

Dinamički model naftnog bušnog sustava

Kelčec-Pester, Matija

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:191467>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-08**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering
and Naval Architecture University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Matija Kelčec - Pester

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

DIPLOMSKI RAD

Mentori:

Prof. dr. sc. Nenad Kranjčević, dipl. ing.

Student:

Matija Kelčec - Pester

Zagreb, 2017.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći znanja stečena tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem svojoj obitelji na potpori i strpljenju, te mentoru na korisnim sugestijama i diskusijama.

Matija Kelčec-Pester



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomске ispite
Povjerenstvo za diplomске ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarški i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

DIPLOMSKI ZADATAK

Student: **Matija Kelčec-Pester**

Mat. br.: 0035182417

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **DINAMIČKI MODEL NAFTNOG BUŠNOG SUSTAVA**

Naslov rada na engleskom jeziku: **DYNAMIC MODEL OF OIL DRILLING SYSTEM**

Opis zadatka:

U procesu naftnog bušenja operater pomoću poluge pojasne kočnice koči bubanj i time utječe na brzinu bušenja ili opterećenje dlijeta. Za kasnije potrebe izrade automatiziranog sustava koji bi zamijenio ulogu operatera, u ovom je radu potrebno izraditi dinamički model naftnog bušnog postrojenja.

Rad treba sadržavati:

1. Uvod - osnove sustava naftnog bušenja.
2. Opis različitih mehaničkih modela trenja i parametarsku analizu odbranih modela.
3. Skicu i opis mehaničkog modela naftnog bušnog postrojenja.
4. Izvod jednadžbi gibanja.
5. Računalni program i dinamički model u programskom paketu MATLAB - SIMULNIK.
6. Rezultate simulacije.

U radu navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:

9. ožujka 2017.

Rok predaje rada:

11. svibnja 2017.

Predviđeni datumi obrane:

17., 18. i 19. svibnja 2017.

Zadatak zadao:

Izv. prof. dr. sc. Nenad Kranjčević

Predsjednica Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Tanja Jurčević Lulić

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA.....	IV
POPIS OZNAKA	V
SAŽETAK.....	VIII
SUMMARY	IX
1 UVOD.....	1
1.1 Osnove sustava naftnog bušenja	1
1.2 Detaljniji pregled pojedinih elemenata sustava za dubinsko bušenje	4
2 MEHANIČKI MODELI TRENJA	12
2.1 Općenito o trenju.....	12
2.2 Značajke trenja	12
3 MODELIRANJE SILE TRENJA.....	18
3.1 Klasični model trenja	18
3.2 Karnoppov model.....	19
3.3 Dahlov model.....	20
3.4 Bliman i Sorine model	20
3.5 LuGre model	22
3.6 Leuven model.....	23
3.7 Odabrani modeli trenja u Simulinku.....	23
4 MEHANIČKI MODEL BUŠNOG POSTROJENJA	33
4.1 Jednadžbe gibanja za bubanj, užetni prijenosnik i mase ispod kuke	34
4.2 Modeliranje mehaničkog sustava kočenja	36
4.2.1 Prvi način modeliranja međudjelovanja pojasa i poluge	36
4.2.2 Drugi način modeliranja međudjelovanja pojasa i poluge.....	44
5 ZAKLJUČAK.....	55
6 LITERATURA	56
7 PRILOG.....	57
7.1 Prilog A.....	57
7.2 Prilog B	61

POPIS SLIKA

Slika 1	Postrojenje za duboko bušenje s vršnim pogonom	3
Slika 2	Bubanj s pogonom sustava za podizanje kolone bušačih cijevi, tzv. <i>Draw-works</i> [2]	5
Slika 3	Pojasne kočnice bubnja s užetom	5
Slika 4	Užetni prijenosnik	5
Slika 5	Sustav kočnica s uravnotežavajućom polugom	6
Slika 6	Gornji dio Kelly pogona	6
Slika 7	Kelly profil [6]	7
Slika 8	Sklop Kelly profila, Kelly glavine, glavne glavine u okretnom stolu	7
Slika 9	Sklop vršnog pogona	8
Slika 10	Karakteristične značajke na cijevi za bušenje	9
Slika 11	Vrh (eng. <i>Pin</i>) i vrat (eng. <i>Box</i>) cijevi	9
Slika 12	Razlika između teških i bušnih cijevi	9
Slika 13	Izvijanje cijevi	10
Slika 14	Dlijeta različitih konstrukcija ovisno o vrsti stijene koja se buši	11
Slika 15	Detaljniji prikaz konstrukcije tipičnog dlijeta	11
Slika 16	Dijagram Coulombovog trenja [7]	13
Slika 17	Dijagram statičkog trenja [7]	13
Slika 18	Ovisnost statičkog trenja o trajanju vremena mirovanja	14
Slika 19	Ovisnost statičkog trenja o brzini porasta tangencijalne sile	14
Slika 20	Ponašanje tarnog sloja prije odvajanja [7]	15
Slika 21	Lokalni memorijski učinak [7]	15
Slika 22	Stribeckova krivulja [7]	16
Slika 23	Efekt kašnjenja odziva trenja [12]	17
Slika 24	Dijagram klasičnog modela trenja	19
Slika 25	Karnoppov model trenja [1]	19
Slika 26	Ilustracija ponašanja LuGre modela kod opterećenja oscilirajućom silom [7]	22
Slika 27	Model za analizu trzanja	24
Slika 28	Stribeckova linija	25
Slika 29	Karnoppov podmodel trenja u Simulinku	25
Slika 30	Odziv Karnoppovog modela trenja na stalan iznos brzine povlačenja	26
Slika 31	Odziv Karnoppovog modela trenja za promjenljiv iznos brzine povlačenja	26
Slika 32	Blok shema sustava za ispitivanje s različitim modelima trenja	27
Slika 33	LuGreov podmodel trenja u Simulinku	28
Slika 34	Odziv LuGre modela trenja za stalan iznos brzine povlačenja	28
Slika 35	Odziv LuGre modela trenja za promjenljivu brzinu povlačenja	29
Slika 36	Pomak bloka pri povlačenju jednakom brzinom s različitim modelima trenja	29
Slika 37	Greška Karnoppovog modela za referentnu brzinu povlačenja bloka koja je bliska vrijednosti parametra DV	30
Slika 38	Shema naftnog bušnog postrojenja	33
Slika 39	Skica mehaničkog modela bubnja, užetnog prijenosnika i masa ispod kuke	35
Slika 40	Prvi način modeliranja međudjelovanja pojasa i poluge	37
Slika 41	Skica poluge i sile kojima je opterećena	37
Slika 42	Prikaz Karnoppovog modela za slučaj pojasnog trenja	38
Slika 43	Pomaci kod prvog načina modeliranja međudjelovanja poluge i pojasa s Karnoppovim modelom trenja	39
Slika 44	Pomaci ovješanih masa kod prvog načina modeliranja međudjelovanja poluge i pojasa s Karnoppovim modelom trenja	39

Slika 45	Pomaci elemenata sustava ako je zanemaren otpor bušenja	40
Slika 46	Dijagram iznosa sile aktiviranja pojasa kočnice	41
Slika 47	Pomaci kod prvog načina modeliranja sustava s LuGreovim modelom trenja uz zadanu brzinu prirasta primijenjene sile od 81 N/s	42
Slika 48	Pomaci ovješene masa kod prvog načina modeliranja sustava s LuGreovim modelom trenja uz zadanu brzinu prirasta primijenjene sile od 81 N/s	42
Slika 49	Usporedba zakreta bubnja kod upotrebe Lugreovog i Karnoppovog modela trenja za brzinu prirasta primijenjene sile na kočnicu od 81 N/s i dopuštenu relativnu pogrešku od 1%	43
Slika 50	Sustav s Karnoppovim modelom trenja, brzinom prirasta primijenjene sile na kočnicu od 81 N/s i dopuštenom relativnom pogreškom od 0,001%.....	44
Slika 51	Drugi način modeliranja međudjelovanja pojasa i poluge	45
Slika 52	Skica pojasa kočnice i sile kojima je opterećen	45
Slika 53	Skica poluge i sile kojima je opterećena	46
Slika 54	Zakret bubnja i pomaci masa kod 2. načina modeliranja sustava za Karnoppov modela trenja, uz brzinu linearnog porasta sile od 15 N/s	47
Slika 55	Detaljniji dijagram pomaka masa kod 2. načina modeliranja sustava za Karnoppov model trenja, uz brzinu linearnog porasta sile od 15 N/s	48
Slika 56	Prikaz pogrešnih rezultata simulacije pri brzini porasta primijenjene sile od 4 N/s	48
Slika 57	Vibracije zakreta pojasa pri brzini porasta primijenjene sile od 15 N/s.....	49
Slika 58	Usporedba načina modeliranja; brzina porasta sile na poluzi kočnice od 15 N/s, Karnoppov model trenja	50
Slika 59	Pomaci s uključenom dinamikom pojasa kočnice i LuGreovim trenjem, brzina porasta sile od 108 N/s	51
Slika 60	Detaljniji dijagram pomaka masa kod 2. načina modeliranja sustava primjenom LuGreovog modela trenja uz brzinu linearnog porasta sile od 108 N/s.....	51
Slika 61	Dijagram pomaka za 2. način modeliranja sustava primjenom Karnoppovog modela trenja pri brzini linearnog porasta sile od 108 N/s.....	52
Slika 62	Usporedba dobivenih zakreta bubnja između modela koji uključuje dinamiku pojasa kočnice i Lugreov model trenja i modela bez dinamike pojasa s Karnoppovim modelom trenja.....	52
Slika 63	Vibracije pomaka pojasa s Lugreovim modelom trenja.....	53
Slika 64	Sila u opruzi na kraku poluge koja zateže pojas kočnice	53

POPIS TABLICA

Tablica 1	Granične vrijednosti parametara LuGreovog modela za slučaj konstantne brzine povlačenja; $v=0,1$ m/s.....	31
Tablica 2	Granične vrijednosti parametra LuGreovog modela za slučaj promjenljive brzine sinusnog oblika; (amplituda brzine 1 m/s, frekvencija 0,7 Hz).....	31
Tablica 3	Granične vrijednosti parametara Karnoppovog modela za slučaj konstantne brzine povlačenja; $v=0,5$ m/s.....	31
Tablica 4	Granične vrijednosti parametra Karnoppovog modela za slučaj promjenljive brzine sinusnog oblika; (Amplituda brzine 1 m/s, frekvencija 0,7 Hz)	32

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
a	m	Duljina kraka nadomjesne poluge
A, B, C	-	Matrice Bliman i Sorine modela
c	N/m	Konstanta krutosti opruge
$c_{A,B}$	N/m	Konstante krutosti dijelova sustava za kočenje
c_{eq}	N/m	Ekvivalentna vlačna konstanta krutosti cijevi
c_K	N/m	Konstanta krutosti sustava za kočenje
c_t	N/m	Konstanta krutosti užeta
c_1	N/m	Konstanta krutosti bušne kolone
D	m	Vanjski promjer cijevi
d	m	Unutranji promjer cijevi
d_u	m	Promjer užeta
DV	m/s	Granična brzina
E	Pa	Modul elastičnosti užeta
f	-	Faktor ispune poprečnog presjeka užeta
F_C	N	Coulombova sila trenja
F_b	N	Tangencijalna sila u trenutku odvajanja
F_{bl}	N	Sila u trenutku promjene predznaka sile
F_h	N	Varijabla histerezne sile
F_k	N	Primijenjena sila kočenja
F_N	N	Normalna sila
F_S	N	Sila statičkog trenja
F_t	N	Tangencijalna sila
F_{tr}	N	Sila trenja pri kočenju bubnja
F_{vp}	N	Sila viskoznog prigušenja
g	m/s ²	Ubrzanje zemljine sile teže
$g(v_r)$	N	Funkcija potencijala trenja
i	-	EkspONENT Dahlovog modela
J_b	kgm ²	Moment inercije bubnja

J_P	kgm^2	Moment inercije pojasa pojasne kočnice
k_B	Ns/m	Koeficijent viskoznog prigušenja sustava za kočenje
k_t	Ns/m	Prigušenje u užetu
k_1	Ns/m	Prigušenje u bušnoj koloni
l	m	Duljina opterećene opruge, užeta
$L_{1,2}$	kgm^2/s	Kinetički moment
R_b	m	Polumjer bubnja na kojem je namotano uže
R_p	m	Polumjer bubnja na kojem djeluje kočnica
m	Kg	Masa
$m_{A,B}$	Kg	Masa kraka poluge
m_{pb}, m_{pz}	Kg	Mase ispod užetnog prijenosnika
p	-	Prijenosni omjer užetnog prijenosnika
s	s	Prostorna varijabla Bliman i Sorine tarnog modela
v	m/s	Brzina
v_r	m/s	Relativna brzina
v_s	m/s	Stribeckova brzina
v_p	m/s	Brzina povlačenja
x_s	m	Promjenjivo stanje deformacije vlakana B. i S. tarnog modela
x_r	m	Ukupni pomak
x_1, x_2	m	Koordinate vertikalnih pomaka masa
$\ddot{x}_{1,2}$	m/s^2	Ubrzanje vertikalnog pomaka masa
$\dot{x}_{1,2}$	m/s	Brzina vertikalnog pomaka masa
z	m	Produljenje vlakana
α	Rad	Koordinata zakreta pojasa pojasne kočnice
γ	Rad	Koordinata zakreta poluge
$\ddot{\gamma}$	Rad/s^2	Ubrzanje zakreta poluge
$\dot{\gamma}$	Rad/s	Brzina zakreta poluge
δ	-	Stribeckov eksponent
δ	Rad	Koordinata zakreta nadomjesne poluge
$\dot{\delta}$	Rad/s	Brzina zakreta nadomjesne poluge

$\ddot{\delta}$	Rad/s ²	Ubrzanje zakreta nadomjesne poluge
μ_C	-	Faktor kinetičkog trenja
μ_S	-	Faktor statičkog trenja
σ_0	N/m	Tangencijalna krutost vlakana
σ_1	Ns/m	Koeficijent prigušenja tarnog kontakta
σ_2	Ns/m	Koeficijent viskoznog prigušenja
φ	Rad	Koordinata zakreta bubnja
$\dot{\varphi}$	Rad/s	Brzina zakreta bubnja
$\ddot{\varphi}$	Rad/s ²	Ubrzanje zakreta bubnja
ω	rad/s	Kutna brzina

SAŽETAK

Opisani su osnovni elementi naftnog bušnog sustava, napravljen je sažet pregled značajnijih matematičkih modela trenja te matematički modeliran mehanički sustav za upravljanje brzinom prodiranja dlijeta.

Pri bušenju tla u potrazi za energentima kao i kod svakog drugog bušenja, potrebno je istovremeno djelovati normalnom silom i torzijskim momentom na dlijeto da bi se ostvarilo njegovo prodiranje u tlo i rezanje. Normalna sila na dlijeto se ostvaruje djelovanjem vlastite težine sustava cijevi i dlijeta koji su ovješeni na kuki koloturnog prijenosnika. Popuštanjem užeta koloturnog prijenosnika može se utjecati na iznos normalne sile na dlijeto. Uže se popuštanjem odmotava s bubnja, a zakretanjem bubnja se upravlja preko pojasne kočnice. Djelovanje pojasne kočnice stvara silu trenja za čije opisivanje mogu poslužiti različiti matematički modeli. O primijenjenom matematičkom modelu trenja ovisi koliko detaljno će biti simulirani iznos i posljedice djelovanja trenja.

U radu je prikazan način dobivanja jednadžbi gibanja elemenata sustava koje su, kasnije, modeliranjem u računalnom paketu Simulink primijenjene za simulacije gibanja elemenata sustava.

Ključne riječi: dinamički model naftnog bušnog postrojenja, trenje pojasne kočnice

SUMMARY

In this master thesis are described basic parts and subsystems of oil drilling system, it is briefly made review of the most significant mathematical models of friction, and it is also developed a mathematical model of mechanical system for control of rate of penetration of bit.

When drilling the earth in search for fossil energy sources as well as when drilling anything else, it is needed to simultaneously exert normal force and torque on a bit to achieve penetration in soil and cutting. Normal force on the bit is produced by own weight of the drill string and bit; which are hanging on hoist hook. By releasing the rope of the hoist one can control the amount of normal force which is exerted on the bit. Releasing the rope unwinds it from the drum. Control of the drum rotation is performed by the band brake. The band brake produce a friction force which can be modeled by various mathematical models. On the chosen mathematical model depends how detailed the simulation of the amount of friction force and consequences of friction effects will be.

In this work it is shown the method for obtaining equations of motion of system elements which will later be used in simulation software Simulink for running the simulation of system elements motions.

Key words: dynamic model of oil drilling rig, band brake friction

1 UVOD

1.1 Osnove sustava naftnog bušenja

Bušenje tla za potrebe pronalaženja nafte i plina najčešće se svrstava u skupinu bušenja na veliku dubinu. Bušenja na veliku dubinu se, najčešće, smatraju ona bušenja koja su dublja od približno 200 metara. S povećanjem dubine bušenja konstrukcijski zahtjevi na postrojenje za bušenje postaju sve veći kao i potrebna instalirana snaga postrojenja. Tako npr. za dubinu bušenja od 300- 600 metara instalirana snaga je približno 60 kW dok je za dubine od 4000- 6100 metara potrebna snaga približno 1500 kW.

Dvije glavne metode za dubinsko bušenje su bušenje udaranjem i bušenje vrtanjem (rotacijski). Bušenje udaranjem ostvaruje učinak na način da se stijene razrušavaju udaranjem dlijeta o dno nastupno-povratnim okomitim kretanjem kolone alata za bušenje u kanalu bušotine. Taj postupak se primjenjivao u Kini još prije dvije tisuće godina. Pogodan je jedino za bušenje vrlo tvrdih stijena, a efikasnost mu je niska.

Bušenje vrtanjem je naziv za postupke bušenja kod kojih se stijene razrušavaju dlijetom koje se pod opterećenjem okreće na dnu bušotine. Ovisno o konstrukciji dlijeta to se razrušavanje ostvaruje rezanjem, cijepanjem, drobljenjem ili njihovom kombinacijom. Dlijeto na dnu bušotine okreće motor koji se nalazi na površini; izravno - vršnim pogonom (eng. *Top drive*) ili posredstvom okretnog stola i Kelly sustava. Kolone bušnih alata sastavljene su od dlijeta, proširivača, teških i bušnih šipki te radne šipke i isplačne glave. Motor može biti postavljen i blizu dna bušotine tako što je uvršten u kolonu bušnih alata neposredno iznad dlijeta.

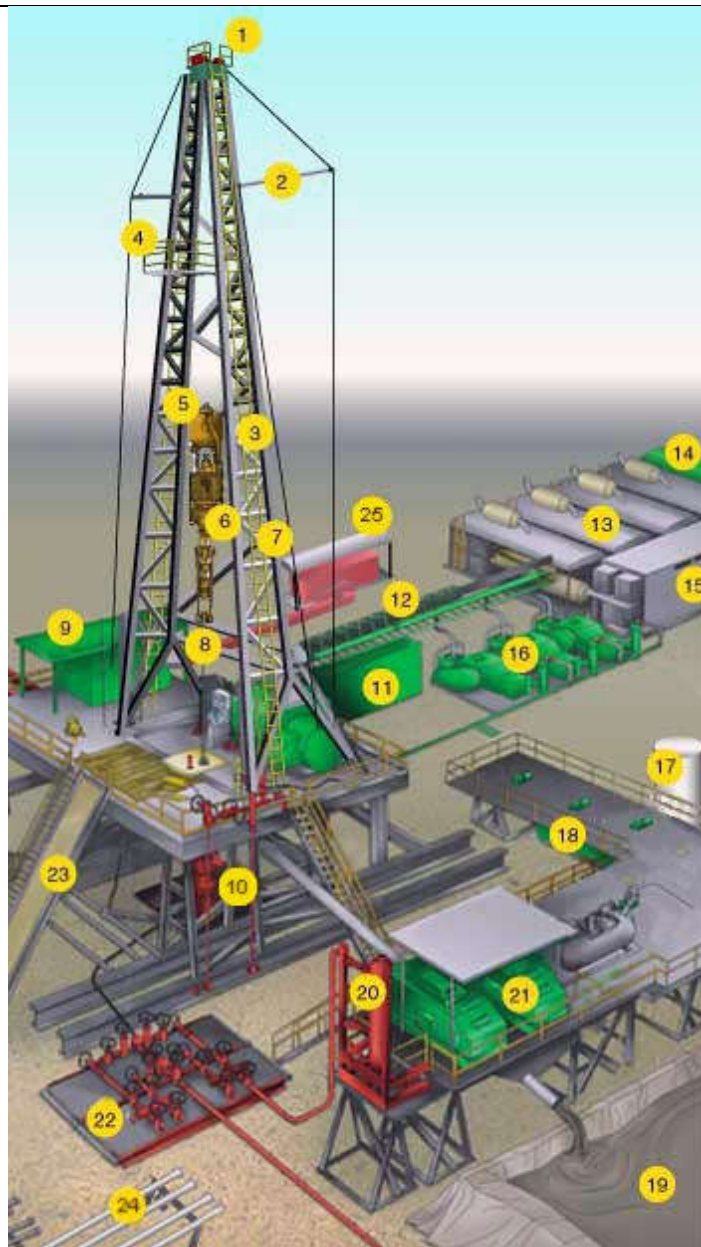
Sva postrojenja za dubinsko bušenje sastoje se od tri glavna dijela: 1. sklopa za tegljenje koji služi za izvlačenje i spuštanje bušnih alata i zaštitnih cijevi, 2. sklopa za bušenje i 3. sustava za iznošenje čestica razrušenih stijena na površinu. Kako bi se olakšala i ubrzala manipulacija kolonom za bušenje postrojenju se prigraduje toranj koji je često rešetkaste konstrukcije, slika 1.

Sklop za tegljenje se sastoji od dizalice opremljene bubnjem i čeličnim užetom za dizanje, nepokretnog bloka koloturnika koji je smješten na vrhu (kruni) tornja te pokretnog bloka koloturnika s kukom na koju je ovješena kolona za bušenje i vršni pogon.

Sklop za bušenje vrtanjem sastoji se od okretnog stola ili vršnog pogona te kolone cijevi.

Sustav za iznošenje čestica razrušenih stijena radi neprekidno na odnošenju stijena ispiranjem. Ispiranje dna bušotine se izvodi isplakom pod tlakom koja se dovodi kroz tijelo cijevi bušaće kolone.

Sam tehnološki proces bušenja sastoji se od triju glavnih operacija: razrušavanja stijena, odstranjivanja stijena i učvršćivanja izrađenog kanala bušotine ugradnjom kolone zaštitnih cijevi ili cementiranjem. Sporedne operacije koje osiguravaju kvalitetnu izradu bušotine su: mjerenje odklona kanala bušotine od predviđenog smjera, vađenje jezgara iz bokova izrađenog kanala bušotine i pojedinačna iskušavanja probušenih naslaga koja imaju obilježja naftonosnosti ili plinonosnosti, kako bi se utvrdila njihova ekonomska vrijednost. Na kraju, u sporedne operacije spada i instrumentiranje. To je zajedničko ime za niz zahvata koji se poduzimaju kako bi se eventualno odlomljeni alati izvukli na površinu i kako bi se uspostavilo stanje koje omogućava nastavak rada, također to je ime za skupinu zahvata koji se poduzimaju radi ugušenja iznenadnih neželjenih slobodnih erupcija iz bušotine [1].



Slika 1 Postrojenje za duboko bušenje s vršnim pogonom

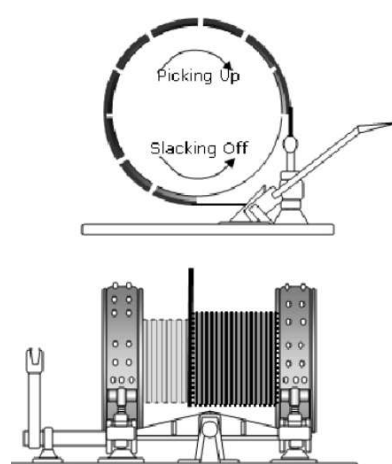
1-kruna tornja, 2- konstrukcija za dizanje potrebnih tereta, 3-bušno uže, 4-pomoćna platforma, 5-pomični sklop koloturnika, 6-vršni pogon, 7- toranj, 8- bušne cijevi, 9-pomoćna prostorija, 10-uređaj za sprječavanje erupcije (preventer), 11-sremnik vode, 12- dovod električne energije, 13-stanica za proizvodnju električne energije, 14-spremnici s gorivom, 15-stanica za upravljanje proizvodnjom električne energije, 16-pumpa za isplaku, 17-spremnici isplake, 18- taložnici, 19- pomoćni bazen, 20-separator plina iz isplake u povratnom vodu bušotine, 21-sito, 22-sklop ventila za upravljanje isplakom kada je uređaj za sprječavanje erupcije aktivan, 23-rampa za manipulaciju cijevima, 24-odlagalište cijevi, 25-akumulator hidrauličke tekućine; potreban za rad preventera.

1.2 Detaljniji pregled pojedinih elemenata sustava za dubinsko bušenje

Sustav za podizanje kolone bušnih cijevi

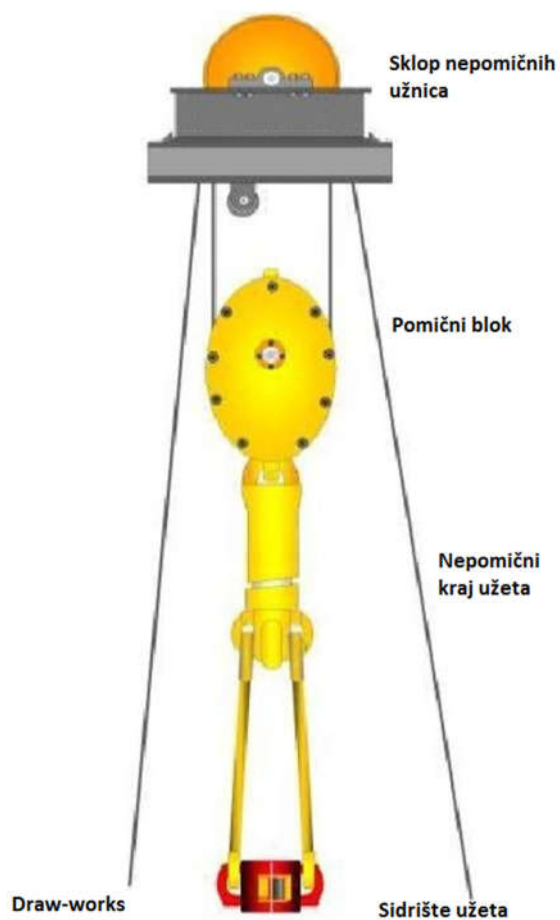
U osnovi to je sustav pomičnih i nepomičnih kolotura koji ima prikladan prijenosni omjer kako bi se moglo manipulirati teškim alatom za bušenje. Čelično uže se namata i odmeta s bubnja odakle odlazi do vrha bušnog tornja gdje se nalazi sklop nepomičnih užnica, zatim povezuje pomični blok s kukom na koju je ovješena alat te je na svom kraju pričvršćeno za konstrukciju tornja; (slika 4). Na kraj užeta koji je pričvršćen za nosivu konstrukciju, tzv. sidrište užeta, je spojen osjetnik sile koji daje informaciju o trenutnom opterećenju užeta, a posredno tzv. WoB. WoB je skraćenica od engleskih riječi *Weight on Bit* (u doslovnom prijevodu: težina na dlijetu), a označava dio težine bušne kolone kojom je opterećeno dlijeto, postupak upravljanja tim parametrom je sljedeći: upravitelj spuštanja bušne kolone bilježi iznos WoB prije nego što će dovesti u kontakt dlijeto i dno bušotine (kako bi započelo bušenje). Zatim se dlijeto polako spušta dok se ne ostvari kontakt dlijeta i dna bušotine. Nakon ostvarenja kontakta upravitelj nastavlja spuštati bušnu kolonu te se sve više sile težine kolone prenosi na dlijeto. Kako se sve više težine kolone prenosi na dlijeto parametar WoB ima sve manju vrijednost jer se užad koloturnog prijenosnika rasterećuje. Ako bi parametar WoB imao vrijednost nula to bi značilo da je sva težina bušne kolone opteretila dlijeto, a užad sustava za podizanje kolone bi bila potpuno rasterećena.

WoB je uz RoP (eng. *Rate of penetration*-brzina prodiranja dlijeta) jedan od dva glavna parametra kojima se prati i može utjecati na proces bušenja. Koji od ta dva parametra će biti mjerodavan za regulaciju bušenja se odlučuje na temelju geološkog sastava tla koje se buši, što se vidi iz filtrata isplake. Moderni sustav za podizanje kolone se sastoji od bubnja, motora, zupčanog prijenosnika, glavne kočnice i pomoćne kočnice; (slika 2). Motori mogu biti električni ili dizelski. Glavna kočnica je često izvedena kao pojasna ili disk kočnica, a njome se upravlja preko poluge; (slika 3). Pomoćna kočnica je najčešće izvedena kao elektromagnetska ili hidraulična sa zadatkom da apsorbira kinetičku energiju alata kojeg se želi zaustaviti pri gibanju prema dolje [5].



Slika 2 Bubanj s pogonom sustava za podizanje kolone bušačih cijevi, tzv. *Draw-works* [2]

Slika 3 Pojasne kočnice bubnja s užetom



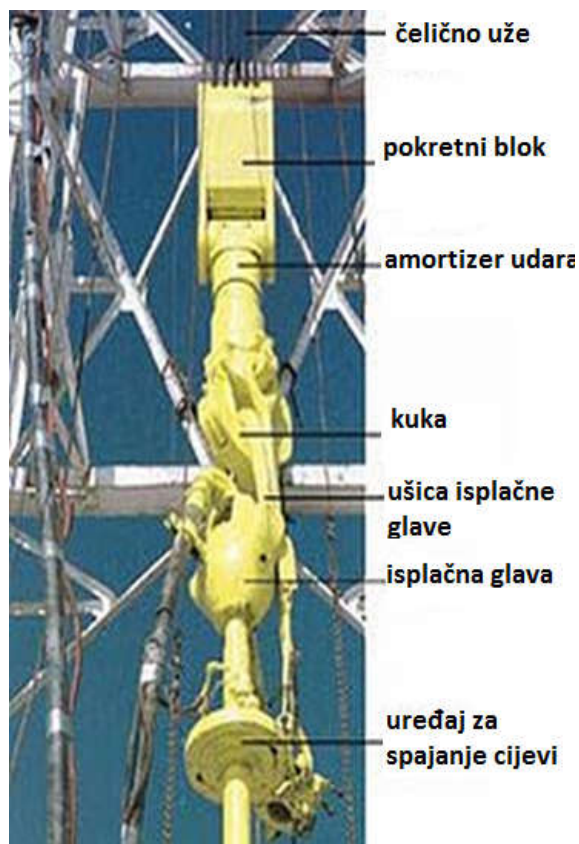
Slika 4 Užetni prijenosnik



Slika 5 Sustav kočnica s uravnotežavajućom polugom

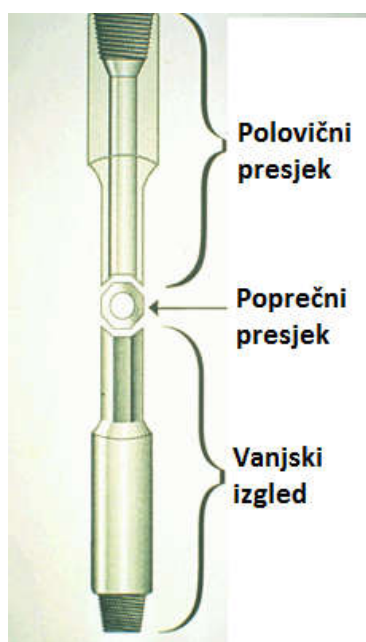
Kelly pogon

Kelly pogon (eng. *Kelly drive*) je sustav za prijenos okretnog momenta s okretnog stola na sklop bušnih cijevi s dlijetom. Sastoji se od: isplačne glave i ušice isplačne glave, uređaja za spajanje dodatnih cijevi, Kelly profila, Kelly glavine, glavne glavine i okretnog stola.



Slika 6 Gornji dio Kelly pogona

Kelly profil, (slika 7), je šuplji čelični profil čiji je vanjski obod u obliku četverokuta ili šesterokuta, izrađen je od termički obrađenog visokokvalitetnog čelika. Na dnu ima urezan navoj putem kojeg se spaja s novim cijevima. Svrha tog elementa je prijenos okretnog momenta do bušnih cijevi dok on sam, istovremeno, rotira i translacija. Kelly glavina je glavina koja se nalazi između Kelly profila i glavne glavine. Njezin unutarnji utor je oblikom prilagođen Kelly profilu kako bi se mogao prenijeti moment. Kelly glavina sjeda u glavnu glavinu koja se nalazi u okretnom stolu, a koji predaje moment s pogonskog motora za bušenje.



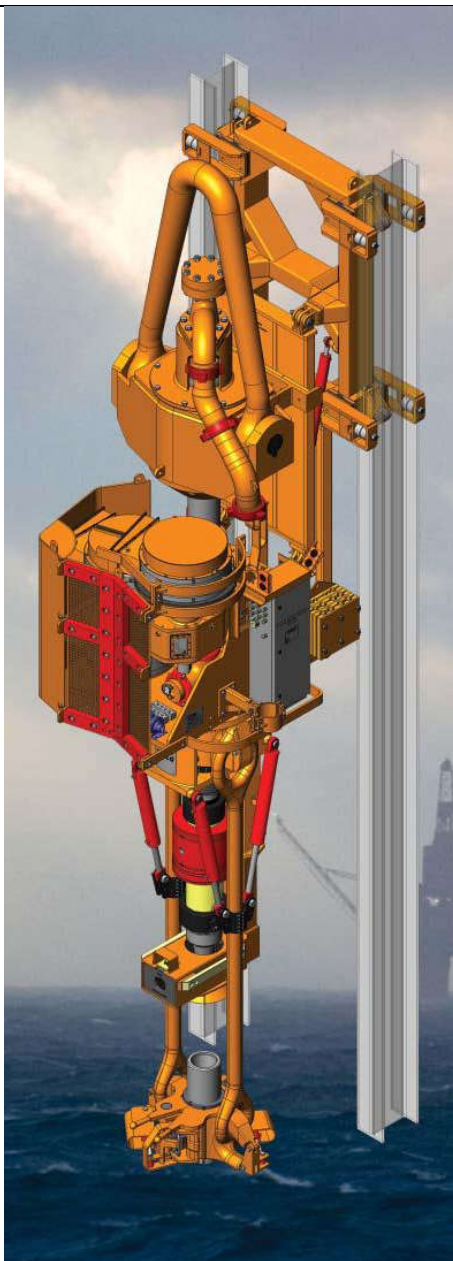
Slika 7 Kelly profil [6]



Slika 8 Sklop Kelly profila, Kelly glavine, glavne glavine u okretnom stolu

Vršni pogon

Vršni pogon (eng. *Top Drive*) je alternativa Kelly sustavu sa okretnim stolom. Nalazi se ispod isplaćne glave, također je ovješeno na pomični blok s kukom. Sastoji se od motora s prijenosnikom i vodilicama koje osiguravaju vertikalno gibanje uzduž tornja. Motor može biti električni ili hidraulični. Glavna prednost i razlog zašto istiskuje Kelly sustav iz primjene je što omogućava upotrebu duljih cijevi, što rezultira manjim brojem spojnih mjesta u bušnoj koloni, a samim time i većom efikasnošću bušenja. Pored toga, spajanje cijevi je s tim sustavom brže.



Slika 9 Sklop vršnog pogona

Kolona cijevi za bušenje

Kolona za bušenje se sastoji od različitih tipova cijevi i alata. Svrha joj je prenošenje torzijskog momenta do dlijeta, stvaranje normalne sile na dlijeto, dovođenje isplake na dno bušotine te vođenje i upravljanje putanjom dlijeta.

Cijevi za bušenje postoje u različitim duljinama i promjerima. Na pojedinoj cijevi se mogu uočiti tri karakteristične značajke: tijelo cijevi, vrat s unutrašnjim navojem tzv. *Box* i vrh na suprotnoj strani sa vanjskim navojem tzv. *Pin*. Vrat i vrh cijevi s navojem se često izrađuju kao zasebni dijelovi od alatnog čelika koji se potom zavaruju trenjem na tijelo cijevi.

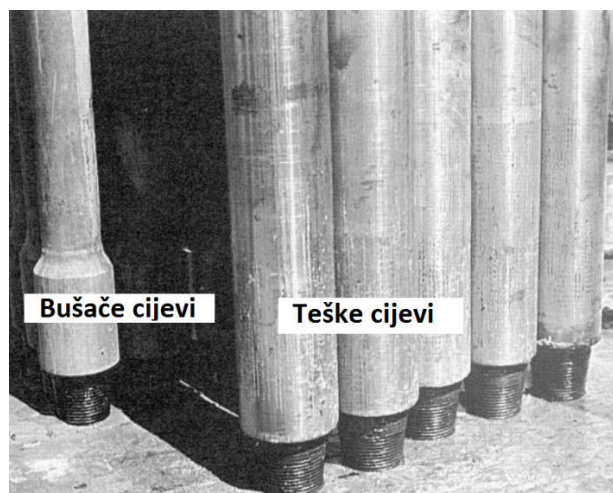


Slika 10 Karakteristične značajke na cijevi za bušenje



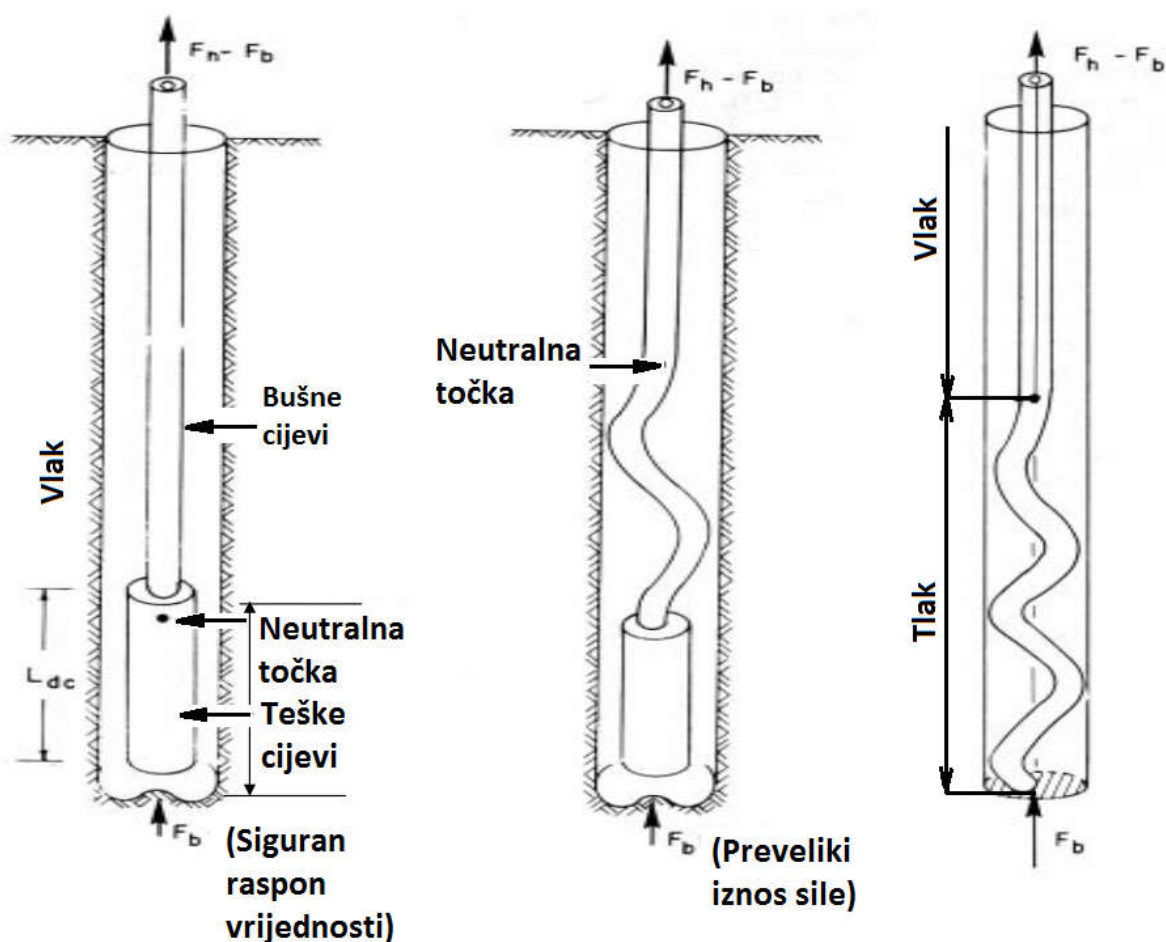
Slika 11 Vrh (eng. *Pin*) i vrat (eng. *Box*) cijevi

Cijevi ima više vrsta, a općenito se mogu svrstati u 2 skupine: bušne cijevi i teške cijevi. Teške cijevi se stavljaju iznad dlijeta i imaju mnogo deblju stjenku od ostalih bušnih cijevi kako bi imale što veću masu. Velika masa tih cijevi je potrebna za stvaranje normalne sile na dlijeto kako bi ono moglo obavljati svoju zadaću. Duljina cijevi se u naftnoj industriji izražava u mjernoj jedinici stopa (jedna stopa je ekvivalentna 0,3048 metara), a prema duljini cijevi one se mogu svrstati u tri kategorije: 18-22 stope, 27-30 stopa i 38-45 stopa.



Slika 12 Razlika između teških i bušnih cijevi

Cijevi su elementi bušne kolone koji trpe velika i složena naprezanja; opterećene su vlačno težinom ostatka bušne kolone, torzijskim momentom koji prenose do dlijeta, momentom savijanja tijekom vrtnje (zbog svoje elastičnosti cijevi se ne vrte poput krutog tijela oko idealne vertikalne nepomične osi već se javljaju mjestimični progibi cijevi uzduž kolone) te visokim unutarnjim tlakom isplake. Utjecaj ranije spomenutog parametra WoB na opterećenje bušne kolone se može vidjeti na slici 13.



Slika 13 Izvijanje cijevi

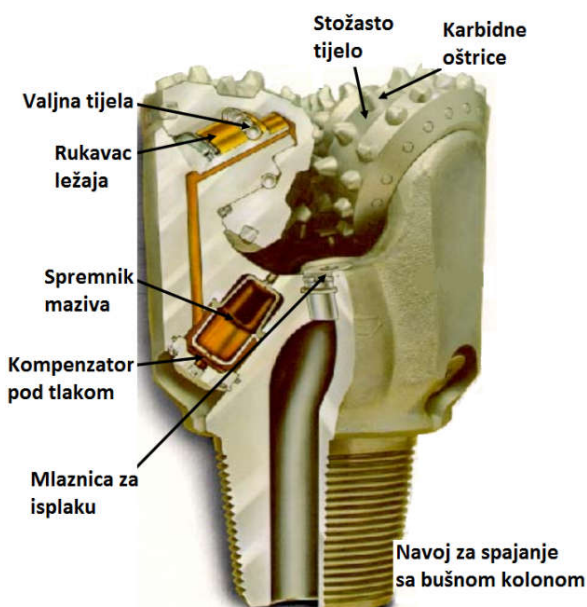
Ako je parametar WoB u sigurnom rasponu vrijednosti cijevi bušne kolone su vlačno opterećene, dok u slučaju prevelikog iznosa sile na dlijeto (male vrijednosti WoB-a) dolazi do izvijanja najnižih cijevi u koloni uslijed vlastite težine cijevi ostatka kolone koje se nalaze iznad.

Dlijeto je alat koji izrađuje bušotinu, a koji se nalazi na donjem kraju bušne kolone. Ovisno o vrsti stijene koja se buši dlijeto ima prikladnu konstrukciju, a najveća razlika je u vrsti oštice što se može vidjeti na slici 14.



Slika 14 Dlijeta različitih konstrukcija ovisno o vrsti stijene koja se buši

Konstrukcija tipičnog dlijeta je prikazana na slici 15, na kojoj je važno uočiti mlaznicu za isplaku (isplaka se dovodi kroz unutrašnjost cijevi bušne kolone). Isplaka ima ulogu čišćenja i odnošenja odvojenih čestica stijena s dna bušotine, hlađenja oštrice, prijenos hidrauličkog tlaka, prijenos podataka (u slučaju upotrebe senzora na dnu bušotine), smanjenja trenja, zaštite od korozije i potpore zidova bušotine. Po povratku isplake na vrh bušotine ona prolazi kroz filtracijsku obradu kako bi geolozi, na temelju isfiltriranih čestica stijena, odredili trenutno stanje procesa bušenja.



Slika 15 Detaljniji prikaz konstrukcije tipičnog dlijeta

2 MEHANIČKI MODELI TRENJA

2.1 Općenito o trenju

Trenje je sila otpora koja se javlja pri relativnom gibanju dvaju tijela u dodiru. Ona ovisi o kemijskom međudjelovanju i stanju hrapavosti površina koje su u kontaktu. S fizikalnog stajališta kod djelovanja trenja dolazi do elastične i plastične deformacije vrhova neravnina površina koje su u kontaktu. U slučaju postojanja maziva odnosno fluida između površina koje se međusobno relativno gibaju javlja se trenje koje je posljedica viskoznosti fluida [7].

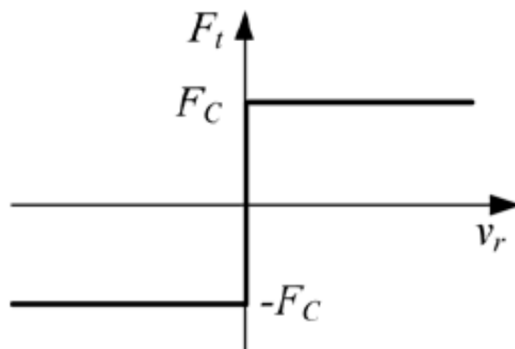
U analizama sustava u kojima se pojavljuje trenje ono se matematički modelira na različite načine, ovisno o tome koje posljedice djelovanja trenja se žele uzeti u obzir. Jedinstveni matematički izraz koji idealno opisuje sve posljedice trenja koje su uočene u eksperimentima, a koji bi pritom bio jednostavan i brz za obradu na računalu još uvijek nije izveden. Izrazi koji vrlo detaljno opisuju posljedice trenja su često vrlo komplicirani za primjenu, kako zbog vrlo velikog broja potrebnih ulaznih parametara, tako i zbog relativno dugotrajnog postupka za njihovo računanje što sprječava da oni budu primijenjeni u sustavima koji npr. imaju zadatak kompenzirati utjecaj trenja na gibanje mase u stvarnom vremenu. S druge strane, trenje može biti opisano jednadžbama koje su vrlo jednostavne no zato mogu opisivati tek jednu ili nekoliko od svih mogućih posljedica djelovanja trenja. Koji će se model (matematički) u analizi koristiti ovisi o procjeni korisnika na temelju njegovih potreba u okviru konkretnog problema. Novi modeli trenja se i dalje razvijaju kao što se i poboljšavaju stari, sve kako bi se što efikasnije i točnije opisali učinci trenja.

2.2 Značajke trenja

Jedan od najjednostavnijih modela trenja je Coulombovo trenje. Coulombovo trenje je sila linearno ovisna o normalnoj sili koja djeluje na tijela u dodiru i ne ovisi o veličini površine tijela koje su u dodiru, a predznak joj ovisi o smjeru relativnog gibanja tijela. Iznos te sile je definirao Charles Augustin de Coulomb, a matematički se zapisuje kao:

$$F_C = \mu_C F_N \operatorname{sgn}(v_r) \quad (1)$$

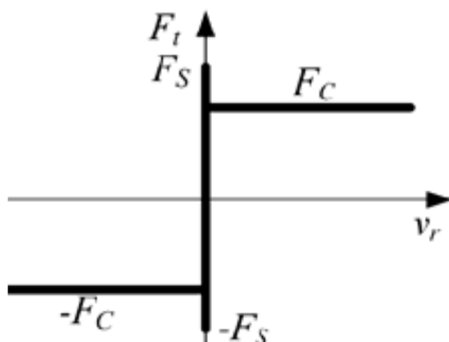
Coulombovo trenje se još naziva i kinetičko trenje jer dobro opisuje učinak trenja samo u slučaju jednolikog gibanja. Iz (1) je očito da iznos sile trenja ne ovisi o brzini relativnog gibanja tijela u dodiru. Predznak sile trenja ovisi samo o smjeru brzine. Dijagram sile trenja za općeniti slučaj je prikazan na slici 16.



Slika 16 Dijagram Coulombovog trenja [7]

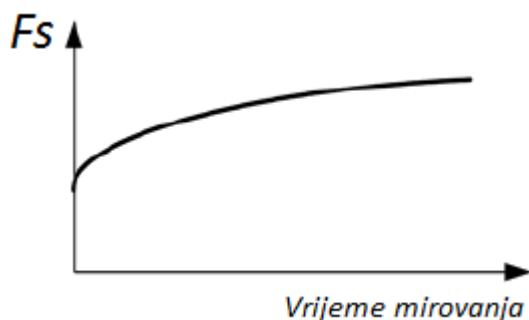
Statičko trenje se odnosi na silu trenja kad su promatrana tijela u mirovanju. Teoriju statičkog trenja postavio je Arthur Jules Morin. Eksperimenti pokazuju da je iznos sile statičkog trenja često veći od iznosa sile Coulombovog trenja; (slika 17). Izraz za silu statičkog trenja je

$$F_S = \mu_S F_N \quad (2)$$

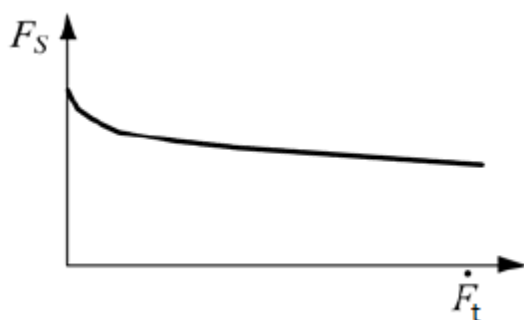


Slika 17 Dijagram statičkog trenja [7]

Novija istraživanja su pokazala da se statičko trenje može opisati kao funkcija vremena mirovanja i brzine linearnog porasta primijenjene tangencijalne sile [8], [9]. Tako je npr. kod podmazivanog tarnog para čelik/čelik primijećeno da se sila statičkog trenja povećava s povećanjem vremena mirovanja prije pokretanja (slika 18), odnosno da se smanjuje s povećanjem brzine linearnog porasta primijenjene tangencijalne sile dF_t/dt ; (slika 19). Porast sile statičkog trenja s povećanjem vremena mirovanja se objašnjava razvojem procesa istiskivanja maziva između površina. Smanjenje sile statičkog trenja s povećanjem brzine linearnog porasta primijenjene tangencijalne sile se objašnjava uz pomoć prethodnog objašnjenja; porastom brzine prirasta tangencijalne sile vrijeme mirovanja za vrijeme primijenjene sile je kraće što dovodi do smanjenja iznosa sile statičkog trenja [7].



Slika 18 Ovisnost statičkog trenja o trajanju vremena mirovanja

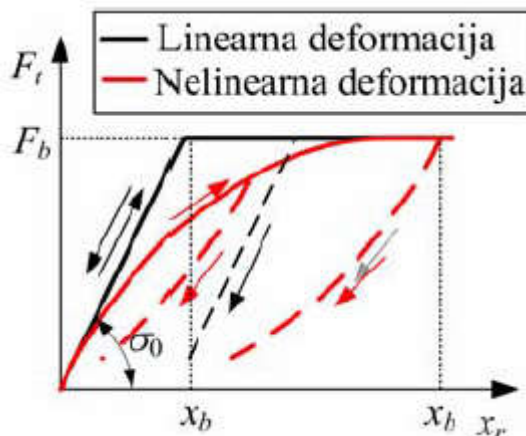


Slika 19 Ovisnost statičkog trenja o brzini porasta tangencijalne sile

Ako je mirujuće tijelo opterećeno tangencijalnom silom dolazi do deformiranja slojeva materijala koji su neposredno u dodiru; pomak se može označiti s x_r . Taj pomak se objašnjava kao posljedica elasto-plastične deformacije materijala. Slojevi materijala koji su međusobno u dodiru su mikroskopski gledano neravnine, hrapavosti koje se pojednostavljeno promatraju kao vlakna. Vlakna imaju ista materijalna svojstva kao i materijali koji su u dodiru. U slučaju samo elastične deformacije vlakana tangencijalna sila se može opisati s:

$$F_t = -\sigma_0 x_r \quad (3)$$

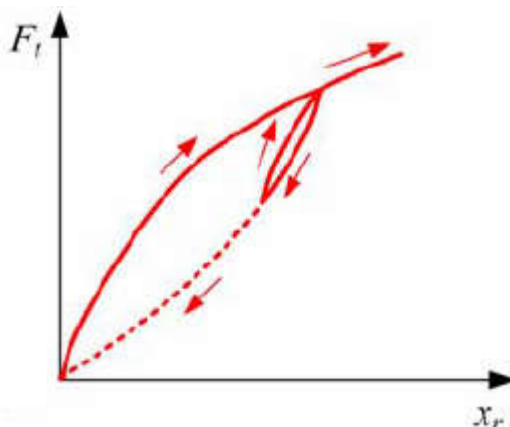
gdje je σ_0 tangencijalna krutost vlakana, a x_r ukupno produljenje vlakana. Kada bi se vlakna opterećivala i rasterećivala samo u elastičnom području ne bi dolazilo do pojave histereze, no to je idealizirano ponašanje jer eksperimenti pokazuju da u primjeni postoji histerezno ponašanje, a histerezno ponašanje ukazuje na pojavu plastične deformacije vlakana; (slika 20).



Slika 20 Ponašanje tarnog sloja prije odvajanja [7]

Pri opterećenju vlakana prvo dolazi do elastične deformacije, porastom opterećenja dolazi do plastične deformacije, a daljnjim opterećenjem dolazi do pucanja vlakna što ima za posljedicu prelazak u područje kinetičkog trenja. Na slici 20 istaknuta je sila F_b ; to je tangencijalna sila u trenutku odvajanja. Povećavanjem normalne sile na tijelo dolazi do povećanja sile odvajanja te posljedično i povećanja tangencijalne krutosti [7].

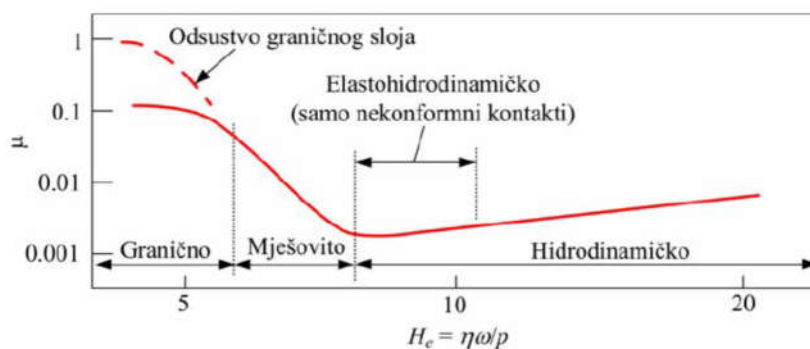
U eksperimentima kod procesa deformiranja tarnih slojeva prije nego što je nastupilo njihovo odvajanje je primijećeno da se tijelo vraća u početni položaj, tj. ne postoji trajni pomak [10]. Taj učinak se u literaturi naziva lokalni memorijski učinak [7]; (slika 21).



Slika 21 Lokalni memorijski učinak [7]

Postupan prijelaz sa statičkog na Coulumbovo trenje se može opisati Strebeckovom krivuljom, a sama pojava se naziva Stribeckovim efektom. Stribeckova krivulja je definirana na temelju eksperimenata koji su proučavali promjenu faktora trenja u kliznim ležajevima. Naime, uočeno je kako pri malim vrijednostima debljine uljnog sloja u kliznom ležaju faktor trenja ima relativno veliki iznos, povećanjem debljine uljnog sloja dolazi do smanjenja

vrijednosti faktora trenja da bi daljnjim povećanjem uljnoga sloja došlo po ponovnog porasta faktora trenja; (slika 22). Te pojave se objašnjavaju na način da kod male debljine uljnog sloja dolazi do mehaničkog dodira između kliznih parova, povećanjem debljine sloja maziva prestaje izravan dodir tarnog para što smanjuje faktor trenja, a porast vrijednosti faktora trenja s daljnjim porastom debljine uljnog sloja objašnjava se viskoznim trenjem unutar samog maziva.



Slika 22 Stribeckova krivulja [7]

Slično ponašanje se može zamijetiti i kod tarnih parova između kojih nema uljnog sloja. To se objašnjava time što tarni parovi po svojoj površini imaju sloj oksida koji se ponaša poput maziva. Stribeckova krivulja je značajna jer omogućava objašnjavanje pojava koje su karakterizirane naizmjeničnim klizanjem i zaustavljanjem [7].

Stribeckov efekt proširen Coulombovim trenjem može se opisati funkcijom potencijala trenja (za slučaj kada se ne uzima u obzir viskozno trenje).

$$g(v_r) = F_C + (F_S - F_C)e^{-|v_r/v_s|^\delta} \quad (4)$$

v_s – Stribeckova brzina

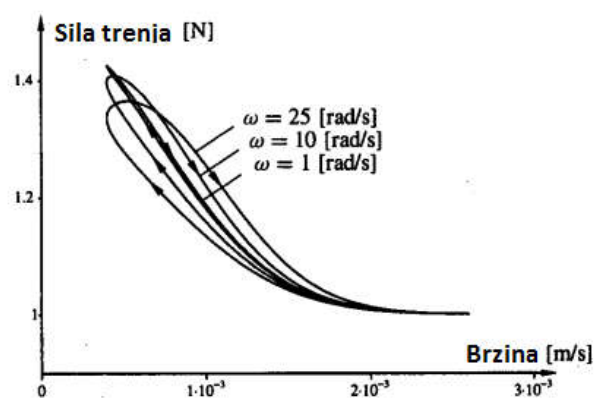
δ – Stribeckov eksponent

v_r – Relativna brzina

F_C – Coulombova sila trenja

F_S – Sila statičkog trenja

Kod sustava kod kojih postoji periodička promjena brzine klizanja v_r , unutar područja gdje se događa postupan prijelaz sa statičkog na Coulombovo trenje (Stribeckov efekt) sila trenja se ponaša histerezo; (slika 23). Taj efekt se naziva kašnjenje odziva trenja. Širina same histereze se povećava s povećanjem normalne sile na tarni par, povećanjem viskoznosti maziva te s povećanjem frekvencije promjene relativne brzine [11]. Efekt kašnjenja odziva trenja se objašnjava postojanjem kašnjenja između promjenjive brzine klizanja i sile trenja.



Slika 23 Efekt kašnjenja odziva trenja [12]

3 MODELIRANJE SILE TRENJA

Modeliranje sile trenja se može provoditi statičkim i dinamičkim modelima trenja. Statički modeli se temelje na statičkoj ovisnosti između sile trenja i brzine klizanja tarnih parova, pa ne mogu opisati ponašanje tijela i sila u fazi držanja, tj. prije nego što počne gibanje pod utjecajem opterećenja. Ako je nužno opisati i te pojave onda je potrebno uvesti dinamičke modele.

Statički model opisuje samo statičke učinke: Coulombovo trenje, Stribeckov efekt, viskozno trenje i trenje mirovanja [10].

3.1 Klasični model trenja

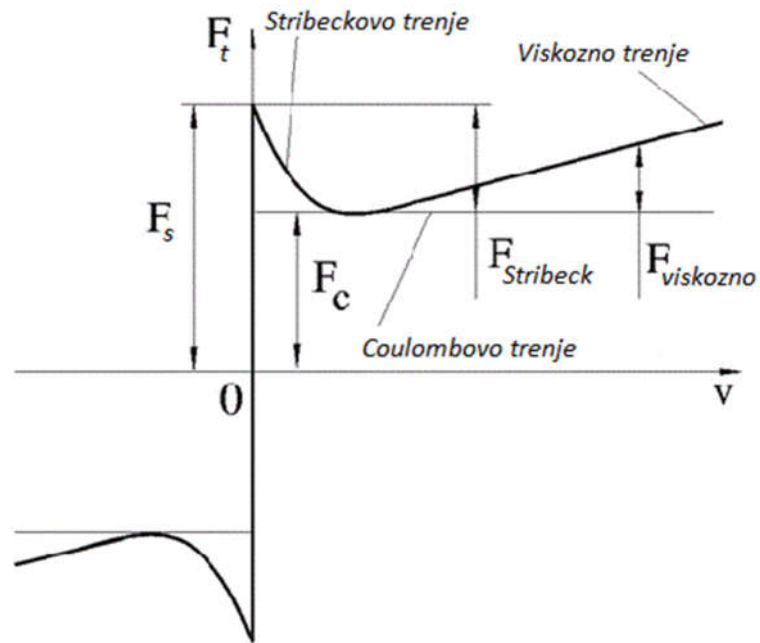
Klasični model trenja se matematički zapisuje [14]:

$$F_t = \begin{cases} F_t(v_r), & \text{za } v_r \neq 0 \\ F_t, & \text{za } v_r = 0 \text{ i } |F_t| \leq F_S \\ F_S \operatorname{sgn}(F_t), & \text{inače} \end{cases} \quad (5)$$

F_t je funkcija potencijala trenja klizanja koja u općenitom obliku ima zapis

$$F_t(v_r) = \left| F_C + (F_S - F_C)e^{-|v_r - v_s|^\delta} + \sigma_2 |v_r| \right| \operatorname{sgn}(v_r) \quad (6)$$

Nedostatak tog matematičkog modela je diskontinuiranost u slučaju kada se tijelo ne giba, ($v_r = 0$), (slika 24), što stvara probleme pri računalnom simuliranju. Pored toga trenutna promjena iznosa sile je posljedica matematičkog modela koja ne odgovara u potpunosti stvarnom ponašanju mehaničkog dodira. Problem diskontinuiranosti se može riješiti zamjenom okomitog pravca vrlo strmom kosom linijom koja pokriva područje od 10^{-6} do 10^{-4} m/s [14]. To područje se smatra dobrim kompromisom između točnosti i računalne stabilnosti simulacije. Takva aproksimacija ima za posljedicu da relativno gibanje ne prestaje nakon što sila padne ispod iznosa držanja; tijela će nastaviti međusobno klizati jedno u odnosu na drugo vrlo malom brzinom koja je razmjerna primijenjenoj sili.

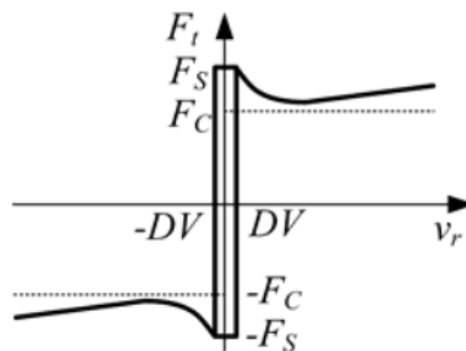


Slika 24 Dijagram klasičnog modela trenja

3.2. Karnoppov model

Karnoppov model trenja rješava numeričke poteškoće klasičnog modela uvođenjem funkcije zasićenja za usko područje DV oko $v_r = 0$. Kod Karnoppovog modela sila trenja se definira s:

$$F_t = \begin{cases} \text{sat}(F_t, F_s \text{sgn}(F_t)), & \text{za } |v_r| \leq DV \\ F_t(v_r), & \text{za } |v_r| > DV \end{cases} \quad (7)$$



Slika 25 Karnoppov model trenja [1]

Karnoppov model može opisati Coulombovo trenje, te statičko i viskozno trenje. Da bi se opisalo ponašanje trenja u fazi držanja te opisali dinamički efekti, razvijeni su dinamički modeli od kojih su neki opisani u nastavku.

3.3. Dahlov model

Dahlov model je jedan od prvih dinamičkih modela [7], [15]. Temelj tog modela je opće poznata karakteristika „naprezanje-deformacija“ kakva se dobiva vlačnim ispitivanjem materijala.

Dahlov model je definiran izrazom:

$$\frac{dF_t}{dx_r} = \sigma_0 \left(1 - \frac{F_t}{F_C} \operatorname{sgn}(v_r)\right)^i \quad (8)$$

Eksponent i je odgovoran za oblik karakteristike, najčešće se uzima da mu je vrijednost jednaka jedinici, služi kako bi se model što više približio eksperimentalnim rezultatima.

Lančanim deriviranjem jednadžba (8) se prevodi u vremensku domenu [7].

$$\frac{dF_t}{dt} = \frac{dF_t}{dx_r} \frac{dx_r}{dt} = \frac{dF_t}{dx_r} v_r = \sigma_0 \left(1 - \frac{F_t}{F_C} \operatorname{sgn}(v_r)\right)^i v_r \quad (9)$$

Uvođenjem varijable z koja opisuje srednju deformaciju vlakana koja predstavljaju neravnine te uz jednadžbu (10)

$$\frac{dz}{dt} = v_r - \frac{z}{F_C} |v_r| \quad (10)$$

Sila F_t se može zapisati kao:

$$F_t = \sigma_0 z \quad (11)$$

Nedostatak Dahlovog modela je što ne opisuje Stribeckov učinak što ima za posljedicu ne mogućnost opisivanja „stick-slip“ gibanja. Prednost korištenja tog modela naspram statičkog modela je što je dinamika trenja, u fazi držanja, jednoznačno opisana.

3.4. Bliman i Sorine model

Dinamički Bliman i Sorine model ima mogućnost opisivanja statičkog trenja i Stribeckovog efekta. Bliman i Sorine su svoj model trenja opisali sustavom linearnih diferencijalnih jednadžbi u prostoru stanja s prostornom varijablom s [1], [10].

$$\frac{dx_s}{ds} = \mathbf{A}x_s + \mathbf{B}v_{sb}, \quad (12)$$

$$F_t = \mathbf{C}x_s$$

$v_{sb} = \text{sgn}|v_r|$, x_s je vektor varijabli stanja deformacije vlakna. Prostorna varijabla s je definirana kao:

$$s = \int_0^t |v_r(\tau)| d\tau \quad (13)$$

s ima smisao apsolutne linearne tangencijalne deformacije. Kompleksnost modela se može mijenjati. Za modeliranje dinamičkih efekata je značajan model drugog reda, dok je model prvog reda uz prikladan izbor varijabli jednak Dahlovom modelu trenja.

Model prvog reda s matricama

$$\mathbf{A} = -\frac{1}{\varepsilon_f}, \quad \mathbf{B} = -\frac{f_1}{\varepsilon_f}, \quad \mathbf{C} = 1 \quad (14)$$

ima zapis

$$\frac{dF_t}{dt} = \frac{dF_t}{ds} |v_r| = \frac{f_1}{\varepsilon_f} (1 - \text{sgn}(v_r) \frac{F_t}{f_1}) v_r \quad (15)$$

Model drugog reda je definiran matricama

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1/(\eta\varepsilon_f) & 0 \\ 0 & 1/\varepsilon_f \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} f_1/(\eta\varepsilon_f) \\ -f_2/\varepsilon_f \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \quad 1] \quad (16)$$

Model definiran na temelju jednadžbi (12) i (16) se može opisati kao paralelan spoj „sporog“ i „brzog“ Dahlovog modela.

Spori model

$$\frac{dF_{t2}}{dt} = \frac{f_2}{\varepsilon_f} (1 - \text{sgn}(v_r) \frac{F_{t2}}{f_2}) v_r \quad (17)$$

Brzi model

$$\frac{dF_{t1}}{dt} = \frac{f_1}{\eta\varepsilon_f} (1 - \text{sgn}(v_r) \frac{F_{t2}}{f_2}) v_r \quad (18)$$

Oduzimanjem sile trenja brzog modela od sile trenja sporog modela dobiva se nadvišenje koje opisuje Stribeckov učinak

$$F_t(1) = F_{t1}(t) - F_{t2}(t) \quad (19)$$

Mana takvog načina modeliranja trenja je što je Stribeckov učinak emuliran samo prilikom odvajanja, a ne i prilikom zaustavljanja. Također, Stribeckov učinak se ne vidi u stacionarnom stanju.

3.5. LuGre model

LuGreov model je nadogradnja Dahlovog modela Stribeckovim učinkom [12]. Pozitivna osobina modela je mogućnost opisivanja nelinearne karakteristične deformacije u fazi držanja. Osnova modela je varijabla stanja deformacije vlakna z , gdje ta varijabla predstavlja usrednjenu veličinu deformacije dodirne površine tijela [7].

Varijabla z je definirana jednadžbom

$$\frac{dz}{dt} = v_r \left(1 - \frac{\sigma_0 z}{g(v_r)} \operatorname{sgn}(v_r) \right) \quad (20)$$

$g(v_r)$ je funkcija potencijala trenja koja opisuje Coulumbovo trenje i Stribeckov efekt, a glasi

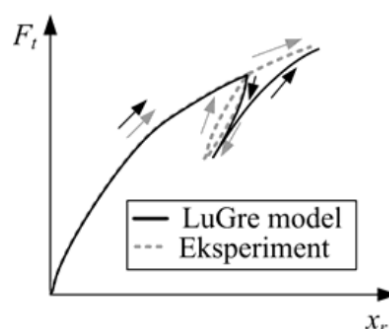
$$g(v_r) = F_C + (F_S - F_C) e^{-|v_r/v_s|^\delta} \quad (21)$$

Sila trenja se određuje prema

$$F_t = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v_r \quad (22)$$

σ_0 je tangencijalna krutost vlakana u području oko nulte brzine, σ_1 je faktor prigušenja tarnog dodira, a σ_2 faktor viskoznog prigušenja.

Prednosti LuGre modela su mogućnost opisivanja efekta kašnjenja odziva trenja, deformacije tarnog sloja prije odvajanja, statičkog trenja i Stribeckovog efekta. Mana modela je što netočno opisuje dinamiku trenja u fazi držanja, jer histerezna karakteristika deformacije u području držanja, koju opisuje model, nije vezana uz položaj [7]. Posljedica te mane je da položaj tijela u slučaju primjene oscilirajuće sile u fazi držanja počinje puzati što nije realistično i u stvarnosti se ne događa.



Slika 26 Ilustracija ponašanja LuGre modela kod opterećenja oscilirajućom silom [7]

3.6. Leuven model

Leuven model trenja za razliku od LuGre modela može opisati histereznu karakteristiku u fazi držanja [10], taj tip histereznog ponašanja javlja se kod neperiodičnog gibanja u elastičnom području. Može se reći da je Leuven model nadogradnja LuGreovog modela trenja. Definiran je s:

$$\frac{dz}{dt} = v_r (1 - \operatorname{sgn}(\frac{F_d(z)}{g(v_r) - F_b}) \left| \frac{F_d(z)}{g(v_r) - F_b} \right|^i), \quad (23)$$

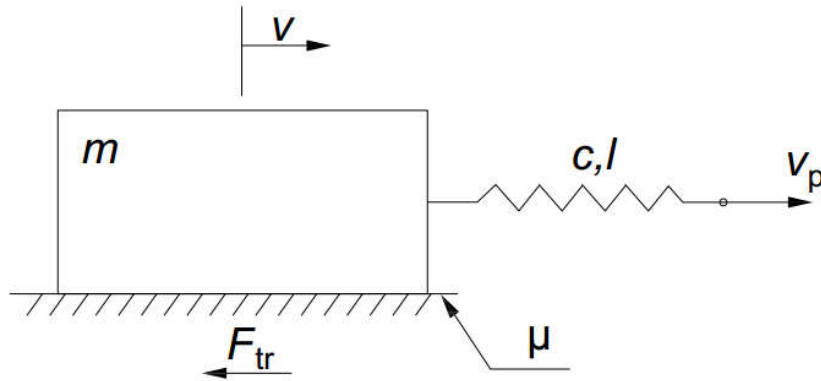
$$F_h(z) = F_{bl} + F_d(z), \quad (24)$$

$$F_t = F_h(z) + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v_r \quad (25)$$

F_h je varijabla histerezne sile, a određena je iznosom sile u trenutku promjene predznaka brzine F_{bl} te silom F_d koja je funkcija trenutno aktivne histerezne krivulje. Implementacija histereznog modela prema jednadžbi (24) zahtjeva dva memorijska „stoga“. Jedan stog je potreban za minimum funkcije F_h , a drugi za maksimum. Kod promjene predznaka brzine dodaje se vrijednost u ta dva stoga, a kod zatvaranja interne histerezne petlje jedna vrijednost se oduzima iz stogova. Kada sustav prijeđe iz režima držanja u klizanje stogovi se resetiraju. Taj mehanizam računanja zahtjeva da se varijabla stanja z postavi na nulu kod svake promjene predznaka brzine [16]. Mana ovog modela je njegova složenost zbog potrebe za memoriranjem sile F_{bl} te složenog analitičkog traženja sile F_d .

3.7. Odabrani modeli trenja u Simulinku

Za provjeru sposobnosti modela trenja da opišu „*stick-slip*“ gibanje, tj. pojavu trzanja razmatran je sustav koji se sastoji od bloka mase m , opruge konstante krutosti c i duljine l (slika 27). Blok se giba brzinom v , a kraj opruge se povlači konstantnom brzinom v_p . Gibanje bloka uz trenje se postiže odabirom prikladnih veličina mase, brzine povlačenja, krutosti opruge i faktora trenja.



Slika 27 Model za analizu trzanja

Jednadžbe koje opisuju gibanje bloka su:

$$\dot{x}(t) = v(t) \quad (26)$$

$$\dot{v}(t) = \frac{1}{m}(k \cdot l(t) - F_{tr}(x, v)) \quad (27)$$

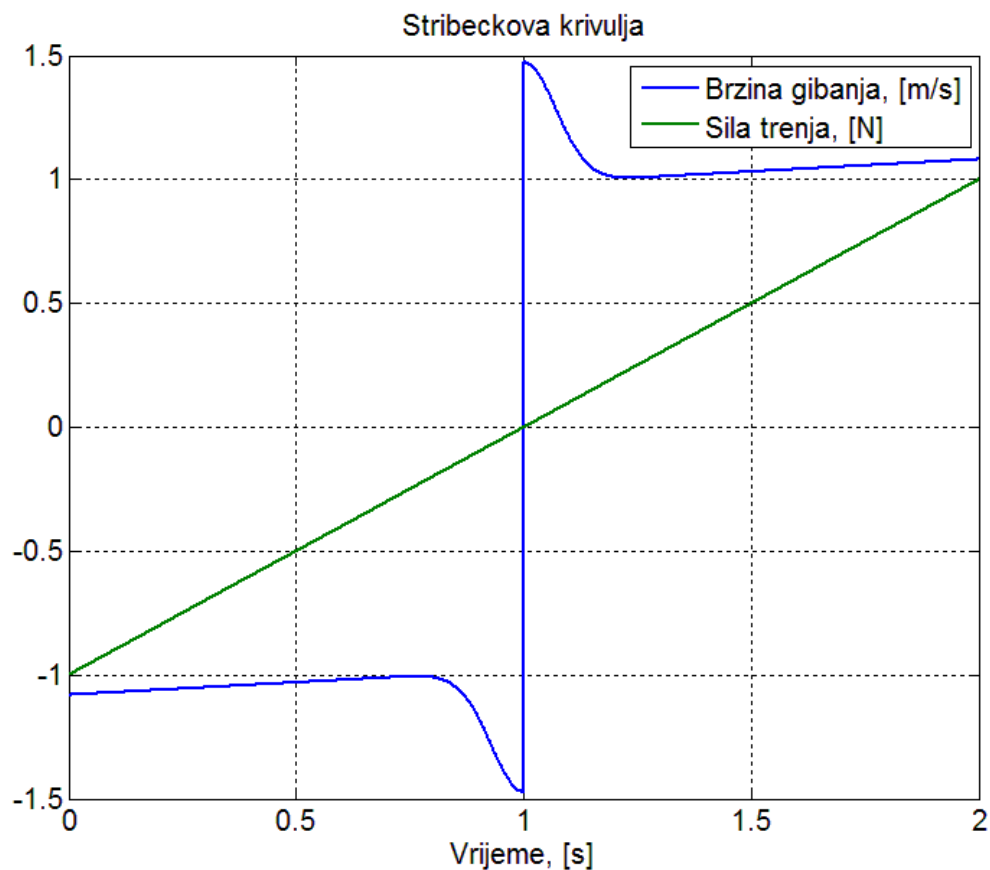
$$\dot{l}(t) = v_p - v(t) \quad (28)$$

Pri uzimanju u obzir Stribeckove krivulje rabi se funkcija

$$F_{str} = \text{sgn}(v) \cdot \left[\mu_c \cdot m \cdot g + (\mu_s \cdot m \cdot g - \mu_c \cdot m \cdot g) \cdot e^{-\left|\frac{v}{v_s}\right|^2} + \sigma_2 \cdot |v| \right] \quad (29)$$

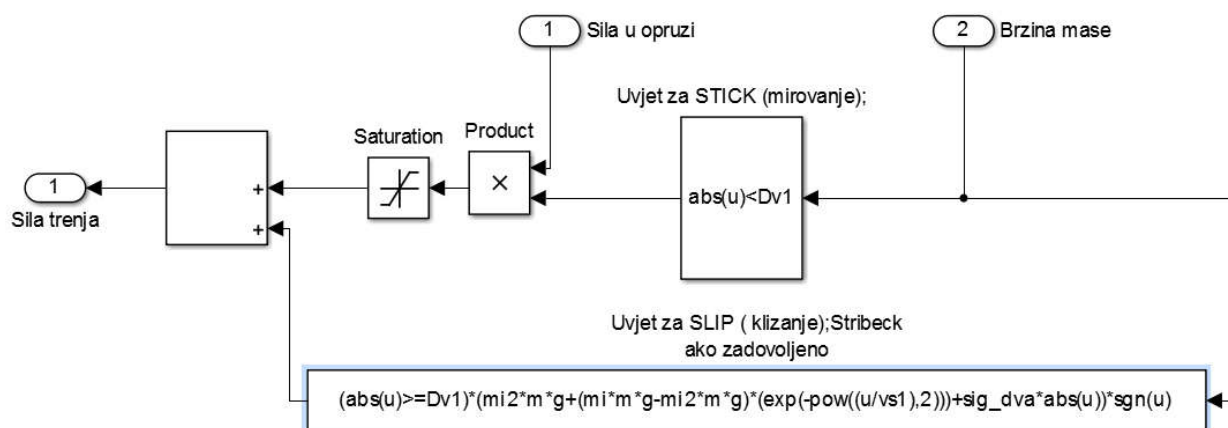
Tu je uzeto u obzir djelovanje viskoznog trenja.

Graf Stribeckove linije je predložen na slici 28.



Slika 28 Stribeckova linija

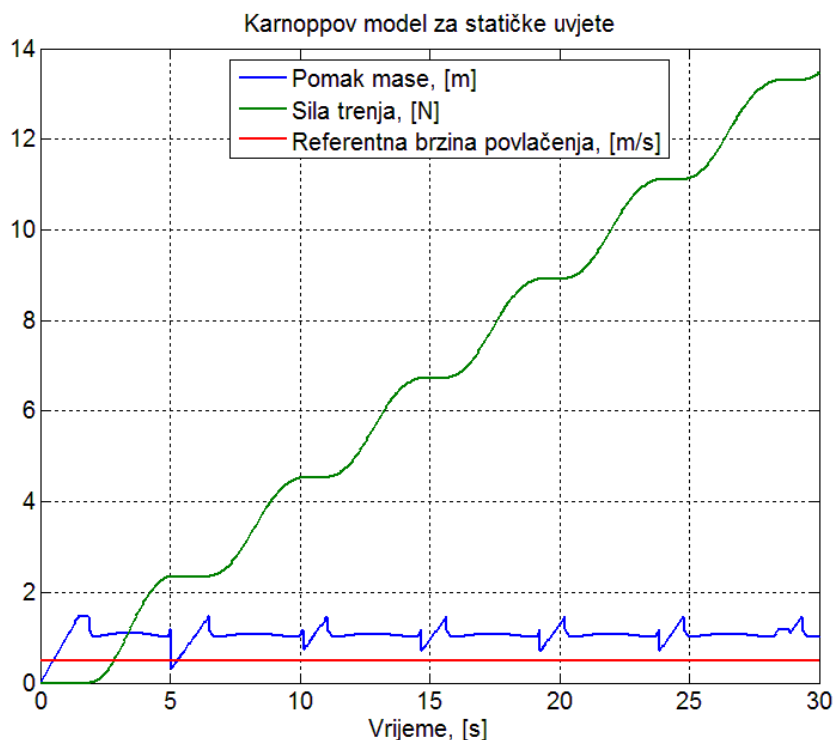
Simulink analiza Karnoppovog modela



Slika 29 Karnoppov podmodel trenja u Simulinku

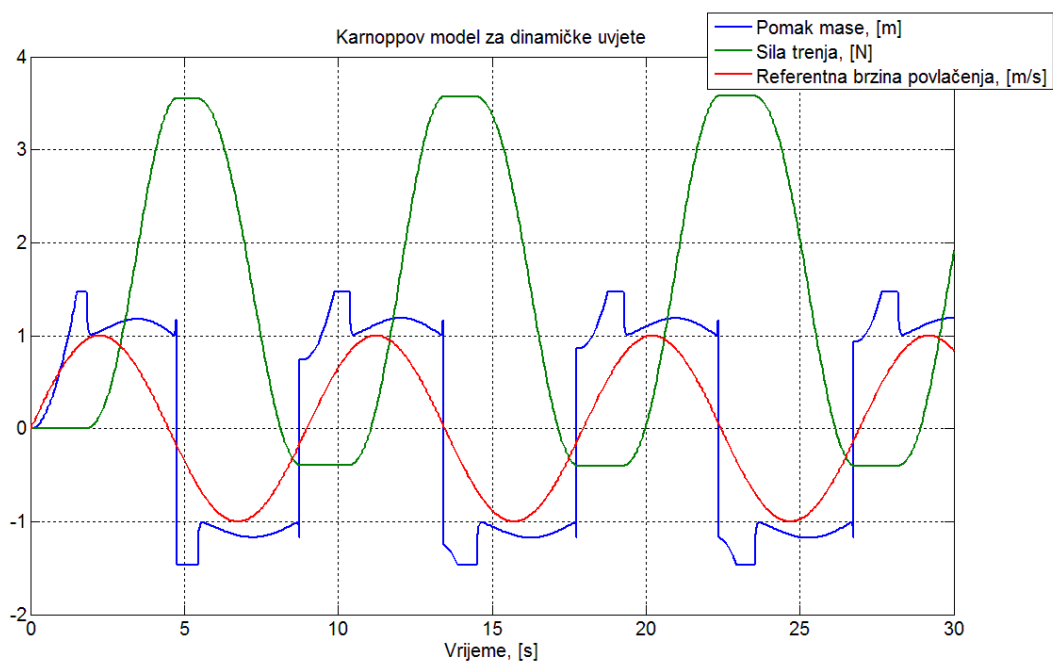
Slika 29 predočava blok dijagram Karnoppovog modela trenja.

Parametri modela su: $m=1$ kg, $c=2$ N/m, $\mu_C = 0,1$, $\mu_S = 0,15$, $g=9,81$, $v_S = 0,1$ m/s, $DV=0,1$ m/s, $\sigma_2=0,1$ Ns/m, $v_p = 0,5$ m/s.



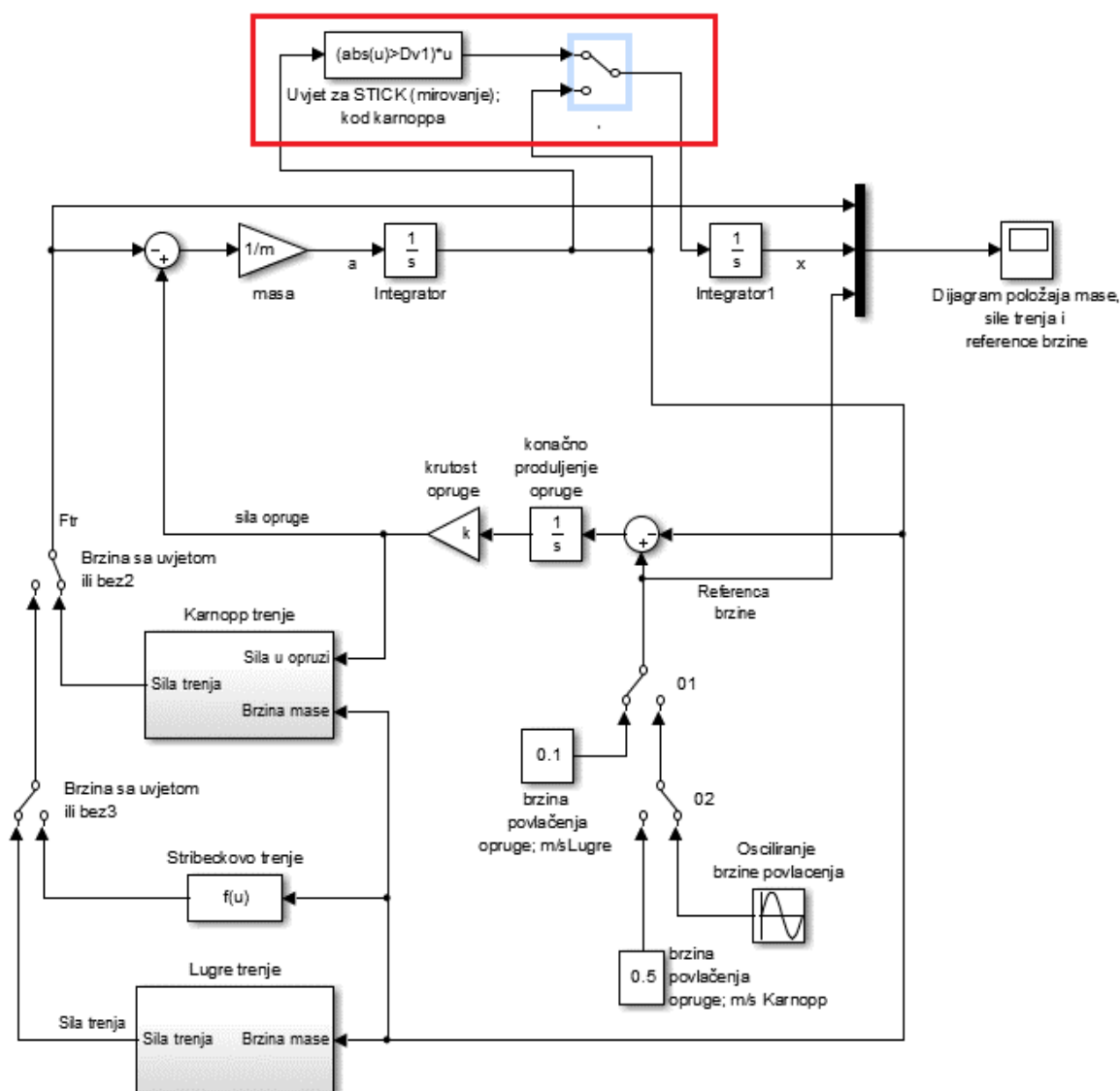
Slika 30 Odziv Karnoppovog modela trenja na stalan iznos brzine povlačenja

Za slučaj povlačenja kraja opruge promjenljivim iznosom brzine koji ima oblik sinusne funkcije (amplituda 1 m/s i frekvencija 0,7 rad/s) odziv je predložen na slici 31.



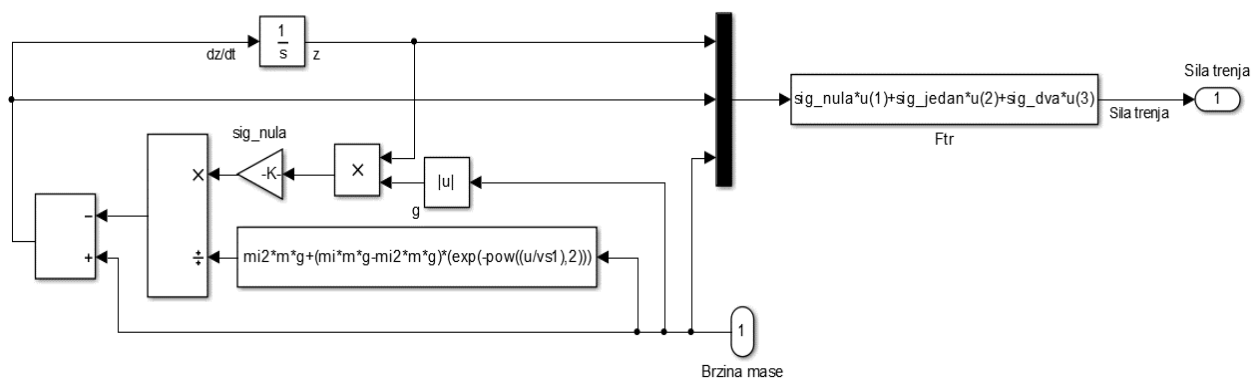
Slika 31 Odziv Karnoppovog modela trenja za promjenljiv iznos brzine povlačenja

U oba slučaja je primijenjen numerički rješavač diferencijalnih jednačbi ODE 23s, uz zadanu toleranciju relativne pogreške od 0,001%. Kako bi se osiguralo mirovanje bloka u slučaju kada je blok u režimu držanja (brzina bloka je manja od praga detekcije brzine), što se može vidjeti na slici 30, potrebno je ugraditi dodatan uvjet u blok shemu sustava kao što je prikazano na slici 32 (crveni pravokutnik).



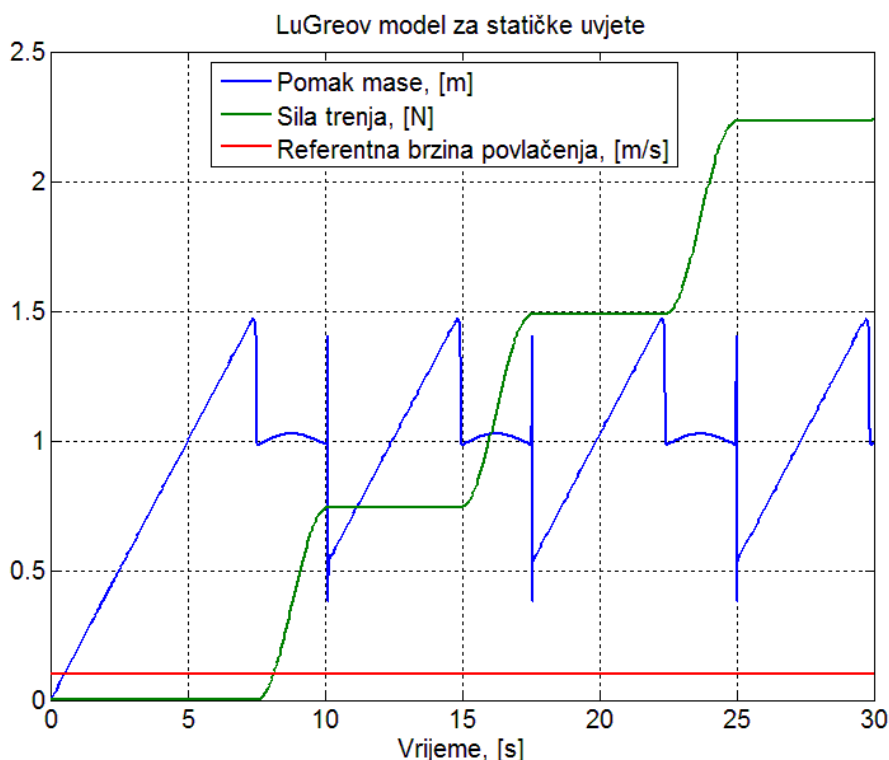
Slika 32 Blok shema sustava za ispitivanje s različitim modelima trenja

Simulink analiza LuGre modela



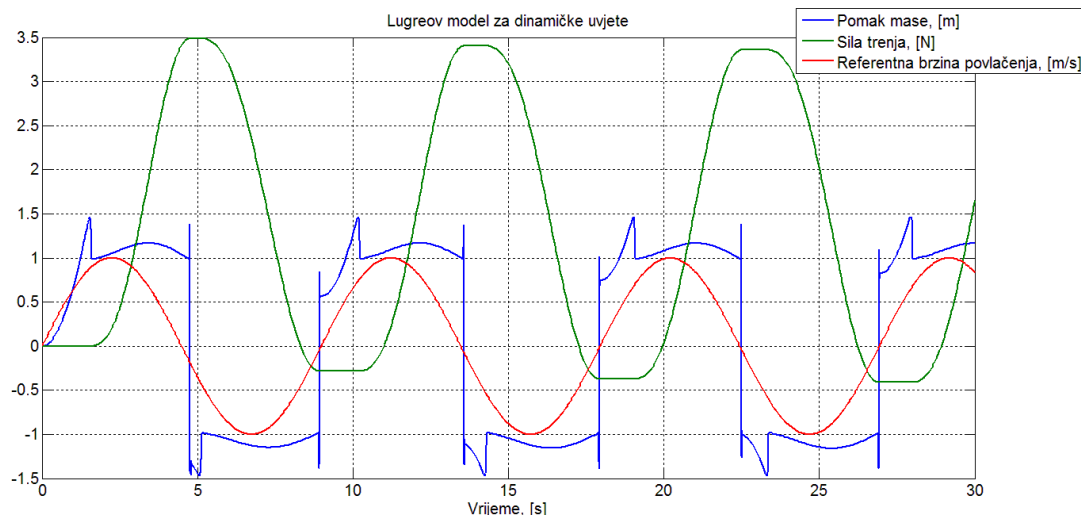
Slika 33 LuGreov podmodel trenja u Simulinku

Parametri LuGre modela trenja (slika 33): koeficijent krutosti vlakana $\sigma_0=100000$ N/m, koeficijent prigušenja vlakana $\sigma_1 = \sqrt{100000}$ Ns/m, koeficijent viskoznosti $\sigma_2=0,1$ Ns/m, a svi ostali potrebni parametri imaju jednaku vrijednost kao i u Karnoppovom modelu. U slučaju povlačenja kraja opruge konstantnom brzinom iznos brzine je 0,1 m/s.



Slika 34 Odziv LuGre modela trenja za stalan iznos brzine povlačenja

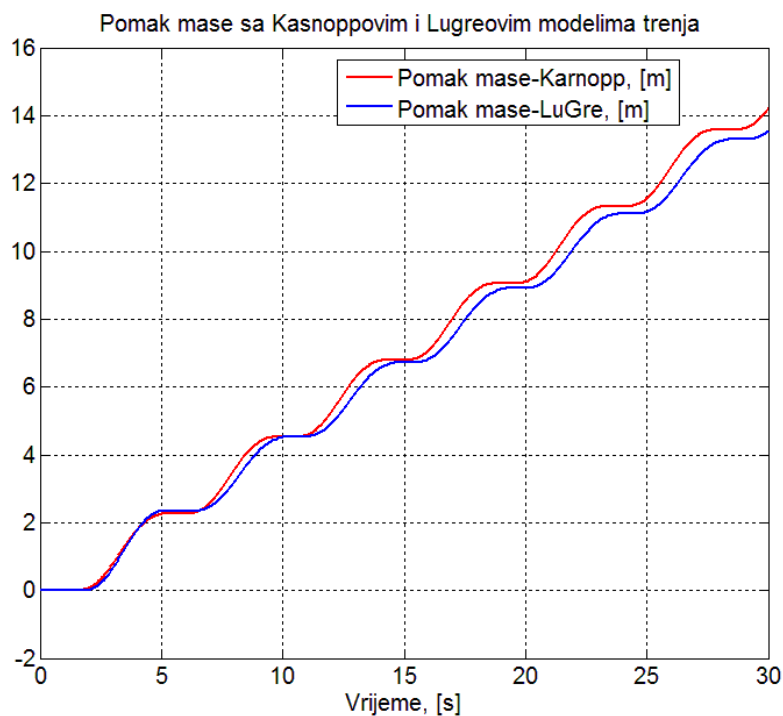
Za slučaj povlačenja kraja opruge promjenljivim iznosom brzine koji ima oblik sinusne funkcije s amplitudom 1 m/s i frekvencijom 0,7 rad/s odziv je prikazan na slici 35.



Slika 35 Odziv LuGre modela trenja za promjenljivu brzinu povlačenja

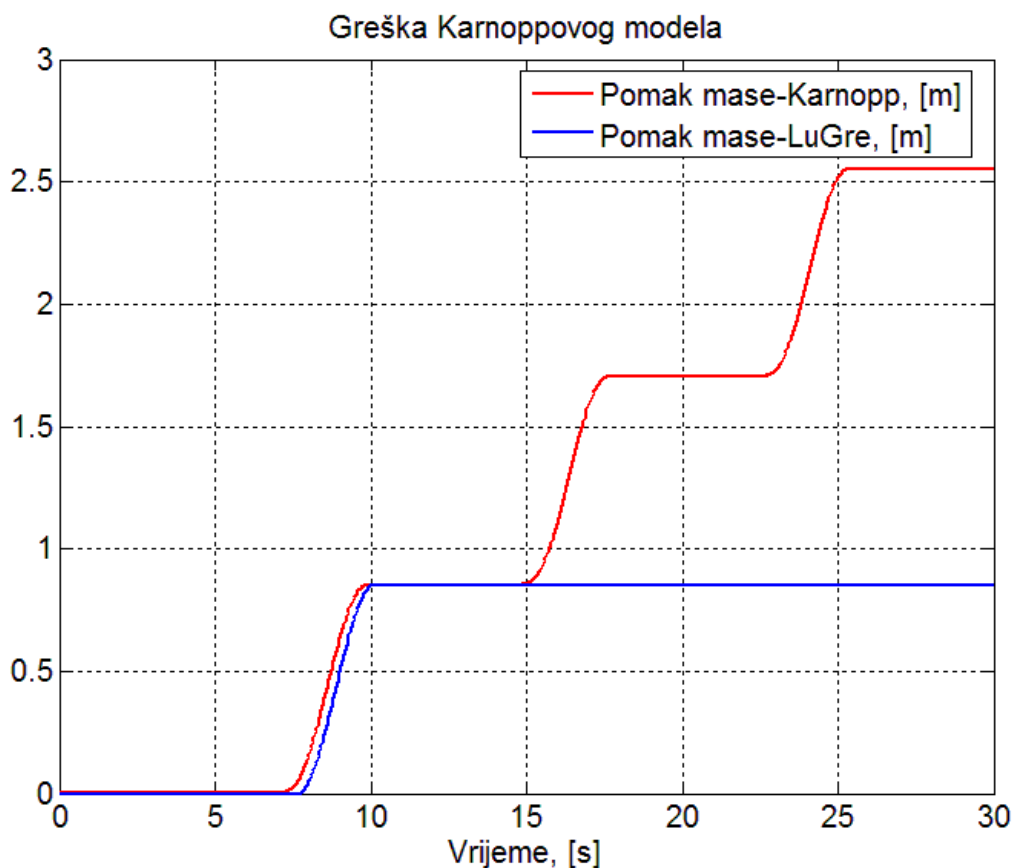
Kod LuGre modela primjenjen je numerički rješavač ODE 23s uz zadanu toleranciju relativne pogreške od 0,001%.

Eksperimentiranjem sa oba opisana modela istovremeno, na jednakome primjeru može se uočiti da se oba modela trenja u varijabli pomaka najbolje poklapaju pri brzini povlačenja bloka od 0,5 m/s što je očito na slici 36. Kod većih brzina povlačenja poklapanje rezultata je veće no tada ne dolazi do pojave trzanja bloka, već se on kontinuirano giba.



Slika 36 Pomak bloka pri povlačenju jednakom brzinom s različitim modelima trenja

Važno je uočiti da je kod Karnoppovog modela trenja primijećena izvjesna manjkavost u simuliranju pomaka. Naime, kada referentna brzina povlačenja bloka ima stalan iznos, a njen iznos je blizak vrijednosti praga za detekciju brzine različite od nula DV dolazi do značajnijeg odstupanja u simuliranju pomaka spram LuGre modela što je predloženo na slici 37.



Slika 37 Greška Karnoppovog modela za referentnu brzinu povlačenja bloka koja je bliska vrijednosti parametra DV

Slika 37 predložava odziv pomaka pri referentnoj brzini povlačenja od 0,12 m/s. Uočena manjkavost Karnoppovog modela se značajno smanjuje kod referentne brzine povlačenja bloka od 0,4 m/s.

Na temelju modela translacije bloka provedena je parametarska analiza modela trenja u kojoj su mijenjane vrijednosti pojedinog parametra (dok su ostali parametri zadržani na referentnim

iznosima) sve dok se ne bi značajnije izmijenio oblik krivulje odziva sile trenja spram referentnog stanja. Svrha takve analize je bila utvrditi koliko pojedini parametar modela utječe na ponašanje simulacije. Analiza je napravljena za slučajeve referentne brzine povlačenja koja ima konstantan iznos te promjenljiv iznos sinusnog oblika.

Tablica 1 Granične vrijednosti parametara LuGreovog modela za slučaj konstantne brzine povlačenja; $v=0,1$ m/s

/	$\sigma_0 [\frac{N}{m}]$	$\sigma_1 [\frac{Ns}{m}]$	$\sigma_2 [\frac{Ns}{m}]$	μ_s	μ_c	$v_s [\frac{m}{s}]$
Ref.	10^5	316,23	0,1	0,15	0,1	0,1
Min.	$2 \cdot 10^4$	150	0,01	0,13	0,09	0,001
Max.	$9 \cdot 10^5$	800	0,3	0,17	0,11	0,25

Tablica 2 Granične vrijednosti parametra LuGreovog modela za slučaj promjenljive brzine sinusnog oblika; (amplituda brzine 1 m/s, frekvencija 0,7 Hz)

/	$\sigma_0 [\frac{N}{m}]$	$\sigma_1 [\frac{Ns}{m}]$	$\sigma_2 [\frac{Ns}{m}]$	μ_s	μ_c	$v_s [\frac{m}{s}]$
Ref.	10^5	316,23	0,1	0,15	0,1	0,1
Min.	10^4	40	0,05	0,12	0,09	0,01
Max.	10^{10}	$4 \cdot 10^3$	0,2	0,17	0,11	0,25

Tablica 3 Granične vrijednosti parametara Karnoppovog modela za slučaj konstantne brzine povlačenja; $v=0,5$ m/s

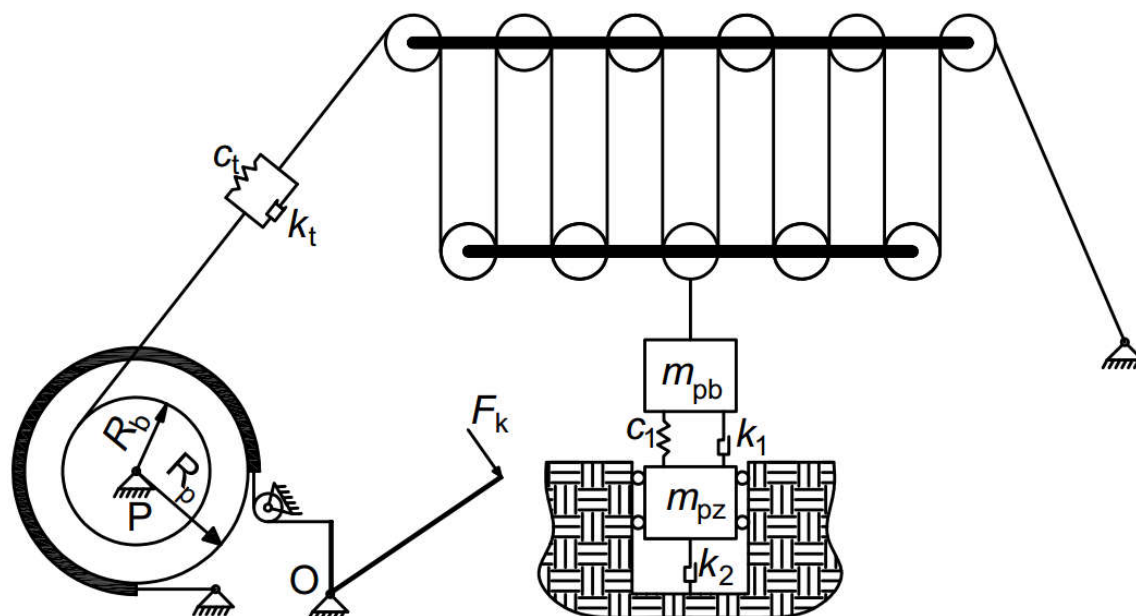
/	$DV [\frac{m}{s}]$	μ_s	μ_c	$v_s [\frac{m}{s}]$
Ref.	0,1	0,15	0,1	0,1
Min.	0,01	0,135	0,08	0,01
Max.	0,2	0,2	0,106	0,2

Tablica 4 Granične vrijednosti parametra Karnoppovog modela za slučaj promjenljive brzine sinusnog oblika; (Amplituda brzine 1 m/s, frekvencija 0,7 Hz)

/	$DV \left[\frac{m}{s}\right]$	μ_s	μ_c	$v_s \left[\frac{m}{s}\right]$
Ref.	0,1	0,15	0,1	0,1
Min.	0,01	0,14	0,07	0,001
Max.	0,2	0,2	0,11	0,18

4 MEHANIČKI MODEL BUŠNOG POSTROJENJA

Slika 38 predočava shemu naftnog bušnog postrojenja koja se upotrebljava kao osnova za gradnju mehaničkih modela.



Slika 38 Shema naftnog bušnog postrojenja

Shema predočava postrojenje koje se sastoji od užetnog prijenosnika, užeta, bubnja, pojasa pojasne kočnice, poluge za kočenje i dva inercijska elementa koji predstavljaju teret i njihovim se gibanjem upravlja. U otpuštenom stanju poluga ne zateže pojas te teret slobodno pada. U slučaju djelovanja silom F_k na polugu dolazi do zatezanja pojasa pojasne kočnice i kočenja tereta. Ukoliko je sila trenja dovoljno velika teret će se zaustaviti.

Uže povezuje elemente sustava, a u dinamici sustava se vlačna krutost i prigušenje užeta modeliraju oprugom c_t i viskoznim prigušenjem k_t . Vlačna konstanta krutosti užeta se može izračunati iz:

$$c_t = \frac{\pi \cdot d_u^2 \cdot E \cdot f}{4 \cdot l} \quad (30)$$

d_u – promjer užeta

E – modul elastičnosti užeta

f – faktor ispune poprečnog presjeka užeta

l – duljina užeta

Viskozno prigušenje i vlačna konstanta krutosti cijevi bušne kolone su modelirani parametrima k_1 i c_1 . Ekvivalentna vlačna krutost cijevi se može izračunati iz:

$$c_{eq} = \frac{(D^2 - d^2)\pi}{4} \cdot \frac{E}{l} \quad (31)$$

D – vanjski promjer cijevi

d – unutarnji promjer cijevi

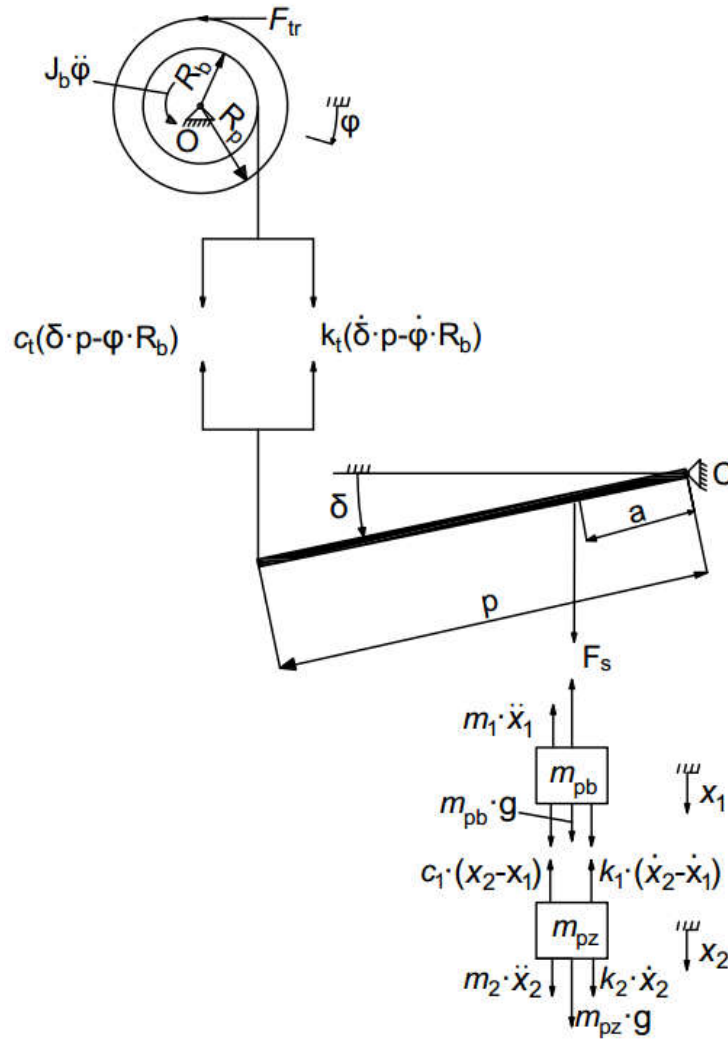
U bušnoj koloni se, kao što je u uvodu objašnjeno, nalaze cijevi različitih promjera koje imaju različitu krutost. To se može uzeti u obzir oprugama različitih ekvivalentnih krutosti spojenih u seriju:

$$\frac{1}{c_1} = \frac{1}{c_{eq1}} + \frac{1}{c_{eq2}} + \dots + \frac{1}{c_{eqN}} \quad (32)$$

Otpor bušenja je modeliran s viskoznom prigušenjem k_2 .

4.1 Jednadžbe gibanja za bubanj, užetni prijenosnik i mase ispod kuke

Jednadžbe gibanja su izvedene na temelju slike 39. Model ima četiri koordinate na temelju kojih su izvedene tri jednadžbe gibanja; koordinata φ koja predstavlja zakret bubnja, koordinate x_1 i x_2 koje predstavljaju vertikalne pomake masa m_{pb} i m_{pz} te koordinatu zakreta nadomjesne poluge δ . Nadomjesna poluga je element koji predstavlja model užetnog prijenosnika. Na poluzi su sile modelirane na takvim udaljenostima od točke C (oko koje se poluga vrti imaginarno jer u stvarnosti poluga je užetni prijenosnik) da se dobiva jednak prijenosni omjer kao što ga ima užetni prijenosnik. Konkretno, duljina poluge p je jednaka prijenosnom omjeru užetnog prijenosnika p , a duljina kraka a ima jediničnu vrijednost. Posljedica toga je da bubanj mora napraviti p puta veći pomak svog oboda za jedinični pomak tereta, isto tako sila koja opterećuje bubanj je p puta manja nego da nema prijenosnika. Veličina J_b predstavlja moment inercije bubnja, dok veličine m_{pb} i m_{pz} predstavljaju mase ispod užetnog prijenosnika. Blok mase m_{pb} se sastoji od mase pomičnog bloka užetnog prijenosnika (masa sklopa putujućih užnica i sklopa kuke) te polovine zbroja masa teških i bušaćih cijevi. Blok mase m_{pz} se sastoji od mase dljeteta, i rukavaca na prijelazu između teških cijevi i alata te polovine zbroja masa teških i bušnih cijevi. F_{tr} je sila trenja koja se javlja pri kočenju bubnja, a može se modelirati na različite načine kao što je opisano u ranijim poglavljima.



Slika 39 Skica mehaničkog modela bubnja, užetnog prijenosnika i masa ispod kuke
 Pretpostavka o odnosima između koordinata radi izvođenja jednadžbi:

$$\delta > \varphi \text{ i } x_2 > x_1 \quad (33)$$

Kinematičke veze:

$$\varphi \cdot R_b = \delta \cdot p \quad (34)$$

$$x_1 = \delta \cdot a = \delta \quad (35)$$

Jednadžbe gibanja elemenata

Nadomjesna poluga

$$\sum M_c = 0 \quad F_S \cdot a - [k_t(\delta \cdot p - \varphi \cdot R_b) + c_t(\delta \cdot p - \varphi \cdot R_b)] \cdot p = 0 \quad (36)$$

$$F_S = p \cdot [k_t(\delta \cdot p - \varphi \cdot R_b) + c_t(\delta \cdot p - \varphi \cdot R_b)] \quad (37)$$

Bubanj

$$\sum M_o = 0 \quad F_{tr} \cdot R_p - [k_t(\dot{\delta} \cdot p - \dot{\varphi} \cdot R_b) + c_t(\delta \cdot p - \varphi \cdot R_b)] \cdot R_b + J_b \cdot \ddot{\varphi} = 0 \quad (38)$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{1}{J_b} [-F_{tr} \cdot R_p + R_b \cdot k_t(\dot{\delta} \cdot p - \dot{\varphi} \cdot R_b) + R_b \cdot c_t(\delta \cdot p - \varphi \cdot R_b)] \quad (39)$$

Masa m_{pb}

$$\sum F_{v1} = 0 \quad m_{pb} \cdot \ddot{x}_1 + F_s - m_{pb} \cdot g - c_1 \cdot (x_2 - x_1) - k_1 \cdot (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) = 0 \quad (40)$$

Uvrštavanjem (35) i (37) u (40) dobiva se

$$\ddot{\delta} = \frac{1}{m_{pb}} [m_{pb} \cdot g - p \cdot k_t(\dot{\delta} \cdot p - \dot{\varphi} \cdot R_b) - p \cdot c_t(\delta \cdot p - \varphi \cdot R_b) + c_1 \cdot (x_2 - x_1) + k_1 \cdot (\ddot{x}_2 - \ddot{\delta})] \quad (41)$$

Masa m_{pz}

$$\sum F_{v1} = 0 \quad m_{pz} \cdot \ddot{x}_2 - m_{pz} \cdot g + k_2 \cdot \dot{x}_2 + c_1 \cdot (x_2 - x_1) + k_1 \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \quad (42)$$

Uvrštavanjem (35) u (42) dobiva se

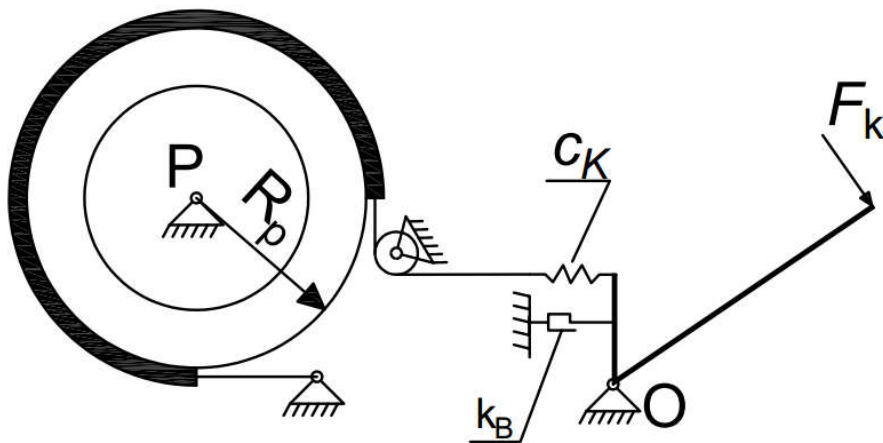
$$\ddot{x}_2 = \frac{1}{m_{pz}} [m_{pz} \cdot g - k_2 \cdot \dot{x}_2 - c_1 \cdot (x_2 - x_1) - k_1 \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)] \quad (43)$$

4.2 Modeliranje mehaničkog sustava kočenja

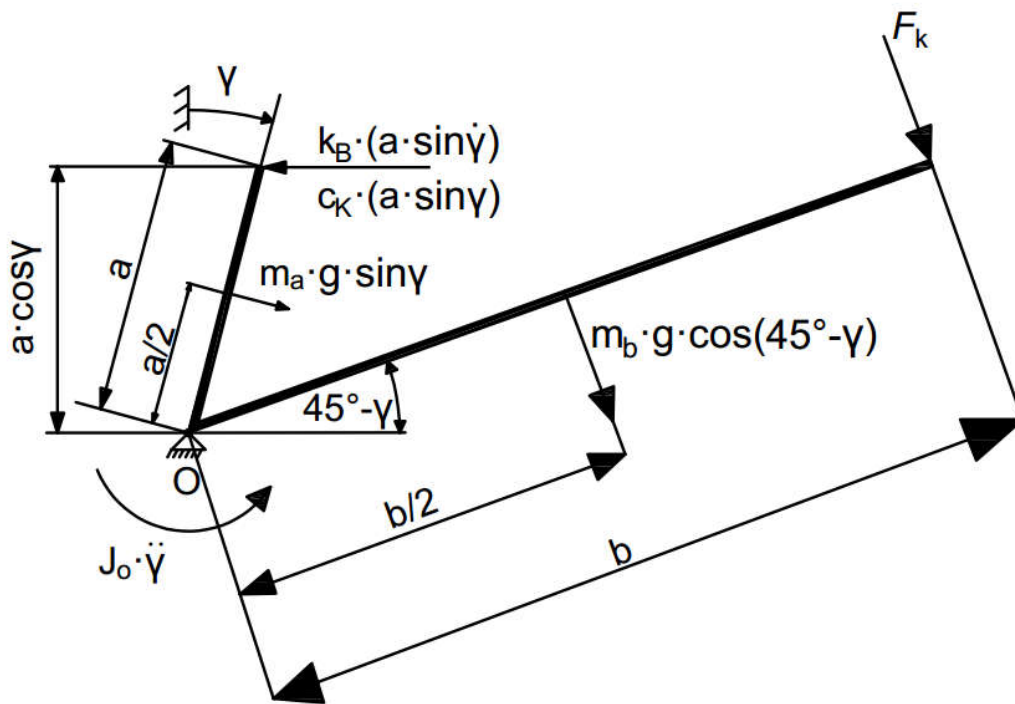
Mehanički sustav kočenja uključuje bubanj, pojas pojase kočnice i plugu pomoću koje se zateže pojas. Dinamički model bubnja je izveden u prethodnom poglavlju i on je jednak bez obzira na način modeliranja ponašanja međudjelovanja poluge i pojasa kočnice. Međudjelovanje pojasa i poluge rezultira stvaranjem sile trenja koja koči bubanj, a modelirano je na dva načina.

4.2.1 Prvi način modeliranja međudjelovanja pojasa i poluge

U prvom načinu modeliranja (slika 40) dinamika pojasa kočnice je zanemarena, a sila trenja ovisi samo o dinamičkom ponašanju poluge. Sila dobivena na kraku poluge koji zateže pojas kočnice ulazi u matematički model trenja (simbolizira djelovanje pojasa) koji uz podatak o trenutnoj brzini gibanja bubnja izračunava stvorenu silu trenja F_{tr} . Matematički model poluge (slika 41) se sastoji od inercije i težine krakova poluge, elementa krutosti čija je vrijednost jednaka procijenjenoj krutosti poluge, a omogućava osciliranje gibanja poluge (posredno i sile koja djeluje na pojas) te elementa viskoznog prigušenja k_B koji simbolizira trenje u mehanizmu poluge te ostale efekte koji dovode do prigušenja oscilacija poluge.



Slika 40 Prvi način modeliranja međudjelovanja pojasa i poluge



Slika 41 Skica poluge i sile kojima je opterećena

Jednadžba gibanja poluge:

$$\begin{aligned}
 \sum M_o = 0 \quad & J_o \cdot \ddot{\gamma} + (k_B \cdot a \cdot \dot{\gamma}) \cdot a + (c_K \cdot a \cdot \gamma) \cdot a - (m_A \cdot g \cdot \sin \gamma) \cdot \frac{a}{2} - \\
 & \left(m_B \cdot g \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \gamma \right) \cdot \frac{b}{2} - F_k \cdot b = 0 \\
 \ddot{\gamma} = \frac{1}{J_o} \cdot \left[- (c_K \cdot a \cdot \gamma) \cdot a - (k_B \cdot a \cdot \dot{\gamma}) \cdot a + (m_A \cdot g \cdot \gamma) \cdot \frac{a}{2} + \left(m_B \cdot g \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \gamma \right) \cdot \right. \\
 & \left. \frac{b}{2} + F_k \cdot b \right]
 \end{aligned} \quad (44)$$

Na temelju izvedenih jednadžbi gibanja (39), (41), (42), (43), (45) napravljen je dinamički model u programskom paketu MATLAB–SIMULINK s Karnoppovim i LuGreovim modelom trenja. Parametri potrebni za simulaciju se nalaze u prilogu kao i blok shema izvedena u Simulinku.

Karnoppov model trenja

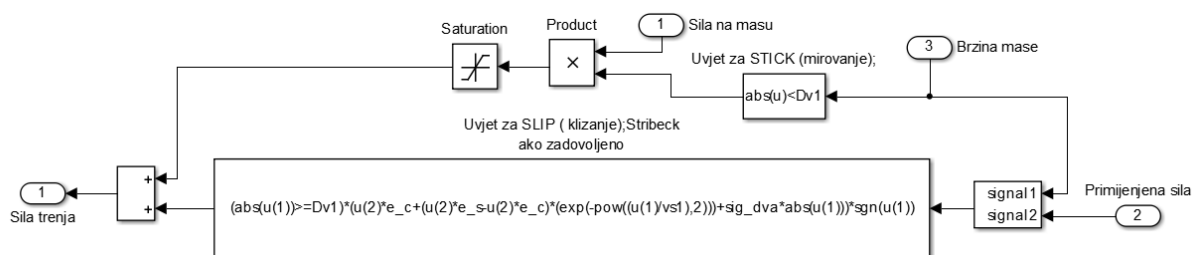
Za Karnoppov model trenja potrebno je definirati sile koje djeluju na tijelo koje se koči kada je model trenja u fazi držanja. U tom slučaju bubanj se vrti tako se iznos sile može izračunati iz (38), pa je

$$J_b \cdot \ddot{\varphi} = \dot{L}_1 = -F_{tr} \cdot R_p + [k_t(\dot{\delta} \cdot p - \dot{\varphi} \cdot R_b) + c_t(\delta \cdot p - \varphi \cdot R_b)] \cdot R_b \quad (45)$$

U slučaju držanja je $\ddot{\varphi} = 0$, iz čega proizlazi da se u fazi držanja sili trenja suprotstavljaju sila

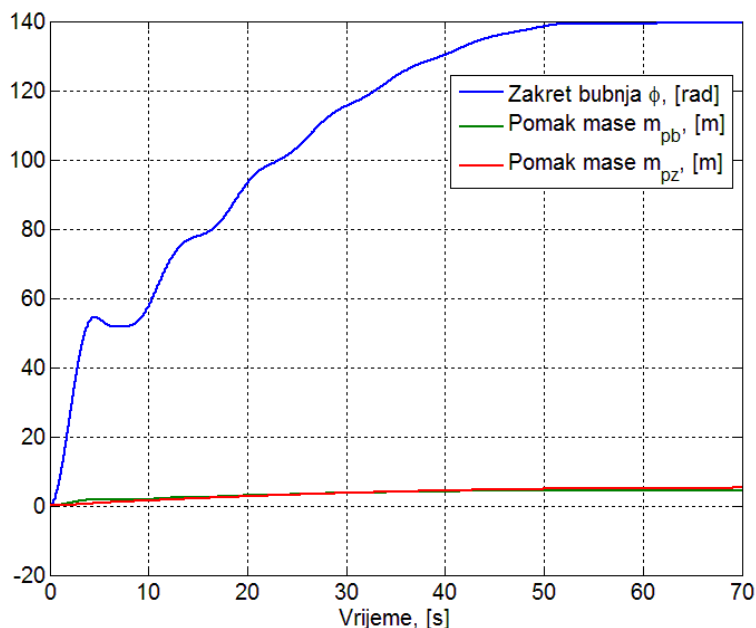
$$F_{tr} = [k_t(\dot{\delta} \cdot p - \dot{\varphi} \cdot R_b) + c_t(\delta \cdot p - \varphi \cdot R_b)] \cdot \frac{R_b}{R_p} \quad (46)$$

Iako je jednadžba (46) korektna kod implementacije u Simulinku dolazi do numeričkih problema koji ne dozvoljavaju izvođenje simulacije. Naime, pri primijeni sile na polugu u obliku rastuće linearne funkcije s koeficijentom porasta od 38 N/s (vrijednost koeficijenta je proizvoljno odabrana, radi lakšeg predočanja rezultata) ne dolazi do pokretanja bubnja iako je sila dovoljno mala (sila na kočnici, a posljedično i sila trenja rastu od nule) pa bi se to trebalo dogoditi. Rješenje tog problema je pronađeno na način da je zbroj sila koje djeluju na tijelo smanjen dijeljenjem s faktorom 1,01. To rješenje je omogućilo korektno izvođenje simulacije. Simulacija je provedena s rješavačem diferencijalnih jednadžbi ODE 23s uz dopuštenu relativnu toleranciju na pogrešku od 0,001%. Sila trenja u fazi klizanja se izračunava uz pomoć funkcije koja je slična Stribeckovoj s tom razlikom što je funkcija prilagođena za slučaj pojasnog trenja (slika 42).

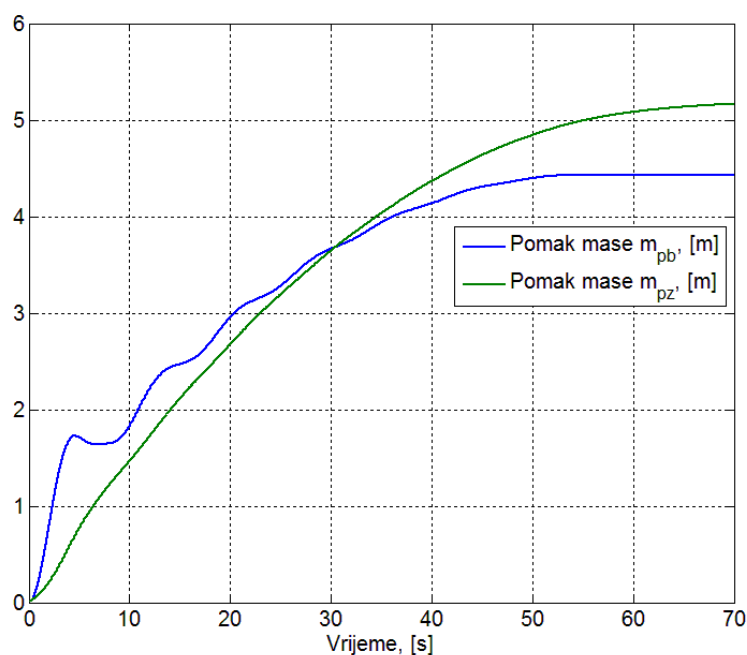


Slika 42 Prikaz Karnoppovog modela za slučaj pojasnog trenja

Slika 43 i slika 44 predočavaju rezultate simulacije pomaka bubnja i blokova mase m_{pb} i m_{pz} .



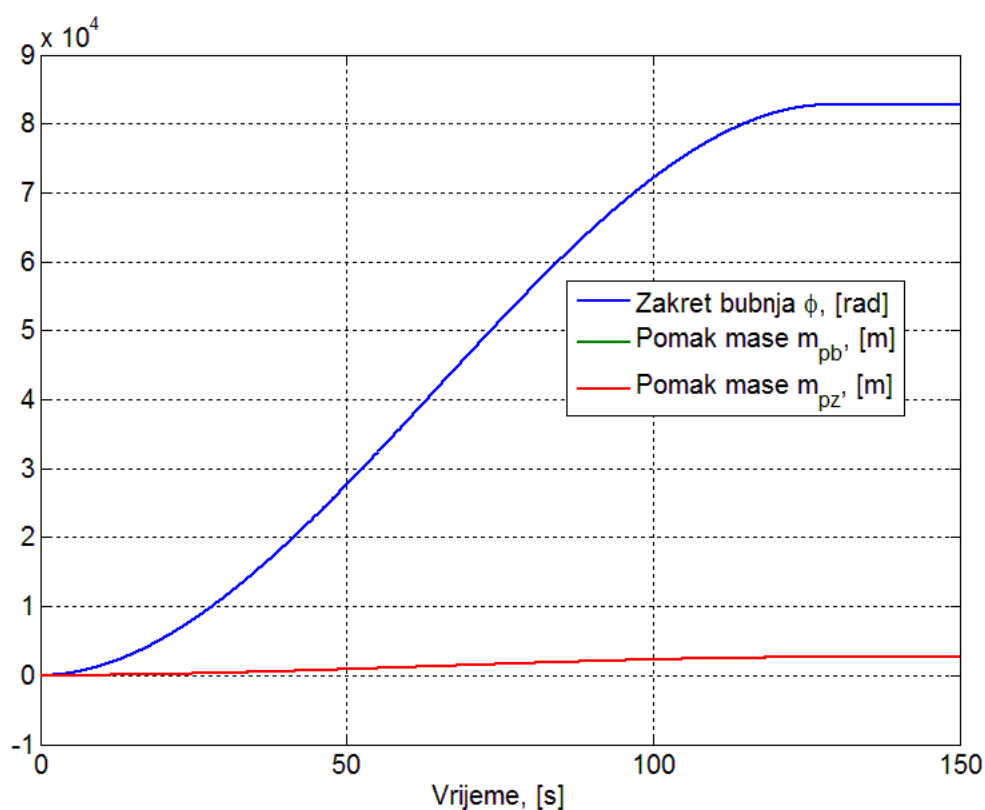
Slika 43 Pomaci kod prvog načina modeliranja međudjelovanja poluge i pojasa s Karnoppovim modelom trenja



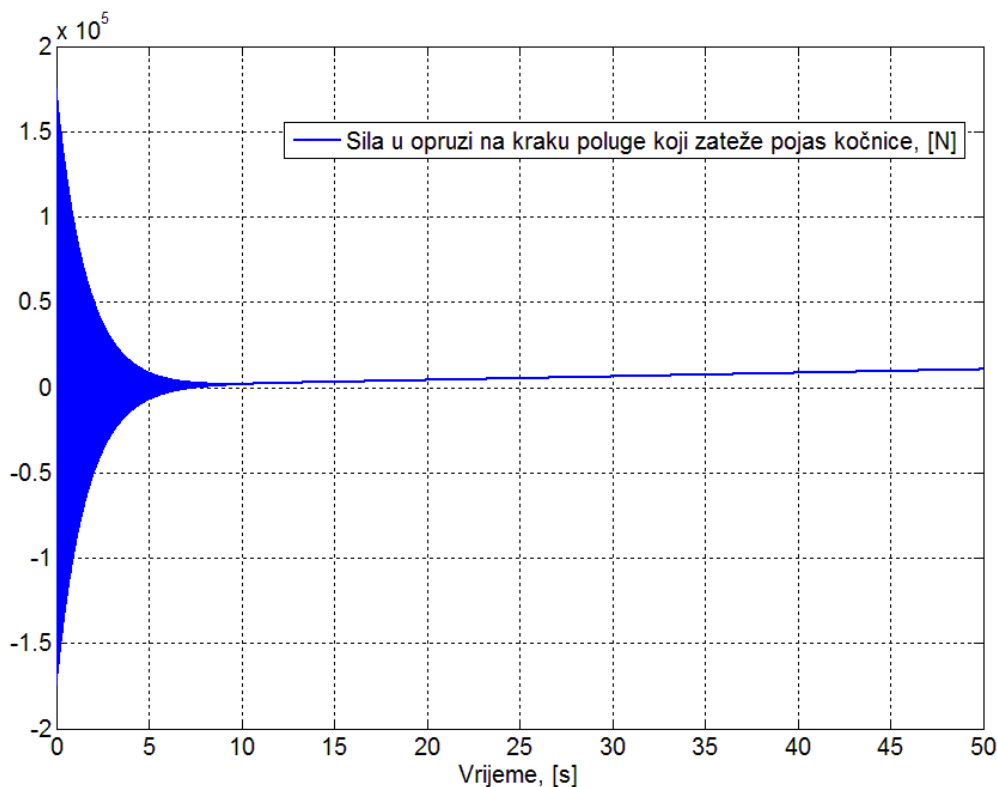
Slika 44 Pomaci ovješениh masa kod prvog načina modeliranja međudjelovanja poluge i pojasa s Karnoppovim modelom trenja

Kao što je iz grafova očito u početku dok je sila trenja relativno mala i nedovoljna da zakoči bubanj teret pada po krivulji sličnoj onoj slobodnog pada. Kada sila trenja, odnosno moment trenja dovoljno naraste, tj. nakon 60-e sekunde teret se počinje zaustavljati do konačnog mirovanja. Na ostvarivanje relativno linearnog oblika krivulje spuštanja tereta (u početnoj fazi;

kod nedovoljno velikog momenta trenja za zaustavljanje bubnja) značajan utjecaj ima sila viskoznog prigušenja $F_{vp} = k_2 \cdot \dot{x}_2$. Također, eksperimentiranjem sa zanemarenom silom F_{vp} , (slika 45), uočava se odsustvo oscilacija u početku gibanja masa i bubnja (slika 43 i slika 44) što upućuje na zaključak da sila otpora bušenja (najvećim djelom predstavlja sila F_{vp}) ima bitan utjecaj na dinamiku sustava. Dodatno, uspoređujući sliku 43, sliku 44 i sliku 46 dolazi se do zaključka da bitan utjecaj na ponašanje sustava u prvih deset sekundi simulacije imaju oscilacije sile aktiviranja pojasne kočnice. Nakon tog vremena prigušenje u modelu poluge značajno prigušuje te oscilacije.



Slika 45 Pomaci elemenata sustava ako je zanemaren otpor bušenja



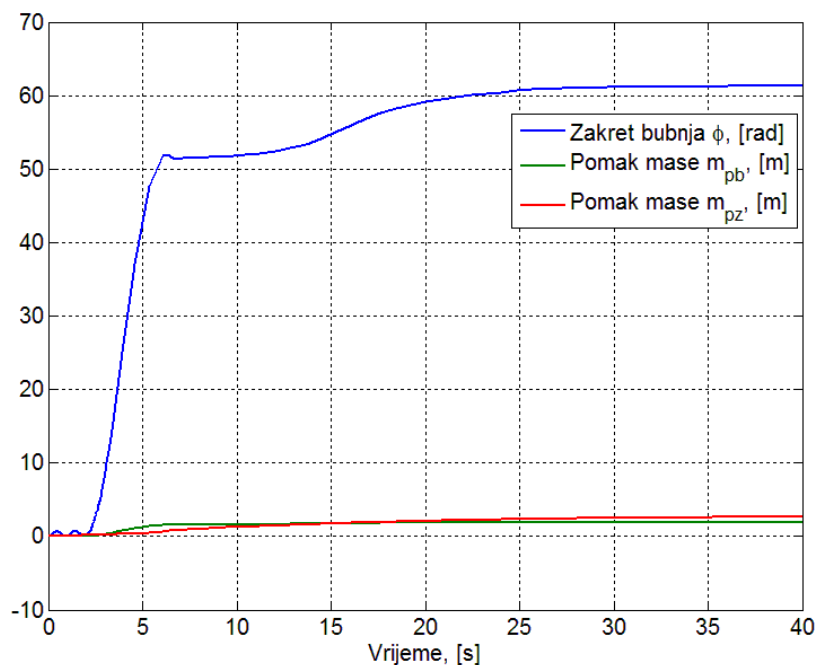
Slika 46 Dijagram iznosa sile aktiviranja pojasa kočnice

LuGreov model trenja

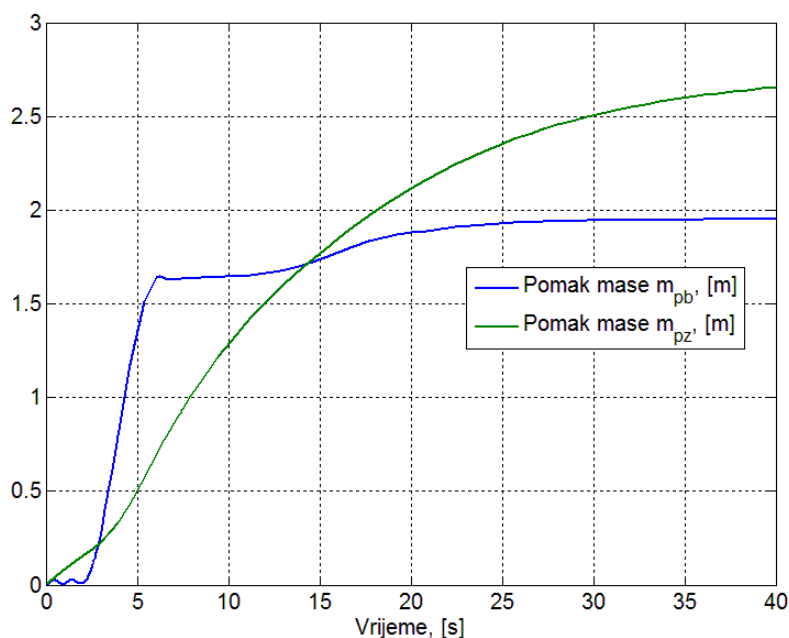
Na temelju istih jednadžbi kao i za prethodni Karnoppov model simulirano je ponašanje sa LuGreovim modelom trenja. Prednost LuGreovog modela je što nije potrebno dodatno određivati vrijednost sila koje djeluju na promatrani element u fazi držanja. Negativna strana modela koja je došla do izražaja u simulaciji promatranog sustava je što je numerički bitno osjetljiviji na ulazne parametre, početne uvjete i samu konfiguraciju sustava. Uz jednak dinamički model sustava, jednaku vrijednost prirasta sile te jednaku dopuštenu relativnu grešku rješavača kao i kod Karnoppa nije bilo moguće doći do rezultata za zadano vrijeme simulacije. Simulacija bi se jednostavno zaustavila u određenom trenutku i prestala napredovati, pretpostavka je da rješavač ODE23s s varijabilnim korakom ima izuzetno malene korake u svakoj iteraciji pa se izvođenje simulacije gotovo zaustavi. Osim toga potrebno je zadati početni uvjet da je pomak u trenutku početnom trenutku jednak 0,01 rad u integratoru brzine zakreta poluge; inače simulaciju nije moguće pokrenuti.

Kako bi simulacija završila u prihvatljivom vremenu eksperimentiranjem je utvrđeno da je simulacija izvediva uz brzinu porasta sile od 81 N/s te dopuštenu reativnu grešku rješavača od

1%. Pretpostavka je da se simulacija izvodi korektno tek nakon brzine porasta sile od 81 N/s jer uz tako veliku brzinu porasta u sustavu se ne stignu razviti oscilacije koje bi izazvale potrebu za velikim smanjenjem koraka rješavanja. U tom slučaju su dobiveni sljedeći rezultati:

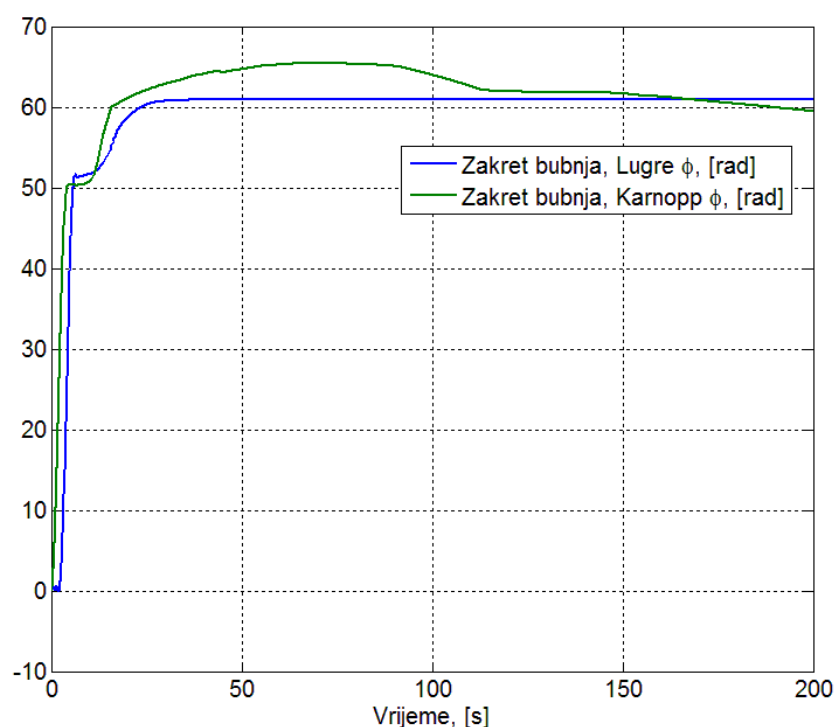


Slika 47 Pomaci kod prvog načina modeliranja sustava s LuGreovim modelom trenja uz zadanu brzinu prirasta primijenjene sile od 81 N/s



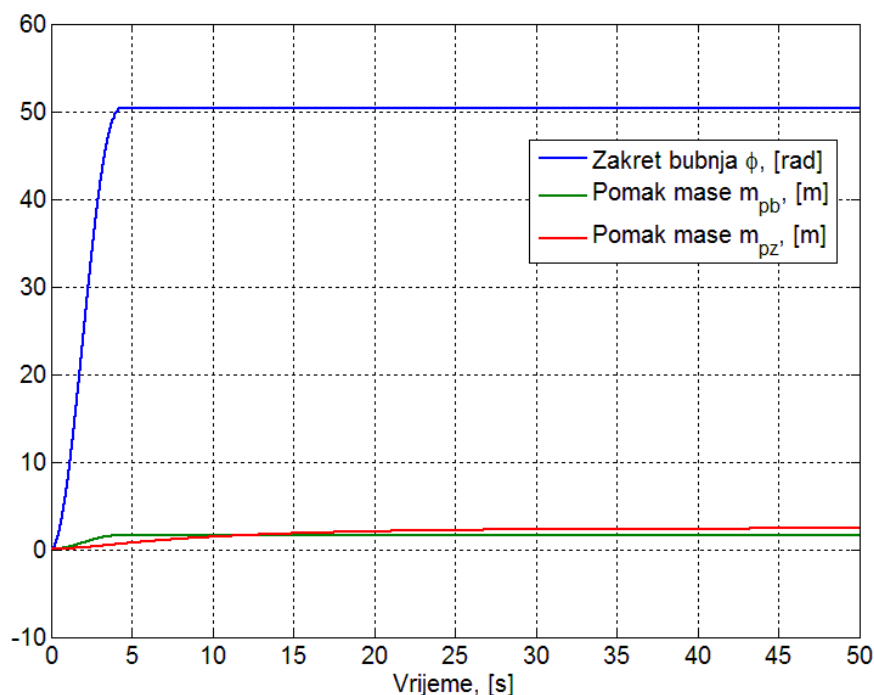
Slika 48 Pomaci ovješanih masa kod prvog načina modeliranja sustava s LuGreovim modelom trenja uz zadanu brzinu prirasta primijenjene sile od 81 N/s

Iz slika je očito da uslijed bitno bržeg prirasta sile dolazi bitno ranije do kočenja bubnja. Također vidi se da oko desete sekunde dolazi do ponovnog pokretanja bubnja koji se ubrzo ponovno zaustavlja, ovaj puta trajno, takvo ponašanje pomalo podsjeća na „stick-slip“ gibanje. Na slici 48 se može vidjeti da pomak mase m_{pb} vjerno prati stepenasti oblik zakreta bubnja dok to nije slučaj kod mase m_{pz} , na to veliki utjecaj ima ranije spomenuto prigušenje F_{vp} . Nažalost, zbog numeričkih problema nije moguće utvrditi koliki utjecaj na takvo ponašanje ima relativno velika dopuštena relativna pogreška rješavača. Kako bi se ipak dobio dojam o utjecaju dopuštene relativne pogreške proveden je eksperiment s istim iznosom prirasta sile ali različitim dopuštenim relativnim pogreškama kod Karnoppovog modela.



Slika 49 Usporedba zakreta bubnja kod upotrebe Lugreovog i Karnoppovog modela trenja za brzinu prirasta primijenjene sile na kočnicu od 81 N/s i dopuštenu relativnu pogrešku od 1%

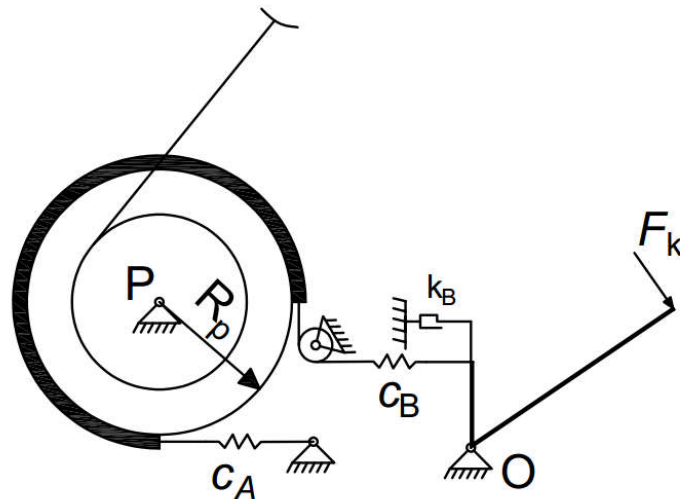
Na slici 49 se vidi da kod zajedničkih ulaznih parametara prirasta primijenjene brzine i dopuštene relativne pogreške postoji odstupanje u zakretu bubnja, no ono je relativno maleno, a s vremenom i iščezava. Usporedbom slike 49 i slike 50 za Karnoppov model trenja pri različitim dopuštenim relativnim pogreškama rješavača može se uočiti da dolazi do znatnog odstupanja oblika krivulje; nestaje „stepenica“, te se može zaključiti da je ona posljedica dopuštene velike relativne pogreške.



Slika 50 Sustav s Karnoppovim modelom trenja, brzinom prirasta primijenjene sile na kočnicu od 81 N/s i dopuštenom relativnom pogreškom od 0,001%

4.2.2 Drugi način modeliranja međudjelovanja pojasa i poluge

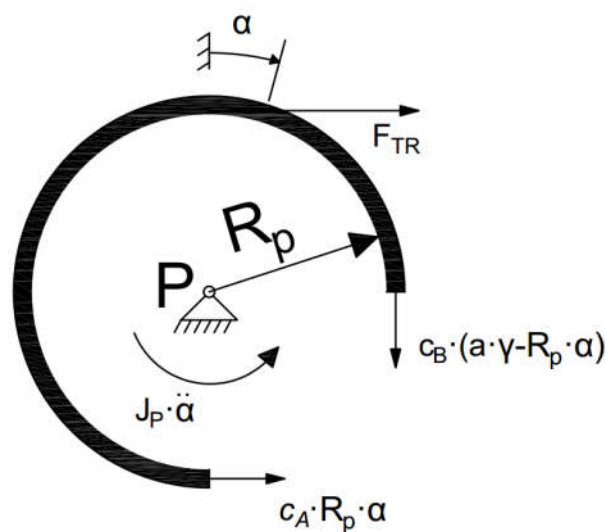
U drugom načinu modeliranja, (slika 51), dinamika pojasa kočnice je uzeta u obzir. Pojas kočnice se promatra kao kruti prsten sa svojim momentom tromosti koji rotira oko točke P (središta bubnja kojeg koči). Opruga c_B predstavlja zajedničku konstantu krutosti elemenata koji se nalaze između mjesta primjene sile F_k i točke djelovanja sile trenja F_{tr} ; to su poluga i dio pojasa kočnice. Opruga c_A na isti način predstavlja zajedničku konstantu krutosti dijela pojasa i spojnih elemenata koji kraj pojasa vežu za nepomičnu točku (točnije rečeno, polugu za izjednačenje koja u realnom sustavu postoji jer realan sustav ima dvije pojasne kočnice). Element viskoznog prigušenja k_B ima istu ulogu kao i u prethodnoj konfiguraciji sustava.



Slika 51 Drugi način modeliranja međudjelovanja pojasa i poluge

Jednadžbe gibanja su izvedene na temelju slike 52 i slike 53. Pretpostavka o odnosima između koordinata:

$$\gamma > \alpha \quad (47)$$

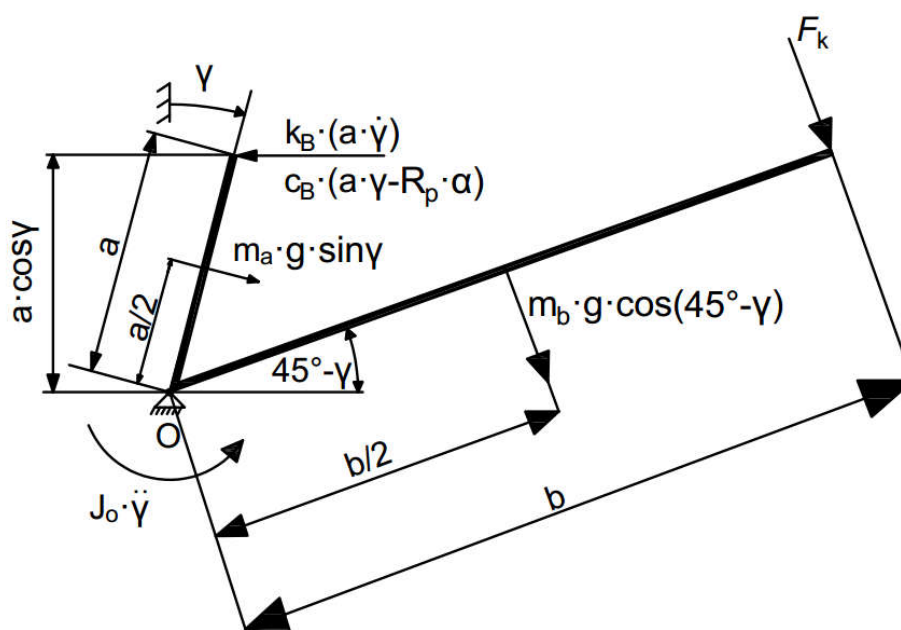


Slika 52 Skica pojasa kočnice i sile kojima je opterećen

Jednadžba gibanja za pojas kočnice:

$$\sum M_P = 0 \quad J_P \cdot \ddot{\alpha} + (c_A \cdot R_p \cdot \alpha) \cdot R_p - c_B \cdot (a \cdot \gamma - R_p \cdot \alpha) \cdot R_p - F_{TR} \cdot R_p = 0 \quad (48)$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{1}{J_P} (-(c_A \cdot R_p \cdot \alpha) \cdot R_p + c_B \cdot (a \cdot \gamma - R_p \cdot \alpha) \cdot R_p + F_{TR} \cdot R_p) \quad (49)$$



Slika 53 Skica poluge i sile kojima je opterećena

Jednadžba gibanja za polugu:

$$\begin{aligned} \Sigma M_o = 0 \quad & J_o \cdot \ddot{\gamma} + c_B \cdot (a \cdot \gamma - R_P \cdot \alpha) \cdot a + (k_B \cdot a \cdot \dot{\gamma}) \cdot a - (m_A \cdot g \cdot \sin \gamma) \cdot \\ & \frac{a}{2} - \left(m_B \cdot g \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \gamma \right) \cdot \frac{b}{2} - F_k \cdot b = 0 \end{aligned} \quad (50)$$

$$\ddot{\gamma} = \frac{1}{J_o} \cdot \left[-(c_K \cdot a \cdot \gamma) \cdot a - c_B \cdot (a \cdot \gamma - R_P \cdot \alpha) \cdot a - (k_B \cdot a \cdot \dot{\gamma}) \cdot a + (m_A \cdot g \cdot \gamma) \cdot \frac{a}{2} + \left(m_B \cdot g \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \gamma \right) \cdot \frac{b}{2} + F_K \cdot b \right] \quad (51)$$

Karnoppov model trenja

Na temelju izvedenih jednadžbi gibanja (39), (41), (42), (43), (49) i (51) sastavljen je dinamički model u Simulinku s Karnoppovim modelom trenja. Kao i ranije, za potrebe Karnoppovog modela trenja potrebno je definirati sile koje djeluju na tijelo koje se koči kada je model u fazi držanja. Jedna jednadžba se postavlja za pojas, a druga za bubanj (elementi na koje djeluje trenje i između kojih postoji relativno gibanje).

$$J_P \cdot \ddot{\alpha} = \dot{L}_1 = c_B \cdot (a \cdot \gamma - R_P \cdot \alpha) \cdot R_P - F_{TR} \cdot R_P - (c_A \cdot R_P \cdot \alpha) \cdot R_P \quad (52)$$

$$J_b \cdot \ddot{\phi} = \dot{L}_2 = -F_{TR} \cdot R_P + R_b \cdot k_t (\dot{\delta} \cdot p - \dot{\phi} \cdot R_b) + R_b \cdot c_t (\delta \cdot p - \phi \cdot R_b) \quad (53)$$

Relativno ubrzanje između elemenata se može izraziti kao:

$$\varepsilon_R = -\frac{\dot{L}_1}{J_P} + \frac{\dot{L}_2}{J_b} \quad (54)$$

Relativno ubrzanje je u fazi držanja jednako nuli što uvršteno u (54) zajedno s (52) i (53) daje:

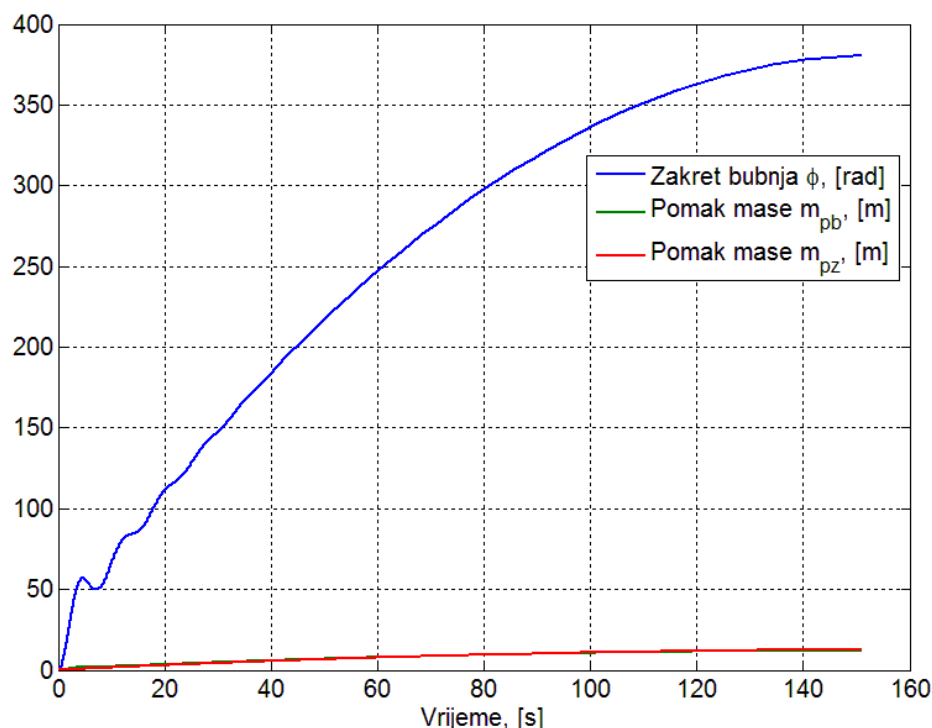
$$-\frac{c_B \cdot (a \cdot \gamma - R_P \cdot \alpha) \cdot R_P - F_{TR} \cdot R_P - (c_A \cdot R_P \cdot \alpha) \cdot R_P}{J_P} + \frac{-F_{TR} \cdot R_P + R_b \cdot k_t (\dot{\delta} \cdot p - \dot{\varphi} \cdot R_b) + R_b \cdot c_t (\delta \cdot p - \varphi \cdot R_b)}{J_b} = 0 \quad (55)$$

Iz (55) se dobivaju sile koje se suprotstavljaju sili trenja u fazi držanja:

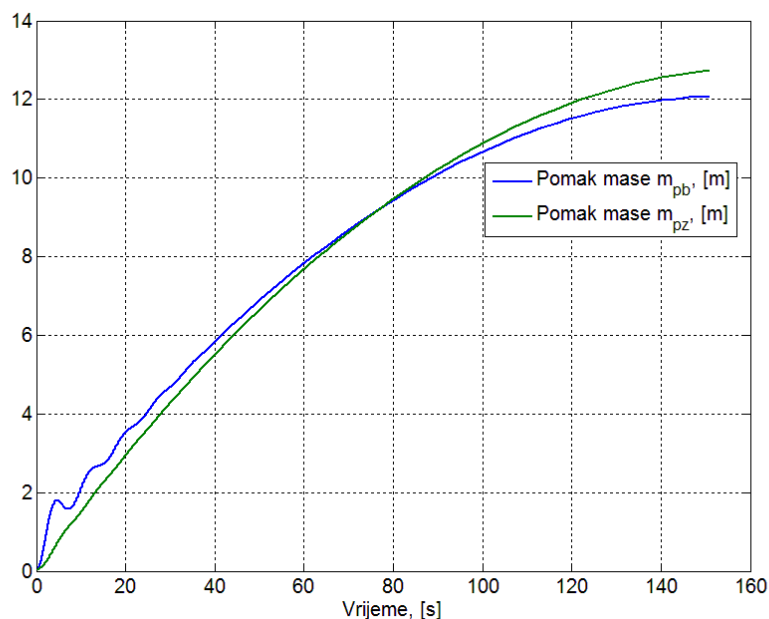
$$F_{TR} = \frac{J_b}{J_b - J_P} [c_B \cdot (a \cdot \gamma - R_P \cdot \alpha) - (c_A \cdot R_P \cdot \alpha)] - \frac{J_P}{J_b - J_P} [k_t (\dot{\delta} \cdot p - \dot{\varphi} \cdot R_b) + c_t (\delta \cdot p - \varphi \cdot R_b)] \frac{R_b}{R_P} \quad (56)$$

Blok shema u Simulinku za konfiguraciju sustava koja je opisana u ovom poglavlju nalazi se u prilogu.

Simulacija je provedena s rješavačem ODE 23s, uz dopuštenu relativnu točnost od 0,1 %. Na polugu za aktiviranje kočnja je primijenjena sila koja linearno raste s vremenom, koeficijenta porasta sile od 15 N/s. Dobiveni zakret bubnja i pomaci masa pri tim uvjetima su predloženi na slici 54 i slici 55.

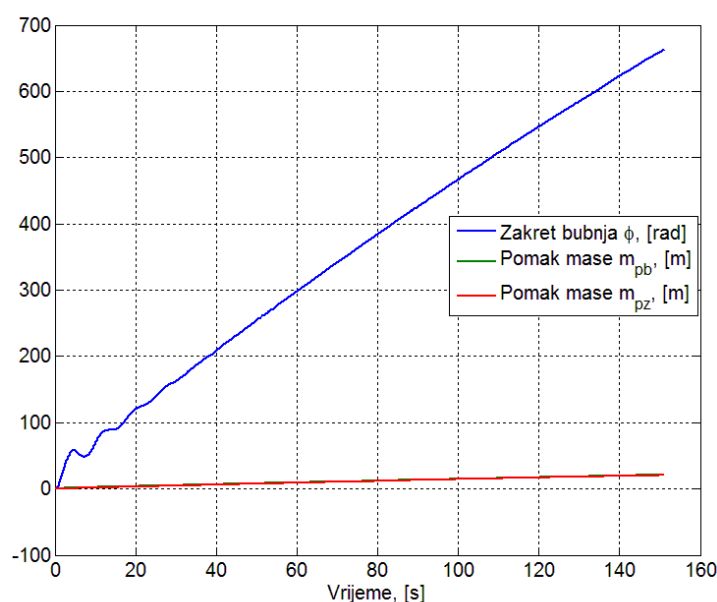


Slika 54 Zakret bubnja i pomaci masa kod 2. načina modeliranja sustava za Karnoppov modela trenja, uz brzinu linearnog porasta sile od 15 N/s



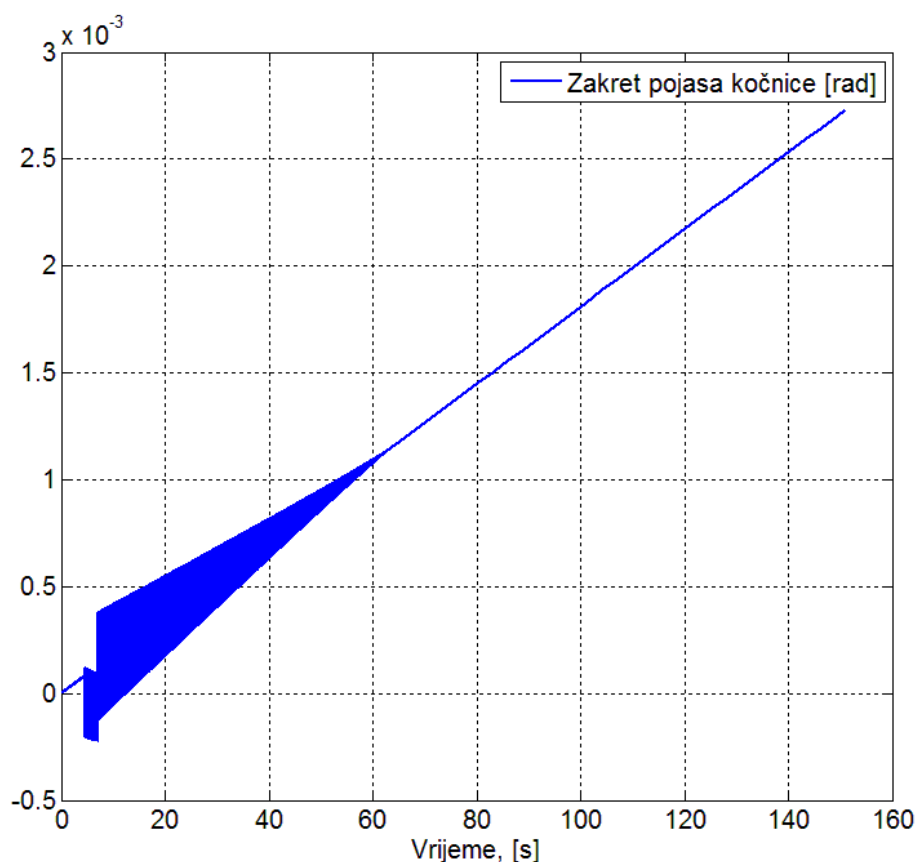
Slika 55 Detaljniji dijagram pomaka masa kod 2. načina modeliranja sustava za Karnoppov model trenja, uz brzinu linearnog porasta sile od 15 N/s

Iz rezultata je očito da su pomaci vrlo slični onim dobivenim prvim načinom modeliranja sustava što je i za očekivati jer dinamika pojasa pojasne kočnice ne bi smjela imati drastičan utjecaj na gibanje elemenata sustava. Variranjem vrijednosti brzine porasta sile na poluzi (a posredno i stvorene sile trenja) otkriveno je da za brzine porasta manje od 7 N/s dolazi do linearnog rasta pomaka promatranih elemenata sustava (slika 56), a za što nema nikakvog fizikalnog opravdanja.



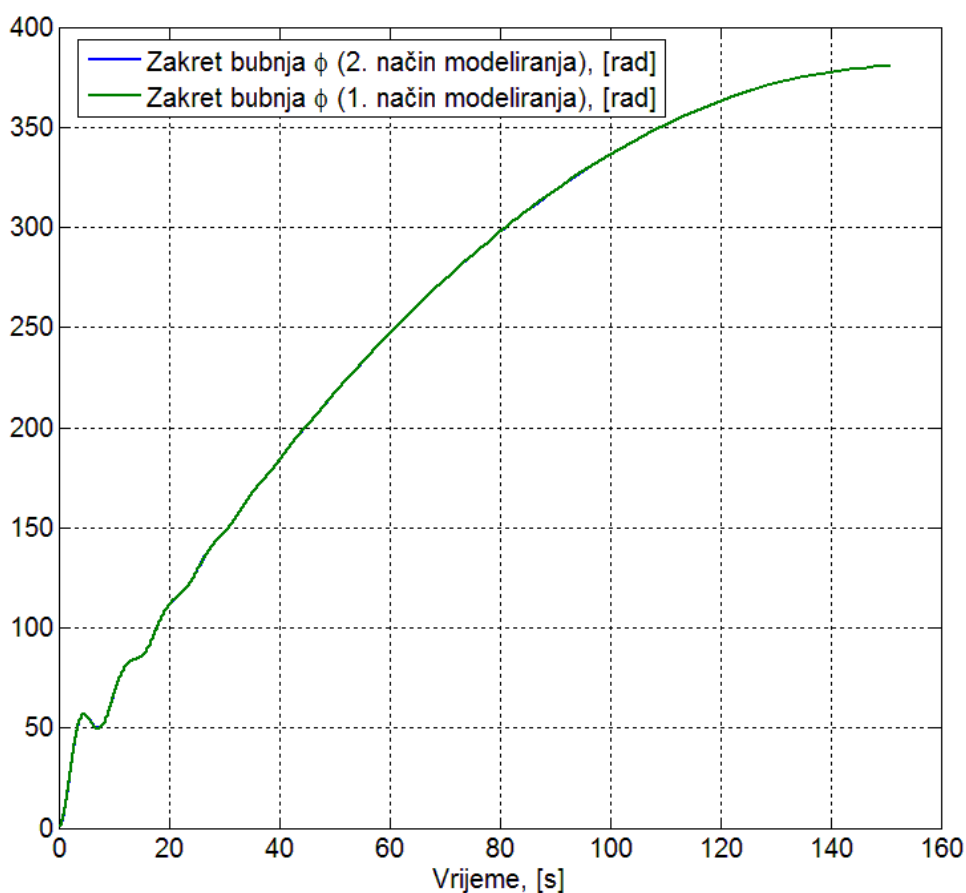
Slika 56 Prikaz pogrešnih rezultata simulacije pri brzini porasta primijenjene sile od 4 N/s

Pojas kočnice vibrira s malenim amplitudama, što je i za očekivati s obzirom na njegovu funkciju i način rada; (slika 57).



Slika 57 Vibracije zakreta pojasa pri brzini porasta primijenjene sile od 15 N/s

Napravljena je usporedba prvog i drugog načina modeliranja sustava pomoću Karnoppovog modela trenja; dakle bez i sa modeliranom diamikom pojasa pojasne kočnice (slika 58). Očito da razlike u pomacima gotovo da i nema, pa se može zaključiti da s rabljenim parametrima sustava i modelom trenja nema potrebe dodatno modelirati ponašanje pojasa kočnice jer to ne doprinosi krajnjem rezultatu kada se promatraju pomaci masa.

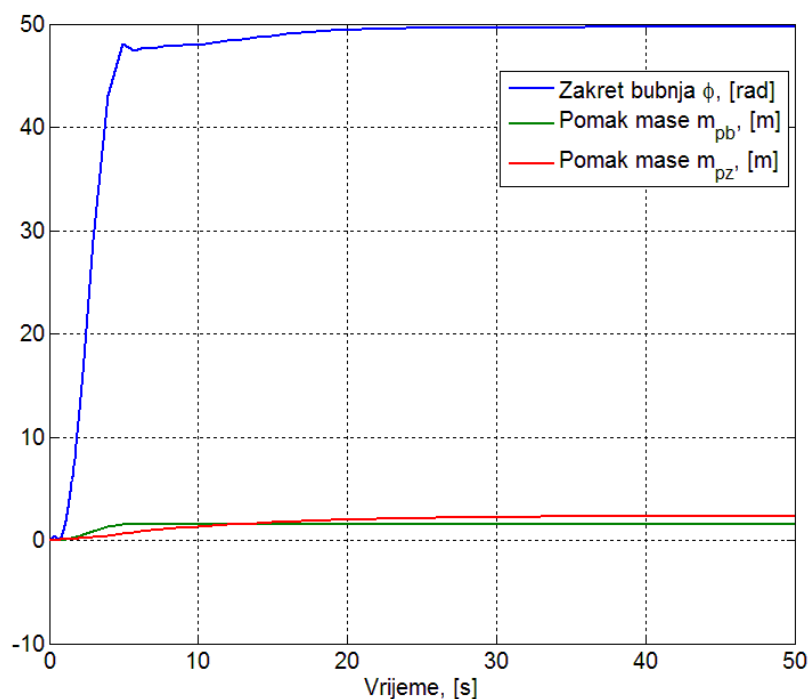


Slika 58 Usporedba načina modeliranja; brzina porasta sile na poluzi kočnice od 15 N/s, Karnoppov model trenja

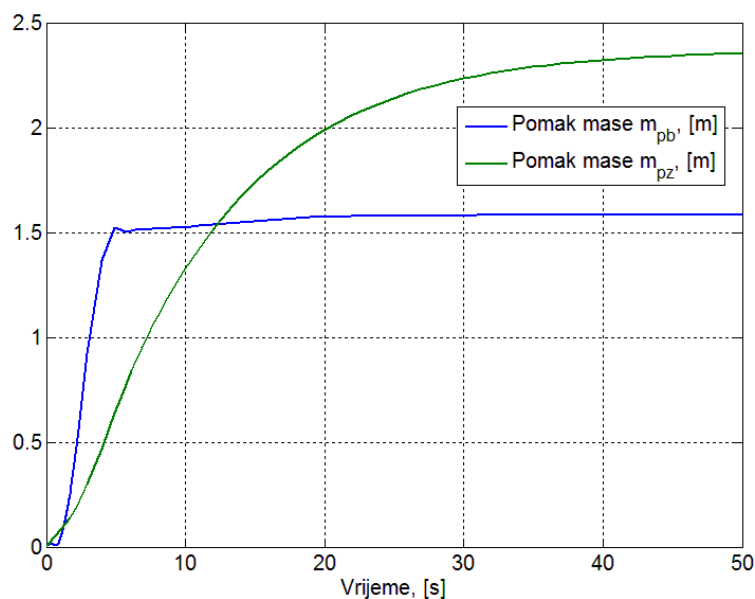
LuGreov model trenja

Simulacija sustava koji uključuje i dinamiku pojasa pojasne kočnice provedena je i s LuGreovim modelom trenja čija se shema nalazi u prilogu. Numerička problematičnost tog modela došla je do izražaja i u drugom načinu modeliranja sustava. Naime, simulaciju nije bilo moguće provesti ako se u integrator brzine zakreta poluge kočnice ne unese početni uvjet za zakret poluge u početnom trenutku od 0,01 rad. Također, da bi se simulacija završila u prihvatljivom vremenu bilo je potrebno povećati dopuštenu relativnu pogrešku rješavača na 10% te zadana brzina porasta primijenjene sile na polugu kočnice ne smije biti manja od 108 N/s. S takvim uvjetima dobiveni su rezultati predloženi na slici 59 i slici 60. Usporedbom s istom konfiguracijom sustava ali s Karnoppovim modelom trenja, (slika 61), očito je da postoji tek maleno odstupanje pomaka u fazi zaustavljanja, a utvrđivanje postizanja stvaranog pomaka za taj model trenja sprječava nemogućnost simuliranja sustava s većom točnošću. LuGreov model je uspoređen s rezultatima dobivenim i za konfiguraciju sustava bez dinamike

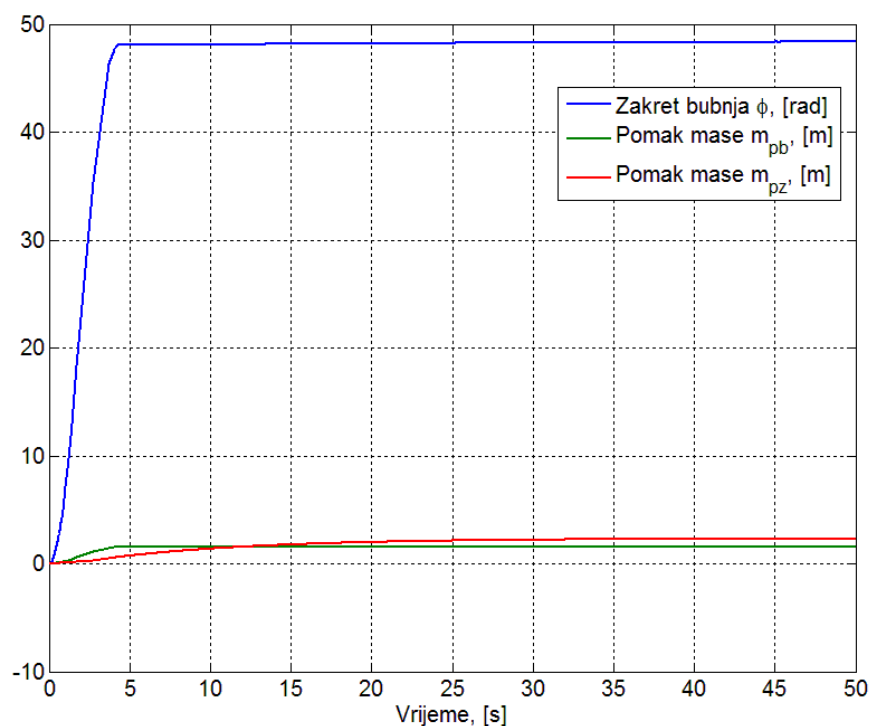
pojasa kočnice pri brzini porasta sile od 108 N/s; (slika 62). Očito je da oba modela daju sličan odziv zakreta bubnja što je za očekivati. Linearan porast zakreta bubnja poslije 25-te sekunde je posljedica visoke dopuštene relativne tolerancije za pogrešku rješavača koja smanjenjem tolerancije iščezava.



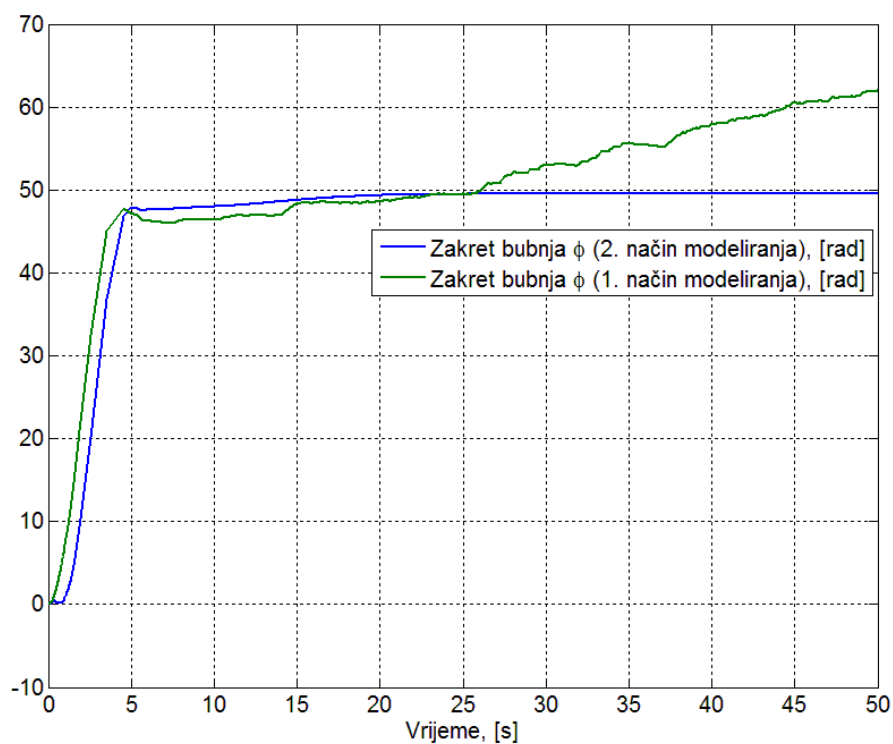
Slika 59 Pomaci s uključenom dinamikom pojasa kočnice i LuGreovim trenjem, brzina porasta sile od 108 N/s



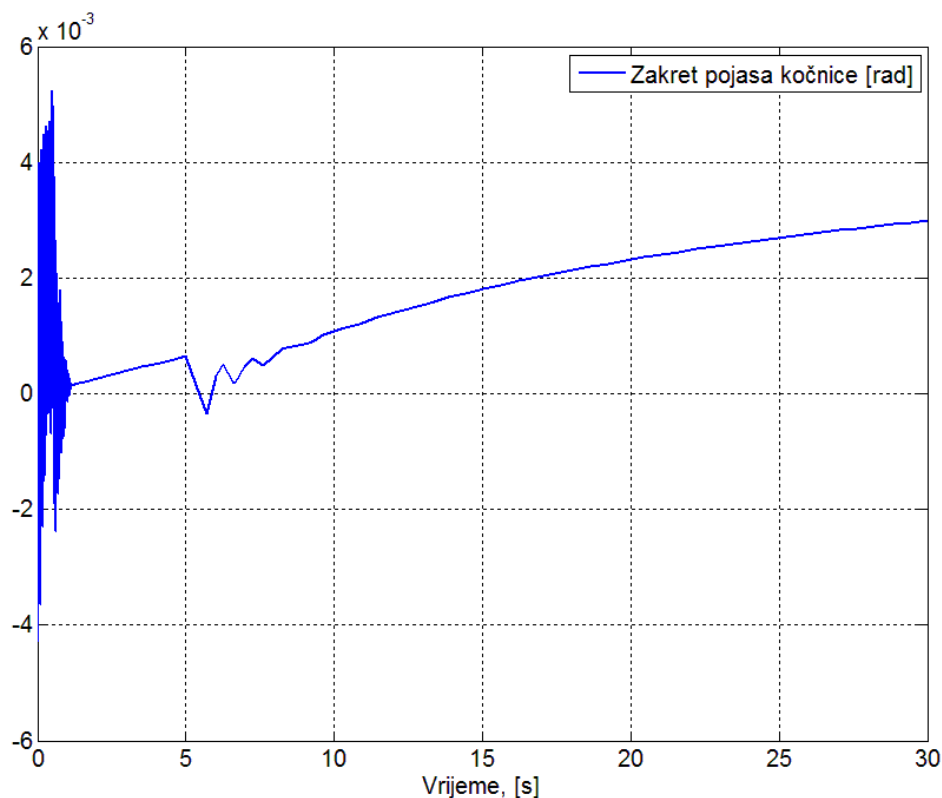
Slika 60 Detaljniji dijagram pomaka masa kod 2. načina modeliranja sustava primjenom LuGreovog modela trenja uz brzinu linearnog porasta sile od 108 N/s



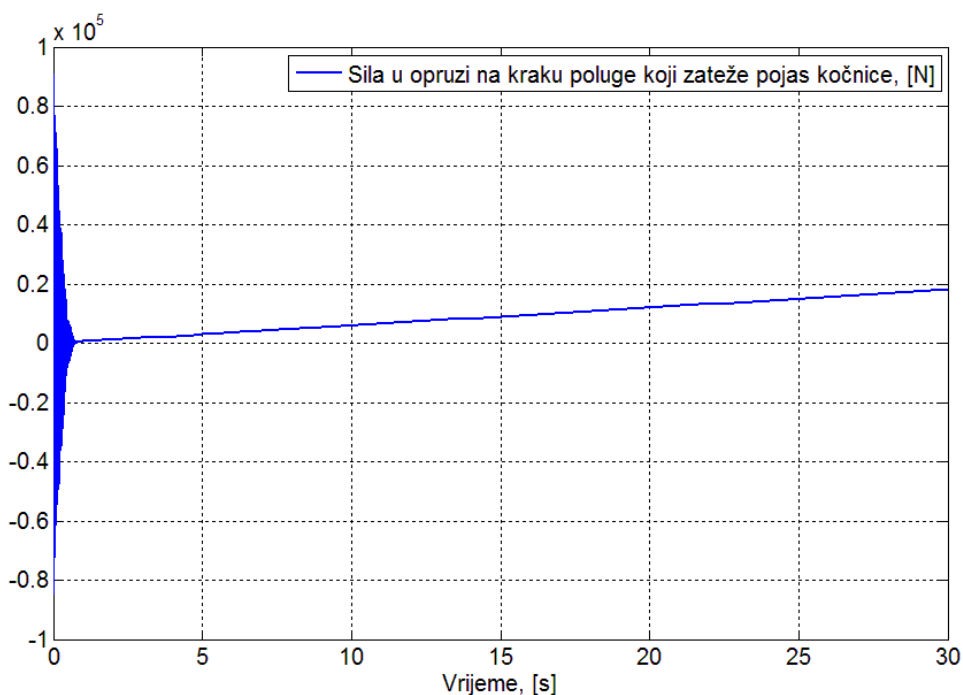
Slika 61 Dijagram pomaka za 2. način modeliranja sustava primjenom Karnoppovog modela trenja pri brzini linearnog porasta sile od 108 N/s



Slika 62 Usporedba dobivenih zakreta bubnja između modela koji uključuje dinamiku pojasa kočnice i Lugreov modela trenja i modela bez dinamike pojasa s Karnoppovim modelom trenja



Slika 63 Vibracije pomaka pojasa s Lugreovim modelom trenja



Slika 64 Sila u opruzi na kraku poluge koja zateže pojas kočnice

Slika 63 predočava vibracije zakreta pojasa kočnice na kojem se mogu uočiti dva intervala vibriranja: prvi koji otprilike završava do kraja prve sekunde i drugi koji se javlja oko pete

sekunde. Usporedbom s dijagramom sile na poluzi, (slika 64), očito je da je prvi interval vibriranja povezan s početkom primjene sile na polugu te on utihne pod utjecajem prigušenja poluge. Za drugi interval se ne vidi direktna povezanost s oscilacijama sile što zahtjeva detaljniju analizu o uzrocima, također moguće je da bi vibracije pojasa izglede bitno drugačije nakon prve sekunde simulacije kada bi se moglo provesti simulaciju s bitno manjom dopuštenom relativnom tolerancijom na pogrešku rješavača.

Iz navedenoga je očito da dinamika pojasa pojasne kočnice nema bitnu ulogu u simuliranju pomaka promatranih elemenata, a pritom dodatno komplicira proces simulacije. Pritom naravno nije problem izvesti jednadžbu gibanja za pojas pojasne kočnice već ona bitno otežava proces numeričkog rješavanje diferencijalnih jednadžbi. Također se pokazalo da je LuGreov model, iako ima mogućnost reproducirati veći broj različitih efekata trenja, problematičan za numeričko rješavanje jer postavlja značajna ograničenja na način izvođenja simulacije. Važno je primijetiti da uz nametnute parametre simulacije i oblik funkcije sile kočenja kočnice ne dolazi do „*stick-slip*“ gibanja masa što znači da nije ni potrebno inzistirati na primjeni modela trenja koji ga mogu pravilno opisati, a numerički su zahtjevni.

5 ZAKLJUČAK

U radu, na njegovom početku, su ukratko opisani dijelovi naftnog bušnog sustava i način njihovog rada. Proučavanjem literature izdvojeni su češće korišteni modeli trenja te ukratko opisane njihove značajke i principi rada. Na temelju Karnoppovog i LuGreovog modela trenja su napravljene simulacije trzajućeg gibanja bloka jedinične mase kako bi se proučile razlike u odzivu do kojih dolazi zbog korištenja različitih modela trenja. Također, napravljena je parametarska analiza utjecaja pojedinih parametara modela trenja kako bi se ustanovilo koliko pojedini parametar utječe na rezultate simulacija. U nastavku rada, opisan je mehanički model naftnog bušnog postrojenja. Na temelju mehaničkog modela, oslobađanjem veza pojedinih elemenata modela izvedene su jednadžbe gibanja i to za dva slučaja: kada se pojednostavljeno zanemaruje dinamičko ponašanje pojasa pojasne kočnice i za slučaj kada se uzima u obzir dinamika pojasa pojasne kočnice. Simulacijama je utvrđeno da sila otpora bušenja i oscilacije sile uključenja kočnice imaju značajan utjecaj na dinamičko ponašanje sustava. Također, već kod pojednostavljenog modela sustava su uočene računalne poteškoće sa implementacijom LuGreovog modela trenja koje su riješene ograničavanjem uzbudne sile kočnice i povećanjem tolerancije relativne greške numeričkog rješavača. Usporedbom rezultata simulacije za oba slučaja pri korištenju istog modela trenja (Karnoppovog) dolazi se do zaključka da s korištenim parametrima sustava i linearno rastućom silom kao uzbudom na kočnici nema potrebe dodatno modelirati ponašanje pojasa kočnice jer to ne doprinosi krajnjem rezultatu kada se promatraju pomaci masa. LuGreov model trenja općenito može reproducirati više eksperimentalno utvrđenih značajki trenja no u provedenim simulacijama za naftni bušni sustav one ne dolaze do izražaja tako iz toga slijedi da ne postoji opravdanje za njegovu upotrebu, pogotovo zbog njegove problematične računalne implementacije. Za potvrdu točnosti rezultata simulacije potrebno bi ih bilo usporediti s podacima sa stvarnog postrojenja (koji nisu bili dostupni) ili s podacima dobivenim ispitivanjem na modelu. U nastavku istraživanja može se proučiti utjecaj promjene pojedinih parametara sustava na krajnje rezultate simulacije gibanja kao i utjecaj različitih oblika uzbudnih funkcija sile primijenjene na kočnicu što zbog ograničenog vremena za rješavanje zadatka nije učinjeno. Također u znanstvenoj literaturi se mogu pronaći rezultati istraživanja koji upućuju na povezanost između torzijskih i uzdužnih vibracija bušne kolone što može imati značajan utjecaj na cjelokupno dinamičko ponašanje sustava.

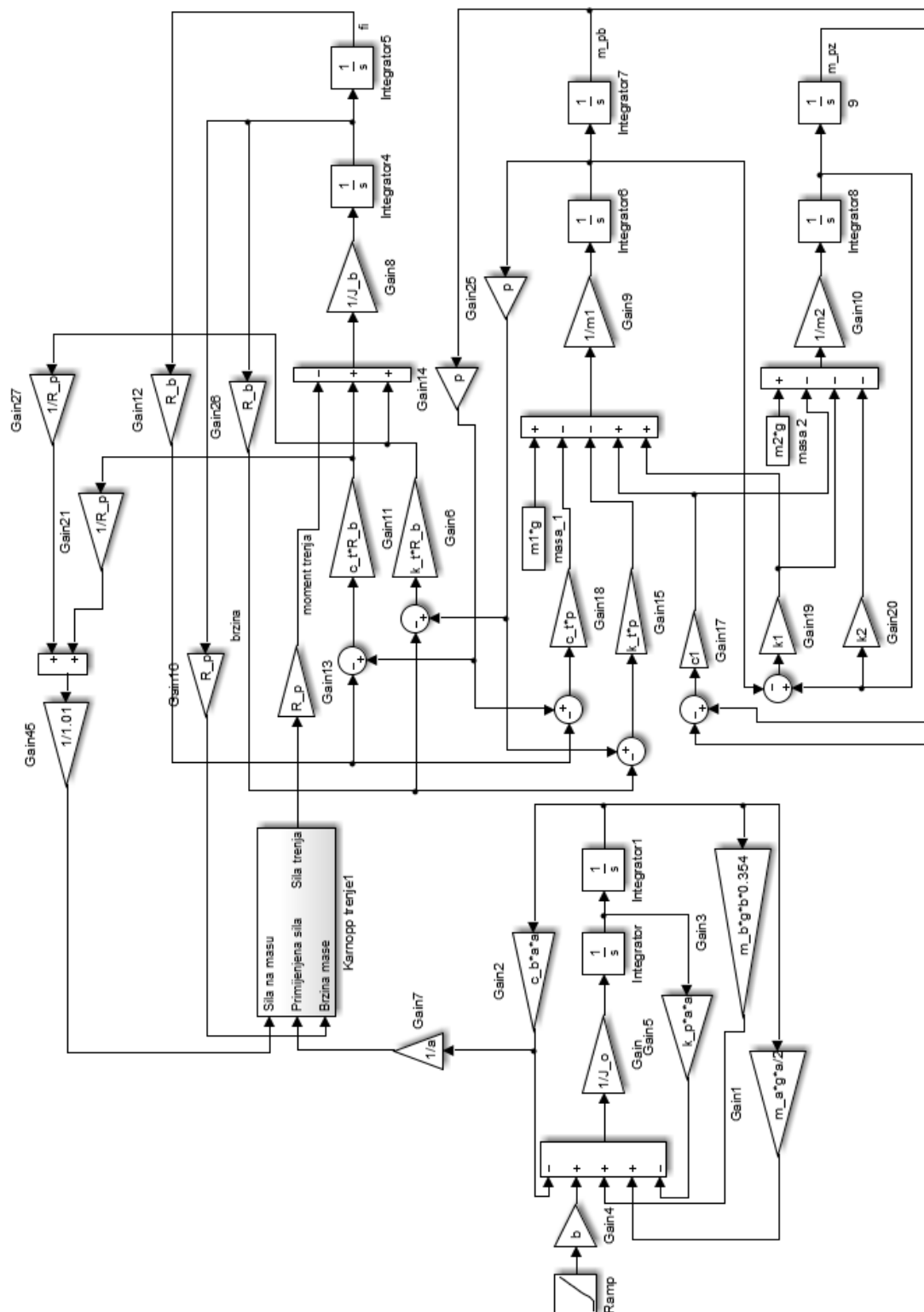
6 LITERATURA

- [1] S. Lazić, Tehnička enciklopedija, Zagreb: Jugoslavenski leksikografski zavod, 1966, pp. 552-556.
- [2] »Illustrated_glossary,« [Mrežno]. Available: https://www.osha.gov/SLTC/etools/oilandgas/illustrated_glossary.html. [Pokušaj pristupa 3 13 2017].
- [3] »List of components of oil drilling rigs,« [Mrežno]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_components_of_oil_drilling_rigs. [Pokušaj pristupa 13 3 2017].
- [4] »Draw-works,« [Mrežno]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/Draw-works>. [Pokušaj pristupa 13 3 2017].
- [5] »Drawworks,« [Mrežno]. Available: <http://www.oilworksinc.com/our-products/drawworks/>. [Pokušaj pristupa 3 13 2017].
- [6] »Oilfield Glossary,« [Mrežno]. Available: <http://www.glossary.oilfield.slb.com/Terms/k/kelly.aspx>. [Pokušaj pristupa 13 3 2017].
- [7] V. Ivanović, Modeliranje i regulacija elemenata pogona vozila s izraženim učincima trenja.
- [8] H. Olsson, K. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert i P. Lischinsky, »Friction Models and Friction Compensation,« *European Journal of Control*, svez. 4, pp. 176-195, 1998.
- [9] E. Rabinowics, »The Nature of the Static and Kinetics Coefficient of Friction,« *Journal of Applied Physics*, pp. 1373-1379, 1951.
- [10] B. Armstrong-Hélouvry, , P. Dupont i C. Canudas de Wit, »An Integrated Friction Model Structure with Improved Presliding Behaviour for Accruate Friction Compensation,« *IEEE Transaction on Automatic Control*, svez. 45, pp. 675-686, 2000.
- [11] C. Canudas de Wit, K. Olsson, P. Aström i A. Lischinsky, »A New Model for Control of System with Friction,« *IEEE Transaction on Automatic Control*, svez. 10, 1995.
- [12] »An Integrated Friction Model Structure with Improved Presliding Behaviour for Accruate Friction Compensation,« *IEEE Transaction on Automatic Control*.
- [13] »SIMULINK,« Mathworks, [Mrežno]. Available: <https://www.mathworks.com/help/phymod/simscape/ref/translationalfriction.html?refresh=true&requestedDomain=www.mathworks.com>. [Pokušaj pristupa 13 3 2017].
- [14] P. Dahl, »A solid friction model,« Aerospace Corp, El Segundo, 1968.
- [15] P. Bliman i M. Sorine, »Friction modelling by hysteresis operators. Application to Dahl, Sticktion and Stribeck effects,« u *Models of Hysteresis*, Trento, 1991.
- [16] V. v. Geffen, »A study of friction models and friction compensation,« Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, 2009.

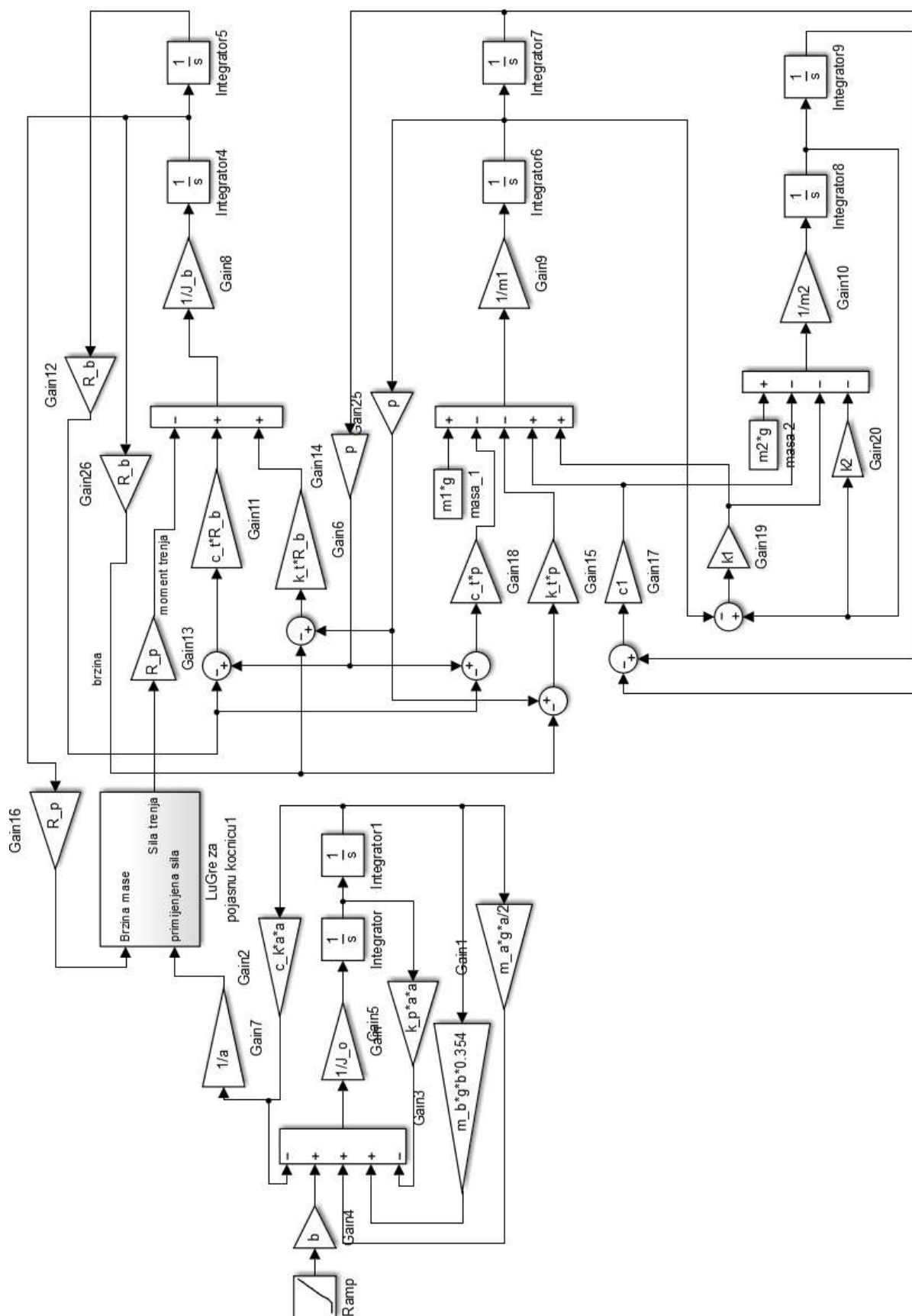
7 PRILOG

CD-R disc

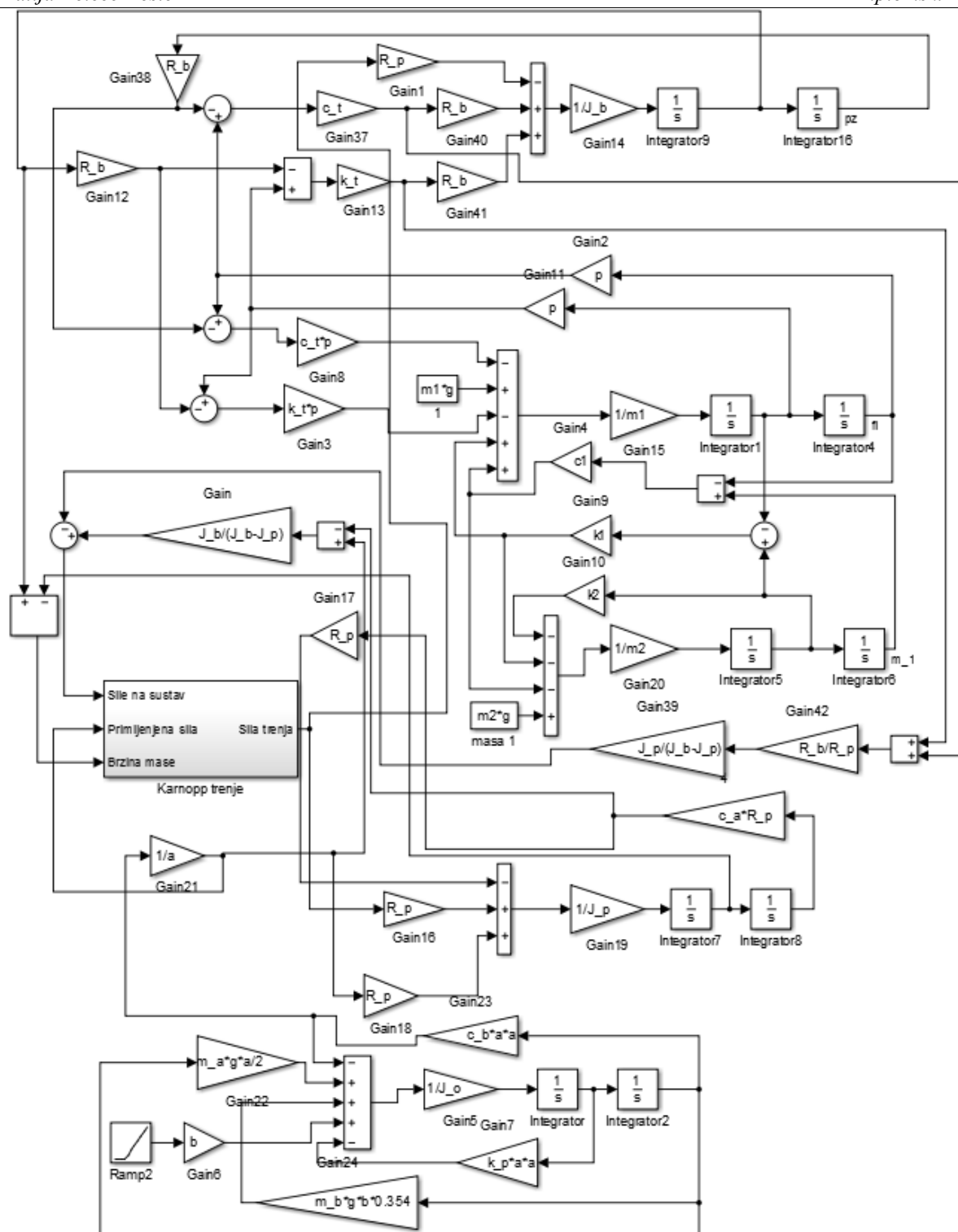
7.1 Prilog A



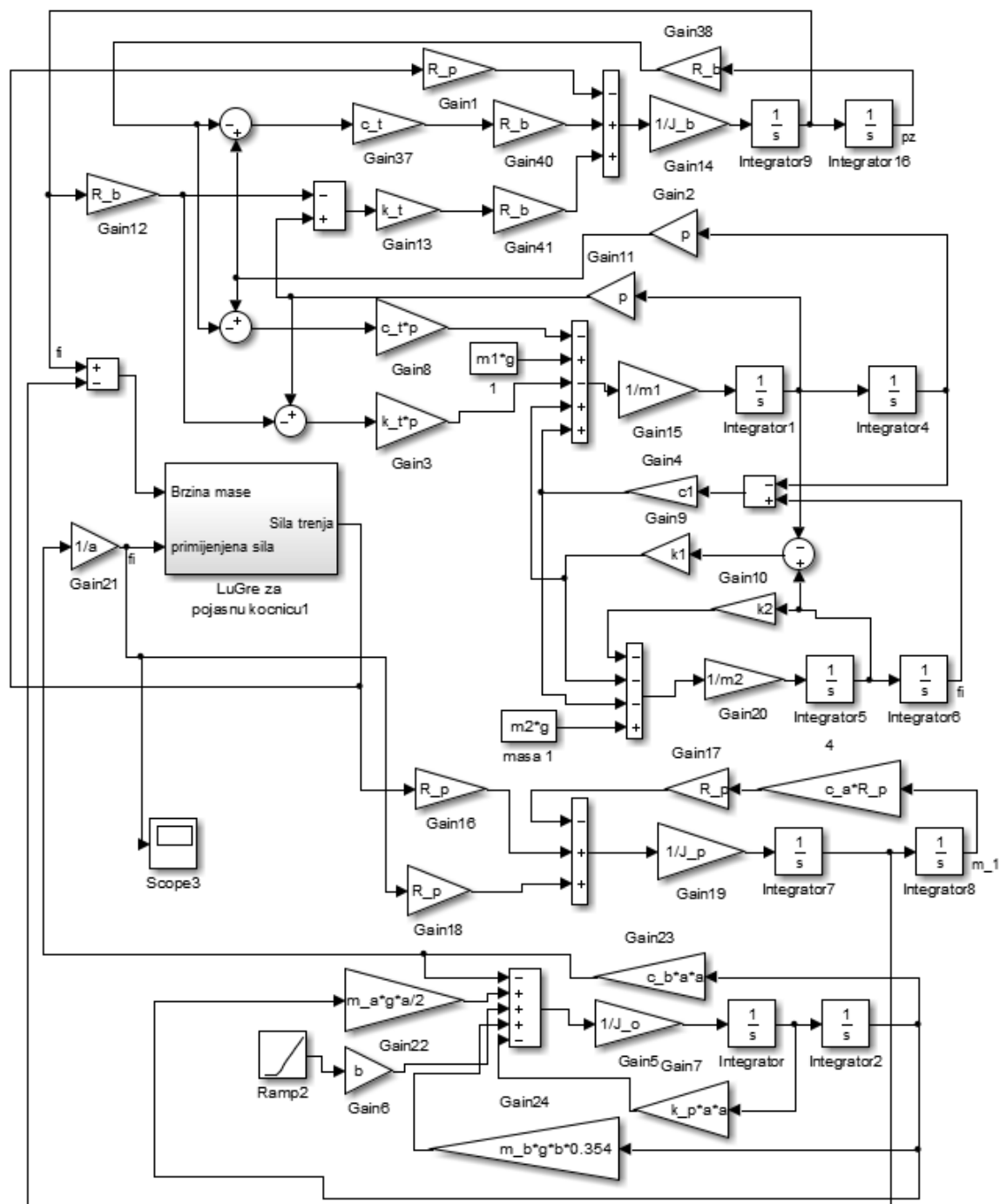
Simulink dinamički model za prvi način modeliranja sustava s Karnoppovim trenjem



Simulink dinamički model za prvi način modeliranja sustava s LuGreovim trenjem



Simulink dinamički model za drugi način modeliranja sustava s Karnoppovim modelom trenja



Simulink dinamički model za drugi način modeliranja sustava sa LuGreovim modelom trenja

7.2 Prilog B

Korišteni parametri sustava u simulacijama

```
%% parametri pojasa
c_a=3.25*10^7; %krutost
opruge; [N/m]; 3.25*10^7
R_p=0.584; %polumjer pojasa [m]
J_p=215.75;
%% parametri za LuGre i karnoppa
sig_nula=100000;
sig_jedan=316.23;%
sig_jedan=sqrt(sig_nula);
sig_dva=0.1;

mi_s=0.35; %staticki faktor trenja;
mi_c=0.3; %coulombov faktor trenja;
vs1=0.04; %stribeckova brzina;
Dv1=10^-3; %karnoppov prag za detekciju
brzine razlicite od 0;
F_m1=8690.04; %limit sile za slucaj 1
mase
F_m2=42496; %limit sile za slucaj 2 mase
%/18.42
%% racunanje sile uzetnog trenja za Lugre
D=270; %stupnjevi obuhvata pojasa 270
Rad=D*pi/180; %pretvorba stupnjeva u
radijane
e_c=exp(mi_c*Rad)-1;
e_s=exp(mi_s*Rad)-1;
%% parametri poluge
m_p=23; %ukupna masa poluge
a=0.28; %duljina kraceg kraka poluge
b=1.56; %duljina duzeg kraka poluge
```

```
m_a=(m_p*a)/(a+b); %masa a kraka poluge
J_ap=(m_a*a*a)/12; %moment inercije a
kraka poluge

m_b=(m_p*b)/(a+b); %masa b kraka poluge
J_bp=(m_b*b*b)/12; %moment inercije b
kraka poluge

J_o=(J_ap+(((a/2)^2)*m_a))+(J_bp+(((b/2)^2)*m_b)); %inercija poluge oko A

c_k=6.5*10^7; %krutost opruge za 1. način
c_b=3.25*10^7; %krutost opruge
k_p=250; %prigušenje poluge; 25, 25000000
%% parametri bubnja
J_b=750; %moment inercije bubnja
R_b=0.317; %polumjer bubnja
c_t=1*10^6; %elastičnost uzeta
k_t=1000; %prigušenje užeta
p=10; %prijenosni omjer uznog
prijenosnika
%% parametri sustava ispod kuke
m1=37240; %m_pb
m2=42555.5; %m_pz
c1=530839; %opruga između 2 mase
g=9.81;
k1=50000; %prigušenje između 2 mase
k2=5*10^6; %prigušenje između 2. mase i
dna bušotine
```