

# Analiza naprežanja na aneurizmi abdominalne aorte

---

Čorić, Adriana

Undergraduate thesis / Završni rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:235:197463>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-18**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)



**SVEUČILIŠTE U ZAGREBU**

**FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE**

**ZAVRŠNI RAD**

**Adriana Čorić**

Zagreb, 2017.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

# ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Izv.prof.dr.sc. Igor Karšaj

Autor:

Adriana Čorić

Zagreb, 2017.

*Izjavljujem da sam završni rad izradila samostalno koristeći dostupnu literaturu i znanje stečeno tijekom studija.*

*Zahvaljujem se mentoru prof.dr.sc. Igoru Karšaju i asistentici dr.sc. Lani Virag na nesebičnoj pomoći, uloženom trudu i savjetima tijekom izrade ovoga rada.*

*Adriana Čorić*



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite  
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:  
procesno-energetski, konstrukcijski, brodstrojarski i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

## ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Adriana Čorić** Mat. br.: 0035195347

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Analiza naprezanja na aneurizmi abdominalne aorte**

Naslov rada na engleskom jeziku: **Stress analysis of abdominal aortic aneurysm**

Opis zadatka:

Aneurizma abdominalne aorte je bolest koja se razvija tijekom dužeg razdoblja od nekoliko godina. Moguća komplikacija aneurizme je ruptura –pojava koja je povezana s velikom smrtnošću. S druge strane pokušava se odgoditi operativni zahvat jer i on unosi dosta velike rizike. Aneurizma se uglavnom otkriva slučajno, ali se nakon otkrića prati redovito. Kao kriterij za operativni zahvat koriste se najveći promjer te brzina rasta između dva pregleda. Tijek bolesti prati se obično u razmacima od šest mjeseci pomoću CT uređaja ili ultrazvučnim metodama.

U okviru ovog rada za postojeće CT snimke pacijenta potrebno je dobiti geometriju aneurizme. Na dobivenoj geometriji potrebno je napraviti mrežu konačnih elemenata. Za zadani tlak te zadani materijalni model stijenke aorte potrebno je napraviti analizu najvećih naprezanja kod više uzastopnih snimki. Na osnovi rezultata treba procijeniti koja su kritična mjesta na kojima bi se mogla dogoditi ruptura te povećava li se opasnost od rupture povećavanjem volumena aneurizme. Dodatne informacije dostupne su prema potrebi.

U radu treba navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć.

Zadatak zadan:  
30. studenog 2016.

Rok predaje rada:  
1. rok: 24. veljače 2017.  
2. rok (izvanredni): 28. lipnja 2017.  
3. rok: 22. rujna 2017.

Predviđeni datumi obrane:  
1. rok: 27.2. - 03.03. 2017.  
2. rok (izvanredni): 30. 06. 2017.  
3. rok: 25.9. - 29. 09. 2017.

Zadatak zdao:

Predsjednik Povjerenstva:

  
Izv.prof.dr.sc. Igor Karšaj

  
Prof. dr. sc. Igor Balen

# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
1.1	Krvožilni sustav . . . . .	1
1.2	Struktura stijenke aorte . . . . .	2
1.3	Aneurizma abdominalne aorte . . . . .	3
1.3.1	Hipertenzija . . . . .	4
1.4	Cilj rada . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Konstitutivni model aorte</b>	<b>6</b>
2.1	Mehanika kontinuuma . . . . .	7
2.1.1	Kinematika kontinuuma . . . . .	8
2.1.2	Tenzori naprezanja . . . . .	11
2.2	Mehanička svojstva glavnih konstituenata . . . . .	13
2.3	Anizotropni hiperelastični model . . . . .	16
2.3.1	Holzappel-Gasser-Ogdenov oblik . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Definiranje proračunskog modela</b>	<b>20</b>
3.1	Geometrija . . . . .	20
3.2	Opterećenje i rubni uvjeti . . . . .	21
3.3	Svojstva materijala . . . . .	22
3.3.1	Orijentacija kolagenih vlakana . . . . .	22
3.4	Konačni elementi . . . . .	24
3.4.1	Hibridni elementi . . . . .	25
3.5	Validacija materijalnih modela . . . . .	27
3.6	Konvergencija mreže konačnih elemenata na stvarnoj geometriji . . . . .	28
3.7	Određivanje obujma . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Analiza rezultata</b>	<b>32</b>
4.1	Promjena naprezanja uslijed hipertenzije . . . . .	32
4.2	Pomak aneurizme uslijed hipertenzije . . . . .	34
4.3	Promjena naprezanja uslijed povećanja volumena . . . . .	37
4.4	Određivanje kritičnih mjesta . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Zaključak</b>	<b>41</b>

# Popis slika

1.1	Arterijski krvožilni sustav (lijevo) i dijelovi aorte (desno) [14] . . . . .	1
1.2	Idealizirani presjek zdrave elastične arterije s označenim glavnim konstitu- entima [9] . . . . .	2
1.3	Usporedni prikaz zdrave aorte i aorte s AAA [16] . . . . .	3
2.1	Shematski prikaz tijela u trenutnoj i referentnoj konfiguraciji [14] . . . . .	8
2.2	Materijalno tijelo u referentnoj i trenutnoj konfiguraciji s naznačenim vektorima naprezanja . . . . .	11
2.3	Uzorci elastina i glatkih mišićnih stanica snimljeni elektronskim mikro- skopom [17] . . . . .	13
2.4	Kolagenska vlakna snimljena elektronskim mikroskopom za a) kolagen I i b) kolagen IV [17] . . . . .	14
2.5	Idealizirani model s orijentacijom kolagenih vlakana unutar stijenke arte- rije; adventicija (plavo) i medija (crveno) [4] . . . . .	15
2.6	Promjena konfiguracije cirkularnog i longitudinalnog uzorka arterije nakon izrezivanja iz stijenke [8] . . . . .	16
2.7	Cauchyovo naprezanje u pojedinom dijelu stijenke s obzirom na produlje- nje [7] . . . . .	16
2.8	Adventicijski sloj s 2 vlakna zarotirana za kut $\gamma$ [21] . . . . .	18
2.9	Dvodimenzijski grafički prikaz (transferzalno izotropne) distribucije kola- genih vlakana [9] . . . . .	19
3.1	Geometrijski model a) abdominalne aorte i ilijačnih arterija, b) dijela aorte na kojem se vrši analiza . . . . .	20
3.2	Geometrijski model aneurizme prije upotrebe alata <i>virtual topology</i> . . . . .	21
3.3	Nametnuti rubni uvjeti i opterećenje . . . . .	21
3.4	Karakteristične točke središnje linije . . . . .	23
3.5	Aksijalne osi pojedinih segmenata . . . . .	23
3.6	Definiranje orijentacije vlakana pomoću <i>input filea</i> . . . . .	24
3.7	Vektori smjera kolagenskih vlakana, na modelu cijevi . . . . .	24
3.8	Tetraedarski konačni element drugog reda . . . . .	25
3.9	Osmina cijevi opterećena unutarnjim tlakom . . . . .	26

3.10	Prikaz a) radijalnih i b) cirkularnih naprezanja te c) pomaka, po poprečnom presjeku cijevi . . . . .	26
3.11	Nametnuti rubni uvjeti i opterećenje . . . . .	27
3.12	Cijev diskretizirana hibridnim tetraedarskim konačnim elementima . . . . .	28
3.13	Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu za a) Neo-Hooke i b) Holzapfel-Gasser-Ogdenov model . . . . .	28
3.14	Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu za Neo-Hooke materijalni model za mreže s a) 20783, b) 34531 i c) 43507 konačnih elemenata i unutarnji tlak od 12 mmHg . . . . .	29
3.15	Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu za HGO materijalni model za mreže s a) 25912, b) 34467 i c) 49581 konačnih elemenata i unutarnji tlak od 10 mmHg . . . . .	29
3.16	Dijagrami konvergencije ekvivalentnih naprezanja prema von Misesu za a) Neo-Hooke i b) HGO materijalne modele . . . . .	30
3.17	Granice za određivanje obujma [6] . . . . .	31
3.18	Promjena volumena AAA tijekom vremena . . . . .	31
3.19	Usporedni prikaz aneurizme za 5 analiziranih vremenskih trenutaka . . . . .	31
4.1	Dijagram promjene maksimalnog ekvivalentnog naprezanja s povećanjem unutarnjeg tlaka . . . . .	32
4.2	Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu [MPa], za različita povećanja unutarnjeg tlaka u trenutku $T_1$ - Neo-Hooke model . . . . .	33
4.3	Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu [MPa], za različita povećanja unutarnjeg tlaka u trenutku $T_1$ - HGO model . . . . .	34
4.4	Pomaci aneurizme [mm] u trenutku $T_1$ , za različita povećanja unutarnjeg tlaka - Neo-Hooke model . . . . .	35
4.5	Dijagram promjene maksimalnog pomaka s povećanjem unutarnjeg tlaka . . . . .	35
4.6	Pomaci aneurizme [mm] u trenutku $T_1$ , za različita povećanja unutarnjeg tlaka - HGO model . . . . .	36
4.7	Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu [MPa] na aneurizmi abdominalne aorte u 5 analiziranih vremenskih trenutaka - Neo-Hooke model . . . . .	37
4.8	Ekvivalentna naprezanja prema Von Misesu [MPa] na aneurizmi abdominalne aorte u u 5 analiziranih vremenskih trenutaka - HGO model . . . . .	38
4.9	Dijagram promjene maksimalnog ekvivalentnog naprezanja s povećanjem volumenom . . . . .	39
4.10	Prikaz kritičnih mjesta na vanjskoj strani stijenke abdominalne aorte za slučaj T1 (crveno) . . . . .	39



4.11 Prikaz kritičnih mjesta na unutarnoj strani stijenke abdominalne aorte za slučaj T1 (crveno) . . . . .	40
---	----

# Popis tablica

1.1	Tablični prikaz prosječnog volumnog udjela [%] glavnih konstituenata po slojevima arterije (za staru arteriju) [14] . . . . .	2
1.2	Stadiji hipertenzije . . . . .	5
3.2	Svojstva materijala za Neo-Hooke i Holzapfel-Gasser-Ogden model . . . . .	22
3.1	Povećanje krvnog tlaka kojim se opterećuje model u analizi . . . . .	22
3.3	Usporedba analitičkih rezultata za naprezanja u debelostijenoj cijevi s numeričkim rezultatima . . . . .	26
3.4	Usporedba numeričkih rezultata dobivenih primjenom metode konačnih elemenata sa semi-analitičkim rezultati za Neo-Hooke i Holzapfel-Gasser-Ogdenov model . . . . .	28
3.5	Vremenski razmak između dva uzastopna snimanja (u godinama) . . . . .	30
3.6	Volumen aneurizme u pojedinom analiziranom vremenskom trenutku . . . . .	30
4.1	Maksimalna ekvivalentna naprezanja prema von Misesu [MPa], uslijed hipertenzije, za aneurizmu u prvom analiziranom trenutku . . . . .	32
4.2	Maksimalna pomaci [mm], uslijed hipertenzije, za aneurizmu u prvom analiziranom trenutku . . . . .	36

# Popis oznaka

## Latinične oznake

<b>b</b>	lijevi Cauchy-Greenov tenzor deformiranosti	—
<b>C</b>	desni Cauchy-Greenov tenzor deformiranosti	—
<b>E</b>	Greenov (Lagrangeov) tenzor deformacije	—
<b>e</b>	Almansijev(Eulerov) tenzor deformacije	—
<b>E<sub>A</sub></b>	jedinični vektor položaja u referentnoj konfiguraciji	—
<b>e<sub>i</sub></b>	jedinični vektor položaja u trenutnoj konfiguraciji	—
<b>F</b>	tenzor gradijenta deformiranja	—
<b>M</b>	jedinični vektor	—
<b>P</b>	prvi Piola-Kirchhoffov tenzor naprezanja	MPa
<b>S</b>	drugi Piola-Kirchhoffov tenzor naprezanja	MPa
<b>t</b>	Cauchyjev vektor naprezanja	MPa
<b>u</b>	vektor pomaka	mm
<b>X</b>	vektor položaja u referentnoj konfiguraciji	mm
<b>x</b>	vektor položaja u trenutnoj konfiguraciji	mm
<b>dV</b>	diferencijal volumena	mm <sup>3</sup>
<b>dm</b>	diferencijal mase	kg
<b>A</b>	površina presjeka	mm <sup>2</sup>
<b>A<sub>0</sub></b>	početna površina presjeka	mm <sup>2</sup>
<b>C<sub>10</sub></b>	parametar koji opisuje krutost i volumni udio elastina	MPa
<b>D</b>	parametar koji opisuje stlačivost materijala	MPa <sup>-1</sup>
<b>F</b>	sila	N

$J$	volumenski omjer	—
$K$	volumni modul	MPa
$k_1$	parametar koji opisuje krutost i volumni udio kolagena	MPa
$k_2$	parametar koji opisuje krutost i volumni udio kolagena	—
$p$	tlak	MPa
$r_{unutarne}, r_1, r_u$	unutarnji polumjer cijevi	mm
$r_{vanjsko}, r_2, r_v$	vanjski polumjer cijevi	mm
$T$	vremenski period	godine
$t$	vrijeme	s

### Grčke oznake

$\sigma$	Cauchyjev tenzor naprezanja	MPa
$\gamma$	kut otklona kolagenskog vlakna od cirkularne osi	°
$\kappa$	parametar disperzije kolagenih vlakana	—
$\lambda$	izduženje	—
$\lambda_\theta$	izduženje s obzirom na cirkularnu os	—
$\lambda_r$	izduženje s obzirom na radijalnu os	—
$\lambda_z$	izduženje s obzirom na aksijalnu os	—
$\sigma$	pravo naprezanje	MPa
$\sigma_0$	tehničko naprezanje	MPa
$\sigma_\phi$	cirkularno naprezanje	MPa
$\sigma_{max}$	maksimalno ekvivalentno naprezanje	MPa
$\sigma_r$	radijalno naprezanje	MPa
$\sigma_z$	aksijalno naprezanje	MPa

## Sažetak

Aneurizma abdominalne aorte lokalizirano je proširenje abdominalne aorte i bolest je koja se razvija tijekom razdoblja od nekoliko desetaka godina, a česta komplikacija bolesti je ruptura aneurizme. Liječenje aneurizme svodi se na operativni zahvat, koji se preporuča ukoliko je maksimalni promjer aneurizme veći od 5-5,5 cm ili ako aneurizma raste brže od 1 cm/god. Operativni zahvata nosi sa sobom određene rizike, naročito jer je aneurizma bolest koja pretežno zahvaća stariji dio populacije. Tijek bolesti može se pratiti CT uređajem ili ultrazvukom, a u sklopu ovog rada nastoji se iz tako dobivenih snimaka, odnosno pripadne geometrije, koristeći metodu konačnih elemenata, analizirati raspodjelu naprezanja na stijenci aneurizme za pojedinog pacijenta. Analiza se provodi koristeći dva različita materijalna modela implementirana unutar programskog paketa *Abaqus*—izotropni Neo-Hooke model i anizotropni Holzapfel-Gasser-Ogdenov model. Za anizotropan Holzapfel-Gasser-Ogdenov model definiraju se orijentacije kolagenih vlakana za pojedini segment geometrije. Tako dobiveni rezultati uspoređuju se s izotropnim Neo-Hooke modelom. Na temelju provedenih analiza procjenjuju se kritična mjesta na kojima bi moglo doći do rupture te se ispituje povećanje volumena aneurizme kao mogući operativni kriterij. Također, analiziraju se naprezanja na aneurizmi uzrokovana povišenim krvnim tlakom, što je jedan od značajnih čimbenika koji mogu uzrokovati rupturu.

Ključne riječi: aneurizma abdominalne aorte, metoda konačnih elemenata, geometrija svojstvena pacijentu, anizotropija, *Abaqus*

# Summary

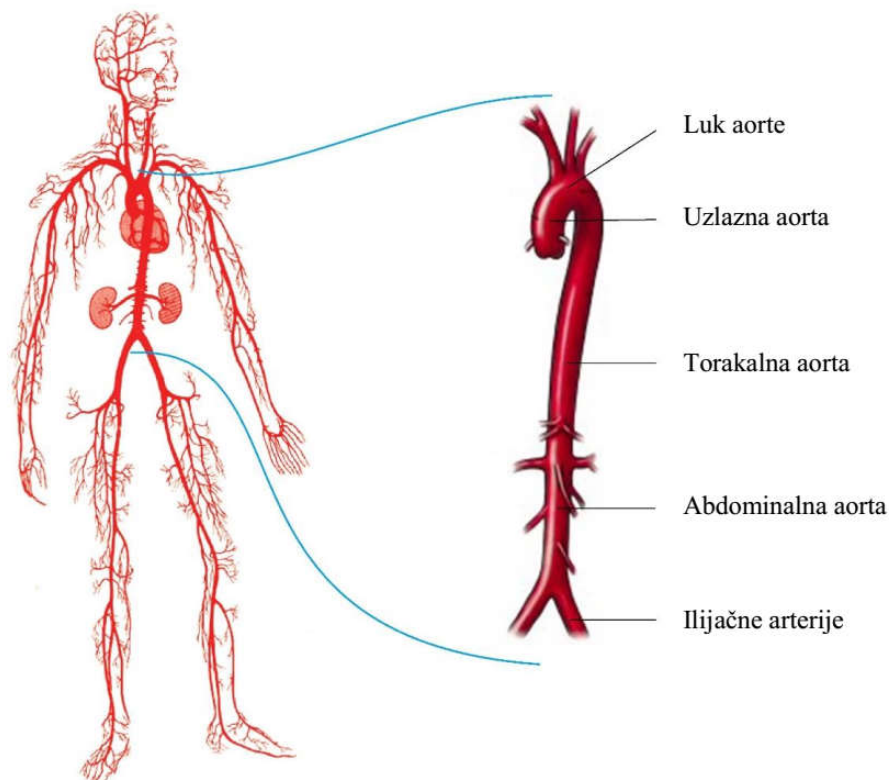
Abdominal aortic aneurysm is localized dilatation of abdominal aorta. It expands over several decades but ruptures abruptly when wall stress exceeds wall strength. Aneurysms can be treated only surgically. Surgical treatment is recommended in cases when the maximal diameter of aneurysm is greater than 5-5.5 cm or the aneurysmal expansion rate is greater than 1 centimeter per year. Considering that the disease mostly affects the elderly surgery introduces its own risks. In the case surgery is not necessary progress of the disease can be monitored by a CT scanner or an ultrasound machine. In the context of this thesis stress distribution is analyzed on the 3D geometry generated from CT scans of a patient with 5 follow-ups. For the calculation of stresses finite element method is used. Two material models implemented in *Abaqus* (isotropic Neo-Hooke and anisotropic Holzapfel-Gasser-Ogden model ) have been applied for this analysis. For the Holzapfel-Gasser-Ogden model orientation of the collagen fibers is defined for separate partitions of geometry. Results of anisotropic analysis are then compared with the results obtained using Neo-Hooke model. Based on those analyses the expected locations of rupture are assessed. Furthermore, stress analysis of abdominal aortic aneurism is conducted for multiple cases of elevated blood pressure, which is identified as one of the considerable factors causing an aneurysm rupture.

Key words: abdominal aortic aneurism, finite element method, patient-specific geometry, anisotropy, *Abaqus*

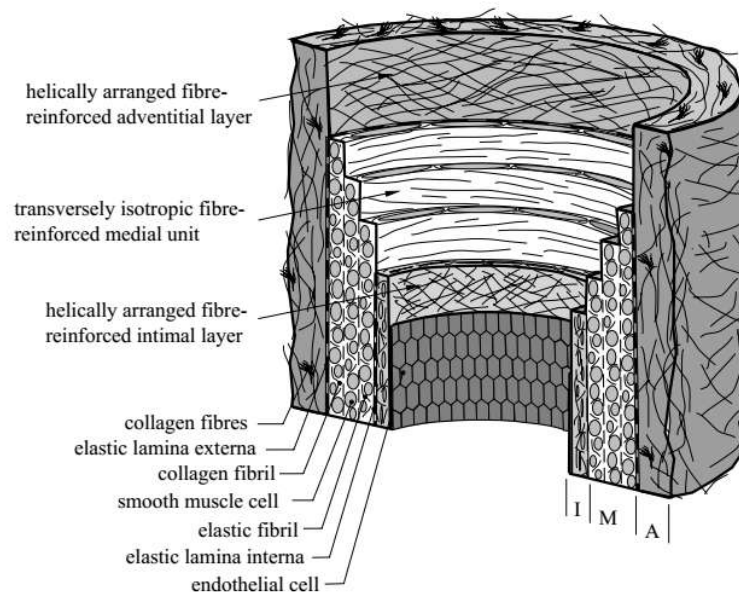
# 1. Uvod

## 1.1 Krvožilni sustav

Krvožilni (kardiovaskularni) sustav (prikazan na slici 1.1 lijevo) omogućuje cirkulaciju krvi u ljudskom tijelu, koja dovodi hranjive tvari i kisik do tkiva te odvodi ugljikov dioksid i druge štetne tvari. Sustav čine srce, krvne žile (arterije, vene i kapilare) i prosječno oko 5 litara krvi. Arterije odvođe krv bogatu kisikom od srca prema ostatku tijela, pod visokim tlakom ostvarenim uslijed kontrakcije srčanog mišića [18]. Aorta je najveća arterija u sustavu koja se može podijeliti na uzlaznu aortu, luk aorte i silaznu aortu, pri čemu se silazna aorta dodatno može podijeliti na torakalnu (prsnu) aortu i abdominalnu (trbušnu) aortu. Abdominalna aorta završava raščvanjem na dvije ilijačne arterije.



Slika 1.1: Arterijski krvožilni sustav (lijevo) i dijelovi aorte (desno) [14]



Slika 1.2: Idealizirani presjek zdrave elastične arterije s označenim glavnim konstituentima [9]

## 1.2 Struktura stijenke aorte

S obzirom na histologiju, arterije se ugrubo mogu podijeliti na dva tipa: elastične i mišićne. Elastične arterije relativno su velikog promjera i nalaze se bliže srcu, dok se mišićne arterije uglavnom nalaze periferno [9]. Aorta spada u skupinu elastičnih arterija. Stijenka zdrave elastične arterije, pa tako i aorte, sastoji se od tri glavna sloja: intime (unutarnjeg sloja), medije (srednjeg sloja) i adventicije (vanjskog sloja), kao što je prikazano na slici 1.2. Svaki od slojeva karakterizira različiti udio glavnih konstituenata – kolagena, elastina i glatkih mišićnih stanica.

Tablica 1.1: Tablični prikaz prosječnog volumnog udjela [%] glavnih konstituenata po slojevima arterije (za staru arteriju) [14]

	Volumni udio	Elastin	Kolagen	SMC
<b>Intima</b>	16	0	100	0
<b>Medija</b>	52	37	19	44
<b>Adventicija</b>	32	25	75	0
<b>Ukupno</b>	100	27	50	23

Iz tablice 1.1 vidljivo je da intima sadrži samo kolagen, a glatke mišićne stanice nalaze se jedino u mediji. Kolagen i mišićne stanice se neprestano proizvode i odumiru, s

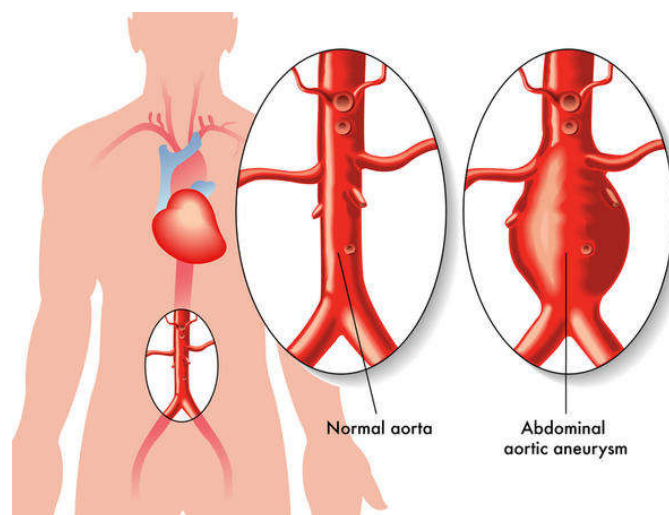


vremenom poluraspada kolagena od 15-90 dana (u krvožilnom sustavu). Za razliku od kolagena i mišićnih stanica elastin se nakon rođenja ne stvara te je njegov gubitak ireverzibilan. Tijekom starenja zdrave aorte elastin se jednoliko gubi (s vremenom poluraspada od otprilike 40 godina) te se uslijed promjene strukture stijenke aorta postepeno širi (brzinom od 0.07 mm/godinje) [6]. U slučaju da se elastin lokalno ubrzano razgrađuje, dolazi do znatnog nepovratnog proširenja tog dijela aorte, koje se u određenim slučajevima naziva aneurizma.

### 1.3 Aneurizma abdominalne aorte

Aneurizma abdominalne aorte (AAA) lokalizirano je proširenje abdominalne aorte. Javlja se ispod bubrežnih arterija (infrarenalno) u otprilike 95% bolesnika. Samo 4 do 5% AAA nalazi se iznad bubrežnih arterija. Do 70% AAA proteže se i na jednu ili obje ilijačne arterije [23].

AAA se uobičajeno definira kao proširenje aorte promjera većeg od 3 cm ili proširenje od 50% s obzirom na promjer zdravog dijela aorte. Uobičajen slijed događaja je da nakon otkrivanja AAA ona postepeno raste i shodno tome povećava se i rizik od rupture.



Slika 1.3: Usporedni prikaz zdrave aorte i aorte s AAA [16]

Pojava aneurizme učestalija je kod muškaraca, dok je vjerojatnost rupture veća kod žena. Osim ženskog spola, u rizične faktore za rupturu spadaju i starosna dob, pušenje i povećani krvni tlak. Istraživanja pokazuju da 4-8% muškaraca u dobi 65-80 godina starosti imaju aneurizmu abdominalne aorte. Rupture AAA čine 1-2% uzroka smrti, što ih čini četrnaestim najčešćim uzrokom smrti u SAD-u, a desetim kod muškaraca. U posljednja

dva desetljeća broj slučajeva aneurizmi u svijetu se znatno povećao, djelomično zbog sve većeg broja aneurizmi uslijed duže životne dobi i starenja stanovništva te povećanog broja pušača, a djelomično zbog napretka dijagnostičkih uređaja [23].

Proučavanje rasta AAA zahtjevno je iz više razloga. Rast je često nekontinuiran i nelinearan (odnosno periodi rasta i stabilizacije se izmjenjuju), a dio podataka se izgubi tijekom mjerenja. Nedavna analiza kliničkih podataka otkrila je da je prosječan rast aneurizme od 2,21 mm/godišnje neovisan o starosti i spolu. Pri tome je brzina rasta veća kod pušača (za 0,35 mm/godišnje) i niža kod oboljelih od dijabetesa (za 0,51 mm/godišnje) [23].

Najbolji način otkrivanja AAA je ultrazvučno nakon čega se na isti način nastavljaju pratiti asimptomatične AAA za koje se ne smatra nužnim provesti operativni zahvat. Računalna tomografija (*computed tomography*, CT) pruža točnije podatke o veličini aneurizme i dio je standardne preoperativne procedure.

U praksi se smatra da za manje promjere aorte rizik od operacije nadjačava rizik od rupture. Najveći broj pacijenata s rupturom AAA ne preživi dovoljno dugo da dođu do bolnice. Dugoročno, pacijenti koji prežive samu operaciju i postoperativno razdoblje od 30 dana (smrtnost u ovom razdoblju je 5-8% za elektivne, 10-20% za hitne simptomatske operacije i 50% za rupturirane AAA) ne pokazuju značajnije odstupanje stope smrtnosti od ostatak populacije [23].

Liječenje AAA svodi se na operativni zahvat, a trenutno su jedini kriteriji, na temelju kojih se odlučuje o provođenju zahvata, maksimalni promjer veći od 5-5,5 cm ili brzina rasta veća od 1 cm godišnje. Taj je podatak poznat jedino ako postoji više uzastopnih mjerenja pomoću kojih bi se utvrdila brzina rasta. Iako je rizik od rupture zasigurno povezan s veličinom aneurizme, korištenje samo tog pokazatelja može dovesti do nepotrebnih operativnih zahvata u slučaju velikih i stabilnih aneurizmi, ali isto tako može i isključiti neke potrebne (aneurizme promjera manjeg od 5 cm kod kojih je došlo do rupture). Kako se aneurizme obično javljaju kod osoba starije životne dobi, rizik od operacije često je veći od rizika rupture same aneurizme pa je u svakom slučaju poželjno izbjeći nepotrebne operativne zahvate.

### 1.3.1 Hipertenzija

Stanje kronično povišenog arterijskog krvnog tlaka naziva se hipertenzija. U preko 95% slučajeva, nije poznat točan uzrok hipertenzije. Povišeni krvni tlak koji djeluje s unutrašnje strane AAA uzrokuje povišeno naprezanje na stijenci te se hipertenzija smatra

značajnim čimbenikom koji može uzrokovati rupturu AAA [11]. Podjela hipertenzije na stadije, ovisno o iznosu tlaka vidljiva je u tablici 1.2.

Tablica 1.2: Stadiji hipertenzije

Klasifikacija	Sistolički tlak		Dijastolički tlak	
	mmHg	kPa	mmHg	kPa
Normalne vrijednosti	90-119	12-15,9	60-79	8,0-10,5
Predhipertenzija	120-139	16,0-18,5	80-89	10,7-11,9
Hipertenzija stadija 1	140-159	18,7-21,2	90-99	12,0-13,2
Hipertenzija stadija 2	$\geq 160$	$\geq 21,3$	$\geq 100$	$\geq 13,3$

## 1.4 Cilj rada

Za dobivenu geometriju AAA potrebno je provesti analizu metodom konačnih elemenata koristeći zadani materijalni model dostupan u programskom paketu. Iz rezultata analize potrebno je identificirati kritična mjesta na kojima bi moglo doći do rupture stijenke. Geometrija je generirana na temelju CT snimki jednog pacijenta čiji je razvoj bolesti praćen kroz više godina, što omogućuje usporedbu stanja naprežanja u aneurizmi tijekom njenog rasta. Kao kriterij za operativni zahvat uobičajeno se koriste najveći promjer te brzina rasta između dva pregleda. Potrebno je analizirati promjenu naprežanja s povećanjem volumena aneurizme te procijeniti povećava li se opasnost od rupture stijenke s povećanjem volumena aneurizme. Na temelju provedene analize potrebno je odrediti potencijalna kritična mjesta na kojima može doći do rupture stijenke. Dodatno je potrebno analizirati promjenu naprežanja na stijenci s povećanjem krvnog tlaka, što se smatra bitnim čimbenikom koji može dovesti do rupture stijenke.

## 2. Konstitutivni model aorte

Do rupture AAA dolazi u trenutku naprezanje u stijenci aorte nadvisi njezinu čvrstoću. Stoga, biomehanički gledano, dva su glavna čimbenika koji utječu na rupturu aneurizme – naprezanje u stijenci i čvrstoća stijenke. Shodno tome, može se zaključiti da se rizik od rupture AAA povećava smanjenjem čvrstoće stijenke i povećanjem naprezanja u stijenci. Stoga ne čudi da je izračun naprezanja u stijenci detaljno razmatran u literaturi. Za tu svrhu česta je primjena metode konačnih elemenata.

Analiza naprezanja primjenom metode konačnih elemenata zahtjeva određivanje točnih konstitutivnih relacija koje opisuju materijal, odnosno u ovom slučaju aneurizmatičnu stijenku aorte. Prilikom prvih analiza metodom konačnih elemenata pretpostavljeno je da se stijenka aorte ponaša linearno elastično i izotropno te su se za definiranje materijala mogli primijeniti samo Youngov modul i Poissonov faktor [24]. Takva pretpostavka primjerena je za inženjersku analizu pri kojoj se materijal ponaša linearno elastično, a podvrgnut je malim deformacijama, dok se za slučajeve velikih deformacija moraju pronaći novi konstitutivni modeli. Stijenka AAA podložna je velikim deformacijama *in-vivo* [11] te primjena relacija za male deformacije prilikom analize konačnim elementima dovodi do značajne pogreške. Raghavan *et al.* [19] prvi su razvili konstitutivne relacije koje vrijede za velike deformacije stijenke AAA.

Poznato je da gotovo svi biološki materijali pokazuju određenu količinu anizotropije, a Vande Geest *et al.* [10] pokazali su da je modeliranje anizotropnog ponašanje stijenke aorte neizbježno prilikom izvođenja relevantnog konstitutivnog modela.

Prvi geometrijski modeli aneurizme, namijenjeni za analizu konačnim elementima, opisivani jednostavnim geometrijama (npr. sferna). Kasniji radovi pokazali su da je kompleksna geometrija (koja npr. sadrži lokalne zakrivljenosti) bitan čimbenik pri određivanju najvećeg maksimalnog naprezanja unutar stijenke aneurizme. Simulacije aneurizme abdominalne aorte primjenom idealizirane asimetrične geometrije prethodno su analizirane u literaturi [11]. Raghavan *et al.* [20] prvi su upotrijebili geometriju dobivenu uz pomoć CT snimaka za analizu naprezanja. Gotovo sva dosadašnja istraživanja pretpostavljaju jednoliku debljinu stijenke (1,5-2 mm) iako se to suprotstavlja postojećim histološkim podacima [15].

U ovom radu koristit će se dva različita materijalna modela, koji u obzir uzimaju velike deformacije, te će se primjeniti na geometriji aorte s promjenjivom debljinom stijenke, dobivenoj korištenjem CT snimki pojedinog pacijenta. Prvo se primjenjuje jednostavniji izotropni Neo-Hooke model, a zatim kompleksniji anizotropni Holzapfel-Gasser-Ogdenov model. Analiza se provodi uz pomoć programskog paketa *Abaqus 6.14*, korištenjem Holzapfel-Gasser-Ogdenovog modela, detaljnije opisanog u Gasser et al. 2006 [9], a razvijenog primjenom principa mehanike kontinuuma. Osnovne relacije mehanike kontinuuma su objašnjene u sljedećem poglavlju.

## 2.1 Mehanika kontinuuma

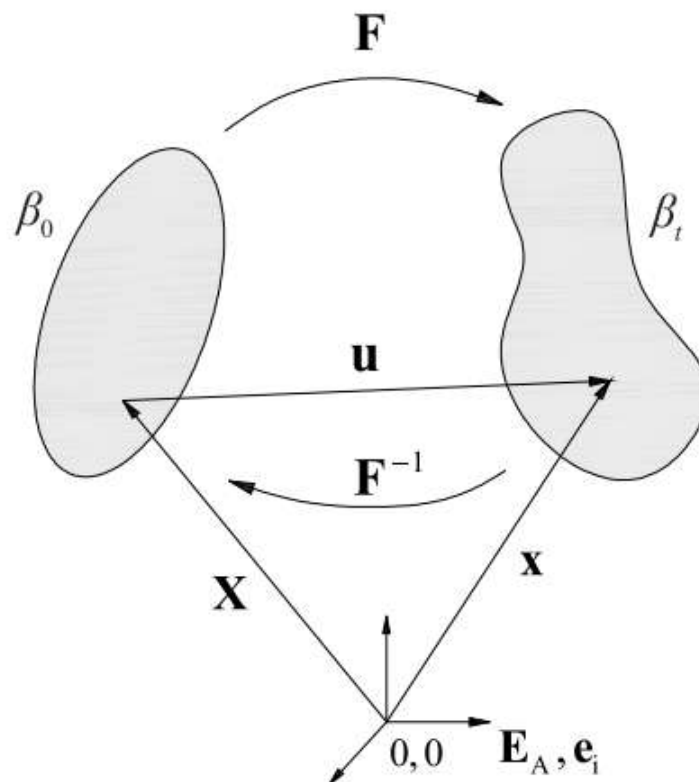
Mehanika kontinuuma dio je mehanike koji proučava makroskopsko gibanje čvrstih, tekućih i plinovitih tijela. Ne razmatra diskretnu, atomsku strukturu tvari nego uvodi pojam neprekidne sredine ili materijalnog kontinuuma. Prema tom pristupu pretpostavlja se da tvar neprekidno i potpuno ispunjava prostor koji zauzima tijelo. Mehanika kontinuuma radi s fizikalnim veličinama koje ne ovise o izboru koordinatnog sustava, ali koje se najlakše opisuju pomoću komponenata u određenom koordinatnom sustavu. Zakoni mehanike kontinuuma opisuju se tenzorskim jednadžbama koje vrijede u svim koordinatnim sustavima [2].

Mehanika kontinuuma omogućava objašnjavanje raznih fizikalnih pojava bez detaljnog uvida u njihovu složenu unutarnju mikrostrukturu. Riječ je zapravo o aproksimaciji, pri kojoj je velik broj čestica sveden na konačan broj strukturnih dijelova. Ti dijelovi predstavljaju uprosječene vrijednosti, unutar dimenzija koje su dovoljno male da zabilježe velike gradijente i da odražavaju dio mikrostrukturnih efekata. Rezultati dobiveni na takav način nisu egzaktni, ali su dovoljno točni za inženjerske potrebe [12]. Mehanika kontinuuma sastoji se od općeg dijela u kojemu se uvode zajednički pojmovi i definicije te se izvode zakoni koji vrijede za sve vrste materijala, odnosno kontinuuma. Taj opći dio se obično dijeli na tri dijela [12]:

- nauka o gibanju i deformaciji (kinematika kontinuuma)
- naprezanja u kontinuumu (koncept naprezanja)
- matematički opis temeljnih fizikalnih principa kao što su: zakon održanja mase, zakon količine gibanja, zakon momenta količine gibanja, prvi i drugi zakon termodinamike te princip virtualnih radova.

### 2.1.1 Kinematika kontinuuma

Kinematika je dio mehanike koji proučava gibanje tijela ne vodeći računa o uzrocima tog gibanja. U kontekstu mehanike kontinuuma, kinematika ne razmatra samo gibanje tijela u vidu brzine i akceleracije gibanja njegovih čestica, već razmatra i kako se položaj čestica u tijelu mijenja u odnosu na referentnu konfiguraciju. Pri tome čestica označava ininitezimalno malen element tijela obujma  $dV$  i mase  $dm$ . Tijelo je definirano kao skup čestica, a konfiguracija tijela označava položaj svih čestica u tijelu za određeni trenutak. Iako je u većini slučajeva za referentnu konfiguraciju uzeta neopterećena i



Slika 2.1: Shematski prikaz tijela u trenutnoj i referentnoj konfiguraciji [14]

nedeformirana konfiguracija, u slučaju analize arterije za referentnu konfiguraciju se uzima *in vivo* konfiguracija koja je opterećena unutarnjim tlakom krvi. Kao što je prikazano na 2.1, vektori položaja u referentnoj i trenutnoj  $\mathbf{X}$  i  $\mathbf{x}$  obično se definiraju u zasebnim koordinatnim sustavima,  $O, \mathbf{E}_A$  i  $o, \mathbf{e}_i$ . Prema tome vektori položaja mogu se zapisati kao:

$$\mathbf{X} = X_A \mathbf{E}_A, \quad (2.1)$$

$$\mathbf{x} = x_i \mathbf{e}_i, \quad (2.2)$$

gdje se zbrajanje provodi po indeksima  $A = 1, 2, 3$  i  $i = 1, 2, 3$ . Bez gubitka općenitosti uzima se da se ishodišta koordinatnih sustava poklapaju.

Postoji više pristupa kinematike kontinuuma, a dva najznačajnija su: Lagrangeov pristup – koji prati gibanje jedne čestice i opisuje ga u referentnoj konfiguraciji preko varijabli  $(\mathbf{X}, t)$  i Eulerov pristup – koji promatra određeni dio prostora i gleda kako čestice prolaze kroz taj prostor, a gibanje opisuje preko varijabli  $(\mathbf{x}, t)$ . Lagrangeov je pristup koristi se prije svega kod elastičnih tijela, a Eulerov kod fluida. Kako se ovdje fokusiramo na kvazi-elastično ponašanje mekih bioloških tkiva koristit će se Lagrangeov pristup. Položaj čestice u trenutku je zadan kao

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t), \quad (2.3)$$

a pomak kao

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{X}. \quad (2.4)$$

Deformiranje materijalnog tijela može se opisati pomoću četiri vrste tenzora: tenzora gradijenta deformiranja, tenzora gradijenta pomaka, tenzora deformiranosti i tenzora deformacije.

### Materijalni tenzor gradijenta deformiranja

Konfiguracija  $\beta$  u trenutku  $t$  deformirana je s obzirom na referentnu konfiguraciju  $\beta_0$ . Točke, linije, površine i obujmi u referentnoj konfiguraciji transformiraju se u trenutnu konfiguraciju. Osnova kinematičke analize je određivanje odnosa geometrijskih elemenata u referentnoj i trenutnoj konfiguraciji.

Tenzor gradijenta deformiranja  $\mathbf{F}$  je vrlo bitna veličina u nelinearnoj mehanici kontinuuma jer predstavlja linearni operator koji povezuje diferencijalni element linije  $d\mathbf{X}$  u referentnoj konfiguraciji s diferencijalnim elementom  $d\mathbf{x}$  u trenutnoj konfiguraciji. Ta se veza može zapisati kao:

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F}d\mathbf{X}. \quad (2.5)$$

Kako se može zapisati relacija

$$d\mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} d\mathbf{X}, \quad (2.6)$$

gradijent deformiranja u Kartezijevom sustavu jednak je

$$\mathbf{F} = \frac{\partial x_i}{\partial X_A}. \quad (2.7)$$

Ako se gornji izraz raspiše po  $A = 1, 2, 3$  i  $i = 1, 2, 3$  dobiva se izraz:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

U cilindričnim koordinatama, koje se koriste u opisivanju kinematike arterije, gradijent deformiranja glasi

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial R} & \frac{1}{R} \frac{\partial r}{\partial \Theta} & \frac{\partial r}{\partial Z} \\ r \frac{\partial R}{\partial R} & r \frac{\partial \Theta}{\partial \Theta} & r \frac{\partial Z}{\partial Z} \\ \frac{\partial z}{\partial R} & \frac{1}{R} \frac{\partial z}{\partial \Theta} & \frac{\partial z}{\partial Z} \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Gradijent deformiranja je takozvani *two-point* tenzor jer je zadan u dva koordinatna sustava, tj. povezuje referentnu konfiguraciju i trenutnu konfiguraciju.

### Tenzori deformiranosti

Tenzori deformiranosti povezuju kvadrat diferencijalnog elementa materijalne duljine u trenutnoj konfiguraciji  $(ds)^2$  s kvadratom diferencijalnog elementa u referentnoj konfiguraciji  $(ds_0)^2$ . Definirani su desni Cauchy-Greenov tenzor deformiranosti koji se računa kao

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (2.10)$$

i lijevi Cauchy-Greenov tenzor deformiranosti koji je jednak

$$\mathbf{b} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T. \quad (2.11)$$

$\mathbf{C}$  i  $\mathbf{b}$  su simetrični tenzori koji su neovisni o gibanju krutog tijela pri čemu se  $\mathbf{C}$  odnosi na referentnu konfiguraciju  $\beta_0$ , a  $\mathbf{b}$  na trenutnu konfiguraciju  $\beta$ .

### Tenzori deformacije

Tenzori deformacije definirani su kao razlika kvadrata duljine elementarne dužine u trenutnoj i referentnoj konfiguraciji:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (2.12)$$

je Greenov ili Lagrangeov, a

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^{-1}) \quad (2.13)$$



Almansijev ili Eulerov tenzor deformacije. Ako se tenzor deformiranosti  $\mathbf{C}$  projicira u smjeru jediničnog vektora  $\mathbf{M}$  dobije se kvadrat izduženja  $\lambda$  koji je jednak

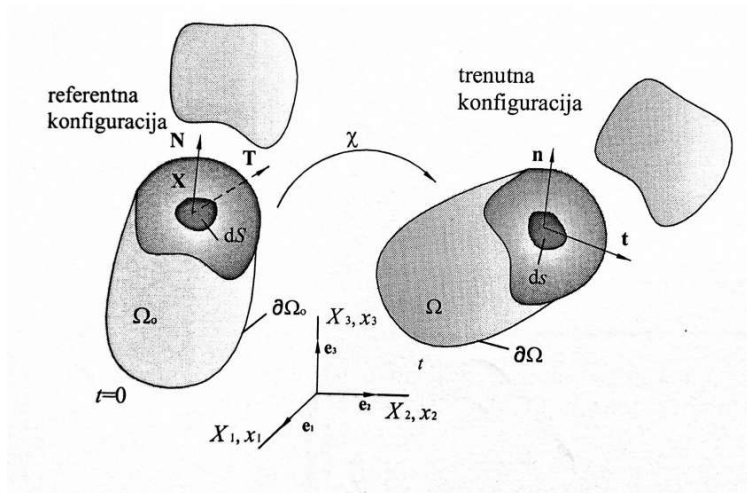
$$\lambda^2 = \mathbf{MCM} = \mathbf{MF}^T\mathbf{FM}. \quad (2.14)$$

Ova relacija često je korištena u analizi arterija jer omogućuje izračunavanje izduženja vlakna za poznati gradijent deformiranja  $\mathbf{C}$  i smjer vlakna  $\mathbf{M}$ .

## 2.1.2 Tenzori naprezanja

U prethodnom odjeljku razmatrane su osnovne relacije kinematike kontinuuma prilikom gibanja i deformiranja materijalnog tijela. Kao posljedica javljaju se međudjelovanja susjednih materijalnih točaka unutar tijela koje utječe na pojavu naprezanja. U mehanici kontinuuma definirano je nekoliko tenzora koji opisuju naprezanje, a definirati će se samo oni relevantni za numeričko modeliranje arterija.

### Cauchyjev tenzor i prvi Piola-Kirchhoffov tenzor naprezanja



Slika 2.2: Materijalno tijelo u referentnoj i trenutnoj konfiguraciji s naznačenim vektorima naprezanja

Na slici 2.2 prikazano je materijalno tijelo koje u vremenu  $t$  zauzima prostor  $\Omega$  i ima rubnu plohu  $\partial\Omega$ . Na to tijelo djeluju površinske i obujamne sile koje uzrokuju gibanje i deformiranje tijela. Ako se to tijelo podijeli na dva dijela, moraju na presječnim površinama djelovati sile kako bi se ti dijelovi nastavili gibati i deformirati na isti način kao prije podjele. Na presjeku tijela u trenutnoj konfiguraciji postoji elementarna ploština  $ds$  čija se orijentacija u prostoru može opisati jediničnim vektorom  $\mathbf{n}$ .

Dio ukupne sile koja djeluje na presječnim plohama, a odnosi se na elementarnu ploštinu  $ds$  označava se s  $d\mathbf{f}$ . U trenutku  $t = 0$  tijelo je zauzimalo prostor  $\Omega_0$  i imalo rubnu plohu

$\partial\Omega_0$ . U referentnoj konfiguraciji na presječnoj plohi postoji elementarna ploština  $dS$  s pripadajućim jediničnim vektorom smjera  $\mathbf{N}$ . Prema Cauchyjevom postulatu za svaku elementarnu površinu vrijedi :

$$d\mathbf{f} = \mathbf{t}ds = \mathbf{T}dS, \quad (2.15)$$

gdje je  $\mathbf{t}$  Cauchyev vektor naprezanja, a  $\mathbf{T}$  je prvi Piolla -Kirchhoffov vektor naprezanja. Prema Cauchyjevu teoremu o naprezanjima postoje tenzori  $\boldsymbol{\sigma}$  i  $\mathbf{P}$  linearni s obzirom na  $\mathbf{n}$  i  $\mathbf{N}$  za koje vrijedi:

$$\mathbf{t}(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)\mathbf{n}, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{T}(\mathbf{X}, t, \mathbf{N}) = \mathbf{P}(\mathbf{X}, t)\mathbf{N}. \quad (2.17)$$

$\boldsymbol{\sigma}$  je simetričan tenzor u trenutnoj konfiguraciji nazvan Cauchyjev tenzor naprezanja, dok  $\mathbf{P}$  označava prvi Piola-Kirchhoffov tenzor naprezanja.

Prvi Piola-Kirchhoffov tenzor naprezanja je nesimetričan i u stvari dualan tenzor kojem se jedan indeks odnosi na prostorne koordinate, a drugi na materijalne koordinate. To mu je velik nedostatak jer se ne može povezati sa simetričnim tenzorom deformacije u konstitutivnim jednadžbama.  $\mathbf{P}$  je često korištena veličina kod eksperimenata jer povezuje trenutnu silu i početnu površinu. Na osnovu prethodnih jednadžbi moguće je dobiti vezu između ova dva tenzora naprezanja

$$\mathbf{P} = J\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T} \quad (2.18)$$

ili

$$\boldsymbol{\sigma} = J\mathbf{P}\mathbf{F}^T. \quad (2.19)$$

Ovdje  $J$  predstavlja Jacobijevu determinantu  $J = \det\mathbf{F}$ .

### Drugi Piola-Kirchhoffov tenzor naprezanja

Prije nego pristupimo pravoj definiciji drugog Piola-Kirchhoffova tenzora naprezanja, opisat ćemo ukratko njihov ekvivalent pri jednoosnom vlačnom testu. Ako definiramo tehničko naprezanje u pokusu rastezanja  $\sigma_0$  i pravo naprezanje  $\sigma$  pomoću izraza

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0}, \quad (2.20)$$

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad (2.21)$$

gdje je  $F$  sila u epruveti,  $A_0$  početna ploština poprečnog presjeka, a  $A$  ploština presjeka ( $A < A_0$  nakon opterećivanja).

Pri tome  $\sigma$  odgovara Cauchyjevom tenzoru naprezanja, a  $\sigma_0$  prvom Piola-Kirchhoffovu tenzoru naprezanja. Drugom Piola-Kirchhoffovu tenzoru naprezanja odgovaralo bi naprezanje  $\sigma^2$  koje je definirano izrazom:

$$\sigma^2 = \frac{F^2}{A_0}, \quad (2.22)$$

gdje je  $F^2$  sila koja se prema  $F$  odnosi na isti način na koji se  $dl_0$  odnosi prema  $dl$ . Pri tome je  $dl_0$  razmak između dviju bliskih čestica koje leže na osi epruvete u početnom, a  $dl$  u deformiranom stanju [2].

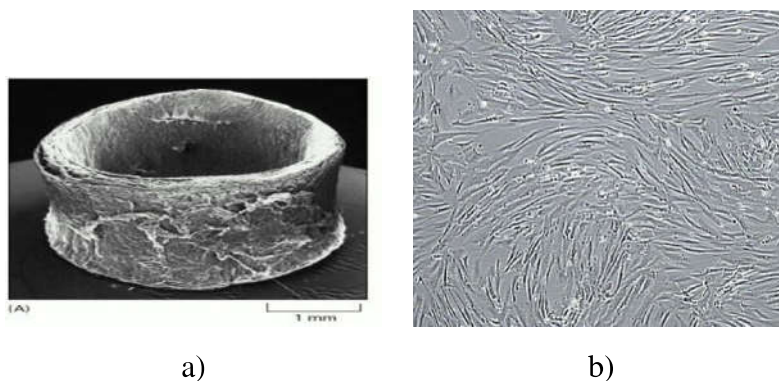
Drugi Piola-Kirchhoffov tenzor naprezanja je simetričan i u potpunosti materijalan tenzor te je kao takav pogodan za primjenu u konstitutivnim jednadžbama, a definiran je izrazom:

$$\mathbf{S} = J\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{P}. \quad (2.23)$$

## 2.2 Mehanička svojstva glavnih konstituenata

Stijenku arterije sačinjavaju tri glavna konstituenta: elastin, kolagen i mišićne stanice.

Elastin (2.3a) nastaje samo u perinatalno doba te se ne obnavlja (ne stvara se nakon rođenja), već se samo razgrađuje. Izrazito je otporan protein s vremenom poluraspada od približno 40 godina te podnosi izrazito velike deformacije — čak 120% pri jednoosnom istezanju u usporedbi s kolagenom koji podnosi oko 10%).

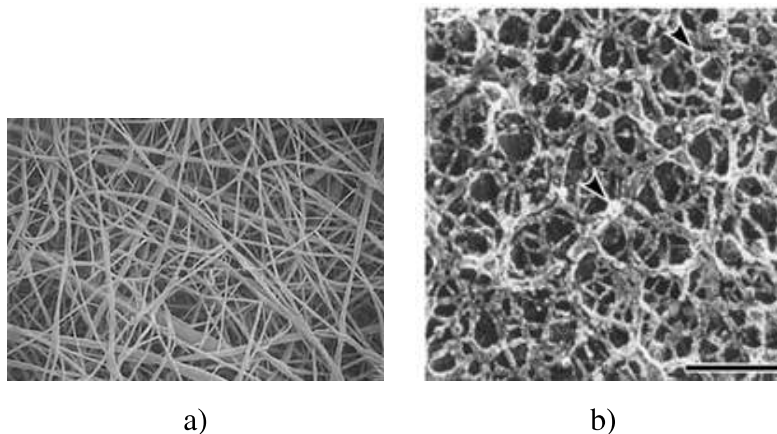


Slika 2.3: Uzorci elastina i glatkih mišićnih stanica snimljeni elektronskim mikroskopom [17]

Kolagen (2.4) kao najrasprostranjeniji protein u ljudskom tijelu čini 25% - 30% od svih proteina. Do sada je identificirano 28 vrsta kolagena, a u stijenci aorte su najzastupljenija tri tipa. Kolagen I i kolagen III su u obliku vlakana i imaju ulogu strukturne potpore kod vlačnog naprezanja. Kolagen IV je u obliku porozne mreže i daje potporu endotelnim

stanicama.

Kolagen se kontinuirano obnavlja s vremenom poluraspada u krvožilnom sustavu od 15-90 dana. Proizvodnja kolagena se povećava pri povećanom naprezanju, a razgradnja se smanjuje pri smanjenom istezanju. U slučaju da nema promjena u naprezanju i istezanju stijenke te koncentraciji aktivnih molekula, proizvodnja i razgradnja mase su ujednačeni, a aorta se nalazi u homeostatskom (ravnotežnom) stanju. Mehanički gledano, kolagen karakterizira izrazito nelinearno ponašanje.



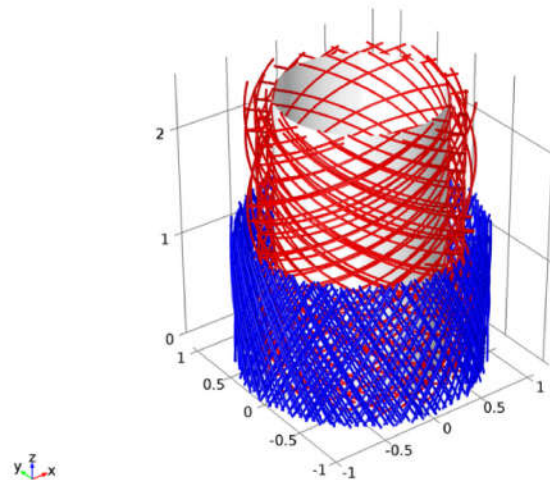
Slika 2.4: Kolagenska vlakna snimljena elektronskim mikroskopom za a) kolagen I i b) kolagen IV [17]

Za glatke mišićne stanice (2.3b) je, kao i za kolagen, karakteristično kontinuirano obnavljanje — stari kolagen i glatke mišićne stanice odumiru, a novi se proizvode. Još jedna bitna karakteristika je nelinearno ponašanje, kako pasivnog, tako i aktivnog dijela.

Stijenku aorte karakterizira anizotropnost, heterogenost (slojevita struktura), nestlačivost (70-80% je voda), rezidualna (zaostala naprezanja), nelinearna elastičnost i materijalna simetričnost. Pod materijalnom simetričnošću smatra se to da orijentacija vlakana i stanica nisu slučajne. Glatke mišićne stanice u mediji su orijentirane cirkularno, kolagen aksijalno, cirkularno i spiralno, a elastin u koncentričnim laminama.

Svaki sloj stijenke sačinjen je od elastinske matrice, koja se smatra izotropnom, te dvije familije kolagenih vlakana spiralno ovijene uzduž osi arterije i simetrično postavljene s obzirom na os (ali s različitom orijentacijom u pojedinom sloju). Kolagenska vlakna uzrok su anizotropnog mehaničkog ponašanja stijenke. Zbog anizotropnosti materijala, pri ispitivanju mehaničkih svojstava stijenke aorte potrebni su dvoosni testovi. Na slici 2.5 je vidljiv nedeformirani idealizirani model arterije s prikazanim položajem kolagenskih vlakana kakav se koristi pri izračunima. Može se uočiti različit kut između familija vlakana

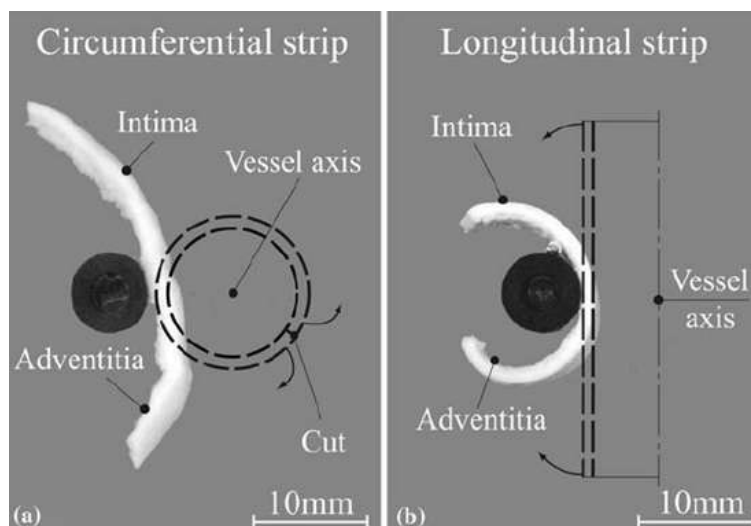
u adventiciji (plavo) i mediji (crveno).



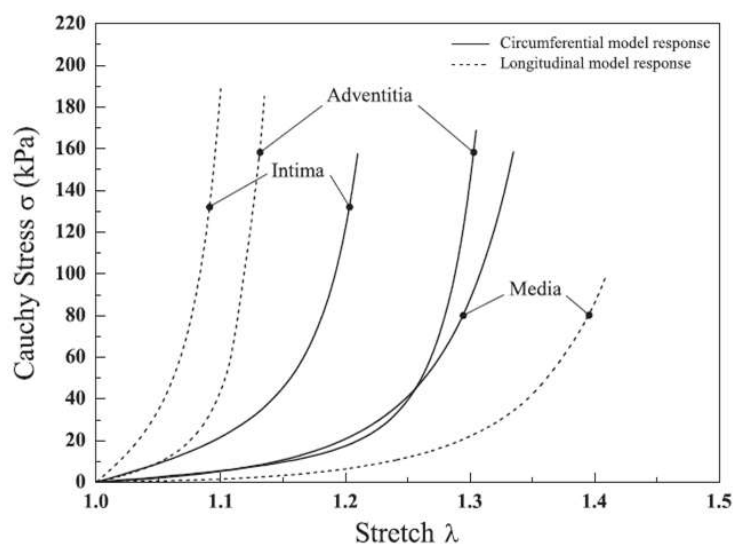
Slika 2.5: Idealizirani model s orijentacijom kolagenih vlakana unutar stijenke arterije; adventicija (plavo) i medija (crveno) [4]

Proizvedeni kolagen i glatke mišićne stanice se u tijelo ugrađuju s preddeformacijom jer zamjenjuju razgrađeni materijal koji je bio pod krvnim tlakom, odnosno koji je nosio dio naprežanja i bio deformiran. Posljedica te preddeformacije su zaostala naprežanja. Rezidualna naprežanja se očituju nakon rasterećenja aorte, odnosno kada se arterija izreže i izvadi iz tijela. Već 1900. godine je Fucks [13] primijetio da se arterija skрати nakon rasterećenja. Detaljno istraživanje o rezidualnim naprežanjima je prikazano u Holzapfel *et al.*, 2007 [8]. Oni su pokazali da postoje rezidualna naprežanja i u cirkularnom i u aksijalnom smjeru. Ako se cirkularni uzorak aorte (prsten) razreže, on će se "otvoriti" za više od 180°, kao što je prikazano na slici 2.6a. Slično, longitudinalno izrezan uzorak aorte neće ostati ravan, nego će se izviti (2.6b). U radu je također pokazano da različiti slojevi imaju različite kuteve otvaranja, što je i za očekivati jer imaju različitu stukturu.

Slojevi arterije imaju međusobno različita mehanička svojstva te posljedično i različite funkcije energije deformiranja. Svojstva prvenstveno proizlaze iz masenog udjela i rasporeda konstituenata. Specifičan raspored kolagena, elastina i mišićnih stanica u mediji odgovoran je za njezinu visoku čvrstoću. S mehaničkog stajališta, medija je najznačajniji sloj arterije što se i može uočiti sa slike 2.7, koja pokazuje mehanički odziv pojedinog arterijskog sloja u cirkularnom i aksijalnom smjeru. U adventiciji, raspored kolagena uvelike doprinosi stabilnosti i čvrstoći stijenke arterije. Sa slike 2.7 može se uočiti da intima koja se sastoji samo od kolagena ima najveću krutost, adventicija nešto manju, a medija najmanju, što odgovara činjenici da medija ima i najmanji udio kolagena.



Slika 2.6: Promjena konfiguracije cirkularnog i longitudinalnog uzorka arterije nakon izrezivanja iz stijenke [8]



Slika 2.7: Cauchyovo naprežanje u pojedinoj dijelu stijenke s obzirom na produljenje [7]

## 2.3 Anizotropni hiperelastični model

Mnogi inženjerima zanimljivi materijali pokazuju svojstvo anizotropne elastičnosti uslijed postojanja preferiranog smjera u njihovoj mikrostrukturi. Primjeri takvih materijala uključuju učestalo korištene konstrukcijske materijale (vlaknima ojačani kompoziti, ojačana guma, drvo itd.), ali i meka biološka tkiva (stijenke arterije, srčano tkivo itd.).

Kada su takvi materijali podvrgnuti malim deformacijama (manjim od 2-5%), njihovo se ponašanje često može dovoljno dobro modelirati koristeći uobičajeno anizotropnu linearnu elastičnost. No kada su u pitanju velike deformacije ovi materijali pokazuju izrazitu

anizotropiju i nelinearnu elastično ponašanje uslijed preraspodjela u mikrostruktui, kao što je promjena orijentacije vlakana prilikom deformacije. Simulacija ovakvih nelinearnih učinaka velikih deformacija zahtjeva složeniji konstitutivni model formuliran u okviru anizotropne hiperelastičnosti.

Hiperelastični materijali opisani su potencijalom deformacijske energije  $\Psi$ , kojim je određena deformacijska energija pohranjena u materijalu po jediničnom referentnom volumenu (volumen u referentnoj konfiguraciji) kao funkcija deformacije u točki u materijalu. Dvije zasebne formulacije se koriste za prikaz potencijala deformacijske energije anizotropnih hiperelastičnih materijala: utemeljena na deformaciji i utemeljena na invarijantama.

U programskom paketu Abaqus postoje dva oblika potencijala deformacijske energije kojima se može modelirati nestlačivi anizotropan materijal: poopćeni Fung-ov oblik i oblik predložen od strane Holzapfela, Gassera i Ogdena za modeliranje stijenki arterije. Oba oblika su prikladna za modeliranje mekih bioloških tkiva. Razlika se sastoji u načinu na koji su ti oblici izvedeni, pri čemu je Fung-ov oblik čisto fenomenološki dok je Holzapfel-Gasser-Ogden-ov oblik temeljen na mikromehanici [21]. U okviru ovog rada koristi se Holzapfel-Gasser-Ogdenov oblik, s 2 familije kolagenih vlakana.

### 2.3.1 Holzapfel-Gasser-Ogdenov oblik

Ovaj oblik potencijala energije deformiranja temelji se na onom predloženom u Holzapfel *et al.* (2000) [13] i Gasser *et al.* (2006) [9] za modeliranje arterijskih slojeva s usmjerenom orijentacijom vlakana. Arterija se smatra nestlačivom, što podrazumjeva  $J = 1$ .

Dvije familije kolagenih vlakana u referentnoj konfiguraciji dane su jediničnim vektorima  $\mathbf{M}_1$  i  $\mathbf{M}_2$ . Uz navedene pretpostavke, funkcija energije deformiranja može se pretpostaviti kao:

$$\Psi = \Psi(\mathbf{C}, \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2). \quad (2.24)$$

Nadalje, tu funkciju se može dekompozicijom rastaviti na volumenski doprinos  $\Psi_{vol}$  i izohorni doprinos  $\Psi_{iso}$ :

$$\Psi = \Psi_{vol}(J) + \Psi_{iso}(\bar{I}_1, \bar{I}_4, \bar{I}_6), \quad (2.25)$$

gdje  $J = \det \mathbf{F}$  označava volumenski omjer. Invarijante  $\bar{I}_1$ ,  $\bar{I}_4$  i  $\bar{I}_6$  definirane su kao:

$$\bar{I}_1 = \text{tr} \bar{\mathbf{C}}, \quad (2.26)$$

$$\bar{I}_4 = \mathbf{M}_1 \cdot \bar{\mathbf{C}} \mathbf{M}_1, \quad (2.27)$$

$$\bar{I}_6 = \mathbf{M}_2 \cdot \bar{\mathbf{C}} \mathbf{M}_2, \quad (2.28)$$

gdje je tenzor  $\bar{\mathbf{C}}$  povezan s izohornim deformacijama materijala prema:

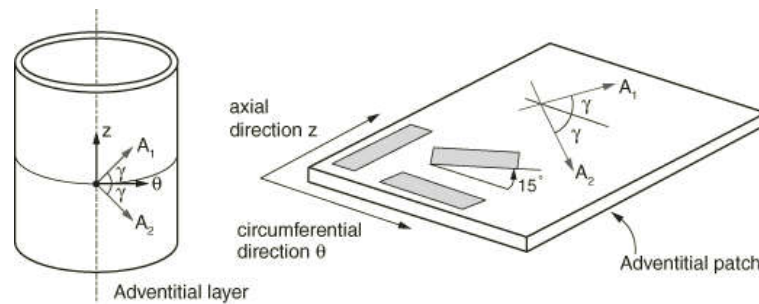
$$\bar{\mathbf{C}} = J^{-2/3} \mathbf{C}. \quad (2.29)$$

Za ovaj slučaj orijentacija vlakana tangencijalna je s obzirom na površinu tkiva (vlakna u smjeru glavne orijentacije nemaju radijalne komponente), te se tri invarijante mogu izraziti kao:

$$\bar{I}_1 = \bar{\lambda}_\theta^2 + \bar{\lambda}_z^2 + (\bar{\lambda}_\theta^2 \bar{\lambda}_z^2)^{-2}, \quad (2.30)$$

$$\bar{I}_4 = \bar{I}_6 = \bar{\lambda}_\theta^2 \cos^2 \gamma + \bar{\lambda}_z^2 \sin^2 \gamma, \quad (2.31)$$

gdje su  $\bar{\lambda}_\theta = J^{-1/3} \lambda_\theta$  i  $\bar{\lambda}_z = J^{-1/3} \lambda_z$  modificirana izduženja, dok parametar  $\gamma$  označava kut između kolagenog vlakna i cirkularne osi prema slici 2.8. U nelinearnoj biomehanici



Slika 2.8: Adventicijski sloj s 2 vlakna zarotirana za kut  $\gamma$  [21]

naprezanja i deformacije često se izražavaju uz pomoć drugog Piola-Kirchoffovog tenzora naprezanja  $\mathbf{S}$  i Green-Lagrangeova tenzora deformacija  $\mathbf{E}$ , koji su s funkcijom energije deformiranja povezani jednadžbom:

$$\mathbf{S} = \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{E}} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{C}}. \quad (2.32)$$

Sada možemo funkciju deformacijske energije pisati kao:

$$\Psi = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{D} \left( \frac{J^2 - 1}{2} - \ln J \right) + \frac{k_1}{2k_2} \sum_{\beta=1}^2 (\exp[k_2 \langle \bar{E}_\beta \rangle^2] - 1), \quad (2.33)$$

s

$$\bar{E}_1 = \kappa(\bar{I}_1 - 3) + (1 - 3\kappa)(\bar{I}_4 - 1), \quad (2.34)$$

$$\bar{E}_2 = \kappa(\bar{I}_1 - 3) + (1 - 3\kappa)(\bar{I}_6 - 1). \quad (2.35)$$

. Osnovna pretpostavka modela je da kolagena vlakna mogu podnositi samo vlačno opterećenje, jer bi pri tlačnom opterećenju došlo do izvijanja. Stoga, anizotropan doprinos se pojavljuje u funkciji deformacijske energije samo kada je deformacija vlakana pozitivna



,ili ekvivaletno , kada je  $E_i$  veće od 0. Ovaj uvjet nametnut je izrazom za  $\langle E_i \rangle$  gdje operator  $\langle \rangle$  predstavlja Macauleyve zgrade definirane kao:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{2}(\|x\| + x). \quad (2.36)$$

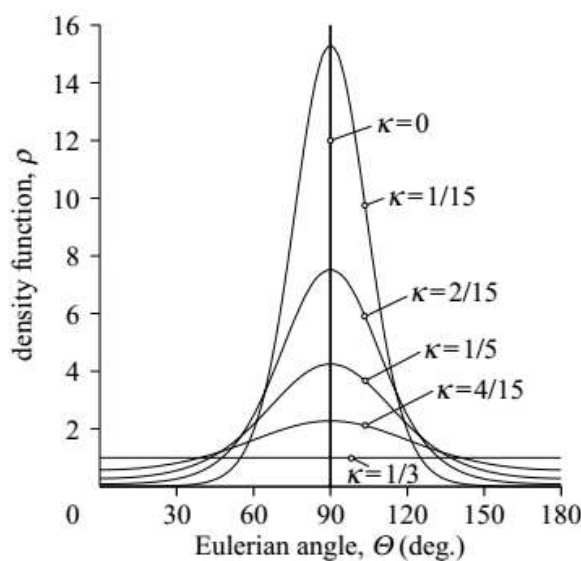
Parametar  $D$  povezane je s volumnim modulom  $K$  izrazom:

$$K = \frac{2}{D}. \quad (2.37)$$

Model pretpostavlja da su smjerovi kolagenih vlakana unutar svake familije dispergirani (s simetrijom rotacije) oko glavnog određenog smjera. Parametar  $\kappa$  određuje razinu disperzije vlakana. Ako je  $\rho(\Theta)$  funkcija gustoće orijentacije koja karakterizira raspodjelu (predstavlja normaliziran broj vlakana s orijentacijom u rasponu od  $[\Theta, \Theta + d\Theta]$  s obzirom na glavni smjer) parametar  $\kappa$  je definiran kao:

$$\kappa = \frac{1}{4} \int_0^\pi \rho(\Theta) \sin^3 \Theta d\Theta. \quad (2.38)$$

Također je pretpostavljeno da sve familije vlakana imaju jednaka mehanička svojstva i jednaku disperziju.



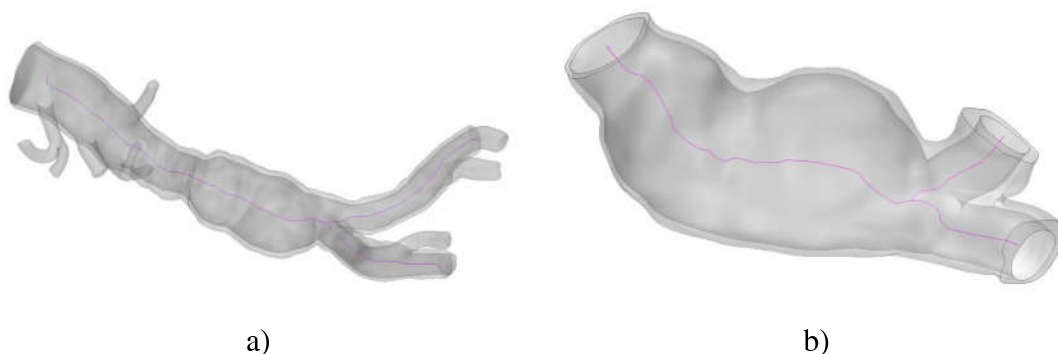
Slika 2.9: Dvodimenzijski grafički prikaz (transferzalno izotropne) distribucije kolagenih vlakana [9]

### 3. Definiranje proračunskog modela

U okviru ovog rada potrebno je analizirati naprezanja u stijenci aneurizme abdominalne aorte, što će se učini upotrebom programskog paketa *Abaqus 6.14*. Da bi se mogao riješiti bilo koji problem u okviru mehanike kontinuuma potrebne su tri osnovne vrste podataka: geometrija, materijalna svojstva i rubni uvjeti.

#### 3.1 Geometrija

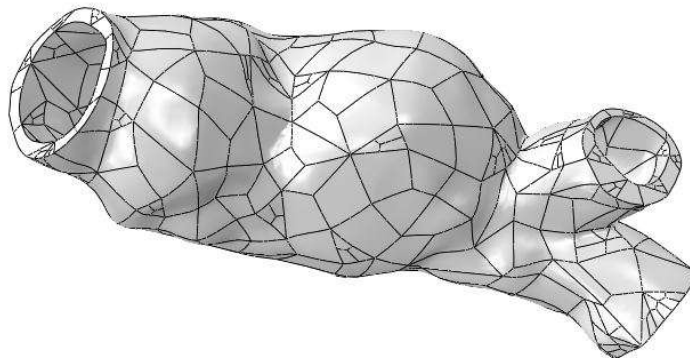
Analiza se provodi na temelju dostupnih CT snimaka pacijenta ustupljenih od istraživača sa University of Michigan, SAD. Analizira se 5 CT snimki koje su dobivene uzastopnim praćenjem jednog pacijenta kroz nekoliko godina. Radi jednostavnosti analize i uštede računalnih resursa, ne analizira se cijela aorta već samo dio zahvaćen aneurizmom. Radi izbjegavanja utjecaja nametnutih rubnih uvjeta na rezultate analize geometrijski model aneurizme zahvaća dio ilijačnih arterija te se dio zdrave abdominalne arterije. Model dobiven iz CT snimaka se presijeca s donje strane ravninama okomitim na središnje linije ilijačnih arterija, dok se s gornje strane model presijeca na zdravom dijelu aorte, ravninom okomitom na središnju liniju aorte prema slici 3.1.



Slika 3.1: Geometrijski model a) abdominalne aorte i ilijačnih arterija, b) dijela aorte na kojem se vrši analiza

Geometrijski model se u programski paket *Abaqus* učitava kao *.stp file*, pri čemu sadrži određenu količinu geometrijskih grešaka koje je prije analize potrebno ispraviti u samom *softwareu* što se čini ugrađenim funkcijama za automatsko preračunavanje neispravne geometrije, te naknadnom obradom alatom *virtual topology*. Alat *virtual topology* služi za zanemarivanje karakterističnih nerealnih dijelova geometrije koji se

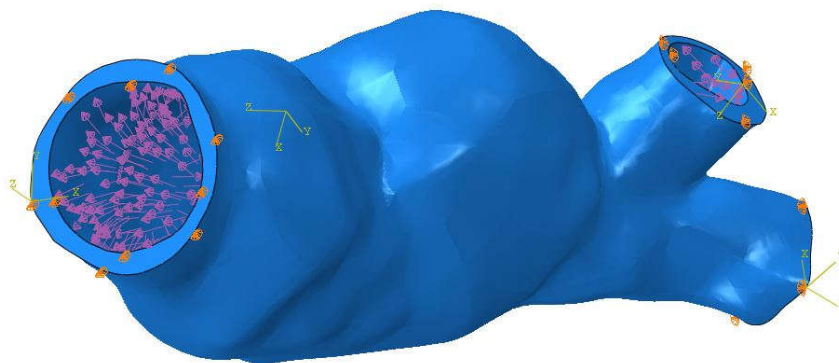
generiraju prilikom pretvorbe CT snimaka u 3D geometriju (slika 3.2 u obliku *.stl filea* te nakon toga pretvorbom tog *filea* u *.stp file* radi učitavanja geometrije u *Abaqus* (npr. dodatni bridovi), a onemogućavaju kreiranje mreže unutar programskog paketa *Abaqus*.



Slika 3.2: Geometrijski model aneurizme prije upotrebe alata *virtual topology*

## 3.2 Opterećenje i rubni uvjeti

Proksimalni i distalni krajevi ograničeni su tako da su spriječeni pomaci u aksijalnom smjeru s obzirom na lokalne koordinatne sustave. Lokalni koordinatni sustavi definirani su tako da aksijalna os bude paralelna s normalnom na ravninu u kojoj se nalazi rubna površina.



Slika 3.3: Nametnuti rubni uvjeti i opterećenje

Za potrebe analize konačnim elementima, sistolički tlak trebao bi se primjeniti na neopterećenu aortu, s prisutnom uzdužnom silom koja uzrokuje predistezanje [11]. Budući da geometrija dobivena iz CT snimki predstavlja prosjek opterećenih stanja tijekom vremena, realna potpuno neopterećena geometrija AAA za pojedinog pacijenta nije poznata. Iako nepoznavanje neopterećene geometrije uvodi grešku u rezultate analize, u radu se naglasak stavlja na promjenu naprezanja tijekom vremena te promjenu uslijed povišenja krvnog

Tablica 3.2: Svojstva materijala za Neo-Hooke i Holzapfel-Gasser-Ogden model

Parametar	$C_{10}$ [MPa]	$D$ [MPa <sup>-1</sup> ]	$k_1$ [MPa]	$k_2$ [-]	$\kappa$ [-]	$\gamma$ [°]
Neo-Hooke	0,0434	0	—	—	—	—
HGO	0,0434	0	0,1681	22	0	$\pm 45^\circ$

tlaka. Pretpostavlja se da je analizirana geometrija već opterećena krvnim tlakom uprosječenim po vremenu te se kao opterećenje nameće samo povećanje krvnog tlaka prema tablici 3.1. Time se u model uvodi greška s obzirom da se provodi nelinearna analiza te pretpostavka o linearnoj superpoziciji ne vrijedi.

Tablica 3.1: Povećanje krvnog tlaka kojim se opterećuje model u analizi

	Slučaj 1	Slučaj 2	Slučaj 3	Slučaj 4	Slučaj 5
Povećanje tlaka (mmHg)	9	18	36	54	72

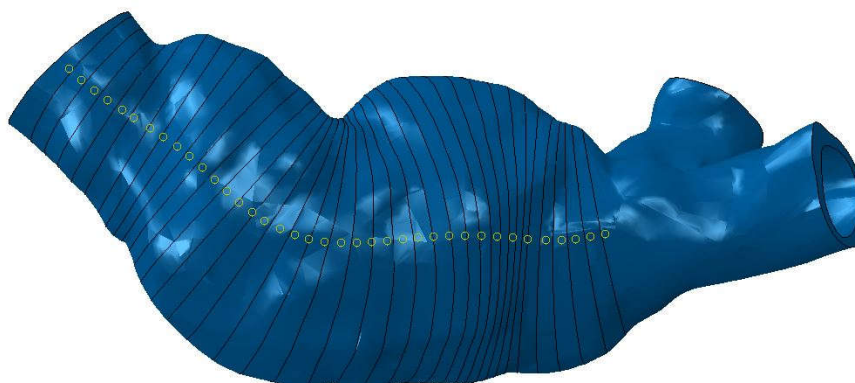
### 3.3 Svojstva materijala

Kao što je već prije navedeno, za potrebe analize koristi se anizotropni hiperelastični Holzapfel-Gasser-Ogden (HGO) model implementiran unutar programskog paketa *Abaqus*. Za definiranje modela potrebno je 6 parametara koji jednoznačno definiraju jednadžbu 2.33, od kojih se 5 unosi izravno u grafičkom sučelju programa *Abaqus* dok se orijentacija kolagenih vlakana (odnosno kut  $\gamma$  kojim je određena) unosi unutar *input filea*. Parametri modela korišteni u analizi vidljivi su u tablici 3.2. Parametar  $C_{10}$  određuje krutost elastina unutar stijenke arterije, dok parametri  $k_1$  i  $k_2$  određuju krutost kolagenih vlakana. Parametri također opisuju i volumni udio elastina i kolagena. Parametar  $D$  povezan je s volumnim modulom preko jednadžbe 2.37 i u slučaju arterije iznosi 0 jer se tkivo arterije smatra nestlačivim. Parametar  $\kappa$  definira disperziju kolagenih vlakana, pri čemu  $\kappa = 0$  označava idealno poravnata vlakna, koja ne dispergiraju oko glavnog smjera određenog parametrom  $\gamma$ .

#### 3.3.1 Orijetacija kolagenih vlakana

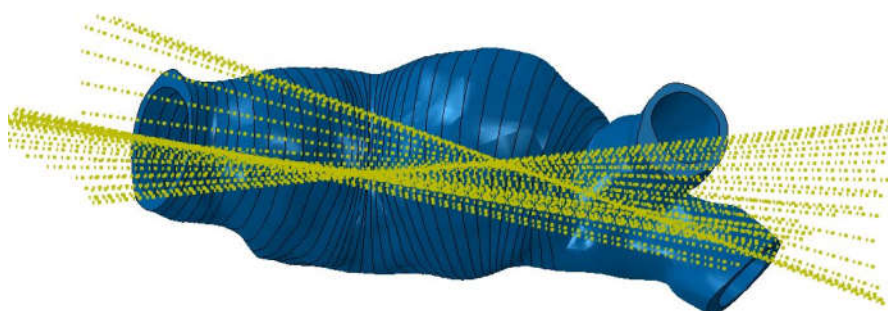
U literaturi postoji nekoliko predloženih načina definiranja orijentacije kolagenih vlakana za anizotropni materijalni model, a u ovom radu se koristi modificirani postupak predložen u [11]. Prema spomenutoj literaturi, 3D putanja središnje linije stijenke AAA općenito je dobar indikator lokalne aksijalne osi stijenke. Orijetacija se određuje na način da se složena geometrija podijeli na manje segmente.

Središnja linija dijeli se na 2 mm duge segmente, pri čemu su granice segmenata određene karakterističnim točkama prema slici 3.4.



Slika 3.4: Karakteristične točke središnje linije

Karakteristične točke određuju smjer aksijalne osi pojedinog segmenta, a sam segment dobiva se dijeljenjem početne geometrije ravninom okomitom na tu os. Aksijalne osi (odnosno normale na ravnine) za jednu geometriju vidljive su na slici 3.5.



Slika 3.5: Aksijalne osi pojedinih segmenata

Za potrebe ovog rada podijela modela na karakteristične segmente automatizirana je *Python* skriptom koja se pokreće iz programskog paketa *Abaqus*. Nakon podjele modela na segmente potrebno je, dodijeliti svakom segmentu, odnosno elementima unutar segmenta, orijentaciju kolagenih vlakana. To se čini unutar *input filea*, a primjer određivanja orijentacije dan je na slici 3.6. Za definiranje orijentacije potrebno definirati cilindrični koordinatni sustav, odnosno njegovu aksijalnu os, što se čini uz pomoć već spomenutih karakterističnih točaka. Zatim se definira glavni smjer dviju familija kolagenih vlakana na način da se zadaju duljine komponenti jediničnog vektora položaja (u našem slučaju su to duljine samo u smjeru aksijalne i cirkularne osi). Na taj način se zapravo definira kut  $\gamma$  kao kut otklona od cirkularne osi (slika 2.8). Nadalje, tako definiranu orijentaciju potrebno

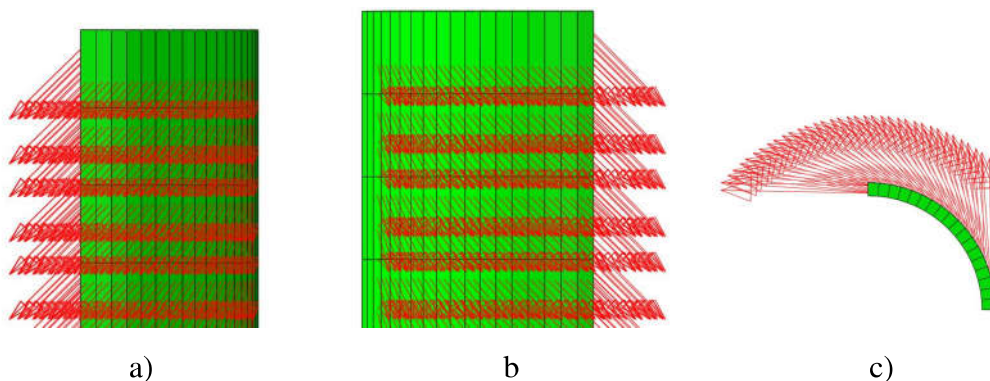
je pridodati odgovarajućem segmentu. Sam proces definiranja orijentacija u *input fileu* i dodjeljivanja orijentacija pojedinom segmentu automatiziran je *Python* skriptom.

```
*parameter
Pi = 3.141592654
gamma = 45
theta1 = gamma
c1 = cos(theta1*Pi/180)
s1 = sin(theta1*Pi/180)
theta2 = theta1-2*gamma
c2 = cos(theta2*Pi/180)
s2 = sin(theta2*Pi/180)
** Section: Section34
*orientation,SYSTEM=cylindrical,name=ori-34,local directions=2
2.8138,12.8036,-26.4661,3.028,12.8887,-27.4996
1,0
0,<c1>,<s1>
0,<c2>,<s2>

*Solid Section, elset=Set39, material=Material-1, orientation=ori-34
```

Slika 3.6: Definiranje orijentacije vlakana pomoću *input filea*

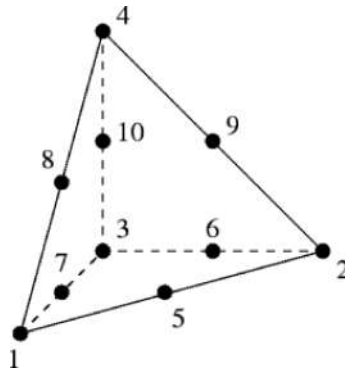
Primjer na ovaj način definiranih vektora smjera vidljiv je na slici 3.7, gdje je prikazana orijentacija vlakana koja odgovara kutu  $\gamma = \pm 45^\circ$  i to na primjeru cijevi.



Slika 3.7: Vektori smjera kolagenskih vlakana, na modelu cijevi

### 3.4 Konačni elementi

Pri analizi se koriste hibridni tetraedarski elementi drugog reda koji u programskom paketu *Abaqus* nose oznaku C3D10H. Kompleksnu geometriju, kao što je geometrija aneurizme, često je moguće diskretizirati jedino tetraedarskim elementima, a ti su elementi i često upotrebljavani u alatima za automatsko kreiranje mreže konačnih elemenata te je primjenjivan i u literaturi [25].



Slika 3.8: Tetraedarski konačni element drugog reda

### 3.4.1 Hibridni elementi

Kada se materijal ponaša nestlačivo, rješenje problema ne može se dobiti prateći samo pomake, iz razloga što je moguće da model opterećen hidrostatskim tlakom ne doživi pomak. Pri gotovo nestlačivim slučajevima (gdje je volumni modul mnogo veći od smičnog modula tj. Poissonov faktor je veći od 0,4999999) vrlo mala promjena pomaka uzrokuje izrazito veliku promjenu tlaka te je rješenje bazirano samo na pomacima previše osjetljivo za numerički račun. Singularnost takvog sustava eliminira se na način da se tlačno naprezanje smatra nezavisno interpoliranom osnovnom varijablom rješenja, povezanom s varijablom pomaka preko konstitutivnih relacija i uvjeta kompatibilnosti. Spomenuta nezavisna interpolacija temelj je hibridnih elemenata. Preciznije, to su elementi sa "mješovitom formulacijom", jer koriste kombinaciju pomaka i naprezanja s proširenim varijacijskim principom kako bi aproksimirali jednadžbe ravnoteže i uvjeta kompatibilnosti [22].

#### Validacija konačnih elemenata

Za validaciju elemenata koristi se model debelostijene čelične cijevi ( $E = 210000 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ), opterećene unutarnjim tlakom od 1 MPa. Zadane dimenzije cijevi su  $r_{unutarnji} = r_1 = 60 \text{ mm}$ ,  $r_{vanjski} = r_2 = 100 \text{ mm}$ . Naprezanja se analitički izračunavaju preko izraza koji su izvedeni u [1]:

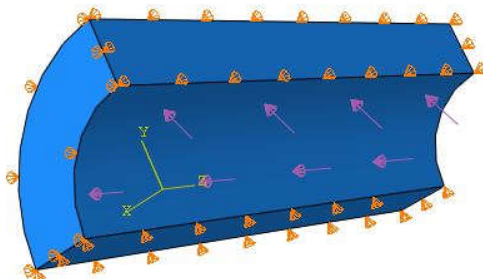
$$\sigma_r = \frac{p_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left[ 1 - \left( \frac{r_2}{r} \right)^2 \right], \quad (3.1)$$

$$\sigma_\phi = \frac{p_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \left[ 1 + \left( \frac{r_2}{r} \right)^2 \right], \quad (3.2)$$

$$\sigma_z = \frac{p_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}. \quad (3.3)$$

Izraz za radijalni pomak  $u$  glasi:

$$u = \frac{p_1 r_1^2}{E(r_2^2 - r_1^2)} \left[ (1 - \nu)r + (1 + \nu) \frac{r_2^2}{r} \right] - \frac{\nu}{E} \sigma_z r. \quad (3.4)$$

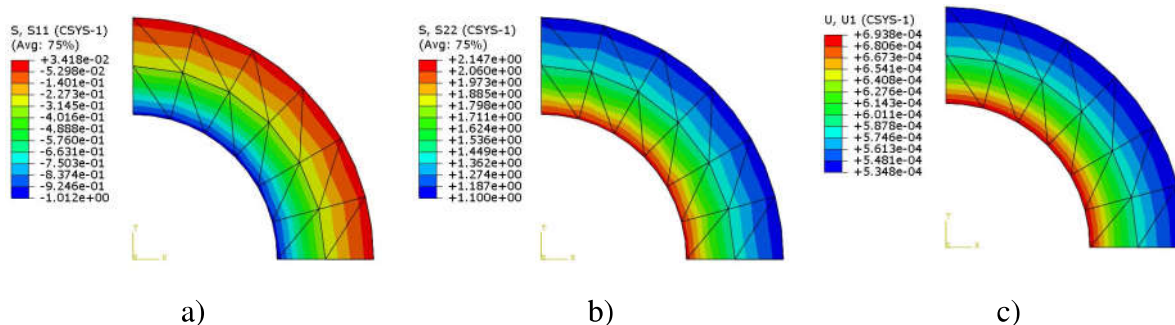


Slika 3.9: Osmina cijevi opterećena unutarnjim tlakom

Cijev je diskretizirana s tri različite mreže konačnih elemenata te su rezultati uspoređeni s analitički izračunatim rezultatima u tablici 3.3. Već i pri gruboj diskretizaciji s 4 elementa po debljini cijevi, relativna greška numeričkih rezultata manja je od 3% što validira upotrebu ovog tipa elemenata.

Tablica 3.3: Usporedba analitičkih rezultata za naprezanja u debelostijenoj cijevi s numeričkim rezultatima

	$\sigma_{r1}$ [MPa]	$\sigma_{r2}$ [MPa]	$\sigma_{\phi 1}$ [MPa]	$\sigma_{\phi 2}$ [MPa]	$u_1$ [mm]	$u_2$ [mm]
Analitički	-1	0	2,125	1,125	$6,9386 \cdot 10^{-4}$	$5,3571 \cdot 10^{-4}$
1796 elemenata	-1,012	$3,418 \cdot 10^{-2}$	2,147	1,1	$6,938 \cdot 10^{-4}$	$5,348 \cdot 10^{-4}$
4550 elemenata	-1,015	$1,311 \cdot 10^{-2}$	2,138	1,116	$6,935 \cdot 10^{-4}$	$5,353 \cdot 10^{-4}$
12330 elemenata	-1,005	$6,932 \cdot 10^{-2}$	2,132	1,120	$6,931 \cdot 10^{-4}$	$5,356 \cdot 10^{-4}$

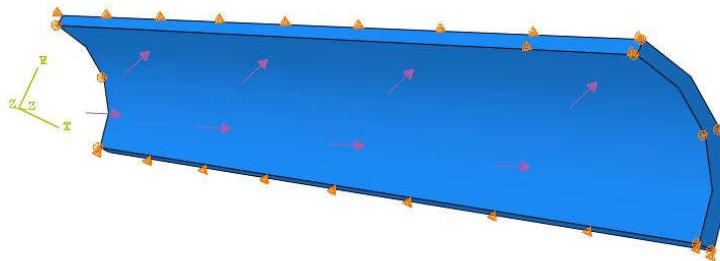


Slika 3.10: Prikaz a) radijalnih i b) cirkularnih naprezanja te c) pomaka, po poprečnom presjeku cijevi



### 3.5 Validacija materijalnih modela

Prije provedbe analize na stvarnoj geometriji, koja je izrazito složena, model je potrebno isprobati na jednostavnoj geometriji za koju je moguće dobiti semi-analitičko rješenje. Semi-analitičko rješenje, izračunato prema [3], uspoređuje se s rješenjem dobivenim metodom konačnih elemenata te se na taj način potvrđuje ispravna primjena modela. Model je ispitan na geometrijskom modelu cijevi duljine 200 mm, unutarnjeg polumjera  $r_u = 10\text{mm}$  i vanjskog polumjera  $r_v = 11,2\text{mm}$ . Zbog simetrije problema, analizirana je četvrtina cijevi (uz primjenu rubnih uvjeta simetrije) te je ograničen pomak u aksijalnom smjeru oba kraja cijevi, prema slici 3.11. Cijev je opterećena unutarnjim tlakom iznosa 1.2 kPa.



Slika 3.11: Nametnuti rubni uvjeti i opterećenje

Cijev je diskretizirana s tri različite mreže hibridnih tetraedarskih elemenata drugog reda (C3D10H), a primjer diskretizirane geometrije vidi se na slici 3.12. Usporedba rezultata dobivenih metodom konačnih elemenata i semi-analitičkih rezultata može se vidjeti u tablici 3.4. Relativna greška oba modela u usporedbi sa semi-analitičkim rješenjima je unutar 2% što potvrđuje ispravnost primjene Neo-Hooke i Holzapfel-Gasser-Ogden modela implementiranih u programski paket *Abaqus*.

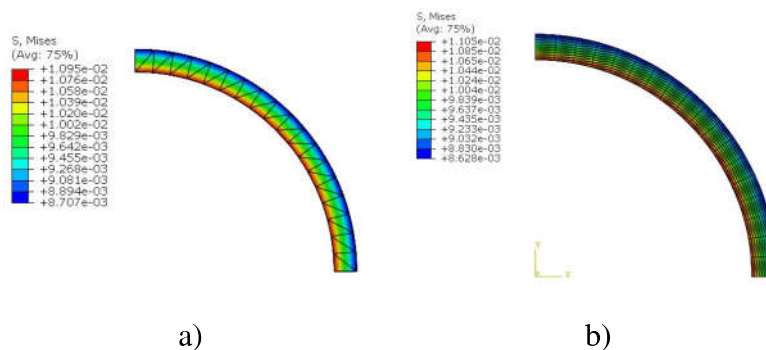
Razlika između pojedinih rezultata dobivenih primjenom Neo-Hooke modela i HGO modela je značajna, što je i očekivano s obzirom da se primjenom Neo-Hook izotropnog model zanemaruje složena anizotropna priroda bioloških tkiva. Zbog mnogo jednostavnije primjene, unatoč znatnoj grešci koja se na taj način uvodi, Neo-Hooke model se može upotrijebiti za grubu procjenu naprezanja aneurizme. Ekvivalentna naprezanja po poprečnom presjeku cijevi za pojedini materijalni model prikazana su na slici 3.13.

Tablica 3.4: Usporedba numeričkih rezultata dobivenih primjenom metode konačnih elemenata sa semi-analičkim rezultati za Neo-Hooke i Holzapfel-Gasser-Ogdenov model

	$\sigma_{r1}$ [kPa]	$\sigma_{r2}$ [kPa]	$\sigma_{\phi 1}$ [kPa]	$\sigma_{\phi 2}$ [kPa]	$\sigma_{z,max}$ [kPa]	$u_{max}$ [mm]
Semi-analički Neo-Hooke	-1,240	$5,627 \cdot 10^{-5}$	11,12	11,09	$5,762 \cdot 10^{-4}$	$3,701 \cdot 10^{-1}$
Neo-Hooke	-1,235	$4,783 \cdot 10^{-5}$	11,44	11,06	$5,055 \cdot 10^{-4}$	$3,691 \cdot 10^{-1}$
Semi-analički HGO	-1,283	$6,587 \cdot 10^{-5}$	11,12	0,983	$6,751 \cdot 10^{-4}$	$1,761 \cdot 10^{-1}$
HGO	-1,275	$8,587 \cdot 10^{-5}$	11,09	0,9691	$7,789 \cdot 10^{-4}$	$1,758 \cdot 10^{-1}$



Slika 3.12: Cijev diskretizirana hibridnim tetraedarskim konačnim elementima

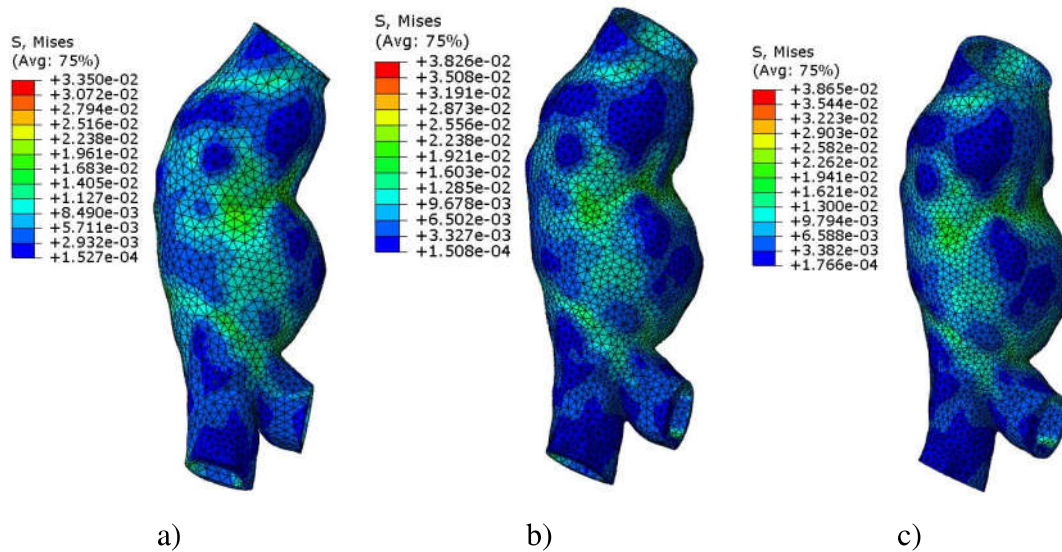


Slika 3.13: Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu za a) Neo-Hooke i b) Holzapfel-Gasser-Ogdenov model

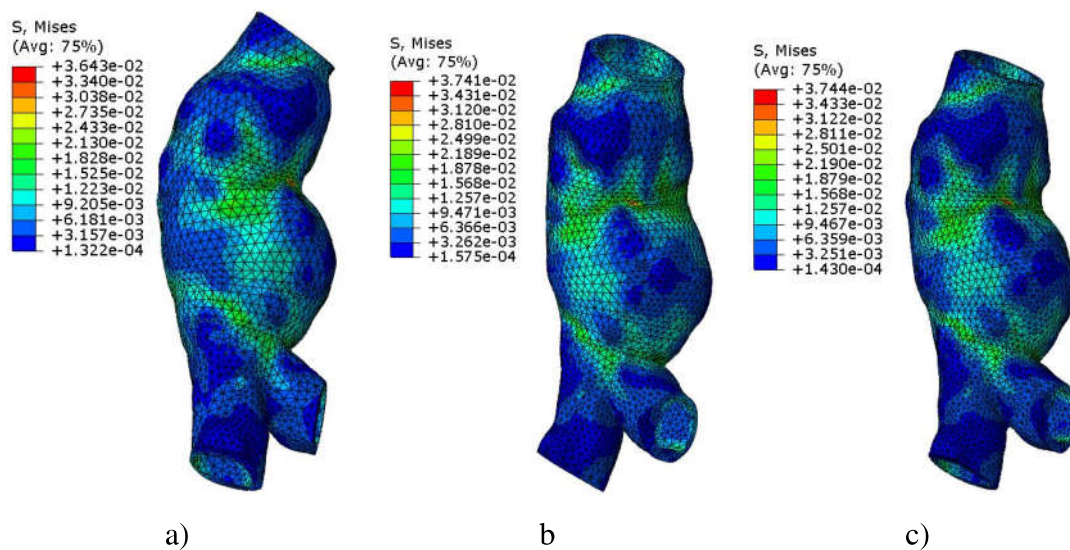
### 3.6 Konvergencija mreže konačnih elemenata na stvarnoj geometriji

Kako bi se odredi dovoljan broj konačnih elemenata provodi se ispitivanje konvergencije maksimalnih naprezanja prema von Misesu za Neo-Hooke i HGO materijalne modele. Analiza se provodi na geometriji aneurizme u prvom vremenskom trenutku, kada je prvi puta uočena aneurizma. Oba modela pokazuju zanemarivu razliku u maksimalnim naprezanjima za mreže od 35000 i 50000 elemenata, kao što je vidljivo na slikama 3.15 i 3.6 odnosno dijagramom na slici 3.16, te se može zaključiti da je dovoljan broj konačnih elemenata iznad 35000. Kako su opterećenja, rubni uvjeti i geometrija slični i za ostale

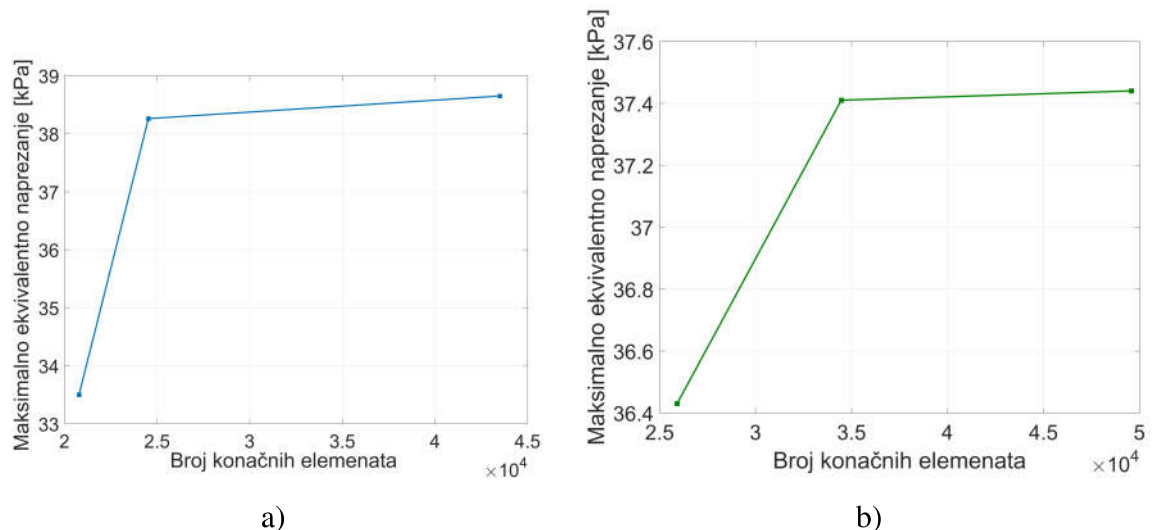
vremenske trenutke, ne provodi se ispitivanje konvergencije mreže za ostale modele već se odlučuje da će se svaki do modela diskretizirati s približno 40000 elemenata.



Slika 3.14: Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu za Neo-Hooke materijalni model za mreže s a) 20783, b) 34531 i c) 43507 konačnih elemenata i unutarnji tlak od 12 mmHg



Slika 3.15: Ekvivalentna naprezanja prema von Misesu za HGO materijalni model za mreže s a) 25912, b) 34467 i c) 49581 konačnih elemenata i unutarnji tlak od 10 mmHg



Slika 3.16: Dijagrami konvergencije ekvivalentnih naprezanja prema von Misesu za a) Neo-Hooke i b) HGO materijalne modele

### 3.7 Određivanje obujma

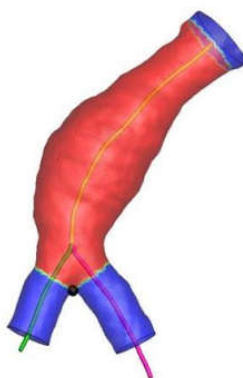
Kako bi se odredio obujam AAA, postavila se ravnina okomito na središnju liniju na mjestu grananja aorte na renalne arterije što predstavlja gornju granicu. Na isti način je postavljena i donja granica, tako što su se postavile dvije okomite ravnine na središnju liniju na mjestu grananja na ilijačne arterije prema slici 3.17. Kao jedan od mogućih utjecajnih parametara tijekom određivanja rizika od rupture AAA je i obujam aneurizme. Za analizu korišteno je 5 CT snimki ustupljenih od grupe istraživala s University of Michigan, Sjedinjene Američke Države. Snimke su dobivene praćenjem jednog pacijenta u razdoblju od više godina. Snimanje pacijenta obavljano je u neujednačenim vremenskim razmacima, prikazanih u tablici 3.5. Porast obujma tijekom vremena prikazan je slikom ?? i tablicom 3.6. Usporedni prikaz aneurizme za svih 5 vremenskih trenutaka dan je slikom 3.19.

Tablica 3.5: Vremenski razmak između dva uzastopna snimanja (u godinama)

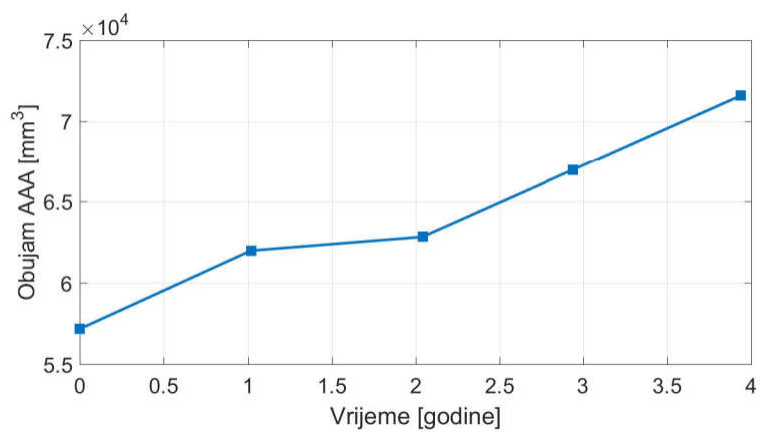
Razdoblje između snimaka	T <sub>1</sub> -T <sub>2</sub>	T <sub>2</sub> -T <sub>3</sub>	T <sub>3</sub> -T <sub>4</sub>	T <sub>4</sub> -T <sub>5</sub>
Godine	1,02	1,02	0,90	1,00

Tablica 3.6: Volumen aneurizme u pojedinom analiziranom vremenskom trenutku

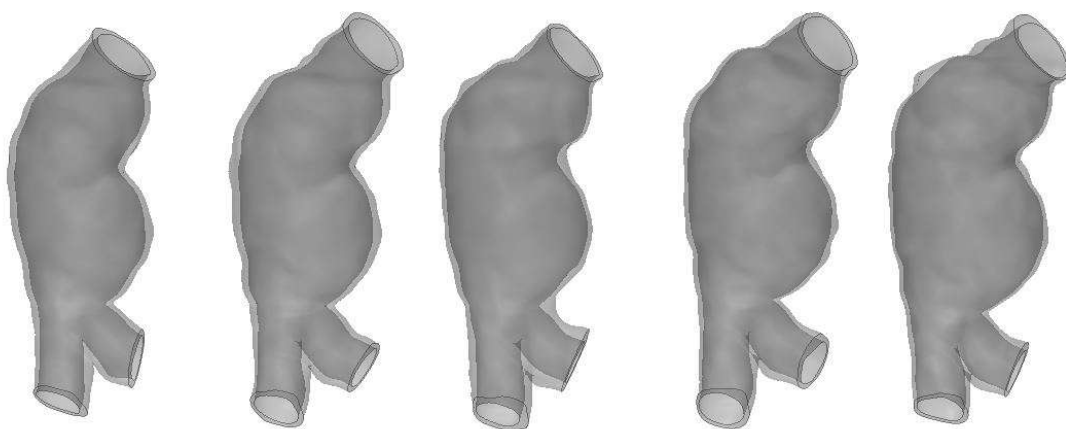
Vremenski trenutak	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>5</sub>
Volumen AAA[mm <sup>3</sup> ]	57163,82	61977,65	62820,49	66970,05	71588,32



Slika 3.17: Granice za određivanje obujma [6]



Slika 3.18: Promjena volumena AAA tijekom vremena



Slika 3.19: Usporedni prikaz aneurizme za 5 analiziranih vremenskih trenutaka

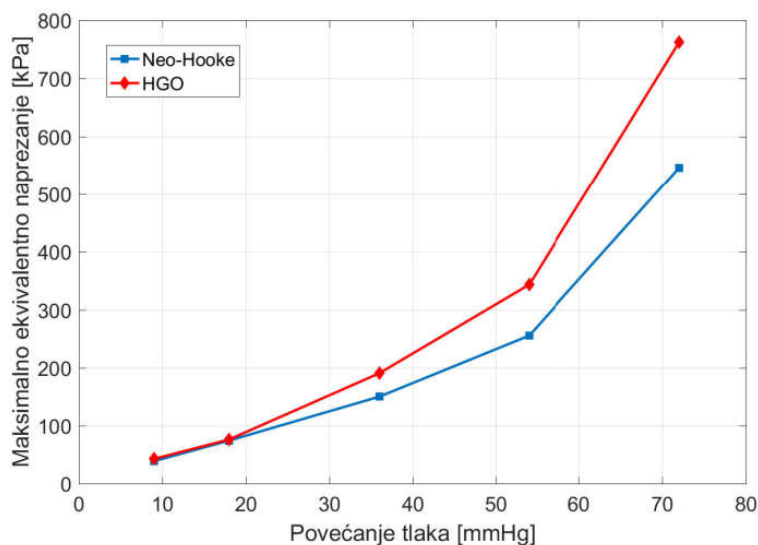
## 4. Analiza rezultata

### 4.1 Promjena napreznaja uslijed hipertenzije

Poznato je da je povećanje krvnog tlaka jedan od značajnih čimbenika koji može uzrokovati rupturu [11], što je u ovom radu i potvrđeno rezultatima prikazanim na slikama 4.2 i 4.3 te u tablici 4.1 i dijagramom na slici 4.1.

Tablica 4.1: Maksimalna ekvivalentna napreznaja prema von Misesu [MPa], uslijed hipertenzije, za aneurizmu u prvom analiziranom trenutku

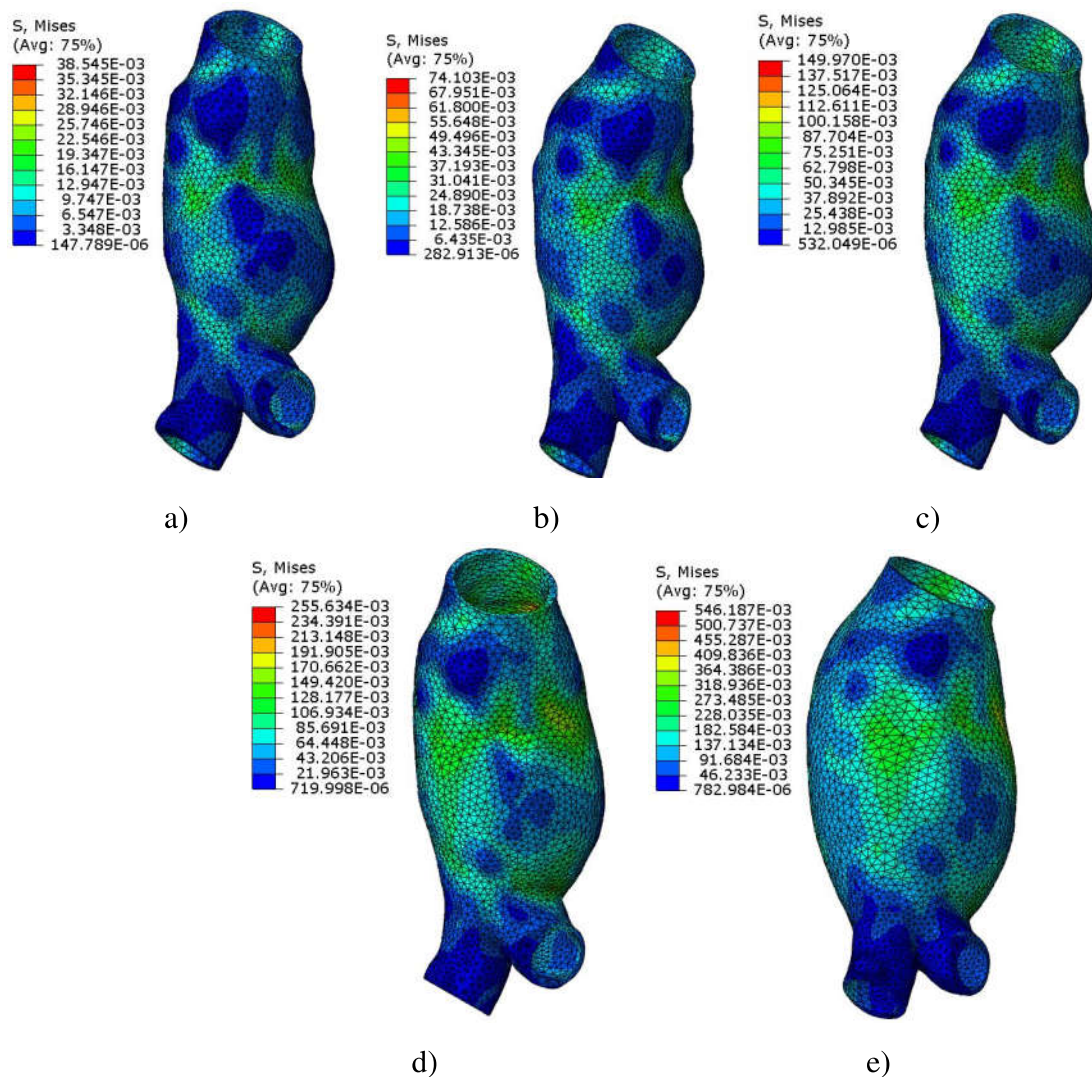
Povećanje tlaka $\Delta p$ [mmHg]	9	18	36	54	72
$\sigma_{\max}$ [kPa], Neo-Hooke	38,55	74,10	150,00	255,6	546,2
$\sigma_{\max}$ [kPa], HGO	42,47	75,95	190,4	343,8	574,2



Slika 4.1: Dijagram promjene maksimalnog ekvivalentnog napreznaja s povećanjem unutarnjeg tlaka

Uspoređujući navedene rezultate, vidljivo je da su napreznaja za pojedini tlak uvijek veća za HGO, odnosno anizotropni materijalni model, što se slaže s rezultatima usporedbe izotropnog i anizotropnog modela u literaturi [11], [5]. Razlika između maksimalnih napreznaja izotropnog i anizotropnog modela manja je nego u literaturi [11], što se može povezati s činjenicom daje u ovom radu korištena stvarna geometrija aneurizme dobivena iz CT snimki ograničene rezolucije i višestruko je obrađivana različitim *softwareom* pri

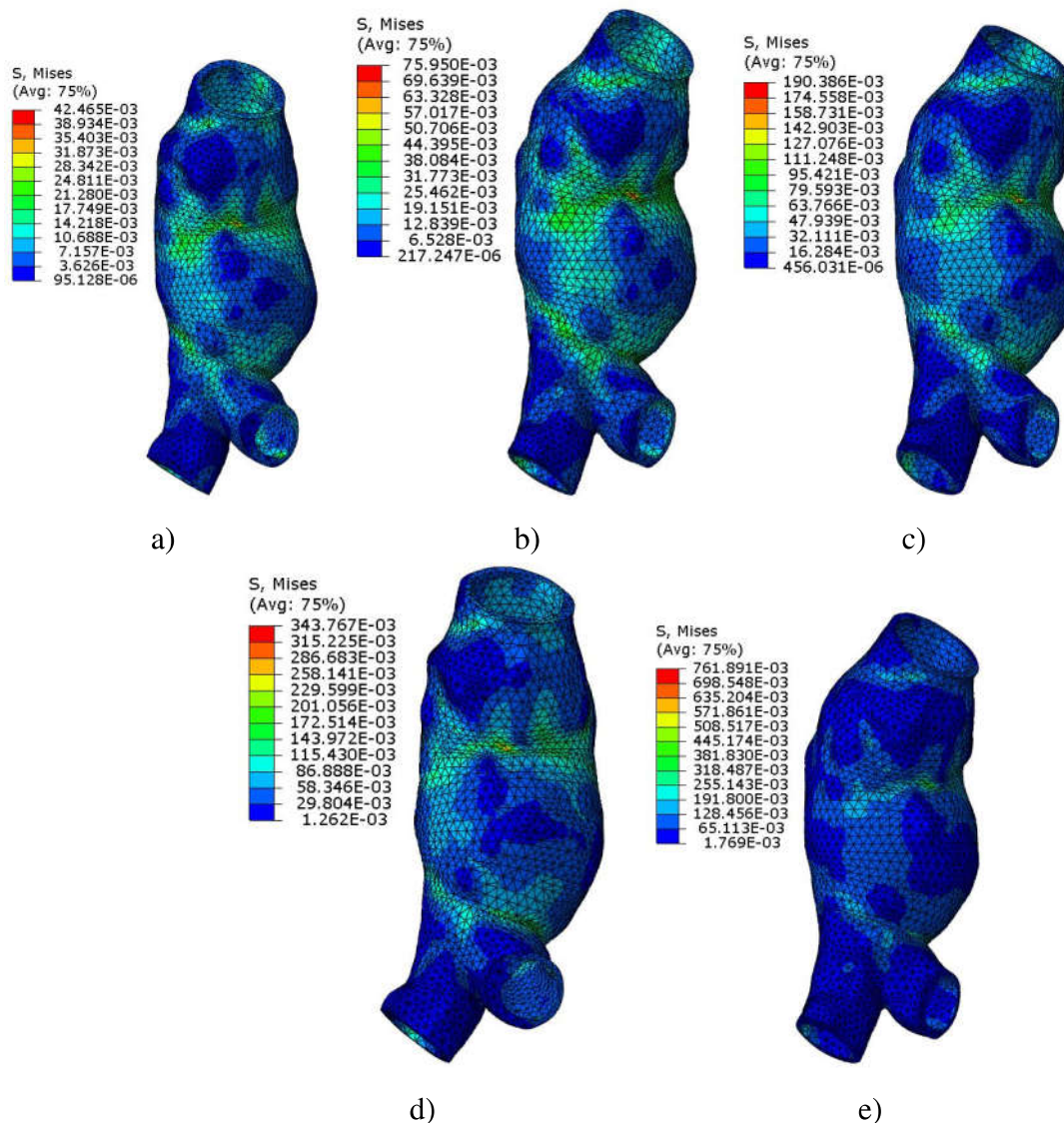
čemu se svaki put unosi dodatna pogreška. Geometrija dobivena CT snimkama sadrži velik broj geometrijskih diskontinuiteta te su lokacije maksimalnih napreznja upravo na mjestima tih diskontinuiteta, pretežno na području gdje se abdominalna aorta račva na ilijačne arterije, prema slici, što se slaže s rezultatima navedenim u [5]. Osim toga koncentracija napreznja pojavljuje se i na mjestima naglih promjena promjera aneurizme te se i na tim mjestima pojavljuje povećano napreznje, što potvrđuje i literatura [25].



Slika 4.2: Ekvivalentna napreznja prema von Misesu [MPa], za različita povećanja unutarnjeg tlaka u trenutku  $T_1$  - Neo-Hooke model

Prilikom interpretacije navedenih rezultata potrebno je uzeti u obzir da se prema dosadašnjim analizama [15] procjenjuje da do rupture stijenke dolazi pri napreznju od 450 kPa. Nadalje, u analizu je dodatno uvedena pogreška uzimanjem *in vivo* geometrije, već opterećene krvnim tlakom, pri čemu se analiza provodi samo s povećanjem tlaka  $\Delta p$  koje je definirano kao razlika između pretpostavljenog krvnog tlaka i nekog uprosječenog krvnog tlaka kojim je opterećena arterija u trenutku snimanja. Također je zanemareno

postojanje zaostalih napreznja u tkivu i uzdužne sile predistezanja što sve može imati značajan utjecaj na rezultat analize.



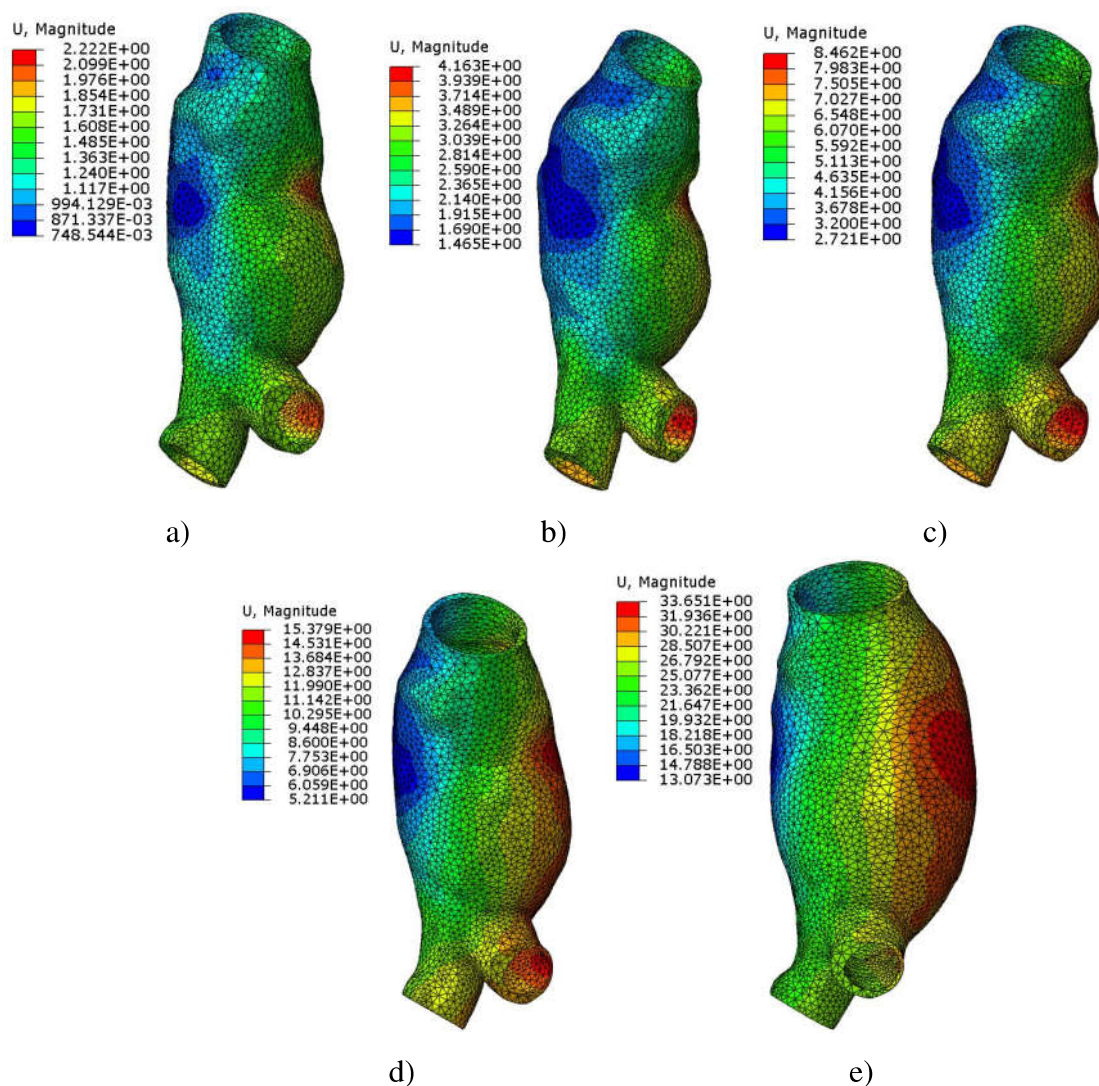
Slika 4.3: Ekvivalentna napreznja prema von Misesu [MPa], za različita povećanja unutarnjeg tlaka u trenutku  $T_1$  - HGO model

## 4.2 Pomak aneurizme uslijed hipertenzije

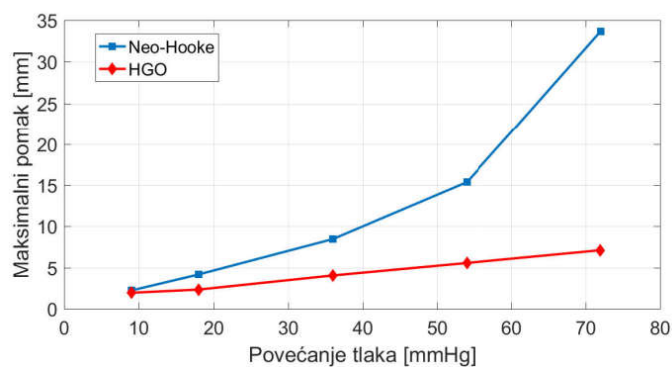
S povećanjem unutarnjeg tlaka rastu i napreznja, a samim time i pomaci za pojedini materijalni model, što je vidljivo na slikama 4.4 i 4.6 te u tablici 4.2 i dijagramu na slici 4.5. Unatoč većem napreznju na aneurizmi kod HGO materijalnog modela (4.1), pomaci aneurizme su manji, što je i očekivano. Neo-Hooke materijalni model, hiperelastičan je model koji opisuje samo ponašanje elastina u stijenci aorte, dok je HGO anizotropan model koji podrazumijeva da je elastinska stijenka ojačana kolagenim vlaknima i samim time je



zbog mehaničkih svojstava kolagena kruća od stijenke koja ne sadrži vlakna.



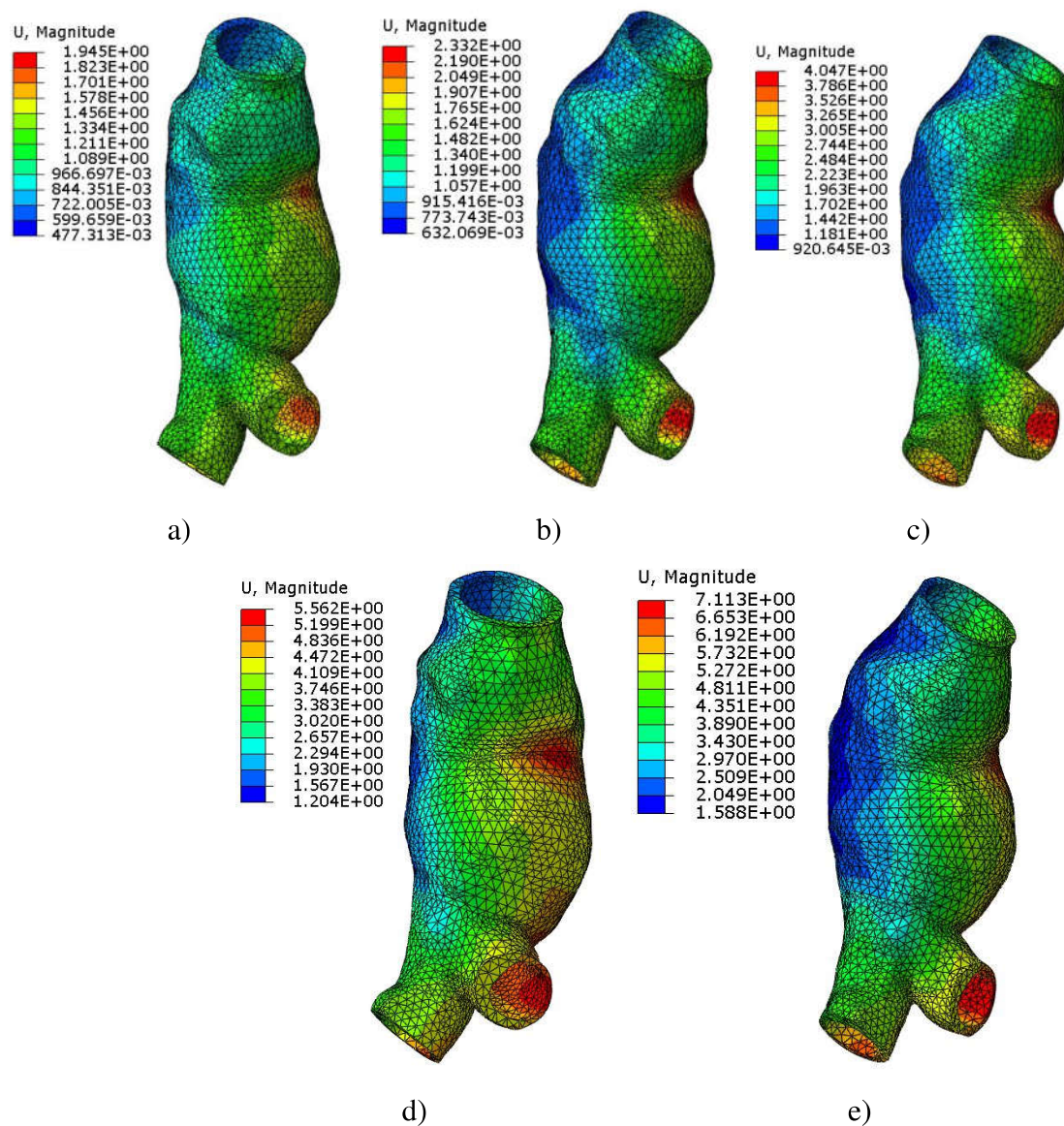
Slika 4.4: Pomaci aneurizme [mm] u trenutku  $T_1$ , za različita povećanja unutarnjeg tlaka - Neo-Hooke model



Slika 4.5: Dijagram promjene maksimalnog pomaka s povećanjem unutarnjeg tlaka

Tablica 4.2: Maksimalna pomaci [mm], uslijed hipertenzije, za aneurizmu u prvom analiziranom trenutku

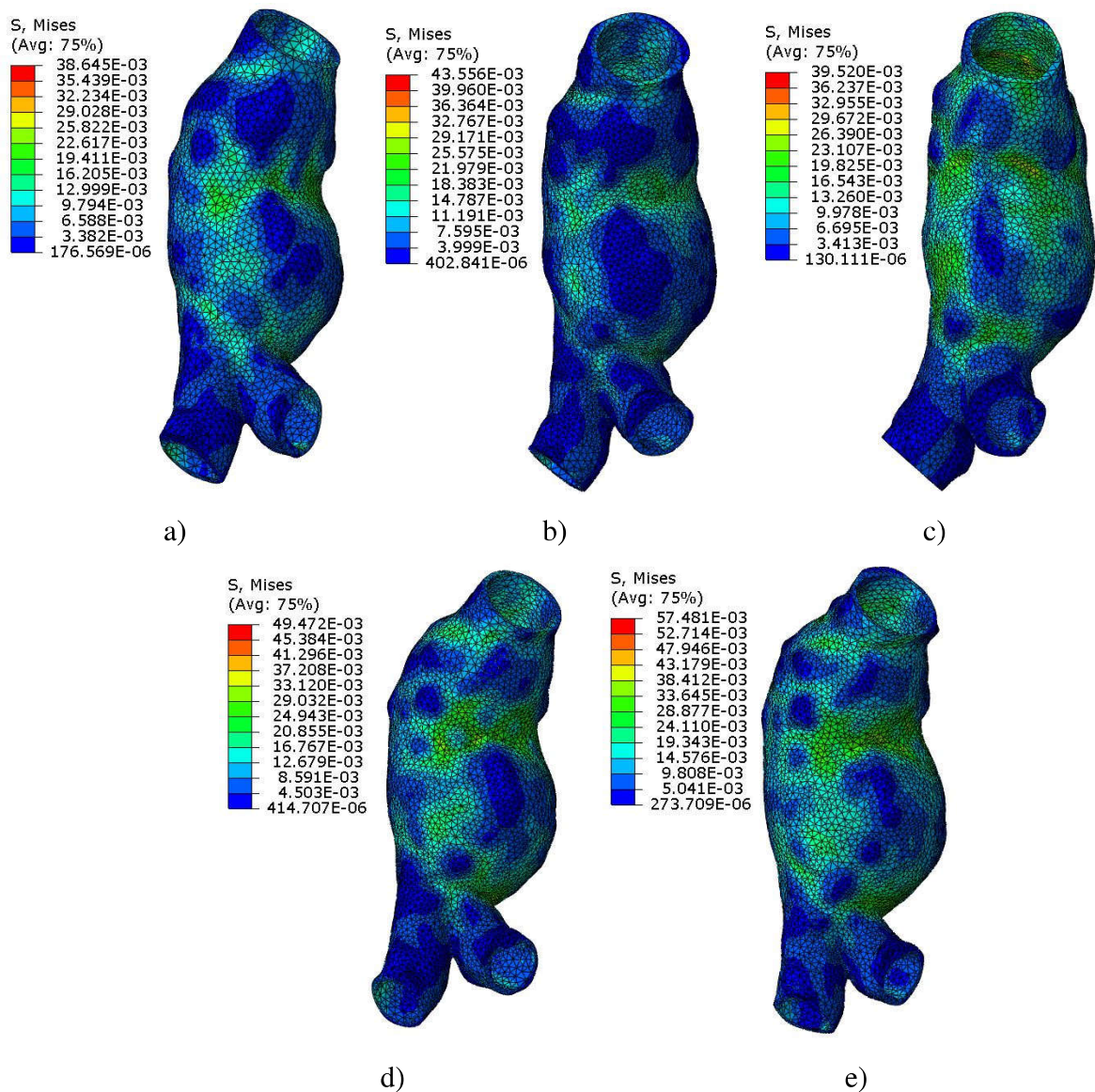
Povećanje tlaka $\Delta p$ [mmHg]	9	18	36	54	72
$u_{max}$ [mm] Neo-Hooke	2,22	4,163	8,462	15,38	33,65
$u_{max}$ [mm] HGO	42,47	75,95	190,4	343,8	574,2



Slika 4.6: Pomaci aneurizme [mm] u trenutku  $T_1$ , za različita povećanja unutarnjeg tlaka - HGO model

### 4.3 Promjena napreznaja uslijed povećanja volumena

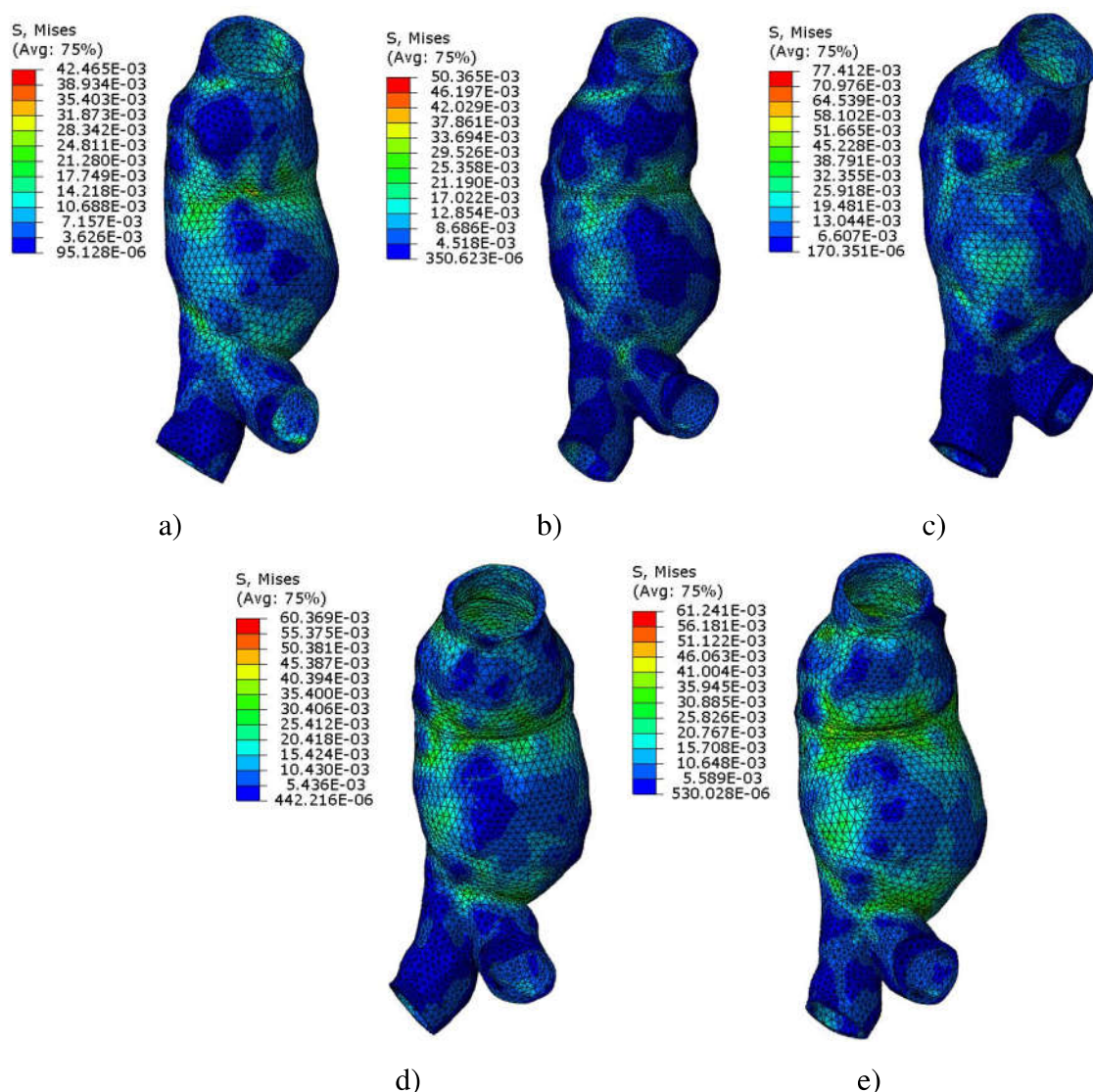
Uobičajeno se u kao kriterij za provođenje operativnog zahvata zahvata na aneurizmi primjenjuju maksimalni promjer veći od 5-5,5 cm ili brzina rasta veća od 1 cm godišnje. U okviru ovog rada analizirana je promjena maksimalnog napreznaja s povećanjem volumena aneurizme te su rezultati prikazani slikama 4.7 i 4.8 te dijagramom na slici 4.9.



Slika 4.7: Ekvivalentna napreznaja prema von Misesu [MPa] na aneurizmi abdominalne aorte u 5 analiziranih vremenskih trenutaka - Neo-Hooke model

Uz određena odstupanja u vremenskom trenutku  $T_3$ , uzrokovana najvjerojatnije nepravilnom geometrijom dobivenom pomoću CT snimaka, potvrđeno je da se maksimalno napreznaje povećava s povećanjem volumena te se može razmatrati kao dodatni operativni kriterij. Dobivene rezultate trebalo bi usporediti s rezultatima koji analiziraju ostale

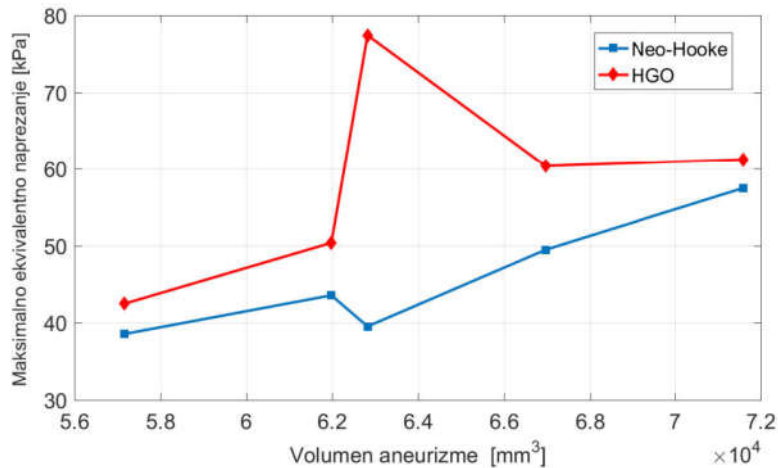
operativne kriterije, radi boljeg shvaćanja utjecaja volumena na rizik od rupture. Kao što je već spomenuto u ranijim poglavljima, tijekom razvoja aneurizme mijenjaju se mehanička svojstva stijenke (elastin i glatke mišićne stanice se razgrađuju, a kolagen dodatno očvršćuje), uslijed čega stijenka postaje sve kruća i gubi elastičnost. Uzimajući to u obzir, točnost analize može se povećati promjenom konstanti materijalnog modela tijekom vremena, tako da se konstanta  $C_{10}$ , koja se odnosi na krutost i volumni udio elastina, tijekom vremena smanjuje, a konstante  $k_1$  i  $k_2$ , koje se odnose na krutost i udio kolagenih vlakana, povećavaju. Time bi se dodatno povećala naprezanja u stijenci tijekom starenja aneurizme.



Slika 4.8: Ekvivalentna naprezanja prema Von Misesu [MPa] na aneurizmi abdominalne aorte u 5 analiziranih vremenskih trenutaka - HGO model

U ovom radu promjena strukture stijenke nije uzeta u obzir, zbog nepostojanja podataka o promjeni udjela elastina i promjene krutosti kolagena tijekom vremena. Netočnost rezultata time prouzrokovana, može se opravdati činjenicom da je glavni cilj rada bila

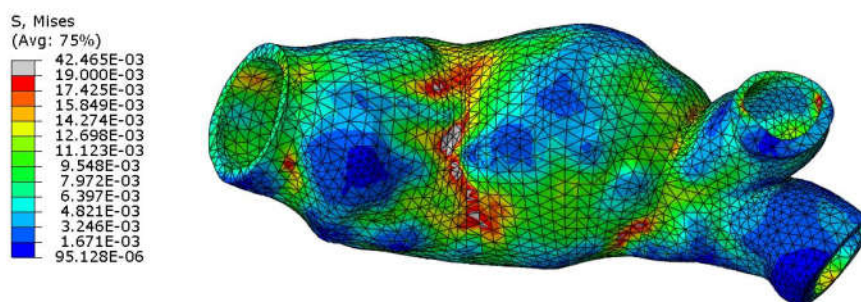
analiza promjene napreznja u stijenci s povećanjem volumena. Na taj je način izravna uspostavljena korelacija između promjene geometrije i povećanja napreznja, što se u slučaju promjene svojstava stijenke tijekom vremena ne bi moglo jednoznačno utvrditi .



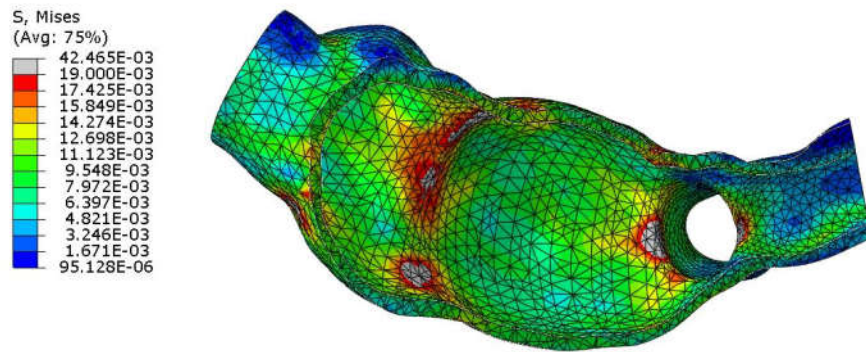
Slika 4.9: Dijagram promjene maksimalnog ekvivalentnog napreznja s povećanjem volumenom

## 4.4 Određivanje kritičnih mjesta

Koristeći oba navedena materijalna modela ustanovljeno je da su mjesta s najvećim iznosima napreznja uvijek na mjestima izrazitih geometrijskih diskontinuiteta, ponajprije je riječ o mjestu račvanja abdominalne aorte na ilijačne arterije, kao što je vidljivo na slikama 4.10 i 4.11. Tako određene lokacije potencijalne rupture ne slažu se s kliničkim podacima o najčešćem mjestu rupture aneurizme. Jedan od razloga zašto se mjesta maksimalnih napreznja ne poklapaju sa stvarnim mjestima rupture je zanemarivanje zaostalih napreznja.



Slika 4.10: Prikaz kritičnih mjesta na vanjskoj strani stijenke abdominalne aorte za slučaj T1 (crveno)



Slika 4.11: Prikaz kritičnih mjesta na unutarnjoj strani stijenke abdominalne aorte za slučaj T1 (crveno)

## 5. Zaključak

Liječenje aneurizme svodi se na operativni zahvat, koji se preporuča ukoliko je maksimalni promjer aneurizme veći od 5-5,5 cm ili ako aneurizma raste brže od 1 cm godišnje. Kako se aneurizme obično javljaju kod osoba starije životne dobi, rizik od operacije često je veći od rizika rupture same aneurizme te je potrebno izbjeći nepotrebne zahvate.

Biomehanički gledano, dva su glavna čimbenika koja utječu na rupturu aneurizme – naprezanje u stijenci i čvrstoća stijenke. U ovom radu analiziraju se naprezanja u stijenci AAA primjenom metode konačnih elemenata u programskom paketu *Abaqus*. Analiza se vrši na stvarnoj geometriji pacijenta dobivenoj *in vivo* pomoću CT uređaja. Analizira se 5 različitih geometrija aneurizmi dobivenih uzastopnim praćenjem jednog pacijenta kroz nekoliko godina. Unutar programskog paketa *Abaqus*, provedena je analiza korištenjem dva materijalna modela: Neo-Hooke izotropni model i Holzapfel-Gasser-Ogden anizotropni model.

Analiziran je utjecaj povišenog krvnog tlaka, kao poznatog čimbenika koji može uzrokovati rupturu AAA. Ispitivanje je provedeno za 5 različitih iznosa povećanja tlaka, pri čemu je potvrđeno da povećanje krvnog tlaka ima značajan utjecaj na povećanje maksimalnog naprezanja u stijenci. Također, iz rezultata navedene analize vidljivo je da se primjenom anizotropnog modela dobivaju veći iznosi naprezanja u stijenci te manji pomaci stijenke aneurizme, što je posljedica implementacije kolagenih vlakana. Izotropni model stijenku modelira kao isključivo elastinsku, dok anizotropni model sadrži i kolagena vlakna koja su mnogo kruća od elastina.

Tijekom vremena povećava se volumen aneurizme te je u radu analizirana promjena naprezanja s povećanjem volumena kao mjere rasta aneurizme. Za oba materijalna modela pokazano je da s povećanjem volumena raste i naprezanje na stijenci aneurizme, pri čemu su naprezanja za pojedini volumen uvijek veća za Holzapfel-Gasser-Ogdenov nego za Neo-Hookeov model.

Koristeći oba navedena materijalna modela kao lokacije potencijalne rupture identificirana su mjesta geometrijskih diskontinuiteta. Prvenstveno je riječ o mjestu račvanja abdominalne aorte na ilijačne arterije, što se ne slaže u potpunosti s dostupnim podacima o stvarnim najčešćim mjestima rupture aneurizme. Jedan od razloga zašto se mjesta maksi-

malnih naprezanja ne poklapaju s kliničkim opažanjima mjesta na kojima najčešće dolazi do rupture je zanemarivanje zaostalih naprezanja. Također geometrija aneurizme dobivena je iz CT snimaka, pri čemu je uvedena pogreška uzrokovana ograničenom rezolucijom CT uređaja te pretpostavkom da je tako dobivena geometrija opterećena nekom uprosječenom vrijednosti krvnog tlaka tijekom vremena. S obzirom da navedeni materijalni modeli nisu linearni, neispravno je na tako opterećenu geometriju nadodati samo razliku tlaka prilikom analize naprezanja. Također, tako dobivena geometrija sadrži velik broj izrazitih geometrijskih diskontinuiteta koji uzrokuju mnoge nerealne koncentracije naprezanja što uvodi dodatnu grešku u analizu. Primijenjena orijentacija kolagenih vlakana, na modelu je određena pomoću lokalnih koordinatnih sustava za pojedine segmente te je zanemarena disperzija vlakana što ne odgovara stvarnoj orijentaciji vlakana.



# Literatura

- [1] ALFIREVIĆ, I. *Nauka o čvrstoći II*. Golden marketing, 1999.
- [2] ALFIREVIĆ, I. *Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma*. Golden marketing, 2003.
- [3] CARDAMONE, L., VALENTÍN, A., EBERTH, J. F., AND HUMPHREY, J. D. Origin of axial prestretch and residual stress in arteries. *Biomechanics and Modelling in Mechanobiology* 8 (2009), 431–446.
- [4] CUNNINGHAM, B. Using simulation to analyze arterial wall mechanics. *COMSOL Inc.* (2015). [<https://www.comsol.com/blogs/using-simulation-to-analyze-arterial-wall-mechanics> , preuzeto: 15.1.2017.].
- [5] D.ROY, HOLZAPFEL, G., KAUFFMANN, C., AND G.SOULEZL. Finite element analysis of abdominal aortic aneurysms: geometrical and structural reconstruction with application of an anisotropic material model. *Journal of Applied Mathematics* 79 (2014), 1011–1026.
- [6] FERLIN, S. *Analiza geometrijskih parametara aneurizme abdominalne aorte na temelju CT snimaka*. Fakultet strojarstva i brodogradnje , Sveučilište u Zagrebu, 2016.
- [7] FRATZ, E. P. *Collagen structure and mechanics*. Springer, 2008.
- [8] G.A., H., G., S., M., A., P., R., AND R.W., O. Layer-specific 3d residual deformations of human aortas with non-atherosclerotic intimal thickening. *Annals of Biomedical Engineering* 35 (2007), 530–45.
- [9] GASSER, T. C., OGDEN, R. W., AND HOLZAPFEL, G. A. Hyperelastic modelling of arterial layers with distributed collagen fibre orientations. *J. R. Soc. Interface* 3 (2006), 15–35.
- [10] GEEST, J. P. V., SACKS, M. S., AND VORP, D. A. The effects of aneurysm on the biaxial mechanical behavior of human abdominal aorta. *Journal of Biomechanics* 39 (2006), 1324–1334.
- [11] GEEST, J. P. V., SCHMIDT, D. E., SACKS, M. S., AND VORPL, D. A. The effects of anisotropy on the stress analyses of patient-specific abdominal aortic aneurysms. *Annals of Biomedical Engineering* 36 (2008), 921–932.

- [12] HOLZAPFEL, G. A. *Nonlinear Solid Mechanics - A continuum Approach for Engineering*. John Wiley and Sons, LTD., 2000.
- [13] HOLZAPFEL, G. A., GASSER, T. C., AND OGDEN, R. W. New constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models. *Journal of elasticity and the physical science of solids* 61(1) (2000), 1–48.
- [14] HORVAT, N. *Diplomski rad*. Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, 2015.
- [15] HUMPHREY, J., AND HOLZAPFEL, G. Mechanics, mechanobiology, and modeling of human abdominal aorta and aneurysms. *Journal of Biomechanics* 45 (2012), 805–814.
- [16] HXBENEFIT. Abdominal aortic aneurysm. [<http://www.hxbenefit.com/abdominal-aortic-aneurysm.html> , preuzeto: 15.1.2017.].
- [17] MOONIER, S. Understanding elastin. [<http://understandingwilliamssyndrome.blogspot.hr/2014/02/understanding-elastin.html>, preuzeto: 15.1.2017.].
- [18] OLIVE, M. F., ENTMAN, M. L., AND JACOB, S. W. Human cardiovascular system. *Encyclopaedia Britannica* (2014). [<https://www.britannica.com/science/human-cardiovascular-system>; preuzeto: 15.01.2017.].
- [19] RAGHAVAN, M., AND VORP, D. A. Toward a biomechanical tool to evaluate rupture potential of abdominal aortic aneurysm: identification of a finite strain constitutive model and evaluation of its applicability. *Journal of Biomechanics* 33 (2000), 475–482.
- [20] RAGHAVAN, M. L., VORP, D. A., FEDERLE, M. P., MAKAROUN, M. S., AND WEBSTER, M. W. Wall stress distribution on threedimensionally reconstructed models of human abdominal aortic aneurysm. *Journal of Vascular Surgery* 31 (2000), 761–769.
- [21] SIMULIA. *Abaqus Benchmark Guide - Anisotropic hyperelastic modeling of arterial layers*. Dassault Systèmes, 2014.
- [22] SIMULIA. *Abaqus Theory Guide*. Dassault Systèmes, 2014.
- [23] THOMPSON, M. M., Ed. *Oxford Textbook of Vascular Surgery*. Oxford Textbooks in surgery, 2016.

- [24] VORP, D. A., RAGHAVAN, M., AND WEBSTER, M. W. Mechanical wall stress in abdominal aortic aneurysm: Influence of diameter and asymmetry. *Journal of Vascular Surgery* 27 (1998), 632–639.
- [25] WANG, D. H. J., MAKAROUN, M. S., WEBSTER, M. W., AND VORP, D. A. Effect of intraluminal thrombus on wall stress in patient-specific models of abdominal aortic aneurysm. *Journal of Vascular Surgery* 36 (2002), 598–604.

# Prilozi

I. CD-R disc