

# Mehanizam nastanka strijelne rane

---

**Tonc, Antun**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:258392>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-02**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Antun Tonc

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

**ZAVRŠNI RAD**

Voditelj rada:  
prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

Student:  
Antun Tonc

Zagreb, 2017.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno, koristeći znanja stečena na studiju i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se voditeljici rada prof. dr. sc. Tanji Jurčević Lulić na pruženoj pomoći i savjetima tijekom pisanja ovog završnog rada.

Zahvaljujem se svojim roditeljima i obitelji na podršci tijekom studija i pisanja završnog rada. Posebno se zahvaljujem i svojoj djevojci Rebeci na podršci, strpljenju i razumijevanju tijekom studija i tijekom pisanja ovog rada.

Antun Tonc



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Antun Tonc**

Mat. br.: 0035190730

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Mehanizam nastanka strijelne rane**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Mechanism of gunshot wound**

Opis zadatka:

Terminalna balistika bavi se proučavanjem međudjelovanja projektila i cilja, a u slučajevim kada je cilj biološko tkivo, naziva se balistika rane. Mehanizmi nastanka ozljede vatrenim oružjem su vrlo složeni te se u njihovom istraživanju koriste eksperimentalne, analitičke i numeričke metode. Modeliranje nastanka strijelne rane i ponašanja projektila u biološkom tkivu ima veliku važnost kod primjene u forenzičnoj medicini, kirurgiji te biomedicinskom inženjerstvu.

U radu je potrebno:

- Opisati biomehaniku nastanka rane te osnovne mehanizme oštećenja tkiva u srazu s projektilom.
- Opisati matematičke modele koji predviđaju ponašanje projektila u biološkom tkivu te navesti, objasniti i usporediti izraze za određivanje trajektorije projektila, brzine i dubine penetracije, volumena kavitacije, disipacije energije, efektivnog tlaka i naprezanja kod kojeg dolazi do razaranja tkiva.

Potrebno je navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

30. studenog 2016.

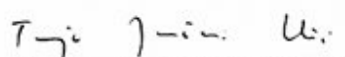
Rok predaje rada:

1. rok: 24. veljače 2017.
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2017.
3. rok: 22. rujna 2017.

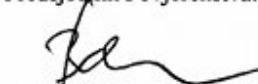
Predviđeni datumi obrane:

1. rok: 27.2. - 03.03. 2017.
2. rok (izvanredni): 30. 06. 2017.
3. rok: 25.9. - 29. 09. 2017.

Zadatak zadao:

  
Prof.dr.sc. Tanja Jurčević Lulić

Predsjednik Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Igor Balen

# Sadržaj

<b>Sadržaj</b>	<b>I</b>
<b>Popis slika</b>	<b>III</b>
<b>Popis simbola</b>	<b>IV</b>
<b>Sažetak</b>	<b>VII</b>
<b>1 Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2 Osnove balistike</b>	<b>2</b>
2.1 Streljivo i oružje . . . . .	2
2.1.1 Metak . . . . .	2
2.1.2 Oružje . . . . .	4
2.2 Unutarnja balistika . . . . .	5
2.2.1 Proces izbacivanja (ispaljivanja) projektila . . . . .	5
2.2.2 Zadatak i metode unutarnje balistike . . . . .	6
2.3 Posredna balistika . . . . .	6
2.3.1 Pojave pri izlijetanju zrna iz cijevi . . . . .	6
2.4 Vanjska balistika . . . . .	7
2.4.1 Položaj projektila . . . . .	7
2.4.2 Jednadžbe gibanja . . . . .	8
2.4.3 Stabilnost i stabilizacija zrna . . . . .	9
2.4.4 Vanjska balistika fragmenata . . . . .	11
<b>3 Mehanizam nastanka strijelne rane</b>	<b>12</b>
3.1 Opis eksperimenta u balistici rane . . . . .	12
3.1.1 Materijali u balistici rane . . . . .	12
3.1.2 Mjerni uređaji . . . . .	13
3.2 Osnovne veličine i odnosi . . . . .	13
3.2.1 Površinska gustoća . . . . .	13
3.2.2 Energija zrna i prenesena energija . . . . .	14
3.2.3 Lokalni prijenos energije . . . . .	14
3.3 Gibanje projektila i nastanak privremene šupljine . . . . .	15
3.3.1 Zrna stabilnog oblika ispaljena iz dugocijevnog oružja . . . . .	15

3.3.2	Deformirajuća i fragmentirajuća zrna ispaljena iz dugocijevnog oružja. . .	17
3.3.3	Zrna ispaljena iz kratkocijevnog oružja. . . . .	18
3.3.4	Fragmenti i slični projektili. . . . .	19
3.4	Pojave u cilju nakon pogotka . . . . .	19
3.4.1	Puls tlaka . . . . .	19
3.4.2	Pulsiranje privremene šupljine . . . . .	20
3.4.3	Zone oštećenja . . . . .	20
3.4.4	Izlazne rane . . . . .	21
3.4.5	Sudar s kosti . . . . .	22
3.4.6	Kontaktna rana . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Modeliranje nastanka strijelne rane</b>	<b>24</b>
4.1	Modeli translacije projektila . . . . .	24
4.1.1	Model penetracije pri maloj brzini . . . . .	24
4.1.2	Model penetracije pri velikoj brzini . . . . .	25
4.1.3	Model penetracije pri srednjoj brzini . . . . .	26
4.1.4	Sturdivanov model . . . . .	27
4.1.5	Segletesov model . . . . .	28
4.1.6	Petersov model . . . . .	30
4.1.7	Usporedba modela . . . . .	31
4.2	Modeli rotacije projektila . . . . .	32
4.2.1	Roecker-Ricchiazzi model . . . . .	33
4.2.2	Weinacht-Cooper model . . . . .	34
4.2.3	Usporedba modela . . . . .	36
4.3	Modeliranje cilja nakon sudara . . . . .	36
4.3.1	Širenje pulsa tlaka . . . . .	36
4.3.2	Promjer šupljine . . . . .	37
4.3.3	Poluteorijski pristup određivanju volumena šupljine . . . . .	38
4.3.4	Empirijski pristup određivanja mase oštećenog tkiva . . . . .	39
4.3.5	Duljina uskog kanala . . . . .	40
4.3.6	Modeliranje cilja - prednosti i nedostaci . . . . .	40
<b>5</b>	<b>Zaključak</b>	<b>42</b>
	<b>Literatura</b>	<b>43</b>

## Popis slika

2.1	Uzdužni presjek metka i njegovi dijelovi [7] . . . . .	2
2.2	Geometrija zrna za kratkocijevno i dugocijevno oružje [8, 9] . . . . .	3
2.3	Presjeci zrna različitih konstrukcija [7] . . . . .	4
2.4	Promjene veličina tijekom ispaljivanja zrna [2] . . . . .	5
2.5	Zrno i plinovi pri izlasku iz cijevi [2] . . . . .	7
2.6	Koodinatni sustav s ucrtanim primjerom putanje zrna [2] . . . . .	8
2.7	Kut napada i kut incidencije [2] . . . . .	8
2.8	Komponente ubrzanja zrna u $x$ - $y$ ravnini [2] . . . . .	9
2.9	Sile na zrno u letu kroz fluid [2] . . . . .	10
2.10	Precesija i nutacija zrna [2] . . . . .	10
2.11	Smanjivanje kuta incidencije tijekom leta zrna kroz zrak [15] . . . . .	10
2.12	Stabilizacija otporom zraka [2] . . . . .	11
3.1	Tipične privremene šupljine uzrokovane zrnom stabilnog oblika ispaljenog iz dugocijevnog oružja [2] . . . . .	16
3.2	Sile na zrno u gustom mediju [2] . . . . .	17
3.3	Tipična privremena šupljina uzrokovana deformirajućim zrnom ispaljenim iz dugocijevnog oružja [2] . . . . .	18
3.4	Tipičan dijagram pulsiranja tlaka u cilju [2] . . . . .	20
3.5	Zone oštećenja tkiva [2] . . . . .	21
3.6	Orijentacija zrna pri izlasku iz tijela i izlazne rane [15] . . . . .	22
3.7	Nastanak mjehura plina između kože i lubanje [17] . . . . .	23
4.1	Koordinatni sustav i komponente toka materijala oko projektila u Roecker-Ricchiazzi modelu [22] . . . . .	33
4.2	Grafički prikaz rješenja Weinacht-Cooper modela [23] . . . . .	35
4.3	Ovisnost promjera privremene šupljine o brzini projektila [24] . . . . .	38
4.4	Ovisnost volumena privremene šupljine o brzini projektila [24] . . . . .	39
4.5	Grafički prikaz veze mase odstranjenog tkiva i energije prenesene cilju [25] . . . . .	40



## Popis simbola

Oznaka	Opis	Mjerna jedinica
$\alpha$	Faktor ovisnost čvrstoće o brzini deformacije	-
$\delta$	Kut napada	-
$\dot{\Psi}$	Precesija	$s^{-1}$
$\dot{\epsilon}$	Brzina deformacije	$s^{-1}$
$\dot{\epsilon}_c$	Karakteristična brzina deformacije	$s^{-1}$
$\kappa$	Član koji određuje ponašanje projektila s obzirom na uvjete sudara	-
$\mu$	Dinamička viskoznost	Pa s
$\mu_V$	Koeficijent volumena šupljine	$m^3J^{-1}$
$\omega$	Kutna brzina	$s^{-1}$
$\Psi$	Kut incidencije	-
$\Psi_{01}, \Psi_{02}$	Kutovi incidencije na početku penetracije	-
$\Psi_0$	Kut incidencije na početku penetracije	-
$\rho$	Gustoća	$kgm^{-3}$
$\sigma_{el}$	Granica elastičnosti	$Nmm^{-2}$
$\tau$	Polovica peroida pulsa tlaka	s
$A$	Površina na kojoj djeluje otpor gibanja projektilu	$m^2$
$a$	Ubrzanje projektila	$ms^{-1}$
$a_1$	Bočno ubrzanje projektila	$ms^{-1}$
$b$	Debljina sloja kapljevine	m
$b_T$	Faktor oblika u Segletesovom modelu	-
$C_1$	Faktor proporcionalnosti dinamičke viskoznosti i brzine	-
$C_2$	Faktor proporcionalnosti debljine sloja kapljevine viskoznosti i brzine	-
$C_D$	Faktor oblika	-

$C_d$	Koeficijent proporcionalnosti brzine projektila i promjera šupljine	s
$C_I$	Faktor inercijske komponente u Sturdivanovom modelu	-
$C_M$	Koeficijent proporcionalnosti momenta na projektil i kvadrata brzine	kg
$C_p$	Faktor tlaka	-
$C_V$	Faktor viskozne komponente u Sturdivanovom modelu	-
$D$	Promjer projektila	mm
$d$	Promjer šupljine	m
$D_6$	Karakterističan promjer projektila u Petersovom modelu	mm
$D_c$	Karakterističan promjer projektila	mm
$E$	Energija projektila	J
$E_{ab}$	Energija prenesena s projektila na cilj	J
$E'_{ab}$	Lokalni prijenos energije	$\text{Jm}^{-1}$
$E_a$	Energija projektila neposredno prije sudara	J
$E_b$	Energija projektila nakon što završi gibanje kroz cilj	J
$F$	Sila otpora gibanju projektila	N
$G$	Težina	N
$g$	Ubrzanje Zemljine gravitacije	$\text{ms}^{-2}$
$J_x$	Moment tromosti zrna oko uzdužne osi	$\text{kgm}^2$
$J_z$	Moment tromosti s obzirom na poprečnu os	$\text{kgm}^2$
$J_{M\Psi}$	Koeficijent ovisnosti momenta na projektil i kuta incidencije	kg
$k$	Kalibar	mm
$k_T$	Faktor oblika u Segletesovom modelu	-
$l$	Duljina zrna	m
$l_{UK}$	Duljina uskog kanala	m
$M$	Faktor ovisnosti kutnog ubrzanja i kuta incidencije	-

$m$	Masa projektila	kg
$M_0$	Moment prevrtanja zrna	Nm
$M_L$	Stabilizacijski girokopski moment	Nm
$M_{odstr}$	Masa odstranjenog oštećenog tkiva	kg
$M_z$	Moment sile otpora s obzirom na poprečnu os	Nm
$p$	Tlak	$\text{Nmm}^{-2}$
$p_{max}$	Najveći iznos tlaka udarnog zvučnog vala	Pa
$q$	Površinska gustoća	$\text{kgm}^{-2}$
$R$	Faktor korelacije za statistički izvedene izraze	-
$R$	Čvrstoća materijala cilja u Segletesovom modelu	$\text{Nmm}^2$
$r$	Udaljenost od mjesta sudara projektila i cilja	m
$r_0$	Udaljenost od mjesta sudara projektila i cilja na kojoj se postiže najveći tlak	m
$s$	Dubina penetracije u cilj	m
$s_{max}$	Maksimalna dubina penetracije	m
$t$	Vrijeme	s
$V$	Volumen šupljine	$\text{m}^3$
$v$	Brzina projektila	$\text{ms}^{-1}$
$v_0$	Brzina projektila na početku penetracije	$\text{ms}^{-1}$
$v_6$	Karakteristična brzina penetracije u Petersovom modelu	$\text{ms}^{-1}$
$v_c$	Karakteristična brzina penetracije	$\text{ms}^{-1}$
$v_a$	Brzina projektila neposredno prije sudara	$\text{ms}^{-1}$
$v_x, v_y, v_z$	Komponente brzine u smjeru koordinatnih osi	$\text{ms}^{-1}$
$x, y, z$	Koordinatne osi	-

## Sažetak

Balistika je grana mehanike koja proučava gibanje projektila i povezane pojave. Dio balistike usmjeren na proučavanje sudara projektila i cilja naziva se terminalna balistika, a posebna subspcijalizacija kod koje je cilj tijelo živog bića je balistika rane. Dakle, balistika rane opisuje gibanje projektila nakon sudara sa živim bićem i mehaničke posljedice tog sudara na tijelo živog bića.

Osnove balistike iznesene su u prvom dijelu rada. Prikazana je opća struktura oružja i streljiva, ukratko je objašnjen rad oružja i izveden je osnovni model gibanja projektila kroz zrak. Time su određeni uvjeti sudara projektila i cilja.

U drugom dijelu rada detaljno je opisan sudar projektila i živog tkiva, odnosno materijala koje simulira njegovo ponašanje. Posebno su naglašene razlike između sudara projektila koji su ispaljeni iz različitog oružja. Zatim su opisane posljedice sudara na živo tkivo i nekoliko mehanizama oštećivanja živog tkiva.

Treći dio rada sastavljen je od više modela koji opisuju pojedine pojave povezane sa sudarom (gibanje projektila, oblik i volumen rane, tlak u cilju). Za svaki je model prikazana teorijska podloga, izrazi na temelju kojih su modeli postavljeni i iznesena su ograničenja svakog modela. Modeli su međusobno uspoređeni s obzirom na njihovu točnost i uvjete primjene. Konačno, iznesene su neke ideje za daljnji razvoj modela.

Ključne riječi: balistika, terminalna balistika, balistika rane, mehanizam ranjavanja.

# 1 Uvod

Balistika je grana mehanike koja proučava gibanje projektila i povezane pojave, pri čemu se projektilom smatra bilo koje tijelo izbačeno u prostor djelovanjem neke sile. Iako ovakva definicija uključuje i objekte iz svakodnevnog života (i iako oni svakako podliježu zakonima balistike), balistika u prvom redu proučava gibanje projektila izbačenih iz vatrenog oružja (streljačkog i topničkog) [1].

S obzirom na trenutni položaj projektila, balistika se dijeli na nekoliko grana [2]:

- a) unutarnja (interna) balistika, koja proučava ubrzanje projektila unutar oružja i druge događaje povezane tim dijelom gibanja,
- b) posredna balistika, koja proučava događaje neposredno nakon izlaska projektila iz oružja, dok pojave vezane uz ubrzanje još utječu na ostatak gibanja,
- c) vanjska (eksterna) balistika, koja proučava let projektila od trenutka prestanka događaja u i oko oružja na njegov let do pogotka u cilj i
- d) balistika cilja (terminalna balistika), koja proučava interakciju projektila i cilja.

Ako je cilj koji projektil pogada tijelo živog čovjeka ili životinje, radi se o posebnoj grani unutar balistike cilja koja se naziva balistika rane [2]. Ozljede nastale djelovanjem projektila nazivaju se strijelne rane. Ako projektil prođe kroz tijelo rana je prostrijelna, a ako se zaustavi u tijelu ustrijelna [3].

Balistika rane je ograničena na djelovanje projektila iz streljačkog oružja. Razlog tomu je činjenica da nikoji dio ljudskog tijela nema ni približno dovoljnu čvrstoću da se odupre razornom djelovanju topničkog projektila. Međutim, posredan učinak topničkog streljiva, različiti fragmenti, ulaze u područje istraživanja.

Cilj inženjerskog promatranja balistike rane je povezivanje fizikalnih veličina u trenutku pogotka s posljedicama na tijelo. Na temelju toga nastoji se postaviti što točniji model s ciljem previđanja ponašanja projektila i štete uzrokovane pogotkom [4]. Zbog složenosti problema istraživanja se u velikoj mjeri oslanjaju na eksperimente [2], a neki autori idu toliko daleko da ovaj rad nazivaju *zbirom aproksimacija* [5].

## 2 Osnove balistike

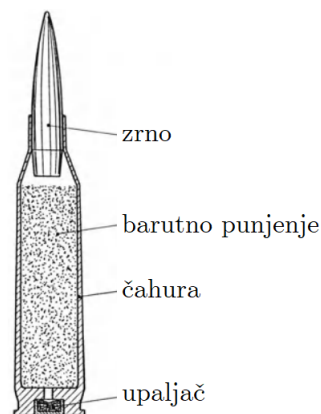
Prije konkretnog promatranja problema balistike rane potrebno je upoznati se s građom i funkcijom streljiva i oružja, te osnovama unutarnje, posredne i vanjske balistike. Njima su direktno određeni uvjeti sudara, a time i posljedice sudara u materijalu cilja.

### 2.1 Streljivo i oružje

Streljivo i oružje zapravo su dvije komponente jednog sustava, za koji se na fizikalnoj razini može reći da mu je zadaća transport energije do cilja i obavljanje rada na cilju. Konstrukcijom streljiva određen je potencijal za obavljanje tog zadatka, dok konstrukcija oružja utječe na to kako se potencijal iskorištava.

#### 2.1.1 Metak

Metak je sklop koji se umeće u oružje, što je ključan korak u pripremi oružja za aktivaciju [2]. Svaki se metak sastoji od zrna, barutnog punjenja, upaljača i čahure (slika 2.1) [6].



Slika 2.1. Uzdužni presjek metka i njegovi dijelovi [7]

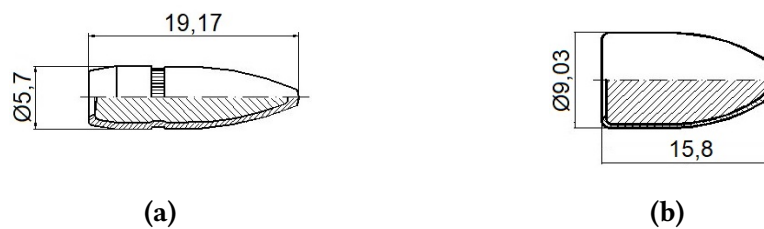
U europskom sustavu nomenklature, oznaka za identifikaciju metka sastavljena je od [2]:

- kalibra ( $k$ ), nazivnog promjera zrna u milimetrima,
- duljine čahure u milimetrima (nekada se izostavlja) i
- dodatnih oznaka.

Na primjer, 5,56x45 NATO označava metak kalibra 5,56 milimetara kojem je čahura duga 44,7 milimetara i standardno je streljivo snaga NATO saveza.

**Zrno.** Zrno je dio metka koji se nakon aktivacije oružja odvaja od ostatka sustava i postaje projektil. Općenito, funkcija mu je prikupljanje energije u oružju, transport energije do cilja uz što manje gubitke i obavljanje rada na cilju.

Prva karakteristika koja utječe na prijenos energije između zrna i cilja su gabariti zrna, odnosno njihov međusobni omjer. Iz tehničkih i zakonskih razloga omjer duljine i promjera (kalibra) zrna veći je kod zrna za dugocijevno oružje (slika 2.2a) u odnosu na zrna za kratkocijevno oružje (slika 2.2b) [2].



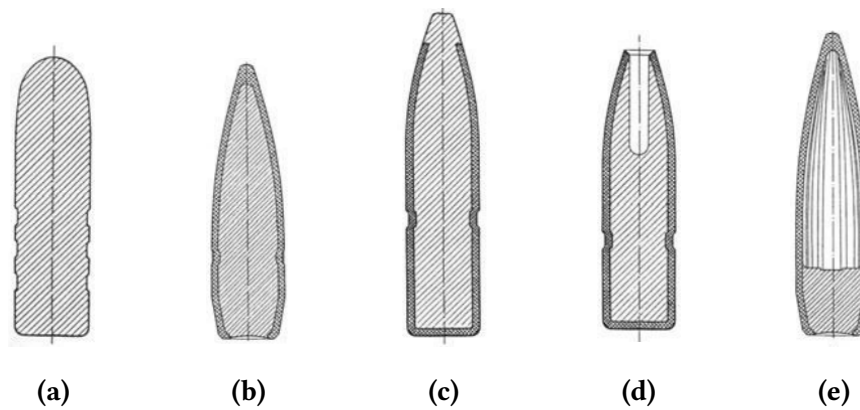
**Slika 2.2.** Geometrija zrna za kratkocijevno i dugocijevno oružje: a) tipično zrno za dugocijevno oružje [8], b) tipično zrno za kratkocijevno oružje [9]

Osim dimenzija, vrlo je važno i ponašanje zrna pri sudaru, a ono je određeno njegovom strukturom. Broj različitih konstrukcija je prevelik da bi se posebno analiziralo ponašanje svake od njih (slika 2.3), pa se zrna prema željenom ponašanju nakon sudara dijele na zrna stabilnog oblika, deformirajuća zrna i fragmentirajuća zrna. Treba imati na umu da se isto zrno pri različitim uvjetima sudara može ponašati na različite načine, što znači da se na temelju poznavanja konstrukcije ne može sa sigurnošću predvidjeti ponašanje zrna [2].

Materijali od kojih se izrađuju zrna su najčešće olovo i njegove legure te mjedi. Košuljice presvučenih zrna izrađuju se od bakra, bakrovih legura i čelika. Zrna posebnih namjena zahtijevaju i posebne materijale, pa se može raditi o polimerima (zrna za vježbu gađanja) ili čeliku i volframu (probojna zrna) [2].

**Barutno punjenje.** Barutno punjenje je izvor energije vatrenog oružja, a sam barut je praškasta zapaljiva smjesa. U suvremenom se oružju ne koristi obični (crni) barut, nego različiti bezdimni baruti. U odnosu na crni barut oni izgaranjem oslobađaju veću toplinu, a produkti izgaranja su im gotovo isključivo plinovi [10].

**Upaljač.** Upaljač je komponenta metka koja osigurava jednoliko i potpuno izgaranje barutnog punjenja. Radi se o eksplozivnoj tvari osjetljivoj na trenje i udarce smještenoj u metalnom kućištu s otvorom prema barutnom punjenju [2].



**Slika 2.3.** Presjeci zrna različitih konstrukcija [7]: a) jednodijelno zrno, b) potpuno presvučeno zrno, c) djelomično presvučeno zrno, d) djelomično presvučeno zrno sa šupljim vrhom, e) probojno zrno

**Čahura.** Čahura je kućište metka i ima niz funkcija u radu oružja. Osim zrna i cijevi oružja, jedina je u neposrednom kontaktu s plinovima tijekom izgaranja, te na taj način štiti mehanizme oružja od korozivnog djelovanja. Izbacivanjem čahure iz oružja odvodi se znatna količina topline i sprječava se pregrijavanje oružja. Osim toga služi i za transport, pozicioniranje i usmjeravanje zrna [2].

### 2.1.2 Oružje

Svo vatreno oružje sastoji se od nekoliko osnovnih komponenata [2]:

- cijevi s komorom za ispaljivanje,
- mehanizma za aktivaciju oružja sa sigurnosnim uređajima i
- sustava za punjenje i učvršćivanje streljiva.

Cijev je centralni element oružja, a na njenom kraju koji se nalazi unutar oružja nalazi se komora za ispaljivanje. Unutar cijevi zrno ubrzava, pri čemu ga ona usmjerava [2]. Uloga ostalih elemenata očita je iz njihovih imena, pa ovdje nije dodatno izložena.

Streljačko oružje je vatreno oružje kojim se služi pojedinac. Dijeli se na dugocijevno (dugo) i kratkocijevno (kratko) oružje [11]. Prema Zakonu o oružju Republike Hrvatske, kratkocijevno oružje je ono kojem duljina cijevi iznosi manje od 30 cm, a ukupna duljina manje od 60 cm. Dugocijevno oružje ima duljinu cijevi veću od 30 cm ili ukupnu duljinu veću od 60 cm [12]. Među kratkocijevno oružje ubijaju se revolveri, pištolji i kratke strojnice, a u dugocijevno puške, puškostrojnice i strojnice [11].

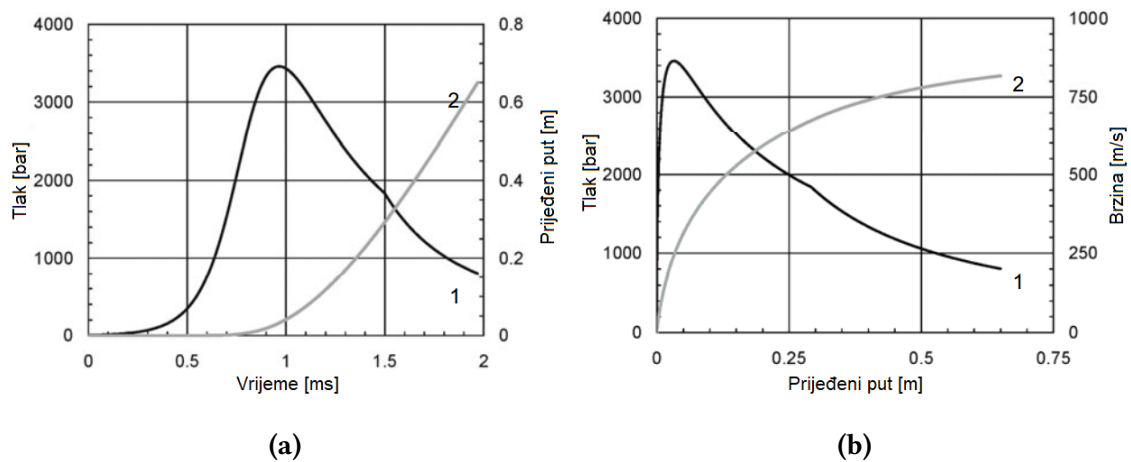


## 2.2 Unutarnja balistika

Unutarnja balistika proučava ubrzanje zrna dok se ono nalazi unutar cijevi oružja i sve povezane pojave i događaje. U pravilu ne utječe izravno na nastanak rane [2], pa je ovdje iznesena zbog cjelovitosti i samo na kvalitativnoj razini.

### 2.2.1 Proces izbacivanja (ispaljivanja) projektila

Proces izbacivanja projektila iz vatrenog oružja započinje udarcem igle u upaljač, koji zatim eksplođira i zapali barut. Izgaranjem nastaju dimni plinovi, a zbog malog volumena u kojem se nalaze tlak im naglo raste. Zrno je u steznom spoju s čahurom, pa se sve do postizanja određenog tlaka ne pomiče. Kada tlak dosegne tu vrijednost, zrno počinje ubrzavati i volumen dostupan dimnim plinovima se povećava. Promjena tlaka od tog trenutka ovisi o odnosu brzine izgaranja (odnosno brzine stvaranja dimnih plinova) i brzine povećanja volumena. Nakon što zrno izađe iz cijevi, tlak u njoj naglo pada [2]. Tipičan dijagram promjene tlaka u cijevi oružja te brzine i ubrzanja zrna prikazan je na slici 2.4.



**Slika 2.4.** Promjene veličina u cijevi tijekom ispaljivanja zrna [2]: a) ovisnost tlaka (1) i prijeđenog puta zrna (2) o vremenu, b) ovisnost tlaka (1) i brzine zrna (2) o prijeđenom putu

Zbog toga što je proces izbacivanja projektila povezan s izgaranjem, proces izbacivanja projektila naziva se ispaljivanje [13].

## 2.2.2 Zadatak i metode unutarnje balistike

Unutarnja balistika treba osigurati što efikasniju pretvorbu kemijske energije baruta u kinetičku energiju projektila. To se najprije odnosi na potpuno izgaranje barutnog punjenja prije nego što zrno izađe iz cijevi, ali je potrebno voditi računa i o brzini izgaranja.

Zrno veće mase sporije ubrzava, što znači da se volumen koji je na raspolaganju dimnim plinovima sporo povećava, odnosno da tlak u cijevi oružja brzo raste. Stoga se brzina izgaranja baruta mora podesiti tako da vršni tlak ne ošteti oružje. S druge strane, lagana zrna brzo ubrzavaju, pa je radi postizanja dovoljno visokog tlaka potrebno osigurati i brzo izgaranje baruta [2].

Osim iznosa tlaka, za ubrzanje zrna bitno je i vrijeme djelovanja tlaka na zrno, odnosno trajanje ubrzanja. Ako je cijev oružja dulja, dulje je i vrijeme ubrzanja zrna, pa ono pri izlazu iz cijevi ima veću brzinu. Iz tog razloga zrna ispaljena iz dugocijevnog oružja obično pri sudaru s ciljem imaju veću brzinu od onih ispaljenih iz kratkocijevnog oružja. Međutim, zbog velikog broja različitih kombinacija metaka i oružja, kao i zbog usporavanja zrna tijekom leta, moguća su odstupanja od ovog pravila [2].

Iz slike 2.4 vidi se da su uvjeti tijekom ubrzanja zrna ekstremni (kratko trajanje, visoki tlakovi, velike brzine i ubrzanja), što znači se pri matematičkom modeliranju ne mogu koristiti klasične inženjerske jednadžbe zasnovane na promatranju stacionarnih pojava. Umjesto njih, koriste se modificirane jednadžbe koje uzimaju u obzir odstupanja od idealnih uvjeta [4].

Primjena rezultata dobivenih tom analizom odražava se na konstrukciju oružja kroz geometriju cijevi, a na konstrukciju streljiva kroz izbor mase, sastava smjese i geometrije čestica baruta [2].

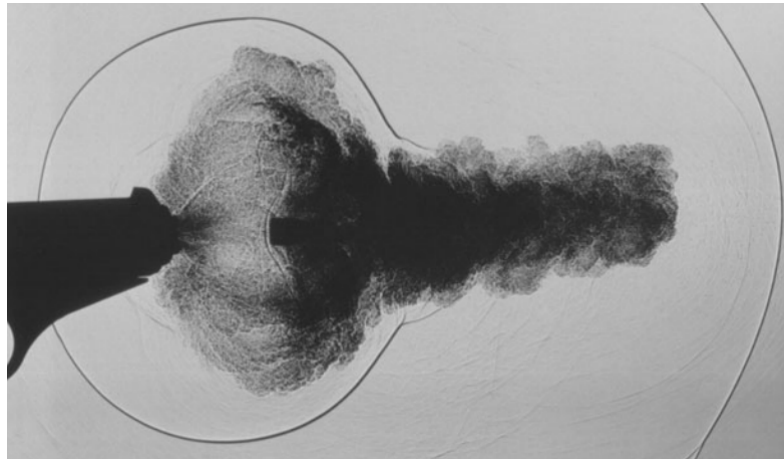
## 2.3 Posredna balistika

Posredna balistika obrađuje međusobnu vezu događaja povezanih s aktivacijom oružja i gibanja zrna nakon što ono izađe iz cijevi. Utjecaj posredne balistike na mehanizam nastanka rane ograničen je samo na slučajeve kada je cilj u neposrednoj blizini oružja tijekom ispaljivanja.

### 2.3.1 Pojave pri izlijetanju zrna iz cijevi

**Tok plinova iz cijevi.** Prije samog zrna, iz cijevi oružja izlazi mješavina zraka koji se nalazio u cijevi prije ispaljivanja metka i dimnih plinova koji su prošli kroz prostor između zrna i cijevi. Nakon izlaska iz cijevi ta mješavina ekspandira i zatim usporava, a potom je zrno prestiže (slika

2.5). Ovi plinovi dodatno ubrzavaju metak, a zbog nejednolikog rasporeda tlaka sa svih strana zrna uzrokuju i malu bočnu silu [2].



**Slika 2.5.** Zrno i plinovi pri izlasku iz cijevi [2]

**Bljesak.** Pri vrhu cijevi nakon okidanja uočava se bljesak. On je uzrokovan ili izlaskom zrna iz cijevi prije nego što je sav barut izgorio ili zapaljenjem dimnih plinova u kontaktu s kisikom iz zraka.

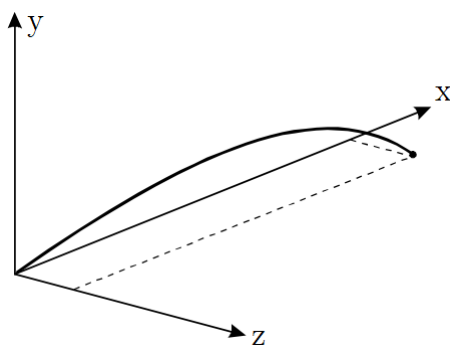
## 2.4 Vanjska balistika

Vanjska balistika proučava gibanje projektila od početka slobodnog leta do trenutka kontakta s ciljem, što znači da funkcijski određuje uvjete sudara projektila i cilja. Konkretno, radi se o brzini i orijentaciji projektila, koje imaju znatan utjecaj na nastanak rane [2], a kontinuirano se mijenjaju tijekom leta kroz zrak. Zbog toga je vanjska balistika, osim na kvalitativnoj, iznesena i na (pojednostavljenoj) kvantitativnoj razini.

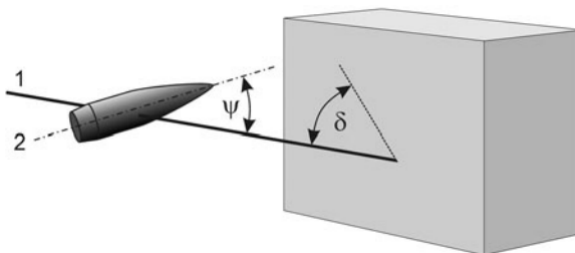
### 2.4.1 Položaj projektila

U najvećem dijelu putanje prema cilju gibanje projektila može se promatrati kao gibanje točke (težišta). Za opisivanje takvog gibanja dovoljno je poznavati tri prostorne koordinate, za to se koristi pravokutni koordinatni sustav vezan za površinu Zemlje. Osi  $x$  i  $z$  tangente su površine Zemlje, dok je os  $y$  okomita na nju (slika 2.6).

U blizini cilja gibanje projektila promatra se kao gibanje krutog tijela. Ako se radi o projektilu pravilnog oblika (zrna), za potpuno određivanje položaja uvode se još dvije koordinate, kut na-



**Slika 2.6.** Koodinatni sustav s ucrtanim primjerom putanje zrna [2]



**Slika 2.7.** Kut napada i kut incidencije [2], (1) putanja težišta, (2) uzdužna osi zrna

pada i kut incidencije. Kut napada  $\delta$  je kut između putanje težišta zrna i površine cilja, a kut incidencije  $\Psi$  je kut između putanje težišta i uzdužne osi zrna (slika 2.7) [2].

## 2.4.2 Jednadžbe gibanja

Dok leti kroz zrak, na projektil djeluju težina, otpor zraka i bočna sila [2]. Težina uvijek djeluje prema površini Zemlje, odnosno u negativnom smjeru osi  $y$ . Iznos joj je

$$G = mg, \quad (2.1)$$

gdje je  $m$  masa zrna, a  $g$  ubrzanje Zemljine gravitacije [14]. Otpor zraka djeluje u smjeru suprotnom brzini i iznosi

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho v^2 A, \quad (2.2)$$

gdje je  $\rho$  gustoća zraka,  $v$  brzina zrna,  $C_D$  faktor oblika i  $A$  referentna površina na kojoj djeluje otpor zraka. Bočna sila djeluje u smjeru osi  $z$  i očituje se kroz bočno ubrzanje  $\vec{a}_1$  [2].

Kada se ove sile uvrste u drugi Newtonov zakon [14]

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}, \quad (2.3)$$

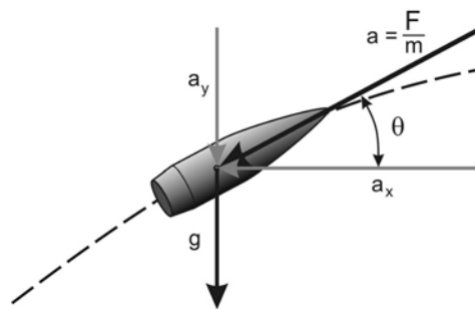
i podijeli s masom dobiva se ubrzanje zrna. Rastavljanjem na komponente u smjeru koordinatnih osi (slika 2.8) dobiva se sustav [2]

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{F}{m} \frac{v_x}{v}, \quad (2.4a)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{F}{m} \frac{v_y}{v} - g, \quad (2.4b)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\frac{F}{m} \frac{v_z}{v} + a_1. \quad (2.4c)$$

Predznaci pojedinih komponenti ubrzanja u ovom sustavu mijenjaju se tijekom leta projektila, a ovdje su zapisani u skladu sa slikama 2.6 i 2.8.



Slika 2.8. Komponente ubrzanja zrna u  $x$ - $y$  ravnini [2]

Integriranjem tih jednadžbi i uvrštavanjem rubnih uvjeta u potpunosti se opisuje let težišta zrna kroz zrak.

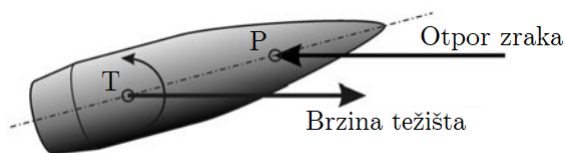
Za preciznije određivanje gibanja projektila koriste se model sa šest stupnjeva slobode ili modificirana putanja težišta [4].

### 2.4.3 Stabilnost i stabilizacija zrna

Otpor zraka ne djeluje u težištu zrna, nego u središtu pritiska, nekoj točki na pravcu koji povezuje vrh zrna s težištem. To znači da otpor zraka ima moment u odnosu na težište, te da taj moment nastoji okrenuti (prevrnuti) zrno oko poprečne osi (slika 2.9). Zaključuje se da je položaj zrna u kojem se ono ispaljuje položaj labilne ravnoteže i da ga iz tog položaja može nepovratno izbaciti i mali poremećaj.

Kako bi se zrno ipak nastavilo gibati u početnom položaju, potrebno je na njega djelovati suprotnim, stabilizirajućim momentom. Stabilizacija se može ostvariti na dva načina, giroskopski ili otporom zraka [2].

**Giroskopska stabilizacija.** Ako se zrno rotira oko svoje osi kutnom brzinom  $\omega$  i na njega ne djeluje nikakav moment, ono nastavlja svoje gibanje bez pojave precesije. Međutim, ako na njega



**Slika 2.9.** Sile na zrno u letu kroz fluid [2], na slici je s T označeno težište, a P centar pritiska

djeluje moment  $\vec{M}_0$  (moment otpora zraka) okomit na uzdužnu os dolazi do precesije  $\vec{\Psi}$  (slika 2.10) definirane izrazom

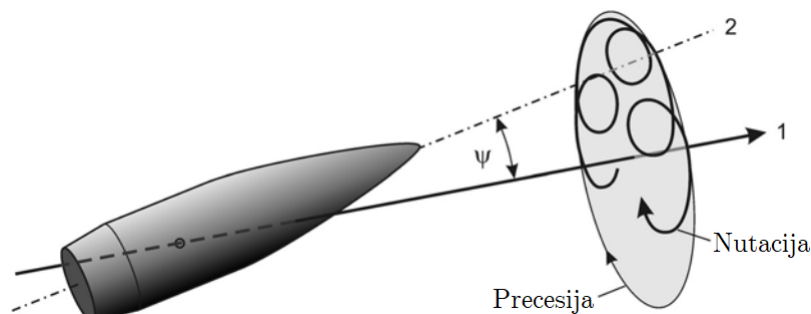
$$\vec{M}_0 = \vec{\Psi} \times J_x \cdot \vec{\omega} \quad (2.5)$$

gdje je  $J_q$  lateralni moment tromosti zrna. Prema D'Alambertovom principu u jednadžbe ravnoteže uvrštava se i moment  $\vec{M}_L$

$$\vec{M}_L = -\vec{\Psi} \times J_x \cdot \vec{\omega} \quad (2.6)$$

koji sprječava prevrtanje uslijed djelovanja momenta  $\vec{M}_0$  [14].

Do promjene gibanja može doći i uslijed nekih drugih poremećaja, poput vjetrova ili prolaska kroz kap kiše. Gibanje izazvano takvim poremećajem naziva se nutacija i superponira se precesiji (slika 2.10).



**Slika 2.10.** Precesija i nutacija zrna [2]

Kut incidencije  $\Psi$  ovisi i o precesiji i o nutaciji. Nakon ispaljivanja iznosi nekoliko stupnjeva i tijekom leta se konstantno smanjuje (slika 2.11). Zbog toga što otpor zraka opada brže od kutne brzine  $\omega$  zrno tijekom leta postaje sve stabilnije. Giroskopska stabilizacija nekada može stabilizirati zrno čak i kada se ono odbije od tvrde prepreke.



**Slika 2.11.** Smanjivanje kuta incidencije tijekom leta zrna kroz zrak [15]

Rotacija zrna oko vlastite osi postiže se urezivanjem spiralnih žljebova u cijev oružja. Promjer zrna zapravo je malo veći od kalibra, pa se žljebovi urezuju u zrno i rotiraju ga [2].

**Stabilizacija otporom zraka.** Stabilizaciju projektila otporom zraka može se postići oblikovanjem na nekoliko načina, a za balistiku rane zanimljiva je stabilizacija projektila s ravnom prednjom plohom. Zasniva se na nejednolikoj raspodjeli tlaka i može stabilizirati projektil kod malih kutova incidencije. Ako kut incidencije prijeđe određenu vrijednost, raspodjela tlaka može djelovati i destabilizirajuće (slika 2.12). Ovakav se način stabilizacije koristi kod relativno malog broja zrna, ali njime se objašnjavaju neke pojave vezane za nastanak rane [2].



**Slika 2.12.** Stabilizacija otporom zraka [2]. Tamna strelica predstavlja redukciju tlaka na prednju plohu u silu, a svjetla moment te sile oko težišta (T)

#### 2.4.4 Vanjska balistika fragmenata

Fragmenti su tijela koja nastaju u eksplozijama, fragmentiranjem zrna ili sudarima zrna s tvrdim materijalom. Fragmenti mogu biti prirodni, najčešće ostatci kućišta eksplozivnih projektila, ili predoblikovani, ugrađeni u eksplozivni projektil. Gibanje fragmenta kao zasebnog tijela uvijek počinje izvan oružja, pa opis gibanja fragmenta prije sudara s ciljem u potpunosti pripada u vanjsku balistiku.

Budući da je povezana s eksplozijom ili sudarom, početna brzina fragmenata je visoka, ali i brzo opada. S obzirom da pri letu fragmenta nema nikakvog sustava stabilizacije, fragmenti se kontinuirano rotiraju, pri čemu ni os rotacije nije stalna. U trenutku sudara s ciljem, fragmenti imaju nasumičnu orijentaciju. Na sličan se način gibaju i zrna ispaljena iz vatrenog oružja ako iz nekog razloga izgube stabilnost [2].

### 3 Mehanizam nastanka strijelne rane

Utvrđivanje mehanizma nastanka strijelne rane primarni je cilj balistike rane, neovisno o namjeni i primjeni prikupljenih informacija.

Već je na prvi pogled jasno da se radi o složenoj interakciji između projektila i cilja, procesu koji u vrlo kratkom vremenu uključuje elastoplastičnu deformaciju i lom anizotropnog materijala. Vrijeme trajanja sudara iznosi oko 1 ms, ubrzanje više od  $10^6$  m/s<sup>2</sup>, a sile više od  $10^4$  N. Budući da teoretska razmatranja u takvim uvjetima teško mogu dati pouzdane modele, postavljanje biomehaničkog modela zasniva se na provođenju kontroliranih eksperimenata [2].

Nastanak rane može se promatrati iz perspektive projektila i iz perspektive cilja. Kombinacijom oba pristupa dobiva se potpuna slika procesa.

#### 3.1 Opis eksperimenta u balistici rane

Tipičan eksperiment u balistici rane je ispaljivanje zrna u cilj koji imitira ponašanje tkiva i bilježenje promjena na zrnu i u materijalu cilja tijekom i nakon sudara. Uz to, važno je korištenje opreme koja omogućuje precizno mjerenje u ranije spomenutim uvjetima. Na temelju tih podataka računaju se iznosi veličina koje nije moguće mjeriti.

##### 3.1.1 Materijali u balistici rane

U prošlosti su se za simuliranje tkiva koristili kadaveri, životinje i voda, ali su ta sredstva napuštena zbog tehničkih ili etičkih problema. Primjerice, mehanička svojstva kadavera različita su od svojstava živog tkiva, a ovise i o načinu konzervacije. Rezultati istraživanja na životinjama ne mogu se sa sigurnošću primijeniti na ljude zbog različite anatomije i histološke slike tkiva. I kod kadavera i kod životinja problematične su heterogenost i anizotropnost, jer mogu utjecati na rezultate i otežati ponavljanje pokusa. Voda se, s obzirom na to da je fluid, mehanički ponaša znatno drugačije od živih tkiva, pa su rezultati takvih ispitivanja ograničeno primjenjivi.

Danas se za simuliranje ponašanja mekih tkiva koriste želatina i sapun. Deformacije koje se javljaju u tim materijalima dobro aproksimiraju deformacije uočene u ljudskom tkivu, a međusobno se razlikuju po ponašanju. Naime, želatina ima veliko elastično područje, pa su i deformacije uzrokovane penetracijom projektila gotovo u potpunosti elastične. Nasuprot tome, sapun ima malo elastično područje, pa je veliki dio deformacija plastičan. Ove razlike s jedne strane omogućuju



različite pristupe mjerenju deformacija (tijekom ili nakon penetracije projektila), a s druge strane odgovaraju ponašanju različitih tkiva (primjerice, mišićno tkivo je elastično, dok je živčano izrazito plastično). Načinom pripreme moguće je utjecati na svojstva želatine i sapuna, ali još nema konsenzusa o tome koji postupak pripreme daje svojstva najbližija onima ljudskih tkiva.

Za simuliranje ponašanja kostiju koriste se umjetne kosti originalno namijenjene za trening kirurga. One se izrađuju od poliuretana, strukturom i oblikom imitiraju ljudske kosti [2].

### 3.1.2 Mjerni uređaji

Dimenzije i masu projektila mjeri se uobičajenim metodama. Momenti tromosti određuju se rotirajućim njihalom (period titranja povezan je s momentom tromosti), a težište pomicanjem projektila po oštrom rubu i traženjem položaja kod kojeg on ostaje u ravnoteži. Ako je struktura projektila jednostavna, momenti tromosti i položaj težišta mogu se i izračunati.

Za praćenje položaja projektila koriste se ili dvije visokobrzinske kamere ili jedna kamera i zrcalo postavljeno pod kutom od  $45^\circ$ . Time je omogućeno snimanje trenutnog položaja projektila u dvije ravnine, obično međusobno okomite s presjecištem u predviđenoj putanji projektila. Na temelju položaja projektila može se odrediti i brzina i ubrzanje, a pomoću tih veličina računa se energiju i sile [2]. Po potrebi, u sustav se dodaju senzori za mjerenje ostalih veličina.

## 3.2 Osnovne veličine i odnosi

Za ispravno tumačenje pojava uočenih pri provođenju eksperimenata potrebno je razjasniti i određeni broj osnovnih veličina i odnosa, pa su izneseni u ovom potpoglavlju. S obzirom da je gibanje težišta projektila kroz cilj približno pravocrtno, iznad vektorskih veličina izostavljene su strelice, jer su sve međusobno paralelne.

### 3.2.1 Površinska gustoća

Površinska gustoća  $q$  definirana je kao omjer mase projektila  $m$  i površine projekcije zrna na ravninu okomitu na brzinu  $A$  (ova je površina ekvivalentna površini na koju djeluje sila otpora gibanju projektila)

$$q = \frac{m}{A}. \quad (3.1)$$

S obzirom da površina  $A$  ovisi o trenutnoj orijentaciji projektila može se zaključiti da se površinska gustoća  $q$  mijenja tijekom leta.

U slučaju stabilnog leta zrna površina  $A$  jednaka je površini poprečnog presjeka, pa se pomoću kalibra može izraziti kao

$$q = \frac{4m}{k^2\pi}. \quad (3.2)$$

Ista jednadžba vrijedi i za let sferičnog projektila, ali je u tom slučaju površinska gustoća konstantna [2].

### 3.2.2 Energija zrna i prenesena energija

Projektil u letu ima samo kinetičku energiju, pri čemu je energija rotacije zanemarivo mala u odnosu na energiju translacije. Prema tome energija projektila je

$$E = \frac{mv^2}{2} \quad (3.3)$$

i predstavlja osnovni potencijal za ranjavanje.

Energija koja se utroši na stvaranje rane je energija koju projektil preda cilju  $E_{ab}$ , a iznosom je jednaka razlici energije koju zrno ima u trenutku prije sudara  $E_a$  i energije koju ima nakon što završi gibanje kroz cilj  $E_b$

$$E_{ab} = E_a - E_b. \quad (3.4)$$

Dakle, radi se o udjelu potencijala iskorištenog za ranjavanje. Ako se projektil zaustavi u cilju sva energija koju je imalo iskorištena je za stvaranje rane [2].

### 3.2.3 Lokalni prijenos energije

Osim ukupne prenesene energije između projektila i cilja, za nastanak rane bitna je i raspodjela prenesene energije po prijađenom putu, odnosno duljini kanala rane. Veličina kojom se ta raspodjela opisuje naziva se lokalni prijenos energije i definirana je s

$$E'_{ab} = \frac{dE_{ab}}{ds}. \quad (3.5)$$

Budući da je energija koju cilj primi iznosom jednaka energiji koju zrno izgubi, vrijedi

$$E'_{ab} = -\frac{dE}{ds} = -\frac{d\left(\frac{mv^2}{2}\right)}{ds} = -\frac{d\left(\frac{m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2}{2}\right)}{ds} = -\frac{m}{2} \cdot 2 \frac{ds}{dt} \frac{d^2s}{dt^2} = -m \cdot \frac{d^2s}{dt^2} = -ma = -F. \quad (3.6)$$

Pod pretpostavkom da zrno u materijalu cilja usporava na jednak način kao i kroz zrak (ova je pretpostavka objašnjena kasnije), utjecajem sile otpora gibanju kroz fluid (2.2) i njenim uvrštavanjem u drugi Newtonov zakon dobiva se ubrzanje zrna

$$a = \frac{1}{2}C_D\rho v^2 \frac{A}{m} = \frac{1}{2}C_D\rho v^2 \frac{1}{q}. \quad (3.7)$$

Uvrštavanjem te jednadžbe u jednadžbu (3.6) dobiva se izraz za lokalni transfer energije

$$E'_{ab} = -\frac{mv^2}{2}C_D\rho \frac{1}{q} = -EC_D\rho \frac{1}{q}. \quad (3.8)$$

Na temelju izloženoga uočava se jedna od osnovnih pravilnosti

$$E'_{ab} \propto \frac{E}{q}. \quad (3.9)$$

Dakle, intenzitet prijenosa energije s projektila na cilj u svakom je trenutku proporcionalan trenutnoj energiji projektila i obrnuto proporcionalan površinskoj gustoći [2].

### 3.3 Gibanje projektila i nastanak privremene šupljine

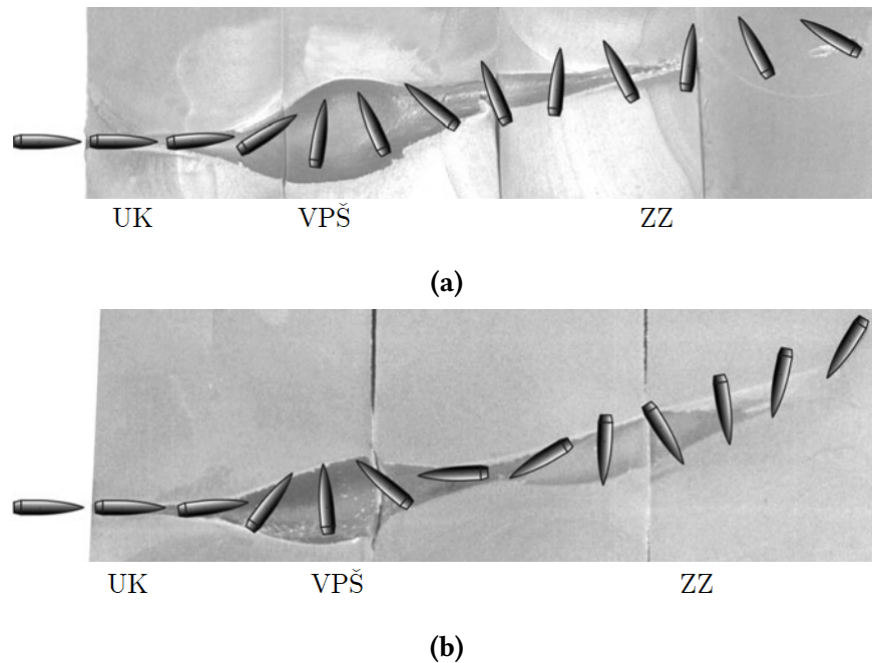
Proučavanjem gibanja projektila, u skladu s jednadžbom (3.6), dobiva se i informacije o tome koliko je energije predano cilju. U izravnoj vezi s time je i nastanak privremene šupljine, a koja povratno utječe na otpor gibanja projektila. Zbog toga su gibanje projektila i privremena šupljina zajedno opisani u ovom potpoglavlju..

Pojam privremena šupljina implicira postojanje i neprivremene, trajne šupljine. Njen nastanak, kao i svi ostali događaji povezani s privremenom šupljinom, izneseni su kasnije u tekstu.

S obzirom na opisane razlike između projektila (konstrukcije različitog ponašanja pri sudaru, omjer duljine i promjera zrna) i oružja (utjecaj duljine cijevi na brzinu i energiju zrna) razlikuje se i gibanje projektila, odnosno nastale privremene šupljine. Gibanje i učinak zrna ispaljenih iz dugocijevnog oružja predstavlja opći slučaj, pa je opisano detaljno. Ponašanje zrna ispaljenih iz kratkocijevnog oružja i fragmenata opisano je kroz razlike u odnosu na opći slučaj.

#### 3.3.1 Zrna stabilnog oblika ispaljena iz dugocijevnog oružja

Tipične šupljine koje uzrokuju zrna stabilnog oblika ispaljena iz dugocijevnog oružja prikazane su na slici 3.1, a na njima se mogu uočiti tri područja. Na slici su prikazane i orijentacije zrna na različitim dubinama unutar šupljine.



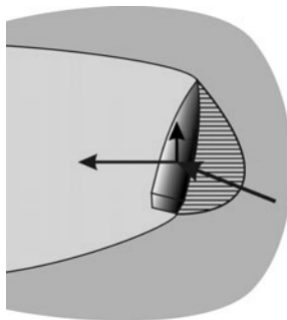
**Slika 3.1.** Tipične privremene šupljine uzrokovane zrnom stabilnog oblika ispaljenog iz dugocijevnog oružja [2], a) najveći kut incidencije je oko  $180^\circ$ , b) kut incidencije veći od  $270^\circ$

**Uski kanal (UK).** Prvo područje šupljine je uski kanal. Nastaje zbog naglog porasta tlaka na vrhu zrna i odbijanja materijala medija od površine zrna. Budući da je kontakt cilja i zrna ograničen samo na malu površinu na vrhu zrna, moment prevrtanja zrna je relativno mali i najviše ovisi o kutu incidencije u trenutku sudara i to tako da se s povećanjem kuta incidencije povećava i moment prevrtanja. Sve dok je giroskopski stabilizacijski moment zrna veći od momenta prevrtanja, zrno ostaje stabilno i kut incidencije se ne povećava. Promjer uskog kanala je 1,5 do 2,5 puta veći od promjera zrna, a tuplja zrna i zrna veće energije stvaraju šire uske kanale.

**Velika privremena šupljina (VPŠ).** Usporavanjem zrna povećava se kontaktna površina, sila na zrno, moment prevrtanja i kut incidencije. Ovaj slijed događaja čini pozitivnu povratnu spregu, pa zrno brzo dolazi u položaj pri kojem je u kontaktu s medijem po traci duž cijele bočne plohe. Povećanjem kontaktne površine opada površinska gustoća (jednadžba 3.1), zbog čega raste lokalni prijenos energije (jednadžba 3.8). Posljedično, u tom položaju zrna dolazi do stvaranja velike privremene šupljine, drugog karakterističnog područja šupljine.

Uslijed inercije, pri okretanju zrna baza se zabija u cilj, čemu se on opire momentom u suprotnom smjeru, pa se gibanje zrna može smatrati prigušenom oscilacijom oko težišta. Kut incidencije obično iznosi između  $90^\circ$  i  $180^\circ$  (slika 3.1a), ali kod vitkih zrna velike inercije može preći i  $270^\circ$  (slika 3.1b).

Kada je zrno okomito na brzinu, na njega djeluju najveće sile, pa se zrno može deformirati ili fragmentirati čak i ako nije konstruirano za takvo ponašanje. Zbog toga što sile nisu jednoliko raspodijeljene po duljini zrna (slika 3.2) reakcija tkiva ima i bočnu komponentu. Ako je bočna komponenta veća od trenja, težište zrna skreće s pravocrtne putanje. Ova je pojava više izražena kod zrna s većim omjerom duljine i promjera.



Slika 3.2. Sile na zrno u gustom mediju [2]

**Zaustavljanje zrna (ZZ).** Zadnje područje šupljine formira se pri zaustavljanju zrna. Uslijed usporenja smanjuje se inercija zrna, pa ono dolazi u položaj okomit na putanju i oscilira oko težišta bez velike promjene kuta incidencije. Pri tome nastaje druga privremena šupljina, koja je, zbog toga što je energija zrna manja, znatno manjeg volumena od prve. Što se zrno sporije giba, to je kontaktna površina s medijem veća, a neposredno pred zaustavljanje medij potpuno okružuje zrno. Promjer šupljine tada je manji od kalibra zrna. Zrno se zaustavlja u položaju okomitom na putanju, ali ga vakuum šupljine povlači unazad i rotira tako da je vrh zrna okrenut prema ulazu u cilj [2].

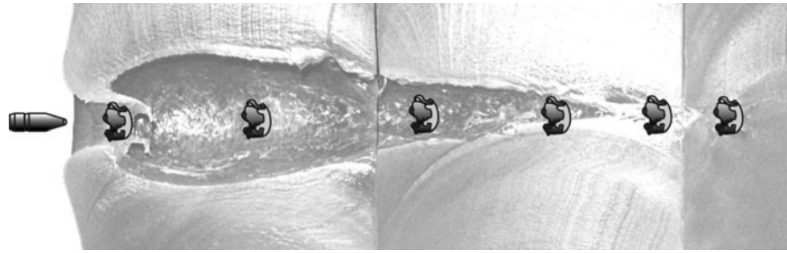
### 3.3.2 Deformirajuća i fragmentirajuća zrna ispaljena iz dugocijevnog oružja.

Deformirajuća i fragmentirajuća zrna mijenjaju oblik pod utjecajem visokog tlaka na vrhu zrna u trenutku sudara. Pri tome deformirajuća zrna imaju konstantnu ili približno konstantnu masu, dok se fragmentirajuća raspadaju na dva ili više dijelova od kojih najveći može imati masu i upola manju od početne.

Energija koja se utroši na deformaciju zrna mali je dio ukupne energije i ne uzima se u obzir u ovom razmatranju.

**Deformirajuća zrna.** Tipična šupljina nastala djelovanjem deformirajućeg zrna prikazana je na slici 3.3. Na njoj se vidi da zbog brze deformacije uskog kanala uopće nema. Deformacijom se povećava prednja površina, površinska gustoća opada i intenzitet prijenosa energije je velik.

Nastaje velika šupljina, kojoj se promjer smanjuje s dubinom. Zrno je stabilizirano raspodjelom sila fluida na prednju plohu, pa je kroz homogeni cilj putanja pravocrtna. Ako je cilj nehomogen, zrno skreće s pravca.



**Slika 3.3.** Tipična privremena šupljina uzrokovana deformirajućim zrnom ispaljenim iz dugocijevnog oružja [2]

**Fragmentirajuća zrna.** I kod fragmentiranja zrna dolazi do porasta površinske gustoće, pa je i u tom slučaju intenzitet prijenosa energije viši u odnosu na zrna stabilnog oblika. Razlika u odnosu na deformirajuća zrna je u tome što se svaki fragment odvaja od početne putanje i stvara vlastiti kanal rane [2].

### 3.3.3 Zrna ispaljena iz kratkocijevnog oružja.

Zrna ispaljena iz kratkocijevnog oružja gibaju se na način sličan gibanju zrna iz drugocijevnog oružja. Međutim, zbog razlika u konstrukciji i energiji privremene šupljine nisu uvijek jednake.

**Zrna stabilnog oblika.** Kada su u pitanju zrna stabilnog oblika, najveća razlika je manje povećanje površinske gustoće pri okretanju zrna u položaj okomit na brzinu, zbog toga što je omjer duljine i promjera zrna manji. Posljedica toga je i manja sila na zrno, odnosno manje intenzivan prijenos energije na cilj, ali i manja privremena šupljina. Manjim intenzitetom gubitka energije očuvana je sposobnost duboke penetracije.

**Deformirajuća i fragmentirajuća zrna.** Ponašanje i gibanje deformirajućih i fragmentirajućih zrna ispaljenih iz kratkocijevnog oružja ne razlikuje se od onog iz dugocijevnog oružja. Zbog manje energije koju zrna imaju manje je intenzivan i prijenos energije, pa je manja i privremena šupljina. Zbog stabilnosti zrna šupljina je ravna, a promjer joj se smanjuje s duljinom.

**Cilindrična zrna.** Cilindrična zrna, koja se obično koriste u sportu, stabilizirana su rasporedom sila otpora fluida na prednjoj plohi. To ih čini vrlo stabilnima tijekom prolaska kroz medij, pa im je površinska gustoća približno konstantna. Šupljine su u tom slučaju ravne, razmjerno duge i promjera najvećeg na ulazu u cilj [2].

### 3.3.4 Fragmenti i slični projektili.

**Sferični fragmenti.** Sferični projektili znatno pojednostavljaju opći model gibanja, jer se pri njihovom proučavanju mogu zanemariti brojni utjecajni faktori (primarno kut incidencije), a površinska gustoća im je stalna. Rane nastale sferičnim predoblikovanim fragmentima stoga stvaraju šupljine kojima se promjer pravilno sužuje s dubinom.

**Ostali fragmenti.** Nesferični predoblikovani fragmenti i prirodni fragmenti najčešće su prizmatičnog oblika. Budući da nisu stabilni tijekom leta kroz zrak, u trenutku sudara s ciljem imaju nasumičnu orijentaciju. Međutim, čim prodru u gusti medij stabiliziraju se rasporedom sila otpora fluida, na isti način kao i zrna stabilnog oblika ispaljena iz dugocijevnog oružja u zadnjem dijelu kanala. Tada im je površinska gustoća konstantna, pa se promjer rane pravilno smanjuje s dubinom kanala.

**Nestabilna zrna.** Nestabilna zrna tijekom leta nemaju pravilnu orijentaciju, što ih čini sličnima fragmentima. Pri sudaru s ciljem ne stvaraju uski kanal i odmah nakon sudara okreću se okomito na putanju i zaustavljaju se na način sličan kao i stabilna zrna. Najveća privremena šupljina nastaje odmah nakon ulaska zrna u medij, a s obzirom na veliku količinu energije koju zrno nosi, može biti veća od one uzrokovane stabilnim zrnom [2].

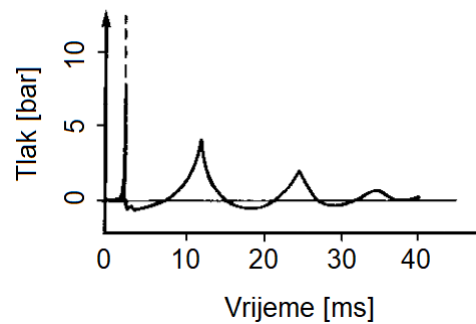
## 3.4 Pojave u cilju nakon pogotka

Reakcija cilja na pogodak ovisi o više čimbenika, ali primarno se radi o mehaničkim svojstvima materijala od kojeg je cilj načinjen. Kada je cilj tijelo živog bića u obzir treba uzeti i anatomske strukturu pogođenog mjesta.

Pojave u ciljevima koji simuliraju tkiva u principu su analogne pojavama u tijelima živih bića. Kod takvih je pojava moguće upravljanje nad svim parametrima, pa su osim kvalitativnog opisa pogodne i za modeliranje. S druge strane su pojave koje su usko vezane uz strukturu tijela, pa ih je i relativno teško simulirati. Opis tih pojava zasniva se na iskustvima iz prakse.

### 3.4.1 Puls tlaka

Neposredno nakon pogotka projektila u cilj, prije stvaranja privremene šupljine, kroz cilj se širi puls tlaka. Amplituda mu je vrlo visoka, a brzina kojom prolazi kroz cilj obično je veća od brzine zvuka (zbog čega ga se naziva i zvučnim udarnim valom). Velika brzina vala znači i naglo postiza-



**Slika 3.4.** Tipičan dijagram pulsiranja tlaka u cilju [2]

nje maksimuma, što se događa u nekoliko mikrosekundi (slika 3.4). Širenjem vala kroz materijal opada gustoća energije, pa je njegova amplituda sve manja s porastom udaljenosti od pogođenog mjesta [2].

Puls tlaka ne pomiče materijal, zbog čega šteta koju uzrokuje nije laku uočljiva. Na njegovo je djelovanje najosjetljivije živčano tkivo. Kada se projektil zaustavi u nekom obliku tjelesne zaštite ovo je jedini mehanizam ranjavanja [16].

### 3.4.2 Pulsiranje privremene šupljine

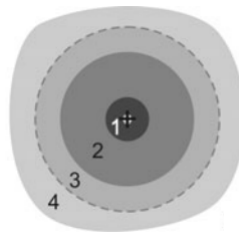
U početnom dijelu sudara, kada se projektil giba vrlo brzo, medij se odbija od njega i nastaje privremena šupljina. Promjer do kojega se širi ovisi o modulu elastičnosti tkiva koje je pogođeno, a nakon dostizanja najvećeg promjera šupljina se urušava. Pri stvaranju prve šupljine obično nije iskorištena sva energija koju projektil preda cilju, pa nastaje i druga, manja šupljina. Proces se ponavlja nekoliko puta, a broj ponavljanja ovisi o unutarnjem trenju tkiva. U fazi s pulsiranjem šupljine kroz cilj se šire i pulsevi tlaka, ali su manje amplitude i brzine u odnosu na zvučni udarni val. Period im se kreće u rasponu od nekoliko milisekundi (slika 3.4). U šupljini je isprva vakuum, a zatim u nju ulazi zrak [2].

Utjecaj privremene šupljine ovisi o njenoj anatomskoj lokaciji, odnosno svojstvima tkiva na koja djeluje. U elastičnim tkivima (poput mišića) šteta je manja nego u plastičnim tkivima (živčano tkivo). Osim toga, šteta je zbog stlačivosti manja na organima ispunjenima plinom (pluća), u odnosu na organe ispunjene kapljevinom (probavni trakt, mjehur) [15, 17].

### 3.4.3 Zone oštećenja

Nakon zaustavljanja projektila, u tkivu se oko njegove putanje radijalno šire tri zone s različitim razinama oštećenja (slika 3.5).





**Slika 3.5.** Zone oštećenja tkiva, (1) trajna šupljina, (2) zona ekstravazacije, (3) rastegnuto, ali neoštećeno tkivo, (4) nepromijenjeno tkivo [2]

Najbliža putanji je zona uništenog tkiva, odnosno trajni kanal (šupljina) rane. Tumačenje nastanka trajne šupljine razlikuje se u literaturi, pa se može naći objašnjenja o pucanju tkiva zbog prevelikog rastezanja [2, 15] i lomu uslijed visokog pritiska u tkivu na mjestu kontakta s projektilom [16]. Promjer trajne šupljine je znatno manji od promjera privremene šupljine, ali su uvijek međusobno proporcionalni [2].

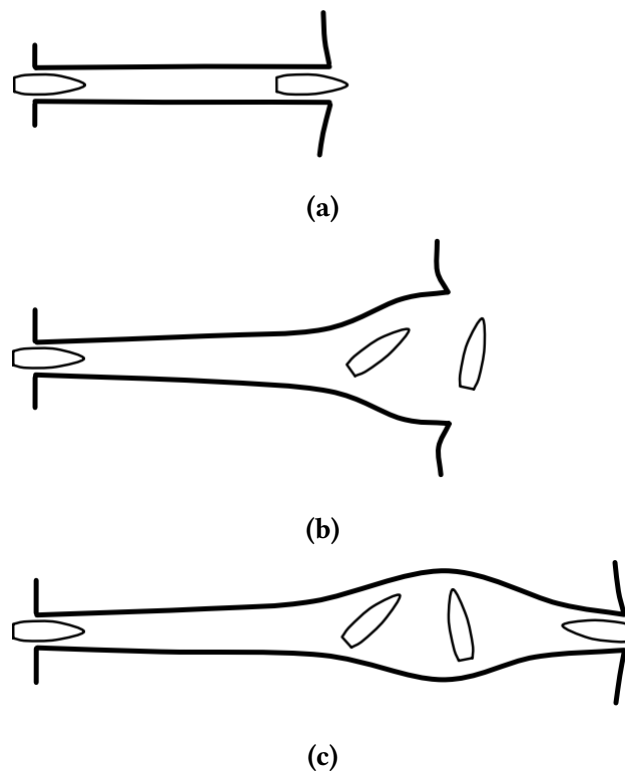
Oko trajne šupljine nalazi se zona ekstravazacije (krv prodire u tkivo). Mehanizam nastanka ozljede je deformacija, koja je dovoljna samo za oštećivanje krvnih kapilara. Ne uočava se makroskopska šteta na tkivu.

Daljnijim udaljavanjem od trajektorije projektila dolazi se u zonu u kojoj je tkivo doživjelo deformaciju, ali ona nije bila dovoljna za stvaranje primjetne štete. Okružena je tkivom u kojem tijekom i nakon formiranja privremene šupljine nisu nastupile nikakve promjene [2].

#### 3.4.4 Izlazne rane

Izlazne rane nastaju djelovanjem istih sila kao i kod privremenih šupljina, ali njihov je izgled određen anatomskom lokacijom pogotka projektila. To se prvenstveno odnosi na debljinu pogođenog dijela tijela, kojom je određena orijentacija projektila u trenutku izlaska iz tijela (slika 3.6).

Ako je dio tijela kroz koji zrno prolazi dovoljno tanak, šupljina se sastoji samo od uskog kanala, pa je izlazna rana mala (slika 3.6a). Slična rana nastaje i kada zrno prolazi kroz deblji dio tijela i u trenutku izlaska ima kut incidencije oko  $180^\circ$  (slika 3.6c). Nasuprot tomu, velika izlazna rana nastaje kada je zrno u trenutku izlaska zbog prevrtanja okomito na putanju (slika 3.6b).



**Slika 3.6.** Orijentacija zrna pri izlasku iz tijela i izlazne rane [15], a) zrno izlazi iz tijela prije nego se kut incidencije značajno povećao, b) zrno izlazi iz tijela u trenutku kada kut incidencije iznosi oko  $90^\circ$ , c) zrno izlazi iz tijela kada je kut incidencije oko  $180^\circ$

### 3.4.5 Sudar s kosti

Sudar projektila s kosti stvara neke specifične karakteristike u rani. Ako je kalibar zrna manji od promjera kosti, kost puca uslijed porasta tlaka u koštanoj srži. Kada su u pitanju kosti bez koštane srži u njima ostaju rupe nazubljenih rubova. Eventualni odlomljeni fragmenti kosti ne stvaraju vlastite šupljine.

Prijenos energije ovisi o energiji projektila i vremenu prolaska kroz kost. Budući da je to vrijeme obrnuto proporcionalno brzini, moguće je da relativno sporo zrno ispaljeno iz kratkocijevnog oružja uzrokuje veću štetu od relativno brzog zrna ispaljenog iz dugocijevnog oružja.

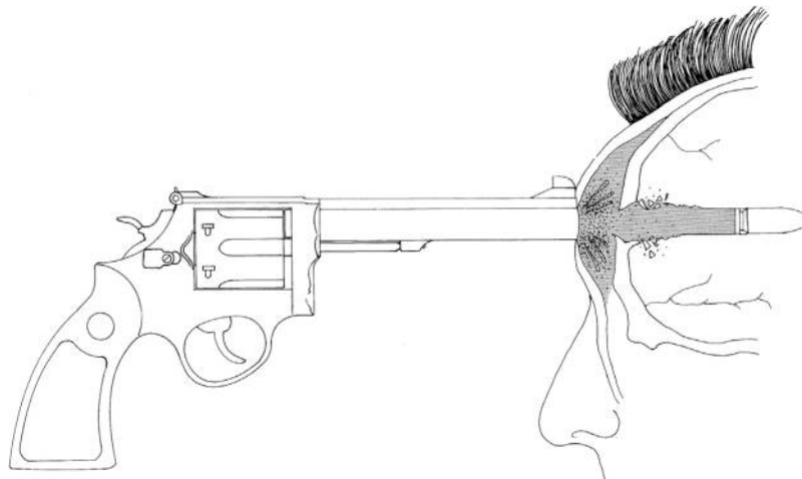
Ako se kost nalazi unutar uskog kanala rane, energija koja se prenosi sa zrna je mala u odnosu na ukupnu energiju. Uski kanal se malo skraćuje, ali nema primjetnih razlika u veličini privremene šupljine [2].

### 3.4.6 Kontaktna rana

Kontaktne strijele rane nastaju kada je kraj cijevi oružja prislonjen uz tijelo ili je u njegovoj blizini u trenutku aktivacije oružja. Kod ovih rana na mehaniku nastanka rane utječu i događaji koji pripadaju u područje posredne balistike.

Temperatura cijevi oružja i plinova koji iz nje izlaze nakon ispaljivanja zrna je dovoljna da uzrokuje opekotine na koži. Zajedno s plinovima iz cijevi izlaze i čađa, neizgoreni barut i čestice metala te se strujom plinova prenose na pogođeno tkivo. Ove karakteristike rane bitne su za kriminalističku analizu.

Plinovi koji izlaze iz oružja utječu na mehanizam nastanka i izgled rane ako uđu u područje između kože i pločaste kosti te tamo ekspaniraju. Dolazi do stvaranja mjehura plina i pojave naprezanja u koži, a ako su ona prevelika koža puca i u njoj nastaje zvjezdasta rana. Najčešće mjesto na kojem nastaju takve rane je glava (slika 3.7) [17].



**Slika 3.7.** Nastanak mjehura plina između kože i lubanje [17]

## 4 Modeliranje nastanka strijelne rane

Modeliranje mehanizma nastanka strijelne rane je, uz kvalitativni opis, temelj za tehničku primjenu uočenih zakonitosti.

Kao i kod kvalitativnog opisa, najprije su izneseni modeli koji opisuju gibanje projektila u cilju, a zatim i modeli koji obrađuju pojave u cilju. Usporedba modela dana je na kraju svake grupe modela.

### 4.1 Modeli translacije projektila

Modeliranje translatornog gibanja projektila kroz cilj zapravo je modeliranje sile kojom se cilj opire prodoru projektila. Kada je poznata sila otpora  $F$ , pomoću drugog Newtonovog zakona određuju se ostale veličine koje opisuju gibanje projektila.

Sila otpora je suma zajedničkog djelovanja inercije, trenja i čvrstoće materijala cilja [2]. Modeli sila razlikuju se po tome koje komponente otpora uključuju, kako ih računaju i koliki im udio daju u ukupnom učinku.

U balistici rane relevantne je veličine prikladno prikazati kao funkcije dubine penetracije  $s$ , jer se na taj način može izračunati njihove iznose na pojedinim položajima unutar cilja. Zbog toga se pri modeliranju gibanja projektila drugi Newtonov zakon ne koristi u uobičajenom obliku

$$F(t) = -m \frac{dv}{dt} \quad (4.1)$$

nego u obliku

$$F(v) = -m \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = -mv \frac{dv}{ds}. \quad (4.2)$$

Odatle se integriranjem dobiva funkcija brzine  $v(s)$ , iz koje se može odrediti maksimalna dubina penetracije, obično pomoću uvjeta  $v(s_{\max}) = 0$ . Negativan predznak upućuje na to da sila otpora djeluje u smjeru suprotnom brzini projektila, odnosno da je ubrzanje uslijed sile otpora uvijek negativna.

#### 4.1.1 Model penetracije pri maloj brzini

Kada je brzina projektila mala, dominantan otpor njegovom gibanju je čvrstoća medija [18]. Da bi projektil nastavio plastično deformirati materijal cilja (odnosno nanositi trajnu štetu) tlak  $p$

u cilju mora biti jednak granici elastičnosti  $\sigma_{el}$ . Pretpostavlja se jednolika raspodjela tlaka po površini na kojoj djeluje  $A$

$$p = \sigma_{el} = \frac{F}{A}, \quad (4.3)$$

što znači da je sila na projektil

$$F = \sigma_{el}A. \quad (4.4)$$

Kada se taj izraz za silu uvrsti u jednadžbu (4.2) dobiva se jednadžba gibanja

$$-mv \frac{dv}{ds} = \sigma_{el}A. \quad (4.5)$$

slijedi integracija od početne brzine  $v_0$  na dubini 0 do trenutne brzine  $v$  na položaju  $x$  (uz pretpostavku da su granica elastičnosti, kontaktna površina i masa projektila konstantni)

$$\int_{v_0}^v v dv = \int_0^s -\frac{\sigma_{el}A}{m} ds \quad (4.6)$$

$$\frac{1}{2} (v^2 - v_0^2) = -\frac{\sigma_{el}A}{m} s$$

i preoblikovanje kako bi se došlo do funkcije za brzinu

$$v(s) = \sqrt{v_0^2 - \frac{2\sigma_{el}A}{m}s}. \quad (4.7)$$

Maksimalna dubina penetracije određena uvjetom  $v(s_{\max}) = 0$  i ona iznosi

$$s_{\max} = \frac{mv_0^2}{2\sigma_{el}A}. \quad (4.8)$$

Kao što je ranije naglašeno, ovaj model može se primijeniti samo kada je brzina projektila mala. U balistici rane taj je uvjet zadovoljen samo neposredno pred zaustavljanje projektila.

#### 4.1.2 Model penetracije pri velikoj brzini

Ako je brzina penetracije velika, projektil mora brzo odbacivati veliku količinu materijala s kontaktne površine [18]. Najveći otpor tada predstavlja inercija materijala cilja. Pri velikim brzinama svi se mediji promatraju kao fluid, pa je sila na projektil jednaka sili otpora fluida prema jednadžbi (2.2).

Do funkcije za brzinu dolazi se uvrštavanjem sile u jednadžbu (4.2)

$$-mv \frac{dv}{ds} = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2, \quad (4.9)$$

zatim integriranjem (pri čemu su sve veličine osim brzine konstantne)

$$\int_{v_0}^v \frac{1}{v} dv = \int_0^s -\frac{1}{2} \cdot \frac{C_D \rho A}{m} ds \quad (4.10)$$

$$\ln\left(\frac{v_0}{v}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_D \rho A}{m} s$$

i konačno preoblikovanjem

$$v(s) = \frac{v_0}{e^{\frac{1}{2} \cdot \frac{C_D \rho A}{m} s}} \quad (4.11)$$

Budući da se prema ovom modelu projektil nikada ne zaustavlja (iako mu brzina teži ka nuli), maksimalnu dubinu penetracije određuje se preoblikovanjem u funkciju

$$s(v) = 2 \cdot \frac{m}{C_D \rho A} \ln\left(\frac{v_0}{v}\right) \quad (4.12)$$

i uvrštavanjem granične brzine  $v_{gr}$  ispod koje projektil više nema dovoljno energije za plastičnu deformaciju cilja

$$s_{\max} = s(v_{gr}) = 2 \cdot \frac{m}{C_D \rho A} \ln\left(\frac{v_0}{v_{gr}}\right) \quad (4.13)$$

Ovaj je model primjenjiv samo za brzine projektila kod kojih se materijal cilja, odnosno pogođeno tkivo, može smatrati fluidom. Zbog toga što ne sadržava komponentu čvrstoće, ne opisuje točno gibanje projektila neposredno prije zaustavljanja.

#### 4.1.3 Model penetracije pri srednjoj brzini

Pri penetraciji srednjom brzinom zamjetan učinak imaju i inercija i čvrstoća materijala cilja [18]. Najjednostavniji način njihovog uključivanja u silu na projektil je zbrajanje sila iz prva dva modela

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 + \sigma_{el} A \quad (4.14)$$

Jednadžba gibanja u tom je slučaju

$$-m v \frac{dv}{ds} = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 + \sigma_{el} A \quad (4.15)$$

i za određivanje brzine potrebno ju je integrirati (pri čemu su sve veličine osim brzine konstantne)

$$\int_{v_0}^v \frac{v}{\frac{1}{2} C_D \rho A v^2 + \sigma_{el} A} dv = \int_0^s -\frac{1}{m} ds \quad (4.16)$$

Integriranje se provodi supstitucijom

$$u = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 + \sigma_{el} A \quad (4.17)$$

čime se dobiva

$$\int_{u_0}^u \frac{1}{C_D \rho A u} du = \int_0^s -\frac{1}{m} ds$$

$$\frac{1}{C_D \rho A} \ln \left( \frac{\frac{1}{2} C_D \rho v_0^2 + \sigma_{el}}{\frac{1}{2} C_D \rho v^2 + \sigma_{el}} \right) = \frac{s}{m}. \quad (4.18)$$

Funkcija za brzinu je

$$v(s) = \sqrt{\frac{2}{C_D \rho} \left( \frac{\frac{1}{2} C_D \rho v_0^2 + \sigma_{el}}{e^{\frac{C_D \rho A}{m} s}} - \sigma_{el} \right)}. \quad (4.19)$$

Izjednačavanjem brzine s nulom dobiva se i maksimalna penetracija

$$s_{\max} = \frac{m}{C_D \rho A} \ln \left( \frac{C_D \rho v_0^2}{2\sigma_{el}} + 1 \right). \quad (4.20)$$

Ovaj model pretpostavlja jednak utjecaj inercije i čvrstoće materijala cilja na silu koja djeluje na projektil pri svim brzinama penetracije, što odstupa od realnog slučaja. Međutim, može se očekivati da dobro opisuje gibanje metka u prijelaznom području brzina kada osim otpora fluida i otpor čvrstoće ima zamjetan učinak.

#### 4.1.4 Sturdivanov model

Sturdivanov model zasniva se na promatranju gibanja projektila u želatini [19]. Ona je tiksotropan materijal, koji pri povišenju tlaka prelazi iz čvrstog u kapljevito stanje, pa se između projektila i čvrstog materijala stvara tanki sloj kapljevine. Dakle, model osim inercije u obzir uzima i otpor uslijed viskoznosti.

Izraz za silu na projektil dobiven je dimenzijskom analizom skupa veličina: gustoća želatine  $\rho$ , dinamička viskoznosti  $\mu$ , debljina sloja kapljevine  $b$ , sila otpora  $F$ , masa projektila  $m$ , površina projekcije projektila na ravninu okomitu na brzinu  $A$  i brzina projektila  $v$ . Rezultat analize je jednadžba

$$\left( \frac{A^{\frac{1}{2}} F}{m v^2} \right) = C_V \left( \frac{A^{\frac{3}{2}} \mu}{m v b} \right) + C_I \left( \frac{\rho A^{\frac{3}{2}}}{m} \right), \quad (4.21)$$

gdje su  $C_V$  i  $C_I$  konstante proporcionalnosti za viskoznu, odnosno inercijsku komponentu. Preoblikovanjem se dobiva sila

$$F = C_V \frac{A \mu}{b} v + C_I \rho A v^2. \quad (4.22)$$

Uvrštavanjem sile u (4.2) dobiva se jednadžba gibanja

$$-m v \frac{dv}{ds} = C_V \frac{A \mu}{b} v + C_I \rho A v^2. \quad (4.23)$$

koju je za određivanje brzine potrebno integrirati

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{C_V \frac{A\mu}{b} + C_I \rho A v} = \int_0^s -\frac{ds}{m}. \quad (4.24)$$

Sve veličine osim brzine, viskoznosti i debljine sloja kapljevine smatraju se konstantnima. Pretpostavlja se linearna ovisnost viskoznosti i debljine sloja kapljevine o brzini

$$\mu = C_1 v, \quad (4.25)$$

$$b = C_2 v, \quad (4.26)$$

gdje su  $C_1$  i  $C_2$  konstante proporcionalnosti. To znači da je omjer

$$\frac{\mu}{b} = \frac{C_1 v}{C_2 v} = \frac{C_1}{C_2} = \text{konst.}, \quad (4.27)$$

pa se i prvi član u nazivniku integrala s lijeve strane ponaša kao konstanta. Integriranje se provodi supstitucijom

$$u = C_V \frac{A\mu}{b} + C_I \rho A v \quad (4.28)$$

$$\int_{u_0}^u \frac{du}{C_I \rho A u} = \int_0^s -\frac{ds}{m} \quad (4.29)$$

čime se dobiva izraz

$$\frac{1}{C_I \rho A} \ln \left( \frac{C_V \frac{A\mu}{b} + C_I \rho A v_0}{C_V \frac{A\mu}{b} + C_I \rho A v} \right) = \frac{s}{m}, \quad (4.30)$$

a njegovim preoblikovanjem brzina

$$v(s) = \frac{\frac{C_V}{C_I} \frac{\mu}{b\rho} + v_0}{e^{C_I \frac{\rho A}{m} s}} - \frac{C_V}{C_I} \frac{\mu}{b\rho}. \quad (4.31)$$

Maksimalna dubina penetracije je

$$s_{\max} = \frac{1}{C_I} \frac{m}{\rho A} \ln \left( 1 + v_0 \frac{C_I}{C_V} \frac{b\rho}{\mu} \right). \quad (4.32)$$

Model dobro opisuje gibanje projektila pri brzinama kod kojih uzrokuje faznu promjenu u želatini. Međutim, pri manjim brzinama nema promjene faze, pa nema ni otpora uslijed viskoznosti, te se u tom području model ne može primijeniti.

#### 4.1.5 Segletesov model

Segletesov model uzima u obzir otpor inercije i čvrstoće medija [20], pa je sila na projektil

$$F = k_T \rho A v^2 + RA, \quad (4.33)$$



gdje je  $k_T$  faktor oblika,  $\rho$  gustoća materijala cilja,  $A$  površina projekcije projektila na ravninu okomitu na brzinu i  $R$  otpor čvrstoće materijala cilja.

Otpor inercije (prvi član u gornjem izrazu) zapravo je otpor fluida sličan modelu penetracije pri visokim brzinama, uz drugačije definiran faktor oblika. Radi pojednostavljenja, faktor oblika smatra se konstantnim i izražava se pomoću novog faktora oblika  $b_T$

$$k_T = \frac{1}{2} b_T. \quad (4.34)$$

Otpor čvrstoće materijala cilja u ovom je modelu ovisan o brzini deformacije  $\dot{\epsilon}$

$$R = \frac{1}{2} \rho v_c^2 \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_c} \right)^\alpha \quad (4.35)$$

gdje je  $v_c$  karakteristična brzina penetracije,  $\alpha$  svojstvo materijala kojim se određuje ovisnost čvrstoće o brzini deformacije i  $\dot{\epsilon}_c$  karakteristična brzina deformacije. Brzina deformacije izražava se kao

$$\dot{\epsilon} = 2 \frac{v}{D}, \quad (4.36)$$

gdje je  $D$  promjer projektila.

Ukupna sila na projektil je prema tome

$$F = \frac{1}{2} b_T \rho A v^2 + \frac{1}{2} \rho A \left( \frac{D_c}{D} \right)^\alpha v_c^{2-\alpha} v^\alpha. \quad (4.37)$$

Izborom vrijednosti parametara  $b_T$  i  $\alpha$  ovaj model sile može simulirati otpor penetraciji za različite medije u rasponu od čvrstog duktilnog materijala do gotovo newtonovskog fluida.

Uvrštavanjem jednadžbe sile u (4.2) dobiva se jednadžba gibanja

$$-m v \frac{dv}{ds} = \frac{1}{2} b_T \rho A v^2 + \frac{1}{2} \rho A \left( \frac{D_c}{D} \right)^\alpha v_c^{2-\alpha} v^\alpha. \quad (4.38)$$

Za određivanje brzine potrebno ju je integrirati

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{\frac{1}{2} \rho b_T A v + \frac{1}{2} \rho A \left( \frac{D_c}{d} \right)^\alpha v_c^{2-\alpha} v^{\alpha-1}} = \int_0^s -\frac{ds}{m} \quad (4.39)$$

za što se najprije brojnik i nazivnik s lijeve strane pomnože s  $v^{1-\alpha}$

$$\int_{v_0}^v \frac{v^{1-\alpha} dv}{\frac{1}{2} \rho b_T A v^{2-\alpha} + \frac{1}{2} \rho A \left( \frac{D_c}{d} \right)^\alpha v_c^{2-\alpha}} = \int_0^s -\frac{ds}{m} \quad (4.40)$$

a zatim integracija provodi supstitucijom

$$u = \frac{1}{2} \rho b_T A v^{2-\alpha} + \frac{1}{2} \rho A \left( \frac{D_c}{D} \right)^\alpha v_c^{2-\alpha} \quad (4.41)$$

$$\int_{u_0}^u \frac{du}{\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\rho b_T A u} = \int_0^s -\frac{ds}{m} \quad (4.42)$$

čime se dobiva

$$\frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\rho b_T A} \ln \left( \frac{b_T v_0^{2-\alpha} + \left(\frac{D_c}{D}\right)^\alpha v_c^{2-\alpha}}{b_T v^{2-\alpha} + \left(\frac{D_c}{D}\right)^\alpha v_c^{2-\alpha}} \right) = \frac{s}{m}. \quad (4.43)$$

Do izraza za brzinu dolazi se preoblikovanjem

$$v(s) = \left( \frac{b_T v_0^{2-\alpha} + \left(\frac{D_c}{D}\right)^\alpha v_c^{2-\alpha}}{b_T e^{\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{\rho b_T A}{m} s}} - \frac{\left(\frac{D_c}{D}\right)^\alpha v_c^{2-\alpha}}{b_T} \right)^{\frac{1}{2-\alpha}} \quad (4.44)$$

Maksimalna dubina penetracije je

$$s_{\max} = \frac{m}{\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\rho b_T A} \ln \left( \frac{b_T v_0^{2-\alpha}}{\left(\frac{D_c}{D}\right)^\alpha v_c^{2-\alpha}} + 1 \right). \quad (4.45)$$

Predlaže se izbor vrijednosti  $\frac{1}{2}$  za parametar  $\alpha$  [20], jer je time omogućeno lakše određivanje ostalih parametara. Također, provedena je usporedba modela s rezultatima nekih ranije izvedenih eksperimenata i uočeno je dobro podudaranje podataka.

#### 4.1.6 Petersov model

Petersov model također uzima u obzir utjecaj inercije i promjenjive čvrstoće materijala cilja [21].

Sila na zrno prema njemu je

$$F = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 + \frac{1}{2} \rho A \left( \frac{D_6}{D} \right)^{\frac{1}{2}} C_D v_6^{\frac{3}{2}} v^{\frac{1}{2}}. \quad (4.46)$$

Zapravo, radi se o posebnom slučaju Segletesovog modela s parametrima

$$b_T = C_D, \quad D_c = D_6, \quad v_c = C_D v_6, \quad \alpha = \frac{1}{2}, \quad (4.47)$$

Prema tome, inercijska se komponenta modelira kao za fluid, a druge karakteristične veličine prilagođavaju se za eksperimente sa sferičnim projektilima promjera 6 milimetara.

Do izraza za brzinu i dubinu penetracije može se doći analogno Segletesovom modelu ili uvrštavanjem u izraze za Segletesov model

$$v(s) = \left( \frac{C_D v_0^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{D_6}{D}\right)^{\frac{1}{2}} (C_D v_6)^{\frac{3}{2}}}{C_D e^{\frac{3}{4} \frac{\rho C_D A}{m} s}} - \frac{\left(\frac{D_6}{D}\right)^{\frac{1}{2}} (C_D v_6)^{\frac{3}{2}}}{C_D} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (4.48)$$

$$s_{\max} = \frac{3m}{4\rho C_D A} \ln \left( \frac{C_D v_0^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{D_6}{D}\right)^{\frac{1}{2}} (C_D v_6)^{\frac{3}{2}}} + 1 \right). \quad (4.49)$$

Kao i Segletesov, i ovaj model dobro opisuje gibanje projektila u širokom intervalu brzina.

#### 4.1.7 Usporedba modela

Kod izloženih modela uočeno je nekoliko zajedničkih karakteristika na temelju kojih je moguće donijeti zaključke o njihovoj primjenjivosti i mogućnostima poboljšanja.

Najprije, niti jedan model ne uključuje sve tri komponente otpora (inerciju, viskoznost i čvrstoću) u silu na projektil. Zbog toga se može reći da nijedan model nije u potpunosti fizikalno točan i da se kod svakog od njih može očekivati pogreška. Ovo je posebno naglašeno kod modela za penetraciju pri niskim i pri visokim brzinama, za koje su navedeni uvjeti primjenjivosti. Dobro podudaranje s eksperimentalnim podacima kod Segletesovog i Petersovog modela upućuje na to da je utjecaj viskoznosti zanemariv ili dovoljno malen da ga je moguće kompenzirati pomoću eksperimentalno određenih koeficijenata.

Druga bitna zajednička karakteristika svih modela je proporcionalnost sile na projektil i površine  $A$ , odnosno površinske gustoće  $q$ . Time je potvrđena pretpostavka iz kvalitativnog opisa mehanizma nastanka rane prema kojoj intenzitet prijenosa energije ovisi o površinskoj gustoći  $q$ .

Svi modeli pri integriranju pretpostavljaju konstantnost iznosa  $A$  i  $C_D$ . Iako je ovaj uvjet približno zadovoljen za neke projekte u određenom rasponu brzina, on nije opće pravilo. Površina  $A$  očito ovisi o orijentaciji projektila (svih osim sferičnih), a faktor oblika  $C_D$  osim o orijentaciji ovisi i o brzini projektila. Dakle, za točno određivanje brzine i dubine penetracije projektila potrebno je odrediti i promjenu orijentacije projektila (odnosno njegovu rotaciju) i s time povezane funkcije  $A(s)$  i  $C_D(s, v)$ . Korak prema tome je analiza rotacije projektila, za što su prikazana dva modela u slijedećem potpoglavlju.

Također, zajednička karakteristika svih modela je i potreba za eksperimentalnim određivanjem nekog broja podataka. Takvih je podataka manje za jednostavne, a više za složene modele.

Zaključak o primjeni modela povezan je s njihovom složenosti, postojanju analitičkog rješenja, broju podataka koje je potrebno eksperimentalno utvrditi i, konačno, o njihovoj namjeni. Logično je da će se složeni modeli koristiti kada je na raspolaganju više resursa i vremena za njihovu pri-

mjenu. Primjerice, u kriminalistici ili kod konstrukcije zaštitne opreme od modela se očekuje maksimalna točnost i preciznost. S druge strane, kada nije moguće odrediti sve relevantne podatke, ili za to nema vremena, koriste se jednostavniji modeli. Tipičan primjer takve situacije je terapija rane, gdje hitnost stanja diktira poduzete mjere, a zbog slučajnosti dovoljno je zadržati se na osnovnim relacijama.

Još jedan slučaj u kojem prednost imaju jednostavniji modeli jest edukacija. Osim što zahtijevaju znatan napor pri izlaganju, složeni modeli vrlo lako mogu sakriti osnovne veze između veličina. Upravo je iz tog razloga za kvalitativni opis mehanizma nastanka strijelne rane odabran model penetracije pri velikoj brzini.

## 4.2 Modeli rotacije projektila

Modeliranje rotacije projektila svodi se na modeliranje momenta sile otpora penetraciji projektila s obzirom na njegovo težište, pomoću čega se dolazi do jednadžbi kojima se opisuje rotacija projektila. U skladu s ranije izloženom kvalitativnom opisu gibanja različitih projektila ova je analiza bitna za zrna stabilnog oblika koja stabilno lete do cilja, neovisno o tome iz kakvog su oružja ispaljena.

Za analizu se koristi pravokutni koordinatni sustav kojem je ishodište postavljeno u težište zrna. Orijeantiran je tako da se os  $x$  podudara s uzdužnom osi zrna, os  $y$  odabire se tako da rezultanta sile otpora djeluje u  $x - y$  ravnini, dok je os  $z$  okomita na njih i zrno izvodi rotaciju oko nje. Treba imati na umu da je ovaj koordinatni sustav vezan uz zrno, pa se njegov relativni položaj u odnosu na neki globalni koordinatni sustav kontinuirano mijenja tijekom penetracije.

Kao i kod translacije, rotaciju se izražava kao funkciju puta kroz cilj  $s$ , pa se umjesto uobičajenog zapisa drugog Newtonovog zakona za rotaciju

$$J_z \frac{d^2\Psi}{dt^2} = M_z \quad (4.50)$$

koristi oblik koji se dobiva dijeljenjem s kvadratom brzine  $\left(\frac{ds}{dt}\right)^2$

$$\begin{aligned} J_z \frac{d^2\Psi}{dt^2} \frac{dt^2}{ds^2} &= M_z \left(\frac{dt}{ds}\right)^2 \\ J_z \frac{d^2\Psi}{ds^2} &= \frac{M_z}{v^2}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Oznakom  $J_z$  označen je moment tromosti zrna s obzirom na os  $z$ ,  $\Psi$  je kut incidencije, a  $M_z$  moment s obzirom na os  $z$ .

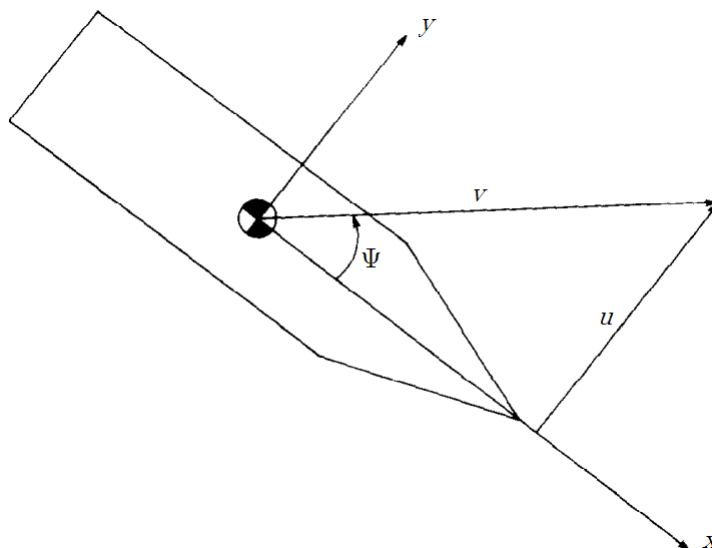
### 4.2.1 Roecker-Ricchiazzi model

Roecker-Ricchiazzi model [22] pretpostavlja da moment na zrno ovisi o njegovoj brzini i trenutnom kutu incidencije, dakle  $M_z = (v, \Psi)$ , te da je proporcionalan kvadratu brzine. Prema tome, jednačba (4.51) prelazi u

$$\frac{d^2\Psi}{ds^2} = \frac{M_z}{J_z v^2} = \frac{C_M}{J_z}, \quad (4.52)$$

gdje je  $C_M$  koeficijent proporcionalnosti ovisan samo o kutu  $\Psi$ .

Za analizu toka materijala oko zrna koristi se teorija vitkog tijela, prema kojoj se tok u svakom poprečnom presjeku zrna dijeli na uzdužni i poprečni (slika 4.1). Poprečni tok  $u$  pri tome ne ovisi o uzdužnom toku, a nema ni međusobnog utjecaja dvaju poprečnih tokova u susjednim presjecima.



**Slika 4.1.** Koordinatni sustav i komponente toka materijala oko projektila u Roecker-Ricchiazzi modelu [22]

Količina gibanja poprečnog toka u jednom presjeku je  $\rho Au$ , pa je drugi Newtonov zakon u smjeru osi  $y$

$$\frac{dF}{dx} = \frac{d}{dt}(\rho Au) = v \cos \Psi \frac{d}{dx}(\rho Av \sin \Psi) = \rho v^2 \cos \Psi \sin \Psi \frac{dA}{dx}. \quad (4.53)$$

Za određivanje momenta potrebno je pomnožiti silu u svakom presjeku s njenim krakom, odnosno udaljenošću od težišta

$$\frac{dM_z}{dx} = \rho v^2 \cos \Psi \sin \Psi x \frac{dA}{dx} \quad (4.54)$$

i zatim taj izraz integrirati po duljini zrna koja je u kontaktnu s medijem i podijeliti s kvadratom

brzine kako bi se izračunao koeficijent  $C_M$

$$\frac{M_z}{v^2} = C_M = \rho \cos \Psi \sin \Psi \int_{x_1}^{x_2} x \frac{dA}{dx} dx = J_{M\Psi} \cos \Psi \sin \Psi. \quad (4.55)$$

Sada se za kutno ubrzanje dobiva

$$\frac{d^2\Psi}{ds^2} = \frac{J_{M\Psi}}{J_z} \cos \Psi \sin \Psi = M \cos \Psi \sin \Psi, \quad (4.56)$$

gdje je  $M$  nova konstanta. Ova nelinearna diferencijalna jednadžba osnova je modela.

Roecker i Ricchiazzi model su dodatno pojednostavili uvođenjem malog početnog kuta  $\Psi$ , za koji vrijedi

$$\sin \Psi \approx \Psi, \quad (4.57)$$

$$\cos \Psi \approx 1, \quad (4.58)$$

čime se dobiva linearna diferencijalna jednadžba drugog reda. Do njenog rješenja dolazi se uobičajenim postupkom i ono glasi

$$\Psi = \Psi_{01} e^{\sqrt{M}(s-s_0)} + \Psi_{02} e^{-\sqrt{M}(s-s_0)}. \quad (4.59)$$

Dodatno pojednostavljenje je odbacivanje drugog člana jer on brzo opada s porastom koordinate  $s$

$$\Psi = \Psi_0 e^{\sqrt{M}(s-s_0)}. \quad (4.60)$$

Nadalje, deriviranjem tog izraza dobiva se

$$\frac{d\Psi}{ds}(s = s_0) = \sqrt{M}\Psi_0, \quad (4.61)$$

iz čega se vidi da promjena kuta  $\Psi$  u trenutku sudara ovisi samo o njegovoj početnoj vrijednosti.

Eksperimentalno je utvrđeno da analitičko rješenje linearne jednadžbe dobro aproksimira rotaciju zrna za relativno male kutove incidencije. Numerički izračunati podatci dobro aproksimiraju rotaciju zrna i kod većih kutova incidencije. Greške analitičkog rezultata pri većim kutovima incidencije protumačene su kao posljedica integriranja s konstantnom vrijednosti  $M$ .

#### 4.2.2 Weinacht-Cooper model

Weinacht i Cooper dali su potpuno rješenje za nelinearnu jednadžbu iz Roecker-Ricchiazzi modela [23].

Za linearni dio jednadžbe prihvaćeno je prvo rješenje, ali je nadograđeno dodatnim tumačenjem. Naime, pokazano je da on vrijedi tek nakon što zrno prođe prijelazno područje, u kojem na prirast kuta  $\Psi$  utječe i njegova početna vrijednost  $\Psi_0$  i brzina njegove promjene  $\frac{d\Psi}{ds}$ .

Rješenje nelinearne jednadžbe je

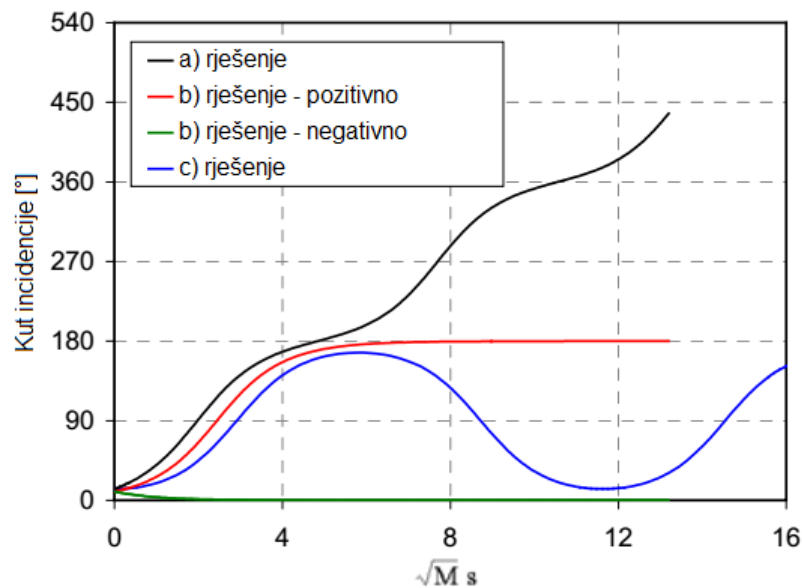
$$\frac{1}{M} \left( \frac{d\Psi}{ds} \right)^2 = \sin^2 \Psi - \kappa \quad (4.62)$$

gdje je

$$\kappa = \sin^2 \Psi_0 - \frac{1}{M} \left( \frac{d\Psi}{ds} \right)_0^2 \quad (4.63)$$

i ono ima tri rješenja, ovisno o iznosu  $\kappa$  (slika 4.2):

- oscilirajuće rješenje (za  $0 < \kappa < 1$ ): kod ovog rješenja kut  $\Psi$  naglo raste do  $90^\circ$ , nakon toga usporava rast, a prije nego dosegne  $180^\circ$  brzina promjene mijenja predznak, te se ovakvo oscilatorno gibanje ponavlja,
- neutralno stabilno rješenje (za  $\kappa = 0$ ): u ovom slučaju kut  $\Psi$  ili raste do  $180^\circ$  ili pada na  $0^\circ$  (ovisno o tome je li njegova promjena u trenutku sudara pozitivna ili negativna), a u slučaju perturbacije prelazi u jedno od druga dva rješenja,
- prevrćuće rješenje (za  $\kappa < 0$ ): slično kao i kod prvog rješenja, kut  $\Psi$  brzo raste do vrijednosti  $90^\circ$ , zatim mu se promjena usporava, ali nastavlja i preko  $180^\circ$ .



Slika 4.2. Grafički prikaz rješenja Weinacht-Cooper modela [23]

Ako je brzina promjene kuta  $\Psi$  u trenutku sudara mala, zrno će se gibati prema prvom rješenju. S druge strane, ako je velika, zrno se giba prema trećem rješenju. Drugo rješenje je granični slučaj, ali se u praksi gotovo nikada ne susreće.

Ovakav set rješenja dobro opisuje rotaciju zrna na svim dubinama penetracije. Osim toga, objašnjava i razlike uočene u kvalitativnom opisu procesa nastanka strijelne rane.

### 4.2.3 Usporedba modela

Za razliku od modela translacije projektila, modeli rotacije ne pokušavaju odrediti ovisnost sile na projektil o prijednom putu, nego samo njom uzrokovanu rotaciju projektila. Oba iznesena modela zapravo su zasnovana na istoj teoriji, za koju se već iz numeričkih rješenja nelinearne jednačbe potvrdilo da dobro opisuje rotaciju zrna.

Kombinacijom modela za translaciju i rotaciju projektila moguć je, barem u teoriji, potpuni opis gibanja projektila kroz cilj. To se u prvom redu odnosi na zamjenu konstantne vrijednosti  $A$  funkcijom  $A(s)$ , dok se ovisnost faktora oblika o brzini još uvijek mora odrediti eksperimentalno (što je i uobičajena praksa). Za takav se sustav pretpostavlja da nema analitičko rješenje, te da ga je uvijek potrebno rješavati numerički.

Analiza rotacije čak i u osnovnom modelu zahtijeva nešto složeniji matematički alat u odnosu na analizu translacije, dok se kod naprednijeg modela radi o izuzetno složenim odnosima. Zbog toga su ovi modeli primjereni za primjenu samo za rad stručnjaka iz prirodoslovnog ili tehničkog područja. Radi proširenja područja primjene složene je funkcije potrebno aproksimirati jednostavnijima (na primjer polinomima ili trigonometrijskim funkcijama), pazeći pri tome da se ne žrtvuje točnost.

## 4.3 Modeliranje cilja nakon sudara

Očekuje se da su događaji u cilju nakon sudara i penetracije složeniji u odnosu na gibanje projektila, što na prvi pogled čini analizu znatno kompliciranijom. Međutim, veliki broj pojava u cilju može se povezati s veličinom privremene šupljine, a za koju je zaključeno da ovisi o lokalnom transferu energije. Zbog toga se pri modeliranju cilja može osloniti na modele gibanja projektila kroz cilj, što će biti pokazano u ovom potpoglavlju. Iznimke od ovog pravila su modeliranje pulsa tlaka i duljine uskog kanala, no ovi su modeli povezani s drugim karakteristikama projektila, čime je njihovo postavljanje podjednako pojednostavljeno.

### 4.3.1 Širenje pulsa tlaka

Puls tlaka kroz cilj može se postići i drugim sredstvima osim projektila (primjerice ultrazvukom), pa je za razliku od ostalih pojava u cilju neovisan o gotovo svim karakteristikama projektila. Stoga je i model širenja pulsa tlaka ograničen samo na utjecaj brzine projektila u trenutku sudara.



Ako se pretpostavi da je maksimum tlaka jednak zaustavnom tlaku iz Bernoullijeve jednadžbe

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{konst.}, \quad (4.64)$$

da nema promjene u geografskoj visini projektila (iznosa koordinate  $y$ ), i da je ovisnost tlaka o obliku projektila izražena faktorom tlaka  $C_p$ , maksimalna amplituda tlaka je

$$p_{\max} = C_p \frac{\rho v_a^2}{2}. \quad (4.65)$$

Tlak dolazi do svog maksimuma u vrlo kratkom vremenu (čak i u odnosu na ostale događaje u balistici rane), ali mu amplituda opada sporije. Ovaj puls nema sinusoidalni oblik, nego u padu prati eksponencijalnu funkciju

$$p(t) = p_{\max} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (4.66)$$

gdje je  $\tau$  polovica perioda.

Val se kroz homogeni cilj širi u obliku hemisfere. Gustoća energije koju ovaj val prenosi smanjuje se s njegovim propagiranjem kroz cilj, što se odražava i na amplitudu. Ako se maksimum amplitude postiže na udaljenosti  $r_0$  od mjesta sudara, onda amplituda od te udaljenosti prati zakon

$$p(r) = p_{\max} \left(\frac{r_0}{r}\right)^2. \quad (4.67)$$

Ovaj je model jednostavan i ne uzima u obzir heterogenost tijela živih bića. U slučaju pogotka nepenetrirajućim projektilom, njime je moguće opisati nastanak štete na tkivu.

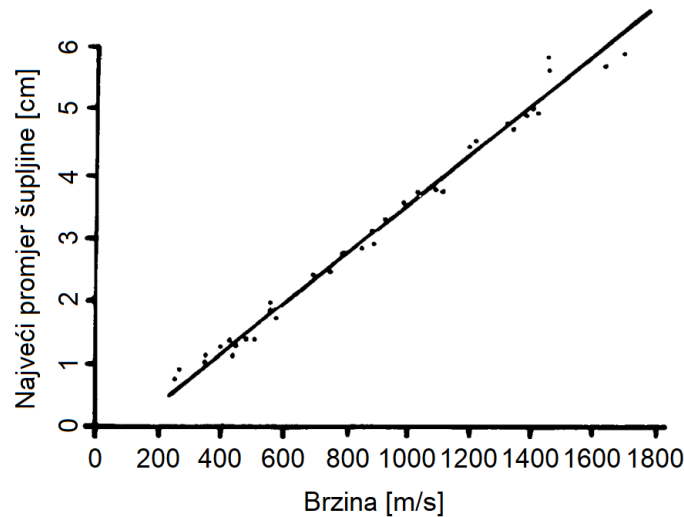
### 4.3.2 Promjer šupljine

Kod projektila s konstantnom površinskom gustoćom uočena je linearna ovisnost promjera pri-vremene šupljine o brzini projektila na položaju  $s$  [2]:

$$d(s) = C_d v(s), \quad (4.68)$$

gdje je  $C_d$  koeficijent proporcionalnosti.

Budući da je ova veza određena eksperimentalno (slika 4.3), može se kombinirati s bilo kojim od modela translacije projektila. To znači da je za izračun promjera šupljine na bilo kojem položaju dovoljno u jednadžbu (4.68) uvrstiti neki od izraza za brzinu projektila.



Slika 4.3. Ovisnost promjera privremene šupljine o brzini projektila [24]

### 4.3.3 Poluteorijski pristup određivanju volumena šupljine

Volumen privremene šupljine moguće je vrlo jednostavno izračunati ako je poznata funkcija  $d(s)$  [2]. Volumen šupljine je

$$V = \int_{s_0}^s \frac{d^2(s)\pi}{4} ds = \int_{s_0}^s \frac{C_d^2 v^2(s)\pi}{4} ds, \quad (4.69)$$

odnosno kada se u tu jednadžbu uvrsti brzina prema izrazu za penetraciju velikom brzinom

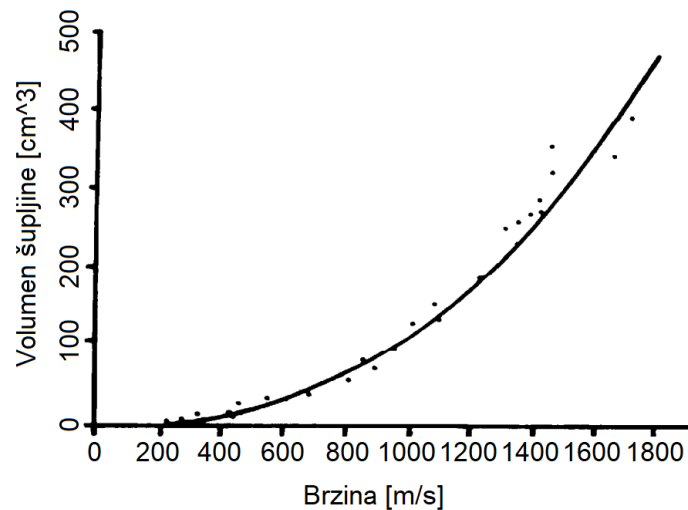
$$\begin{aligned} V &= \int_{s_0}^s \frac{C_d^2 v_0^2 e^{-\frac{C_D \rho A}{m} s} \pi}{4} ds = \frac{C_d^2 \pi}{4} \cdot \left( -\frac{m}{C_D \rho A} \right) \cdot v_0^2 \left( e^{-\frac{C_D \rho A}{m} s} - e^{-\frac{C_D \rho A}{m} s_0} \right) \\ &= \frac{C_d^2 \pi}{4} \frac{m}{C_D \rho A} (v_0^2 - v^2) \\ &= \frac{C_d^2 \pi}{2 C_D \rho A} (E_0 - E) \\ &= \frac{C_d^2 \pi}{2 C_D \rho A} E_{ab}. \end{aligned} \quad (4.70)$$

Ovu je jednadžbu moguće zapisati i u obliku

$$V = \mu_V E_{ab}, \quad (4.71)$$

koji pokazuje da je za izračun volumena šupljine, uz energiju projektila, dovoljno odrediti samo jednu konstantu. Osim volumena privremene šupljine na isti se način može izračunati i volumen zone ekstravazacije i trajne šupljine [2].

Linearna veza volumena privremene šupljine i energije koju projektil preda cilju, odnosno kvadrata njegove brzine prije sudara, potvrđena je i eksperimentalno na ciljevima od sapuna (slika 4.4). Iako je ovdje izvedena samo za model penetracije pri velikoj brzini, pretpostavlja se da je ovu pravilnost moguće dokazati i za ostale modele.



**Slika 4.4.** Ovisnost volumena privremene šupljine o brzini projektila [24]

#### 4.3.4 Empirijski pristup određivanja mase oštećenog tkiva

Na temelju uočene povezanosti kinetičke energije projektila i volumena rane razvila se ideja za povezivanjem mase oštećenog tkiva s energijom projektila. Ispitivanja s tim ciljem sastoje se od ranjavanja životinje, kirurškog uklanjanja i vaganja oštećenog tkiva te statističkom obradom podataka. Pretpostavlja se da je masa odstranjenog tkiva jednaka masi oštećenog tkiva, te da da eventualne greške nemaju bitan utjecaj na rezultat zbog velikog broja podataka.

Jedna meta-analiza takvih ispitivanja dala je slijedeće rezultate [25]. Masa odstranjenog tkiva mijenja se s obzirom na kinetičku energiju nedeformiranih zrna prema pravilu

$$m_{odstr} = 0,2028E_{ab} + 49,467 \quad (4.72)$$

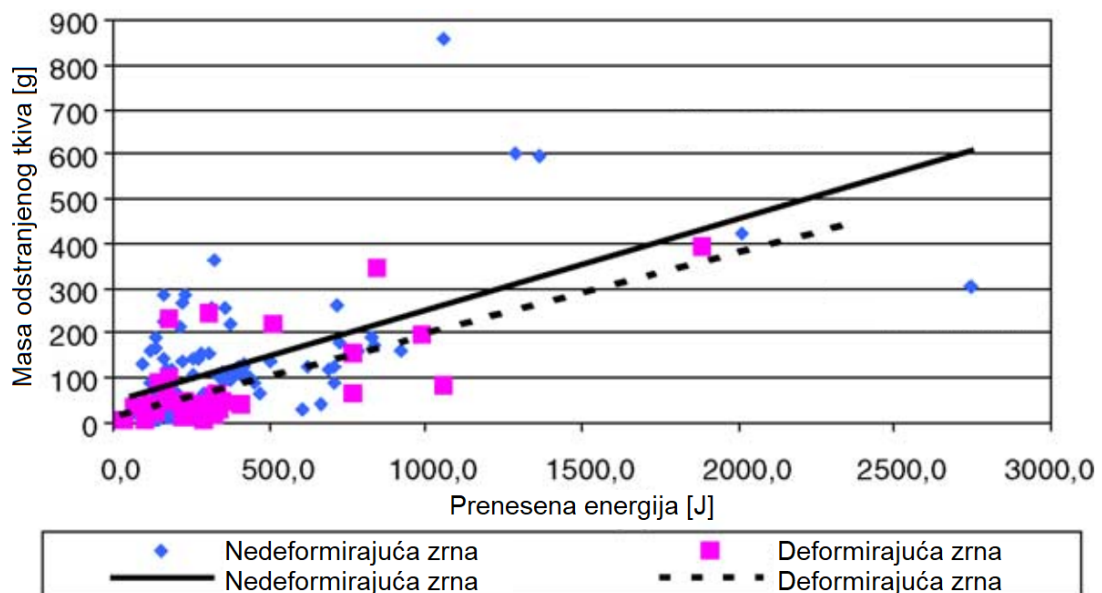
s faktorom korelacije  $R^2 = 0,3599$ , a kod deformiranih zrna prema pravilu

$$m_{odstr} = 0,186E_{ab} + 9,3765 \quad (4.73)$$

s faktorom korelacije  $R^2 = 0,4799$ . Grafički prikaz ovih jednadžbi, zajedno s individualnim podacima, prikazan je na slici 4.5. Baza podataka sastavljena je od 99 pogodaka nedeformirajućim zrnima i 11 pogodaka deformirajućim zrnima.

Iako su faktori korelacije samo umjereni do visoki, ove se rezultate može smatrati potvrdom teorijski izvedenih zaključaka. Sigurna potvrda teorije bilo bi povećanje broja mjerenja uz konvergenciju korelacije. Međutim, rezultate iz već iznesenih razloga nije moguće preslikati na rane na ljudskom tijelu.

Uz to, ovakvi eksperimenti vode ka nekim zaključcima koji su skriveni od matematičko-fizikalne analize, a bitni su u praksi. Autori [25] uočili su da je masa oštećenog tkiva veća što je dulje



**Slika 4.5.** Grafički prikaz veze mase odstranjenog tkiva i energije prenesene cilju [25]

vremena prošlo od ranjavanja do odstranjivanja, te da su odstupanja od statističkog prosjeka veća kod zrna velikih energija.

#### 4.3.5 Duljina uskog kanala

Granica uskog kanala i velike privremene šupljine je proizvoljno odabrana kao točka u kojoj kut incidencije prvi puta dolazi do vrijednosti od  $10^\circ$ , što odgovara povećanju promjera šupljine za oko 20%. Unatoč složenom modeliranju rotacije zrna, za duljinu uskog kanala pronađena je jednostavna relacija koja ovisi o poprečnom momentu tromosti  $I_z$  i duljini zrna  $l$  [2]. Za zrna koja pogađaju metu nakon 30 metara leta kroz zrak duljina uskog kanala je

$$l_{\text{UK}} = 31,6 \left( \frac{J_z}{l} \right)^{0,212} \quad (4.74)$$

s faktorom korelacije  $R = 0,98$ . Uzimajući u obzir geometriju zrna (slika 2.2), zaključuje se da zrna ispaljena iz dugocijevnog oružja općenito imaju dulji uski kanal u odnosu na zrna ispaljena iz kratkocijevnog oružja.

#### 4.3.6 Modeliranje cilja - prednosti i nedostaci

Modeliranje događaja u cilju zapravo je opis jednostavnih pravilnosti, bez ulaženja u njihovu biomehaničku podlogu. Iako se čini da je za svaku pojavu u cilju (izuzev volumena, odnosno

mase rane) iznesen samo po jedan model, njihovo oslanjanje na gibanje projektila čini ih vrlo praktičnima. Naime, uvrštavanjem bilo kojeg modela gibanja u jednadžbe modela za cilj dobiva se novi model, za koji vrijede ista ograničenja kao i za modele gibanja.

Prednosti takvog pristupa su fleksibilnost i jednostavnost. Nema potrebe za postavljanjem složenih mehaničkih odnosa (prvenstveno konstitutivnih jednadžbi za tkiva), a gibanje projektila je već dobro opisano i lako se mjeri.

Očit nedostatak ovog pristupa je izostanak uvida u teorijske temelje reakcije tkiva, čime je potencijalno moguće u potpunosti opisati i povezati sve parametre procesa. Međutim, zbog velike varijabilnosti cilja, biomehanička analiza sudara je praktički nemoguća.

## 5 Zaključak

Sudar projektila i živog tkiva, odnosno cilja koji simulira njegovo ponašanje, je u osnovi kompleksan mehanizam izmjene energije. Analizom snimki sudara pri kontroliranim uvjetima kvalitativno je opisano gibanje projektila. Opisi u literaturi različito su formulirani, ali su međusobno usuglašeni.

Kada su u pitanju posljedice sudara na tkivo, u literaturi postoje određene nesuglasnosti. Autori tumače nastanak štete u tkivu različitim mehanizmima, a pridaju im i različit značaj. Uglavnom se radi o povezivanju štete s prevelikim deformacijama ili prevelikim naprezanjima. Budući da između njih na fizikalnoj razini uvijek postoji veza, ove razlike nisu međusobno potpuno oprečne.

Krajnji cilj analize je postavljanje matematičkog modela kojim bi bilo moguće predvidjeti gibanje projektila i štetu u tkivu. Međutim, budući da je štetu moguće direktno povezati s gibanjem projektila, najvažniji je postaviti model koji dobro opisuje gibanje projektila. Određivanje takvog modela nije jednostavno i pribjegava korištenju različitih pojednostavljenja. Posljedica toga je postojanje većeg broja različitih modela, a autor(i) svakog od njih eksperimentalno su ih potvrdili. Odgovor na pitanje koji je model najtočniji moguće je dobiti samo velikom komparativnom analizom provedenih eksperimenata.

## Literatura

- [1] Ballistics - Wikipedia, [en.wikipedia.org/wiki/Ballistics](http://en.wikipedia.org/wiki/Ballistics), [12. 7. 2017.]
- [2] Kneubuehl, B. P., Coupland, R. M., Rothschild, M. A., Thali, M. J., *Wound Ballistics Basics and Applications*, Springer-Verlag, 2011.
- [3] strijelne rane | Hrvatska enciklopedija, [www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=58406](http://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=58406), [10. 8. 2017.]
- [4] Carlucci, D. E., Jacobson, S. S., *Ballistics Theory and design of Guns and Ammunition*, CRC Press, 2008.
- [5] Korać, Ž., *Strijelne rane*, Medix: Specijalizirani medicinski dvomjesečnik 9 (2003.), 75,-79.
- [6] metak | Hrvatska enciklopedija, [www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=40348](http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=40348), [12. 7. 2017.]
- [7] Sellier, K., Kneubuehl, B. P., *Wundballistik und ihre ballistischen Grundlagen*, Springer-Verlag, 2001.
- [8] Cal. 5.56 x 45 mm | Igman d.d. Konjic, [www.igman.co.ba/bih/proizvod.php?id=1](http://www.igman.co.ba/bih/proizvod.php?id=1), [21. 7. 2017.]
- [9] Cal. 9 x 19 mm | Igman d.d. Konjic.html [www.igman.co.ba/bih/proizvod.php?id=11](http://www.igman.co.ba/bih/proizvod.php?id=11), [21. 7. 2017.]
- [10] barut | Hrvatska enciklopedija, [www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=6113](http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=6113), [13. 7. 2017.]
- [11] strjeljačko oružje | Hrvatska enciklopedija, [www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=58420](http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=58420), [13. 7. 2017.]
- [12] Zakon o oružju, [http://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2007\\_06\\_63\\_1959](http://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2007_06_63_1959), [7. 8. 2017.]
- [13] Hrvatski jezični portal, [hjp.znanje.hr/index.php?show=search\\_by\\_id&id=fVlgUBA%3D](http://hjp.znanje.hr/index.php?show=search_by_id&id=fVlgUBA%3D) [15. 7. 2017.]
- [14] Jecić. S., *Mehanika II*, Tehnička knjiga - Zagreb, 1989.
- [15] Stefanopoulos, P. K., Pinalidis, D. E., Hadjigeorgiou, G. F., Filippakis, K. N., *Wound ballistics 101: the mechanisms of soft tissue wounding by bullets*, European Journal of Trauma and Emergency Surgery, 2015.

- [16] Courtney, A., Courtney, M., *Physical mechanisms of soft tissue injury from penetrating ballistic impact*, DFRL U.S. Air Force Academy, 2012.
- [17] DiMaio, V. J. M., *Gunshot Wounds: Practical Aspects of Firearms, Ballistics, and Forensic Techniques*, CRC Press, 2016.
- [18] Under the hood: the physics of projectile ballistics, [www.panoptesv.com/RPGs/Equipment/Weapons/Projectile\\_physics.php](http://www.panoptesv.com/RPGs/Equipment/Weapons/Projectile_physics.php), [9. 8. 2017.]
- [19] Sturdivan, L. M., Edgewood Arsenal Technical Report EB-TR-73022, A Mathematical model for Assessing Weapons Effects from Gelatin Penetration by Spheres, 1973.
- [20] Segletes, S. B., Modeling the Penetration Behavior of Rigid Spheres Into Ballistic Gelatin, ART-TR-4393, 2008.
- [21] Peters, C. E., *A mathematical-physical model of wound ballistics*, Journal of Trauma (China) 6 (1990) 2, 303.-318.
- [22] Roecker, E. T., Ricchiazzi, A. J., *Stability of penetrators in dense fluids*, International Journal of Engineering Science 16 (1978), 917.-290.
- [23] Weinacht, P., Cooper, G. R., *Analytical solutions for the linear and nonlinear yawing motion in dense media*, Proceedings of the 23rd International Symposium on Ballistics, Vol 2., 1339.-1346. 2007.
- [24] Textbook of Military Medicine, Part 1. Warfare, Weaponry and the Casualty, Volume 5. *Conventional Warfare: Ballistic, Blast and Burn Injuries*, ur. Bellamy, R. F., Zajtchuk, R., Borden Institute 1991.
- [25] Jusila, J., Kjellström, B. T., Leppäniemi, A., *Ballistic variables and tissue devitalisation in penetrating injury - Establishing relationship through meta-analysis of a number of pig tests*, Injury 36 (2005.), 282.-292.