

# Optimiranje upravljačkih varijabli hibridnog električnog autobusa za slučaj značajnih promjena nagiba ceste

---

Košćak, Hrvoje

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:937845>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom](#).

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-13**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# DIPLOMSKI RAD

Mentor:  
prof. dr. sc. Joško Deur, dipl.ing

Student:  
Hrvoje Koščak

Zagreb, 2017.



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za diplomske ispite studija strojarstva za smjerove:  
proizvodno inženjerstvo, računalno inženjerstvo, industrijsko inženjerstvo i menadžment, inženjerstvo  
materijala i mehatronika i robotika

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Hrvoje Koščak** Mat. br.: 0035187887

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Optimiranje upravljačkih varijabli hibridnog električnog autobusa za slučaj značajnih promjena nagiba ceste**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Optimisation of hybrid electric bus control variables for the case of significant road slope variations**

Opis zadatka:

S ciljem smanjenja potrošnje goriva te emisije CO<sub>2</sub>, za potrebe javnog gradskog prijevoza sve se više razmatraju hibridni električni autobusi. Performanse hibridnih autobusa u značajnoj mjeri ovise o kvaliteti sustava upravljanja, koji koordinira radom više pogonskih strojeva i izvora energije. Optimalna struktura i parametri upravljačke strategije mogu se bitno razlikovati za različite tipove voznih ciklusa, posebice ako oni uključuju značajne promjene nagiba ceste. Stoga se za potrebe sinteze i provjere upravljačke strategije najčešće prvo provodi optimiranje upravljačkih varijabli hibridnog pogona, koje daje uvide u teorijski minimalnu potrošnju goriva i optimalne značajke rada pogona. U radu je potrebno:

- opisati simulacijski model paralelne konfiguracije hibridnog pogona električnog autobusa zajedno s pripadnom polaznom upravljačkom strategijom;
- definirati nekoliko tipičnih voznih ciklusa temeljenih na snimljenim podacima, a koji uključuju profil nagiba ceste;
- postaviti problem optimiranja upravljačkih varijabli hibridnog pogona autobusa te provesti optimiranje za definirane vozne cikluse za slučajeve bez i s uključenim nagibom ceste;
- provesti usporednu analizu rezultata optimiranja za oba slučaja te dati, implementirati i simulacijski ispitati preporuke za modifikaciju polazne strategije upravljanja hibridnim pogonom s ciljem poboljšanja kvalitete upravljanja u prisustvu značajnih promjena nagiba ceste.

Zadatak zadan:

Rok predaje rada:

Predvideni datum obrane:


9. ožujka 2017.


11. svibnja 2017.

17., 18. i 19. svibnja 2017.

Zadatak zadao:

v. d. predsjednika Povjerenstva:

  
Prof. dr. sc. Joško Deur

  
Prof. dr. sc. Bišerka Runje

## IZJAVA

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se prof.dr.sc Jošku Deuru na iskazanom povjerenju, korisnim savjetima i vodstvu za vrijeme izrade rada.

Također se iznimno zahvaljujem dipl.ing Branimiru Škugoru na izrazito velikoj stručnoj pomoći, strpljenju te savjetima za točnu i brzu izradu ovoga rada.

Želio bih se na kraju zahvaliti svojoj obitelji na velikoj podršci i stalnoj potpori tijekom studija.

## SAŽETAK

Cilj ovog rada bio je prikazati utjecaj nagiba ceste na optimalne upravljačke trajektorije pogona hibridnog električnog vozila. Razvijen je model pogona hibridnog električnog vozila (HEV) te su opisani vozni ciklusi zajedno s pripadajućim nagibima ceste za koje se provodilo optimiranje upravljačkih varijabli. Pri tom je za optimiranje korišten algoritam dinamičkog programiranja (DP) koji općenito garantira globalno optimalne rezultate za danu rezoluciju varijabli stanja te upravljačkih varijabli. Potom su dani usporedni rezultati optimiranja u vidu trajektorija stanja napunjenosti (SoC-a) baterije, radnih točaka komponenti HEV pogona, te potrošnje goriva za slučaj kad je nagib ceste uključen u optimiranje te za slučaj kad nije. Naposljetku je dana preporuka za sintezu realistične upravljačke strategije HEV pogona u prisustvu nagiba ceste na temelju rezultata DP optimiranja.

Ključne riječi: hibridni električni autobus, vozni ciklusi, nagib ceste, optimiranje, dinamičko programiranje, upravljačke varijable, stanje napunjenosti, baterija, potrošnja goriva

## SUMMARY

The aim of this paper was to show the impact of the road slope on optimal control trajectories of the hybrid electric vehicle (HEV) drive. A model of the hybrid electric drive was developed and driving cycles with corresponding road slopes for which optimization of control variables was conducted are given. Dynamic programming (DP) – based algorithm which ensures globally optimal results for given resolution of state variables and control variables was used. Afterwards, the comparison between the optimization results for scenarios when road slope is and is not included is given, with emphasis on battery state-of-charge (SoC) trajectory, operating points of HEV drive components and fuel consumption. In the end, recommendation for realistic control strategy synthesis of HEV drive in presence of road slope based on DP optimization results is given.

Key words: hybrid electric bus, driving cycles, road slope, optimization, dynamic programming, control variables, state of charge, battery , fuel consumption

**SADRŽAJ**

1. UVOD.....	1
2. SIMULACIJSKI MODEL HIBRIDNOG ELEKTRIČNOG AUTOBUSA .....	3
2.1 Opis karakteristika HEV autobusa.....	3
2.2 Modeliranje pogona HEV autobusa .....	6
3. VOZNI CIKLUSI .....	17
3.1 Certifikacijski vozni ciklus i umjetno generirani nagibi ceste .....	17
3.2 Snimljeni vozni ciklusi.....	18
4. OPTIMIRANJE UPRAVLJAČKIH VARIJABLI POGONA.....	21
4.1 Algoritam DP .....	21
4.2 Opća formulacija problema optimiranja.....	21
4.3 Matematički opis DP algoritma .....	22
4.4 Implementacija DP algoritma .....	23
4.5 Optimiranje upravljačkih varijabli pogona HEV autobusa.....	24
4.6 Odabir rezolucije upravljačkih varijabli i varijable stanja .....	28
5. REZULTATI OPTIMIRANJA.....	30
5.1 Usporedna analiza utjecaja pojedinih longitudinalnih sila na ukupnu traženu energiju na kotaču.....	30
5.2 Rezultati za US vozni ciklus i sintetički nagib .....	31
5.3 Rezultati za snimljene vozne cikluse i nagibe.....	36
6. PREPORUKA ZA SINTEZU REALISTIČNE UPRAVLJAČKE STRATEGIJE HEV POGONA.....	41
7. ZAKLJUČAK.....	46
8. PRILOG.....	48
8.1 Implementacija DP algoritma u Matlabu.....	48
9. LITERATURA.....	53

## POPIS SLIKA

Slika 1. Volvo 7900 [2] .....	3
Slika 2. Stupnjevi prijenosa automatske transmisije Volvo AT2412D I-Shift [5].....	5
Slika 3. Blokovska shema kvazistatičkog modela pogona HEV autobusa.....	6
Slika 4. Blok dijagram upravljačke strategije [6].....	7
Slika 5. Maksimalni moment na kotaču za različite stupnjeve prijenosa za a) SUI motora i b) ES .....	8
Slika 6. Krivulja maksimalnog momenta SUI motora u ovisnosti o brzini vrtnje .....	10
Slika 7. Mapa specifične potrošnje goriva iskazana u g/kWh .....	11
Slika 8. Prikaz mape potrošnje goriva iskazan u g/s .....	11
Slika 9. Mapa korisnosti električnog stroja s pripadajućom krivuljom maksimalnog momenta [3], [11] .....	13
Slika 10. Nadomjesni električni krug baterije.....	13
Slika 11. Promjena napona baterije ovisno o SoC-u .....	14
Slika 12. Prikaz karakteristike otpora punjenja i pražnjenja za jednu ćeliju litij - ionske baterije.....	15
Slika 13. Certifikacijski vozni ciklus US .....	17
Slika 14. Generirani nagibi ceste za certifikacijski vozni ciklus.....	18
Slika 15. Kružna ruta Babin Kuk - Pile na kojoj je provedeno snimanje voznih ciklusa [14] .....	19
Slika 16. Snimljeni vozni ciklusi DU1 - DU4.....	20
Slika 17. Prikaz rekonstruiranog nagiba ceste iz snimljenih podataka .....	20
Slika 18. Promjena krajnje vrijednosti SoC-a u ovisnosti o rezoluciji varijable stanja i upravljačke varijable .....	29
Slika 19. Optimalne trajektorije SoC-a dobivene DP optimiranjem za slučaj US voznog ciklusa te za različite umjetne nagibe cesta (a) koji su prikazani na (b) .....	32
Slika 20. Ukupna potrošnja goriva dobivena DP optimiranjem za slučaj US voznog ciklusa te za različite umjetne nagibe cesta.....	32
Slika 21. Usporedba zahtijevane snage na kotaču i snage dobivene DP optimiranjem za ciklus US za slučaj bez nagiba ceste (a) i za slučaj učitanog umjetnog nagiba (b).....	33



Slika 22. Odabir optimalnih stupnjeva prijenosa dobivenih DP programiranjem za slučaj UC voznog ciklusa i za različite vrijednosti nagiba ceste.....	33
Slika 23. Optimalne radne točke SUI motora dobivene DP optimiranjem kod hibridnog električnog pogona dobivene za ciklus US s različitim vrijednostima nagiba ceste .....	34
Slika 24. Optimalne radne točke ES dobivene DP optimiranjem kod hibridnog električnog pogona dobivene za ciklus US s različitim vrijednostima nagiba ceste .....	35
Slika 25. Optimalne trajektorije SoC-a dobivene DP optimiranjem za slučaj snimljenog voznog ciklusa te za rekonstruirani nagib ceste (a) koji je prikazan na (b) .....	36
Slika 26. Ukupna potrošnja goriva za slučajeve bez i s uključenim nagibom ceste za snimljeni vozni ciklus.....	37
Slika 27. Usporedba zahtijevane snage na kotaču i snage dobivene DP optimiranjem za snimljeni ciklus za slučaj bez nagiba ceste (a) i za slučaj učitanog rekonstruiranog nagiba (b) .....	37
Slika 28. Odabir optimalnih stupnjeva prijenosa dobivenih DP optimiranjem za realni snimljeni vozni ciklus za slučaj bez i s učitanim rekonstruiranim nagibom.....	38
Slika 29. Optimalne radne točke SUI motora dobivene DP optimiranjem kod hibridnog električnog pogona dobivene za snimljeni vozni ciklus za slučajeve bez učitanog nagiba i s učitanim promjenjivim nagibom.....	39
Slika 30. Optimalne radne točke ES dobivene DP optimiranjem kod hibridnog električnog pogona dobivene za snimljeni vozni ciklus za slučajeve bez učitanog nagiba i s učitanim promjenjivim nagibom.....	39
Slika 31. Pojednostavljena shema sustava upravljanja.....	41
Slika 32. Grafički prikaz polinoma koji povezuje iznose brzine SUI motora i ES-a dobivenih DP optimiranjem s brzinom i momentom na kotaču.....	43
Slika 33. Implementacija upravljanja momentom SUI motora .....	43
Slika 34. Grafički prikaz optimalnih stupnjeva prijenosa dobivenih DP optimiranjem..	44
Slika 35. Implementacija upravljanja odabirom optimalnog stupnja prijenosa (h).....	45

**POPIS TABLICA**

Tablica 1. Osnovne karakteristike za Volvo 7900 [3] .....	4
Tablica 2. Podaci o masi vozila.....	4
Tablica 3. Stupnjevi prijenosa automatske transmisije Volvo AT2412D I-Shift [4].....	5
Tablica 4. Parametri vezani uz jednadžbu (2-2) .....	6
Tablica 5. Vrijednosti parametara za SUI motor Volvo D5K240 EU6 [8] .....	9
Tablica 6. Vrijednosti parametara za električni stroj Volvo I-SAM [10].....	12
Tablica 7. Parametri jedne ćelije litij-ionske baterije [12].....	15
Tablica 8. Parametri litij-ionske baterije .....	16
Tablica 9. Ovisnost točnosti rezultata i vremena izvođenja algoritma optimiranja o odabiru rezolucije varijable stanja i upravljačke varijable .....	28
Tablica 10. Udjeli energije potrebni za svladavanje sila koje djeluju na vozilo za certifikacijski ciklus.....	30
Tablica 11. Udjeli energije potrebni za svladavanje sila koje djeluju na vozilo za snimljeni ciklus (DU1).....	31
Tablica 12. Rezultati DP optimiranja za certifikacijski vozni ciklus US i generirane nagibe .....	35
Tablica 13. Rezultati DP optimiranja za snimljene vozne cikluse i rekonstruirani nagib ceste .....	40

## POPIS OZNAKA

Oznake su dane redom kako se pojavljuju u radu:

Oznaka	Opis	Mjerna jedinica
$l$	duljina	m
$w$	širina	m
$h$	visina	m
$A_f$	prednja površina	m <sup>2</sup>
$r$	polumjer gume	m
$n_p$	broj putnika	-
$m_p$	prosječna masa putnika	kg
$m_{uk}$	ukupna masa vozila	kg
$m_{pv}$	masa praznog vozila	kg
$v_v$	brzina vozila	km/h
$\tau_L$	moment kotača	Nm
$\omega_L$	brzina kotača	rad/s
$a$	akceleracija vozila	m/s <sup>2</sup>
$g$	akceleracija sile teže	m/s <sup>2</sup>
$R_o$	koeficijent trenja kotrljanja	-
$\rho_{air}$	gustoća zraka	kg/m <sup>3</sup>
$C_d$	aerodinamički otpor	-

$\alpha$	nagib	°
$P_d$	zahtijevana snaga vozača	W
$P_{prag}$	prag snage uključivanja SUI motora	W
$K$	pojačanje RB regulatora	-
$SoC$	stanje napunjenosti baterije	-
$SoC_R$	referentna vrijednost stanja napunjenosti baterije	-
$e$	regulacijska pogreška	-
$P_{bat}$	snaga baterije	W
$P_e$	snaga SUI motora	W
$h$	stupanj prijenosa transmisije	-
$i_o$	prijenosni omjer diferencijala	-
$\eta_t$	korisnost transmisije	-
$\tau_{mg}$	okretni moment električnog stroja	Nm
$\omega_{mg}$	okretna brzina električnog stroja	rad/s
$\tau_e$	moment SUI motora	Nm
$\omega_e$	brzina SUI motora	rad/s
$P_{max}$	maksimalna snaga SUI motora / ES	W
$n_{max}$	maksimalan broj okretaja	o/min
$\tau_{max}$	maksimalni moment	Nm
$\bar{m}_f$	specifična potrošnja goriva	g/kWh
$\dot{m}_f$	maseni protok goriva	g/s
$V_f$	potrošnja goriva	L

$T_f$	Vrijeme trajanja ciklusa	s
$\rho_f$	gustoća goriva	kg/m <sup>3</sup>
$\eta_{mg}$	korisnost ES	-
$Q_{\max}$	kapacitet baterije	C
$i$	struja baterije	A
$U_{oc}$	napon otvorenog kruga baterije	V
$R_{ch}$	unutarnji otpor pri punjenju baterije	$\Omega$
$R_{dch}$	unutarnji otpor pri pražnjenju baterije	$\Omega$
$E$	energija baterije	Wh
$N_{cell}$	broj ćelija baterije	-
$J$	ciljna funkcija	-
$N_t$	broj intervala uzorkovanja	-
$\mathbf{x}$	vektor varijabli stanja	-
$\mathbf{u}$	vektor upravljačkih varijabli	-
$T$	vrijeme uzorkovanja	s
$N_x$	rezolucija varijable stanja	-
$N_u$	rezolucija upravljačkih varijabli	-
$K_f$	faktor penalizacije pogreške završnog stanja	-
$K_g$	faktor penalizacije prekoračenja ograničenja	-
$T_{comp}$	računalno vrijeme izvođenja DP optimiranja	-
$E_{sum}$	ukupna energija na kotaču	J
$E_{acc}$	energija sile akceleracije	J

$E_g$	energija svladavanja sile teže	J
$E_{roll}$	energija svladavanja sile kotrljanja	J
$E_{aero}$	energija svladavanja sile otpora zraka	J
$F_g$	sila gravitacije	N

## POPIS KRATICA

Kratice su dane redom kako se pojavljuju u radu.

Kratika	Opis
EV	električno vozilo
HEV	hibridno električno vozilo
ES	električni stroj
SUI	motor s unutarnjim izgaranjem
RB	regulator zasnovan na bazi pravila
DU1..4	snimljeni vozni ciklusi
GPS	globalni pozicijski sustav
DP	dinamičko programiranje

## 1. UVOD

Današnji trend razvoja vozila teži prema sve većoj proizvodnji električnih vozila (EV) i hibridnih električnih vozila (HEV). Električna vozila koriste isključivo električni stroj za pogon dok hibridna električna vozila koriste i električni stroj (ES) i motor s unutarnjim izgaranjem (SUI). Postoji niz razloga zbog čega se teži uvođenju takvih vrsta vozila no najznačajniji su izrazito smanjenje buke u gradskoj vožnji, smanjenje emisije štetnih plinova te manja potrošnja goriva koja se postiže povoljnijim postavljanjem radnih točaka komponenti pogona i regenerativnim kočenjem. Regenerativno kočenje predstavlja pretvorbu kinetičke energije kočenja u električnu i pohranjivanje te energije u bateriju.

Postoji više vrsta konfiguracije pogona HEV-a, a to su: serijska, paralelna te serijsko – paralelna konfiguracija. Serijska konfiguracija je konfiguracija kod koje se SUI motor koristi za pogon manjeg električnog stroja koji se koristi kao generator za punjenje baterije i napajanje glavnog električnog stroja. Kod paralelne konfiguracije oba izvora energije (i SUI motor i električni stroj) zajedno preko mehaničke veze pogone vozilo. Serijsko – paralelna izvedba vozila koristi prednosti prethodno navedenih konfiguracija jer je za vožnju pri nižim brzinama pogodnija serijska izvedba pogona dok je za veće brzine učinkovitija paralelna konfiguracija [1].

Za kvalitetno upravljanje tokovima energije potrebno je koristiti optimalne strategije upravljanja koje osiguravaju veće iskorištenje performansi vozila. Ukoliko su uključene i značajne promjene nagiba ceste kojom vozilo vozi, optimalna struktura i parametri strategije upravljanja mogu se bitno razlikovati te je za sintezu i provjeru realistične upravljačke strategije dobro provesti optimiranje upravljačkih varijabli. U ovom radu će se postaviti fokus na postavljanje problema optimiranja te provesti optimiranje za definirane vozne cikluse. Rad je koncipiran na idući način:

U **drugom** poglavlju dane su karakteristike HEV vozila prema kojima je napravljen simulacijski model paralelne konfiguracije hibridnog pogona, te je dana polazna pripadajuća upravljačka strategija.

U **trećem** poglavlju opisani su vozni ciklusi za koje će se provoditi optimiranje. Oni uključuju certifikacijski vozni ciklus s umjetno generiranim profilima nagiba ceste te snimljene vozne cikluse s profilom nagiba ceste rekonstruiranim iz snimljenih GPS podataka.

U **četvrtom** poglavlju predstavljen je problem optimiranja upravljačkih varijabli, DP algoritam optimiranja, te je prikazan postupak optimiranja upravljačkih varijabli za prethodno definirane vozne cikluse za slučaj bez i s uključenim nagibom ceste.

U **petom** poglavlju dani su rezultati optimiranja u vidu optimalnih trajektorija stanja napunjenosti baterije, radnih točaka HEV pogona i potrošnje goriva za slučaj kad nagib ceste nije uzet u obzir i za slučaj kada je uzet u obzir.

U **šestom** poglavlju dana je preporuka za sintezu realistične upravljačke strategije u prisustvu izraženih nagiba ceste na temelju rezultata DP optimiranja.



## 2. SIMULACIJSKI MODEL HIBRIDNOG ELEKTRIČNOG AUTOBUSA

U ovom je poglavlju je predstavljen HEV električni autobus prema kojem je rađen simulacijski model paralelne konfiguracije hibridnog pogona. Opisane su sile koje djeluju na vozilo u vožnji, te je prikazan postupak modeliranja pogona vozila. Uz to dan je prikaz osnovne strategije upravljanja vozilom.

### 2.1 Opis karakteristika HEV autobusa

Stvarni HEV autobus čije su karakteristike preuzete u modeliranju paralelnog hibridnog pogona jest Volvo 7900 [2] prikazan na slici 1.



*Slika 1. Volvo 7900 [2]*

U tablici 1 [3] prikazane su osnovne karakteristike vozila: vezane uz dimenzije vozila i maksimalni broj putnika koji autobus može primiti:

*Tablica 1. Osnovne karakteristike za Volvo 7900 [3]*

Parametar	Oznaka	Vrijednost	Mjerna jedinica
Duljina	$l$	12.0	m
Širina	$w$	2.55	m
Visina	$h$	3.28	m
Prednja površina vozila	$A_f$	8.364	m <sup>2</sup>
Efektivni polumjer gume	$r$	0.441	m
Broj putnika	$n_p$	105	-

Pošto masa praznog vozila ( $m_v$ ) nije poznata, ona je izračunata tako da se od maksimalne mase ( $m_{uk}$ ) vozila (GVW – Gross Vehicle Weight) oduzela masa maksimalnog broja putnika ( $n_p = 105$  [3]). Pritom je za prosječnu masu putnika uzeta vrijednost od  $m_p = 70$  kg. Masa praznog autobusa računa se kako slijedi:

$$m_{pv} = m_{uk} - (n_p m_p) \quad (2 - 1)$$

U tablici 2 dane su vrijednosti za maksimalnu dopuštenu masu vozila te za izračunatu vrijednost mase praznog vozila.

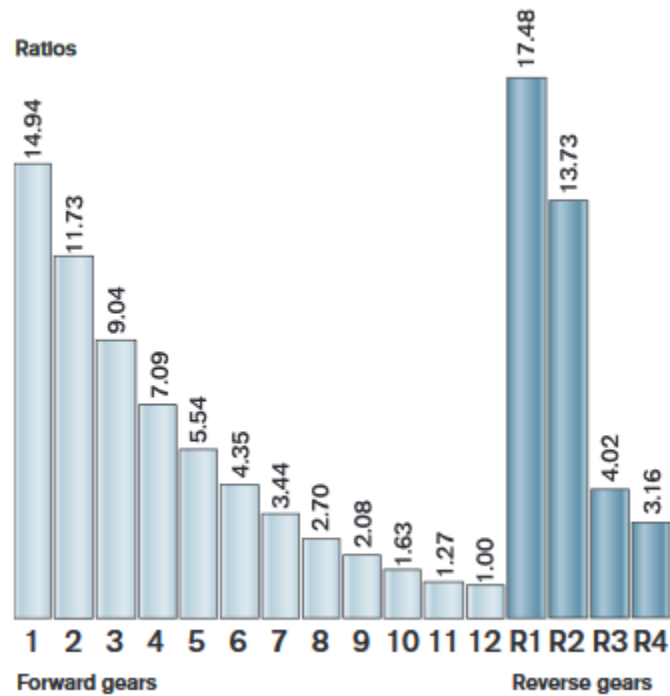
*Tablica 2. Podaci o masi vozila*

Parametar	Oznaka	Vrijednost	Mjerna jedinica
Ukupna masa vozila	$m_{uk}$	19 000	kg
Masa praznog vozila	$m_{pv}$	11 650	kg

U vozilu se nalazi automatska transmisija Volvo AT2412D I-Shift [4] te su prijenosni omjeri stupnjeva prijenosa prikazani u tablici 3 i na slici 2:

Tablica 3. Stupnjevi prijenosa automatske transmisije Volvo AT2412D I-Shift [4]

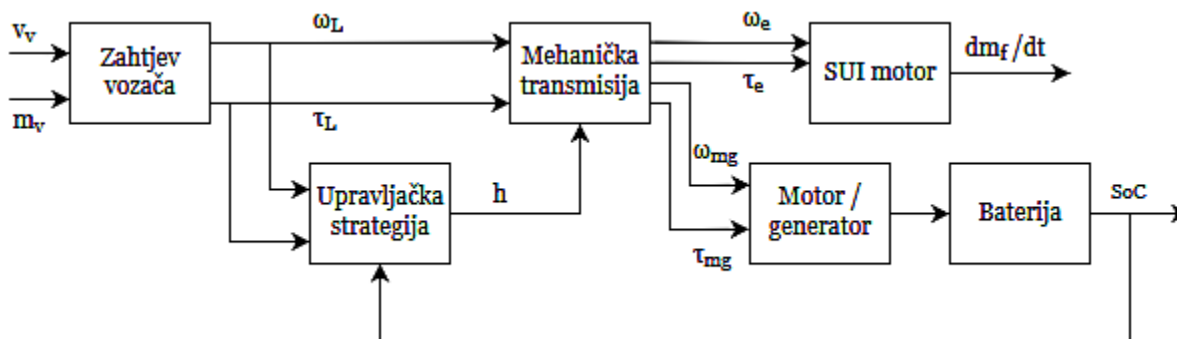
h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Omjer	14.94	11.73	9.04	7.09	5.44	4.35	3.44	2.7	2.08	1.63	1.27	1



Slika 2. Stupnjevi prijenosa automatske transmisije Volvo AT2412D I-Shift [5]

## 2.2 Modeliranje pogona HEV autobusa

Kvazistatički model pogona hibridnog električnog autobusa prikazan je blokovskom shemom na slici 3. :



Slika 3. Blokovska shema kvazistatičkog modela pogona HEV autobusa

Prema zahtjevu brzine  $v_v$  od strane vozača i ovisno o masi vozila (blok *Zahtjev vozača*) potrebno je generirati dovoljan moment na kotaču  $\tau_L$  i brzinu na kotaču  $\omega_L$  kako bi se savladale sve sile koje djeluju na vozilo za vrijeme vožnje (sila akceleracije, sila teže, otpor kotrljanja i otpor zraka) te se te vrijednosti određuju na temelju idućih izraza:

$$\tau_L = r [m_v (dv_v/dt + g(\sin \alpha + R_o \cos \alpha + 0.5\rho_{air}C_dA_f v_v^2)] \quad (2 - 2)$$

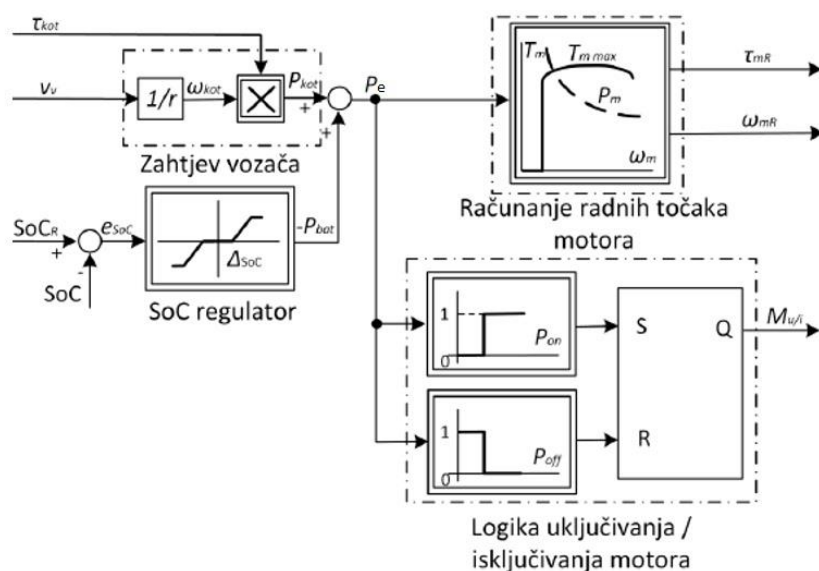
$$\omega_L = v_v/r \quad (2 - 3)$$

Parametri korišteni u jednadžbama (2-2) dani su u tablici 3:

Tablica 4. Parametri vezani uz jednadžbu (2-2)

Parametar	Oznaka	Vrijednost	Mjerna jedinica
Ubrzanje sile teže	$g$	9.81	m/s <sup>2</sup>
Koeficijent trenja kotrljanja	$R_o$	0.012	-
Gustoća zraka	$\rho_{air}$	1.225	kg/m <sup>3</sup>
Aerodinamični otpor	$C_d$	0.7	-
Nagib	$\alpha$	Promjenjiva	°

Potom izračunate vrijednosti momenta na kotaču ( $\tau_L$ ) i brzine na kotaču ( $\omega_L$ ) ulaze u blok *Upravljačka strategija* gdje se nalazi upravljačka logika pogona. Logika upravljanja je zadužena za kontrolu tokova energije. U ovom modelu implementiran je takozvani regulator zasnovan na bazi pravila (engl. Rule – Based regulator). Logika ove strategije upravljanja koncipirana je tako da se vozilo pogoni na isključivo električni pogon sve do trenutka kada zahtijevana snaga od SUI motora ( $P_e$ ) ne postane veća od nekog unaprijed definiranog praga snage ( $P_{prag}$ ). Na slici 4 prikazan je blokovski dijagram upravljačke strategije.

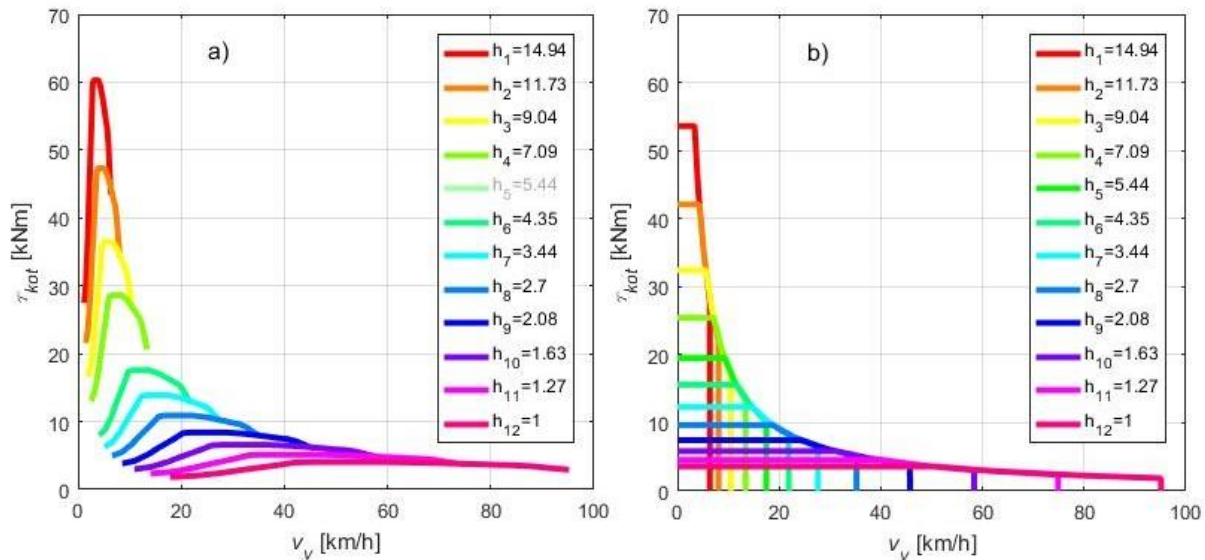


Slika 4. Blok dijagram upravljačke strategije [6]

SoC regulator (stanje napunjenosti baterije; engl. State of Charge) je proporcionalni regulator s pojačanjem  $K = 10^5$  koji se nalazi u sklopu RB regulatora. Ukoliko postoji određeno odstupanje SoC-a od unaprijed zadane referentne vrijednosti  $SoC_R$  (tj. Ukoliko postoji regulacijska greška  $e_{SoC}$ ), on na svojem izlazu daje snagu  $-P_{bat}$ , gdje je  $P_{bat}$  snaga baterije. Potom se ta vrijednost snage dodaje zahtijevanoj snazi od vozača ( $P_d$ ) te se tako određuje snaga SUI motora ( $P_e$ ). Kao što je već prije objašnjeno ukoliko je  $P_e$  veći od unaprijed definiranog praga snage  $P_{prag}$  (u našem slučaju odabran je  $P_{prag} = 30$  kW) tada se uključuje SUI motor. Tako se izbjegava korištenje SUI motora u radnom području visoke specifične potrošnje goriva  $\bar{m}_f(\omega_e, \tau_e)$ , te se forsira rad u električnom režimu [6].

Osim logike uključivanja i isključivanja SUI motora, u bloku *Upravljačka strategija* dolazi i do određivanja stupnja prijenosa ( $h$ ) mehaničke transmisije kojim će se postići maksimalna učinkovitost električnog stroja te minimalna potrošnja goriva ukoliko je uključen SUI motor. Stupanj prijenosa može poprimiti jednu od 12 diskretnih vrijednosti koje su dane u tablici 3 [4]. Prijenosi omjer diferencijala vozila iznosi  $i_o = 4.72$  [4], dok je za korisnost transmisije  $\eta_t$  odabrana vrijednost 0.95 [7].

Na slici 5 grafički su prikazani maksimalni moment na kotaču dobiveni od strane SUI motora i ES za različite stupnjevi prijenosa:



Slika 5. Maksimalni moment na kotaču za različite stupnjeve prijenosa za a) SUI motora i b) ES [4]

Ukoliko je način vožnje isključivo električan, tada se moment i brzina električnog stroja računaju idućim jednadžbama:

$$\tau_{mg} = \frac{\tau_L}{\eta_t i_o h} \quad (2 - 4)$$

$$\omega_{mg} = \omega_L i_o h \quad (2 - 5)$$

Ako u pogonu vozila radi i SUI motor tada se njegov moment i brzina određuju kako slijedi:

$$\tau_e = \frac{\tau_L}{\eta_t i_o h} \quad (2 - 6)$$

$$\omega_e = \omega_L i_o h \quad (2 - 7)$$

U tom slučaju, moment električnog stroja i njegova brzina se određuju iz snage na kotaču ( $P_d$ ) i snage SUI motora ( $P_e$ ) prema izrazima:

$$\tau_{mg} = \frac{P_d - P_e}{\omega_{mg}} \quad (2 - 8)$$

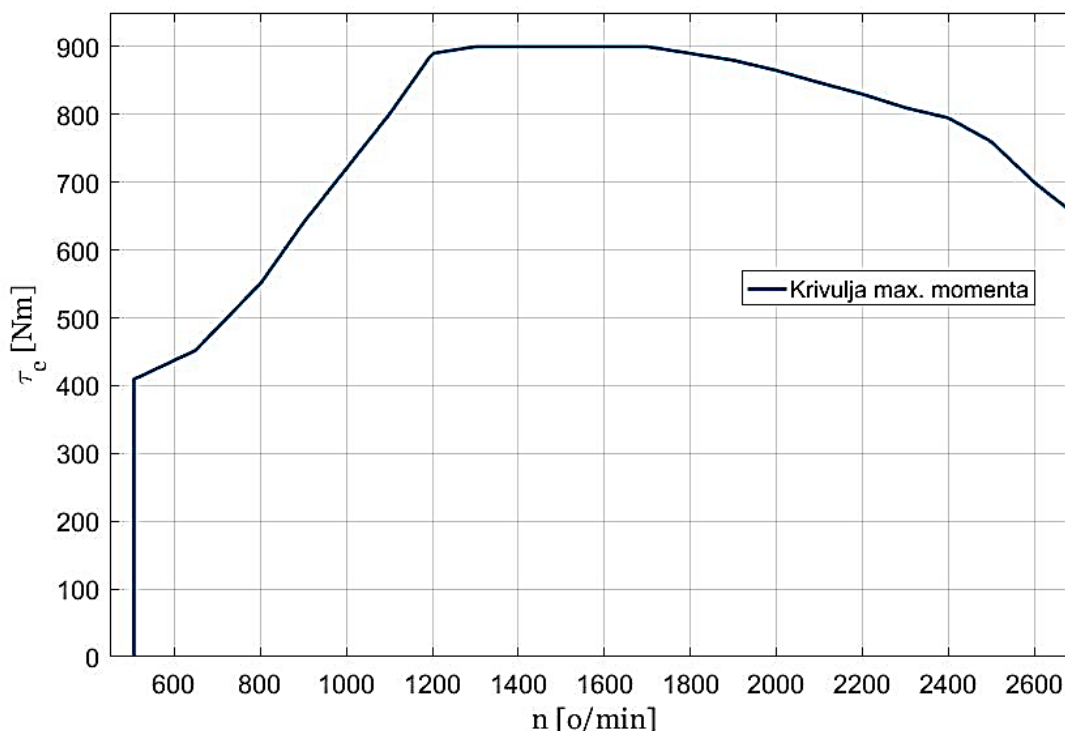
$$\omega_{mg} = \omega_e \quad (2 - 9)$$

Pomoću tih izračunatih vrijednosti dobiva se potrošnja goriva SUI motora te električna snaga koja ulazi u bateriju. Prema slici 3, dobivene vrijednosti momenta i brzine za SUI motor ulaze u blok *SUI motor* gdje se potom računa protok goriva. SUI motor je modeliran prema motoru koji se nalazi u modelu autobusa Volvo 7900, a to je Volvo D5K240 EU6 [8], te su osnovne informacije o njemu dane u tablici 5:

Tablica 5. Vrijednosti parametara za SUI motor Volvo D5K240 EU6 [8]

Parametar	Oznaka	Vrijednost	Mjerna jedinica
Maksimalna snaga	$P_{\max}$	177	kW
Maksimalan broj okretaja	$n_{\max}$	2700	o/min
Maksimalni moment	$\tau_{\max}$	900	Nm

Na slici 6 prikazana je krivulja maksimalnog momenta SUI motora u ovisnosti o brzini vrtnje motora.



Slika 6. Krivulja maksimalnog momenta SUI motora u ovisnosti o brzini vrtnje [8]

Tok goriva koji daje SUI motor dobiva se iz mape specifične potrošnje goriva  $\bar{m}_f$  [g/kWh]. Takva mapa pokazuje kolika je potrošnja goriva ovisno o tome na kojem momentu i brzini radi SUI motor. Prikaz potrošnje goriva u masenom protoku  $\dot{m}_f$  [g/s] dobiva se iz izraza:

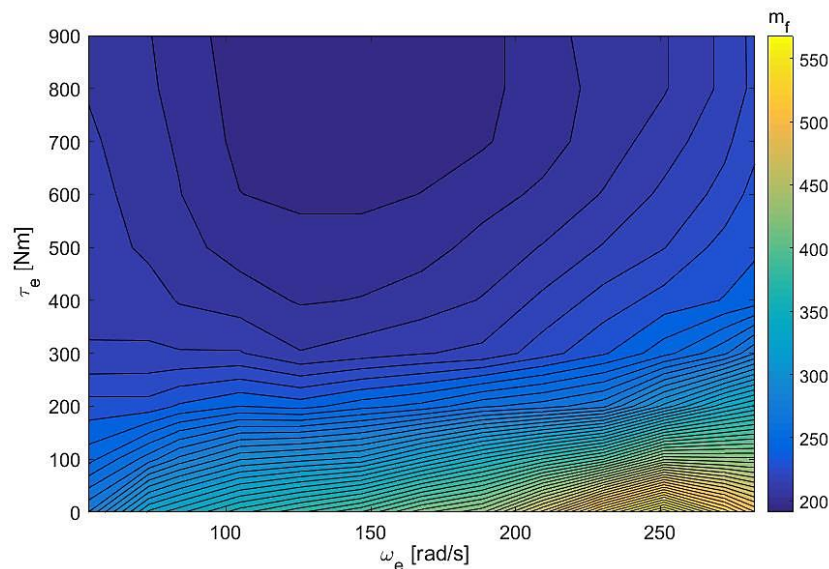
$$\dot{m}_f(\tau_e, \omega_e) = \frac{\tau_e \omega_e \bar{m}_f(\tau_e, \omega_e)}{1000 \cdot 3600} \quad (2 - 10)$$

Ukupna potrošnja goriva u litrama  $V_{f,uk}$  [L] se dobiva prema :

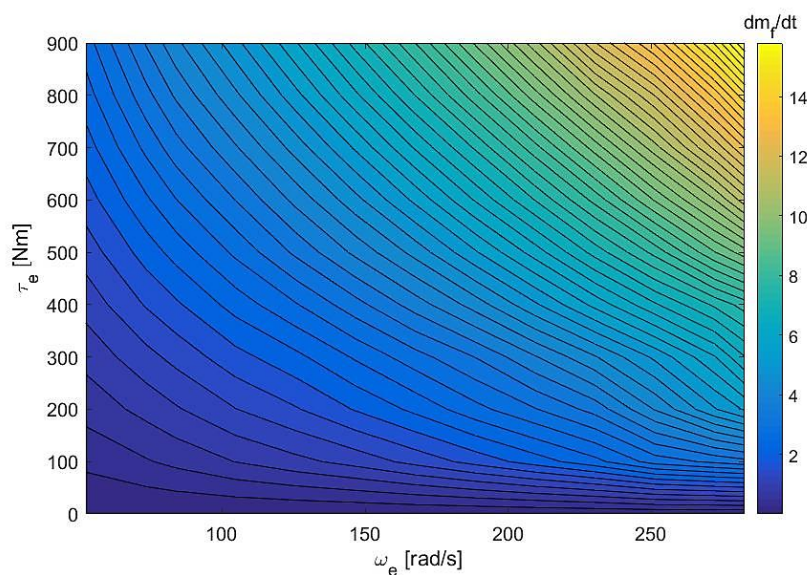
$$V_{f,uk} = \frac{1}{\rho_f} \int_{t=0}^{T_f} \dot{m}_f(\tau_e, \omega_e) dt \quad (2 - 11)$$

U toj jednadžbi  $T_f$  predstavlja ukupno vrijeme trajanja ciklusa te se integral skalira sa gustoćom  $\rho_f$  kako bi se dobio volumen potrošnje goriva ( $V_f$ ). Uzeto je da je  $\rho_f = 850 \text{ kg/m}^3$  [9]. Prikaz mape specifične potrošnje goriva iskazan u g/kWh dan je na slici 7, dok je mapa specifične potrošnje u g/s dana na slici 8.





Slika 7. Mapa specifične potrošnje goriva iskazana u g/kWh



Slika 8. Prikaz mape potrošnje goriva iskazan u g/s

Nadalje, u električni dio pogona ulaze dobivene vrijednosti momenta i brzine električnog stroja (blok *Električni stroj* na slici 3). Električni stroj radi kao motor i generator što znači da je osim sudjelovanja u pogonu vozila moguće i puniti bateriju putem regenerativnog kočenja tako da se kinetička energija kočenja ne rasipa u obliku toplinske energije na mehaničkim kočnicama, već se dio te energije konvertira i vraća u bateriju te onda električni stroj radi u generatorskom režimu rada. Blok *Električni stroj* modeliran je

prema električnom stroju Volvo I-SAM [10] koji se nalazi u modelu autobusa Volvo 7900 [3] te su osnovni podaci o njemu dani u tablici 6:

Tablica 6. Vrijednosti parametara za električni stroj Volvo I-SAM [10]

Parametar	Oznaka	Vrijednost	Mjerna jedinica
Maksimalna snaga	$P_{\max}$	120	kW
Maksimalan broj okretaja	$n_{\max}$	2700	o/min
Maksimalni moment	$\tau_{\max}$	800	Nm

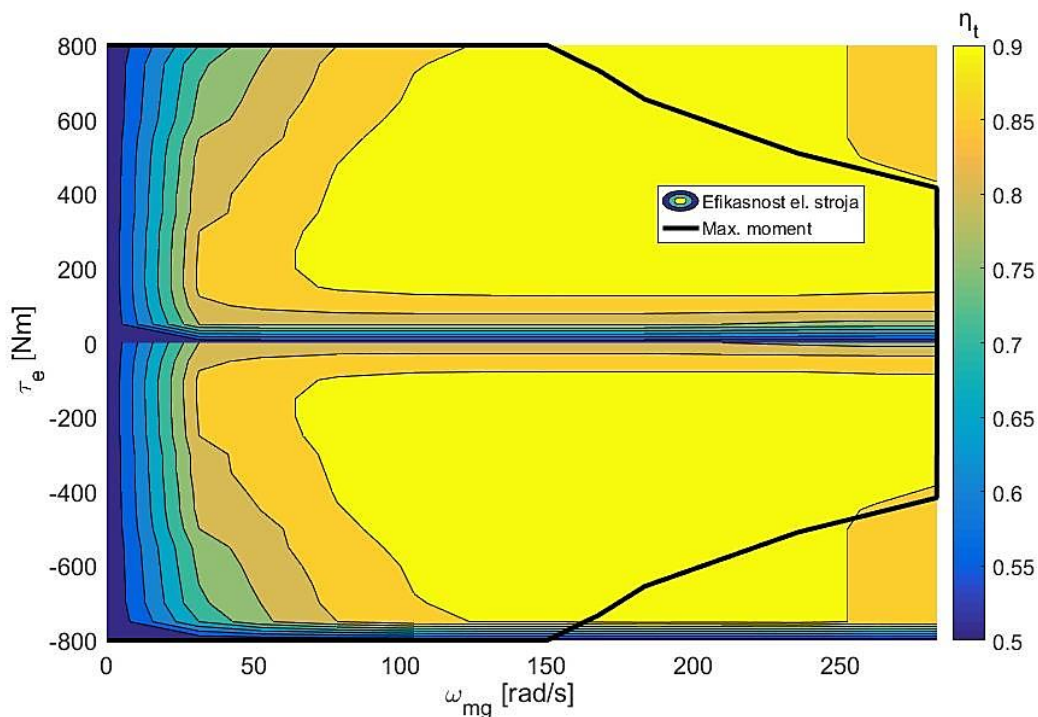
Pošto od strane Volva nije bila dostupna mapa korisnosti električnog stroja preuzeta je mapa s podacima za električni stroj koji je po tehnologiji sličan Volvo I-SAM stroju a to je električni stroj HVH 410, proizvod firme *Remy* [11]. Razlika između navedenih strojeva jest u maksimalnoj brzini jer ES HVH 410 postiže značajno veće brzine, čak do 6000 o/min. Zbog toga je mapa korisnosti stroja zajedno s maksimalnom brzinom korigirana kako bi odgovarala vrijednostima stroja Volvo I-SAM. Mapa korisnosti zajedno s krivuljom maksimalnog momenta prikazana je na slici 9.

U simulacijskom modelu se u bloku *Električni stroj* računa električna snaga ( $P_{mg}$ ). Vrijednost te snage se dalje prosljeđuje u blok *Baterija*, a ovisno o tome da li motor radi motorskom načinu rada ili generatorskom, snaga koja se isporučuje u bateriju se računa prema idućim izrazima:

$$P_{mg,mot} = \frac{\tau_{mg}\omega_{mg}}{\eta_{mg}} \quad (2 - 12)$$

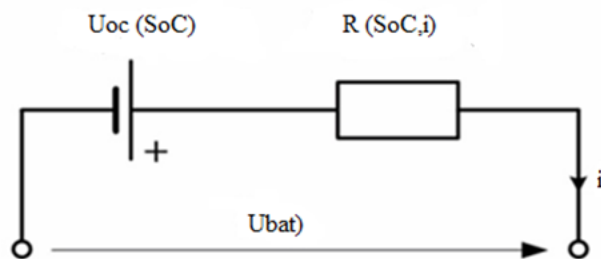
$$P_{mg,gen} = (\tau_{mg}\omega_{mg})\eta_{mg} \quad (2 - 13)$$

U tim izrazima  $P_{mg,mot}$  predstavlja električnu snagu ukoliko stroj radi u motorskom režimu,  $P_{mg,gen}$  ako radi u generatorskom te  $\eta_{mg}$  predstavlja korisnost stroja.



Slika 9. Mapa korisnosti električnog stroja s pripadajućom krivuljom maksimalnog momenta [3], [11]

Dobivena vrijednost električne snage se prosljeđuje u blok *Baterija* iz kojeg se dobiva informacija o stanju SoC-a. Nadomjesni električni krug baterije prikazan je na slici 10:



Slika 10. Nadomjesni električni krug baterije

Vrijednosti koje SoC može poprimiti su u rasponu između 0 i 1, pri čemu 0 odgovara potpuno praznoj bateriji, dok 1 odgovara potpuno punoj bateriji. Promjena stanja napunjenosti baterije ovisi o iznosu struje punjenja ili pražnjenja ( $i(t)$ ) te o maksimalnom kapacitetu baterije  $Q_{\max}$  prema:

$$\dot{SoC} = \frac{-i(t)}{Q_{max}} \quad (2 - 14)$$

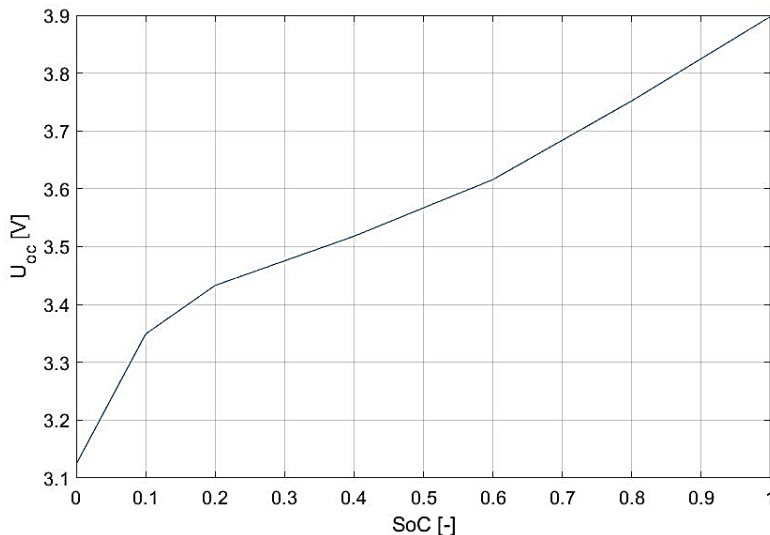
Iz jednadžbe za električnu snagu baterije možemo dobiti izraz za iznos struje  $i(t)$ :

$$P_{bat} = U_{oc}(SoC)i(t) - R(\text{sgn}(i))i^2(t) \quad (2 - 15)$$

U jednadžbi (2-15),  $U_{oc}$  predstavlja napon otvorenog kruga baterije, te je njegova promjena u ovisnosti o SoC-u baterije dana na slici 11.

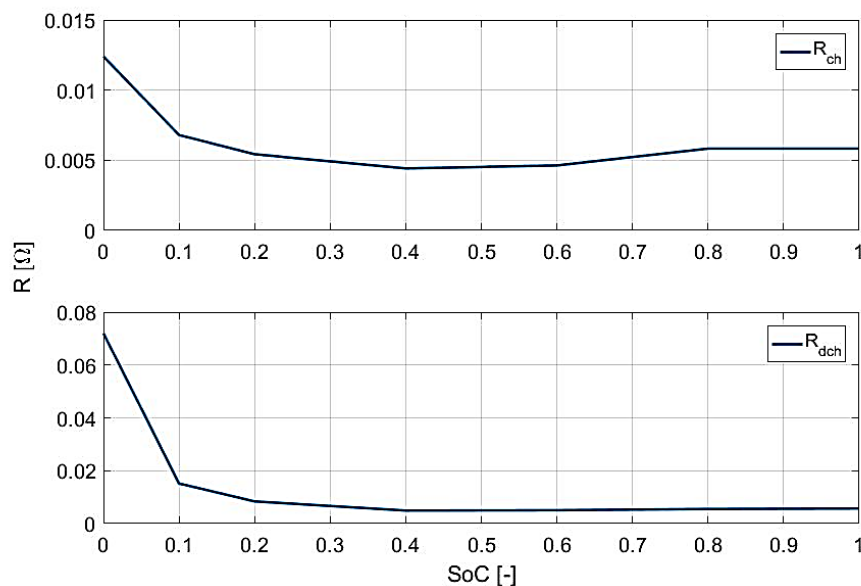
Ukoliko povežemo izraze (2-14) i (2-15) dolazimo do jednadžbe prema kojoj je modelirana baterija:

$$\dot{SoC} = \frac{\sqrt{U_{oc}^2(SoC) - 4R(SoC, i)P_{batt}} - U_{oc}(SoC)}{2Q_{max}R(SoC, i)} \quad (2 - 16)$$



Slika 11. Promjena napona baterije ovisno o SoC-u

Otpor baterije ( $R(SoC, i)$ ) ovisi o tome da li se baterija prazni ili puni ( $R_{ch}$  ukoliko se baterija puni i  $R_{dch}$  ukoliko se baterija prazni). Na slici 12 dan je prikaz promjena otpora jedne ćelije litij-ionske baterije u ovisnosti o SoC-u baterije:



Slika 12. Prikaz karakteristike otpora punjenja i pražnjenja za jednu ćeliju litij - ionske baterije

Baterija je modelirana prema informacijama o litij – ionskoj bateriji [12] s ukupnim kapacitetom od 19 kWh [13] čiji su parametri dani u tablici 7. Broj ćelija baterije određen je tako da se od ukupni kapacitet baterije podijelio s kapacitetom jedne ćelije litij ionske baterije:

$$N_{cell} = \frac{E}{E_{cell}} = 317 \quad (2 - 17)$$

Tablica 7. Parametri jedne ćelije litij-ionske baterije [12]

Parametar	Oznaka	Vrijednost	Mjerna jedinica
Energija	$E$	0.06	kWh
Kapacitet	$Q$	0.16	Ah
Masa	$m$	0.63	kg

Ukoliko se svaki od tih parametara pomnoži s ukupnim brojem ćelija dolazimo do parametara cijele baterije (tablica 8):

*Tablica 8. Parametri litij-ionske baterije*

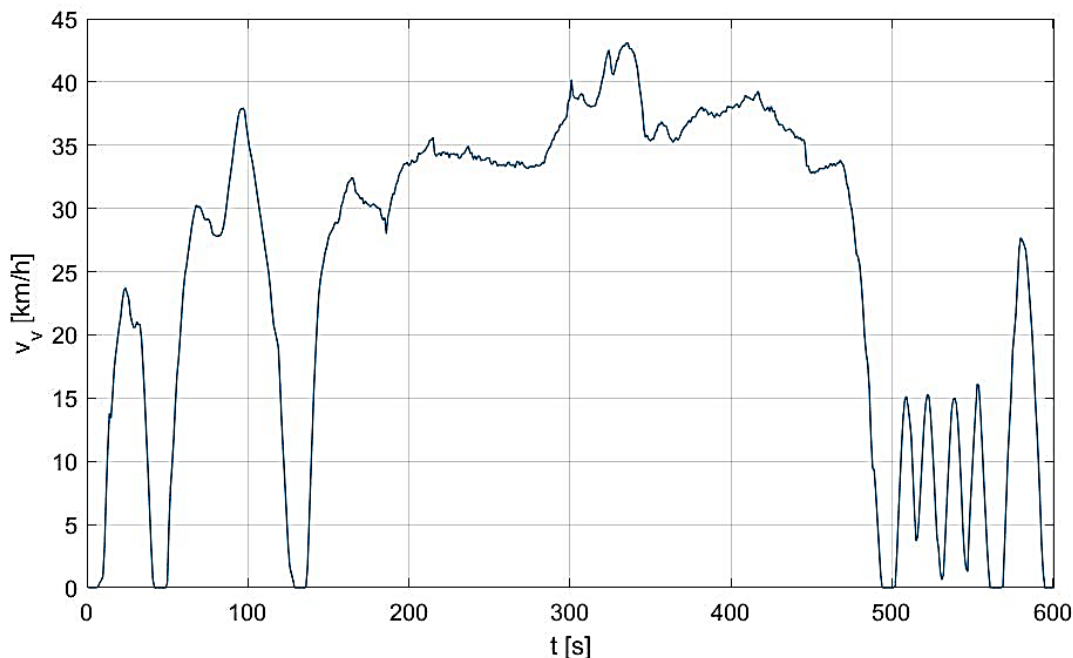
Parametar	Oznaka	Vrijednost	Mjerna jedinica
Energija	$E$	19 000	kWh
Kapacitet	$Q$	50.72	Ah
Masa	$m$	200	kg
Broj ćelija	$N$	317	-

### 3. VOZNI CIKLUSI

U ovom će poglavlju biti opisani vozni ciklusi za koje će se provoditi optimiranje upravljačkih varijabli prethodno modeliranog pogona HEV autobusa.

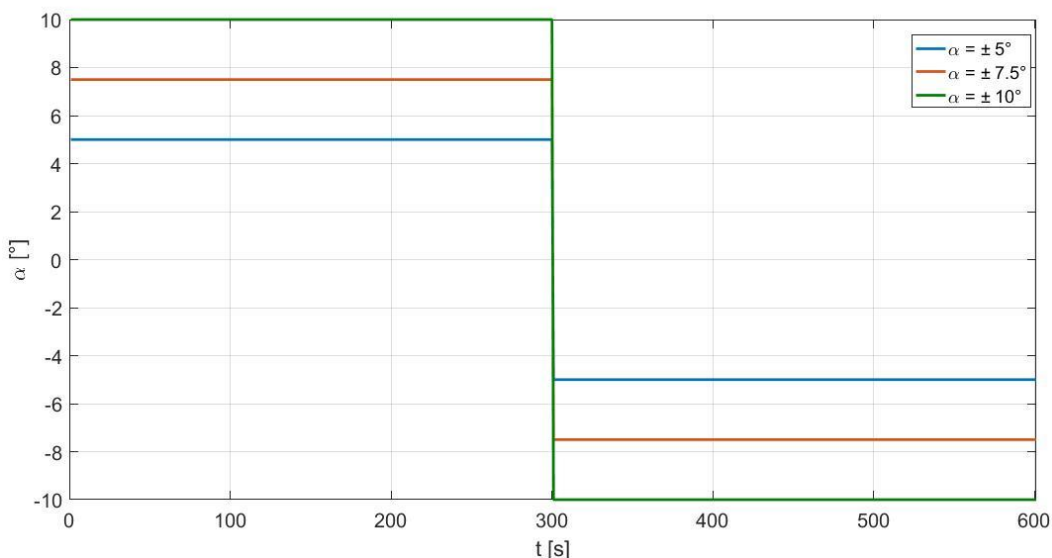
#### 3.1 Certifikacijski vozni ciklus i umjetno generirani nagibi ceste

Na slici 13 prikazan je odabrani certifikacijski ciklus US za koji se provodi optimiranje upravljačkih varijabli HEV pogona (ciklus je preuzeti iz [12]), s time da je ciklus skaliran na manje iznose brzina kako bi te vrijednosti bile unutar granica koju vozilo, prema kojem se modelirao model HEV autobusa, može postići.



*Slika 13. Certifikacijski vozni ciklus US*

Pošto ovaj ciklus ima samo definiranu brzinu u svakom trenutku ali ne i nagib, generirani su umjetni nagibi ceste te su oni prikazani na slici 14:



Slika 14. Generirani nagibi ceste za certifikacijski vozni ciklus

Prvi nagib za koji će se optimirati upravljačke varijable pogona jest nagib koji je prvu polovicu ciklusa iznosa  $5^\circ$  a drugu polovicu  $-5^\circ$ , drugi nagib je isti kao i prvi samo su vrijednosti  $7.5^\circ$  i  $-7.5^\circ$ , te naposljetku nagib s vrijednostima  $10^\circ$  u prvom i  $-10^\circ$  u drugom dijelu.

### 3.2 Snimljeni vozni ciklusi

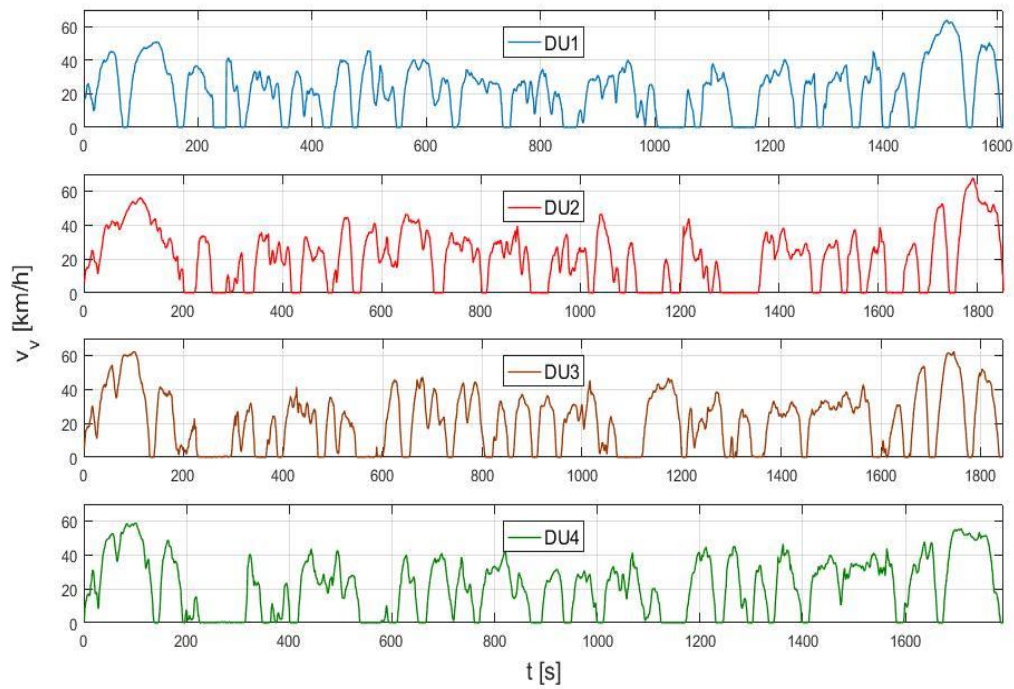
Osim certifikacijskog voznog ciklusa, optimiranje se provodi i za snimljene vozne cikluse. Vozni ciklusi su snimljeni u Dubrovniku u prosincu 2014. godine na kružnoj ruti Babin kuk – Pile (Slika 15) korištenjem GPS opreme. Duljina rute zbog radova u trenutku snimanja iznosi 12 kilometara što je za 2 kilometra dulje od standardne rute. Samo trajanje vožnje po toj ruti iznosi 45 minuta od čega vožnja u jednom smjeru traje po 15 minuta a isto toliko traje i vrijeme odmora vozača između vožnji. Snimanje je provedeno na tri različita autobusa te je snimljeno sedam vožnji a u radu će se provoditi optimiranje za četiri od njih te će biti nazvani DU1, DU2, DU3 i DU4.



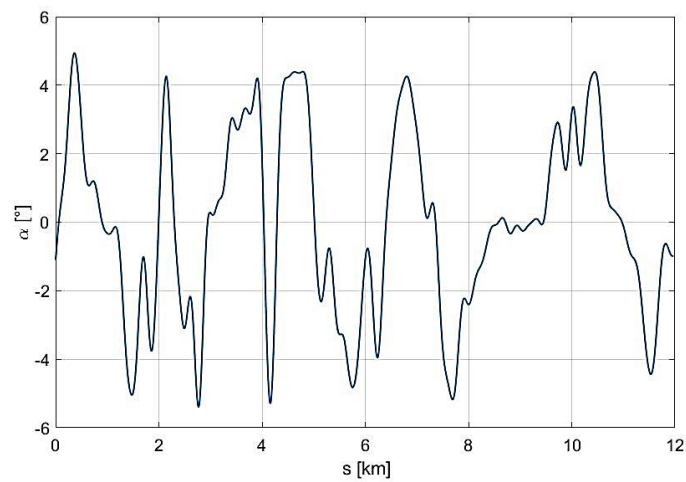


*Slika 15. Kružna ruta Babin Kuk - Pile na kojoj je provedeno snimanje voznih ciklusa [14]*

Na slici 16 prikazani su snimljeni vozni ciklusi, dok je na na slici 17 prikazan nagib ceste za dane vozne cikluse koji je rekonstruiran metodom Gaussovih procesa iz snimljenih podataka [15].



Slika 16. Snimljeni vozni ciklusi DU1 - DU4



Slika 17. Prikaz rekonstruiranog nagiba ceste iz snimljenih podataka

## 4. OPTIMIRANJE UPRAVLJAČKIH VARIJABLI POGONA

U ovom će se poglavlju postaviti problem optimiranja upravljačkih varijabli HEV pogona koji će se riješiti korištenjem DP algoritma.

### 4.1 Algoritam DP

Dinamičko programiranje (dinamičko optimiranje) predstavlja metodu rješavanja kompleksnog problema tako da se taj problem razloži na skup jednostavnijih potproblema te da se njihova rješenja spremaju u memoriju. Kada se ponovno pojavi isti potproblem, umjesto ponovnog rješavanja tog problema, preuzme se prethodno izračunato rješenje te se tako dobiva ušteda na vremenu te zbog toga izvođenje algoritma dinamičkog programiranja traje znatno kraće nego kada bi se koristili algoritmi koji se baziraju na pretraživanju svih mogućih rješenja [16].

### 4.2 Opća formulacija problema optimiranja

Ideja je da se minimizira vremenski diskretna funkcija cilja koja je definirana na idući način:

$$J = \sum_{k=0}^{N_t-1} F(x_{k+1}, u_k, k) \quad (4-1)$$

u kojoj  $N_t$  predstavlja broj diskretnih vremenskih intervala,  $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}(t_k)$  i  $\mathbf{u}_k = \mathbf{u}(t_k)$  su varijable vektora stanja i upravljanja u  $k$ -tom vremenskom intervalu  $t_k = kT$  gdje je  $T$  vrijeme uzorkovanja definirano kao  $T = t_f/N$ . Nadalje se skup vremenski kontinuiranih jednadžbi koje izvorno opisuju proces transformira u skup jednadžba diferencije:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, k), \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4-2)$$

Početni i krajnji uvjeti za vektor stanja su :

$$x_0 = x(0) \quad (4-3)$$

$$x_N = x_f = x(t_f) \quad (4-4)$$

gdje je vektor upravljanja je ograničen u svojoj domeni na iduće minimalne i maksimalne vrijednosti (tzv. tvrda ograničenja):

$$u_{min} \leq u_k \leq u_{max}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4-5)$$

U podintegralnoj funkciji  $F(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{u}_k, k)$  u jednadžbi (4-1) mogu biti uključene i dodatne penalizacije ako postoje ograničenja na upravljačke varijable i varijable stanja (meka ograničenja).

### 4.3 Matematički opis DP algoritma

Ukoliko funkciju cilja iz jednadžbe (4-1) zapišemo na drugačiji način:

$$J_N(x_0) = \min_{u_0, \dots, u_{N-1}} \sum_{k=1}^N F(x_k, u_{k-1}, k) \quad (4-6)$$

te ako primijenimo iz jednadžbe diferencije (4-2) da  $\mathbf{x}_1$  ovisi samo o  $\mathbf{x}_0$  i  $\mathbf{u}_0$  dobivamo :

$$J_N(x_0) = \min_{u_0} \left\{ F(x_1, u_0, 0) + \min_{u_0, \dots, u_{N-1}} \sum_{k=2}^N F(x_k, u_{k-1}, k) \right\} \quad (4-7)$$

$$J_N(x_0) = \min_{u_0} \{ F(f(x_1, u_0, 0), u_0, 1) + J_{N-1}(f(x_0, u_0, 0)) \} \quad (4-8)$$

Prema tome možemo zaključiti kako se  $k$ -ti problem odnosi na  $(k-1)$ -ti problem te možemo napisati iduću rekurzivnu jednadžbu za  $k=2, 3, \dots, N$ :

$$J_k(x_{N-k}) = \min_{u_{N-k}} \left\{ \begin{array}{l} F(f(x_{N-k}, u_{N-k}, N-K), u_{N-k}, N-k+1) \\ + J_{k-1}(f(x_{N-k}, u_{N-k}, N-K)) \end{array} \right\} \quad (4-9)$$

$k = 1$  predstavlja prvi (unazadni proces u vremenu) te se on prvi rješava. U tom slučaju je  $\mathbf{x}_n = \mathbf{x}_f$  te se problem svodi na:

$$J_1(x_{N-1}) = \min_{u_{N-1}} F(x_f, u_{N-1}, N) \quad (4-10)$$

$$J_1(x_{N-1}) = \min_{u_{N-1}} F(f(x_{N-1}, u_{N-1}, N-1), u_N - 1, N) \quad (4-11)$$

Dakle sveukupno rješavanje problema se sastoji od rješavanja i spremanja problema za svaki diskretizirani vremenski trenutak te se počinje od trenutka  $\mathbf{J}_1(x_{N-1})$  uz odgovarajuće vrijednosti upravljačkog vektora  $\mathbf{u}_{N-1}$  za različite vrijednosti koje može poprimiti vektor stanja  $\mathbf{x}_{N-1}$ . Pretraživanjem prostora za  $\mathbf{u}$  ( $\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}_k \leq \mathbf{u}_{\max}$ ) dobivamo optimalni upravljački vektor  $\mathbf{u}_{N-1}$ . Potom slijedi računanje rekurzivne jednadžbe (4-11) s ciljem dobivanja:  $\{\mathbf{J}_1(\mathbf{x}_{N-1}), \mathbf{u}_{N-1}\}$ ,  $\{\mathbf{J}_2(\mathbf{x}_{N-2}), \mathbf{u}_{N-2}\}$ , ...,  $\{\mathbf{J}_N(\mathbf{x}_0), \mathbf{u}_0\}$  (tzv. **optimiranje unatrag u vremenu** (engl. Backward in time phase)). Kako smo već unaprijed definirali  $\mathbf{x}_0$ , u posljednjem koraku N potrebno je tražiti optimalnu vrijednost  $\mathbf{u}_0$  za  $\{\mathbf{J}_N(\mathbf{x}_0), \mathbf{u}_0\}$  samo za prethodno poznat  $\mathbf{x}_0$ .

Nakon optimiranja slijedi **faza rekonstrukcije optimalnog rješenja** (unaprijed u vremenu (engl. Forward in time phase)). U toj fazi optimalno rješenje se rekonstruira od prethodno spremljenih optimalnih rješenja iz faze optimiranja. Koristeći  $\mathbf{x}_0$  i optimalni  $\mathbf{u}_0$  možemo dobiti idući vektor stanja  $\mathbf{x}_1$  ako iskoristimo  $\mathbf{x}_1 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, 0)$  jer imamo zapamćene vrijednosti  $\{\mathbf{J}_{N-1}(\mathbf{x}_1), \mathbf{u}_1\}$  koje odgovaraju točno definiranoj vrijednosti  $\mathbf{x}_1 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, 0)$ . Taj postupak se ponavlja za svaki idući vremenski trenutak te dobivamo optimalni upravljački vektor  $\{\mathbf{u}_0, \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{N-1}\}$  [12], [17].

#### 4.4 Implementacija DP algoritma

Da bi ispravno implementirali algoritam dinamičkog programiranja potrebno je:

1. Definirati problem – definirati funkciju cilja (4-1), formulirati proces u diskretnom vremenu (4-2) te odrediti početno i krajnje stanje  $\mathbf{x}_0$  i  $\mathbf{x}_f$ .
2. Odrediti broj uzoraka (rezoluciju) vektora stanja ( $Nx_1, \dots, Nx_n$ ), vektora upravljanja ( $Nu_1, \dots, Nu_n$ ) te vremena ( $Nt$ )

3. Donje i gornje granice svih bitnih varijabli (varijable stanja  $\mathbf{x}_{\min}$  i  $\mathbf{x}_{\max}$ , upravljačke varijable  $\mathbf{u}_{\min}$  i  $\mathbf{u}_{\max}$  te vremena  $t$ ).
4. Odrediti matrice i dimenzije matrice u koje će se spremati rezultati:

$\mathbf{J}_{\text{opt}}$  - ukoliko je sustav prvog reda (postoji samo jedna varijabla stanja  $x$ ) matrica je dvodimenzionalna te su u njoj pohranjene minimalne moguće vrijednosti funkcije cilja (jednadžba (4-6)) za zadana stanja i vrijeme. Dimenzija matrice je  $N_x \times N_t$  što znači da redovi u toj matrici su različite diskretne vrijednosti stanja a kolone su diskretni vremenski trenutci. S porastom broja varijabli stanja, povećava se i dimenzija matrica pa ako postoje npr. dvije varijable stanja tada je  $\mathbf{J}_{\text{opt}}$  trodimenzionalnog oblika.

$\mathbf{U}_{\text{opt}}$  predstavlja dvodimenzionalnu matricu najboljih mogućih vrijednosti upravljačke varijable za sva diskretna stanja sustava i diskretna vremena. Dimenzija je  $N_x \times N_t$  te je broj matrica određen brojem upravljačkih varijabli.

Kako bi se povećala točnost, u fazi optimiranja koristi se linearna interpolacija pri računanju vrijednosti ciljne funkcije  $\mathbf{J}_{k-1}$  i podintegralne funkcije  $F$  u rekurzivnoj jednadžbi (4-9) ako nova vrijednost u vektoru stanja  $\mathbf{x}_{N-k+1} = f(\mathbf{x}_{N-k}, \mathbf{u}_{N-k}, N-k)$  poprimi neku vrijednost koja se nalazi između onih vrijednosti koje su prethodno definirane zadanom rezolucijom [12], [17].

#### 4.5 Optimiranje upravljačkih varijabli pogona HEV autobusa

Za optimiranje upravljačkih varijabli pogona HEV autobusa kao varijabla stanja  $x$  je odabrano stanje napunjenosti baterije  $\mathbf{x} = \text{SoC}$ , a kao upravljačke varijable moment SUI motora te prijenosni omjer transmisije  $h$ . Postavljeno je da vrijednosti stanja napunjenosti baterije imaju istu vrijednost na početku i kraju ciklusa  $\text{SoC}_{\text{init}} = \text{SoC}_{\text{target}} = 0.99$ . Moment SUI motora može poprimiti kontinuiranu vrijednost u rasponu od  $0 - \tau_{e,\max}(\omega e)$  (Slika 6), dok prijenosni omjer poprima jednu od 12 diskretnih vrijednosti ( $\mathbf{h} \in \{14.94, 11.73, 9.04, 7.09, 5.44, 4.35, 3.44, 2.7, 2.08, 1.63, 1.27, 1\}$ ).

Želja optimiranja je minimizirati potrošnju goriva  $m_f$ . Uzeto je vrijeme diskretizacije  $\Delta T = 1$  sekundu. Iz poznate brzine vozila, koja je definirana voznim ciklusom, točnije brzine kotača u  $k$ -tom vremenskom trenutku i uz pomoć upravljačke varijable  $h$  računa se brzina vrtnje SUI motora ( $\omega_e$ ) i moment SUI motora (jednadžbe (2-6) i (2-7)). Koristeći moment SUI motora ( $\tau_e$ ), brzinu motora ( $\omega_e$ ) i korisnost mehaničke transmisije ( $\eta_t$ ) dobivamo izraz za snagu SUI motora koja se prenaša do kotača:

$$P_{e,kot} = \omega_e \cdot \tau_e \cdot \eta_t \quad (4 - 12)$$

Ukoliko prema jednadžbi (4-13) oduzmemo snagu SUI motora od zahtijevane snage od strane vozača  $P_d$  dobivamo iznos snage koju mora dati električni stroj:

$$P_{mg} = P_d - P_e \quad (4 - 13)$$

te se iz snage  $P_{mg}$  dobiva izraz za zahtijevanim momentom električnog stroja jer brzina električnog stroja mora biti jednaka brzini SUI motora (2-9):

$$\tau_{mg} = \frac{P_{mg}}{\omega_{mg}} \quad (4 - 14)$$

Dobivena vrijednost momenta  $\tau_{mg}$  se potom koristi za izračun snage koja ulazi u bateriju te se ona računa iz jednadžbi (2-12) i (2-13), ovisno o tome da li električni stroj radi kao motor ili generator. Iz toga nadalje slijedi računanje promjene stanja napunjenosti baterije iz jednadžbe (2-16) te i računanje stanja napunjenosti baterije u  $k+1$  trenutku:

$$SoC(k + 1) = SoC(k) + \dot{SoC} \quad (4 - 15)$$

Potrebno je napomenuti da je u postavljanju algoritma bilo nužno uvesti faktore kažnjavanja ukoliko dođe do prekoračenja u fazi optimiranja.

Posebna penalizacija (faktor  $K_f$  se postavlja na iznos  $K_f = 10^{10}$ ) se odvija u krajnjem diskretnom vremenskom koraku ( $SoC_{end} = SoC(N_t)$ ) tako da se postigne vrijednost SoC-a što bliža zadanoj  $SoC_{target} = 0.99$ , te se taj uvjet mora striktno zadovoljiti:

$$J_f = K |SoC(N_t) - SoC_{target}| \quad (4 - 15)$$

Kod ostalih ograničenja koristi se faktor  $Kg$  te je on iznosa od  $Kg = 10^6$ . Kod SUI motora pribrajanje faktora  $Kg$  dolazi ukoliko brzina  $\omega_e$  padne ispod minimalne vrijednosti ili ako prekorači maksimalnu vrijednost:

$$\omega_e < \omega_{e,min} \quad (4 - 16)$$

$$\omega_e > \omega_{e,max} \quad (4 - 17)$$

Valja napomenuti da pri izrazito malim brzinama vozila ( $v_v < 4$  km/h) ograničenja navedena u jednadžbi (4-16) neće moći biti zadovoljeno za niti jednu vrijednost stupnja prijenosa  $h$ . Tada se optimalni stupanj prijenosa se postavlja u prvi, najveći stupanj prijenosa ( $h = 14.94$ ).

Za električni stroj faktor kažnjavanja se pribraja ukoliko dođe do prekoračenja maksimalne brzine  $\omega_{mg,max}$  ili neke od granica momenta ( $\tau_{mg,mot}$  ili  $\tau_{mg,gen}$ ):

$$\omega_{mg} > \omega_{mg,max} \quad (4 - 18)$$

$$\tau_{mg,mot} > \tau_{mg,max} \quad (4 - 19)$$

$$\tau_{mg,gen} < -\tau_{mg,max} \quad (4 - 20)$$

U bateriji se odvija penalizacija ukoliko vrijednost pod korijenom u jednadžbi promjene SoC-a (2-16) poprimi negativnu vrijednost jer bi potom se dobivala imaginarna vrijednost što nije fizikalno moguće u pogonu HEV autobusa.

$$[U_{OC}^2(SoC) - 4R(SoC, i)P_{batt}] < 0 \quad (4 - 21)$$

Naposljetku, ako vrijednost SoC-a poprimi vrijednost manju od 0 ili veću od 1 u  $k+1$  trenutku postupak penalizacije je idući:

$$SoC(k + 1) < 0; SoC(k + 1) = 0; K = 10^5 \quad (4 - 22)$$



$$SoC(k + 1) > 1; SoC(k + 1) = 1; K = 10^5 \quad (4 - 23)$$

U fazi rekonstrukcije kreće se od početnog stanja  $SoC_{init} = 0.99$  te se unaprijed u vremenu rekonstruiraju optimalne trajektorije varijable stanja te upravljačkih varijabli. Time se dobiva minimalna potrošnja goriva uz i zadovoljenje svih ograničenja.

Ako pri rekonstrukciji upravljačke varijable  $\tau_e$  varijabla stanja SoC poprimi vrijednost koja se razlikuje od diskretnih vrijednosti SoC-a za koje su u fazi optimiranja izračunate odgovarajuće optimalne vrijednosti upravljačke varijable, provodi se linearna interpolacija upravljačke varijable  $\tau_e$ . Ona se provodi samo ako su optimalni stupnjevi prijenosa  $h$  za susjedne diskretne vrijednosti varijable stanja SoC jednaki (indeksi 0 i 1 označuju susjedne vrijednosti):

$$h_0 = h_1 \quad (4 - 24)$$

Ukoliko taj uvjet nije zadovoljen, linearna interpolacija nije moguća jer stupnjevi prijenosa poprimaju točno određene diskretne vrijednosti (tablica 3) te se oni ne mogu interpolirati. Ako dođe do toga da se stupnjevi za susjedne vrijednosti razlikuju, tada se upravljačke varijable  $\tau_e$  i  $h$  određuju na idući način:

$$h = h_0, \tau_e = \tau_{e0}, (SoC_1 - SoC) \geq (SoC - SoC_0) \quad (4 - 25)$$

$$h = h_1, \tau_e = \tau_{e1}, (SoC_1 - SoC) \leq (SoC - SoC_0) \quad (4 - 26)$$

Logika odabira je ta da se odabiru upravljačke varijable koje su pridružene diskretnoj vrijednosti SoC-a koja se nalazi bliže stvarnom izračunatom SoC-u. U jednadžbama (4-25) i (4-26)  $h_0$ ,  $\tau_{e0}$  predstavljaju upravljačke varijable na susjednoj diskretnoj vrijednosti  $SoC_0$ , a  $h_1$  i  $\tau_{e1}$  na susjednoj diskretnoj vrijednosti  $SoC_1$ .

#### 4.6 Odabir rezolucije upravljačkih varijabli i varijable stanja

Prije provođenja DP optimiranja potrebno je odrediti parametre rezolucije varijable stanja ( $N_x$ ) i upravljačkih varijabli ( $N_u$ ) jer odabir tih parametara utječe na točnost i optimalnost rješenja. Pravilan odabir tih parametara je još bitan i iz aspekta vremena trajanja izvođenja algoritma – s povećanjem rezolucije eksponencijalno raste i to vrijeme. To vrijeme je proporcionalno sa sljedećim izrazom:  $T_{comp} = N_t \times N_x \times N_{u1} \times N_{u2}$ .

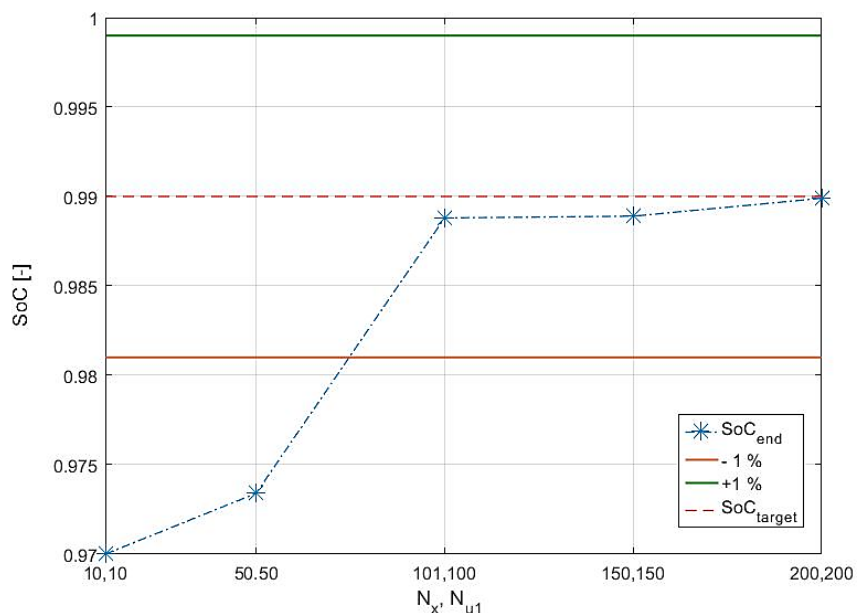
Kako bi se pravilno odabrala rezolucija upravljačke varijable (moment SUI motora) i varijable stanja (SoC) potrebno je bilo provesti DP optimiranje za nekoliko različitih rezolucija (rezolucija druge upravljačke varijable, stupnja prijenosa ( $h$ ), je fiksno određena s 12 diskretnih vrijednosti). U tablici 9 dani su rezultati trajanja DP optimiranja, krajnje vrijednosti SoC-a te potrošnja goriva za 5 različitih vrijednosti rezolucije varijable stanja ( $N_x$  predstavlja SoC) i upravljačke varijable ( $N_{u1}$  predstavlja moment SUI motora). Ciljana krajnja vrijednost SoC-a postavljena je u  $SoC_{target} = 0.99$ .

*Tablica 9. Ovisnost točnosti rezultata i vremena izvođenja algoritma optimiranja o odabiru rezolucije varijable stanja i upravljačke varijable*

Rezolucija	$SoC_{end}$ [-]	$V_f$ [L]	$T_{comp}$ [s]
$N_x = 10$	0.9700	0.71	3
$N_{u1} = 10$			
$N_x = 50$	0.9734	0.66	100
$N_{u1} = 50$			
<b><math>N_x = 101</math></b>	<b>0.9889</b>	<b>0.637</b>	<b>473</b>
<b><math>N_{u1} = 100</math></b>			
$N_x = 150$	0.9889	0.635	1178
$N_{u1} = 150$			
$N_x = 200$	0.9893	0.633	2384
$N_{u1} = 200$			

Iz dobivenih rezultata može se vidjeti eksponencijalni rast vremena potrebnog za optimiranje s povećanjem rezolucije varijable stanja i upravljačke varijable.

Na slici 18 prikazane su vrijednosti  $SoC_{end}$  u ovisnosti o rezoluciji varijable stanja i upravljačke varijable.



Slika 18. Promjena krajnje vrijednosti SoC-a u ovisnosti o rezoluciji varijable stanja i upravljačke varijable

Odabrana rezolucija za varijablu stanja jest  $N_x = 101$  (vrijednosti koji su ekvidistantno raspoređene između  $[0,1]$ ) te za upravljačku varijablu  $N_{u1} = 100$  (vrijednosti ekvidistantno raspoređene unutar intervala  $[0, 900]$ ). Te veličine osiguravaju da  $SoC_{end}$  upadne u  $\pm 1\%$  od ciljanog krajnjeg stanja SoC-a uz dovoljnu optimalnost rješenja a da se zadrži prihvatljivo vrijeme izvođenja DP algoritma. Daljnjim povećavanjem rezolucije ne bi mnogo poboljšali točnost i optimalnost rješenja ali bi eksponencijalno produžili vrijeme izvođenja DP algoritma.

## 5. REZULTATI OPTIMIRANJA

U ovom će se poglavlju dati rezultati optimiranja provedenih nad certifikacijskim ciklusom s učitanim generiranim nagibima te na snimljenim ciklusima s učitanim stvarnim promjenjivim nagibom ceste. Uz to su grafički prikazane promjene stanja napunjenosti baterije te ukupne potrošnje goriva uz pripadajuće radne točke SUI motora i električnog stroja kao i prikaz optimalnih trajektorija upravljačkih varijabli dobivenih DP optimiranjem.

### 5.1 Usporedna analiza utjecaja pojedinih longitudinalnih sila na ukupnu traženu energiju na kotaču

Ukoliko pomnožimo vrijednosti brzine na kotaču i momenta na kotaču u svakom diskretnom vremenskom trenutku, dolazimo do iznosa koliki je zahtjev za snagom, tj. za potrebnom energijom na kotaču u svakom tom trenutku. Prema tome možemo izračunati koliki udio u zahtijevanoj energiji predstavlja svladavanje svake sile u jednadžbi (2-2). Potrebnu energiju možemo dati idućim izrazom:

$$E_{sum} = E_{acc} + E_g + E_{roll} + E_{aero} \quad (5 - 1)$$

gdje član  $E_{acc}$  predstavlja energiju potrebnu za svladavanje sile akceleracije,  $E_g$  energiju za svladavanje sile teže,  $E_{roll}$  za svladavanje sile kotrljanja i naposljetku  $E_{aero}$  za svladavanje sile otpora zraka.  $E_{sum}$  predstavlja ukupnu potrebnu energiju. U tablici 10 dani su udjeli energije u postotcima koja se zahtijeva na kotačima za certifikacijski ciklus US sa i bez uključenog sintetičkog nagiba (uzet je nagib od  $\pm 5^\circ$ ).

*Tablica 10. Udjeli energije potrebni za svladavanje sila koje djeluju na vozilo za certifikacijski ciklus*

	Ciklus US ( $\alpha = 0^\circ$ )	Ciklus US ( $\alpha = \pm 5^\circ$ )
$E_{acc}$ [J]	$7.4223 \times 10^6$ (49.58 %)	$7.4223 \times 10^6$ (12.3 %)
$E_g$ [J]	0 (0%)	$4.5360 \times 10^7$ (75.21 %)
$E_{roll}$ [J]	$6.2310 \times 10^6$ (41.62 %)	$6.2073 \times 10^6$ (10.29 %)
$E_{aero}$ [J]	$1.3183 \times 10^6$ (8.8 %)	$1.3183 \times 10^6$ (2.18%)
$E_{sum}$ [J]	$1.4972 \times 10^7$	$6.0308 \times 10^7$

Iz ove tablice se može vidjeti značajan porast energije kada se uključi nagib. Energija potrebna za svladavanje sile gravitacije ( $F_g = m_v g \sin \alpha$ ) koja djeluje na vozilo u slučaju  $\alpha=0^\circ$  bila jednaka nuli jer je  $\sin 0^\circ = 0$ , no uključivanjem nagiba ona je značajno porasla te tada energija  $E_g$  predstavlja 75 % potrebne energije na kotačima.

Ukoliko istu analizu primijenimo za neki od realnih snimljenih voznih ciklusa dobivamo iduće rezultate:

*Tablica 11. Udjeli energije potrebni za svladavanje sila koje djeluju na vozilo za snimljeni ciklus (DU1)*

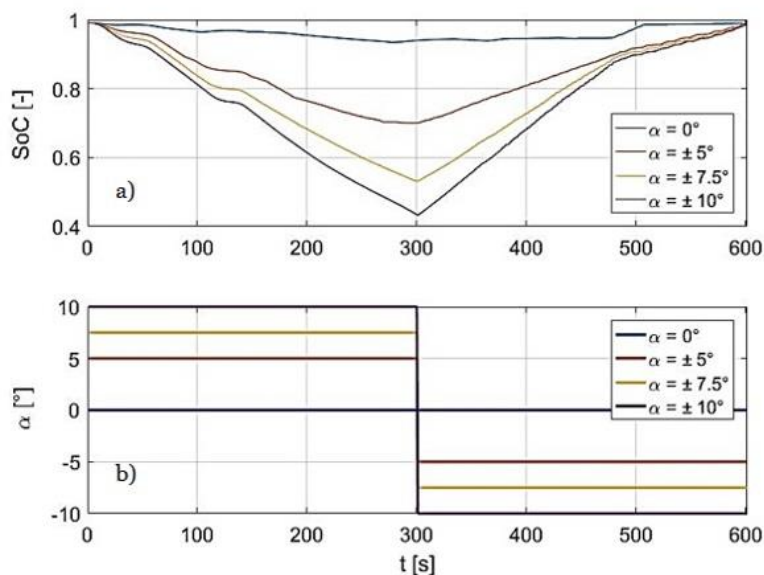
	Ciklus DU1 ( $\alpha = 0^\circ$ )	Ciklus DU1 ( $\alpha =$ promjenjiv)
$E_{acc}$ [J]	$3.0056 \times 10^7$ (62.9 %)	$3.0056 \times 10^7$ (31.73%)
$E_g$ [J]	0 (0 %)	$4.7005 \times 10^7$ (49.63%)
$E_{roll}$ [J]	$1.4444 \times 10^7$ (30.27 %)	$1.4428 \times 10^7$ (15.23%)
$E_{aero}$ [J]	$3.2120 \times 10^6$ (6.73 %)	$3.2120 \times 10^6$ (3.39%)
$E_{sum}$ [J]	$4.7712 \times 10^7$	$9.4701 \times 10^7$

U ovim rezultatima dobivamo da pri uključenom nagibu ceste glavni dio energije odlazi na pokrivanje gravitacijske sile. Razlog što ovdje dosta visoku vrijednost zadržava  $E_{acc}$  za razliku od ciklusa US je zbog toga što dolazi do česte i nagle promjene brzina te se uz to i sami ciklusi značajno razlikuju u trajanju (Slika 13; Slika 16).

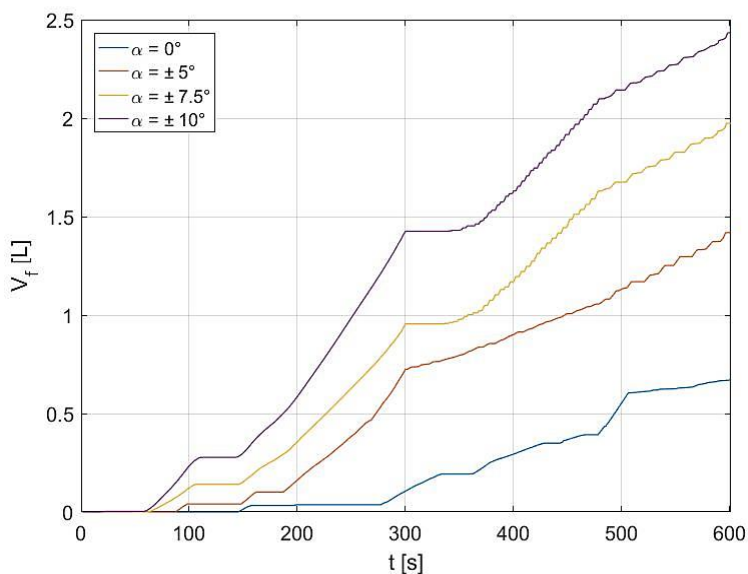
## 5.2 Rezultati za US vozni ciklus i sintetički nagib

DP optimiranje upravljačkih varijabli provelo se za certifikacijski vozni ciklus zajedno s generiranim nagibima ceste koji su opisani u poglavlju 3. Algoritam je isprva implementiran u Matlab programskom okruženju kako bi se algoritam uhodao i provjerio na izrazito kratkom umjetnom voznom ciklusu. Pošto bi trajanje optimiranja u Matlabu trajalo predugo algoritam je implementiran u C# programskom jeziku kako bi se skratilo vrijeme optimiranja.

Na slici 19 prikazane su optimalne trajektorije SoC-a baterije dobivena DP optimiranjem za slučajeve nagiba ceste :  $\alpha=0^\circ$ ,  $\alpha = \pm 5^\circ$ ,  $\alpha = \pm 7.5^\circ$  i  $\alpha = \pm 10^\circ$  dok je na slici 20 prikazana ukupna potrošnja goriva za te iste slučajeve.

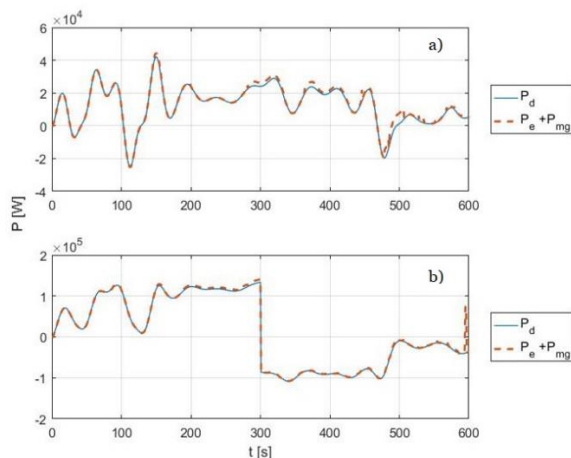


Slika 19. Optimalne trajektorije SoC-a dobivene DP optimiranjem za slučaj US voznog ciklusa te za različite umjetne nagibe cesta (a) koji su prikazani na (b)



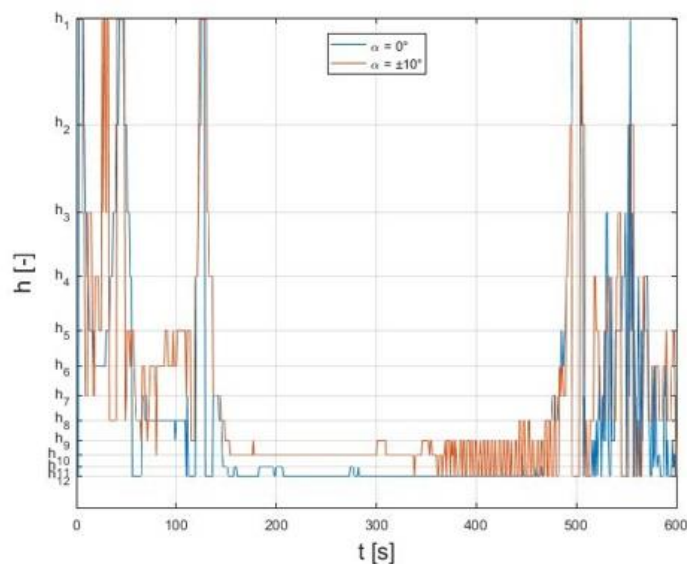
Slika 20. Ukupna potrošnja goriva dobivena DP optimiranjem za slučaj US voznog ciklusa te za različite umjetne nagibe cesta prikazane na slici 19 pod b)

Nadalje je bilo potrebno provjeriti da li radne točke SUI motora i električnog stroja ( $P_e + P_{mg}$ ) dobivene DP optimiranjem isporučuju dovoljnu snagu da se pokrije zahtjev za snagom na kotaču  $P_d$ . Prema slici 21 vidi se da je taj zahtjev za snagom dobro pokriven.



Slika 21. Usporedba zahtijevane snage na kotaču i snage dobivene DP optimiranjem za ciklus US za slučaj bez nagiba ceste (a) i za slučaj učitanog umjetnog nagiba (b)

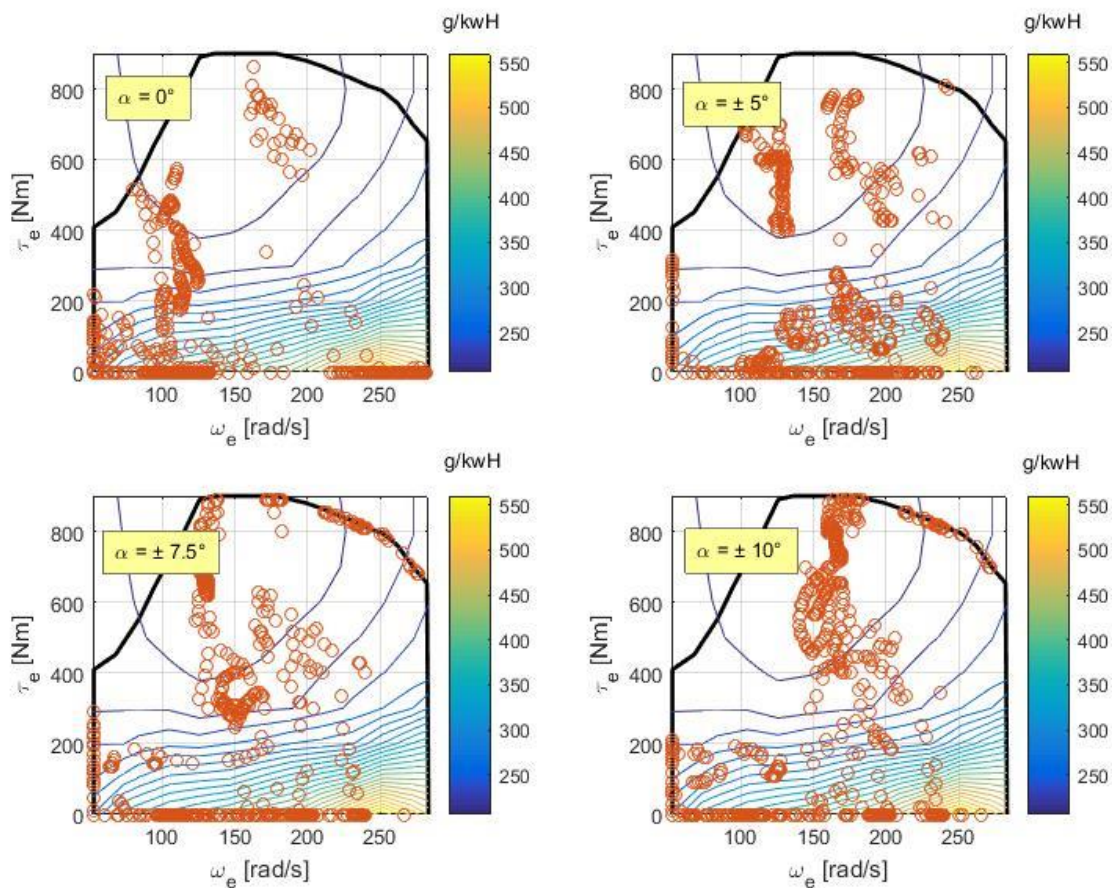
Na slici 22 prikazan je odabir optimalnog stupnja prijenosa za slučaj kada nije uključen nagib ceste te kada je uključen nagib od  $\pm 10^\circ$ . Može se vidjeti značajno drugačiji odabir optimalnih stupnjeva prijenosa.



Slika 22. Odabir optimalnih stupnjeva prijenosa dobivenih DP programiranjem za slučaj UC voznog ciklusa i za različite vrijednosti nagiba ceste



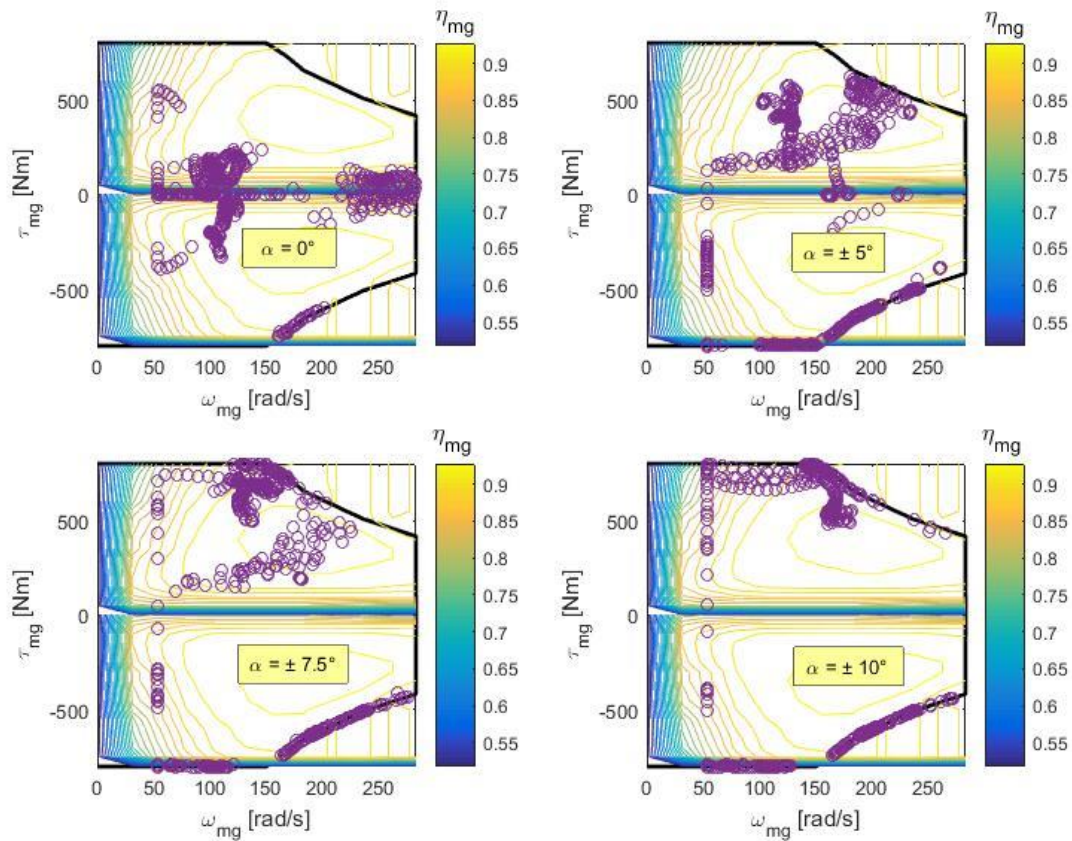
Na slici 23 prikazane su optimalne radne točke SUI motora dobivene DP optimiranjem za vozni ciklus US u slučaju kad nije učitani nagib ceste te u slučajevima kada su učitani generirani nagibi. Može se zamijetiti da DP optimiranje stavlja puno točaka u  $\tau_e = 0$ , a s povećanjem nagiba stavlja sve više točaka u područje sa što manjom specifičnom potrošnjom goriva. Ujedno, DP optimiranje s povećanjem nagiba stavlja te točke u područja s većim momentom zbog većih zahtjeva snage na kotaču.



Slika 23. Optimalne radne točke SUI motora dobivene DP optimiranjem kod hibridnog električnog pogona dobivene za ciklus US s različitim vrijednostima nagiba ceste

Optimalne radne točke električnog stroja prikazane su na slici 24. S povećanjem nagiba DP optimiranje stavlja sve više optimalnih radnih točaka u područja s većim momentom  $\tau_{mg}$  kako bi električni stroj dao dovoljno snage da se zadovolji potreba snage na kotaču.





Slika 24. Optimalne radne točke ES dobivene DP optimiranjem kod hibridnog električnog pogona dobivene za ciklus US s različitim vrijednostima nagiba ceste

U tablici 12 dani su ukupni rezultati za ciklus US.

Tablica 12. Rezultati DP optimiranja za certifikacijski vozni ciklus US i generirane nagibe

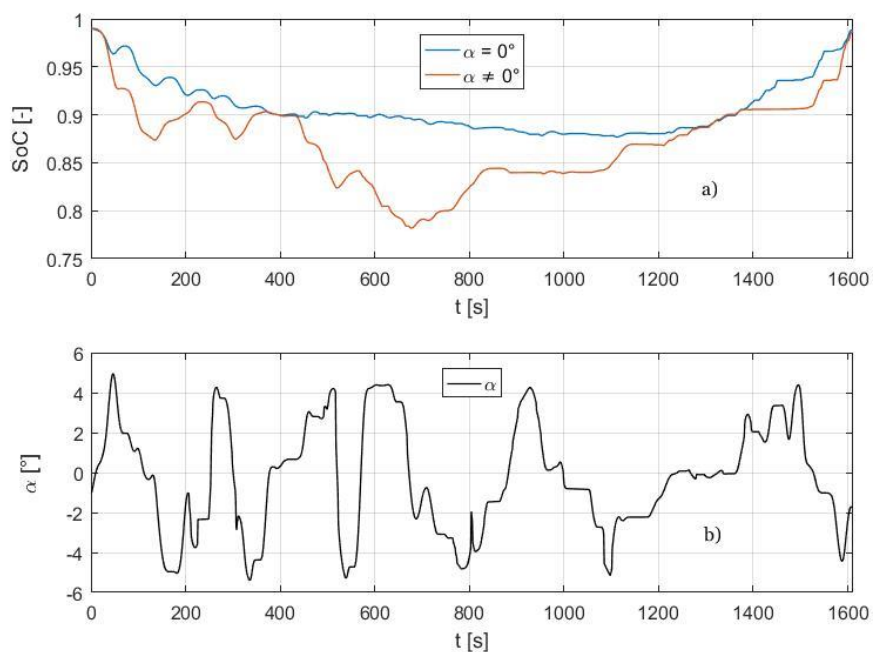
CIKLUS US	$\alpha = 0^\circ$	$\alpha = \pm 5^\circ$	$\alpha = \pm 7.5^\circ$	$\alpha = \pm 10^\circ$
$SoC_{end}$ [-]	0.9889	0.9888	0.9887	0.9884
$SoC_{min}$ [-]	0.9340 (0.0%)	0.7001 (-25.04%)	0.5314 (-43.65%)	0.4320 (-53.75 %)
$V_f$ [L]	0.6736 (0.0%)	1.42 (+52.56%)	1.9740 (+65.88%)	2.4341 (+72.33 %)

Iz dobivenih rezultata možemo vidjeti da krajnja vrijednost SoC-a ( $SoC_{end}$ ) upada unutar raspona od 1.6 % od ciljane krajnje vrijednosti ( $SoC_{target} = 0.99$ ). Uključivanjem nagiba u algoritam optimiranja minimalna vrijednost koju postigne optimalna trajektorija SoC-a dobivena DP optimiranjem padne čak za 53.75% dok se potrošnja goriva poveća i za do 72.33 %.

### 5.3 Rezultati za snimljene vozne cikluse i nagibe

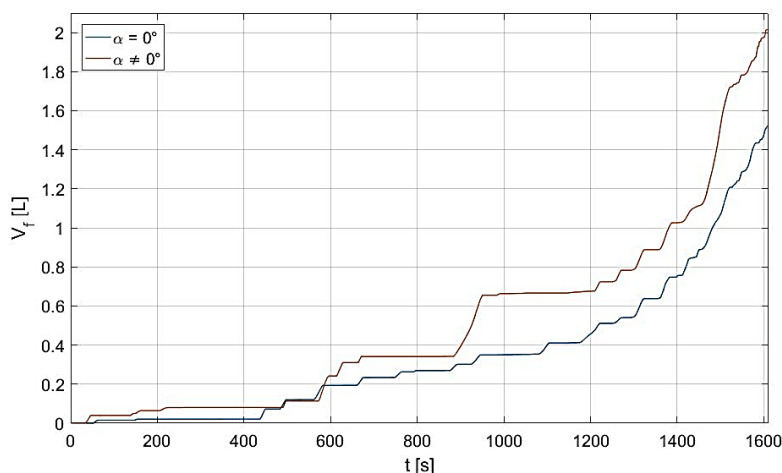
Nakon provođenja optimizacije na certifikacijskom ciklusu, idući korak je bilo primijeniti DP algoritam također i na snimljene vozne cikluse. Svi grafički rezultati su prikazani samo za jedan od vozni ciklusa (DU1) dok će za ostale cikluse rezultati biti dani u obliku tablica.

Rekonstrukcijom spremljenih rješenja, u unaprijednoj fazi dobivamo iduće trajektorije stanja napunjenosti baterije:



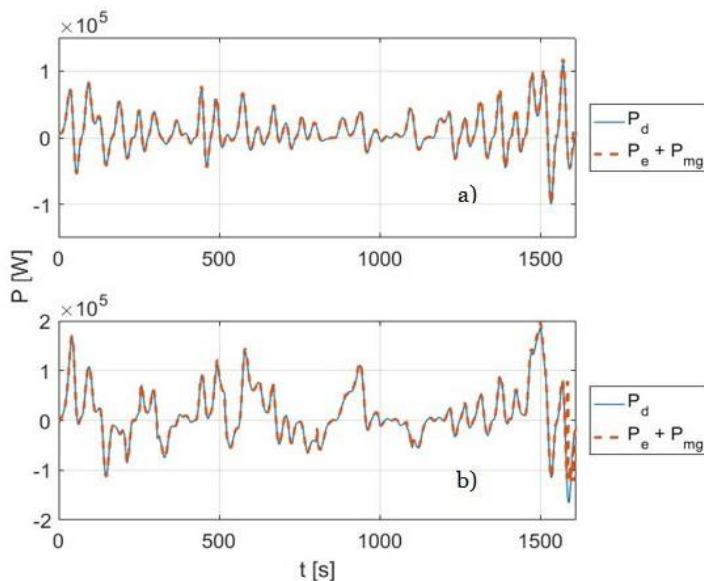
Slika 25. Optimalne trajektorije SoC-a dobivene DP optimiranjem za slučaj snimljenog voznog ciklusa te za rekonstruirani nagib ceste (a) koji je prikazan na (b)

Na slici 26 prikazana je ukupna potrošnja goriva za ciklus DU1 za slučajeve bez promjenjivog nagiba ceste te za slučaj učitanog promjenjivog nagiba.



Slika 26. Ukupna potrošnja goriva za slučajeve bez i s uključenim nagibom ceste za snimljeni vozni ciklus

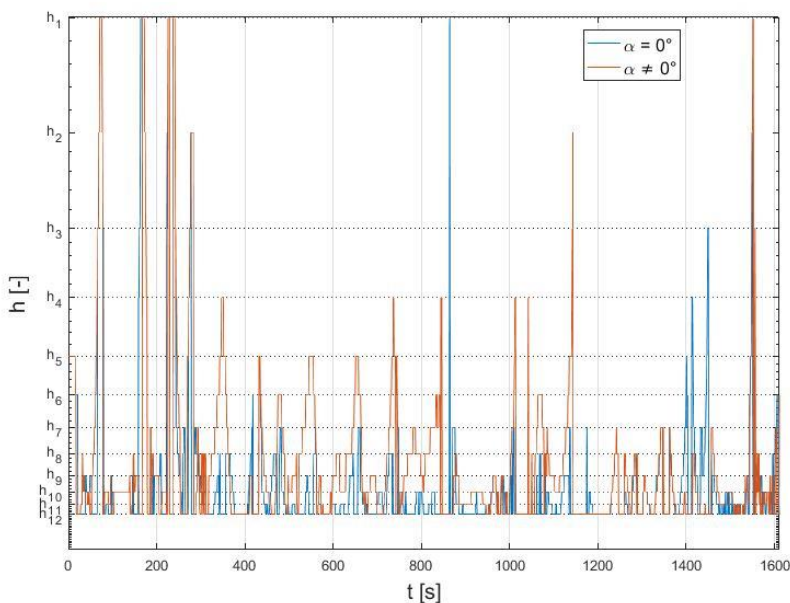
Nakon dobivenih rezultata bilo je potrebno kao i kod certifikacijskog voznog ciklusa provjeriti da li SUI motor i električni stroj ( $P_e + P_{mg}$ ) daju dovoljno snage da pokriju zahtjev snage od strane vozača ( $P_d$ ). Usporedba je prikazana na slici 27.



Slika 27. Usporedba zahtijevane snage na kotaču i snage dobivene DP optimiranjem za snimljeni ciklus za slučaj bez nagiba ceste (a) i za slučaj učitanoj rekonstruiranog nagiba (b)

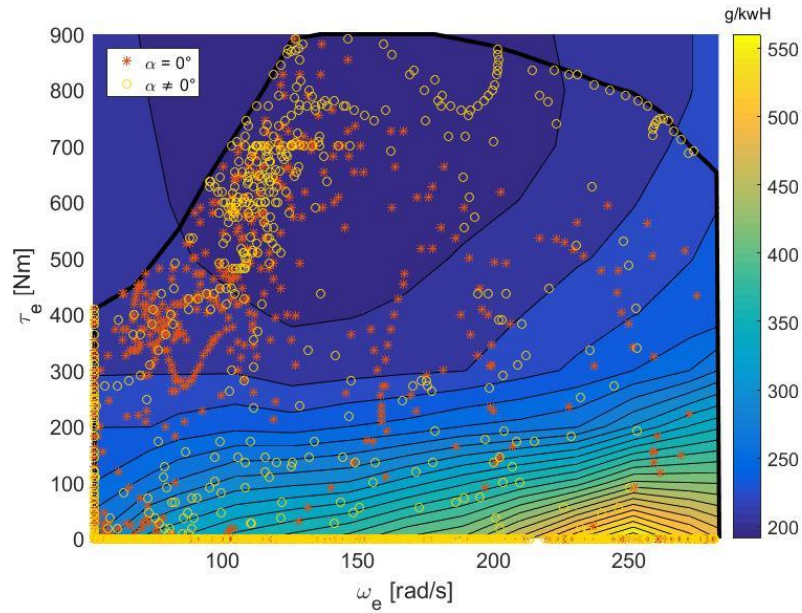
Vidimo da se iznosi snaga u potpunosti poklapaju ukoliko se ne uključi nagib, dok se pri promjenjivom nagibu jedan dio snaga pred kraj ciklusa ne poklapa u potpunosti, no taj se dio snage može pokriti mehaničkim kočnicama u slučaju negativnog momenta.

Optimalni stupnjevi prijenosa dobiveni DP optimiranjem za slučajeve kada nije uključen promjenjivi nagib ceste i kada je on uključen prikazani su na slici 28. Može se vidjeti da su odabrani stupnjevi prijenosa kada je uključen promjenjivi nagib ceste stavljeni na niže prijenosne omjere tako da se zahtjevi za snagom mogu zadovoljiti.

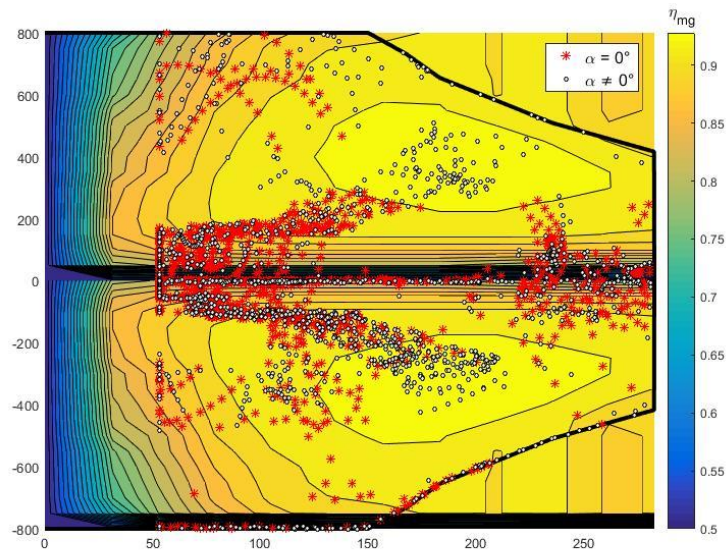


*Slika 28. Odabir optimalnih stupnjeva prijenosa dobivenih DP optimiranjem za realni snimljeni vožnji ciklus za slučaj bez i s učitanim rekonstruiranim nagibom*

Radne točke SUI motora i električnog stroja su prikazane na slikama 29 i 30.



Slika 29. Optimalne radne točke SUI motora dobivene DP optimiranjem kod hibridnog električnog pogona dobivene za snimljeni vozni ciklus za slučajeve bez učitano g nagiba i s učitanim promjenjivim nagibom



Slika 30. Optimalne radne točke ES dobivene DP optimiranjem kod hibridnog električnog pogona dobivene za snimljeni vozni ciklus za slučajeve bez učitano g nagiba i s učitanim promjenjivim nagibom



Kao što je i očekivano, s učitavanjem promjenjivog nagiba raste i količina snage koju trebaju isporučiti SUI motor i električni stroj te tada DP optimiranje odabire radne točke na višem momentu.

Rezultati dobiveni DP optimiranjem za sve realne snimljene vozne cikluse dani su u tablici 13:

*Tablica 13. Rezultati DP optimiranja za snimljene vozne cikluse i rekonstruirani nagib ceste*

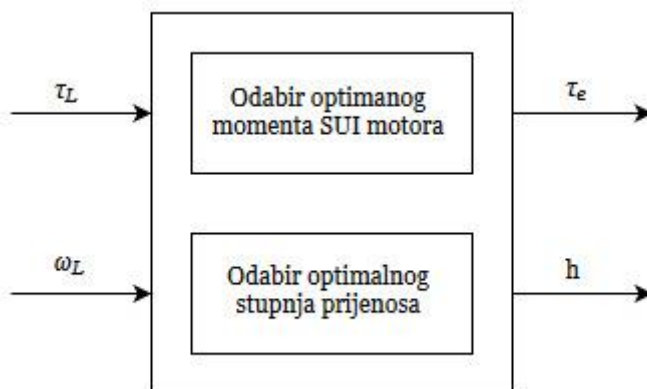
Ciklus	DU1		DU2		DU3		DU4	
	( $\alpha=0^\circ$ )	( $\alpha\neq 0^\circ$ )	( $\alpha=0^\circ$ )	( $\alpha\neq 0^\circ$ )	( $\alpha=0^\circ$ )	( $\alpha\neq 0^\circ$ )	( $\alpha=0^\circ$ )	( $\alpha\neq 0^\circ$ )
$SoC_{end}$ [-]	0.9882	0.9875	0.9891	0.9880	0.9892	0.9895	0.9892	0.9895
$SoC_{min}$ [-]	0.8768 (-0.0%)	0.7818 (-10.85%)	0.9061 (-0.0%)	0.7794 (-13.98%)	0.8673 (-0.0%)	0.770 (-12.00%)	0.8691 (-0.0%)	0.7886 (-9.26%)
$V_f$ [L]	1.5207 (+0.0%)	2.0196 (+24.70%)	1.5799 (+0.0%)	2.0973 (24.67%)	1.7074 (+0.0%)	2.1623 (+21.04%)	1.6455 (+0.0%)	2.152 (+23.54%)
$V_f$ na 100 km [L]	12.67	16.83	13.17	17.48	14.23	18.02	13.71	17.93

Prema rezultatima iz tablice 13 možemo vidjeti da krajnja vrijednost stanja napunjenosti baterije koju daje DP optimiranje pada izrazito blizu željenom krajnjem SoC-u ( $SoC_{target} = 0.99$ ). Najveća razlika između dobivene konačne vrijednosti SoC-a i ciljane konačne vrijednosti razlikuje se za 0.25 %. Uključivanjem nagiba minimalna vrijednost koju postiže SoC za sva četiri ciklusa u prosjeku padne za 11.5% u odnosu na minimalnu vrijednost kada je  $\alpha=0^\circ$ , dok potrošnja goriva poraste za otprilike 23.5%. Za sve četiri ciklusa, prosječna potrošnja goriva na 100 km za  $\alpha=0^\circ$  iznosi 13.4 litara, a u slučaju da je  $\alpha$  različit od nule ona iznosi 17.5 litara.

## 6. PREPORUKA ZA SINTEZU REALISTIČNE UPRAVLJAČKE STRATEGIJE HEV POGONA

U ovom će se poglavlju opisati motivi unapređenja sustava upravljanja, te način obrade i implementacije rezultata DP optimiranja u simulacijski model vozila te sugestije za daljnji razvoj strategije upravljanja.

Rezultati optimalnih vrijednosti momenta SUI motora ( $\tau_e$ ) i optimalnih stupnjeva prijenosa ( $h$ ) koji su dobiveni DP optimiranjem mogu nam poslužiti u unapređenju sustava upravljanja s ciljem smanjenja potrošnje goriva i potrošnje električne baterije. Pojednostavljena shema sustava upravljanja dana je na idućoj slici:



Slika 31. Pojednostavljena shema sustava upravljanja

Želja nam je da se prema vrijednostima momenta ( $\tau_L$ ) i brzine na kotačima ( $\omega_L$ ) u sustavu upravljanja odabiru optimalne vrijednosti  $\tau_e$  i  $h$ . Pomoću momenta SUI motora i stupnja prijenosa prema dobivamo brzinu SUI motora i električnog stroja te iz toga potrošnju goriva i potrebnu snagu koju treba pružiti električni stroj (jednadžba (4-13)).

U Matlab programskom okruženju postoji alat *cftool* (skraćena od *Curve fitting tool*) te je namjena tog alata da pronade matematički izraz koji bi mogao povezati nepravilno raspoređene vrijednosti.

Ideja je da se kao vrijednost na  $x$  osi učitaju vrijednosti brzine kotača a na  $y$  os korespondirajuće vrijednosti momenta na kotaču. Te dvije vrijednosti su određene brzinom vozila i nagibom ceste. Podaci koji su uneseni na  $z$  os predstavljaju iznose

momenta SUI motora ( $\tau_e$ ) dobivene DP optimiranjem te je svaka vrijednost na  $z$  osi određena pripadajućim vrijednostima na  $x$  i  $y$  osi, preciznije:  $\tau_e(\omega_L, \tau_L)$ . Potom alat omogućuje odabir na koji način želimo matematički zapisati funkciju koja daje međusobnu ovisnost tih točaka, a da istovremeno pokriva vrijednosti momenta i brzine kotača za koje nismo DP optimiranjem dobili brzinu motora.

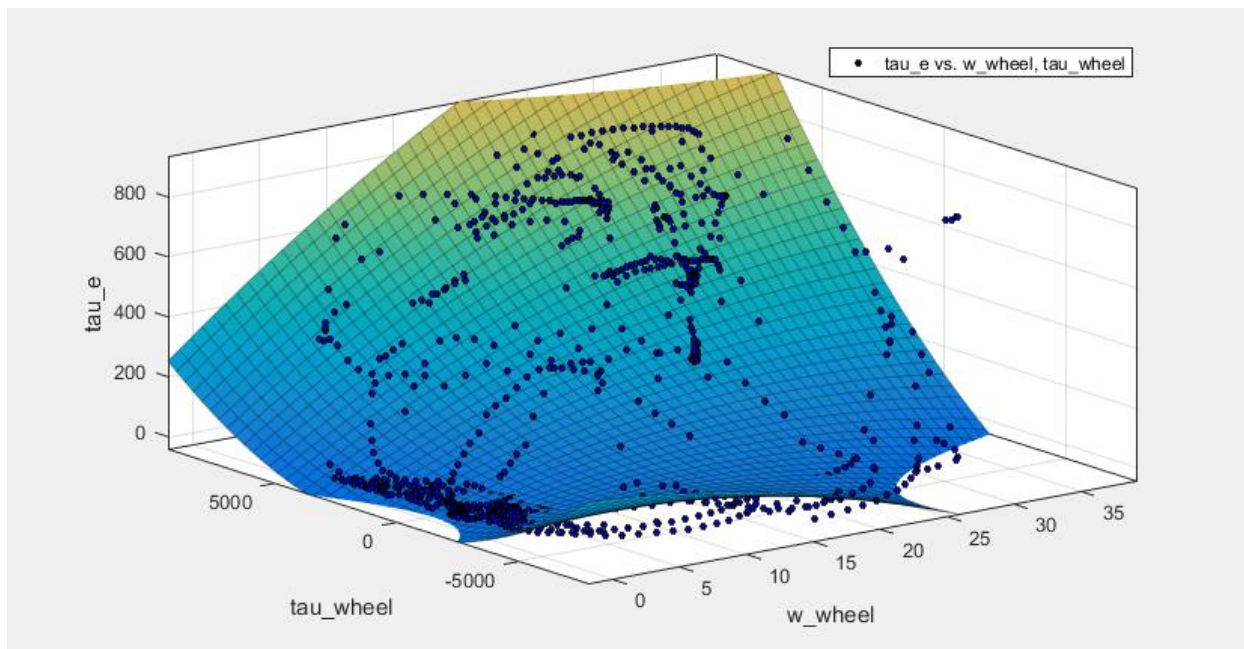
Od više ponuđenih metoda prilagodbe podataka odabrana je polinomska metoda koja omogućuje odabir stupnja polinoma te ona određuje vrijednosti polinoma metodom najmanjih kvadrata. Dobiveni polinom ima formu kako slijedi:

$$\tau_e(\omega_L, \tau_L) = p_{00} + p_{10}\omega_L + p_{01}\tau_L + p_{20}\omega_L^2 + p_{11}\omega_L\tau_L + p_{02}\tau_L^2 \quad (6 - 1)$$

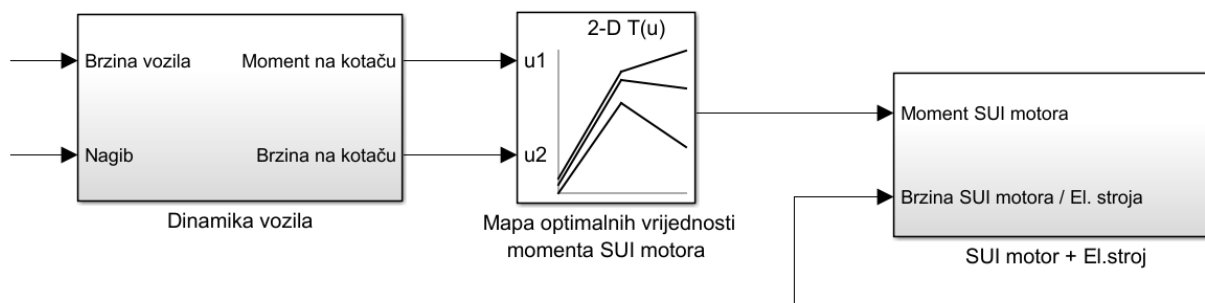
Polinom je prikazan na slici 32 a stupanj polinoma po  $x$  i  $y$  je jednak 2.

Dobivene vrijednosti momenta motora u ovisnosti o momentu i brzini kotača mogu se implementirati kao jedan od dijelova cjelokupnog upravljanja u alatu *Simulink* putem tzv. *Lookup* tablice. U tu tablicu unesu se vrijednosti  $\tau_e$  dobivene polinomom u obliku mape te se ta mapa pretražuje po ulazima – momentu na kotaču ( $\tau_L$ ) i brzini na kotaču ( $\omega_L$ ). Prvo se binarnim pretraživanjem pronađu indeksi traženih ulaznih vrijednosti na  $x$  i  $y$  osi te se potom interpolacijom pronađe odgovarajuća vrijednost  $\tau_e$ . Na slici 33 prikazan je način implementacije u alatu *Simulink*





Slika 32. Grafički prikaz polinoma koji povezuje iznose brzine SUI motora i ES-a dobivenih DP optimiranjem s brzinom i momentom na kotaču

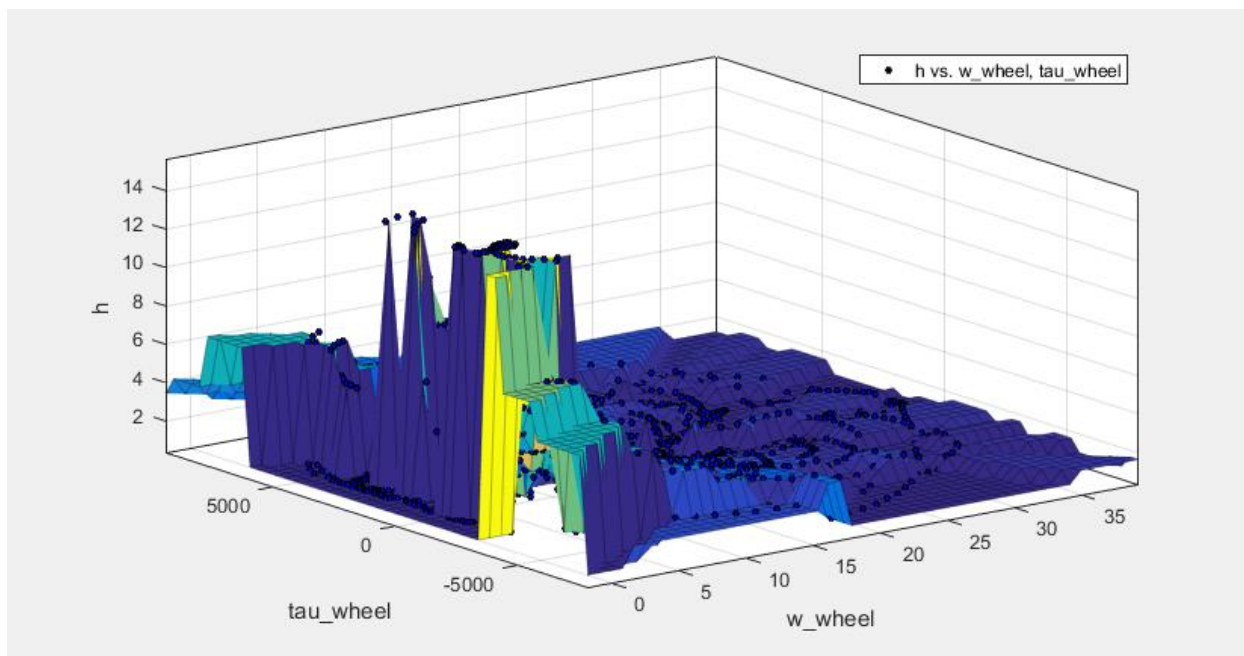


Slika 33. Implementacija upravljanja momentom SUI motora

Kako bi izračunali optimalnu brzinu SUI motora / električnog stroja možemo iskoristiti optimalne iznose stupnja prijenosa dobivene DP optimiranjem. Prema jednadžbama (2-5) i (2-7) vidimo da tako dolazimo do potrebne brzine SUI motora i električnog stroja.

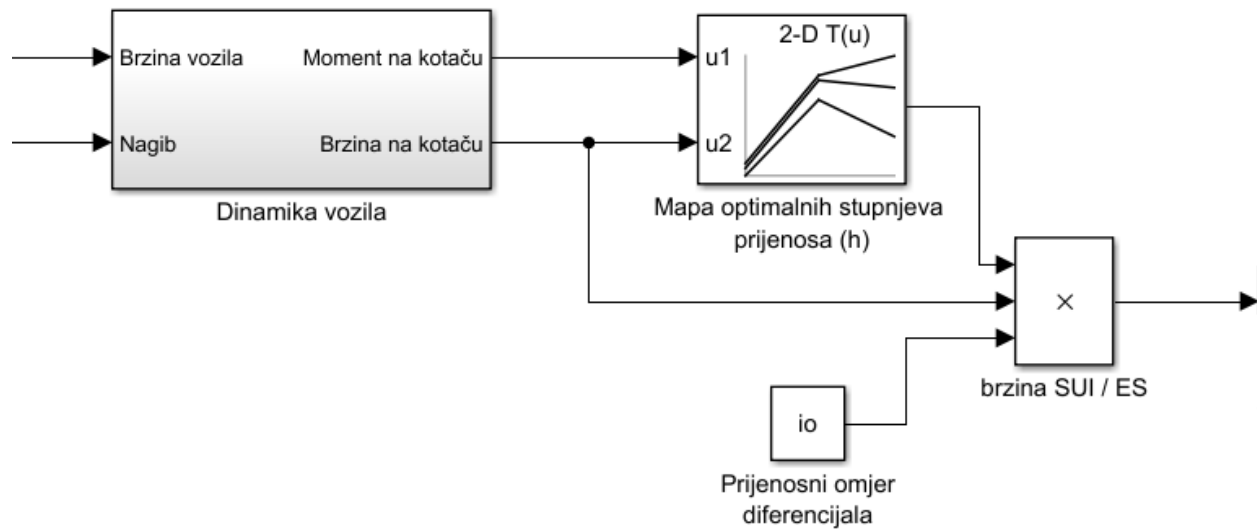
Implementacija dobivenih optimalnih stupnjeva prijenosa nešto je drugačija nego što je to bio slučaj s momentom SUI motora kod kojeg smo vrijednosti učitane u mapu interpolirali ovisno o ulazima. Stupnjevi prijenosa poprimaju jednu od 12 diskretnih

vrijednosti te se stoga oni ne mogu interpolirati. Ukoliko rezultate stupnjeva prijenosa učitamo u *Curve fitting* alat možemo odabrati metodu prilagodbe podataka kod koje se interpolirana vrijednost podataka postavlja na najbližu vrijednost  $h(\omega_L, \tau_L)$  (tzv. *Nearest neighbour* metoda, Slika 34).



Slika 34. Grafički prikaz optimalnih stupnjeva prijenosa dobivenih DP optimiranjem

Dakle ova metoda ne generira nikakve nove vrijednosti podataka nego samo odabire stupanj prijenosa za najbližu kombinaciju momenta i brzine na kotaču. Ista takva stvar se može implementirati kao mapa u *Lookup* tablici u Simulinku gdje se postavlja algoritam pretraživanja tablice na *use input nearest* – algoritam koji pretražuje  $x$  i  $y$  os mape ovisno o ulaznim vrijednostima te daje optimalni stupanj prijenosa koji se nalazi spremljen za vrijednosti momenta i brzine kotača koji su najbliži ulaznim podacima. S dobivenim optimalnim stupnjem prijenosa se potom izračunava brzina SUI motora / ES te se s tom vrijednošću dalje nastavlja računanje potrošnje goriva i snaga električnog stroja. Prikaz implementacije dan je na slici 35.



Slika 35. Implementacija upravljanja odabirom optimalnog stupnja prijenosa (h)

## 7. ZAKLJUČAK

U ovom radu predstavljen je kvazistatički model hibridnog električnog vozila (HEV). Modeliran je prema hibridnom električnom autobusu Volvo 7900. Opisane su značajke pogona (električni stroj, SUI motor, transmisija i baterija) te je opisana osnovna strategija upravljanja koja se bazira na RB regulatoru koji uključuje SUI motor te regulator stanja napunjenosti baterije (SoC).

Nadalje su opisani vozni ciklusi za koje se provelo optimiranje upravljačkih varijabli. Uzet je certifikacijski vozni ciklus (ciklus US) za koji su također generirana tri sintetička nagiba. Uz taj ciklus uzeta su četiri realna snimljena vozna ciklusa (DU1, DU2, DU3 i DU4) za koje je također rekonstruiran promjenjivi nagib ceste.

Glavna tema ovog rada bilo je optimiranje upravljačkih varijabli vozila te je za to odabran algoritam dinamičkog programiranja (DP). Koristeći taj algoritam, cilj je bio dobiti globalno optimalno rješenje. Optimiranje se provelo na kvazistatičkom modelu pogona hibridnog električnog vozila. Kao varijabla stanja modela odabran je SoC baterije, a za upravljačke varijable odabrane su moment SUI motora i stupanj prijenosa transmisije. Pazeći na fizička ograničenja pogona željelo se minimizirati potrošnju goriva uz što bolje zadržavanje povoljnog SoC-a. Kako bi osigurali optimalno i što točnije rješenje bilo je nužno odabrati adekvatnu rezoluciju varijable stanja i upravljačke varijable a da se pritom računalno vrijeme provođenja optimizacije zadrži unutar prihvatljivih granica. Algoritam je zbog bržeg izvođenja implementiran u programskoj jeziku C#.

Provođenjem DP optimiranja na sintetičkom voznom ciklusu US i uključivanjem postepeno sve većeg nagiba ( $\pm 5^\circ$ ,  $\pm 7.5^\circ$  i  $\pm 10^\circ$ ) vidjelo se da se optimalne radne točke SUI motora i električnog stroja postavljaju u područja koja mogu zadovoljiti sve veće zahtjeve za snagom. Tako je za slučaj najvećeg nagiba mnogo točaka stavljeno u područja maksimuma za SUI motor i ES jer je zahtjev za snagom očito bio na rubu onog kojeg SUI motor i električni stroj mogu isporučiti. Radi provjere točnosti rješenja provjeravalo se da li izračunata krajnja vrijednost optimalne trajektorije stanja napunjenosti baterije upada unutar 1% od ciljane vrijednosti Točnost je s povećanjem nagiba opadala no još uvijek se zadržala unutar željenih granica.

Pračena je i potrošnja goriva te ona iznosi  $V_f = 0.6736$  L za slučaj bez učitano g nagiba ceste, a učitavanjem generiranih nagiba povećala se kako slijedi: za  $\alpha = \pm 5^\circ$  iznosila je  $V_f = 1.42$  (povećanje od **52.56%**), za  $\alpha = \pm 7.5^\circ$  iznosila je  $V_f = 1.9740$  (povećanje od **+65.88%**) i za  $\alpha = \pm 10^\circ$  ukupna potrošnja je bila  $V_f = 2.3341$  (povećanje od **+72.33%**)

Rezultati optimiranja za realne snimljene pokazali su sličan odabir optimalnih radnih točaka. S uključivanjem nagiba, veći broj točaka je postavljan u područja koja mogu osigurati veći momenta da su istodobno povoljna po potrošnju i korisnost - kod SUI motora to su bila područja s manjom specifičnom potrošnjom goriva a kod električnog stroja područja s većom korisnosti. Točnost rješenja je bila ponovno zadovoljena provjeravanjem krajnje vrijednosti stanja baterije a rezultati potrošnje goriva su idući:

- potrošnja goriva za slučaja kada nagib ceste nije uključen u prosjeku iznosi u  $V_f = 1.6134$  litre po ciklusu što bi na 100 km iznosilo  $V_{f,100} = 13.4$  L
- kada uključimo promjenjivi nagib ceste prosječna potrošnja za četiri ciklusa iznosi  $V_f = 2.1078$  L što bi na 100 km bilo jednako  $V_{f,100} = 17.5$  L te je to povećanje od **+23.5%**

Kako bi se iskoristili dobiveni rezultati i pomoću njih dala preporuka na koji način bi e mogla modificirati postojeća strategija upravljanja, optimalne radne točke su spremljene te su pomoću *Curve Fitting* alata u Matlabu pronađene matematičke funkcije koju mogu polinomima opisati raspoređene radne točke. Pomoću polinoma mogu se dobiti mape momenta SUI motora i optimalnih stupnjeva prijenosa u ovisnosti o momentu i brzini na kotaču. Preporuka za implementaciju tih mapa je da se dobiveni podaci učitaju u tzv. *Lookup* tablice u Matlabu koje pretražuju te mape ovisno u ulazima te kao izlaz daju najoptimalnije vrijednosti momenta SUI motora i optimalnog stupnja prijenosa.

Dalje bi se ovaj rad mogao nastaviti razvijati tako da se provede dodatna analiza radnih točaka te da se implementira i simulacijski ispita predložena strategija upravljanja.

## 8. PRILOG

### 8.1 Implementacija DP algoritma u Matlabu

U ovom će dijelu priloga biti dan algoritam dinamičkog programiranja u Matlabu.

Prikazano je učitavanje voznog ciklusa i nagiba, stvaranje ekvidistantnih vektora varijable stanja  $N_x = \text{SoC}$  i upravljačke varijable  $N_{u1} = \tau_e$  te stvaranje matrica u koje će se spremati optimalna rješenja. Prikazan je i način računanja momenta i brzine kotača u svakom trenutku.

```

% Odabir voznog ciklusa i nagiba

ciklus = 'DU1';
nagib = 'DU1_slope';

vv_kmh = DU1;
alpha = DU1_slope;

% Postavljanje vrijednosti upravljačke varijable i varijable stanja

Ntau_e = 100;           % Broj diskretnih vrijednosti upravljačke varijable (moment ICE motora)
Nsoc = 101;            % Broj diskretnih vrijednosti varijable stanja (SoC baterije)
Ntime = length(tau_wheel); % Broj diskretnih vrijednosti brzine vozila (tau_wheel = vv_wheel)
Nh = length(hl23);     % Broj stupnjeva prijenosa

% Generiranje vektora
tau_e_vec = linspace(0,900,Ntau_e);
SoC_vec = linspace(0,1,Nsoc);

% Stvaranje matrica za unosenje vrijednosti

tau_e_mat_optim = 1e10*ones(Nsoc,Ntime); % Matrica optimalnih vrijednosti momenta (upravljačke varijable)
we_mat_optim = 1e10*ones(Nsoc,Ntime); % Matrica optimalnih vrijednosti brzine ICE motora
h_mat_optim = 1e10*ones(Nsoc,Ntime); % Matrica optimalnih vrijednosti stupnja prijenosa
J_mat_optim = 1e10*ones(Nsoc,Ntime); % Matrica optimalnih iznosa funkcije cilja
penal_mat = 1e10*ones(Nsoc,Ntime); % Matrica penalizacije

% Racunanje brzine kotaca i momenta na kotacu u svakom trenutku

[w_wheel, tau_wheel, acc] = motion_equation(vv_kmh, r, mv, g, alpha, Ro, Cd, Af, roair);

```

## Posebna penalizacija odstupanja od ciljane vrijednosti SoC-a

```

% 1. korak - penalizacija odstupanja od SoCe_target

for i = 1:Nsoc % Iteriranje po varijabli stanja
    for j = 1:Ntau_e % Iteriranje po upravljačkoj varijabli momenta
        for k = 1:Nh % Iteriranje po upravljačkoj varijabli stupnja prijenosa

            vv = r*w_wheel(end)*3.6; % Brzina vozila [km/h]
            we = io*hl23(k)*w_wheel(end); % Brzina motora [rad/s]
            if (we~=0) && (we<we_min || we>we_max) % Uvjeti brzine vozila i motora
                if ~(vv<4 && k==1)
                    continue;
                end
            end

            tau_mot_max = interp1(Wmot, Tmot, we); % Interpolacija po krivulji maksimalnog momenta
            if tau_e_vec(j) > tau_mot_max
                continue;
            end

            [Pel, penal_mg] = MG_model(w_wheel(end), tau_wheel(end), we, tau_e_vec(j)); % El. stroj
            [SoCk1, dSoCdt, penal_bat] = battery_dynamics(SoC_vec(i), Pel, N_cell); % Baterija - stanje soca u k+1 trenutku

            J = 1e5*abs(SoCk1 - SoCe_target); % Penalizacija odstupanja od krajnje željene vrijednosti SoC-a
            if ( J < J_mat_optim(i,Ntime)

                % Spremanje optimalnih vrijednosti

                J_mat_optim(i,Ntime) = J;
                tau_e_mat_optim(i,Ntime) = tau_e_vec(j);
                we_mat_optim(i,Ntime) = we;
                h_mat_optim(i,Ntime) = hl23(k);
                penal_mat(i,Ntime) = penal_sum_first;

            end
        end
    end
end

```

## Optimiranje unatrag u vremenu:

```
% 2. korak - backward in time - optimiranje upravljačke varijable

for i0 = Ntime-1:-1:1
    % Iteracija unatrag u vremenu
    disp([i0]);
    for i = 1:Nsoc
        % Iteriranje po varijabli stanja
        for j = 1:Ntau_e
            % Iteriranje po upravljačkoj varijabli momenta
            for k = 1:Nh
                % Iteriranje po upravljačkoj varijabli stupnja prijenosa

                vv = r*w_wheel(i0)*3.6; % Brzina vozila km/h
                we = io*h123(k)*w_wheel(i0); % Brzina vozila rad/s
                if (we~=0)&&(we<we_min || we>we_max)
                    if ~(vv<4 && k==1)
                        continue;
                    end
                end
            end
            tau_mot_max = interp1(Wmot, Tmot, we);
            if tau_e_vec(j) > tau_mot_max
                continue;
            end

            [Pel, penal_mg] = MG_model(w_wheel(i0), tau_wheel(i0), we, tau_e_vec(j)); % El. stroj
            [SoCkl, dSoCdr, penal_bat] = battery_dynamics(SoC_vec(i), Pel, N_cell); % Baterija - stanje SoC-a u k-l trenutku
            [dmf, penal_ice] = ICE_model_1(we, tau_e_vec(j), Wmotx, Tmoty, fctmat); % SUI motor - potrošnja goriva

            penal_sum = penal_mg + penal_bat + penal_ice; % Penalizacija prekoračenja mekih ograničenja

            Jkl = cost_func_interp(J_mat_optim, SoCkl, SoC_vec, i0+1); % Kumulativna kriterijska funkcija iz prethodnog koraka

            J = Jkl + dmf + penal_mg + penal_bat + penal_ice;

            if (J<=J_mat_optim(i,i0))

                % Spremanje optimalnih vrijednosti

                J_mat_optim(i,i0) = J;
                tau_e_mat_optim(i,i0) = tau_e_vec(j);
                we_mat_optim(i,i0) = we;
                h_mat_optim(i,i0) = h123(k);
                penal_mat(i,i0) = penal_sum;
            end

            if vv == 0
                break;
            end
        end
    end
end
end
```



## Rekonstrukcija optimalnog rješenja – Forward in time faza:

```

load DU1_optim_res.mat;           % Ucitavanje spremljenih rjesenja iz faze unatrag u vremenu

% Stvaranje praznih vektora za unosenje vrijednosti optimalnog rjesenja

SoC_vec_optim = [];
we_vec_optim = [];
tau_e_vec_optim = [];
h_vec_optim = [];
penal_vec = [];
mf_vec = [];

SoCk1 = SoCi;
soc_vec_optim(1) = SoCk1;
mf = 0;

```

## Računanje optimalnih vrijednosti:

```

for i = 1:Ntime
    % Pronalazenje indeksa i vrijednosti izmedju kojih se nalazi stvarna vrijednost SoC
    [idx0, idx1] = find_soc_idx(SoC_vec, SoCk1);
    SoC0 = SoC_vec(idx0); SoC1 = SoC_vec(idx1);
    h0 = h_mat_optim(idx0,i); h1 = h_mat_optim(idx1,i);
    we0 = we_mat_optim(idx0,i); we1 = we_mat_optim(idx1,i);
    tau_e0 = tau_e_mat_optim(idx0,i); tau_e1 = tau_e_mat_optim(idx1,i);
    penal0 = penal_mat(idx0,i); penal1 = penal_mat(idx1,i);

    % Interpolacija momenta ukoliko su stupnjevi vrijednosti na susjednim
    % indeksima jednaki
    if h0 == h1
        we = we0;
        tau_e = (tau_e1 - tau_e0)*(SoCk1 - SoC_vec(idx0))/(SoC_vec(idx1)-SoC_vec(idx0)) + tau_e0;
        h = h0;

    % Odabir upravljackih varijabli ukoliko se stupnjevi prijenosa na
    % susjednim indeksima razlici

    else
        if (SoC1 - SoCk1) <= (SoCk1 - SoC0);
            we = we1;
            tau_e = tau_e1;
            h = h1;
        else
            we = we0;
            tau_e = tau_e0;
            h = h0;
        end
    end
end

```

```
% Izracun potrosnje goriva i stanja napunjenosti baterije

[Pe1, penal_mg] = MG_model(w_wheel(i), tau_wheel(i), we, tau_e);
[SoCk1, dSoCdt, penal_bat] = battery_dynamics(SoCk1, Pe1, N_cell);
[dmf, penal_ice] = ICE_model_1(we, tau_e, Wmotx, Tmoty, fctmat);
mf = mf + dmf/850;
penal = penal_mg + penal_bat + penal_ice;

soc_vec_optim(i+1) = SoCk1;
we_vec_optim(i) = we;
tau_e_vec_optim(i) = tau_e;
h_vec_optim(i) = h;
penal_vec(i) = penal;
mf_vec(i) = mf;

end
```

## 9. LITERATURA

- [1] [https://en.wikipedia.org/wiki/Hybrid\\_electric\\_vehicle](https://en.wikipedia.org/wiki/Hybrid_electric_vehicle)
- [2] <http://iho.hu/hir/busworld-2011-volvo-7900-bemutato-111022>
- [3] [http://electric.volvobuses.com/pdf/Volvo\\_7900\\_Electric\\_Brochure\\_EN.pdf](http://electric.volvobuses.com/pdf/Volvo_7900_Electric_Brochure_EN.pdf)
- [4] <http://www.hyperbus.se/download/18.52b58bdf14510b15162b4bba/1396356737766/Hyperbus-Report+on+3+buses+built-DataSheet-Volvo7900-Hybrid-Euro-5%2CAppen....pdf>
- [5] [http://segotn12827.rds.volvo.com/STPIFiles/Volvo/FactSheet/AT2412D\\_Eng\\_01\\_1144932.pdf](http://segotn12827.rds.volvo.com/STPIFiles/Volvo/FactSheet/AT2412D_Eng_01_1144932.pdf)
- [6] Škugor B.; Deur J.; Cipek M.; Pavković D.: Design of a power – split hybrid electric vehicle control system utilizing a rule – based controller and an equivalent consumption minimization strategy, Journal of Automobile Engineering, Vol. 228 (6), pp. 631 – 648, 2014
- [7] <http://www.womackmachine.com/pdf/rb365/47th/section10/sec10pg504pumpmotortransmissionefficiencies.pdf>
- [8] <http://www.volvobuses.com/SiteCollectionDocuments/VBC/Downloads/Volvo-D5K-Euro6-Fact-Sheet-EN.pdf>
- [9] [http://www.engineeringtoolbox.com/fuels-densities-specific-volumes-d\\_166.html](http://www.engineeringtoolbox.com/fuels-densities-specific-volumes-d_166.html)
- [10] <http://www.volvobuses.com/SiteCollectionDocuments/VBC/Downloads/Volvo-D5K-Hybrid-Euro6-Fact-Sheet-EN.pdf>
- [11] <http://www.remyinc.com/docs/HVH410R2.pdf>
- [12] Cipek M: Modeliranje, analiza i optimalno upravljanje pogonima hibridnih električnih vozila; Doktorski rad; 2015
- [13] <http://insideevs.com/volvo-officially-launches-7900-plug-hybrid-bus/>
- [14] [http://www.croatiatraveller.com/southern\\_dalmatia/Dubrovnik/BusMap.htm](http://www.croatiatraveller.com/southern_dalmatia/Dubrovnik/BusMap.htm)

[15] Škugor B.; Hrgetić M.; Deur J.: GPS measurement – based road grade reconstruction with application to electric vehicle simulation and analysis. In: 10th Conference on Sustainable Development of Energy, Water and Environment Systems, Dubrovnik, Croatia, 2015.

[16] [https://en.wikipedia.org/wiki/Dynamic\\_programming](https://en.wikipedia.org/wiki/Dynamic_programming)

[17] Škugor B: Optimiranje upravljačkih varijabli i projektiranje upravljačke strategije za hibridno hidrauličko vozilo; 2016