale, niti za sve geometrije pukotina. Jedan slučaj određivanja plastičnog kolapsa temelji se na

[34] Riks-Wempner-Wessellsova metoda
[35] Eng. *Nonlinear Geometry*
[36] Eng. *Load proportionality factor*

opterećenju plastičnog tečenja. Najčešće se realno ponašanje materijala aproksimira elastično-idealno plastičnim materijalnim modelom s neograničenim plastičnim tečenjem a u tom slučaju potrebno je uvrstiti naprezanje tečenja koje se izračunava sljedećom formulom [7]

$$\sigma_{\mathrm{f}} = k \cdot \left(\sigma_{\mathrm{ys}} + \sigma_{\mathrm{uts}} \right) \text{ , u MPa ,} \tag{85}$$

gdje je σ_{ys} u MPa - granica tečenja, σ_{uts} u MPa - vlačna čvrstoća i k – faktor naprezanja tečenja koji najčešće iznosi $k = 0,5$ a za austenitne čelike $k = 0,55$ [7].

Faktor naprezanja tečenja ovisi o materijalu i dimenzijama pukotine pa se modificirani faktor tečenja definira kao [7]

$$k_1 = k\left(\text{materijal}\right) \cdot k_2 \left(\frac{c}{a}, \frac{a}{t} \right). \tag{86}$$

Povećanjem pukotine faktor naprezanja tečenja postaje veći u odnosu općeniti oblik [7].

Ukupni *J*-integral za opterećenje plastičnog tečenja određuje se nelinearnom analizom elastično-idealno plastičnog materijalnog modela, a tlak plastičnog kolapsa može se odrediti na dva različita načina. Jedan način je preko inkrementalne teorije plastičnosti kojom se opisuje realno ponašanje materijala pri čemu je potrebno imati eksperimentalne podatke kvazi-statičkog vlačnog pokusa. Drugi način je preko deformacijske teorije plastičnosti prema kojoj se javljaju male plastične deformacije i mali rast pukotine [7]. Ukupni *J*-integral dobiva se superpozicijom elastičnog i plastičnog *J*-integrala [7]. Procjena *J*-integrala GE/EPRI[37] metodom uključuje Ramberg-Osgoodov materijalni model u kojem značajan utjecaj na aproksimaciju krivulje naprezanje-deformacija ima eksponent očvršćenja materijala [7].

5.4.1. Određivanje graničnog tlaka i tlaka plastičnog kolapsa

Potrebno je usporediti analitička i numerička rješenja graničnog tlaka. Za numeričko određivanje graničnog tlaka potrebno je zadati Youngov modul elastičnosti, Poissonov faktor i naprezanje kod granice tečenja materijala. Proračunski model računa se Riksovim iterativnim postupkom i uključenom opcijom geometrijske nelinearnosti.

5.4.1.1. Granični tlak i plastični kolaps posude pod tlakom bez pukotine

Prema [7] numeričke vrijednosti graničnog tlaka uspoređene su s poznatim izrazom za granični tlak debele cijevi opterećene unutarnjim tlakom prema kriteriju tečenja *D*

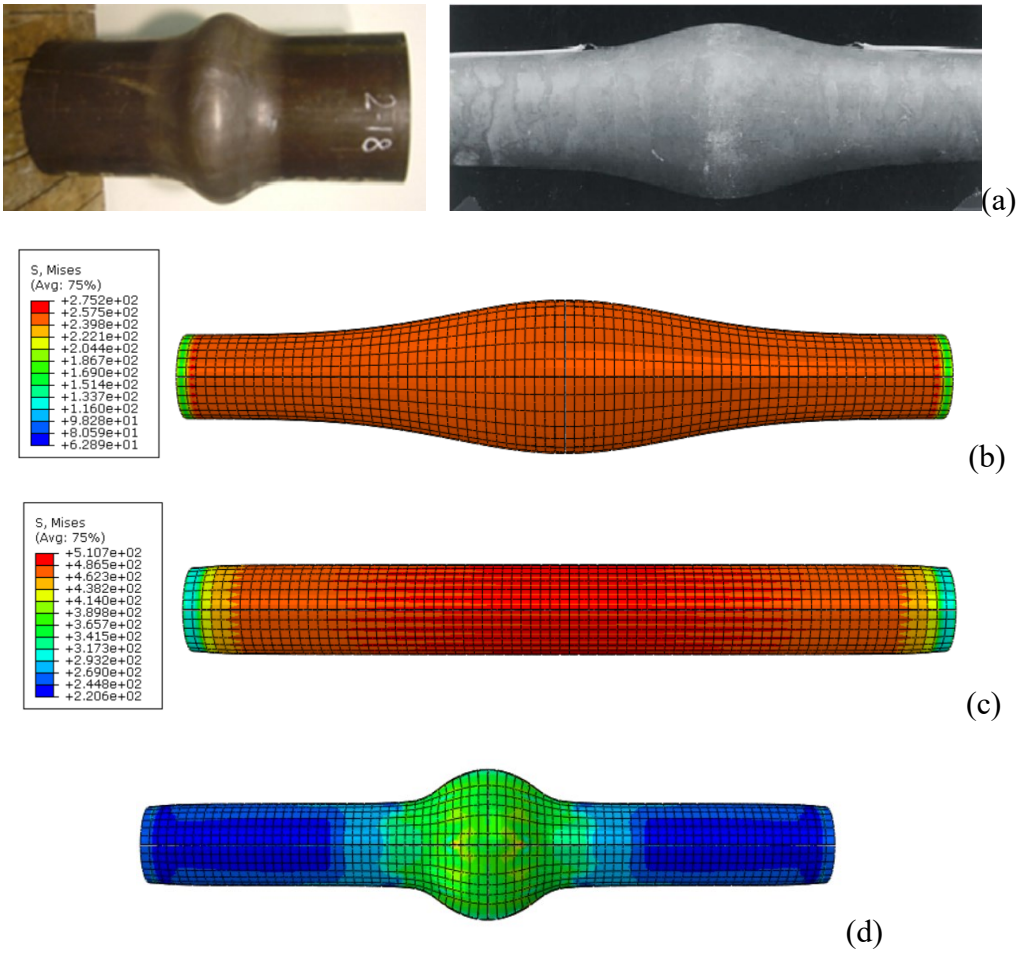
[37] Eng. GE/EPRI - *General Electric/Electric Power Research Institute*

$$p_{\mathrm{L}} = \sigma_0 \cdot D \cdot \ln\left(\frac{R_{\mathrm{v}}}{R_{\mathrm{u}}}\right) \text{ , u MPa ,} \tag{87}$$

gdje je $\sigma_0 = \sigma_{ys}$ u MPa - naprezanje tečenja i D - faktor ograničenja koji ističe uvjete tečenja:

$$D = \begin{cases} 1 & \rightarrow \text{ Tresca} \\ \dfrac{2}{\sqrt{3}} & \rightarrow \text{von Mises} \end{cases} . \tag{88}$$

Na slici 110. prikazan je plastični kolaps dobiven eksperimentom prema literaturi [1, 28] te plastični kolaps dobiven na temelju numeričke simulacije za elastično-idealno plastični materijalni model i elastoplastični materijalni model s nelinearnim očvršćenjem materijala.



Slika 110. Usporedba plastičnog kolapsa eksperimenta i simulacije: plastični kolaps dobiven eksperimentom [28, 1] (a), simulacija graničnog tlaka (elastično-idealno plastičan materijal) (b), simulacija plastičnog kolapsa (stvarni materijal) (c), plastični kolaps nakon ekstremne točke (*snap-through*) za stvarni materijal (d)

U tablici 10. uspoređeni su analitički i numerički iznosi graničnog tlaka za debelu i tanku posudu pod tlakom, te se može uočiti dobro poklapanje rezultata.

Tablica 10. Usporedba analitičkog (jednadžbom (87)) i numeričkog (graničnom analizom) rješenja graničnog tlaka

R_u/t	p_L u MPa (analitički)	p_L u MPa (numerički)	Razlika u %
10	27,514	27,51	0,015
60	4,7716	4,7707	0,019

Određivanje plastičnog kolapsa analitičkim putem može se također odrediti graničnom analizom tako da se ona provodi za naprezanje tečenja pri čemu se u proračunski model uvodi pojednostavljenje i određena greška. Naprezanje tečenja za austenitni čelik iznosi

$$\sigma_f = k \cdot \left(\sigma_{ys} + \sigma_{uts} \right) = 0,55 \cdot \left(250 + 560 \right) = 445,5 \text{ , u MPa .} \tag{89}$$

Naprezanje tečenja potrebno je uvrstiti u jednadžbu (87) za proračun graničnog tlaka te će se dobiti približan tlak plastičnog kolapsa za zadanu posusu pod tlakom iz austenitnog čelika.

Ako su poznati parametri Ramberg-Osgoodovog materijalnog modela tada se granica tečenja može računati prema [6]

$$\sigma_f = \frac{\sigma_{ys}}{2} \cdot \left[1 + \frac{\left(\frac{1}{0,002 \cdot n} \right)^{\frac{1}{n}}}{\exp\left(\frac{1}{n} \right)} \right] . \tag{90}$$

U tablici 11. uspoređeni su analitički i numerički iznosi tlaka plastičnog kolapsa za debelu i tanku posudu pod tlakom pri čemu se zaključuje da je odstupanje unutar 5 % što je jako dobro s obzirom na uvedeno pojednostavljenje.

Tablica 11. Usporedba tlaka plastičnog kolapsa dobivenog analitički (uvrštavanjem naprezanja tečenja u (87)) i numerički (inkrementalnom teorijom plastičnosti)

R_u/t	p_C u MPa (analitički)	p_C u MPa (numerički)	Razlika u %
10	49,03	49,78	-1,53
60	8,503	8,733	-2,705

5.4.1.2. Granični tlak i plastični kolaps posude pod tlakom s pukotinom

Za određivanje graničnog tlaka empirijskim izrazima mogu se naći razni modeli za debelostjene posude pod tlakom koje sadrže unutarnju ili vanjsku uzdužnu polueliptičnu pukotinu. Prema [29] za uzdužnu unutarnju pukotinu granični tlak prema Carteru glasi

$$p_L = \sigma_y \cdot D \cdot \left[\frac{a}{R_i \cdot M_1} + \left(\frac{R_i}{R_i^*} \right) \cdot \ln\left(\frac{R_o}{R_i + a} \right) \right], \tag{91}$$

gdje je $R_o = R_v$ u mm - vanjski polumjer cijevi, $R_i = R_u$ u mm - unutarnji polumjer cijevi, R_i^* u mm - predstavlja unutarnji polumjer koji uzima u obzir i tlak koji djeluje na površine otvorene pukotine i M_2 - Foliasov faktor [29].

$$M_2 = \sqrt{1+1,61\cdot\frac{c^2}{R_i\cdot a}}, \tag{92}$$

$$R_i^* = \begin{cases} R_i & \rightarrow \text{ isključujući unutarnju površinu pukotine}, \\ R_i + a & \rightarrow \text{ uključujući unutarnju površinu pukotine}. \end{cases} \tag{93}$$

Ako se u proračun uzmu u obzir unutarnje površine pukotine na koje djeluje tlak dobiti će se nešto manji granični tlak jer je potpomognuto otvaranje pukotine.

Prema [29] za uzdužnu unutarnju pukotinu granični tlak (globalni kolaps) prema Stattu glasi

$$p_L = \sigma_y \cdot D \cdot \min\left\{\ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right); \left(\frac{R_i}{R_i^{**}}\right)\left[\frac{1}{M_1}\cdot\ln\left(\frac{R_i+a}{R_i}\right)+\left(\frac{R_i+a}{R_i}\right)\ln\left(\frac{R_o}{R_i+a}\right)\right]\right\}, \tag{94}$$

gdje je:

$$R_i^{**} = \begin{cases} R_i & \rightarrow \text{ isključujući unutarnju površinu pukotine}, \\ R_i + \dfrac{a}{2} & \rightarrow \text{ uključujući unutarnju površinu pukotine}. \end{cases} \tag{95}$$

Prema [29] za uzdužnu unutarnju pukotinu granični tlak (globalni kolaps) prema Ewingu glasi

$$p_L = \sigma_y \cdot D \cdot \frac{t}{R_m}\cdot\left[1-\frac{a}{t}+\frac{a}{t\cdot M_1}\right]. \tag{96}$$

Prema [29] za uzdužnu unutarnju pukotinu granični tlak (globalni kolaps) prema Battelleu je

$$p_L = \sigma_y \cdot D \cdot \frac{t}{R_m}\cdot\left[\frac{1-\dfrac{a}{t}}{1-\dfrac{\dfrac{a}{t}}{\sqrt{1+1,05\cdot\rho^2}}}\right], \tag{97}$$

gdje je ρ - normalizirana duljina pukotine izražena kao

$$\rho = \frac{c}{\sqrt{R_m\cdot t}}. \tag{98}$$

Battelleova formula vrijedi za $a/t < 0,6$ i približno je jednaka Carteru i Ewingu, ali za $a/t > 0,6$ daje lošija rješenja zbog toga što je temeljena na lokalnom kolapsu ligamenta.

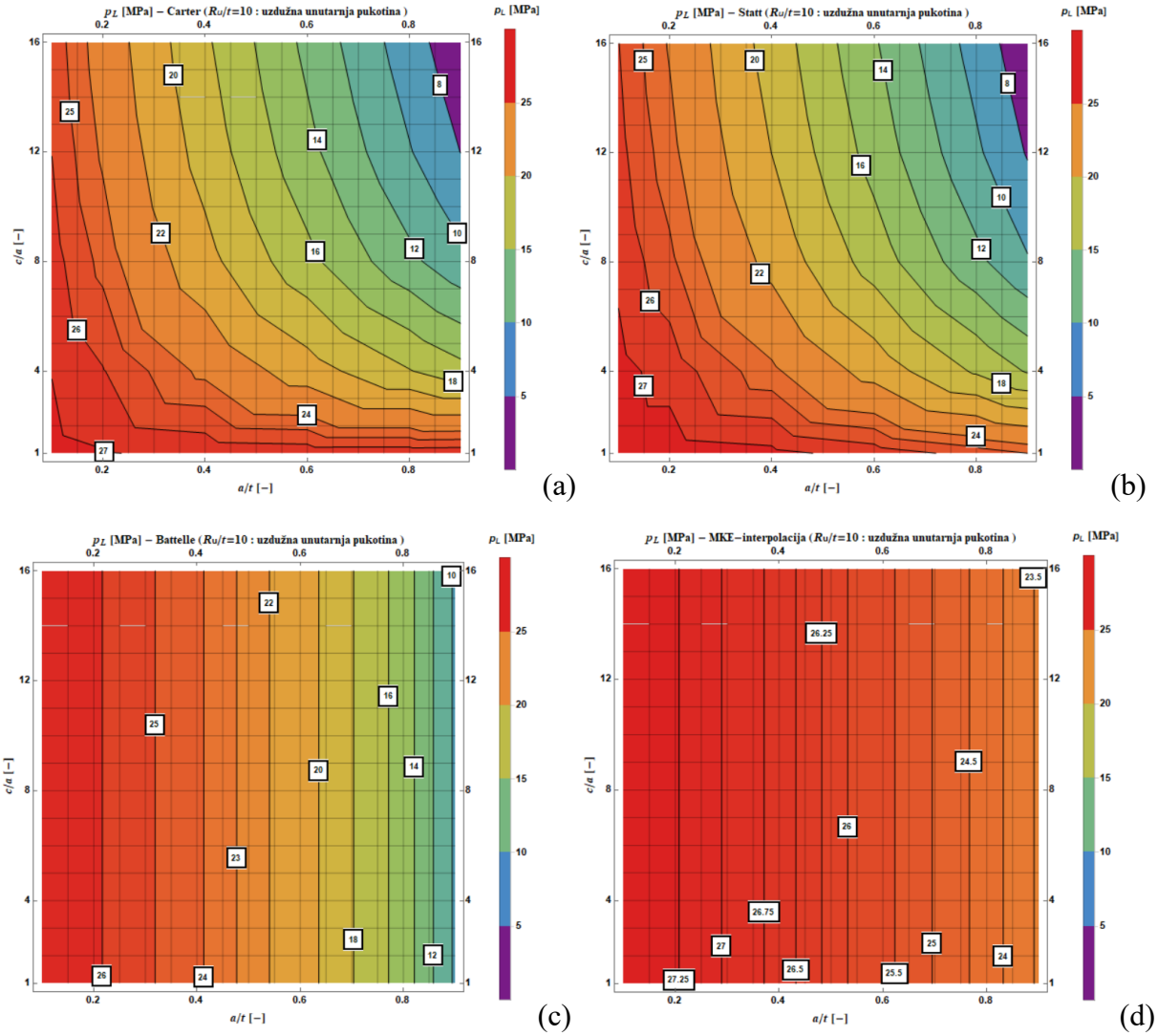
Prema [29] za uzdužnu unutarnju pukotinu granični tlak (globalni kolaps) prema MKE-interpolaciji glasi

$$p_{\mathrm{L}} = \sigma_y \cdot D \cdot \frac{t}{R_m} \cdot \left[A_0 + A_1 \cdot \left(\frac{a}{t} \right) + A_2 \cdot \left(\frac{a}{t} \right)^2 \right], \tag{99}$$

gdje su koeficijenti polinoma

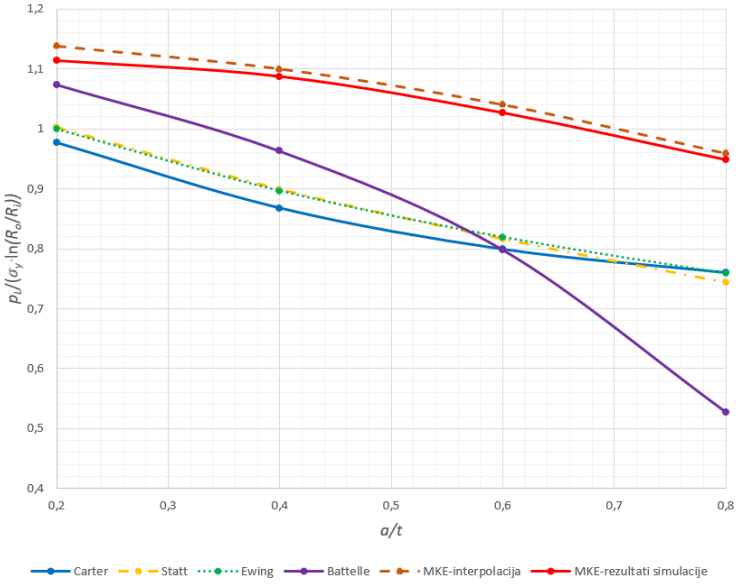
$$\begin{aligned} A_0 &= 1\ , \\ A_1 &= 0{,}0462 - 0{,}0589 \cdot \rho - 0{,}013 \cdot \rho^2\ , \\ A_2 &= 0{,}0395 - 0{,}3413 \cdot \rho + 0{,}0652 \cdot \rho^2\ . \end{aligned} \tag{100}$$

Na slici 111. uspoređeni su topografski dijagrami za Carterov, Stattov, Battelleov i MKE-interpolacijski izraz graničnog tlaka u ovisnosti o omjerima dimenzija polueliptične pukotine.



Slika 111. Topografski dijagrami graničnog tlaka s obzirom na omjere dimenzija polueliptične pukotine za posudu pod tlakom s uzdužnom unutarnjom pukotinom $R_u/t = 10$ empirijskih izraza prema Carteru (a), Stattu (b), Battelleu (c) i MKE interpolaciji (d) [29]

Na slici 112. uspoređena su empirijska rješenja (izrazi od (91) do (100)) s numeričkim rješenjem graničnog tlaka (granična analiza) u ovisnosti o omjeru dimenzija polueliptičnih pukotina tijekom propagacije za posudu pod tlakom s uzdužnom unutarnjom pukotinom.



Slika 112. Usporedba empirijskog i numeričkog rješenja graničnog tlaka posude pod tlakom R_u/t = 10 s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom tijekom propagacije

Prema [7] za uzdužnu vanjsku pukotinu granični tlak (globalni kolaps) prema Carteru glasi

$$p_L = \sigma_y \cdot D \cdot \left[\frac{a}{M_2 \cdot (R_o - a)} + \ln\left(\frac{R_o - a}{R_i} \right) \right], \tag{101}$$

gdje je Foliasov faktor

$$M_2 = \sqrt{1 + 1{,}61 \cdot \frac{c^2}{(R_o - a) \cdot a}}\,. \tag{102}$$

Prema [7] za uzdužnu vanjsku pukotinu granični tlak (globalni kolaps) prema Stattu vrijedi

$$p_L = \sigma_y \cdot D \cdot \left[\frac{1}{M_2} \cdot \ln\left(\frac{R_o}{R_o - a} \right) + \ln\left(\frac{R_o - a}{R_i} \right) \right]. \tag{103}$$

Careterov i Stattov izraz dosta su konzervativni [7].

Prema [30] za uzdužnu vanjsku pukotinu granični tlak (globalni kolaps) prema Kimu glasi

$$\begin{aligned} p_L &= \sigma_y \cdot D \cdot \frac{t}{R_o} \cdot \left[1 + C_1 \cdot \left(\frac{a}{t} \right) + C_2 \cdot \left(\frac{a}{t} \right)^2 \right], \\ C_1 &= 0{,}0462 - 0{,}0589 \cdot \rho - 0{,}013 \cdot \rho^2\,, \\ C_2 &= 0{,}0395 - 0{,}3413 \cdot \rho + 0{,}0652 \cdot \rho^2\,. \end{aligned} \tag{104}$$

Kimov izraz izveden je za tanke cijevi i mali broj pukotina temeljem numeričke analize [30].

Prema [7] za uzdužnu vanjsku pukotinu tlačne cijevi granični tlak (globalni kolaps) dobiven interpolacijom MKE rezultata prema Skozritu glasi

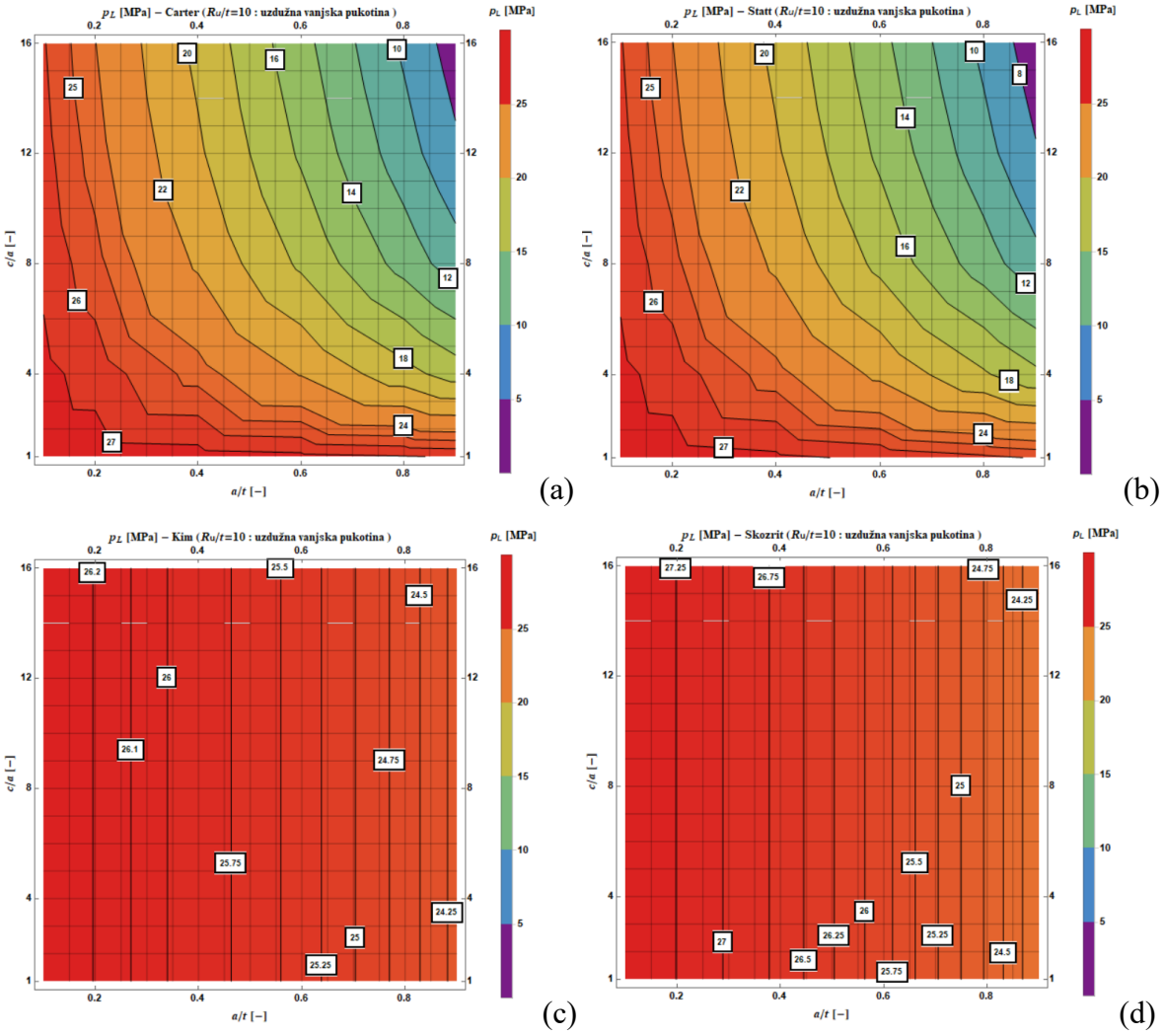
$$p_{\mathrm{L}} = \sigma_y \cdot D \cdot \ln\left(\frac{R_o}{R_i}\right)\left[A_1 + A_2 \cdot \left(\frac{a}{t}\right) + A_3 \cdot \left(\frac{a}{t}\right)^2\right],$$

$$A_1 = 1\,, \tag{105}$$

$$A_2 = 0{,}135312 - 0{,}351517 \cdot \rho + 0{,}067173 \cdot \rho^2 - 0{,}004954 \cdot \rho^3\,,$$

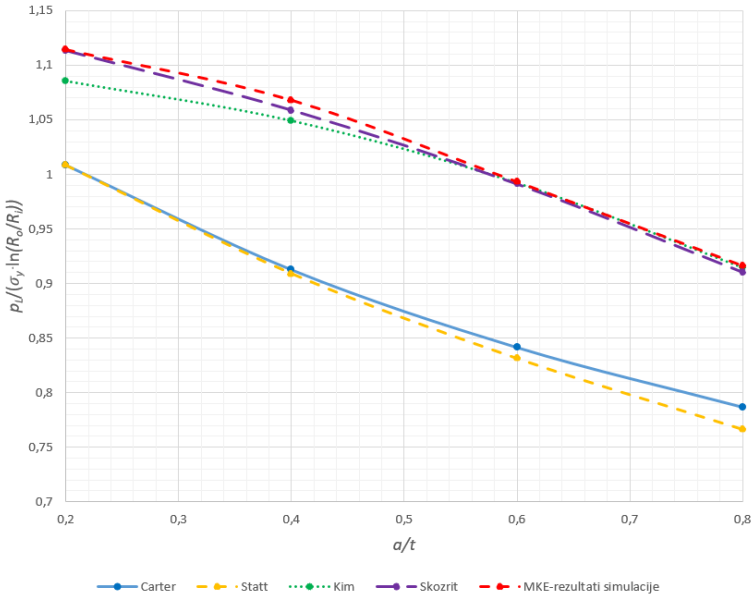
$$A_3 = -0{,}123488 - 0{,}011068 \cdot \rho - 0{,}009342 \cdot \rho^2 + 0{,}001921 \cdot \rho^3\,.$$

Na slici 113. uspoređeni su topografski dijagrami za Carterov, Stattov, Kimov i Skozritov izraz graničnog tlaka u ovisnosti o omjerima dimenzija polueliptične pukotine za posudu pod tlakom s uzdužnom vanjskom pukotinom.



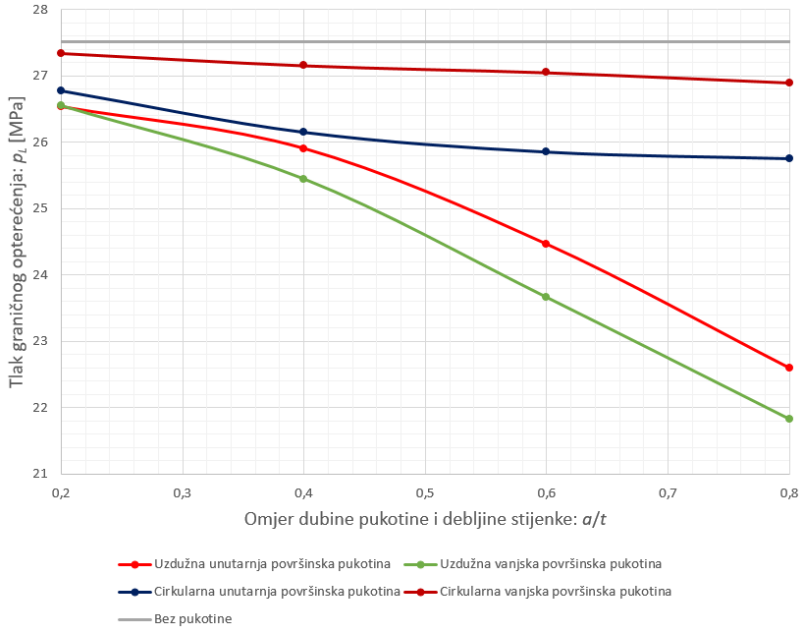
Slika 113. Topografski dijagrami graničnog tlaka s obzirom na omjere dimenzija polueliptične pukotine za posudu pod tlakom s uzdužnom vanjskom pukotinom $R_u/t = 10$ empirijskih izraza prema Carteru (a), Stattu (b), Kimu (c) i Skozritu (d) [7, 30]

Na slici 114. uspoređena su empirijska rješenja (izrazi od (101) do (105)) s numeričkim rješenjem graničnog tlaka (granična analiza) u ovisnosti o omjeru dimenzija polueliptičnih pukotina tijekom propagacije za posudu pod tlakom s uzdužnom vanjskom pukotinom.



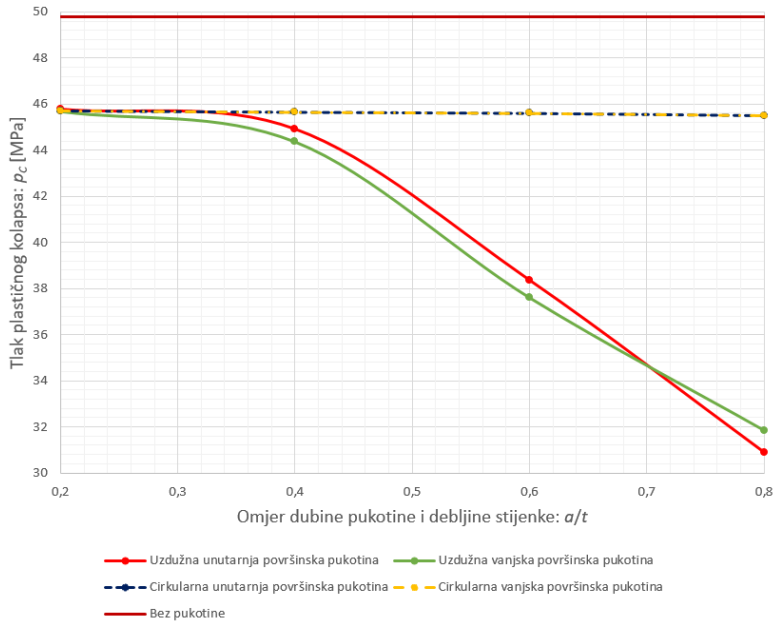
Slika 114. Usporedba empirijskog i numeričkog rješenja graničnog tlaka ovisno o omjerima dimenzija polueliptične pukotine za posudu pod tlakom $R_u/t = 10$ s uzdužnom vanjskom pukotinom

Na slici 115. uspoređeni su granični tlakovi numeričkih simulacija ovisno o omjeru dimenzija polueliptične pukotine za četiri različita položaja pukotine u posudi pod tlakom.



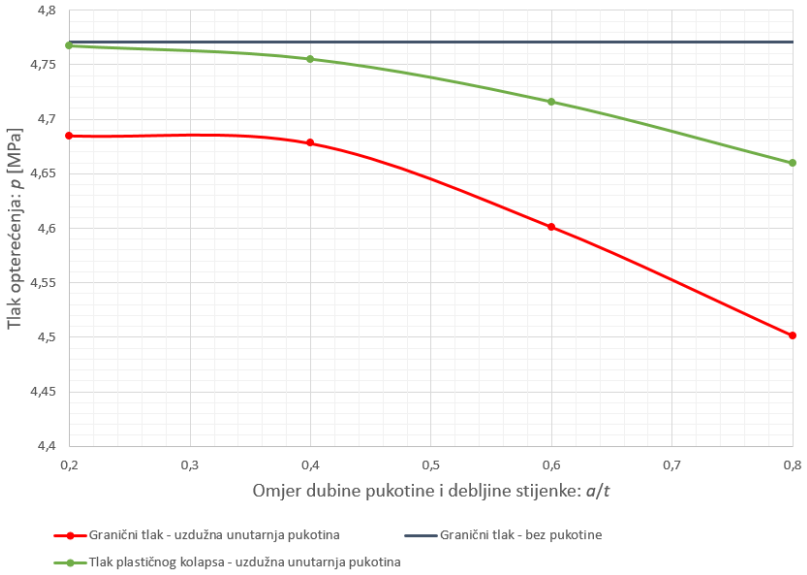
Slika 115. Numerička rješenja graničnog tlaka ovisno o omjeru dimenzija pukotine za različite položaje pukotina kod posude pod tlakom $R_u/t = 10$

Na slici 116. uspoređen je iznos tlakova plastičnog kolapsa za četiri različita položaja pukotina kod posude pod tlakom ovisno o omjeru dimenzija polueliptične pukotine tijekom propagacije. Rezultati su dobiveni numeričkom analizom inkrementalne teorije plastičnosti. Uspoređene su uzdužna unutarnja i vanjska, te cirkularna unutarnja i vanjska pukotina.



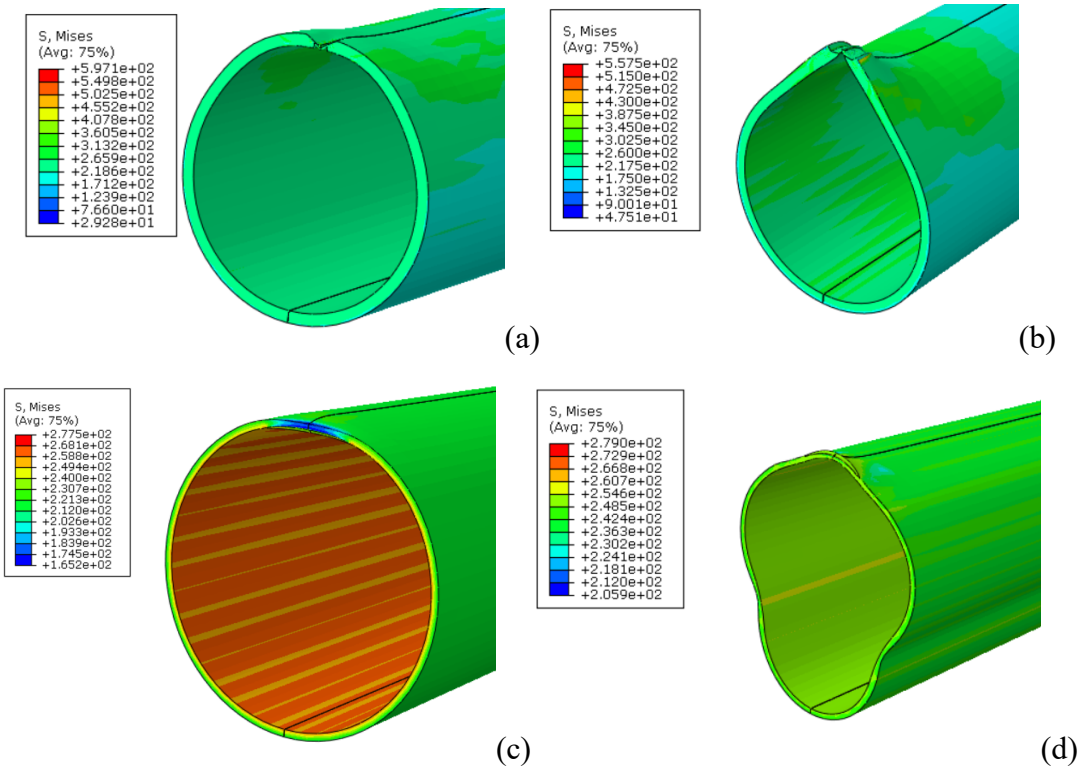
Slika 116. Usporedba tlakova plastičnog kolapsa dobivenih numeričkim simulacijama ovisno o omjeru dimenzija pukotine za različite položaje pukotina kod posude pod tlakom $R_u/t = 10$

Na slici 117. prikazani su numerički rezultati graničnog tlaka i tlaka plastičnog kolapsa ovisno o omjeru dimenzija polueliptične pukotine za tankostjenu posudu pod tlakom.



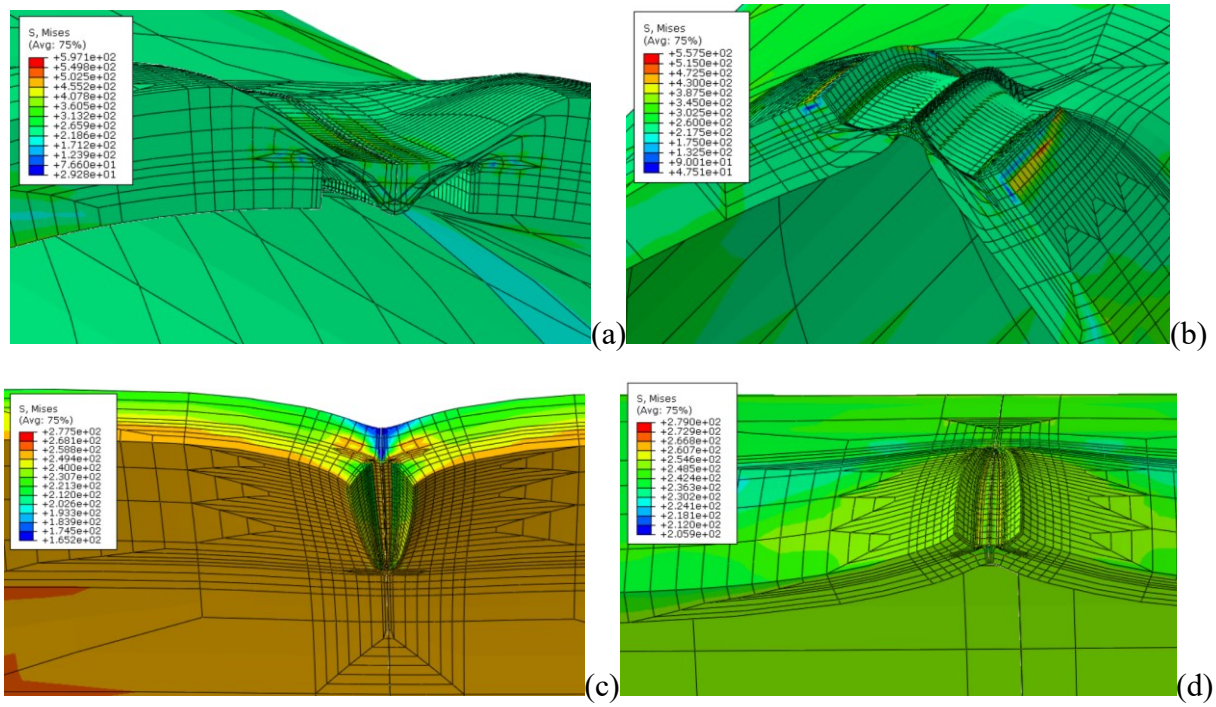
Slika 117. Granični tlak i tlak plastičnog kolapsa ovisno o omjeru dimenzija pukotine tijekom propagacije za posudu pod tlakom $R_u/t = 60$ s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom

Na slici 118. prikazani su deformirani oblici i polja ekvivalentnih naprezanja posude pod tlakom s različitim položajima polueliptičnih pukotina.



Slika 118. Deformirani oblici posude pod tlakom $R_u/t = 10$ s uzdužnom unutarnjom (a), uzdužnom vanjskom (b), cirkularnom unutarnjom (c), cirkularnom vanjskom (d) pukotinom

Na slici 119. prikazani su uvećani deformirani oblici oko linije vrha pukotine prema slici 118.



Slika 119. Polja ekvivalentnog naprezanja oko linije vrha polueliptične pukotine tlačne posude

U tablici 12. ispisane su numeričke vrijednosti graničnog tlaka i tlaka plastičnog kolapsa za razne polueliptične pukotine u debelostjenoj i tankostjenoj posudi pod tlakom.

Tablica 12. Numerički rezultati graničnog tlaka i tlaka plastičnog kolapsa za posudu pod tlakom $R_u/t = 10$ i $R_u/t = 60$ s polueliptičnim pukotinama

	Uzdužna unutarnja ($R_u/t = 10$)		Uzdužna vanjska ($R_u/t = 10$)		Uzdužna unutarnja ($R_u/t = 60$)	
a/t (c = konst.)	p_L u MPa	p_c u MPa	p_L u MPa	p_c u MPa	p_L u MPa	p_c u MPa
0,2	26,536	26,536	26,55	45,69	4,685	4,767
0,4	25,905	25,905	25,445	44,37	4,678	4,755
0,6	24,46	24,46	23,66	37,6	4,601	4,716
0,8	22,59	22,59	21,825	31,84	4,501	4,66

	Cirkularna unutarnja ($R_u/t = 10$)		Cirkularna vanjska ($R_u/t = 10$)	
a/t (c = konst.)	p_L u MPa	p_c u MPa	p_L u MPa	p_c u MPa
0,2	26,78	45,71	27,336	45,716
0,4	26,15	45,65	27,154	45,65
0,6	25,85	45,6	27,05	45,6
0,8	25,75	45,5	26,9	45,5

5.4.2. Određivanje J-integrala

5.4.2.1. Određivanje J-integrala GE/EPRI metodom

Za procjenu *J*-integrala GE/EPRI metodom primjenjuje se deformacijska teorija plastičnosti, a elastoplastično ponašanje materijala aproksimira se Ramberg-Osgoodovim materijalnim modelom [7]. Elastični i plastični dio *J*-integrala najčešće se određuju numeričkom analizom primjenom metode konačnih elemenata, a rezultati se prikazuju tablično ili dijagramski u obliku bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu *J*-integrala.

Prema [25] izraz za elastični dio *J*-integrala tlačne posude s polueliptičnom pukotinom glasi

$$J_e(\phi) = \alpha \cdot \frac{\sigma_y^2}{E} \cdot (t-a) \cdot h_1\left(\frac{R_u}{t}, \frac{a}{t}, \frac{c}{a}, \phi, n=1\right) \cdot \left(\frac{p}{p_L}\right)^2 \text{ , u MPa} \cdot \text{mm} \text{ ,} \qquad (106)$$

gdje je $h_1\left(\frac{R_u}{t}, \frac{a}{t}, \frac{c}{a}, \phi, n=1\right)$ - bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu elastičnog dijela *J*-integrala koja ovisi o dimenzijama tlačne posude i polueliptične pukotine.

Prema [7] plastični dio *J*-integrala računa se tako da se od numeričkog rješenja ukupnog *J*-integrala oduzme elastični dio *J*-integrala.

$$J_{\mathrm{p}}^{\mathrm{FEM}} = J_{\mathrm{uk}}^{\mathrm{FEM}} - J_{\mathrm{e}}^{\mathrm{FEM}} \tag{107}$$

Prilikom određivanja *J*-integrala GE/EPRI metodom, povećanjem eksponenta očvršćenja materijala Ramberg-Osgoodova krivulja približava se krivulji elastično-idealno plastičnog materijalnog modela [7].

Prema [25] izraz za plastični dio *J*-integrala glasi

$$J_{\mathrm{p}}(\phi) = \alpha \cdot \frac{\sigma_{\mathrm{y}}^2}{E} \cdot (t-a) \cdot h_1\left(\frac{R_{\mathrm{u}}}{t}, \frac{a}{t}, \frac{c}{a}, \phi, n\right) \cdot \left(\frac{p}{p_{\mathrm{L}}}\right)^{n+1}, \text{ u MPa} \cdot \text{mm}, \tag{108}$$

gdje je $h_1\left(\frac{R_{\mathrm{u}}}{t}, \frac{a}{t}, \frac{c}{a}, \phi, n\right)$ - bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela *J*-integrala koji ovisi o dimenzijama cijevi, dimenzijama polueliptične pukotine i eksponentu očvršćenja materijala [7].

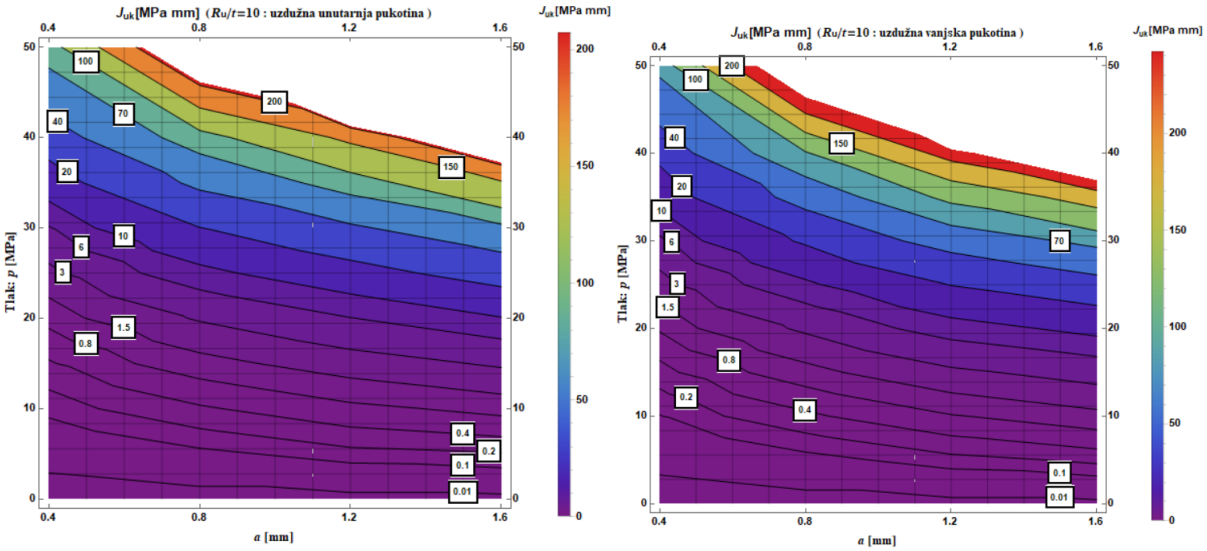
U tablici 13. ispisani su elastični, plastični i ukupni *J*-integral za različite tlakove opterećenja ovisno o dimenzijama polueliptične pukotine tijekom propagacije za ϕ = 90° kod tlačne posude R_{u}/t = 10 s uzdužnom unutarnjom pukotinom.

Tablica 13. Ukupni, elastični i plastični dio *J*-integrala za različite tlakove opterećenja posude pod tlakom R_{u}/t = 10 s uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom za ϕ = 90°

	a/t = 0,2 i c/a = 16			a/t = 0,4 i c/a = 8		
p u MPa	$J_{\mathrm{elastični}}$	$J_{\mathrm{plastični}}$	J_{ukupni}	$J_{\mathrm{elastični}}$	$J_{\mathrm{plastični}}$	J_{ukupni}
2,5	0,006702	4,8E-05	0,00675	0,017652	0,000398	0,01805
5	0,02681	0,00069	0,0275	0,070602	0,003398	0,074
7,5	0,06032	0,00468	0,065	0,1589	0,0201	0,179
10	0,1072	0,0173	0,1245	0,2824	0,0726	0,355
12,5	0,1676	0,0475	0,2151	0,4413	0,2037	0,645
15	0,2413	0,1205	0,3618	0,6354	0,4986	1,134
17,5	0,3281	0,2669	0,595	0,8649	1,0451	1,91
20	0,429	0,5409	0,9699	1,13	2,05	3,18
22,5	0,5429	1,0071	1,55	1,43	3,76	5,19
25	0,6703	1,7697	2,44	1,765	6,525	8,29
27,5	0,811	2,949	3,76	2,136	10,764	12,9
30	0,9652	4,7548	5,72	2,542	17,188	19,73
35	1,314	11,686	13	3,46	40,54	44
40	1,716	25,284	27	4,519	79,981	84,5

50	2,681	80,319	83	7,123	277,877	285
	a/t = 0,6 i c/a = 5,333			a/t = 0,8 i c/a = 4		
p u MPa	$J_{\text{elastični}}$	$J_{\text{plastični}}$	J_{ukupni}	$J_{\text{elastični}}$	$J_{\text{plastični}}$	J_{ukupni}
2,5	0,03273	0,00177	0,0345	0,044906	0,000594	0,0455
5	0,1309	0,0131	0,144	0,1796	0,0084	0,188
7,5	0,2946	0,0454	0,34	0,4042	0,0633	0,4675
10	0,5237	0,1363	0,66	0,7185	0,2365	0,955
12,5	0,8182	0,3618	1,18	1,123	0,682	1,805
15	1,178	0,902	2,08	1,617	1,653	3,27
17,5	1,604	1,964	3,568	2,2	3,48	5,68
20	2,095	3,785	5,88	2,874	6,796	9,67
22,5	2,651	6,913	9,564	3,637	12,463	16,1
25	3,273	11,917	15,19	4,49	21,51	26
27,5	3,96	19,7	23,66	5,434	35,666	41,1
30	4,713	31,297	36,01	6,467	57,153	63,62
35	6,415	76,085	82,5	8,802	136,198	145
40	8,379	151,871	160,25	11,49	274,51	286
50	13,08	524,92	538	17,95	937,05	955

Na slici 120. prikazani su topografski dijagrami ukupnog *J*-integrala za posudu pod tlakom s uzdužnom unutarnjom i vanjskom pukotinom ovisno o tlaku i dimenzijama polueliptičnih pukotina kako je prikazano tablicom 13.



Slika 120. Topografski dijagram ukupnog *J*-integrala za posudu pod tlakom s uzdužnom unutarnjom (lijevo) i uzdužnom vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom

Eksponencionalni dio Ramberg-Osgoodove jednadžbe koji opisuje ponašanje materijala tijekom procesa opterećenja dominantan je za dovoljno velika opterećenja [7]. U skladu s tim,

vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije uzimaju se za dovoljno velika opterećenja kada se vrijednosti ustale na približno konstantnu vrijednost [7]. Mjerodavne vrijednosti bezdimenzijskih utjecajnih funkcija za procjenu plastičnog dijela *J*-integrala uzimaju se kada se vrijednosti vrlo malo mijenjaju.

U tablici 14. navedeni su iznosi bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu elastičnog dijela *J*-integrala kod tlačne posude s uzdužnom unutarnjom i vanjskom pukotinom.

Tablica 14. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu elastičnog dijela *J*-integrala tlačne posude $R_u/t = 10$ s uzdužnom unutarnjom i vanjskom polueliptičnom pukotinom

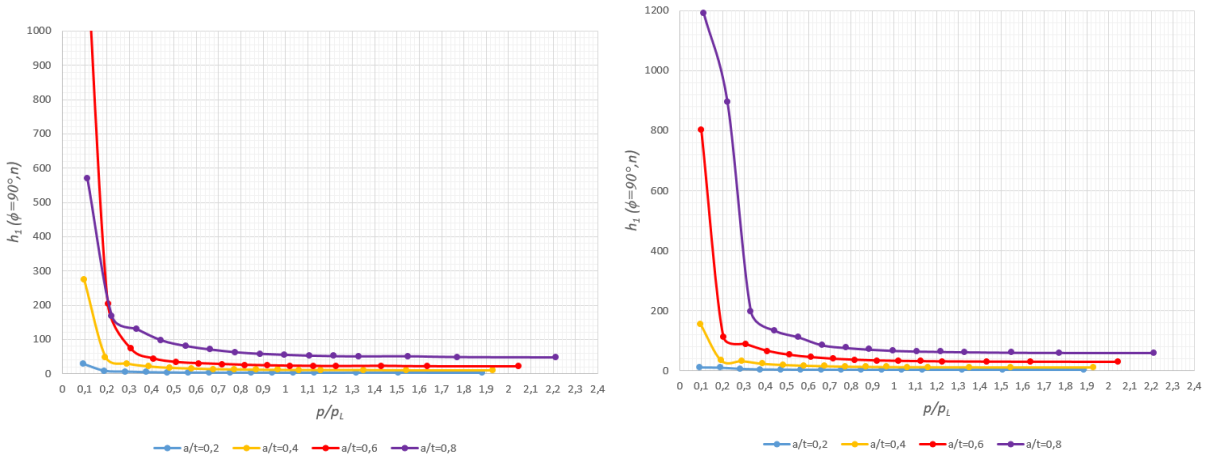
	Uzdužna unutarnja	Uzdužna vanjska
a/t (c = konst.)	$h_1(\phi = 90°, n = 1)$	$h_1(\phi = 90°, n = 1)$
0,2	0,8222	0,617
0,4	2,751	2,458
0,6	6,8212	7,175
0,8	15,96	18,755

U tablici 15. navedene su vrijednosti bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela *J*-integrala ovisno o tlaku i dimenzijama uzdužne unutarnje i vanjske pukotine.

Tablica 15. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela *J*-integrala tlačne posude s uzdužnom unutarnjom i vanjskom polueliptičnom pukotinom ovisno o tlaku

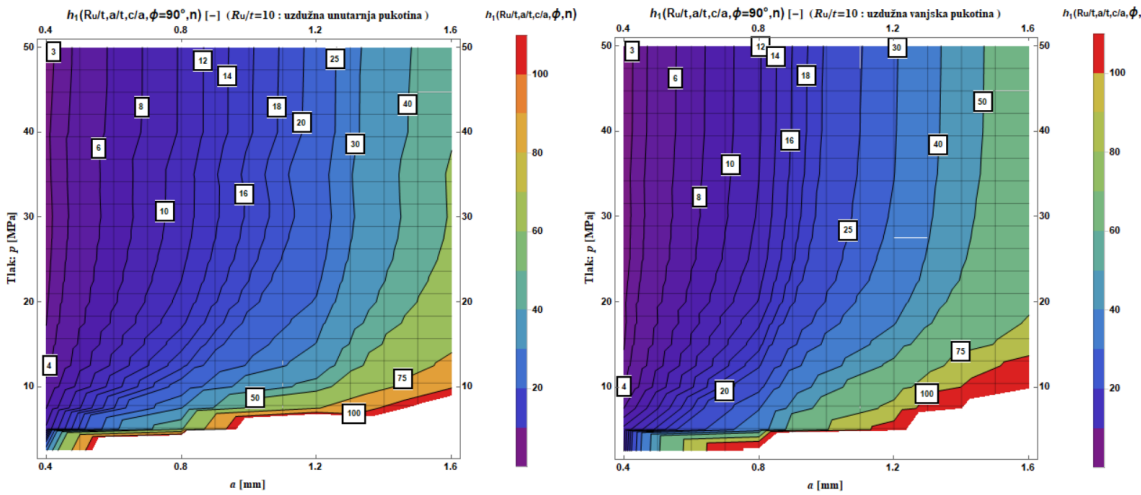
	$h_1(\phi = 90°, n)$; unutarnja ; c = konst.				$h_1(\phi = 90°, n)$; vanjska ; c = konst.			
p u MPa	a/t=0,	a/t= 0,4	a/t=0,6	a/t=0,8	a/t=0,2	a/t=0,4	a/t=0,6	a/t=0,8
2,5	28,368	274,15	1326,8	570,95	11,820	155,67	802,13	1190,9
5	8,4662	48,593	203,88	167,62	10,797	34,407	113,61	895,98
7,5	5,9530	29,799	73,250	130,95	6,0039	32,467	89,062	196,94
10	4,4068	21,554	44,039	97,977	3,8490	23,602	65,978	134,97
12,5	3,4757	17,372	33,580	81,162	3,2386	19,675	52,839	112,57
15	3,1821	15,346	30,213	70,993	2,9238	17,303	44,918	85,939
17,5	2,9774	13,588	27,791	63,138	2,7686	15,694	39,521	77,017
20	2,8605	12,635	25,389	58,451	2,8215	14,114	36,269	71,584
22,5	2,7571	11,997	24,005	55,490	2,6744	13,471	33,721	67,347
25	2,6884	11,552	22,963	53,143	2,5343	12,788	32,520	65,161
27,5	2,6296	11,186	22,281	51,722	2,5134	12,524	31,481	63,976
30	2,6068	10,982	21,764	50,959	2,4862	12,235	30,766	62,924
35	2,7065	10,943	22,351	51,301	2,5411	11,962	29,862	61,343
40	2,7759	10,234	21,149	49,016	2,4131	11,770	29,424	60,672
50	2,5331	10,214	20,998	48,063	2,3777	11,714	29,052	60,468

Na slici 121. prikazane su krivulje bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela *J*-integrala ovisno o omjeru tlaka opterećenja i graničnog tlaka za tlačnu posudu s uzdužnom unutarnjom i vanjskom polueliptičnom pukotinom.



Slika 121. Bezdimenzijska utjecajna funkcija za procjenu plastičnog dijela *J*-integrala tlačne posude s uzdužnom unutarnjom (lijevo) i vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom ovisno o omjeru tlaka opterećenja i graničnog tlaka

Na slici 122. uspoređeni su topografski dijagrami bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela *J*-integrala tlačne posude s uzdužnom unutarnjom i uzdužnom vanjskom polueliptičnom pukotinom ovisno o tlaku opterećenja i dimenzijama pukotina.



Slika 122. Topografski dijagrami bezdimenzijske utjecajne funkcije za procjenu plastičnog dijela *J*-integrala tlačne posude s uzdužnom unutarnjom (lijevo) i uzdužnom vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom ovisno o tlaku opterećenja i omjerima dimenzija pukotina

Sa slike 122. može se uočiti da su za dublje pukotine veći iznosi *J*-integrala kod tlačne posude s uzdužnom vanjskom pukotinom.

5.4.2.2. Određivanje J-integrala metodom referentnog naprezanja[38]

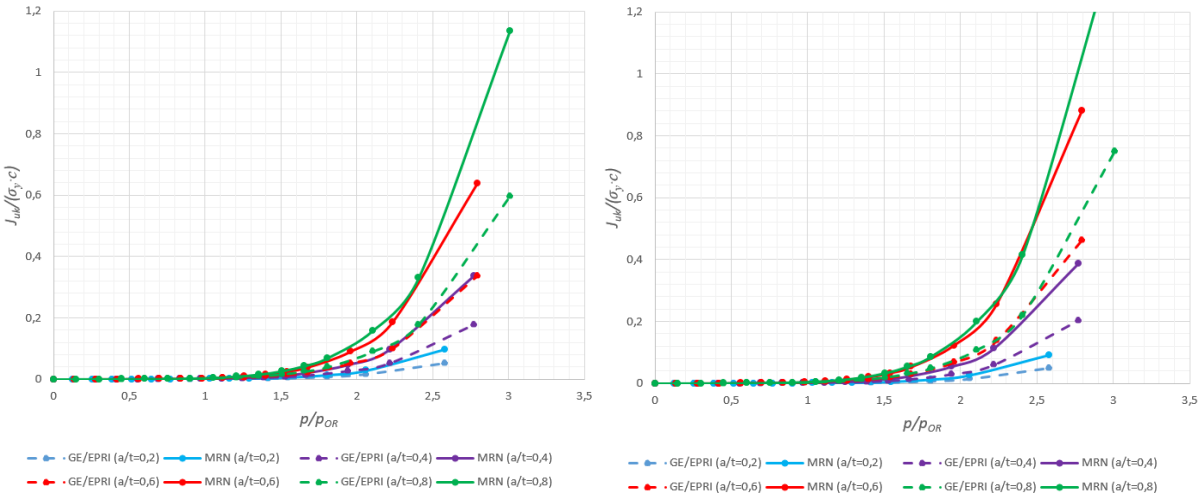
Osnovna ideja procjene *J*-integrala pomoću metode referentnog naprezanja uvođenje je i pravilan izbor referentnog naprezanja na način da se umanji ovisnost rezultata o parametrima očvršćenja materijala, odnosno da se što bolje opiše elastoplastično ponašanje materijala [7]. Umjesto opterećenja kod kojeg dolazi do plastičnog tečenja materijala, u izrazu za *J*-integral uvodi se novo opterećenje da bi se rezultati što više približili vrijednostima inkrementalne teorije plastičnosti [7]. Može se pokazati da izraz za referentni tlak u potpunosti eliminira utjecaj parametra materijala α, tj. nedostatke GE/EPRI metode i omogućava točniju primjenu metode referentnog naprezanja za procjenu *J*-integrala [7].

Izvod metode referentnog naprezanja prikazan je u literaturi [7], a konačan izraz za određivanje ukupnog *J*-integrala glasi

$$\frac{J}{J_{\mathrm{e}}} = \frac{E \cdot \varepsilon_{\mathrm{ref}}}{\alpha \cdot \sigma_{\mathrm{ref}}} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sigma_{\mathrm{ref}}}{\sigma_{\mathrm{y}}} \right)^{2} \cdot \frac{\sigma_{\mathrm{ref}}}{E \cdot \varepsilon_{\mathrm{ref}}} . \tag{109}$$

Postupak određivanja *J*-integrala MRN metodom sastoji se od određivanja elastičnog dijela *J*-integrala, referentnog naprezanja i referentne deformacije čiji su detalji objašnjeni u trećem poglavlju pri analizi cjelovitosti ploče sa središnjom pukotinom, a jednadžbe preuzete iz [7].

Na slici 123. prikazana je usporedba GE/EPRI i MRN metode za tlačnu posudu s uzdužnom unutarnjom i vanjskom polueliptičnom pukotinom te su na svakom dijagramu uspoređene krivulje ukupnog *J*-integrala ovisno omjeru tlaka opterećenja i optimiranog referentnog tlaka za različite dimenzije pukotina tijekom propagacije.



Slika 123. Usporedba GE/EPRI metode i MRN metode za tlačnu posudu s uzdužnom unutarnjom (lijevo) i uzdužnom vanjskom (desno) polueliptičnom pukotinom

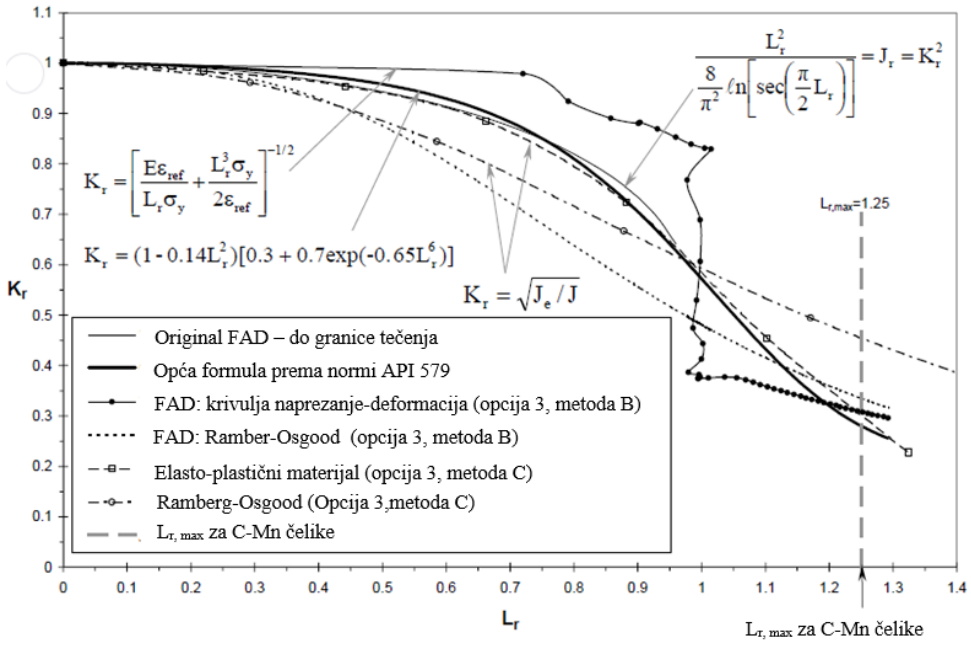
[38] MRN – metoda referentnog naprezanja (eng. *RSM – Reference Stress Method*)

Sa slike 123. može se uočiti da se MRN metodom dobivaju nešto veći iznosi ukupnog *J*-integrala ovisno o omjeru tlaka opterećenja i optimiranog referentnog tlaka, ako se pritom računa sa parametrom materijala $\alpha = 1$ u jednadžbi (109).

5.5. FAD i CDF dijagrami za analizu cjelovitosti posude pod tlakom

U FAD dijagramu analizirat će se cjelovitost posude pod tlakom s obzirom na kriterij mehanike loma i kriterij plastičnog kolapsa. Kako je materijal posude pod tlakom duktilan, za pretpostaviti je da će krivulje rasta pukotine ili rasta opterećena biti u području dominantnosti plastičnog kolapsa. Krivulja FAD dijagrama unutar koje je posuda pod tlakom sigurna može se odrediti na razne načine, a analitički izraz prema normi [6] zapisan je jednadžbom (43) u trećem poglavlju ovog rada.

Na slici 124. prikazani su analitički i numerički modeli prema [6, 17] kojima se konstruira krivulja FAD dijagrama.



Slika 124. Modeli i metode za proračun različitih krivulja FAD dijagrama [17]

Granica plastičnog kolapsa u FAD dijagramu ovisi o materijalu, a za procjenu sigurnosti vrijedi uvjet $L_r^P \le L_{r\,(max.)}^P$ prema kojem omjer opterećenja mora biti manji od granice plastičnog kolapsa.

$L_{r\,(max.)}^P = 1 \rightarrow$ visokočvrsti čelici (eksponent očvršćenja materijala je $n > 15$),

$L_{r\,(max.)}^P = 1,25 \rightarrow$ C-Mn čelici,

$L_{r\,(max.)}^{P} = 1,8 \rightarrow$ austenitni čelici,

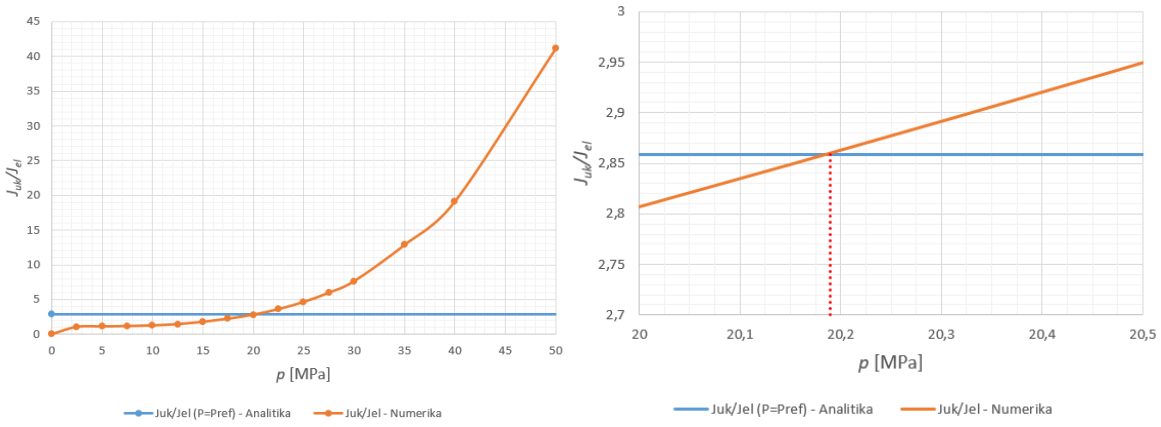
$L_{r\,(max.)}^{P} = \dfrac{\sigma_f}{\sigma_{ys}} \rightarrow$ za ostale materijale gdje je σ_f u MPa - granica tečenja i σ_{ys} u MPa - granica razvlačenja materijala [6].

Ordinata (K_r) FAD dijagrama opisana je jednadžbom (44), a apscisa (L_r) jednadžbom (45) u trećem poglavlju ovoga rada. Krhki lom nastupa kada je $K_r = 1$, a plastični kolaps kada je $L_r = L_r^{max} = \dfrac{F_C}{F_y} = \dfrac{\sigma_f}{\sigma_y}$, gdje je F_C - opterećenje plastičnog kolapsa, σ_f u MPa - naprezanje tečenja i L_r^{max} - granica plastičnog kolapsa [7].

Ako se analizira tlačna posuda u uporabi na kojoj se pojavila pukotina i ako nema zadanih podataka o materijalu, niti se može provesti eksperiment, teško je odrediti lomnu žilavost materijala. U tom slučaju uzima se donja granica lomne žilavosti i dodatno se uvodi polje sigurnosti u FAD dijagramu koje je određeno granicama $K_r = 0,7$ i $L_r = 0,8$.

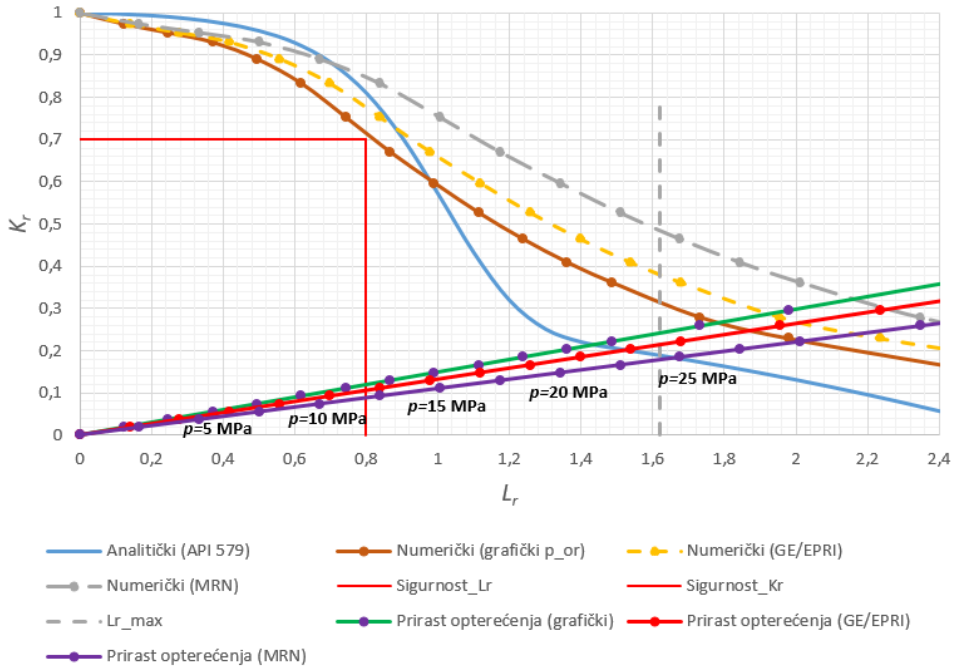
Prema literaturi [7] referentno naprezanje pri određivanju točke na osi apscisi FAD dijagrama određuje se jednadžbom (46) u trećem poglavlju ovog rada. Referentno naprezanje moguće je odrediti na tri različita načina od kojih je jedan "grafički", a druga dva računaju se za optimirani referentni tlak koji se može dobiti GE/EPRI metodom i MRN metodom.

Na slici 125. prikazan je "grafički pristup" određivanju referentnog naprezanja očitavanjem presjecišta krivulje omjera ukupnog i elastičnog *J*-integrala s pravcem karakteristike materijala opisanim jednadžbom (49).



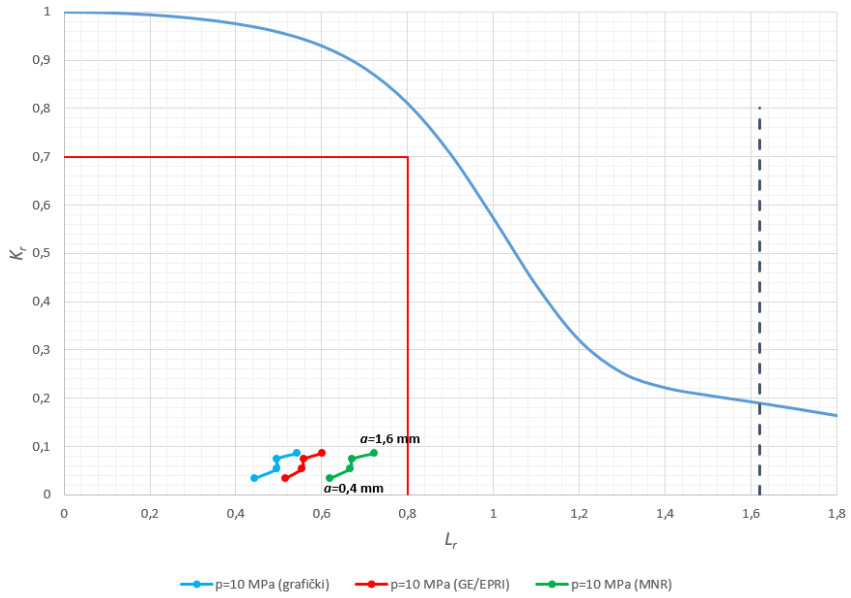
Slika 125. Omjer ukupnog i elastičnog *J*-integrala ovisno o tlaku opterećenja dobiven numeričkom analizom i prikaz "grafičke" metode određivanja referentnog opterećenja za zadani materijal tlačne posude (R_u/t = 10, uzdužna unutarnja pukotina, a/t = 0,6 i c = konst.)

Na slici 126. u FAD dijagramu za prirast tlaka u tlačnoj posudi sa zadanom uzdužnom unutarnjom polueliptičnom pukotinom uspoređene su "grafička", GE/EPRI i MRN metoda pomoću kojih je određeno referentno naprezanje.



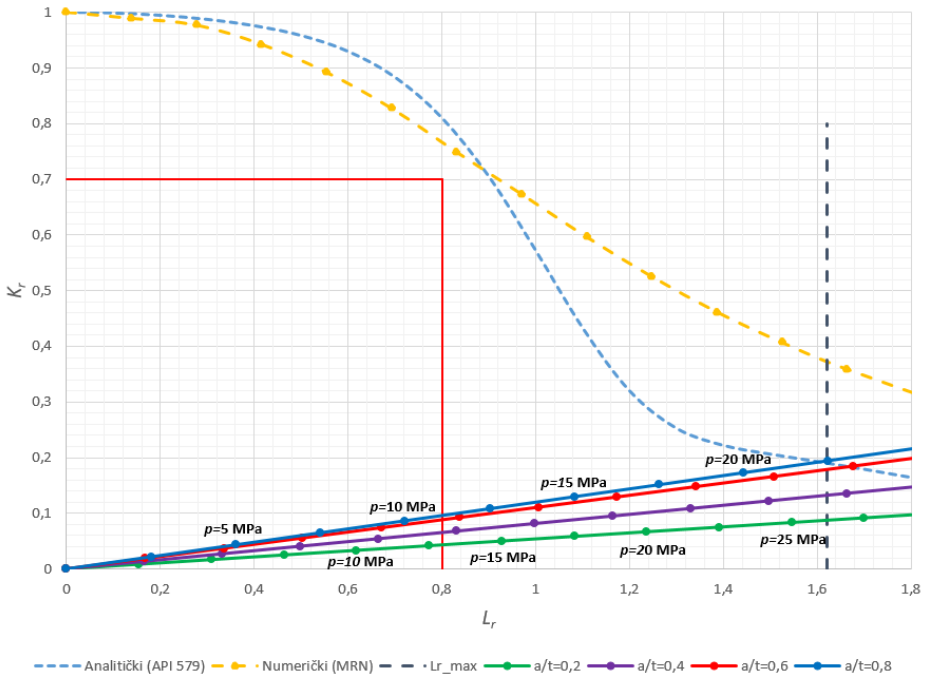
Slika 126. Usporedba "grafičke", GE/EPRI i MRN metode u FAD dijagramu za prirast opterećenja zadane uzdužne unutarnje polueliptične pukotine (R_u/t = 10, a/t = 0,6 i c = konst.)

Na slici 127. u FAD dijagramu uspoređena je "grafička", GE/EPRI i MRN metoda za rast uzdužne unutarnje polueliptične pukotine uslijed konstantnog tlaka posude pod tlakom.



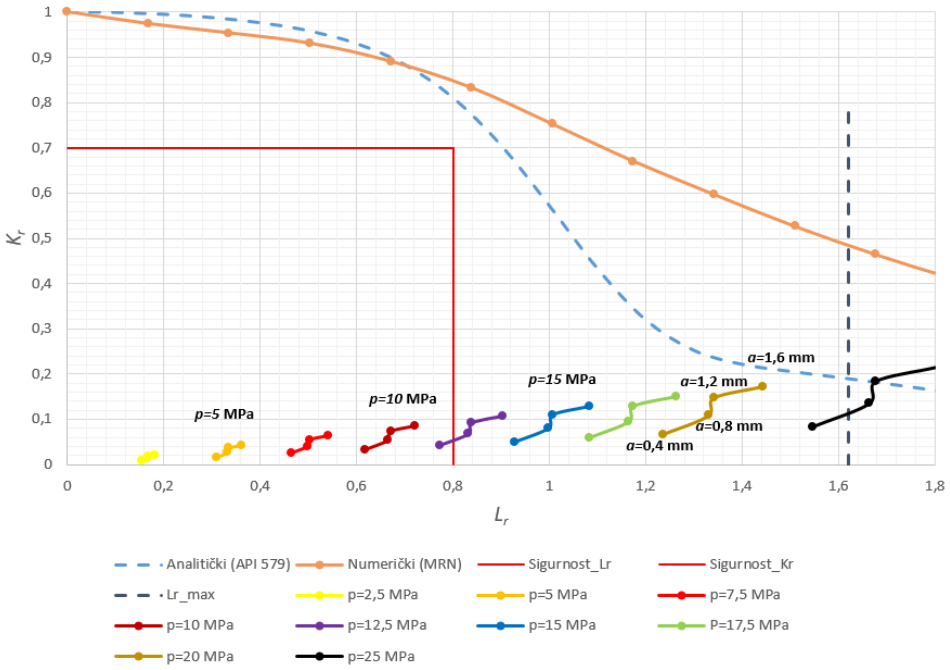
Slika 127. Usporedba "grafičke", GE/EPRI i MRN metode u FAD dijagramu za rast pukotine uslijed konstantnog tlaka opterećenja (R_u/t = 10, uzdužna unutarnja pukotina, p = 10 MPa)

Na slici 128. u FAD dijagramu prikazani su pravci prirasta tlaka za različite dimenzije uzdužnih unutarnjih polueliptičnih pukotina uslijed propagacije kod posude pod tlakom.



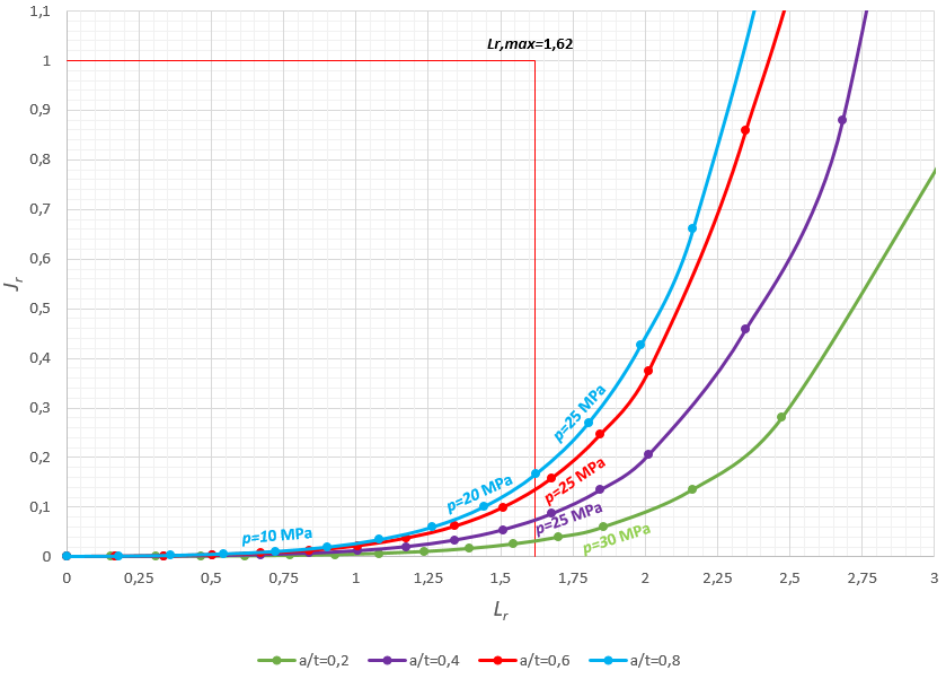
Slika 128. Prirast opterećenja u FAD dijagramu za različite dimenzije uzdužnih unutarnjih polueliptičnih pukotina kod posude pod tlakom (MRN metoda)

Na slici 129. u FAD dijagramu prikazane su krivulje rasta uzdužne unutarnje polueliptične pukotine za različite tlakove opterećenja posude pod tlakom.



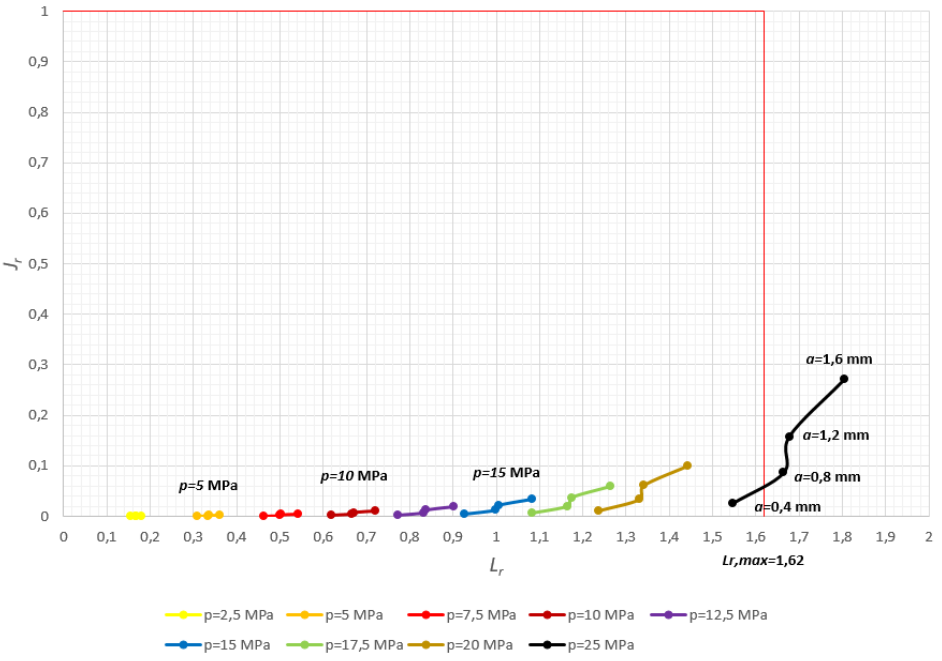
Slika 129. Propagacija uzdužnih unutarnjih polueliptičnih pukotina kroz debljinu stijenke tlačne posude za različite tlakove opterećenja u FAD dijagramu (MRN metoda)

Na slici 130. u CDF dijagramu priakazne su krivulje prirasta tlaka za različite veličine uzdužnih unutarnjih polueliptičnih pukotina uslijed prorpagacije kod posude pod tlakom.



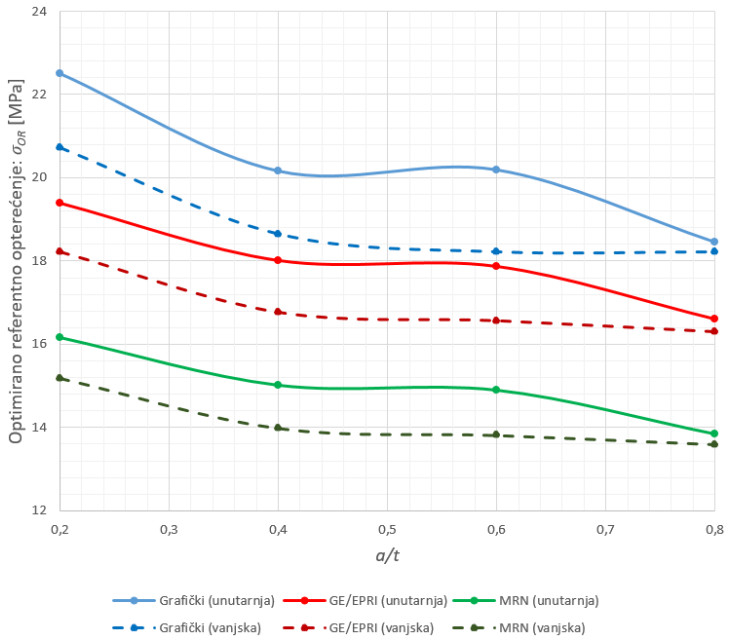
Slika 130. Prirast tlaka opterećenja u CDF dijagramu za različite veličine uzdužnih unutarnjih polueliptičnih pukotina uslijed propagacije kod posude pod tlakom (MRN metoda)

Na slici 131. u CDF dijagramu prema MRN metodi prikazane su krivulje rasta uzdužne unutarnje polueliptične pukotine u posudi pod tlakom uslijed jednolikog tlaka opterećenja.



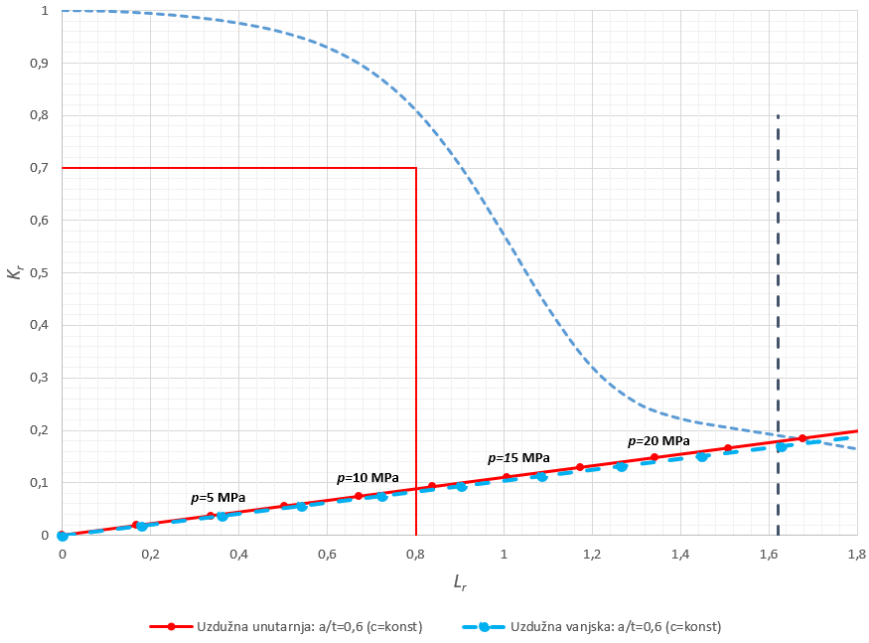
Slika 131. Propagacija uzdužne unutarnje polueliptične pukotine kroz stijenku posude pod tlakom u CDF dijagramu za različite tlakove opterećenja (MRN metoda)

Na slici 132. usporedno su prikazani optimirani referentni tlakovi određeni "grafičkom", GE/EPRI i MRN metodom ovisno o dimenzijama uzdužne unutarnje polueliptične pukotine uslijed propagacije kroz debljinu stijenke posude pod tlakom.



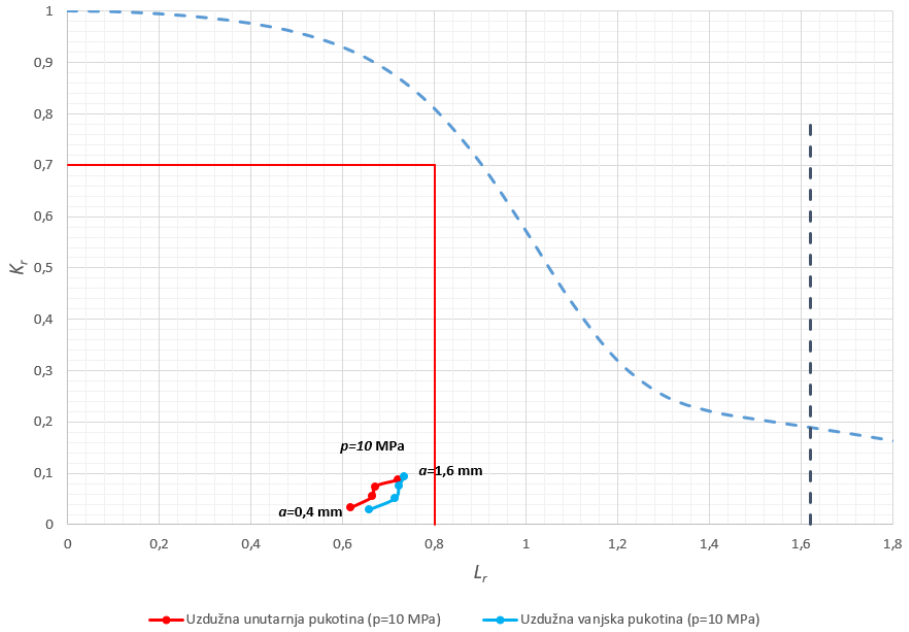
Slika 132. Usporedba "grafičke", GE/EPRI i MRN metode u određivanju optimiranog referentnog tlaka ovisno o dimenzijama uzdužne unutarnje polueliptične pukotine

Na slici 133. u FAD dijagramu prikazana je usporedba prirasta tlaka za uzdužnu unutarnju i vanjsku polueliptičnu pukotinu kod posude pod tlakom.



Slika 133. Usporedba prirasta tlaka opterećenja za uzdužnu unutarnju i vanjsku polueliptičnu pukotinu tlačne posude (R_u/t = 10, a/t = 0,6 i c = konst., MRN metoda)

Na slici 134. u FAD dijagramu prikazana je usporedba rasta uzdužne unutarnje i vanjske polueliptične pukotine kod posude pod tlakom pri jednolikom tlaku opterećenja.



Slika 134. Usporedba rasta uzdužne unutarnje i vanjske polueliptične pukotine kod posude pod tlakom pri jednolikom tlaku opterećenja (R_u/t = 10 , p = 10 MPa, MRN metoda)

Prema navedenim dijagramima može se uočiti kako se najmanja cjelovitost posude pod tlakom postiže korištenjem MRN metode, uspoređujući "grafičku", GE/EPRI i MRN metodu. U FAD dijagramima prikazani su slučajevi prirasta opterećenja za pojedine veličine pukotina te se može reći da za odabrani austenitni čelik i pri dubokim pukotinama dolazi do pojave plastičnog kolapsa, a ne krhkog loma, stoga je omogućen princip propuštanja prije loma. Uslijed takvog zaključka dovoljno je posudu pod tlakom proračunati na tlak plastičnog kolapsa. Kako se primjena elastoplastične mehanike loma zasniva na određivanju *J*-integrala brža mogućnost procjene cjelovitosti omogućena je CDF dijagramom u kojem je na os ordinata potrebno zadovoljiti uvjet $J < J_{\text{mat}}$ da ne dođe do krhkog loma, pri čemu je J_{mat} , u $\text{MPa} \cdot \text{mm}$ - lomna žilavost materijala [7]. Uspoređujući cjelovitost uzdužne unutarnje i vanjske polueliptične pukotine kod posude pod tlakom, u FAD dijagramu može se uočiti da se nešto veća cjelovitost postiže u slučaju propagacije uzdužne unutarnje polueliptične pukotine, a razlog je taj što uzdužna unutarnja pukotina podnosi neznatno veći granični tlak zbog svojevrsnog deformiranja prilikom otvaranja linije vrha pukotine.

5.6. Broj ciklusa do loma uslijed rasta polueliptične pukotine kod posude pod tlakom

Broj ciklusa do loma uslijed stabilnog rasta pukotine kroz debljinu stijenke posude pod tlakom provest će se za dinamičku sinusoidalnu uzbudu tlaka opterećenja. Opterećenje tlakom biti će čisto istosmjerno ($R = 0$), a iznos tlaka će varirati $p = 5 \pm 5$ MPa, te raspon tlaka iznosi $\Delta p = 10$ MPa.

Proračun broja ciklusa do loma uslijed stabilnog rasta pukotine provodi se Parisovim modelom za linearno-elastično ponašanje materijala pri čemu je potrebno imati rezultate koeficijenata intenzivnosti naprezanja.

Parisov model opisan je jednadžbom (15) u teorijskom dijelu rada. Integracijom Parisovog modela i uvrštavanjem izraza cikličkog koeficijenta intenzivnosti naprezanja posude pod tlakom koja sadrži pukotinu prema jednadžbi (83), slijedi

$$\int_{N_{i-1}}^{N_i} \mathrm{d}N = \int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{\mathrm{d}a}{C_\mathrm{P} \cdot \left(\Delta K \left(\frac{a}{t}, \frac{c}{a} \ldots \right) \right)^{m_P}} = \int_{a_{i-1}}^{a_i} \frac{\mathrm{d}a}{C_\mathrm{P} \cdot \left(\Delta p \frac{R_\mathrm{u}}{t} \cdot F \left(\frac{a}{t}, \frac{c}{a} \ldots \right) \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \right)^{m_P}} . \tag{110}$$

Sređivanjem izraza (110) broj ciklusa do loma za svaki prirast pukotine iznosi

$$N_i - N_{i-1} = \frac{\frac{1}{a_{i-1}^{\frac{m_P}{2}-1}} - \frac{1}{a_i^{\frac{m_P}{2}-1}}}{\left(\frac{m_\mathrm{P}}{2} - 1 \right) \cdot \left(C_\mathrm{P} \cdot \Delta p^{m_P} \cdot \left(\frac{R_\mathrm{u}}{t} \right)^{m_P} \cdot F_\mathrm{sr}^{m_P} \cdot \pi^{\frac{m_P}{2}} \right)} . \tag{111}$$

U jednadžbi (111) uvedeno je pojednostavljenje bezdimenzijske funkcije oblika koja ovisi o dimenzijama tlačne posude i pukotine. Funkcija oblika ima složen oblik za integraciju pa se uzima srednja vrijednost funkcije oblika za jedan prirast pukotine koja glasi

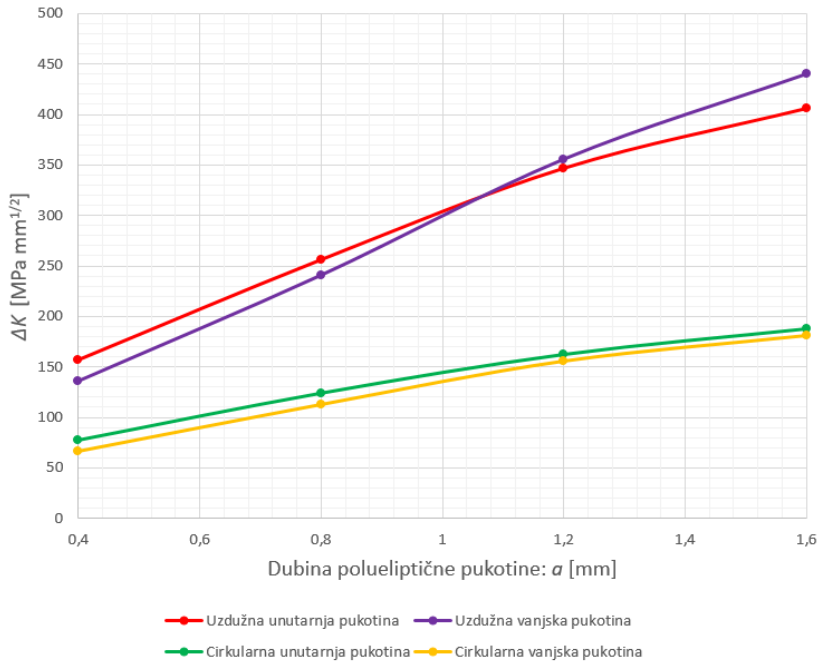
$$F_\mathrm{sr}\left(a_i\right) = \frac{F\left(a_i\right) + F\left(a_{i-1}\right)}{2} . \tag{112}$$

Na slici 135. prikazana je promjena cikličkih koeficijenata intenzivnosti naprezanja ovisno o dubini polueliptične pukotine za četiri različita položaja pukotine kod posude pod tlakom.

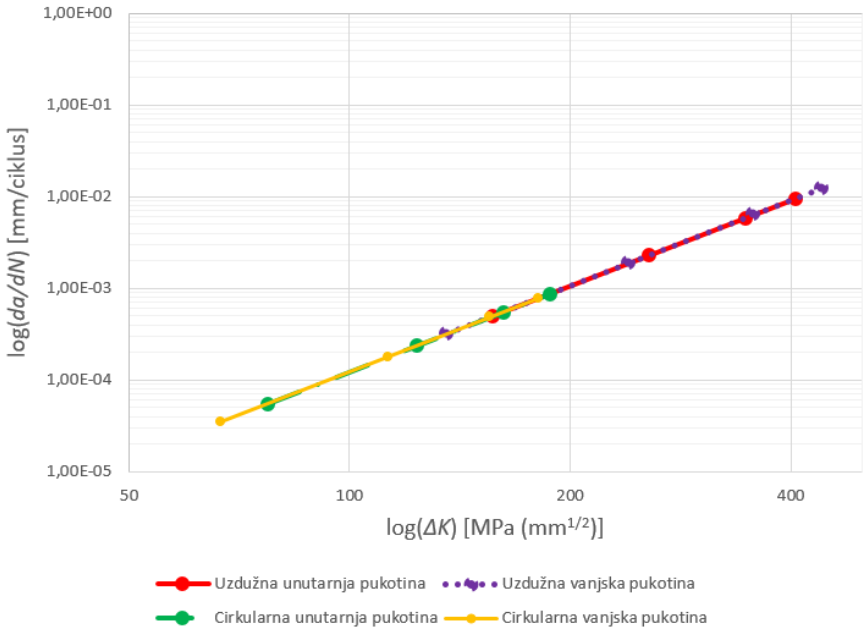
Na slici 136. prikazane su krivulje brzine stabilnog rasta za uzdužnu unutarnju i vanjsku te cirkularnu unutarnju i vanjsku polueliptičnu pukotinu kod posude pod tlakom za Parisov model pri linearno-elastičnom ponašanju materijala.

Prema slici 136. najbrži stabilan rast pukotine poprimaju uzdužne polueliptične pukotine kod posuda pod tlakom, a dosta sporiji rast bilježe cirkularne pukotine. Posuda pod tlakom s uzdužnom unutarnjom pukotinom pri malim veličinama pukotine bilježi brži stabilan rast od

posude pod tlakom s uzdužnom vanjskom pukotinom kod koje je brži rast zabilježen pri velikim pukotinama. Na brzinu rasta pukotine najviše utječe veličina cikličkog koeficijenta intenzivnosti naprezanja.

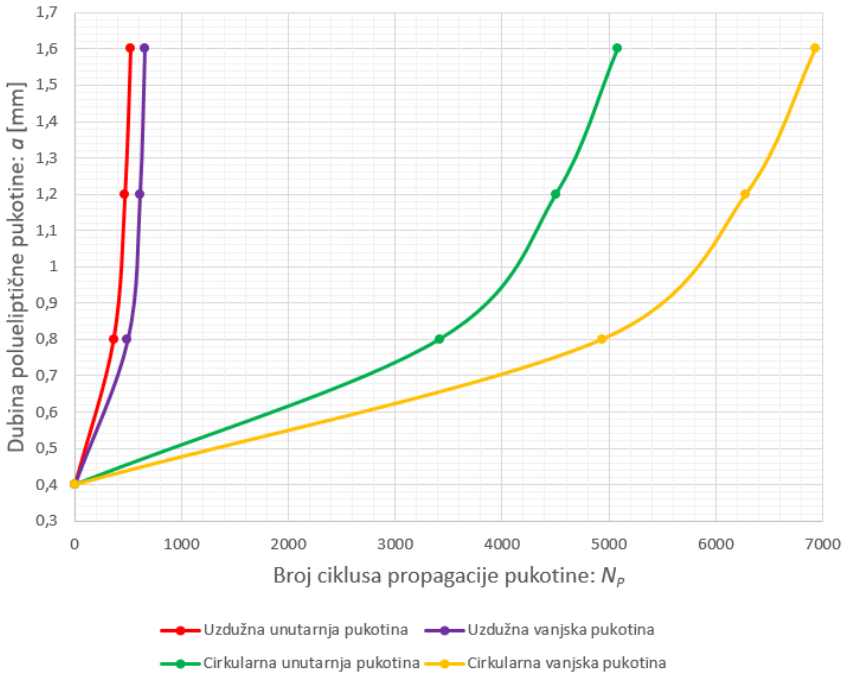


Slika 135. Promjena raspona koeficijenata intenzivnosti naprezanja ovisno o dubini polueliptične pukotine za različite položaje pukotina kod posude pod tlakom



Slika 136. Krivulje brzine stabilnog rasta različitih položaja polueliptičnih pukotina kod posude pod tlakom (Parisov model: linearno-elastično ponašanje materijala)

Na slici 137. uspoređen je broj ciklusa do loma prema Parisovom modelu za različite položaje polueliptičnih pukotina ovisno o dubini pukotine kod posude pod tlakom.



Slika 137. Broj ciklusa do loma uslijed propagacija različitih položaja polueliptičnih pukotina ovisno o dubini pukotine (Parisov model: linearno-elastično)

U tablici 16. ispisane su vrijednosti raspona koeficijenata intenzivnosti naprezanja, broj prirasta ciklusa do loma uslijed rasta pukotine i brzina rasta pukotine za različite položaje polueliptičnih pukotina kod posude pod tlakom.

Tablica 16. Brzine rasta pukotine i prirasti broja ciklusa do loma za različite položaje polueliptičnih pukotina (p = 10 MPa, c = konst., R_u/t = 10, Parisov model: linearno-elastično)

	Uzdužna unutarnja				*Uzdužna vanjska*			
a/t	K_I	N_i-N_{i-1}	N_p	d*a*/d*N*	K_I	N_i-N_{i-1}	N_p	d*a*/d*N*
0,2	156,78		0	4,99E-04	135,8		0	3,19E-04
0,4	256,06	365,98	365,98	2,29E-03	240,8	497,32	497,32	1,89E-03
0,6	346,72	107,90	473,89	5,89E-03	355,7	112,98	610,30	6,38E-03
0,8	406,04	52,998	526,89	9,63E-03	440,2	44,833	655,13	1,24E-02
	Cirkularna unutarnja				*Cirkularna vanjska*			
a/t	K_I	N_i-N_{i-1}	N_p	d*a*/d*N*	K_I	N_i-N_{i-1}	N_p	d*a*/d*N*
0,2	77,305		0	5,53E-05	66,7		0	3,49E-05
0,4	123,75	3414,0	3414,0	2,39E-04	112,7	4934,5	4934,5	1,79E-04
0,6	162,1	1093,4	4507,4	5,53E-04	155,4	1344,6	6279,2	4,85E-04
0,8	187,45	575,50	5082,9	8,69E-04	180,6	650,65	6929,8	7,75E-04

Kako se pukotine najčešće javljaju blizu zavara, potrebno je izbjegavati uzdužne zavare kod posuda pod tlakom, te ako je moguće zavar posude pod tlakom izvesti u cirkularnom smjeru, jer su tada manja naprezanja koja djeluju na vlačno opterećenje zavara, a time i odcijepno otvaranje mikropukotina.

Ukoliko su veličine cikličkih tlakova opterećenja blizu granice tečenja ili veća potrebno je prirast pukotine odrediti za elastoplastično ponašanje materijala. Zamorni rast u elastoplastičnom području opisuje Dowling Begleyev model opisan jednadžbom (17).

Uvrštavanjem elastičnog dijela cikličkog *J*-integrala za posudu pod tlakom prema jednadžbi (106) i integracijom jednadžbe (17) dobiva se prirast broja ciklusa do loma za linearno-elastično ponašanje materijala prema Dowling-Begleyevom modelu koji glasi

$$N_i - N_{i-1} = \frac{\left(t-a_2\right)^{1-m_{DB}} - \left(t-a_1\right)^{1-m_{DB}}}{\left(m_{\mathrm{DB}}-1\right)\cdot C_{\mathrm{DB}}\cdot\left(\alpha\cdot\frac{\sigma_y^2}{E}\cdot h_{1,\mathrm{sr}}\left(\phi=90°, n=1\right)\cdot\left(\frac{\Delta p}{p_{\mathrm{L,sr}}}\right)^2\right)^{m_{DB}}}. \tag{113}$$

Uvrštavanjem plastičnog dijela cikličkog *J*-integrala za posudu pod tlakom prema jednadžbi (108) i integracijom jednadžbe (17), dobiva se prirast broja ciklusa do loma za plastično ponašanje materijala prema Dowling-Begleyevom modelu koji glasi

$$N_i - N_{i-1} = \frac{\left(t-a_2\right)^{1-m_{DB}} - \left(t-a_1\right)^{1-m_{DB}}}{\left(m_{\mathrm{DB}}-1\right)\cdot C_{\mathrm{DB}}\cdot\left(\alpha\cdot\frac{\sigma_y^2}{E}\cdot h_{1,\mathrm{sr}}\left(\phi=90°, n\right)\cdot\left(\frac{\Delta p}{p_{\mathrm{L,sr}}}\right)^{n+1}\right)^{m_{DB}}}. \tag{114}$$

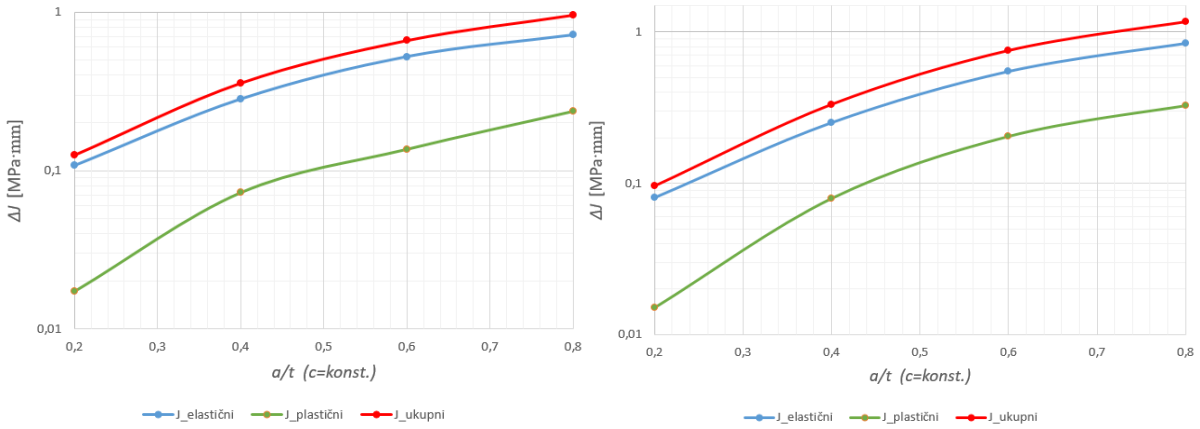
Prirast broja ciklusa do loma za elastoplastično ponašanje materijala određuje se s obzirom na ukupni *J*-integral opisano jedandžbom (115).

$$N_i - N_{i-1} = \frac{\frac{1}{\left(m_{\mathrm{DB}}-1\right)}\cdot\left(\left(t-a_2\right)^{1-m_{DB}} - \left(t-a_1\right)^{1-m_{DB}}\right)}{C_{\mathrm{DB}}\cdot\left(\alpha\cdot\frac{\sigma_y^2}{E}\cdot\left(h_{1,\mathrm{sr}}\left(n\right)\cdot\left(\frac{\Delta p}{p_{\mathrm{L,sr}}}\right)^{n+1} + h_{1,\mathrm{sr}}\left(n=1\right)\cdot\left(\frac{\Delta p}{p_{\mathrm{L,sr}}}\right)^2\right)\right)^{m_{DB}}}. \tag{115}$$

Kod Dowling-Begleyeva modela za pojednostavljenje integracije, osim srednje bezdimenzijske utjecajne funkcije, potrebno je definirati i srednji granični tlak uslijed prirasta jer izraz za granični tlak u sebi sadrži integracijski član dubine pukotine.

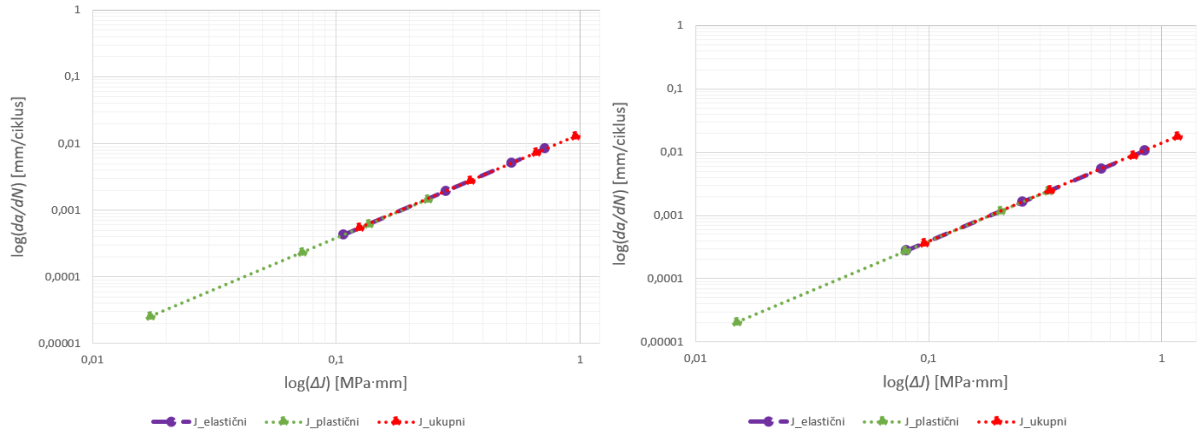
Prema Parisovom modelu utvrđeno je da najbrže do loma dolazi uslijed uzdužnih pukotina kod posude pod tlakom, stoga je potrebno provesti usporedbu broja ciklusa do loma za elastoplastično ponašanje materijala uzdužne unutarnje i vanjske polueliptične pukotine.

Na slici 138. prikazana je usporedba raspona elastičnog, plastičnog i ukupnog *J*-integrala ovisno o dubini uzdužne unutarnje i vanjske polueliptične pukotine kod posude pod tlakom.



Slika 138. Usporedba raspona elastičnog, plastičnog i ukupnog *J*-integrala ovisno o dubini uzdužne unutarnje (lijevo) i vanjske (desno) polueliptične pukotine kod posude pod tlakom

Na slici 139. uspoređene su krivulje brzine rasta uzdužne unutarnje i vanjske polueliptične pukotine kod posude pod tlakom ovisno o rasponu *J*-integrala za elastoplastično ponašanje materijala a dijagrami su prikazani u logaritamskom mjerilu.



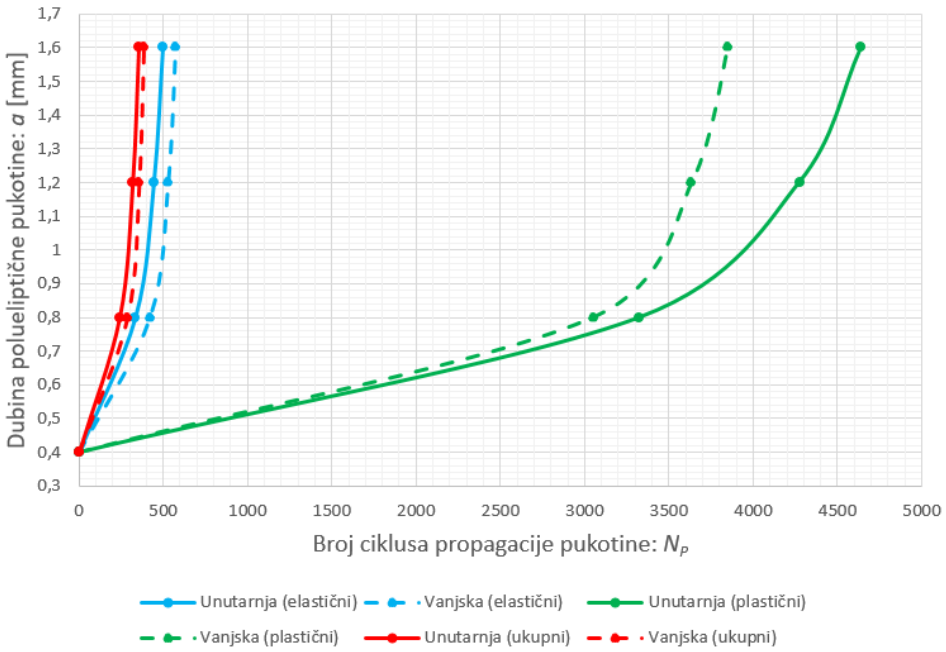
Slika 139. Krivulje brzine rasta uzdužne unutarnje (lijevo) i vanjske(desno) polueliptične pukotine kod posude pod tlakom ovisno o rasponu *J*-integrala u elastoplastičnom području

Na slici 140. prikazana je usporedba broja ciklusa do loma ovisno o dubinu uzdužne i vanjske polueliptične pukotine s obzirom na elastični, plastični i ukupni dio *J*-integrala.

U tablici 17. ispisane su brzine stabilnog rasta pukotine i prirasti broja ciklusa do loma uslijed propagacije uzdužne unutarnje i vanjske polueliptične pukotine kod posude pod tlakom.

Iz dijagrama na slici 140. za prikazan broj ciklusa do loma elastoplastične analize može se uočiti da prije dolazi do loma uslijed rasta uzdužne unutarnje polueliptične pukotine. Pri

većim pukotinama veći je utjecaj plastičnosti te ona počinje dominirati u analizi broja ciklusa do loma. Veći utjecaj plastičnog dijela *J*-integrala bilježi uzdužna vanjska polueliptična pukotina zbog svojevrsne deformacije prilikom otvaranja pukotine te se javlja brži rast velikih pukotina u odnosu na uzdužnu unutarnju polueliptičnu pukotinu.



Slika 140. Usporedba broja ciklusa do loma ovisno o dubini uzdužne unutarnje i vanjske polueliptične pukotine za elastični, plastični i ukupni dio *J*-integrala

Tablica 17. Usporedba brzine rasta i prirasta broja ciklusa do loma elastoplastične analize posude pod tlakom s uzdužnom unutarnjom i vanjskom polueliptičnom pukotinom

	N_i-N_{i-1} *(unutarnja)*			N_i-N_{i-1} *(vanjska)*		
a/t	$J_{\text{elastični}}$	$J_{\text{plastični}}$	J_{ukupni}	$J_{\text{elastični}}$	$J_{\text{plastični}}$	J_{ukupni}
0,2						
0,4	334,7614	3327,811	243,1355	422,5627	3050,981	287,6963
0,6	109,0383	947,7939	77,1737	107,9701	583,6625	68,66669
0,8	53,32391	367,2261	35,92636	43,60955	214,0652	27,05186
	d*a*/d*N* *(unutarnja)*			d*a*/d*N* *(vanjska)*		
a/t	$J_{\text{elastični}}$	$J_{\text{plastični}}$	J_{ukupni}	$J_{\text{elastični}}$	$J_{\text{plastični}}$	J_{ukupni}
0,2	0,000429	2,52E-05	0,000542	0,000275	2,04E-05	0,000359
0,4	0,001937	0,000234	0,002764	0,001626	0,00027	0,00249
0,6	0,00506	0,000624	0,007251	0,005473	0,00117	0,008937
0,8	0,008274	0,00147	0,012879	0,010632	0,002419	0,017661

6. ZAKLJUČAK

U uvodnom dijelu rada verificiran je proračun broja ciklusa do inicijacije pukotine $\varepsilon - N$ metodom niskocikličkog zamora, ali i visokociklički zamor $S - N$ metodom za ukupan broj ciklusa do loma ploče s kružnim provrtom. Kod numeričkog modela nužno je da rješenja konvergiraju jer veće razlike između stvarnog i numeričkog naprezanja mogu dovesti do nekoliko puta veće razlike u broju ciklusa do iniciranja pukotine, ali i do loma. Za proračun zamora u programskom paketu *FE-Safe* potrebno je odabrati ulazna naprezanja u čvorovima, a ne u točkama integracije, jer se pukotina pojavljuje na površini. Za proračun broja ciklusa do iniciranja pukotine korišten je *Brown-Miller-Morrrow* algoritam.

Za vlačno opterećenu ploču sa središnjom pukotinom uspoređena su numerička i empirijska rješenja koeficijenta intenzivnosti naprezanja. Empirijski rezultati ne uzimaju u obzir debljinu ploče te stoga daju konstantan rezultat po debljini ploče. Numeričkom analizom primijenjeni su 3D singularni konačni elementi za opisivanje polja naprezanja oko linije vrha pukotine te je utvrđeno da koeficijent intenzivnosti naprezanja mijenja svoj iznos po debljini ploče i ovisno o debljini ploče. Za jako tanke ploče najveći koeficijent intenzivnosti naprezanja javlja se na sredini ploče, dok na krajevima naglo opada. Razlog tome je što na sredini ploče vlada ravninsko stanje deformacija, a na krajevima ravninsko stanje naprezanja. U radu je provedena verifikacija X-FEM analize, a velika prednost u odnosu na singularne konačne elemente predstavlja geometrija koja se diskretizira neovisno o pukotini. Veličina i oblik pukotine zadaju se plohom preko koje se konačni elementi "obogaćuju". Nedostatak X-FEM metode u programskom paketu *Abaqus* očituje se u tome da nije moguće koristiti uvjete simetrije i moguće je primijeniti samo konačne elemente prvog reda. Primjenom X-FEM analize dobivaju se nešto veći iznosi koeficijenta intenzivnosti naprezanja, a iznosi po konturama nešto više variraju te je potrebno odbaciti rezultate s prve dvije konture, a rezultate na ostalim konturama uprosječiti.

Cjelovitost ploče sa središnjom pukotinom procijenjena je FAD i CDF dijagramom te su ustanovljene najveće pukotine koje zadovoljavaju kriterij mehanike loma i kriterij plastičnog kolapsa za različita opterećenja i različite duljine pukotina. Prethodno je izračunat *J*-integral i uspoređeni su rezultati dobiveni GE/EPRI metodom i metodom referentnog naprezanja. Prilikom proračuna *J*-integrala uzeta je u obzir geometrijska nelinearnost u elastoplastičnom području te je korišten Riksov proračunski model. Kod ploče sa središnjom pukotinom male

pukotine nalaze se u zoni dominantnosti plastičnog kolapsa. Kako duljina pukotine postaje veća cjelovitost ploče prelazi u mješovito područje u kojem sve veću ulogu ima koeficijent intenzivnosti naprezanja s obzirom na lomnu žilavost materijala. Ako duljina pukotine prijeđe kritičnu vrijednost njezina cjelovitost postaje narušena i dolazi do kolapsa ili krhkog loma.

S obzirom na početnu duljinu pukotine, broj ciklusa do loma uslijed cikličkog opterećenja može se računati Parisovim modelom za linearno-elastično ponašanje materijala i Dowling-Begleyevim modelom za elastoplastično. Pukotina brže raste u elastoplastičnom području jer je u obzir uzeta ne samo plastifikacija oko vrha pukotine, nego i plastične deformacije cijelog modela te za veće pukotine taj utjecaj postaje dominantan.

U većini slučajeva mehanike loma najčešće se javljaju polueliptične površinske pukotine koje idealiziraju stvarne. Najveći koeficijent intenzivnosti naprezanja javlja se na najdubljem dijelu polueliptične pukotine sve dok ona ne poprimi polukružan oblik. Za duktilne materijale vrijedi princip propuštanja prije loma prema kojem kod posuda pod tlakom prije dolazi do propuštanja medija kroz stijenku cijevi nego do krhkog loma. Tako je uslijed lokalnog plastičnog kolapsa potrebno restaurirati samo mjesto oštećenja. Za ploču sa središnjom pukotinom, a i za posudu pod tlakom koja sadrži pukotinu izrađeni su topografski dijagrami koji predstavljaju slikoviti prikaz raspodjele koeficijenata intenzivnosti naprezanja ovisno o opterećenju, veličini i kutu polueliptične pukotine.

Kod posuda pod tlakom i tlačnih cijevi računski je pokazano da debele cijevi podnose veća opterećenja od tankih, stoga je kao parametar za ocjenu razlike debelih i tankih cijevi odabran omjer tlaka opterećenja i graničnog tlaka. Kada su tanka i debela cijev opterećene graničnim tlakom, kod debele cijevi javljaju se veće razlike ekvivalentnih naprezanja između unutarnje i vanjske stijenke. Proračunom broja ciklusa do inicijacije pukotine na debeloj cijevi ustanovljen je puno manji broj ciklusa do pojave pukotine na unutarnjoj stijenci nego na vanjskoj. Što je cijev deblja to je veća razlika između broja ciklusa do iniciranja pukotine za unutarnju i vanjsku stijenku.

Proračun koeficijenata intenzivnosti naprezanja posude pod tlakom proveden je za četiri položaja pukotine: uzdužna unutarnja i vanjska, cirkularna unutarnja i vanjska površinska polueliptična pukotina. Propagacija pukotine kroz stijenku posude pod tlakom provedena je za slučaj duge polueliptične pukotine kada ona propagira u dubinu, zadržavajući pritom konstantnu duljinu. Empirijski i numerički rezultati koeficijenata intenzivnosti naprezanja posude pod tlakom dobro se poklapaju, a iz rezultata se može uočiti da je koeficijent intenzivnosti naprezanja veći za uzdužne pukotine nego za cirkularne. Ukoliko se želi

uštedjeti na vremenu računalne simulacije i radnom prostoru na računalu koristi se *shell-to-solid* tehnika podmodeliranja u kojoj se globalni model diskretizira ljuskastim konačnim elementima, a podmodel 3D konačnim elementima. Najveći problem podmodeliranja predstavlja utjecaj lokalnog savijanja na spoju globalnog modela i podmodela posude pod tlakom, a kako bi se smanjio taj utjecaj na rezultate parametara mehanike loma potrebno je odabrati optimalnu veličinu podmodela s obzirom na dozvoljeno odstupanje od realnosti.

Graničnom analizom utvrđen je granični tlak, a inkrementalnom teorijom plastičnosti tlak plastičnog kolapsa unutar posude pod tlakom. Numerički rezultati uspoređeni su s klasičnim analitičkim izrazima i formulama koje interpoliraju rezultate numeričkih analiza prema danoj literaturi. Najmanji granični tlak može podnijeti posuda s uzdužnom vanjskom pukotinom, a najveći tlak posuda s cirkularnom unutarnjom pukotinom. S obzirom da se posude pod tlakom izrađuju iz duktilnih materijala pri analizi cjelovitosti dominirat će plastični kolaps te će doći do propuštanja prije loma. U FAD dijagramu uspoređena je cjelovitost posude pod tlakom s vanjskom i unutarnjom uzdužnom pukotinom, a s obzirom na opterećenje i veličinu pukotine zadržana je približna cjelovitost. Kod malih pukotina cjelovitost je bolje zadržana kod posude s uzdužnom unutarnjom pukotinom, dok je za velike pukotine približno jednaka. Za stabilan rast pukotine unutar posuda pod tlakom, uzdužne pukotine rastu puno brže nego cirkularne. Ako se u obzir uzme elastoplastično ponašanje materijala pri cikličkom opterećivanju, uzdužne unutarnje pukotine brže rastu od uzdužnih vanjskih sve dok plastični dio *J*-integrala koji se javlja kod velikih pukotina ne počne dominirati.

Ako je riječ o debelostjenim posudama pod tlakom i analizi cjelovitosti bez utjecaja cikličkog opterećenja, najgori slučaj predstavlja uzdužna vanjska pukotina čiji način deformiranja najbolje pogoduje otvaranju pukotine. Ako se u obzir uzme cikličko opterećivanje i životni vijek posude pod tlakom tada najgori slučaj predstavlja uzdužna unutarnja pukotina jer je manji broj ciklusa do iniciranja pukotine na unutarnjoj stijenci i brža je propagacija malih pukotina te se brže stvaraju velike pukotine i nastaje lom. Za tankostjene posude pod tlakom vrijede isti zaključci, s time da su puno manje razlike između broja ciklusa do pojave pukotine za unutarnju i vanjsku stijenku. Za isti promjer, tankostjene posude pod tlakom nemaju puno prostora za rast pukotine te brzo dolazi do kolapsa ili loma. Također, mali je utjecaj očvršćenja materijala u nelinearnom području pa je tlak plastičnog kolapsa približno jednak graničnom tlaku.

Prilikom izrade posude pod tlakom koja nije opterećena na savijanje, valja voditi računa da se zavari izvode u cirkularnom smjeru, ako je moguće. Zavari predstavljaju potencijalna mjesta

za nastanak pukotine zbog utjecaja zaostalih naprezanja, te uz ciklička opterećenja dolazi do otvaranja pukotine. Svaka posuda pod tlakom ili tlačna oprema podvrgnuta je pregledima i ispitivanjima radi utvrđivanja sigurnosti, a to je određeno *Pravilnikom o pregledima i ispitivanju opreme pod tlakom* (*NN 138/2008*). Pravilnikom se propisuju postupci za stavljanje tlačne opreme u uporabu te postupci i rokovi pregleda i ispitivanja opreme pod tlakom u uporabi.

LITERATURA

[1] S. Majumdar, Prediction of structural integrity of steam generator tubes under severe accident conditions, Nuclear Engineering and Design, 194, 1, 31-55, 1999.

[2] https://www.hometips.com/repair-fix/water-pipe-leak.html

[3] http://www.composisleeve.com/steel-sleeve-solutions/faq.php

[4] Tonković Z.: Mehanika loma, Predavanja, FSB Zagreb, 2014.

[5] BS 7910:2013 - Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures. London: British Standards Institution (BSI).

[6] API 579, Recommended practice for fitness-for-service, American Petroleum Institute, 2000.

[7] Skozrit I.: Numeričko modeliranje pukotina u metalnim i polimernim materijalima, Doktorski rad, FSB Zagreb, 2011.

[8] Lesičar T.: Analiza cjelovitosti kućišta ventila, Diplomski rad, FSB Zagreb, 2009.

[9] Galić I.: Procjena radnog vijeka kućišta ventila, Doktorski rad, FSB Zagreb, 2012.

[10] Kršćanski S.: Analiza uvjeta nastanka pukotina i model procjene vijeka trajanja konstrukcija, Doktorski rad, Rijeka, 2013.

[11] Sorić J.: Metoda konačnih elemenata, Golden marketing-Tehnička knjiga, Zagreb,2004.

[12] Simulia. „Getting Started with Abaqus: Interactive Edition“. *Getting Started with Abaqus: Interactive Edition*, 2012., str. 4.50-4.54.

[13] Bonačić F.: Analiza zamora krajnje polne ploče sinkronog hidrogeneratora, Završni rad poslijediplomskog specijalističkog studija, FSB Zagreb, 2014.

[14] STL. *Fe-Safe 6 Fatigue Theory Reference Manual*. Sv. 2, 2014.

[15] Čakmak D.: Rainflow metoda, Seminarski rad iz kolegija "Mehanika loma i oštećenja", FSB Zagreb, 2014.

[16] Vukelić G.: Numerička analiza procesa širenja pukotina konstrukcija, Doktorska disertacija, Rijeka, 2011.

[17] SINTAP, Structural Integrity Assessment Procedure, Final Report, ESIS, 1999.

[18] Ohyama, T., i ostali. „Effects of cyclic loading on the strength of all-ceramic materials.“ *The International journal of prosthodontics*, sv. 12, izd. 1, 1999., str. 28–37.

[19] Silva, A. „Advanced Methodologies for the Fatigue Analysis of Representative Details of Metallic Bridges“. *PhD Thesis*, sv. Doctor, 2015.

[20] Alfirević I.: Linearna analiza konstrukcija, FSB Zagreb, 2003.

[21] Tonković Z.: Numerička analiza konstrukcija, Predavanja, FSB Zagreb, 2014.

[22] Newman, J. C., i I. S. Raju. *NASA Technical Memorandum 85793*. izd. April, 1984.

[23] Fadljević M.: Utjecaj debljine ploče na vrijednosti faktora intenziteta naprezanja duž 3D-ravne fronte pukotine, FSB Zagreb, 2009.

[24] Shen, G., i W. R. Tyson. „Ligament-Yield Load of Plates and Cylinders With an Axial Semi-Elliptical Flaw“. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, sv. 18, izd. 7–8, 1995., str. 777–787, doi:10.1111/j.1460-2695.1995.tb00903.x.

[25] Tonković, Zdenko, i ostali. „Influence of flow stress choice on the plastic collapse estimation of axially cracked steam generator tubes“. *Nuclear Engineering and Design*, sv. 238, izd. 7, 2008., str. 1762–1770, doi:10.1016/j.nucengdes.2008.01.008.

[26] Pustaić D., Tonković Z., Wolf H.: Mehanika deformabilnih tijela - 2. Čvrstoća elemenata konstrukcija, FSB Zagreb, 2014.

[27] Sorić J.: Nelinearna numerička analiza konstrukcija, Predavanja, FSB Zagreb, 2015.

[28] http://pressurevesseltech.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1854315

[29] M. Staat, Local and global collapse pressure of longitudinally flawed pipes and cylindrical vessels, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 82, 3, 217-225, 2005.

[30] Y.-J. Kim, D.-J. Shim, N.-S. Huh, Y.-J. Kim, Plastic limit pressures for cracked pipes using finite element limit analyses, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 79, 5, 321-330, 2002.

[31] Eren, Ş. E., i ostali. „Differences in the Assessment of Plastic Collapse in BS 7910: 2005 and R6/FITNET FFS Procedures“. *Proceedings of the ASME 2011 Pressure Vessels and Piping Division Conference*, 2011., str. 1–28, doi:10.1115/PVP2011-57255.

[32] Kim, Yun Jae, i ostali. „Elastic-plastic fracture mechanics method for finite internal axial surface cracks in cylinders“. *Engineering Fracture Mechanics*, sv. 71, izd. 7–8, 2004., str. 925–944, doi:10.1016/S0013-7944(03)00159-0.

[33] Pravilnik o pregledima i ispitivanju opreme pod tlakom (NN 138/2008)

PRILOZI

I. CD-R disc